

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE BAURU**

JOSÉ ADENILSON GONÇALVES LUZ JUNIOR

**CONTROLE ÓTIMO PARA MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE
LIBERDADE SUJEITOS A FRICÇÃO DEPENDENTE DE CARGA**

Bauru
2023

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOSÉ ADENILSON GONÇALVES LUZ JUNIOR

**CONTROLE ÓTIMO PARA MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE
LIBERDADE SUJEITOS A FRICÇÃO DEPENDENTE DE CARGA**

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade
de Engenharia de Baurú – UNESP como
parte dos requisitos para obtenção do título
de Doutor em Engenharia Elétrica.

José Manoel Balthazar
Orientador

Angelo Marcelo Tusset
Coorientador

Bauru
2023

L979c

Luz Junior, José Adenilson Gonçalves

Controle ótimo para manipulador robótico com três graus de liberdade sujeitos a fricção dependente de carga / José Adenilson Gonçalves Luz Junior. -- Bauru, 2023
192 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: José Manoel Balthazar

Coorientador: Angelo Marcelo Tusset

1. Controle SDRE. 2. Manipulador. 3. Robôs. 4. Fricção. 5.
Planejamento de Trajetória. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE JOSÉ ADENILSON GONÇALVES LUZ JUNIOR, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 02 dias do mês de fevereiro do ano de 2023, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de JOSÉ ADENILSON GONÇALVES LUZ JUNIOR, intitulada **CONTROLE ÓTIMO PARA MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE SUJEITOS A FRICÇÃO DEPENDENTE DE CARGA**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica docente voluntário / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. PAULO JOSÉ AMARAL SERNI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. CLIVALDO DE OLIVEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD, Prof. Dr. FREDERIC CONRAD JANZEN (Participação Virtual) do(a) Departamento Acadêmico de Eletrônica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Ponta Grossa. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Jw -

Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR

RESUMO

Este trabalho estuda a modelagem matemática e a implementação de um controle SDRE para um manipulador robótico com três graus de liberdade operando em Planejamento de Trajetória e com componentes de fricção dependentes de carga. O principal objetivo deste estudo está na compreensão de como a carga submetida aos elos influi na capacidade do manipulador de operar em uma determinada trajetória. A verificação da eficiência do modelo proposto foi feita em duas etapas, inicialmente uma simulação numérica buscando ajustes no modelo para a segunda etapa que consiste no desenvolvimento de um modelo prático do manipulador. A partir da comparação entre os dois grupos de dados obtidos é possível traçar um modelo teórico mais próximo do experimental e buscar cada vez mais refinamento nas modelagens dinâmicas dos manipuladores robóticos.

Palavras-chave: Controle SDRE, manipulador, robôs, fricção, Planejamento de Trajetória.

ABSTRACT

This work studies the mathematical modeling and implementation of an SDRE control for a robotic manipulator with three degrees of freedom operating in Trajectory Planning and with load-dependent friction components. The main objective of this study is to understand how the load submitted to the links influences the manipulator's ability to operate in a given trajectory. The verification of the efficiency of the proposed model was carried out in two stages, initially a numerical simulation seeking adjustments in the model for the second stage, which consists of the development of a practical manipulator model. From the comparison between the two groups of data obtained, it is possible to draw a theoretical model that is closer to the experimental one and seek more and more refinement in the dynamic modeling of robotic manipulators.

Keywords: SDRE control, manipulators, robots, friction, Trajectory Planning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	- (a) Robô Rover Perseverance usado na exploração da superfície de Marte. (b) Robô cirurgico Versius Surgical Robotic System usado na operação de lesões na medula espinhal.....	19
Figura 1.2	- (a) Robô ABB SCARA modelo IRB 910SC. (b) Robô industrial ABB modelo IRB 6620.....	20
Figura 1.3	- Exemplo de Manipuladores robóticos: (a) Comparação entre articulações do braço humano e estrutura do manipulador. (b) Robô DELTA.....	21
Figura 1.4	- Representação digital do manipulador robótico objeto de estudo deste trabalho.....	22
Figura 1.5	- Versão final do protótipo do manipulador robótico.....	22
Figura 2.1	- Classificação dos tipos de juntas robóticas.....	26
Figura 2.2	- Padrão de eixos e coordenadas no método Denavit-Hartenberg.....	27
Figura 2.3	- Organização das variáveis de Denavith-Hartenberg.....	28
Figura 2.4	- Diagrama de blocos de um Sistema de espaço de estados.....	41
Figura 2.5	- Exemplo de redundância cinemática na movimentação de robôs manipuladores.....	46
Figura 2.6	- Exemplo de trajetória para posição, velocidade e aceleração usando Path Planning.....	47
Figura 2.7	- Sistema elétrico de um motor de corrente contínua.....	49
Figura 2.8	- Sistema mecânico de um motor de corrente contínua.....	50
Figura 2.9	- (a) Modelo de junta elástica com comportamento análogo a mola (b) Variação na posição do elo comparada a posição do atuador em juntas com componente elástica.....	51
Figura 2.10	- Conexão tipo Direct Drive em Drones.....	52
Figura 2.11	- Sistema de caixa de redução.....	53
Figura 2.12	- Modelos de fricção e suas componentes.....	54
Figura 2.13	- Deformação z dos bristles na superfície de dois corpos em movimento e surgimento da fricção em oposição ao movimento no sentido da velocidade.....	57
Figura 2.14	- Curva Stribeck e as principais componentes da fricção.....	60
Figura 2.15	- Divisão da curva de fricção em três seções para identificação dos parâmetros estáticos do Modelo LuGre.....	62
Figura 2.16	- Análise da fricção usando a Curva Stribeck a partir dos dados para ambos sentidos de rotação dos elos e aquisição de um conjunto de parâmetros.....	62
Figura 2.17	- Deformação dos Bristles dos corpos em movimento representados pela variável z , a diferença entre os bristles rígidos e os massless.....	63

Figura 2.18	- (a) Dados de PreSliding Displacement usando encoders de alta resolução. (b) Dados de PreSliding Displacement usando sensores capacitivos.....	65
Figura 2.19	- Torque curve comparison using experimental and simulated data for different values of σ_0	66
Figura 2.20	- Componentes da fricção de carga definidas para elos do sistema robótico.....	69
Figura 2.21	- Operação dos elos do robô em torno de uma posição desejada para aquisição dos parâmetros de fricção. (a) Robô modelo SIASUN 7-DOF. (b) Robô modelo ABB IRB 6620.....	70
Figura 2.22	- Curva Stribeck para fricção com dependência de carga: (a) Resultados para diferentes valores de carga. (b) Resultados para variações de carga, velocidade em função da posição do elo estudado.....	71
Figura 2.23	- Análise da influência da fricção de carga e suas componentes na fricção total do elo robótico.....	72
Figura 2.24	- Comparação entre o torque de fricção total e o torque de fricção dependente de carga.....	73
Figura 2.25	- Relação entre força gravitacional e torque do motor: (a) cenário onde as forças são opostas. (b) cenário onde a força gravitacional e torque do motor são somados.....	73
Figura 2.26	- Relação entre variação do torque de fricção com variação do torque de carga de um elo robótico.....	74
Figura 2.27	- Diagrama que ilustra a relação entre operação do elo robótico, a relação entre fricção e torque gravitacional.....	75
Figura 2.28	- Relação de torque de carga e torque de fricção.....	76
Figura 2.29	- Malha de controle com compensação de fricção usando malha de controle (a) Feedforward e (b) Feedback.....	77
Figura 2.30	- Malha de controle com compensação de fricção baseado em malha fechada via Feedforward.....	78
Figura 3.1	- (a) Encoder magnético modelo AS5145H e ímã em formato de pastilha de 6 mm por 2,5 mm diametralmente magnetizado. (b) Modelo AS5600.....	80
Figura 3.2	- Alinhamento entre CI e ímã para medição de posição.....	81
Figura 3.3	- Densidade de fluxo magnético para variações de distância entre CI e ímã.....	81
Figura 3.4	- Flange usada na conexão entre elo e motor CC.....	82
Figura 3.5	- Suporte do primeiro elo do robô: Suporte impresso em 3D (peça rosa) e fixação em metal (peça preta).....	83
Figura 3.6	- Projeto do primeiro elo do robô: Posição da flange e do ímã...	83
Figura 3.7	- Projeto do segundo elo: Encaixe do segundo atuador.....	84
Figura 3.8	- Projeto do primeiro elo usado para impressão em 3D.....	84
Figura 3.9	- Projeto do segundo elo usado para impressão em 3D.....	85

Figura 3.10	- Projeto do terceiro elo usado para impressão em 3D.....	85
Figura 3.11	- Análise da estrutura e adição de recuos.....	86
Figura 3.12	- Projeto do elo para estudo da fricção com dependência de carga.....	87
Figura 3.13	- : Projeto do suporte do sensor de posição.....	88
Figura 3.14	- Alinhamento entre o suporte do sensor de posição e elo do robô.....	88
Figura 3.15	- Modelos dos motores usados como atuadores: (a) Modelo AK280/0.63PF05R330SC e (b) Modelo AK555/11.1PF12R83CE-V2.....	89
Figura 3.16	- (a) H-Bridge BTS7960. (b) BTS7960 H-bridge block diagram..	89
Figura 3.17	- Transdutor de corrente modelo LEM LA-25NP.....	90
Figura 3.18	- Circuito de sensoriamento de corrente para um motor.....	91
Figura 3.19	- Circuito de sensoriamento de corrente para os três motores...	91
Figura 3.20	- (a) Arduino Mega 2560 V3. (b) STM32 767ZI Nucleo Board...	92
Figura 3.21	- Loop para aquisição dos dados para construção do modelo de fricção.....	94
Figura 3.22	- Loop de controle em malha fechada do sistema completo.....	94
Figura 3.23	- Subsistemas de loop de controle: (a) Aquisição dos dados do sensor de posição. (b) Cálculo das matrizes de estado. (c) Cálculo dos ganhos do controlador. (d) Acionamento dos Drivers dos atuadores. (e) Modelo de fricção.....	95
Figura 3.24	- Protótipo do manipulador robótico: Sistema completo.....	96
Figura 3.25	- Versão digital do projeto do protótipo do manipulador feito no software Fusion 360.....	96
Figura 3.26	- Protótipo do Sistema robótico: Seção superior.....	97
Figura 3.27	- Protótipo do Sistema robótico: Seção inferior.....	97
Figura 4.1	- Coordenadas e variáveis de Denavit-Hartenberg no robô usado neste trabalho.....	98
Figura 4.2	- Comparação entre modelos de motores CC: (a) modelo onde não é possível sensoriamento no eixo usando a parte posterior do motor e (b) modelo onde isso é possível pois há uma seção do eixo do motor exposto na parte posterior e possibilidade de fixação do sensor de posição.....	102
Figura 4.3	- Parâmetros de Inércia do primeiro elo.....	105
Figura 4.4	- Parâmetros de Inércia do segundo elo.....	105
Figura 4.5	- Parâmetros de Inércia do terceiro elo.....	106
Figura 4.6	- Parâmetros de Inércia do sistema completo.....	106
Figura 4.7	- Parâmetros de Inércia da primeira e segunda junta.....	107
Figura 4.8	- Parâmetros de Inércia do terceiro elo com presença de carga.....	107
Figura 4.9	- Comparação ilustrativa entre dois cenários de aplicação do controle SDRE para guiar um sistema de uma condição inicial A até uma condição final B: (a) aplicação de controle	113

	SDRE de forma direta e (b) controle SDRE para N segmentos compreendidos entre os pontos A e B.....	
Figura 4.10	- Comparação entre divisão da trajetória completa em $N = 10$ e $N = 100$ trajetórias intermediárias.....	114
Figura 4.11	- Comportamento do erro na trajetória para diferentes valores de subdivisões. Pseudocódigo para Trajectory Planning e controle SDRE.....	114
Figura 4.12	- Sistema onde é desenvolvido modelo matemático final do robô: Sistema completo e com carga aplicada ao último elo do robô...	119
Figura 4.13	- Sensores de posição dos elos elocados fora da estrutura do robô para permitir rotação em 360° do elos durante os testes de aquisição dos parâmetros de fricção.....	120
Figura 4.14	- Diferença entre posição relativa e posição absoluta na leitura dos elos.....	121
Figura 4.15	- Calibragem do sensor de posição dos elos para leituras do sensor de posição alocado fora do protótipo.....	122
Figura 4.16	- Comparação entre posição do encoder: (a) alocado na estrutura do robô. (b) alocado fora da estrutura do robô. (c) Acelerômetro modelo MPU-6050.....	122
Figura 4.17	- Comparação entre Curva Stribeck com dados do primeiro elo do robô operando em rotação contínua e entre as posições de $(115^\circ, 245^\circ)$...	123
Figura 4.18	- Comparação entre corrente de operação do motor com dados do primeiro elo do robô operando em rotação contínua e entre $(115^\circ, 245^\circ)$	124
Figura 4.19	- Setup experimental para aquisição dos dados do motor CC sem influência de nenhum elemento do robô usando o primeiro motor como exemplo.....	125
Figura 4.20	- Relação entre velocidade e corrente da primeira junta durante operação do perfil de velocidade completo.....	126
Figura 4.21	- Relação entre velocidade e corrente do motor da primeira junta com foco durante início do movimento.....	126
Figura 4.22	- Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 1.....	127
Figura 4.23	- Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 2.....	128
Figura 4.24	- Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 3.....	128
Figura 4.25	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro elo.....	129
Figura 4.26	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo elo.....	129

Figura 4.27	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro elo.....	130
Figura 4.28	- Elementos constitutivos dos graus de liberdade do manipulador para descrição da fricção dependente de velocidade: (a) primeiro grau de liberdade, (b) segundo grau de liberdade e (c) terceiro grau de liberdade.....	131
Figura 4.29	- Análise das componentes de torque de carga no primeiro elo.	132
Figura 4.30	- Posição de referência para definição dos parâmetros estáticos da fricção dos modelos dependente de velocidade e dependente de carga.....	133
Figura 4.31	- Curva Stribeck do primeiro grau de liberdade composto pelo sistema robótico completo.....	133
Figura 4.32	- Curva Stribeck do segundo grau de liberdade composto pelo segundo elo e terceira junta.....	134
Figura 4.33	- Curva Stribeck do terceiro grau de liberdade composto pela terceira junta.....	134
Figura 4.34	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro grau de liberdade do robô.....	135
Figura 4.35	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo grau de liberdade do robô.....	135
Figura 4.36	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro grau de liberdade do robô.....	136
Figura 4.37	- Massas e elo usado no experimento de fricção com dependência de carga.....	137
Figura 4.38	- Manipulador submetido a carga externa (a) sistema considerando carga no último elo (b) sistema sem considerar carga no último elo.....	138
Figura 4.39	- Curva Stribeck do primeiro grau de liberdade composto pelo sistema robótico completo: Resultados para fricção com dependência de carga.....	138
Figura 4.40	- Curva Stribeck do segundo grau de liberdade composto pelo segundo elo e terceira junta: Resultados para fricção com dependência de carga.....	139
Figura 4.41	- Curva Stribeck do terceiro grau de liberdade composto pela terceira junta: Resultados para fricção com dependência de carga.....	139
Figura 4.42	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.....	140
Figura 4.43	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.....	140

Figura 4.44	- Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.....	141
Figura 4.45	- Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 1, Elo 1 e Grau de Liberdade 1.....	142
Figura 4.46	- Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 2, Elo 2 e Grau de Liberdade 2.....	143
Figura 4.47	- Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 3, Elo 3 e Grau de Liberdade 3.....	143
Figura 4.48	- Malha de controle Feedforward usada na compensação de fricção.....	146
Figura 4.49	- Malha de controle Feedforward usada na compensação de fricção: (a) Fricção com dependência de velocidade e (b) com dependência de velocidade e carga.....	147
Figura 5.1	- Dados simulados correspondendo a posição dos elos do robô.....	149
Figura 5.2	- Dados simulados correspondendo a velocidade dos elos do robô.....	150
Figura 5.3	- Controle SDRE explorando a resposta máxima do controlador.....	153
Figura 5.4	- Controle SDRE balizado pela limitações dos atuadores usados no protótipo do manipulador robótico.....	153
Figura 5.5	- Polinômio de quinta ordem e suas derivadas primeiras e segunda.....	154
Figura 5.6	- Divisão da trajetória completa em $N = 100$ divisões internas usando Path Planning.....	155
Figura 5.7	- Definição de condição inicial e final para controle SDRE e Planejamento de Trajetória.....	155
Figura 5.8	- Controle SDRE em controle de posição e Planejamento de Trajetória.....	156
Figura 5.9	- Controle SDRE em controle de velocidade e Planejamento de Trajetória.....	156
Figura 5.10	- Erro no controle de posição usando controlador SDRE e Planejamento de Trajetória.....	157
Figura 5.11	- Erro no controle de velocidade usando controlador SDRE e Planejamento de Trajetória.....	157
Figura 5.12	- Curva Stribeck: Dados simulados.....	159
Figura 5.13	- Presliding displacement: Dados simulados.....	160
Figura 5.14	- Break-away force: Dados simulados.....	160
Figura 5.15	- Stick-slip motion: Dados simulados.....	161
Figura 5.16	- Simulações da Curva Stribeck para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.....	161

Figura 5.17	- Simulação do fenômeno Presliding displacement para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre	162
Figura 5.18	- Simulações de diferentes pontos de Break-away force para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre	162
Figura 5.19	- Simulações do fenômeno Stick-slip Motion para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.....	163
Figura 5.20	- Comparação da Curva Stribeck construída com os dados experimentais e simulados do primeiro elo do manipulador robótico.....	164
Figura 5.21	- Simulações do fenômeno Presliding displacement para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.....	164
Figura 5.22	- Simulações de diferentes pontos de Break-away force para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.....	165
Figura 5.23	- Simulações do fenômeno Stick-slip Motion para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.....	165
Figura 5.24	- Variação do torque de fricção a partir da variação do torque de carga.....	166
Figura 5.25	- (a) Componente do torque de fricção total. (b) Componente de fricção oriunda apenas da influência da carga.....	167
Figura 5.26	- (a) Parâmetros do motor CC modelo AK555/11.1PF12R83CE-V2. (b) Parâmetros do motor CC modelo AK280/0.63PF05R330SC.....	168
Figura 5.27	- Simulação do comportamento da fricção dependente de carga usando como base os parâmetros do motor CC AK555/11.1PF12R83CE-V2.....	168
Figura 5.28	- Simulação do comportamento da fricção dependente de carga usando como base os parâmetros do motor CC AK280/0.63PF05R330SC.....	168
Figura 5.29	- Comparação do controle SDRE de posição dos elos desconsiderando fricção, considerando dependência de velocidade e carga.....	170
Figura 5.30	- Comparação do controle SDRE de velocidade dos elos desconsiderando fricção, considerando dependência de velocidade e carga.....	170
Figura 5.31	- Erro no controle de posição para projetos sem fricção, fricção dependente de velocidade e dependente de carga e velocidade.....	171
Figura 5.32	- Erro no controle de velocidade para projetos sem fricção, fricção dependente de velocidade e dependente de carga e velocidade.....	171

Figura 5.33	- Comparação da posição dos elos quando aplicado controle SDRE com planejamento de trajetória para o sistema robótico submetido a fricção.....	172
Figura 5.34	- Comparação da velocidade dos elos quando aplicado controle SDRE com planejamento de trajetória para o sistema robótico submetido a fricção.....	173
Figura 5.35	- Erro na trajetória de posição dos elos para os diferentes projetos de controle, não considerando fricção e introduzindo dependência de velocidade e com seguida influência de carga.....	173
Figura 5.36	- Erro na trajetória de velocidade dos elos para os diferentes projetos de controle, não considerando fricção e introduzindo dependência de velocidade e com seguida influência de carga.....	174
Figura 5.37	- Variação dos ganhos do controlador SDRE para os três cenários estudados quando aplicado para setpoint de posição fixa.....	175
Figura 5.38	- Variação dos ganhos do controlador SDRE aplicado a planejamento de trajetória nos os três cenários estudado.....	176
Figura 6.1	- Leitura dos dados do sensor de posição usando protocolo SSI.....	178
Figura 6.2	- Leitura dos dados do sensor de posição usando protocolo I2C e registradores do sensor AS5600.....	178
Figura 6.3	- Diagrama de blocos para composição da posição e configuração dos registradores do sensor de posição AS5600.....	179
Figura 6.4	- Controle PID para monitoramento da velocidade de operação dos elos dentro do software LabView.....	180
Figura 6.5	Cálculo de velocidade dentro do software Simulink.....	180
Figura 6.6	Controle SDRE para posição dos elos usando Planejamento de Trajetória.....	181
Figura 6.7	Controle SDRE para velocidade dos elos usando Planejamento de Trajetória.....	182
Figura 6.8	Comportamento de posição e velocidade para aumento das divisões da trajetória.....	183
Figura 6.9	Comportamento de posição e velocidade para aumento das divisões da trajetória.....	184
Figura 6.10	Degradação na caixa de redução do motor CC do terceiro elo	184
Figura 6.11	Dados de velocidade e corrente no momento de falha crítica na caixa de redução do motor do elo 3.....	185

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	- Parâmetros de Denavit-Hartenberg.....	100
Tabela 4.2	- Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre para os motores CC.....	130
Tabela 4.3	- Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre dependente de velocidade.....	136
Tabela 4.4	- Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre com dependência de carga.....	141
Tabela 4.5	- Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre com dependência de carga para o sistema completo	145
Tabela 5.1	- Parâmetros usados na simulação do controle SDRE.....	152
Tabela 5.2	- Parâmetros de LuGre usados na simulação teórica da Curva de Stribeck.....	158
Tabela 5.3	- Parâmetros de LuGre usados na simulação teórica da Curva de Stribeck e variação do comportamento da fricção.....	159
Tabela 5.4	- Parâmetros de LuGre usados na simulação da Curva de Stribeck do primeiro elo do robô.....	163

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 ESTRUTURAS ROBÓTICAS	20
1.2 DESCRIÇÃO DA TESE E DO SISTEMA ROBÓTICO ESTUDADO	22
1.3 OBJETIVOS	23
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM ROBÓTICA, CONTROLE ÓTIMO E FRICÇÃO	25
2.1 CINEMÁTICA EM SISTEMAS ROBÓTICOS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	25
2.2 DINÂMICA DE EULER-LAGRANGE	29
2.3 DINÂMICA EM SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	30
2.4 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO EM ROBÓTICA	36
2.5 CONTROLE ÓTIMO	38
2.5.1 Representação por Espaço de Estados	39
2.5.2 Controle LQR	41
2.5.3 Controle SDRE	42
2.6 PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA E REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA	45
2.7 ATUADORES ROBÓTICOS: MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA	48
2.8 ACOPLAMENTO DOS MOTORES CC E ELOS ROBÓTICOS	50
2.9 FRICÇÃO EM SISTEMAS ROBÓTICOS	53
2.10 MODELO DE FRICÇÃO LUGRE	55
2.10 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO LUGRE	57
2.10.1 Aquisição dos Parâmetros Estáticos	60
2.10.2 Aquisição dos Parâmetros Dinâmicos	62
2.11 FRICÇÃO DE LUGRE COM DEPENDÊNCIA DE CARGA	67
2.12 ESTRATÉGIAS DE COMPENSAÇÃO DE FRICÇÃO	76
3 PROJETO DO PROTÓTIPO DO MANIPULADOR E HARDWARE USADO NA AQUISIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	79
3.1 SENSORES DE POSIÇÃO	79
3.2 PROJETO DOS ELOS, JUNTAS E ACOPLAMENTOS	82
3.3 SUPORTE DOS ENCODERS SENSORES DE POSIÇÃO	87
3.4 MOTORES CC USADOS NO PROTÓTIPO	88
3.5 CIRCUITO DE SENSORIAMENTO DE CORRENTE	90
3.6 HARDWARE PARA SISTEMA DE CONTROLE E AQUISIÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS	92

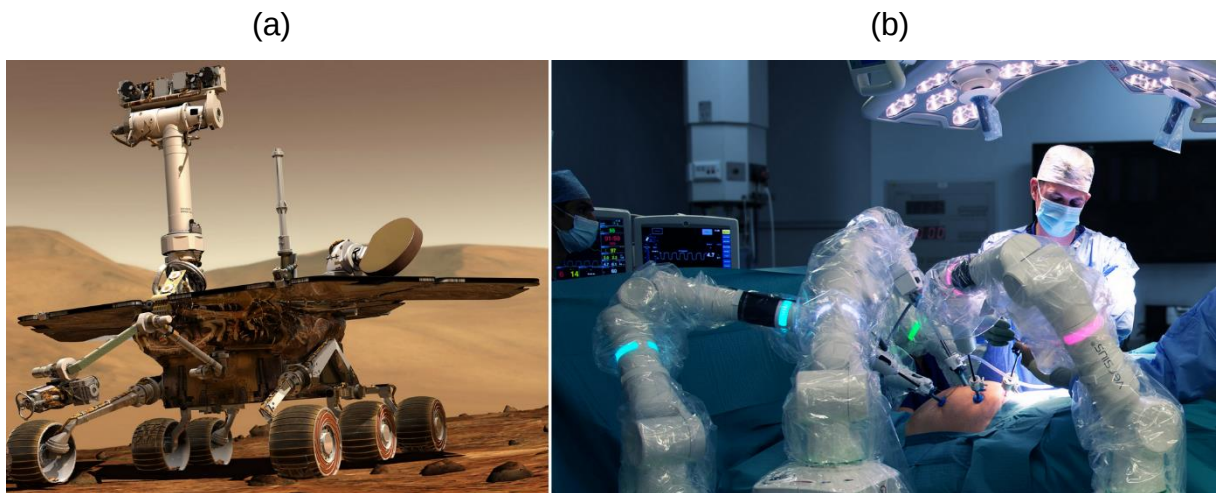
3.7 PROTÓTIPO COMPLETO DO MANIPULADOR ROBÓTICO	95
4 MODELO MATEMÁTICO DO MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE	98
4.1 MODELO CINEMÁTICO E DINÂMICO DO MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE	98
4.2 ACOPLAMENTO ENTRE MOTORES CC E ELOS ROBÓTICOS	101
4.3 PARÂMETROS DE INÉRCIA DO MANIPULADOR	103
4.3.1 Cálculo dos parâmetros de inércia via simulação numérica	104
4.4 REPRESENTAÇÃO POR ESPAÇO DE ESTADOS E CONTROLE SDRE	108
4.5 CONTROLE SDRE PARA PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA	111
4.6 MODELO DE FRICÇÃO LUGRE PARA MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE	115
4.6.1 Fricção com dependência de velocidade	115
4.6.2 Fricção com dependência de velocidade e carga	117
4.7 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE FRICÇÃO VIA EXPERIMENTAÇÃO	118
4.7.1 Análise dos dados experimentais de fricção	120
4.7.2 Parâmetros para fricção dos motores CC	124
4.7.3 Parâmetros do modelo de fricção dependente de velocidade	130
4.7.4 Parâmetros do modelo dependente de velocidade e carga	136
4.8 MODELO MATEMÁTICO FINAL DO MANIPULADOR ROBÓTICO	143
4.10 CONTROLE SDRE E COMPENSAÇÃO DE FRICÇÃO	146
5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	148
5.1 SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO	149
5.2 CONTROLE SDRE PARA POSIÇÃO FIXA DOS ELOS	151
5.3 SIMULAÇÃO DO CONTROLE SDRE COM PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA	154
5.4 SIMULAÇÃO DA FRICÇÃO USANDO MODELO LUGRE	158
5.4.1 Simulação com dependência de velocidade	158
5.4.2 Modelo com dependência de velocidade e carga	166
5.5 CONTROLE SDRE CONSIDERANDO COMPONENTE DE FRICÇÃO	169
5.5.1 Controle SDRE e Compensação de Fricção para posição fixa	169
5.5.2 Controle SDRE e Compensação de Fricção em Planejamento de trajetória	171
5.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	174
6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DO SISTEMA DE CONTROLE	177
6.1 LEITURA DOS SENSORES DE POSIÇÃO E CÁLCULO DE VELOCIDADE	177
6.2 CONTROLE SDRE, STM32 767ZI E SIMULINK	180

6.3 CONTROLE SDRE E PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA	181
6.3 ANÁLISE DO RESULTADOS EXPERIMENTAIS	182
7 CONCLUSÃO	186
REFERÊNCIAS	187

1 INTRODUÇÃO

A robótica é um vasto campo de estudo que se estende desde robôs móveis, como rovers e drones, até manipuladores feitos para tarefas de alta precisão, como ilustra a imagem 1.1.

Figura 1.1 – (a) Robô Rover Perseverance usado na exploração da superfície de Marte. (b) Robô cirúrgico Versius Surgical Robotic System usado na operação de lesões na medula espinhal.



Fonte: (a) NASA (2020). (b) Mageit (2022).

O uso da robótica na área da saúde como uma nova ferramenta em procedimentos já estabelecidos é um campo em crescimento (Morris, 2017). A cirurgia da coluna (Vadalà et al, 2020) e a correção do câncer (Cacciamani et al, 2019) são exemplos de cirurgias muito complicadas que são possíveis ou mais seguras devido à introdução da robótica. Young e Ferris (2017) mostraram que atualmente os exoesqueletos já são utilizados como auxílio a pessoas com limitações de mobilidade, sendo o modelo ReWalk um dos exemplos de tecnologia amplamente disponível para pacientes com lesões na coluna vertebral. De 1997 a 2014, o número de publicações sobre exoesqueletos cresceu consistentemente com um grande aumento desde 2010, o que é mais uma prova de que a robótica é uma opção real como tecnologia assistiva para as populações afetadas. Assim como os braços protéticos dos manipuladores robóticos, eles evoluíram imensamente, oferecendo opções como pulsos, mãos e pinças (Bajaj e Spiers, 2019).

Ao se tratar dos sistemas robóticos atuais, é necessário ressaltar que seu avanço está associado ao crescimento do sistema de controle moderno. Uma das partes mais importantes dentro dos sistemas de controle modernos é o controle ideal, pois a otimização fornecida por essa abordagem é um dos pontos mais desejáveis para os robôs. A maior parte do trabalho sobre Controle Ótimo em sistemas robóticos concentra-se na parte de Cálculo de Variações propondo algum problema extremo; como precisão máxima, caminho mínimo ou menor controle de ação. Isso leva a dois resultados principais, uma implementação experimental altamente difícil ou uma proposta muito avançada sem validação experimental.

A partir da definição da estrutura do robô e do método de controle utilizado, pode-se discutir uma série de componentes que influenciam seu desempenho, como os atuadores utilizados, atrito nas juntas, zonas mortas na ação de controle e muitos outros.

É dentro deste cenário de crescente aplicação de robôs que este trabalho contribui com o modelo matemático, simulação e experimento para um manipulador com três graus de liberdade com controle SDRE para geração de trajetória e fricção dependente de carga.

1.1 ESTRUTURAS ROBÓTICAS

A classificação robótica é um assunto bastante vasto e baseia-se na disposição estrutural ou na aplicação do robô, mas não apresenta um consenso teórico que permita distinguir e nomear as estruturas a partir de um grupo de critérios objetivos. Determinadas estruturas foram tornando-se referência e padronizadas a partir do volume de estudo dedicado ou pela sua presença comercial. O robô conhecido como SCARA, imagem 1.2 (a), foi um estrutura introduzida em 1978 por Hiroshi Makino da Universidade de Yamanashi, Japão, e desde então tornou-se uma referência. Por outro lado, as estruturas robóticas dedicadas para aplicações industriais como ilustra a imagem 1.2 (b) produzidas pela empresa ABB podem ser mecanicamente classificadas como manipuladores mas convencionou-se referênciá-las como Industrial Robots devido a sua aplicação. Em última instância, toda classificação robótica parte de um determinado referencial teórico que pode não ser compartilhado por todas as linhas teóricas.

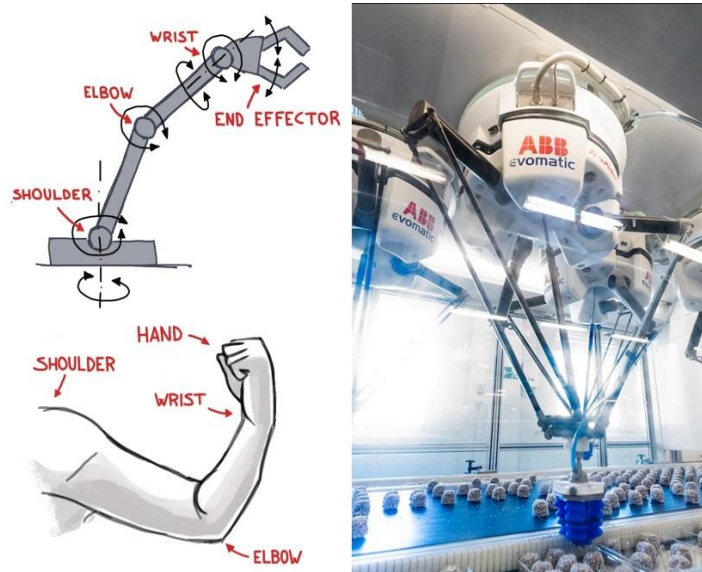
Trazendo o enfoque para as estruturas abordadas neste trabalho, os manipuladores robóticos além de serem fixos no espaço tem como função a manipulação de objetos. De maneira geral, eles são mecanicamente análogos às estruturas do braço humano como ilustra a imagem 1.3 (a), mas também podem assumir outras estruturas com nomenclaturas específicas desde que a função seja operar, mover ou manipular objetos no espaço como ilustra a imagem 1.3 (b).

Figura 1.2 – (a) Robô ABB SCARA modelo IRB 910SC. (b) Robô industrial ABB modelo IRB 6620.



Fonte: (a) ABB (2022, p. 10). (b) ABB (2022, p. 24).

Figura 1.3 – Exemplo de Manipuladores robóticos: (a) Comparação entre articulações do braço humano e estrutura do manipulador. (b) Robô DELTA.

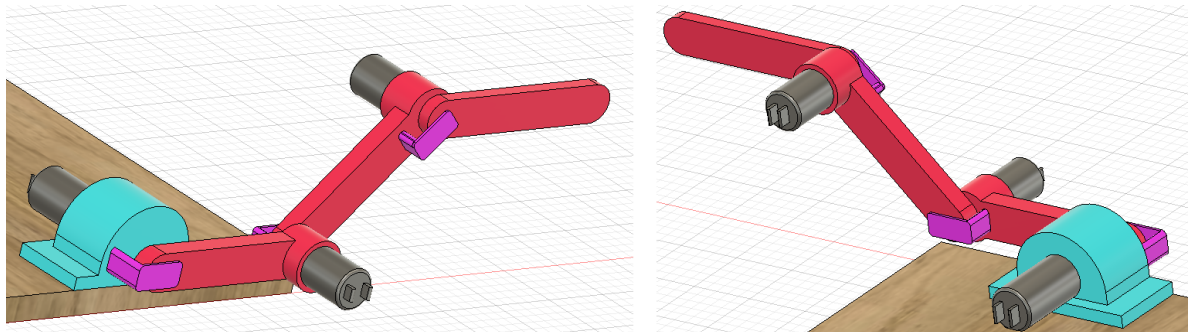


Fonte: (a) RobotShop (2017). (b) ABB (2020, p. 14).

1.2 DESCRIÇÃO DA TESE E DO SISTEMA ROBÓTICO ESTUDADO

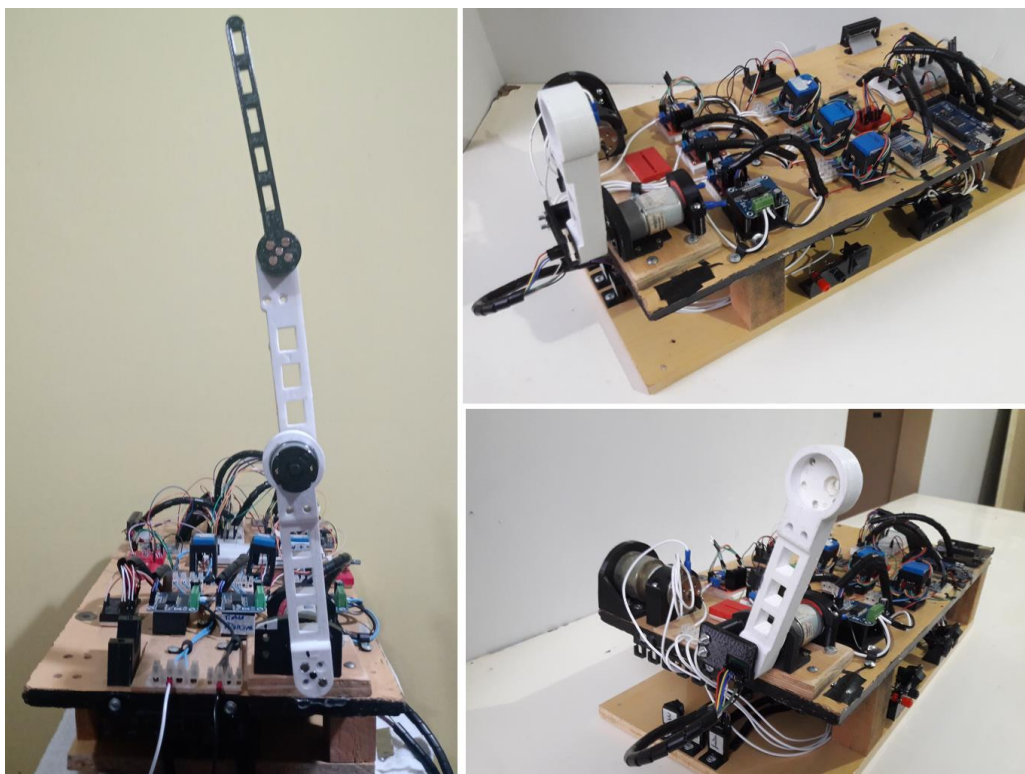
Este trabalho usou como objeto de estudo um sistema robótico do tipo manipulador com três graus de liberdade como ilustra o projeto 3D na imagem 1.4 e o protótipo final na imagem 1.5. Cada um dos três elos apresenta uma junta do tipo revolutivo permitindo movimento rotacional em um plano através da ação de atuadores do tipo motores CC.

Figura 1.4 – Representação digital do manipulador robótico objeto de estudo deste trabalho.



Fonte: Autoria própria.

Figura 1.5 – Versão final do protótipo do manipulador robótico.



Fonte: Autoria própria.

No capítulo 2 são apresentadas as bases teóricas para construção do modelo matemático do robô. Inicia-se pela descrição da cinemática e dinâmica baseada em Denavith-Hartenberg e Euler-Lagrange, a técnica de controle ótimo adotada, o planejamento de trajetória, os atuadores usados e como eles são acoplados a dinâmica do robô e concluindo com o modelo de fricção.

