
MATEMÁTICA – LICENCIATURA

ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS

**Uso do Geogebra no estudo de Funções Reais de Licenciandos em
Matemática: trabalho em duplas no Ensino Remoto Emergencial**

Bauru
2022

FOLHA DE ROSTO

ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS

**Uso do Geogebra no estudo de Funções Reais de Licenciandos em
Matemática: trabalho em duplas no Ensino Remoto Emergencial**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, câmpus de Bauru, como um dos requisitos para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Professora Dra. Emília de Mendonça Rosa Marques

Coorientadora: Professora Dra. Tatiana Miguel Rodrigues

Bauru

2022

Santos, Elias Oliveira Vieira dos.

Uso do Geogebra no estudo de Funções Reais de Licenciandos em Matemática: trabalho em duplas no Ensino Remoto Emergencial / Elias Oliveira Vieira dos Santos, 2022
144 f.: il.

Orientadora: Profa. Dra. Emília de Mendonça Rosa Marques
Coorientadora: Profa. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues

Monografia (Graduação)-Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Ciências, Bauru, 2022

1. Ensino de Matemática. 2. Geogebra. 3. Tecnologias Digitais. 7. Ensino Remoto Emergencial. 5. Trabalho em duplas. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS

**Uso do Geogebra no estudo de Funções Reais de Licenciandos em
Matemática: trabalho em duplas no Ensino Remoto Emergencial**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, câmpus de Bauru, como um dos requisitos para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Emília de Mendonça Rosa Marques – Orientadora
Faculdade de Ciências – Unesp

Prof. Dr. Rodrigo Dantas de Lucas
Instituto Federal de São Paulo

Prof. Dr. Luiz Henrique da Cruz Silvestrini
Faculdade de Ciências – Unesp

Bauru, 25 de março de 2022.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa, Daiane, meu porto seguro, companheira de vida, bem como nesta jornada acadêmica. E à minha filha, Rafaela.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família: minha esposa, Daiane, minha filha, Rafaela, e meus pais, Elizeu e Ester, por todo o apoio e incentivo ao longo de minha graduação e neste Trabalho de Conclusão de Curso.

Agradeço à minha orientadora neste trabalho, professora Emília de Mendonça Rosa Marques, por toda dedicação, acompanhamento, sugestões e correções ao longo de todas as dificuldades enfrentadas nesse difícil momento pandêmico em que vivemos, que tanto afetaram nossas vidas, assim como o ensino e a pesquisa.

Agradeço à minha coorientadora neste trabalho, professora Tatiana Miguel Rodrigues, pelo auxílio no contato com os graduandos que participaram da pesquisa e por estar sempre presente para auxiliar no que fosse necessário ao longo deste trabalho.

Agradeço ao professor Rodrigo Dantas de Lucas e ao professor Luiz Henrique da Cruz Silvestrini pela participação na banca de defesa deste trabalho e pelas valiosas contribuições e sugestões para melhoria na versão final deste trabalho.

Agradeço à professora Maria Ednéia Martins, coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da Unesp/Bauru, que ministrou a disciplina Metodologias para a pesquisa educacional, em 2020, apresentando e discutindo a importância da fundamentação metodológica para uma pesquisa em Educação Matemática, bem como proporcionando espaço para reflexão sobre qual tema de pesquisa despertaria o interesse para resultar na elaboração de um pré-projeto de pesquisa, que se consolidou neste Trabalho de Conclusão de Curso.

Agradeço a todos os graduandos do curso de Licenciatura em Matemática da Unesp/Bauru que aceitaram participar desta pesquisa e muito contribuíram para o estudo proposto.

Agradeço aos colegas da graduação por todas as trocas e o apoio que certamente facilitaram a árdua caminhada acadêmica.

E agradeço aos incríveis professores, que atuam no curso de Matemática da Unesp/Bauru, que tive o privilégio e honra de conhecer. Sou imensamente grato por todo o conhecimento de excelência que nos proporcionam em nossa formação, tanto nas disciplinas, como em atividades de pesquisa e extensão, de modo a transformarmos, sendo possível ver na educação uma ferramenta com a possibilidade de transformar o mundo.

EPÍGRAFE

A Matemática é uma das mais notáveis criações da inteligência humana. É uma busca interminável que se estende desde os alvares do tempo até aos nossos dias. O célebre matemático Wiles - que resolveu um mistério matemático de séculos, o último Teorema de Fermat - diz que atacar um problema é “como entrar numa mansão às escuras. Entramos numa sala e tropeçamos durante meses na mobília. Lentamente, ficamos a saber onde estão todas as peças do mobiliário e procuramos o interruptor da luz. Acendemos a luz e a sala fica toda iluminada. Então passamos à sala seguinte e repetimos o processo”. (PROVIDÊNCIA, 2012, p. iii).

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma investigação da interação existente no processo de aprendizagem com graduandos em Licenciatura em Matemática, a partir de uma sequência didática para estudo de funções, com uso do software Geogebra, em ambiente virtual. Trata-se de um estudo de caso qualitativo, cujos dados foram coletados de forma online durante o período de pandemia de COVID-19, tendo como participantes estudantes da disciplina Funções Elementares, no formato do Ensino Remoto Emergencial. O objetivo deste trabalho é a compreensão da importância do processo de interação dos estudantes durante a construção de processos mentais e produção de significados para conteúdos matemáticos, em especial, no tema “Funções Reais”. Buscou-se alcançar o objetivo a partir da análise dos discursos e do encadeamento das resoluções das atividades propostas na sequência didática para o trabalho em duplas com o uso do software Geogebra. A análise foi desenvolvida à luz das contribuições de James Wertsch da Psicologia Sociocultural e realizada através da observação dos vídeos produzidos pela tela do equipamento das duplas e dos áudios que retratam a interação da dupla, visando à compreensão da importância desse processo na aprendizagem desse tema matemático. O pesquisador utilizou a plataforma Google Classroom para encontros virtuais sistemáticos com todos os participantes da pesquisa, e envio de vídeos. Esteve sempre à disposição dos participantes para resolução das dúvidas.

Palavras-chave: Educação. Matemática. Ensino à distância. GeoGebra (Software de computador). Funções (Matemática).

ABSTRACT

The present work presents an investigation of the existing interaction in the learning process with undergraduate students in Mathematics Teaching, from a didactic sequence for the study of functions, using the Geogebra software, in a virtual environment. This is a qualitative case study, whose data were collected online during the COVID-19 pandemic period, with students from the Elementary Functions discipline, in the format of . The objective of this work is to understand the importance of the students' interaction process during the construction of mental processes and production of meanings for mathematical contents, especially in the theme "Real Functions". We sought to achieve the objective from the analysis of discourses and the chaining of the resolutions of the activities proposed in the didactic sequence for working in pairs using the Geogebra software. The analysis was developed in the light of the contributions of James Wertsch in Sociocultural Psychology and carried out through the observation of the videos produced by the pairs' equipment screen and the audios that portray the interaction of the pair, aiming at understanding the importance of this process in the learning of this mathematical theme. The researcher used the Google Classroom platform for systematic virtual meetings with all research participants, and sending videos. He was always available to the participants to resolve doubts.

Keywords: Education. Mathematics. Online Teaching. GeoGebra (Computer software). Functions.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Termo de Consentimento enviado aos graduandos	29
Figura 2 – Idades dos participantes da pesquisa	36
Figura 3 – Gráfico das respostas dos participantes: conhecimento relativo à funções	37
Figura 4 – Gráfico das respostas dos participantes: sentimento em relação ao ensino online..	37
Figura 5 – Gráfico das respostas dos participantes: trabalho em grupo	38
Figura 6 – Teste Diagnóstico – Questão 1	39
Figura 7 – Definição de Função, segundo Iezzi e Murakami (1985)	40
Figura 8 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₈	41
Figura 9 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₉	41
Figura 10 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₁₆	41
Figura 11 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₁₇	42
Figura 12 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₂	42
Figura 13 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₃	43
Figura 14 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₁₅	43
Figura 15 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₃	43
Figura 16 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₁₁	44
Figura 17 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₂₂	44
Figura 18 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₇	44
Figura 19 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E ₁₈	44
Figura 20 – Questão 3 do Teste Diagnóstico	45
Figura 21 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₉	46
Figura 22 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₇	46
Figura 23 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₁₉	46
Figura 24 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₁₈	47
Figura 25 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₁₆	47
Figura 26 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₂₂	47
Figura 27 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₂	47
Figura 28 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E ₁₀	48
Figura 29 – Gráfico da função f no Geogebra	49
Figura 30 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₂	50
Figura 31 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₃	50
Figura 32 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₇	50
Figura 33 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₆	50
Figura 34 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₈	51
Figura 35 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G ₁₀	51

Figura 36 – Resposta da Questão 3 da dupla G_2	53
Figura 37 – Resposta da Questão 3 da dupla G_6	53
Figura 38 – Gráfico da função g inversa de f produzidos pela dupla G_6	54
Figura 39 – Resposta da Questão 3 da dupla G_{10}	55
Figura 40 – Anotações da dupla G_{10} durante discussão da Questão 3	55
Figura 41 – Construção suporte para identificar as assíntotas de f	56
Figura 42 – Resposta da Questão 4 da dupla G_7	57
Figura 43 – Resposta da Questão 4 da dupla G_6	57
Figura 44 – Resposta da Questão 4 da dupla G_3	58
Figura 45 – Resposta da Questão 4 da dupla G_{10}	58
Figura 46 – Resposta da Questão 5 da dupla G_8	59
Figura 47 – Resposta da Questão 5 da dupla G_7	59
Figura 48 – Resposta da Questão 5 da dupla G_3	59
Figura 49 – Resposta da Questão 5 da dupla G_6	59
Figura 50 – Resposta da Questão 6 da dupla G_6	60
Figura 51 – Resposta da Questão 7 da dupla G_{10}	60
Figura 52 – Resposta da Questão 8 da dupla G_2	60
Figura 53 – Resposta da Questão 8 da dupla G_3	61
Figura 54 – Resposta da Questão 8 da dupla G_7	61
Figura 55 – Resposta da Questão 8 da dupla G_{10}	61
Figura 56 – Definição de assíntota apresentada na Questão 9	62
Figura 57 – Retas Assíntotas ao gráfico da função f	62
Figura 58 – Pesquisa realizada pelo grupo G_3 sobre a definição de assíntota	63
Figura 59 – Pesquisa realizada pelo grupo G_3 : definição de assíntota e gráficos	63
Figura 60 – Construção analisada pela dupla G_3 no estudo de assíntotas	64
Figura 61 – Resposta da Questão 9 da dupla G_3	64
Figura 62 – Resposta da Questão 9 da dupla G_7	65
Figura 63 – Gráfico da função p no Geogebra	65

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Análise do Domínio e Imagem de f das duplas.....	51
Quadro 2 – Forma que os grupos utilizaram para analisar o Domínio e Imagem da função f	52
Quadro 3 – Análise das duplas do Domínio e Imagem da função p	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Participação das atividades propostas e tempos de gravações.....	32
Tabela 2 – Quantidade de participantes ao longo das atividades do projeto	72

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1 O uso de Tecnologias Informáticas no Ensino de Matemática.....	18
2.2 Psicologia Sociocultural e a Teoria da Ação Mediada	21
3 METODOLOGIA	26
4 ANÁLISE DOS DADOS.....	35
4.1 Perfil dos participantes	35
4.2 Teste Diagnóstico	39
4.3 Pós-teste.....	48
4.4 Análise Módulo 2: Funções Racionais.....	49
4.5 Entrevistas.....	66
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
5.1 Sugestões para trabalhos futuros.....	75
REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE..	78
APÊNDICE B – TESTE DIAGNÓSTICO.....	81
APÊNDICE C – MÓDULO 0: FUNÇÕES AFINS.....	85
APÊNDICE D – MÓDULO 1: FUNÇÕES QUADRÁTICAS	90
APÊNDICE E – MÓDULO 2: FUNÇÕES RACIONAIS.....	95
APÊNDICE F – MÓDULO 3: FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS	112
APÊNDICE G – MÓDULO 4: FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	120
APÊNDICE H – PÓS-TESTE.....	133
APÊNDICE I – QUESTIONÁRIO: ENTREVISTA AOS PARTICIPANTES.....	143
ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA	144

1 INTRODUÇÃO

O conceito de funções é tema fundamental na Matemática e está presente desde a escola básica até o ensino superior, com aplicações em atividades do cotidiano e também nas mais diversas áreas do conhecimento, como por exemplo: nas finanças, para calcular o preço ideal de alguns produtos; na psicologia, para projetar a curva de aprendizado de uma criança; na saúde, utilizado por infectologistas para apresentar uma projeção do número de possíveis infectados durante uma epidemia.

No Ensino Médio, o tema “Função Real” aparece vinculado à Álgebra, o qual, segundo Alonso e Moraes (2003, apud MENEGHETTI, 2012), enfatizam que os professores devem constituir uma forma de refletir aspectos da realidade, ou seja, de compreender e descrever os movimentos da vida. Todavia, estes autores salientam que o modo como os professores vêm trabalhando os conceitos algébricos em sala de aula, dando maior importância ao formalismo, ao rigor matemático, à memorização, à repetição dos conteúdos e às fórmulas, ao invés de transferir o cotidiano dos alunos para a sala, faz com que os conceitos algébricos se tornem de difícil entendimento para os educandos.

Dessa forma, e considerando que o Ensino de Matemática é um dos grandes desafios da Educação Brasileira, temos que este requer uma constante busca por diferentes metodologias que permitam aos estudantes uma maior compreensão dos conteúdos. Considerando o contexto pandêmico¹ que vivemos nos últimos tempos, tornou-se ainda mais necessário a concretização de novas estruturas e formas de mediar o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes nas instituições de ensino. (FÁVARO, 2021).

Durante minha formação inicial como professor de Matemática, no curso de Licenciatura em Matemática, na Unesp/Bauru, me foi propiciada a oportunidade de refletir quanto à importância das metodologias de ensino que contrastem com a de uma aula tradicional, centrada no professor como detentor do conhecimento, com

¹ Período de pandemia de COVID-19, doença ocasionada pelo coronavírus SARS-CoV-2, que surgiu em 2019, e que se espalha de forma invisível, obrigando uma grande parcela da população mundial a manter-se sob o regime de confinamento em casa. Esta medida, indicada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) e adotada pela maioria dos países, tem se mostrado como uma forma minimamente aceitável de enfrentar o problema, enquanto eram desenvolvidas vacinas. Uma estratégia para que o confinamento seja bem sucedido foi, em todo o mundo, a suspensão das atividades educacionais, em todos os níveis - da educação básica à pós-graduação. (PRETTO; BONILLA; SENA, 2020).

utilização de aulas expositivas, onde o aluno tem um papel passivo e com pouca participação em seu processo de ensino-aprendizagem.

No decorrer das disciplinas do curso, observa-se como as teorias da Psicologia da Aprendizagem podem auxiliar no entendimento da formação das concepções dos alunos, as quais fornecem ferramentas para as ações pedagógicas eficazes aos docentes que queiram delas se utilizar. Chamou-me a atenção, sobretudo a Teoria Vigotskiana, a qual nos apresenta a importância do desenvolvimento de atividades coletivas, sendo essas essenciais para a assimilação dos conhecimentos teóricos, preconizando que o sujeito aprenda a viver e trabalhar em sociedade, e contribua para o desenvolvimento de suas funções psíquicas superiores. Isso se contrapõe com o ensino tradicional, que na maioria das vezes, vemos ser desenvolvido nas aulas de matemática, assim como aponta Lucas (2019, p. 25), “[...] acreditamos que na maioria das escolas o Ensino de Matemática tem seguido os métodos tradicionais centrados no professor, na transmissão do conhecimento e na memorização, sendo reservado ao aluno um papel passivo”.

Durante minha graduação, tive a oportunidade de realizar um intercâmbio acadêmico, pelo período de um semestre, em 2019, na Universidade de Coimbra (UC), graças ao convênio UNESP/UC e a bolsa Santander Ibero Americanas, onde obtive a oportunidade de participar de Colóquios sobre o Ensino da Matemática, ministrados por alunos da disciplina de Metodologia da Matemática, do Mestrado “Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário” da Universidade de Coimbra, sob a supervisão da Profa. Helena Albuquerque. Tais espaços renderam discussões sobre a dinâmica da sala de aula de Matemática, uso de diferentes metodologias de ensino e o convite para visitar a Escola Básica da Ponte, famosa por adotar uma metodologia de ensino diferenciada. Ela está situada em São Tomé de Negrelos, município de Santo Tirso, distrito do Porto, Portugal. Por ocasião da visita pude conferir “in loco”, em uma visita guiada pelos próprios alunos, como uma educação baseada em uma proposta com práticas educativas que se afastam do modelo tradicional, organizada segundo uma lógica de projetos e trabalhos em grupo, estruturada a partir das interações entre os seus membros, pode proporcionar autonomia e criticidade aos alunos, onde mesmo alunos da educação infantil nos apresentavam suas salas e trabalhos, com uma naturalidade e propriedade, que muitas das vezes não vemos em nós, graduandos, quando precisamos apresentar

seminários, mesmo depois de termos percorrido um longo caminho de aprendizado até estarmos no Ensino Superior.

A Escola da Ponte, propõe uma organização que se inspira em uma filosofia inclusiva e cooperativa, expressa na seguinte máxima: “todos precisamos de aprender e todos podemos aprender uns com os outros e quem aprende, aprende a seu modo no exercício da Cidadania.” (ESCOLA DA PONTE, 2021).

Acredito que com os pontos mencionados, pode-se sintetizar parte das motivações envolvidas na formulação de minha intenção de pesquisa, consolidada no projeto do Trabalho de Conclusão de Curso que resultou nesta monografia, visando um estudo de como a interação contribui no processo de aprendizado matemático mediado por metodologias ativas, com participantes trabalhando em grupo, em ambiente online.

A presente pesquisa, inspirada no trabalho de Lucas (2019), do qual participei como sujeito da pesquisa, em 2017, consolidou-se com a proposta de investigação da interação que promove a aprendizagem em graduandos no estudo de funções mediado pelo software Geogebra, através de atividades remotas em grupo. Utilizou-se atividades preparadas/adaptadas para serem desenvolvidas no formato do Ensino Remoto Emergencial, durante o primeiro semestre letivo de 2021, da disciplina de Funções Elementares, do curso de Licenciatura em Matemática, na Unesp/Bauru.

Atentemos para a diferença entre a modalidade educacional denominada Educação a Distância (EAD), a qual é reconhecida pelo Ministério da Educação (MEC) por legislação própria - Decreto 5.622/2005 (atualizada pelo Decreto 9.057/2017); e a forma de ensino exigida pelo distanciamento da COVID-19 que originou outra terminologia: Ensino Remoto Emergencial, a qual foi instituída por meio de portarias do próprio MEC, ficando então autorizada em caráter excepcional, a substituição de disciplinas presenciais por atividades que utilizam recursos educacionais digitais, tecnologias de informação e comunicação ou outros meios convencionais (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2020).

Adotou-se como referencial teórico principal desta pesquisa, as contribuições de James Wertsch na Psicologia Sociocultural, a qual tendo como base as ideias de Vygotsky, apresenta a Teoria da Ação Mediada, onde estuda-se a ação humana a partir de ferramentas materiais e da linguagem, considerando a ação mental do sujeito com base no contexto cultural, histórico e institucional que está inserido (WERTSCH, 1991), fazendo uma crítica aos demais estudos na área da psicologia que investigam

como o sujeito aprende de forma isolada, desconsiderando o contexto sociocultural que está envolvido.

Dessa forma, essa pesquisa tem por objetivos, sob a luz das contribuições de James Wertsch, investigar as interações em duplas visando a compreensão dos processos mentais e a produção de significados de graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, a partir de uma sequência didática para estudo de funções, com uso do software Geogebra, aplicada de forma online, durante o período de pandemia de COVID-19, utilizando-se do Ensino Remoto Emergencial.

Na próxima seção, será apresentada uma síntese da bibliografia estudada, a qual fundamenta esta pesquisa, mostrando autores que apresentam as vantagens que podem trazer o uso de tecnologias informáticas no Ensino de Matemática, bem como a Psicologia Sociocultural e a Teoria da Ação Mediada de James Wertsch.

Na Seção 3, será apresentada a Metodologia adotada neste trabalho, a fundamentação metodológica adotada, bem como um detalhamento de todos os procedimentos metodológicos adotados.

Será apresentada, na Seção 4, a análise dos dados produzidos, onde será apresentado o perfil dos participantes da pesquisa, analisado um Teste Diagnóstico realizado com os estudantes antes do início das atividades a fim de realizar uma sondagem inicial dos conceitos dos participantes relativos à funções, a análise de um Pós-teste realizado após a aplicação dos cinco módulos, para comparação com o teste inicial, a análise das atividades produzidas no módulo 2, abordando funções racionais e as entrevistas fornecidas pelos estudantes ao término das atividades.

Na Seção 5, serão apresentadas as considerações finais e conclusões deste trabalho e como acreditamos que o mesmo possa contribuir na prática docente e/ou possível inspiração para futuros trabalhos de estudantes em formação inicial na Educação Matemática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Será apresentada, nesta seção, uma síntese da fundamentação teórica estudada, que permitiu embasar a presente pesquisa, onde serão expostos conceitos sobre o uso de tecnologias informáticas no Ensino de Matemática, e conceitos da Psicologia Sociocultural, a partir dos quais estão embasados o presente trabalho.

2.1 O uso de Tecnologias Informáticas no Ensino de Matemática

Segundo Borba e Penteado (2019), a informática tornou-se um fenômeno cultural da segunda metade do século XX depois de permear o mundo da ciência, da guerra e dos negócios empresariais e fazer parte praticamente por todas as atividades de nossa sociedade, direta ou indiretamente. Sendo apenas tardiamente que a informática se faz presente na escola. Desse modo, acredita-se que o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos às tecnologias desenvolvidas pela sociedade, pois a informática na educação deve ser justificada de duas formas: alfabetização tecnológica e direito ao acesso.

É chamada de construcionista, à lá Seymour Papert (1985), a abordagem com uso de tecnologias na educação, que envolve o uso de computadores e softwares, não somente em busca de uma melhor transmissão de conteúdos, ou pela informatização do processo ensino-aprendizagem. Mas sim, buscando uma transformação social, a qual deve significar uma mudança de paradigma que favorece a formação de sujeitos mais críticos e com maior autonomia para construir seu próprio conhecimento. O uso de tecnologias no ensino, pode levar à uma postura investigativa por parte do aluno, colocando-o como ser ativo em seu processo de ensino-aprendizagem, proporcionando uma maior formação de significados, no sentido apresentado por Borba (2013, p.352):

Uma abordagem que privilegia uma postura investigativa pode possibilitar um envolvimento maior dos estudantes com o conteúdo e os levar a uma investigação de conceitos, que podem vir a obter um novo sentido quando estudados de modo a enfatizar questões qualitativas de exploração didáticos.

A utilização de softwares no ensino da Matemática proporciona grandes benefícios, no sentido de apresentar uma visualização mais concreta de muitos

conceitos abstratos, as quais podem contribuir para uma melhor compreensão dos estudantes. Nesse sentido, Lévy (1993, apud BORBA, 2013, p.351) nos apresenta:

Os softwares educacionais têm a capacidade de realçar o componente visual da matemática atribuindo um papel importante à visualização na Educação Matemática, pois ela alcança uma nova dimensão se for considerado o ambiente de aprendizagem com computadores como um particular coletivo pensante.

Borba (2013, p.352) nos apresenta particularidades desse componente visual, proporcionado pelas ferramentas tecnológicas:

Algumas particularidades do aspecto visual, em Educação Matemática, proporcionada pelas tecnologias computacionais podem ser destacadas:

- Visualização constitui um meio alternativo de acesso ao conhecimento matemático.
- A compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e representações visuais podem transformar o entendimento deles.
- Visualização é parte da atividade matemática e uma maneira de resolver problemas.
- Tecnologias com poderosas interfaces visuais estão presentes nas escolas, e a sua utilização para o ensino e aprendizagem da Matemática exige a compreensão dos processos visuais.
- Se o conteúdo de matemática pode mudar devido aos computadores, (...) é claro neste ponto que a matemática nas escolas passará por pelo menos algum tipo de mudança (...).

Ademais, Borba e Penteado (2019) apresentam que atividades com softwares que possibilitam o traçado de gráficos de funções, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que é realizado em aulas experimentais de Biologia ou de Física.

Além disso, acredita-se que uma nova mídia, como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e como esta proporciona um enfoque experimental explorando ao máximo as possibilidades de rápido feedback e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas, podendo superar práticas antigas com a chegada desse novo ator informático. O uso da informática, está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito. (BORBA; PENTEADO, 2019).

Entretanto, as inovações educacionais, em sua grande maioria, pressupõem mudança na prática docente, não sendo uma exigência exclusiva daquelas que envolvem o uso de tecnologia informática, e, ao sair de uma aula tradicional onde o professor tem tudo sob controle, sai da sua *zona de conforto*, onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável, e entra para uma *zona de riscos*, onde é preciso avaliar constantemente as consequências das ações propostas. Borba e Penteado (2019) destacam, então, alguns riscos envolvidos no uso de tecnologia informática em sua prática docente: Risco de perda de controle, que pode ocorrer principalmente devido à problemas técnicos, bem como, da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador. Podem surgir perguntas imprevisíveis, as quais por mais que o professor seja experiente é sempre possível que uma nova combinação de uso no computador leve a uma situação nova que, por vezes, requer um tempo mais longo para análise e compreensão. Muitas dessas situações necessitam de exploração cuidadosa ou até mesmo de discussão com outras pessoas. Isso acontece, porque muitas das vezes, o que o computador nos mostra precisa ser interpretado, não sendo uma resposta pronta. Então desde a forma como um software está configurado para exibir um gráfico de uma função, até as situações não previstas pelo professor ao desenvolver uma atividade investigativa de construção geométrica, podem colocar o professor em uma posição que não estava habituado em sua aula tradicional, onde andava sob os trilhos de seu domínio e controle. (BORBA; PENTEADO, 2019).

Dessa forma, o professor precisa se atualizar constantemente quanto ao ambiente informático, pois as novidades nesta área surgem num ritmo muito veloz, e o uso de computadores e softwares tem até um vocabulário próprio. Mesmo na área da Matemática, existe também o risco de que o conhecimento que o professor possui da disciplina se torne obsoleto, pois a medida que a tecnologia informática se desenvolve, nos deparamos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada. Ao utilizar uma calculadora ou um computador, um professor de matemática pode se deparar com a necessidade de expandir muitas de suas ideias matemáticas e também buscar novas opções de trabalho com os alunos. Ao refletir sobre as dificuldades e obstáculos que encontra, o professor pode vir a perceber que a escola, sobretudo a sala de aula, não é hoje a fonte exclusiva de informações para os alunos. Atualmente as informações podem ser obtidas nos mais variados lugares. Porém, bem sabemos que informação

não é tudo, é preciso de um espaço no qual sejam organizadas e discutidas, e a escola pode ser esse tal espaço, onde cabe ao professor organizá-lo e gerenciar da melhor forma para que alunos e professores possam compartilhar as diferentes informações e experiências vividas, num ambiente de aprendizagem que gere e dissemine os novos conhecimentos. (BORBA; PENTEADO, 2019).

Para Borba e Penteado (2019), ainda que muitos professores desistam quando percebem a dimensão da zona de risco, evitando qualquer tentativa nesse sentido, os professores que procuram avançar nesta área de indeterminação, usando a ousadia e flexibilidade para organizar as atividades sempre que necessário, para uso da informática em suas aulas, mudam as rotinas, e abrem-se para um processo de negociação com os alunos e todos que atuam no ambiente escolar. Ao caminhar em direção à zona de risco, o professor pode usufruir o potencial que a tecnologia informática tem a oferecer para aperfeiçoar sua prática profissional.

Nesse sentido, vemos a potencialidade no uso de softwares no ensino da matemática, tanto no sentido de colocar o aluno como sujeito ativo no seu processo de ensino-aprendizagem e fugir das aulas tradicionais expositivas, bem como pelas vantagens do uso das interfaces visuais que os softwares proporcionam. Todavia a introdução da tecnologia no ensino deve vir acompanhada de outras mudanças, visto que somente quando utilizado de forma adequada é possível se ter uma melhoria no processo de ensino-aprendizagem, sendo, portanto, necessário um planejamento e disposição para que isso ocorra de forma efetiva.

2.2 Psicologia Sociocultural e a Teoria da Ação Mediada

James V. Wertsch, psicólogo americano e professor da Washington University em Saint Louis, atuando no Departamento de Educação, é um dos teóricos atualmente mais expressivos da psicologia sociocultural. Os trabalhos de Wertsch, são pautados na crítica das pesquisas contemporâneas em psicologia, as quais trabalham com estudos sobre o funcionamento mental humano isolado do meio cultural, institucional e histórico, os quais analisam o indivíduo de forma isolada; tendo como foco o estudo sociocultural da mente e a memória coletiva sobre os aspectos oficiais da história, mediadas pelas ferramentas culturais concernentes às instituições formais de ensino. Todavia, essa crítica não é nova, pois já foi apresentada por John Dewey, em 1901;

entretanto, não obteve aceitação na comunidade científica dos Estados Unidos, na época. (LUCAS, 2019).

