

**JULIANO DA SILVA ARAÚJO**

**PROJETO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE ANCORAGEM PARA UM  
MOTOR FOGUETE A COMBUSTÍVEL LÍQUIDO**

**JULIANO DA SILVA ARAÚJO**

**PROJETO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE ANCORAGEM PARA UM MOTOR  
FOGUETE A COMBUSTÍVEL LÍQUIDO**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani  
Brandão

Co-orientador: Dr. Eng. Carlos d'Andrade  
Souto

A663p Araújo, Juliano da Silva  
Projeto e análise de um sistema de ancoragem para um motor foguete a combustível líquido/ Juliano da Silva Araújo – Guaratinguetá : [s.n], 2014.  
89 f. : il.  
Bibliografia : f. 75-76  
Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014.  
Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão  
Coorientador: Dr. Eng. Carlos d' Andrade Souto

1. Motores de foguetes 2. Método dos elementos finitos  
3. Combustíveis líquidos I. Título

CDU 629.764


**JULIANO DA SILVA ARAÚJO**

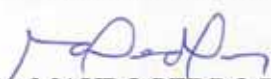
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

  
Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO  
Orientador/UNESP-FEG

  
Prof. Dr. MAURO PEDRO PERES  
UNESP-FEG

  
Dr. Eng. CARLOS D'ANDRADE SOUTO  
Co-orientador / Membro Externo (DCTA - IAE - AIE)

Janeiro de 2015

## **DADOS CURRICULARES**

### **JULIANO DA SILVA ARAÚJO**

**NASCIMENTO** 09.11.1986 – SÃO JOSÉ DOS CAMPOS / SP

**FILIAÇÃO** Marcilio Candido Araújo  
Maria Lucia da Silva

**2009/2014** Curso de Graduação  
Engenharia Mecânica – UNESP – Universidade Estadual Paulista

Dedico este trabalho à minha mãe Maria Lúcia da Silva que, apesar de conhecer de perto todas as dificuldades que enfrentei, foi a única pessoa que nunca duvidou de que eu alcançaria este importante objetivo que tracei para minha vida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus que me fez dedicado, persistente e equilibrado, além de ter me ajudado a enxergar as oportunidades que apareceram em minha vida.

À minha mãe *Maria Lúcia da Silva*, que me criou, me educou e me incentivou a estudar e crescer profissionalmente.

Aos meus amigos da faculdade que conviveram comigo nos momentos bons e ruins, compartilhando sonhos e conhecimento.

Aos meus professores, que se dedicaram para disseminar seus conhecimentos e me transformar em um profissional qualificado.

Ao meu co-orientador *Dr. Eng. Carlos d'Andrade Souto*, que me orientou no IAE – Instituto de Aeronáutica e Espaço, e ao meu orientador *Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão*, que me orientou na UNESP, ambos se dedicaram para que eu desenvolvesse e finalizasse este trabalho.

“Pesquisa é o que faço quando não sei o que estou fazendo.”

Wernher von Braun

ARAÚJO, J. S. **Projeto e análise de um sistema de ancoragem para um motor foguete a combustível líquido**. 2014. 89 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

## **RESUMO**

Este trabalho visa o projeto e análise de um sistema de ancoragem para um motor foguete a combustível líquido. O projeto foi desenvolvido seguindo requisitos de projeto pré-estabelecidos pela Divisão de Propulsão Espacial (APE) do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE). O leiaute da estrutura foi desenvolvido com o auxílio de ferramenta computacional de modelamento em 3D e as análises estruturais foram realizadas com o auxílio de ferramentas computacionais que utilizam o método dos elementos finitos para obter as respostas da estrutura aos carregamentos estáticos e dinâmicos definidos nos requisitos de projeto. Os resultados das análises ajudaram a definir o leiaute da estrutura, que atendeu a todos os requisitos de projeto, ficando com folga no fator de segurança e uma folga grande no requisito de limite de massa, o que pode ser útil no futuro, pois o motor foguete a combustível líquido ainda está em desenvolvimento.

**PALAVRAS-CHAVE:** Projeto. Requisitos de projeto. Análise estrutural. Método dos elementos finitos.

ARAÚJO, J. S. **Design and analysis of an anchoring system for an rocket engine with liquid fuel.** 2014. 89 f. Graduate Work (Graduate in Mechanical Engineering) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

### **ABSTRACT**

This work aims the design and analysis of a thrust frame system for a liquid fuel rocket engine. The project was developed following the design requirements established by the Division of Space Propulsion of the Institute of Aeronautics and Space. The layout of the structure was developed with the aid of a software of 3D modeling and static and dynamic analysis were performed by using a finite element package. The results of the analyzes helped in defining the layout of the structure which met all design requirements. The safety factor and the mass achieved were comfortably low, which may be useful in the future because the liquid fuel rocket engine is still in development.

**KEYWORDS:** Project. Design requirements. Structural analysis. Finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resultados de discretizações com aproximações locais lineares .....	19
Figura 2 – Discretização de uma chapa tracionada .....	19
Figura 3 – Exemplos de formas de elementos finitos.....	21
Figura 4 – Montagem dos elementos finitos em modelo discretizado .....	22
Figura 5 – Sistema com dois graus de liberdade .....	24
Figura 6 – Tipos de excitações mecânicas .....	25
Figura 7 – Fluxograma seguido no desenvolvimento do Sistema de Ancoragem .....	34
Figura 8 – Níveis de Vibração Senoidal a serem aplicados .....	37
Figura 9 - Níveis de Vibração Aleatória a serem aplicados .....	38
Figura 10 – Modelo conceitual de uma câmara de combustão.....	39
Figura 11 – Sistema de Ancoragem validado em análise por elementos finitos .....	41
Figura 12 – Motor fixado no Sistema de Ancoragem .....	41
Figura 13 – Elemento Tetra10 (elemento tetraédrico com dez nós).....	43
Figura 14 – Malha do Sistema de Ancoragem usada nas análises estáticas e de flambagem ..	44
Figura 15 – Elemento Tetra4r (elemento tetraédrico com quatro nós).....	45
Figura 16 – Malha do Sistema de Ancoragem usada nas análises dinâmicas .....	46
Figura 17 – Condição de contorno aplicada na face inferior da estrutura.....	47
Figura 18 – Condição de contorno aplicada nos furos de fixação ao foguete .....	48
Figura 19 – Carregamento estático de 80 kN (mais o peso do motor) .....	49
Figura 20 – Carregamento de 117 kN (mais o peso do motor) .....	50
Figura 21 – Carregamento estático de 1581 N na direção longitudinal e no sentido de voo ...	52
Figura 22 – Carregamento estático de 316 N na direção transversal do sentido de voo .....	53
Figura 23 – Tensões resultantes no modelo quando aplicada a carga de 80 kN .....	57
Figura 24 – Deformações sofridas pelo modelo ao aplicar a carga de 80 kN .....	58
Figura 25 – Fator de Segurança do modelo ao aplicar a carga de 80 kN .....	59
Figura 26 - Tensões resultantes no modelo quando aplicada a carga de 117 kN .....	60
Figura 27 – Tensões resultantes quando aplicada a aceleração estática longitudinal de 7,5 g.	61
Figura 28 – Tensões resultantes quando aplicada a aceleração estática transversal de 1,5 g...	62
Figura 29 – Resposta da análise de flambagem.....	63
Figura 30 – 1º modo de vibração da estrutura com 270,5 Hz na direção X .....	64
Figura 31 – Pontos nodais selecionados na análise harmônica .....	65
Figura 32 – Gráfico de resposta dinâmica da análise harmônica longitudinal em cinco pontos nodais selecionados .....	66

Figura 33 – Tensão máxima resultante da excitação harmônica na direção longitudinal .....	67
Figura 34 – Gráfico de resposta dinâmica da análise harmônica transversal em cinco pontos nodais selecionados .....	68
Figura 35 – Tensão máxima resultante da excitação harmônica na direção transversal .....	69
Figura 36 – Tensão máxima resultante da excitação randômica na direção longitudinal .....	70
Figura 37 – Tensão máxima resultante da excitação randômica na direção transversal .....	71
Figura 38 – Dimensões principais do Sistema de Ancoragem .....	72
Figura 39 – 2º modo de vibração da estrutura com 271,4 Hz na direção Y .....	82
Figura 40 – 3º modo de vibração da estrutura com 331,8 Hz na direção X .....	82
Figura 41 – 4º modo de vibração da estrutura com 332,4 Hz na direção Y .....	83
Figura 42 – 5º modo de vibração da estrutura com 485,1 Hz na direção Z.....	83
Figura 43 – 14º modo de vibração da estrutura com 638,8 Hz na direção Z.....	84
Figura 44 – 21º modo de vibração da estrutura com 671,6 Hz na direção Z.....	84
Figura 45 – Gráfico de resposta do nó 9741 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal.....	85
Figura 46 – Gráfico de resposta do nó 6716 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal.....	86
Figura 47 – Gráfico de resposta do nó 10012 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal.....	86
Figura 48 – Gráfico de resposta do nó 11761 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal.....	87
Figura 49 – Gráfico de resposta do nó 9741 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal.....	87
Figura 50 – Gráfico de resposta do nó 6716 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal.....	88
Figura 51 – Gráfico de resposta do nó 10012 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal.....	88
Figura 52 – Gráfico de resposta do nó 11761 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal.....	89

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Modos de vibração com maior participação de massa .....	64
Tabela 2 – Frequências naturais e participação de massa de cada modo de vibração.....	77

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Resumo dos requisitos de projeto .....	38
Quadro 2 – Propriedade do Aço AISI 1045 trefilado .....	40
Quadro 3 – Comparação dos resultados com os requisitos de projeto .....	73

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIE	Divisão de Integração e Ensaaios
AISI	American Iron and Steel Institute
APE	Divisão e Propulsão Espacial
CAD	<i>Computer Aided Design</i> (Desenho Assistido por Computador)
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i> (Engenharia Assistida por Computador)
DCTA	Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial
DM	Modelo de Desenvolvimento ( <i>Development Model</i> )
ECSS	<i>European Cooperation for Space Standardization</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i> (Análise de Elementos Finitos)
MEF	Método dos Elementos Finitos
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
MFPL	Motor Foguete a Propulsão Líquida
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	massa
$c$	coeficiente de amortecimento
$k$	coeficiente de rigidez
$t$	tempo
$x(t)$	deslocamento em função do tempo
$F(t)$	força de excitação em função do tempo
$\bar{X}$	amplitude em coordenadas geométricas
$\omega$	frequência de excitação
$\psi$	modo de vibração
$q(t)$	coordenadas modais
$\bar{Q}$	amplitude em coordenadas modais
$\bar{y}$	valor médio
$y_{rms}$	valor quadrático médio
$\sigma$	desvio padrão
$\tau$	intervalo de tempo
$R_y(\tau)$	função de autocorrelação
$R_{yx}(\tau)$	função de correlação cruzada
$S_y(\omega)$	função densidade espectral de potência
$S_{yx}(\omega)$	função densidade espectral de potência cruzada
$S_{ff}(\omega)$	função densidade espectral de potência das forças excitadoras
$S_{uu}(\omega)$	função densidade espectral de potência das respostas do sistema
$H(\omega)$	função de resposta em frequência
$\sigma_{m\acute{a}x}$	tensão atuante máxima
$\epsilon$	deformação
$\sigma_e$	tensão limite de escoamento
$\sigma_u$	tensão limite de ruptura
$\epsilon$	deformação
$P$	carga
$g$	módulo da aceleração da gravidade (9,81 m/s <sup>2</sup> )
$a$	módulo da aceleração estática
$P_c$	carga crítica de flambagem
$FS$	fator de segurança
$m$	massa estimada do motor
$M$	massa do Sistema de Ancoragem
$D$	diâmetro máximo do Sistema de Ancoragem com o motor
$H$	altura máxima do Sistema de Ancoragem com o motor
$FC$	fator de carga
$u_x$	deslocamento em no eixo x
$u_y$	deslocamento em no eixo y
$u_z$	deslocamento em no eixo z
$r_x$	rotação em torno do eixo x
$r_y$	rotação em torno do eixo y
$r_z$	rotação em torno do eixo z

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 MOTIVAÇÃO.....	17
1.2 OBJETIVOS.....	17
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>18</b>
2.1 MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS .....	18
<b>2.1.1 Fundamentos.....</b>	<b>18</b>
2.2 ANÁLISE DINÂMICA POR MEIO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	23
<b>2.2.1 – Fundamentos.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2.2 Tipos de problemas dinâmicos .....</b>	<b>25</b>
<b>2.2.3 Métodos de resolução de problemas dinâmicos – excitações harmônicas.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.4 Métodos de resolução de problemas dinâmicos – excitações aleatórias .....</b>	<b>28</b>
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>31</b>
3.1 MATERIAIS .....	31
<b>3.1.1 Software Creo Parametric .....</b>	<b>31</b>
<b>3.1.2 Software Solidworks/Simulation.....</b>	<b>31</b>
<b>3.1.3 Software GEOSTAR/COSMOSM.....</b>	<b>32</b>
3.2 MÉTODOS.....	32
4.1 DOCUMENTOS E NORMAS.....	35
4.2 REQUISITOS FUNCIONAIS.....	36
4.3 REQUISITOS FÍSICOS E DE INSTALAÇÃO.....	36
4.4 REQUISITOS AMBIENTAIS .....	37
<b>5 DESENVOLVIMENTO DO LEIAUTE DA ESTRUTURA .....</b>	<b>39</b>
<b>6 ANÁLISES DO SISTEMA DE ANCORAGEM ATRAVÉS DE MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>42</b>
6.1 MALHA E ELEMENTOS .....	42
6.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	46
6.3 ANÁLISES ESTÁTICAS .....	48
<b>6.3.1 Análise estática com carga de 80 kN.....</b>	<b>49</b>
<b>6.3.2 Análise estática com carga de 117 kN.....</b>	<b>50</b>
<b>6.3.3 Aceleração estática longitudinal.....</b>	<b>51</b>
<b>6.3.4 Aceleração estática transversal .....</b>	<b>52</b>
6.4 ANÁLISE DE FLAMBAGEM .....	53
6.5 ANÁLISE MODAL .....	54
6.6 ANÁLISES DINÂMICAS .....	54
<b>6.6.1 Harmônica longitudinal .....</b>	<b>55</b>
<b>6.6.2 Harmônica transversal.....</b>	<b>55</b>
<b>6.6.3 Randômica longitudinal.....</b>	<b>55</b>
<b>6.6.4 Randômica transversal.....</b>	<b>55</b>
<b>7 RESULTADOS .....</b>	<b>56</b>
7.1 RESULTADOS DAS ANÁLISES ESTÁTICAS .....	56
<b>7.1.1 Resultados da análise estática com carga de 80 kN.....</b>	<b>56</b>
<b>7.1.2 Resultado da análise estática com carga de 117 kN .....</b>	<b>59</b>
<b>7.1.3 Resultado da aceleração estática longitudinal .....</b>	<b>60</b>
<b>7.1.4 Resultado da aceleração estática transversal.....</b>	<b>61</b>

7.2 RESULTADO DA ANÁLISE DE FLAMBAGEM.....	62
7.3 RESULTADOS DA ANÁLISE MODAL.....	63
7.4 RESULTADOS DAS ANÁLISES DINÂMICAS .....	65
<b>7.4.1 Resultados da análise harmônica longitudinal .....</b>	<b>65</b>
<b>7.4.2 Resultados da análise harmônica transversal.....</b>	<b>67</b>
<b>7.4.3 Resultado da análise randômica longitudinal.....</b>	<b>69</b>
<b>7.4.4 Resultado da análise randômica transversal .....</b>	<b>70</b>
7.5 DIMENSÕES PRINCIPAIS DO SISTEMA DE ANCORAGEM .....	71
<b>8 CONCLUSÃO.....</b>	<b>74</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>75</b>
<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE A - Resultados da Análise Modal .....</b>	<b>77</b>
<b>APÊNDICE B – Respostas das análises harmônicas nos nós selecionados.....</b>	<b>85</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O sistema de ancoragem de um motor foguete a propelente líquido é uma estrutura que tem como função transmitir o empuxo gerado pelo motor ao estágio correspondente e dar suporte à câmara de combustão e aos demais componentes do motor como turbo-bombas, válvulas, etc. Esta estrutura deve atender a requisitos dimensionais, de massa e suportar os carregamentos estáticos e dinâmicos que ocorrerão quando o motor for acionado, seja em voo, seja em uma queima em ensaio estático no solo.

O Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) está desenvolvendo motores foguete a combustível líquido, um deles é o L75 que está sendo projetado para imprimir um empuxo de 75 kN.

Num futuro próximo, haverá a necessidade de se projetar uma estrutura para fixar o motor a um foguete e ao banco de ensaio fato que motivou este trabalho.

## 1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo projetar e analisar um sistema de ancoragem de um motor foguete a propelente líquido de 75 kN de empuxo seguindo os requisitos de projeto pré-estabelecidos pela Divisão de Propulsão Espacial (APE) do IAE.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS

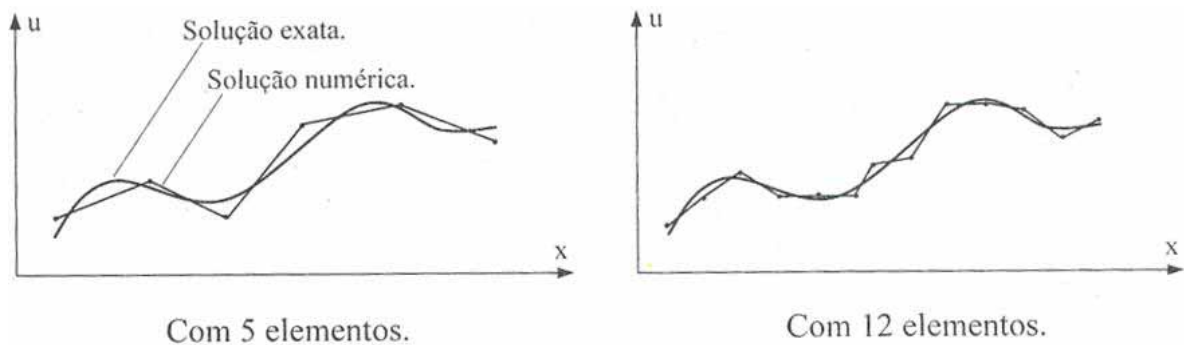
#### 2.1.1 Fundamentos

Em diversos problemas de engenharia, como, por exemplo: análise de tensões, vibrações, transferência de calor, acústica, entre outros, o modelo matemático do comportamento de um sistema em estudo é descrito por equações diferenciais e condições de contorno válidas em algumas regiões do sistema constituindo, pois, um problema de valor de contorno. A resolução do problema de valor de contorno fornecerá uma função que descreve o comportamento da variável escolhida para descrever o comportamento do sistema (exemplos: deslocamentos, pressão acústica, velocidades, tensão elétrica) em todo o domínio físico do sistema.

Segundo Soriano (2009) geralmente a resolução analítica de modelos matemáticos contínuos, apresenta grandes dificuldades, sendo exequível somente em geometrias muito simples. Para contornar este problema, é possível utilizar métodos de aproximação onde a variável contínua é substituída por um número finito de variáveis discretas definidas em regiões específicas do domínio. Desta forma os infinitos graus de liberdade do modelo contínuo são substituídos por uma quantidade finita de graus de liberdade, e a descrição do comportamento do sistema não mais é feita por equações diferenciais do modelo, mas por equações algébricas.

Os primeiros métodos numéricos de resolução de equações diferenciais aplicadas à engenharia tentavam aproximar a variável em estudo usando aproximações globais para a função, ou seja, a aproximação deveria ser válida em todo o domínio. O método dos elementos finitos (MEF) utiliza aproximações locais, válidas apenas em um subdomínio – pequena região do domínio. A Figura 1 mostra o efeito da aproximação utilizando subdomínios. Percebe-se claramente que quanto mais fina a discretização (uso de maior número de elementos) melhor será a qualidade da aproximação.

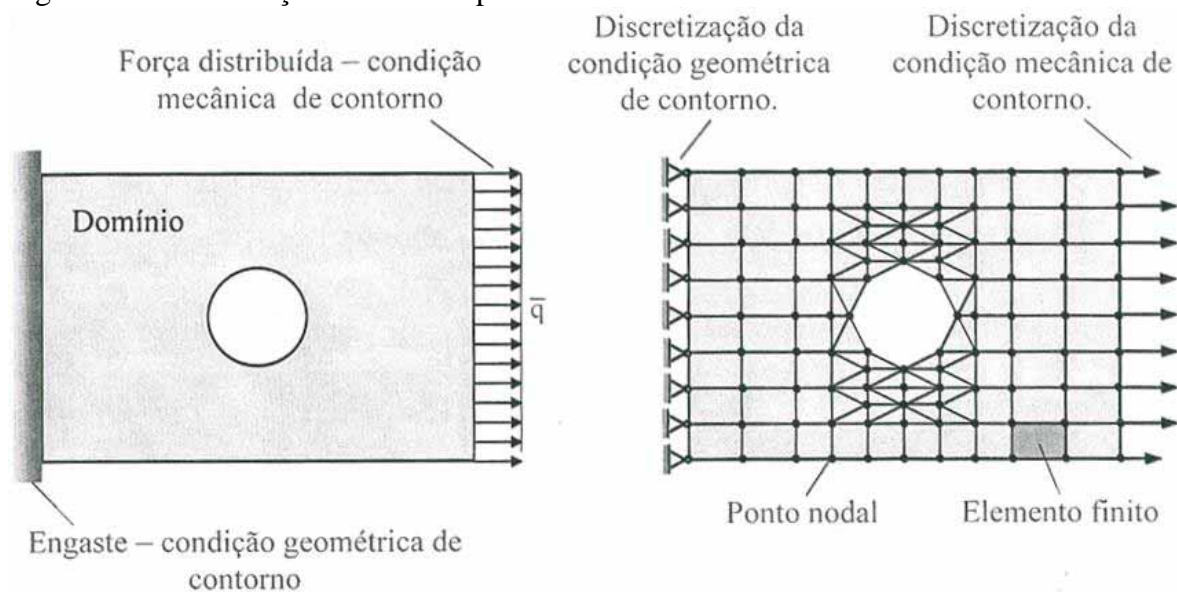
Figura 1 – Resultados de discretizações com aproximações locais lineares



Fonte: (SORIANO, 2009).

No MEF o domínio a ser analisado é dividido em pequenos subdomínios (que são chamadas de elementos finitos). Como mostrado na Figura 2 para um caso bidimensional.

Figura 2 – Discretização de uma chapa tracionada



Fonte: (SORIANO, 2009).

O MEF utiliza funções padrão simples (funções de forma), geralmente polinômios de baixa ordem, para aproximar as variáveis primárias nos elementos em função dos valores em determinados pontos do elemento finito denominados nós.

Considerando um exemplo como o mostrado na Figura 2, um sólido submetido a condições de contorno e esforços externos, a aproximação do campo de deslocamentos ( $u(x,y,z)$ ) pelo método dos elementos finitos pode ser escrita na forma:

$$u(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N N_i(x, y, z) u_i(t) \quad (1)$$

Na equação anterior  $N$  é o número de nós do elemento e  $N_i$  a função de forma do  $i$ -ésimo nó.

Combinando-se a equação (1) com expressões das energias de deformação e cinética relativas ao tipo de elemento utilizado (exemplo: barra, viga, placa) e aplicando-se a equação de Lagrange obtém-se a expressão para os elementos das matrizes de rigidez e massa relativas a um elemento, respectivamente:

$$k_{ij} = \int_0^L N_i' N_j' dx dy dz \quad (2)$$

$$m_{ij} = \int_0^L \rho N_i N_j dx dy dz \quad (3)$$

Obtém-se então um sistema matricial de equações algébricas válidas para um elemento:

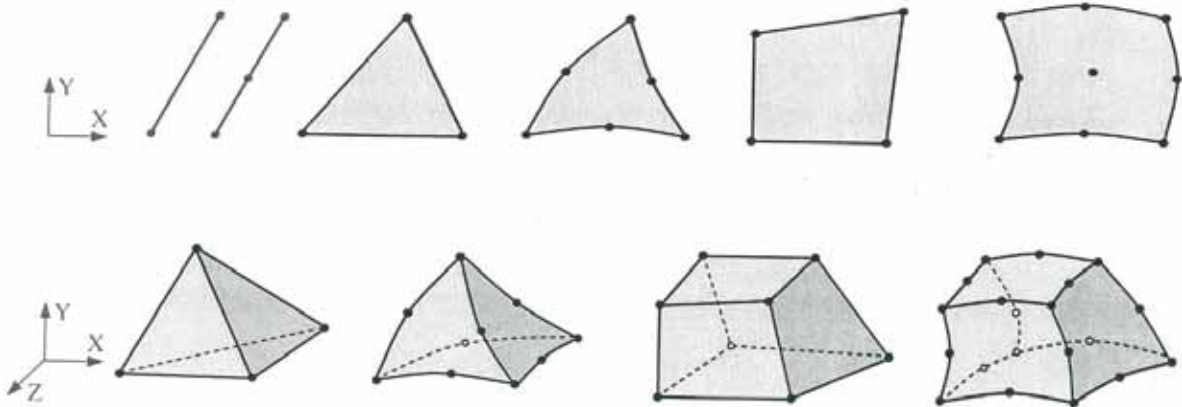
$$[M_e]\{\ddot{u}_e\} + [K_e]\{u_e\} = \{F_e\} \quad (4)$$

As equações de cada elemento são montadas em um sistema matricial global (semelhante ao mostrada na equação (4)) levando em conta os nós compartilhados por elementos vizinhos. A este sistema são aplicadas as condições de contorno. Este sistema global descreve o comportamento do sistema completo.

Existem inúmeras formas de elementos finitos com uma variedade de quantidade e de localização de pontos nodais, assim como os pontos nodais podem ter quantidades de graus de liberdade distintos. Além disso, existem elementos de ordens (grau do polinômio arbitrado para as variáveis primárias) diferentes. Os elementos podem ser unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais.

Existem também os chamados elementos especiais, utilizados em simulação de comportamentos físicos específicos, como os elementos de placa e casca e os de contato. A Figura 3 ilustra alguns exemplos de elementos finitos.