O projeto do protótipo do manipulador é apresentado no capítulo 3, os principais componentes usados e como foram projetadas as partes desenvolvidas especificamente para este projeto.

No capítulo 4 é apresentado o modelo matemático do manipulador completo apresentando separadamente cada uma das componentes apresentadas na seção anterior.

No capítulo 5 são apresentadas as simulações numéricas usando os softwares Maple, MATLAB, Simulink, LabView e SolidWorks buscando comprovação da efetividade dos modelos apresentados.

No capítulo 6 são discutidos e apresentados os resultados experimentais.

Finalmente na Conclusão são apresentados os principais resultados enfatizando a contribuição deste trabalho para o aprimoramento do estudo dos manipuladores robóticos e dos sistemas de controle.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho pode ser descrito como proposição de um modelo controle de um manipulador robótico com três graus de liberdade incluindo modelo de fricção dependente de carga utilizando método SDRE e Planejamento de trajetória. Os objetivos podem ser especificados como

- Modelagem do sistema dinâmico usando a cinemática de Denavith-Hartenberg e mecânica de Euler-Lagrange
- Projetar um sistema de controle capaz de monitorar velocidade e posição dos elos e atuadores do robô
- Utilizar uma técnica de Planejamento de Trajetória para solução da redundância cinemática e controle de posição dos elos
- Avaliar as proposições anteriores utilizando simulação numérica usando os softwares Maple, MATLAB, Simulink, LabView e SolidWorks

- Construir um protótipo do manipulador robótico com três graus de liberdade com atuadores do tipo Motores CC
- Adquirir dados experimentais do protótipo em testes de controle de posição e planejamento de trajetória
- Elaboração de um modelo de fricção capaz de representar os fenômenos observados nos dados experimentais com e sem influência de carga
- Incorporar o modelo de fricção na descrição dinâmica do robô testando experimentalmente a eficácia do modelo em controle de compensação de fricção e planejamento de trajetória com e sem influência de carga

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA EM ROBÓTICA, CONTROLE ÓTIMO E FRICÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as bases teóricas para desenvolvimento do modelo matemático dinâmico do manipulador robótico com três graus de liberdade. Em seguida é discutida a técnica de controle adotada, os motores CC usados como atuadores e como é possível incluí-los no modelo dinâmico do robô. O capítulo é concluído com a apresentação do modelo de fricção mecânica escolhido para inclusão no modelo do robô completo.

2.1 CINEMÁTICA EM SISTEMAS ROBÓTICOS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

A cinemática pode ser definida como o estudo do movimento de um corpo sem considerar a origem do movimento na sua descrição. Em robótica é possível tratar cinemática como a descrição da movimentação do robô sem considerar os mecanismos que originam o movimento, ou seja, descrever a movimentação do elo de um manipulador sem descrever os atuadores usados na condução dos movimentos.

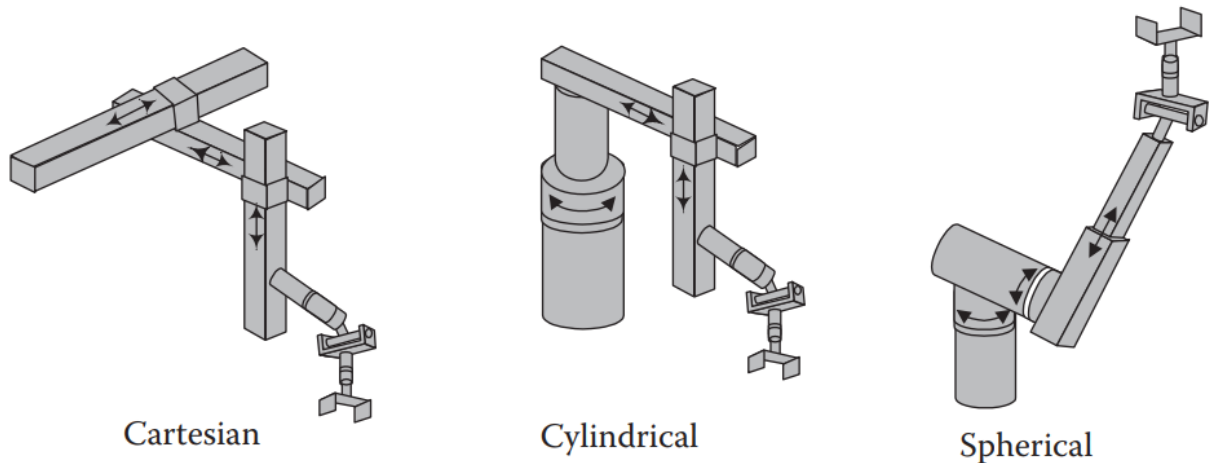
A descrição cinemática do movimento pode ser feita usando uma grande variedade de métodos, desde abordagens específicas da robótica como Denavit-Hartenberg e Kane Equations até geometria analítica e sistemas coordenados canônicos como cartesiano, polar e esférico.

Independente do método é possível seguir alguns pontos que tornam a escolha mais adequada para cada sistema robótico. Entender os eixos de movimentação do robô, usar um sistema coordenado que melhor os descreve e não escolher abordagens que enfatizam características ausente do robô são pontos que devem ser considerados na definição do método usado.

Há três tipos de juntas robóticas que englobam a imensa maioria dos sistemas, juntas esféricas, prismáticas e revolutivas. Sua classificação é baseada na possibilidade de direção e sentido de movimento permitido por ela como ilustra a imagem 2.1. Juntas esféricas são as mais complexas pois permitem movimentação em todos os sentidos e direções sendo balizadas apenas pelas limitações mecânicas da junta, o tipo prismático apresenta movimentação em apenas um eixo e revolutivas em dois eixos. Dado que neste trabalho o sistema robótico apresenta apenas juntas

revolutivas, deste ponto em diante serão abordados apenas os conceitos ligados a este tipo de junta.

Figura 2.1 – Classificação dos tipos de juntas robóticas.



Fonte: Niku (2011, p. 10).

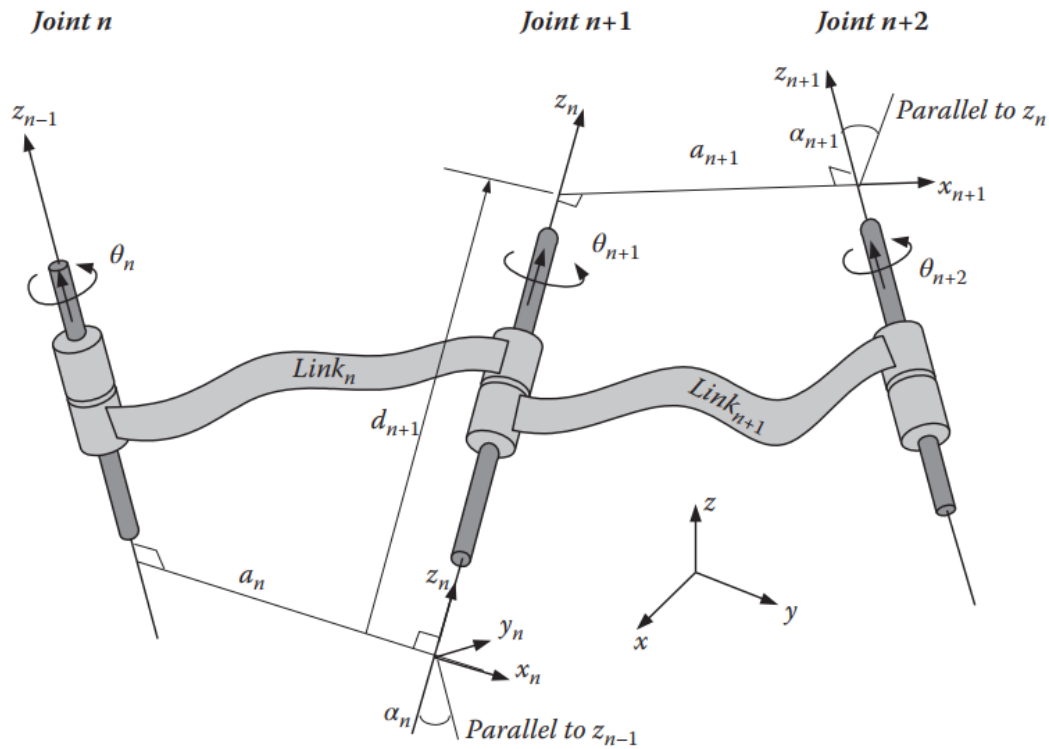
Quanto mais complexo for o robô, mais difícil é sua representação usando métodos analíticos analíticos, pois o número de cálculos de derivadas, somas e diferença de arcos tende a crescer tornando inviável a sua resolução e um método específico para robótica passa a ser mais aconselhável.

Assim, o método de Denavith-Harterg foi apresentado por Jacques Denavit e Richard Hartenberg em 1995 no ASMR Journal of Applied Mechanics e tem sido a principal referência na descrição robótico desde então. Sua popularidade é atribuída principalmente a vasta aplicabilidade podendo representar qualquer modelo robótico e sua abordagem matricial na descrição matemática torna a manipulação algébrica bastante direta (Lewis et al, 2004, p. 103). O método de Denavith-Harterg busca criar uma relação matemática entre dois elos sucessivos do robô através de uma matriz e a partir da combinação de todas as matrizes descrever a estrutura completa do robô.

O cálculo desta matriz inicia-se definindo um conjunto de eixos (x, y, z) para cada elo do robô como mostrado na imagem 2.2. O eixo z é adotado como aquele onde o elo apresentado movimento e seguindo a regra da mão direita para definir a posição de (x, y) . O índice do eixo z é definido subtraindo uma unidade do índice

atribuído para a junta deste eixo, ou seja, o eixo z é relativo a junta $n+1$ e o eixo z_{n-1} é relativo a junta n .

Figura 2.2 – Padrão de eixos e coordenadas no método Denavit-Hartenberger.



Fonte: Niku (2011, p. 180).

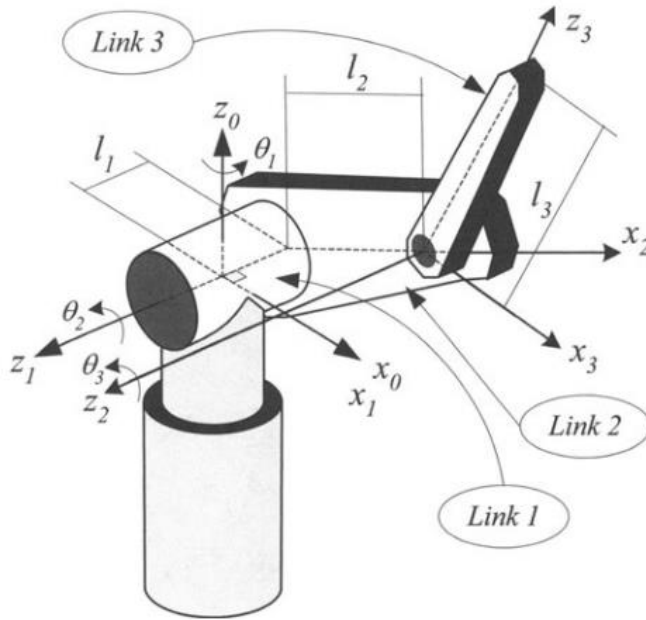
A partir de (x, y, z) são definidas quatro variáveis, a , d , θ and α . A variável a representa a distância entre dois eixos z sucessivos e d representa a distância entre dois eixos x sucessivos. A posição θ representa a rotação do eixo z e α o ângulo entre dois eixos z sucessivos. Estas variáveis são agrupadas em forma de uma tabela como ilustra a imagem 2.3.

A partir destas quatro variáveis e da posição dos eixos (x, y, z) , o método DH define a matriz de relação de um elo n e o elo anterior $n-1$ usando o conceito que um corpo pode ser retirado de um ponto A e colocado em um ponto B no espaço com até quatro operações matriciais, duas rotações em (x, y, z) e duas translações em

(x, y, z) . Em termos do robô estudado, dois elos podem ser sobrepostos usando estas quatro operações e o resultado matricial das operações representando a distância vetorial entre os seus eixos coordenados.

Ainda que para alguns casos seja possível sobrepor dois elos sucessivos com menos de quatro operações, é possível construir um operador genérico de movimentação, chamado ${}^{n-1}T_n$, aplicando estes quatro movimentos como mostrado nas equações 2.1 e 2.2.

Figura 2.3 – Organização das variáveis de Denavith-Hartenberg.



Frame No.	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90 deg	0	θ_1
2	l_2	0	l_1	θ_2
3	0	0	0	θ_3

Fonte: Jazar (2007, p. 205).

$${}^{n-1}T_n = Rot(z, \theta_{n+1}) \times Trans(0, 0, d_{n+1}) \times Trans(a_{n+1}, 0, 0) \times Rot(x, \theta_{n+1}) \quad (2.1)$$

$${}^{n-1}T_n = \begin{bmatrix} C\theta_{n+1} & -S\theta_{n+1} & 0 & 0 \\ S\theta_{n+1} & C\theta_{n+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{n+1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{n+1} & -S\alpha_{n+1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{n+1} & C\alpha_{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde $C\theta$ representa o cosseno do ângulo θ e $S\theta$ o seno do ângulo θ .

Assim, matematicamente as posições do elo n em relação ao elo anterior, $n-1$, passam a ser dadas pela matriz ${}^{n-1}T_n$. Uma forma comum de referir-se à ${}^{n-1}T_n$ é através de chamá-la de matriz A_n onde n refere-se ao elo que A representa, para o elo $n=1$ com 0T_1 há uma matriz de transformação A_1 que o representa.

$${}^nT_{n+1} = A_{n+1} = \begin{bmatrix} C\theta_{n+1} & -S\theta_{n+1}C\alpha_{n+1} & S\theta_{n+1}S\alpha_{n+1} & a_{n+1}C\theta_{n+1} \\ S\theta_{n+1} & C\theta_{n+1}C\alpha_{n+1} & -C\theta_{n+1}S\alpha_{n+1} & a_{n+1}S\theta_{n+1} \\ 0 & S\alpha_{n+1} & C\alpha_{n+1} & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A representação final da cinemática do robô completo com n elos é dada por 0T_n , onde 0T_n é a multiplicação de todas as matrizes de transformação A_n desde a matriz inicial relacionado a base do robô, $n=0$, com o primeiro elo, $n=1$, até os demais n elos como mostrado em 2.4

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^1T_2 \dots {}^{n-1}T_n = A_1 A_2 \dots A_n \quad (2.4)$$

2.2 DINÂMICA DE EULER-LAGRANGE

A dinâmica de Euler-Lagrange é baseada na diferença energética do sistema, ou seja, a diferença entre a energia cinética e energia potência

$$L_i = K_i - P_i \quad (2.4)$$

onde K_i representa a energia cinética e P_i a energia potência, ambos respectivos ao elo i .

O Lagrangeano é dado pela equação 2.5 onde é relacionada às forças conservativas e a diferença de energia do sistema

$$\tau_i = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L_i}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L_i}{\partial \theta_i} \quad (2.5)$$

Para cada um dos i elos do sistema robótico, haverá um equação 2.5 representado as entradas τ_i do sistema com o balanço energético representado pelo Lagrangeano L_i .

2.3 DINÂMICA EM SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Descrever a dinâmica de um sistema robótico pode ser entendido como relacionar a posição dos elos com os mecanismos responsáveis pelas forças de entrada, ou seja, relacionar matematicamente como uma variação da força de entrada altera a posição dos elos. Uma das formas de encontrar estas equações está em usar como base os assuntos tratados nas duas seções anteriores, método Denavit-Hartenberg fornecendo a cinemática e Euler-Lagrange o procedimento de cálculo da dinâmica partindo da cinemática.

Como discutido na seção anterior, a dinâmica de Euler Lagrange baseia-se na diferença entre a energia cinética e potencial. Tendo a energia cinética e a energia potencial dadas, respectivamente, por

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{1}{2} I_i \dot{\theta}_i^2 \quad (2.6)$$

$$P_i = m_i h_i g \quad (2.7)$$

onde m_i é a massa do corpo i , v_i é a velocidade linear, I_i a inércia, $\dot{\theta}_i$ a velocidade angular, h_i a altura do corpo em relação a origem do sistema e g a constante gravitacional; o cálculo das componentes energéticas de qualquer um dos i elos começa pela definição de um ponto r_i que pertence a este elo i .

O cálculo das componentes energéticas de qualquer um dos i elos começa pela definição de um ponto r_i que pertence a este elo i

$$r_i^T = [x_i \quad y_i \quad z_i \quad 1] \quad (2.8)$$

e o uso deste ponto para cálculo da velocidade e inércia usada na energia cinética e altura usada na energia potencial.

Dado que a matriz ${}^{i-1}A_i$ representa as coordenadas do elo i em relação ao frame $i-1$, a multiplicação deste ponto r_i pela respectiva matriz ${}^{i-1}A_i$ representa um ponto no elo i baseado nas coordenadas usadas na descrição cinemática

$$p_i = {}^{i-1}A_i r_i \quad (2.9)$$

A velocidade do ponto p_i pode ser encontrada pela derivada do produto entre as duas matrizes A_i e r_i . Derivando a matriz de posição A_i em relação à θ_i analiticamente como mostrado em 2.10, conclui-se como não há adendo de nenhuma componente e apenas variações de arcos seno em arcos cosseno ou inverso.

$$\frac{\partial A_n}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & a_n C\theta_n \\ S\theta_n & C\theta_n C\alpha_n & -C\theta_n S\alpha_n & a_n S\theta_n \\ 0 & S\alpha_n & C\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\theta_n & -C\theta_n C\alpha_n & C\theta_n S\alpha_n & -a_n S\theta_n \\ C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & a_n C\theta_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Este resultado indica que há uma matriz, chamada neste trabalho de matriz Q_i , que multiplica A_i e gera o resultado da derivada mostrada em 2.11 e 2.12.

$$\frac{\partial A_n}{\partial \theta_i} = Q_i \times A_i = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -S\theta_n & -C\theta_n C\alpha_n & C\theta_n S\alpha_n & -a_n S\theta_n \\ C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & a_n C\theta_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ao demonstrar que a matriz Q_i matriz é definida e constante, é possível usar a multiplicação matricial no cálculo das derivadas das posições dos elos. Expressando o cálculo da derivada da posição de forma generalizada, a variável U_{ij} representa a derivada da posição j em relação ao frame i .

Após demonstrar que a matriz Q_i é definida e constante é possível usar um processo multiplicativo para calcular a derivada da posição dos elos. Expressando esse cálculo de forma geral, uma variável U_{ij} representa a derivada da posição j em relação ao frame i

$$U_{ij} = \frac{\partial {}^0A_i}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (A_1 A_2 A_3 \dots A_j \dots A_i)}{\partial \theta_j} = A_1 A_2 \dots Q_j A_j \dots A_i \quad (2.13)$$

O mesmo processo pode ser empregado no cálculo da velocidade de mais de uma posição em relação a mais de um frame

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (A_1 A_2 A_3 \dots A_j \dots A_i)}{\partial \theta_j} = A_1 A_2 \dots Q_j A_j \dots Q_k A_k \dots A_i \quad (2.14)$$

Retornando a definição básica do cálculo de velocidade, a velocidade de um elo i é diretamente dependente de todos os elos anteriores sendo representada pela soma das velocidades dos elos anteriores como

$$v_i \frac{d}{dt} ({}^0A_i r_i) = \sum_{j=1}^i \left(\frac{\partial ({}^0A_i)}{\partial \theta_j} \frac{d\theta_j}{dt} \right) r_i = \sum_{j=1}^i \left(U_{ij} \frac{d\theta_j}{dt} \right) r_i \quad (2.15)$$

Calculando a energia cinética de um elemento com massa m a partir de

$$dK_i = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dm \quad (2.16)$$

e observando que o resultado da posição $(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$ deste elemento pode ser obtida pelo produto matricial de um vetor de posição destas componentes pelo seu transposto seguindo pelo cálculo do seu traço

$$v_i v_i^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i & \dot{y}_i & \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_i^2 & \dot{y}_i \dot{x}_i & \dot{z}_i \dot{x}_i \\ \dot{x}_i \dot{y}_i & \dot{y}_i^2 & \dot{z}_i \dot{y}_i \\ \dot{x}_i \dot{z}_i & \dot{y}_i \dot{z}_i & \dot{z}_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$Trace \begin{pmatrix} \dot{x}_i^2 & \dot{y}_i \dot{x}_i & \dot{z}_i \dot{x}_i \\ \dot{x}_i \dot{y}_i & \dot{y}_i^2 & \dot{z}_i \dot{y}_i \\ \dot{x}_i \dot{z}_i & \dot{y}_i \dot{z}_i & \dot{z}_i^2 \end{pmatrix} = \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2 \quad (2.18)$$

a energia cinética pode ser calculada usando os resultados de 2.19, 2.20 e 2.21

$$dK_i = \frac{1}{2} (v_i v_i^T) dm \quad (2.19)$$

$$v_i v_i^T = \left(\sum_{j=1}^i \left(U_{ij} \frac{d\theta_i}{dt} \right) r_i \right) \left(\sum_{j=1}^i \left(U_{ij} \frac{d\theta_i}{dt} \right) r_i \right)^T \quad (2.20)$$

$$dK_i = \frac{1}{2} Trace \left[\left(\sum_{p=1}^i \left(U_{ip} \frac{d\theta_p}{dt} \right) r_i \right) \left(\sum_{r=1}^i \left(U_{ir} \frac{d\theta_r}{dt} \right) r_i \right)^T \right] dm_i \quad (2.21)$$

Agrupando os dois somatórios e integrando a equação completa, tem-se

$$K_i = \frac{1}{2} Trace \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left(\int r_i r_i^T dm_i \right) U_{ip}^T \dot{\theta}_p \dot{\theta}_r \right] \quad (2.22)$$

A solução da integral de $r_i r_i^T$ em relação à m_i é dada por

$$\int r_i r_i^T dm_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & 1 \end{bmatrix} \int dm_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm_i & \int x_i y_i dm_i & \int x_i z_i dm_i & \int x_i dm_i \\ \int x_i y_i dm_i & \int y_i^2 dm_i & \int y_i z_i dm_i & \int y_i dm_i \\ \int x_i z_i dm_i & \int y_i z_i dm_i & \int z_i^2 dm_i & \int z_i dm_i \\ \int x_i dm_i & \int y_i dm_i & \int z_i dm_i & \int dm_i \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Resolvendo a integração de um dos elementos da matriz 4×4 2.23 obtém-se a matriz de pseudo-inércia expressa por 2.24.

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}) & I_{ixy} & I_{ixz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{ixy} & \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) & I_{iyz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{ixz} & I_{iyz} & \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}) & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

A energia cinética de um dos i elos é feita usando a relação 2.6, logo para o sistema robótico completo é dada pela soma de todos os n elos

$$K_i = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\text{Trace} \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left(\int r_i r_i^T dm_i \right) U_{ip}^T \dot{\theta}_p \dot{\theta}_r \right] \right) \quad (2.25)$$

Agrupando as componentes, isolando os somatórios e substituindo a matriz de inércia, o resultado final é dado por

$$K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \left(\text{Trace} \left[U_{ip} J_i U_{ip}^T \dot{\theta}_p \dot{\theta}_r \right] \right) \quad (2.26)$$

Seguindo a mesmo princípio da energia cinética, a energia potencial P é encontrada pela soma das componentes P_i dos i elos do manipulador

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \left[-m_i g^T \cdot ({}^0T_i \bar{r}_i) \right] \quad (2.27)$$

onde g^T é um vetor de componentes gravitacionais e $\bar{r}_i$ representa o vetor de centro de massa do elemento de massa do corpo i .

O Lagrangeano do sistema completo é dado pela diferença da componente cinética dos três elos mostrada em 2.26 e da componente potencial 2.27 como mostrado em 2.28.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \text{Trace}(U_{ip} J_i U_{ir}^T) \dot{\theta}_p \dot{\theta}_r - \sum_{i=1}^n \left[-m_i g^T \cdot ({}^0T_i \bar{r}_i) \right] \quad (2.28)$$

2.4 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO EM ROBÓTICA

Hammil (2015, p. 16) descreve a Equation of Motion do Sistema robótico como uma equação de aceleração com dependência da posição e da aceleração do sistema

$$\ddot{x} = \ddot{x}(x, \dot{x}, t) \quad (2.29)$$

Esta equação pode ser escrita na forma matricial como mostra 2.30 onde os termos são agrupados de acordo com a sua influência no comportamento dinâmico.

$$\tau_m = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2.30)$$

A matriz $M(\theta)$ é a matriz de inércia, $C(\dot{\theta}, \theta)$ a matriz de Coriolis e $G(\theta)$ a matriz de componentes gravitacionais (Gao, et al, 2017, p. 3028). Descrever a dinâmica desta forma torna possível analisar a influência dos fatores de forma isolada e permite adicionar componentes no modelo sem refazer a descrição matemática. Mais vantagens desta abordagem serão apresentadas nas seções seguintes quando foram discutidas as componentes de fricção e projeto de controle do robô.

A Equation of Motion usando Euler-Lagrange 2.5 é expressa por

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_j} = \sum_{i=j}^n \sum_{r=1}^i \text{Trace}(U_{ir} J_i U_{ij}^T) \dot{\theta}_r \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_j} = \sum_{i=j}^n \sum_{p=1}^j \sum_{r=1}^i \text{Trace}(U_{ipr} J_i U_{ij}^T) \dot{\theta}_r \dot{\theta}_p + \sum_{i=p}^n \left[m_i g^T (U_{ij} \bar{r}_i) \right] \quad (2.32)$$

Expandindo as componentes, a equação final é dada por

$$\tau_j = \sum_{i=j}^n \sum_{r=1}^i \text{Trace}(U_{ir} J_i U_{ij}^T) \dot{\theta}_r - \sum_{i=j}^n \sum_{p=1}^j \sum_{r=1}^i \text{Trace}(U_{ipr} J_i U_{ij}^T) \dot{\theta}_r \dot{\theta}_p + \sum_{i=p}^n \left[m_i g^T (U_{ij} \bar{r}_i) \right] \quad (2.33)$$

onde as componentes U_{ir} e U_{ij} são dadas por 2.13, U_{ipr} por 2.14 e J_i pela matriz de pseudo-inércia dada por 2.24.

Niku (2010, p. 133), Dentler (2008, p. 55) e Saramago e Steffen (1999, p. 4)

mostram como para um dos i elos do sistema a Equation of Motion é dada por

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} \ddot{\theta}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n D_{ijk} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k + D_i \quad (2.34)$$

onde

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^n \text{Trace}(U_{pj} J_p U_{pi}^T) \quad (2.35)$$

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^n \text{Trace}(U_{pj} J_p U_{pi}^T) \quad (2.36)$$

$$D_i = \sum_{p=i}^n - (m_p g^T U_{pi} \bar{r}_p) \quad (2.37)$$

2.5 CONTROLE ÓTIMO

Naidu (2003, p. 28) e Lewis (1992, p. 17) apontam como é possível traçar a passagem dos sistemas de controle Clássicos para Modernos a partir do momento em que os modelos MIMO e a análise usando domínio do tempo começaram a compor grande parte dos objetivos estudados. Os sistemas robóticos tiveram um papel fundamental neste cenário pois a sua característica não linear aliada a serem intrinsecamente sistemas MIMO e necessidade de análise no tempo foram exemplos de motivadores da criação de novos métodos de controle.

Um dos métodos mais bem estabelecidos de controle moderno são as técnicas de Controle Ótimo onde além de controlar o modelo é possível minimização ou maximização um critério de performance (Kirk, 1970, p. 11). Dentro da robótica isso é traduzido como

1. Haver um modelo matemático do sistema robótico
2. São conhecidas as condições de contorno de operação do robô
3. Um critério de performance especificado

Overshoot e setting time são exemplos de critérios clássicos, pois estão associados ao desempenho da resposta e não às variáveis do sistema ou a sua aplicação. Minimizar o gasto energético ou o erro da posição dos elos e maximizar a velocidade de operação da ferramenta do robô são exemplos de critérios de controle ótimo pois estão diretamente associados ao sistema e a sua aplicação.

A formulação do controle inicia-se partindo do pressuposto que há uma ação de controle u_x que corresponde a multiplicação de um ganho k_{ds} pelos $x(t)$ atuais estados do sistema fazendo com que os estados assumam valores desejados $x_d(t)$ após esta multiplicação.

$$u_c = -k_c x(t) \quad (2.38)$$

A particularidade das técnicas de controle esta abordagem em como compõem a matriz k_c de forma que o sistema seja controlado e atenda os parâmetros de desempenho desejados.

2.5.1 Representação por Espaço de Estados

O fato de sistemas robóticos serem do tipo MIMO requer uma representação que permita analisar as entradas e saídas de forma individual e não apenas focando em uma relação entrada-saída como métodos de transformação como Laplace e Z fazem.

A solução está na utilização da representação conhecida como Espaço de Estados onde o sistema é descrito de forma matricial expressando de forma direta suas várias entradas e saídas. Além da compatibilidade com as características do manipulador, o método de espaço de estados permite adição ou remoção de componentes do modelo sem necessidade de descrevê-lo matematicamente pois a organização matricial permite agir diretamente sobre a componente desejada mantendo os demais fatores inalterados, algo que será aprofundado nas seções seguintes (Dorf and Bishop, 2011, p. 162).

O primeiro passo é definir quais são as variáveis que representam matematicamente o modelo. Elas são chamadas de variáveis de estado e correspondem ao mínimo conjunto de variáveis permitem avaliar os valores futuros do sistema em $t > t_0$ a partir do conhecimento do seu modelo matemático e das condições iniciais em $t = t_0$.

Definido o conjunto de n variáveis de estado $x(t)_1, x(t)_2, \dots, x(t)_n$ é possível agrupar as equações diferenciais do modelo, equações 2.39 e 2.40, de forma matricial agrupando as componentes ligadas às r entradas $u(t)_1, u(t)_2, \dots, u(t)_r$ e as m saídas $y(t)_1, y(t)_2, \dots, y(t)_m$ como mostrado em 2.41 e 2.42.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m \\
\dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m \\
\dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m
\end{aligned} \tag{2.39}$$

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}
y_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n + d_{11}u_1 + \dots + d_{1m}u_m \\
y_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n + d_{21}u_1 + \dots + d_{2m}u_m \\
y_n &= c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots + c_{nm}x_n + d_{n1}u_1 + \dots + d_{nm}u_m
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & d_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & \dots & d_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

A forma padrão de referenciar o sistema é através de um sistema composto por duas equações diferenciais

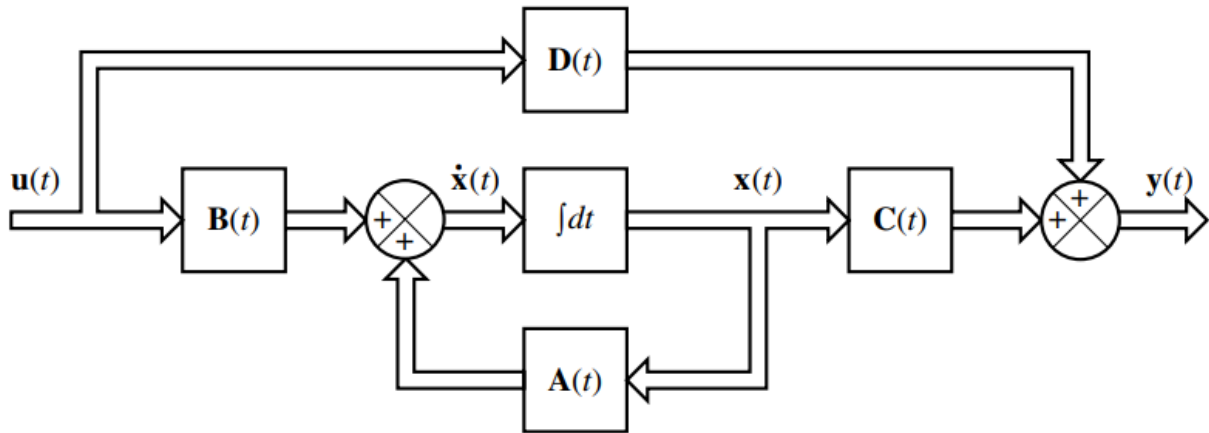
$$\dot{x} = A(x)x(t) + B(x)u(t) \tag{2.43}$$

$$y = Cx(t) + Du(t) \tag{2.44}$$

onde $A(x)$ é uma matriz quadrada $n \times n$ chamada de State Matrix, $B(x)$ é uma matriz $n \times m$ chamada de Input Matrix, C é uma matriz $q \times n$ chamada Output Matrix, D é uma matriz $q \times m$ chamada de Direct Transmission matrix, $x(t)$ é um vetor de estados e $u(t)$ é o sinal de controle (Dorf e Bishop, 2011, p. 164; Ogata, 2010, p. 31).

Visualmente o sistema pode ser disposto em forma de diagrama de blocos como ilustrado em 2.4.

Figura 2.4 – Diagrama de blocos de um Sistema de espaço de estados.



Fonte: Ogata (2011, p. 31).

2.5.2 Controle LQR

A técnica de controle ótimo conhecida como Regulador-Quadrático Linear é uma das técnicas de controle moderno usadas quando o objetivo do controle é minimizar ou maximizar a performance de um dos parâmetros do sistema. Para sistemas contínuos no tempo e com horizonte infinito para $t \rightarrow \infty$ esse processo é feito através de um funcional de custo J dado por

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.45)$$

onde Q é uma matriz simétrica positiva semi-definida também chamada de Error Weighted Matrix e R é uma matriz simétrica positiva definida também chamada de Control Weight Matrix (Naidu, 2000, p. 103; Ogata, 2010, p. 793).

Os valores atribuídos a Q e R são guiados pela necessidade de ação nos estados e entradas do sistema, respectivamente. Usando a matriz Q como exemplo,

os elementos da diagonal principal influenciam de forma direta os estados que eles estão associados. Ou seja, o elemento Q_{11} age sobre o primeiro estado do sistema, o elemento Q_{22} sobre o segundo estado e assim por diante. O mesmo processo é aplicado para a matriz R , mas desta vez sua ação é associada a entradas u_i e não aos estados. Os elementos fora da diagonal principal agem de forma mista. O primeiro número do índice do elemento Q_{ij} e R_{ij} age sobre um estado e o segundo número do índice sobre outro estado. Ou seja, o elemento Q_{13} age sobre o primeiro e terceiro estado do sistema e o elemento R_{23} age sobre a segunda e terceira entradas.

A matriz de ganho de controlador é dada por

$$k_c = R^{-1} (B^T P + N^T) \quad (2.46)$$

onde a matriz B é dada pela equação 2.40, R é a e P é dada pela solução da equação de Riccati em 2.46

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2.47)$$

2.5.3 Controle SDRE

Um dos maiores problemas emergentes da inovação e aumento de complexidade nos sistemas robóticos é a necessidade de trabalhar com sistemas não lineares. A presença de comportamento não linear torna a solução do controle e do próprio modelo robótico muito mais complexo pois exige maior capacidade computacional, técnicas e teorias específicas para estas aplicações já que a passagem de linear para não linear invalida o uso das técnicas lineares mais estabelecidas e comprovadas (Cloutier, 1997, p. 1). Ainda que haja diversas técnicas de controle para sistemas não lineares, a busca por métodos não baseados em

linearização levaram a popularização do método conhecido como State-Dependent Riccati Equation, ou SDRE.

O controle SDRE é um método derivado do Regulador Quadrático Linear, LQR, pois a partir da sua base teórica é aplicada uma aproximação local fornecendo uma estabilização e solução subótima para o problema minimizando um funcional de custo quadrático que permite condições de contorno não lineares para o problema (Durka et al, 2005, p. 8). Ou seja, o sistema não linear é linearizado para uma determinada região através de uma parametrização das matrizes de estados, a solução do controle é encontrada para esta região e o processo é repetido para a trajetória completa permitindo o controle.

Assim o uso do LQR como base do controle SDRE pode ser feito obedecendo critérios que permitam esta parametrização. O processo adotado pelo controle SDRE consiste na transformação do sistema não linear em um pseudo-linear através da representação State Dependent Coefficients, onde as matrizes de estado passam a ser diretamente dependentes dos estados do sistema representando as não linearidades do modelo (Kumar, Vinodh, E; Jerome, Jovitha; Raaja, 2014, p. 1900)

The State-Dependent Coefficients é um método de Extended Linearization onde um sistema

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.48)$$

pode ser expresso na forma de espaço de estados apresentado em 2.48 onde $f(x) = A(x)x$ e $g(x) = B(x)$ desde que $f(0) = 0$ e $f(x)$ é continuamente diferenciável (Kumar, Vinodh, E; Jerome, Jovitha; Raaja, 2014, p. 1900).

Naidu (2003, p. 28) corrobora a afirmativa que a escolha dos SDC não é única, sendo assim há critérios que permitem avaliar a sua escolha para o uso no controle SDRE. É necessário que as matrizes $A(x)$ e $C(x)$ sejam observáveis baseado no critério

$$O = [C \quad CA \quad C^2A \quad \dots \quad CA^n]^T \quad (2.49)$$

e que $A(x)$ e $B(x)$ sejam controláveis baseado no critério

$$M = \begin{bmatrix} B & BA & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Após definir os SDC e verificar os critérios acima, o procedimento para implementação do controle SDRE pode ser descrito em 8 passos:

- Passo 1: Avaliar os valores das matrizes SDC definindo os valores de $A(x)_n$, $B(x)_n$ e $C(x)_n$;
- Passo 2: Definir se o sistema encontrado é considerado controlável baseado no critério M_n mostrado em 2.51;

$$M_n = [B_n \quad B_n A_n \quad A_n^2 B_n \quad \dots \quad A_n^{n-1} B_n] \quad (2.51)$$

- Passo 3: Definir os valores de Q e R;
- Passo 4: Solucionar a equação de Riccati 2.48 encontrando o valor de $P(x)$

$$A(x_n)^T P(x)_{n+1} + P(x)_{n+1} A(x_n) - P(x) B(x_n) R^{-1} B(x_n)^T P(x)_{n+1} + Q = 0 \quad (2.48)$$

- Passo 5: Encontrar o ganho do controlador e compor a ação do controlador

$$u(t)_n = R_n^{-1} B(x_n)^T P(x)_n x(t)_n \quad (2.52)$$

- Passo 6: Aplicar o ganho do controlador no sistema;
- Passo 7: Após à ação do controle, recalcular os valores de $A(x)_n$, $B(x)_n$ e $C(x)_n$ achando novo valores agora nomeados de $A(x)_{n+1}$, $B(x)_{n+1}$ e $C(x)_{n+1}$;

- Passo 8: Verificar se os novos valores de $A(x)_{n+1}$, $B(x)_{n+1}$ e $C(x)_{n+1}$ passam no critério de controlabilidade 2.51;
- Passo 7.A Caso não $A(x)_{n+1}$, $B(x)_{n+1}$ e $C(x)_{n+1}$ não sejam controláveis:
 - Usar os valores anteriores de $A(x)_{n+1}$, $B(x)_{n+1}$ e $C(x)_{n+1}$;
- Passo 7.B: Caso o critério seja atendido, voltar ao passo 1 e repetir o processo de cálculo do controle.