A Teoria da Ação Mediada, de Wertsch, pode ser entendida como a ação humana, a qual normalmente está vinculada a instrumentos de mediação, a partir de ferramentas materiais e da linguagem. De forma que não se deve fazer uma distinção entre a ação e os instrumentos de mediação, sendo mais apropriado analisar sujeitos, agindo com ferramentas socioculturais, do que analisar o indivíduo isoladamente. Wertsch emprega o termo sociocultural na intenção de estudar como se dá a ação mental no contexto cultural, histórico e institucional. O aprofundamento do estudo das abordagens socioculturais da mente, abordados por Wertsch, se dá a partir das ideias de Vygotsky, ampliadas por Bakhtin, com uso da voz, linguagem social e diálogo. Assim, faz parte da mente todas as propriedades sociais e mediacionais e não o indivíduo isoladamente.

A influência de Vygotsky é clara, já que foi o psicólogo russo que trouxe o meio material e as interações sociais para o foco no estudo da mente humana e dos fenômenos de aprendizagem. Segundo ele, o ser humano aprende e se desenvolve ao mesmo tempo e à medida que se relaciona, interage, com o meio material e social onde vive. O desenvolvimento dos processos mentais superiores – aqueles que não são inatos e que distinguem o ser humano dos outros animais - acontecem nessa interação, e sempre a partir do uso de signos e instrumentos, ou seja, da linguagem. A linguagem é o mediador na relação do sujeito com o meio. Sem linguagem, segundo Vygotsky (1996), não há desenvolvimento, não há aprendizagem, não há o humano. (DE PAULA; ARAÚJO, 2013, p.02-03).

Baseado na Teoria Vigotskiana, Wertsch a delineou em três temas gerais que estão existentes em todas as obras de Vygotsky: (a) a confiança no método genético ou evolutivo; (b) a afirmação de que as funções mentais superiores no indivíduo derivam da vida social; (c) a afirmação de que a ação humana, tanto no plano individual como no social, é mediada por instrumentos e signos. Segundo Wertsch, no ocidente os estudos têm se concentrado no segundo dos três temas, principalmente na forma como se relaciona com a zona de desenvolvimento proximal. Já Wertsch, muda o foco das origens sociais das funções psíquicas superiores para o terceiro tema, já que para o autor a mediação de instrumentos e signos, fornece a solução para que seja possível compreender as alterações quantitativas e qualitativas no desenvolvimento, bem como o modo de funcionamento interpsicológico em intrapsicológico (PEREIRA; OSTERMANN, 2012).

Assim, um dos pressupostos fundamentais da aproximação sociocultural que Wertsch propõe consiste na afirmação de que o que

deve ser descrito e explicado é a “ação” humana (WERTSCH, 1991b). Isso implica considerar aspectos do contexto sociocultural em que os processos psicológicos têm lugar. É importante destacar o fato de que dar primazia analítica à ação humana não significa explicar o que ocorre “dentro da cabeça” do indivíduo enquanto o mesmo realiza a ação. O foco está na ação em si e em todos os aspectos nela envolvidos. Isto não quer dizer que a ação humana não envolva uma dimensão psicológica individual. Ela certamente envolve. A questão é que isso deve ser pensado como um “momento” da ação, e não como um processo separado ou como uma entidade que, de alguma forma, existe em isolamento. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.26).

Lucas (2019), explicita a irredutibilidade da Ação Mediada, no sentido que a ação mental não poder ser estudada com o indivíduo agindo no vácuo, devendo se buscar as interações com ferramentas socioculturais, que estão presentes no processo de construção de significados. Saliencia ainda, que as ferramentas socioculturais, não executam nenhuma ação por si só, sendo imprescindível um indivíduo habilidoso para que com o uso dos meios mediacionais, possa produzir significados com sua aprendizagem.

Pereira e Ostermann (2012, p.26) também afirmam que:

Uma forma de ação humana de particular interesse para a aproximação sociocultural delineada por Wertsch (1991b) é a “ação mediada”. Ela consiste na unidade de análise mais adequada para o estudo do funcionamento humano (WERTSCH, 1991b, 1998a, 1998b, 2002). Isso porque a ação humana, incluindo a ação mental, tipicamente emprega “meios mediacionais”, ou “ferramentas culturais”, que estão disponíveis em um cenário sociocultural particular. Tais ferramentas culturais, como a linguagem e os instrumentos de trabalho, moldam a ação humana de maneira essencial. E devido ao fato de que essas ferramentas são fornecidas por um cenário sociocultural particular, a ação humana é inerentemente “situada” em um contexto cultural, histórico e institucional.

Nesse sentido, ao resolver um cálculo matemático com o auxílio de uma calculadora, não há significado em questionar se quem resolveu foi o indivíduo ou a ferramenta cultural, visto que a ação mediada foi realizada em conjunto indivíduo e calculadora, ou seja, agente agindo com a ferramenta cultural, pois a calculadora não conseguiria proporcionar a resolução sem o manuseio do sujeito. Já o indivíduo seria capaz de resolvê-lo sem a calculadora, entretanto estaria utilizando de outras ferramentas culturais, como os números, sintaxe matemática, linguagem, entre outras. (DE PAULA; ARAÚJO, 2013, p.04).

Assim, qualquer forma de ação resulta muito difícil, senão impossível, de se realizar se nela não estiver envolvida uma poderosa ferramenta cultural e um usuário habilidoso no seu manuseio. A natureza da ferramenta cultural e o uso específico que os agentes fazem dela podem variar consideravelmente. Ainda assim, ambas as partes são

necessárias para a compreensão da ação humana. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.27).

Ao analisar as propriedades da ação mediada, Wertsch listou cinco formulações que possuem relação direta com as características das ferramentas culturais. A primeira é o fato de que as ferramentas culturais, são materiais, inclusive a linguagem, que por se apresentar de forma instantânea acaba tornando menos perceptível a sua materialidade. “A materialidade é uma característica de todos os meios mediacionais e essa propriedade implica o fato de que as ferramentas culturais podem causar modificações nos agentes.” (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.30).

Já a segunda formulação está na afirmativa de que ao mesmo tempo que as ferramentas culturais ajudam os agentes a superarem algumas limitações, estas trazem outras que são próprias destes. Como exemplo, Pereira e Ostermann (2012), citam a internet discada inserida na década de 90, que trouxe possibilidades e facilidades de acesso maiores e mais rápidos para a época, dando aos professores e alunos possibilidades de acesso a texto, imagens e vídeos, as quais antes eram mais difíceis, pois não estavam nos acervos das bibliotecas escolares. Entretanto, com a chegada da banda larga na década posterior, foi possível ter um acesso muito mais eficiente. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.30).

Segundo Wertsch, a terceira formulação está na afirmativa de que ao inserir novas ferramentas na ação mediada, estas causam um desequilíbrio na organização, o que proporciona a necessidade de mudanças, tanto no agente como na ação mediada. Entretanto, não é só através da inserção de novas ferramentas que acontecem transformações, estas podem ocorrer de outras formas. Todavia, a introdução de novas ferramentas na ação medida possui, frequentemente, um potencial muito grande e muitas vezes não são percebidas. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.30).

Com relação a quarta formulação, está na afirmativa de que as ferramentas culturais, frequentemente, não são produzidas para facilitar ações, muitas vezes, o uso destas em uma certa ação humana, acaba sendo consequência. Um exemplo citado por Wertsch, foi o teclado QWERTY, teclado utilizado atualmente, que foi criado com intuito de diminuir a velocidade com que os datilógrafos da época digitavam, visto que as teclas da máquina de escrever travavam quando apertadas de forma rápida. Sendo assim, criou-se esse estilo de teclado que faz com que o agente utilize também, constantemente, a mão esquerda, assim como foi colocado outros empecilhos.

Entretanto, apesar do motivo a qual este estilo de teclado foi produzido terem desaparecido, esse modelo continua sendo usado até os dias de hoje, o que indica que questões históricas e econômicas influenciam no processo de padronização da utilização de determinadas ferramentas culturais. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.30).

E finalmente, a afirmação de que as ferramentas culturais estão diretamente ligadas a poder e autoridade, ou seja, estas não são neutras. Este aspecto, baseia-se na ideia de Bakhtin, sobre os tipos de discurso “autoritário” e “internamente persuasivo”, “onde os tipos de enunciados utilizados em situações típicas, considerando-se o discurso como a ferramenta cultural que está sendo utilizada pelo agente naquela determinada relação humana ou social em que o poder está presente, inclusive na sala de aula.” (DE PAULA; ARAÚJO, 2013, p.06).

Com relação a utilização do termo internalização por meio da ação mediada, apesar de não se opor ao termo, Wertsch prefere utilizar os termos domínio e apropriação. Sendo considerado domínio quando o indivíduo consegue utilizar com destreza uma ferramenta cultural, ou seja, é “saber como” e não “saber o que”. Já a internalização se remete a algo que inicialmente é realizado de forma externa e depois passa a ser realizado de modo interno, assim como exemplifica Vygotsky, na qual no início o indivíduo conta utilizando os dedos até que isto desaparece e a contagem ocorre de forma interna, no psíquico. Entretanto, para Wertsch, muitos modos de ação mediada precisam e devem ser feitas de forma externa, como é o caso da multiplicação, sendo que dependendo dos números é mais difícil resolvê-lo internamente, sendo necessário utilizar uma ferramenta cultural que auxiliará o sujeito. Nesse sentido, para o autor, o termo mais apropriado é domínio, pois este é aplicável a todas as formas de ação mediada. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.32).

Já a apropriação, que é um termo oriundo dos textos de Bakhtin, se trata do sujeito que consegue tornar seu algo que é de outro, isto é, se apropriar de algo e depois usá-lo em um contexto novo, de acordo com sua própria intenção. Todavia, Wertsch destaca que dominar uma ferramenta cultural não significa que se apropriou, sendo que estes são processos distintos. (PEREIRA; OSTERMANN, 2012, p.32-33).

Será apresentado a seguir, a Seção 3, onde será introduzida a metodologia utilizada neste estudo, o referencial metodológico, bem como a descrição dos procedimentos metodológicos utilizados ao longo desta pesquisa e das atividades desenvolvidas.

3 METODOLOGIA

Fiorentini e Lorenzato (2012 p.63) apresentam, segundo Sánchez Gamboa (1989), três tendências metodológicas de pesquisas educacionais, considerando os aspectos teóricos-epistemológicos que fundamentam a prática de pesquisa, a saber:

- empírico-analítica;
- fenomenológico-hermenêutica;
- histórico dialética.

Dentre as três tendências metodológicas de pesquisas educacionais apresentadas, exibiremos a seguir, a definição da pesquisa fenomenológico-hermenêutica, a qual considera-se ser a que melhor se aplica em nossa investigação:

A abordagem fenomenológico-hermenêutica fundamenta-se filosoficamente da fenomenologia e no processo hermenêutico de interpretação. Parte do pressuposto de que a solução dos problemas educacionais passa primeiramente pela busca da interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos envolvidos (os sujeitos que experienciam o fenômeno). Isso pode acontecer por meio de um processo de investigação que consiste em desvendar mecanismos e significados ocultos, atingindo, assim, a essência dos fenômenos. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.65).

Dessa forma, a presente pesquisa é apresentada com o intuito de, a partir de uma sequência didática para estudo de funções desenvolvida de forma online, por graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, na Faculdade de Ciências, Unesp/Bauru, cursando a disciplina de Funções Elementares no período noturno, utilizando o software Geogebra, durante a pandemia de COVID-19 e uso Ensino Remoto Emergencial, buscar entender como ocorre a interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos participantes da pesquisa.

O fato dessa pesquisa ser um Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática, da Unesp/Bauru e contar com participantes de pesquisa graduandos do mesmo curso, facilitou os trâmites necessários. Contamos, como coorientadora desta pesquisa, com a professora Dra. Tatiana Miguel Rodrigues, atuando como professora responsável por ministrar a disciplina de Funções Elementares no curso de Licenciatura em Matemática, aos calouros da Matemática, na Faculdade de Ciências, Unesp/Bauru, no primeiro semestre de 2021, o que facilitou a comunicação com os discentes no momento de convidá-los ao projeto, bem como informar sobre como seria realizado e sanar possíveis dúvidas.

Desta forma, sendo as aulas regulares do curso de graduação em Licenciatura em Matemática na Unesp/Bauru desenvolvidas de maneira online, pelo Google Meet, durante o período de pandemia de COVID-19, a professora Tatiana me convidou para que em um momento de sua aula aos calouros, em 15 de julho de 2021, apresentasse o projeto e realizasse o convite aos graduandos, para que pudessem atuar como participantes da presente pesquisa. Contudo, devido ao ano atípico que tivemos, com adiamento da segunda fase do vestibular para ingresso à Unesp por conta do avanço da pandemia, que gerou um atraso no início do semestre letivo aos calouros, foi ainda necessário aguardar algumas semanas para que as vagas do curso fossem preenchidas por meio do acesso via ENEM, com o intuito de iniciarmos as atividades do projeto, de fato, após realizadas todas as possíveis chamadas via vestibular e ENEM.

As aulas de Funções Elementares foram ministradas na forma remota utilizando a plataforma Google Meet para encontros síncronos semanais, e através do Google Classroom para comunicação entre professora e alunos, e repositório de materiais da disciplina. A professora Tatiana relatou que os alunos apresentaram mais dificuldades do que os alunos do ano anterior e percebeu que muitos não sabiam conceitos básicos de matemática elementar. Os gráficos das funções foram apresentados pela professora, durante as aulas, de duas formas: do modo tradicional, análogo ao que se faria em uma lousa em sala de aula presencial, porém com uso do software Good Note e utilização de uma mesa digitalizadora com caneta; e também utilizando o software Geogebra para apresentação dos gráficos das funções, de forma dinâmica, porém de forma expositiva, sem um momento, durante a aula, para que os alunos realizassem manipulações no software. Com as duas abordagens pretendeu-se que os alunos identificassem as raízes, domínio, imagem da função e fizessem investigações a partir do gráfico da expressão para a função, conceitos fundamentais utilizados também nas disciplinas de Cálculos e Análise Real, bem como no cotidiano.

Considerando a abordagem de ensino via tecnologias da informação, assim como apresentado por Lucas (2019), acredita-se que as atividades propostas aos participantes apresentadas neste trabalho possam proporcionar a construção do conhecimento de forma mais significativa, com maior dinamismo no ensino e aprendizagem, respeitando o ritmo de aprendizagem de cada dupla ao explorar o software e discutirem os conceitos, possuindo um caráter investigativo e dedutivo dos assuntos abordados.

Durante a formação no curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Metodologias para a pesquisa educacional, ministrada pela professora Dra. Maria Ednéia Martins, cursada no segundo semestre letivo de 2020, fomos conscientizados da importância da ética nas pesquisas educacionais envolvendo seres humanos, regidas por Resoluções e Normativas emitidas pelo Ministério da Saúde (MS) / Conselho Nacional de Saúde (CNS). Durante essa disciplina, o professor Dr. Mário Lázaro Camargo, coordenador do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Faculdade de Ciências (FC), Unesp/Bauru, palestrou sobre os “Cuidados éticos em pesquisa envolvendo seres humanos e as funções do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP”, nos despertando para a importância de respeitar os direitos dos indivíduos participantes em pesquisas e o dever do pesquisador em conhecer as Resoluções e Normativas e segui-las em suas pesquisas.

Dessa forma, a presente pesquisa foi submetida na Plataforma Brasil, como Projeto de Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, para avaliação pelo CEP da Faculdade de Ciências, Unesp/Bauru, contendo o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) destinados aos participantes da pesquisa, o qual foi aprovado no parecer 4.769.131 em 11 de junho de 2021. (Parecer Consubstanciado do CEP e TCLE apresentados, respectivamente, como Anexo A e Apêndice A).

Aos 41 alunos participantes da disciplina de Funções Elementares, foi enviado um link, através do ambiente de comunicação da disciplina de Funções Elementares, com um formulário que denominamos de Termo de Consentimento, contendo algumas informações e o link para o documento TCLE, conforme apresentado na Figura 1, para que após leitura e consentimento, realizassem o aceite. Vinte e cinco estudantes, nesse primeiro momento, aceitaram participar da presente pesquisa.

Figura 1 – Termo de Consentimento enviado aos graduandos

The image shows a screenshot of a Google Forms document titled "Termo de Consentimento". The form has a red header with the text "USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES REAIS" and a small logo. Below the header, the text reads: "Termo de Consentimento", "Olá! Convidamos você, aluno da disciplina de Funções Elementares, no curso de Licenciatura em Matemática da Unesp-Bauru, a participar do Projeto de TCC: Uso do Geogebra no ensino de funções reais. Clique no link a seguir para ter acesso ao Termo de Consentimento que lhe trará todas as informações sobre o projeto. Após a leitura e concordância, clique no botão abaixo." A link is provided: <https://drive.google.com/file/d/1TYizFnMzoovH-24kELqZIHZWnCHUM5zs/view?usp=sharing>. The user's email is shown as "elias.ov.santos@unesp.br (não compartilhado)". Below this, there is a red asterisk and the word "Obrigatório". At the bottom, there is a radio button next to the word "CONCORDO". The form also has "Próxima" and "Limpar formulário" buttons.

Fonte: Produzido pelo próprio autor

Seguindo orientações do CEP, foi enviado um e-mail aos participantes após a realização desse aceite, agradecendo a participação e fornecendo uma cópia do arquivo em pdf do TCLE, pois é direito do participante manter uma cópia para posterior consulta, bem como acessar os contatos do pesquisador, orientadora ou Comitê de Ética, presentes no TCLE.

Como uma primeira coleta de dados, após o aceite do Termo de Consentimento, o mesmo formulário apresentava ainda um questionário com algumas perguntas para que conhecêssemos o perfil dos alunos, o quanto tinham conhecimento do software Geogebra, bem como qual a sua crença do autoconhecimento no conceito de funções reais, a partir das seguintes questões: nome, idade, ano que iniciou o presente curso de graduação, se já cursou alguma graduação anteriormente, se já teve algum contato anterior com o Geogebra, como considera seu conhecimento relativo a funções reais, se sente confortável em estudar e aprender de forma remota e à distância, e ainda, se consegue trabalhar bem em grupo. Será apresentado na próxima seção a análise desses dados, permitindo delimitar o perfil dos participantes da pesquisa.

Utilizou-se um espaço de interação entre pesquisador e sujeitos em ambiente virtual próprio do projeto, através do Google Classroom. Neste ambiente, apresentou-

se instruções, por meio de vídeos e textos, informando toda a dinâmica do projeto. A primeira atividade disponibilizada no Google Classroom, foi um Teste Diagnóstico, inspirada em PINTO et al (2020) e PINTO et al (2021), com a qual objetivou-se uma sondagem inicial dos conceitos dos participantes relativos ao tema Funções.

Observa-se que esse tema é central na Matemática sendo abordado na escola básica, no 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio, entretanto, segundo relato das professoras orientadora e coorientadora desta pesquisa, que ministraram a disciplina Funções Elementares em anos anteriores, como uma preparação dos alunos para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, a ser oferecida no decorrer da graduação em questão, muitos discentes apresentam dificuldades, que muitas vezes não são sanadas durante a disciplina, gerando reprovações. Para isso, foi solicitado que o Teste Diagnóstico fosse realizado individualmente e sem consulta.

O teste continha quatro questões, a saber: a primeira, para que o aluno descrevesse com suas palavras o que entende por função; a segunda, apresentando oito opções de gráficos de funções e outras representações gráficas que não representam funções, como por exemplo uma circunferência, uma elipse, ou ainda uma linha paralela ao eixo y , para que o aluno analisando os gráficos respondesse quais representam funções de x em y , justificando sua resposta; na terceira questão apresentamos um gráfico de uma função, limitada em um intervalo, solicitando que o analisassem determinando o domínio e a imagem da função envolvida; e ainda, na quarta questão, apresentamos 8 gráficos das funções que trabalharemos nas atividades ao longo do projeto, e seus respectivos gráficos, solicitando que relacionassem com a expressão analítica correspondente. O documento do Teste Diagnóstico aplicado está apresentado no Apêndice B.

Abordou-se no projeto as funções do conteúdo programático da disciplina Funções Elementares, ou seja, funções quadráticas, racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas circulares, divididas em quatro módulos disponibilizados em intervalos quinzenais. As sequências didáticas utilizadas nos módulos estão apresentadas nos Apêndices C a G. Contudo, devido a restrição de tempo e o tamanho de pesquisa que se espera de um TCC, optou-se por fazer um recorte, analisando os resultados do módulo abordando funções racionais, pelo motivo de queda da participação dos estudantes nos módulos posteriores.

A metodologia adotada nas atividades aplicadas prevê a realização delas de modo investigativo pelos alunos, seguindo a sequência didática, com o pesquisador

(no papel de professor) atuando como um orientador. Observando que o meio online apresentava algumas dificuldades para a interação das duplas, fundamentais no processo ensino-aprendizagem e para a nossa pesquisa, decidiu-se por gravar um conteúdo inicial com instruções em vídeo e de modo expositivo, abordando como acessar o Geogebra online (utilizado nesta pesquisa), o Google Meet para criar uma sala, convidar seu colega, apresentar a tela e gravar a reunião, seguindo as instruções da sequência didática apresentada pelo Google Forms, manipulando no Geogebra, discutindo entre os pares e anotando as conclusões onde denominamos Folha de Respostas. Esse conteúdo expositivo inicial, foi chamado de Módulo 0, contendo funções afins, como primeira atividade a ser desenvolvida no Geogebra.

Durante os módulos, os estudantes foram orientados a trabalharem em duplas (ou em trios, se não fosse possível formar duplas), de modo a desenvolverem a sequência didática, apresentada no Google Classroom, a partir de um roteiro apresentado no Google Forms, como plataforma virtual contendo o estudo dirigido proposto, mas que as respostas não deveriam ser realizadas pelo ambiente do Google Forms. Essa medida foi adotada para que os alunos priorizassem a escrita em um documento que chamamos de Folha de Respostas, onde, escrevendo a lápis ou caneta, teriam possibilidade de maior uso de notações matemáticas nas respostas, as quais fizeram parte da análise desta pesquisa. Apesar de nossas instruções, algumas duplas optaram por redigir a Folha de Respostas de forma digitada. Após a realização da sequência didática, em duplas, com utilização e manipulação no Geogebra, os participantes foram instruídos a digitalizar a Folha de Respostas para entregarem no respectivo campo de atividade do Google Classroom. Os integrantes dos grupos interagiram, discutindo por meio do Google Meet, realizando as atividades propostas no software Geogebra, testando e construindo conceitos relacionados ao tema abordado, enquanto formalizavam as resoluções na Folha de Respostas. As conversas foram gravadas e disponibilizadas ao pesquisador, com o prévio consentimento dos participantes do projeto.

Assim, a coleta de dados se deu através das Folhas de Respostas, digitalizadas e postadas no Google Classroom e das gravações de áudio das conversas entre as duplas (ou trios), no transcorrer das atividades propostas. Também foi realizada a gravação da tela do Geogebra enquanto as atividades eram desenvolvidas, bem como as imagens da webcam daqueles que se sentiram confortáveis para tal, com o objetivo desta proporcionar a análise de como as duplas formalizaram as respostas, e dos

diálogos que proporcionaram tal formalização, gerando uma densa gama de dados, fortalecendo a compreensão do pesquisador pela construção dos significados.

Em um primeiro momento propusemos a divisão dos participantes em duplas de modo espontâneo. Os que não o fizeram foram agrupados de forma aleatória divulgando-se os grupos formados no ambiente do Google Classroom. Dos 25 participantes iniciais, 3 participantes desistiram antes do início das atividades, sendo formadas então 11 duplas, identificados neste trabalho como G_1, G_2, \dots, G_{11} , contendo os 22 participantes (Estudante E_1, E_2, \dots, E_{22}) ativos no início das atividades. Ressalta-se, entretanto, que a participação integral no projeto foi inferior, reduzida a aproximadamente um terço dos 25 participantes iniciantes, os quais deram o aceite inicial e assinaram o Termo de Consentimento, conforme apresentado na Tabela 1, a qual também contém os tempos das gravações das atividades realizadas.

Tabela 1 – Participação das atividades propostas e tempos de gravações

Grupo	Módulo 0 Funções Afins	Módulo 1 Funções Quadráticas	Módulo 2 Funções Racionais	Módulo 3 Funções Exponenciais e logarítmicas	Módulo 4 Funções Trigonométricas
$G_1 (E_1 \text{ e } E_{10})$	23min 50seg	<i>Não entregue</i>	<i>Não entregue</i>	Não entregue	Não entregue
$G_2 (E_2 \text{ e } E_{15})$	52min 02seg	45min 58seg	2h 15min 12seg	1h 01min 16seg	Não entregue
$G_3 (E_{18} \text{ e } E_{19})$	1h 22min 50 seg	1h 56min 53seg	2h 11min 44seg	1h 57min 00seg	2h 07min 20seg
$G_6 (E_{11} \text{ e } E_{17})$	48 min 42seg	1h 29min 33seg	2h 35min 35seg	Não entregue	Não entregue
$G_7 (E_6 \text{ e } E_8)$	29 min 24seg	21min 32seg	46min 53seg	39min 18seg	1h 07min 16seg
$G_8 (E_7 \text{ e } E_{13})$	39 min 04seg	48 min 43seg	27 min 36seg	Não entregue	Não entregue
$G_9 (E_{12} \text{ e } E_{21})$	2h 47 min 37seg	2h 30min 42seg	Não entregue	Não entregue	Não entregue
$G_{10} (E_{20} \text{ e } E_{22})$	2h 44min 48seg	2h 01min 06seg	2h 33min 39seg	3h 02min 18seg	3h 49min 26seg

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Observa-se pela Tabela 1, que no Módulo 0 (apresentado como Apêndice C deste documento), aplicado em 30 de julho de 2021, das 11 duplas (G_1 à G_{11}) apenas 8 realizaram as atividades, entregando a Folha de Respostas e a gravação das telas com manipulação do Geogebra e discussões entre as duplas, por esse motivo, as duplas G_4 (E_3 e E_9), G_5 (E_4 e E_{14}) e G_{11} (E_{23} e E_{25}), nas quais os participantes realizaram apenas o Teste Diagnóstico, foram retiradas da tabela, por não realizarem as atividades com o Geogebra em nenhum dos módulos.

Os demais módulos, realizados de 20 de agosto a 08 de outubro de 2021, apresentaram uma queda na participação, onde dos 25 participantes que realizaram o aceite, 21 responderam o teste diagnóstico, e nos módulos 0 a 5, tivemos, respectivamente, 16, 14, 12, 9 e 7 participantes ativos. Alguns desses entraram em contato justificando sua desistência no projeto por diversos motivos, enquanto a maioria, infelizmente, não deu retorno algum.

Após o módulo 1, devido a grande dificuldade de alguns grupos para realizar a análise de Domínio e Imagem das funções trabalhadas, o pesquisador preparou vídeos para as duplas com maiores dificuldades, comentando suas resoluções com análises equivocadas, com objetivo de sanar algumas dúvidas e corrigir conceitos para que fosse possível uma melhor continuidade dos módulos.

Após a realização dos módulos descritos, realizou-se um Pós-teste (apresentado no Apêndice H) com os 9 alunos que participaram da maior parte das atividades. Apesar da pesquisa ter um caráter qualitativo, a realização dos testes, antes e após as atividades desenvolvidas, proporciona um parâmetro de comparação do desempenho dos participantes, sendo apresentado na análise nesta pesquisa.

Silva e Menezes (2001, p. 20) classificam pesquisas, do ponto de vista da forma de abordagem do problema, em dois tipos: Pesquisas Quantitativas, quando os dados coletados podem ser quantificados, ou seja, traduzidos em números, para que sejam classificados e analisados, a partir de técnicas estatísticas; e Pesquisas Qualitativas, quando a forma de abordar o problema considera:

(...) que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (SILVA; MENEZES, 2001, p. 20).

Garnica (2001) apresenta as seguintes características básicas de uma investigação qualitativa, segundo Lüdke e André (1986, apud GARNICA, 2001):

- (i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento;
- (ii) coletar dados predominantemente descritivos;
- (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto;
- (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. (GARNICA, 2001, p.39).

Deste modo, por considerar a subjetividade com que cada sujeito aprende, o qual não é possível classificar ou enumerar, consideramos a presente pesquisa de cunho qualitativo, o qual considera-se contemplado em nossas perspectivas para a pesquisa as características apontadas por Garnica (2001), onde pretendemos a partir

do ambiente virtual disponibilizado, através do Google Classroom, proporcionar um meio para que os alunos possam desenvolver as sequências didáticas, que estão sendo apresentadas por meio do Google Forms. Assim, trabalhando em duplas, por meio do Google Meet, interagindo e discutindo, com uso do Geogebra, testando e construindo conceitos relacionados ao tema abordado.