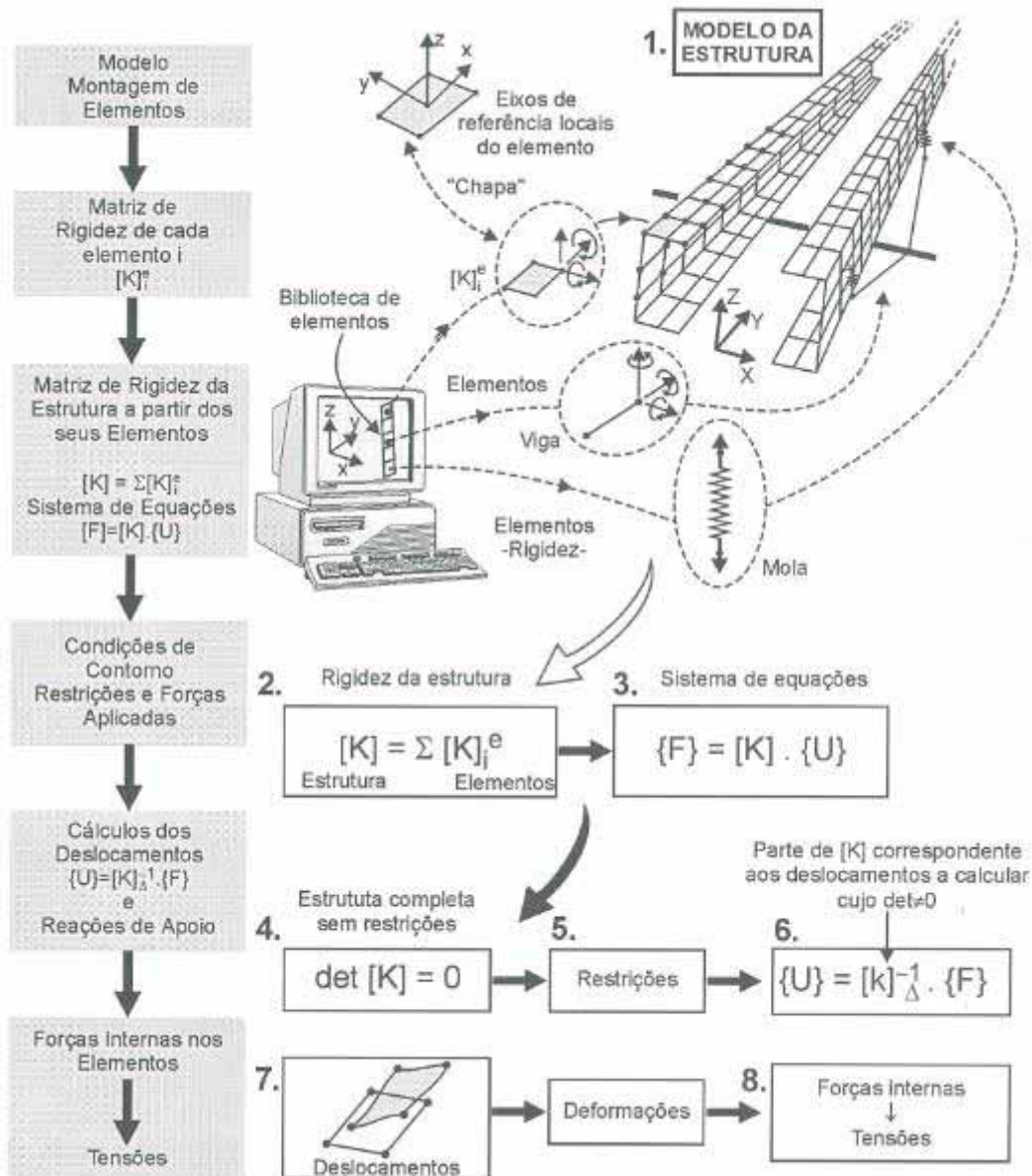
Figura 3 – Exemplos de formas de elementos finitos



Fonte: (SORIANO, 2009).

A Figura 4 mostra em um fluxograma as etapas de uma análise de tensões realizada utilizando o método dos elementos finitos.

Figura 4 – Montagem dos elementos finitos em modelo discretizado



Fonte: (ALVES FILHO, 2000).

Devido a sua facilidade de generalização, programação e uso, bem como sua capacidade de analisar geometria complexas o *Método dos Elementos Finitos* (MEF) é o método de simulação numérica de maior utilização em Mecânica dos Sólidos. Isto é evidenciado pelos inúmeros *softwares* comerciais disponíveis no mercado que utilizam este método na resolução de problemas de diversas áreas da engenharia (mecânica, civil, nuclear, elétrica, aeroespacial, etc.). Neste item foi feita uma descrição bastante breve do método dos elementos finitos. Textos muito mais completos podem ser encontrados nas referências (ALVES FILHO, 2000; PETYT, 1990; SORIANO, 2009).

## 2.2 ANÁLISE DINÂMICA POR MEIO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 2.2.1 – Fundamentos

Para analisar o comportamento dinâmico de um sistema mecânico é necessário (SOUTO, 2013):

- Elaborar um modelo matemático do sistema a ser analisado
- A partir deste modelo, escrever as equações de movimento
- Avaliar a resposta do sistema a um determinado tipo de excitação

Com base na Física do problema e na natureza do sistema analisado são assumidas hipóteses que direcionam a seleção de um ou outro modelo matemático.

O modelo de uma estrutura pode ser:

- Contínuo
- Discreto

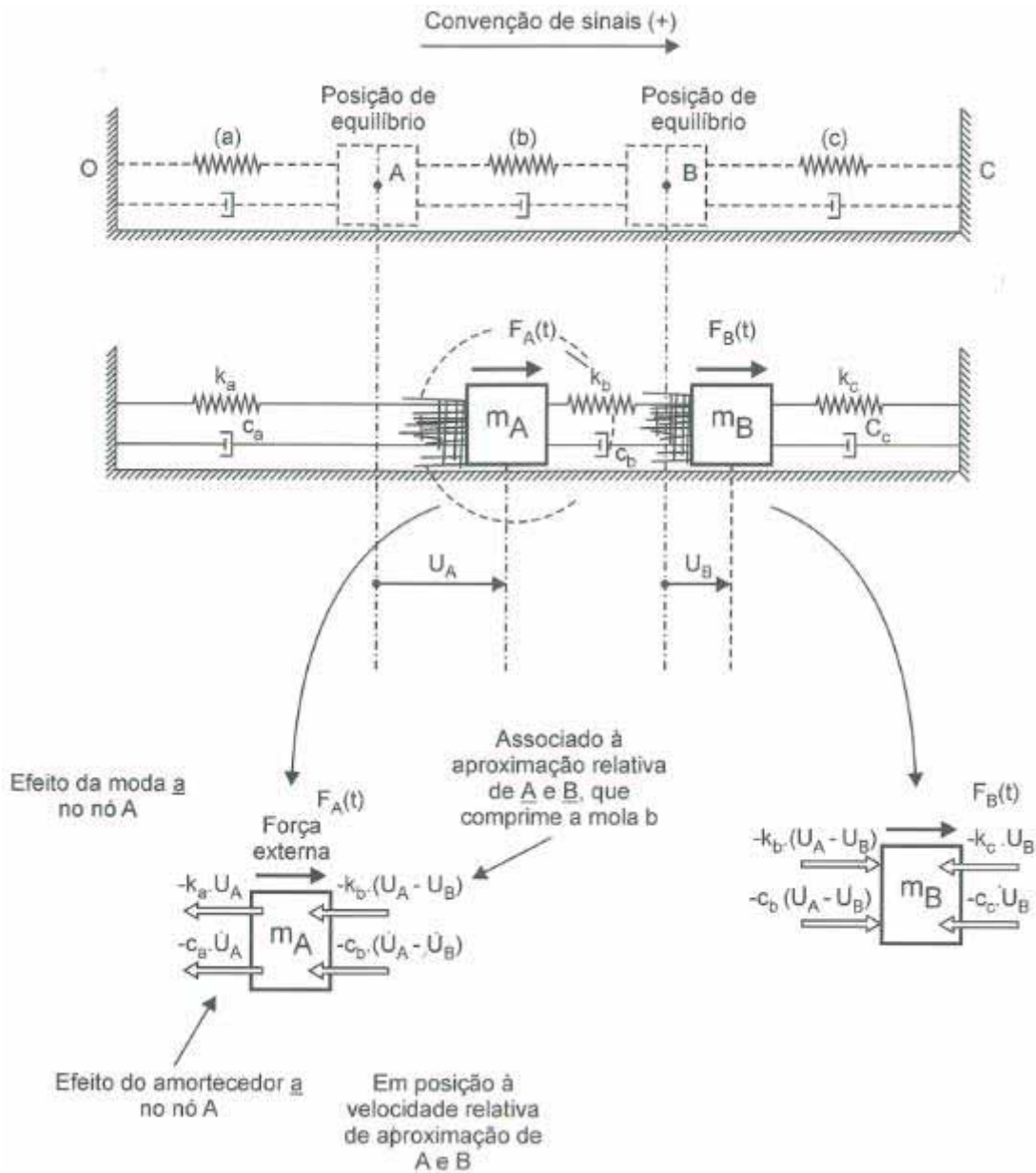
O modelo mais simples de um sistema estrutural é um sistema discreto com 1 grau de liberdade, um sistema massa-mola-amortecedor. Considerando um sistema massa-mola e utilizando a 2ª Lei de Newton, é possível escrever a equação do movimento:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F(t) \quad (5)$$

A Figura 5 ilustra um sistema com dois graus de liberdade e os diagramas de corpo livre de cada massa.

A partir da aplicação da Segunda Lei de Newton, podemos escrever as equações diferenciais que traduzem o equilíbrio dinâmico da estrutura. No exemplo da Figura 5 só são possíveis movimentos de translação.

Figura 5 – Sistema com dois graus de liberdade



Fonte: (ALVES FILHO, 2008).

A equação (6) é similar à equação (5), porém, como há mais de um grau de liberdade, está apresentada na forma matricial. A equação (6) exprime a relação geral entre todas as forças, velocidades e acelerações nodais para a estrutura inteira. Esse raciocínio pode ser expandido para um sistema com  $n$  graus de liberdade.

$$\begin{bmatrix} m_A & 0 \\ 0 & m_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_A \\ \ddot{U}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_a + c_b) & -c_b \\ -c_b & (c_b + c_c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_a + k_b) & -k_b \\ -k_b & (k_b + k_c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_A \\ U_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_A(t) \\ F_B(t) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Em geral, para modelagem de um sistema, são geradas milhares de equações diferenciais dependentes entre si, se um sistema com 2 graus de liberdade gera matrizes de massa, rigidez e amortecimento com dimensão  $2 \times 2$ , um sistema com  $n$  graus de liberdade gera matrizes de massa, rigidez e amortecimento com dimensão  $n \times n$  na forma:

$$[M]_{N \times N} \{\ddot{x}(t)\}_{N \times 1} + [C]_{N \times N} \{\dot{x}(t)\}_{N \times 1} + [K]_{N \times N} \{x(t)\}_{N \times 1} = \{F(t)\}_{N \times 1} \quad (7)$$

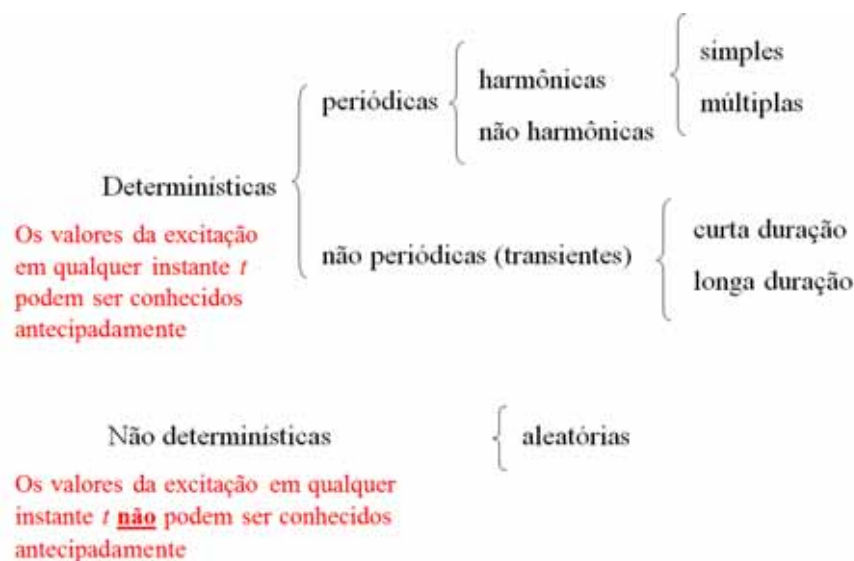
### 2.2.2 Tipos de problemas dinâmicos

Ao analisar o comportamento dinâmico de um sistema mecânico, os problemas se resumem basicamente a dois tipos:

- Vibrações livres: O analista está interessado nas frequências naturais e modos de vibrar do sistema, seja para evitar ressonâncias em operação, seja para utilizar estas informações na resolução de outros problemas;
- Vibrações forçadas: Deseja-se saber como a estrutura responderá a determinado tipo de excitação (forças aplicadas).

Sistemas mecânicos podem ser submetidos em sua vida operacional a vários tipos de excitações, mostradas a seguir na Figura 6.

Figura 6 – Tipos de excitações mecânicas



Neste trabalho foram consideradas apenas excitações harmônicas e aleatórias.

### 2.2.3 Métodos de resolução de problemas dinâmicos – excitações harmônicas

No caso das excitações harmônicas, o vetor de forças pode ser expresso por:

$$\{F(t)\} = \{\bar{F}\}e^{j\omega t} \quad (8)$$

Assume-se então que a resposta também será harmônica:

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}\}e^{j\omega t} \quad (9)$$

Substituindo (8) e (9) em (7):

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{\bar{X}\} = \{\bar{F}\} \quad (10)$$

A equação anterior pode ser resolvida de forma **direta** fazendo-se:

$$\{\bar{X}(\omega)\} = (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1}\{\bar{F}\} \quad (11)$$

Caso a frequência de excitação  $\omega$  varie (varredura), para calcular a resposta em frequência é necessário variar  $\omega$  e efetuar a equação acima para cada valor de  $\omega$ , um procedimento computacionalmente custoso.

Uma forma alternativa de resolução é a **superposição modal**. Baseia-se no fato de que a resposta de uma estrutura pode ser aproximada por uma combinação linear de seus modos de vibrar, ou seja:

$$\{x(t)\} = [\psi]\{q(t)\} \quad (12)$$

As coordenadas  $\{q(t)\}$  são chamadas coordenadas generalizadas ou modais. Substituindo a equação acima na equação de movimento:

$$[M][\psi]\{\ddot{q}\} + [C][\psi]\{\dot{q}\} + [K][\psi]\{q\} = \{F\} \quad (13)$$

Pré-multiplicando todos os termos pela transposta de  $[\psi]$  :

$$[\psi]^T[M][\psi]\{\ddot{q}\} + [\psi]^T[C][\psi]\{\dot{q}\} + [\psi]^T[K][\psi]\{q\} = [\psi]^T\{F\} \quad (14)$$

As matrizes de massa e rigidez são simétricas. Considera-se a matriz de amortecimento também simétrica. Logo todas são diagonalizáveis. Se os autovetores estiverem normalizados pela matriz de massa, teremos que:

$$[\psi]^T[M][\psi] = [m_q] = [I] \quad (15)$$

$$[\psi]^T[K][\psi] = [k_q] = [\omega^2] \quad (16)$$

$$[\psi]^T[C][\psi] = [c_q] \quad (17)$$

As matrizes  $[m_q]$ ,  $[c_q]$  e  $[k_q]$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez modais. Então, a equação de movimento nas coordenadas modais será:

$$[I]\{\ddot{q}\} + [c_q]\{\dot{q}\} + [\omega^2]\{q\} = [\psi]^T\{F\} \quad (18)$$

Supondo força e resposta harmônicas:

$$\{F(t)\} = \{\bar{F}\}e^{j\omega t} \quad (19)$$

$$\{q(t)\} = \{\bar{Q}\}e^{j\omega t} \quad (20)$$

Logo:

$$\{\bar{Q}\} = (-\omega^2[I] + j\omega[c_q] + [\omega^2])^{-1}[\psi]^T\{F\} \quad (21)$$

Como:

$$\{x(t)\} = [\psi]\{q(t)\} \quad (22)$$

Então:

$$\{\bar{X}\}e^{j\omega t} = [\psi]\{\bar{Q}\}e^{j\omega t} \Rightarrow \{\bar{X}\} = [\psi]\{\bar{Q}\} \quad (23)$$

O que permite calcular o vetor de amplitudes nas coordenadas geométricas.

#### 2.2.4 Métodos de resolução de problemas dinâmicos – excitações aleatórias

Em algumas situações as forças aplicadas a um sistema mecânico podem ser descritas por relações matemáticas explícitas. Forças transientes podem ser medidas ou estimadas. Nestes casos é possível prever a magnitude da força ao longo do tempo (comportamento determinístico).

Contudo um sistema mecânico pode ser submetido a forças cujo comportamento ao longo do tempo não seja possível prever em cada instante.

A ação das rajadas de vento em uma aeronave em voo, o impacto das ondas do mar em uma plataforma de petróleo e a excitação de uma estrutura civil por um terremoto são exemplos da atuação de forças cujo comportamento é aleatório e só podem ser analisadas estatisticamente.

Algumas propriedades estatísticas tais como valor médio, valor quadrático médio e desvio padrão são dadas respectivamente por:

$$\bar{y} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \quad (24)$$

$$y_{rms} = \sqrt{y^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} \quad (25)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - \bar{y}]^2(t) dt} \quad (26)$$

Todos os parâmetros estatísticos apresentados anteriormente dependem dos valores assumidos por  $y(t)$ , que por sua vez variam com o tempo ( $t$ ). A amostra em questão do sinal  $y(t)$  foi tomada no intervalo de tempo 0 a  $T$  s. Caso estes parâmetros não se alterem quando a amostra for tomada a partir de diferentes instantes iniciais, pode-se considerar este sinal aleatório como sendo estacionário.

Se cada amostra retirada de  $y(t)$  puder ser considerada típica, ou seja, caso seus parâmetros estatísticos sejam idênticos ao de qualquer outra amostra do mesmo sinal, o sinal também poderá ser considerado ergódico.

Neste trabalho só são considerados sinais aleatórios estacionários e ergódicos.

Outro parâmetro estatístico que pode ser calculado para o sinal  $y(t)$  é a função de autocorrelação dada por:

$$R_y(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y(t)y(t + \tau)dt \quad (27)$$

A função de autocorrelação avalia a interdependência dos valores da amostra nos instantes  $t$  e  $t+\tau$ . Em um sinal idealmente aleatório, o valor do sinal em cada instante é completamente independente dos valores nos demais instantes. Logo  $R_y(\tau)$  será nula para todos os valores de  $\tau$ , exceto 0. Caso se deseje avaliar a interdependência dos valores das amostras de dois sinais diferentes,  $y(t)$  e  $x(t)$ , utiliza-se a função de correlação cruzada, similar à de autocorrelação:

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y(t)x(t + \tau)dt \quad (28)$$

A função densidade espectral de potência pode ser definida como a transformada de Fourier da função de autocorrelação e é dada por

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (29)$$

Analogamente, define-se a função densidade espectral de potência cruzada:

$$S_{yx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (30)$$

A dimensão da densidade espectral de potência é o quadrado da grandeza dividido pela unidade de frequência (Hz), ou seja, para uma força medida em Newtons  $S_y(\omega)$  terá como unidade  $[\text{N}^2/\text{Hz}]$ . Caso o sinal  $y(t)$  em questão seja uma aceleração,  $S_y(\omega)$  terá como unidade  $[\text{m}^2/\text{s}^4\text{Hz}]$ , ou  $[\text{g}^2/\text{Hz}]$ .

Em um sistema mecânico discretizado com  $n$  graus de liberdade e excitado por forças aleatórias, a excitação aleatória é descrita por uma matriz de correlação que contém as densidades espectrais de potência das forças excitadoras:

$$[S_{ff}(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{f_1f_1}(\omega) & S_{f_1f_2}(\omega) & \dots & S_{f_1f_n}(\omega) \\ S_{f_2f_1}(\omega) & S_{f_2f_2}(\omega) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{f_nf_1}(\omega) & S_{f_nf_2}(\omega) & \dots & S_{f_nf_n}(\omega) \end{bmatrix} \quad (31)$$

A matriz que contém as densidades espectrais de potência das respostas do sistema é dada por (PETYT, 1990):

$$[S_{uu}(\omega)]_{N \times N} = [\bar{H}(\omega)]_{N \times N} [S_{ff}(\omega)]_{N \times N} [H(\omega)]_{N \times N} \quad (32)$$

Onde:

$$[H(\omega)] = ([K] + j\omega[C] - \omega^2[M])^{-1} \quad (33)$$

$$[\bar{H}(\omega)] = ([K] - j\omega[C] - \omega^2[M])^{-1} \quad (34)$$

De maneira análoga ao apresentado para excitação harmônica, o cálculo de (33) e (34) pode ser feito diretamente ou utilizando superposição modal, conforme pode ser verificado em PETYT (1990).

## **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

### **3.1 MATERIAIS**

#### **3.1.1 Software Creo Parametric**

Segundo PTC (2014, tradução nossa), o Creo Parametric é um software de modelagem tridimensional (3D) do tipo *Computer Aided Design* (CAD), desenvolvido pela PTC, que permite criar projetos baseados em funções matemáticas. Ele tem a capacidade de gerar ficheiros muito pequenos em conjuntos ou geometrias complexas, o que dá aos utilizadores uma grande capacidade de manipulação do projeto.

O Creo Parametric é uma ferramenta poderosa de modelagem 3D e geração de desenho bidimensional (2D) de fabricação, mantendo ambos interligados.

#### **3.1.2 Software Solidworks/Simulation**

Segundo Solidworks Corp. (2014), o Solidworks é um software do tipo *Computer Aided Design* (CAD), desenvolvida pela Solidworks Corporation, adquirida em 1997 pela Dassault Systèmes S.A.

O Solidworks baseia-se em computação paramétrica, criando formas tridimensionais a partir de formas geométricas elementares. No ambiente do programa, a criação de um sólido ou superfície tipicamente começa com a definição de topologia em um esboço 2D ou 3D. A topologia define a conectividade e certos relacionamentos geométricos entre vértices e curvas, no esboço e externos ao esboço. O Solidworks conta com vários módulos auxiliares, incluindo um módulo de FEA (Análise de Elementos Finitos).

O Simulation é o módulo de FEA do Solidworks, com ele é possível malhar, aplicar condições de contorno e realizar análises (estáticas, dinâmicas, de flambagem, modal, entre outras) nos modelos criados no Solidworks ou importados de outro software CAD, além de exportar malha e condições de contorno para outros softwares de FEA, como o COSMOSM.

### 3.1.3 Software GEOSTAR/COSMOSM

Segundo Solidworks Corp. (2014, tradução nossa), o COSMOSM é um completo sistema de elementos finitos, desenvolvido pela Structural Research and Analysis Corporation (SRAC) para computadores pessoais e estações de trabalho. O programa inclui módulos para resolver problemas lineares e não lineares de estática e dinâmica, além de problemas de transferência de calor, mecânica dos fluidos, entre outros.

O Sistema COSMOSM consiste de um pré-processador e pós-processador, vários módulos de análises e interfaces. O programa é completamente modular, permitindo que você acesse somente os módulos que você precise.

O pré-processador e pós-processador do COSMOSM e o GEOSTAR, que é um interativo e completo modelador tridimensional, gerador de malha e um pré-processador e pós-processador de FEA (Análise de Elementos Finitos).

## 3.2 MÉTODOS

O Sistema de Ancoragem foi desenvolvido seguindo uma metodologia cujos passos estão descritos abaixo:

Passo 1 – Desenvolver o leiaute utilizando software CAD

Passo 2 – Verificar se os requisitos físicos e de instalação foram atendidos

Se os requisitos foram atendidos, seguir para o Passo 3

Se não, voltar ao Passo 1

Passo 3 – Elaborar o modelo de elementos finitos

Passo 4 – Realizar as análises estáticas, de flambagem e modal

Passo 5 – Verificar se os requisitos funcionais foram atendidos

Se os requisitos foram atendidos, seguir para o Passo 6

Se não, voltar ao Passo 1

Passo 6 – Realizar as análises dinâmicas.

Passo 7 – Verificar se os requisitos ambientais foram atendidos

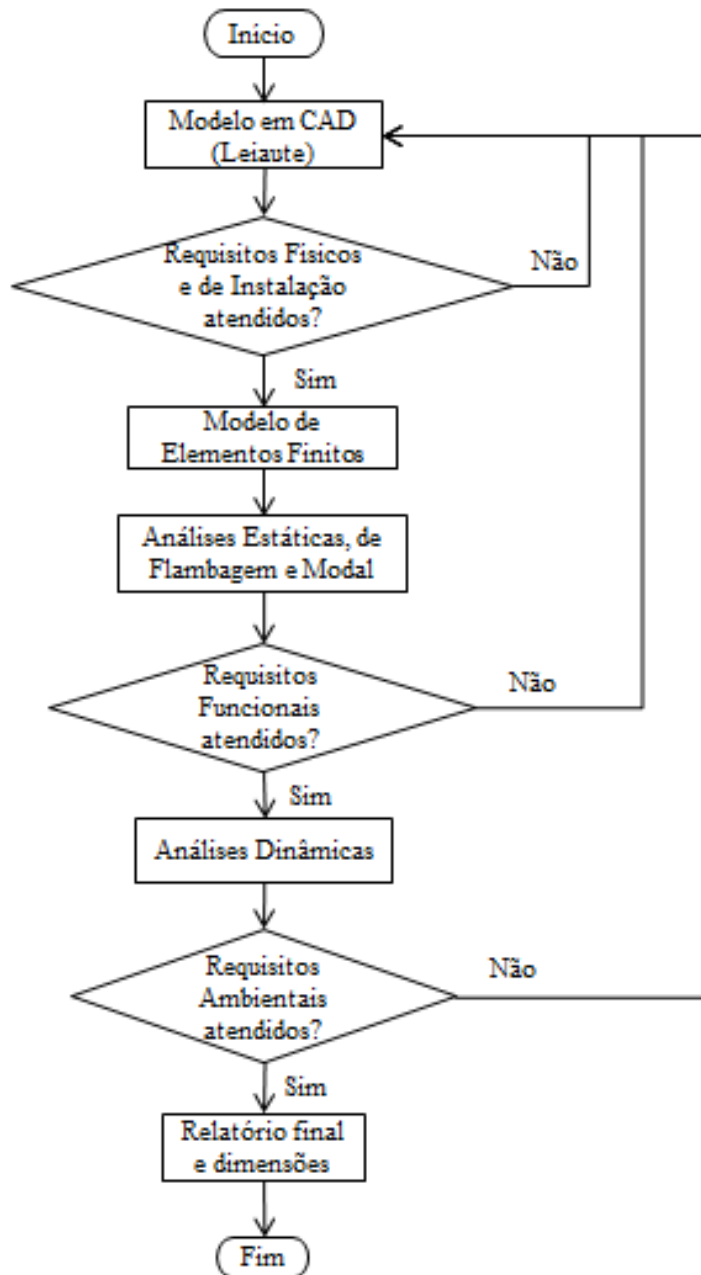
Se os requisitos foram atendidos, seguir para o Passo 8

Se não, voltar ao Passo 1

Passo 8 – Elaboração de relatório final com as conclusões e dimensões do Sistema de Ancoragem

O fluxograma da Figura 7 ilustra a sequência de passos seguidos no desenvolvimento deste trabalho.

Figura 7 – Fluxograma seguido no desenvolvimento do Sistema de Ancoragem



Fonte: (do próprio autor).

A aplicação desta metodologia sistemática está detalhada nas seções seguintes desta monografia.

## 4 REQUISITOS DE PROJETO

O Sistema de Ancoragem deve resistir aos esforços nos quais o motor estiver submetido fornecendo sustentação para a transmissão do empuxo gerado pelo motor ao veículo em que o mesmo será utilizado. Além de manter o alinhamento do vetor empuxo e possibilitar a fixação de componentes que compõem outros sistemas.

