

Trabalho de Conclusão de Curso  
Curso de Graduação em Física

**Título:** Neutrino e o Modelo Padrão

**Autora:** *Ana Vitoria de Almeida Martinheira Braga*

**Orientador:** *Prof. Dr. Luiz Antonio Barreiro*



B813n	<p>Braga, Ana Vitoria de Almeida Martinheira</p> <p>Neutrino e o modelo padrão : como estudo do neutrino possibilita compreender a física além do modelo padrão / Ana Vitoria de Almeida Martinheira Braga. -- Rio Claro, 2019</p> <p>58 p. : il., tabs., fotos</p> <p>Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado e licenciatura - Física) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro</p> <p>Orientador: Luiz Antonio Barreiro</p> <p>1. neutrinos. 2. modelo padrão. 3. massa de neutrinos. 4. bóson de Higgs. 5. férmions.</p> <p>I. Título.</p>
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

## Neutrino e o Modelo Padrão

**Autora:** *Ana Vitoria de Almeida Martinheira Braga*

**Orientador:** *Prof. Dr. Luiz Antonio Barreiro*

**Disciplina:** Trabalho de Conclusão do Curso

**Curso:** Bacharelado e Licenciatura em Física

**Professores Responsáveis:** Dr. Luiz Antonio Barreiro  
Dr. Edson Denis Leonel  
Dr. Makoto Yoshida

**Instituição:** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”  
IGCE - Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Departamento de Física

Rio Claro, 4 de dezembro de 2019.

---

Nome do Autor (aluno)

---

Nome do Orientador (orientador)



*Para meu pai Sylvio, que sempre me ensinou a ver o lado bom da vida. Descanse em paz.*



*“As convicções são inimigas mais perigosas  
da verdade do que as mentiras.”*

Friedrich Nietzsche





# Agradecimentos

- Agradeço à minha mãe, Rita, e aos meus irmãos, Ana Clara, Antônio Carlos, Ana Rita e Ricardo Manoel, por todo carinho, apoio e suporte emocional.
- Gostaria de agradecer ao João Paulo e Jéssica Sayuri por todo apoio emocional, incentivo, companheirismo ao longo desta jornada na universidade e por acreditarem em mim.
- Agradeço ao meu orientador Luiz Antônio Barreiro por todo suporte, disposição e conhecimentos compartilhados ao longo deste projeto.
- Finalmente, a todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para a minha formação como futura física.
- À Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” e em especial a todos os professores do Departamento de Física da UNESP - Rio Claro que contribuíram para a minha formação acadêmica, meu sincero muito obrigada.



# Resumo

Neste trabalho, estudou-se sobre a natureza do neutrino, o contexto de sua descoberta e os mediadores responsáveis por suas interações. Foi discutido a ideia de campo fermiônico, lagrangeanas de interação e alguns conceitos fundamentais da mecânica relativística. Após estas conceitualizações, mostramos como o Modelo Padrão gera massa às partículas, mas não aos neutrinos. Apresentamos o formalismo do modelo de Oscilação de Neutrino, baseado no conceito de superposição de estados, este, por sua vez, propõe a mistura de sabores de neutrinos induzida por diferença de massa, divergindo do modelo de Glashow-Weinberg-Salam. Por fim, discutimos a importância de alguns experimentos que consolidaram a natureza massiva do neutrino.



# Abstract

In this work we study the nature of the neutrino, the context of its discovery and the mediators responsible for its interactions. The idea of fermionic field, lagrangian interaction and some fundamental concepts of relativistic mechanics were discussed. After these conceptualizations, we show how the Standard Model generates mass to particles, but not to neutrinos. We present the formalism of the Neutrino Oscillation model, based on the concept of state overlap, which, in turn, proposes the mass difference-induced neutrino flavor mixture, diverging from the Glashow-Weinberg-Salam model. Finally, we discuss the importance of some experiments that have consolidated the massive nature of the neutrino.



# Sumário

<b>Prefácio</b>	<b>xv</b>
<b>1 Conceitos Importantes da Mecânica Relativística</b>	<b>1</b>
1.1 Equação de Klein-Gordon . . . . .	1
1.2 Equação de Dirac . . . . .	2
<b>2 Interação Eletrofraca e Neutrinos</b>	<b>5</b>
2.1 Neutrino . . . . .	5
2.2 Campo Fermiônico . . . . .	6
2.3 Lagrangeana de Interação . . . . .	6
<b>3 Interação Eletrofraca e o Modelo Padrão</b>	<b>9</b>
3.1 Grupo de Simetria SU(2) . . . . .	9
3.2 Quebra Espontânea de Simetria . . . . .	14
3.3 Modelo Padrão para os Léptons . . . . .	17
3.4 Termo de Massa . . . . .	23
<b>4 Oscilação de Neutrinos</b>	<b>25</b>
4.1 O Neutrino e o Modelo Padrão . . . . .	25
4.2 O Problema do Neutrino Solar . . . . .	25
4.3 Oscilação do Neutrino no Vácuo . . . . .	25
4.4 Probabilidade de Oscilação: 2 <sup>a</sup> Geração . . . . .	28
4.5 Experimentos . . . . .	31
<b>5 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>35</b>
<b>A Isospin ou Spin Isotópico</b>	<b>37</b>





# Prefácio

Os neutrinos são partículas subatômicas, não possuem carga elétrica, só interagem através da interação fraca por meio de intermediadores da interação, como o bóson  $W^\pm$  e  $Z^0$ . Sua detecção é difícil, uma vez que ele praticamente não interage com a matéria. Sua existência foi prevista teoricamente em 1930 pelo físico Wolfgang Pauli, para conservar o balanço de energia do decaimento  $\beta$ , hoje sabemos que se trata do neutrino eletrônico  $\nu_e$ . Por interagir fracamente, o neutrino é classificado como um lépton e por ter spin semi-inteiro também é um férmion, e obedece a estatística de Fermi-Dirac.

O segundo tipo de neutrino, neutrino do múon, foi descoberto em 1962, pelos físicos Leon Lederman, Melvin Schwartz e Jack Steinberger no laboratório Brookhaven, vindo a receber o Prêmio Nobel de Física em 1988. O experimento mostrou, além da existência do múon- neutrino, que o múon e o neutrino do múon formam um par, bem como o elétron e o neutrino do elétron formam outro par.

A teoria do Modelo Padrão, ou ainda, teoria Glashow-Weinberg-Salam desenvolvida pelos físicos Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steven Weinberg, surgiu no início da década de sessenta e previu a existência do grupo de famílias de partículas, charmed, botton e up, os bósons vetoriais  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , além do terceiro neutrino, o neutrino tauônico ( $\nu_\tau$ ).

O Modelo Padrão prevê que os neutrinos não têm massa, entretanto, na tentativa de solucionar o problema do neutrino solar, onde valor previsto e o valor experimental diferem, surge um novo modelo chamado de Oscilação de Neutrinos, isto é, o neutrino é convertido sucessivamente entre os três sabores possíveis durante o trajeto entre a fonte de emissão e o detector. Esta oscilação entre os sabores de neutrinos que leva à uma oscilação de sabor induzida por diferença de massa. Este modelo propõe que as partículas de neutrinos tenham massa, mesmo que muito pequena, divergindo do Modelo Padrão. Alguns experimentos foram fundamentais para consolidar o modelo de oscilação de neutrinos, Sudbury Neutrino Observatory (SNO), localizado no Canadá e o Super-Kamiokande, localizado no Japão. O SNO foi o primeiro a confirmar experimentalmente o fenômeno de oscilação entre os três sabores.

A caracterização teórica do comportamento dos neutrinos permite o avanço na compreensão e investigação de problemas nos campos da Astrofísica, Física de Partículas e Cosmologia. O conteúdo apresentado neste trabalho é uma revisão bibliográfica de livros e artigos, e tem por objetivo o estudo dos conceitos fundamentais sobre a física do neutrino, que possibilite uma melhor compreensão de uma física além do Modelo Padrão, através

das oscilações de neutrinos. Nesse contexto, este trabalho apresenta uma análise sobre a natureza do neutrino, a ideia de campo fermiônico, lagrangeanas de interação e alguns conceitos importantes da mecânica relativística. Será mostrado como o Modelo Padrão gera massa às partículas mas não aos neutrinos, bem como o formalismo do modelo de Oscilação, baseado na mistura de sabores de neutrinos induzida por diferença de massa.

O trabalho está organizado em quatro capítulos. O primeiro capítulo aborda os fundamentos da mecânica relativística. Já o segundo capítulo apresenta algumas noções sobre a interação eletrofraca. O capítulo três relaciona a interação eletrofraca com o Modelo Padrão. E por fim, o último capítulo trata do modelo de oscilação de neutrinos e apresenta uma síntese de alguns experimentos que corroboram a teoria.

# Capítulo 1

## Conceitos Importantes da Mecânica Relativística

### 1.1 Equação de Klein-Gordon

Para estudar a energia total de um sistema descrito pelo ponto de vista da Mecânica Clássica, temos a seguinte equação para uma partícula livre, ou seja, sem interferência de forças externas:

$$E = \frac{\|\vec{p}\|^2}{2m}. \quad (1.1)$$

A Mecânica Relativística possui um análogo à esta equação, invariante à transformação de Lorentz. Sendo o momentum um quadrivetor  $p^\mu = (\frac{E}{c}; \vec{p}) = (E; \vec{p})$ . Rescrevendo a equação acima e elevando os termos ao quadrado, temos:

$$E^2 = \|\vec{p}\|^2 + m^2, \quad (1.2)$$

onde  $p^2 = p^\mu p_\mu = E^2 - \|\vec{p}\|^2$  está em unidades naturais, ou seja, as constantes de Planck e a velocidade da luz assumem valores  $\hbar = 1$  e  $c = 1$ , respectivamente a fim de facilitar os cálculos. Substituindo  $E$  e  $\vec{p}$  por operadores correspondentes e operando sobre uma função de onda, que neste caso será a função de onda do neutrino  $\nu(x)$ , temos:

$$(i^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2})\nu(x) = (-i\vec{\nabla})(-i\vec{\nabla})\nu(x) + m^2\nu(x). \quad (1.3)$$

Passando todos os termos para um lado da igualdade, temos:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nu(x) - \vec{\nabla}^2\nu(x) + m^2\nu(x) = (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\nu(x) = 0. \quad (1.4)$$

É possível reescrever a equação anterior de maneira compacta utilizando a notação de derivada de um quadrivetor, de segunda ordem na forma  $\partial^2 = \partial^\mu\partial_\mu$ , onde  $\partial^\mu = (\partial_0; -\vec{\nabla})$ , ou seja, a derivada é aplicada na componente temporal ( $\partial_0$ ) e nas coordenadas espaciais

( $-\vec{\nabla}$ ). Logo, temos a equação de **Klein-Gordon**.

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\nu(x) = 0. \quad (1.5)$$

## 1.2 Equação de Dirac

Com o intuito de analisar o comportamento da primeira derivada temporal, Paul Dirac reescreveu a equação (1.1) na forma linear nos operadores:

$$i \frac{\partial}{\partial t} = \vec{\alpha} \vec{p} + \beta m. \quad (1.6)$$

onde o vetor  $\vec{\alpha}$  é responsável pela rotação e  $\beta$  é um escalar arbitrário.

É sabido que partículas de spin semi-inteiro são chamadas de férmions, e de spin inteiro de bósons. Os férmions são estudadas a partir das equações de Dirac. Um exemplo de partícula fermiônica é o elétron, com spin  $\pm 1/2$ . A energia total dos estados de mão direita e mão esquerda é calculado por meio da hamiltoniana de Dirac  $H_{Dirac}$ :

$$H_{Dirac} = \vec{\alpha} \vec{p} + \beta m. \quad (1.7)$$

Elevando ao quadrado, a fim de buscar uma relação com a equação  $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ , temos:

$$E^2 = H_{Dirac} H_{Dirac} = \|\vec{p}\|^2 + m^2 \quad (1.8)$$

$$(\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m)(\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m) = \|\vec{p}\|^2 + m^2 \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} & (\alpha_1 p^1 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p^3 + \beta m)(\alpha_1 p^1 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p^3 + \beta m) = \\ & = (p^1)^2 + (p^2)^2 + (p^3)^2 + m^2. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Fica claro que as constantes  $\vec{\alpha}$  e  $\beta$  devem assumir o valor igual a 1. Pode-se observar também que o lado direito da equação anterior não possui termos cruzados  $p^1 p^2$  ( $p^1 p^2 = p^2 p^1$  comutam, assim como os demais), portanto os termos mistos restantes, como  $p^2 p^3$  e  $p^3 p^1$  devem assumir valores iguais à zero.

$$(\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_1)(p^1 p^2) = 0. \quad (1.11)$$

Como  $p^1 p^2$  são operadores, temos que o lado esquerdo da equação anterior deve respeitar a seguinte igualdade:

$$(\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_1) = 0. \quad (1.12)$$

Isso também vale para os demais termos mistos restantes, como  $p^2 p^3$  e  $p^3 p^1$ . Essa igualdade é chamada de anticomutador e recebe a seguinte abreviatura:

$$[\alpha_1, \alpha_2] = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_1). \quad (1.13)$$

Generalizando os resultados obtidos, temos:

$$[\alpha_i, \alpha_j] = 2\delta_{ij}, \quad [\beta, \alpha] = 0, \quad \beta^2 = 1.$$

A expressão  $(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_1)$  não pode ser número, uma vez que estes comutam, portanto Dirac assumiu que os valores de  $\alpha$ 's e  $\beta$  são matrizes, dadas por:

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

onde  $\sigma_i$  são matrizes  $2 \times 2$ , logo, ambas as matrizes são  $4 \times 4$ , pois estamos analisando os fenômenos em quatro dimensões, uma temporal e três espaciais, de acordo com [1].