Temos ainda, do ponto de vista de seus objetivos (Gil, 1991, apud Silva e Menezes 2001, p. 20) uma pesquisa apresentada como: (1) Pesquisa Exploratória; (2) Pesquisa Descritiva; ou, (3) Pesquisa Explicativa. Sendo a presente intenção de pesquisa considerada do segundo tipo:

Pesquisa Descritiva: visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. (GIL, 1991, apud SILVA; MENEZES, 2001, p. 20, grifo do autor)

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos (Gil, 1991, apud Silva e Menezes 2001, p. 21) classificam as pesquisas como (1) Pesquisa Bibliográfica; (2) Pesquisa Documental; (3) Pesquisa Experimental; (4) Levantamento; (5) Estudo de caso; (6) Pesquisa Expost-Facto; (7) Pesquisa-Ação; ou (8) Pesquisa Participante. A presente intenção pesquisa se enquadra como um Estudo de Caso, o qual é apresentado por Goldenberg (2020) da seguinte forma:

Este método supõe que se pode adquirir conhecimento do fenômeno estudado a partir da exploração intensa de um único caso. (...) O estudo de caso reúne o maior número de informações detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com o objetivo de aprender a totalidade de uma situação e descrever a complexidade de um caso concreto. Por meio de um mergulho profundo e exaustivo, em um objeto delimitado, o estudo de caso possibilita a penetração na realidade social, não conseguida pela análise estatística. (GOLDENBERG, 2020, p.35).

Desse modo, entende-se que as conclusões encontradas na presente pesquisa não podem ser generalizadas, todavia, considera-se a importância do estudo de caso em alunos de uma turma de estudantes de Licenciatura em Matemática, para buscar compreender como ocorre a formação de conceitos e produção de significados. Esse estudo foi desenvolvido sob a luz dos conceitos da Psicologia Sociocultural de James Wertsch, o qual considera a importância do estudo da ação mental, em conjunto com as Ferramentas Socioculturais (no caso desta pesquisa, o uso do Geogebra e a linguagem, tanto a linguagem natural utilizada para a comunicação com os participantes e entre eles para discussão, como a linguagem formalizada simbólico matemática utilizada na formalização das respostas).

4 ANÁLISE DOS DADOS

Foram realizados os cinco módulos descritos anteriormente, os quais resultaram em aproximadamente 45 horas de materiais em vídeo, da gravação das telas dos grupos manipulando o Geogebra e das suas webcams (os que assim se sentiram confortáveis para abrir o vídeo), que gravaram as expressões faciais dos estudantes enquanto discutiam e desenvolviam as sequências didáticas.

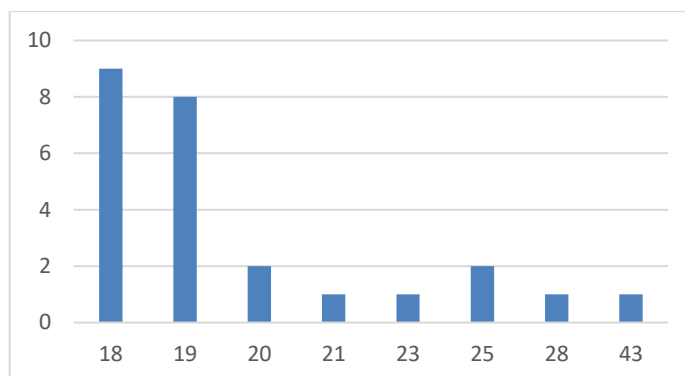
Será apresentado a seguir, inicialmente, os resultados da primeira coleta de dados efetuado, realizada no mesmo instrumento de apresentação do TCLE, através de um formulário no Google Forms, onde após o aceite, foi apresentado um questionário com algumas questões para que conhecêssemos o perfil dos participantes da pesquisa.

Salienta-se, que apesar de considerarmos a presente pesquisa como estudo de caso qualitativo e uma pesquisa descritiva, objetivando a compreensão dos processos mentais e produção de significados dos participantes durante o estudo de funções, com uso do software Geogebra (conforme apresentado e detalhado na seção anterior), na análise de alguns dados coletados, como perfil dos participantes e análise do Teste Diagnóstico, faremos uso de processos quantitativos com utilização de porcentagens e gráficos, buscando um melhor entendimento do público participante da pesquisa.

4.1 Perfil dos participantes

Devido ao direito ao sigilo garantido aos participantes da pesquisa, ordenamos os nomes dos estudantes em ordem alfabética, relacionando o modo que serão apresentados como E_1, E_2, \dots, E_{25} , sempre que nos referirmos a eles.

Dos 25 alunos que aceitaram participar da pesquisa, temos 13 estudantes do sexo feminino (correspondendo 52%) e 12 estudantes do sexo masculino (correspondendo 48%), ou seja, uma divisão muito uniforme entre os participantes quanto ao gênero. Em relação à idade, temos participantes variando de 18 a 43 anos, conforme apresentado na Figura 2, contendo a quantidade de alunos (eixo y) por faixa etária (eixo x).

Figura 2 – Idades dos participantes da pesquisa

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Apenas um aluno não era calouro, ou seja, não ingressante no curso neste ano de 2021; tendo este iniciado em 2020. E 20 alunos (correspondendo a 80% do total de participantes) não cursaram outra graduação. Entre os 5 que responderam que cursaram/cursam outra graduação, obtivemos as respostas: Administração, Ciência da Computação, Contabilidade (cursando), Economia, Gastronomia e Matemática UNILA (Universidade Federal da Integração Latino-Americana).

Na questão, se o aluno já teve algum contato com o Geogebra, 14 participantes (56%) responderam não; 7 participantes (28%) responderam que fizeram uso recentemente, na disciplina de Matrizes, com a Profa. Emília Marques. E os outros 5 participantes responderam:

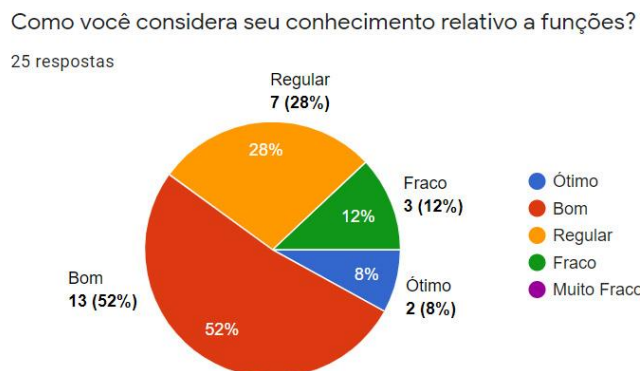
- no curso de Ciência da Computação, fez uso na disciplina de cálculo;
- em anos anteriores (o estudante que fez Matemática na UNILA);
- em atividades no Ensino Médio, o professor apresentou durante a aula (sem especificar se somente foi apresentado, ou se o aluno teve a oportunidade de manipular o software, de fato);
 - em atividades em casa;
 - apenas em casa.

Vemos que a maior parte não faz uso do software Geogebra, pois se somarmos os alunos que responderam não, com os que somente utilizaram apenas na aula de matrizes, temos 21 alunos, ou seja 84% do total não havia feito uso do software até ingressar na universidade.

A próxima pergunta realizada, “como o aluno considera seu conhecimento relativo a funções”, contava com cinco opções de respostas, de Ótimo à Muito Fraco, onde a maioria, 13 alunos (52%) responderam “bom”; 2 alunos (8%) responderam “ótimo”; o que somando, entre “bom” e “ótimo”, temos 60%. Dessa forma, essas

respostas nos deixaram com alta expectativa para aplicação das atividades, visto que a manipulação do software requer conceitos bem fundamentados, para que se possa manipular, investigar e ampliar seus conhecimentos. Os valores e porcentagens das respostas estão apresentados na Figura 3.

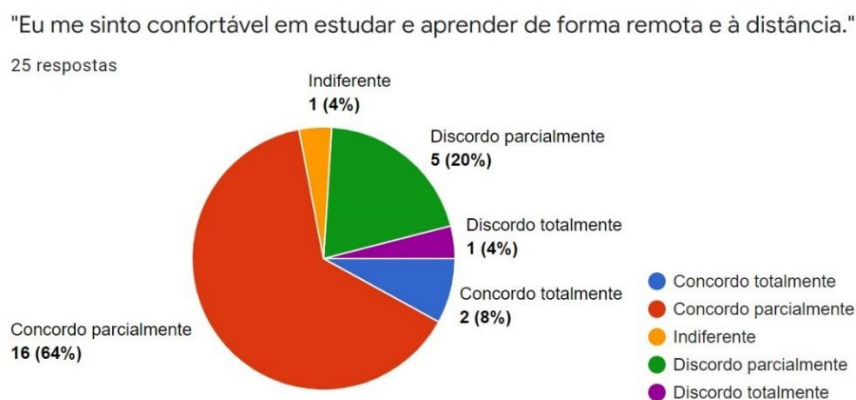
Figura 3 – Gráfico das respostas dos participantes: conhecimento relativo à funções



Fonte: Elaborado no Google Forms

A próxima questão foi elaborada devido ao momento em que vivemos, onde atravessando uma pandemia estávamos há aproximadamente 15 meses (no momento da realização da consulta) fazendo uso da modalidade de ensino remoto emergencial, indagamos se o aluno se sentia confortável em estudar e aprender de forma remota e à distância. Observamos pelo gráfico da Figura 4 que a maioria dos alunos, ou seja, 72% concordam totalmente ou parcialmente que se sentem confortável com o ensino de forma remota e à distância.

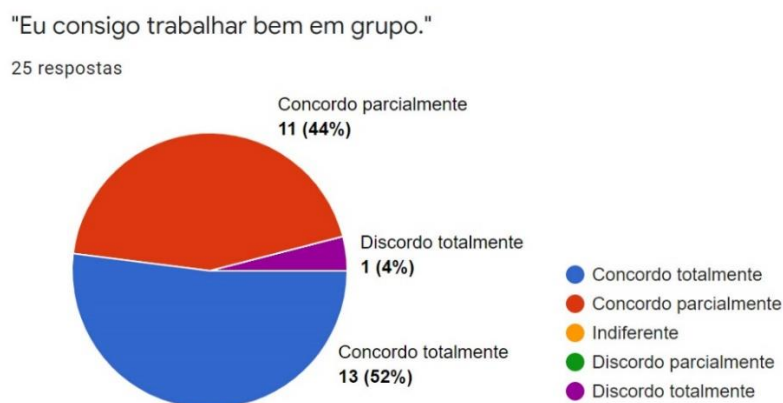
Figura 4 – Gráfico das respostas dos participantes: sentimento em relação ao ensino online



Fonte: Elaborado no Google Forms

E por fim, considerando o referencial teórico adotado, que defende uma metodologia que priorize trabalho em grupo, questionamos aos alunos se conseguem trabalhar bem em grupo. Na Figura 5, apresenta-se os resultados dessa questão.

Figura 5 – Gráfico das respostas dos participantes: trabalho em grupo



Fonte: Elaborado no Google Forms

Realizamos ainda, uma consulta aos alunos questionando-os por qual equipamento pretendiam acessar para as atividades propostas no projeto, sendo recomendável o uso de computador ou notebook (para realização das atividades no Geogebra, bem como reunião entre os pares pelo Google Meet com apresentação de tela e gravação). O intuito de tal questionamento, foi a organização das duplas, de modo a identificar a quantidade de alunos que acessaria a partir de dispositivos móveis, podendo organizar as duplas de modo que fosse possível termos sempre ao menos um estudante utilizando computador ou notebook. Apresentamos esta questão fechada, com opção de respostas entre computador; notebook; tablet; celular android; celular iphone; ou ainda outro dispositivo. Dos 25 alunos que demonstraram interesse em participar do projeto, 24 responderam a presente questão, onde 17 alunos (70,8%) responderam que utilizariam notebooks e 4 (16,7%) que utilizariam computadores. Tais respostas nos tranquilizaram, pois vemos que um total de 21 alunos (87,5%) que utilizariam notebooks ou computadores; ficando somente 3 alunos, os participantes E₁, E₃ e E₄ (12,5%) acessando com celulares Android. Todavia, os participantes E₃ e E₄ acabaram por desistir, não realizando nenhum dos módulos propostos, enquanto o participante E₁ só participou do módulo 0. Não tivemos resposta para celular Iphone ou tablets.

Será apresentado a seguir a análise do Teste Diagnóstico, realizado pelos participantes antes do início das atividades propostas.

4.2 Teste Diagnóstico

Dos 25 alunos que mostraram interesse em participar do projeto, no momento da aplicação do teste, dois haviam desistido, reduzindo o número de participantes para 23 estudantes. Destes, dois alunos não realizaram a atividade, portanto, tivemos 21 respostas para o Teste Diagnóstico.

A primeira questão está apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Teste Diagnóstico – Questão 1

Teste Diagnóstico – Funções

Favor responder, individualmente, em uma folha de caderno ou sulfite, fotografar com o celular (em local bem iluminado, e certificando-se de não tremer e ter bom foco) e enviar na Atividade do Google Classroom.

Este teste é de extrema importância para nossa pesquisa. Porém você, aluno, terá seu ponto de participação por realizá-lo e entrega-lo, não contabilizando os acertos ou erros cometidos nele. Dessa forma, pedimos sua conscientização para que a o realize sem nenhum tipo de consulta, pois o importante é escrever com suas palavras e a partir do seu conhecimento. Obrigado.

[Questão 1]

Descreva, com suas palavras, o que você entende por função.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

lezzi e Murakami (1985) apresentam a definição de função, apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Definição de Função, segundo Iezzi e Murakami (1985)

II. Definição de função

71. Dados dois conjuntos A e B (*), não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de **aplicação de A em B** ou **função definida em A com imagens em B** se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

(*) Em todo o nosso estudo de funções, fica estabelecido que A e B são conjuntos formados de números reais, isto é, A e B contidos em \mathbb{R} .

Fonte: (IEZZI; MURAKAMI, 1985, p. 81)

Ressalta-se que no capítulo anterior à definição de função apresentado na Figura 7, Iezzi e Murakami (1985) introduzem os conceitos de par ordenado, representação gráfica, produto cartesiano, relação binária, domínio e imagem.

Não era esperado que os alunos no primeiro ano do curso de graduação respondessem de forma rigorosa. Até porque, tem-se que a forma como o conteúdo é apresentado aos alunos no ambiente escolar, recebe uma transposição didática, realizada pelo professor, transformando o saber científico em saber escolar (PAIS, 2019).

Assim sendo, pode-se considerar que uma resposta envolvendo a definição de função, por mais que não foi solicitada uma definição formal, deveria envolver três itens essenciais:

- (1) o conceito de conjuntos;
- (2) uma relação entre eles;

(3) o fato de que para ser função todo elemento do primeiro conjunto (domínio), deve se relacionar com um único elemento do segundo conjunto (contradomínio).

Analisando as 21 atividades recebidas, vemos que 8 (38%) responderam esta questão sem citar o conceito de conjuntos; 5 (24%) não citaram que há uma relação (ou um sinônimo) entre os conjuntos; e 8 alunos (38%) não abordaram o item (3) como esperado, da forma descrita acima. Observamos ainda que, apenas 9 respostas (43%) citaram as três características. Ressaltamos, que no item 2 (conceito de relação entre conjuntos), consideramos como sinônimos, neste momento, os termos utilizados pelos estudantes, “associação”, “uma lei que indica como se associa”, e até mesmo “uma regra que junta”.

Será apresentado a seguir, quatro respostas de alunos, que consideramos abranger os três itens descritos como essenciais. Todavia, pode se notar uma grande

diferença na forma de se expressar, no formalismo matemático, mesmo dentre esses estudantes que consideramos contemplar os três itens na resposta. Ressalta-se, que mesmo solicitando aos alunos que respondessem de forma manuscrita, para possibilitar o uso de notação matemática, alguns participantes, como o caso do E₈, realizaram a atividade digitada, como apresentado na Figura 8

Figura 8 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₈

1- Função é uma relação entre um elemento de um conjunto com um único elemento de outro conjunto

Fonte: Acervo do Autor

Figura 9 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₉

2) R= Entende-se por função, uma regra que junta cada elemento de um conjunto a um outro elemento dele

Fonte: Acervo do Autor

Figura 10 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₁₆

Questão 1- Função é uma relação entre dois conjuntos, onde elementos de um conjunto A se relacionam com elementos de um conjunto B. Para que essa relação seja uma função, cada elemento do conjunto A, precisa ter um único correspondente no conjunto B.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 11 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₁₇

① Dado dois conjuntos A e B , considerando o produto cartesiano destes como P .
 uma relação binária entre A e B e tal $R \subseteq P$.
 uma função é um caso específico de relação onde $(x, y) \in R$ e $(x, z) \in R$
 então $y = z$.

Fonte: Acervo do Autor

Pode-se notar (Fig. 7), que o aluno E₈ responde de forma simples, clara e objetiva o que era esperado. Na segunda resposta, (Fig. 8), observa-se que o aluno E₉ utiliza-se de outro vocabulário, ao expressar os termos “uma regra que junta”, ou “elemento solo”. Na terceira resposta, (Fig. 10), destaca-se que o aluno E₁₆ apresenta uma definição mais detalhada para apresentar todos os conceitos de função; e ainda, a quarta resposta, (Fig. 11), observa-se que o aluno E₁₇ faz uma apresentação matemática mais rigorosa com uma linguagem mais formalizada, onde além dos três pontos de conceitos esperados, também faz uso dos conceitos de produto cartesiano, relação binária. Vale ressaltar, que este participante E₁₇, cursou anteriormente o bacharelado em Ciência da Computação.

Neste momento gostaríamos de analisar mais de perto (Fig. 12) a resposta da participante E₂.

Figura 12 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₂

função é uma relação entre dois conjuntos, A e B,
não vazios, na qual, A como domínio, precisa estar
conectado com um algarismo em B, como contradomí-
nio.

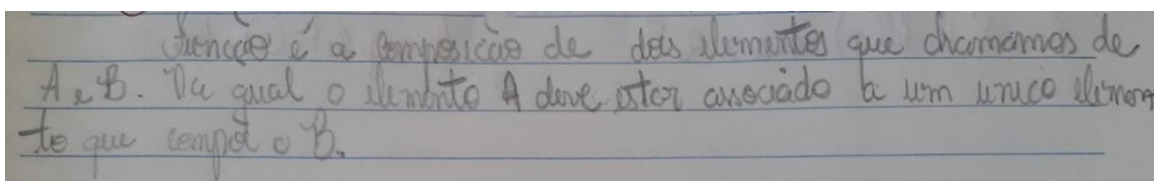
Fonte: Acervo do Autor

Observa-se, primeiramente, que ao citar os dois conjuntos A e B, a caligrafia do estudante faz sua letra “e” parecer com o símbolo pertence (\in), que pode prejudicar totalmente a leitura do conteúdo. Outro ponto é que o estudante se confundiu ao utilizar o termo “algarismo” para se referir aos elementos do contradomínio, tornando a resposta imprecisa, já que bem sabemos que trabalhando com funções reais, cada

elemento do contradomínio assume um valor real, um número; já algarismo é o termo utilizado na representação posicional dos números, podendo um número ser composto de vários algarismos.

Será apresentado a seguir, algumas respostas onde não foi bem expressa a ideia de conjuntos. Primeiramente, na Figura 13 e 14, é apresentado, respectivamente, a resposta dos alunos E₃ e E₁₅, onde apesar mostrar uma boa ideia geral do conceito de função, percebe-se que é utilizado “elementos”, não explicitando o conceito de conjunto.

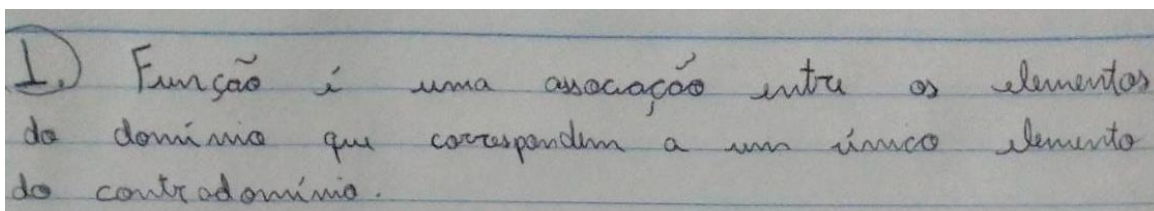
Figura 13 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₃



Função é a composição de dois elementos que chamamos de A e B. De qual o elemento A deve estar associado a um único elemento que compõe o B.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 14 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₁₅

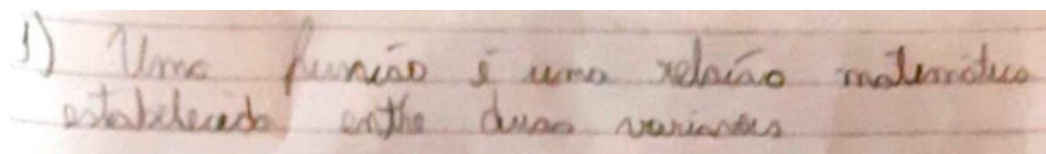


1) Função é uma associação entre os elementos do domínio que correspondem a um único elemento do contradomínio.

Fonte: Acervo do Autor

Na Figura 15 a resposta do aluno E₃ não faz referência aos conjuntos, e expressa função como “relação matemática estabelecida entre duas variáveis”.

Figura 15 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E₃

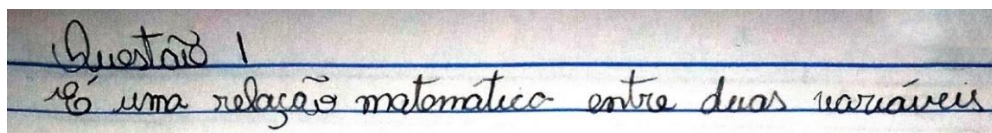


1) Uma função é uma relação matemática estabelecida entre duas variáveis.

Fonte: Acervo do Autor

A forma como é utilizada o termo “variáveis”, preocupa, e é encontrado também em outras respostas, como apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E11

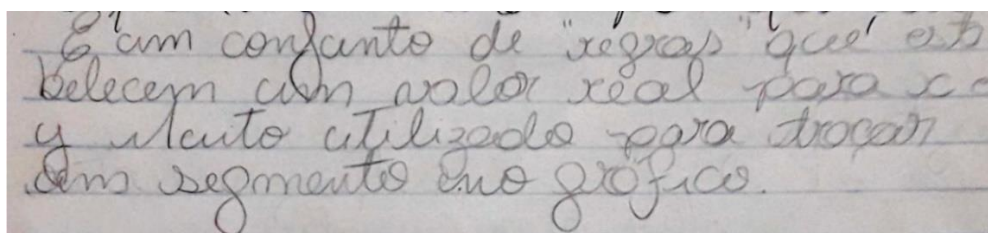


Questão 1
É uma relação matemática entre duas variáveis

Fonte: Acervo do Autor

Destacamos outras duas respostas que consideramos bastante confusas, (Figs. 17 e 18).

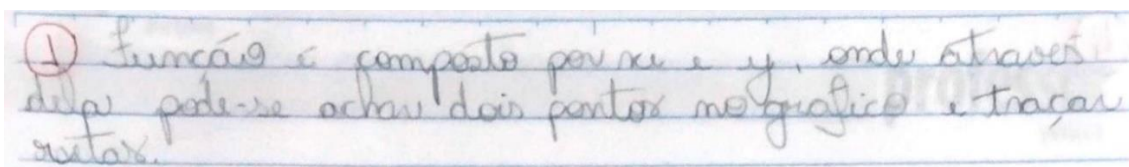
Figura 17 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E22



É um conjunto de "regras" que se atribuem um valor real para x e y e muito utilizado para traçar um segmento em gráfico.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 18 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E7

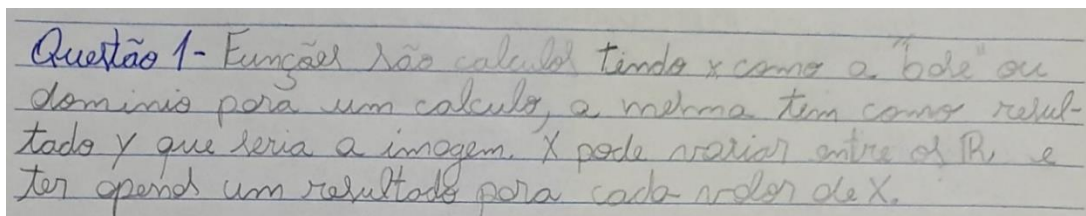


1) Função é composto por x e y , onde através dela pode-se achar dois pontos no gráfico e traçar retas.

Fonte: Acervo do Autor

É apresentado na Figura 19 a resposta do aluno E18, que apresenta funções como "cálculos", "tendo x como base (...) para um cálculo, a mesma tem como resultado y .

Figura 19 – Resposta da Questão 1 do teste diagnóstico do participante E18



Questão 1- Funções são calculadas tendo x como a "base" ou domínio para um cálculo, a mesma tem como resultado y que seria a imagem. x pode variar entre os \mathbb{R} e ter apenas um resultado para cada valor de x .

Fonte: Acervo do Autor

Essa última resposta deixa evidente que o aluno não possui o entendimento completo do conceito de função, que pode ser representado através de sua expressão analítica, do gráfico, ou de uma tabela com pares ordenados de pontos. Concluímos

que a ênfase algébrica e nos cálculos, que é dada no Ensino Médio, faz o aluno acreditar que somente o cálculo traduz o conceito de função.

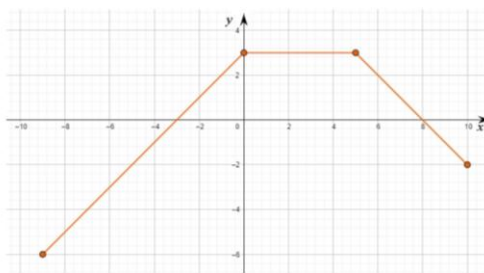
Após a análise da Questão 1, optou-se por analisar a Questão 3, buscando reconhecer se os estudantes identificariam com sucesso o Domínio e Imagem da função f representada no gráfico.

A terceira questão do Teste Diagnóstico, apresenta um gráfico de uma função, limitada em um intervalo, solicitando que analisassem determinando o Domínio e a Imagem, como se pode observar na Figura 20.

Figura 20 – Questão 3 do Teste Diagnóstico

[Questão 3]

Considere a função f representada no gráfico a seguir.



- [a] Determine o Domínio de f _____
 [b] Determine a Imagem de f _____

Fonte: Acervo do Autor

Dos 21 alunos que responderam o Teste Diagnóstico, somente 8 alunos (correspondendo a 38%) acertaram a letra a , referente ao Domínio de f ; e somente 4 alunos (correspondendo a 19%) acertaram a letra b , referente à Imagem de f . Ressalta-se aqui, que todos os alunos que acertaram a resposta do conjunto Imagem da função, também haviam acertado do Domínio. Todavia, dos alunos que acertaram o conjunto do Domínio, metade erraram o conjunto Imagem, mostrando com clareza que existe maior dificuldade na compreensão do conceito de Imagem de função.

Observou-se também, que os alunos responderam de modo mais satisfatório a primeira questão, porém ao aplicar os conceitos para identificar o Domínio e a Imagem, o fracasso foi maior. Talvez seja possível ver nesse fato o descolamento entre teoria e prática.

É apresentado na Figura 21 um exemplo de resposta entre os que obtiveram sucesso.

Figura 21 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₉

$$\begin{aligned} \text{R) a) } D &= \{x \in \mathbb{R} / -9 \leq x \leq 10\} \text{ ou } D = [-9, 10] \\ \text{R) b) } Im &= \{y \in \mathbb{R} / -6 \leq y \leq 3\} \text{ ou } Im = [-6, 3] \end{aligned}$$

Fonte: Acervo do Autor

Alguns alunos apresentaram conhecer os conceitos, mas confundiram-se na hora de representar, como o caso do estudante E₇, que trocou a posição das desigualdades na imagem da função, conforme é apresentado na Figura 22.

Figura 22 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₇

$$\begin{aligned} \text{(3) a) Domínio } &\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq x \leq 10\} \\ \text{b) Imagem } &\{y \in \mathbb{R} / 4 \leq y \leq -6\} \end{aligned}$$

Fonte: Acervo do Autor

Outros alunos, como no exemplo apresentado na Figura 23 o aluno não se atentou para o gráfico da função apresentar Domínios e Imagens com intervalos fechados, considerando as desigualdades estritamente maior e estritamente menor, onde deveria ser maior ou igual e menor ou igual.

Figura 23 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₁₉

$$\begin{aligned} \text{a) } D &= \{x \in \mathbb{R} / x > -9 \wedge x < 10\} \\ \text{b) } Im &= \{y \in \mathbb{R} / y > -6 \wedge y < 3\} \end{aligned}$$

Fonte: Acervo do Autor

Ressalta-se que apesar desta falha, apresentada na resposta da Figura 23, relatada anteriormente, essa resposta foi contabilizada entre os que acertaram, pois, entendemos que o estudante está próximo do entendimento do conceito.