2.6 PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA E REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA

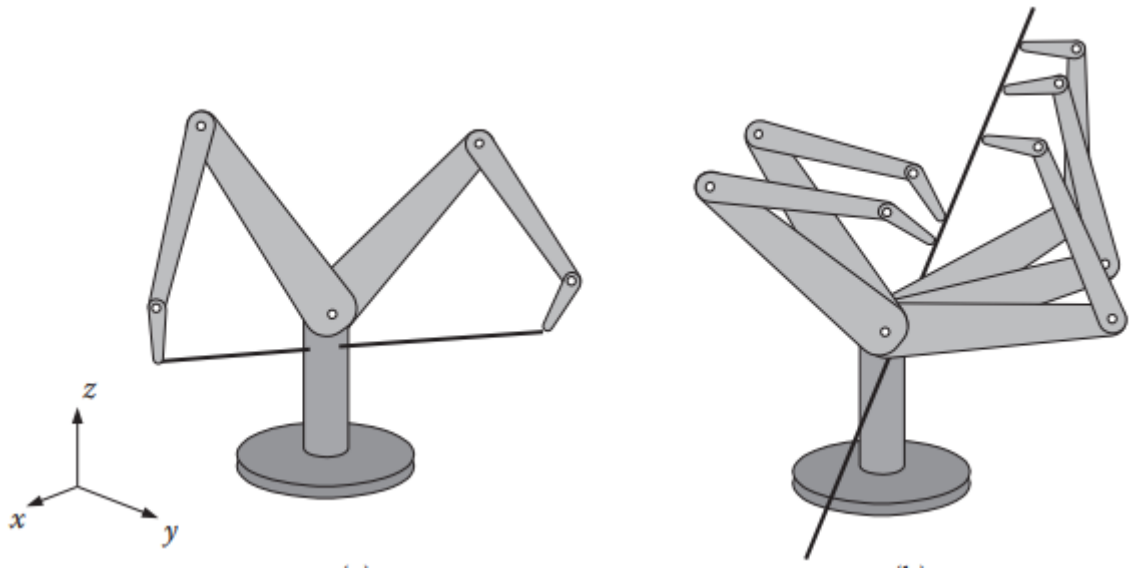
O desenvolvimento do sistema de controle para os elos do manipulador pode gerar a ideia que isso é suficiente para colocá-lo para teste em aplicações práticas ou simulação numérica. No entanto, ainda há um ponto que requer atenção no projeto, a redundância cinemática.

Quando o sistema de controle impõe uma posição final para o robô pode surgir a possibilidade de atingir este ponto por mais de um caminho, ou seja, haver uma redundância na forma como as partes do robô podem ir de um ponto inicial até o final como ilustrado na imagem 2.5.

A solução deste problema é um assunto bastante abordado na robótica, no entanto há uma abordagem que além de solucionar este problema também cumpre o papel de aplicação prática para análise do modelo.

Motion planning é um campo de estudos responsável por descrever a movimentação de objetos de um ponto de origem até um ponto desejado (Spong, 2004, p. 154). Dentro da robótica há uma distinção necessária, a diferença entre Path and Trajectory Planning. Niku (2011, p. 178) define como Path um conjunto de posições compreendidas entre dois pontos e como Trajectory a descrição deste conjunto de posições considerando o intervalo de tempo entre elas. Siciliano et al (2009, p. 162) enfatiza a importância de tratar esta distinção de forma correta pois um sistema operando em Path Planning tem características mais distintas do operando em Trajectory Planning.

Figure 2.5 – Exemplo de redundância cinemática na movimentação de robôs manipuladores.



Fonte: Niku (2011, p. 31).

A mesma dualidade apresentada para a cinemática direta e inversa pode ser observada no planejamento de trajetória onde é possível definir o caminho usando as variáveis do espaço ou as variáveis das juntas do robô. O primeiro caso é denominado de Cartesian-Space e o segundo Joint-Space. Aplicações onde o foco está na ferramenta do robô ou nas posições do espaço como em robôs móveis o método de Cartesian-Space são mais indicados e casos como o deste trabalho onde o interesse está no comportamento das juntas individualmente e como isso compõem o movimento do sistema completo o mais indicado está no uso do Joint-Space (Fu et al, 1987, p. 152).

Um dos métodos mais utilizados na construção de trajetória em Joint-Space é o método polinomial pois é de fácil manipulação matemática, não precisar ser calculado em tempo real durante a operação e é um método aplicável a qualquer sistema robótico.

O método consiste em utilizar um polinômio de ordem superior representando a posição dos elos e ao derivá-lo pode-se gerar dados de velocidades e acelerações. A equação 2.53 a 2.55 mostra um exemplo com polinômio de quinta ordem, sua derivada primeira representando velocidade e a derivada segundo aceleração.

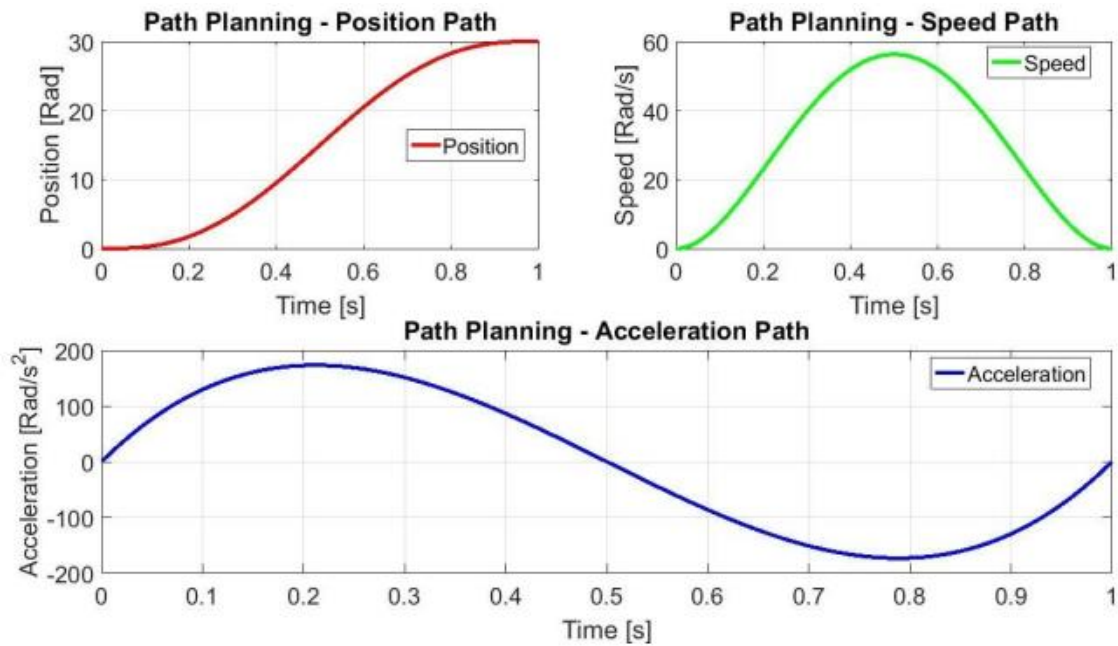
$$\theta(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5 \quad (2.53)$$

$$\dot{\theta}(t) = c_1 + 2c_2t + 3c_3t^2 + 4c_4t^3 + 5c_5t^4 \quad (2.54)$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2c_2 + 6c_3t + 12c_4t^2 + 20c_5t^3 \quad (2.55)$$

O processo de cálculo da trajetória começa com a definição das condições iniciais e finais de tempo t_i e t_f , posição θ_i e θ_f , velocidade $\dot{\theta}_i$ e $\dot{\theta}_f$ e aceleração $\ddot{\theta}_i$ e $\ddot{\theta}_f$. Com estas condições os coeficientes c_0 a c_5 mostrados em 2.56 to 2.61 são calculados gerando as trajetórias exemplificadas na image 2.6

Figura 2.6 – Exemplo de trajetória para posição, velocidade e aceleração.



Fonte: Autoria própria.

$$c_{i5} = \frac{t_f \left[(\ddot{\theta}_{final} - \ddot{\theta}_{initial}) t_f - 6(\dot{\theta}_{final} - \dot{\theta}_{initial}) + 12(\theta_{final} - \theta_{initial}) \right]}{2t_f^5} \quad (2.56)$$

$$c_{i4} = \frac{t_f \left[16\ddot{\theta}_{final} + 14\ddot{\theta}_{initial} + (3\dot{\theta}_{final} - 2\dot{\theta}_{initial})t_f + 30(\theta_{final} - \theta_{initial}) \right]}{2t_f^5} \quad (2.57)$$

$$c_{i3} = \frac{t_f \left[(\ddot{\theta}_{final} - 3\ddot{\theta}_{initial})t_f - 4(\dot{\theta}_{final} - \dot{\theta}_{initial}) + 20(\theta_{final} - \theta_{initial}) \right]}{2t_f^3} \quad (2.58)$$

$$c_{i2} = \frac{\ddot{\theta}_{initial}}{2} \quad (2.59)$$

$$c_{i1} = \dot{\theta}_{initial} \quad (2.60)$$

$$c_{i0} = \theta_{initial} \quad (2.61)$$

2.7 ATUADORES ROBÓTICOS: MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA

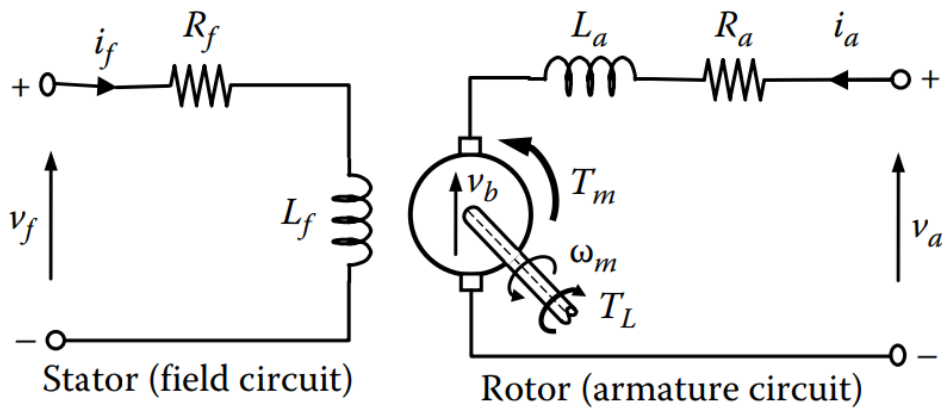
Há três categorias de atuadores que são usadas na grande maioria dos robôs, os hidráulicos, pneumáticos e elétricos e baseado nas principais necessidades do sistema é possível indicar qual a melhor escolha. A opção pelo uso de motores elétricos na maioria dos robôs está na maior precisão destes modelos, a não necessidade de aplicação de grandes torques altos na aplicação e disponibilidade comercial de modelos permitindo a escolha daqueles que melhor atendem os requisitos deste trabalho.

O motor elétrico funciona baseado na interação entre dois campos magnéticos, um na parte fixa do corpo do motor e outro no eixo móvel do motor. A diferença nos tipos de motores está em qual tipo de corrente é usada para acionar estes campos e a forma como estes dois campos integram entre si. Os modelos conhecidos como PMDC, Permanent Magnet Direct Current, são bastante populares em aplicações robóticas pois o campo do estator é gerado via ímãs permanentes deixando apenas o campo do rotor como entrada para controle do movimento.

O modelo matemático do motor é constituído por duas partes, uma descrevendo a mecânica e outra o sistema elétrico. O sistema elétrico é descrito usando a Lei de Kirchhoff no circuito da armadura do motor como a imagem 2.7 ilustra e a equação 2.62 o descreve matematicamente.

$$V_{in} - R_a I_a - L_a \frac{di_a}{dt} - V_{BEMF} = 0 \quad (2.62)$$

Figura 2.7 – Sistema elétrico de um motor de corrente contínua.



Fonte: Clarence (2016, p. 664).

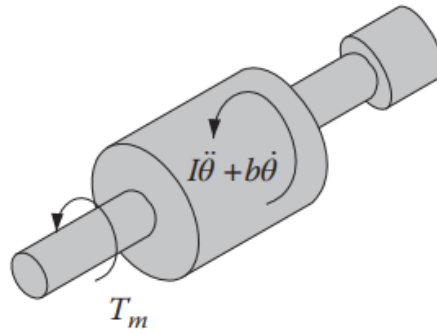
onde V_{in} é a tensão de entrada, R_a a resistência de armadura, i_a a corrente de armadura, L_a a indutância de armadura e V_{BEMF} a força contraeletromotriz.

O sistema mecânico ilustrado na imagem 2.8 é descrito usando o balanço de forças no rotor baseado na segunda lei de Newton resultando em

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k_t i \quad (2.63)$$

onde J é a inércia do rotor, θ a posição angular, b a constante de atrito viscoso, k_t a constante de torque and i a corrente de armadura.

Figura 2.8 – Sistema mecânico de um motor de corrente contínua.



Fonte: Niku (2011, p. 145).

2.8 ACOPLAMENTO DOS MOTORES CC E ELOS ROBÓTICOS

Com a descrição dinâmica do manipulador, o modelo mecânico e elétrico dos atuadores o próximo passo é relacionar os três sistemas criando a formulação dinâmica do sistema completo, expressando a correlação direta entre a entrada do sistema, a tensão aplicada na armadura do motor, com a posição do elo do robô, a principal saída do sistema.

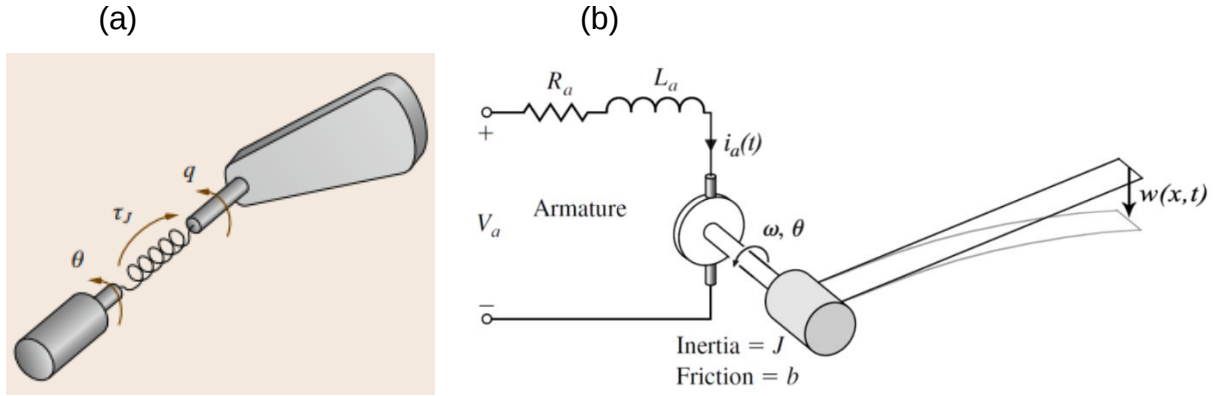
Nomeia-se de junta esta parte do sistema robótico onde estão contidos o atuador, elo e a forma de acoplamento e Drive System o conjunto completo responsável pelo movimento. Além da dinâmica dos dois primeiros componentes, dois pontos são fundamentais na descrição da forma de acoplamento, sua rigidez e se é feito direta ou indiretamente.

Não apenas nos sistemas onde o objetivo é estudar ou introduzir flexibilidade, é preciso ter a possibilidade de representar e parametrizar este fenômeno no modelo robótico pois esse fenômeno é observado em algum grau em todo sistema mecânico. A consequência prática da flexibilidade é um atraso entre o movimento imposto pelo atuador e a transferência dele para o elo. Essa diferença pode ser descrita como o comportamento de uma mola, como ilustrado pela imagem 2.9, onde uma constante rigidez K relaciona a diferença das duas posições $\theta_{actuator}$ e θ_{load}

$$K(\theta_{actuator} - \theta_{load}) \quad (2.64)$$

onde θ_i é a posição do eixo do motor e θ_f a posição do elo.

Figura 2.9 – (a) Modelo de junta elástica com comportamento análogo a mola (b) Variação na posição do elo comparada a posição do atuador em juntas com componente elástica



Fonte: (a) De Luca (2002, p. 14). (b) Foldager et al (2015, p. 3)

Introduzindo esta nova componente flexibilidade no modelo dinâmico do atuador mostrado em 2.30 tem-se

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + K(\theta_{actuator} - \theta_{load}) = \tau_{in} - \tau_f \quad (2.65)$$

e introduzindo esta componente no modelo dinâmico da estrutura mecânica do atuador mostrada em 2.63 tem-se

$$J\ddot{\theta} + b_m\dot{\theta} + K(\theta_{actuator} - \theta_{load}) = \tau_{in} \quad (2.66)$$

A parametrização deste comportamento também é possível para casos onde a ligação é rígida e De Luca and Farina (2002, p. 2437) apontam como ele pode ser reescrito ao considerar que junta é completamente rígida e o delta em 2.64 é nulo

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \theta_{load} = \theta_{actuator} \quad (2.67)$$

$$[M(\theta) + J]\ddot{\theta} + [C(\theta, \dot{\theta}) + b_m]\dot{\theta} + G(\theta) = \tau_{in} - \tau_f \quad (2.68)$$

O segundo ponto é a forma como o acoplamento é feito, de forma direta ou indireta. A forma direta de conexão, também chamada de Direct Drive, tem o eixo do atuador ligado diretamente ao elo fazendo com que todo movimento seja transferido integralmente e imediatamente. Hélices de drones ligados a motores BLDC são exemplos de sistemas com esta configuração.

No segundo caso há o uso de alguma componente mecânica que altera a proporção da transferência do movimento fazendo com que para cada uma unidade de alteração de posição do eixo do motor haja uma alteração maior ou menor que essa unidade no elo. Caixas de redução, Planetary Gear, sistemas de polias e Harmonic Drive são exemplos de acoplamentos indiretos como ilustra a imagem 2.10. Matematicamente isso é expresso pela posição do eixo do motor ser igual a um fator n que multiplica a posição do elo

$$\theta_e = n\theta_{sd} \quad (2.69)$$

Figura 2.10 – Conexão tipo Direct Drive em Drones



Fonte: Yen et al (2019, p. 6).

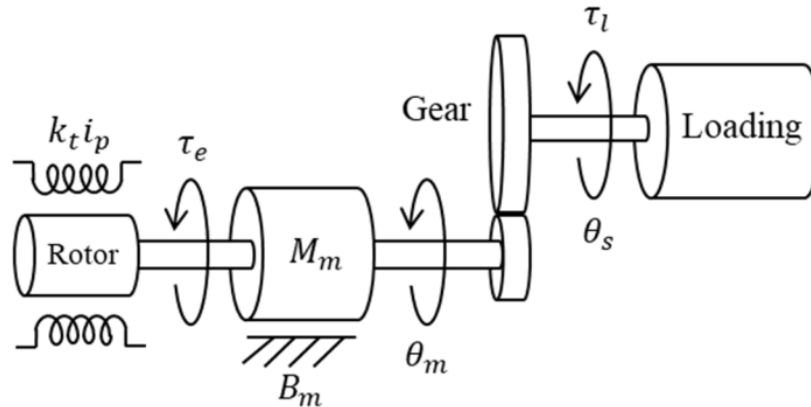
Ainda que o sistema seja composto por uma série de polias ou gears, é possível resumir a relação completa expressando apenas a proporção final $1:n$ onde n corresponde a relação final, para variação de 1 unidade de posição do eixo do motor

haverão n unidades de variação no elo. A obtenção do valor n é um assunto que foge do escopo deste trabalho e não será aprofundado, no entanto algumas considerações podem ser feitas sobre o impacto desta relação nas demais variáveis do modelo robóticos, como inércia e load inertia. Esta configuração de conexão é expressa matematicamente usando as equações 2.62 e 2.63 como base, resultando nas equações elétrica e mecânica dadas, respectivamente, por

$$J\left(\frac{1}{r}\right)\ddot{\theta}_m + b\left(\frac{1}{r}\right)\dot{\theta} = k_t i \quad (2.70)$$

$$V_{in} - R_a I_a - L_a \frac{di_a}{dt} - V_{BEMF} = 0 \quad (2.71)$$

Figura 2.11 – Sistema de caixa de redução.



Fonte Yen et al (2019, p. 6).

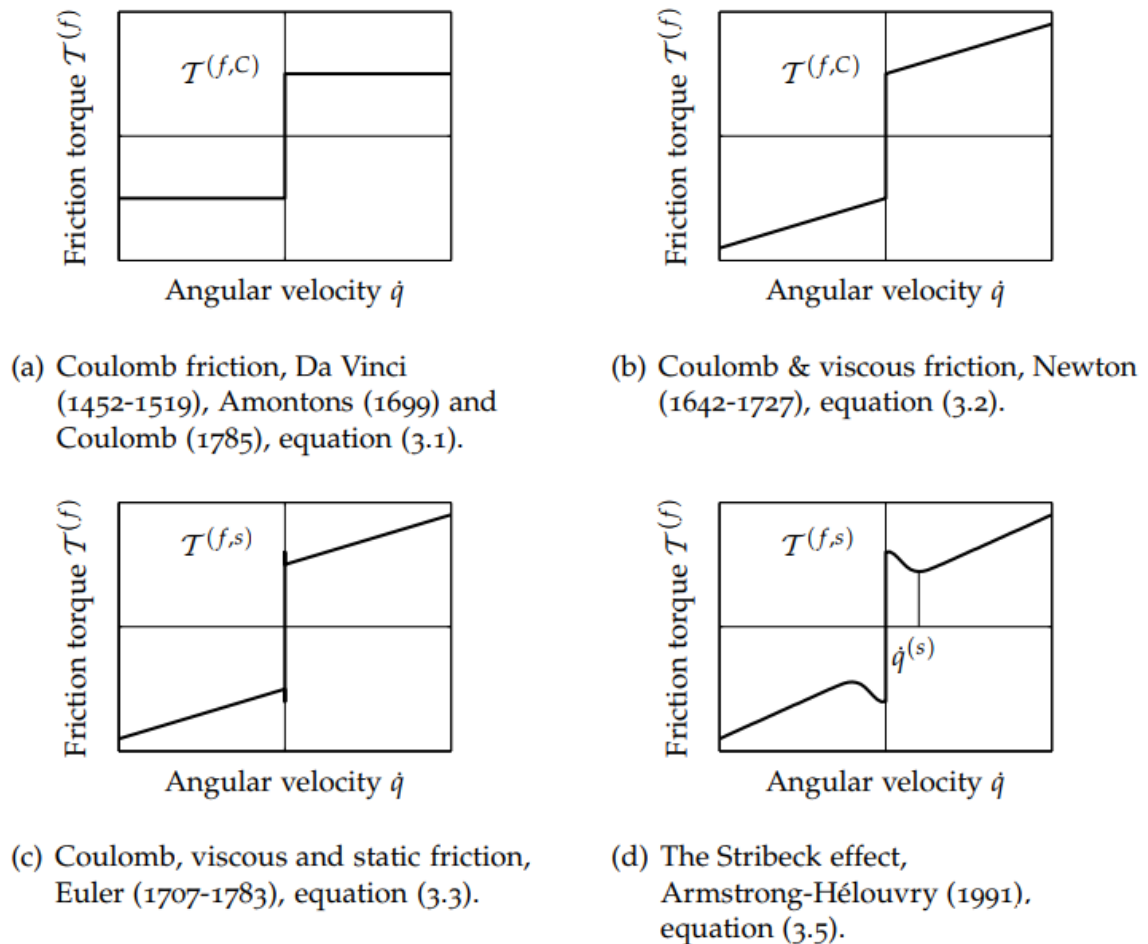
2.9 FRICÇÃO EM SISTEMAS ROBÓTICOS

O sistema robótico descrito até o momento pode ser visto como a base para o estudo proposto neste trabalho, a influência da fricção no controle de elos robóticos quando sujeitos a cargas externas ao robô.

Radzevich (2018, p. 2), Blau (2008, p. 10) e Sambursky (1962, p. 90) apontam como o estudo da fricção pode ser dividido em quatro grandes momentos como ilustra a imagem 2.12. Ainda que seja possível encontrar no século IV A.C. análises do mundo físico a partir de Aristóteles, é no século XV D.C. com figuras como Da Vinci,

Newton e Hooke que surgem as primeiras noções formais de forças que são contrárias ao movimento e como compreendê-las. No século XVII tem-se o segundo momento pois através de Coulomb a compreensão da origem da fricção tem avanço ao considerar que a força não tem unicidade de comportamento e pode-se analisá-la contextualmente. O terceiro momento é marcado pela compreensão que o fenômeno pode ser avaliado a partir de componentes e não apenas como uma força oposta ao movimento. Os avanços atuais compreendem o quarto momento onde os dados experimentais passam a ter um papel fundamental na descrição do fenômeno.

Figura 2.12 – Modelos de fricção e suas componentes.



Fonte: Waibier (2007, p. 28).

Se por um lado o avanço dos estudos permite maior precisão na descrição do fenômeno, por outro é necessária uma compreensão global dos modelos propostos para que haja uma compatibilidade entre a proposta do modelo e os fenômenos observados no objeto estudado. Enquanto robôs móveis têm grande influência da

componente de Coulomb devido a grandes variações de velocidade, a componente de Viscous Friction não é tão proeminente. O cenário oposto é observado em manipuladores robóticos industriais de grande porte devido a constante reposição de lubrificação nas juntas e operação em velocidades menores e constantes (Muvengei, Kihui e Ikua, 2012, p. 4; Marques et al (2016, p. 4).

A obtenção de dados experimentais tornou-se indispensável nos estudos modernos pois o grande número de fenômenos que compõem o perfil final da força de fricção faz com que descrevê-la analiticamente seja um processo complexo dependente da geometria das superfícies em contato, temperatura, material, lubrificantes e muitos destes fatores não podem ser mensurados ou descritos matematicamente quando tratados como um sistema conjunto. Ao lançar mão da abordagem experimental todos estes fatores são adicionados no modelo matemático através de um processo análogo ao de modelagem de Caixa Preta onde o foco está na relação entre entradas e saídas, e não em uma descrição precisa como isso ocorre dentro do sistema.

Além de unir a modelagem matemática com dados experimentais, a abordagem moderna do estudo da fricção também é marcada pela possibilidade de usá-la para benefício da performance do sistema. Portanto ainda que a fricção introduza problemas como imprevisibilidade de performance, vibração e desgaste é a partir da compreensão moderna que o objetivo passa a não estar apenas eliminá-la, mas descrevê-la prevendo seus efeitos tentando torná-los vantajosos como é feito em sistema de frenagem ABS (Marques et al, 2016, p. 1408; Canudas de Wit, Astrom e Lischinsky, 1995, p. 4).

Dos vários modelos de fricção que têm resultados comprovados na literatura como Dahl, Bliman-Sorine e Leuven, um deles destaca-se quando aplicado a sistemas robóticos, o modelo de fricção LuGre.

2.10 MODELO DE FRICÇÃO LUGRE

Desenvolvido na universidade de Lund, França, e Grenoble, França e apresentado por Canudas-de-Wit et al (1993) no trabalho Dynamic Friction Models and Control Design em 1993 na American Control Conference em São Francisco, Califórnia o modelo LuGre propõem a combinação de duas propostas anteriores, o modelo Dahl (Dahl, 1968) de onde faz-se uso da modelagem matemática da fricção e

do modelo Bristle de Haessig e Friedland (1991, p. 3) de onde retira-se a interpretação física do fenômeno.

O modelo LuGre é pioneiro ao adicionar o Efeito Stribeck na fricção, considerar a variação da força de ruptura e trazer foco para sistemas operando em baixa velocidade e com mudança de direção, todos pontos de suma importância para estudo da robótica. Anteriormente ao LuGre, os modelos de fricção tinham pouca capacidade de representar a mudança de direção da velocidade dos sistemas por tratarem a passagem pela velocidade zero como uma indeterminação matemática ou um ponto onde a força era zero.

Matematicamente, o modelo de fricção LuGre faz parte do grupo chamado de modelos de fricção dinâmicos. Enquanto os aqueles classificados como estáticos levam em consideração a condição inicial do modelo para avaliar seu comportamento futuro, os dinâmicos tendem a entender como a evolução do sistema ao longo de tempo influi no comportamento futuro além da condição inicial (Galembeck, 2018, p. 31). Excetuando sistemas muito simples com apenas um grau de liberdade, manipuladores robóticos tendem a ser sistemas não lineares e exigem modelos como LuGre capazes de representar a evolução constante do sistema ao longo do tempo. Aliado a capacidade de expressar as componentes internas da fricção de forma efetiva, este modelo é um dos mais bem estabelecidos para representar sistemas robóticos.

O primeiro modelo usado como base para propor o LuGre, o Bristle Model (Haessig e Friedland, 1991, p. 3) descreve a fricção entre dois corpos como a interação entre dois tipos de Bristles, um rígido e outro maleável. Conforme uma força externa gera uma velocidade v_T relativa entre os dois corpos observa-se a deformação de um conjunto de Bristles representada por uma variável z como pode ser visto na representação simplificada na imagem 2.13.

A modelo matemático de Dahl (Dahl, 1968) é usado para construção do sistema de três equações que descreve a fricção em função da variação de deformação dos Bristles z

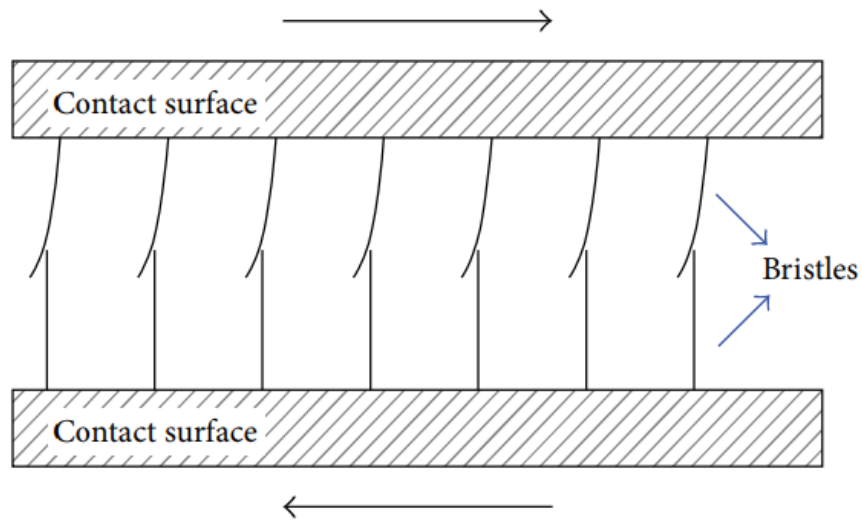
$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + F_v \dot{\theta} \quad (2.72)$$

$$\frac{dz}{dt} = \dot{\theta} - \sigma_0 \frac{|\dot{\theta}|}{g(\dot{\theta})} z \quad (2.73)$$

$$g(\dot{\theta}) = F_C + (F_s - F_C) e^{-|\dot{\theta}/\dot{\theta}_s|^\alpha} \quad (2.74)$$

onde z representa a deformação média dos bristles; a função $g(\dot{\theta})$ o efeito Stribeck; F_C a componente Coulomb da fricção; F_s a componente Static Friction, $\dot{\theta}_s$ a velocidade de Stribeck, σ_0 o coeficiente Stiffness, σ_1 o coeficiente Setae Damping coefficient e F_v o coeficiente de Viscous Friction.

Figura 2.13 – Deformação z dos bristles na superfície de dois corpos em movimento e surgimento da fricção em oposição ao movimento no sentido da velocidade v_T .



Fonte: Wang, Lin and Wang (2016, p.3).

2.10 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO LUGRE

Sendo a abordagem de Canudas-de-Wit et al (1995) no modelo LuGre composta por um modelo matemático que é balizado por dados experimentais, é possível ver em 2.72 a 2.74 que além da variável simbólica não mensurável z , da velocidade e torque do motor, τ_f e $\dot{\theta}_i$, que são determinados experimentalmente há

seis parâmetros; $F_v, F_c, F_s, \dot{\theta}_s, \sigma_0$ e σ_1 ; não tem valor definido. Assim o procedimento experimental tem como objetivo fornecer dados para calcular estes parâmetros para o robô estudado e dentro das condições experimentais propostas.

Os seis parâmetros podem ser divididos em dois grupos baseado na sua interpretação física e o fenômeno descrito por eles. Os parâmetros estáticos englobando $F_v, F_c, F_s, \dot{\theta}_s$ e os parâmetros dinâmicos σ_0 e σ_1 . Esta classificação é usada para propor o procedimento experimental visando criar ou focar em situações onde sua influência é mais proeminente tornando sua estimativa mais precisa.

A definição do procedimento experimental e determinação dos parâmetros inicia pela descrição dinâmica do manipulador e como é possível obter os valores do torque de fricção dos elos a partir da força aplicada pelos motores.

Usando como base a equação 2.30 e adicionando a componente do torque de fricção τ_f obtendo 2.75

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau_{in} - \tau_f \quad (2.5)$$

é possível observar que ao operar apenas o sistema velocidade $\dot{\theta}_i$ constante a matriz de inércia $M(\theta)\ddot{\theta}_i$ torna-se nula e ao fazê-lo em apenas um elo com os demais travados em uma posição fixa a matriz $C(\theta, \dot{\theta})$ também tornam-se nulas.

Neste cenário, a dinâmica do modelo passa a ser expressa por

$$G(\theta) = \tau_{in} - \tau_f \quad (2.76)$$

onde é possível isolar a componente do torque de fricção estimando os valores da matriz gravitacional $G(\theta)$ através de simulação numérica ou eliminando a influência no modelo.

O uso de simulação numérica torna o cálculo de torque de fricção como mostra Li et al (2020, p. 15), mas está condicionado ao conhecimento das dimensões físicas

do robô de forma precisa, o que pode não viável em alguns casos como descrevem Canudas de Wit e Lischinsky (1997, p. 4).

$$\tau_f = \tau_{in} - G(\theta) \quad (2.77)$$

Já a segunda abordagem onde elimina-se a influência de $G(\theta)$ está condicionada a possibilidade de experimentalmente operar o elo em uma mesma faixa de posições com velocidade constante com rotação em sentido horário e anti-horário. Caso os dados experimentais indicam que o torque lido no sentido de rotação horário e anti-horário é igual, $\tau_f(\theta, +\dot{\theta})^{Horário} = -\tau_f(\theta, -\dot{\theta})^{Anti-Horário}$, ou tem uma diferença de magnitude negligenciável, é possível gerar uma equação para cada sentido de rotação

$$\tau_f(\theta, +\dot{\theta}) = \tau_{in}^{Horário} - G(\theta) \quad (2.78)$$

$$\tau_f(\theta, -\dot{\theta}) = \tau_{in}^{Anti-Horário} - G(\theta) \quad (2.79)$$

é solucionar as duas em função de $\tau_f(\theta, \dot{\theta})$, ontem-se uma relação entre torque aplicado pelo motor e torque de fricção que não depende da matriz gravitacional

$$\tau_f(\theta, \dot{\theta}) = \frac{\tau_{in}^{Forward} - \tau_{in}^{Backwards}}{2} \quad (2.80)$$

Independentemente do método escolhido para analisar $G(\theta)$, o resultado final é uma equação que relaciona o torque de fricção da junta τ_f com o torque aplicado pelo motor τ_{in} . Dado que sensores de torque não são comuns em aplicações

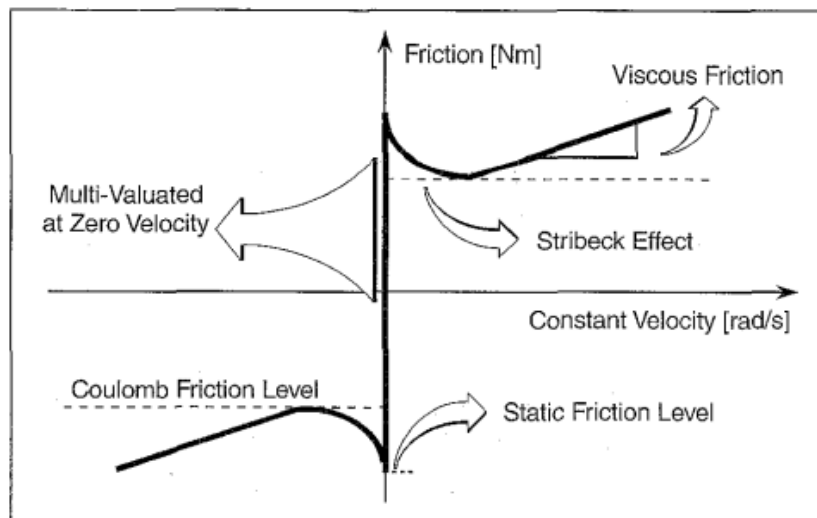
robóticas, uma das formas de obtê-lo de forma indireta é através da corrente de operação e da constante de torque do motor (Simoni et al, 2015, p. 2)

$$\tau_{in} = k_t i_n \quad (2.81)$$

onde k_t é a constante de torque do motor e i_n a corrente medida experimentalmente.

Com os dois grupos de dados, τ_f e $\dot{\theta}_i$, é possível construir a curva que relaciona a variação de torque de fricção com a velocidade de operação do elo. Esta curva é tradicionalmente chamada de Curva Stribeck mas também pode ser referenciada como Mapa de Fricção. A imagem 2.14 mostra a sua forma teórica com suas principais componentes.

Figura 2.14 – Curva Stribeck e as principais componentes da fricção.



Fonte: Lischinsky et al (1999, p. 29).

2.10.1 Aquisição dos Parâmetros Estáticos

O cálculo dos parâmetros estáticos é um processo bastante estabelecido na literatura como pode-se observar ao comparar o procedimento adotado em sistemas distintos como o apresentado Li, Zhang, Yuan e Xi (2020, p. 6) em um robô cirúrgico e Bittencourt e Gunnarson (2011, p.2) e Gao et al (2018, p. 5) em um robô manipulador industrial. O fato de descrever o comportamento da fricção em regime permanente,

esta ser a seção onde tem-se maior interesse e envolver um procedimento experimental que não exige muita precisão e capacidade do hardware contribuiu para uma padronização e estabelecimento do procedimento adotado.