O estudo de Dirac sobre a energia total de uma partícula através das equações da mecânica quântica relativística gerou algumas previsões que se confirmaram posteriormente, como a antimatéria, por meio da expressão (1.1), uma vez que admitia valores tanto positivos quanto negativos para energia (isto é,  $E = \pm\sqrt{\|\vec{p}\|^2 + m^2}$ ). Esta se caracteriza por ser o oposto da matéria ordinária que conhecemos, possui mesma massa, mesmo número leptônico ou bariônico, mesmo spin e momento magnético, entretanto possui sinal contrário. De acordo com a equação 1.2, ao considerar o momentum  $\vec{p} = 0$ , tem-se que a hamiltoniana se torna  $H = \beta m$ .

$$H = \beta m = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{pmatrix}.$$

Para se obter a matriz do primeiro estado base basta selecionar a primeira linha da matriz anterior.

$$H \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

os demais estados base são determinados de forma análoga para  $m$ ,  $-m$  e  $-m$ .

Quando Dirac decidiu não descartar os valores negativos da hamiltoniana ele se deparou com o seguinte dilema: considere um elétron, os sistemas físicos tendem a evoluir para um estado de mínima energia, conseqüentemente o elétron deveria avançar para estados de menor energia, irradiando energia, e não é o que se observa na natureza. Para explicar tal fenômeno, Dirac propôs o conceito de “mar de elétrons”, de modo que todos

os elétrons que existem no estado negativo de energia e no estado positivo de energia não poderiam transitar livremente entre eles devido ao princípio de exclusão de Pauli. Isto é, dois férmions não podem ocupar o mesmo estado quântico simultaneamente, de modo que, um sistema formado por mais de um férmion, deve ser antissimétrica. Entretanto, se um elétron de carga negativa for excitado por um fóton (ou seja, recebe uma energia maior que a energia que separa os dois “mares”) transitando para o estado positivo, este deixaria um buraco no mar que então poderia ser observado, pois este buraco se comportaria com uma partícula positiva, com carga e energia positiva. No entanto, mais tarde a proposta

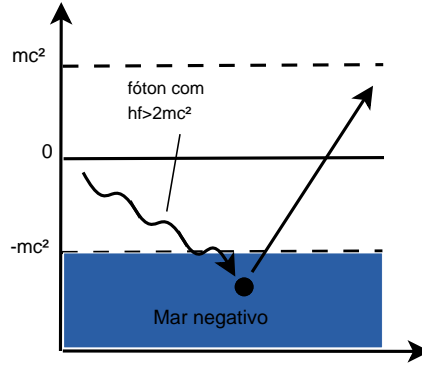


Figura 1.1: Representação esquemática do mar negativo. Adaptado de [1].

de “mar de elétron” foi abandonada com o surgimento da Cronodinâmica Quântica, e o conceito de antipartículas surgiu com Richard Feynman e Stukelberg, de modo que para cada partícula existe uma anti-partícula, com mesma massa e carga mas com sinais opostos e a criação do par de partícula e anti-partícula só poderia ocorrer quando um fóton possuísse energia maior ou igual a soma das energias de repouso de ambas as partículas. O processo inverso também ocorre.

Como mencionado anteriormente, a teoria de Dirac é invariante com respeito às transformações de Lorentz e para se estudar essa propriedade, pode-se reescrever as equações de Dirac de outra forma análoga.

$$i \frac{\partial}{\partial t} \nu = (\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m) \nu, \quad (1.14)$$

$$(i \frac{\partial}{\partial t} + \vec{\alpha} \vec{p} - \beta m) \nu = 0. \quad (1.15)$$

Observe que o operador diferencial com respeito ao tempo não possui a forma quadridimensional, e para obter uma equação com a mesma forma matricial, multiplica-se a equação acima por  $\beta$ , onde  $\beta^2 = (\gamma^0)^2 = 1$ .

$$(i \beta \frac{\partial}{\partial t} + \beta \vec{\alpha} \vec{p} - \beta^2 m) \nu = 0, \quad (1.16)$$

$$(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \nu = 0, \quad (1.17)$$

onde,  $\gamma^\mu = (\beta; \beta \alpha^j)$ , ou ainda,  $[\gamma^\mu; \gamma^\nu] = 2g_{\mu\nu}$ .

## Capítulo 2

# Interação Eletrofraca e Neutrinos

### 2.1 Neutrino

As radiações  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  já eram estudadas desde o início do século XX. Foi observado que somente a radiação  $\beta$  possuía espectro contínuo, ou seja, não caracterizado por valores discretos. Uma das explicações possíveis para esse fenômeno foi proposto por Wolfgang Pauli, que previu teoricamente a emissão de uma partícula chamada neutrino para explicar tal “desvio”, o neutrino em 1930.

O decaimento  $\beta$  foi um dos primeiros processos de interação fraca conhecidos, onde sua configuração nuclear transformava-se de  $(A, Z)$  para  $(A, Z + 1)$ , ou seja, a conversão de um nêutron em um próton, ocorrendo a variação da massa, de modo que durante o processo era emitido um elétron e um neutrino.

$$n \longrightarrow p + e + \nu. \quad (2.1)$$

Para explicar o espectro do decaimento  $\beta$ , Fermi propôs o primeiro hamiltoniano deste decaimento, análogo ao hamiltoniano de interação eletromagnética:

$$H^{EM}(x) = e j_{\alpha}^{EM} A(x), \quad (2.2)$$

onde  $e$  é a carga eletromagnética do próton,  $A(x)$  é o campo eletromagnético e  $j_{\alpha}^{EM}$  é a corrente eletromagnética, dada por pelo quadrivetor:

$$j_{\alpha}^{EM} = \bar{p}(x) \gamma_{\alpha} p(x), \quad (2.3)$$

sendo  $p(x)$  o campo do próton e  $\bar{p}(x) = p^{\dagger}(x) \gamma^0$  e  $\gamma^0$  são matrizes de Dirac.



## 2.2 Campo Fermiônico

Até o início da década de cinquenta, acreditava-se que todos os tipos de interações eram invariantes à operação paridade (transformações de reflexão nas coordenadas), de modo que as propriedades físicas se mantinham preservadas. Contudo, o trabalho realizado pelos físicos Lee e Yange, em 1956, estudando a violação de simetria, observaram nos dados coletados do experimento da Sra Wu et al. [2], e notaram que os resultados eram diferentes quando se passava de um sistema de coordenadas dextrogiro para o levogiro. No experimento, foi analisado a distribuição angular dos elétrons emitidos do  $^{60}\text{Co}$  mediante ao decaimento  $\beta$  e foi constatado que os elétrons eram emitidos em sua maioria oposta à direção do spin do cobalto.

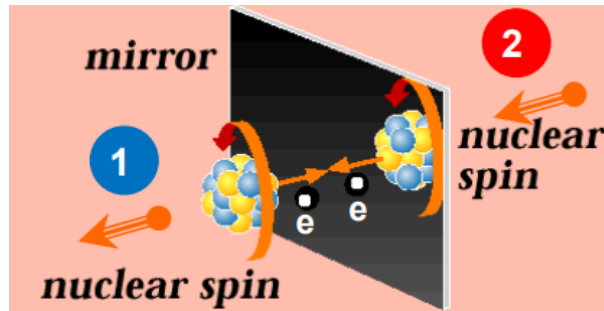
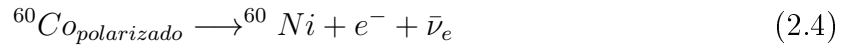


Figura 2.1: Representação da distribuição angular dos elétrons emitidos do  $^{60}\text{Co}$  mediante ao decaimento  $\beta$ . Extraído de [3].

Era esperado que o elétron fosse emitido na mesma direção do spin do núcleo do cobalto, como está indicado em ②, entretanto, o que ocorria era o oposto, os elétrons tinham distribuição angular na direção oposta, como pode ser visto em ①.

## 2.3 Lagrangeana de Interação

Considere a lagrangeana geral para um campo qualquer:

$$L = -\frac{1}{2}\partial_n\phi\partial^n\phi - \frac{m^2}{2}\phi^2 - V(\phi, \partial^n\phi), \quad (2.5)$$

onde o operador momento canônico é definido por:

$$\pi(\vec{x}) = \frac{\partial L(\phi(\vec{x}), \dot{\phi}(\vec{x}))}{\partial \dot{\phi}(\vec{x})}. \quad (2.6)$$

Para obter o estado do sistema em todos os pontos do espaço considerado, é necessário obter o campo em cada ponto do espaço e seu momento canonicamente conjugado.

Entretanto, para realizar a quantização, é necessário transformar essas coordenadas em operadores que respeitem a regra de comutação da mecânica quântica,

$$[\pi(\vec{x}), \phi(\vec{x}')] = -i^3 \delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (2.7)$$

O operador onda, agora dado por  $\nu(x)$ , na mecânica quântica é obtida por meio da análise de Fourier da função de onda, onde os coeficientes são substituídos por operadores.

A solução geral para a equação de Dirac para um neutrino é dada por:

$$\nu(x) = \int N_p \left( \sum_{r=\pm 1} u^{(r)}(p) c_{(r)}(p) e^{-ipx} - \sum_{r=\pm 1} u^{(r)}(-p) d_r^\dagger(p) e^{ipx} \right) d^3p, \quad (2.8)$$

onde  $c_r$  é o operador aniquilação de um neutrino ( $d_r^\dagger$  é o operador criação de um antineutrino), com momento  $p$  e helicidade  $r$ ,  $N_p = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2p^0}}$  é fator de normalização e  $u^r(p)$  é o spinor que descreve a partícula com helicidade dada por  $r = \pm 1$ , ou seja, ele é um fator de multiplicação que somente informa a helicidade. Sabendo que:

$$\gamma_5 u^r(p) = -r u^r(-p), \quad (2.9)$$

então, para  $r = \pm 1$ , têm-se

$$\frac{1 - \gamma_5}{2} u^{-1}(p) = u^{-1}(p), \quad \frac{1 - \gamma_5}{2} u^{-1}(p) = 0, \quad (2.10)$$

$$\frac{1 - \gamma_5}{2} u^1(-p) = u^1(-p), \quad \frac{1 - \gamma_5}{2} u^1(-p) = 0. \quad (2.11)$$

Portanto, reescrevendo a equação para o campo do neutrino com respeito a mão esquerda, temos:

$$\nu(x)_L = \int N_p \left( u^{-1}(p) c_{-1}(p) e^{-ipx} - u^1(-p) d_1^\dagger(p) e^{ipx} \right) d^3p. \quad (2.12)$$

Junto com a descoberta da violação de paridade, foi observado outra interação fraca entre o par múon - neutrino ( $\mu - \nu$ ). E em 1947, o físico Pontecorvo sugeriu a existência de uma interação fraca universal ( $e + \mu$ ), com a mesma constante de Fermi [4]. Posteriormente, Feynman e Gell-Mann introduziram a noção da corrente fraca carregada, onde os campos de neutrinos que entram na corrente junto com os campos de elétron e múon, correspondentemente, por  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  são dadas por:

$$j^\alpha = 2(\bar{p}_L \gamma^\alpha n_L + \bar{\nu}_{L\mu} \gamma^\alpha e_L + \bar{\nu}_{eL} \gamma^\alpha \mu_L)^1. \quad (2.13)$$

Essa partícula presente no decaimento é o bóson  $W^\pm$ , que são partículas carrega-

<sup>1</sup>Para tentar entender a origem da corrente  $j_\alpha$ , os físicos Feynman e Gell-Mann consideraram que o vetor do Bóson  $W^\pm$  contribui com o cálculo da lagrangeana de interação fraca.

das que geram correntes carregadas, possuem spin inteiro e obedecem a estatística de Bose-Einstein. Sendo assim, esta partícula participa da interação fraca que resulta no decaimento  $\beta$ .

$$\mathcal{L}_I = -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_\alpha W^\alpha + h.c.^2 \quad (2.14)$$

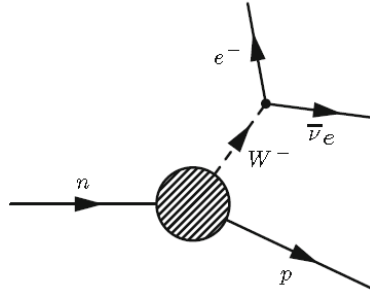


Figura 2.2: Diagrama de Feynman para o decaimento  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  na presença do vetor mediador de interação o bóson  $W^\pm$ . Extraído de [4].