Estes esforços são gerados por vibrações senoidais de baixa frequência que são provenientes das forças aerodinâmicas atuantes sobre o veículo lançador e eventos transitórios, como as separações de estágios, ejeção da coifa e desligamento de motores; por vibrações aleatórias de alta frequência produzidas por partes mecânicas em movimento, como turbo-bombas, pela combustão e pelas vibrações induzidas por ruído acústico, produzido pela reflexão do solo na torre de lançamento e durante a fase de máxima pressão aerodinâmica e por choques produzidos por eventos pirotécnicos quando da separação de estágios, ejeção da coifa e separação do satélite.

### 4.1 DOCUMENTOS E NORMAS

Os requisitos de projeto foram baseados nos seguintes documentos (relatórios técnicos) do IAE:

003-100000-B2001 Especificação de Sistema de Ancoragem do MFPL L75;

003-100000-B4001 Especificação dos Ensaios do Sistema de Ancoragem DM;

003-000000-B2xxx L75 Engine Specification-Ethanol Version\_last version.

Os requisitos estruturais adotados nos documentos do IAE foram inspirados nas seguintes normas da *European Cooperation for Space Standardization* (ECSS):

ECSS-E-ST-32C Rev.1;

ECSS-E-HB-32-24A;

ECSS-E-ST-33-11C.

## 4.2 REQUISITOS FUNCIONAIS

De acordo com o documento 003-100000-B2001 Especificação de Sistema de Ancoragem do MFPL L75 (2014), para seu correto funcionamento, a estrutura deve atender aos seguintes requisitos:

a) O Sistema de Ancoragem do Motor L75 deve ser capaz de resistir ao carregamento estático máximo de 80 kN gerado pelo funcionamento da câmara de empuxo do motor sem que sofra danos ou deformações permanentes;

b) As deformações do Modelo de Desenvolvimento (DM) do Sistema de Ancoragem não poderão ser superiores a 0,2% quando aplicada a carga de 80 kN, coincidente com o eixo longitudinal da Câmara de Empuxo;

c) O Sistema de Ancoragem DM não poderá flambar quando aplicada a carga de 117 kN, coincidente com o eixo longitudinal da Câmara de Empuxo;

d) O Sistema de Ancoragem DM não poderá sofrer ruptura quando aplicada a carga de 117 kN, coincidente com o eixo longitudinal da Câmara de Empuxo;

e) Para que o Sistema de Ancoragem do Motor L75 possua frequências naturais diferentes das frequências naturais do banco de ensaios e do veículo lançador, suas frequências naturais devem ser maiores do que 20 Hz e diferentes de 40 Hz;

f) O Sistema de Ancoragem do Motor L75 deve ser projetado com o fator de segurança mínimo de 1,25.

## 4.3 REQUISITOS FÍSICOS E DE INSTALAÇÃO

Para respeitar as distribuições de massa e de volume útil estabelecidas no projeto do foguete, a estrutura deve atender aos seguintes requisitos:

a) A massa do Sistema de Ancoragem do Motor L75 não deve ultrapassar o limite de 40 kg;

b) O Sistema de Ancoragem tem como limite lateral um diâmetro máximo de 1,25 m;

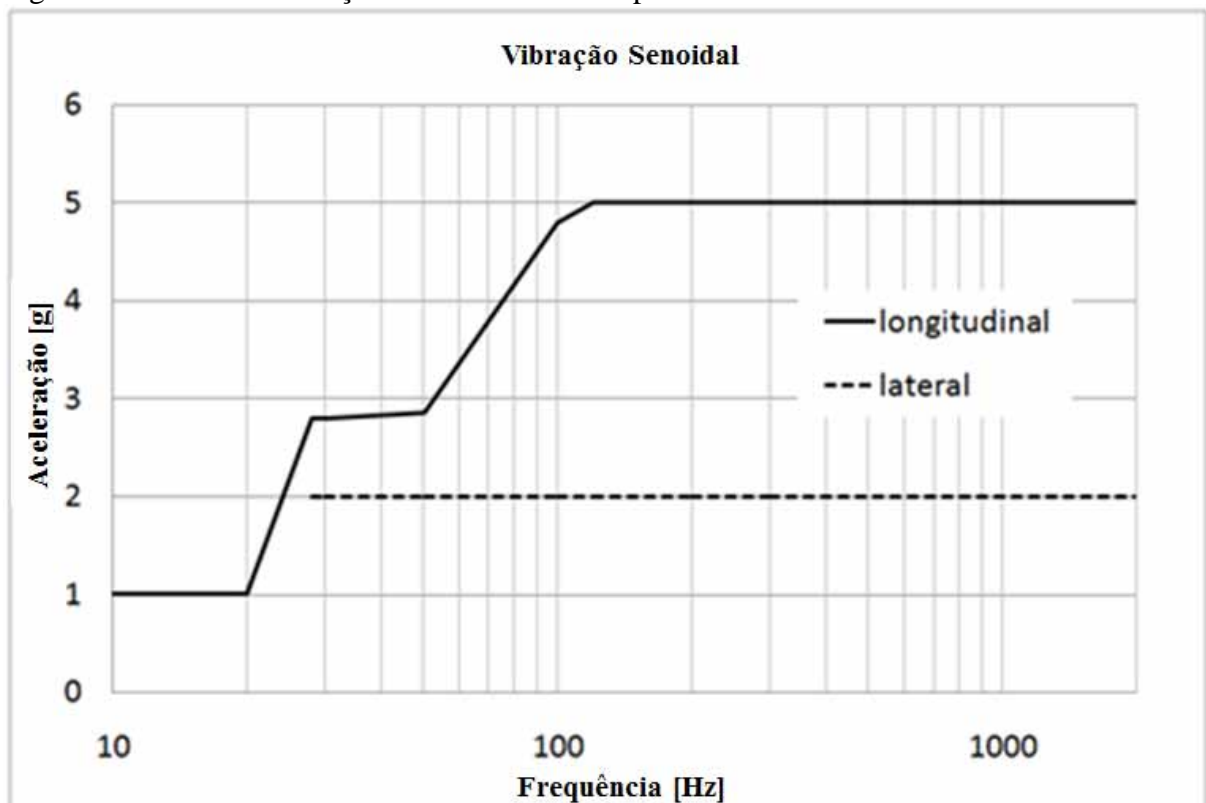
c) O Sistema de Ancoragem tem como limite de altura (dimensão no sentido de voo) o valor de 2,00 m.

#### 4.4 REQUISITOS AMBIENTAIS

De acordo com o documento 003-100000-B2001 Especificação de Sistema de Ancoragem do MFPL L75 (2014), para seu correto funcionamento, a estrutura deve atender aos seguintes requisitos:

- a) Resistir às condições de aceleração estática máxima paralela a direção de voo de 7,5 sem apresentar qualquer deformação permanente ou falha;
- b) Resistir às condições de aceleração estática máxima perpendicular a direção do voo de 1,5 g sem apresentar qualquer deformação permanente ou falha;
- c) O Sistema de Ancoragem DM deverá ser capaz de manter sua integridade estrutural, após ter sido submetido aos níveis de vibração senoidal apresentados na Figura 8;

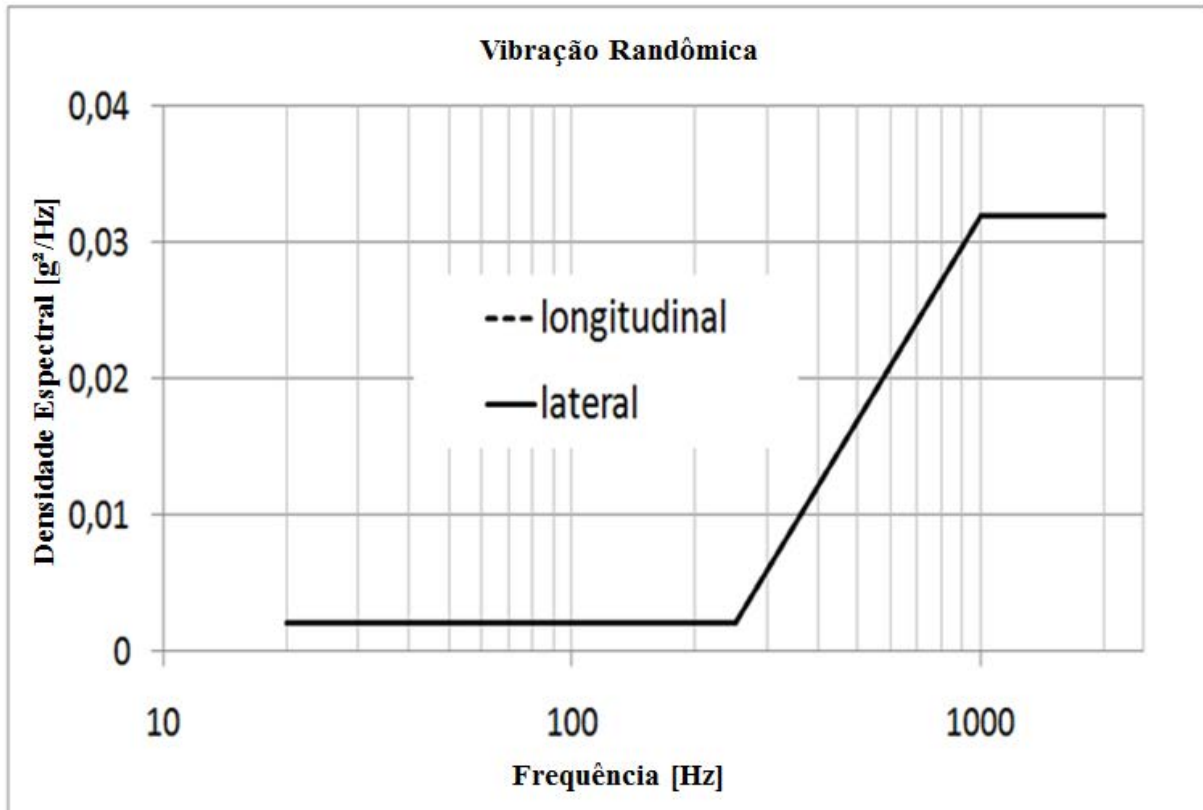
Figura 8 - Níveis de Vibração Senoidal a serem aplicados



Fonte: (Adaptado de 003-000000-B2xxx L75 Engine Specification-Ethanol Version\_last version, Date: 14 jan. 2014).

- d) O Sistema de Ancoragem DM deverá ser capaz de manter sua integridade estrutural, após ter sido submetido aos níveis de vibração aleatória apresentados na Figura 9.

Figura 9 - Níveis de Vibração Aleatória a serem aplicados



Fonte: (Adaptado de 003-000000-B2xxx L75 Engine Specification-Ethanol Version\_last version, Date: 14 jan. 2014).

Quadro 1 – Resumo dos requisitos de projeto

Requisitos Funcionais	Limites
Resistir à carga estática de 80 kN	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$
Deformação elástica máxima na carga estática	$\epsilon \leq 0,20\%$
Resistir à Flambagem	$P_c \geq 117 \text{ kN}$
Não romper até a carga de 117 kN	$\sigma_{\text{máx}} \leq 625 \text{ MPa}$
Frequencia natural longitudinal	$> 20 \text{ Hz e } \neq 40 \text{ Hz}$
Frequencias naturais transversais	$> 20 \text{ Hz e } \neq 40 \text{ Hz}$
Fator de Segurança	$FS \geq 1,25$
Requisitos Físicos e de instalação	Limites
Massa limite	$M \leq 40 \text{ kg}$
Diâmetro máximo	$D \leq 1,25 \text{ m}$
Altura máxima	$H \leq 2,00 \text{ m}$
Requisitos ambientais	Limites
Resistir à aceleração estática longitudinal máxima de 7,5 g	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$
Resistir à aceleração estática transversal máxima de 1,5 g	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$
Resistir ao nível de vibração senoidal ilustrado na Figura 1	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$
Resistir ao nível de vibração randômica ilustrado na Figura 2	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$

Fonte: (do próprio autor).

## 5 DESENVOLVIMENTO DO LEIAUTE DA ESTRUTURA

A estrutura foi desenvolvida baseando-se na fase atual de desenvolvimento do Motor L75, desta forma, a interface “Motor – Sistema de Ancoragem” pôde ser definida, já a interface “Sistema de Ancoragem – Foguete” teve de ser sugerida, pois o foguete ainda será desenvolvido em função do Motor L75, para que este seja testado em voo.

A Figura 10 ilustra uma câmara de combustão de um Motor Foguete a Propulsão Líquida (MFPL).

Figura 10 – Modelo conceitual de uma câmara de combustão



Fonte: (Imagem produzida pelo autor a partir de modelo de CAD desenvolvido em estudo pelo IAE, 2014).

O leiaute do Sistema de Ancoragem foi idealizado como uma estrutura tridimensional formada por treliças, onde as vigas são posicionadas de modo a ficarem alinhadas com o caminho das cargas. As partes do Sistema de Ancoragem serão unidas através de solda, enquanto que o motor será fixado à estrutura através de parafusos e a estrutura será fixada ao foguete através de parafusos também.

O Sistema de Ancoragem foi projetado com o auxílio do software Creo Parametric, que é um software do tipo *Computer Aided Design* (CAD) e sua validação foi feita através de análises realizadas com o auxílio dos softwares Solidworks/Simulation e GeoStar que são softwares do tipo *Computer Aided Engineering* (CAE), que utilizam Método dos Elementos Finitos (MEF) para auxiliar nos cálculos de engenharia.

O material definido foi o Aço carbono AISI 1045 trefilado, que possui tensão limite de escoamento de 530 MPa e tensão limite de ruptura de 625 MPa, conforme ilustra o Quadro 2.

Quadro 2 – Propriedade do Aço AISI 1045 trefilado

Aço AISI 1045	
Tensão de escoamento	530 MPa
Tensão de ruptura	625 MPa
Modulo de elasticidade	205 GPa
Modulo de elasticidade transversal	80 GPa
Coefficiente de Poisson	0,29
Densidade	7850 kg/m <sup>3</sup>

Fonte: (MATWEB, 2014).

As dimensões do projeto da estrutura foram sendo ajustadas conforme as respostas das análises, feitas nos softwares CAD, foram sendo obtidas.

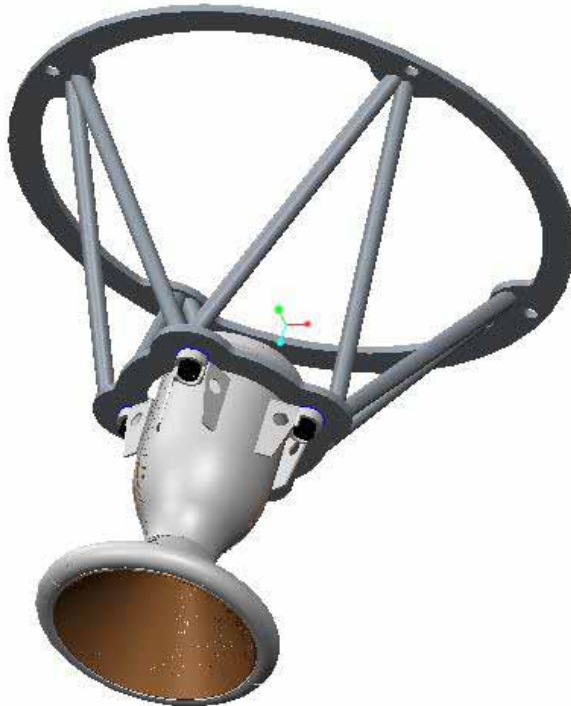
O projeto do Sistema de Ancoragem foi definido quando a estrutura atendeu a todos os requisitos de projeto estabelecidos para sua elaboração. A Figura 11 ilustra o modelo em CAD do Sistema de Ancoragem que atendeu a todos os requisitos e a Figura 12 ilustra como o motor deve ficar montado na estrutura.

Figura 11 – Sistema de Ancoragem validado em análise por elementos finitos



Fonte: (do próprio autor).

Figura 12 – Motor fixado no Sistema de Ancoragem



Fonte: (do próprio autor).

## 6 ANÁLISES DO SISTEMA DE ANCORAGEM ATRAVÉS DE MÉTODOS DOS ELEMENTOS FINITOS

A geometria do Sistema de ancoragem, modelada em CAD, foi exportada para o software Simulation, onde foram aplicadas as condições de contorno e realizadas as análises estáticas e de flambagem.

As análise dinâmicas foram executadas no software GeoStar, a malha com as condições de contorno foi exportada para o GeoStar onde foi acrescentado um elemento de massa com as propriedades de inércia do motor L75, ligado à estrutura por elementos rígidos.

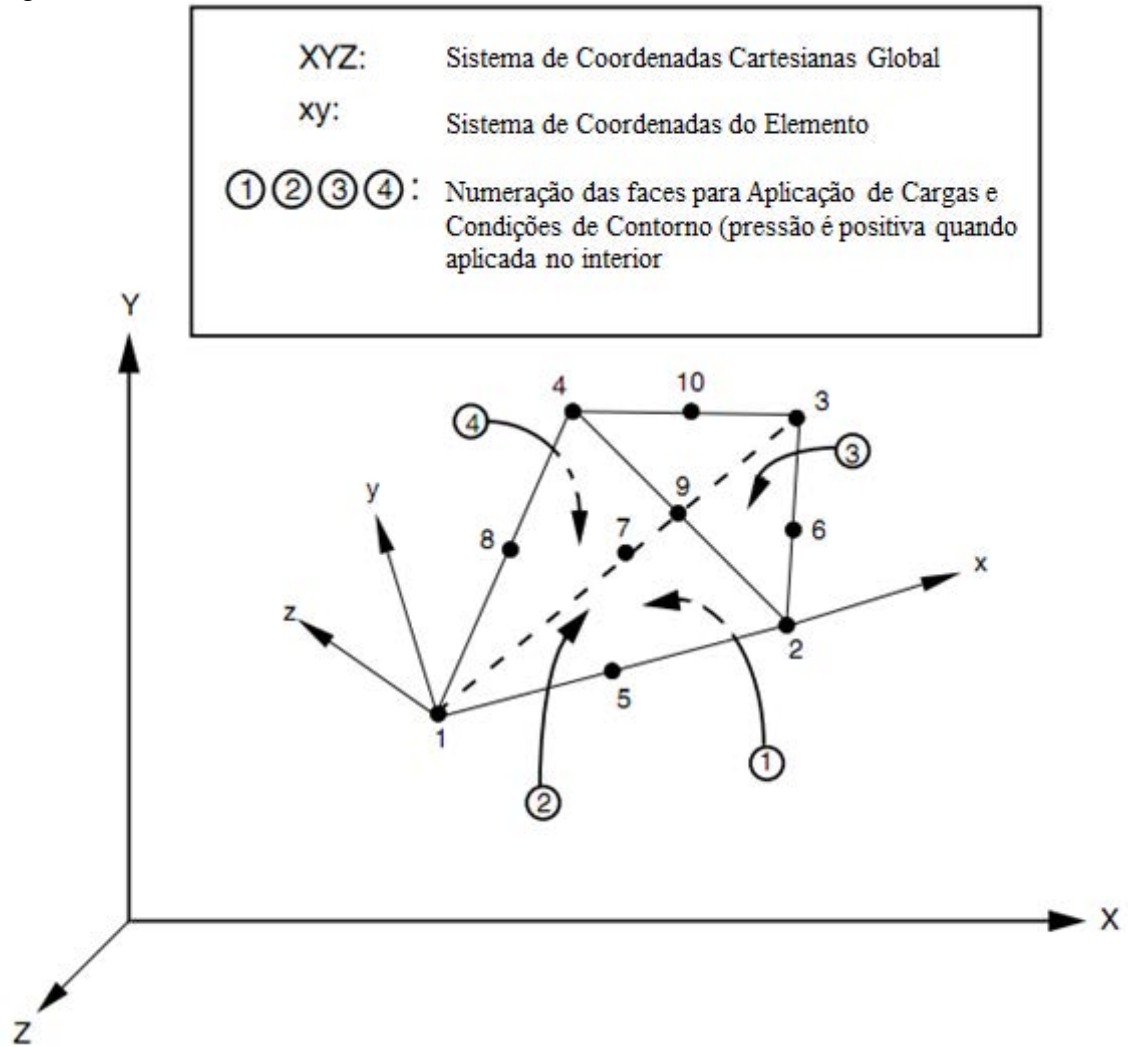
### 6.1 MALHA E ELEMENTOS

A malha utilizada nas análises estáticas e de flambagem foi formada por elementos do tipo Tetra10, que é um elemento tetraédrico com dez nós (um em cada vértice e um no centro de cada aresta), cada nó deste elemento possui três graus de liberdade ( $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$ ). A Figura 13 ilustra o elemento Tetra10 e a Figura 14 ilustra a malha formada por este elemento.

O modelo formado pelos elementos Tetra10 apresentou os seguintes parâmetros:

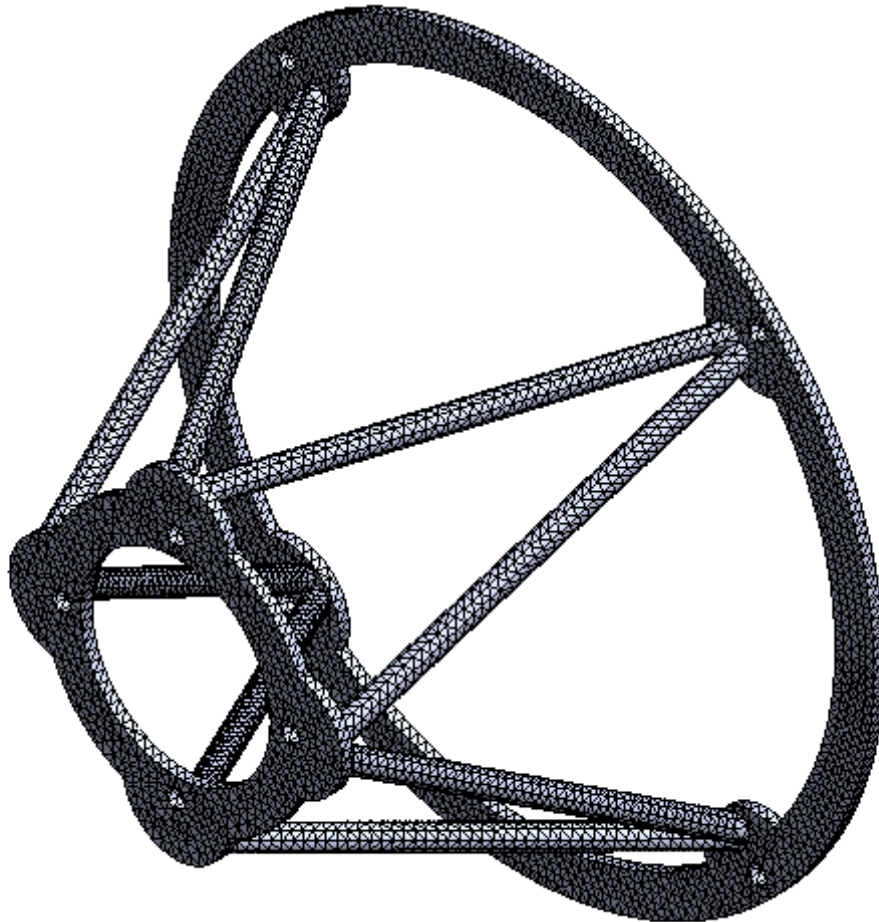
- Número de Nós: 72145
- Número de elementos: 38529
- Número de Graus de liberdade: 215793

Figura 13 – Elemento Tetra10 (elemento tetraédrico com dez nós)



Fonte: (Adaptado de COSMOSM *User's Guide*, 2009).

Figura 14 – Malha do Sistema de Ancoragem usada nas análises estáticas e de flambagem



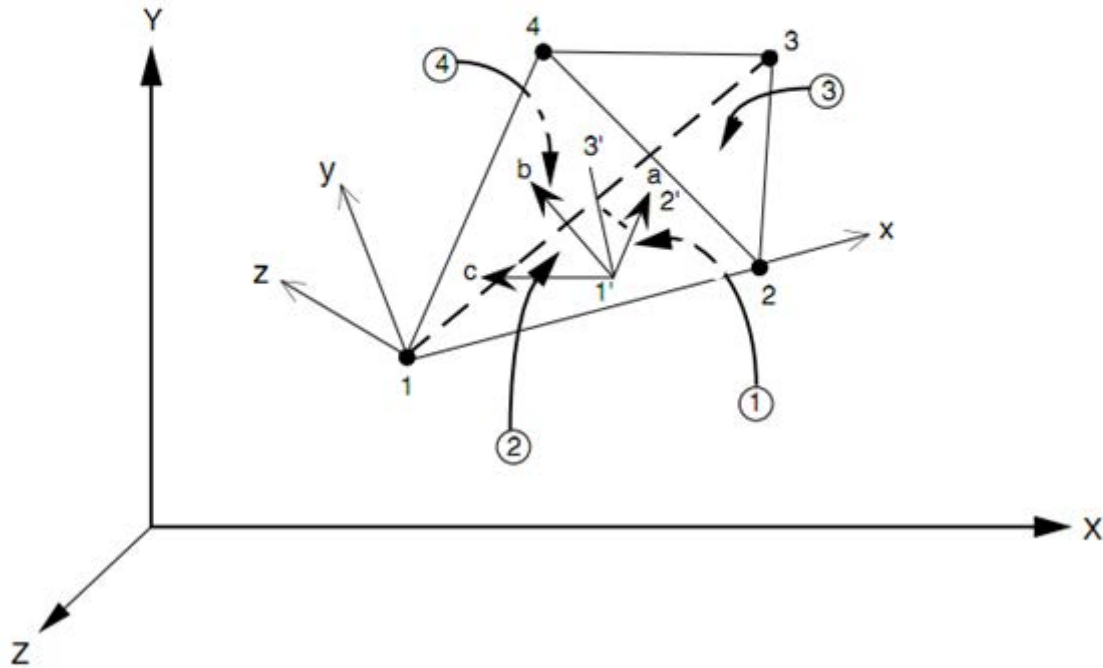
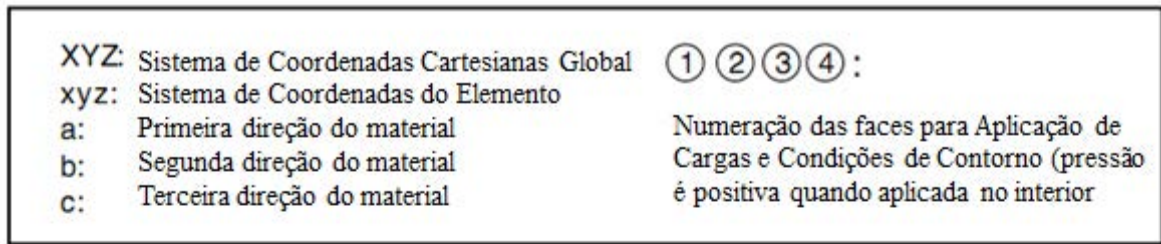
Fonte: (do próprio autor).

A análise modal e as análises dinâmicas foram executadas no GeoStar com malha formada por elementos do tipo Tetra4r, que é um elemento tetraédrico com quatro nós (um em cada vértice), cada nó deste elemento possui seis graus de liberdade ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ ,  $r_x$ ,  $r_y$  e  $r_z$ ), o motor foi representado por um elemento de massa (ponto com propriedades de inércia do motor L75) ligado à estrutura por elementos rígidos. A Figura 15 ilustra o elemento Tetra4r e a Figura 16 ilustra a malha formada por este elemento.