Outros alunos responderam com um bom conceito de Domínio e Imagem, mas falharam ao considerar uma função real, que gera intervalos contínuos, apresentando respostas utilizando apenas os números inteiros, como apresentado na Figura 24.

Figura 24 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₁₈

a) $D(x) = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 b) $Im = C_d(x) = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Fonte: Acervo do Autor

Observou-se ainda, casos de alunos que consideraram somente os pontos, destacados no gráfico (Figs. 25 e 26).

Figura 25 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₁₆

a) $D(f) = \{-9, 0, 5, 10\}$
 b) $Im(f) = \{-6, -2, 3, 3\}$

Fonte: Acervo do Autor

Figura 26 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₂₂

(a) determine o Domínio de f
 $\begin{matrix} x & y \\ (0, 3) \\ (5, 3) \\ (10, -2) \\ (-6, -9) \end{matrix} \quad D = \{0, 5, 10, -6\}$
 (b) determine a imagem de f :
 $y = 3, 3, -2 \text{ e } -9$
 $I = \{3, 3, -2 \text{ e } -9\}$

Fonte: Acervo do Autor

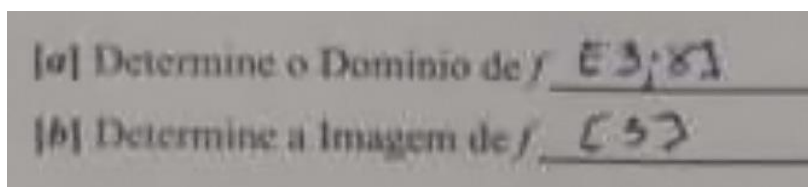
Outros casos, como nos exemplos apresentados nas Figura 27 e 28, foi colocado um único ponto como imagem, onde os estudantes consideraram a Imagem como o ponto em que a função intersecta com o eixo y .

Figura 27 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₂

[a] Determine o Domínio de f $D = [-9, 10]$
 [b] Determine a Imagem de f $im = [3]$

Fonte: Acervo do Autor

Figura 28 – Resposta da Questão 3 do teste diagnóstico do participante E₁₀



Fonte: Acervo do Autor

Nota-se que os estudantes E₂ e E₁₀ responderam o mesmo ponto 3 para a imagem, cometendo o mesmo erro. Lembrando que tal atividade foi solicitada para ser realizada individualmente, e informado da importância para nosso estudo que não consultassem nem conversassem nesse momento.

Dos 21 participantes que responderam o presente teste, 2 alunos (10%) deixaram em branco a questão para o domínio; e 3 alunos (14%) deixaram em branco a questão para a imagem.

Na quarta questão foi apresentado 8 gráficos das funções trabalhadas nas atividades ao longo do projeto, solicitando que os alunos relacionassem com a expressão analítica correspondente. Será apresentado a seguir a análise das respostas desta questão do Teste Diagnóstico, comparado com o Pós-teste, realizado após a aplicação dos cinco módulos trabalhados.

4.3 Pós-teste

Após a aplicação dos cinco módulos foi aplicado um Pós-teste, onde decidiu-se aplicar apenas a quarta questão do Teste Diagnóstico, descrita na subseção anterior, de modo a poder comparar a desempenho entre o Teste Diagnóstico e o Pós-teste.

Será apresentada uma análise comparativa fazendo-se um recorte dos testes, ou seja, dos 9 participantes que responderam o pós-teste, descartou-se 2 que não responderam o teste inicial (um deixou a quarta questão em branco e outro não respondeu o teste como um todo). Dessa forma, analisou-se os dados de 7 participantes apenas. Observou-se que 4 participantes acertaram a relação das oito funções, 1 deles errou duas das oito funções, e 2 erraram metade das oito funções.

Gostaríamos de destacar que dentre os estudantes que responderam o Pós-teste, um dos dois estudantes que fizeram 50% das associações corretas no Pós-teste, havia feito 100% de acerto no teste inicial. Esse fato nos leva a crer que o

estudante obteve auxílio na resolução do Pré-Teste, mesmo tendo sido alertado para não proceder dessa forma.

Na próxima seção apresenta-se a análise dos resultados das Folhas de Respostas, do conteúdo da gravação dos vídeos com as discussões das duplas e da manipulação do Geogebra, referente ao Módulo 2, cujo conteúdo são as Funções racionais.

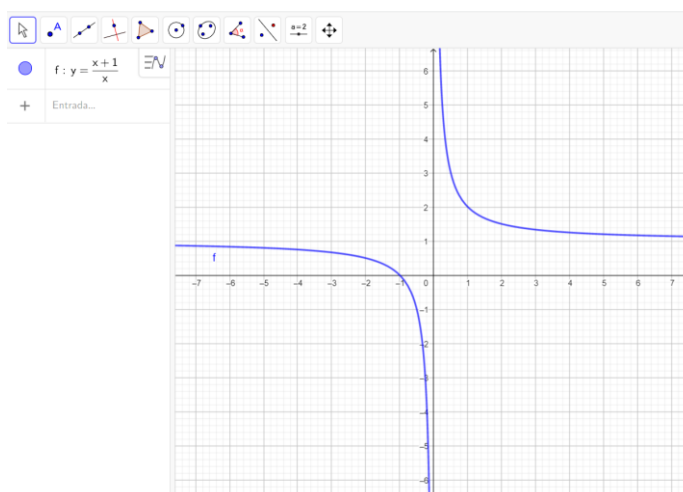
4.4 Análise Módulo 2: Funções Racionais

O módulo 2 foi desenvolvido através da sequência didática apresentada num Google Forms, a qual está apresentada no Apêndice E.

Nesse módulo, 6 duplas entregaram as atividades, gerando aproximadamente 11 horas de gravação de vídeo. Este material foi analisado em conjunto com as respostas formalizadas na Folha de Respostas, as quais serão apresentadas a seguir.

A primeira função trabalhada foi $f(x) = \frac{x+1}{x}$. Os participantes que digitaram a função no Geogebra usando a janela de entrada, analisaram o gráfico e discutiram os subconjuntos Domínio e Imagem da função. A Figura 29 mostra o gráfico dessa função produzido pelo Geogebra.

Figura 29 – Gráfico da função f no Geogebra

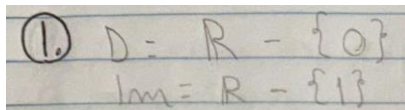


Fonte: Site Geogebra - produzido pelo Autor

Apresentaremos, primeiramente, a análise das Folhas de Respostas, para posteriormente considerar o conteúdo das discussões contidas nos vídeos.

Das 6 duplas participantes, a metade apresentou corretamente os subconjuntos Domínio e Imagem conforme apresentado nas Figuras 30, 31 e 32.

Figura 30 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₂



Handwritten solution for Figure 30: $\textcircled{1} D = \mathbb{R} - \{0\}$
 $Im = \mathbb{R} - \{1\}$

Fonte: Acervo do Autor

Figura 31 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₃

[Questão 1]

$$1) D(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}, Im(x) = \{y \in \mathbb{R} / y \neq 1\}$$

Fonte: Acervo do Autor

Figura 32 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₇

[Questão 1]

$$\text{Domínio} = \{\mathbb{R} - 0\}$$


$$\text{Imagem} = \{\mathbb{R} - 1\}$$

Fonte: Acervo do Autor

Nota-se na Figura 31, um erro de notação, onde acredita-se que desejavam denotar $D(f)$ e $Im(f)$, escreveram $D(x)$ e $Im(x)$. Observa-se também, um erro de notação na Figura 31, ao representar o conjunto dos reais exceto um elemento. Essas respostas foram consideradas entre as corretas, desconsiderando a notação, por causa das interações dos grupos, que demonstraram uma análise correta dos subconjuntos. Todavia, foi destacado o equívoco da notação, visto que serão futuros professores de Matemática, pois como observa Lucas (2019) os licenciandos em Matemática devem ter muito cuidado ao escrever e falar o que pensam, pois estes serão os propagadores do conhecimento muito em breve.

A dupla G₆ acertou o Domínio de f e indicou a Imagem de forma incorreta, não observando que a função não é sobrejetora. Veja a resposta da dupla na Figura 33.

Figura 33 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₆



Handwritten solution for Figure 33: $\textcircled{1} f(x) = (x+2)/x$
 $\textcircled{2} \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ $Im(f) = \mathbb{R}$

Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₈ não observou as restrições referentes ao Domínio e a Imagem da função (Fig.34).

Figura 34 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₈

4) Domínio e (função) imagem = \mathbb{R}

Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₁₀ equivocou-se no ponto y que não pertence à Imagem. Ver Figura 35.

Figura 35 – Resposta da Questão 1 do Módulo 2 da dupla G₁₀

Questão 1: $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\}$
 $Im = \{y \in \mathbb{R} | y \neq 0\}$

Fonte: Acervo do Autor

Salienta-se que ao analisar a gravação da discussão das duplas e manipulação do Geogebra foi possível verificar que, num primeiro momento, várias duplas chegaram a um resultado inicial diferente do apresentado na Folha de Respostas. Observe o Quadro 1.

Quadro 1 – Análise do Domínio e Imagem de f das duplas

Grupo	Domínio - Resultado inicial na discussão	Domínio - Resultado Folha de Respostas	Imagem - Resultado inicial na discussão	Imagem - Resultado Folha de Respostas
G ₂ (E ₂ e E ₁₅)	$\mathbb{R} - \{0\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{1\}$
G ₃ (E ₁₈ e E ₁₉)	$\{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$	$\{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$	$\{y \in \mathbb{R} / y \neq 0\}$	$\{y \in \mathbb{R} / y \neq 1\}$
G ₆ (E ₁₁ e E ₁₇)	$\mathbb{R} - \{0\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	\mathbb{R}	\mathbb{R}
G ₇ (E ₆ e E ₈)	$\{\mathbb{R} - 0\}$	$\{\mathbb{R} - 0\}$	$\{\mathbb{R} - 1\}$	$\{\mathbb{R} - 1\}$
G ₈ (E ₇ e E ₁₃)	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
G ₁₀ (E ₂₀ e E ₂₂)	$\{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$	$\{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$	$\{y \in \mathbb{R} / y \neq 0\}$	$\{y \in \mathbb{R} / y \neq 0\}$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Ressalta-se que no quadro acima, procurou-se manter a notação utilizada pelas duplas. Pode-se verificar que, de modo geral, para o Domínio da função os participantes tiveram um bom desempenho, desde a discussão inicial. Observa-se também que a discussão sucinta e sem aprofundamento não deu a oportunidade dos participantes E₇ e E₁₃ reverem suas análises equivocadas. Pode-se notar observando a Tabela 1 (p.30) com os tempos das gravações das discussões, que a dupla G₈ foi a que realizou as discussões e manipulações no Geogebra no Módulo 2 em menor

tempo, 27 minutos e a dupla G_6 foi a que apresentou o maior tempo (2h35min). O tempo médio das demais duplas foi de 1h26min. Pode-se então observar, conforme aponta Lucas (2019), que a falta de comprometimento é um dos principais problemas encontrados na educação de hoje e embora o ensino mediado pelo computador e software possam auxiliar no processo ensino aprendizagem, percebe-se que a falta de comprometimento dos estudantes pode afetar ainda mais do que na falta destes recursos.

Ainda no Quadro 1, nota-se que os estudantes têm uma dificuldade maior para análise do conjunto Imagem de uma função.

Na Questão 2 foi indagado sobre a forma de obtenção dos subconjuntos Domínio e Imagem da função. As respostas estão apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Forma que os grupos utilizaram para analisar o Domínio e Imagem da função f

Grupo	Domínio	Imagem
G_2 (E_2 e E_{15})	Algébrica*	Geométrica**
G_3 (E_{18} e E_{19})	Algébrica*	Algébrica*
G_6 (E_{11} e E_{17})	Algébrica*	Geométrica**
G_7 (E_6 e E_8)	Algébrica*	Algébrica*
G_8 (E_7 e E_{13})	Geométrica**	Geométrica**
G_{10} (E_{20} e E_{22})	Geométrica**	Geométrica**

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

* análise da expressão da função

** análise do gráfico da função

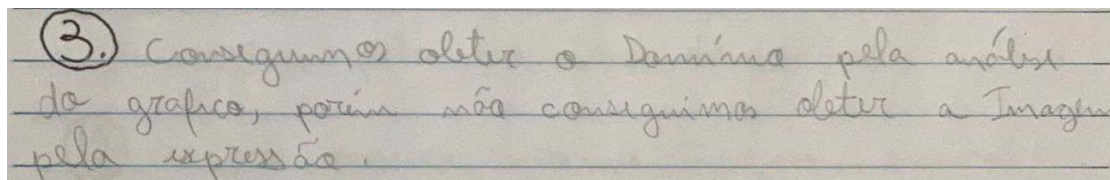
Interessante observar que existiu uma inversão na quantidade de grupos que escolheram a forma algébrica e geométrica para determinação dos subconjunto Domínio e Imagem de uma função. E como já observado, os estudantes apresentam maior dificuldade na determinação do subconjunto Imagem, assim inferimos que a forma geométrica é mais intuitiva, entretanto menos abordada na escola básica.

Na sequência, a Questão 3, questionou os estudantes se os mesmos obtiveram (ou poderiam obter) os subconjuntos Domínio e Imagem de mais alguma forma.

A dupla G_2 , que analisou o conjunto Imagem da função através do gráfico, respondeu que não conseguiria realizar através da expressão algébrica. Quanto ao Domínio, haviam analisado através da forma algébrica e disseram que conseguiriam obter através da análise do gráfico, conforme apresentado na Figura 36, porém sem

apresentar maiores detalhes de como seria feito e quais conclusões chegariam, pelo gráfico, para determinar o Domínio de f .

Figura 36 – Resposta da Questão 3 da dupla G₂



Fonte: Acervo do Autor

Ressaltamos aqui que, apesar de não expressarem como poderiam identificar o Domínio pela análise do gráfico, a partir da análise da gravação da discussão da dupla, ficou claro para este pesquisador, que com a manipulação do Geogebra, eles visualizaram que a função apresentava valores quando x tendia a zero pela direita e pela esquerda, mas não estava definida para $x = 0$. Dessa forma, observou-se que os procedimentos metodológicos adotados em relação a gravação da tela do Geogebra, durante as manipulações, e das discussões entre o grupo cumpriram com o objetivo, proporcionando na análise como se deu o entendimento dos estudantes, que muitas das vezes não conseguem expressar na resposta escrita.

A dupla G₆ foi a única que havia analisado a imagem pelo gráfico e conseguiu a partir da discussão apresentar o resultado a partir da manipulação da forma algébrica, conforme apresentado na Figura 38. Todavia, apresentaram que não conseguiram obter o Domínio (que fora analisado anteriormente pela forma algébrica), através do gráfico.

A dupla G₆ foi a única que havia analisado a imagem pelo gráfico e conseguiu, nesta questão 3, a partir da discussão entre os estudantes, apresentar o resultado de outra forma, a forma algébrica (Fig. 37).

Figura 37 – Resposta da Questão 3 da dupla G₆

Fonte: Acervo do Autor

Ainda na análise da gravação das discussões da dupla G₆ foi possível verificar que manipularam o Geogebra fazendo com que x tendesse a zero, porém como o gráfico apresenta apenas um recorte, isto é, não mostrando o que acontece no infinito, não conseguiram deduzir pelo gráfico, que $x = 0$ não possuía imagem, acreditando que para algum valor de x mais próximo de zero, a função poderia tocar no eixo y . Ou ao menos, pelo que viam no gráfico, não era possível dizer que não tocaria. Já quanto a Imagem, através da expressão mostrada na Figura 37, $x = \frac{1}{y-1}$, os estudantes inseriram no Geogebra essa função, denotando por $g(x)$, de cor azul (Fig. 38), e perceberam que encontraram a função inversa de f e o Domínio de g é a Imagem de f . Dessa forma, perceberam que haviam respondido de forma incorreta a Questão 1 e, apesar de não alterarem a resposta, foi possível identificar que através das discussões nas atividades propostas puderam reconstruir o conceito de subconjunto Imagem de uma função de forma correta.

Figura 38 – Gráfico da função g inversa de f produzidos pela dupla G₆



Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₁₀, que também apresentou a resposta do Domínio e Imagem pelo gráfico anteriormente, apresentaram a partir da expressão algébrica que não é possível ter valores de $x = 0$, conforme apresentado na Figura 39. Porém, não denotam estar se referindo, de fato, ao Domínio, bem como não apresentam informações a respeito da Imagem. Nas discussões nota-se certa confusão nos estudantes E₂₀ e E₂₂, integrantes desta dupla, em relação aos conceitos de Domínio e Imagem de uma função real.

Figura 39 – Resposta da Questão 3 da dupla G₁₀

Questão 3: f(x) = $\frac{x+1}{x}$ -> $x \neq 0$

Fonte: Acervo do Autor

Neste momento é importante destacar que a análise das gravações da dupla G₈ nesta Questão 3, mostrou que os participantes se aprofundaram na discussão, inclusive fazendo uso de outros recursos digitais para auxiliar na comunicação da dupla, com a utilização do software *Paint* para realizar a escrita e esboços, facilitando a comunicação entre os estudantes, onde mesmo sem uma mesa digitalizadora para auxiliar a escrita com uma caneta, utilizaram o mouse para expressarem suas ideias. Esse detalhe está apresentado na Figura 40.

Figura 40 – Anotações da dupla G₁₀ durante discussão da Questão 3

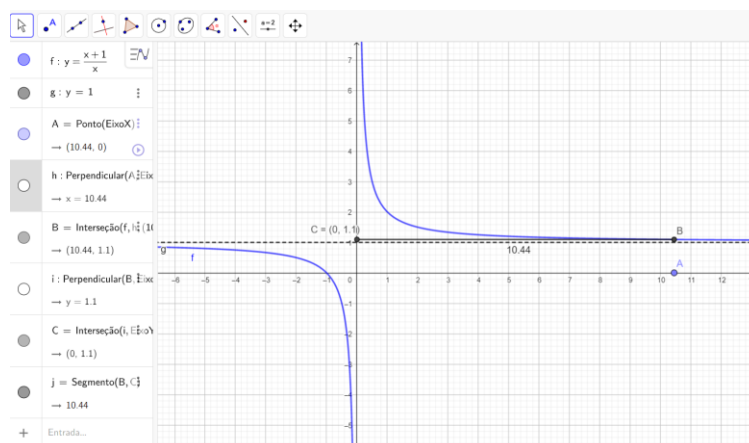
$x + 1 \in \mathbb{R}$
 $x \mapsto x \neq 0$
 $x + 1 = \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$
 $x > 0$
 $x < 0$

Fonte: Acervo do Autor

Na análise das gravações de outras duplas, também observou-se que as discussões contribuíram para que chegassem às conclusões apresentadas, corroborando, mais uma vez, na determinação da importância da interação proporcionada pela atividade na produção e consolidação dos significados nos conteúdos analisados.

Após as três primeiras questões, a sequência didática apresenta um passo a passo para a determinação das assíntotas de uma função racional, construção apresentada na Figura 41.

Figura 41 – Construção suporte para identificar as assíntotas de f



Fonte: Site Geogebra - produzido pelo Autor

Apesar do passo a passo detalhado, conforme apresentado no Apêndice E, apenas a dupla G_3 realizou a construção quase que perfeita, com exceção do ponto A, que não construíram no eixo x conforme determinado. Todavia, durante a análise das ações no software verificou-se que tal fato não prejudicou as deduções da dupla.

Esse fato aponta para uma dificuldade extra causada pelo online do Ensino Remoto Emergencial. Enquanto acreditávamos que o passo a passo estava muito bem detalhado, os estudantes tiveram dificuldades em segui-lo. Inferimos então que a presença do pesquisador/professor “passeando presencialmente” pelos grupos a fim observar e de oferecer ajuda quando necessário, ou mesmo de alertá-los de algum erro na construção, poderia gerar resultados diferentes. No modo online, mesmo o pesquisador se colocando à disposição através de vários canais, como Google Classroom, e-mail e WhatsApp, apenas uma dupla o procurou para orientação.

Na Questão 4, que solicita o valor de x , tal que $f(x) = 0$, observou-se que várias duplas não identificaram que se tratava de obter as raízes da função. Somente três duplas, G_3 , G_6 , G_7 , responderam corretamente.

Observou-se na gravação que a dupla G_7 verificou pelo gráfico que $f(x) = 0$ se refere ao ponto que a função cruza o eixo x , porém, na Folha de Resposta justificam a partir da expressão algébrica (Fig. 42).

Figura 42 – Resposta da Questão 4 da dupla G7**[Questão 4]**

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x+1}{x} = 0$$

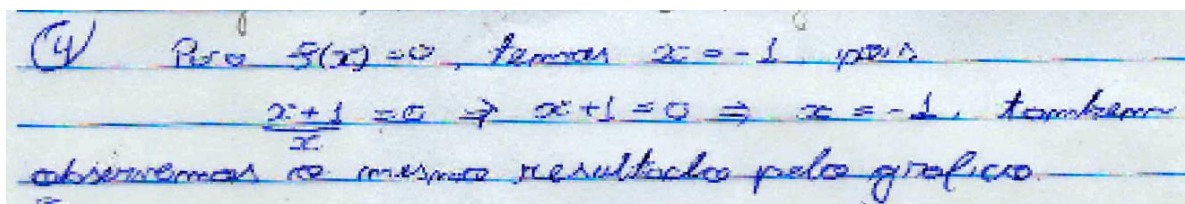
$$x + 1 = 0 \times x$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₆ resolve de forma rápida e direta, através da observação da expressão $x + 1$ no numerador, afirmando que x deverá assumir valor -1 . Apresentam a resolução na Folha de Respostas, também justificando que observaram pelo gráfico (Fig. 43).

Figura 43 – Resposta da Questão 4 da dupla G₆

Fonte: Acervo do Autor

Ressaltamos aqui que, a dupla G₃ discute bastante para resolver a questão e, enquanto E₁₉ tem dúvida do que deveria fazer, o estudante E₁₈ apresenta que se querem $f(x) = 0$, devem substituir o valor de $f(x) = \frac{x+1}{x}$, e buscar o valor de x em $\frac{x+1}{x} = 0$. Durante a discussão o estudante E₁₉ quer “cortar” o x do numerador com o x do denominador na expressão $\frac{x+1}{x}$, onde é advertido pelo colega de dupla, que só pode cancelar quando se tem um produto, e não quando se tem soma ou subtração. Nesses momentos verifica-se a importância do trabalho em grupo e como nessa dupla foi essencial a interação para correção e fixação de propriedades de conteúdos anteriores. Durante a discussão, a dupla nota ainda que 0 pertence à Imagem da função, portanto a resposta dada inicialmente, $\{y \in \mathbb{R}/y \neq 0\}$, estava incorreta. Apesar de na discussão a dupla ter resolvido usando $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x+1}{x} = 0 \Rightarrow x = -1$, na Folha de Respostas justificaram pela análise gráfica (Fig. 44).

Figura 44 – Resposta da Questão 4 da dupla G₃

4) $x = -1$, nota-se pelo gráfico uma intersecção com o eixo X em -1 .

Fonte: Acervo do Autor

Duas duplas, a G₁₀ e a G₈, não conseguiram chegar ao valor da raiz da função. A dupla G₈ discute, de forma bem rápida e superficial, mostrando claramente a confusão entre as expressões “ $f(x) = 0$ ” e “ $f(0)$ ”. A resposta apresentada pela dupla G₁₀ (Fig. 45) vê-se um erro muito grave, porém muito comum entre estudantes da graduação, conforme afirmam as docentes orientadoras deste trabalho. A afirmação se justifica na experiência didática das docentes.

Figura 45 – Resposta da Questão 4 da dupla G₁₀

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are three circled expressions: $x = ?$, $f(x) = 0$, and $f(x) = \frac{x+1}{x}$. On the right, there are two calculations: $f(0) = \frac{0+1}{0}$ and $f(0) = 1$.

Fonte: Acervo do Autor

O fato dos estudantes não perceberem os dois graves erros cometidos na resolução apresentada (cancelamento indevido de parcela e divisão por zero) corrobora com o apontamento de Lucas (2019) de que, o software pode contribuir muito para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, todavia são necessários alguns conceitos básicos, e que sem estes uma atividade que visa ajudar a compreensão, pode não atingir seus objetivos.

A Questão 5, objetivou introduzir a ideia de limite, ao indagar “o que acontece com a função f quando a variável x se aproxima de zero (movimentando o ponto A, que está no eixo x)?”, esperava-se proporcionar um espaço para discussão de que, mesmo $x = 0$ não estando no Domínio de f , quando x tende a zero pela direita e esquerda, os valores de y tendem para mais e menos infinito, respectivamente. Todavia, alguns grupos não tiveram discussões que alcançaram a noção esperada.

A dupla G₈ em sua discussão responde, assim como nas questões anteriores, de forma muito rápida e superficial, que “ x tá se aproximando de zero... vai subindo o y ”, sem apresentar maiores detalhes em sua resposta, entretanto apresentando um embrião da ideia de limites laterais infinitos (Fig. 46).

Figura 46 – Resposta da Questão 5 da dupla G₈

5) y aumenta de valor (seu modulo, tanto positivo, tanto para negativos)

Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₇ apresentou em sua discussão que “o valor vai praticamente pro infinito. Observaram que se o valor do x tende a zero, então o valor de y cresce exponencialmente”, entretanto na Folha de Respostas limitaram-se a dizer que a função tende a zero, não expressando quais valores de y a função apresenta (Fig. 47).

Figura 47 – Resposta da Questão 5 da dupla G₇**[Questão 5]**

O gráfico tente a Zero, porém nunca encostando em Zero, pois X não pode ser Zero, porque estaríamos dividindo por Zero

Fonte: Acervo do Autor

Nas Figuras 48 e 49 vemos que as duplas realizam uma discussão que resultou numa boa formulação para a resposta.

Figura 48 – Resposta da Questão 5 da dupla G₃

5) Conforme a variável x se aproxima de 0 (positivo) temos que o valor de Y aumenta rapidamente. A respeito dos negativos, conforme x se aproxima de 0 temos que o valor de Y diminui rapidamente.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 49 – Resposta da Questão 5 da dupla G₆

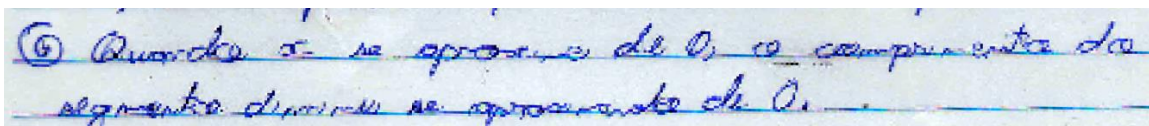
5) Ao se aproximar pela esquerda, $f(x)$ se aproxima de $-\infty$, ao se aproximar pela direita $f(x)$ se aproxima de $+\infty$

Fonte: Acervo do Autor

Dessa forma, pode se ver que das 6 duplas, apenas 2 apresentaram respostas satisfatórias à questão 5. Isso mostra que, mesmo com um ambiente propício de discussões em duplas e manipulação com o software, nem sempre é possível aos estudantes alcançarem os conceitos desejados.

A Questão 6 objetivou uma análise geométrica do limite de uma função quando x tende a um ponto fora do domínio, e apenas a dupla G_6 , mesmo com problemas na construção, entendeu a proposta. Observe a resposta na Figura 50.

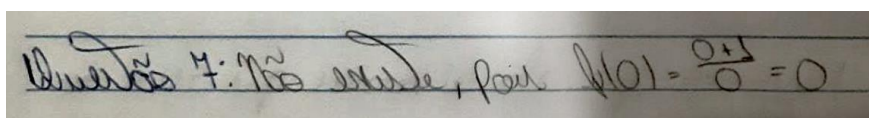
Figura 50 – Resposta da Questão 6 da dupla G_6



Fonte: Acervo do Autor

Na resposta à Questão 7, uma das duplas observa durante as discussões que não existe divisão por zero, porém escrevem que $0+10=0$, conforme apresentado na Figura 51.

Figura 51 – Resposta da Questão 7 da dupla G_{10}

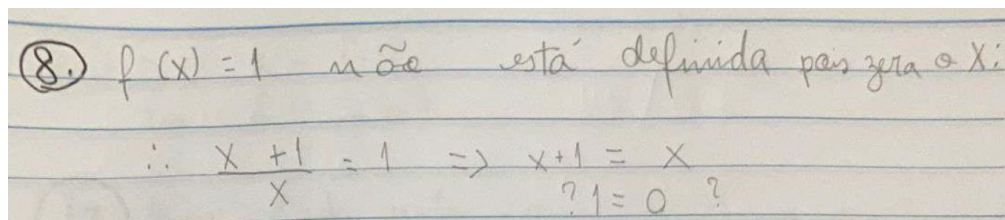


Fonte: Acervo do Autor

Na Questão 8 foi indagado para qual valor de x temos $f(x) = 1$, com o objetivo de proporcionar uma oportunidade de discussão entre os grupos de modo que os que não identificaram, no momento de determinar a Imagem de f , que o ponto $y = 1$ não está definido em f , possam perceber tal fato.