O bóson vetorial  $W$  é uma partícula elementar que possui spin inteiro, massa  $80.398 \pm 0.023 \frac{GeV}{c^2}$  e que intermedeia as interações entre os férmions e a interação fraca, da mesma forma que os fótons intermedeiam a interação eletromagnética e os glúons ( $g$ ) com a interação forte.

<sup>2</sup>h.c. corresponde ao hermitiano conjugado.

## Capítulo 3

# Interação Eletrofraca e o Modelo Padrão

O Modelo Padrão desenvolveu-se a partir de dois conceitos fundamentais, o primeiro é a invariância local de Gauge e o segundo é a existência do bóson de Higgs. Existem na natureza quatro possíveis interações fundamentais: forte, fraca, gravitacional e eletromagnética. A teoria Yang-Mills demonstrou que se exigirmos que uma interação de simetria global assuma uma simetria local, é necessário a introdução de um novo campo para a descrição dessa interação, chamado de campo de gauge, ou ainda, teoria de calibre.

### 3.1 Grupo de Simetria SU(2)

O grupo de simetria SU(n) são grupos de matrizes ( $n \times n$ ), unitárias complexas, cujo determinante é igual à 1 e pertencem ao grupo de Lie. O grupo de Lie, por sua vez, pode ser entendido, de maneira muito simplificada, como um espaço topológico que se assemelha localmente, com um espaço euclidiano e permite que operações de multiplicação e inversão sejam diferenciáveis. A simetria do grupo SU(2) pode ser utilizada para se estudar o dubleto de spins  $\pm \frac{1}{2}$  de partículas fermiônicas,

$$\chi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix},$$

onde  $u$  e  $d$  são os spins *up* e *down* e este dubleto são estados de uma função de onda.

Considere uma rotação de valor  $\theta$ , em outro eixo, como em  $x$  ou  $y$ , pode-se transformar o estado pela seguinte matriz, conforme [5]:

$$\chi' = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) & \text{sen}(\frac{\theta}{2}) \\ -\text{sen}(\frac{\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = U\chi = \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}.$$

Observe que  $U$  é uma matriz unitária  $2 \times 2$  e a norma é preservada pois  $\chi'^{\dagger}\chi = \chi^{\dagger}U^{\dagger}U\chi = \chi^{\dagger}\chi$  e portanto,  $\chi$  é preservado. Sendo assim, reescrevendo  $U$ , têm-se que

$U = e^{\frac{1}{2}i\theta\vec{n}\sigma}$ , onde  $\vec{n}$  é o eixo onde se dá a rotação e  $\frac{1}{2}\sigma$  são matrizes hermitianas  $2 \times 2$ .

Considere a função de onda que representa o campo do spin,  $\psi(x)$ , onde  $\psi^{\pm 1}$  são estados da função de onda de spins de férmions:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi^{+1} \\ \psi^{-1} \end{pmatrix}.$$

Esse dubleto pertence ao grupo de simetria SU(2).

A lagrangeana livre que descreve mais de um campo fermiônico de mesma massa, cujas constantes em unidades naturais ( $\hbar = 1$  e  $c = 1$ ), é expressa como:

$$\mathcal{L}_0(x) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\alpha\partial_\alpha + m)\psi(x). \quad (3.1)$$

A lagrangeana acima é invariante às transformações globais, pertencente ao grupo especial unitário SU(2). Portanto, pode-se escrever  $\psi'(x) = U\psi(x)$  e  $\bar{\psi}' = \bar{\psi}(x)U^+$ , onde  $U$  é uma matriz unitária responsável por manter a lagrangeana invariante. Sabendo que toda matriz unitária pode ser escrita na forma de uma exponencial Hermitiana,

$$U = e^{i\frac{1}{2}\tau\Lambda}, \quad (3.2)$$

onde  $\tau\Lambda = \sum_{i=1}^3 \tau_i\Lambda_i$ , sendo  $\tau_i$  matrizes de Pauli e  $\Lambda_i$  é uma constante arbitrária. Como a invariância persiste devido a presença da matriz unitária  $U$ , e com isso o vetor corrente também é preservado, têm-se que o isovetor corrente é dado por:

$$j_i^\alpha(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\alpha\frac{1}{2}\tau_i\psi(x). \quad (3.3)$$

Logo:

$$\partial_\alpha j_i^\alpha(x) = 0. \quad (3.4)$$

A transformação que permite a função de onda  $\psi$  ser invariante sobre uma transformação local de gauge SU(2), é dada por

$$\psi' = U(x)\psi(x) \quad e \quad \bar{\psi}' = U(x)^+\bar{\psi}(x). \quad (3.5)$$

Para avaliar se a lagrangeana da partícula livre é invariante às transformações de rotação, é necessário estudar sua derivada primeira. Considere o caso geral:

$$\psi' \Rightarrow e^{i\frac{1}{2}\tau\Lambda}\psi(x), \quad (3.6)$$

onde sua derivada é dada por:

$$\partial_\alpha\psi' = \partial_\alpha(e^{i\frac{1}{2}\tau\Lambda}\psi(x)) \neq e^{i\frac{1}{2}\tau\Lambda}\partial_\alpha\psi(x). \quad (3.7)$$

Pode-se observar que a derivada não mantém a igualdade, ou seja, não é invariante sob a transformação de gauge.

O Modelo Padrão surge do esforço de tentar entender melhor a interação de partículas e como transformar a simetria numa simetria local, permitindo as leis físicas serem invariantes.

Para valores muito pequenos de  $\Lambda$ , é possível reescrever as matrizes unitárias, expandir em série de Taylor, e reescrever as expressões de  $U(x)^+$  e  $U(x)$  na forma,

$$e^{i\frac{1}{2}\tau\Lambda} = 1 + i\frac{1}{2}\tau\Lambda - \frac{(\tau\Lambda/2)^2}{2!} - i\frac{(\tau\Lambda/2)^3}{3!} + \dots \quad (3.8)$$

Portanto,

$$U(x) \approx 1 + i\frac{1}{2}\tau\Lambda \quad e \quad U(x) \approx 1 - i\frac{1}{2}\tau\Lambda. \quad (3.9)$$

Refazendo a derivada parcial de  $\psi'$ , temos que:

$$\partial_\alpha\psi(x) = U(x)^+U(x)\partial_\alpha U(x)^+\psi'(x) = U(x)^+(\partial_\alpha + U(x)\partial_\alpha U^+(x))\psi'(x). \quad (3.10)$$

Para construir uma teoria que seja invariante nas transformações locais de Gauge, é necessário adicionar um campo vetorial  $\mathbf{A}_\alpha(x)$ , denominado campo de calibre, que irá interagir com o campo vetorial de  $\psi(x)$ . Desta maneira, é necessário a introdução do conceito de derivada covariante. Sendo o novo campo vetorial  $\mathbf{A}_\alpha(x)$  sobre a curva do espaço, é importante avaliar suas derivadas, ou seja, seu comportamento em diferentes pontos da superfície. E para isso, considere a derivada covariante dada por:

$$D_\alpha\psi(x) = (\partial_\alpha + i\mathbf{A}_\alpha)\psi(x), \quad (3.11)$$

onde  $g$  é uma constante adimensional. Reescrevendo a derivada acima, temos:

$$D_\alpha\psi(x) = U^\dagger(x)U(x)D_\alpha U^\dagger(x)\psi'(x). \quad (3.12)$$

Reescrevendo, de forma equivalente,

$$\begin{aligned} U(x)D_\alpha U^\dagger(x) &= \left(1 + i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right) \left(\partial_\alpha - ig\frac{\tau}{2}\mathbf{A}_\alpha(x)\right) \left(1 - i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right) \\ &= \left(1 + i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right) \partial_\alpha \left(1 - i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right) - ig \left(1 + i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right) \left(\frac{\tau}{2}\mathbf{A}_\alpha(x)\right) \left(1 - i\frac{\tau}{2}\Lambda(x)\right). \end{aligned}$$

No primeiro termo, ao realizar o produto, descarta-se o valor com  $\Lambda^2$ , uma vez que este já é muito pequeno e não interferirá significativamente no resultado final.

$$\left(\partial_\alpha + \frac{i}{2}\tau\partial_\alpha - \frac{i}{2}\partial_\alpha\tau\Lambda(x)\right) \psi'(x) = \partial_\alpha\psi + \frac{i}{2}\tau\Lambda(x)\partial_\alpha\psi - \frac{i}{2}\partial_\alpha(\tau\Lambda(x))\psi =$$

$$\partial_\alpha \psi + \frac{i}{2} \tau \Lambda(x) \partial_\alpha \psi - \frac{i}{2} \tau \Lambda(x) \partial_\alpha \psi - \frac{i}{2} \tau [\partial_\alpha \Lambda(x)] \psi = \left( \partial_\alpha - \frac{i}{2} \tau (\partial_\alpha \Lambda(x)) \right) \psi.$$

Portanto,

$$U(x) D_\alpha U^\dagger(x) = \partial_\alpha - \frac{i}{2} \tau (\partial_\alpha \Lambda(x)) - ig U(x) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha U^\dagger(x). \quad (3.13)$$

Novamente, reescrevendo o último termo da equação acima, e fazendo uso das propriedades dos comutadores, temos,

$$U(x) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha U^\dagger(x) = U(x) U^\dagger(x) A + U(x) [A, U^\dagger(x)] = A + U(x) [A, U^\dagger(x)]. \quad (3.14)$$

Para efeito de simplificação, chamou-se  $A = \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha$ .

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha, U^\dagger(x) \right] &= \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha U^\dagger(x) - U^\dagger(x) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha = \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha \left( 1 - i \frac{1}{2} \tau \Lambda \right) - \left( 1 + i \frac{1}{2} \tau \Lambda \right) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha \\ U(x) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha U^\dagger(x) &= \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha - i \left[ \frac{\tau}{2} \Lambda(x), \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha(x) \right]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Podemos reescrever em termos dos somatórios sobre todas as coordenadas, uma vez que trata-se de vetores e matrizes unitárias.

$$\begin{aligned} \left[ \sum_i \frac{\tau_i}{2} \Lambda(x), \sum_j \frac{\tau_j}{2} \mathbf{A}_\alpha(x) \right] &= \sum_i \sum_j \Lambda(x) \mathbf{A}_\alpha(x) \left[ \frac{\tau_i}{2}, \frac{\tau_j}{2} \right] = \\ &= \sum_i \sum_j \Lambda(x) \mathbf{A}_\alpha(x) \sum_k \epsilon_{ijk} \frac{\tau_k}{2} = (\Lambda \times \mathbf{A}_\alpha) \frac{\tau}{2}, \end{aligned}$$

onde  $\epsilon_{ijk}$  é o símbolo de Levi-Civita.

$$\begin{aligned} U(x) D_\alpha U^\dagger(x) &= \partial_\alpha - \frac{i}{2} \tau (\partial_\alpha \Lambda(x)) - ig U(x) \frac{\tau}{2} \mathbf{A}_\alpha U^\dagger(x) = \\ &= \partial_\alpha - \frac{i}{2} \tau (\partial_\alpha \Lambda(x)) - ig (\Lambda \times \mathbf{A}_\alpha) \frac{\tau}{2} \end{aligned}$$

Portanto,

$$U(x) D_\alpha U^\dagger(x) = D'_\alpha = \partial_\alpha + ig \frac{\tau}{2} \mathbf{A}'_\alpha. \quad (3.16)$$

onde,

$$\mathbf{A}'_\alpha = \mathbf{A}_\alpha - \frac{1}{g} \partial_\alpha \Lambda - \Lambda \times \mathbf{A}_\alpha. \quad (3.17)$$

Retornando o valor obtido de  $D'_\alpha$  na equação (3.12), chega-se na expressão:

$$D_\alpha \psi(x) = U^\dagger D'_\alpha \psi'(x). \quad (3.18)$$

Finalmente, a derivada é invariante sob as transformações de rotação discutidas ini-

cialmente nesta seção. Retornando à lagrangeana da partícula livre, podemos então, substituir a derivada parcial pela derivada covariante. Considere a Lagrangeana de Dirac:

$$\mathcal{L}_I(x) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\alpha D_\alpha + m)\psi(x). \quad (3.19)$$

O comutador  $[D_\alpha, D_\beta]$  é dado por

$$[D_\alpha, D_\beta] = ig\frac{\tau}{2}\mathbf{F}_{\alpha\beta}(x), \quad (3.20)$$

onde

$$\mathbf{F}_{\alpha\beta}(x) = \partial_\alpha\mathbf{A}_\beta - \partial_\beta\mathbf{A}_\alpha - g(\mathbf{A}_\alpha \times \mathbf{A}_\beta). \quad (3.21)$$

Por meio da definição obtida anteriormente para  $D'_\alpha$  é possível estender este conceito para o comutador.

$$U(x)[D_\alpha, D_\beta]U^\dagger(x) = [D'_\alpha, D'_\beta], \quad (3.22)$$

$$U(x)ig\frac{\tau}{2}\mathbf{F}_{\alpha\beta}(x)U^\dagger(x) = ig\frac{\tau}{2}\mathbf{F}'_{\alpha\beta}(x). \quad (3.23)$$