O modelo formado pelos elementos Tetra4r apresentou os seguintes parâmetros:

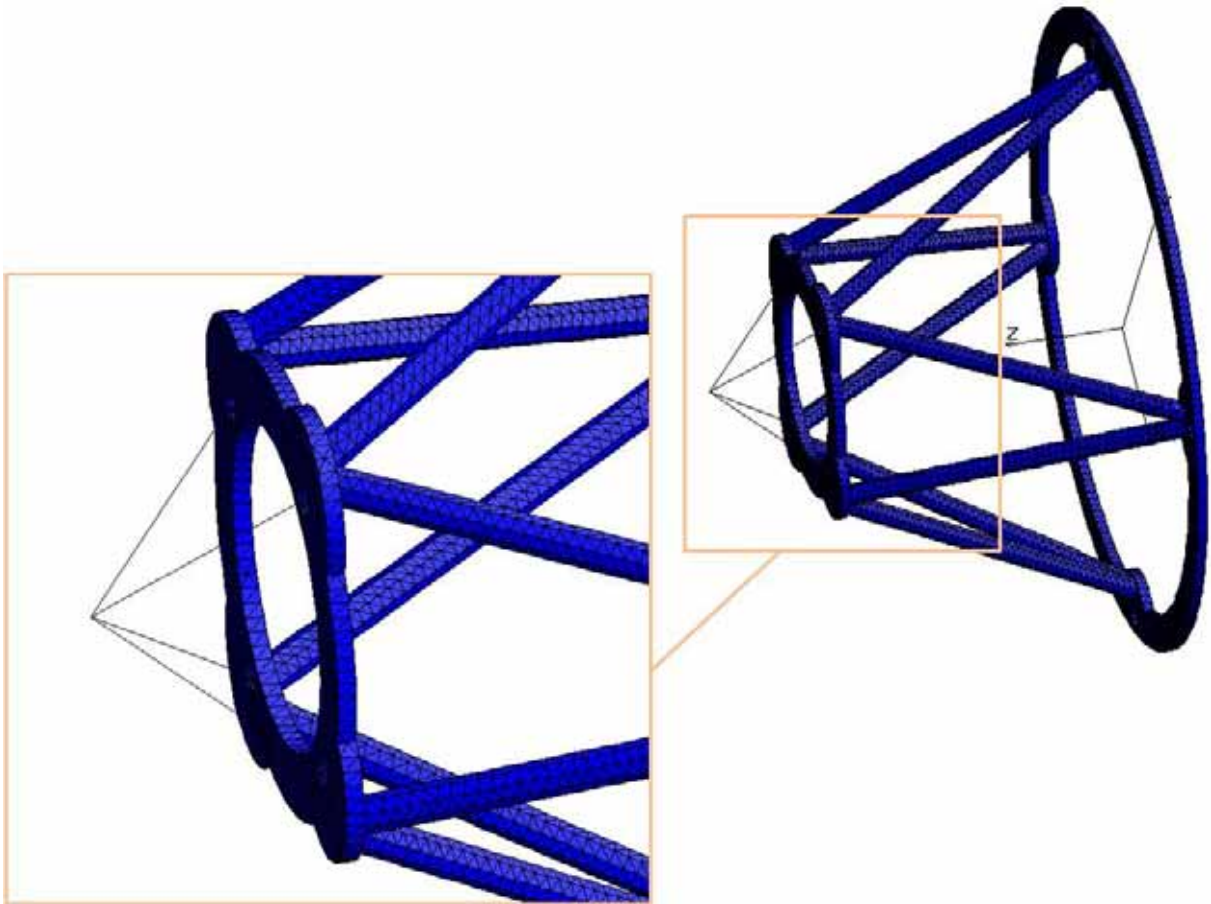
- Número de Nós: 11761
- Número de elementos: 38567
- Número de Graus de liberdade: 68516

Figura 15 – Elemento Tetra4r (elemento tetraédrico com quatro nós)



Fonte: (Adaptado de COSMOSM User's Guide, 2009).

Figura 16 – Malha do Sistema de Ancoragem usada nas análises dinâmicas



Fonte: (do próprio autor).

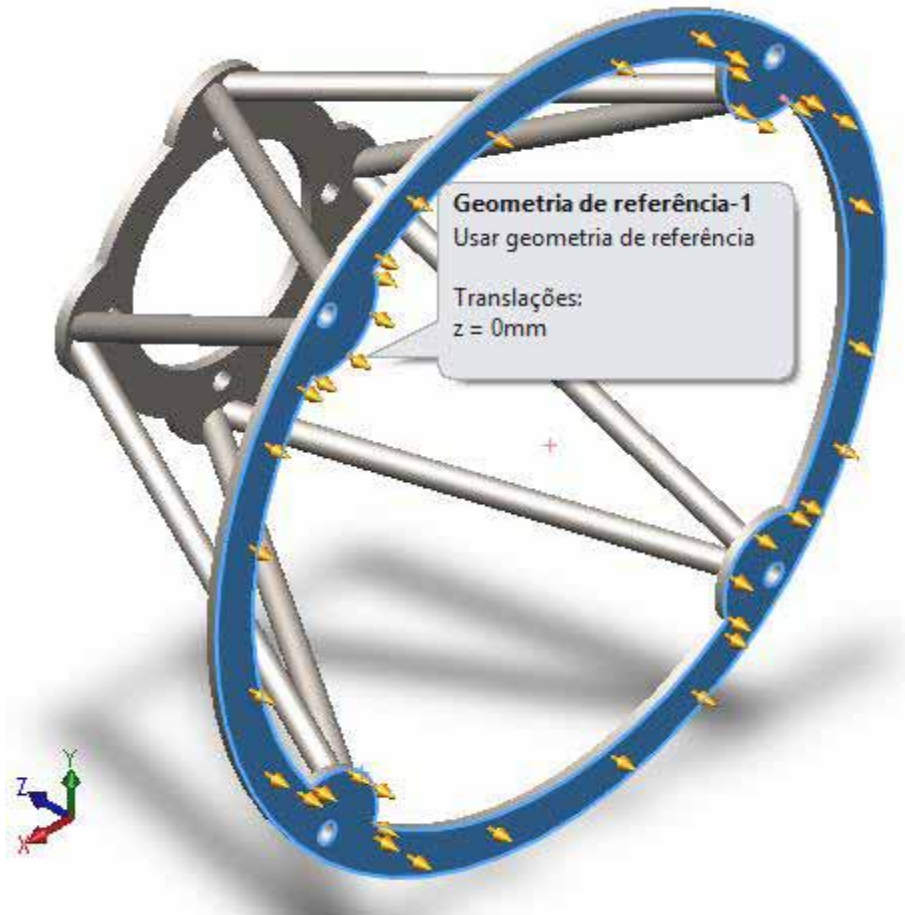
## 6.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As considerações feitas na hora de se definir as condições de contorno do modelo matemático devem ser baseadas no funcionamento do equipamento, nas solicitações impostas e na sua forma de fixação. Quanto ao Sistema de ancoragem, a força exercida pelos parafusos deve gerar tensão o suficiente para evitar deslocamentos e rotações das regiões em torno dos furos, ou seja, estas regiões devem ser consideradas como engastadas, além disso, durante o funcionamento do motor, a estrutura estará trabalhando em compressão, devido ao empuxo de 75 kN, logo, toda a superfície da estrutura em contato com o foguete não deve descolar e seu deslocamento no sentido de voo deve ser considerado nulo.

As condições de contorno ilustradas na Figura 17 e na Figura 18 foram aplicadas em todas as análises. Os nós da face inferior da base (interface com o foguete) tiveram seus

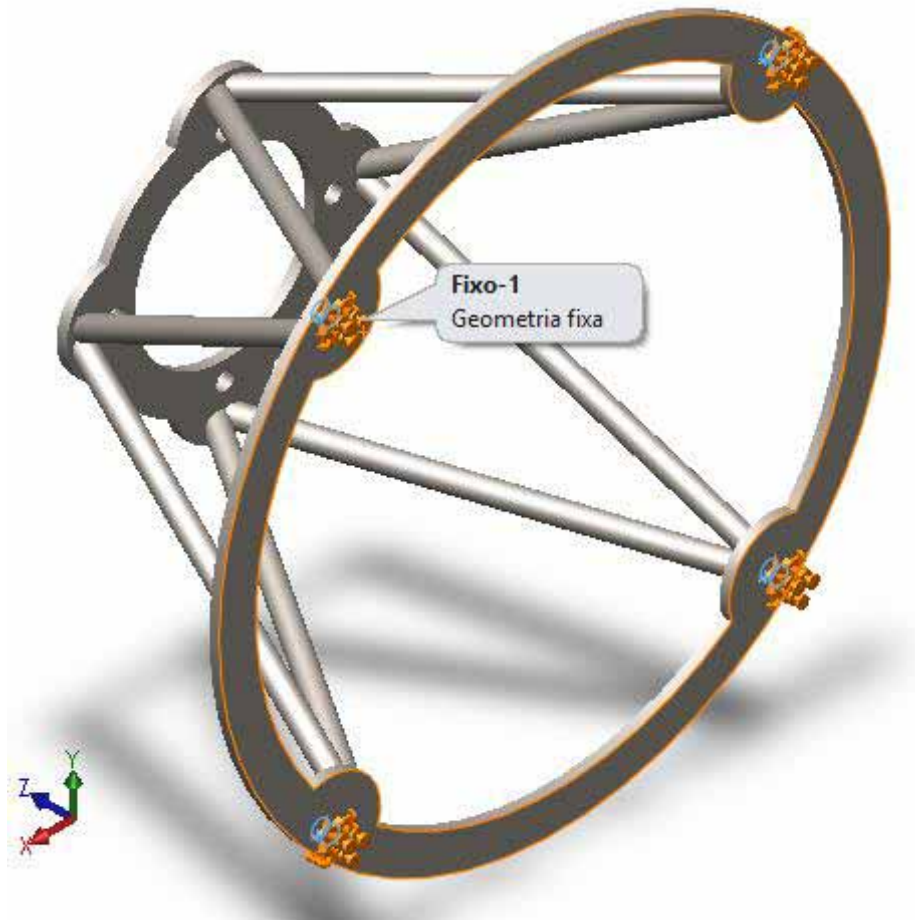
deslocamentos na direção longitudinal (eixo z) definidos como nulo e os nós da face de cada furo, que fixa a estrutura no foguete, foram engastados, ou seja, seus deslocamentos e rotações foram igualados a zero.

Figura 17 – Condição de contorno aplicada na face inferior da estrutura



Fonte: (do próprio autor).

Figura 18 – Condição de contorno aplicada nos furos de fixação ao foguete



Fonte: (do próprio autor).

### 6.3 ANÁLISES ESTÁTICAS

As solicitações sofridas pela estrutura devido ao empuxo proveniente do motor e as acelerações sofridas devido às forças aerodinâmicas são simuladas através de análises estáticas, como veremos a seguir.

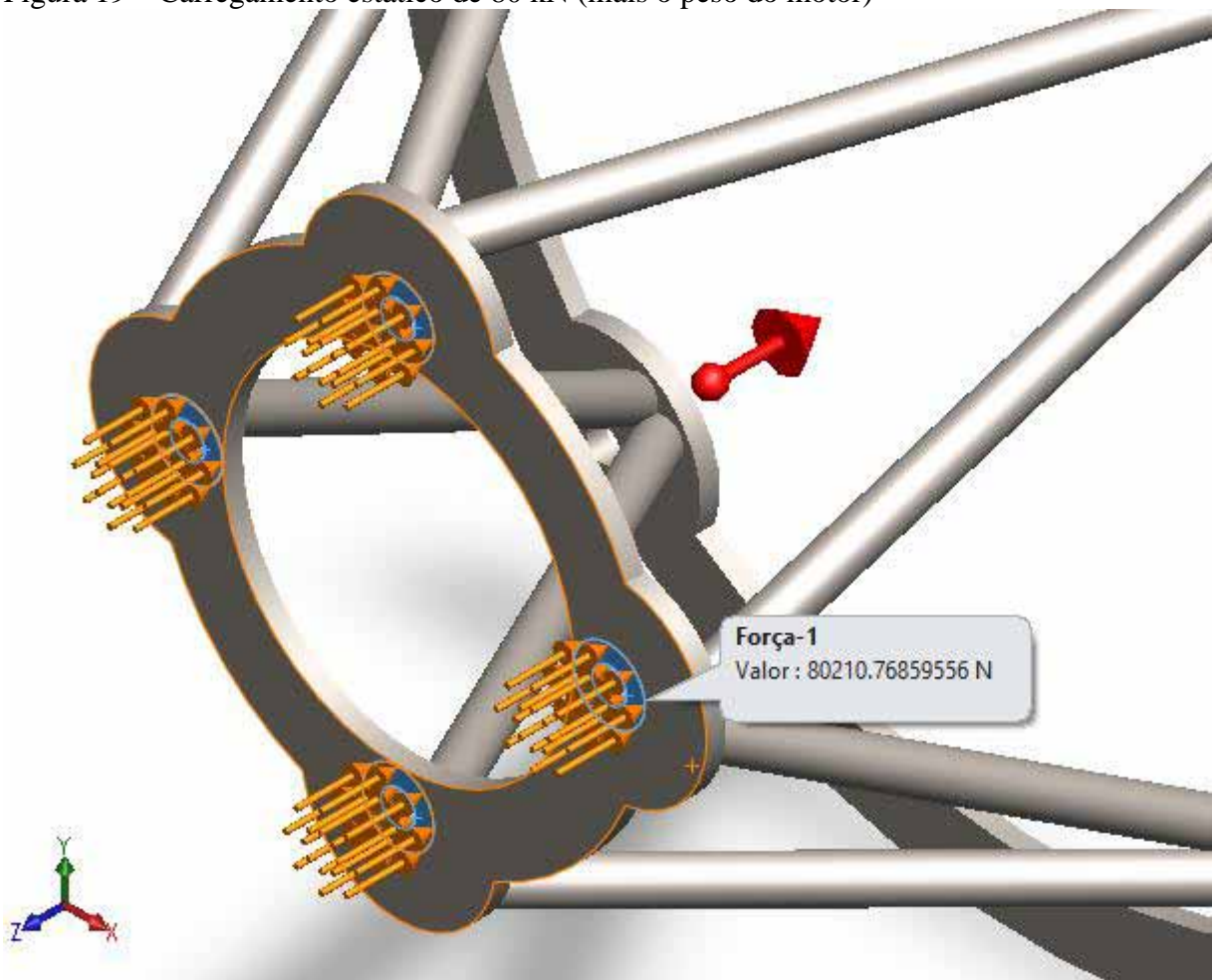
O motor tem uma massa estimada de, aproximadamente, 21,5 kg, o peso do motor foi considerado em todas as análises. Nas análises estáticas e na análise de flambagem, o peso de 211 N foi acrescentado às suas referentes cargas.

### 6.3.1 Análise estática com carga de 80 kN

Na primeira análise estática, foi aplicada a carga de 80 kN mais o peso do motor (totalizando 80,211 kN) na região de fixação do motor (área que receberá e transmitirá o empuxo gerado pelo motor a propulsão líquida), na direção longitudinal e no sentido de voo, a Figura 19 ilustra este carregamento.

Nessa análise serão avaliados a tensão atuante máxima, a deformação máxima e o fator de segurança mínimo.

Figura 19 – Carregamento estático de 80 kN (mais o peso do motor)



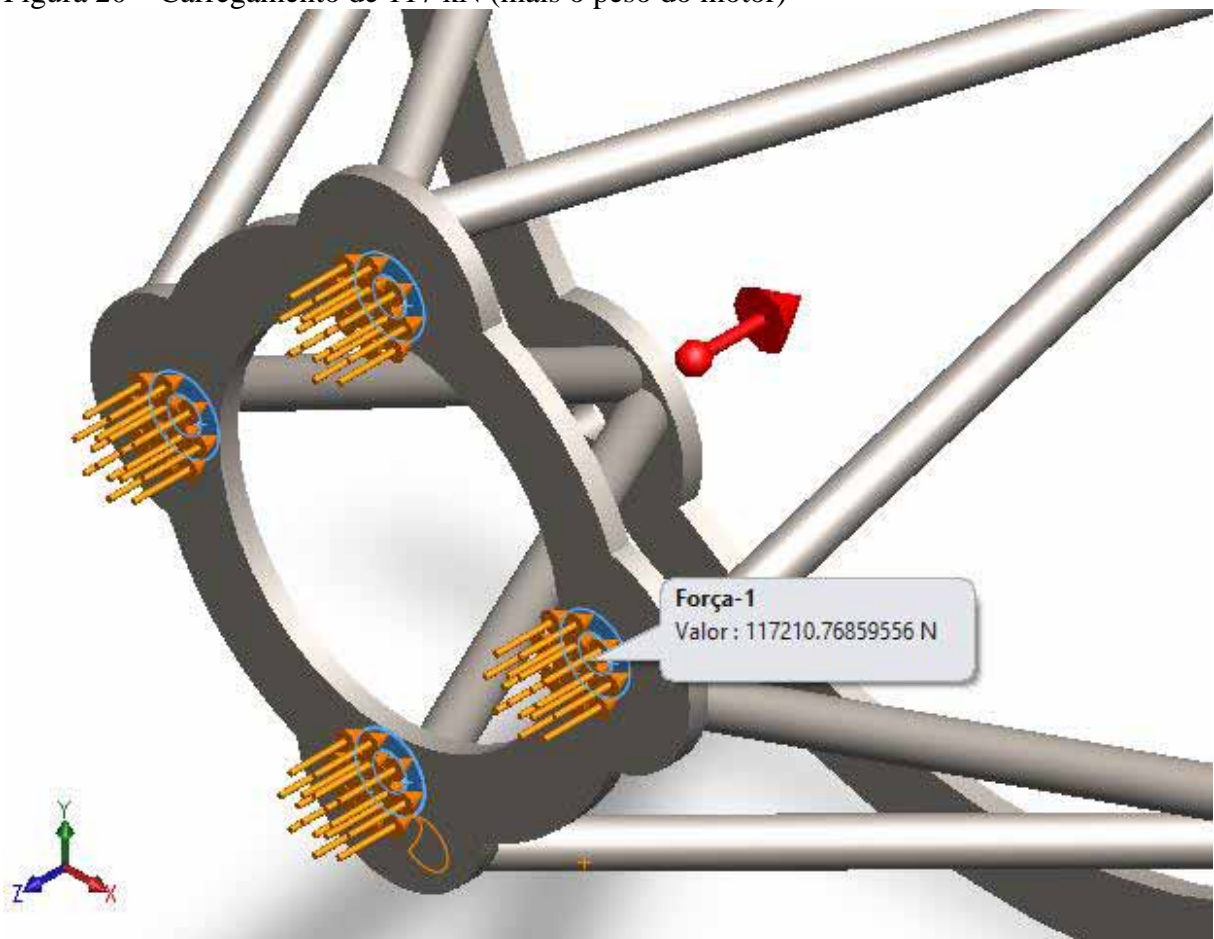
Fonte: (do próprio autor).

### 6.3.2 Análise estática com carga de 117 kN

Na segunda análise estática, foi aplicada a carga de 117 kN mais o peso do motor (totalizando 117,211 kN) na região de fixação do motor (área que receberá e transmitirá o empuxo gerado pelo motor a propulsão líquida), na direção longitudinal e no sentido de voo, a Figura 20 ilustra este carregamento.

Nessa análise será avaliada a tensão atuante máxima, que não deverá ultrapassar o valor de 625 MPa, que é a tensão limite de ruptura do material da estrutura.

Figura 20 – Carregamento de 117 kN (mais o peso do motor)



Fonte: (do próprio autor).

### 6.3.3 Aceleração estática longitudinal

A aceleração estática longitudinal máxima é de 7,5 g. A carga estática aplicada para esta simulação é o resultado da massa do motor multiplicada pela aceleração estática longitudinal máxima, como mostra a equação (35).

$$P = m(a) = m(7,5g) \quad (35)$$

$m$  [kg]

$g$  [ $m/s^2$ ]

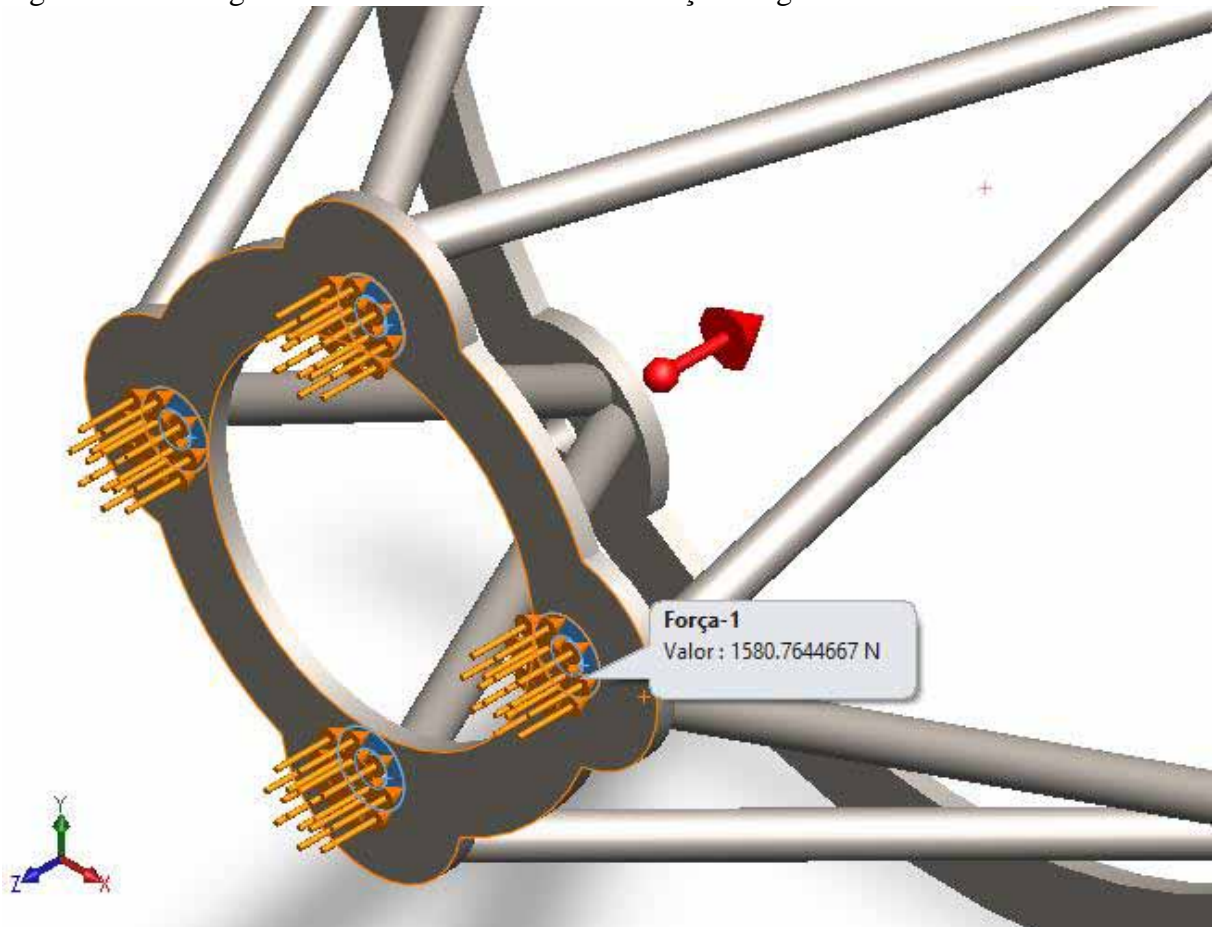
$a$  [ $m/s^2$ ]

$$P = 21,5 \times (7,5 \times 9,81)$$

$$P = 1581 \text{ N}$$

A carga de 1581 N foi aplicada no sentido de voo conforme ilustra a Figura 21.

Figura 21 – Carregamento estático de 1581 N na direção longitudinal e no sentido de voo



Fonte: (do próprio autor).

### 6.3.4 Aceleração estática transversal

A aceleração estática transversal máxima é de 1,5 g. A carga estática aplicada para esta simulação é o resultado da massa do motor multiplicada pela aceleração estática transversal máxima, como mostra a equação (36).

$$P = m(a) = m(1,5g) \quad (36)$$

$m$  [kg]

$g$  [ $m/s^2$ ]

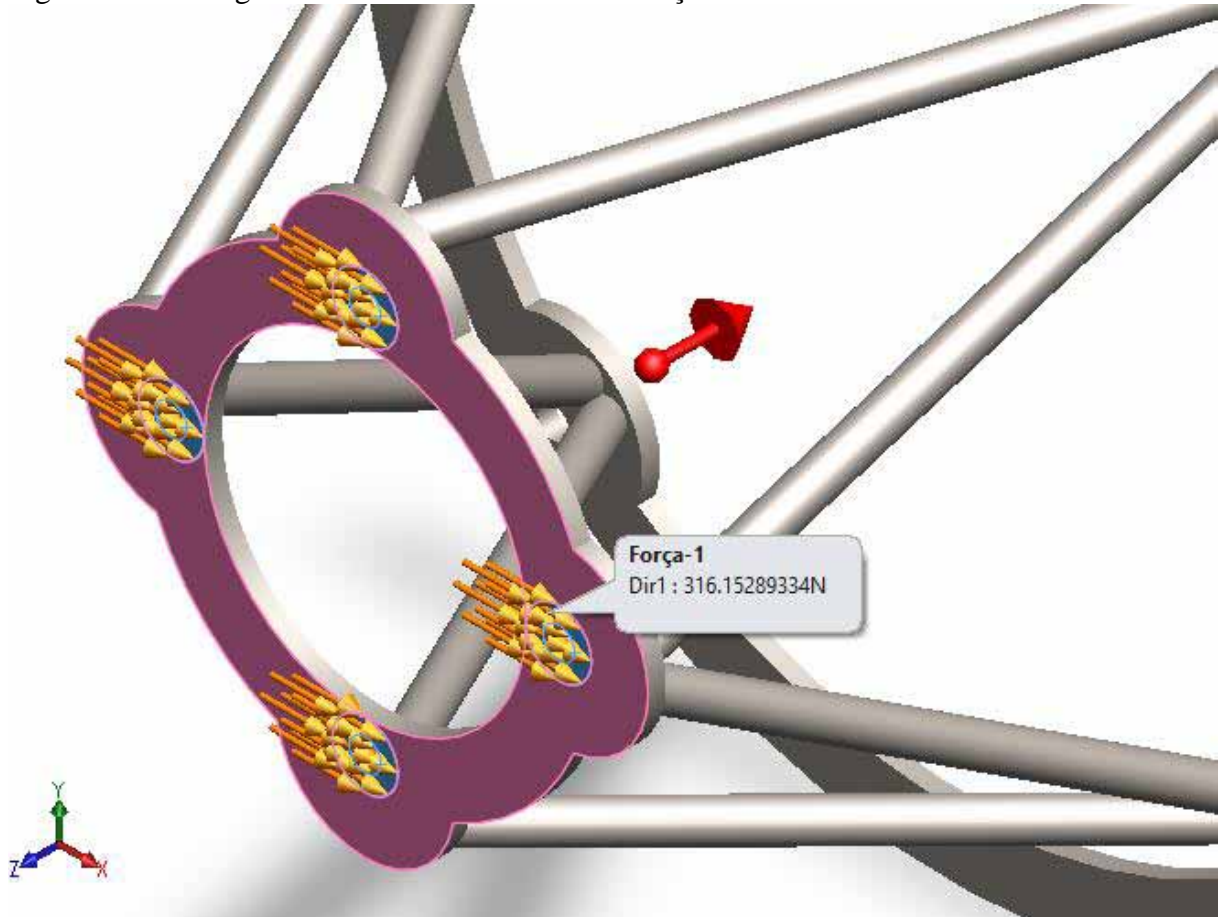
$a$  [ $m/s^2$ ]

$$P = 21,5 \times (1,5 \times 9,81)$$

$$P = 316 \text{ N}$$

A carga de 316 N foi aplicada na direção transversal ao sentido de voo conforme ilustra a Figura 22.