Os quatro parâmetros são estimados utilizando a Curva Stribeck apresentada na seção anterior ilustrada na imagem 2.13 e um método de Ajuste de Curva através de simulação numérica. O procedimento adotado consiste na comparação entre os dados experimentais e dados obtidos através de simulação numérica usando o modelo 2.71 a 2.74, respectivamente. Os quatro parâmetros são estimados usando um método de Ajuste de Curva visando minimizar o erro dados por 2.83.

$$X = [F_C, F_S, \dot{\theta}_s, F_V] \quad (2.82)$$

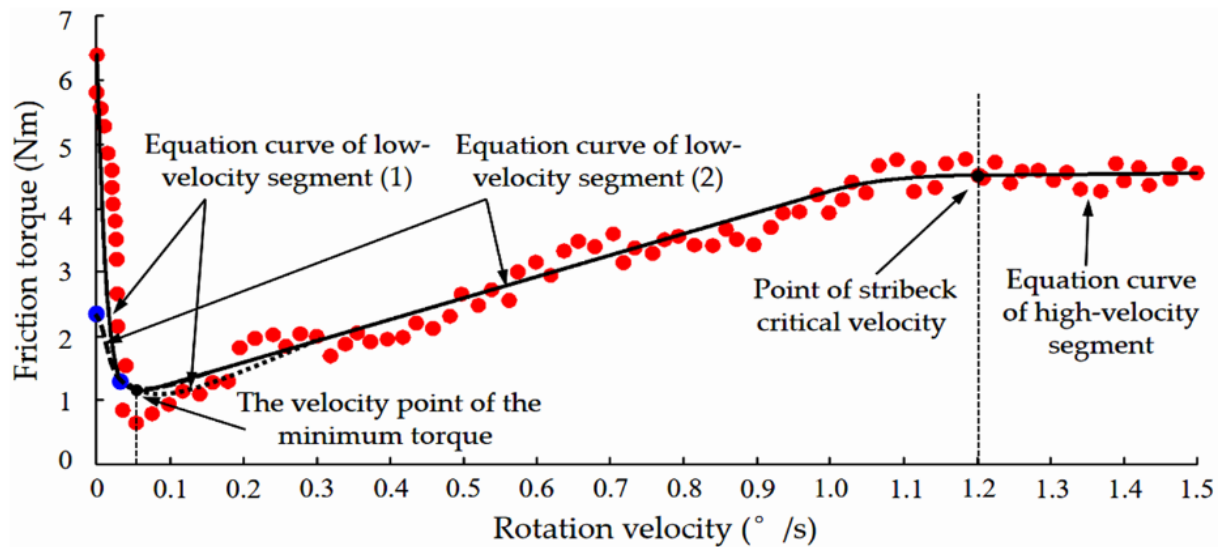
$$e_s(X, \dot{\theta}) = \tau_f - \tau_f(X, \dot{\theta}) \quad (2.83)$$

A partir desta base é possível propor ajuste na estimativa dos quatro parâmetros baseados nas particularidades do sistema estudado definindo o método usado no Ajuste de Curva, tolerância em relação ao erro e demais pontos relacionados à simulação numérica. Como exemplo desse ajuste é possível comparar o procedimento adotado por Li et al (2020, p. 10) e o adotado por Wang, Lin e Wang (2015, p. 5).

Li et al (2020, p. 10) analisa apenas a seção de velocidade positiva da curva dividindo em três segmentos baseado na característica da fricção e encontrando valores para $F_C, F_S, \dot{\theta}_s$ e F_V para cada segmento usando como base o método Algorithm-Particle Swarm Optimization. A imagem 2.15 ilustra o processo usado.

Wang, Lin e Wang (2016, p. 12) utilizam um procedimento mais comum usando a curva completa, estimando um conjunto de parâmetros e usando o método NEA, Novel Evolution Algorithm, de forma adaptada como pode ser visto na imagem 2.16.

Figura 2.15 – Divisão da curva de fricção em três seções para identificação dos parâmetros estáticos do Modelo LuGre.



Fonte: Li et al (2020, p. 12).

Figura 2.16 – Análise da fricção usando a Curva Stribeck a partir dos dados para ambos sentidos de rotação dos elos e aquisição de um conjunto de parâmetros.

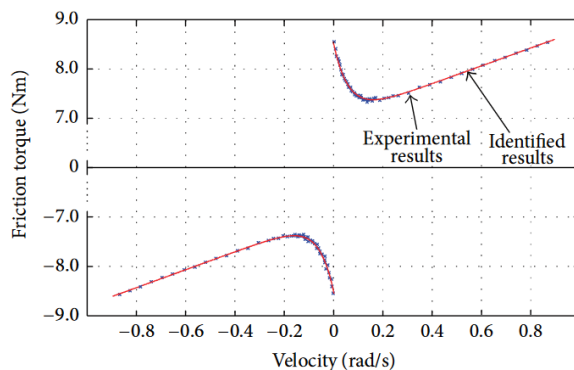


TABLE 1: Static parameters identification results.

Parameter	Unit	Value
f_c	Nm	6.975
f_s	Nm	8.558
σ_2	Nm/(rad/s)	1.819
v_s	rad/s	6.109×10^{-2}

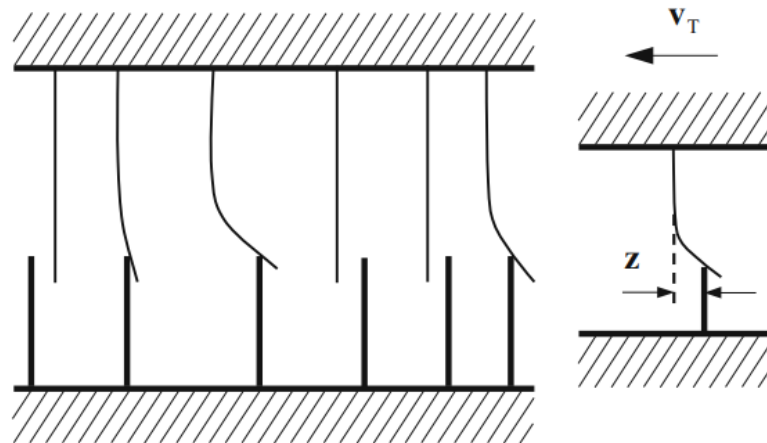
Fonte: Wang, Lin e Wang et al (2016, p. 12).

2.10.2 Aquisição dos Parâmetros Dinâmicos

Lischinsku et al (1999, p. 4) e Canudas-de-Wit and Lischinsky (1997, p. 4) definem os dois parâmetros dinâmicos como sendo diretamente dependentes da deformação dos bristles representada por z . O coeficiente de variação da deformação, dz/dt , é representado por σ_1 e σ_0 representa o coeficiente de deformação de z durante o início do movimento relativo entre os corpos.

Como ilustra a imagem 2.12, a deformação dos Bristles não é um fenômeno que ocorre de maneira uniforme durante o movimento dos corpos em contato, ele é acentuado durante o início do movimento e conforme aproxima-se do regime permanente a variação na deformação tende a ser negligenciável. Esta região que compreende o início do movimento é conhecida como PreSliding Displacement e tem início no instante onde é aplicada a força de entrada até próximo ao ponto chamado de Break-Away Torque onde o sistema não apresenta movimento visível e aparente, mas o sensor de posição já é capaz de detectar pequenas variações na posição.

Figura 2.17 – Deformação dos Bristles dos corpos em movimento representados pela variável z , a diferença entre os Bristles rígidos e os massless.



Fonte: Marques et al (2016, p. 180).

A partir da definição de σ_1 e σ_0 e z ser uma variável teórica, portanto não mensurável, surge o principal ponto distintivo entre o procedimento adotado para os parâmetros dinâmicos e estáticos, a ausência de um processo experimental bem estabelecido para obter σ_1 e σ_0 . Por ser necessário mensurar z de forma indireta durante o PreSliding Displacement, as abordagens passam a ser majoritariamente dependentes de três fatores, a capacidade do hardware usado no experimento, possibilidade de adaptação do sistema ou protótipo estudado e a manipulação do modelo matemático para gerar relações que estimem z (Van der Kooji, 2011, p. 37).

Os métodos mais explorados na literatura tem suas diferenças baseadas nestes três fatores citados acima, pois eles estão interligados de forma que qualquer manipulação no modelo matemático de fricção que estime z precisa ser analisada a

partir da possibilidade do sistema ser alterado e do hardware disponível conseguir captar os dados desejados. As adaptações no sistema estudado são necessárias pois o PreSliding Displacement ocorre por um instante de tempo muito curto durante a operação normal do robô, assim faz-se necessário uma adaptação experimental que permita estender este período tornando a aquisição dos dados mais consistente e repetível.

Para cenários onde os sensores de posição sejam capazes de captar esta etapa do movimento, o método usado em trabalhos como Li et al (2020, p. 287); Canudas de Wit e Lischinsky (1997, p. 4); Lischinsky et al (1999, p. 28) e Sun, Chen and Shafai (2015, p. 6) é uma opção com resultados efetivos.

Para fins de comparação e visão geral de o que considera-se um hardware capaz de aplicar este método, Lischinsky et al (1999, p. 28) obteve leituras com precisão de até 0.0002 rad , ou 0.01145° usando Encoder em um manipulador robótico e Chen and Shafai (2015, p. 6) obteve precisão de até 200 mm em um sistema mecânico com movimentação linear usando sensores de deslocamento capacitivos como é possível observar nas imagens 2.18 (a) e 2.18 (b), respectivamente.

O método proposto por Wang, Lin e Wang (2016, p. 4) é um exemplo que resume a abordagem aplicada por diversos trabalhos onde o hardware é capaz de captar esta etapa. Nele é detalhado como há aumento de precisão na definição de σ_0 e σ_1 quando a partir de uma condição σ_0^0 e σ_1^0 , os valores finais representam o sistema de forma mais precisa. É proposto que no PreSliding Displacement a aceleração é negligenciável podendo aproximar o deslocamento do elo com a deformação dos Bristles, $\theta_m \approx z$, tornando permitindo que o sistema de fricção seja aproximado para

$$k_t u = \tau_f = \sigma_o z \quad (2.84)$$

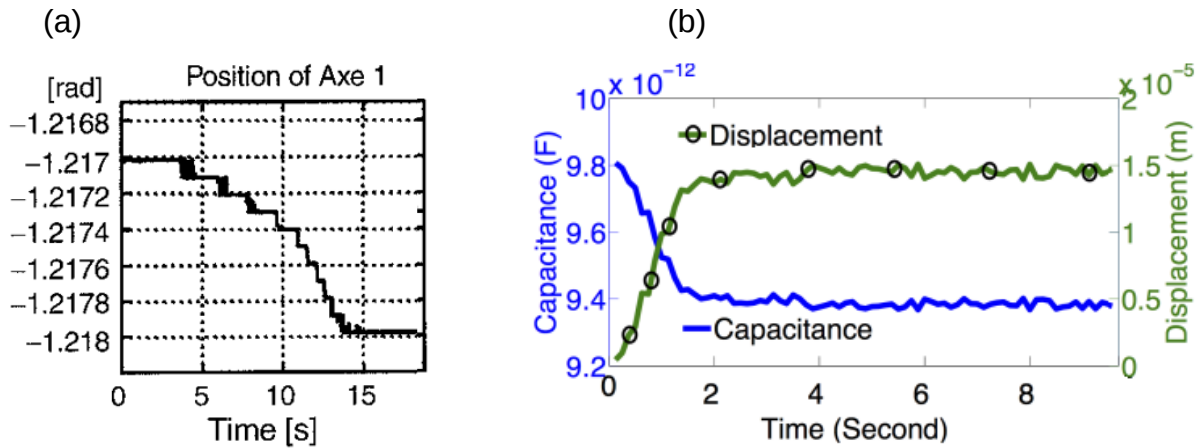
$$\sigma_0 g(\dot{\theta}_m) = f_s \quad (2.85)$$

$$\dot{z} = \dot{\theta}_m - \frac{\tau_f}{f_s} |\dot{\theta}_m| \quad (2.86)$$

e solucionando o sistema para a variável z obtém-se

$$z(t) = \theta(t) - \theta(0) + \frac{k_m k_c}{2F_s} \left(\theta(t)t + \int_0^t \theta(\tau) d\tau \right) \quad (2.87)$$

Figura 2.18 – (a) Dados de PreSliding Displacement usando encoders de alta resolução. (b) Dados de PreSliding Displacement usando sensores capacitivos.



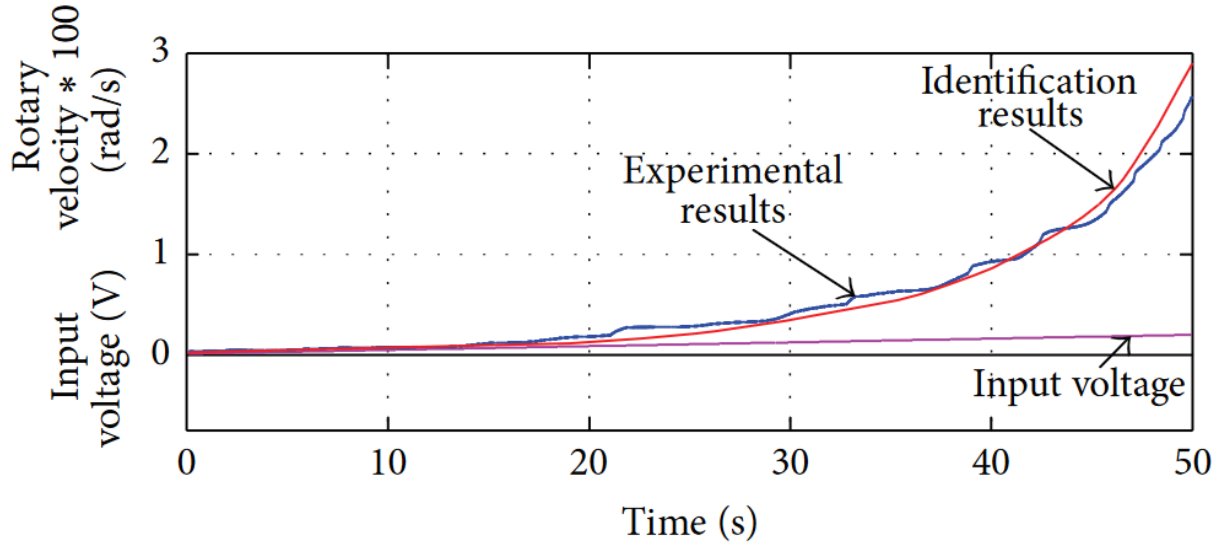
Fonte: (a) Lischinsky et al (1999, p. 29). (b) Sun, Chen and Shafai (2015, p. 6).

Em um dado intervalo de tempo $(0, T)$ onde foram aplicadas uma série de torques de entrada U é possível simular numericamente os valores de z usando 2.87. Os valores do torque de entrada são obtidos aplicando uma rampa de torque com incremento lento permitindo estender ao máximo possível a etapa de PreSliding Displacement. Os resultados experimentais e estimados podem ser vistos na imagem 2.19.

Usando os valores de z e U obtém-se uma estimativa inicial do valor de σ_0^0 através de

$$\sigma_0^0 = \frac{Z^T U}{Z^T Z} \quad (2.88)$$

Figura 2.19 – Definição do valor de σ_0 a partir da comparação entre dados experimentais e dados simulados.



Fonte: Wang, Lin e Wang (2016, p. 5).

A estimativa de σ_1^0 também assume que $\theta_m \approx z$. Substituindo $\theta_m \approx z$ na equação do motor e na primeira equação do modelo LuGre e solucionando o sistema resultante obtém-se a relação

$$I\ddot{\theta} + (\sigma_1 + \alpha_2)\dot{\theta} + \sigma_0\theta = \tau_i \quad (2.89)$$

que também pode ser expressa na forma de função de transferência

$$\frac{\theta_m(s)}{u(s)} = \frac{1}{ms^2 + (\sigma_1 + \sigma_0)s + \sigma_0} \quad (2.90)$$

O parâmetro σ_1^0 pode ser encontrado para o caso da solução de 2.90 ser adotado para um amortecimento crítico no sistema, $0.8 < \zeta < 1$, resultado em

$$\sigma_1^0 = 2\zeta\sqrt{\sigma_0/m} - \alpha_2 \quad (2.91)$$

A partir do vetor de erro

$$e_d(\Omega_d, t_i) = \theta_m(t_i) - \theta_d(\Omega_d, t_i) \quad (2.92)$$

onde $\Omega_d = (\sigma_0, \sigma_1)$ representa os dois parâmetros desejados, $\theta_m(t_i)$ o valor experimental da posição do elo e $\theta_d(\Omega_d, t_i)$ o valor estimado, ambos para o instante t_i , é possível determinar os valores finais repetindo o método NEA proposto através de

$$J_{Dyn} = w_1 \sum_{i=1}^N [e_{Dyn}(\sigma_{Dyn}, t)]^2 + w_2 \max [e_{Dyn}(\sigma_{Dyn}, t)] \quad (2.93)$$

onde w_1 e w_2 são coeficientes de peso.

O mesmo processo experimental e de estimativa de parâmetros é adotado por Canudas de Wit e Lischinsky (1997, p. 4) e Li et al (2020, p. 15), mas ambos com um método distinto para estimativa dos parâmetros.

Por último é possível utilizar o método descrito por Galembeck (2018, p. 23)

onde σ_0 e σ_1 são definidos dentro de uma faixa de valores baseado na magnitude típica utilizada em sistemas robóticos. Ainda que haja ausência de dados empíricos e trabalhos que analisem melhor essa definição por tentativa e erro, os resultados apresentados por Barbosa Pereira (2013, p. 32) e pela própria Galembeck (2018, p. 34) mostram que está e uma possibilidade viável para casos onde não é possível aplicar outros métodos.

2.11 FRICÇÃO DE LUGRE COM DEPENDÊNCIA DE CARGA

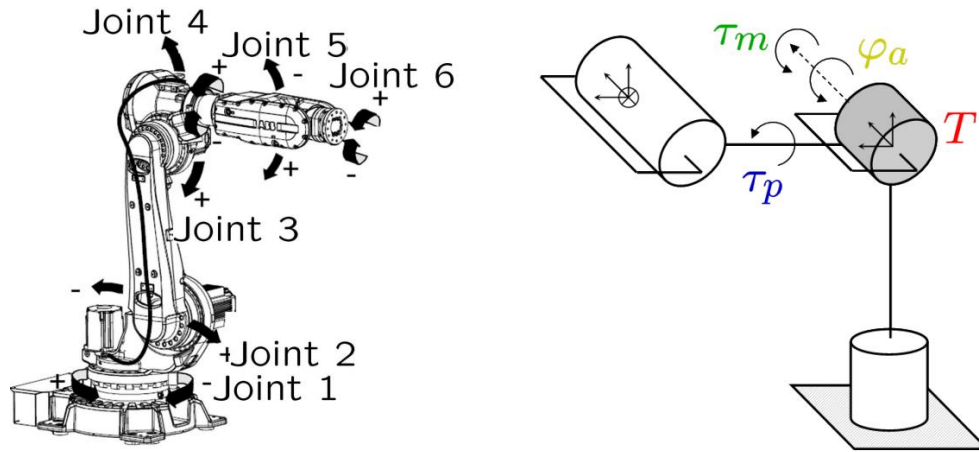
Como discutido por Hamon et al (2010, p. 3037) e Bittencourt e Axelsson (2014, p. 4), a fricção descrita até este momento pode ser entendida como a forma inicial de análise do fenômeno. Ao descrever apenas a relação velocidade e fricção, analisa-se apenas a influência do mínimo fator necessário para ocorrência da fricção. Além de velocidade, vários fatores como topologia, lubrificação e temperatura influenciam no comportamento da fricção e estão presentes em sistemas robóticos em diferentes graus de importância. No entanto, diferente dos demais fatores a carga é um dos mais importantes pois qualquer sistema robótico sofre influência significativa de forma direta ou indireta (Liu and Chen, 2019, p. 115).

O termo carga é usado neste contexto para definir todas as componentes que geram alguma de força externa no elo do robô e tem sua origem na ação da força gravitacional. Ferramentas, massas externas e posição do elo são exemplos de fatores que compõem a carga. Assim, o primeiro passo é distinguir a carga aplicada de forma direta e indireta no robô. A carga indireta é composta pelos elos, atuadores, sensores e demais componentes que são parte intrínseca do sistema e a descrição dinâmica usando o método de Denavith-Hartenberg apresentado na seção 2.2 já considera a influência desta componente de carga na matriz $G(\theta)$. Assim, o foco deste estudo está na influência da carga direta, aquela que não é parte intrínseca do sistema robótico e pode ser alterada desde que respeitando as limitações da estrutura.

Ao adicionar uma massa externa, teoricamente há três componentes de torque de carga τ_L com mesma direção e sentido dos eixos coordenados (x, y, z) usados como referência no elo, como ilustra a imagem 2.20. Uma componente $\tau_{L,x}$ age no sentido de rotação do elo, a no sentido de girar o elo em torno do ponto de fixação no motor e $\tau_{L,z}$ no sentido de fazer o elo rotacionar em torno do próprio eixo.

A existência destes componentes depende da rigidez da estrutura do robô, da magnitude da carga e diversos outros fatores complexos de análise teórica e analítica. Por isso é indicado que a influência destas cargas seja analisada usando dados experimentais no protótipo estudado. Bittencourt e Gunnarson (2011, p. 4) demonstram com dados experimentais como no robô ABB IRB 6620 apenas a componente alinhada ao eixo de rotação tem influência variando de -0.73 Nm a 0.45 Nm, pois as duas demais componentes apresentam magnitude de 0.04 Nm a 0.1 Nm.

Figura 2.20 – Componentes da fricção de carga definidas para elos do sistema robótico.



Fonte: Bittencourt et al (2010, p. 3031).

Ao considerar a carga como multifatorial o torque de carga τ_L gerado por ela também é composto por diversos elementos e defini-lo analiticamente a partir da geometria das peças do robô é um processo sujeito a muitas imprecisões. Neste contexto, o procedimento descrito por Bittencourt et al (2010, p. 5) e Gao et al (2019, p. 4) onde a componente τ_L é definida de forma comparativa através da diferença entre o torque de fricção do modelo dependente de velocidade e do modelo dependente de velocidade e carga é o mais indicado.

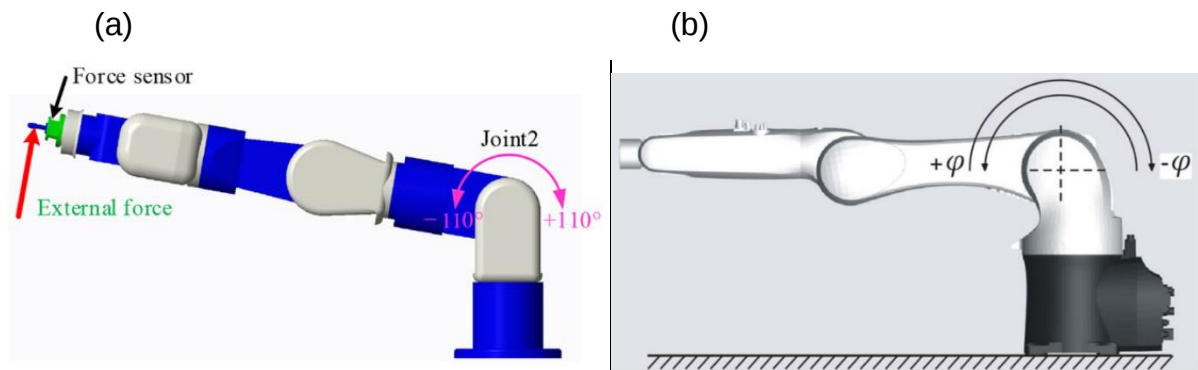
$$\tau_f(L) - \tau_f(\dot{\theta}) = \tau_L \quad (2.94)$$

Após definir o cálculo da magnitude do torque de fricção é possível encontrar o mapa de fricção através da Curva Stribeck. Dado que a carga tem influência da posição dos elos do robô, a comparação entre a magnitude dos torques de carga precisa ser feito em torno de uma posição fixa θ e constantes para todos os valores comparados como indica a equação 2.94. Bittencourt et al (2010, p. 5) e Gao et al (2019, p. 4) ilustram este procedimento como é mostrados nas imagens 2.21 (a) e

2.21 (b) onde a rotação do elo é feita em torno de uma posição θ indo de um ponto $+\varphi$ e $-\varphi$ dados pela limitação física do robô.

$$G(\theta) + \tau_f = u \quad (2.95)$$

Figura 2.21 – Operação dos elos do robô em torno de uma posição desejada para aquisição dos parâmetros de fricção. (a) Robô modelo SIASUN 7-DOF. (b) Robô modelo ABB IRB 6620.



Fonte: (a) Gal et al (2020, p. 4) (b) Nevmerzhitskiy et al (2018, p. 10).

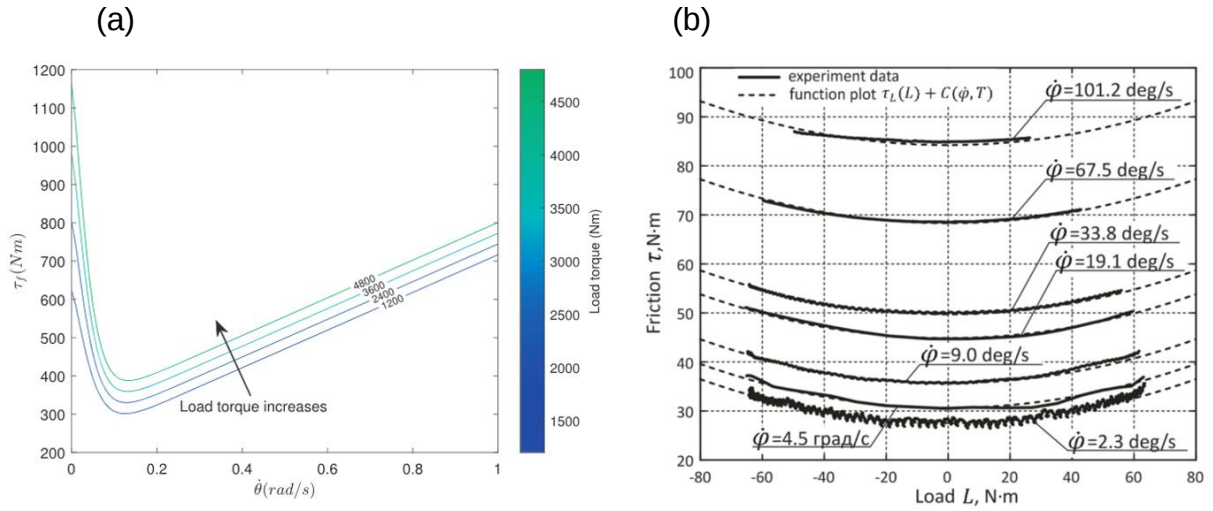
A partir de diversos experimentos onde o elo opera em velocidade constante uma série de torque é encontrado para uma carga corresponde à posição θ selecionada como padrão. Variando a posição θ onde o torque é analisado para um valor diferente de carga. O resultado final da Curva Stribeck para fricção com dependência de carga é ilustrada na imagem 2.22 onde são apresentados os resultados de Yan, Li Meng et al (2020, p. 4) e Nevmerzhitskiy et al (2018, p. 10).

O mesmo processo feito para a fricção dependente de velocidade é usado para o cenário com dependência de carga, mas com um modelo matemático que descreve esta nova componente gerada pela presença de carga.

Duas abordagens podem ser citadas como exemplo pois representam a ideia central da vasta maioria dos modelos de fricção com dependência de carga encontrados na literatura. A primeira que descreve a componente fricção de carga pelo sentido de rotação do elo e o módulo do torque gerado pela carga. Na segunda

considera-se a resultante entre o torque imposto pelo motor e o torque gerado pela força gravitacional para definir a magnitude da fricção resultante.

Figura 2.22 – Curva Stribeck para fricção com dependência de carga: (a) Resultados para diferentes valores de carga. (b) Resultados para variações de carga, velocidade em função da posição do elo estudado.



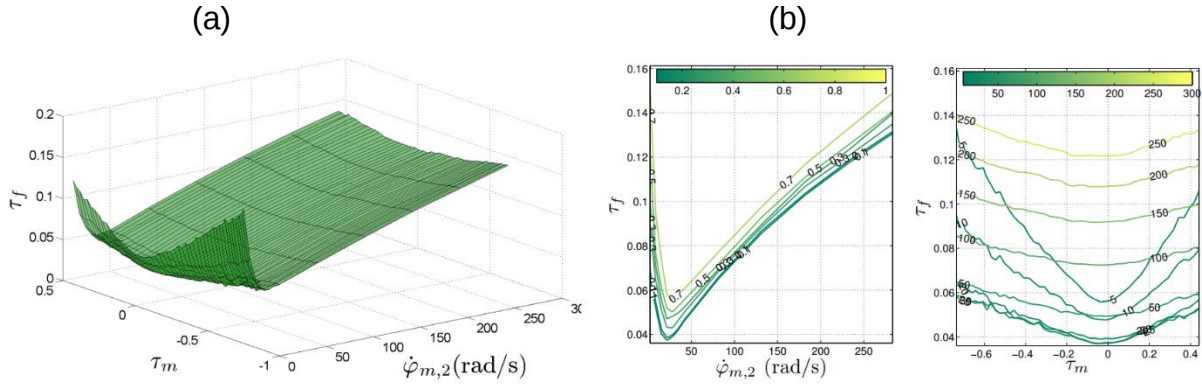
Fonte: (a) Yan, Li Meng et al (2020, p. 4). (b) Nevmerzhitkiy et al (2018, p. 10).

O método apresentado por Bittencourt and Gunnarson (2012, p. 1) é um exemplo da primeira abordagem pois analisa a relação da carga a partir do módulo do torque gerado por ela. A descrição matemática proposta adiciona componentes baseado na observação de dados experimentais onde a variação de carga e fricção é predominantemente linear, tanto no patamar do aumento que é relacionado com o parâmetro F_c do modelo LuGre padrão quanto com a variação em regime permanente relacionado a F_s como pode ser visto nos resultados das imagens 2.23 (a) e 2.23 (b). O modelo matemático proposto é expresso por

$$\tau_{f,L}(\dot{\theta}, \tau_L) = (F_{c,0} + F_{c,\tau_L} |\tau_L|) + (F_{s,0} + F_{s,\tau_L} |\tau_L|)(e^{-(\dot{\theta}/\dot{\theta}_{s,L})^\alpha}) + F_v \dot{\theta} \quad (2.96)$$

onde os coeficientes com índice L , como o torque de carga τ_L , são os parâmetros relacionados a componente de carga e os com índice 0 estão relacionados a influência da variação de velocidade.

Figura 2.23 – Análise da influência da fricção de carga e suas componentes na fricção total do elo robótico.



Fonte: Bittencout et al (2010, p. 3031).

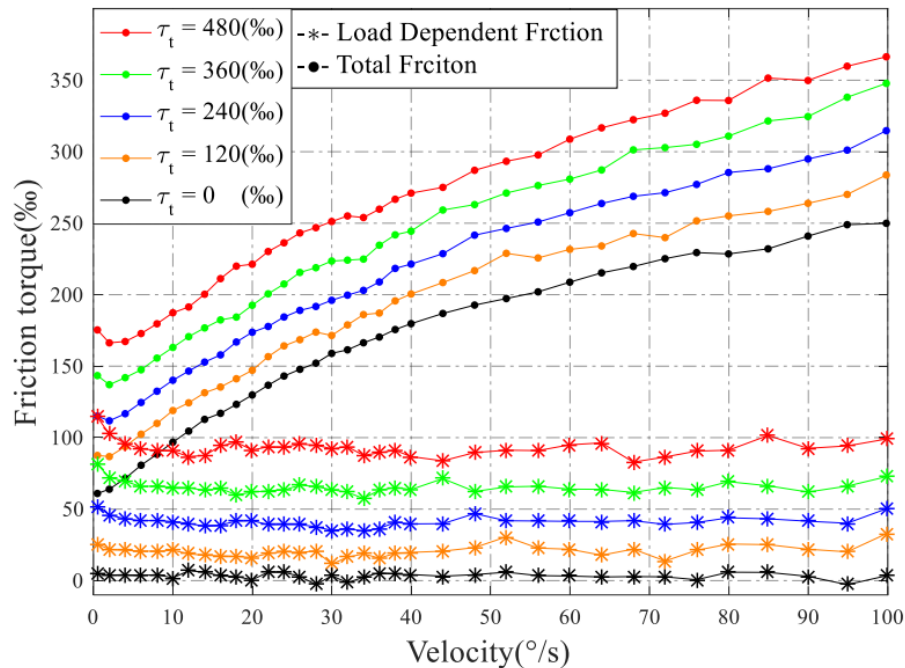
Gao et al (2017, p. 3030) também apresenta um modelo matemático abordando a magnitude do torque de fricção, mas opta-se por evidenciar o torque de fricção como mostra a equação 2.106 e os resultados na imagem 2.24.

$$\tau_{f,L}(\dot{\theta}, \tau_L) = \left[F_C + \left(F_{C,L} + F_{S,L} e^{-\dot{\theta}/\dot{\theta}_{s,L}} \right) |\tau_L| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}) + F_V \left(1 - F_V e^{-\dot{\theta}/\dot{\theta}_s} \right) \text{sgn}(\dot{\theta}) \quad (2.97)$$

$$\tau_L = \left(F_{C,L} + F_{S,L} e^{-\dot{\theta}/\dot{\theta}_{s,L}} \right) |\tau_L| \text{sgn}(\dot{\theta}) \quad (2.98)$$

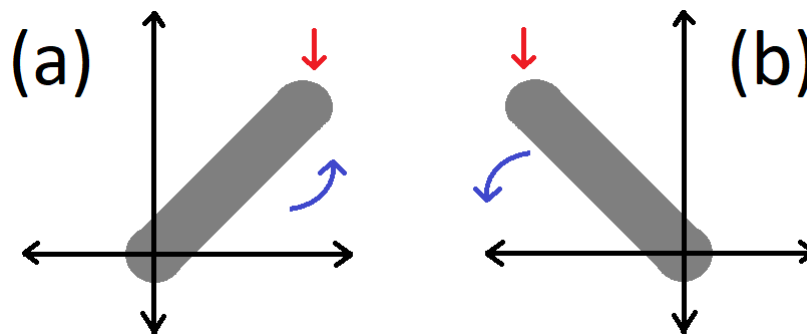
O segundo grupo de modelos à análise é feito não somente pela ótica da força de fricção, mas pela ação do motor no elos. Considera-se que durante a rotação do elo há posições onde o torque do motor e torque gravitacional têm o mesmo sentido, resultando que o torque imposto ao elo é composto pela soma dos dois torques. Nas posições onde tem sentido oposto, a resultante no elo é dada pela diferença como ilustra a imagem 2.25 (a) 2.25 (b). Por propor uma perspectiva a partir do motor, no sentido didático e não técnico o cenário de diferença de sentido é considerado que o atuador comporta-se como gerador e no cenário de soma dos torque considera-se que funciona como motor.

Figura 2.24 - Comparação entre o torque de fricção total e o torque de fricção dependente de carga.



Fonte: Gao et al (2017, p. 3031).

Figura 2.25 – Relação entre força gravitacional e torque do motor: (a) cenário onde as forças são opostas. (b) cenário onde a força gravitacional e torque do motor são somados.

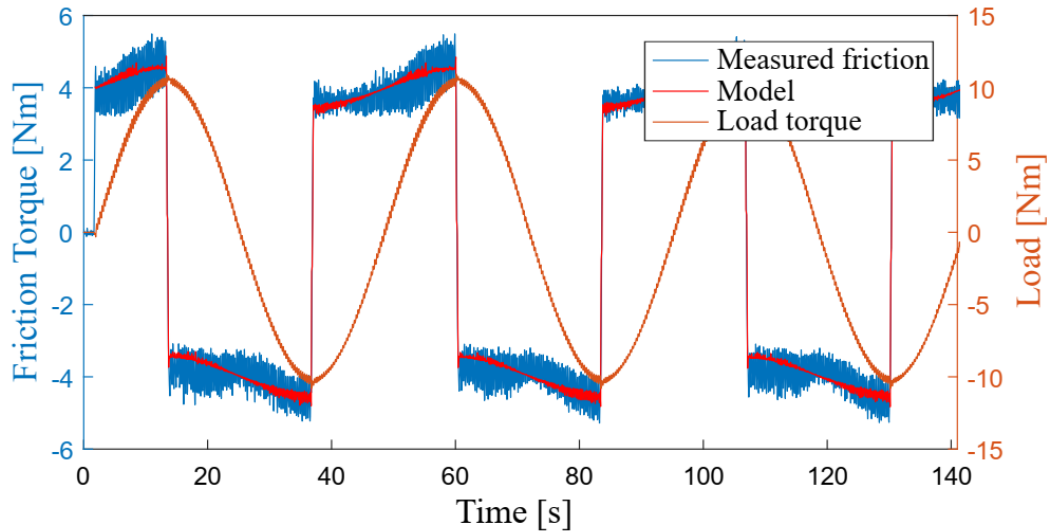


Fonte: Autoria própria.

Os resultados de Iskandar e Wolf (2019, p. 4) na imagem 2.26 exemplificam a dependência da fricção com variação de carga e como variações do torque gravitacional influenciam no sentido a potência fornecida pelos motores do robô. Ao expressar o comportamento do atuador como motor e gerador não refere-se ao processo de fornecimento ou captação de energia, mas sim ao sentido da potência

fornecida pelo motor que varia entre positivo e negativo pois observa-se uma alternância no sentido do torque.

Figura 2.26 – Relação entre variação do torque de fricção com variação do torque de carga de um elo robótico.



Fonte: Iskandar e Wolf (2019, p. 4).