Substituindo os valores de  $U(x)$  e  $U^\dagger(x)$ , tem-se que:

$$\mathbf{F}'_{\alpha\beta}(x) = \mathbf{F}_{\alpha\beta}(x) - \Lambda(x) \times \mathbf{F}_{\alpha\beta}(x). \quad (3.24)$$

Desta forma, obtemos que  $\mathbf{F}'_{\alpha\beta}(x)$  é um vetor isotópico. Assim, o produto escalar  $\mathbf{F}_{\alpha\beta}\mathbf{F}^{\alpha\beta}$ . Logo, é possível obter a lagrangeana livre para o campo vetorial  $\mathbf{A}_\alpha$  invariante às transformações, de modo que esta tem a função de ser o termo da energia cinética na lagrangeana total.

$$\mathcal{L}_0(x) = -\frac{1}{4}\mathbf{F}_{\alpha\beta}\mathbf{F}^{\alpha\beta}. \quad (3.25)$$

Finalmente, a lagrangeana total do campo espinorial é dada por:

$$\mathcal{L}(x) = \bar{\psi}(x) \left( i\gamma^\alpha (\partial_\alpha + ig\frac{\tau}{2}\mathbf{A}_\alpha(x)) + m \right) \psi(x) - \frac{1}{4}\mathbf{F}_{\alpha\beta}\mathbf{F}^{\alpha\beta}.$$

$$\mathcal{L}(x) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\alpha D_\alpha + m)\psi(x) - \frac{1}{4}\mathbf{F}_{\alpha\beta}\mathbf{F}^{\alpha\beta}. \quad (3.26)$$

O lagrangeana total permite obter o lagrangeana de interação  $\mathcal{L}_I(x)$ , que pode ser escrito na forma:

$$\mathcal{L}_I(x) = -g\mathbf{j}_\alpha(x)\mathbf{A}^\alpha(x) = -g\sum_{i=1}^3 j_\alpha^i(x)A^{\alpha i}(x), \quad (3.27)$$

onde  $j_\alpha^i(x)$ , o isovetor corrente, é dado por:

$$j_\alpha^i(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_\alpha\frac{\tau_i}{2}\psi(x). \quad (3.28)$$



Reescrevendo o lagrangeana de interação pode ser reescrito como:

$$\mathcal{L}_I(x) = \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} j_\alpha(x) W^\alpha(x) + hc \right) - g j_\alpha^3(x) A^{\alpha 3}(x), \quad (3.29)$$

onde

$$j_\alpha(x) = 2j_\alpha^{1+2i}(x),$$

$$W_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_\alpha^{1-2i}(x).$$

Esses termos podem ser reescritos na forma:

$$j_\alpha^{1+2i}(x) = j_\alpha^1 \pm i j_\alpha^2,$$

$$A_\alpha^{1-2i}(x) = A_\alpha^1 \pm i A_\alpha^2.$$

Logo, é possível escrever o isovetor corrente  $j_\alpha$  em termos dos espiniores mencionados no início desta seção, na forma:

$$j_\alpha(x) = 2\bar{\psi}(x)\gamma_\alpha \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2)\psi(x) = 2\bar{\psi}^{+1}\gamma_\alpha\psi^{-1}. \quad (3.30)$$

A corrente de interação  $j_\alpha$  altera a carga das partículas em  $\Delta Q = 1$ , assim, o campo vetorial do bóson responsável pela interação,  $W_\alpha \pm$  tem cargas que variam em  $\pm 1$ . A corrente  $j_\alpha^3(x)$  é dada por:

$$j_\alpha^3(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_\alpha\gamma_\alpha(x) \frac{1}{2}\tau_3\psi(x) = \frac{1}{2}(\bar{\psi}^{+1}(x)\gamma_\alpha\psi^{+1}(x) - \frac{1}{2}(\bar{\psi}^{-1}(x)\gamma_\alpha\psi^{-1}(x))). \quad (3.31)$$

Observe que na lagrangeana de interação (3.27) o termo  $j_\alpha^3(x)$  não altera a carga das partículas e conseqüentemente, o campo correspondente à  $A_\alpha^3(x)$  não interage com partículas carregadas, ou seja, é um campo vetorial para partículas vetoriais neutras. Desta maneira, constrói-se a teoria de Yang-Mills, invariante às transformações de calibre SU(2) e que possui campos vetoriais carregados ( $A_\alpha^1$  e  $A_\alpha^2$ ) e neutro ( $A_\alpha^3$ ). Essa nova teoria será o alicerce para a teoria de interações eletrofracas para o Modelo Padrão.

## 3.2 Quebra Espontânea de Simetria

Considere um campo escalar complexo  $\phi(x)$ , que possui uma simetria global. Uma proposta para a lagrangeana pode ser:

$$\mathcal{L}(x) = \partial_\alpha\phi^\dagger\partial^\alpha\phi - V(\phi^\dagger\phi), \quad (3.32)$$

onde o potencial  $V(\phi^\dagger\phi)$  é dado pela expressão:

$$V(\phi^\dagger\phi) = -\mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (3.33)$$

Para encontrar o estado de mínima energia, reescrevemos o potencial na forma:

$$V(\phi^\dagger\phi) = \lambda \left( \phi^\dagger\phi - \frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2 - \frac{\mu^4}{4\lambda}. \quad (3.34)$$

A partir da análise dos parâmetros do potencial (3.34), para  $\mu^2 < 0$  o ponto de mínimo da função é localizado em  $\phi = 0$  e para valores  $\mu^2 > 0$ , o ponto de mínimo é dado por:

$$\phi^\dagger\phi = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \phi_0^\dagger\phi_0, \quad (3.35)$$

logo, o potencial para o estado de equilíbrio, isto é, de mínima energia é dado por:

$$V(\phi^\dagger\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} = V(\phi_0^\dagger\phi_0). \quad (3.36)$$

Portanto, no ponto de mínimo a expressão do potencial é o estado fundamental. O comportamento do potencial depende do sinal dos parâmetros  $\mu^2$  e  $\lambda$ , observe a figura abaixo:

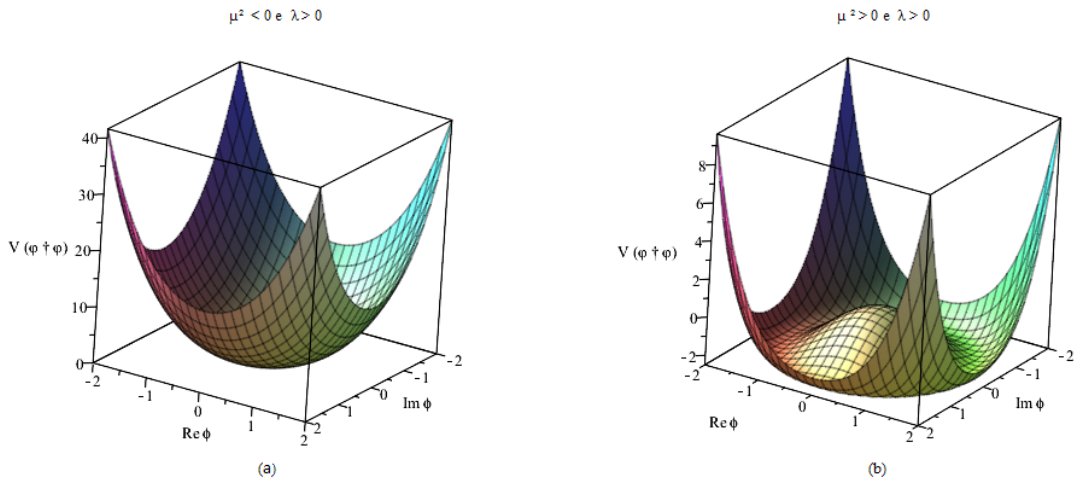


Figura 3.1: Comportamento do potencial em decorrência dos valores assumidos pelos parâmetros  $\mu^2$  e  $\lambda$ .

De acordo com a figura (3.1-a), o potencial é chamado de simétrico e o ponto de mínimo está localizado em  $\phi = 0$ , correspondendo ao vácuo no estado fundamental quântico. Já em (3.1-b), o ponto de mínimo (3.35) pode ter infinitos valores. Essa configuração de mínima energia é semelhante ao estado fundamental descrito pela Mecânica Quântica, onde o sistema pode apresentar oscilações (flutuações) em torno da condição de equilíbrio.

Como o campo  $\phi = \phi_0$ :

$$\phi = \phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\alpha}, \quad (3.37)$$

onde  $\alpha$  é real e  $v$  é o estado de vácuo, dado por:

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (3.38)$$

Para o caso onde  $\alpha = 0$ , o campo passa a ser:

$$\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (3.39)$$

nesse caso, a simetria da lagrangeana é violada, e tal violação é chamada de espontânea. Vale ressaltar que a quebra de simetria não está na lagrangeana em si, uma vez que esta é invariante sob as transformações SU(2), isto é, a quebra de simetria é uma propriedade do estado fundamental.

Para obter um valor de vácuo igual à zero, serão introduzidos os campos  $\chi_1$  e  $\chi_2$ , que se ligam ao campo  $\phi$ .

$$\phi(x) = \frac{\chi_1 + i\chi_2}{\sqrt{2}}. \quad (3.40)$$

Substituindo (3.40) em (3.32), é possível reescrever a lagrangeana original,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) &= \frac{1}{2} \sum_i \partial_\alpha \chi_i \partial^\alpha \chi_i - \frac{\lambda}{4} ((v + \chi_1)^2 \chi_2^2 - v^2)^2, \\ \mathcal{L}(x) &= \frac{1}{2} \sum_i \partial_\alpha \chi_i \partial^\alpha \chi_i - \frac{1}{2} (2\mu^2) \chi_2^2 - \lambda v \chi_1 (\chi_2^2 + \chi_2^2) - \frac{\lambda}{4} (\chi_2^2 + \chi_2^2)^2, \end{aligned} \quad (3.41)$$

a lagrangeana acima passa a descrever a interação de dois campos  $\chi_1$  e  $\chi_2$ . Observe que o segundo termo da lagrangeana possui um termo de massa conectado ao campo  $\chi_1$ ,  $\mu = \frac{m_{\chi_1}}{\sqrt{2}}$ , já o campo  $\chi_2$ , possui partículas de massa nula para ( $m_{\chi_2} = 0$ ), onde essas partículas são ditas neutras. Considere o campo escalar complexo  $\phi(x)$  e o campo de calibre vetorial  $A_\alpha(x)$ . De acordo com a definição de derivada covariante, a lagrangeana passa a ser escrita como:

$$\mathcal{L}(x) = ((\partial_\alpha + igA_\alpha(x))\phi)^\dagger ((\partial^\alpha + igA^\alpha(x))\phi) - V(\phi^\dagger\phi) - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta}(x) F^{\alpha\beta}(x), \quad (3.42)$$

onde

$$F_{\alpha\beta}(x) = \partial_\alpha A_\beta(x) - \partial_\beta A_\alpha(x), \quad (3.43)$$

sendo  $g$  uma constante adimensional, e o potencial dado por (3.33).

Reescrevendo a lagrangeana na forma dada pela expressão (3.42), esta se torna invariante local de gauge,  $\phi'(x) = e^{i\Lambda(x)}\phi$  e  $A'_\alpha(x) = A_\alpha(x) - \frac{1}{g}\partial_\alpha\Lambda(x)$ . Como foi visto anteriormente, se for escolhido o caso (3.39) a simetria é violada. Considere o campo

escalar complexo  $\phi$ , dado por:

$$\phi(x) = \frac{v + \chi(x)}{\sqrt{2}} e^{i\theta(x)}, \quad (3.44)$$

onde as variáveis  $\chi$  e  $\theta$  dependem de  $x$ . Considere  $\theta = 0$ .

$$\phi(x) = \frac{v + \chi(x)}{\sqrt{2}}. \quad (3.45)$$

Substituindo o valor do novo campo (3.45) em (3.42), têm-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) = & \frac{1}{2} \partial_\alpha \chi \partial^\alpha \chi + \frac{1}{2} g^2 v^2 A_\alpha A^\alpha - \frac{1}{2} 2\mu^2 \chi^2 + \\ & \frac{1}{2} g^2 (2v\chi + \chi^2) A_\alpha A^\alpha - \frac{1}{4} \lambda \left( 4v\chi^3 + \chi^4 - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta}(x) F^{\alpha\beta}(x) \right). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Os termos cinéticos da lagrangeana dos campos escalar e vetorial acima são o primeiro e o último termo. O segundo e o terceiro termos dessa expressão são termos de massa do vetor e os campos escalares e esses termos são gerados pelo **mecanismo de Higgs**. Outros termos descrevem as interações dos campos. As massas do campo vetorial e das partículas escalares, são dadas, respectivamente, pelas relações:  $m_A = gv$  e  $m_\chi = \sqrt{2}\mu$ . O campo  $\phi(x)$  é chamado de campo de Higgs.