Figura 22 – Carregamento estático de 316 N na direção transversal do sentido de voo



Fonte: (do próprio autor).

#### 6.4 ANÁLISE DE FLAMBAGEM

Na análise de flambagem, foi aplicada a carga (P) de 117 kN mais o peso do motor (totalizando 117,211 kN) na região de fixação do motor (área que receberá e transmitirá o empuxo gerado pelo motor a propulsão líquida), na direção longitudinal e no sentido de voo, conforme ilustra a Figura 20.

Essa análise nos fornece o valor do fator de carga (FC), que ao multiplicarmos pela carga aplicada, nos fornece o valor da Carga crítica de flambagem ( $P_c$ ), conforme mostra a equação (37).

$$P_c = P(FC) \quad (37)$$

## 6.5 ANÁLISE MODAL

Na análise modal, são calculados os modos naturais de vibração do sistema, tais modos devem ser diferentes dos modos naturais de vibração do foguete e da base de ensaios de vibração.

A massa e as propriedades de inércia do motor foram simuladas através de um elemento de massa. Foram calculados 200 modos naturais de vibração do Sistema de Ancoragem.

Esses modos serão utilizados nas análises harmônicas e randômicas através do método de superposição modal.

## 6.6 ANÁLISES DINÂMICAS

As forças aerodinâmicas atuantes sobre o veículo lançador e eventos transitórios, como as separações de estágios, ejeção da coifa, desligamento de motores; funcionamento de turbobombas, combustão e ruídos acústicos, são simulados através de análises dinâmicas.

Nas análises dinâmicas, a massa e as propriedades de inércia do motor foram simuladas através de um elemento de massa.

Os modos naturais de vibração (resultados da análise modal) foram utilizados na resolução das análises dinâmicas pelo método de superposição modal.

### **6.6.1 Harmônica longitudinal**

Na análise harmônica longitudinal, a estrutura foi excitada na direção longitudinal pela base através dos nós onde foram aplicadas as condições de contorno. O nível de vibração aplicado, ao qual a estrutura deve suportar sem sofrer danos, está ilustrado na Figura 8.

### **6.6.2 Harmônica transversal**

Na análise harmônica transversal, a estrutura foi excitada na direção transversal pela base através dos nós onde foram aplicadas as condições de contorno. O nível de vibração aplicado, ao qual a estrutura deve suportar sem sofrer danos, está ilustrado na Figura 8.

### **6.6.3 Randômica longitudinal**

Na análise randômica longitudinal, a estrutura foi excitada na direção longitudinal pela base através dos nós onde foram aplicadas as condições de contorno. O nível de vibração aplicado, ao qual a estrutura deve suportar sem sofrer danos, está ilustrado na Figura 9.

### **6.6.4 Randômica transversal**

Na análise randômica transversal, a estrutura foi excitada na direção transversal pela base através dos nós onde foram aplicadas as condições de contorno. O nível de vibração aplicado, ao qual a estrutura deve suportar sem sofrer danos, está ilustrado na Figura 9.

## **7 RESULTADOS**

A primeira análise realizada foi a estática, algumas configurações foram testadas na análise estática com carga de 80 kN, a configuração que atendeu ao requisito estático foi avaliada no requisito de estabilidade estrutural e nos requisitos dinâmicos. A configuração escolhida atendeu a todos os requisitos.

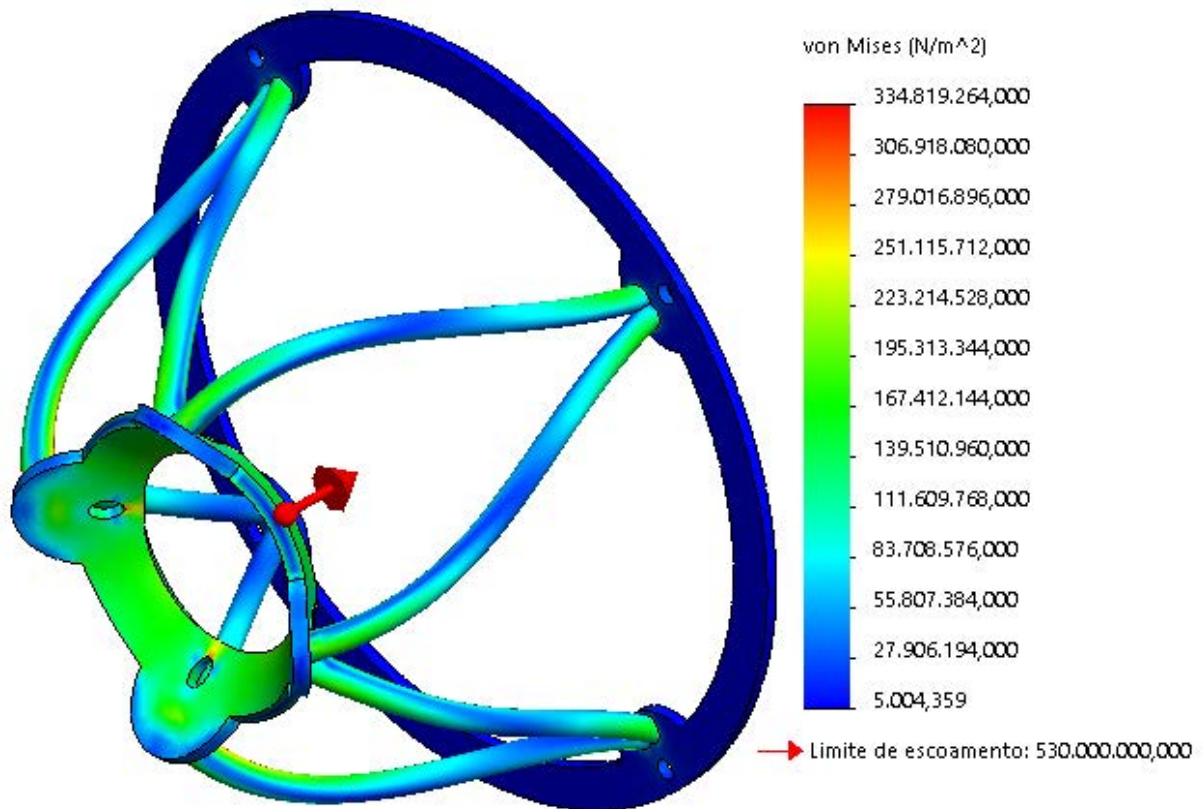
Os resultados das análises que qualificaram a estrutura serão mostrados a seguir.

### **7.1 RESULTADOS DAS ANÁLISES ESTÁTICAS**

#### **7.1.1 Resultados da análise estática com carga de 80 kN**

A Figura 23 ilustra a distribuição das tensões atuantes na estrutura ao se aplicar a carga de 80 kN, As regiões de maior concentração de tensão foram a região de fixação do motor e a o início dos tubos, ou seja, a região próxima à aplicação da carga. A o valor máximo de tensão atuante encontrado foi de 334,8 MPa, que é menor do que o limite de escoamento de 530 MPa, logo, o primeiro requisito de projeto foi satisfeito.

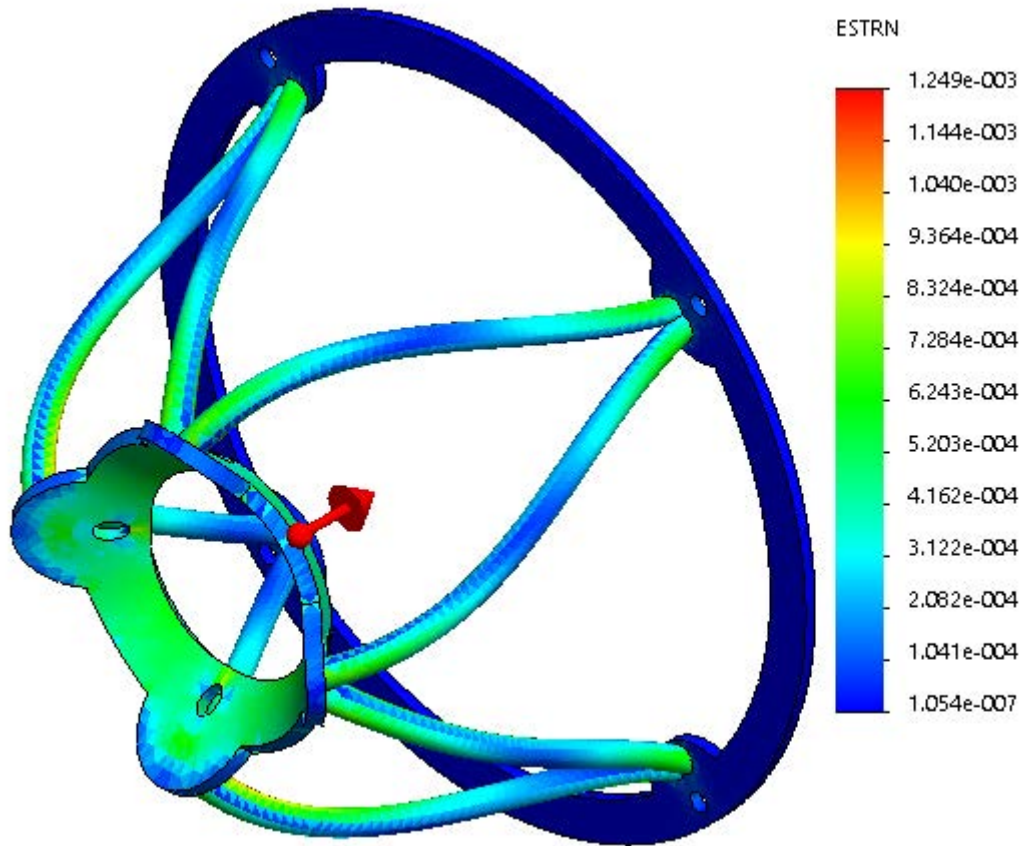
Figura 23 – Tensões resultantes no modelo quando aplicada a carga de 80 kN



Fonte: (do próprio autor).

Outro requisito de projeto é o de deformação elástica máxima quando aplicada a carga de 80 kN, o limite máximo de deformação é de 0,20%, como o valor máximo ilustrado na Figura 24 é de 0,12, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

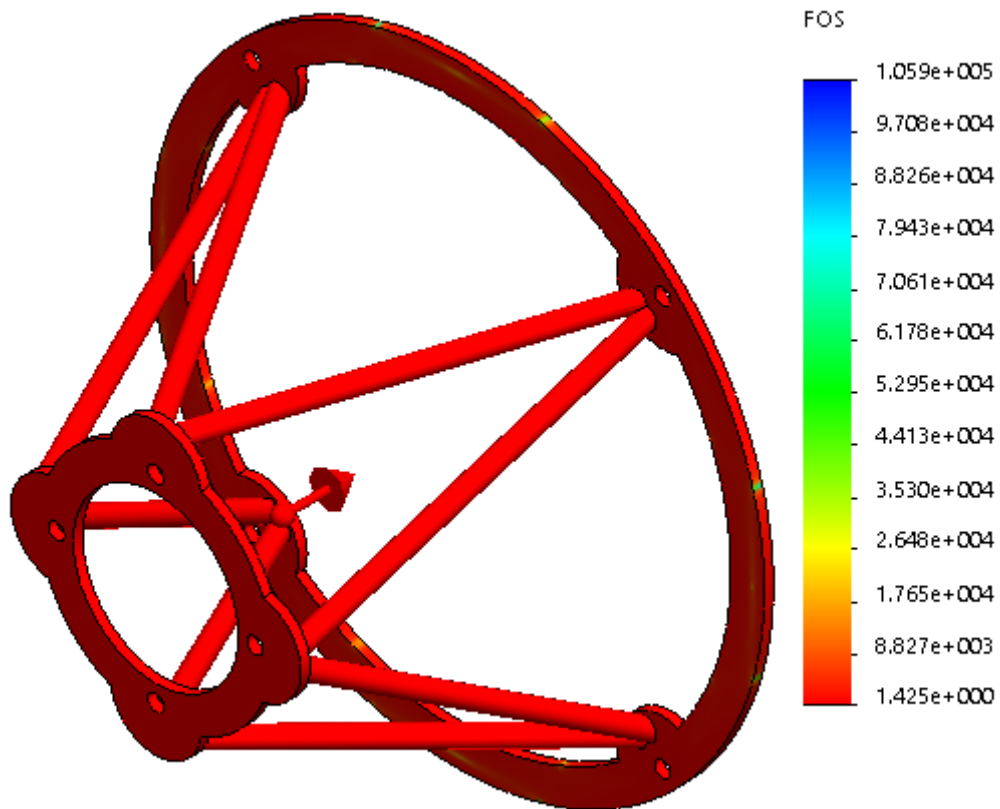
Figura 24 – Deformações sofridas pelo modelo ao aplicar a carga de 80 kN



Fonte: (do próprio autor).

O fator de segurança mínimo quando aplicada a carga de 80 kN é maior do que 1,42, conforme ilustra a Figura 25, este valor está maior do que o limite mínimo de 1,25, assim sendo, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

Figura 25 – Fator de Segurança do modelo ao aplicar a carga de 80 kN

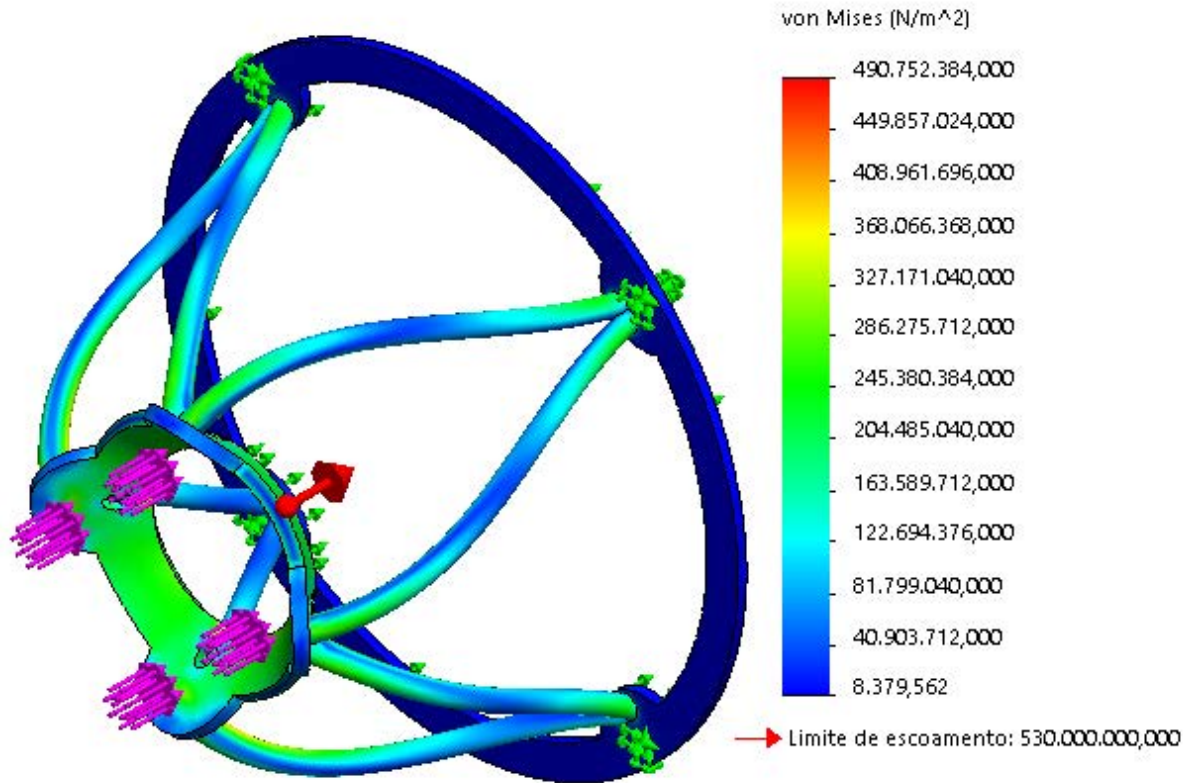


Fonte: (do próprio autor).

### 7.1.2 Resultado da análise estática com carga de 117 kN

A estrutura deve aguentar a carga de 117 kN sem romper, na Figura 26, vemos que a tensão máxima atuante é de 490,8 MPa, que é menor do que a tensão de ruptura da estrutura (625 MPa), com isso, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

Figura 26 - Tensões resultantes no modelo quando aplicada a carga de 117 kN

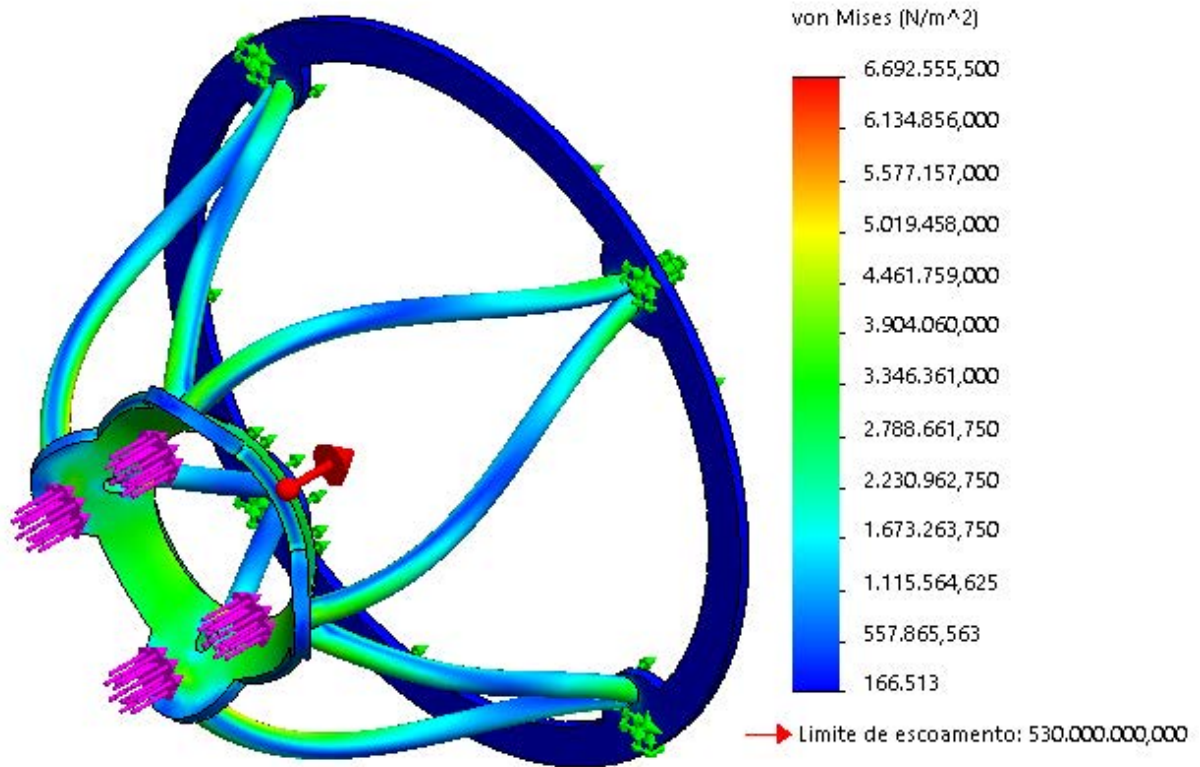


Fonte: (do próprio autor).

### 7.1.3 Resultado da aceleração estática longitudinal

A Figura 27 ilustra a distribuição das tensões atuantes na análise de aceleração estática longitudinal, nela podemos observar que o valor da tensão máxima atuante é de 6,69 MPa, valor bem inferior ao do limite de escoamento de 530 MPa. Portanto, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

Figura 27 – Tensões resultantes quando aplicada a aceleração estática longitudinal de 7,5 g

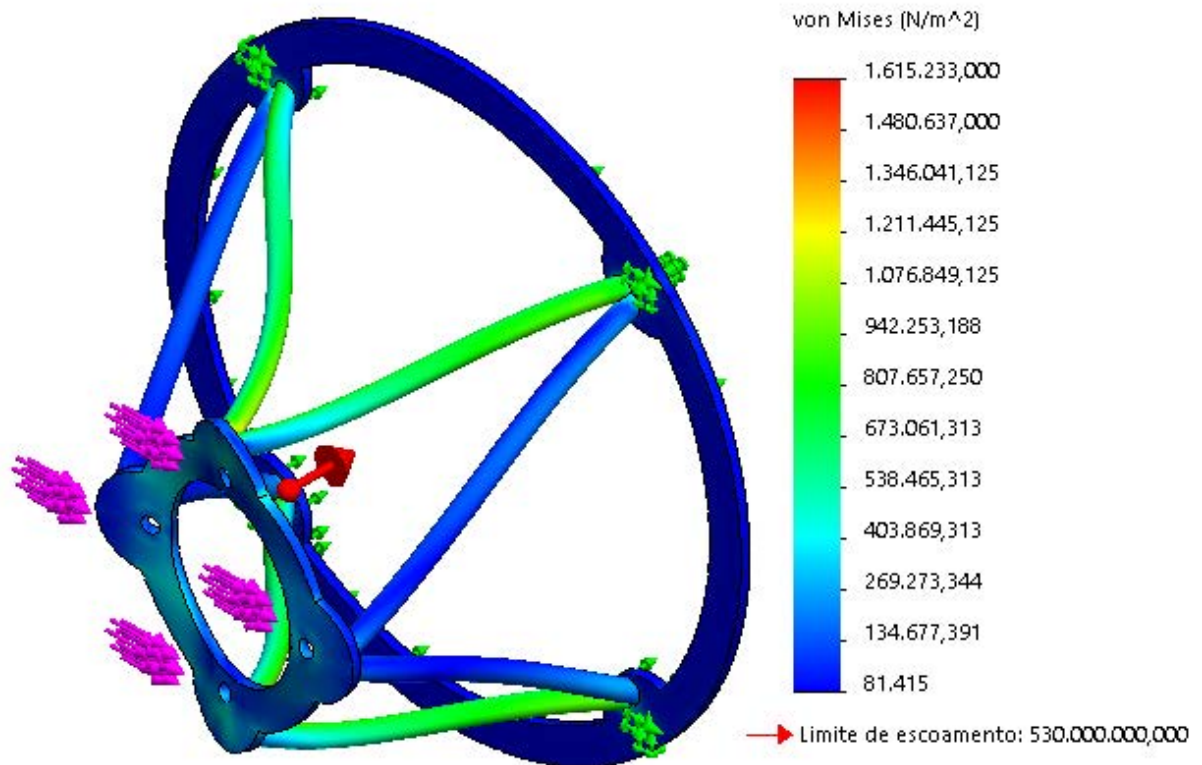


Fonte: (do próprio autor).

#### 7.1.4 Resultado da aceleração estática transversal

A Figura 28 ilustra a distribuição das tensões atuantes na análise de aceleração estática longitudinal, nela podemos observar que o valor da tensão máxima atuante é de 1,62 MPa, valor bem inferior ao do limite de escoamento de 530 MPa. Portanto, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

Figura 28 – Tensões resultantes quando aplicada a aceleração estática transversal de 1,5 g



Fonte: (do próprio autor).

## 7.2 RESULTADO DA ANÁLISE DE FLAMBAGEM

A carga (P) aplicada foi de 117,211 kN, a Figura 29 ilustra o resultado da análise de flambagem, o fator de carga (FC) encontrado foi de 7,713.

A carga crítica (Pc) é dada pela equação (3):  $P_c = P \times FC$ , logo:

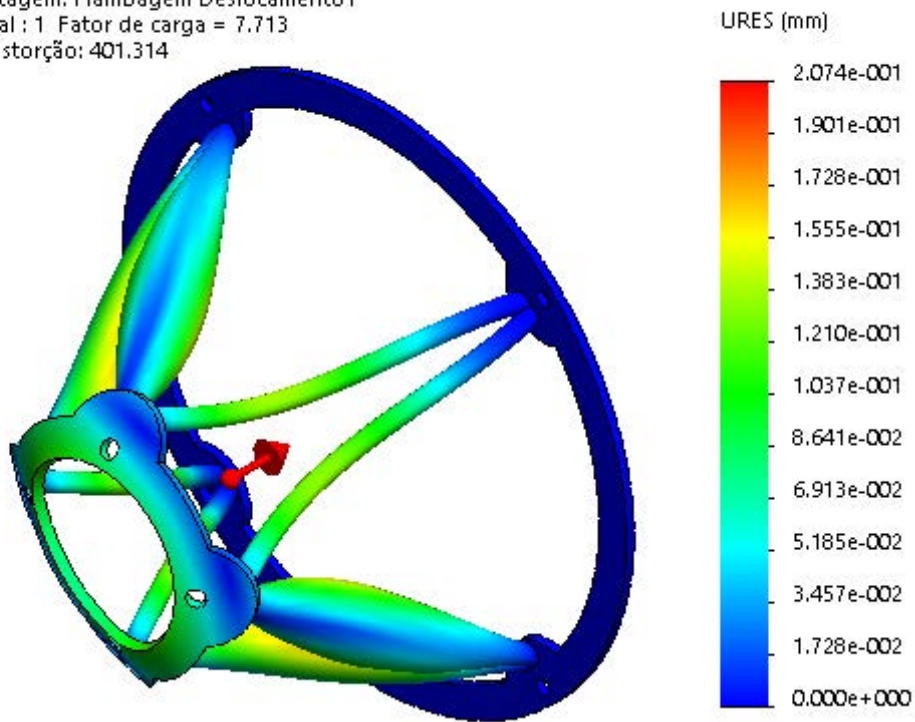
$$P_c = 117,211 \times 7,713$$

$$P_c = 904 \text{ kN}$$

Com isso, mais um requisito de projeto foi satisfeito.

Figura 29 – Resposta da análise de flambagem

Nome do modelo: sistema\_ancoragem\_1  
 Nome do estudo: Flambagem - 117,211 kN[-Valor predeterminado-]  
 Tipo de plotagem: Flambagem Deslocamento1  
 Forma modal : 1 Fator de carga = 7.713  
 Escala de distorção: 401.314



Fonte: (do próprio autor).

### 7.3 RESULTADOS DA ANÁLISE MODAL

Segundo os requisitos de projeto, os modos naturais de vibração deveriam ser maiores do que 20 Hz e diferentes de 40 Hz. O valor da menor frequência natural da estrutura encontrada foi de 270,5 Hz, referente ao primeiro modo de vibração, o que garante o cumprimento dos requisitos de frequência natural do projeto.