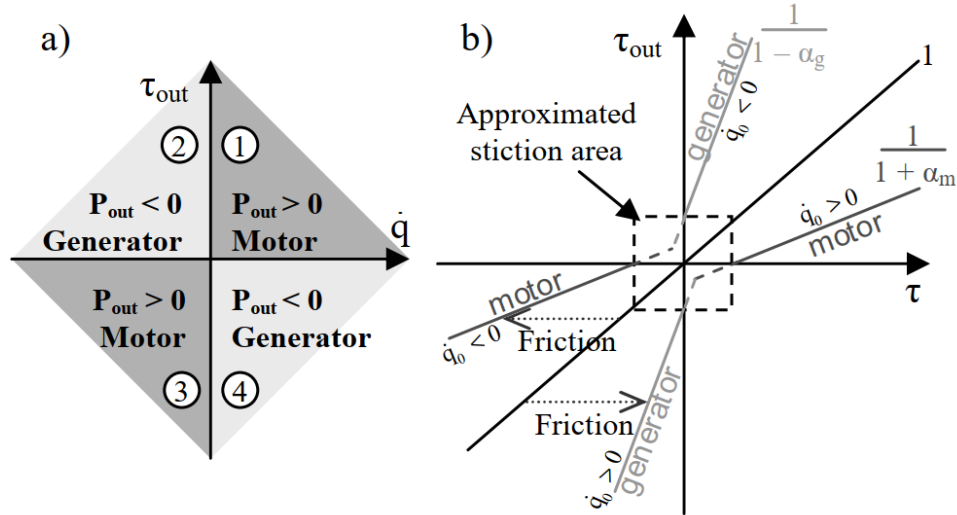
Hamon, Gautier e Garrec (2010, p. 3) propõem o modelo 2.99 e 2.100 onde duas equações representa a fricção a partir da potência aplicada pelo motor nos elos como ilustra o diagrama da imagem 2.27 (a) e 2.27 (b). A primeira equação, 2.99, descreve o caso da potência do motor ser positiva pois a força gravitacional e torque do motor tem sentidos opostos. A segunda equação, 2.100, descreve o cenário contrário, onde uma situação análoga a um gerador é descrita pois o torque gravitacional é superior ao torque do motor.

$$P_{out} > 0 \Rightarrow \tau_f = (1 + \alpha_m)\tau_{out} + \beta_m \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + F_v \dot{\theta} + \tau_{off} \quad (2.99)$$

$$P_{out} < 0 \Rightarrow \tau_f = (1 - \alpha_g)\tau_{out} + \beta_g \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + F_v \dot{\theta} + \tau_{off} \quad (2.100)$$

onde o índice m indica quando o motor opera fornecendo torque ao elo e g quando o motor opera análogo a um gerador pois o torque fornecido pela força gravitacional é superior ao

Figura 2.27 – Diagrama que ilustra a relação entre operação do elo robótico, a relação entre ficção e torque gravitacional.



Fonte: Hamon, Gautier and Garrec (2010, p. 12).

Tadese et al (2021, p. 71214) oferece uma abordagem similar com a particularidade de descrever o modelo de fricção dependente de carga proposto a partir das componentes individuais como é expresso em 2.101 a 2.103. Os resultados da imagem 2.28 ilustram os dois momentos onde os sentidos de torque de fricção e gravitacional são opostos ou convergentes.

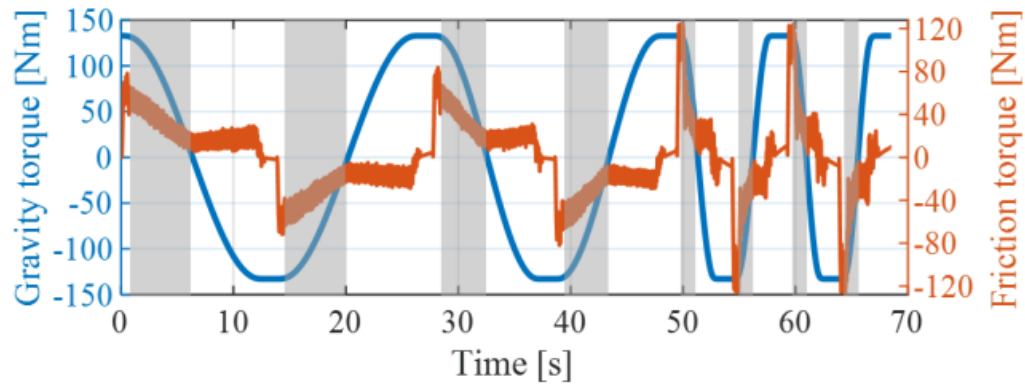
$$\tau_{f,L}(\dot{\theta}, \tau_L) = (\beta(\dot{\theta}) + \alpha(\dot{\theta})\tau_L) \text{sgn}(\tau_L \dot{\theta}) \quad (2.101)$$

onde β e α são componentes que expressam parte do modelo LuGre e o quadrante de operação do elo.

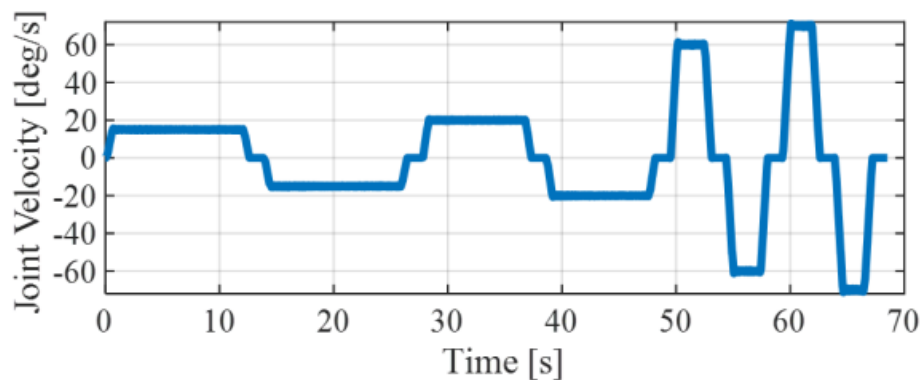
$$\beta(\dot{\theta}) = \gamma_1(1 - e^{-(\dot{\theta}/\dot{\theta}_s)}) + \gamma_3 \quad (2.102)$$

$$\alpha(\dot{\theta}) = \lambda_1 + \lambda_2 \dot{\theta} \quad (2.103)$$

Figura 2.28 – Relação de torque de carga e torque de fricção.



(a)



Fonte: Tadese et al (2021, p. 71214).

A definição do modelo mais adequado para sistema passa não apenas pela análise teórica, mas na possibilidade de observar no modelo o pressuposto de cada abordagem. Sistemas robustos como manipuladores industriais onde o torque de fricção das juntas é superior a carga aplicada resultando em não haver torque de gravitacional significativo não há vantagem em aplicar a proposição de Tadese et al (2021, p. 71214), Hamon, Gautier e Garrec (2010, p. 3) e Iskandar e Wolf (2019, p. 4). Já sistemas onde o torque gravitacional representa uma grande fração do torque de fricção, considerar apenas o módulo e sentido da força como Bittencourt e Gunnarson (2011, p. 4) e Gao et al (2017, p. 3035) pode não representar a melhor abordagem.

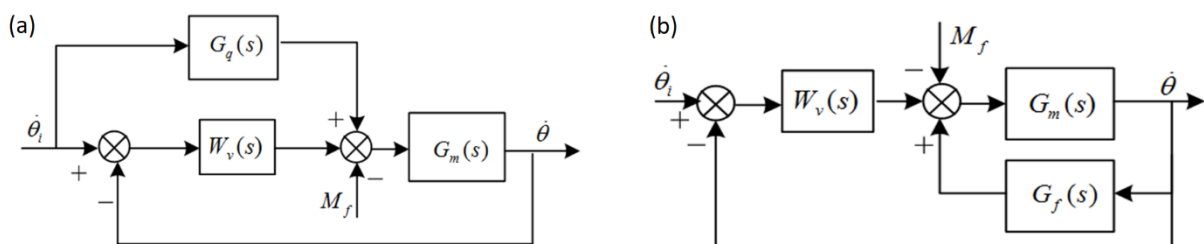
2.12 ESTRATÉGIAS DE COMPENSAÇÃO DE FRICÇÃO

Huang et al (2019, p. 4) e Alterpeter (1999, p. 56) apontam como apenas introduzir a fricção no modelo do sistema mecânico torna a descrição mais precisa, mas isso não remete a uma melhora no controle aplicado. Para tanto é necessário

ajustar a estratégia de controle para considerar as componentes introduzidas pela fricção e uma das técnicas mais bem estabelecidas é a Compensação de Fricção.

As abordagens de Compensação de Fricção podem ser divididas a partir de como calcula a magnitude da força e como definem os parâmetros que descrevem fricção. Técnicas que calculam a fricção a partir de um modelo, como o LuGre apresentado nas seções anteriores, são chamadas de Model Based e aquelas que à estimam sem modelos de Non-Model Based (Bona e Indri, 2005, p. 4362). Caso os parâmetros sejam calculados anteriormente à aplicação do controle, classifica-se como uma abordagem Offline Parameter Estimation e quando são recalculados para cada interação do controlador são chamados de Online Parameters Estimation (Turhan, 2013, p. 18). De maneira geral, técnicas Offline estão ligadas a controle em malha fechada via Feedforward como ilustra a imagem 2.29 (a) e técnicas Online a Feedback, imagem 2.29 (b).

Figura 2.29: Malha de controle com compensação de fricção usando malha de controle (a) Feedforward e (b) Feedback.



Fonte: Yang et al (2014, p. 5).

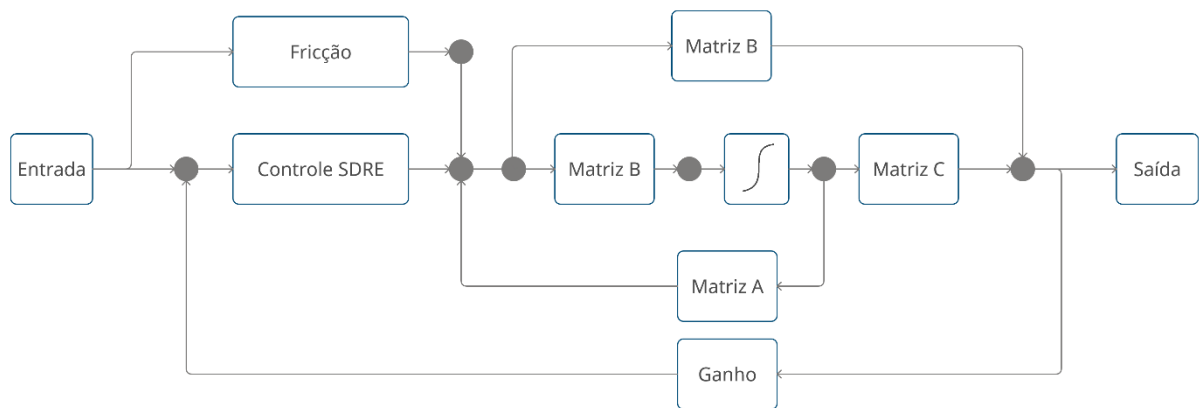
Analisar os diferentes métodos de compensação de fricção foge do escopo deste trabalho, por isso optou-se por focar em uma abordagem que tem aplicabilidade baseado nas questões discutidas nas seções anteriores.

Bona e Indri (2005, p. 4362) mostram como calcular parâmetros durante a operação do sistema implica no uso de controladores atuando via Real-Time Control, algo não trivial que requer hardware capaz que possibilite tal prática. Turhan, 2013, p. 21) aponta como sistemas que permitam boa estimativa dos parâmetros e apresentem comportamento da fricção compatível com os propostos pelos modelos bem estabelecidos podem apresentar resultados efetivos utilizando abordagens Model Based e Offline Parameter Estimation. Assim, o uso do modelo de fricção LuGre, não utilização de controle Real-Time Control e definição dos parâmetros anteriores ao

controle indica a técnica de controle em malha fechada com alimentação via Feedforward como a mais indicada para o sistema como o deste trabalho.

Nesta abordagem a fricção é considerada como um distúrbio que é introduzido no sistema concomitantemente à ação do controlador e anterior ao modelo da planta do sistema. A imagem 2.30 mostra a disposição da malha de controle e a equação X a forma como o ganho do controle SDRE é considerado para compensação da fricção.

Figura 2.30: Malha de controle com compensação de fricção baseado em malha fechada via Feedforward.



Fonte: Autoria própria

3 PROJETO DO PROTÓTIPO DO MANIPULADOR E HARDWARE USADO NA AQUISIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo é apresentado o processo de desenvolvimento do protótipo usado neste trabalho. Ele foi construído usando peças vendidas comercialmente e partes desenhadas especificamente para este projeto usando impressão 3D como ferramenta principal. A impressão das peças foi feita usando a impressora 3D modelo Funmat HT 3D Printer com área de trabalho de 462 cm² (21 cm x 22 cm) e 10 cm de altura máxima de impressão. Os principais materiais usados na impressão foram polímeros do tipo PLA, ABS e PETG. Para o projeto das peças impressas em 3D foi utilizado o software Fusion 360 e para impressão foi usado o software nativo da impressora IntamSuite versão 3.4.1. A necessidade de projetar peças personalizadas para o protótipo é oriunda do tipo de sensor de posição escolhido e isso será abordado em detalhes na seção seguinte.

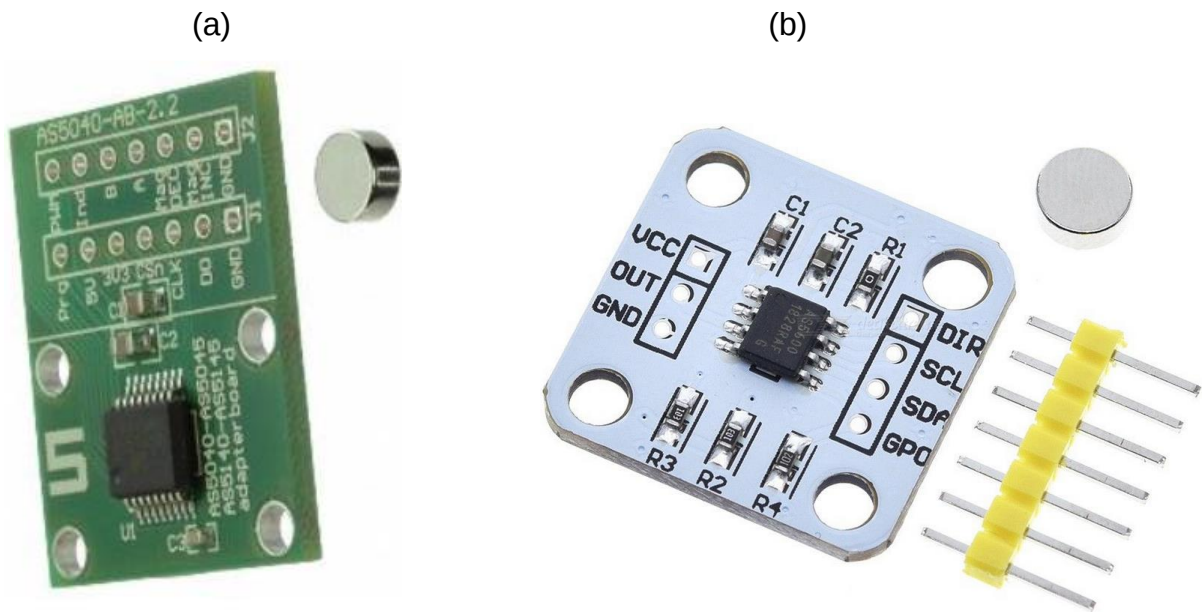
3.1 SENSORES DE POSIÇÃO

O sensoramento dos elos robóticos foi o principal fator da construção do protótipo por duas principais razões, seu funcionamento correto é crucial para todos os demais pontos do robô e os sensores escolhidos apresentam pouca margem de operação exigindo precisão na confecção das estruturas que o envolvem. Buscando sensores que permitissem monitoramento na parte frontal do motor sem aumento demasiado de peso na estrutura e sem grandes restrições na área de operação do elo como foi abordado na seção 3.3, os modelos selecionados foram o encoder magnético AS5145H ilustrado na imagem 5.1 (a) e o modelo AS560 em 5.1 (b), ambos fabricados e distribuídos pela empresa AMS. Foram selecionados dois modelos dos sensores pela diferença de protocolo de comunicação de dados, mas este assunto será abordado com mais detalhe na seção 6.1

Como a grande maioria dos modelos da família AS5XXX, os modelos AS5145H operam em 14-bits em medições de 360° e precisão de até 0.0879° com 4096 medições para uma volta completa. A leitura da posição pode ser feita via protocolo serial SSI em até 1 MHz ou via sinal PWM com duty cycle proporcional a posição. O sensor funciona baseado no Efeito Hall onde um ímã é responsável pela emissão de um campo magnético que é medido pelo CI do sensor e a mudança de orientação do

ímã em relação ao CI é usada para informar variação angular. Essa configuração permite a alocação do ímã do corpo do elo do robô e posicionamento do sensor em uma estrutura separada em frente ao ímã de forma que sejam comprometidos poucos graus da área de trabalho total de 360°.

Figura 3.1: (a) Encoder magnético modelo AS5145H e ímã em formato de pastilha de 6 mm por 2,5 mm diametralmente magnetizado. (b) Modelo AS5600.



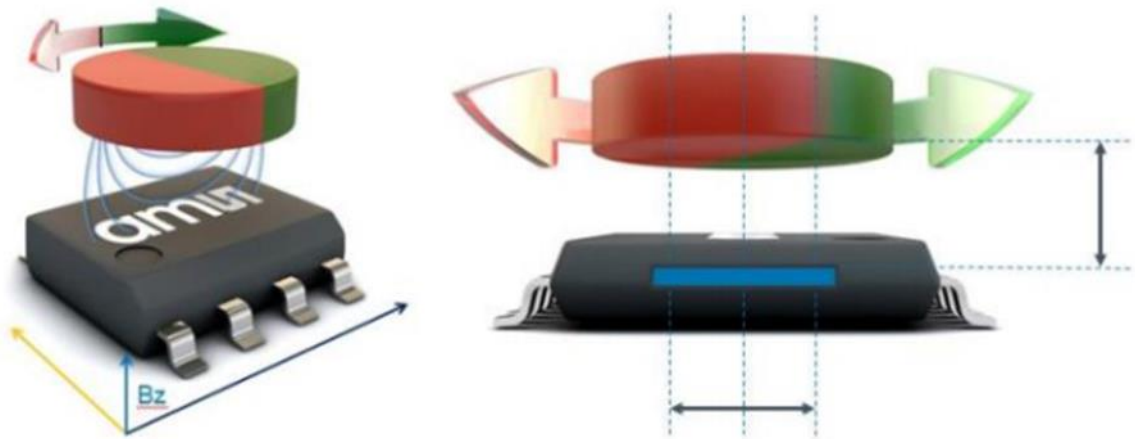
Fonte: AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 2).

O modelo do sensor requer o uso de ímãs do tipo diametralmente magnetizado tendo polo norte e sul nos dois hemisférios do ímã e campo magnético perpendicular às duas faces. O ímã é posicionado acima do CI do sensor com o campo magnético perpendicular à face do CI como ilustra a imagem 3.2. A documentação do sensor informa que o distanciamento entre estas duas partes devem estar de 0,5 mm a 3 mm e esse dado foi o principal ponto levado como base para construção da estrutura do protótipo.

Observando o gráfico fornecido pelo fabricante na documentação do sensor reproduzido na imagem 3.3, a distância de 0,5 mm é onde há maior percepção do campo magnético, observa-se uma queda de 8% comparando 1 mm e 1,5 mm, 22% comparando 1mm e 2mm e mais de 85% para medidas além de 2 mm. Testes práticos na impressão das peças e alinhamento CI e ímã mostraram que medidas abaixo de 1 mm não foram viáveis e repetíveis com consistência na fabricação das peças. A

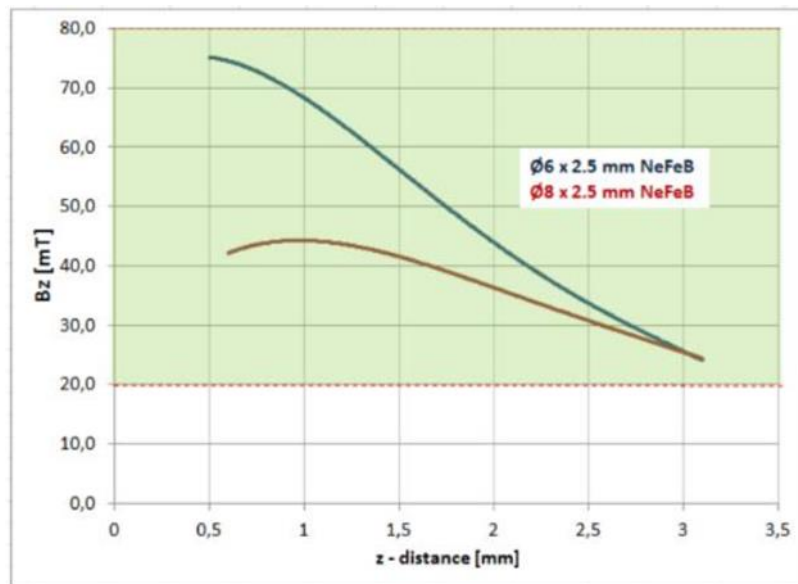
distância de 1,5 mm foi a menor distância obtida com consistência e permitindo a fabricação de peças de forma viável.

Figura 32: Alinhamento entre CI e imã para medição de posição.



Fonte: AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 5).

Figura 3.3: Densidade de fluxo magnético para variações de distância entre CI e ímã.



Fonte: AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 5).

O mesmo princípio de funcionamento do sensor AS5145H é observado no modelo AS5600, mas difere pois usa o protocolo I2C para comunicação dos dados e a distância indicada entre sensor e ímã é de 1 mm a 2 mm sem grande queda de

densidade de fluxo dentro desta faixa. Portanto, para o modelo AS5600 também foi definida uma distância de 1,5 mm entre sensor e imã.

3.2 PROJETO DOS ELOS, JUNTAS E ACOPLAMENTOS

O projeto dos elos, juntas e sistema de acoplamento foi o passo seguinte no projeto do protótipo pois a posição do sensor é dependente de como os elos eram ligados aos motores CC.

O acoplamento dos elos com os atuadores foi feito usando flanges vendidas comercialmente, pois os testes usando conexão direta nas peças impressas em 3D demonstraram que a conexão não foi rígida a longo prazo após diversos testes de operação dos elos. Um flange em alumínio comercializado pela empresa ROBOCORE, como ilustra a imagem 3.4, é usado para fixação no eixo do atuador e alocação no corpo do elo. Foram usadas flanges de versões 6 mm para os dois primeiros motores e 4 mm para o terceiro.

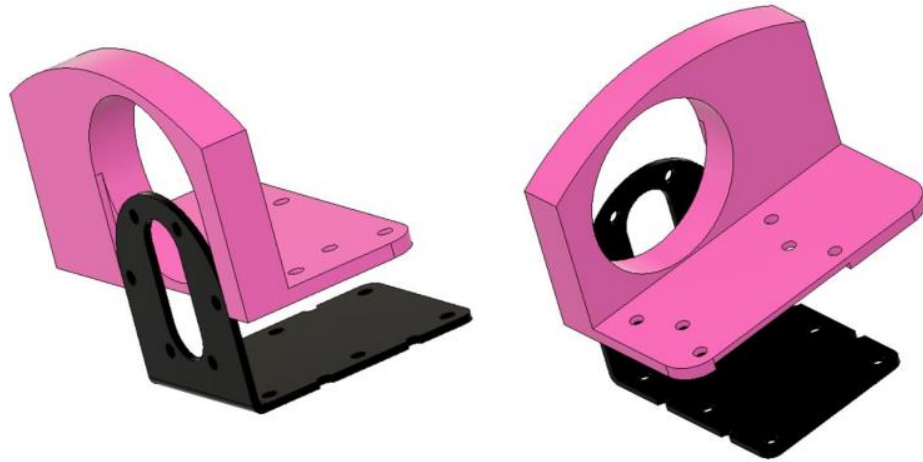
Figura 3.4: Flange usada na conexão entre elo e motor CC.



Fonte: Autoria própria.

O primeiro elo foi montado em uma estrutura composta, uma seção impressa em 3D responsável por fixar o suporte do sensor e uma seção em aço para aumento da rigidez permitindo que a massa de aproximadamente 1 kg da estrutura completa não apresentasse vibração durante o movimento dos elos. As vibrações também foram mitigadas adicionando uma peça de sustentação ao longo do corpo do atuador.

Figura 3.5: Suporte do primeiro elo do robô: Suporte impresso em 3D (peça rosa) e fixação em metal (peça preta).

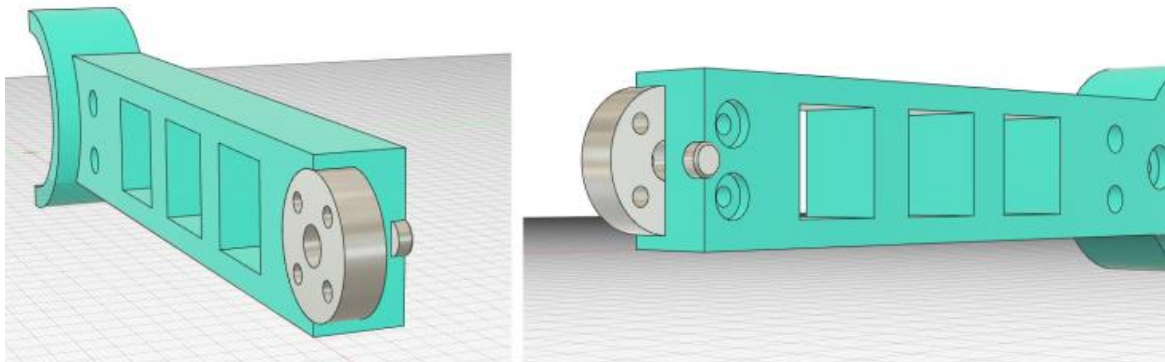


Fonte: Autoria própria.

O projeto dos elos foi feito obedecendo às limitações de impressão máxima da impressora 3D usada levando ao projeto base dos elos com comprimento de 15 cm e 4 cm de largura para os três elos, 5 cm de altura para os dois primeiros e 3 cm para o último. Em uma das extremidades o elo aloca um acoplamento em uma face e imã na face oposta, como ilustra a imagem 3.6. Na outra extremidade o elo apresenta um recuo para encaixe do corpo do atuador como pode ser visto na imagem 3.7.

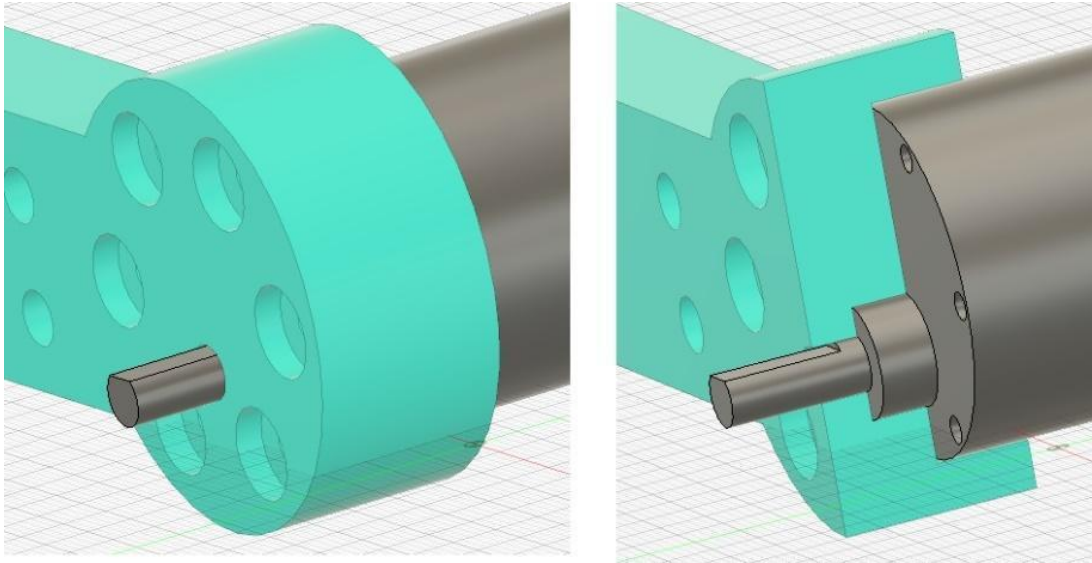
Os dois primeiros elos seguiram esta configuração como mostram os projetos completos nas imagens 3.8 e 3.9. A alteração no terceiro elo é não apresentar recuo para um atuador em uma das extremidades e o resultado final é mostrado na imagem 3.10.

Figura 3.6: Projeto do primeiro elo do robô: Posição da flange e do imã.



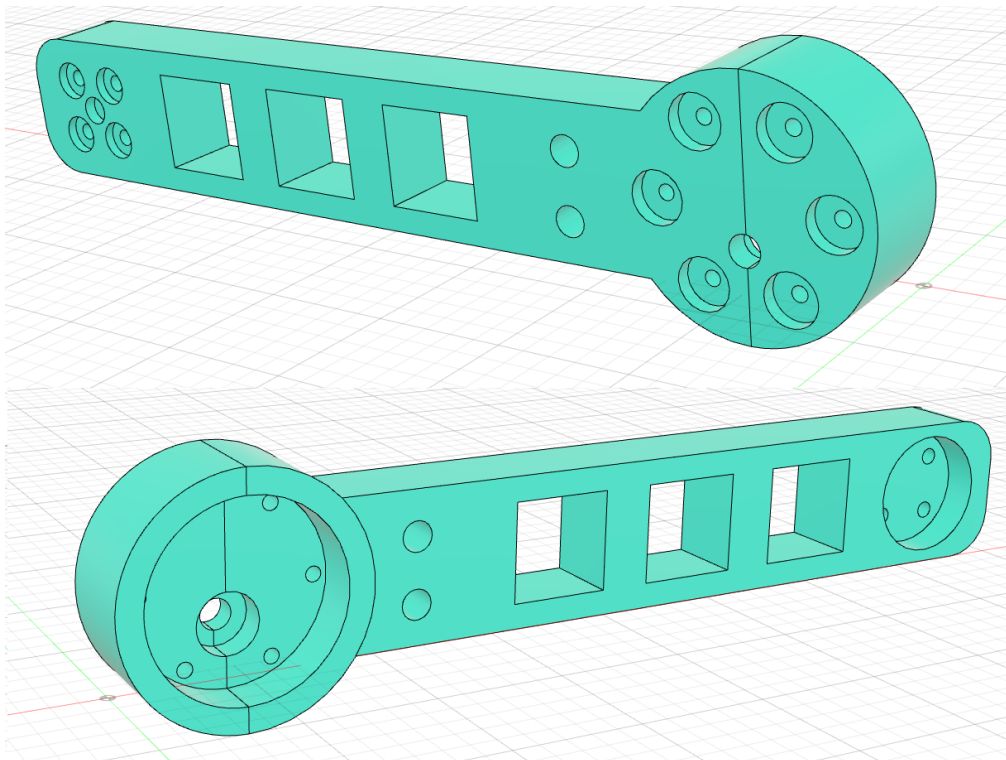
Fonte: Autoria própria.

Figura 3.7: Projeto do segundo elo: Encaixe do segundo atuador.



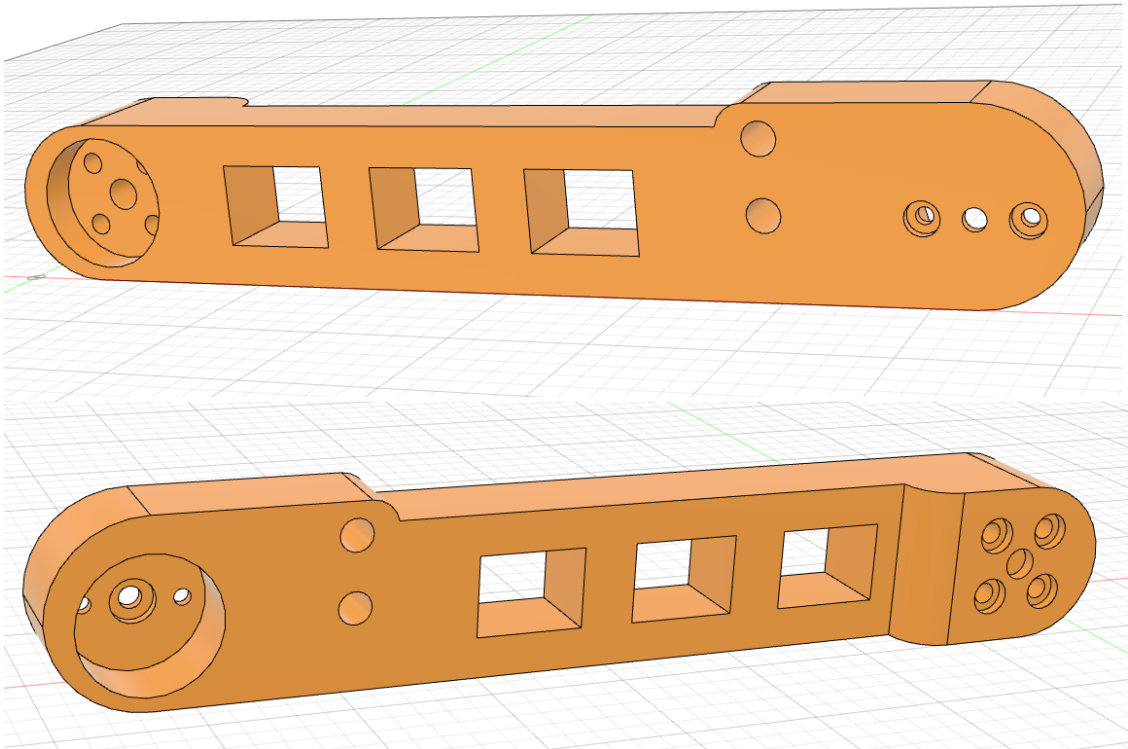
Fonte: Autoria própria.

Figura 3.8 – Projeto do primeiro elo usado para impressão em 3D.



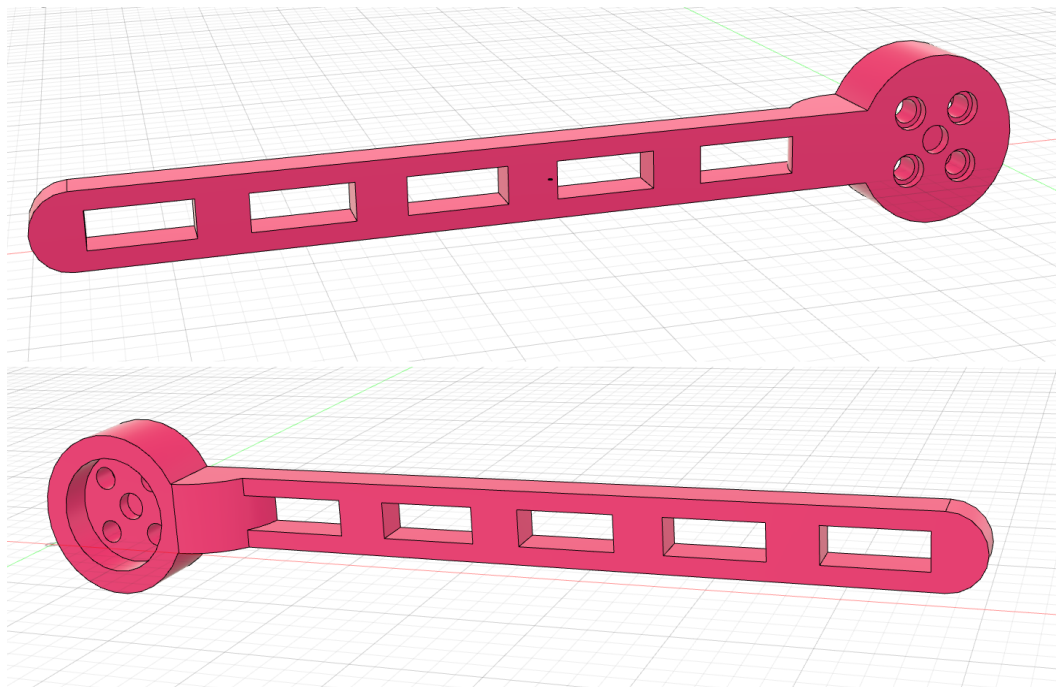
Fonte: Autoria própria.

Figura 3.9 – Projeto do segundo elo usado para impressão em 3D.



Fonte: Autoria própria.

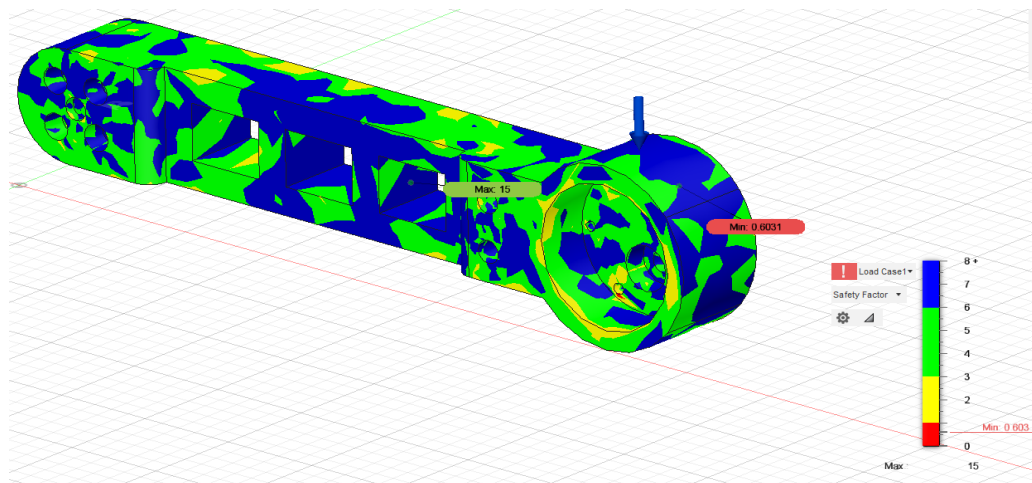
Figura 3.10 – Projeto do terceiro elo usado para impressão em 3D.



Fonte: Autoria própria.

Nos três elos foram introduzidos recuos que tornassem a estrutura mais leve, economia de material e economia de tempo na impressão das estruturas evitando problemas como Bending e Slipping. A inserção destes recuos foi feita baseado na simulação do projeto usando o software Fusion 360 e as funções Static Stress e Structural Buckling na seção de Simulations onde é possível observar a rigidez da estrutura e pontos de fragilidade. Foram inseridos recuos até que nenhum ponto da estrutura fosse apontado como crítico pelo diagnóstico de falha estrutural do software como ilustra a imagem 3.11.