Esse objetivo pode ser observado nas discussões da dupla G_2 , (Fig. 52).

Figura 52 – Resposta da Questão 8 da dupla G_2



Fonte: Acervo do Autor

Ressaltamos aqui que a dupla G_3 apresenta de modo elegante a conclusão de suas discussões (Figura 53).

Figura 53 – Resposta da Questão 8 da dupla G₃

8) De acordo com o Domínio temos que, $x \neq 0$, logo, qualquer valor somado a 1 e depois dividido por ele mesmo (valor somado) jamais será 1.

$$x + 1/x = 1 \rightarrow x+1 = x \rightarrow x-x + 1 = 0 \rightarrow 1 = 0 \rightarrow \text{Absurdo.}$$

Fonte: Acervo do Autor

Na gravação da discussão, esta dupla também não mostrou a percepção que a Imagem analisada inicialmente estava incorreta (havam indicado $\{y \in \mathbb{R}/y \neq 0\}$), e agora perceberam que é o ponto $y = 1$ que não pertence ao conjunto Imagem de ponto f ; porém, da mesma forma, no Quadro 1 pode-se notar que foi corrigido posteriormente a análise inicial da Imagem, de $\{y \in \mathbb{R}/y \neq 0\}$ para $\{y \in \mathbb{R}/y \neq 1\}$, onde certamente no momento posterior à gravação, no enviar as respostas, se atentaram para o ponto analisado nesta questão.

A dupla G₇, a única a determinar corretamente a Imagem de f desde a discussão inicial da Questão 1, apresentou de forma rápida e precisa a discussão do porque não existe valor de x em que $f(x) = 1$, a partir da análise gráfica e algébrica, bem como na Folha de Respostas conforme apresentado na Figura 54.

Figura 54 – Resposta da Questão 8 da dupla G₇

[Questão 8]

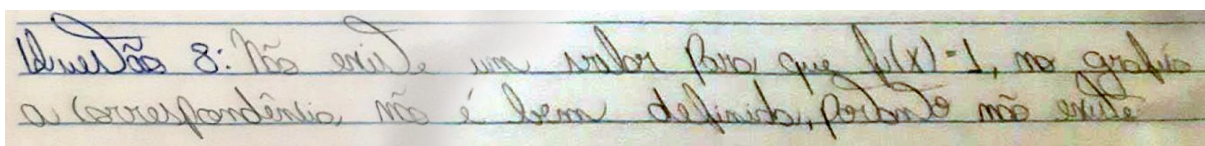
Não existe $f(1)$, o gráfico nunca toca em $f(1)$ e na algébrica verificamos que:

$$1 = (X + 1)/X \Leftrightarrow X = X + 1$$

Fonte: Acervo do Autor

A dupla G₁₀ realizou uma longa discussão, chegando ao consenso que a função f não está definida no ponto $y = 1$, conforme apresentado na Figura 55, todavia não relacionaram ao fato de que por não estar definido, não faz parte da Imagem de f .

Figura 55 – Resposta da Questão 8 da dupla G₁₀



Fonte: Acervo do Autor

Na Questão 9, a última com relação a função f , foi introduzida a seguinte definição de Assíntotas, apresentada na Figura 56, para então solicitar que analisassem o gráfico de f

Figura 56 – Definição de assíntota apresentada na Questão 9

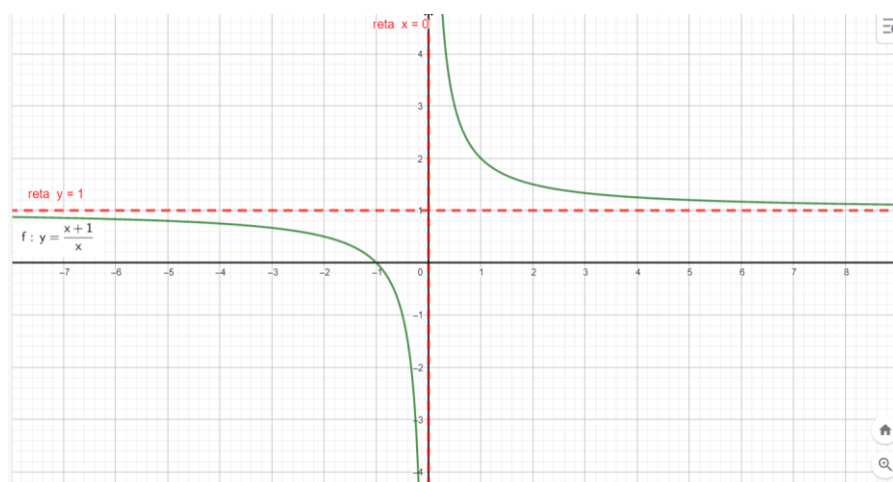
[QUESTÃO 9] Sabendo que: "Uma reta é chamada de ASSÍNTOTA DO GRÁFICO de uma função quando a distância entre a reta e o gráfico tende à zero, entretando o gráfico e a reta não possuem pontos de intersecção (nunca se tocam)." Respondam: Vocês identificam na construção realizada alguma(s) reta(s) que pode ser chamada de Assíntota do Gráfico? Qual(is)? Discuta com seu colega e escreva, justificando, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

OK

Fonte: Google Forms - produzido pelo Autor

Esperava-se que após as análises realizadas nas questões anteriores onde se identificou os pontos que a função não é definida, bem como o comportamento dos pontos $f(x)$ quando x tende a estes pontos que não pertencem ao Domínio e Imagem de f , e com a definição de assíntotas apresentada, os alunos discutissem sobre as retas assíntotas à função dada. Todavia, alguns alunos tiveram dificuldades para entender a definição apresentada, onde a discussão não foi suficiente para chegarem à resposta desejada: que há duas retas assíntotas, $x = 0$ e $y = 1$, conforme apresentado na Figura 57.

Figura 57 – Retas Assíntotas ao gráfico da função f



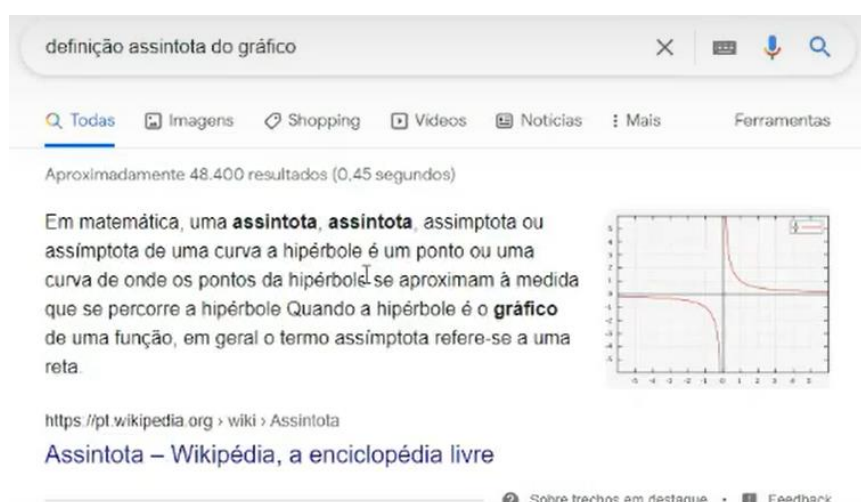
Fonte: Site Geogebra - produzido pelo Autor

Ressaltamos aqui que esses estudantes não tiveram contato com o conceito de retas assíntotas durante a disciplina Funções Elementares e que este conteúdo deverá ser trabalhado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Ressaltamos aqui que esses estudantes não tiveram contato com o conceito de retas assíntotas durante a disciplina Funções Elementares e que este conteúdo deverá ser trabalhado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Faz-se necessário ressaltar que a dupla G_3 teve dificuldade de compreender a definição de retas assíntotas, porém fizeram pesquisa na internet (Figs. 58 e 59), conseguindo avançar no estudo.

Figura 58 – Pesquisa realizada pelo grupo G_3 sobre a definição de assíntota



Fonte: Acervo do Autor

Figura 59 – Pesquisa realizada pelo grupo G_3 : definição de assíntota e gráficos

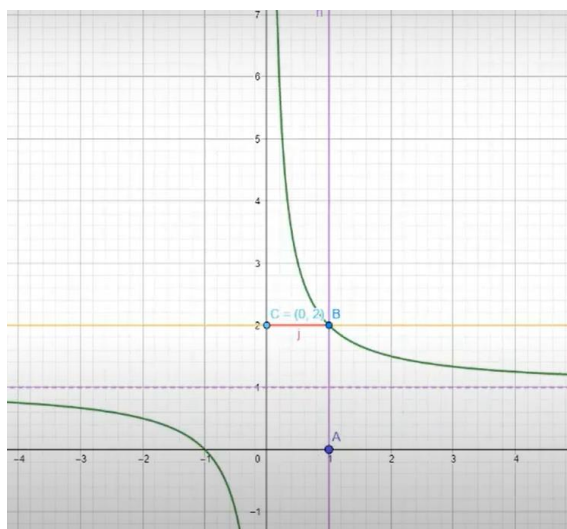


Fonte: Acervo do Autor

Entretanto, acompanhando as discussões da dupla observa-se que continuaram confusos, visto que apresentaram a seguinte resposta: “Após

entendermos a definição de assíntota chegamos a conclusão que a reta AB é assíntota do gráfico”. (Ver a reta AB na Figura 60).

Figura 60 – Construção analisada pela dupla G₃ no estudo de assíntotas



Fonte: Acervo do Autor

A resposta correta apresentada na Folha de Resposta deveu-se ao fato de que, em momento posterior da sequência didática foi introduzido o comando “Assíntotas” do Geogebra, onde o software apresenta as retas assíntotas ao gráfico de uma função. Quando descobriram tal comando e viram no exemplo da próxima função as assíntotas à ela no Geogebra, voltaram e corrigiram a resposta dada para esta questão (Fig. 61).

Figura 61 – Resposta da Questão 9 da dupla G₃

9) Após entendermos a definição chegamos à conclusão que o próprio eixo y é uma assíntota do gráfico, e a reta I (tracejada) é a outra assíntota do gráfico.

Fonte: Acervo do Autor

Passamos agora a transcrever parcialmente a discussão da dupla G₇ sobre as assíntotas da função f . O estudante E₆ não compreendeu bem ao lerem a definição da função: “Nossa... espera aí que eu não entendi essa... Dei uma bugada agora...”. Porém, o estudante E₈ explica para o colega: “Tipo assim, ele quer que a gente ache no gráfico duas retas que se aproximam muito do gráfico, mas não tocam nele”. E ainda complementa, já apontando para as assíntotas do gráfico da função f “É tipo o eixo y, o próprio eixo y que ele se aproxima muito do gráfico. Quando o gráfico tende a zero, mas ele não toca”. E₆ indaga: “Isso seria então, a assíntota do gráfico?”. E E₈

responde: “É. Seria esse e a reta que passa em 1. Que é a reta do $y = 1$. Tanto ela quanto ao eixo do y não tocam no gráfico, mas se aproximam muito”. Eles apresentaram sua conclusão na Folha de Respostas como apresentado na Figura 62.

Figura 62 – Resposta da Questão 9 da dupla G7

[Questão 9]

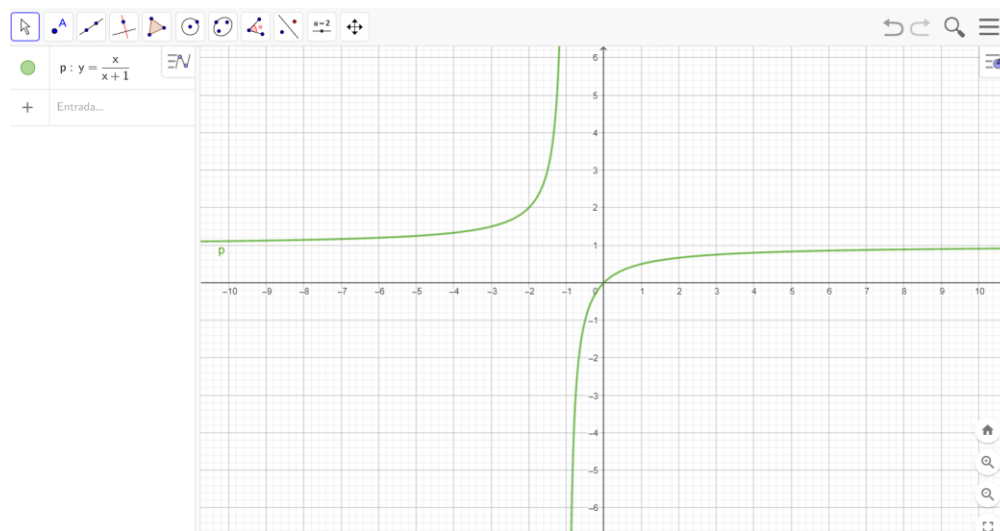
Sim, identificamos 2 assíntotas, a reta paralela ao eixo x com valor 1, e o eixo y

Fonte: Acervo do Autor

Consideramos tal discussão bastante profícua, entretanto deixa-nos dúvidas se o estudante E_6 acompanhou o raciocínio do colega, ou somente aceitou e deixou seguir.

Visando uma avaliação do conteúdo trabalhado, foi apresentada, na sequência didática, a função $p(x) = \frac{x}{x+1}$ e solicitado aos estudantes que analisassem o Domínio e a Imagem de p . A Figura 63 mostra o gráfico da função.

Figura 63 – Gráfico da função p no Geogebra



Fonte: Site Geogebra - produzido pelo Autor

É apresentado no Quadro 3 as respostas grafadas na Folha de Respostas.

Quadro 3 – Análise das duplas do Domínio e Imagem da função p

Grupo	Domínio função p	Imagem função p
G ₂ (E ₂ e E ₁₅)	$\mathbb{R} - \{-1\}$	$\mathbb{R} - \{1\}$
G ₃ (E ₁₈ e E ₁₉)	$\{x \in \mathbb{R} x \neq -1\}$	$\{y \in \mathbb{R} / y \neq 1\}$
G ₆ (E ₁₁ e E ₁₇)	$\mathbb{R} - \{-1\}$	$\mathbb{R} - \{1\}$
G ₇ (E ₆ e E ₈)	$\{\mathbb{R} - (-1)\}$	$\{\mathbb{R} - 1\}$
G ₈ (E ₇ e E ₁₃)	\mathbb{R}	\mathbb{R}
G ₁₀ (E ₂₀ e E ₂₂)	$\{x \in \mathbb{R} x \geq 0 \text{ e } x < -1\}$	\mathbb{R}

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Observa-se que apenas uma dupla, a G₈, não conseguiu analisar corretamente o Domínio da função p , e colocou a mesma resposta que haviam dado considerando a função f . Nota-se ainda que, das 6 duplas, 4 analisaram corretamente o subconjunto Imagem. Assim, observa-se uma melhora no desempenho da análise desses conceitos para essa segunda função trabalhada.

Será apresentado a seguir a breve análise das entrevistas realizadas com os participantes após a aplicação dos módulos envolvendo as funções trabalhadas.

4.5 Entrevistas

Após a aplicação dos cinco módulos, em janeiro de 2022, os participantes que entregaram ao menos três módulos foram convidados para uma entrevista individual, via Google Meet, com objetivo de ouvi-los para um feedback sobre sua participação e impressões das atividades propostas no projeto. Dos doze participantes convidados, aceitaram o convite os participantes E₁₉ e E₂₀.

Em conjunto com a orientadora, a professora Emília, foi desenvolvido uma sequência de dez questões para guiar a entrevista e obter detalhes das impressões dos participantes em relação às atividades desenvolvidas. O questionário está apresentado no Apêndice I.

4.5.1 Entrevista com o participante E₂₀

O aluno E₂₀, diz que achou as atividades do projeto “super interessante, porque até então eu não sabia as funções, sabia só tipo as quadráticas, aquela função afim, já outras eu nunca tive contato e com essas atividades eu consegui ter uma visualização melhor”. Ainda afirmou que o trabalho com o Geogebra, proporcionou

melhor compreensão do comportamento dos gráficos de funções que nunca havia visto, o que considerou muito importante para seu aprendizado.

As maiores dificuldades apresentadas pelo participante E₂₀ foram em relação a instabilidade com a internet, que por diversas vezes veio a cair durante as discussões e desenvolvimento das atividades, bem como citou não gostar do tamanho das atividades, com muitas questões por módulo, o qual implicava em um grande tempo de discussão entre a dupla. O estudante relatou que gostou bastante da forma que as atividades foram propostas. Relatou ainda que, apesar das dificuldades com relação a instabilidade da internet, o fato da participação em duplas, e da comunicação entre eles, acredita que proporcionou facilidade no estudo de conteúdos novos e funções até então desconhecidas, que individualmente seria bem mais difícil o estudo. Também relatou que dado o fato de ter iniciado a graduação no Ensino Remoto Emergencial, sem conhecer os colegas e sem contato presencial, gostou da forma que as atividades com o Geogebra proporcionaram uma interação com um colega, onde além de auxiliar no estudo das funções propostas, propiciou um estreitamento de laços sociais e consolidação de amizade. Pontuou ainda, que acredita que o fato das atividades serem propostas em duplas, contribuiu para isso, se comparado a grupos maiores, onde os alunos ficariam receosos de expor sua opinião.

O participante E₂₀ relata também que, devido ao seu colega ficar responsável pela manipulação no software Geogebra, sentiu que não teve tanto contato com os comandos e funções do software, porém as atividades e discussões proporcionaram

“na questão imaginativa das funções de poder analisar e olhar, mudou muito sabe... porque, tipo antes de eu entrar na faculdade e eu estava fazendo matemática, eu ficava sempre na parte algébrica eu nunca ficava imaginando nada e eu não gostava, era uma coisa que eu odiava inclusive, essa parte de ficar imaginando. E essa parte no curso meio que alimentou em mim essa questão de usar a imaginação, começar olhar o gráfico, analisar ele, então senti que para mim ajudou muito nesse sentido.” (Participante E₂₀ - transcrição de entrevista).

Esse relato, vem de encontro com o apresentado por Alonso e Moraes (2003, apud MENEGHETTI, 2012), onde no Ensino Médio tem-se o tema função vinculado à Álgebra, gerando essa dificuldade de interpretação geométrica das funções pelos estudantes.

Ressaltamos que esse depoimento trouxe realização a esse pesquisador e futuro professor, visto que o grande objetivo pessoal desse trabalho foi auxiliar os novatos da licenciatura a transpor barreiras e bloqueio trazidos da escola básica.

Temos a BNCC (BRASIL, 2018) que ressalta a organização de habilidades objetivando definir claramente as aprendizagens essenciais a serem asseguradas aos estudantes. Dentre as competências específicas para a área de Matemática, está a de “compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. Neste sentido, Raymond Duval (apud FREITAS; REZENDE, 2015), ao desenvolver a teoria dos registros de representação semiótica, defende que o nível da aprendizagem em Matemática do estudante depende das conversões que o aluno é capaz de realizar, pois o uso de vários tipos de registro de representação semiótica e suas conversões, contribui para um real entendimento do conteúdo estudado. Assim sendo, entende-se que a matemática é abstrata, estudamos conceitos e o que temos são representações do conceito estudado e não ele próprio; dessa forma, a abordagem de várias representações confere ao aluno o domínio do conteúdo, e ainda, proporciona ao estudante que possui maior dificuldade no entendimento em algum dos registros, a possibilidade de melhor entendimento a partir de outro já apreendido, despertando a relação entre eles e o conceito como um todo. Dessa forma, vimos a importância de uma ênfase geométrica no estudo de funções, em conjunto com a ênfase algébrica, facilitada pelos softwares de geometria dinâmica como Geogebra, que proporcionam as duas representações de um mesmo conceito matemático, no caso deste trabalho, as funções reais.

Questionado ainda se pretende utilizar atividades com o software Geogebra em sua prática docente, quando atuar como professor de Matemática, o estudante E₂₀ afirma: “reconheci que de fato é muito bom usar o Geogebra, porque ele alimenta essa parte imaginativa” e ainda apresenta que quando for dar aula, certamente gostaria de utilizar o software em conjunto com o estudo algébrico de funções para auxiliar os alunos a visualizar as representações gráficas das funções.

4.5.2 Entrevista com o participante E₁₉

O segundo aluno a participar da entrevista, o participante E₁₉ ao ser questionado quanto o curso de Geogebra o ajudou na disciplina de Funções Elementares, em uma escala de 0 a 5 (com 0 para nada e 5 para muito), respondeu 4. Relatou ainda que considera que os conceitos abordados o ajudaram em outras disciplinas, como por

exemplo em Cálculo Diferencial e Integral I, cursado no segundo semestre letivo de 2021, estavam estudando assíntotas e grande parte do que sabia foi por causa do curso de Geogebra. Outro exemplo abordado, foi na disciplina de Matrizes, onde por mais que o foco do curso de Geogebra tenha sido funções, a aproximação com o software foi algo que me facilitou o trabalho de matrizes no Geogebra, bem como na disciplina de Geometria Analítica, onde tem utilizado o estudo de planos no Geogebra.

Ao ser questionado sobre como vê sua participação nas atividades do projeto envolvendo o estudo de funções com o Geogebra, o estudante E₁₉ afirma que realizou atividades nos 5 módulos oferecidos, relata ter gostado muito de participar e considera as questões propostas bem interessantes e bem montadas. Afirma que levaram um certo tempo nas discussões e resoluções, porém acredita que “esse é o espírito da coisa”, pois é necessário levar um certo tempo para o estudo e realização das atividades, senão o estudante não fixa os conteúdos com se deve. Declara ainda que na modalidade do Ensino Remoto Emergencial o aluno deve ter uma maior autonomia em seus estudos e aprendizado, e que as atividades propostas no curso de Geogebra oferecido proporcionaram tal autonomia; relatou que sentiu uma diferença perceptível no decorrer dos módulos, uma nítida evolução, onde as funções trabalhadas nos últimos módulos, as comparações e análises eram realizadas mais naturalmente, se comparada com os primeiros módulos. Acredita também, que se fosse utilizado o ensino presencial, com a oportunidade de tirar dúvidas constantemente a cada obstáculo, não teria desenvolvido a autonomia como da forma que foi realizado.

Questionado sobre as dificuldades encontradas, bem como aquilo que não gostou no projeto, o participante E₁₉ relatou que não teve nada que o incomodou, mas para dar uma sugestão, propôs que houvessem mais módulos, seis por exemplo, para que a quantidade de questões por módulo diminuísse. Outra sugestão, mesmo sabendo ser complicado porque muitos alunos trabalham e não possuem muita disponibilidade, foi de que as atividades fossem com módulos semanais, ao invés de quinzenalmente como foi proporcionado.

O estudante gostou da forma que as atividades foram propostas, com o passo a passo apresentado pelo Google Forms. Outro ponto que elogiou muito e disse que “fez completa diferença” foi a proposta de trabalho em duplas com discussões, análises e manipulações no software, pois “quando um aluno se perde, o outro ajuda”, o que agregou muito o aprendizado.

O participante E₁₉ relatou ainda que não tinha expectativas bem definidas antes do início do projeto, pois não sabia o que esperar do Geogebra, por não conhecer o software até o momento do início do projeto. Entretanto, depois que começou a desenvolver as atividades, pensou “como eu não usei isso antes! Porque tem muitas possibilidades, eu posso fazer assíntota, fazer comparações de pontos, então não esperava que fosse algo tão incrível assim!” relata, expressando sua empolgação com as possibilidades do software e complementa “Então, realmente eu fiquei surpreso de saber que tinha um aplicativo como aquele e que podia ser ensinado pra gente e do jeito que ele foi passado!”.

Questionado ainda se pretende utilizar atividades com o software Geogebra em sua prática docente, quando atuar como professor de Matemática, o estudante afirma que por estar no primeiro ano do curso, ainda não se imagina lecionando; porém, certamente se estivesse ministrando aulas usaria o Geogebra, principalmente ao abordar o assunto de funções, pois acredita que a forma que o software apresenta e com seus recursos dinâmicos, deixa o conteúdo mais agradável para que os alunos entendam do que os desenhos de gráficos estáticos utilizados por professores em lousas.

O participante E₁₉ finaliza dizendo que ao “pensar que o que estudamos é só uma pontinha do que ele (o Geogebra) tem, me faz achar incrível, porque aprendemos muita coisa e saber que tem muito mais, me faz querer sim aprender mais” e ainda complementa agradecendo:

“agradeço por poder participar do curso, gostaria de agradecer a oportunidade de verdade, foi um curso muito gostoso de fazer para ser sincero, mesmo sendo quinzenal e consumindo um tempinho, às vezes um pouco cansativo, talvez, mas sabe quando estava no primeiro módulo, passando o maior perrengue, não estava conseguindo encaixar nada e quando chega no quinto módulo, ai estava tudo se encaixando certinho, eu já estava conseguindo fazer as funções sozinho. Sou muito grato mesmo por ser tão autônomo no Geogebra. Gostaria de agradecer mesmo de verdade pela oportunidade. Muito obrigado!” (Participante E₁₉ - transcrição de entrevista).

Dessa forma, foi de extrema importância o feedback recebido pelas entrevistas apresentadas, as quais mesmo tendo o relato somente dois participantes, depois do resultado da desistência de muitos alunos ao longo das atividades do projeto, em meio ao momento pandêmico tão difícil que vivemos, durante o enfrentamento do COVID-19, e com tantos percalços enfrentados pelos educadores e pesquisadores em

educação matemática, tais informações e relatos das experiências dos estudantes ao longo das atividades proposta, mostrando a forma positiva em que analisam o projeto proposto, traz ânimo e revigora as energias para que continuemos na luta por uma Educação Matemática mais autônoma.

Observamos que a interação dos estudantes foi de grande importância na resolução das atividades (fala em comum entre os relatos dos dois estudantes entrevistados), bem como os meios mediacionais inseridos e os conhecimentos prévios, conceitos estudados outrora, foram essenciais e passaram a influenciar de maneira significativa a produção de novos significados. Dessa forma, a partir das experiências obtidas, nossa pesquisa corrobora com a proposta defendida por James Wertsch de que não podemos falar em produção de significados dos conceitos apenas considerando as ideias dos alunos de forma isolada e no momento presente, sendo mais adequado considerar os estudantes agindo com as ferramentas socioculturais. (WERTSCH, 1991a, 1991b, 1998).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo investigar como ocorre a aprendizagem de graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, da Unesp, Câmpus de Bauru, durante o estudo do tópicu matemático de funções, com uso de software de geometria dinâmica Geogebra, a partir do trabalho em grupos, preferencialmente em duplas, utilizando-se do Ensino Remoto Emergencial.

A primeira dificuldade encontrada, no início das atividades do projeto, foram as restrições sanitárias devido ao avanço da pandemia de Covid-19, que ocasionou o adiamento da segunda fase do vestibular da Unesp, adiando o início das aulas dos calouros. Dessa forma, foi necessário aguardar ser possível a realização da prova do vestibular e o anúncio da nova data de início das aulas para nos reorganizarmos.

Após iniciadas as atividades dos calouros do curso de Licenciatura em Matemática, outra dificuldade enfrentada ao longo do projeto, foi a quantidade de participações, que reduziram ao longo do projeto, como mostrada na Tabela 2.

Tabela 2 – Quantidade de participantes ao longo das atividades do projeto

Atividades	Quantidade de Alunos participantes
Disciplina Funções Elementares	41
Aceite do Termo de Compromisso	25
Teste Diagnóstico	21
Módulo 0: Funções Afins	16
Módulo 1: Funções Quadráticas	14
Módulo 2: Funções Racionais	12
Módulo 3: Funções Exponenciais e Logarítmicas	9
Módulo 4: Funções Trigonométricas Circulares	7
Pós-teste	7
Entrevista	2

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Entende-se que é recorrente uma redução na participação dos indivíduos ao longo das atividades de uma pesquisa. Todavia, acredita-se que o fato de estarmos atravessando um período de pandemia, que muito alterou as rotinas das famílias em nossa sociedade, acrescido ao fato dos alunos estarem cursando a graduação no formato do Ensino Remoto Emergencial, que requer uma importante gestão do tempo

devido às várias demandas escolares como, trabalhos semanais para contabilizar a presença dos estudantes, atividades propostas para desenvolvimento em grupos, e demandas familiares de toda natureza, implicou nessa acentuada diminuição na participação a cada nova etapa de atividades.

Outra dificuldade observada ao longo deste estudo, se deu pelo fato de que vários os estudantes não sabiam conceitos básicos de matemática elementar, necessários para o estudo de funções. Questão essa, foi apontada pela Professora Tatiana, em relação aos alunos na participação das aulas de Funções Elementares, e observada nas atividades deste estudo, sobretudo nas análises das gravações das discussões durante a manipulação do software para desenvolver as atividades propostas. Em alguns casos, observou-se que a oportunidade de interação nas duplas (ou trios) foi suficiente para resolver alguns problemas de falha de conceitos. Todavia, em outros casos, seja por falta de aprofundamento nas discussões, ou por falta de profundidade nos conceitos matemáticos necessários em ambos participantes das duplas, não foi possível, com a discussão, chegarem aos conceitos desejados.