### 3.3 Modelo Padrão para os Léptons

O Modelo Padrão consiste de três fundamentos principais, a invariância local  $SU(2) \times U(1)$ , que será discutido ainda nesta seção, a unificação das interações fracas e eletromagnéticas e o mecanismo de Higgs para geração de massa das partículas. As componentes de mão-esquerda dos campos são transformados em dupletos, dados por:

$$\psi_{eL} = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix}; \quad \psi_{\mu L} = \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix}; \quad \psi_{\tau L} = \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix}.$$

Já as componentes de mão-direita, são compostas por singletos,  $l'_R$  e  $\nu'_{lR}$ , onde  $l = e, \mu, \tau$ . Considere a lagrangeana livre:

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{l=1}^3 \bar{\psi}_{lL} i \gamma^\alpha \partial_\alpha \psi_{lL} + \sum_{\nu=\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau} \bar{\nu}_{lR} i \gamma^\alpha \partial_\alpha \nu_{lR} + \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{l}_R i \gamma^\alpha \partial_\alpha l_R. \quad (3.47)$$

Para assegurar que a lagrangeana seja invariante sob as transformações  $SU(2)$ , deve-se substituir as derivadas dos campos pelas suas derivadas covariantes:

$$\partial_\alpha \psi_{lL} = \left( \partial_\alpha + ig \frac{1}{2} \tau A_\alpha \right), \quad (3.48)$$

onde  $\mathbf{A}_\alpha$  é um campo vetorial de gauge. Sendo assim, a lagrangeana de interação é dada por:

$$\mathcal{L}_I = -g\mathbf{j}_\alpha(x)\mathbf{A}^\alpha(x), \quad (3.49)$$

sendo a corrente, dada por:

$$\mathbf{j}_\alpha(x) = \sum_{l=1}^3 \bar{\psi}_{lL}\gamma_\alpha \frac{\tau}{2}\psi_{lL}. \quad (3.50)$$

A lagrangeana é concebida de modo a incluir as correntes de interação para descrever as interações dos neutrinos e léptons e para garantir a invariância de calibre local, é necessário assumir que os bósons  $W^\pm$  existam. Reescrevendo a lagrangeana de interação (3.49) têm-se:

$$\mathcal{L}_I(x) = \left( -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_\alpha^{CC}W^\alpha + hc \right) + gj_\alpha^3A^{3\alpha}, \quad (3.51)$$

onde a corrente de carga é dada por:

$$j_\alpha^{CC} = 2j^{1+i2} = 2(\bar{\nu}'_{eL}\gamma_\alpha e'_L + \bar{\nu}'_{\mu L}\gamma_\alpha \mu'_L + \bar{\nu}'_{\tau L}\gamma_\alpha \tau'_L), \quad (3.52)$$

e  $W^\alpha$  é o campo de carga dos bósons  $W^\pm$ , dado por  $W_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}A_\alpha^{1-i2}$ . E a corrente  $j_\alpha^3$  é dada por:

$$j_\alpha^3 = \sum_{l=1}^3 \bar{\psi}_{lL}\gamma_\alpha \frac{\tau_3}{2}\psi_{lL} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau} \bar{\nu}_{lR}i\gamma_\alpha \nu_{lR} + \frac{1}{2} \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}_{lR}i\gamma_\alpha l_{lR}. \quad (3.53)$$

É possível observar que a corrente  $j_\alpha^3$  possui somente componentes de mão-esquerda, e dessa maneira conserva a paridade, e a corrente eletromagnética possui ambas as componentes, mão-esquerda e mão-direita, o que acarreta na violação da paridade.

A teoria de Gell-Mann-Nishijima [4], discutida no Apêndice A, exige que:

$$Y_L^{Lep} = -1, \quad Y_R^{Lep} = -2, \quad Y_L^\mu = 0, \quad (3.54)$$

onde  $Y_L^{Lep}$  é a hipercarga dos dubletos de léptons (componente de mão-esquerda),  $Y_R^{Lep}$  é a hipercarga dos campos leptônicos de mão direita, e  $Y_L^\mu$  é a hipercarga do campo do neutrino

Aplicando o grupo de simetria  $SU(2) \times U(1)$ , onde  $U(1)$  é o grupo de hipercarga, dada pela relação (A.1), será necessário, agora, substituir a derivada covariante, de modo a incluir um novo campo vetorial de calibre, e para isso, a derivada será reescrita na forma:

$$\partial_\alpha \psi_{lL} = \left( \partial_\alpha + ig\frac{1}{2}\tau\mathbf{A}_\alpha + ig'\frac{1}{2}Y_L^{Lep}B_\alpha(x) \right), \quad (3.55)$$

onde,  $\mathbf{A}_\alpha$  e  $B_\alpha$  são campos de calibre e  $g$  e  $g'$  são as constantes de acoplamento correspondentes a cada um desses campos.

Substituindo o valor da hipercarga na lagrangeana livre (3.47), têm-se que:

$$\partial_\alpha l'_R = \left( \partial_\alpha + ig' \frac{1}{2} (-2) \mathbf{B}_\alpha \right) l'_R. \quad (3.56)$$

A lagrangeana de interação mínima entre os léptons e o bóson de calibre é dado por:

$$\mathcal{L}_I^{Lep} = -g\mathbf{j}_\alpha \mathbf{A}^\alpha - g' \frac{1}{2} j_\alpha^Y B^\alpha, \quad (3.57)$$

onde,

$$j_\alpha = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau \psi_{lL}, \quad j_\alpha^Y = j_\alpha^{EM} - j_\alpha^3, \quad j_\alpha^{EM} = \sum_l (-1)^l \bar{l}' \gamma_\alpha l'. \quad (3.58)$$

Logo,

$$\mathcal{L}_I = -g\mathbf{j}_\alpha \mathbf{A}^\alpha - g'(j_\alpha^{EM} - j_\alpha^3) B^\alpha. \quad (3.59)$$

Os campos escalares  $A_\alpha$  e  $B_\alpha$  devem ser associado a partículas de massa nula, de modo a satisfazer a simetria  $SU(2) \times U(1)$ . Lembrando que o mecanismo de Higgs faz parte da construção do MP para que este seja invariante para esta transformação de simetria e assim sendo, os campos de Higgs devem ter a propriedade de simetria  $SU(2) \times U(1)$ . Para dar início a construção da lagrangeana que contenha todas essas propriedades, considere um campo de Higgs, dado pelo dubleto:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix},$$

onde,  $\phi_+$  é um campo escalar complexo de partículas com cargas  $1 \pm$  e  $\phi_0$  é um campo de partículas com carga nula. Por meio da expressão (A.1), têm-se que o valor da hipercarga é dado por  $Y_\phi = 1 + 0 = 1$ . A partir das equações (3.32) e (3.55) é possível escrever:

$$\mathcal{L} = \left( \left( \partial_\alpha + ig \frac{1}{2} \tau \mathbf{A}_\alpha + ig' \frac{1}{2} Y_L^{Lep} B_\alpha(x) \right) \phi \right)^\dagger \left( \left( \partial_\alpha + ig \frac{1}{2} \tau \mathbf{A}^\alpha + ig' \frac{1}{2} Y_L^{Lep} B^\alpha(x) \right) \phi \right) - V(\phi^\dagger \phi). \quad (3.60)$$

Como já foi visto nesta seção, têm-se que  $(\phi^\dagger \phi)_0 = \frac{v^2}{2}$  e  $v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}$ , e pela conservação da carga elétrica de  $\phi_+$ , pode-se escrever o campo para o potencial mínimo, como:

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

É possível reescrevendo o campo escalar complexo na forma:

$$\phi(x) = e^{i\frac{\tau}{2}\theta_i(x)} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (3.61)$$

observe que  $\theta_i(x)$  varia entre  $i=1, 2, 3$ , entretanto, o valor de  $\theta_i(x)$  e  $H(x)$  foram escolhidos de tal forma que os valores de vácuo fossem zero. O campo dado pela matriz acima é chamada de campo *unitário de gauge*. Reescrevendo a lagrangeana (3.60) substituindo o campo, dado por (3.61), temos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\alpha H \partial^\alpha H + \phi^\dagger \left( \frac{g}{2}\tau \mathbf{A}_\alpha + \frac{g'}{2}B_\alpha \right) \left( \frac{g}{2}\tau \mathbf{A}^\alpha + \frac{g'}{2}B^\alpha \right) \phi - V(\phi^\dagger \phi). \quad (3.62)$$

Para desenvolver o produto entre os termos da lagrangeana (3.62), devemos considerar:

$$\tau_i \tau_k = \delta_{ik} + i e_{ikl} \tau_l, \quad \tau \mathbf{A}_\alpha \tau \mathbf{A}^\alpha = \mathbf{A}_\alpha \mathbf{A}_\alpha = 2W_\alpha^\dagger W^\alpha + A_\alpha^3 A^{3\alpha}, \quad \phi^\dagger \tau A_\alpha \phi = -\frac{1}{2}(v+H)^2 \mathbf{A}_\alpha^3,$$

onde  $W^\alpha$  é o campo dos bósons carregados  $W^\pm$ , dada pela equação  $W_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}A_\alpha^{1-i2}$ . Através das equações (3.35), do campo unitário de gauge e das expressões discutidas logo acima, temos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\alpha H \partial^\alpha H + \frac{g^2}{4}(v+H)^2 W_\alpha^\dagger W^\alpha + \frac{g^2 + g'^2}{8}(v+H)^2 Z_\alpha Z^\alpha - \frac{\lambda}{4}(2vH + H^2)^2, \quad (3.63)$$

onde,

$$Z_\alpha = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}A_\alpha^3 - \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}B_\alpha, \quad (3.64)$$

$$A_\alpha = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}A_\alpha^3 + \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}B_\alpha. \quad (3.65)$$

Podemos chamar  $Z_\alpha = A_\alpha$ , uma vez que os campos  $A_\alpha^3$  e  $B_\alpha$  são ortogonais à  $Z_\alpha$ . Reescrevendo a lagrangeana (3.63) evidenciando os termos de massa dos campos vetoriais  $Z^\alpha$  e  $W^\alpha$  e do campo escalar  $H$ ,

$$\mathcal{L}^m = m_W^2 W_\alpha^\dagger W^\alpha + \frac{1}{2}m_Z^2 Z_\alpha Z^\alpha - \frac{1}{2}m_H^2 H^2, \quad (3.66)$$

onde,

$$m_W^2 = \frac{1}{2}g^2 v^2, \quad m_Z^2 = \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)v^2, \quad m_H^2 = 2\lambda v^2 = 2\mu^2.$$

É possível observar que, de fato, após a quebra de simetria, a lagrangeana passa a ter termos de massa, ou seja, o campo vetorial  $W^\alpha$  referente ao bóson carregado  $W^\pm$ , o campo vetorial  $Z^\alpha$  associado ao bóson neutro  $Z^0$  e o campo escalar  $H$ , com exceção do campo vetorial  $A^\alpha$ . Considere a lagrangeana (3.59), que será chamado agora de  $\mathcal{L}_I^0$ , podemos reescrever a lagrangeana na forma:

$$\mathcal{L}_I = \left( -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_\alpha^{CC}W^\alpha + hc \right) - \mathcal{L}_I^0. \quad (3.67)$$

Substituindo  $\mathcal{L}_I^0$  na expressão (3.64),

$$\mathcal{L}_I^0 = -\frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}j_\alpha^{NC}Z^\alpha - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}j_\alpha^{EM}A^\alpha, \quad (3.68)$$

onde a corrente  $j_\alpha^{NC}$  é:

$$j_\alpha^{NC} = 2j_\alpha^3 - 2\frac{g'^2}{g^2 + g'^2}j_\alpha^{EM}. \quad (3.69)$$

A corrente neutra (NC) e a existência do bóson com massa,  $Z^0$  só foram previstos por meio da teoria do MP, ou seja, com a união das teorias eletromagnética e fraca com o uso da simetria local de gauge  $SU(2) \times U(1)$ , é importante dizer que, tais previsões do MP foram confirmadas através de numerosos experimentos. Note que o primeiro termo da lagrangeana (3.68) é um termo massivo relacionado à corrente fraca e o segundo termo se trata do produto da corrente (EM) com o campo vetorial  $A^\alpha$ , que neste momento se trata do campo eletromagnético, que não é massivo. Observe que só é possível relacionar com a lagrangeana de interação eletromagnética, caso seja satisfeita a relação:

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = e, \quad (3.70)$$

onde  $e$  é a carga do próton, considere também que:

$$\text{tg}(\theta_W) = \frac{g'}{g}, \quad (3.71)$$

sendo  $\theta_W$  o ângulo fraco. De mesma maneira, é possível reescrever a expressão (3.64), temos:

$$Z_\alpha = \cos\theta_W A_\alpha^3 - \text{sen}\theta_W B_\alpha \quad e \quad A_\alpha = \text{sen}\theta_W A_\alpha^3 + \cos\theta_W B_\alpha. \quad (3.72)$$

Finalmente, por meio da expressão (3.70), temos:

$$g \text{sen}\theta_W = e. \quad (3.73)$$

Podemos reescrever a lagrangeana (3.67), como:

$$\mathcal{L} = \left( -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_\alpha^{CC}W^\alpha + hc \right) - \frac{g}{2\cos\theta_W}j_\alpha^{NC}Z^\alpha - ej_\alpha^{EM}A^\alpha. \quad (3.74)$$