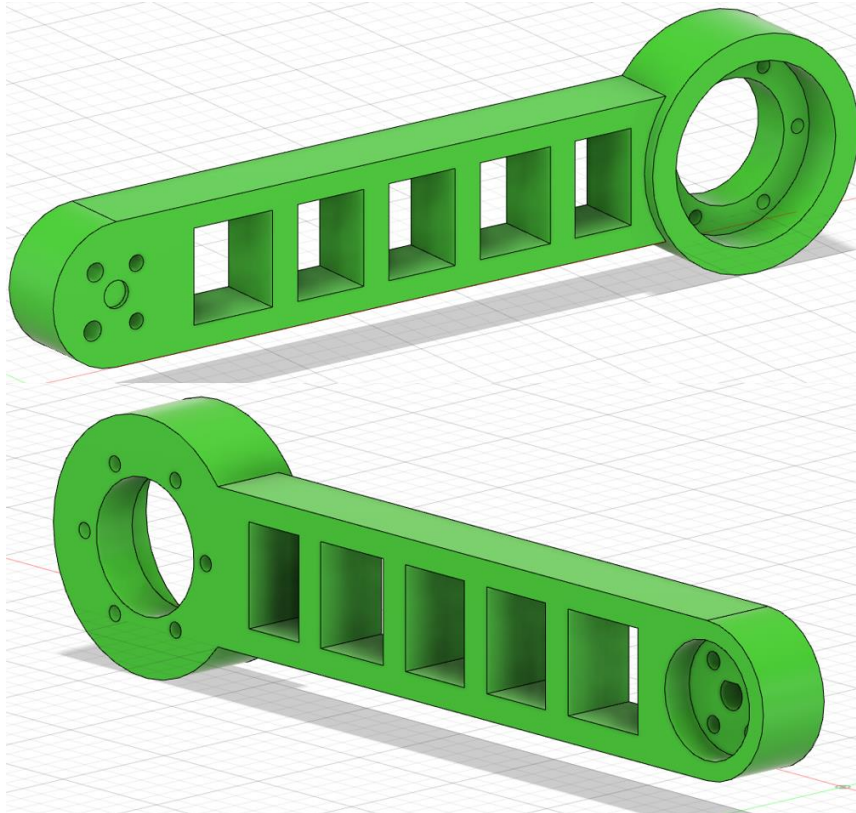
Figura 3.11 – Análise da estrutura e adição de recuos.



Fonte: Autoria própria.

O último elo projetado foi para os experimentos com influência de carga externa nos elos. Seu projeto foi feito considerando que uma massa externa fosse adicionada ao elo permitindo alteração de magnitude e uma alteração no centro de massa apenas no sentido longitudinal do elo. Como massa externa foram utilizadas um eixo roscado como base e porcas arruelas vendidos comercialmente permitindo incremento gradual da massa e ajuste da distribuição do centro de massa durante os experimentos. A imagem 3.12 mostra o projeto deste elo.

Figura 3.12 – Projeto do elo para estudo da fricção com dependência de carga.



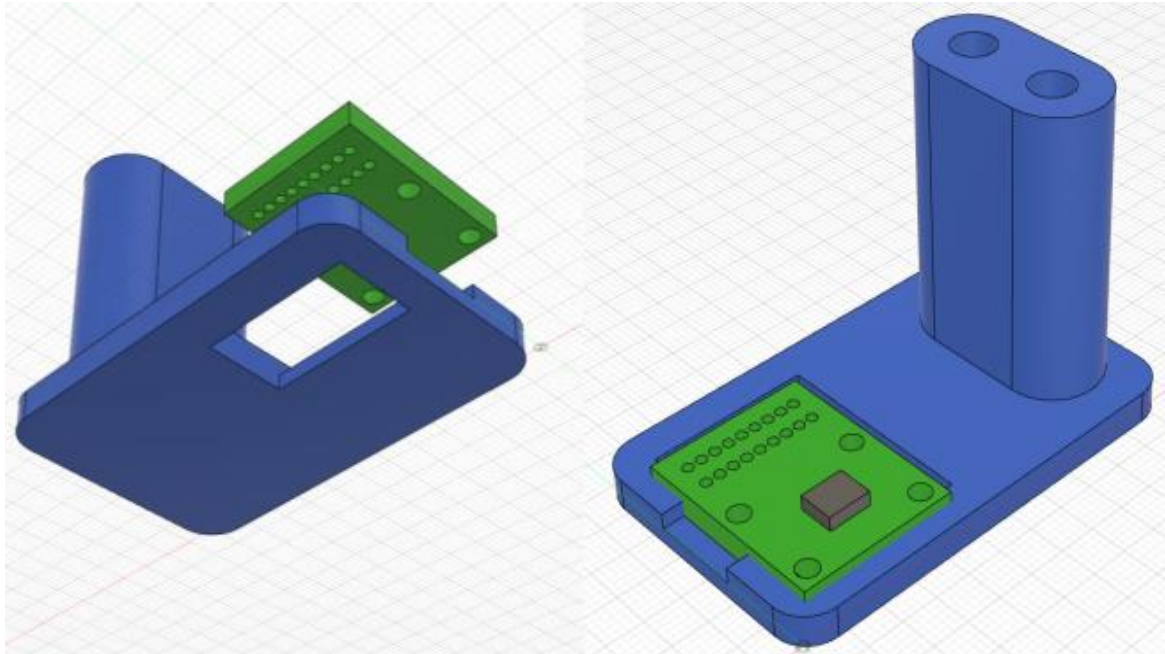
Fonte: Autoria própria.

3.3 SUPORTE DOS ENCODERS SENSORES DE POSIÇÃO

As últimas peças projetadas foram os suportes do encoders magnéticos. Eles têm como função alocar a PCB do encoder de forma alinhada ao ímã presente no elo e com distância de 1,5 mm entre as faces do ímã e do CI do encoder. Há duas seções no suporte, uma responsável por alocar o encoder permitindo conexão dos pinos de dados e outra por ajustar a distância desejada citada acima. O projeto final pode ser visto na imagem 3.13.

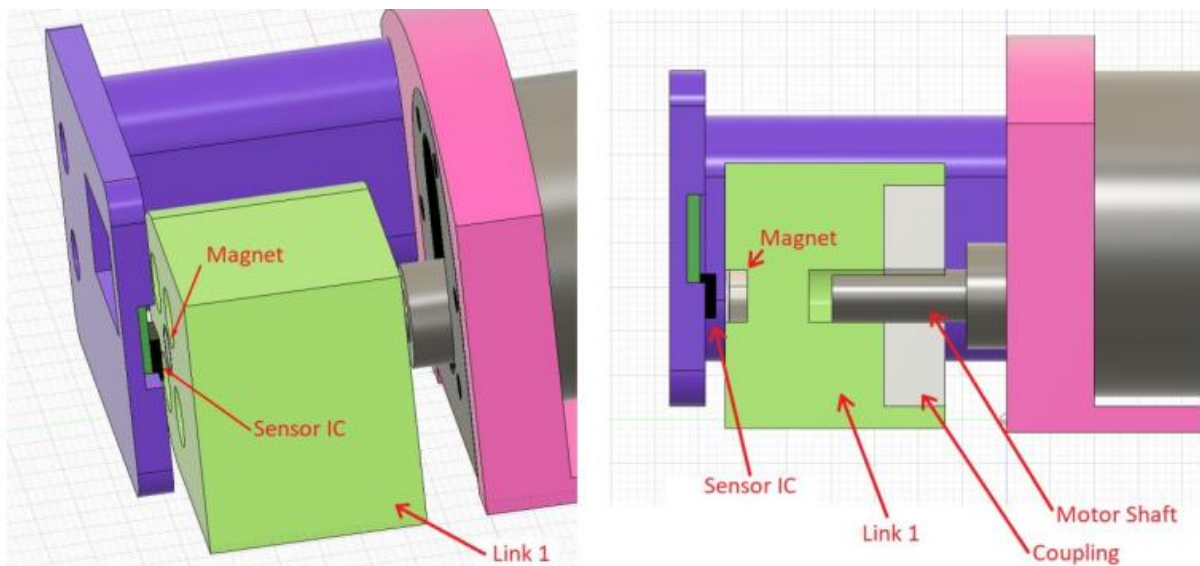
Esta distância de 1,5 mm foi atingida por um braço de comprimento determinado usando a simulação do projeto completo no Software Fusion 360 ajustado até que a medida fosse o valor desejado como ilustra a imagem 3.14. O resultado final para o suporte do primeiro sensor foi de 36,5 mm, para o segundo suporte de 34 mm e para o terceiro suporte de 23,5 mm.

Figura 3.13: Projeto do suporte do sensor de posição.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3.14: Alinhamento entre o suporte do sensor de posição e o elo do robô.



Fonte: Autoria própria.

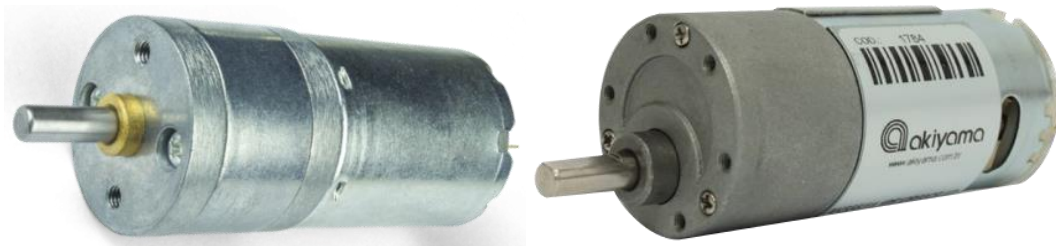
3.4 MOTORES CC USADOS NO PROTÓTIPO

Os atuadores selecionados foram os modelos AK555/11.1PF12R83CE-V2 para o primeiro e segundo elos e o modelo AK280/0.63PF05R330SC para o terceiro elo, ambos fabricados e comercializados pela NEOYAMA AKIMA. O primeiro modelo

tem operação na faixa de 6 V a 24 V, tensão nominal de 12 V para 65 rpm, power of 5 W e 11.1 kgf.cm. O segundo modelo opera de 3 V a 12 V, tensão nominal de 5 V para uma velocidade de 280 rpm, 1.8 W e 0.63 kgf.cm.

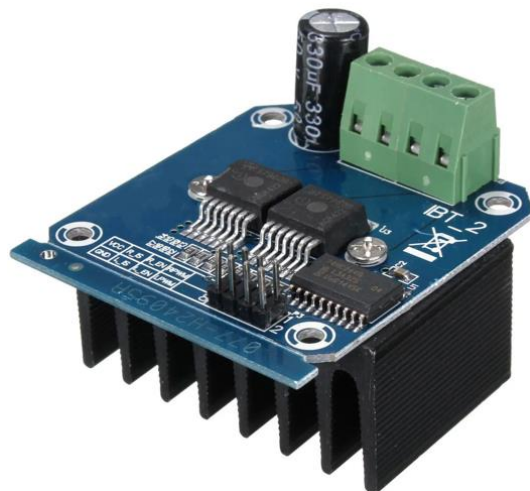
O acionamento dos motores foi feito utilizando drivers do tipo ponte H modelo BTS7960 como ilustra a imagem 3.15 (a) e (b). A escolha por este modelo foi baseada nos dados técnicos do Driver, sendo em sua grande maioria mais robustos que a maioria das outras opções comerciais usadas em robótica como os modelos L298 e LS78N. A ponte pode operar até 45 V de entrada, corrente de pico de até 43 A, comutação de até 25 kHz, apresenta proteção contra sobrecorrente ajustável e comutação PWM individual para cada braço da ponte.

Figura 3.15: Modelos dos motores usados como atuadores: (a) Modelo AK280/0.63PF05R330SC e (b) Modelo AK555/11.1PF12R83CE-V2.

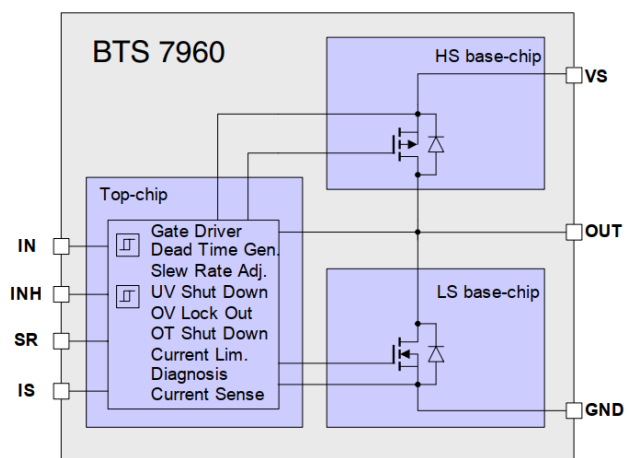


Fonte: Autoria própria.

Figure 3.16: (a) H-Bridge BTS7960. (b) BTS7960 H-bridge block diagram.



Fonte: Autoria própria.

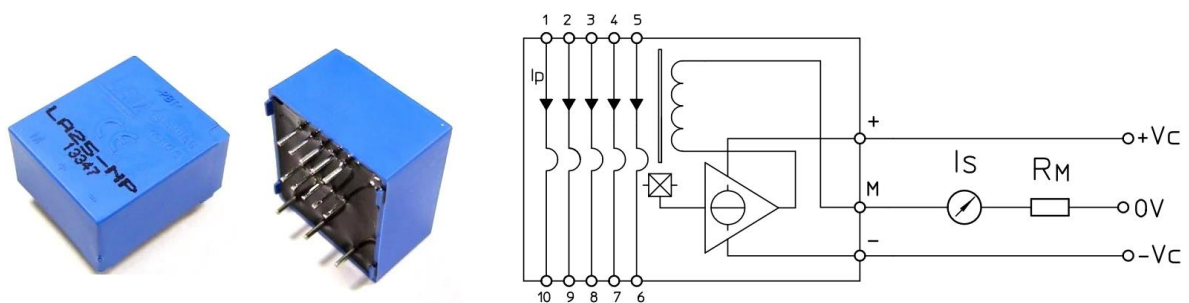


3.5 CIRCUITO DE SENSORIAMENTO DE CORRENTE

A obtenção dos dados de corrente de operação dos motores foi desenvolvida enfatizando dois critérios, capacidade de identificar pequenas variações e operar de forma linear nos valores de corrente dos motores selecionados. Diversos sensores vendidos comercialmente foram descartados pela incapacidade de prover precisão abaixo de 100 mA, fornecer dados digitais convertidos pelo sensor usando ADC com pouca precisão ou baixa sensibilidade.

Neste cenário optou-se pela utilização de transdutores de corrente em conjunto com um conversor analógico digital externo ao controlador central buscando a maior precisão, sensibilidade e escala de fundo adequada para cada atuador. O modelo LA25-NP da LEM é um modelo capaz de operar medindo até ± 36 A no primário, relação ajustável entre primário e secundário do transdutor de 1, 2, 3, 4, 5:1000, alimentação simétrica de ± 15 V e corrente nominal no secundário de até 25 mA configurável por um resistor de saída R_M como ilustra as imagens 3.17.

Figura 3.17 – Transdutor de corrente modelo LEM LA-25NP.



Fonte: Autoria própria.

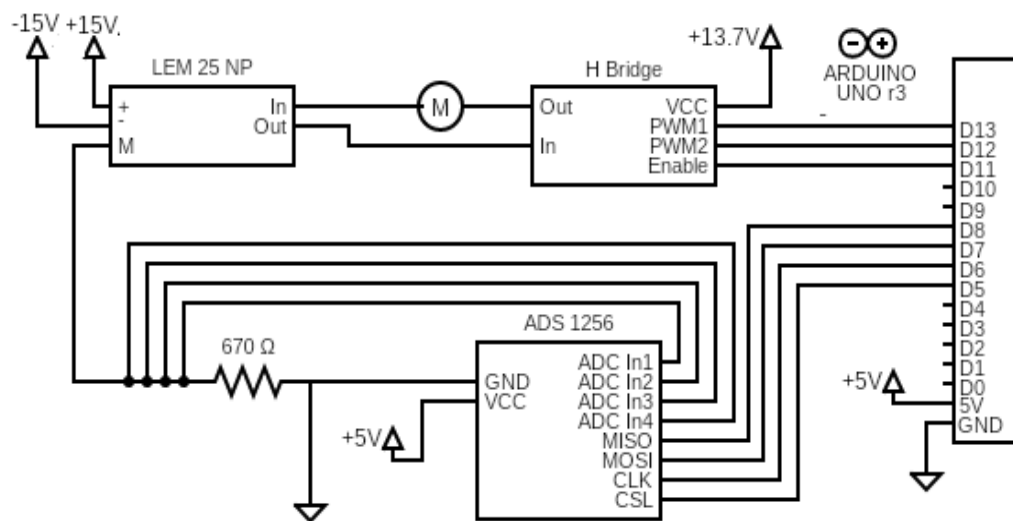
O circuito de saída do transdutor foi projetado para uma capacidade máxima de 800 mA em regime permanente. Foi usada uma relação de transformação de 5/1000 e um resistor R_M de $670 \, \Omega$ ao pino output do transdutor.

A leitura da corrente no resistor R_M foi feita usando o conversor analógico digital usado modelo ADS 1256 comercializado pela empresa Texas Instruments. Sua

capacidade de conversão é de 24 bits em até 8 canais distribuídos ou quatro canais diferenciais, data output rate up to 30kSPS, comunicação via protocolo serial SPI e alimentação digital de 3.6 V.

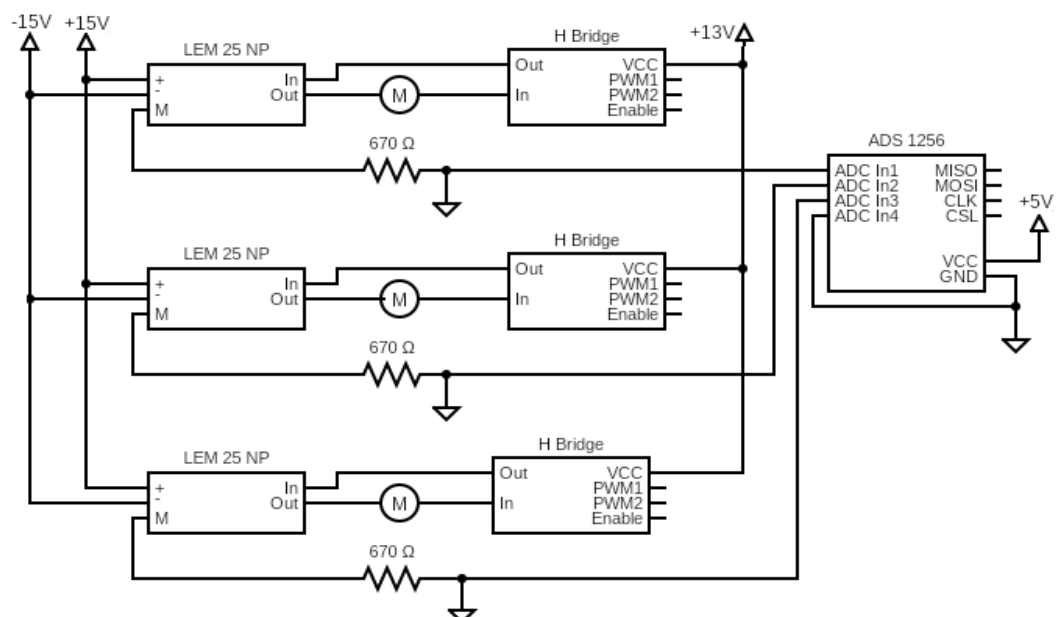
Foram usados dois circuitos para leitura da corrente, um direcionado para leitura dos dados na aquisição dos parâmetros de fricção, um atuador por vez e outro usado no monitoramento na operação constante dos três atuadores ao mesmo tempo. A imagem 3.18 ilustra o primeiro circuito e a imagem 3.19 o segundo circuito.

Figura 3.18 – Circuito de sensoriamento de corrente para um motor.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3.19 – Circuito de sensoriamento de corrente para os três motores.



Fonte: Autoria própria.

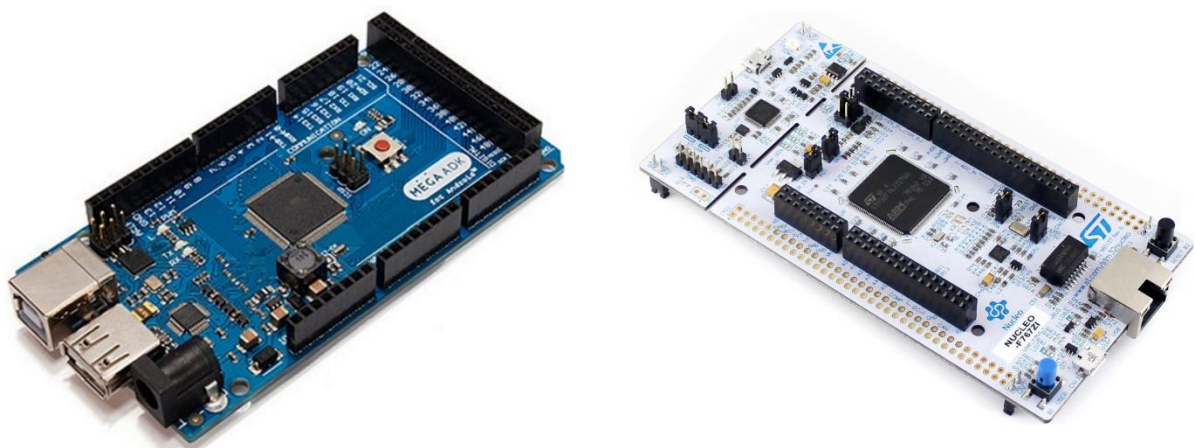
3.6 HARDWARE PARA SISTEMA DE CONTROLE E AQUISIÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS

O hardware usado é composto por dois sistemas de controle, um dedicado para aquisição dos dados experimentais para o modelo matemático de fricção e outro para o controle SDRE para posição com compensação de fricção. Os controladores usados nos sistemas, o microcontrolador Arduino Mega 2560 V3, imagem 3.20 (a), e o controlador STM32 767ZI Nucleo board, imagem 3.20 (b), foram selecionados baseados na capacidade de conexão com os dois softwares usados na aquisição de dados e sistema de controle, os software LabView 2021 e MATLAB 2022.

O primeiro sistema, dedicado para aquisição dos dados para composição do modelo matemático, tem como principal elemento um microcontrolador Arduino Mega V3, ilustrado na imagem 3.20 (a), e o circuito de sensoriamento de corrente mostrado na imagem 3.18.

Os dados experimentais para composição do modelo de fricção foram obtidos através da programação do Arduino Mega 2560 V3 pelo software LabView versão SPI 2021 32 Bits como ilustra a imagem 3.21.

Figura 3.20 – (a) Arduino Mega 2560 V3. (b) STM32 767ZI Nucleo Board.



Fonte: Autoria própria.

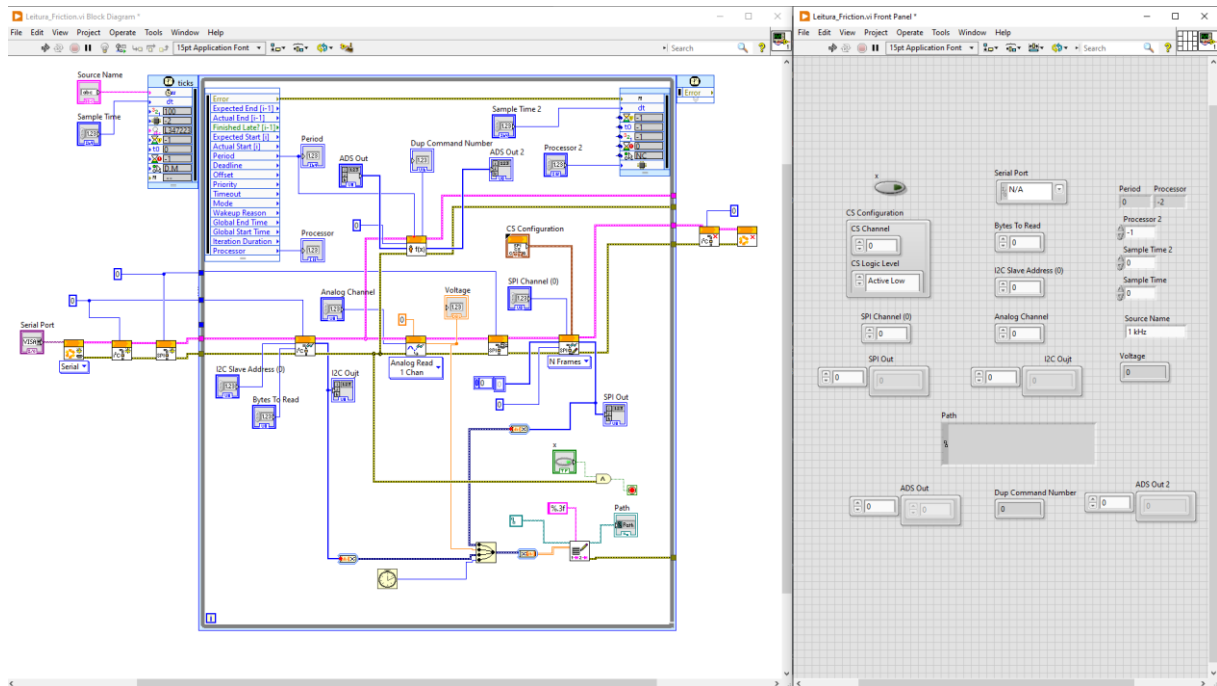
Um sistema consiste em um loop central que faz aquisição dos dados de corrente de operação do motor, posição do elo do robô, tensão aplicada ao motor, velocidade rotacional do elo, tempo geral e duty cycle aplicado ao motor. A frequência de aquisição dos dados é feita através da função Timed Loop onde é definida uma frequência para execução das instruções do loop.

A leitura da tensão no resistor R_M presente na saída do transdutor de corrente, circuito da imagem 3.19, foi feita de forma duplicada, lendo o conversor analógico-digital do Arduino Mega 2560 e os dados do conversor externo ADS 1256. Através da função Custom Command da biblioteca LINX é possível programar o firmware embarcado no Arduino para que a leitura do conversor analógico-digital ADS 1256 seja feita através de código e não via blocos do LabView e apenas o resultado da leitura seja mostrado no software. A leitura do sensor de posição foi feita usando os blocos de SPI da biblioteca LINX e a tensão aplicada ao motor através do sensor de tensão INA219 através dos blocos I2C da mesma biblioteca. Os valores de Duty Cycle e tempo são fornecidos pelo LabView. O cálculo de velocidade foi feito dividindo o deslocamento angular em um intervalo de tempo fixo.

A placa STM32 767ZI foi usada para aplicação do sistema de controle completo e foi programada através da combinação entre os softwares MATLAB 2022 e STM32Cube 1.0.1.

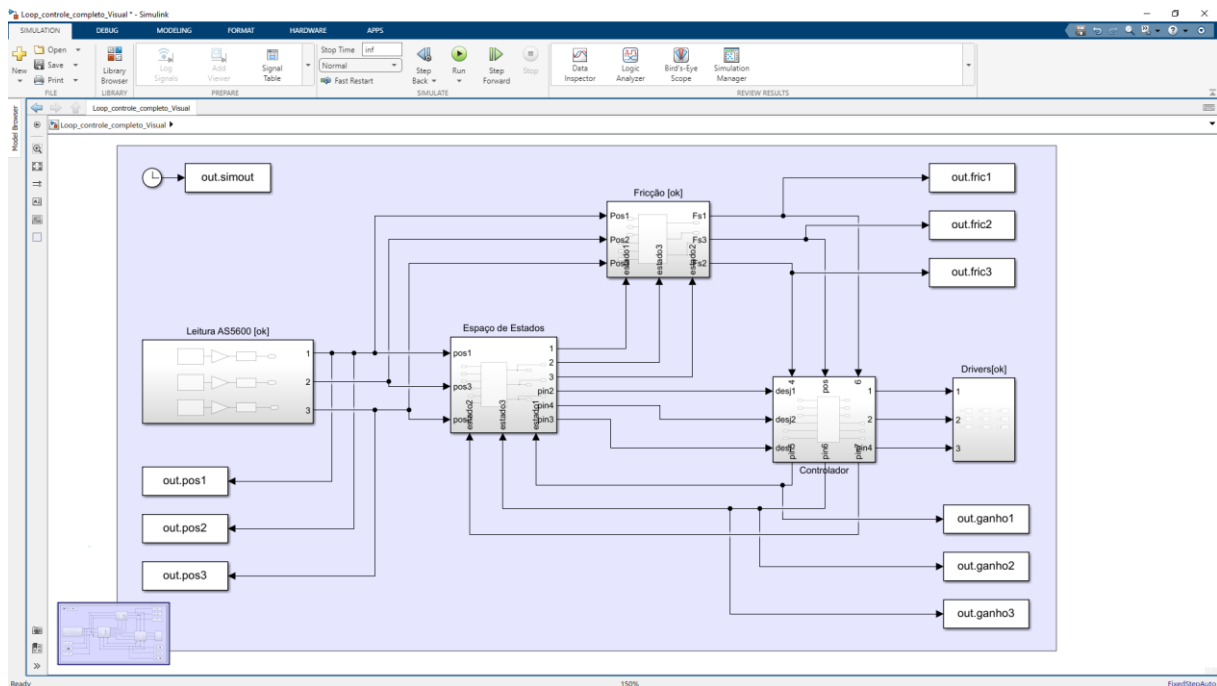
O sistema de controle é composto por cinco subsistemas. O primeiro é dedicado para tratamento dos dados de posição do encoder modelo AS5600. O segundo para cálculo das matrizes de estado do sistema e o terceiro cálculo dos ganhos do controlador SDRE. O quarto subsistema é responsável pela lógica de acionamento das Ponte H ligada aos motores. O quinto e último subsistema corresponde ao modelo de fricção do robô. A imagem 3.22 mostra a visão geral do loop de controle e a imagem 3.23 mostra cada subsistema de forma mais detalhada.

Figura 3.21 – Loop para aquisição dos dados para construção do modelo de fricção.



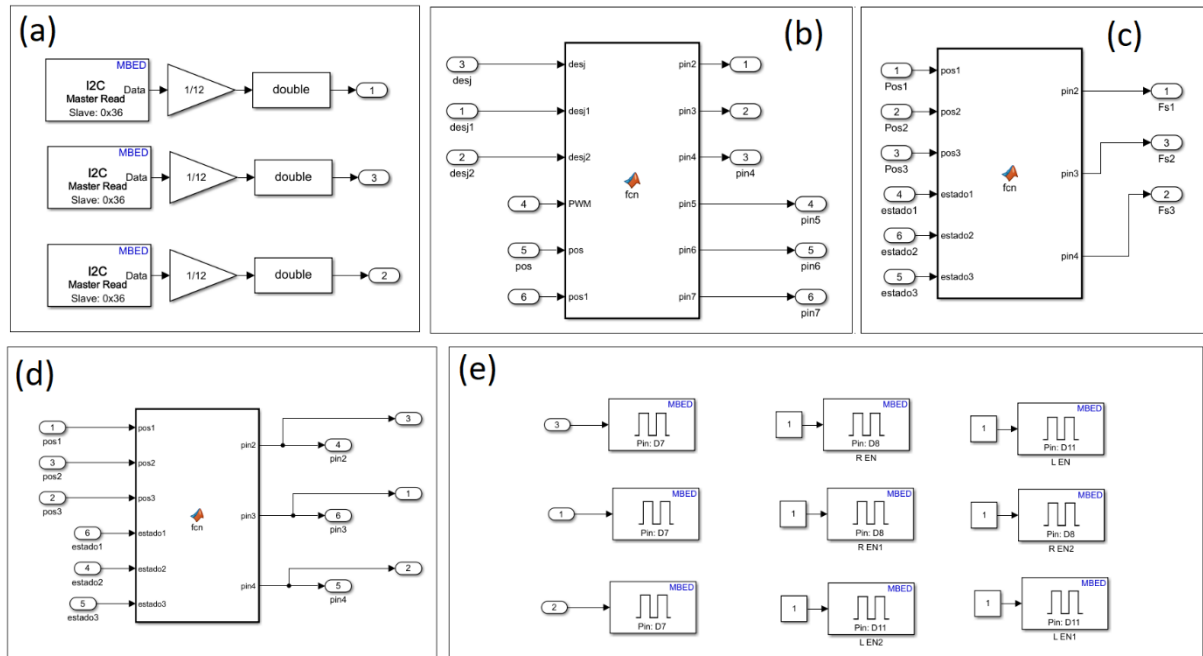
Fonte: Autoria própria.

Figura 3.22 – Loop de controle em malha fechada do sistema completo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3.23 – Subsistemas de loop de controle: (a) Aquisição dos dados do sensor de posição. (b) Cálculo das matrizes de estado. (c) Cálculo dos ganhos do controlador. (d) Acionamento dos Drivers dos atuadores. (e) Modelo de fricção.



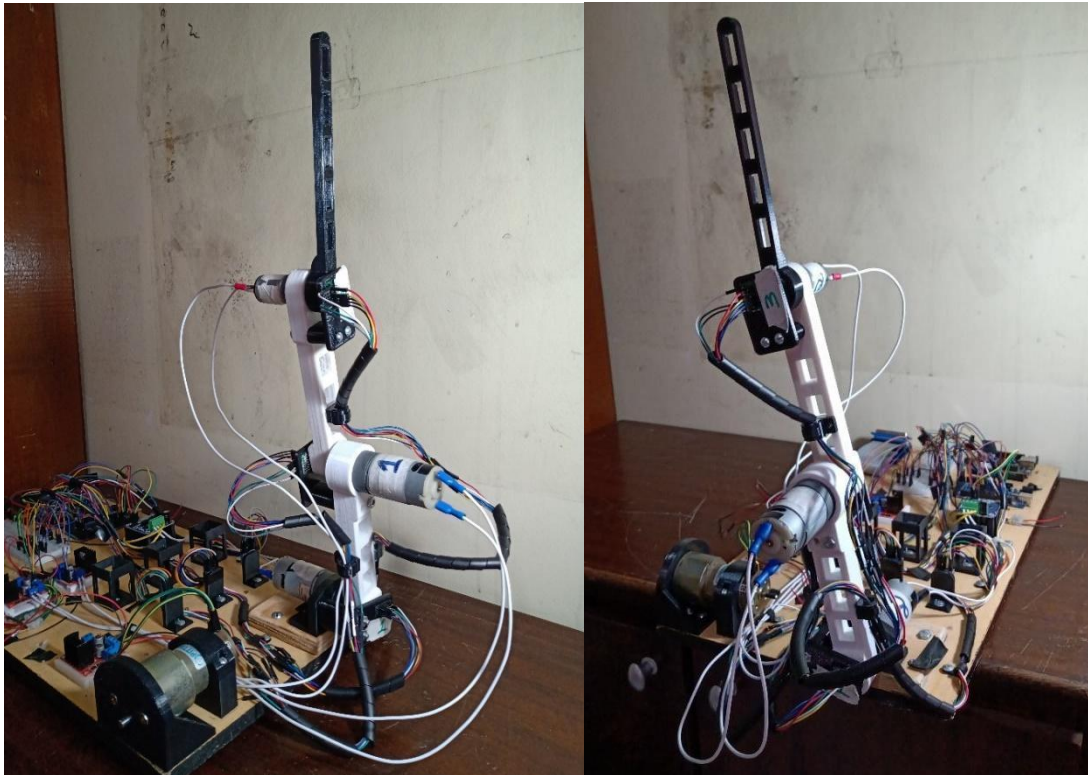
Fonte: Autoria própria.

3.7 PROTÓTIPO COMPLETO DO MANIPULADOR ROBÓTICO

A versão completa do protótipo foi construída em duas seções em patamares diferentes, um superior e outro inferior como pode ser visto na imagem 3.24 onde o sistema completo é apresentado.

A organização dos componentes foi feita visando que na seção inferior fossem alocados os componentes que não tem alterações de conexões, como sistema de potência e regulação dos diferentes valores de tensão usados na alimentação dos motores e dos transdutores de corrente. A imagem 3.25 mostra em detalhes esta parte. Na seção superior, todos os sistemas que necessitam de algum tipo de modificação durante os experimentos, como os controladores, Drivers Ponta H, sensores e a base do manipulador robótico. Os detalhes podem ser vistos na imagem 3.26.

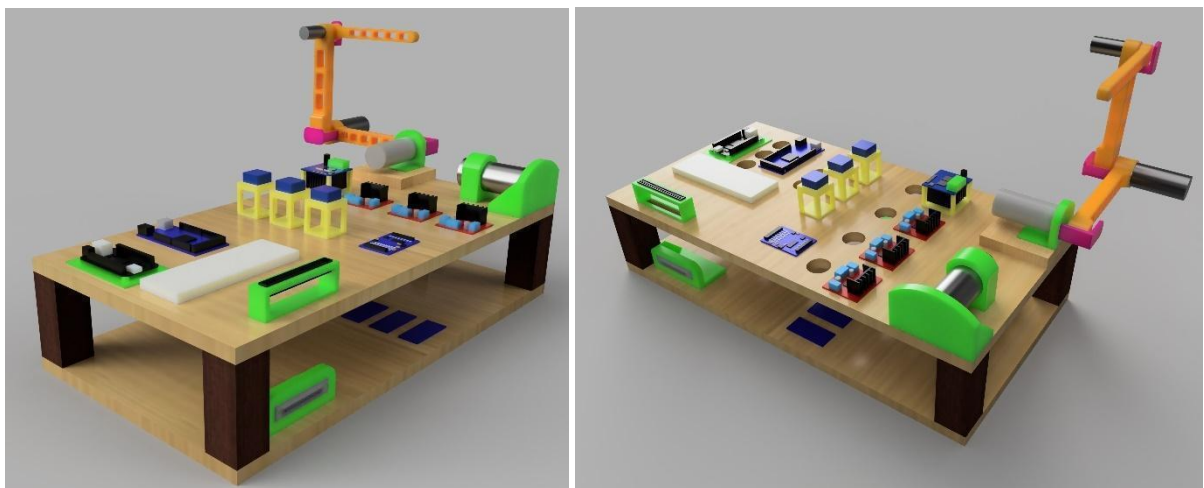
Figura 3.24 – Protótipo do manipulador robótico: Sistema completo.



Fonte: Autoria própria.