Além de dificuldades em conceitos básicos de matemática elementar, também foi identificado falha em conceitos sobre os subconjuntos Domínio e Imagem de funções. Onde, por exemplo, vários grupos ao analisarem o Domínio de uma função afim, que deveria ser identificado como o conjunto dos números reais, marcaram o intervalo entre o ponto que a função intersecta o eixo x e a origem do plano cartesiano. Bem como o conjunto Imagem, de uma função afim, vários grupos identificaram ser apenas o ponto que intercepta o eixo y .

Quanto ao formato online do Ensino Remoto Emergencial, observou-se dificuldades na comunicação entre o pesquisador e os alunos, durante as atividades propostas. Mesmo o pesquisador estando à disposição através do ambiente do Google Classroom, e-mail ou WhatsApp, poucos participantes entraram em contato para buscar orientação e tirar dúvidas. Todavia, nas entrevistas, foi relatado que essa falta de um professor próximo e disponível, como em uma atividade presencial, proporcionou o desenvolvimento de autonomia aos alunos.

O não aprofundamento nas discussões pôde ser observado em algumas duplas, e em dois casos distintos: nos casos em que um dos estudantes da dupla se destacava em conhecimento matemático, visto que o parceiro não possuía elementos para retribuir a discussão; e nos casos de estudantes que não aprofundavam as discussões mostrando falta de interesse em se delongar na atividade.

Com a exceção dos casos relatados, de estudantes que possuíam grandes falhas conceituais que impediram o avanço das atividades propostas, e dos que não se aprofundaram nas discussões, observou-se que a utilização do software foi uma importante ferramenta no estudo de funções, sobretudo pelo desenvolvimento de uma geometria dinâmica, muito superior em possibilidades de investigação e construção de conhecimentos, comparado com o trabalho a partir de gráficos estáticos desenvolvidos em papel ou lousa, pelo estudante ou professor.

Além disso, pôde-se constatar a importância do modo que apresentadas as atividades propostas, em sequências didáticas, oportunizando aos estudantes autonomia, trabalho em grupo, e postura investigativa no estudo.

Os relatos apresentados pelos estudantes durante as entrevistas, corroboraram com as descobertas do pesquisador, visto que um deles explicitou que tinha dificuldade em trabalhar com gráficos de funções, e até mesmo odiava ter que fazê-lo, e a partir das atividades propostas foi possível, modificar essa percepção, passando a compreender o que estava fazendo ao manipular os parâmetros das funções. O relato demonstra a grande potencialidade do ensino com as TDICs.

Dessa forma, finalizamos o presente trabalho retornando à frase apresentada na Epígrafe deste trabalho, onde o matemático britânico Andrew John Wiles apresenta que atacar um problema matemático é “como entrar numa mansão às escuras. Entramos numa sala e tropeçamos (...) Lentamente, ficamos a saber onde estão todas as peças do mobiliário e procuramos o interruptor da luz. Acendemos a luz (...) Então passamos à sala seguinte e repetimos o processo.” (apud PROVIDÊNCIA, 2012, p. iii). Tal analogia faz sentido para os conteúdos trabalhados pelos pesquisadores matemáticos, em sua busca pelo “interruptor” que faz desvendar e provar novas teorias matemáticas, assim como para conteúdos matemáticos que aprendemos ao longo da graduação, tão lindos e fascinantes depois que a “luz do cômodo se acende” e é possível contemplar e entender o que muitas vezes acarretou em tropeços tão doloridos. Também pode ser utilizada na escola básica, onde os conteúdos triviais para os pesquisadores matemáticos e professores de matemática, trazem, muitas das vezes, tanto sofrimento aos alunos, enquanto não encontram “o interruptor do cômodo” a cada novo conteúdo matemático. Infelizmente muitas vezes é preciso passar “de um cômodo” ao seguinte, sem ter contemplado completamente a beleza do cômodo anterior, fazendo com que a “escuridão” seja mais presente que a luz!

Assim, neste trabalho, vimos que o uso da informática na Educação Matemática, contribui fortemente para a “localização do interruptor” e a interação entre os estudantes no processo ensino-aprendizagem facilita a determinação “da mobília”. Assim que a “luz da compreensão” se faz sobre os conteúdos e conceitos, pode-se contemplar as belezas dessa magnífica ciência, a Matemática.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com o objetivo de dar continuidade à pesquisa, abordando aspectos não estudados no presente trabalho ou de melhorar as formulações apresentadas, faz-se a seguir algumas sugestões e considerações para trabalhos futuros:

- a) Análise bibliográfica sobre a abordagem dos conceitos de função real em livros didáticos;
- b) Análise dos dados obtidos na aplicação dos demais módulos;
- c) Perspectivas para o ensino de funções reais no futuro.

REFERÊNCIAS

- BORBA, M. C. Educação Matemática a Distância Online: balanço e perspectivas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, 2013.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica Editora, 2019.
- BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a distância online**. Autêntica Editora, 2020.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio>>. Acesso em: 11 nov. 2021.
- DE PAULA, A. C.; ARAÚJO, I. S. C. James Wertsch: influência de Vygotsky, ideias principais e implicações para a educação científica. In: **33 EDEQ - Encontro de Debates sobre o Ensino de Química**, 2013, Ijuí/RS. 33 EDEQ - Encontro de Debates sobre o Ensino de Química, 2013.
- DOS SANTOS, J. E. B.; ROSA, M. C.; DA SILVA SOUZA, D. O ensino de Matemática online: um cenário de reformulação e superação. **Interacções**, v. 16, n. 55, p. 165-185, 2020.
- ESCOLA DA PONTE. **O projeto**. Disponível em: <<https://www.escoladaponte.pt/o-projeto/>> Acesso em: 25 jan. 2021.
- FÁVARO, L. C. et al. O impacto provocado pela pandemia do COVID-19 nas práticas pedagógicas de professores de matemática da educação básica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 22, p. 446-469, 2021.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação em Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos**. 3ª ed. Campinas: Autores Associados, 2012.
- FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, 2015.
- GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. 16. ed. Rio de Janeiro: Record, 2020.
- IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Conjuntos, funções**. Fundamentos de Matemática Elementar, v. 1, 1985.
- LUCAS, R. D. **O software GeoGebra no ensino de funções para licenciandos em Matemática**: uma abordagem sociocultural. Bauru, 2019. 241p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, 2019.

MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, p. 193-230, 2012.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: Uma análise da influência francesa. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Editora autêntica. 2001.

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PEREIRA, A.; OSTERMANN, F. A aproximação sociocultural à mente, de James V. Wertsch, e implicações para a educação em ciências. In: **Ciência e Educação (Bauru)**, v. 18, p. 23-29, 2012.

PINTO, G. O.; et al. Uma análise das dificuldades de licenciandos em matemática sobre o conceito de função. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 1, 2021.

PINTO, G. O.; et al. Análise das dificuldades de licenciandos em matemática sobre funções antes e após uma experiência de formação. In: **V Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica-EnICT** (ISSN: 2526-6772). 2020. Disponível em: <<https://arq.ifsp.edu.br/eventos/index.php/enict/5EnICT/paper/view/427>>. Acesso em: 20 ago. 2021.

PRETTO, N. L.; BONILLA, M. H. S.; SENA, I. P. F. S. (Orgs.). **Educação em tempos de pandemia**: reflexões sobre as implicações do isolamento físicos imposto pela COVID-19. Salvador: Edição do autor, 2020.

PROVIDÊNCIA, N. B. **Análise Complexa**. Gradiva Publicações, 2012.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

WERTSCH, J. V. **A sociocultural approach to socially shared cognition**. In: RESNICK, L. B.; LEVINE, J. M.; TEASLEY, S. D. (Org.). Perspectives on socially shared cognition. Washington: American Psychological Association, p. 85-100, 1991a.

WERTSCH, J. V. **Voices of the mind**: a sociocultural approach to mediated action. Cambridge: Harvard University Press, 1991b.

WERTSCH, J. V. **Mind as action**. New York: Oxford University Press, 1998.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Convidamos o (a) sr. (a) a participar do projeto de pesquisa, em nível de pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado “Uso do Geogebra no Ensino de Funções Reais para Licenciandos em Matemática”, realizado por Elias Oliveira Vieira dos Santos, graduando em Licenciatura em Matemática, Unesp/Bauru, coordenado pela Prof.^a Dra. Emília de Mendonça Rosa Marques. Este documento, intitulado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante da pesquisa e é elaborado em duas vias, assinadas e rubricadas pelo pesquisador e pelo(a) participante, sendo que uma via deverá ficar com o(a) senhor(a) e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, o(a) senhor(a) poderá esclarecê-las com o pesquisador através do telefone e/ou e-mail disponibilizados no documento. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se o(a) senhor(a) não aceitar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e Objetivo:

É chamada de construcionista a abordagem com uso de tecnologias na educação, que envolve o uso de computadores e softwares, não somente em busca de uma melhor transmissão de conteúdos, ou pela informatização do processo ensino-aprendizagem. Mas sim, buscando uma transformação social, a qual deve significar uma mudança de paradigma que favorece a formação de sujeitos mais críticos e com maior autonomia para construir seu próprio conhecimento. O uso de tecnologias no ensino, pode levar à uma postura investigativa por parte do aluno, colocando-o como ser ativo em seu processo de ensino-aprendizagem, proporcionando uma maior formação de significados. A utilização de softwares no ensino da Matemática proporciona grandes benefícios, no sentido de apresentar uma visualização mais concreta de muitos conceitos abstratos, as quais podem contribuir para uma melhor compreensão dos estudantes.

Nesse sentido, a presente pesquisa tem por objetivo propor aos participantes uma sequência didática para estudo de funções, com uso do software Geogebra, com intuito de investigar como ocorre a aprendizagem com uso do referido software, utilizando-se do Ensino Remoto Emergencial.

Procedimentos:

A pesquisa será realizada com graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, Unesp-Bauru, matriculados na disciplina Funções Elementares, onde será proposto de modo online atividades para estudo de funções com uso do software Geogebra, por meio de uma sequência didática disponibilizada pelo Google Classroom onde os graduandos realizarão as atividades em duplas por meio do Google Meet, com gravação da tela onde farão as manipulações no software Geogebra, bem como a gravação do áudio e vídeo (desejável, mas não obrigatório) dos participantes durante o decorrer das atividades propostas.

Ao final do projeto, os participantes serão contactados para uma entrevista final, também de modo online pelo Google Meet, com gravação de áudio de vídeo para posterior análise, a fim de identificar quais foram as percepções identificadas no uso do Geogebra no estudo de funções, quais as vantagens e desvantagens identificadas no formato online adotado no projeto e se utilizam o software em outras disciplinas.

Benefícios:

A participação na pesquisa e nas atividades propostas devem proporcionar uma oportunidade ímpar aos participantes no aprendizado e fixação dos conceitos de funções. Conceitos estes, que serão de grande importância na disciplina de Funções Elementares, bem como em diversas disciplinas seguintes da grade do curso de Matemática. O modelo proposto onde o aluno se torna o centro do seu processo de ensino-aprendizagem, com auxílio do software e discussão entre os pares, tendo o pesquisador/professor em um papel de orientador, visa dar ao aluno um aprendizado mais significativo e gerando autonomia no indivíduo, em comparação com as aulas tradicionais onde o professor utiliza de uma metodologia expositiva. A adoção da prática do uso de softwares no estudo ao longo de seu caminho acadêmico, bem como em sua futura prática docente, também deve trazer grandes benefícios nos processos de ensino-aprendizagem.

Na perspectiva da pesquisa na área de Educação Matemática, esta investigação pretende compreender a importância do uso do software Geogebra, bem como do processo de interação dos estudantes durante a construção de processos mentais e produção de significados para conteúdos matemáticos, em especial, o tema “Funções”.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do pesquisador resp.: _____

Rubrica do participante: _____

Desconfortos e riscos:

Devido à natureza da pesquisa, os riscos são considerados mínimos. Porém, podem envolver os seguintes desconfortos: 1. Em relação ao tempo gasto durante as atividades. 2. Em relação a dinâmica em duplas que requer interação entre os estudantes, sobretudo se habituados a um sistema de ensino onde o aluno não possui um papel mais ativo. 3. Em relação a gravação de áudio e vídeo (não obrigatório) durante as atividades.

Acompanhamento e assistência:

A aplicação dos instrumentos de pesquisa será realizada diretamente pelo pesquisador, acompanhado pela coordenadora de pesquisa, de modo online. Reforça-se que a participação é voluntária e todo e qualquer participante poderá desistir de participar da pesquisa a qualquer momento. Será disponibilizado aos participantes uma cópia (digital) do trabalho de conclusão de curso, após a conclusão do estudo.

Sigilo e privacidade:

Os participantes tem a garantia de que suas identidades serão mantidas em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação desse estudo, nenhum nome de participantes será citado.

Despesas e Remuneração:

A participação no estudo não acarretará custos aos participantes e não estará disponível nenhuma remuneração.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, o(a) senhor(a) poderá entrar em contato com os pesquisadores:

Elias Oliveira Vieira dos Santos
Pesquisador

Endereço: Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01- Vargem Limpa - Bauru/SP - CEP 17033-360
(Departamento de Matemática da UNESP-Bauru) Celular/WhatsApp : (14) 98167 7600
E-mail: elias.ov.santos@unesp.br

Profa. Dra. Emilia de Mendonça Rosa Marques
Coordenadora de pesquisa

Endereço: Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01- Vargem Limpa - Bauru/SP - CEP 17033-360
(Departamento de Matemática da UNESP-Bauru)
Telefone: (14) 3103-6086
E-mail: emilia.marques@unesp.br

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP):

O papel do CEP é avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. Em caso de denúncias ou reclamações sobre a participação dos envolvidos e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru, localizado na Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01- Vargem Limpa - Bauru/SP - CEP 17033-360; telefone (14) 3103-9400. E-mail: cepesquisa@fc.unesp.br Homepage: <https://www.fc.unesp.br/#!/pesquisa/comite-de-etica/>

Rubrica do pesquisador



Rubrica do pesquisador resp.:




Rubrica do participante: _____


Consentimento pós-informação:

Eu, _____, fui informado sobre o que as atividades a serem desenvolvidas durante a pesquisa e as razões da solicitação para a minha participação. Assim, concordo em participar da pesquisa, sabendo que não obterei qualquer lucro financeiro e que poderei desistir a qualquer momento, dependendo da minha vontade. Esse documento é emitido em duas vias que serão ambas rubricadas em cada página e assinadas por mim e pelo pesquisador, ficando uma via com cada uma das partes interessadas.

Assinatura do participante



Assinatura do pesquisador



Assinatura do pesquisador responsável

Data: ___/___/_____

Local: _____

APÊNDICE B – TESTE DIAGNÓSTICO



Aluno: _____ - Data: ___ / ___ / 2021

Teste Diagnóstico – Funções

Favor responder, individualmente, em uma folha de caderno ou sulfite, fotografar com o celular (em local bem iluminado, e certificando-se de não tremer e ter bom foco) e enviar na Atividade do Google Classroom.

Este teste é de extrema importância para nossa pesquisa. Porém você, aluno, terá seu ponto de participação por realizá-lo e entrega-lo, não contabilizando os acertos ou erros cometidos nele. Dessa forma, pedimos sua conscientização para que a o realize sem nenhum tipo de consulta, pois o importante é escrever com suas palavras e a partir do seu conhecimento. Obrigado.

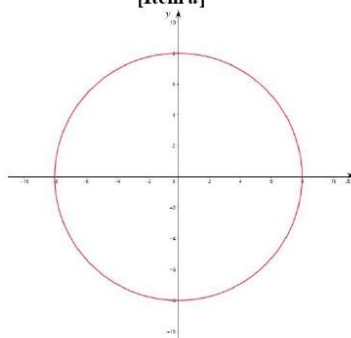
[Questão 1]

Descreva, com suas palavras, o que você entende por função.

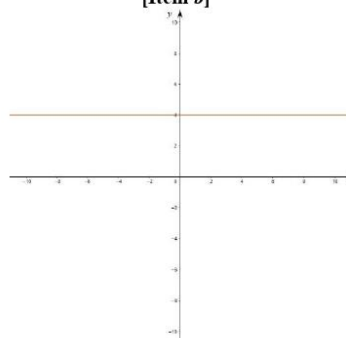
[Questão 2]

Analise os gráficos a seguir e responda quais deles representam funções de x em y , justificando suas respostas.

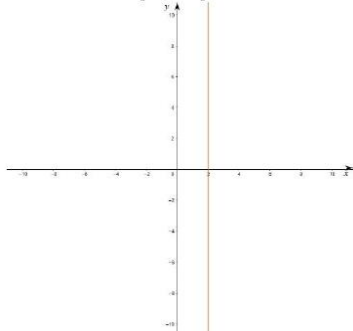
[Item a]



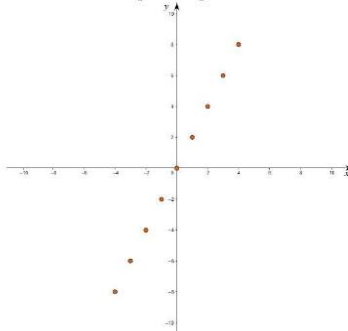
[Item b]



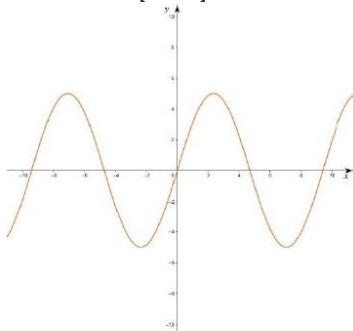
[Item c]



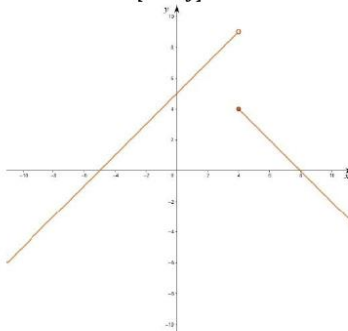
[Item d]



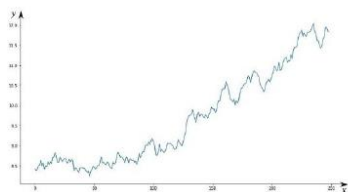
[Item e]



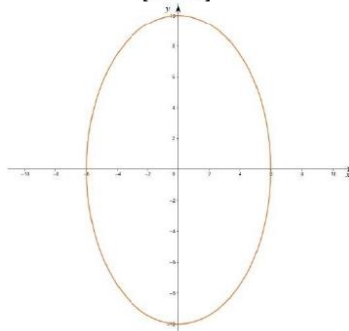
[Item f]



[Item g]

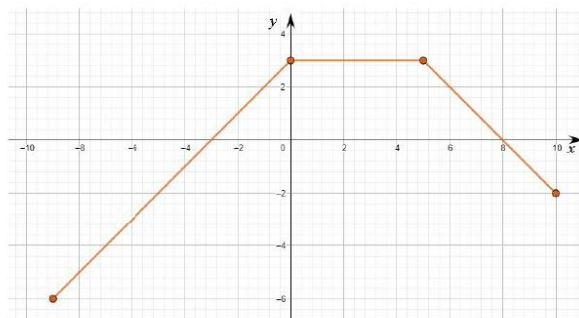


[Item h]



[Questão 3]

Considere a função f representada no gráfico a seguir.



[a] Determine o Domínio de f _____

[b] Determine a Imagem de f _____

[Questão 4]

Analise os gráficos de a e h e relacione com as funções 1 a 8.

Função 1: $f_1(x) = x^2$ [Gráfico ___]

Função 5: $f_5(x) = \operatorname{tg} x$ [Gráfico ___]

Função 2: $f_2(x) = 2$ [Gráfico ___]

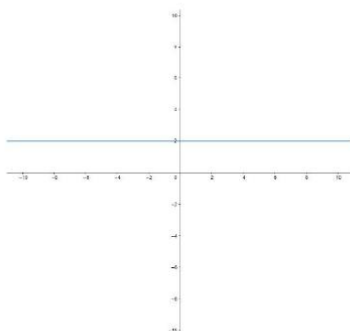
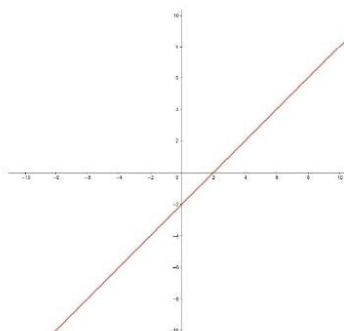
Função 6: $f_6(x) = \ln x$ [Gráfico ___]

Função 3: $f_3(x) = \operatorname{sen} x$ [Gráfico ___]

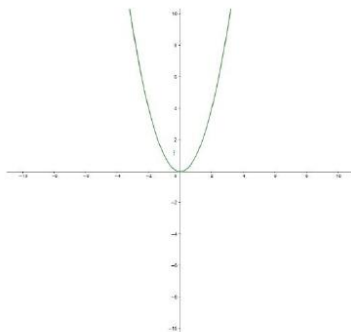
Função 7: $f_7(x) = e^x$ [Gráfico ___]

Função 4: $f_4(x) = x - 2$ [Gráfico ___]

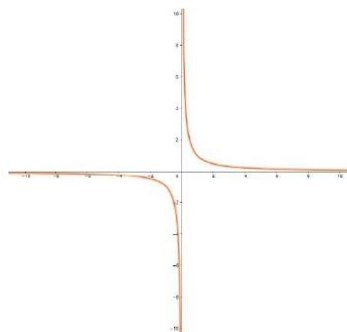
Função 8: $f_8(x) = \frac{1}{x}$ [Gráfico ___]

[Gráfico a]**[Gráfico b]**

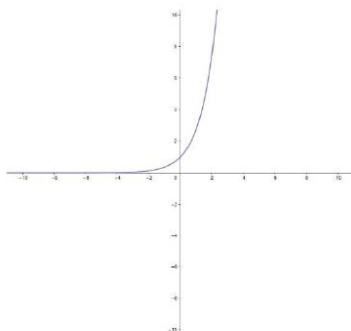
[Gráfico c]



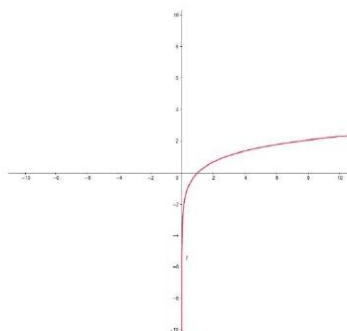
[Gráfico d]



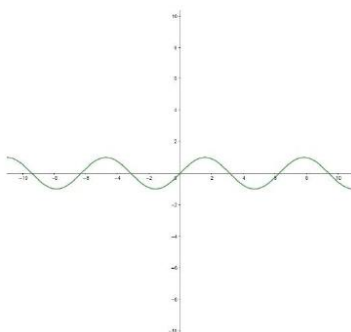
[Gráfico e]



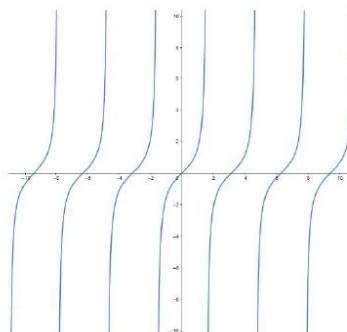
[Gráfico f]



[Gráfico g]



[Gráfico h]



APÊNDICE C – MÓDULO 0: FUNÇÕES AFINS

25/04/22, 15:30

Módulo 0 - Funções afins

Módulo 0 - Funções afins

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar <https://www.geogebra.org/calculator> e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

***Obrigatório**

1. Nome da dupla: *

2. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

Ambos estudantes da dupla devem apresentar a seu colega a resposta dada na Questão 1 do "Teste Diagnóstico", comparando os termos utilizados, discutindo os conceitos abordados e formalizando uma única resposta, da dupla, que considerem contemplar o que individualmente pode não ter sido abordado.

3. [QUESTÃO 1] Descreva, com suas palavras, o que você entende por função. Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS uma versão final da dupla para essa questão. *

Marcar apenas uma oval.

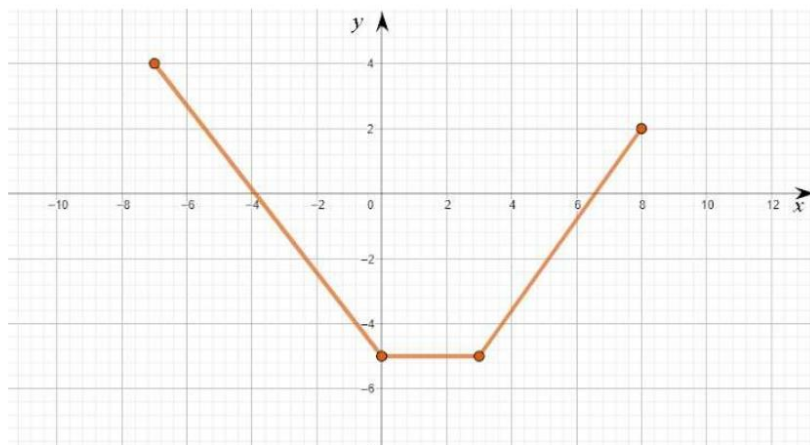
OK

Apresentaremos agora uma questão análoga à Questão 3 resolvida no "Teste Diagnóstico", mas que agora deve ser resolvida em dupla, aproveitando para discutirem sobre os conceitos de Domínio e Imagem envolvidos, para chegarem à resposta requerida.

25/04/22, 15:30

Módulo 0 - Funções afins

4. [QUESTÃO 2] Considere a função f representada no gráfico a seguir. E determine: [a] o Domínio de f e [b] a Imagem de f , escrevendo na FOLHA DE RESPOSTAS. *



Marcar apenas uma oval.

OK

5. No software Geogebra, ativado a janela "ALGEBRA", no campo "Entrada" digite a função a seguir. *

$$f(x) = ax + b$$

Marcar apenas uma oval.

OK

6. Note que como "a" e "b" não foram definidos, serão criados controles deslizantes para valores possíveis de "a" e "b" automaticamente. Por padrão o Geogebra cria o controle deslizante de -5 a 5. Clique nestes números se desejar alterá-los, por exemplo de -20 a 20, e dê ENTER para confirmar. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Movimente o controle deslizante de "a" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "a".

25/04/22, 15:30

Módulo 0 - Funções afins

7. [QUESTÃO 3] Que conclusões você tira sobre os gráficos? Discuta com sua dupla e escreva suas observações na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Movimente o controle deslizante de "b" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "b".

8. [QUESTÃO 4] Que conclusões você tira sobre os gráficos (agora ao variar o coeficiente "b")? Discuta com sua dupla e escreva suas observações na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

9. [QUESTÃO 5] Coloque o controle deslizante "a" em 1 e "b" em 2. Qual o Domínio e a Imagem desta função? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

10. [QUESTÃO 6] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", você consegue identificar alguma mudança no Domínio e a Imagem de f ? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

11. [QUESTÃO 7] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "b", você consegue identificar alguma mudança no Domínio e a Imagem de f ? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:30

Módulo 0 - Funções afins

12. [QUESTÃO 8] Coloque o controle deslizante "a" em 1 e "b" em 2. Analisando o gráfico, pode dizer que existem raízes reais para a função f ? Quais são? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Para confirmar as raízes encontradas anteriormente, utilize no campo "Entrada", da janela "ÁLGEBRA", o comando Raiz[função, valor inicial, valor final], sendo f a função que trabalhamos no momento, defina o valor inicial e final de um intervalo para que o Geogebra encontre cada uma das possíveis raízes da função.

13. [QUESTÃO 9] A(s) raíze(s) encontrada(s) pelo comando do GeoGebra foram a(s) mesma(s) calculadas anteriormente? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

14. [QUESTÃO 10] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", você consegue generalizar as raízes da função f de acordo com os valores do parâmetro "a"? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

15. [QUESTÃO 11] Movimentando agora também o controle deslizante do coeficiente "b", você consegue generalizar as raízes da função f de acordo com os valores do parâmetro "a" e "b"? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

16. [QUESTÃO 12] Movimentando os controles deslizantes dos coeficientes "a" e "b" é possível identificar alterações na reta do gráfico da função, em algum momento a reta do gráfico da função f ficará paralela ao Eixo x? Caso ocorra, descreva para que valores de "a" e "b" isso ocorre e como acontece. Senão, justifique. Desenvolva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:30

Módulo 0 - Funções afins

17. [QUESTÃO 13] Ainda movimentando os controles deslizantes dos coeficientes "a" e "b", e analisando as alterações na reta do gráfico da função, em algum momento a reta do gráfico da função f ficará paralela ao Eixo y ? Caso ocorra, descreva para que valores de "a" e "b" isso ocorre e como acontece. Senão, justifique. Desenvolva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Atividade
finalizada!