A corrente carregada é dada por:

$$j_\alpha^{CC} = 2j_\alpha^{1+i2} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{lL}\gamma_\alpha l'_L, \quad (3.75)$$



e a corrente neutra é dada por:

$$j_\alpha^{NC} = 2j_\alpha^3 - 2\text{sen}^2\theta_W j_\alpha^{EM} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{lL} \gamma_\alpha \nu'_{lL} - \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{l}'_{lL} \gamma_\alpha l'_{lL} - 2\text{sen}^2\theta_W j_\alpha^{EM}.$$

Considere agora que, no lagrangeana total, haja a participação da lagrangeana de Yukawa [4] para descrever a interação do campo de Higgs e os lépton, que é invariante à transformação  $SU(2) \times U(1)$ ,

$$\mathcal{L}_Y^{lep} = -\frac{\sqrt{2}}{v} \sum_{l,l_1} \bar{\psi}_{lL} M_{l,l_1}^{lep} l'_{l_1 R} \phi + h.c., \quad (3.76)$$

onde a matriz  $M_{l,l_1}^{lep}$  é uma matriz complexa e o campo  $\phi$  é o campo de Higgs, e de acordo com a matriz (3.61), e dessa forma a simetria é quebrada espontaneamente, e dessa forma, é possível reescrever

$$\mathcal{L}_Y^{lep} = -\bar{L}'_L M^{lep} L'_R \left(1 + \frac{H}{v}\right) + h.c.. \quad (3.77)$$

Após realizar a diagonalização de  $M^{lep}$ , como:  $M^{lep} = U_L m^{lep} U_R^\dagger$ , temos que:

$$L_L = \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad L_R = \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix},$$

onde

$$L_L = U_L^\dagger L'_L, \quad L_R = U_R^\dagger L'_R.$$

Desse modo, substituindo na lagrangeana anterior, temos:

$$\mathcal{L}_Y^{lep} = -\bar{L}_L m^{lep} L_R \left(1 + \frac{H}{v}\right) + h.c.. \quad (3.78)$$

Reescrevendo as matrizes  $L_{L,R}$ ,

$$L = L_L + L_R = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, \quad m^{lep} = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}.$$

Portanto, a lagrangeana (3.78), é dada por:

$$\mathcal{L}_Y^{lep} = -\bar{L} m^{lep} L \left(1 + \frac{H}{v}\right). \quad (3.79)$$

O termo de massa dos léptons é dado por  $m_l$  e o segundo termo de (3.79) descreve a interação do lépton com o campo de Higgs. É possível escrever a lagrangeana (3.79) como

um somatório em  $l$ , dado por:

$$\mathcal{L}_Y^{lep} = - \sum_{l=e,\mu,\tau} m_l \bar{l}(x) l(x) \left( 1 + \frac{H}{v} \right). \quad (3.80)$$

O produto do campo  $l^\pm$  dos léptons com o campo de Higgs  $H(x)$ .

O mecanismo de geração de massa dos neutrinos no MP envolve a participação do Lagrangeano de Yukawa, que descreve a interação entre os campos dos léptons e o campo de Higgs.

$$\mathcal{L}_Y^\nu = - \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{\nu,l} \bar{\psi}_{\nu,L} M'_{\nu,l} \nu'_{\nu,R} \tilde{\phi} + h.c., \quad (3.81)$$

onde o campo conjugado de Higgs, temos:

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.82)$$

Após a quebra espontânea de simetria aplicada à lagrangeana acima pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_Y^\nu = - \bar{\nu}_L^f M' \nu_R' \left( 1 + \frac{H}{v} \right) + h.c. \quad (3.83)$$

Por meio da corrente carregada dada pela equação (3.75), é possível escrever:

$$\nu_L^f = U_L^\dagger \nu_L' = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}. \quad (3.84)$$

O mesmo vale para  $\nu_R^f$ . O primeiro termo da lagrangeana é o termo de massa do neutrino, o que nos permite escrever a expressão:

$$\mathcal{L}_Y^m = - \sum_{i=1}^3 \bar{\nu}_i(x) m \nu(x)_i, \quad (3.85)$$

onde  $U^\dagger \nu_L^f = \nu_L$ ,  $V^\dagger \nu_R^f = \nu_R$  e  $\nu = \nu_L + \nu_R$ .

## 3.4 Termo de Massa

A lagrangeana de Dirac, com o termo de massa do neutrino é dado por:

$$\mathcal{L}^D = - \sum_{\nu,l} \bar{\nu}_{lL}(x) M_{\nu,l}^D \nu_{lR}(x) + h.c.. \quad (3.86)$$

onde  $l, l = e, \mu, \tau$  e  $M^D$ , como foi visto antes, é uma matriz complexa  $3 \times 3$ . Os campos  $\nu_{lL}$ ,  $\nu_{lR}$ ,  $l'$  e  $q$  são invariantes à transformações globais, logo a lagrangeana  $\mathcal{L}^D$  também o

é. Assim, o número leptônico é conservado.

Por meio da diagonalização da matriz  $M^D$ , temos que:

$$M^D = U^\dagger m V,$$

onde  $U$  e  $V$  são matrizes unitárias.

Os campos referentes as componentes de mão direita e esquerda, dos neutrinos, podem ser escritos como:

$$\nu_{iL}(x) = \sum_{i=1}^3 U_{iL} \nu_{iL}(x), \quad \nu_{iR}(x) = \sum_{i=1}^3 V_{iR} \nu_{iR}(x), \quad i = e, \mu, \tau. \quad (3.87)$$

Portanto, a lagrangeana de Dirac pode ser reescrita como:

$$\mathcal{L}^D = - \sum_{i=1}^3 m_i \bar{\nu}_i \nu_i, \quad (3.88)$$

onde  $\nu_i$  é o campo do neutrino com massa  $m_i$ .

---

## Capítulo 4

# Oscilação de Neutrinos

### 4.1 O Neutrino e o Modelo Padrão

O Modelo Padrão concebe o neutrino como partícula sem massa. Diferentemente dos bósons, devido a sua natureza massiva, a interação fraca se torna de curto alcance, ao contrário do fóton, intermediador das interações eletromagnéticas, que não tem massa e por isso o alcance da interação é infinito.

Através da análise de dados de experimentos relacionados ao fluxo de neutrinos provenientes do Sol, é observado um desvio do valor esperado teoricamente. Essa diferença motivou os cientistas a considerar a possibilidade do neutrino possuir massa, o que contradiz o Modelo Padrão, levando a busca por respostas em teorias além do MP.

### 4.2 O Problema do Neutrino Solar

O Modelo Solar Padrão (MSP) descreve os principais aspectos do Sol, como diâmetro, luminosidade, fluxo de energia, reações nucleares que inclui o fluxo de neutrinos que chegam na Terra bem como seu espectro.

O principal neutrino emitido pelo Sol é o neutrino do elétron. Entretanto, o fluxo previsto teoricamente ( $\phi_t$ ) e o fluxo detectado experimentalmente ( $\phi_e$ ) diferem, havendo um déficit de neutrinos detectados, ou seja,  $\frac{\phi_t}{\phi_e} < 1$ . As principais reações que ocorrem no Sol e que geram a maior parte do fluxo de neutrinos que chegam à Terra são chamadas de: pp, pep, Hep, Be-Berílio e B-Boro. Estes são os elementos iniciais de cada uma das reações.

### 4.3 Oscilação do Neutrino no Vácuo

Na seção anterior foi visto que os campos dos neutrinos  $\nu_l$  que interagem na lagrangeana total são uma mistura de campos de mão-esquerda dos neutrinos  $\nu_i = 1, 2, 3$ , chamados

	Reações	Energia(MeV)
pp	$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$	$E \leq 0,42$
pep	$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$	$E = 1,44$
Hep	$He + p \rightarrow He + e^+ + \nu_e$	$E \leq 18,77$
Be-Berílio	$Be + e^- \rightarrow Li + \nu_e$	$E \leq 0,86$
B-Boro	$B \rightarrow B + e^+ + \nu_e$	$E \leq 14,06$

Tabela 4.1: Principais reações que produzem neutrinos eletrônicos no Sol. A energia  $E$  em cada reação indica os valores máximos de emissão de cada neutrino.

de neutrinos físicos, dados por:

$$\nu_{iL}(x) = \sum_i^3 U_{li} \nu_{iL}(x), \quad (4.1)$$

onde  $U_{li}$  é a matriz de mistura unitária ( $UU^\dagger = \mathbf{1}$ ).

A matriz de mistura permite descrever a oscilação de neutrinos, e refere-se ao fato de as soluções do sistema terem dependência periódica com relação ao tempo ou espaço. Isto implica que não é possível medir dois observáveis simultaneamente, o sabor do neutrino e a massa são as grandezas físicas que não podem ser determinadas ao mesmo tempo, levando assim ao fenômeno da oscilação.

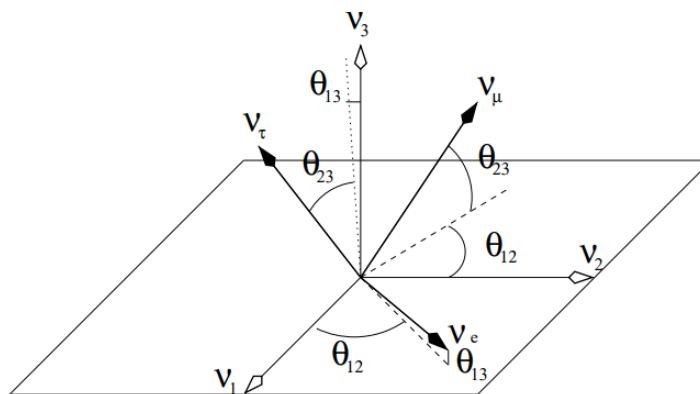


Figura 4.1: Relação de ângulo e fase entre os auto-estados dos neutrinos de sabor e massa. Extraído de [6].

Cada neutrino físico possui massa definida  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , e não possui carga elétrica ou carga de cor, e os bósons mediadores não interagem com eles, sendo esse fenômeno ainda desconhecido. Para estudar a evolução temporal e por serem partículas de dimensões subatômicas, usaremos o formalismo da Mecânica Quântica para descrever o neutrino.

Como os neutrinos físicos não são obtidos por meio da interação com os bósons mediadores, é proposto que a interação fraca apenas crie ou aniquile estados mistos, ou seja, uma superposição de estados quânticos dos neutrinos físicos ou de massa.

$$\begin{aligned}\nu_e &= U_{e1}\nu_1 + U_{e2}\nu_2 + U_{e3}\nu_3, \\ \nu_\mu &= U_{\mu1}\nu_1 + U_{\mu2}\nu_2 + U_{\mu3}\nu_3, \\ \nu_\tau &= U_{\tau1}\nu_1 + U_{\tau2}\nu_2 + U_{\tau3}\nu_3.\end{aligned}$$

Reescrevendo na forma matricial, têm-se:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Os neutrinos de sabor serão representados por autoestados de sabor ( $|\nu_l\rangle$ ) e os neutrinos físicos serão representados pelo autovetor dos estados, ou seja, aquelas que possuem massa bem definida ( $|\nu_i\rangle$ ). Reescrevendo a expressão (4.1) em termos de autoestados,

$$|\nu_l\rangle = \sum_i^3 U_{li} |\nu_{iL}\rangle, \quad (4.3)$$

onde  $|\nu_l\rangle$  são componentes da base de autoestados de sabor, ou ainda de interação e  $|\nu_{iL}\rangle$  são componentes da base de autoestados de massa, ou ainda de propagação.

Considerando então a possibilidade de oscilação entre sabores, é importante obter a evolução dos estados de sabor e a probabilidade de transição entre os sabores. A definição de segunda geração é destinada para a oscilação entre dois sabores apenas. As fórmulas para a terceira geração ficará indicado na referência [7]. Considere os estados:

$$|\nu_X\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \text{sen}\theta |\nu_2\rangle,$$

$$|\nu_Y\rangle = -\text{sen}\theta |\nu_1\rangle + \cos\theta |\nu_2\rangle.$$

É fácil observar que a matriz unitária  $U$ , comparando com a expressão (4.1), pode ser escrita como:

$$\nu_l = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \nu_i.$$

Por se tratar de um problema de dois níveis, é conveniente utilizar as matrizes de Pauli  $\sigma_i$  para construir os operadores. Para isso, considere a matriz coluna referente aos neutrinos de interação (sabor):

$$|\nu_X\rangle = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = 1,$$

onde

$$|\nu_X\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s \quad \text{e} \quad |\nu_Y\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s.$$

O mesmo vale para os autoestados de massa. Por se tratar de um problema de dois níveis, é conveniente utilizar as matrizes de Pauli  $\sigma_i$  para construir os operadores.

## 4.4 Probabilidade de Oscilação: 2<sup>a</sup> Geração

Na Mecânica Quântica, a dependência temporal dos estados é dada pela equação de Schrödinger. Considere um estado genérico, dado por:

$$i\frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle, \quad (4.4)$$

sendo  $H$  a hamiltoniana total do sistema.