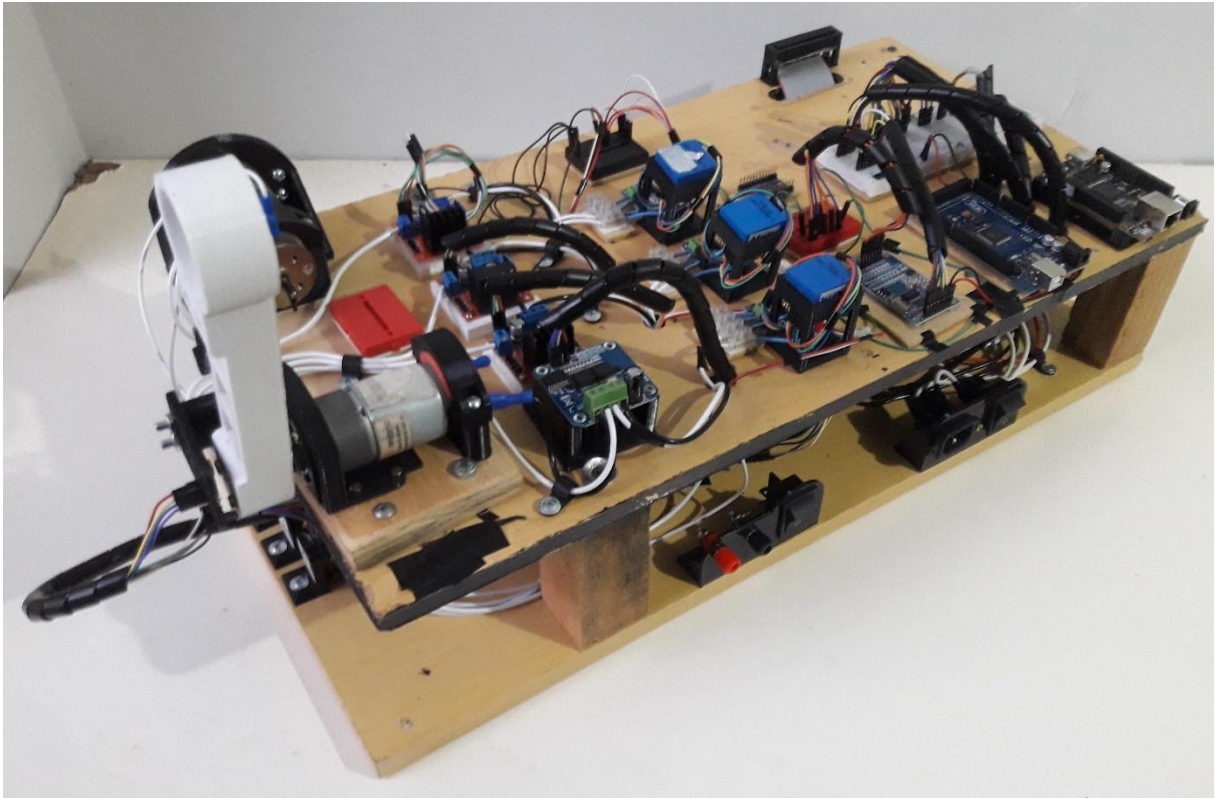
O projeto do protótipo foi feito usando o Software Fusion 360 testando diversas possibilidades de alocação das componentes e a versão final é ilustrada na imagem 3.25.

Figura 3.25 – Versão digital do projeto do protótipo do manipulador feito no software Fusion 360.



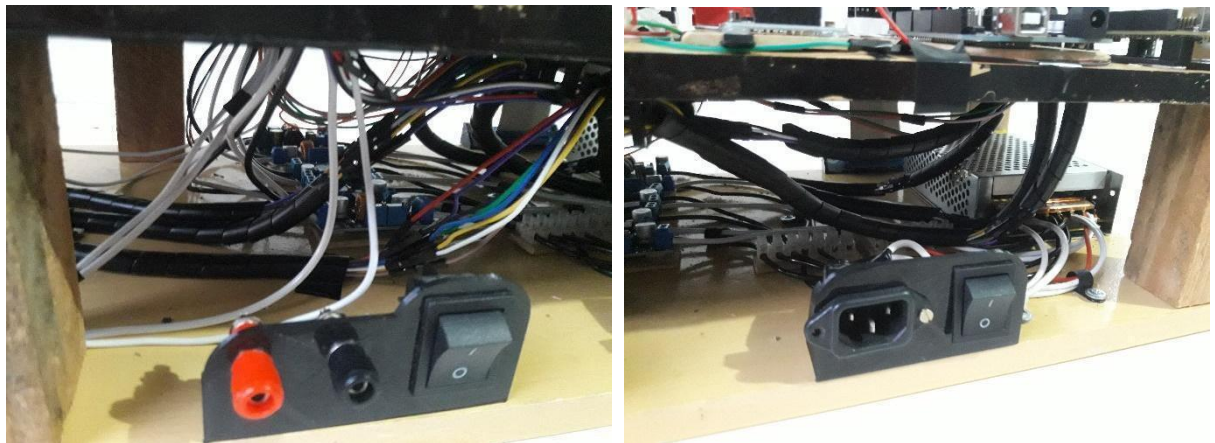
Fonte: Autoria própria.

Figura 3.26 – Protótipo do Sistema robótico: Seção superior.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3.27 – Protótipo do Sistema robótico: Seção inferior.



Fonte: Autoria própria.

$$A_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & a_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & a_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

onde os elementos T_{11} a T_{24} são dados por

$$T_{11} = \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\cos(\theta_3) + \sin(\theta_3)[- \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) - \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)]$$

$$T_{12} = \sin(\theta_1)\sin(\theta_2) - \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\sin(\theta_3) + \cos(\theta_3)[\cos(\theta_1)\sin(\theta_2) + \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)]$$

$$T_{14} = \cos(\theta_1)\{\cos(\theta_2)[a_2 + a_3 \cos(\theta_3)] - \sin(\theta_2)\sin(\theta_3)a_3 + a_1\}$$

$$- \sin(\theta_2)\{\sin(\theta_2)[a_2 + a_3 \cos(\theta_3)] - \cos(\theta_2)\sin(\theta_3)a_3 + a_2\}$$

$$T_{21} = \cos(\theta_3)[\sin(\theta_1)\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)] + \sin(\theta_3)[\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)]$$

$$T_{22} = \cos(\theta_3)[\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)] + \sin(\theta_3)[- \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) - \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)]$$

$$T_{24} = \sin(\theta_1)\{\cos(\theta_2)[a_2 + a_3 \cos(\theta_3)] - \sin(\theta_2)\sin(\theta_3)a_3 + a_1\}$$

$$+\cos(\theta_1)\{\sin(\theta_2)[a_2+a_3\cos(\theta_3)]+\cos(\theta_2)\sin(\theta_3)a_3+\sin(\theta_2)\}$$

Tabela 4.1 – Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Links	a	d	α	θ
0-1	a_1	0	0	θ_1
1-2	a_2	0	0	θ_2
2-3	a_3	0	0	θ_3

Fonte: Autoria própria.

O Lagrangeano do robô deste trabalho pode ser expresso como a soma das três componentes cinéticas e potenciais

$$L = \sum_{i=1}^3 K_i - \sum_{i=1}^3 P_i = K_1 + K_2 + K_3 - P_1 - P_2 - P_3 \quad (4.5)$$

Expandindo a soma das componentes do Lagrangeano da equação 4.5, a Equação de Movimento para o manipulador robótico com três graus de liberdade pode ser descrita como mostrado em 4.6 e 4.7.

$$\begin{aligned} T_i = & D_{i1}\ddot{\theta}_1 + D_{i2}\ddot{\theta}_2 + D_{i3}\ddot{\theta}_3 + D_{i11}\dot{\theta}_1^2 + D_{i22}\dot{\theta}_2^2 + D_{i33}\dot{\theta}_3^2 + D_{i12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ & + D_{i13}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + D_{i21}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{i23}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + D_{i31}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_1 + D_{i32}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} T_1 = & D_{11}\ddot{\theta}_1 + D_{12}\ddot{\theta}_2 + D_{13}\ddot{\theta}_3 + D_{111}\dot{\theta}_1^2 + D_{122}\dot{\theta}_2^2 + D_{133}\dot{\theta}_3^2 + D_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ & + D_{113}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + D_{121}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{123}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + D_{131}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_1 + D_{132}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2 = & D_{21}\ddot{\theta}_1 + D_{22}\ddot{\theta}_2 + D_{23}\ddot{\theta}_3 + D_{211}\dot{\theta}_1^2 + D_{222}\dot{\theta}_2^2 + D_{233}\dot{\theta}_3^2 + D_{212}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ & + D_{213}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + D_{221}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{223}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + D_{231}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_1 + D_{232}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$T_3 = D_{i1}\ddot{\theta}_1 + D_{i2}\ddot{\theta}_2 + D_{i3}\ddot{\theta}_3 + D_{i11}\dot{\theta}_1^2 + D_{i22}\dot{\theta}_2^2 + D_{i33}\dot{\theta}_3^2 + D_{i12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_{i13}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 + D_{i21}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + D_{i23}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + D_{i31}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_1 + D_{i32}\dot{\theta}_3\dot{\theta}_2$$

4.2 ACOPLAMENTO ENTRE MOTORES CC E ELOS ROBÓTICOS

O modelo matemático do acoplamento tem como função relacionar diretamente a entrada do sistema; a tensão aplicada no atuador; e a saída; a posição dos elos; a partir dos dois pontos comentados na seção 2.8, a rigidez do acoplamento e se é feito de forma direta ou indireta.

O sistema usado neste trabalho não apresenta componente relevante de flexibilidade resultando na dinâmica do modelo ser expressa pela equação de acoplamento rígido 2.68. Quanto ao acoplamento direto ou indireto, uma característica dos motores usados fez com que ele fosse considerado como Direct-Drive.

Em cenários ideais o sensoramento da posição do eixo do motor é feito na parte posterior deixando a parte frontal sem nenhuma restrição de movimento causada por suportes usados na fixação do sensor. No entanto, a imagem 4.2 (a) mostra o modelo usado neste trabalho é comparado ao modelo mostrado em 4.2 (b) é possível observar como não há uma seção do eixo para conexão em encoders e não é possível adaptação da carcaça para exposição de parte do eixo. Logo, o sensoramento da posição do eixo é feito na parte frontal do motor. Em situações assim, ainda que o motor apresente uma caixa de redução é possível tratá-lo como um Direct-Drive pois a posição é monitorada após a caixa de redução e não no eixo do motor antes da caixa de redução.

$$\begin{aligned} \frac{di_{a,1}}{dt} &= \frac{V_{in,1} - V_{BEMF,1} - R_{a,1}i_{a,1}}{L_{a,1}} \\ \tau_{m,1} &= k_{T,1}i_{a,1} \\ \ddot{\theta}_1 &= \frac{\tau_{m,1} - C_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) - G_1(\theta_1) - b_{m,1}\dot{\theta}_1}{M_1(\theta_1) + J_{m,1}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}
\frac{di_{a,2}}{dt} &= \frac{V_{in,2} - V_{BEMF,2} - R_{a,2}i_{a,2}}{L_{a,2}} \\
\tau_{m,2} &= k_{T,2}i_{a,2} \\
\ddot{\theta}_2 &= \frac{\tau_{m,2} - C_2(\theta_2, \dot{\theta}_2) - G_2(\theta_2) - b_{m,2}\dot{\theta}_2}{M_2(\theta_2) + J_{m,2}}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

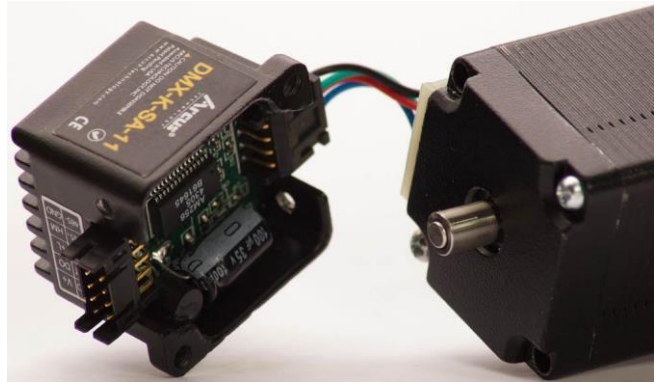
$$\begin{aligned}
\frac{di_{a,3}}{dt} &= \frac{V_{in,3} - V_{BEMF,3} - R_{a,3}i_{a,3}}{L_{a,3}} \\
\tau_{m,3} &= k_{T,3}i_{a,3} \\
\ddot{\theta}_3 &= \frac{\tau_{m,3} - C_3(\theta_3, \dot{\theta}_3) - G_3(\theta_3) - b_{m,3}\dot{\theta}_3}{M_3(\theta_3) + J_{m,3}}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Figura 4.2: Comparação entre modelos de motores CC: (a) modelo onde não é possível sensoriamento no eixo usando a parte posterior do motor e (b) modelo onde isso é possível pois há uma seção do eixo do motor exposto na parte posterior e possibilidade de fixação do sensor de posição.

(a)



(b)



Fonte: Autoria própria.

Ao considerá-lo como Direct-Drive, a posição do eixo e do elo passam a ser iguais e a dinâmica do acoplamento é dada pela combinação de 2.30 e 2.68. Para o sistema com três graus de liberdade, o sistema de equação do acoplamento para cada um dos três elos é expresso por 4.8 a 4.10, respectivamente.

4.3 PARÂMETROS DE INÉRCIA DO MANIPULADOR

As matrizes de inércia para os três elos foram calculadas considerando que os produtos de inércia são zero, simplificando diversos elementos das matrizes como pode ser visto em 4.11 a 4.13. Também foi considerado que o centro de massa do elo é na metade do comprimento do elo e que corresponde ao eixo $\bar{x}_i$ do frame de coordenadas dos elos.

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_1 & I_{1,xy} & I_{1,xz} & m_1 \bar{x}_1 \\ I_{1,xy} & \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_1 & I_{1,yz} & m_1 \bar{y}_1 \\ I_{1,xz} & I_{1,yz} & \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_1 & m_1 \bar{z}_1 \\ m_1 \bar{x}_1 & m_1 \bar{y}_1 & m_1 \bar{z}_1 & m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1 a_1^2 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_1 a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}m_1 a_1 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_2 & I_{2,xy} & I_{2,xz} & m_2 \bar{x}_2 \\ I_{2,xy} & \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_2 & I_{2,yz} & m_2 \bar{y}_2 \\ I_{2,xz} & I_{2,yz} & \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_2 & m_2 \bar{z}_2 \\ m_2 \bar{x}_2 & m_2 \bar{y}_2 & m_2 \bar{z}_2 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_2 a_2^2 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_2 a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}m_2 a_2 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz})_3 & I_{3,xy} & I_{3,xz} & m_3 \bar{x}_3 \\ I_{3,xy} & \frac{1}{2}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})_3 & I_{3,yz} & m_3 \bar{y}_3 \\ I_{3,xz} & I_{3,yz} & \frac{1}{2}(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})_3 & m_3 \bar{z}_3 \\ m_3 \bar{x}_3 & m_3 \bar{y}_3 & m_3 \bar{z}_3 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_3 a_3^2 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_3 a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}m_3 a_3 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

A introdução da componente de carga do modelo foi feito utilizando a mesma matriz de inércia 4.13 pois ela descreve o terceiro onde será introduzida a carga. A matriz de inércia com o sistema dependente de carga foi nomeada de $J_{3,L}$ seguindo o padrão de adicionar o índice L nos parâmetros relacionados à descrição da fricção com dependência de carga. A presença da carga no final do elo faz com que não seja possível considerar que o produto de inércia é nulo e que o centro de massa é na metade do comprimento do elo, logo a matriz passa a ser definida pela equação 4.14.

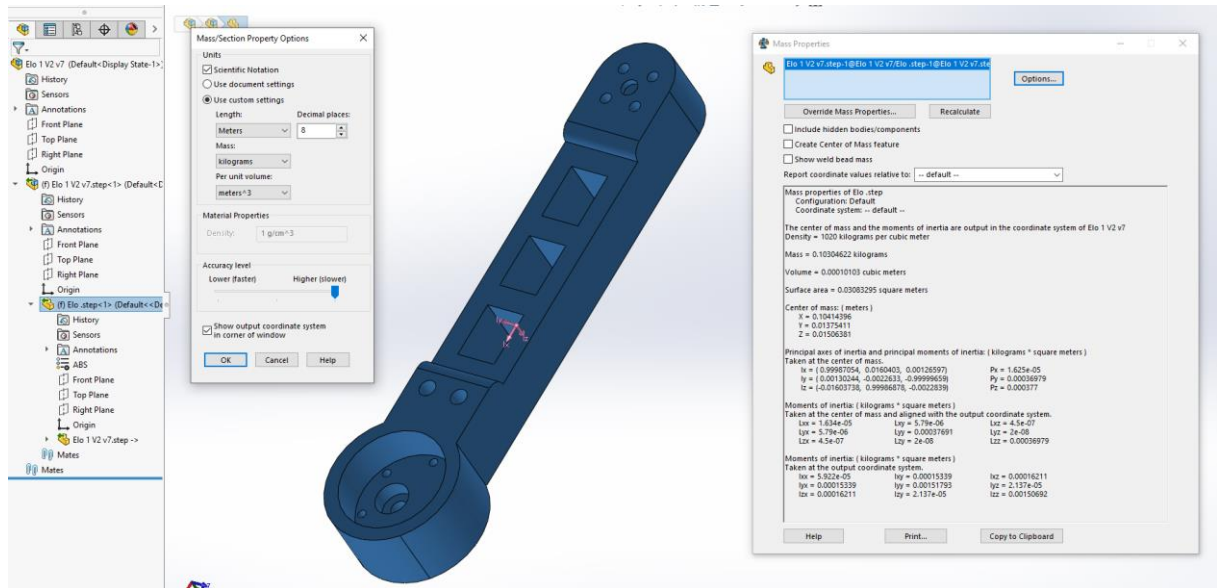
$$J_{3,L} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(-I_{xx,L} + I_{yy,L} + I_{zz,L})_3 & I_{3,xy,L} & I_{3,xz,L} & m_{3,L} \bar{x}_{3,L} \\ I_{3,xy,L} & \frac{1}{2}(I_{xx,L} - I_{yy,L} + I_{zz,L})_3 & I_{3,yz,L} & m_{3,L} \bar{y}_{3,L} \\ I_{3,xz,L} & I_{3,yz,L} & \frac{1}{2}(I_{xx,L} + I_{yy,L} - I_{zz,L})_3 & m_{3,L} \bar{z}_{3,L} \\ m_{3,L} \bar{x}_{3,L} & m_{3,L} \bar{y}_{3,L} & m_{3,L} \bar{z}_{3,L} & m_{3,L} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

4.3.1 Cálculo dos parâmetros de inércia via simulação numérica

Os parâmetros de inércia que compõem a matriz de inércia apresentada na seção 3.3 foram obtidos utilizando simulação numérica devido a complexidade da estrutura gerar imprecisões na obtenção analítica das componentes. Na simulação foi utilizado o software SolidWorks versão 2019 e as funções Mass Properties e Center Of Mass como pode ser visto nas imagens 4.3 a 4.5 para os três elos, respectivamente.

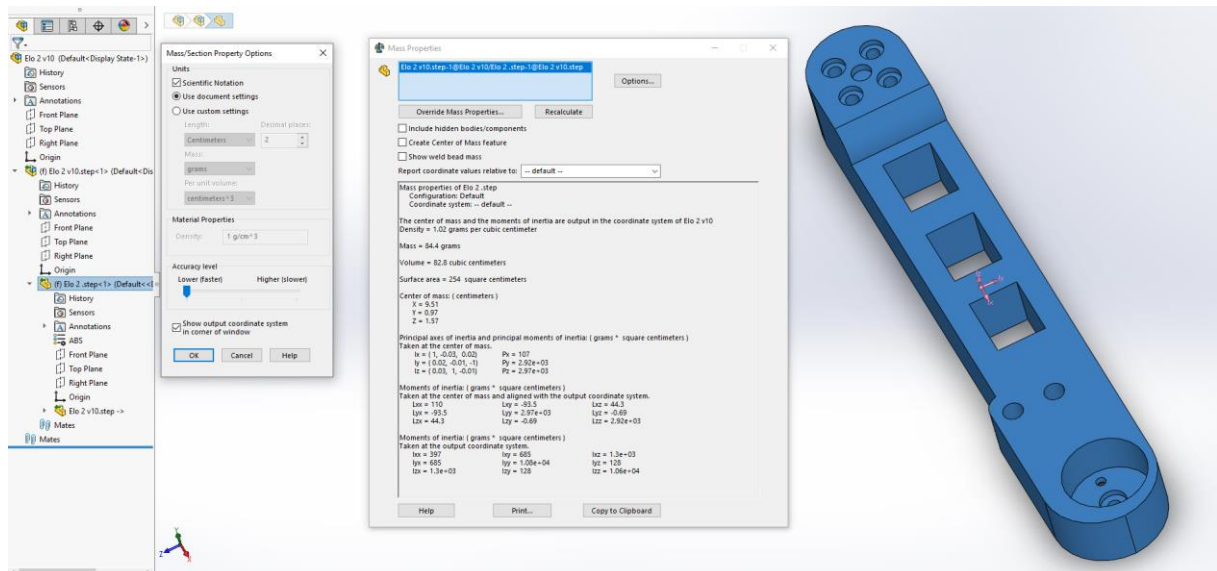
Ainda que o modelo dinâmico apresentado na seção 3.3 não exija a matriz de inércia dos elementos combinados do robô, como elos e atuadores juntos, as simulações foram feitas pois estes dados são usados para cálculo da componente gravitacional usando o módulo Robotics ToolBox do software MATLAB. Não foram considerados elementos como sensores e fiação pois sua influência é negligenciável dado que a massa de tais elementos é imensamente inferior quando comparada com a dos motores e elos. Os resultados podem ser vistos nas imagens 4.6 e 4.7 para a primeira e segunda junta completas, respectivamente.

Figura 4.3: Parâmetros de Inércia do primeiro elo.



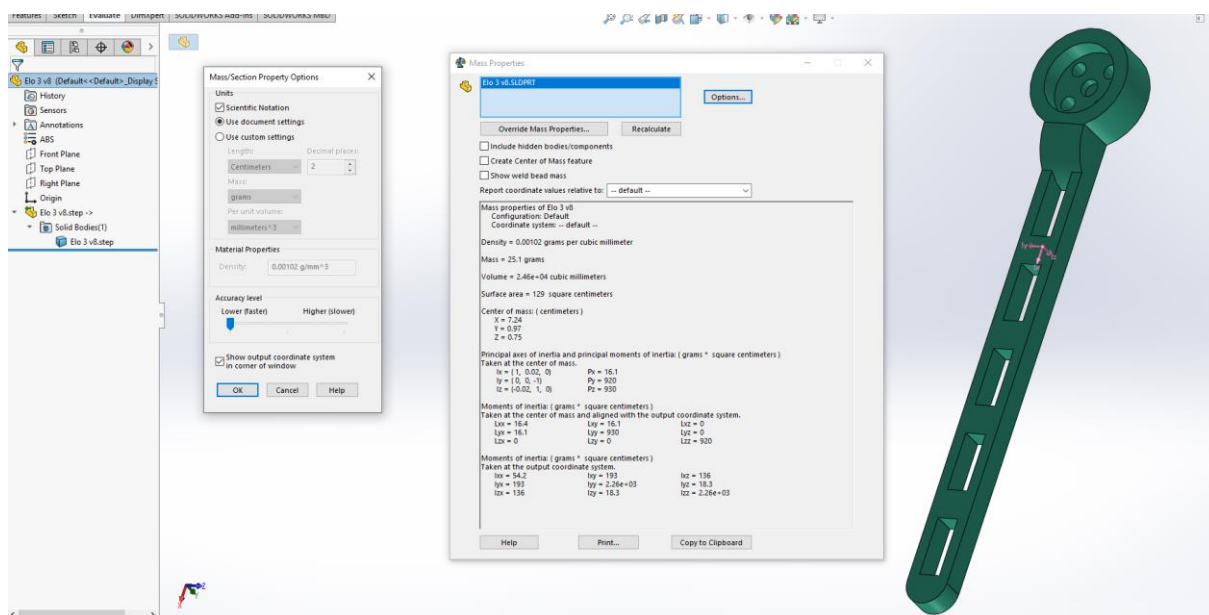
Fonte: Autoria própria

Figura 4.4: Parâmetros de Inércia do segundo elo.



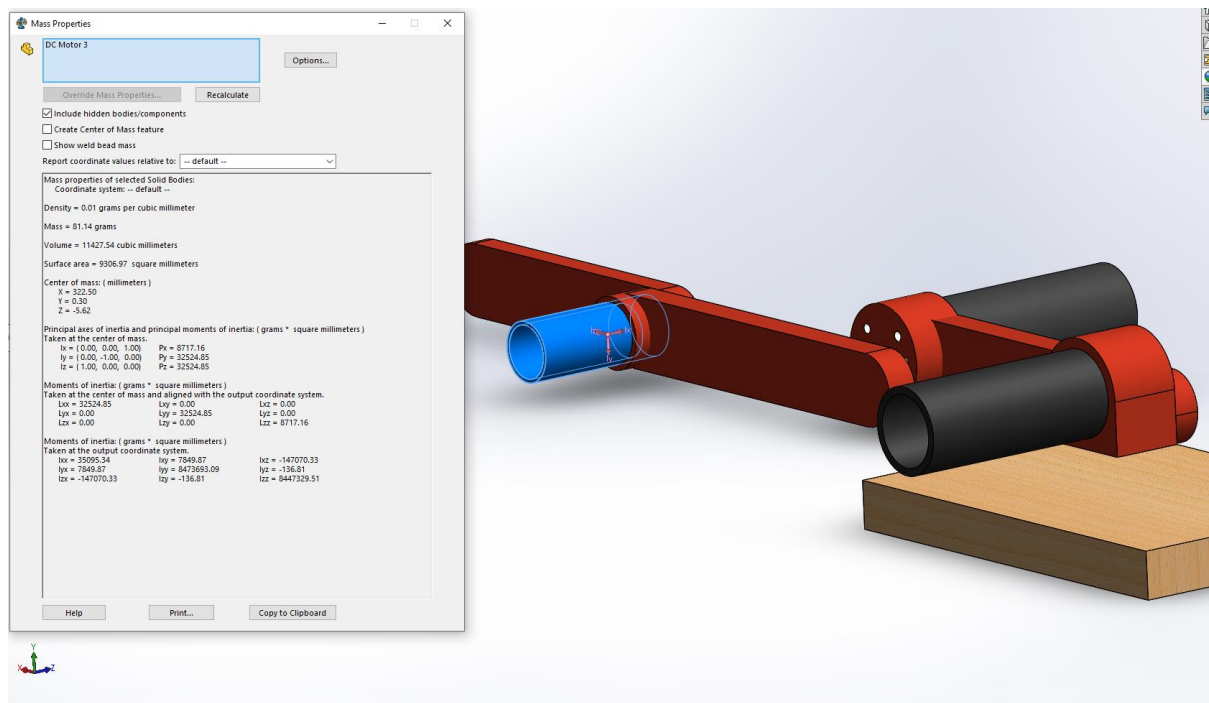
Fonte: Autoria própria

Figura 4.5: Parâmetros de Inércia do terceiro elo.



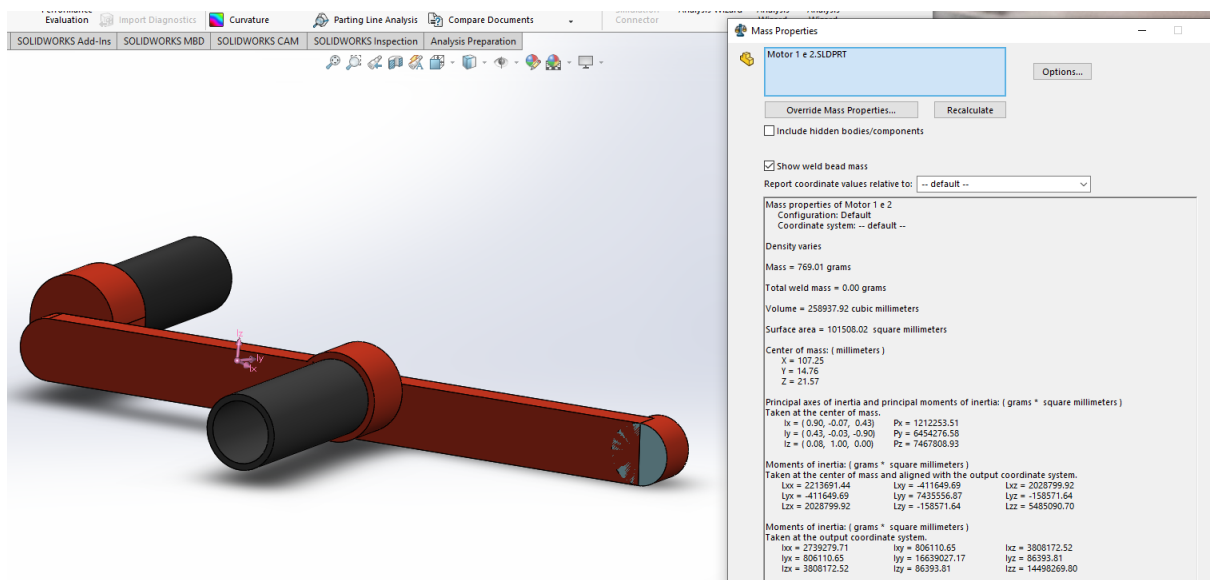
Fonte: Autoria própria

Figura 4.6: Parâmetros de Inércia do sistema completo.



Fonte: Autoria própria

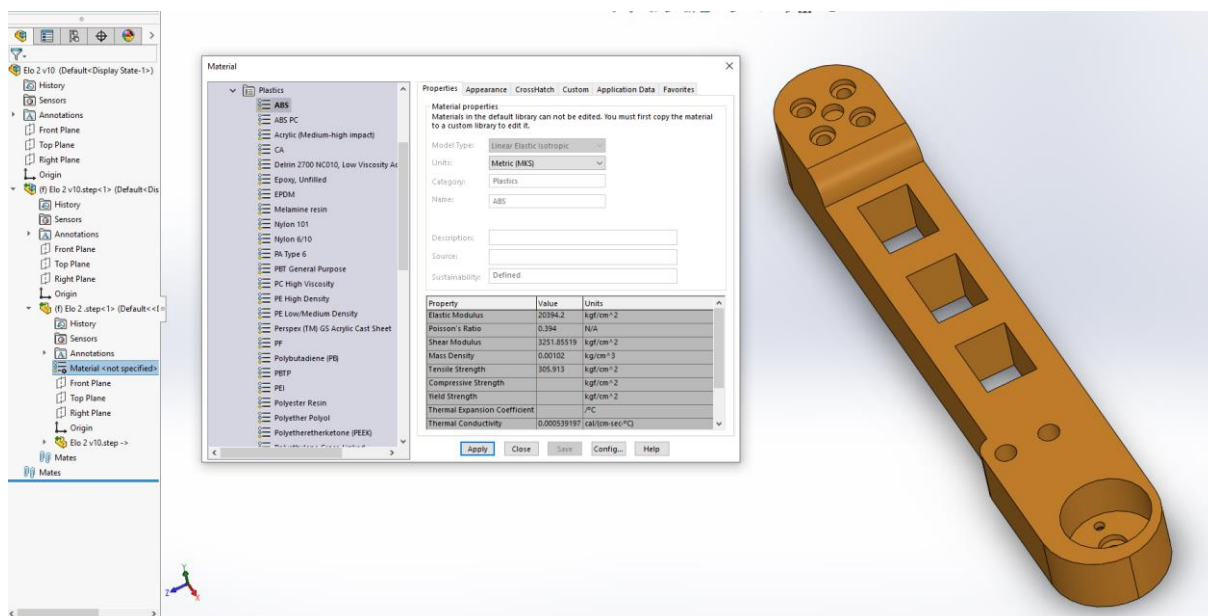
Figura 4.7: Parâmetros de Inércia da primeira e segunda junta.



Fonte: Autoria própria

O mesmo processo foi feito para definir os parâmetros para o terceiro elo com carga adicionada. O resultado pode ser visto na imagem 4.8.

Figura 4.8: Parâmetros de Inércia do terceiro elo com presença de carga.



Fonte: Autoria própria

4.4 REPRESENTAÇÃO POR ESPAÇO DE ESTADOS E CONTROLE SDRE

Para utilização do controle SDRE no controle da posição do robô a representação do modelo dinâmico do robô foi feita em forma de Espaço de Estados onde a matriz A tem dimensões 6×6 dado por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{24} & 0 & a_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{62} & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A matriz de entradas, matriz B , tem dimensões 6×3 e é dada por

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A matriz não relacionadas com os estados do sistema foi nomeada de G é dada por

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ g_{11} \\ 0 \\ g_{21} \\ 0 \\ g_{31} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Os estados do sistema são as posições dos elos e suas velocidades, como mostra o vetor 4.18.

$$x = [\theta_1 \quad \omega_1 \quad \theta_2 \quad \omega_2 \quad \theta_3 \quad \omega_3]^T \quad (4.18)$$

A matriz de saídas C é composta por 6×6 com apenas os elementos da diagonal principal indicando quais estados são disponíveis ao sistema de controle. O elemento C_{11} é relacionado ao primeiro estado, o C_{22} ao segundo e assim sucessivamente. É atribuído o valor 1 caso o estado esteja disponível e 0 caso não esteja.

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

O controle SDRE é usado para guiar os estados do sistema de um valor atual até o um valor desejado e a diferença entre estes dois valores é dada por um erro definido por

$$e_i = x_i(t) - x_{i,d}(t) \quad (4.20)$$

A matriz de ganho do controle SDRE é dada por

$$k_c = \begin{bmatrix} k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} \\ k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} \\ k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} & k_{c11} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

e os sinais de controle u_{x-1} , u_{x-2} e u_{x-3} são compostos pelo elemento da matriz de ganho e do erro entre o valor desejado e a atual

$$u_{x-1} = -k_{11}(x(1) - x_d(1)) - k_{21}(x(2) - x_d(2)) - k_{31}(x(3) - x_d(3)) - k_{41}(x(4) - x_d(4)) - k_{51}(x(5) - x_d(5)) - k_{61}(x(6) - x_d(6)) \quad (4.22)$$

$$u_{x-2} = -k_{12}(x(1) - x_d(1)) - k_{22}(x(2) - x_d(2)) - k_{32}(x(3) - x_d(3)) - k_{42}(x(4) - x_d(4)) - k_{52}(x(5) - x_d(5)) - k_{62}(x(6) - x_d(6)) \quad (4.23)$$

$$u_{x-3} = -k_{13}(x(1) - x_d(1)) - k_{23}(x(2) - x_d(2)) - k_{33}(x(3) - x_d(3)) - k_{43}(x(4) - x_d(4)) - k_{53}(x(5) - x_d(5)) - k_{63}(x(6) - x_d(6)) \quad (4.24)$$

Os valores desejados para os estados são organizados em um vetor dado por

$$x_d(t) = [\theta_1 \quad \omega_1 \quad \theta_2 \quad \omega_2 \quad \theta_3 \quad \omega_3] \quad (4.25)$$

onde θ_1 , θ_2 e θ_3 são as posições dos elos e ω_1 , ω_2 e ω_3 são as velocidades.

A matriz Q é de dimensões 6×6 e R de dimensões 6×3 como é mostrado em 4.26 e 4.27.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{21} & q_{31} & q_{41} & q_{51} & q_{61} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} & q_{45} & q_{46} \\ q_{51} & q_{52} & q_{53} & q_{54} & q_{55} & q_{56} \\ q_{61} & q_{62} & q_{63} & q_{64} & q_{65} & q_{66} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

4.5 CONTROLE SDRE PARA PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA

Como o controle SDRE opera guindo o sistema de uma condição inicial até uma condição final apenas minimizando ou maximizando um parâmetro de desempenho, não é possível aplicá-lo diretamente em conjunto com Planejamento de Trajetória. O método desenvolvido neste trabalho consiste na divisão da trajetória desejada em N trajetórias menores de tal forma que estes segmentos menores sejam usados como condição inicial e final para o controle SDRE e a partir da soma de todos os N segmentos obtém-se a trajetória desejada como ilustra a imagem 4.9.

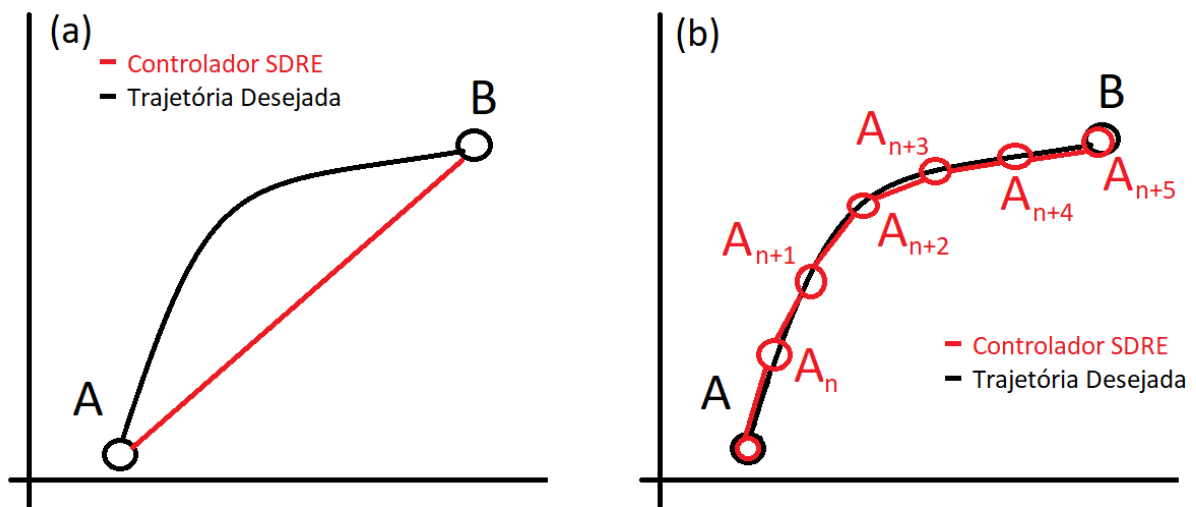
O critério usado para definição do valor ótimo de N divisões foi o erro entre a trajetória desejada e o controle SDRE em cada segmento. A imagem 4.9 mostra um exemplo dos testes efetuados para definir o valor de N . O gráfico apresenta o controle SDRE para $N=100$ e $N=10$ comparado a trajetória de posição apresentada na imagem 4.10.

Nos segmentos representados nesta seção da resposta, para $N=10$ há erro notável entre a trajetória desejada e o controle SDRE e para $N=100$ o erro é quase nulo para estes mesmos segmentos. Com isso é possível concluir que o erro é controlável a partir do número de divisões N .

Optou-se por usar como critério para cálculo deste erro a maior diferença entre a trajetória desejada e o controle SDRE nos segmentos como ilustra a imagem 4.10. Após o cálculo do controle, para cada um dos N segmentos calculou-se a diferença entre a trajetória desejada e o controle SDRE, caso houvesse algum ponto com erro maior que 0.1% o número de divisões N era dobrado. A imagem 4.10 ilustra a

diferença entre a trajetória desejada e o controle SDRE em um exemplo dos pontos usados para cálculo do erro, nesse caso o erro máximo encontrado foi de 0.9208% para uma diferença de 0.081° na trajetória da posição.