Agradecemos sua participação! Favor encerrar a gravação no Google Meet e em breve receberá um email de meet-recordings-noreply@google.com contendo o link da gravação. Favor anexar na atividade do Google Classroom o link da gravação e a FOLHA DE RESPOSTAS digitalizada e salva em PDF.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE D – MÓDULO 1: FUNÇÕES QUADRÁTICAS

25/04/22, 15:36

Módulo 1 - Funções quadráticas

Módulo 1 - Funções quadráticas

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável real, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar <https://www.geogebra.org/calculator> e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

*Obrigatório

1. Nome da dupla: *

2. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

3. No software Geogebra, ativado a janela "ALGEBRA", no campo "Entrada" digite a função a seguir. [Dica: Para entrar com o valor do expoente, no GeoGebra, utilize o acento Circunflexo (^)] *

$$f(x) = ax^2 - 1$$

Marcar apenas uma oval.

OK

4. Note que como "a" não foi definido, será criado um controle deslizante para valores possíveis de "a" automaticamente. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Movimente o controle deslizante de "a" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "a".

25/04/22, 15:36

Módulo 1 - Funções quadráticas

5. [QUESTÃO 1] Que conclusões você tira sobre os gráficos? Discuta com sua dupla e escreva suas observações na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

6. [QUESTÃO 2] Coloque o controle deslizante "a" em 1. Qual o Domínio e a Imagem desta função? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

7. [QUESTÃO 3] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", você consegue generalizar o Domínio e a Imagem de acordo com a variação dos valores do parâmetro "a"? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

8. [QUESTÃO 4] Coloque o controle deslizante "a" em 1. Analisando o gráfico, pode dizer que existem raízes reais para a função f ? Quais são? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Para confirmar as raízes encontradas anteriormente, utilize no campo "Entrada", da janela "ÁLGEBRA", o comando $\text{Raiz}[\text{função}, \text{valor inicial}, \text{valor final}]$, sendo f a função que trabalhamos no momento, defina o valor inicial e final de um intervalo para que o Geogebra encontre cada uma das possíveis raízes da função.

9. [QUESTÃO 5] As raízes encontrada pelo comando do GeoGebra foram as mesmas calculadas anteriormente? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 1 - Funções quadráticas

10. [QUESTÃO 6] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", você consegue generalizar as raízes da função f de acordo com os valores do parâmetro "a"? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

11. [QUESTÃO 7] Analisando a expressão analítica da função trabalhada, existe uma expressão para determinar as raízes? Qual? Desenvolva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

$$f(x) = ax^2 - 1$$

Marcar apenas uma oval.

OK

12. [QUESTÃO 8] Compare a análise realizada pelo gráfico (na questão 6) e o desenvolvimento pela expressão analítica (na questão 7), apontando as facilidades apresentadas em cada método para generalizar as raízes da função f de acordo com os valores do parâmetro "a". Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

13. Digite, no campo "Entrada", a função a seguir. [Dica: Para entrar com o radical no geogebra digite "sqrt"]. *

$$g(x) = \sqrt{x}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

14. Digite, no campo "Entrada", a função composta h. Dica: você pode digitar no Geogebra, somente: $h(x) = g(f(x))$. *

$$h(x) = g \circ f(x) = \sqrt{ax^2 - 1}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 1 - Funções quadráticas

15. [QUESTÃO 9] Coloque o controle deslizante "a" em 1. Qual o Domínio e a Imagem das funções g e h? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

16. [QUESTÃO 10] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", observe os gráficos das funções de acordo com a variação do parâmetro "a". Descreva as conclusões observadas na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

17. [QUESTÃO 11] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", generalize o Domínio e a Imagem das funções g e h de acordo com a variação dos valores do parâmetro "a", descrevendo na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

18. [QUESTÃO 12] Descreva as diferenças e semelhanças entre os Domínios e Imagens das funções f, g e h na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

19. [QUESTÃO 13] Coloque o controle deslizante "a" em 1. Qual as raízes reais das funções g e h ? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

20. [QUESTÃO 14] Movimentando o controle deslizante do coeficiente "a", compare as raízes reais (se existirem) das funções f, g e h e explique o que acontece na variação do coeficiente "a" na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 1 - Funções quadráticas

Atividade
finalizada!

Agradecemos sua participação! Favor encerrar a gravação no Google Meet e em breve receberá um email de meet-recordings-noreply@google.com contendo o link da gravação. Favor anexar na atividade do Google Classroom o link da gravação e a FOLHA DE RESPOSTAS digitalizada e salva em PDF.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE E – MÓDULO 2: FUNÇÕES RACIONAIS

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

Módulo 2 - Funções racionais

Nesta atividade utilizaremos a versão GEOGEBRA CLASSIC, disponível no link a seguir:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável real, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar o Geogebra Classic e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

***Obrigatório**

1. Nome da dupla: *

2. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra Classic em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

3. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função a seguir. Dica: Para facilitar a digitação no GeoGebra, utilize parênteses, ou seja, digite $f: y = (x+1)/x$ *

$$f(x) = \frac{x + 1}{x}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

4. [QUESTÃO 1] Qual o domínio e a imagem desta função? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

5. [QUESTÃO 2] Vocês responderam à questão anterior (qual o domínio e a imagem) com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? Escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

6. [QUESTÃO 3] Discutam se vocês conseguem obter a resposta da Questão 1 utilizando a outra forma de pensamento exposta na Questão 2 (forma algébrica ou geométrica). Façam no FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

7. Crie uma reta, digitando no campo "Entrada" do Geogebra $y=1$ *

Marcar apenas uma oval.

OK

8. Clique com o botão direito sobre a reta criada, clique em "Configurações", clique na aba "Estilo" e mude o "Estilo da Linha" para Tracejado. *

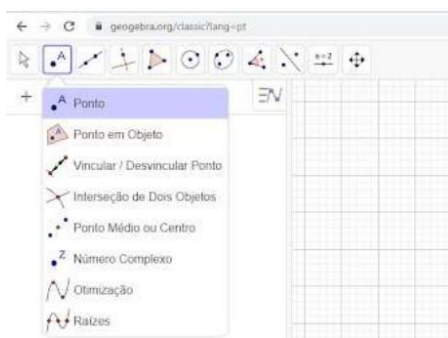
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

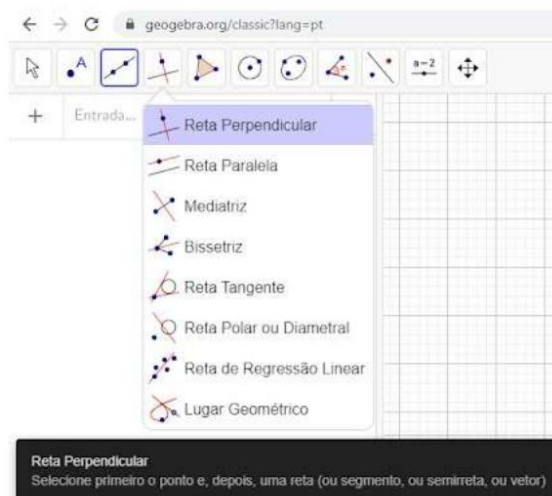
9. Crie um ponto qualquer, sobre o eixo-x, através da ferramenta "Ponto" (conforme a figura abaixo). Após clicar na ferramenta "Ponto", clique no plano cartesiano no local que deseja criar o ponto (sobre o eixo-x). Este será o ponto A. *



Marcar apenas uma oval.

OK

10. Crie uma reta perpendicular ao eixo-x, através da ferramenta "Reta Perpendicular" (conforme a figura abaixo). Após clicar na ferramenta "Reta Perpendicular", clique em um ponto e uma reta para criar a reta perpendicular (o ponto criado anteriormente e o eixo-x). *



Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

11. Crie o ponto de intersecção entre a reta criada anteriormente e a curva da função $f(x)$, através da ferramenta "Intersecção de Dois Objetos" (como na figura abaixo). Após clicar na ferramenta "Intersecção de Dois Objetos", clique na reta e na função $f(x)$ para criar o ponto de intersecção. Este será o ponto B. *



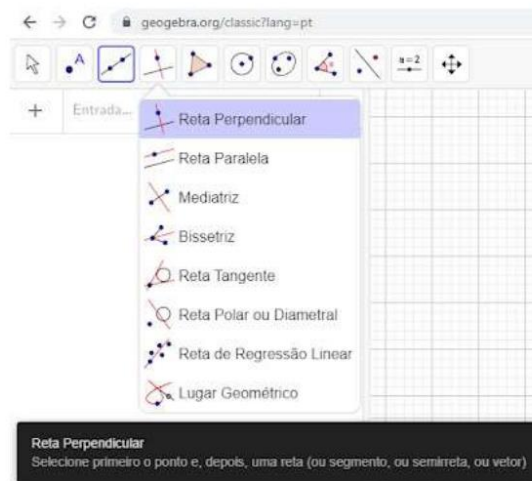
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

12. Construa uma reta perpendicular ao eixo-y, passando pelo ponto de intersecção criado no item interior, com a ferramenta "Reta Perpendicular" (como na imagem abaixo). *



Marcar apenas uma oval.

OK

Outro: _____

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

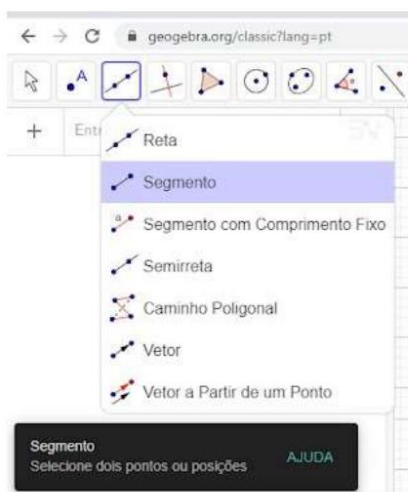
13. Crie um ponto de intersecção entre a reta criada anteriormente e o eixo-y, através da ferramenta "Intersecção de Dois Objetos" (como na figura abaixo). Este será o ponto C. Após criado o ponto, oculte a reta criada no passo anterior. *



Marcar apenas uma oval.

OK

14. Crie um segmento de reta entre os pontos B e C, através da ferramenta "Segmento" (como na figura abaixo). *



Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

15. [QUESTÃO 4] Qual o valor de x , tal que $f(x)=0$? Como vocês observam isso no gráfico? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

16. [QUESTÃO 5] Movimente o ponto A (que está no eixo- x) de forma a responder: O que acontece com a função quando o valor da variável x se aproxima de zero? Discuta com seu colega e anote na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

17. [QUESTÃO 6] O que acontece com a medida do segmento BC, quando o valor da variável x se aproxima de zero? Discuta com seu colega e anote na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

18. [QUESTÃO 7] A função está definida para $x=0$, ou seja, existe $f(0)$? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA RESPOSTAS, justificando. *

Marcar apenas uma oval.

OK

19. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C, clique em "Configurações" e na aba "Básico", no campo "Exibir Rótulo" selecione "Nome e Valor". *

Marcar apenas uma oval.

OK

20. [QUESTÃO 8] Para qual valor de x temos $f(x)=1$? Como você observa isso no gráfico? Consegue justificar a partir da manipulação da forma algébrica de f ? Discuta e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS, justificando as afirmações. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

21. [QUESTÃO 9] Sabendo que: "Uma reta é chamada de ASSÍNTOTA DO GRÁFICO de uma função quando a distância entre a reta e o gráfico tende à zero, entretando o gráfico e a reta não possuem pontos de intersecção (nunca se tocam)." Respondam: Vocês identificam na construção realizada alguma(s) reta(s) que pode ser chamada de Assintota do Gráfico? Qual(is)? Discuta com seu colega e escreva, justificando, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

22. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função p a seguir. Para isso, digite no Geogebra p: $y = x/(x+1)$ *

$$p(x) = \frac{x}{x + 1}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

23. [QUESTÃO 10] Qual o Domínio e a Imagem da função p? Discutam e anotem na FOLHA DE RESPOSTAS. Se necessário, oculte os demais elementos presentes na janela "Álgebra" para melhor visualizar o gráfico da função p. *

Marcar apenas uma oval.

OK

24. [QUESTÃO 11] Vocês responderam a questão anterior (Domínio e a Imagem da função p) com base na expressão da função ou com base no gráfico da função? Conseguem descrever pela outra forma? Discutam e anotem na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25. [QUESTÃO 12] Discutam e descrevam na FOLHA DE RESPOSTA as semelhanças e diferenças entre as funções f e p. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

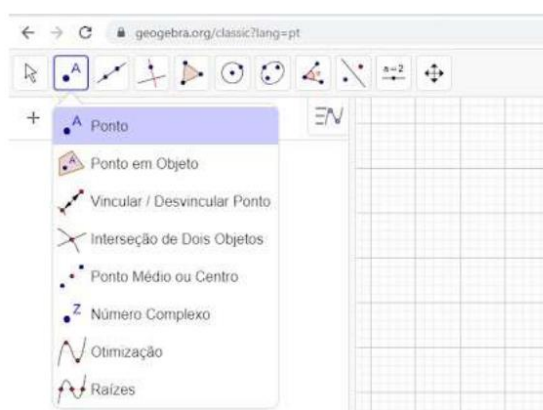
Módulo 2 - Funções racionais

26. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite "Assintota(p)" (não se esqueça do acento) para que sejam criadas as retas assintotas do gráfico da função p. Dica: Veja se a função p foi criada anteriormente exatamente da forma indicada, para que o geogebra a reconheça como p, e seja possível criar a assintota com o comando informado. *

Marcar apenas uma oval.

OK

27. Crie um ponto sobre o gráfico da função p. Este será o ponto D. (A partir da ferramenta ponto, como na figura abaixo). *



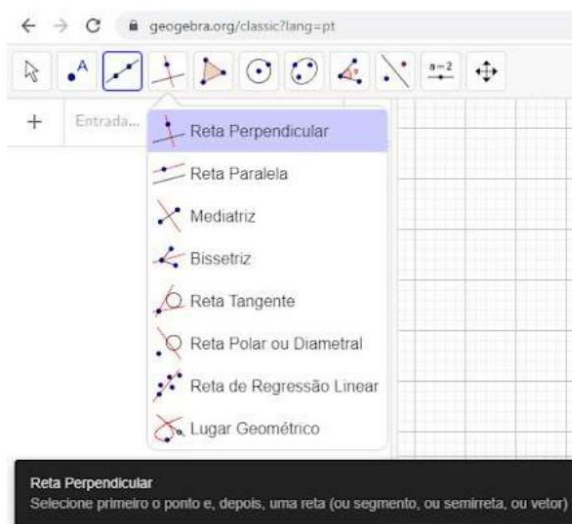
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

28. Construa uma reta perpendicular ao eixo-x, passando por esse ponto D, através da ferramenta "Reta Perpendicular" (como na figura abaixo). Após clicar na ferramenta "Reta Perpendicular", clique no ponto D e no eixo-x. *



Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

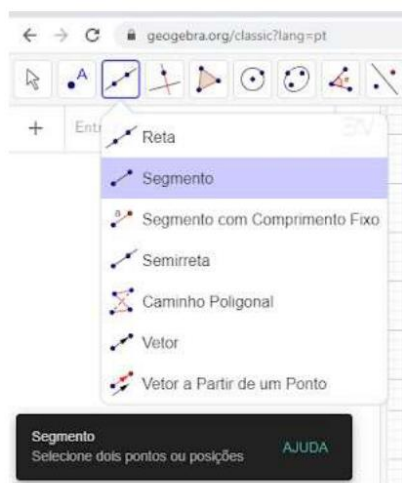
29. Crie o ponto de intersecção entre a reta criada anteriormente e o eixo-x, através da ferramenta "Intersecção de Dois Objetos" (como na figura abaixo). Este será o ponto E. *



Marcar apenas uma oval.

OK

30. Oculte a última reta criada, e crie um segmento entre os pontos D e E, através da ferramenta "Segmento" (como na figura abaixo). *



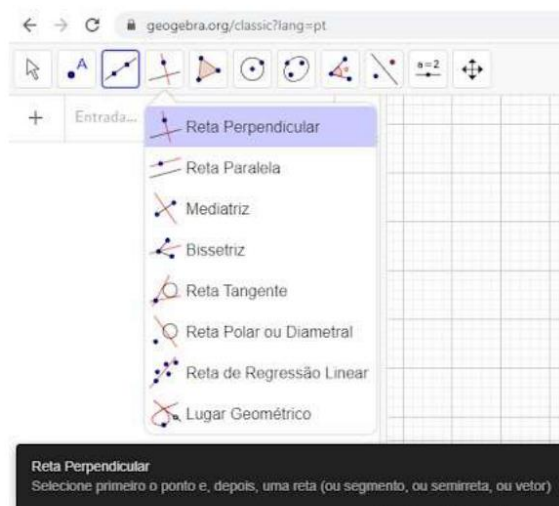
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

31. Agora, construa uma reta perpendicular ao eixo-y, passando pelo ponto D, através da ferramenta "Reta Perpendicular" (como na figura abaixo). Após clicar na ferramenta "Reta Perpendicular", clique no ponto D e no eixo-y. *



Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

32. Crie o ponto de intersecção entre a reta criada anteriormente e o eixo-y, através da ferramenta "Intersecção de Dois Objetos" (como na figura abaixo). Este será o ponto F. *



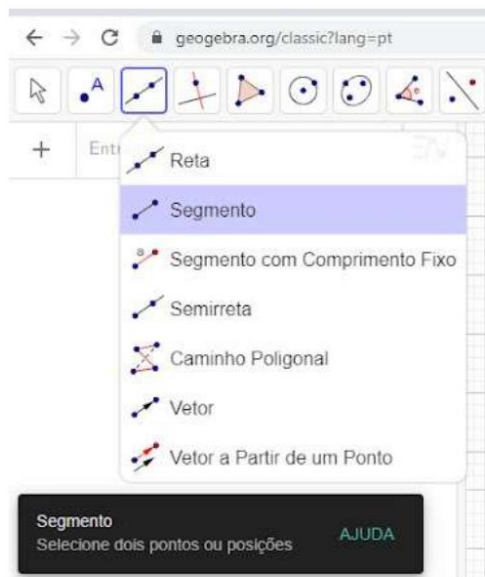
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

33. Oculte a última reta criada, e crie um segmento entre os pontos D e F, através da ferramenta "Segmento" (como na figura abaixo). *



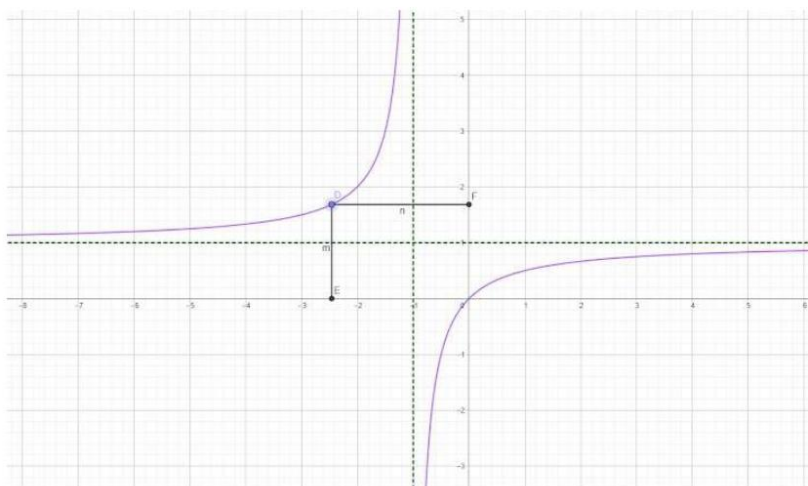
Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

34. Com a construção realizada nos últimos passos, na função p , você deve estar com um gráfico como o apresentado na imagem a seguir, onde pode movimentar o ponto D , contido no gráfico da função $p(x)$, e observar os segmentos DE e DF , que correspondem, respectivamente, a distância do ponto D ao eixo- x e ao eixo- y ; ou seja, construímos um recurso visual para analisar as coordenadas do ponto D . Lembrando que as retas pontilhadas são as assintotas ao gráfico da função p . Caso sua construção não esteja como a abaixo, tente voltar nos passos anteriores e rever se falhou em algum passo, pois tal construção será usada na questão a seguir. *



Marcar apenas uma oval.

OK

35. [QUESTÃO 13] Movimente o ponto D , sobre a o gráfico da função p , e observe o que acontece com os valores da função quando o valor de x tende a -1 . Discuta com seu colega e anote na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

36. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto F , clique em "Configurações" e na aba "Básico", no campo "Exibir Rótulo" selecione "Nome e Valor". *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

37. [QUESTÃO 14] Agora, movimente o ponto D, sobre a o gráfico da função p, e observe o que acontece com os valores da função quando o valor de x tende a infinito (positivo e negativo). Para isso, analise os valores apresentados nas coordenadas do ponto F ao movimentar o ponto D, discuta com seu colega e anote na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

38. [QUESTÃO 15] Para qual valor de x tem-se $p(x) = 1$? Como vocês observam isso no gráfico? Discutam e anotem na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

39. Crie um projeto NOVO no Geogebra, e no campo "Entrada" digite a função a seguir. Dica: Para facilitar a digitação no GeoGebra, utilize parênteses, ou seja, digite q: $y = (x^2 + 1)/(x + 1)$ Atenção: cuidado para o +1 não ficar no expoente de x, utilize as setinhas do teclado para sair do campo do expoente. *

$$q(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

40. [QUESTÃO 16] Qual o domínio e a imagem desta função? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

41. [QUESTÃO 17] Vocês conseguem identificar alguma reta que seja assintota ao gráfico da função q? Discutam e descrevam na FOLHA DE RESPOSTAS (sem utilizar o comando Assíntotas no Geogebra). *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:36

Módulo 2 - Funções racionais

42. [QUESTÃO 18] Depois de realizada a discussão sobre as possíveis assíntotas, solicitada na questão anterior, agora digite no campo "Entrada" o comando "Assíntota(q)" (atenção para o acento) para que sejam criadas as retas assíntotas do gráfico da função q . Confira se as assíntotas apresentadas foram identificadas na questão anterior. Caso contrário, discutam quais retas são assíntotas e vocês não identificaram, e porque são. Escrevam na folha de respostas. Dica: Veja se a função q foi exatamente criada da forma indicada anteriormente, para que o geogebra a reconheça como q , e seja possível criar a assíntota com o comando informado. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Atividade
finalizada!

Agradecemos sua participação! Favor encerrar a gravação no Google Meet e em breve receberá um email de meet-recordings-noreply@google.com contendo o link da gravação. Favor anexar na atividade do Google Classroom o link da gravação e a FOLHA DE RESPOSTAS digitalizada e salva em PDF.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE F – MÓDULO 3: FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

Nesta atividade utilizaremos a versão GEOGEBRA CLASSIC, disponível no link a seguir:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável real, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar o Geogebra Classic e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

***Obrigatório**

1. Nome da dupla: *

2. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra Classic em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

Módulo 3 -
Funções
exponenciais e
logarítmicas

Nesta atividade utilizaremos a versão GEOGEBRA CLASSIC, disponível no link a seguir:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável real, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar o Geogebra Classic e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

3. Nome da dupla: *

4. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra Classic em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

5. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função a seguir. Dica: digite $f(x) = 2^x$ *

$$f(x) = 2^x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

6. [QUESTÃO 1] Qual o domínio e a imagem da função f ? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

7. O número de Euler (denotado pela letra e), é um número irracional, com valor aproximado de 2,7182... e muito utilizado em funções exponenciais e logarítmicas. O usaremos nesta função g , colocando o número de Euler na base. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função a seguir. Dica: digite $g(x) = e^x$ *

$$g(x) = e^x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

8. [QUESTÃO 2] Qual o domínio e a imagem da função g ? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

9. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função a seguir. Dica: digite $h(x) = 10^x$ *

$$h(x) = 10^x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

10. [QUESTÃO 3] Qual o domínio e a imagem da função h ? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

11. [QUESTÃO 4] As questões 1, 2 e 3 foram respondidas com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? Discutam se conseguiriam determinar utilizando a outra forma escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

12. [QUESTÃO 5] Quais as diferenças e semelhanças entre as três funções analisadas? Discutam e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

13. No software Geogebra, no campo "Entrada" digite a função a seguir, onde na base temos um coeficiente a . Dica: digite $k(x) = a^x$. Observação: ao digitar a no geogebra ele criará um controle deslizante para a . Aumente o intervalo, por exemplo, de -20 a 20 . *

$$k(x) = a^x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

14. [QUESTÃO 6] Oculte as funções anteriores, deixando visível somente a função k . Manipule o controle deslizante a , analise quais os comportamentos dos gráficos da função k , ao atribuir os diversos valores para a , discuta e anote suas observações, como se há alteração no domínio e imagem e como se comportam os gráficos analisados (para os valores de a). Para alguns valores de a , a função não é definida? Quais e por quê? *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

15. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo, digitando no campo "Entrada" (por três vezes) as funções a seguir. Dica: digite $f(x) = 1/2^x$ [ENTER]; $g(x) = 1/e^x$ [ENTER]; $h(x) = 1/10^x$ [ENTER]. *

$$f(x) = \frac{1}{2^x} \quad g(x) = \frac{1}{e^x} \quad h(x) = \frac{1}{10^x}$$

Marcar apenas uma oval.

OK

16. [QUESTÃO 7] Qual o domínio e a imagem das funções f, g e h, criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

17. [QUESTÃO 8] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? Discutam se conseguiriam determinar utilizando a outra forma escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

18. [QUESTÃO 9] Quais as diferenças e semelhanças entre essas três últimas funções analisadas? Discutam e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

19. Oculte as funções g e h, do Geogebra. Insira a seguinte função p, para que possa compará-la com a função f. Dica: digite $p(x) = 2^x$ *

$$p(x) = 2^x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

20. [QUESTÃO 10] Observe as funções f e p , analise-as e compare-as, escrevendo suas observações na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

21. Crie um novo arquivo no geogebra para que possam analisar funções logarítmicas. O Geogebra identifica um logaritmo, como $\log x$ na base 10, por exemplo, com a notação $\log(10, x)$. Dessa forma, crie as três funções abaixo, digitando no campo "Entrada" (por três vezes) as funções a seguir. Dica: digite $f(x) = \log(2, x)$ [ENTER]; $g(x) = \ln(x)$ [ENTER]; $h(x) = \log(10, x)$ [ENTER]. Obsevação: $\ln(x)$ é o mesmo que $\log(e, x)$, ou seja, é o logaritmo de base e , também conhecido por logaritmo natural. *

$$f(x) = \log_2 x \quad g(x) = \ln x \quad h(x) = \log_{10} x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

22. [QUESTÃO 11] Qual o domínio e a imagem das funções f , g e h , criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

23. [QUESTÃO 12] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? Discutam se conseguiriam determinar utilizando a outra forma escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

24. [QUESTÃO 13] Quais as diferenças e semelhanças entre essas três últimas funções analisadas? Discutam e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

25. No software Geogebra, no campo “Entrada” digite a função a seguir, onde na base temos um coeficiente a . Dica: digite $k(x) = \log(a,x)$. Observação: ao digitar a no geogebra ele criará um controle deslizante para a . Aumente o intervalo, por exemplo, de -20 a 20 . *

$$k(x) = \log_a x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

26. [QUESTÃO 14] Oculte as funções anteriores, deixando visível somente a função k . Manipule o controle deslizante a , analise quais os comportamentos dos gráficos da função k , ao atribuir os diversos valores para a , discuta e anote suas observações, como se há alteração no domínio e imagem e como se comportam os gráficos analisados (para os valores de a). Para alguns valores de a , a função não é definida? Quais e por quê? *

Marcar apenas uma oval.

OK

27. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo, digitando no campo “Entrada” (por três vezes) as funções a seguir. Dica: digite $f(x) = \log(1/2, x)$ [ENTER]; $g(x) = \log(1/e, x)$ [ENTER]; $h(x) = \log(1/10, x)$ [ENTER]. *

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \quad g(x) = \log_{\frac{1}{e}} x \quad h(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

28. [QUESTÃO 15] Qual o domínio e a imagem das funções f , g e h , criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

29. [QUESTÃO 16] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? Discutam se conseguiriam determinar utilizando a outra forma escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

30. [QUESTÃO 17] Quais as diferenças e semelhanças entre essas três últimas funções analisadas? Discutam e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

31. Oculte as funções g e h, do Geogebra. Insira a seguinte função p, para que possa compará-la com a função f. Dica: digite $p(x) = \log(2, x)$ *

$$p(x) = \log_2 x$$

Marcar apenas uma oval.

OK

32. [QUESTÃO 18] Observe as funções f e p, analise-as e compare-as, escrevendo suas observações na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

33. Crie um novo arquivo no geogebra e crie a função f, digitando no campo "Entrada" a função a seguir. Dica: digite $f(x) = 2^{x+a} + b$ *

$$f(x) = 2^{x+a} + b$$

Marcar apenas uma oval.

OK

34. [QUESTÃO 19] Manipule o controle deslizante a (e depois o b), analise quais os comportamentos dos gráficos da função f, ao atribuir os diversos valores para a e b, discuta e anote suas observações, identificando o domínio e imagem da função f em relação dos coeficientes a e b.