O hamiltoniano é uma matriz  $2 \times 2$  com as energias dos neutrinos físicos, dada por:

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix},$$

onde  $|\Psi(0)\rangle$  é o estado inicial ( $t = 0$ ).

Retornando ao formalismo do neutrino, o estado inicial, dado por (4.1), é  $|\Psi(0)\rangle = |\nu_i\rangle$ , têm-se que:

$$i\frac{\partial |\nu_i(t)\rangle}{\partial t} = H |\nu_i(t)\rangle. \quad (4.5)$$

Como a interação fraca se dá com os neutrinos de sabor seria conveniente expressar as soluções em termos dos neutrinos de sabor. Será necessário, então, reescrever os estados físicos em termos dos estados de sabor pela relação:

$$|\nu_i\rangle = U^\dagger |\nu_l\rangle. \quad (4.6)$$

Reescrevendo a equação de Schrödinger:  $iU^\dagger \frac{\partial}{\partial t} |\nu_l(t)\rangle = HU^\dagger |\nu_l(t)\rangle$ . Multiplicando por  $U$  e utilizando a propriedade de ortogonalidade:

$$i\frac{\partial}{\partial t} |\nu_l(t)\rangle = UHU^\dagger |\nu_l(t)\rangle, \quad (4.7)$$

onde  $H_s = UHU^\dagger$ .

$$H_s = UHU^\dagger = \begin{pmatrix} E_1 \cos^2 \theta + E_2 \sin^2 \theta & (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta \\ (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta & E_1 \sin^2 \theta + E_2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}.$$

Temos:  $H_s = UHU^\dagger$ , ou ainda em termos de matrizes de Pauli e da matriz identidade  $\mathbb{1}$ ,

$$H_s = \frac{(E_2 + E_1)}{2} \mathbb{1} + \frac{(E_2 - E_1)}{2} (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta). \quad (4.8)$$

É importante destacar que todos os cálculos presentes nesta seção foram realizados considerando as interações no vácuo, sem interferência de matéria. Têm-se que:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_l(t)\rangle = H_s |\nu_l(t)\rangle. \quad (4.9)$$

Caso a matriz  $H_s$  fosse diagonal na equação de Schrödinger implicaria que a probabilidade de transições ocorrerem entre os estados seria nula. Entretanto, a matriz  $H_s$  não é diagonal, ou seja, “termos não diagonais no operador hamiltoniano  $H_s$  indicam que a solução da equação trará probabilidades não nulas de que em estados puramente compostos de e por exemplo, encontremos ocorrência de  $\nu_e$  e  $\nu_\tau$  (e vice-versa)”.

A equação de Schrödinger passa a ser escrita como:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_X \\ \nu_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \cos^2 \theta + E_2 \sin^2 \theta & (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta \\ (E_2 - E_1) \cos \theta \sin \theta & E_1 \sin^2 \theta + E_2 \cos^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_X \\ \nu_Y \end{pmatrix},$$

cuja solução é:

$$|\nu_l\rangle = e^{-iH_s t} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

onde os  $\varphi$  são constantes determinam as condições iniciais da interação.

Para obter a solução geral, basta substituir a equação (4.8) em (4.10) e utilizando a propriedade  $e^{-i\vartheta(\sigma_1 \sin \vartheta - \sigma_3 \cos \vartheta)} = \mathbb{1} \cos \vartheta - (\sigma_1 \sin \vartheta - \sigma_3 \cos \vartheta) \sin \vartheta$ , e chamando  $\Delta E = E_2 - E_1$ , têm-se:

$$|\nu_l(t)\rangle = e^{-i \frac{(E_2 + E_1)}{2} t} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \times \left[ \mathbb{1} \cos \left( \frac{\Delta E}{2} t \right) - i (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) \sin \left( \frac{\Delta E}{2} t \right) \right]. \quad (4.11)$$

Aplicando  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  nos estados iniciais, ou seja, em  $|\nu_X\rangle$  e  $|\nu_Y\rangle$  para particularizar a solução em termos dos dois neutrinos de sabor, é possível obter a expressão:

$$|\nu_X(t)\rangle = e^{-i \frac{(E_2 + E_1)}{2} t} \times \left[ \cos \left( \frac{\Delta E}{2} t \right) - i \cos 2\theta \sin \left( \frac{\Delta E}{2} t \right) \right] |\nu_X\rangle - i \sin 2\theta \sin \left( \frac{\Delta E}{2} t \right) |\nu_Y\rangle. \quad (4.12)$$

Logo, se obtém a solução do estado de sabor de um neutrino inicial  $|\nu_X\rangle$  com a participação do outro estado  $|\nu_Y\rangle$ . Observe que o estado inicial é puramente  $|\nu_X\rangle$  e no decorrer do trajeto, há a mistura entre outro sabor.



A probabilidade de se obter  $|\nu_Y\rangle$  e não  $|\nu_X\rangle$  é dada por:

$$P_{XY}(t) = |\langle \nu_Y | \nu_X(t) \rangle|^2 = \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta E}{2} t \right). \quad (4.13)$$

Já a probabilidade de se obter  $|\nu_X\rangle$ , também chamado de probabilidade de sobrevivência é dado por  $P_{XX} = 1 - P_{XY}$ , logo:

$$P_{XX}(t) = 1 - |\langle \nu_Y | \nu_X(t) \rangle|^2 = 1 - \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta E}{2} t \right). \quad (4.14)$$

Para tornar a análise dos dados mais prático, é interessante realizar algumas aproximações e reescrever as probabilidades. A primeira aproximação é sobre a velocidade da partícula. O neutrino é uma partícula relativística, ou seja,  $v \approx c$ . Assim,  $x = vt \approx ct$ , como este trabalho está usando unidades naturais, é considerado  $c = 1$ , logo  $x \approx t$ . A outra aproximação é referente à energia do hamiltoniano, sendo os neutrinos partículas relativísticas, suas energias também o são, onde  $E_i = p^2 + m_i^2$ . Alguns processos de produção de neutrinos são energéticos, na escala dos  $MeV$ , e sua massa pequena nas escalas de  $eV$ , o que permite concluir que sua energia total é aproximadamente sua energia cinética, logo  $m_i/p \approx 1$ , logo:

$$E_i = p \sqrt{1 + \frac{m_i^2}{p^2}} \cong p + \frac{m_i^2}{p}.$$

Portanto,

$$\Delta E = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p}.$$

Definindo  $\Delta \equiv m_2^2 - m_1^2$ . Logo:

$$P_{XY}(t) = \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta}{4E} x \right), \quad (4.15)$$

$$P_{XX}(t) = 1 - \text{sen}^2 2\theta \text{sen}^2 \left( \frac{\Delta}{4E} x \right). \quad (4.16)$$

É importante observar que, ao assumir os autovalores da hamiltoniana como  $E$  sem índice, significa que os cálculos consideram como a energia total do feixe de neutrinos, ou ainda a energia dos estados de sabor. Desta maneira, a diferença entre os autovalores  $E_i$  representa a diferença os quadrados das massas. Para endossar o modelo de oscilação de neutrinos, será discutido brevemente resultados de alguns experimentos importantes que contribuíram com a aceitação do mesmo.

## 4.5 Experimentos

O experimento de **Homestake** [8], localizado em uma cavidade de rocha a 4.850 pés abaixo da superfície da mina Homestake, na cidade de Lead, nos Estados Unidos, é uma “armadilha” de neutrinos, com de 100.000 galões de tetracloretileno ( $C_2Cl_4$ ). O experimento foi conduzido por Raymond Davis Jr., Kenneth C. Hoffman e Don S. Harmer, do Laboratório Nacional Brookhaven.

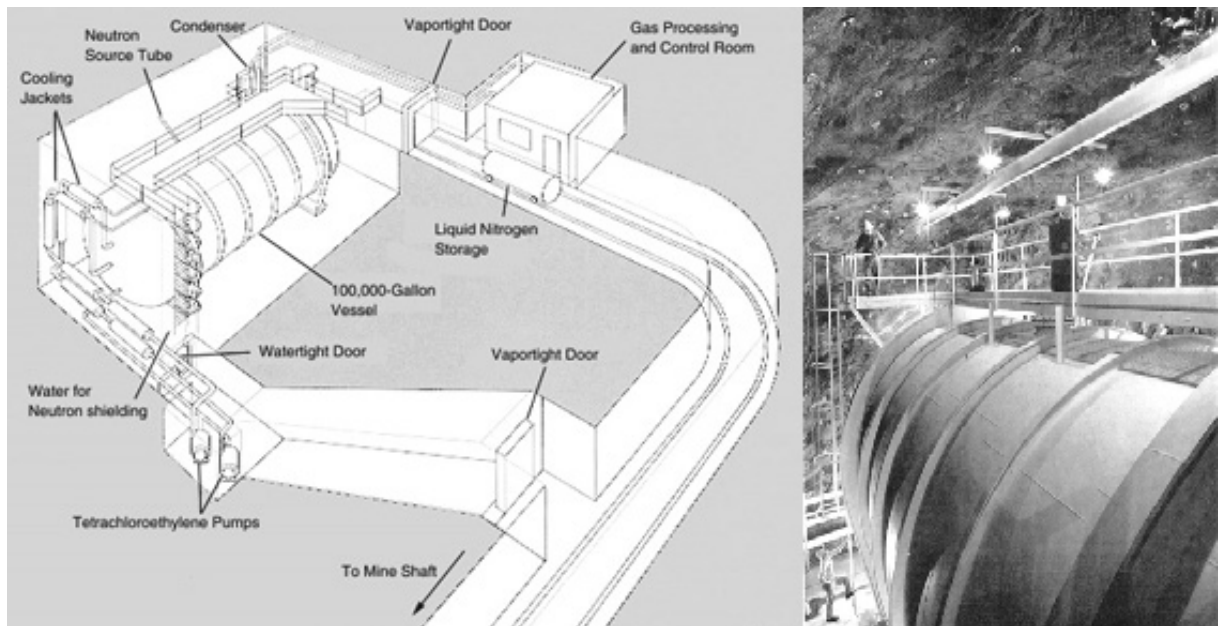
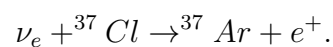


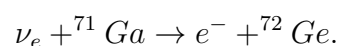
Figura 4.2: Experimento de Homestake. Extraído de [8].

O objetivo era detectar neutrinos emitidos por fusão nuclear do Sol. Cada molécula de ( $C_2Cl_4$ ) contém um isótopo ( $^{37}_{17}Cl$ ), como a maior parte dos neutrinos emitidos pelo Sol são do tipo eletrônico, então, têm-se a seguinte reação:



Através da coleta do argônio é possível calcular a quantidade de neutrinos capturados. Dessa forma, foi possível observar, pela primeira vez que a produção de neutrinos do Sol a partir do isótopo boro 8 foi menor do que o esperado, motivando então a considerar o problema do neutrino solar como resposta à esta discrepância.

Os experimentos SAGE (Soviet-American Gallium Experiment) e o experimento GNO, também confirmaram a discrepância dos fluxos teórico e experimental. Ambos os experimentos utilizaram o átomo Gálio ( $^{71}Ga$ ) como meio de detecção, onde um neutrino interage com um átomo de gálio, gerando elétron e um átomo de germânio.



O experimento Sudbury Neutrino Observatory (SNO), localizado no Canadá, foi o

primeiro experimento a confirmar a natureza das oscilações de neutrinos. No final de 2002, o SNO conseguiu medir o fluxo não só dos neutrinos eletrônicos mas também dos outros dois sabores. O observatório está localizado cerca de 2 km abaixo do solo. Foi observado a sequência de reação nuclear do Boro no Sol, cujo fluxo de neutrinos dessa reação é dado na tabela (4.1). O experimento consiste de um reservatório contendo uma tonelada de água pesada ( $D_2O$ ). A molécula de água pesada contém dois nêutron que a água comum, o que favorece às interações de corrente neutra que afetam igualmente os três sabores de neutrinos. Os detectores ficam ao redor do líquido, com 9600 fotomultiplicadores, para detectar a luz Cherenkov.