A Figura 30 ilustra a maneira de a estrutura vibrar no 1º modo, enquanto as Figuras 39 a 44 (localizadas no APÊNDICE A) ilustram a maneira da estrutura vibrar no 2º, 3º, 4º, 5º, 14º e 21º modo de vibração que (junto ao 1º modo) são os modos onde ocorreu maior participação de massa.

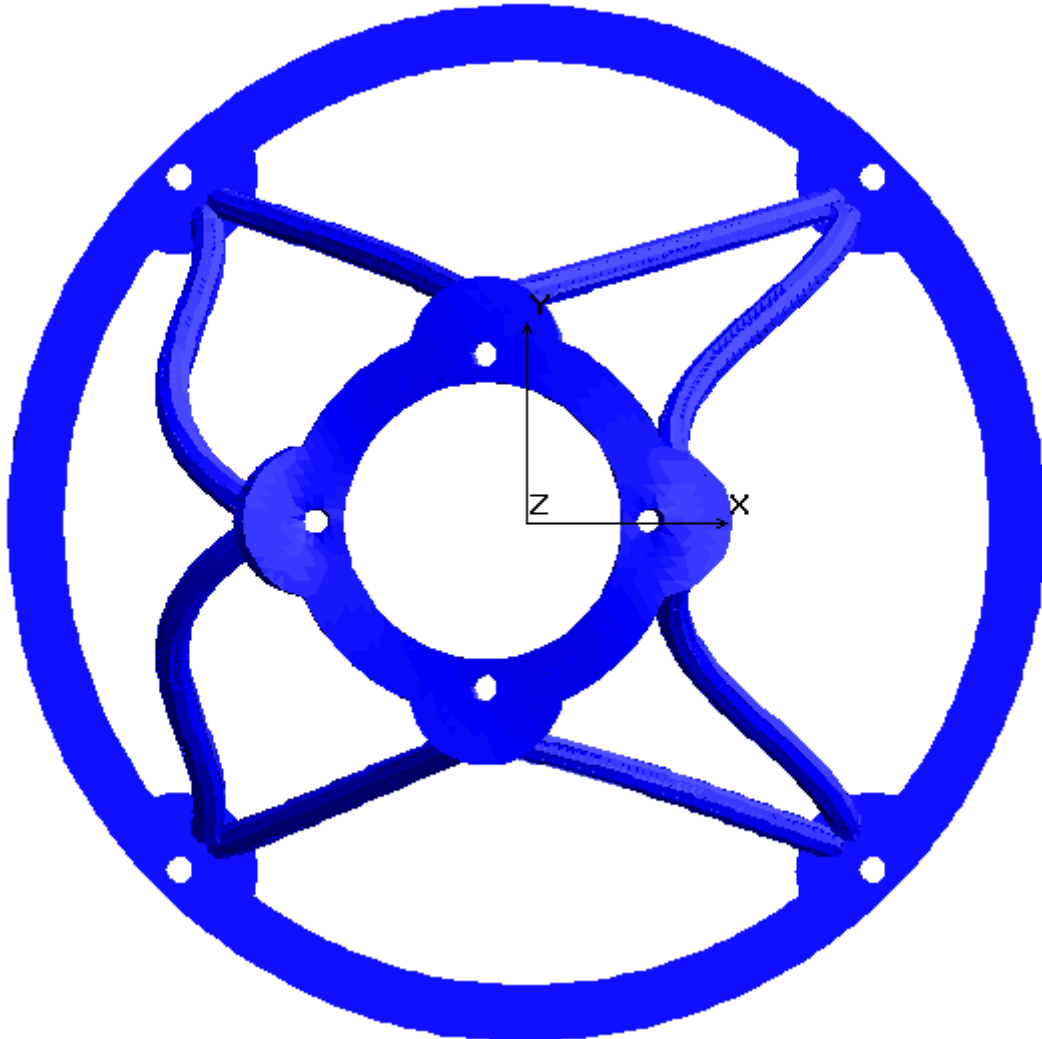
A Tabela 1 (logo abaixo) ilustra os modos com maior participação de massa e a Tabela 2 (localizadas no APÊNDICE A) apresenta o resultado completo da análise modal.

Tabela 1 – Modos de vibração com maior participação de massa

Modo de vibração	Frequência [Hz]	Participação de massa na direção X [%]	Participação de massa na direção Y [%]	Participação de massa na direção Z [%]
1	2,705E+02	<b>0,376</b>	9,970E-04	3,530E-07
2	2,714E+02	9,530E-04	<b>0,383</b>	2,080E-07
3	3,318E+02	<b>0,332</b>	2,930E-03	1,040E-06
4	3,324E+02	2,950E-03	<b>0,325</b>	1,230E-07
5	4,851E+02	7,570E-08	9,110E-09	<b>0,311</b>
14	6,388E+02	6,190E-08	9,930E-09	<b>0,227</b>
21	6,716E+02	3,390E-08	1,660E-09	<b>0,134</b>

Fonte: (do próprio autor).

Figura 30 – 1º modo de vibração da estrutura com 270,5 Hz na direção X



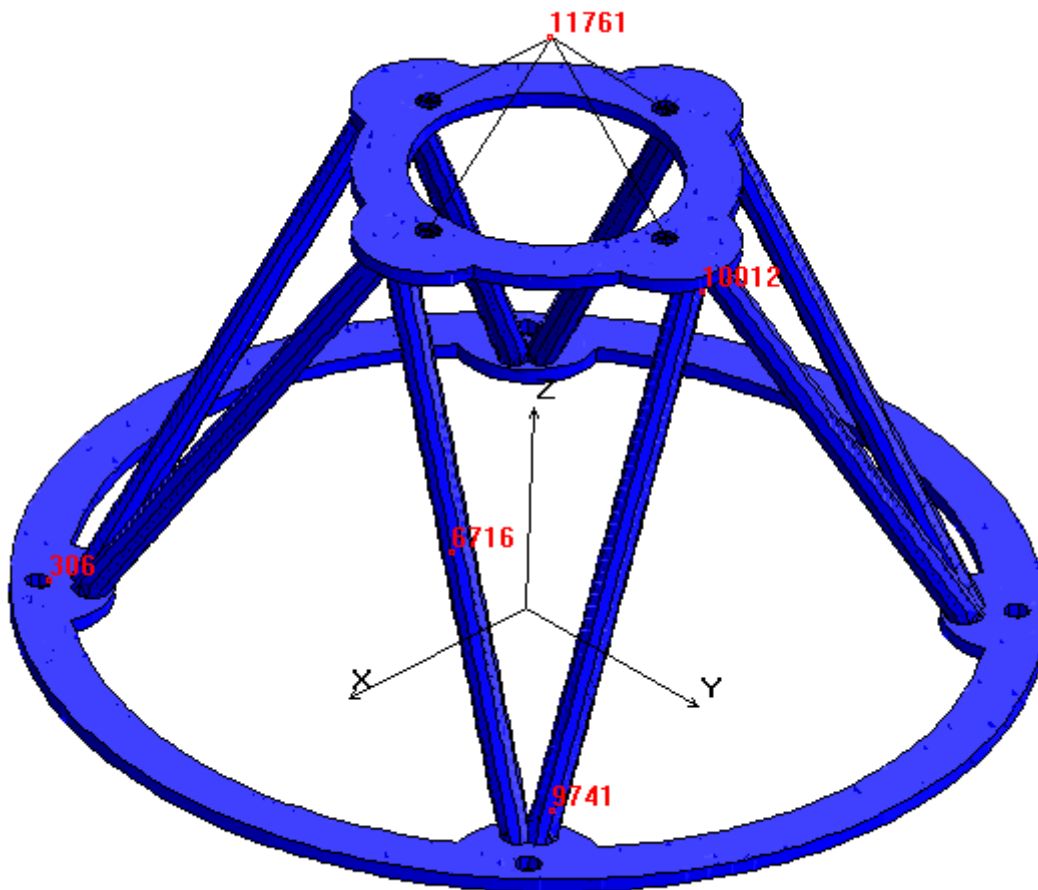
Fonte: (do próprio autor).

## 7.4 RESULTADOS DAS ANÁLISES DINÂMICAS

### 7.4.1 Resultados da análise harmônica longitudinal

Foram escolhidos cinco pontos nodais da estrutura para construir curvas de resposta dinâmica, nas quais podemos identificar as regiões em que a estrutura tende a entrar em ressonância, a Figura 31 ilustra a localização de cada ponto nodal selecionado.

Figura 31 – Pontos nodais selecionados na análise harmônica

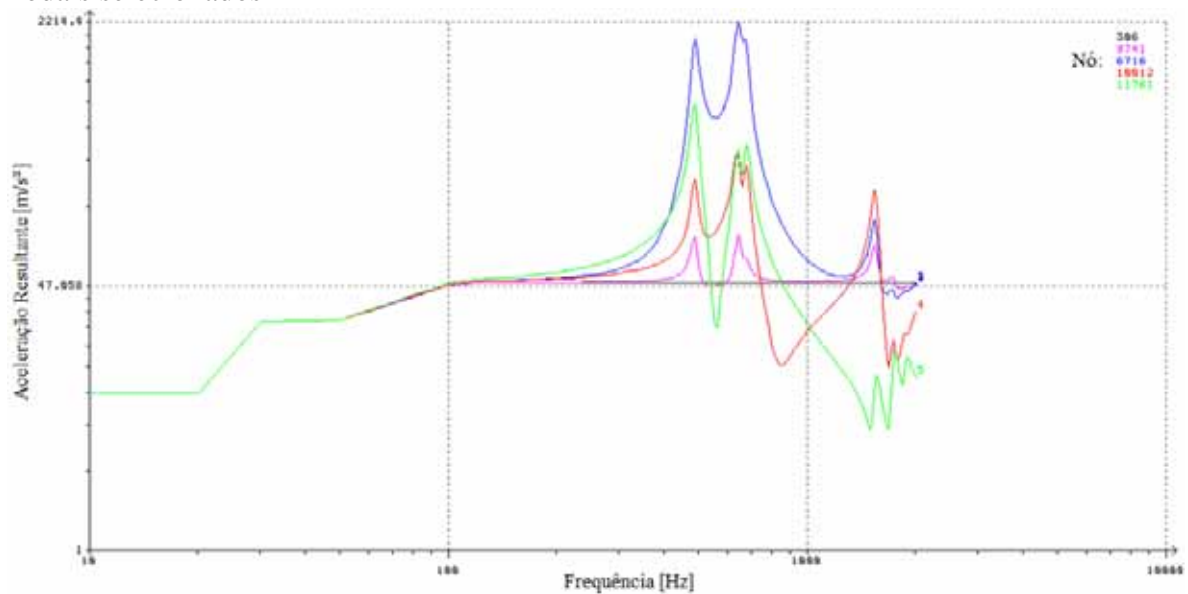


Fonte: (do próprio autor).

É importante ressaltar que o nó 306 é um dos nós engastados ( $u_x = u_y = u_z = r_x = r_y = r_z = 0$ ), onde foram aplicadas as curvas de excitação dinâmica, ou seja, o nó 306 é um nó de entrada e sua resposta serve de comparativo para as respostas dos outros nós. O gráfico da

Figura 32 (logo abaixo) ilustra a resposta dinâmica da análise harmônica longitudinal nos cinco nós selecionados e as Figuras 45 a 48 (localizadas no APÊNDICE B) ilustram as respostas de cada um dos outros quatro nós em comparação com a resposta do nó de entrada.

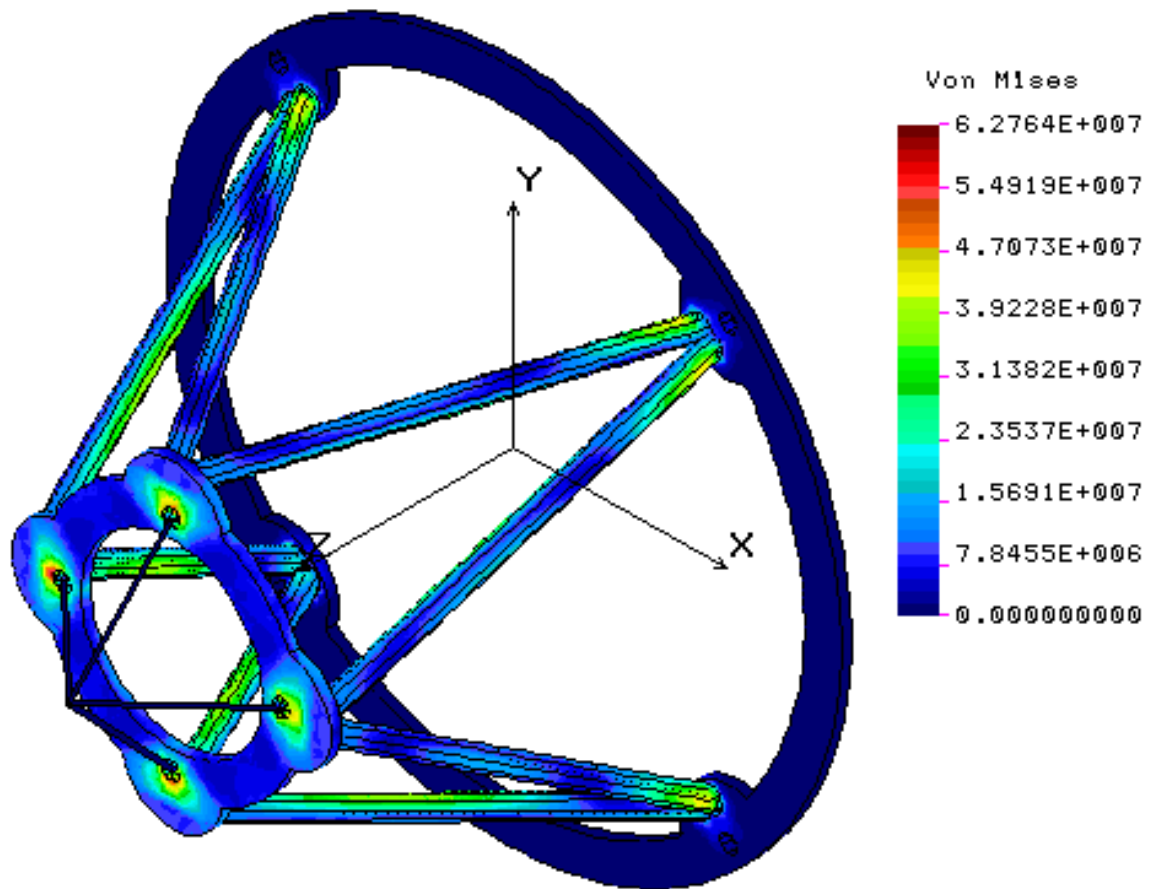
Figura 32 – Gráfico de resposta dinâmica da análise harmônica longitudinal em cinco pontos nodais selecionados



Fonte: (do próprio autor).

A Figura 33 ilustra a distribuição das tensões atuantes na estrutura resultantes da análise harmônica longitudinal, assim como a tensão máxima atuante, que equivale a 62,764 MPa, muito abaixo do limite de escoamento que é de 530 MPa, o que satisfaz mais um requisito de projeto.

Figura 33 – Tensão máxima resultante da excitação harmônica na direção longitudinal

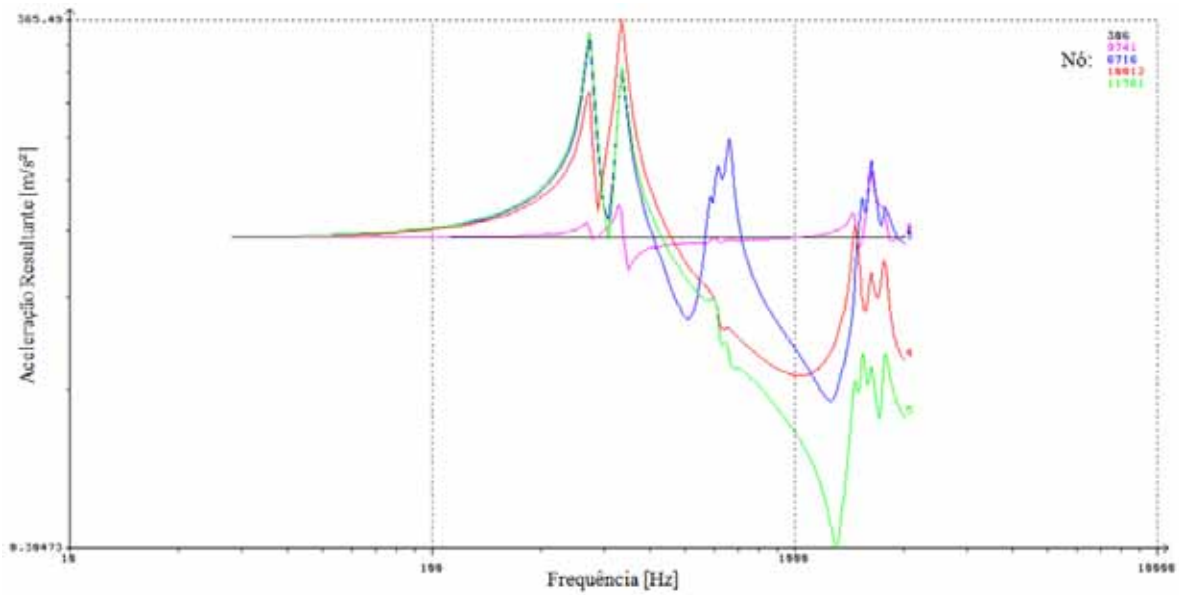


Fonte: (do próprio autor).

#### 7.4.2 Resultados da análise harmônica transversal

Os mesmos cinco pontos nodais utilizados na análise harmônica transversal, ilustrados na Figura 31, foram utilizados para construir curvas de resposta dinâmica da análise harmônica transversal, a Figura 34 (logo abaixo) ilustra as respostas dos cinco pontos nodais, desta maneira, temos uma resposta visual das regiões em que a estrutura tende a entrar em ressonância, as Figuras 49 a 52 (localizadas no APÊNDICE B) ilustram as respostas de cada um dos outros quatro nós em comparação com a resposta do nó de entrada.

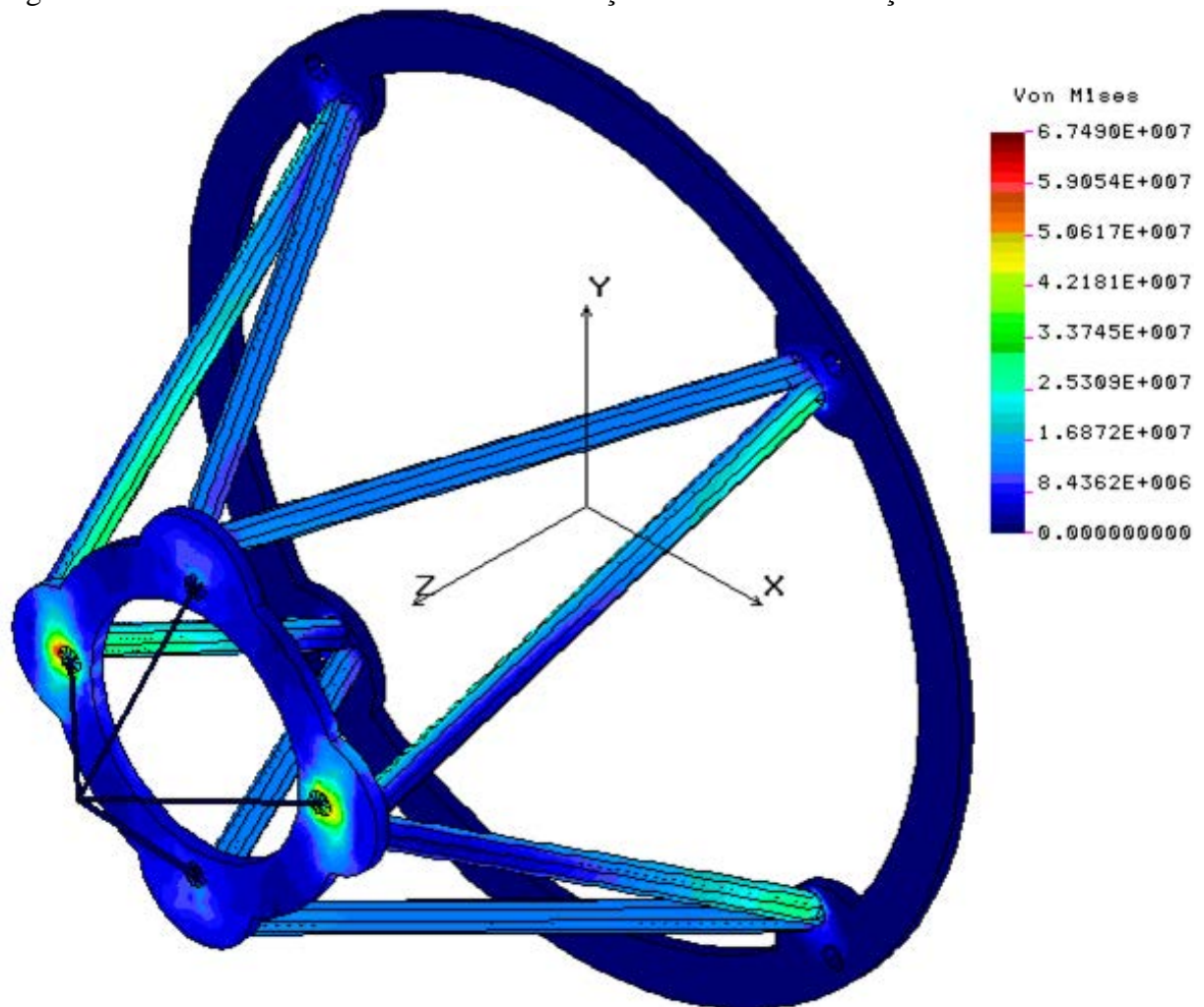
Figura 34 – Gráfico de resposta dinâmica da análise harmônica transversal em cinco pontos nodais selecionados



Fonte: (do próprio autor).

A Figura 35 ilustra a distribuição das tensões atuantes na estrutura resultantes da análise harmônica transversal, assim como a tensão máxima atuante, que equivale a 67,490 MPa, muito abaixo do limite de escoamento que é de 530 MPa, o que satisfaz mais um requisito de projeto.

Figura 35 – Tensão máxima resultante da excitação harmônica na direção transversal



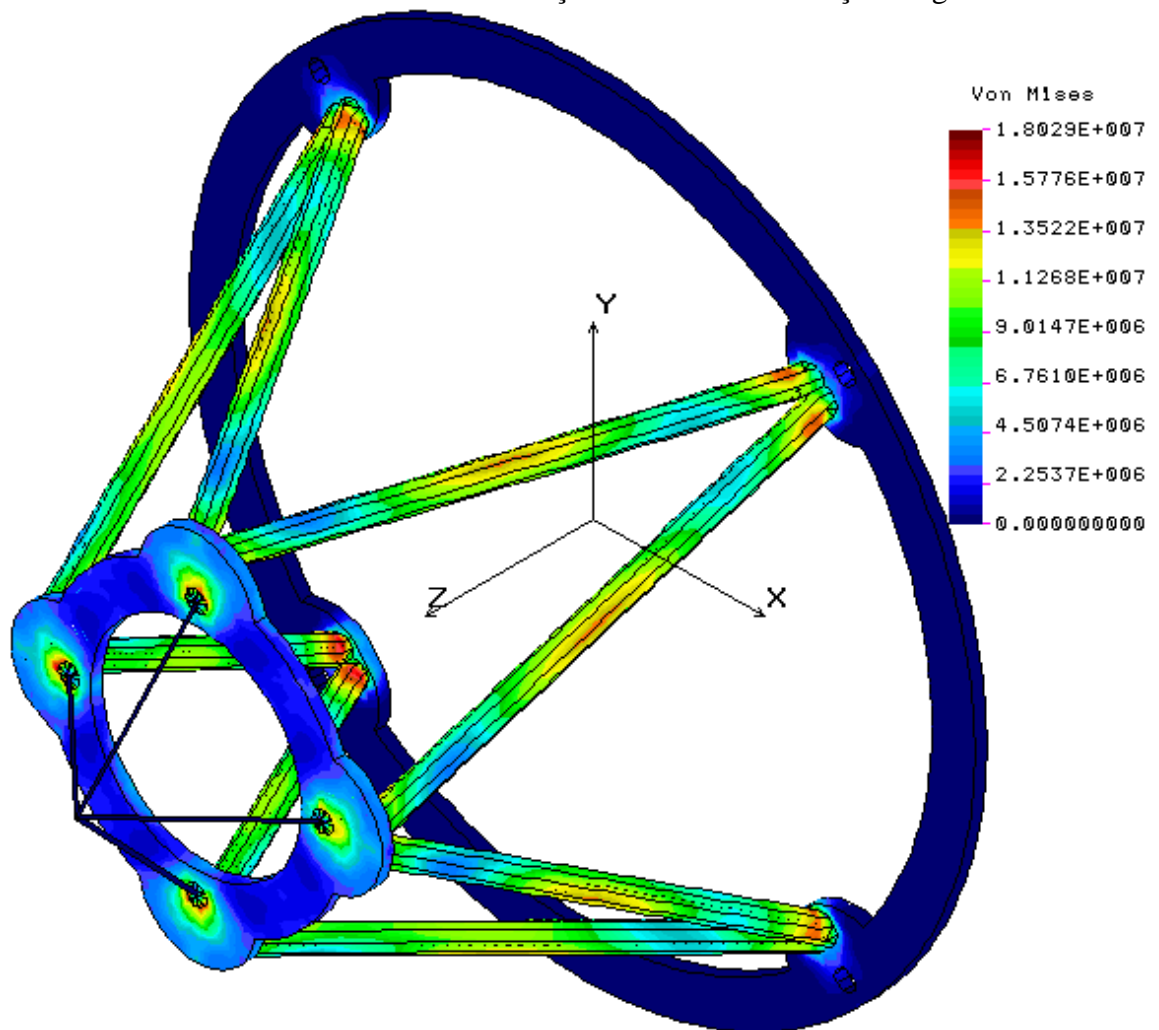
Fonte: (do próprio autor).

### 7.4.3 Resultado da análise randômica longitudinal

O Resultado da análise randômica é um resultado estatístico, este resultado é um valor médio que segue uma distribuição Gaussiana.

A Figura 36 ilustra a distribuição das tensões atuantes na estrutura resultantes da análise randômica longitudinal, assim como a tensão máxima atuante, que equivale a 18,029 MPa, muito abaixo do limite de escoamento que é de 530 MPa, o que satisfaz mais um requisito de projeto.