*

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:37

Módulo 3 - Funções exponenciais e logarítmicas

35. Crie a função g , digitando no campo "Entrada" a função a seguir. Dica: digite $g(x) = \log_2(x+a) + b$ *

$$g(x) = \log_2(x + a) + b$$

Marcar apenas uma oval.

OK

36. [QUESTÃO 20] Oculte a função f . Manipule o controle deslizante a (e depois o b), analise quais os comportamentos dos gráficos da função g , ao atribuir os diversos valores para a e b , discuta e anote suas observações, identificando o domínio e imagem da função g em relação dos coeficientes a e b . *

Marcar apenas uma oval.

OK

Atividade
finalizada!

Agradecemos sua participação! Favor encerrar a gravação no Google Meet e em breve receberá um email de meet-recordings-noreply@google.com contendo o link da gravação. Favor anexar na atividade do Google Classroom o link da gravação e a FOLHA DE RESPOSTAS digitalizada e salva em PDF.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE G – MÓDULO 4: FUNÇÕES TRIGONÔMETRICAS

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

Módulo 4 - Funções trigonométricas

Nesta atividade utilizaremos a versão GEOGEBRA CLASSIC, disponível no link a seguir:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>

Esta atividade tem como objetivo permitir o estudo de Funções de uma variável real, a partir do software Geogebra.

A atividade deve ser realizada em duplas, por meio do Google Meet, com gravação da reunião que será compartilhado posteriormente com o pesquisador.

Um dos estudantes deve acessar o Geogebra Classic e compartilhar sua tela, onde ficarão registradas as manipulações no software, bem como as discussões dos participantes durante a resolução das atividades.

Apesar de também disponível para smartphones, recomendamos o uso em desktops ou notebooks.

***Obrigatório**

1. Nome da dupla: *

2. Iniciando... *

Seguindo as orientações acima, já está em reunião no Google Meet com sua dupla, apresentou a tela do software GeoGebra Classic em seu notebook/desktop e já iniciou a gravação?

Marcar apenas uma oval.

OK

Ciclo
Trigonométrico

Neste módulo, será realizado o estudo de funções trigonométricas, abordando as funções Seno, Cosseno e Tangente.

Para isto, propomos uma rápida revisão dos conceitos de trigonometria no Ciclo Trigonométrico, através do ambiente disponibilizado na Atividade do Google Classroom denominada CICLO TRIGONOMÉTRICO.

Manipule o Ponto Rosa para alterar o ângulo Alpha e visualizar os valores de Seno, Cosseno e Tangente, bem como os tamanhos dos respectivos segmentos, discutindo com seu colega.

Note que no Ciclo Trigonométrico o ângulo Alpha varia entre 0 e 360°, ou como mais utilizado, 0 a 2π rad, e para cada ângulo Alpha temos um valor para o Seno, para o Cosseno e para a Tangente.

3. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

Função Seno

Iniciaremos agora o estudo da função Seno.
Para isto, acesse no Google Classroom, a Atividade FUNÇÃO SENO.

Note que para a variável x , temos o ângulo Alpha, por isso o eixo- x não está enumerado com 1, 2, 3..., mas sim em π radianos. Dessa forma, para $f(x)$, ou y , temos os respectivos valores de Seno.

Manipule o Controle Deslizante Alpha, que mostrará valores possíveis para o ângulo Alpha no ciclo trigonométrico, o tamanho do segmento no Eixo dos Senos, bem como mostrará o rastro do ponto $f(x)$, para a função $f(x) = \text{sen}(x)$. Discuta com seu colega.

Note que podemos atribuir valores para Alpha maiores que 2π rad (360°), bem como menores que zero. Portanto, o controle deslizante Alpha é apenas um exemplo de intervalo para a função apresentada.

4. *

Marcar apenas uma oval.

 OK

5. No software Geogebra, no campo "Entrada", digite a função a seguir. Após inserir a função, clique com o botão direito do mouse na Janela de Visualização, escolha a última opção: Janela de Visualização (com ícone da engrenagem) e clique na Aba EixoX, marque a Caixa Distância e selecione $\pi/2$. Com isso o eixo x não estará mais enumerado como 1, 2, 3, ... mas sim em $\pi/2$, úteis para estudo das funções trigonométricas. Você precisará repetir esse passo, cada vez que criar um novo arquivo no Geogebra (ao trabalhar com funções trigonométricas). *

$$f(x) = \text{sen } x$$

Marcar apenas uma oval.

 OK

6. [QUESTÃO 1] Qual o domínio e a imagem da função f ? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

 OK

7. [QUESTÃO 2] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

 OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

8. [QUESTÃO 3] A função é periódica (isto é, os valores da função $f(x) = y$ se repetem para determinados valores da variável x)? No caso de ser periódica, qual o período? A função é limitada? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

9. No software Geogebra, no campo "Entrada", crie as seguintes funções g e h , indicadas a seguir: *

$$g(x) = \text{sen}(2x) \qquad h(x) = \text{sen}(4x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

10. [QUESTÃO 4] Qual o domínio e a imagem das funções g e h ? Oculte, temporariamente, o gráfico das funções que não estiver analisando. Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

11. [QUESTÃO 5] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

Seção sem título

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

12. [QUESTÃO 6] As funções g e h são periódicas? No caso de ser periódica, qual o período? As funções são limitadas? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

13. [QUESTÃO 7] Quais as diferenças e semelhanças das funções f , g e h ? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

14. [QUESTÃO 6] Com base na análise das funções f , g e h realizadas anteriormente, é possível generalizar a função $k(x) = \text{sen}(ax)$, com " a " sendo um número real, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, primeiramente, sem colocar essa função com o coeficiente " a " no Geogebra, somente analisando suas respostas das três funções trabalhadas. *

Marcar apenas uma oval.

OK

15. No software Geogebra, no campo "Entrada", crie a seguinte função k (o controle deslizante " a " será criado automaticamente): *

$$k(x) = \text{sen}(ax)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

16. [QUESTÃO 7] Aumente o intervalo do controle deslizante a (para -20 a 20 , por exemplo) e o manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função. Analise as respostas escritas na questão anterior, e se a partir do gráfico podem corrigir, completar ou ampliar as respostas, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

17. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo no campo "Entrada": *

$$f(x) = \text{sen}(-x) \quad g(x) = \text{sen}(-2x) \quad h(x) = \text{sen}(-4x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

18. [QUESTÃO 8] Qual o domínio e a imagem das funções f, g e h, criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

19. [QUESTÃO 9] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

20. [QUESTÃO 10] As funções f, g e h são periódicas? No caso de ser periódica, qual o período? As funções são limitadas? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

21. [QUESTÃO 11] Quais as diferenças e semelhanças das funções f, g e h? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

22. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo no campo "Entrada": *

$$f(x) = 2 \operatorname{sen}(x) \quad g(x) = 4 \operatorname{sen}(x) \quad h(x) = 6 \operatorname{sen}(x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

23. [QUESTÃO 12] Qual o domínio e a imagem das funções f, g e h, criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

24. [QUESTÃO 13] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25. [QUESTÃO 14] As funções f, g e h são periódicas? No caso de ser periódica, qual o período? As funções são limitadas? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

26. [QUESTÃO 15] Quais as diferenças e semelhanças das funções f, g e h? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

27. [QUESTÃO 16] Sem colocar no Geogebra, vocês conseguem descrever como se comporta a função $p(x) = 5 \text{sen}(x)$, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

28. [QUESTÃO 17] Com base na análise das funções f, g e h realizadas anteriormente, é possível generalizar a função $k(x) = a \cdot \text{sen}(x)$, com "a" sendo um número real, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, primeiramente, sem colocar essa função com o coeficiente "a" no Geogebra, somente analisando suas respostas das três funções trabalhadas. *

Marcar apenas uma oval.

OK

29. No software Geogebra, no campo "Entrada", crie a seguinte função k (o controle deslizante "a" será criado automaticamente): *

$$k(x) = a \text{sen}(x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

30. [QUESTÃO 18] Aumente o intervalo do controle deslizante a (para -20 a 20, por exemplo) e o manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função. Analise as respostas escritas na questão anterior, e se a partir do gráfico podem corrigir, completar ou ampliar as respostas, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

31. Crie um novo arquivo no geogebra e crie a função abaixo, no campo "Entrada": *

$$f(x) = a \text{sen}(bx) + c$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

32. [QUESTÃO 19] Aumente o intervalo dos controles deslizantes "a", "b" e "c" (para -20 a 20, por exemplo) e os manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, generalizando para os valores de "a", "b" e "c". *

Marcar apenas uma oval.

OK

Função
Cosseno

Iniciaremos agora o estudo da função Cosseno.
Para isto, acesse no Google Classroom, a Atividade FUNÇÃO COSSENO. α

De forma análoga à função seno, na variável x , temos o ângulo Alpha, por isso o eixo-x não está enumerado com 1, 2, 3..., mas sim em π radianos. Para $f(x)$, ou y , temos os respectivos valores de Cosseno.

Manipule o Controle Deslizante Alpha, que mostrará valores possíveis para o ângulo Alpha no ciclo trigonométrico, o tamanho do segmento no Eixo dos Cossenos, bem como mostrará o rastro do ponto $f(x)$, para a função $f(x) = \cos(x)$. Discuta com seu colega.

Note que podemos atribuir valores para Alpha maiores que 2π rad (360°), bem como menores que zero. Portanto, o controle deslizante Alpha é apenas um exemplo de intervalo para a função apresentada.

33. *

Marcar apenas uma oval.

OK

34. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo no campo "Entrada": *

$$f(x) = \cos(x) \quad g(x) = \cos(2x) \quad h(x) = \cos(4x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

35. [QUESTÃO 20] Qual o domínio e a imagem das funções f , g e h , criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

36. [QUESTÃO 21] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

37. [QUESTÃO 22] As funções f, g e h são periódicas? No caso de ser periódica, qual o período? As funções são limitadas? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

38. [QUESTÃO 23] Quais as diferenças e semelhanças das funções f, g e h? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

39. [QUESTÃO 24] Com base na análise das funções f, g e h realizadas anteriormente, é possível generalizar a função $k(x) = \cos(a x)$, com "a" sendo um número real, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, primeiramente, sem colocar essa função com o coeficiente "a" no Geogebra, somente analisando suas respostas das três funções trabalhadas. *

Marcar apenas uma oval.

OK

40. No software Geogebra, no campo "Entrada", crie a seguinte função k (o controle deslizante "a" será criado automaticamente): *

$$k(x) = \cos(a x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

41. [QUESTÃO 25] Aumente o intervalo do controle deslizante "a" (para -20 a 20, por exemplo) e o manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função. Analise as respostas escritas na questão anterior, e se a partir do gráfico podem corrigir, completar ou ampliar as respostas, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

42. Crie um novo arquivo no geogebra e crie a função abaixo, no campo "Entrada": *

$$f(x) = a \cos(bx) + c$$

Marcar apenas uma oval.

OK

43. [QUESTÃO 26] Aumente o intervalo dos controles deslizantes "a", "b" e "c" (para -20 a 20, por exemplo) e os manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, generalizando para os valores de "a", "b" e "c". *

Marcar apenas uma oval.

OK

Função
Tangente

Iniciaremos agora o estudo da função Tangente.
Para isto, acesse no Google Classroom, a Atividade FUNÇÃO TANGENTE.

De forma análoga à função seno e cosseno, na variável x , temos o ângulo Alpha, por isso o eixo-x não está enumerado com 1, 2, 3..., mas sim em π radianos. Para $f(x)$, ou y , temos os respectivos valores de Tangente.

Manipule o Controle Deslizante Alpha, que mostrará valores possíveis para o ângulo Alpha no ciclo trigonométrico, o tamanho do segmento na Reta Tangente, bem como mostrará o rastro do ponto $f(x)$, para a função $f(x) = \tan(x)$. Discuta com seu colega.

Note que podemos atribuir valores para Alpha maiores que 2π rad (360°), bem como menores que zero. Portanto, o controle deslizante Alpha é apenas um exemplo de intervalo para a função apresentada.

44. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

45. Crie um novo arquivo no geogebra e crie as três funções abaixo no campo "Entrada": *

$$f(x) = \tan(x) \quad g(x) = \tan(2x) \quad h(x) = \tan(4x)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

46. [QUESTÃO 27] Qual o domínio e a imagem das funções f, g e h, criadas anteriormente? Discuta com seu colega e escreva na FOLHA DE RESPOSTAS. Dica: Lembre-se que a Tangente é definida como: $\tan = \text{sen}/\text{cos}$. CUIDADO: Essa informação é muito importante. Se atente a isso na análise! *

Marcar apenas uma oval.

OK

47. [QUESTÃO 28] A questão anterior foi respondida com base na expressão da função (forma algébrica) ou com base no gráfico da função (forma geométrica)? O gráfico facilita a resposta da imagem da função? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

48. [QUESTÃO 29] As funções f, g e h são periódicas? No caso de ser periódica, qual o período? As funções são limitadas? Vocês consideram ser mais fácil observar tais propriedades através da expressão algébrica da função ou do gráfico que a representa? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

49. [QUESTÃO 30] Quais as diferenças e semelhanças das funções f, g e h? Discutam e escrevam na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

50. [QUESTÃO 31] Com base na análise das funções f , g e h realizadas anteriormente, é possível generalizar a função $k(x) = \tan(ax)$, com " a " sendo um número real, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, primeiramente, sem colocar essa função com o coeficiente " a " no Geogebra, somente analisando suas respostas das três funções trabalhadas. *

Marcar apenas uma oval.

OK

51. No software Geogebra, no campo "Entrada", crie a seguinte função k (o controle deslizante " a " será criado automaticamente): *

$$k(x) = \tan(ax)$$

Marcar apenas uma oval.

OK

52. [QUESTÃO 32] Aumente o intervalo do controle deslizante " a " (para -20 a 20 , por exemplo) e o manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função. Analise as respostas escritas na questão anterior, e se a partir do gráfico podem corrigir, completar ou ampliar as respostas, na FOLHA DE RESPOSTAS. *

Marcar apenas uma oval.

OK

53. Crie um novo arquivo no geogebra e crie a função abaixo, no campo "Entrada": *

$$f(x) = a \tan(bx) + c$$

Marcar apenas uma oval.

OK

25/04/22, 15:38

Módulo 4 - Funções trigonométricas

54. [QUESTÃO 26] Aumente o intervalo dos controles deslizantes "a", "b" e "c" (para -20 a 20, por exemplo) e os manipule (com cuidado, analisando valores positivos e negativos), analisando o gráfico da função, em relação ao Domínio, Imagem, se é periódica (e qual o período) e se é limitada? Discutam e respondam na FOLHA DE RESPOSTAS, generalizando para os valores de "a", "b" e "c". *

Marcar apenas uma oval.

OK

Atividade
finalizada!

Agradecemos sua participação! Favor encerrar a gravação no Google Meet e em breve receberá um email de meet-recordings-noreply@google.com contendo o link da gravação. Favor anexar na atividade do Google Classroom o link da gravação e a FOLHA DE RESPOSTAS digitalizada e salva em PDF.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE H – PÓS-TESTE

27/02/22, 20:10

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

Olá! Convidamos você a responder esse teste, de forma individual e sem consulta, para que possamos avaliar como as atividades propostas ao longo deste projeto contribuíram para seu aprendizado de funções.

*Obrigatório

1. Nome completo: *

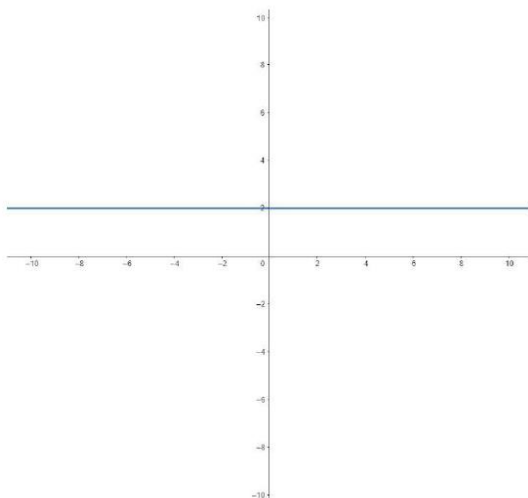
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

2. Gráfico A *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

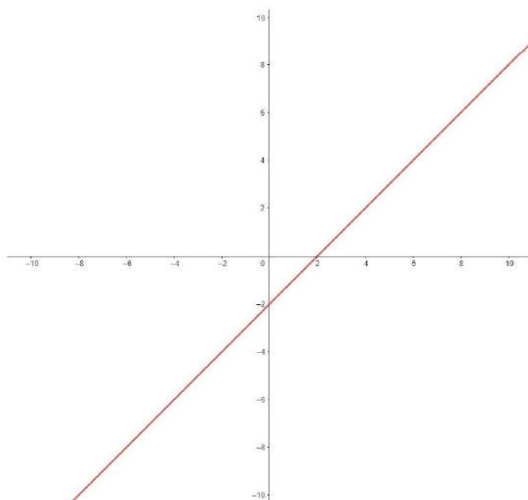
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

3. Gráfico B *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

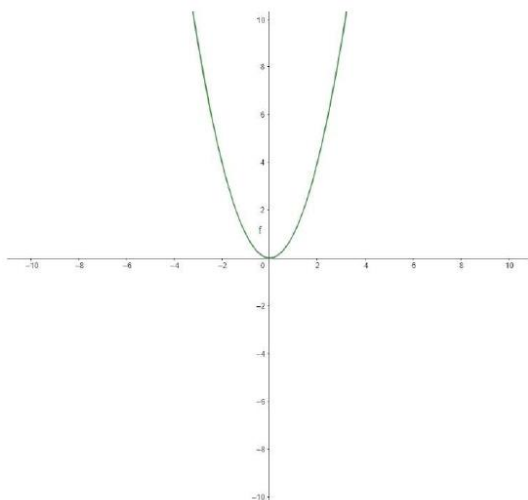
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

4. Gráfico C *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

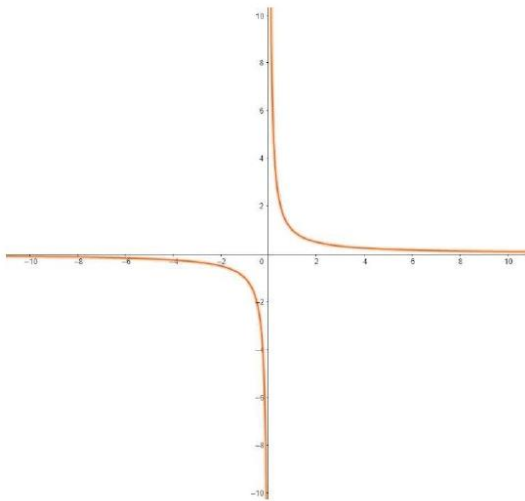
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

5. Gráfico D *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

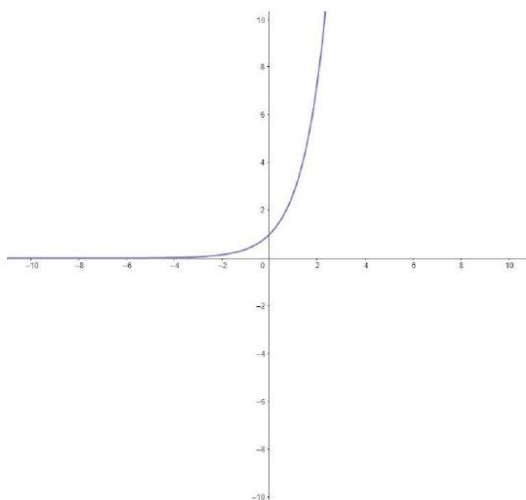
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

6. Gráfico E *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

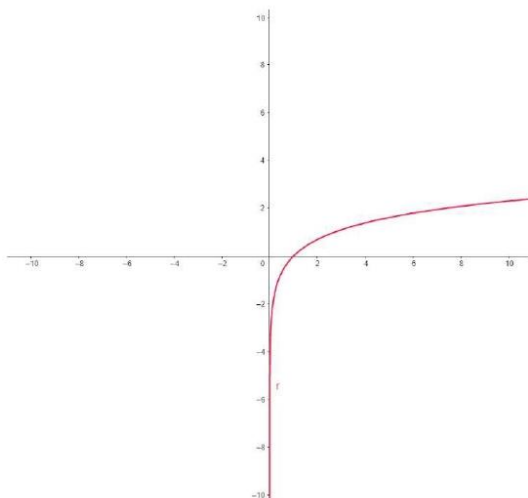
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

7. Gráfico F *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

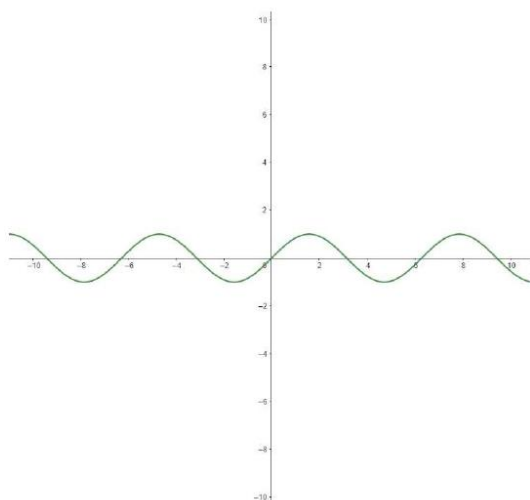
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

8. Gráfico G *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

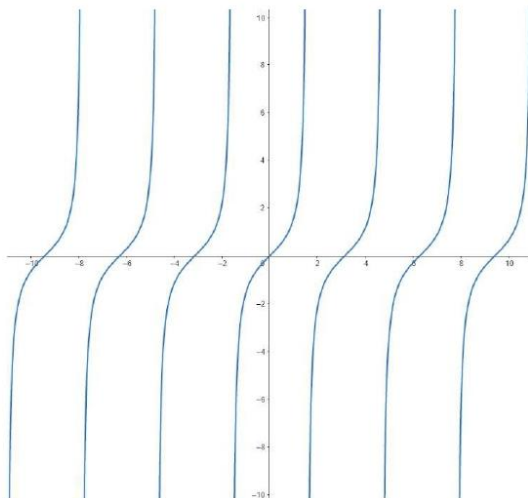
Relacione o gráfico abaixo, com uma função de 1 a 8:

27/02/22, 20:09

Pós-teste - Reconhecendo gráficos de funções

9. Gráfico H *

1 ponto



Marcar apenas uma oval.

$$f_1(x) = x^2$$

 função 1:

$$f_2(x) = 2$$

 função 2

$$f_3(x) = \text{sen } x$$

 função 3

$$f_4(x) = x - 2$$

 função 4

$$f_5(x) = \text{tg } x$$

 função 5

$$f_6(x) = \ln x$$

 função 6

$$f_7(x) = e^x$$

 função 7

$$f_8(x) = \frac{1}{x}$$

 função 8

Obrigado!

Agradecemos por sua participação nas atividades deste projeto.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE I – QUESTIONÁRIO: ENTREVISTA AOS PARTICIPANTES

1. Numa escala de 0 a 5 quanto o curso de Geogebra ajudou na disciplina de funções (com 0 nada e 5 muito)
2. Esses conceitos ajudaram em outras disciplinas?
3. Comente e descreva como considera sua participação e aprendizado nas atividades ao longo do projeto?
4. O que mais gostou de como as atividades foram propostas?
5. E o que menos gostou?
6. Pode dizer que suas expectativas iniciais foram supridas, ficaram abaixo ou acima do esperado?
7. Como descreve a participação das atividades em duplas propostas, considerando o ensino remoto emergencial?
8. Tem utilizado o software Geogebra em outras disciplinas e outros momentos de estudo? Quais?
9. Pretende utilizar atividades com o software Geogebra em sua prática docente, quando atuar como professora de Matemática? Já viu atividades de ensino fundamental e médio que utilizaria em suas aulas?
10. Tem algum site que você busca os materiais de Geogebra com mais frequência?

ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA

UNESP - FACULDADE DE
CIÊNCIAS CAMPUS BAURU -
JÚLIO DE MESQUITA FILHO



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Uso do Geogebra no Ensino de Funções Reais para Licenciandos em Matemática

Pesquisador: EMILIA DE MENDONCA ROSA MARQUES

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 46420621.5.0000.5398

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO DE MESQUITA FILHO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.769.131

Apresentação do Projeto:

Conforme consta no documento Informações Básicas do Projeto, trata-se de uma pesquisa de viés qualitativo, que visa "compreender como o uso do software Geogebra pode contribuir no ensino da Matemática" sendo que pretende-se "aplicar uma sequência didática para estudo de funções com uso do Geogebra à graduandos em Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina Funções Elementares, no formato do Ensino Remoto Emergencial. Serão propostas atividades a serem realizadas em duplas, por meio do Google Meet, onde o sujeito de pesquisa deve manipular o software Geogebra enquanto discute as atividades solicitadas com seu par, gravando a tela do software, áudios das discussões e imagem da webcam, para posterior análise do processo de interação dos estudantes durante a construção de processos mentais e produção de significados para o conteúdo do matemático de funções, em comparação com as respostas formalizadas".

Objetivo da Pesquisa:

Conforme consta no documento Informações Básicas do Projeto, o objetivo primário da pesquisa é "Investigar como ocorre a aprendizagem durante o estudo do tópico matemático de funções, com uso de software Geogebra, utilizando-se do Ensino Remoto Emergencial." Como objetivo secundário da pesquisa, cita-se neste mesmo documento "Averiguar como as contribuições de James Wertsch na psicologia sociocultural podem contribuir para compreensão dos processos mentais e

Endereço: Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO **CEP:** 17.033-360
UF: SP **Município:** BAURU
Telefone: (14)3103-9400 **Fax:** (14)3103-9400 **E-mail:** cepesquisa.fc@unesp.br

UNESP - FACULDADE DE
CIÊNCIAS CAMPUS BAURU -
JÚLIO DE MESQUITA FILHO



Continuação do Parecer: 4.769.131

produção de significados com base nas ferramentas utilizadas e interações sociais".

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Conforme consta no documento Informações Básicas do Projeto, os riscos "são considerados mínimos. Porém, podem envolver os seguintes desconfortos: 1. Em relação ao tempo gasto durante as atividades. 2. Em relação a dinâmica em duplas que requer interação entre os estudantes, sobretudo se habituados a um sistema de ensino onde o aluno não possui um papel mais ativo. 3. Em relação a gravação de áudio e vídeo (não obrigatório) durante as atividades". Os benefícios citados neste mesmo documento são "compreender a importância do uso do software Geogebra, bem como do processo de interação dos estudantes durante a construção de processos mentais e produção de significados para conteúdos matemáticos, em especial, o tema "Funções"."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Trata-se de uma pesquisa vinculada ao Trabalho de Conclusão de curso de um graduando em Licenciatura em Matemática, com financiamento próprio. Valendo-se de uma abordagem qualitativa de pesquisa, assumindo-se o estudo de caso como metodologia, será apresentada uma sequência didática tematizando as funções (constantes da ementa da disciplina) aos estudantes matriculados na disciplina de Funções Elementares (amostra: 40 estudantes), os quais serão convidados a participarem da pesquisa. As atividades serão desenvolvidas, em duplas, de modo online, valendo-se do Google Forms, cujos áudios e imagens da webcam das interações das duplas serão gravadas, bem como as imagens das atividades realizadas no software Geogebra. O referencial teórico básico é do campo da Psicologia Sociocultural, particularmente a de James Wertsch.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Adequados.

Recomendações:

O TCLE deve conter a assinatura do pesquisador responsável, no caso a orientadora da pesquisa - ver item XVII da Resolução 510/16.

Solicitamos que no TCLE sejam observadas as especificações presentes na Carta Circular n. 02/21 da CONEP, presente no site do CEP-FC, de modo a garantir que este documento (TCLE) fique em consonância às novas exigências da pesquisa com seres humanos envolvendo o uso de imagens (portanto, que se garanta que haverá a retirada dos dados coletados, em especial imagens, de arquivos virtuais/nuvem).

Endereço: Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO **CEP:** 17.033-360
UF: SP **Município:** BAURU
Telefone: (14)3103-9400 **Fax:** (14)3103-9400 **E-mail:** cepsquisa.fc@unesp.br

UNESP - FACULDADE DE
CIÊNCIAS CAMPUS BAURU -
JÚLIO DE MESQUITA FILHO



Continuação do Parecer: 4.769.131

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado

Considerações Finais a critério do CEP:

Projeto considerado "aprovado" por estar em conformidade com os parâmetros legais, metodológicos e éticos analisados pelo colegiado deste CEP - Comitê de Ética em Pesquisa.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1741178.pdf	29/04/2021 16:46:40		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_TCC_ELIAS_CEP.pdf	29/04/2021 16:44:33	ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	29/04/2021 16:43:48	ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_Rosto.pdf	29/04/2021 16:43:08	ELIAS OLIVEIRA VIEIRA DOS SANTOS	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

BAURU, 11 de Junho de 2021

Assinado por:
Mário Lázaro Camargo
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO **CEP:** 17.033-360
UF: SP **Município:** BAURU
Telefone: (14)3103-9400 **Fax:** (14)3103-9400 **E-mail:** cepsquisa.fc@unesp.br