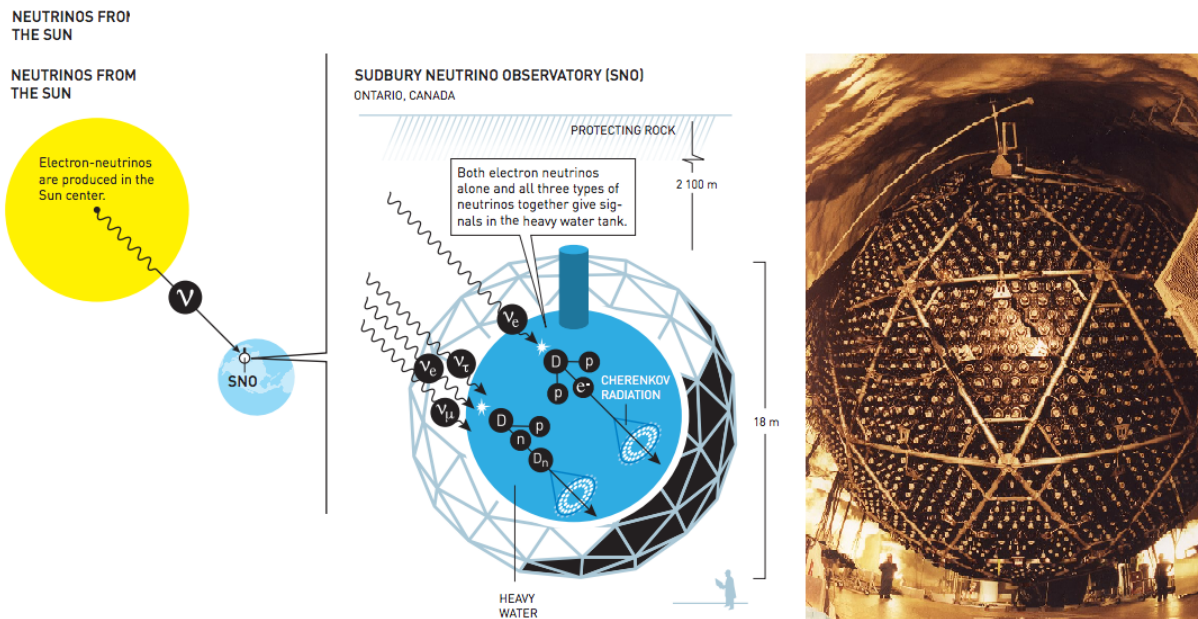


Figura 4.3: Experimento SNO. Extraído de [9].

O SNO foi o primeiro a conseguir captar o fluxo total de neutrinos, pois o experimento é sensível para as interações de corrente carregada (CC) mediadas pelo bóson  $W^\pm$ , corrente neutra (CN) mediadas pelo bóson  $Z$  e pelo espalhamento elástico (elastic scattering (ES)). Este último é mais facilmente detectável para o  $\nu_e$ , uma vez que as seções transversais para os outros dois sabores de neutrinos são menores, pois os neutrinos  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  só interage com elétrons via bóson  $Z$ , ao contrário de  $\nu_e$ .

$$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^- (CC),$$

$$\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x (CN),$$

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^- (ES).$$

Os experimentos observaram uma diferença de  $56 \pm 6\%$  do fluxo esperado. O experimento **Super-Kamiokande**, é uma extensão do experimento Kamiokande, está localizada na província de Gifu, no Japão, à uma profundidade de aproximadamente 1 km da superfície na mina de Mozumi, com o objetivo de detectar neutrinos de alta energia.

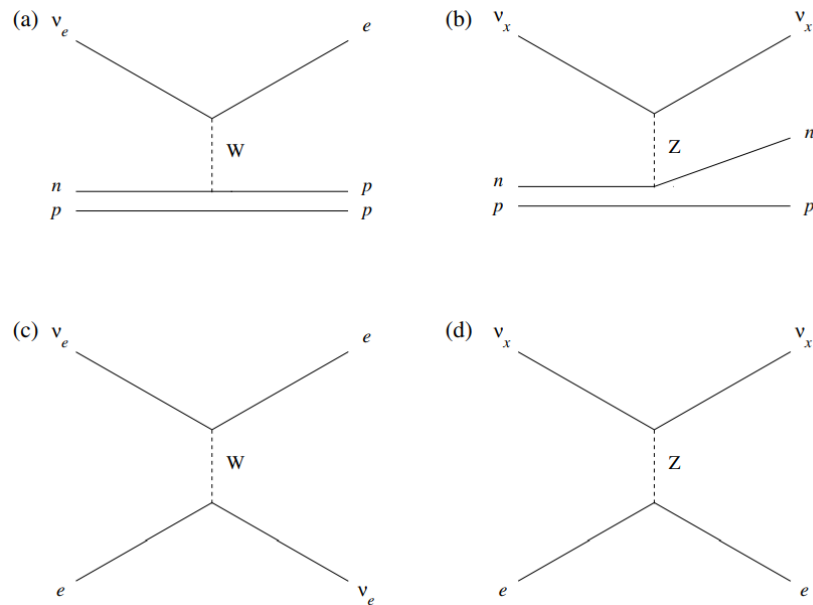


Figura 4.4: Diagramas de Feynman para interações de neutrinos no SNO. Extraído de [10].

O equipamento consiste de um tanque cilíndrico de aço inoxidável com 41,4 m de altura e 39,3 m de diâmetro, contendo 50.000 toneladas de água ultrapura. Quando neutrinos interagem com os elétrons ou núcleos da água, ocorre a produção da radiação Cherenkov, onde pode ser detectada na parede do detector e registrada pelos fotomultiplicadores.

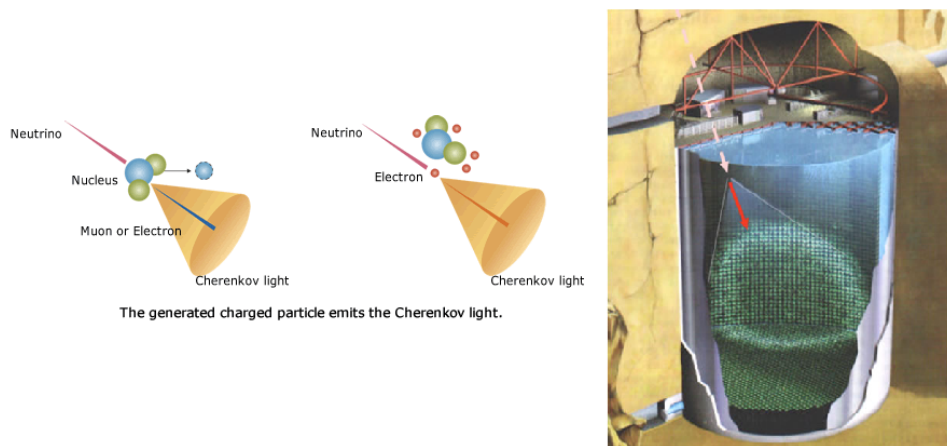


Figura 4.5: A imagem da esquerda ilustra a interação do neutrino com um elétron ou núcleo, criando a luz Cherenkov. A imagem da direita é uma foto do experimento Super-Kamiokande. Extraído de [11].

Este experimento é usado para estudar neutrinos de diferentes fontes, incluindo o Sol, supernovas, atmosfera e aceleradores. O Super-Kamiokande, após dois anos de funcionamento, forneceu a primeira evidência de que neutrinos e antineutrinos alternam, entre três sabores. “A descoberta forçou os teóricos a alterarem o modelo padrão da física de partículas - a explicação das partículas e forças do Universo - e levantou uma série de novas questões. (Takaaki Kajita, colega de Nakahata e ex-líder do Super-K, compartilhou

o prêmio Nobel de Física de 2015 por sua descoberta da oscilação de neutrinos)” [12].

## Capítulo 5

# Conclusões e Perspectivas

Neste Trabalho de Conclusão de Curso foram apresentados conceitos importantes sobre a natureza do neutrino. Estudou-se o neutrino dentro da perspectiva do Modelo Padrão, a teoria que melhor descreve o comportamento de todas as partículas elementares conhecidas, sendo o neutrino uma partícula sem massa. No começo da década de 1960 foi detectado um déficit do fluxo de neutrinos provindos do Sol com relação ao fluxo previsto teoricamente, este fenômeno foi chamado de problema do neutrino solar. A explicação para o déficit é dado pelo conceito de oscilação de neutrinos, o qual foi apresentado neste trabalho. Uma das implicações do modelo de oscilação seria a natureza massiva que o neutrino teria, o que não foi considerado pelo Modelo Padrão. Grandes experimentos foram desenvolvidos com intuito de explicar o motivo pelo qual os equipamentos não estariam medindo corretamente.

Além disso, o aprofundamento no estudo sobre neutrinos pode levar a uma maior compreensão de fenômenos pouco conhecidos, como por exemplo a matéria escura, que compõe 85% da matéria do Universo, uma vez que o neutrino interage fracamente com a matéria, ele é um candidato a ser parte da matéria escura. Sabemos que os neutrinos interagem por meio da força fraca. Entretanto, um novo tipo de neutrino, o chamado neutrino estéril não interage da mesma maneira. O novo detector instalado no Fermilab, o MiniBooNE, que estuda neutrinos, coletou 15 anos de dados e concluiu que, no fenômeno da oscilação de neutrinos, há uma excedência de produção de neutrinos eletrônicos. Pesquisadores sugerem uma nova partícula para explicar o excesso de neutrinos do elétron, o chamado neutrino estéril. Este, por sua vez, não interagiria por força fraca, apenas por força gravitacional. Deste modo, por mais que o Modelo Padrão explique com rigor a interação entre as partículas, este se tornou limitado, uma vez que não permite que os três tipos de neutrinos se transformem entre si, devido a conservação do número leptônico. Portanto, avançar na compreensão na física dos neutrinos podem levar ao desenvolvimento de uma física além do Modelo Padrão.



## Apêndice A

### Isospin ou Spin Isotópico

O isospin é uma propriedade conferida à grupos de partículas, chamadas de multipletos e possui o mesmos números quânticos: B, S, spin (J) e paridade (P) sendo que suas massas não necessariamente precisam ser iguais, uma vez que não possuem simetria exata. Considere como exemplo, os núcleons prótons e nêutrons, cujas massas são  $M_p = 938,27231 \pm 0,00028$  MeV e  $M_n = 939,56563 \pm 0,00028$  MeV, respectivamente. Considere os estados os estados do próton e nêutron, como:

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Definido os dois estados do próton e nêutron, é possível construir os operadores  $I_+$  e  $I_-$ , como:

$$I_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Estes operadores não são hermitianos, logo faz-se necessário construir novos operadores,

$$I_1 = \frac{1}{2}(I_+ + I_-) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \frac{1}{2}(I_+ - I_-) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

E dessa forma, obtém-se o operador  $I_3$ :

$$I_3 = \frac{1}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

cujos seus autovetores são o próton e nêutron e seus autovalores  $\frac{+1}{2}$  e  $\frac{-1}{2}$ , respectivamente. Logo é possível fazer uma analogia com as propriedades do momento angular de partículas com spin  $J = \frac{1}{2}$ , ou seja, as matrizes  $2I_1$ ,  $2I_2$  e  $2I_3$  são iguais às matrizes de Pauli e com isso é possível criar uma analogia com o o spin  $J$  e com o isospin  $I$ . A quebra de simetria confere uma pequena variação de massa entre as partículas de um dado multipletto, que será estudado ao longo deste trabalho, e com isso o isospin  $I$  pode não ser conservado, mas o operador spin isotópico  $I_3$  é conservado, sendo consequência da conservação do



número bariônico da partícula. No grupo  $SU(2)$ , o spin é trabalhado da mesma forma que a simetria isospin, por possuir matrizes unitárias e com isso é possível realizar a conexão. De acordo com a equação de Gell-Mann-Nishijima, é possível obter a relação entre a carga  $Q$  e a componente  $I_3$ :

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $Y = B + S$ , é chamada de hipercarga e é dada pela soma do número bariônico ( $B$ ) e da estranheza ( $S$ ) [13].

---

## Referências Bibliográficas

- [1] Willan B. Rolnick. *The Fundamental Particles and Their Interactions*, volume First Edition. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1993.
- [2] Anna Maria Freire Endler. *Introdução à Física de Partículas*, volume Primeiro Volume. Livraria da Física, 2010.
- [3] Symmetries and Antimatter. Charge, parity, and time reversal (cpt) symmetry. <https://www2.lbl.gov/abc/wallchart/chapters/05/2.html>, 2000. Acessado em 10 jun. 2019.
- [4] Samoil Bilenky. *Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos*, volume first edition. Springer, 2010.
- [5] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*, volume Second Edition. WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, 2004.
- [6] Fábio Alex Pereira dos Santos. *Fenomenologia de neutrinos e física além do modelo padrão*. PhD thesis, Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012.
- [7] Fábio Alex Pereira dos Santos. *Oscilação de Neutrinos Produzidos Por Aniquilação de Matéria Escura no Sol*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2014.
- [8] Scientific American. Neutrinos from the sun. <http://www.sns.ias.edu/~jnb/Papers/Popular/Scientificamerican69/scientificamerican69.html>, 1969. Acessado em 10 ago. 2019.
- [9] James Urton. Uw physicists celebrate contribution to nobel-winning neutrino discoveries. <https://www.washington.edu/news/blog/uw-physicists-celebrate-contribution-to-nobel-worthy-neutrino-discoveries-2/>, 2015. Acessado em 28 set. 2019.
- [10] D. Waller. Results from the sudbury neutrino observatory. *SLAC Summer Institute on Particle Physics*, (566):2–13, agosto 2004.
- [11] Super-Kamiokande. Experimental technique. <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/detector/cherenkov-e.html>, Acessado em 05 jul. 2019.

- [12] Davide Castelvecchi. Gigantic japanese detector prepares to catch neutrinos from supernovae. *Nature*, (566):438–439, fevereiro 2019.
- [13] Lewis H. Ryder. *Quantum Field Theory*, volume Second Edition. Cambridge University Press, 1996.