Figura 36 – Tensão máxima resultante da excitação randômica na direção longitudinal

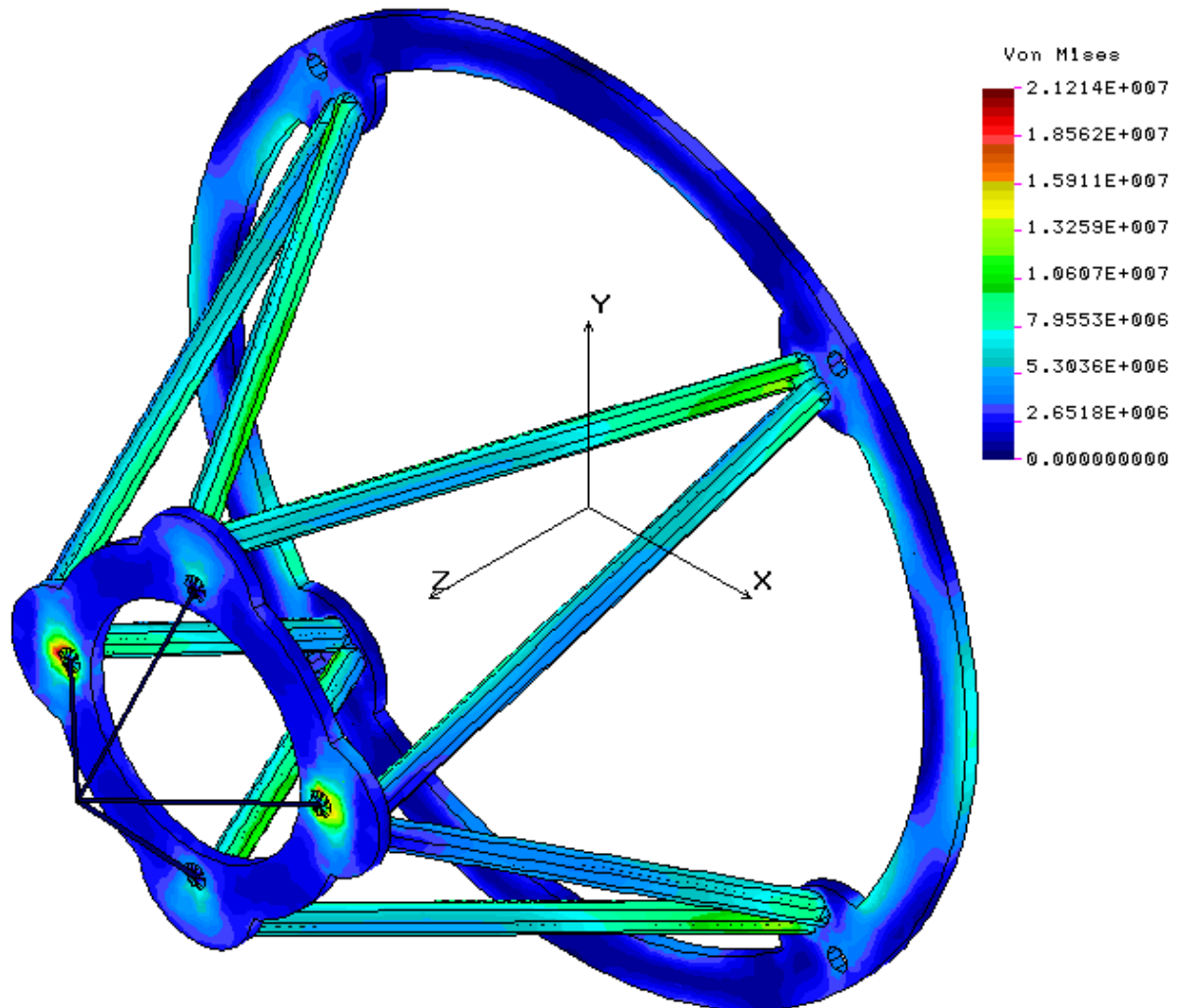


Fonte: (do próprio autor).

#### 7.4.4 Resultado da análise randômica transversal

A Figura 37 ilustra a distribuição das tensões atuantes na estrutura resultantes da análise randômica transversal, assim como a tensão máxima atuante, que equivale a 21,214 MPa, muito abaixo do limite de escoamento que é de 530 MPa, o que satisfaz mais um requisito de projeto.

Figura 37 – Tensão máxima resultante da excitação randômica na direção transversal



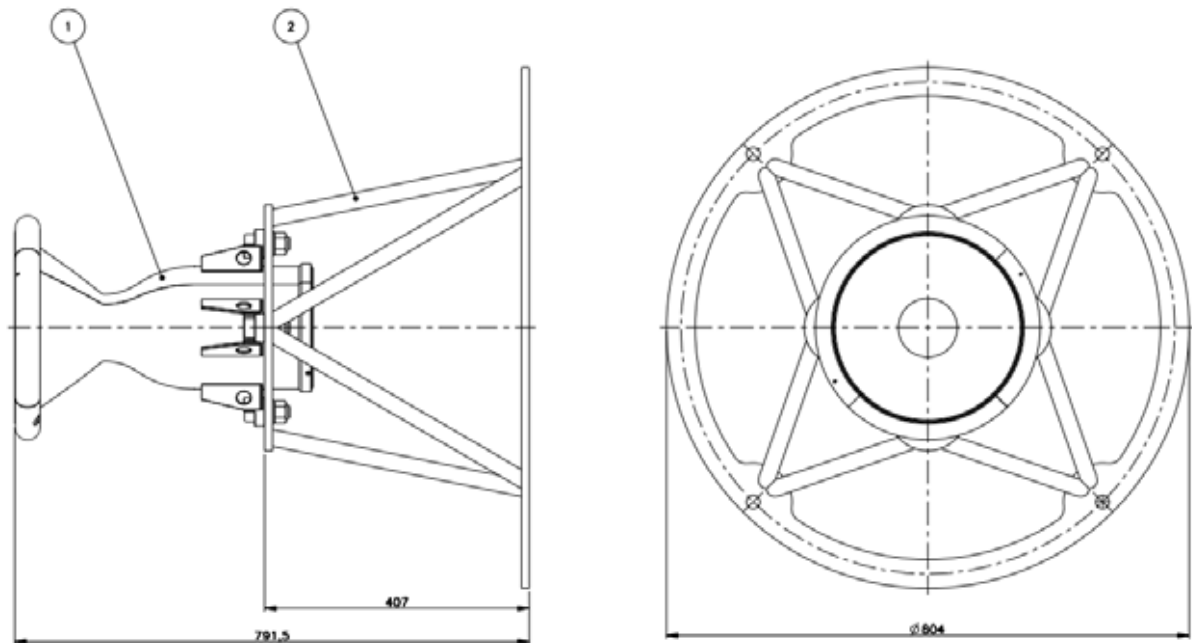
Fonte: (do próprio autor).

## 7.5 DIMENSÕES PRINCIPAIS DO SISTEMA DE ANCORAGEM

Algumas configurações foram testadas modificando sua configuração ou dimensões até atender aos requisitos funcionais e ambientais, todas as configurações testadas foram desenvolvidas de modo a respeitar os requisitos físicos e de instalação.

A configuração final do Sistema de Ancoragem com suas medidas principais está ilustrada na Figura 38, sua massa total chegou aos 21,7 kg, logo, os requisitos de altura máxima, diâmetro máximo e massa limite foram satisfeitos.

Figura 38 – Dimensões principais do Sistema de Ancoragem



Fonte: (do próprio autor).

O Quadro 3 resume os resultados comparando-os com seus respectivos requisitos. Podemos observar que todos os requisitos foram atendidos.

Quadro 3 – Comparação dos resultados com os requisitos de projeto

Requisitos Funcionais	Limites	Resultados	Status
Resistir à carga estática de 80 kN	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 335 \text{ MPa}$	Atendido
Deformação elástica máxima na carga estática	$\epsilon \leq 0,20\%$	$\epsilon = 0,12\%$	Atendido
Resistir à Flambagem	$P_c \geq 117 \text{ kN}$	$P_c = 904 \text{ kN}$	Atendido
Não romper até a carga de 117 kN	$\sigma_{\text{máx}} \leq 625 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 491 \text{ MPa}$	Atendido
Frequência natural longitudinal	$> 20 \text{ Hz e } \neq 40 \text{ Hz}$	1º modo = 270,5 Hz	Atendido
Frequências naturais transversais	$> 20 \text{ Hz e } \neq 40 \text{ Hz}$	1º modo = 270,5 Hz	Atendido
Fator de Segurança	$FS \geq 1,25$	$FS > 1,42$	Atendido
Requisitos Físicos e de instalação	Limites	Resultados	Status
Massa limite	$M \leq 40 \text{ kg}$	$M = 21,7 \text{ kg}$	Atendido
Diâmetro máximo	$D \leq 1,25 \text{ m}$	$D = 0,804 \text{ m}$	Atendido
Altura máxima	$H \leq 2,00 \text{ m}$	$H = 0,7915 \text{ m}$	Atendido
Requisitos ambientais	Limites	Resultados	Status
Resistir à aceleração estática longitudinal máxima de 7,5 g	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 6,7 \text{ MPa}$	Atendido
Resistir à aceleração estática transversal máxima de 1,5 g	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 1,6 \text{ MPa}$	Atendido
Resistir ao nível de vibração senoidal longitudinal ilustrado na Figura 1	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 62,3 \text{ MPa}$	Atendido
Resistir ao nível de vibração senoidal transversal ilustrado na Figura 1	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 67,5 \text{ MPa}$	Atendido
Resistir ao nível de vibração randômica longitudinal ilustrado na Figura 2	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 18,0 \text{ MPa}$	Atendido
Resistir ao nível de vibração randômica transversal ilustrado na Figura 2	$\sigma_{\text{máx}} \leq 530 \text{ MPa}$	$\sigma_{\text{máx}} = 21,2 \text{ MPa}$	Atendido

Fonte: (do próprio autor).

## 8 CONCLUSÃO

Analisando os Resultados, conclui-se que a estrutura atende a todos os requisitos de projeto pré-estabelecidos pela APE.

Além disso, vimos que para a configuração adotada, o requisito de carregamento estático é o de maior solicitação da estrutura.

A folga do fator de segurança e do limite de massa será mantida, pois o projeto do motor L75 está em andamento e tais folgas poderão ser úteis no futuro.

Com o desenvolvimento do motor L75 em estágios mais avançados, poderá ser possível uma maior otimização da estrutura.

## REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE**. 3. ed. São Paulo: Érica, 2000. 292 p.

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE / análise dinâmica**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2008. 302 p.

BOUREZANE, Messaoud. Buckling finite element analysis of beams and frames. In: WORLD CONGRESS ON ENGINEERING, 1, 2012, London. **Proceedings...** London: WCE, 2012. p. 1-3.

MATWEB. AISI 1045 Steel, cold drawn. Disponível em: <<http://www.matweb.com>>. Acesso em: 15 abr. 2014.

PETTYT, M. **Introduction to Finite Element Vibration Analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990, 558 p.

PTC. Creo parametric. Disponível em: <<http://www.ptc.com>>. Acesso em 08 dez. 2014.

SHIGLEY, Joseph Edward. **Elementos de máquina Volume 1**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984. v. 3, 347 p.

SOLIDWORKS Corp. GEOSTAR/COSMOSM. Disponível em: <<http://www.solidworks.com.br>>. Acesso em 08 dez. 2014.

SOLIDWORKS Corp. Soliworks/Simulation. Disponível em: <<http://www.solidworksbrasil.com.br>>. Acesso em 08 dez. 2014.

SORIANO, Humberto Lima. **Elementos Finitos - Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. 411 p.

SOUTO, C.A. **Notas de aula de TE-205 Métodos computacionais em vibrações e acústica**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial, 2013. 300p.

**BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

THOMSON, William T. **Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 370 p.

## APÊNDICE A - Resultados da Análise Modal

A Tabela 2 ilustra os modos de vibração encontrados assim como a participação de massa em cada direção. Estão destacados em negrito os modos onde ocorreu maior participação de massa e a direção onde ocorreu esta maior participação de massa.

Tabela 2 – Frequências naturais e participação de massa de cada modo de vibração

Modo de vibração	Frequência [Hz]	Participação de massa na direção X [%]	Participação de massa na direção Y [%]	Participação de massa na direção Z [%]
<b>1</b>	2,705E+02	<b>0,376</b>	9,970E-04	3,530E-07
<b>2</b>	2,714E+02	9,530E-04	<b>0,383</b>	2,080E-07
<b>3</b>	3,318E+02	<b>0,332</b>	2,930E-03	1,040E-06
<b>4</b>	3,324E+02	2,950E-03	<b>0,325</b>	1,230E-07
<b>5</b>	4,851E+02	7,570E-08	9,110E-09	<b>0,311</b>
6	4,994E+02	6,080E-11	2,850E-08	1,840E-05
7	5,607E+02	1,050E-08	2,480E-07	2,920E-06
8	5,830E+02	1,870E-04	2,010E-05	6,750E-07
9	5,835E+02	1,930E-05	1,820E-04	3,060E-08
10	5,858E+02	2,850E-08	2,260E-09	1,730E-07
11	6,082E+02	2,930E-04	5,440E-05	5,560E-06
12	6,084E+02	5,500E-05	3,040E-04	1,020E-08
13	6,283E+02	6,940E-10	2,850E-10	4,060E-05
<b>14</b>	6,388E+02	6,190E-08	9,930E-09	<b>0,227</b>
15	6,476E+02	4,640E-04	6,950E-06	3,310E-06
16	6,478E+02	6,810E-06	4,580E-04	1,520E-07
17	6,494E+02	2,750E-07	3,970E-08	4,030E-07
18	6,569E+02	1,690E-05	6,890E-04	4,340E-06
19	6,570E+02	6,750E-04	1,790E-05	1,290E-06
20	6,598E+02	2,400E-11	3,020E-07	6,390E-06
<b>21</b>	6,716E+02	3,390E-08	1,660E-09	<b>0,134</b>
22	7,106E+02	1,740E-11	5,190E-09	1,130E-06
23	1,355E+03	6,860E-08	6,090E-07	1,810E-07
24	1,461E+03	2,610E-05	1,070E-04	2,150E-09
25	1,462E+03	1,290E-03	1,360E-03	3,710E-07
26	1,463E+03	1,490E-03	1,340E-03	2,010E-08
27	1,533E+03	4,790E-05	3,510E-07	4,980E-06
28	1,535E+03	2,230E-03	2,770E-04	4,200E-06
29	1,536E+03	2,890E-04	2,390E-03	2,630E-07
30	1,541E+03	6,900E-07	1,200E-09	1,000E-02

31	1,574E+03	1,520E-08	1,560E-06	3,180E-06
32	1,615E+03	1,630E-02	1,480E-03	8,090E-08
33	1,617E+03	1,460E-03	1,600E-02	8,480E-08
34	1,709E+03	3,940E-07	2,350E-07	4,870E-08
35	1,718E+03	9,770E-06	8,890E-06	8,090E-08
36	1,719E+03	3,910E-06	1,100E-05	8,850E-07
37	1,736E+03	9,220E-07	4,590E-08	3,110E-03
38	1,743E+03	4,390E-07	1,450E-08	5,980E-08
39	1,747E+03	4,780E-06	1,870E-08	4,780E-07
40	1,750E+03	1,510E-06	1,770E-06	2,780E-07
41	1,760E+03	1,110E-02	2,160E-04	1,520E-07
42	1,760E+03	2,110E-04	1,110E-02	9,140E-09
43	1,778E+03	2,650E-05	3,500E-04	1,450E-07
44	1,779E+03	3,340E-04	4,340E-05	6,750E-07
45	1,799E+03	4,810E-07	4,110E-06	1,470E-08
46	1,807E+03	3,840E-05	6,990E-02	6,400E-11
47	1,808E+03	7,000E-02	3,940E-05	6,700E-10
48	1,814E+03	1,260E-06	3,350E-06	9,260E-06
49	1,818E+03	1,600E-06	2,580E-05	1,390E-10
50	1,874E+03	3,010E-07	4,820E-10	2,770E-04
51	1,962E+03	5,760E-08	6,620E-08	2,120E-07
52	1,988E+03	2,970E-06	5,180E-07	4,710E-07
53	1,991E+03	2,580E-06	3,800E-06	6,760E-08
54	2,017E+03	1,830E-07	2,030E-08	3,410E-08
55	2,084E+03	2,920E-08	3,690E-08	2,460E-07
56	2,098E+03	1,350E-06	9,490E-07	4,280E-07
57	2,103E+03	3,390E-07	2,190E-06	3,650E-09
58	2,114E+03	2,690E-10	4,820E-08	1,560E-05
59	2,655E+03	3,550E-07	9,670E-08	6,530E-06
60	2,720E+03	3,840E-03	5,690E-06	2,660E-05
61	2,723E+03	4,840E-06	3,900E-03	3,190E-06
62	2,737E+03	6,050E-06	5,280E-07	2,100E-02
63	2,840E+03	1,810E-07	2,460E-07	5,540E-09
64	2,919E+03	2,730E-03	1,980E-05	3,850E-07
65	2,920E+03	2,380E-05	2,780E-03	3,520E-09
66	2,962E+03	3,310E-09	3,150E-06	6,350E-08
67	3,022E+03	3,330E-07	9,540E-08	3,040E-08
68	3,042E+03	6,380E-07	2,710E-08	5,640E-08
69	3,047E+03	1,740E-06	6,610E-07	1,100E-07
70	3,078E+03	6,500E-07	1,220E-06	5,390E-08
71	3,111E+03	1,310E-04	7,070E-08	1,960E-08
72	3,139E+03	3,380E-03	8,700E-03	4,050E-09
73	3,140E+03	8,410E-03	3,430E-03	1,940E-09
74	3,180E+03	2,410E-07	7,050E-07	2,150E-08

75	3,253E+03	2,720E-07	1,690E-08	3,070E-09
76	3,262E+03	1,480E-06	2,680E-05	1,130E-03
77	3,264E+03	7,760E-06	3,750E-04	7,420E-05
78	3,264E+03	4,230E-04	5,150E-06	8,060E-06
79	3,327E+03	3,780E-07	4,520E-05	4,510E-10
80	3,341E+03	7,540E-04	2,130E-06	2,040E-08
81	3,343E+03	3,670E-06	3,790E-05	6,680E-09
82	3,344E+03	1,120E-07	6,930E-04	1,190E-07
83	3,348E+03	2,450E-08	1,450E-06	2,440E-07
84	3,349E+03	1,070E-07	7,500E-07	7,140E-05
85	3,356E+03	1,590E-07	6,850E-08	5,670E-07
86	3,359E+03	5,200E-10	3,290E-07	1,530E-06
87	3,364E+03	8,280E-06	2,020E-06	4,430E-09
88	3,371E+03	1,290E-07	6,460E-07	2,870E-07
89	3,376E+03	2,810E-08	2,720E-07	1,840E-07
90	3,381E+03	1,230E-07	3,750E-05	2,350E-08
91	3,442E+03	7,300E-07	4,600E-05	4,670E-10
92	3,481E+03	2,950E-03	1,910E-02	1,840E-08
93	3,482E+03	1,940E-02	2,980E-03	1,800E-08
94	3,629E+03	1,620E-07	5,270E-08	7,480E-03
95	3,646E+03	9,320E-07	1,990E-05	3,170E-07
96	3,646E+03	1,570E-05	2,180E-06	4,690E-06
97	3,653E+03	2,990E-07	4,160E-08	6,190E-08
98	3,800E+03	4,290E-07	5,110E-09	5,960E-04
99	3,863E+03	5,810E-09	1,270E-07	1,630E-07
100	4,057E+03	6,030E-04	4,510E-07	1,410E-07
101	4,065E+03	6,090E-07	6,190E-04	1,270E-07
102	4,270E+03	2,490E-06	3,250E-05	1,330E-08
103	4,359E+03	1,740E-02	6,300E-05	2,870E-08
104	4,359E+03	3,940E-02	3,190E-05	1,310E-08
105	4,364E+03	8,300E-05	5,660E-02	3,190E-11
106	4,411E+03	3,470E-06	6,970E-05	5,870E-10
107	4,449E+03	5,710E-08	1,340E-09	1,060E-09
108	4,668E+03	3,210E-07	2,530E-09	1,870E-07
109	4,674E+03	5,430E-08	3,520E-07	4,650E-09
110	4,693E+03	5,460E-10	3,610E-07	4,200E-08
111	4,701E+03	6,670E-09	2,710E-08	1,410E-08
112	4,858E+03	1,420E-03	6,070E-04	1,340E-08
113	4,859E+03	5,970E-04	1,330E-03	3,100E-09
114	4,907E+03	1,730E-08	1,840E-06	3,000E-08
115	4,935E+03	1,780E-06	4,740E-06	1,840E-04
116	5,001E+03	5,110E-03	3,370E-04	1,670E-07
117	5,004E+03	3,870E-04	5,380E-03	4,010E-09
118	5,014E+03	1,810E-05	1,770E-04	2,440E-06

119	5,028E+03	2,120E-04	3,670E-05	2,040E-07
120	5,038E+03	1,890E-04	1,840E-04	1,490E-06
121	5,054E+03	2,730E-04	6,480E-04	9,060E-08
122	5,060E+03	5,940E-04	7,040E-05	3,380E-07
123	5,071E+03	1,870E-05	9,640E-06	7,460E-08
124	5,089E+03	1,650E-06	1,930E-07	1,130E-06
125	5,107E+03	4,440E-07	9,120E-06	7,940E-07
126	5,109E+03	3,150E-05	3,530E-08	3,840E-08
127	5,199E+03	4,060E-06	1,080E-06	9,640E-03
128	5,207E+03	8,570E-06	1,370E-06	1,930E-05
129	5,215E+03	9,980E-04	4,490E-05	2,900E-05
130	5,216E+03	3,680E-05	1,170E-03	3,040E-06
131	5,232E+03	3,100E-06	8,170E-06	6,230E-05
132	5,236E+03	2,890E-06	5,980E-06	5,590E-06
133	5,240E+03	1,470E-04	9,920E-04	2,250E-07
134	5,241E+03	1,190E-03	1,360E-04	1,090E-08
135	5,258E+03	4,600E-06	7,510E-07	1,080E-06
136	5,329E+03	5,860E-07	2,250E-05	8,020E-08
137	5,340E+03	4,880E-06	1,020E-06	1,590E-07
138	5,399E+03	1,740E-09	3,280E-08	3,130E-05
139	5,417E+03	3,520E-09	2,520E-10	4,830E-08
140	5,445E+03	1,420E-09	6,980E-08	4,020E-08
141	5,543E+03	1,180E-03	2,050E-04	1,700E-10
142	5,546E+03	2,080E-04	1,190E-03	2,080E-08
143	5,981E+03	9,500E-04	1,460E-04	6,260E-09
144	5,984E+03	1,410E-04	9,580E-04	9,560E-09
145	5,997E+03	2,200E-08	2,410E-08	2,130E-11
146	6,157E+03	4,690E-10	4,820E-08	7,670E-08
147	6,268E+03	4,070E-08	1,390E-06	4,870E-10
148	6,274E+03	1,360E-09	1,240E-07	1,170E-10
149	6,359E+03	5,670E-07	7,990E-07	1,700E-07
150	6,398E+03	1,020E-03	2,040E-04	9,930E-08
151	6,400E+03	1,980E-04	1,100E-03	2,740E-07
152	6,452E+03	1,590E-06	3,950E-06	1,870E-06
153	6,483E+03	2,970E-08	1,290E-08	2,950E-04
154	6,487E+03	2,310E-07	1,780E-07	2,380E-03
155	6,577E+03	8,420E-05	1,840E-05	5,860E-08
156	6,579E+03	3,080E-05	7,580E-05	4,250E-08
157	6,603E+03	9,340E-05	9,310E-08	1,970E-07
158	6,658E+03	2,690E-07	4,550E-08	5,190E-07
159	6,719E+03	1,530E-07	5,180E-08	4,310E-07
160	6,772E+03	5,810E-07	7,730E-07	1,250E-08
161	6,796E+03	2,340E-06	1,650E-09	1,390E-08
162	6,809E+03	2,550E-07	2,340E-06	1,620E-09

163	6,826E+03	1,300E-03	1,100E-05	4,040E-10
164	6,839E+03	1,480E-05	2,150E-03	7,240E-10
165	6,851E+03	1,100E-04	3,840E-04	6,480E-14
166	6,854E+03	5,930E-04	7,570E-04	3,410E-08
167	6,866E+03	1,370E-03	1,140E-04	4,730E-09
168	6,938E+03	3,670E-09	4,150E-07	2,820E-07
169	6,967E+03	2,090E-06	3,090E-07	1,230E-04
170	6,974E+03	3,140E-06	3,390E-07	7,470E-05
171	7,120E+03	7,340E-04	3,210E-06	3,590E-08
172	7,123E+03	2,690E-06	7,210E-04	1,880E-11
173	7,142E+03	1,320E-06	2,450E-08	2,280E-05
174	7,258E+03	3,580E-08	1,300E-08	1,840E-10
175	7,282E+03	3,330E-07	5,650E-05	9,750E-09
176	7,283E+03	6,650E-08	6,770E-05	4,410E-09
177	7,287E+03	1,210E-04	1,990E-07	5,560E-10
178	7,324E+03	1,550E-07	4,960E-08	1,160E-09
179	7,392E+03	9,010E-06	1,800E-07	5,870E-12
180	7,411E+03	5,500E-08	1,270E-08	2,790E-05
181	7,437E+03	1,000E-05	4,030E-07	1,170E-07
182	7,491E+03	6,150E-07	3,230E-08	3,350E-09
183	7,493E+03	1,200E-10	9,210E-08	7,760E-08
184	7,499E+03	2,050E-06	2,380E-08	1,910E-09
185	7,514E+03	8,990E-06	1,680E-05	1,260E-08
186	7,516E+03	1,410E-05	1,140E-05	9,380E-08
187	7,694E+03	1,670E-06	2,830E-06	1,420E-04
188	7,697E+03	2,370E-06	6,280E-07	2,050E-03
189	7,701E+03	1,300E-05	9,590E-06	1,730E-05
190	7,705E+03	8,390E-06	7,630E-06	5,370E-04
191	7,949E+03	2,990E-07	6,960E-07	1,390E-08
192	8,082E+03	3,810E-04	4,960E-08	3,430E-07
193	8,083E+03	2,090E-06	1,570E-04	1,050E-08
194	8,089E+03	3,020E-06	2,300E-04	2,070E-10
195	8,102E+03	7,130E-07	1,000E-05	4,070E-07
196	8,124E+03	1,110E-07	3,930E-07	2,510E-09
197	8,195E+03	1,410E-08	2,420E-07	3,010E-10
198	8,224E+03	1,430E-06	5,840E-09	1,260E-08
199	8,259E+03	1,800E-06	4,350E-07	2,160E-07
200	8,410E+03	8,500E-07	1,690E-09	2,590E-03

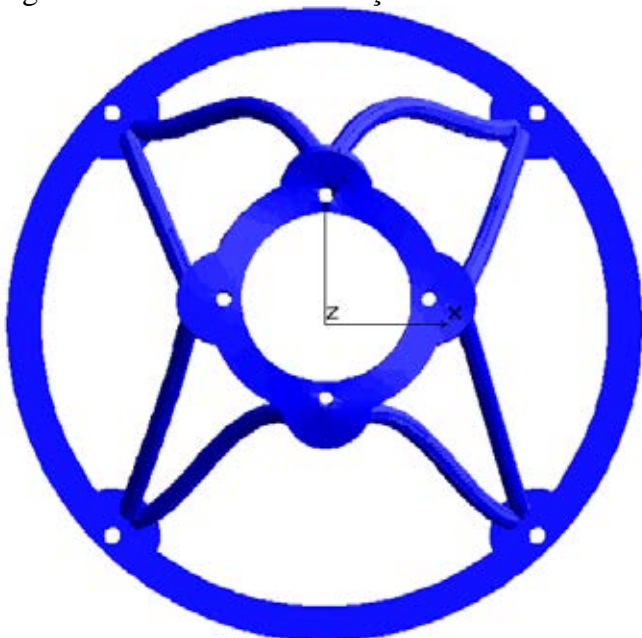
Participação de massa total

0,938                      0,937                      0,734

Fonte: (do próprio autor).

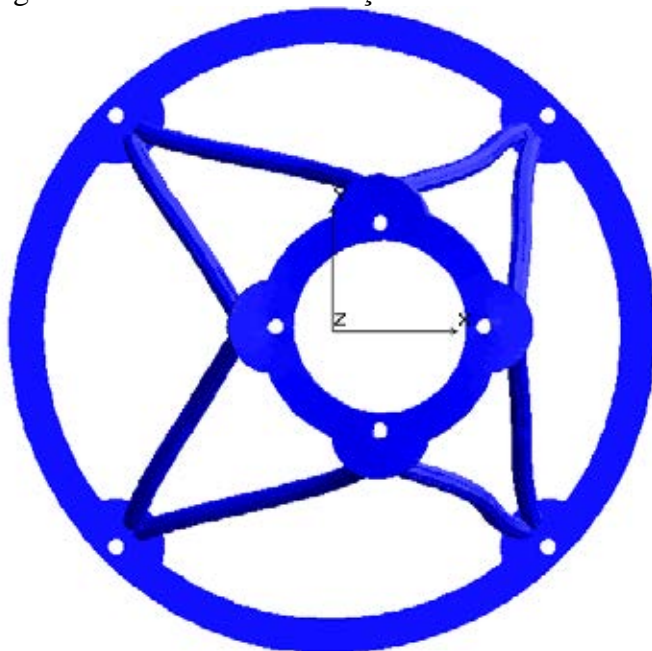
As Figuras 39 a 44 ilustram a maneira como a estrutura vibra no 2º, 3º, 4º, 5º, 14º e 21º modo de vibração que (junto ao 1º modo) são os modos onde ocorreu maior participação de massa.

Figura 39 – 2º modo de vibração da estrutura com 271,4 Hz na direção Y



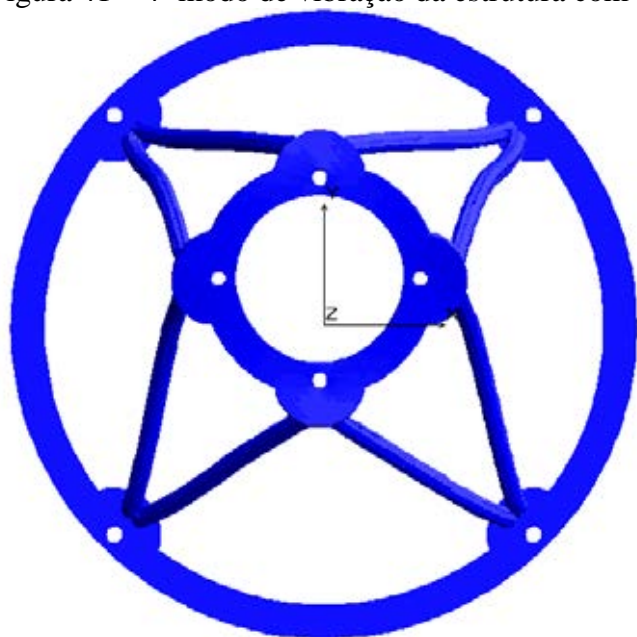
Fonte: (do próprio autor).

Figura 40 – 3º modo de vibração da estrutura com 331,8 Hz na direção X



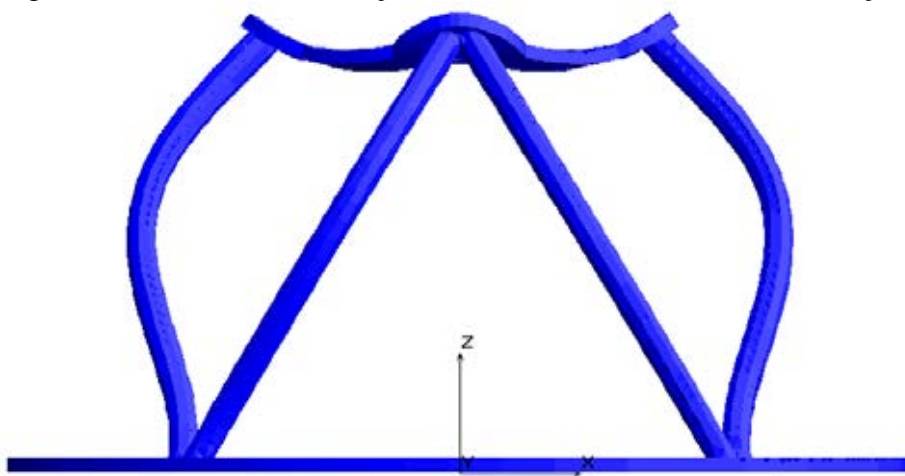
Fonte: (do próprio autor).

Figura 41 – 4º modo de vibração da estrutura com 332,4 Hz na direção Y



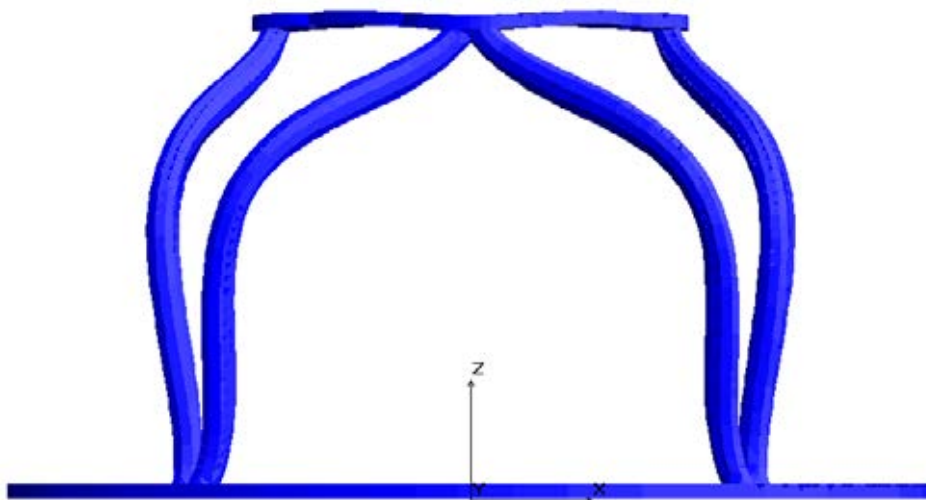
Fonte: (do próprio autor).

Figura 42 – 5º modo de vibração da estrutura com 485,1 Hz na direção Z



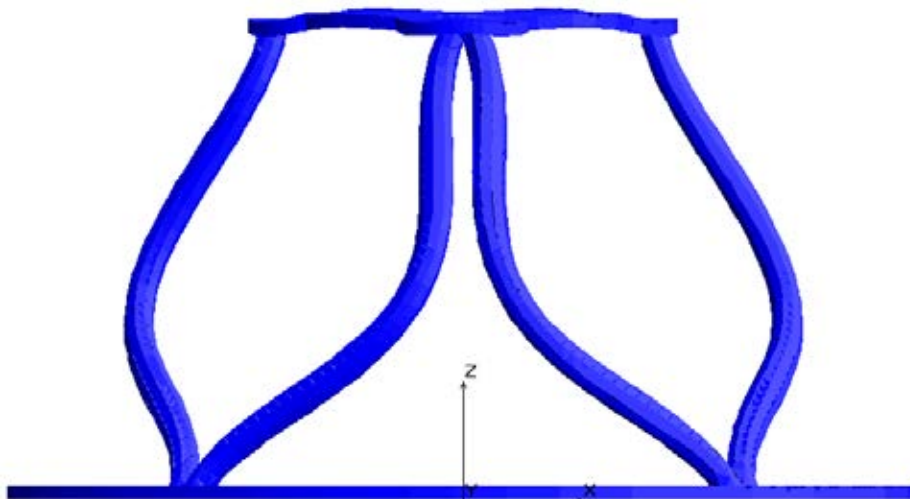
Fonte: (do próprio autor).

Figura 43 – 14º modo de vibração da estrutura com 638,8 Hz na direção Z



Fonte: (do próprio autor).

Figura 44 – 21º modo de vibração da estrutura com 671,6 Hz na direção Z



Fonte: (do próprio autor).

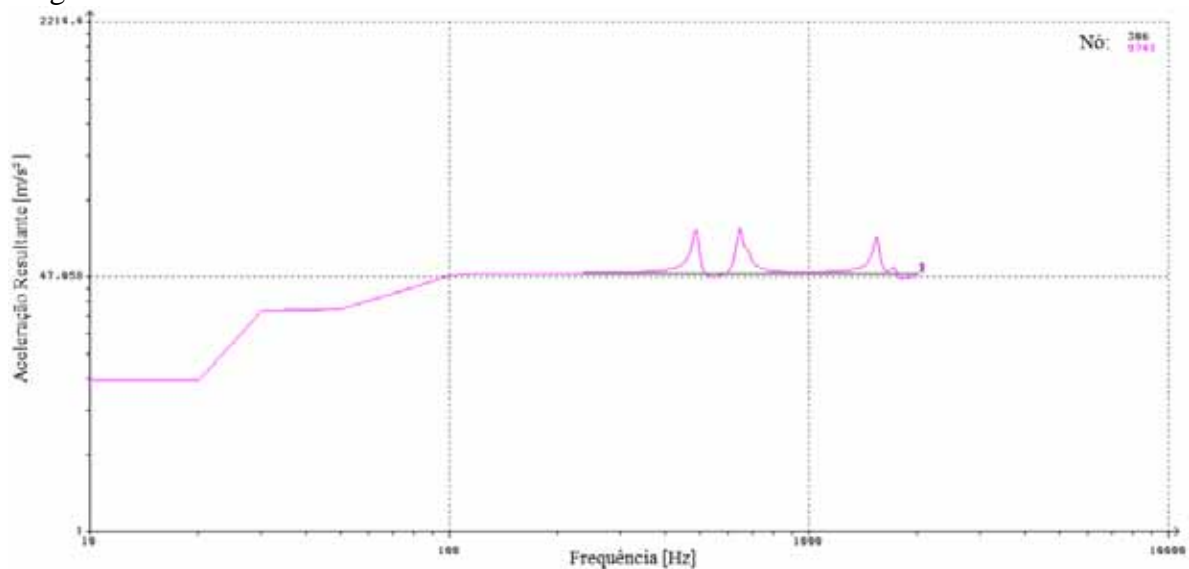
## APÊNDICE B – Respostas das análises harmônicas nos nós selecionados

As curvas a seguir ilustram o comportamento dos pontos nodais selecionados nas análises harmônicas. Cada curva ilustra o comportamento de um dos nós selecionados (sem condições de contorno) com o nó de entrada selecionado, que é um dos nós onde foram aplicadas as condições de contorno.

O nó de entrada é o de número 306, que está engastado ( $u_x = u_y = u_z = r_x = r_y = r_z = 0$ ), os outros nós são os correspondentes aos números 6716, 9741, 10012 e 11761, conforme ilustra a Figura 31.

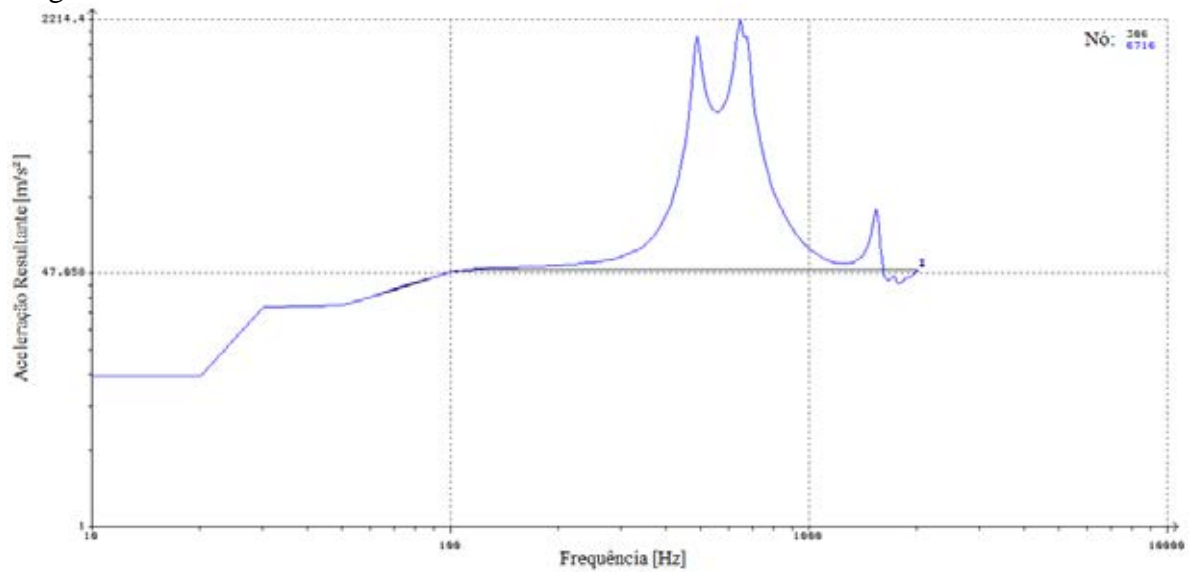
As Figuras 45 a 48 ilustram as respostas de cada um dos outros quatro nós em comparação com a resposta do nó de entrada na análise harmônica longitudinal. Enquanto as Figuras 49 a 52 ilustram as respostas de cada um dos outros quatro nós em comparação com a resposta do nó de entrada na análise harmônica transversal.

Figura 45 – Gráfico de resposta do nó 9741 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal



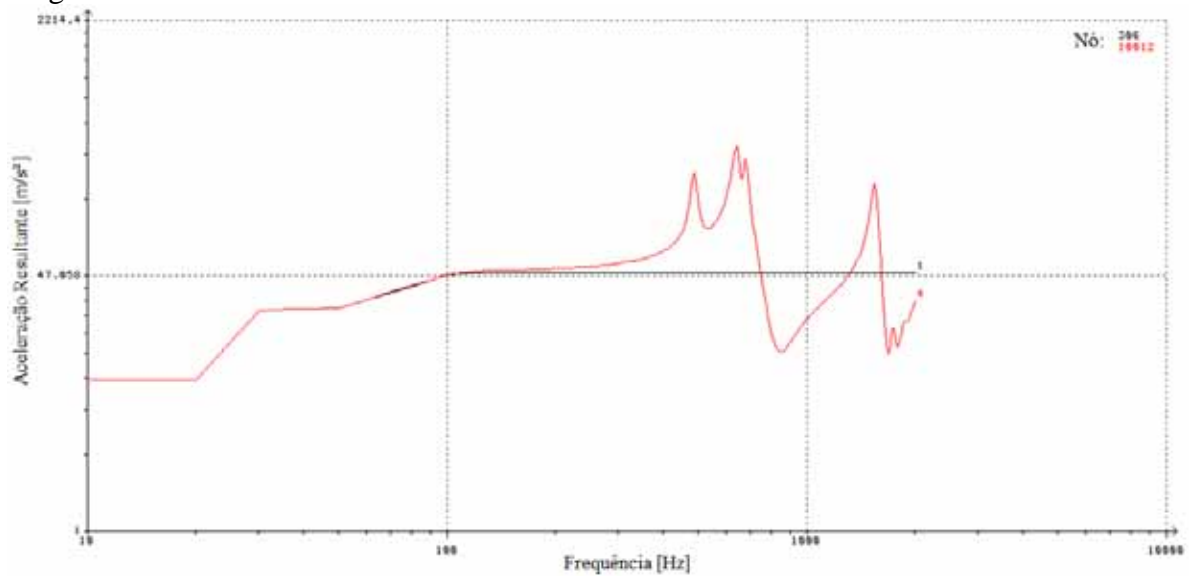
Fonte: (do próprio autor).

Figura 46 – Gráfico de resposta do nó 6716 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal



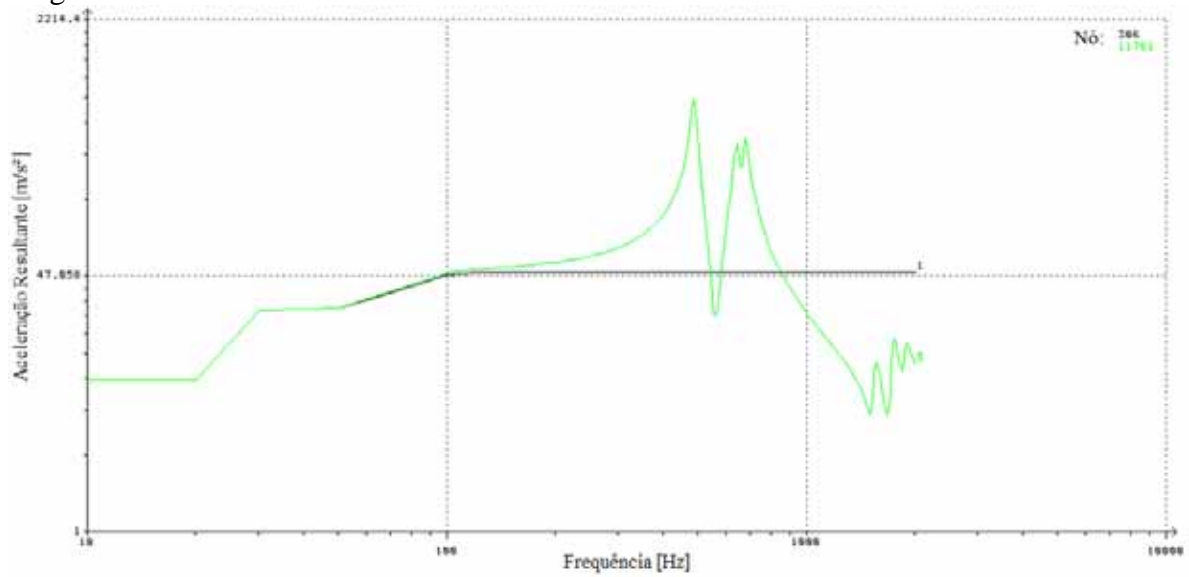
Fonte: (do próprio autor).

Figura 47 – Gráfico de resposta do nó 10012 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal



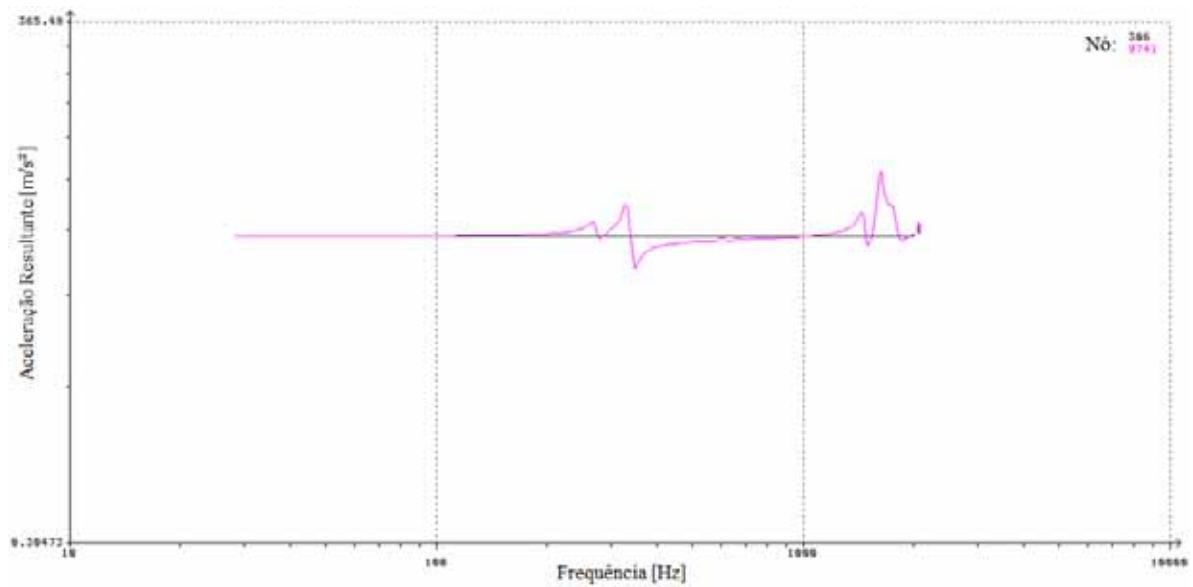
Fonte: (do próprio autor).

Figura 48 – Gráfico de resposta do nó 11761 em relação ao nó 306 na análise harmônica longitudinal



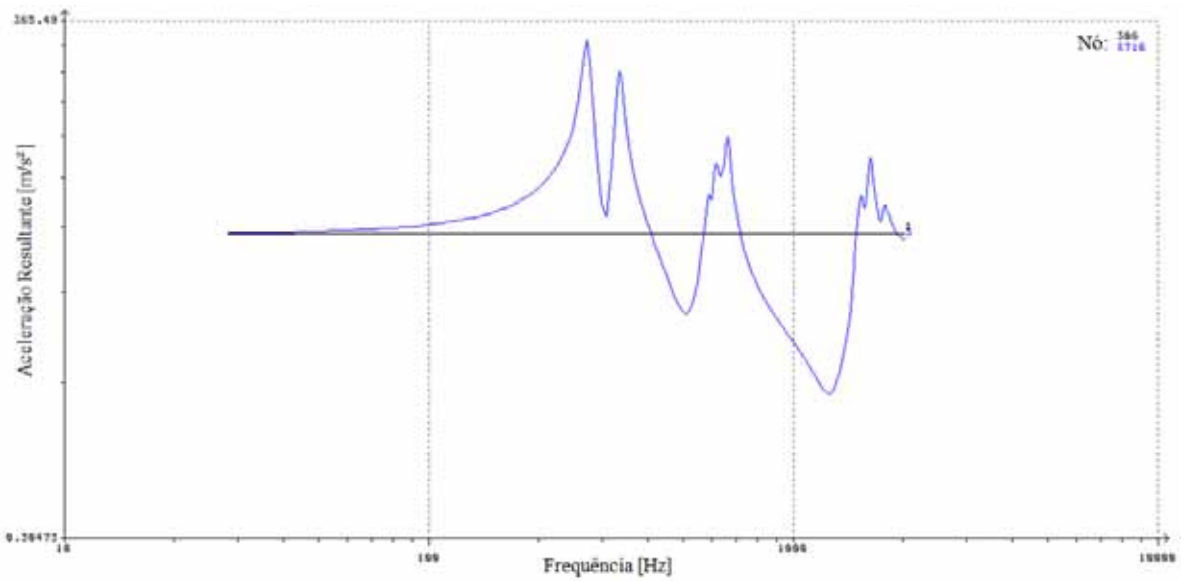
Fonte: (do próprio autor).

Figura 49 – Gráfico de resposta do nó 9741 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal



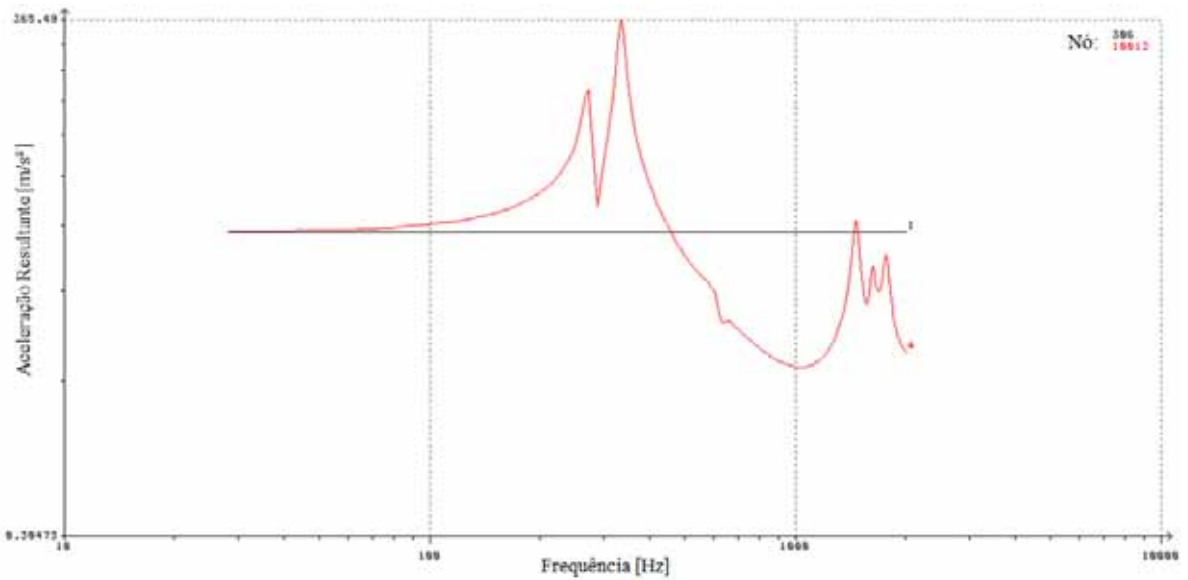
Fonte: (do próprio autor).

Figura 50 – Gráfico de resposta do nó 6716 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal.



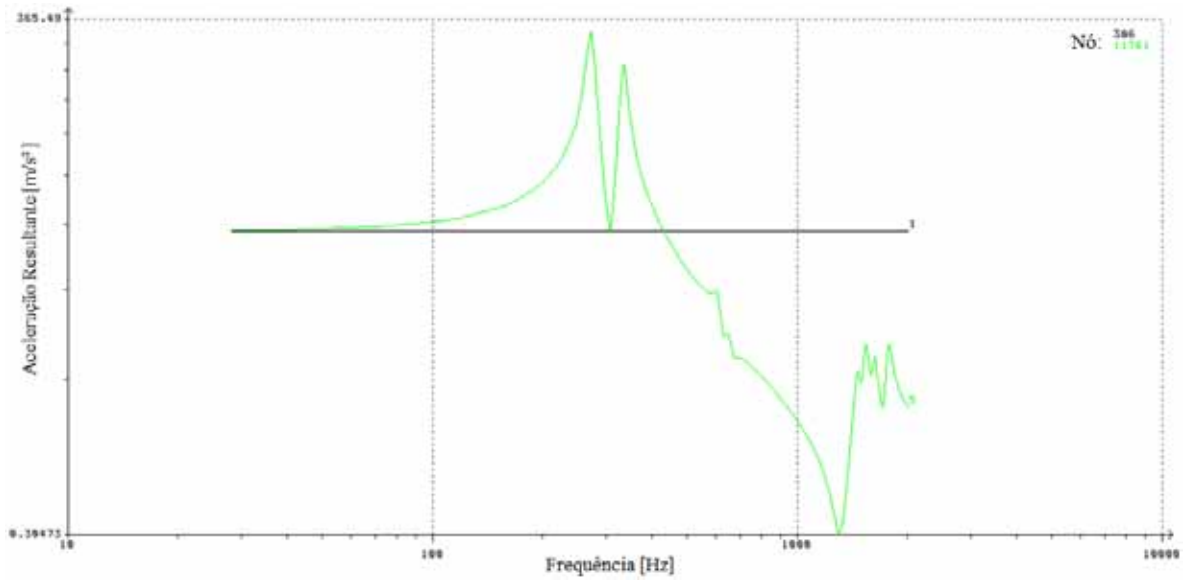
Fonte: (do próprio autor).

Figura 51 – Gráfico de resposta do nó 10012 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal



Fonte: (do próprio autor).

Figura 52 – Gráfico de resposta do nó 11761 em relação ao nó 306 na análise harmônica transversal



Fonte: (do próprio autor).