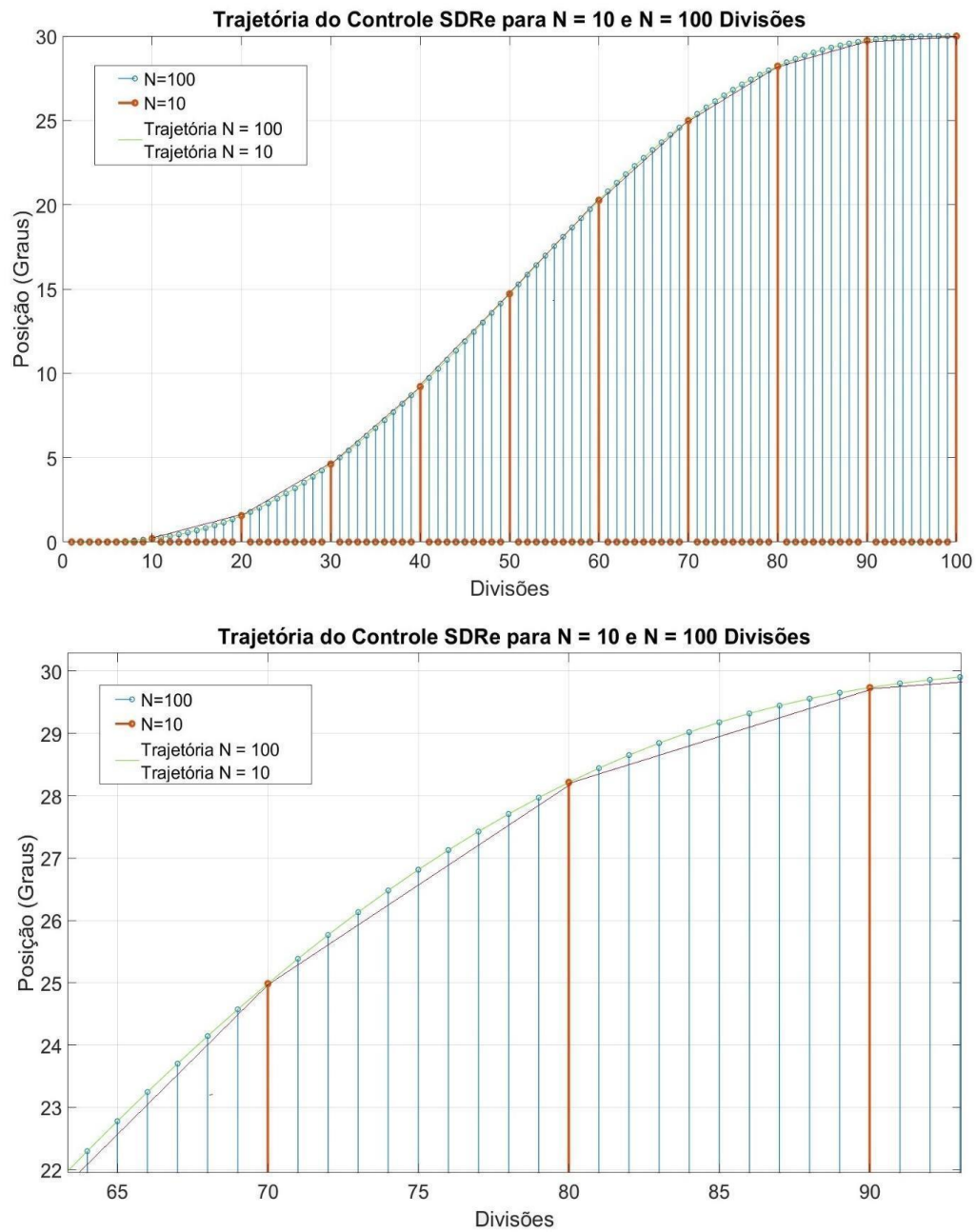
Figura 4.9 – Comparação ilustrativa entre dois cenários de aplicação do controle SDRE para guiar um sistema de uma condição inicial A até uma condição final B: (a) aplicação de controle SDRE de forma direta e (b) controle SDRE para N segmentos compreendidos entre os pontos A e B.



Fonte: Autoria própria.

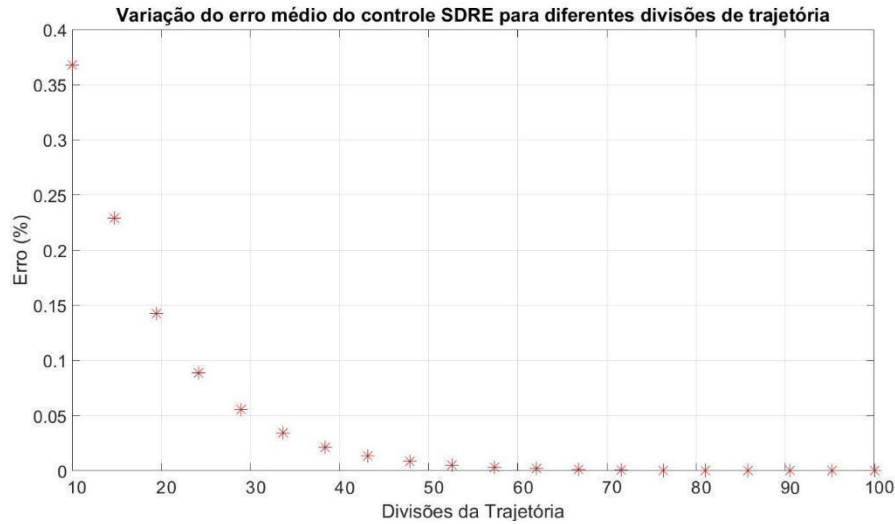
Foi implementado um algoritmo para definição de N iniciando com 5 divisões, calculando o erro máximo e aumentando o número de divisões até que o erro máximo fosse inferior a 0.1%. A imagem 4.11 mostra o resultado deste algoritmo onde é possível concluir que para além de 100 divisões não há diminuição significativa no erro e definiu-se $N = 100$ como o valor ótimo de divisões

Figura 4.10 – Comparação entre divisão da trajetória completa em $N = 10$ e $N = 100$ trajetórias intermediárias.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.11 – Comportamento do erro na trajetória para diferentes valores de subdivisões.



Fonte: Autoria própria.

O procedimento de divisão da trajetória completa e aplicação do controle SDRE pode ser resumido no pseudocódigo apresentado na imagem 4.12.

Figura 4.12 – Pseudocódigo para Trajectory Planning e controle SDRE.

Algorithm 1 Trajectory Planning using SDRE

```

1: Define the number of Trajectory divisions  $\rightarrow n$ 
2: Define Number of System States  $\rightarrow s$ 
3: Define Initial position  $\rightarrow \theta_{initial}$  and Initial speed  $\rightarrow \omega_{initial}$ 
4: Define Final position  $\rightarrow \theta_{final}$  and Final speed  $\rightarrow \omega_{final}$ 
5: Generate the Trajectory vectors  $\theta_{Traj}(1,n)$  and  $\omega_{Traj}(1,n)$ 
6: System States vector  $\rightarrow \text{States}(n,s)$ 
7: for  $j = 1, 2, \dots, n$  do
8:   if  $j=1$  then
9:     System Initial condition  $\rightarrow X_0$ 
10:    Final Position =  $\theta_{Traj}(1,j+1)$ 
11:    Final Speed =  $\omega_{Traj}(1,j+1)$ 
12:    SDRE controls the system from  $X_0$  to  $\theta_{Traj}(1,j+1)$  and  $\omega_{Traj}(1,j+1)$ 
13:     $\theta_{Traj}(1,j+1)$  and  $\omega_{Traj}(1,j+1)$  saved as system states  $\rightarrow \text{States}(:,j)$ 
14:   end if
15:   if  $j \neq 1$  then
16:     System Initial condition  $\rightarrow \text{States}(j-1,1)$ 
17:     Final Position =  $\theta_{Traj}(1,j)$ 
18:     Final Speed =  $\omega_{Traj}(1,j)$ 
19:     SDRE controls the system from  $\text{States}(j-1,1)$  to  $\theta_{Traj}(1,j+1)$  and  $\omega_{Traj}(1,j+1)$ 
20:      $\theta_{Traj}(1,j+1)$  and  $\omega_{Traj}(1,j+1)$  saved as system states  $\rightarrow \text{States}(:,j)$ 
21:   end if

```

Fonte: Autoria própria.

4.6 MODELO DE FRICÇÃO LUGRE PARA MANIPULADOR ROBÓTICO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE

O modelo de fricção proposto para o manipulador deste trabalho é construído a partir dos conceitos apresentados na seção 2.9 e visa representar o comportamento do fenômeno em duas situações, comportamento estático e regime permanente expresso na equação 3.28 e comportamento dinâmico, expresso pelo sistema completo de três equações 2.74 a 2.76.

Dois modelos matemáticos representam a fricção no robô, o primeiro considerando a relação entre velocidade e fricção e o segundo adicionando a dependência de carga ao primeiro modelo.

4.6.1 Fricção com dependência de velocidade

O modelo de fricção proposto para o manipulador deste trabalho é construído a partir do modelo apresentar na seção 2.9 e visa representar o comportamento do fenômeno em duas situações, comportamento estático e regime permanente expresso na equação 4.28 e comportamento dinâmico, expresso pelo sistema completo de três equações 2.74 a 2.76.

$$F(\dot{\theta}) = F_c \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + (F_s - F_c) e^{-|\dot{\theta}/\dot{\theta}_s|^\alpha} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + F_v \dot{\theta} \quad (4.28)$$

Como discutido na seção 2.9 e de forma mais detalhada em 2.10.2 quando apresentada a aquisição dos parâmetros dinâmicos, o comportamento da fricção apresenta características particulares em sistemas robóticos, mas elas estão majoritariamente presentes no início do movimento e durante instantes muito curtos de tempo. Por este motivo é possível representar a fricção usando a aproximação para regime permanente pois estes fenômenos particulares não são de interesse do modelo geral e da análise do comportamento contínuo do modelo, mas apenas da análise de determinadas seções como aquisição dos parâmetros dinâmicos. Em situações onde for necessário representar o sistema usando o modelo dinâmico expresso em 2.74 e 2.76 isso será apontado e devidamente comentado, caso

contrário deste ponto em diante a componente de fricção é tomada como a expressa na equação 3.46.

A partir das equações do acoplamento elo e atuador apresentados na seção 3.2 em 3.8 a 3.10 a componente de fricção é adicionada seguindo a equação dinâmica descrita em 2.30 resultando em

$$\tau_{in} = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + \tau_f \quad (4.29)$$

onde τ_f é a componente de torque de fricção em forma matricial dada por

$$\tau_f = \begin{bmatrix} F_{1,c} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) + (F_{1,s} - F_{1,c}) e^{-\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_{1,s}} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) + F_{1,v} \dot{\theta}_1 \\ F_{2,c} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) + (F_{2,s} - F_{2,c}) e^{-\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_{2,s}} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) + F_{2,v} \dot{\theta}_2 \\ F_{3,c} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3) + (F_{3,s} - F_{3,c}) e^{-\dot{\theta}_3/\dot{\theta}_{3,s}} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3) + F_{3,v} \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

A representação do sistema em forma de espaço de estado para os três elos é dada por

$$\begin{aligned} \frac{di_{a,1}}{dt} &= \frac{V_{in,1} - V_{BEMF,1} - R_{a,1}i_{a,1}}{L_{a,1}} \\ \tau_{m,1} &= k_{T,1}i_{a,1} \\ \ddot{\theta}_1 &= \frac{\tau_{m,1} - C_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) - G_1(\theta_1) - b_{m,1}\dot{\theta}_1 - \tau_{f,1}}{M_1(\theta_1) + J_{m,1}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{a,2}}{dt} &= \frac{V_{in,2} - V_{BEMF,2} - R_{a,2}i_{a,2}}{L_{a,2}} \\ \tau_{m,2} &= k_{T,2}i_{a,2} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{\tau_{m,2} - C_2(\theta_2, \dot{\theta}_2) - G_2(\theta_2) - b_{m,2}\dot{\theta}_2 - \tau_{f,2}}{M_2(\theta_2) + J_{m,2}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned}
\frac{di_{a,3}}{dt} &= \frac{V_{in,3} - V_{BEMF,3} - R_{a,3}i_{a,3}}{L_{a,3}} \\
\tau_{m,3} &= k_{T,3}i_{a,3} \\
\ddot{\theta}_3 &= \frac{\tau_{m,3} - C_3(\theta_3, \dot{\theta}_3) - G_3(\theta_3) - b_{m,3}\dot{\theta}_3 - \tau_{f,3}}{M_3(\theta_3) + J_{m,3}}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

onde $\tau_{i,f}$ é a componente de fricção expressa pelos elementos da matriz 3.48 com i sendo relativo a linha da matriz, ou seja, $\tau_{1,f}$ sendo o elemento da primeira linha e assim por diante.

4.6.2 Fricção com dependência de velocidade e carga

O modelo matemático para a componente de fricção dependente de carga foi desenvolvida baseada nos conceitos apresentados na seção 2.11 onde os resultados de Bittencout e Gunnarson (2012, p. 5) apresentados na imagem 2.14, os resultados de Gao et al (2017, p. 3030) na imagem 2.16 e os de Iskandar e Wolf (2019, p. 7370) na imagem 2.20 mostram como a relação entre variação de carga e variação de fricção é linear.

Marton (2011, p. 108) e Hamon, Gautier e Garrec (2011, p. 5) ressaltam a diferença entre a relação entre variação de carga e variação fricção ser linear, mas o fenômeno de fricção dependente de carga continuar sendo não ser linear quando empregado de forma completa, ou seja, quando são analisadas as componentes estáticas e dinâmicas da fricção. Na fricção dependente de carga ainda são observados os mesmos fenômenos não lineares, como Stribeck effect e Stick and Slip motion, discutidos nas seções 2.9 e 2.10. Esta ressalva é fundamental na proposição de um modelo matemático de fricção dependente de carga, pois não trata-se apenas de propor uma componente linear à equação de LuGre e sim uma representação capaz de reproduzir todos os fenômenos discutidos em 2.10 e 2.11 em circunstâncias onde o robô opera com carga adicional.

Dado que neste trabalho o foco está na análise da influência da fricção em regime permanente e no controle de posição do manipulador robótico operando em

Path Planning, a equação utilizada é adaptada do modelo apresentado por Gao et al (2017, p. 3030) na equação 2.105.

No manipulador deste trabalho as componentes foram divididas pela sua influência na fricção, assim o modelo de fricção apresenta dois conjuntos de parâmetros estáticos de LuGre discutidos na seção 2.10.1. Um grupo de parâmetros que apresenta a fricção dependente de velocidade, $[F_C, F_S, \dot{\theta}_s, F_V]$, e um conjunto dependente de carga, $[F_{C,L}, F_{S,L}, \dot{\theta}_{s,L}, F_{V,L}]$. A partir desta divisão, o modelo de fricção dependente de carga e velocidade usado no manipulador robótico deste trabalho é dado pela equação 4.34.

$$\tau_{f,L}(\dot{\theta}, \tau_L) = \left[F_C + (F_{C,L} + F_{S,L} e^{-\dot{\theta}/\dot{\theta}_{s,L}}) |\tau_L| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}) + F_V (1 - F_V e^{-\dot{\theta}/\dot{\theta}_s}) \text{sgn}(\dot{\theta}) \quad (4.34)$$

O sistema completo do robô continua sendo representado pelas equações 4.31 a 4.33, mas desta vez com a componente de fricção passando a ser expressa pela equação 4.35.

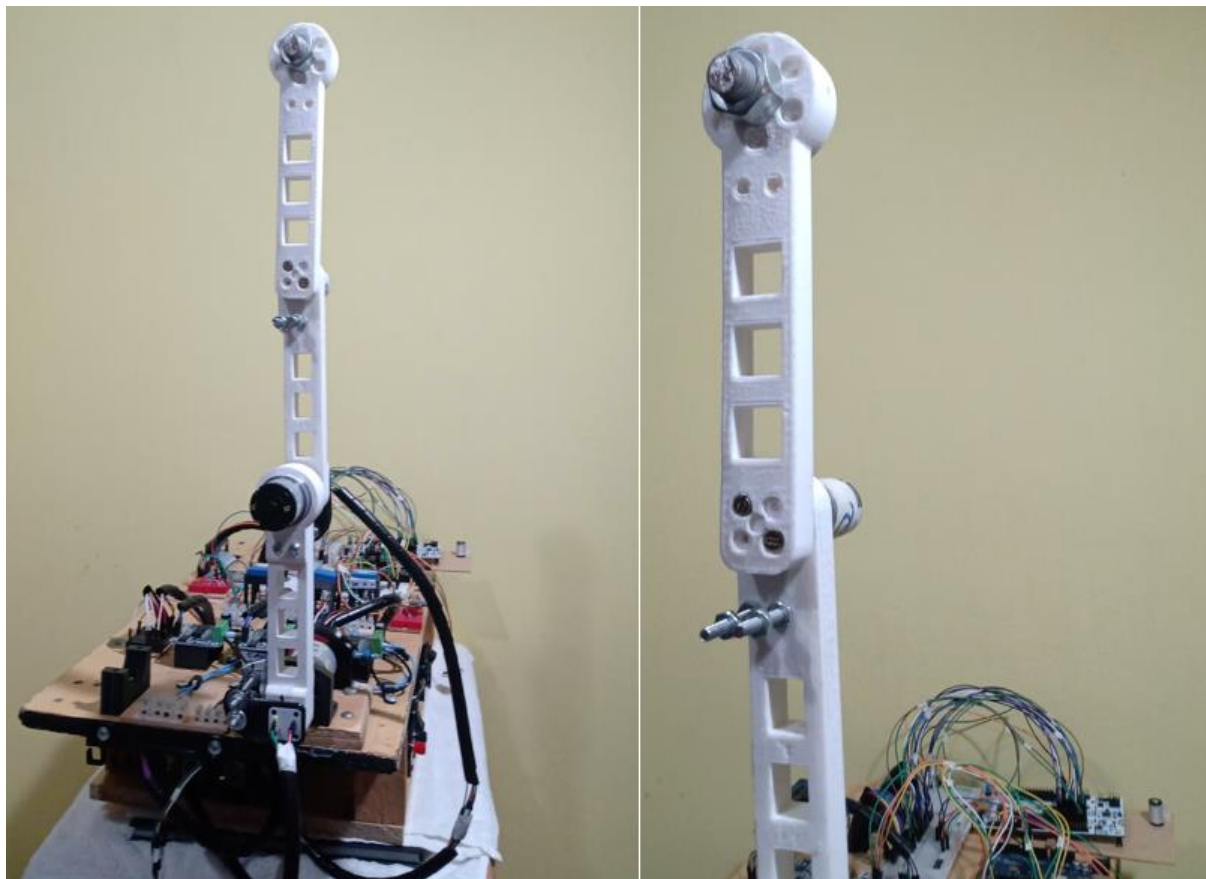
$$\tau_f = \begin{bmatrix} \left[F_{C,1} + (F_{C,1,L,1} + F_{S,1,L,1} e^{-\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_{s,1,L,1}}) |\tau_{L,1}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_1) + F_{V,1} (1 - F_{V,1} e^{-\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_{s,1}}) \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ \left[F_{C,2} + (F_{C,2,L,2} + F_{S,2,L,2} e^{-\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_{s,2,L,2}}) |\tau_{L,2}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_2) + F_{V,2} (1 - F_{V,2} e^{-\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_{s,2}}) \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \\ \left[F_{C,3} + (F_{C,3,L,3} + F_{S,3,L,3} e^{-\dot{\theta}_3/\dot{\theta}_{s,3,L,3}}) |\tau_{L,3}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_3) + F_{V,3} (1 - F_{V,3} e^{-\dot{\theta}_3/\dot{\theta}_{s,3}}) \text{sgn}(\dot{\theta}_3) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

4.7 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE FRICÇÃO VIA EXPERIMENTAÇÃO

Concluída a base do modelo matemático do manipulador englobando todos os elementos propostos neste trabalho o passo seguinte foi obtenção de dados experimentais no protótipo para cálculo dos parâmetros de fricção.

Ainda que o objetivo principal fosse analisar a fricção dependente de carga para o sistema completo com carga aplicada no último elo como ilustra a imagem 4.12, só é possível obter os dados para este caso a partir da comparação entre ele e os outros modelos onde a fricção é desconsiderada e onde ela depende apenas de velocidade.

Figura 4.12 – Sistema onde é desenvolvido modelo matemático final do robô:
Sistema completo e com carga aplicada ao último elo.



Fonte: Autoria própria.

Para tanto foram executadas três sessões experimentais. A primeira para determinar o comportamento da fricção apenas nos motores CC, a segunda para compor o modelo 4.28 onde a fricção é dependente apenas da velocidade e o último para o modelo da seção anterior onde é adicionada a influência de carga no modelo dependente de velocidade. Todas têm como finalidade obter a Curva Stribeck onde é expresso o comportamento da fricção e são alocados os dados para cálculo dos seus parâmetros.

Contudo, antes de captar os dados para geração das diferentes Curva Stribeck foi necessário analisar se as considerações matemáticas propostas no modelo 4.28 são aplicáveis no protótipo tornando a fricção descrita nas seções anteriores viável para descrever o fenômeno no robô estudado.

4.7.1 Análise dos dados experimentais de fricção

A cerca das condições do modelo matemático, Li et al (2020, p. 6) e Canudas de Wit e Lischinsky (1997, p.7) apontam como a equação 4.28 descreve a fricção a partir do modelo LuGre do sistema 2.72 a 2.74 considerando que os dados de velocidade e corrente são captados em regime permanente.

Considerando que no protótipo deste trabalho não é possível estabilizar a velocidade angular através da rotação contínua dos elos, foi necessário averiguar se dos dados captados em um intervalo de rotação compreendido dentro do volume de trabalho viável $(\theta_{inicial}, \theta_{final})$ eram comparáveis aos captados em regime permanente.

Alocando o sensor de posição em frente ao elo, mas fora da estrutura do robô como ilustra a imagem 4.13, foi possível operar em rotação completa para comparação com a operação entre duas posições $(\theta_{inicial}, \theta_{final})$.

Figura 4.13 – Sensores de posição dos elos alocados fora da estrutura do robô para permitir rotação em 360° do elos durante os testes de aquisição dos parâmetros de fricção.

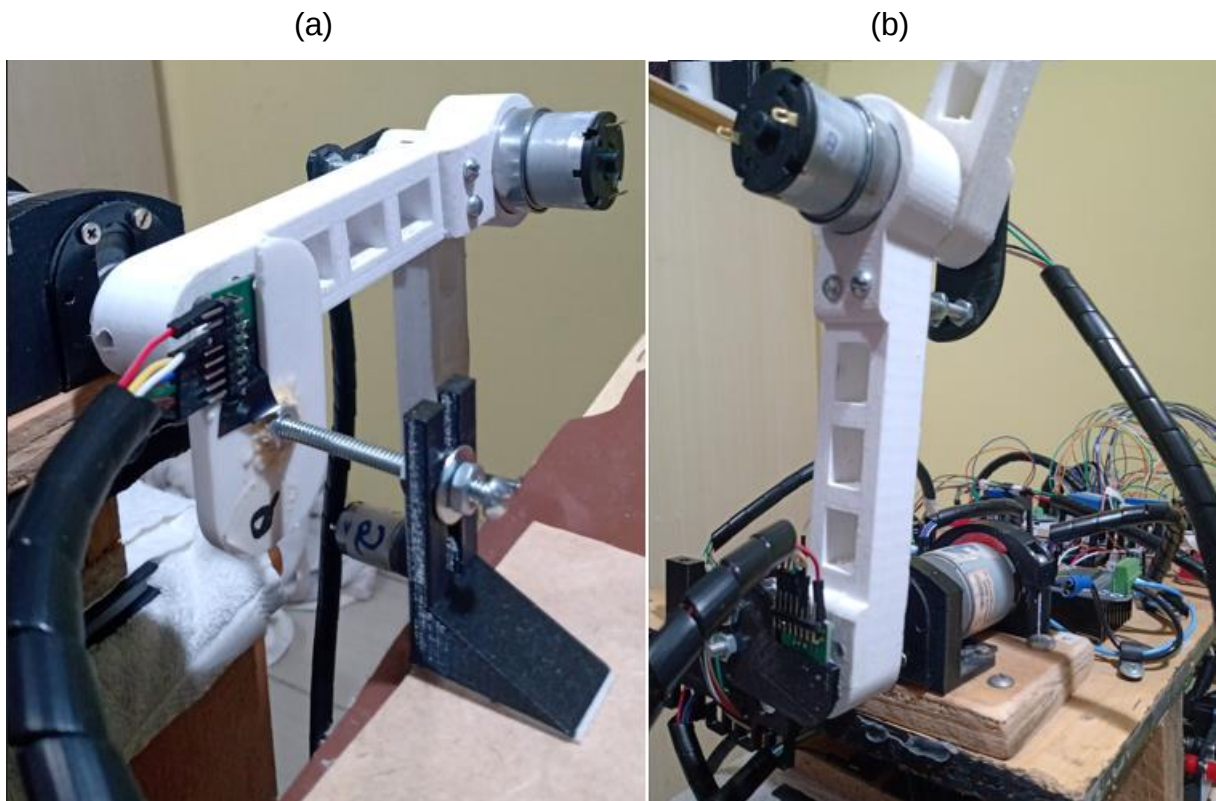


Fonte: Autoria própria.

No entanto, alocar os elos fora da estrutura do robô causou uma incompatibilidade da posição mensurada pois os encoders usados informam a posição angular relativa entre o sensor e o ímã presente no elo, e não de forma absoluta em relação ao referencial usado no robô completo. Ou seja, uma posição medida como $\theta = 90^\circ$ informa que entre o CI do sensor e ímã do elo há uma defasagem angular de

90° e não que o elo está em posição vertical alinhado ao eixo $\mathcal{Y}$ do referencial global do robô. As imagens 4.14 (a) e 1.14 (b) mostram duas situações ajustadas propositalmente para mostrar uma condição extrema onde a leitura de posição é a mesma, $\theta = 90^\circ$, mas a posição espacial do elo é diferente pois a orientação do sensor foi alterada. Nos experimentos a diferença de posição e orientação entre sensor e imã apresenta variações muito menores que este exemplo, mas o intuito é enfatizar que essa diferença ocorre e foi necessário considerá-la durante os experimentos.

Figura 4.14 – Diferença entre posição relativa e posição absoluta na leitura dos elos.

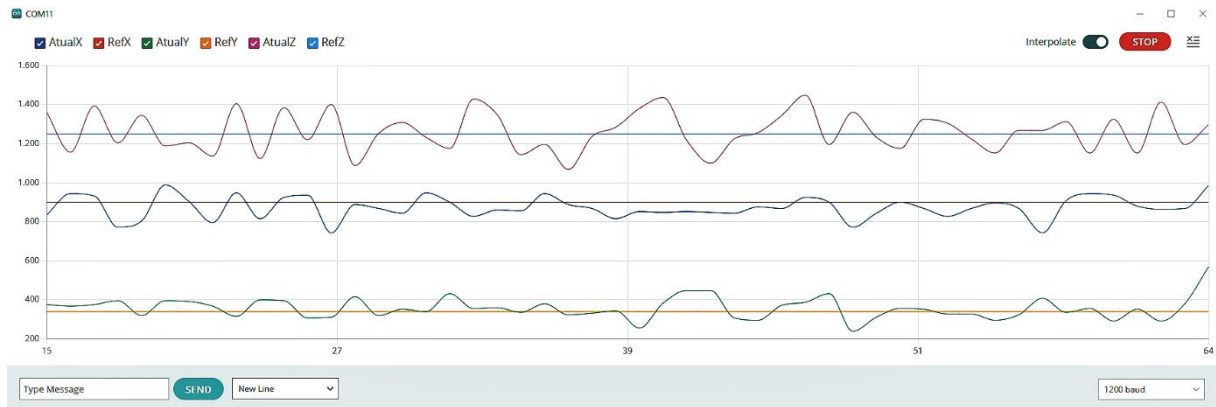


Fonte: Autoria própria.

Dado que ajustar visualmente o encoder na mesma posição fora da estrutura do robô não é possível fez-se necessário um processo de calibragem dos encoders para garantir que os dados captados em rotação livre e entre $(\theta_{inicial}, \theta_{final})$ estão sob mesma condição. O processo de calibragem foi feito usando dois acelerômetros, um no elo estudado e outro no sensor de posição. Um conjunto de posições espaciais foi definido como padrão e após qualquer movimentação na estrutura as peças eram

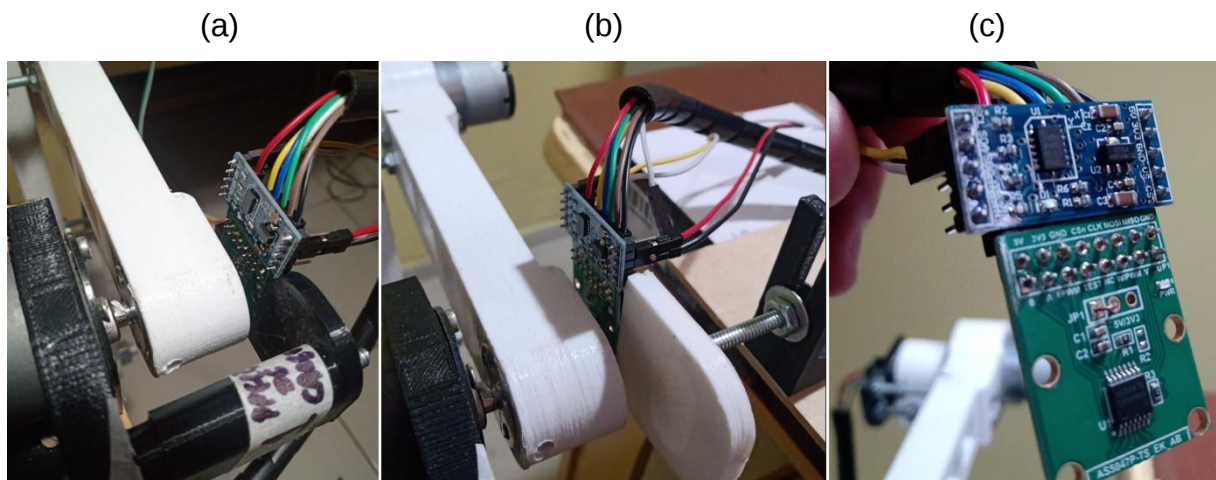
alinhadas novamente até que elas estivessem novamente na posição espacial padrão. As imagens 4.15 e 4.16 mostram a posição usada como padrão e o ajuste no protótipo para garantir a calibração correta usando o acelerômetro modelo MPU-6050.

Figura 4.15 – Calibragem do sensor de posição dos elos para leituras do sensor de posição alocado fora do protótipo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.16 – Comparação entre posição do encoder: (a) alocado na estrutura do robô. (b) alocado fora da estrutura do robô. (c) Acelerômetro modelo MPU-6050.



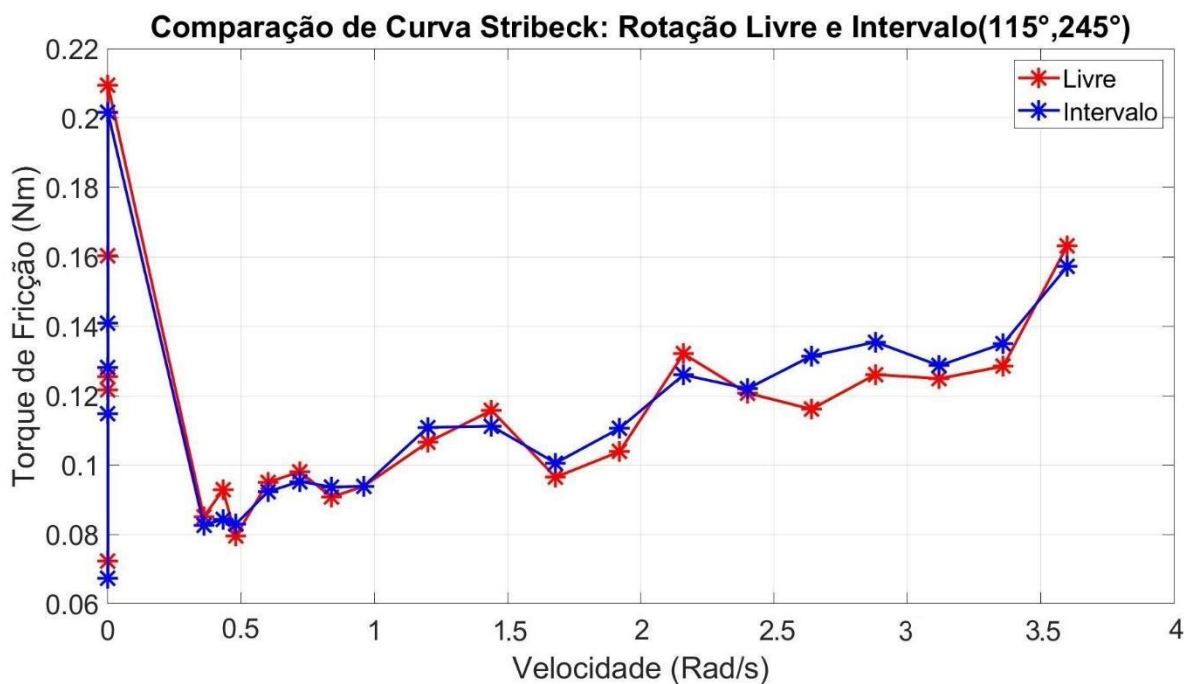
Fonte: Autoria própria.

Foram analisados dados para diversos cenários experimentais usando diferentes combinações de elos (apenas o primeiro, primeiro e segundo elos etc) e diferentes condições de estabilização, como tempo de estabilização e erro relativo, para concluir que os dados no intervalo $(\theta_{inicial}, \theta_{final})$ são compatíveis com os de regime permanente.

A imagem 4.17 ilustra um desses cenários onde duas Curvas Stribeck com dados captados apenas usando o primeiro elo do robô e um controlador PID na velocidade angular do elo mostram esta conclusão. A Curva Stribeck grafada em vermelho foi construída usando dados após 2 segundos de rotação contínua do elo e a grafada em azul com dados compreendidos entre $(115^\circ, 245^\circ)$. A imagem 4.18 ilustra um cenário comparativo da corrente de operação do motor usando o primeiro elo do robô. A curva grafada em vermelho corresponde a leitura da corrente para uma velocidade de 2 Rad/s após 2 segundos de rotação contínua do elo e a grafada em azul com dados compreendidos entre $(115^\circ, 245^\circ)$ para a mesma velocidade.

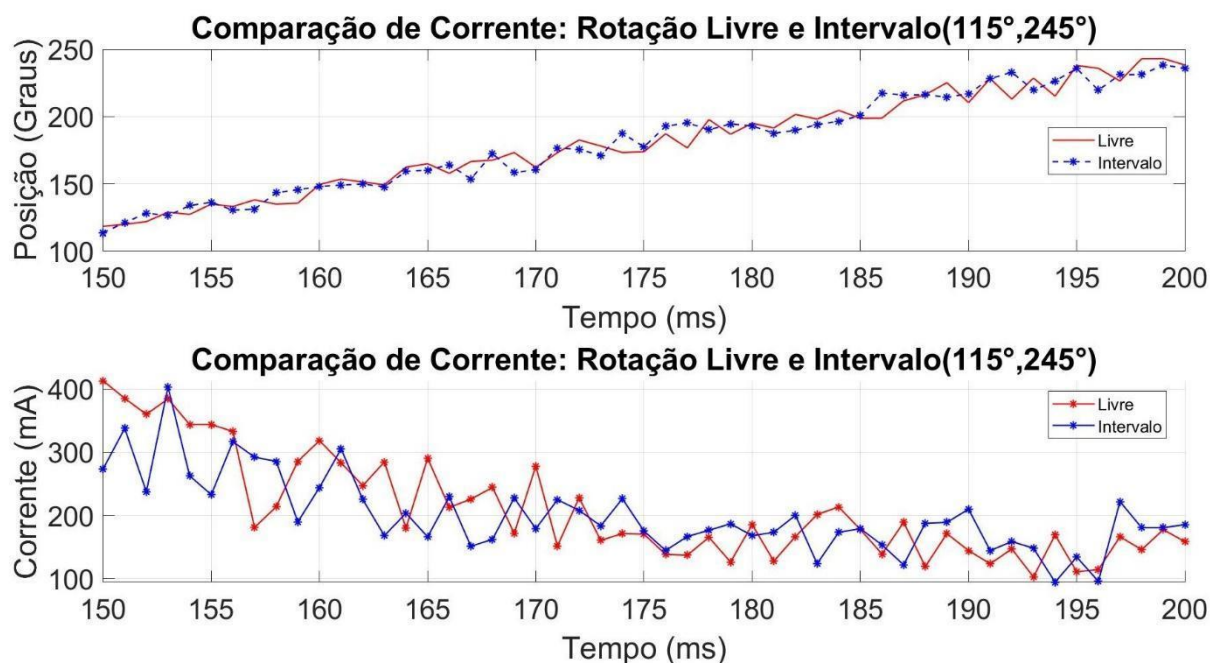
Em todos os cenários estudados o principal fator para captação de dados corretos no intervalo $(\theta_{inicial}, \theta_{final})$ foi a efetividade do controlador PID e não a existência de uma limitação da rotação.

Figura 4.17 – Comparação entre Curva Stribeck com dados do primeiro elo do robô operando em rotação contínua e entre $(115^\circ, 245^\circ)$.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.18 – Comparação entre corrente de operação do motor com dados do primeiro elo do robô operando em rotação contínua e entre $(115^\circ, 245^\circ)$.



Fonte: Autoria própria.

Comprovada a efetividade de captar dados corretamente foi possível ajustar o procedimento para captar dados para análise do comportamento da fricção em diferentes condições comprovando os pressupostos apresentados na seção 2.10 e 2.11.

4.7.2 Parâmetros para fricção dos motores CC

O primeiro modelo de fricção foi desenvolvido a partir da análise dos motores CC dos elos. Como a fricção é um fenômeno que surge a partir da movimentação dos corpos, descrever a fricção a partir dos motores tem como função entender a contribuição do elemento que comanda o movimento e de servir como base para comparação com os modelos seguintes quando forem adicionadas novas influências à fricção. Gao et al (2017, p. 26) detalha experimentos com as mesmas condições e os resultados apresentados comprovam que é possível adaptar o procedimento usado na junta robótica para o motor.

A captação da corrente e velocidade foi feita executando dois experimentos, o primeiro para construção da Curva Stribeck e o segundo focado no PreSliding

Displacement dos elos. No primeiro experimento, um controlador PID impôs uma rampa de velocidade de 0 Rad/s até a velocidade máxima permitida para cada motor com variação de 0.5 Rad/s enquanto o valor de corrente e tensão aplicada ao motor eram monitorados para construção. No segundo experimento o controlador PID realizou um incremento de 0.1 Rad/S a cada 100 milissegundos iniciando em 0 Rad/s até 8 Rad/s para determinar o ponto onde o elo iniciava sua rotação e o ponto Velocidade de Stribeck $\theta_{i,s}$. As particularidades adotadas em cada seção serão apresentadas nas seções seguintes.

O imã para leitura da posição foi alocado em um suporte impresso em 3D para que fosse possível acoplá-lo de forma provisória ao eixo do motor como mostra a imagem 4.19. Foi aplicada uma rampa de velocidade de 0 Rad/s até 8 Rad/s como velocidade máxima.

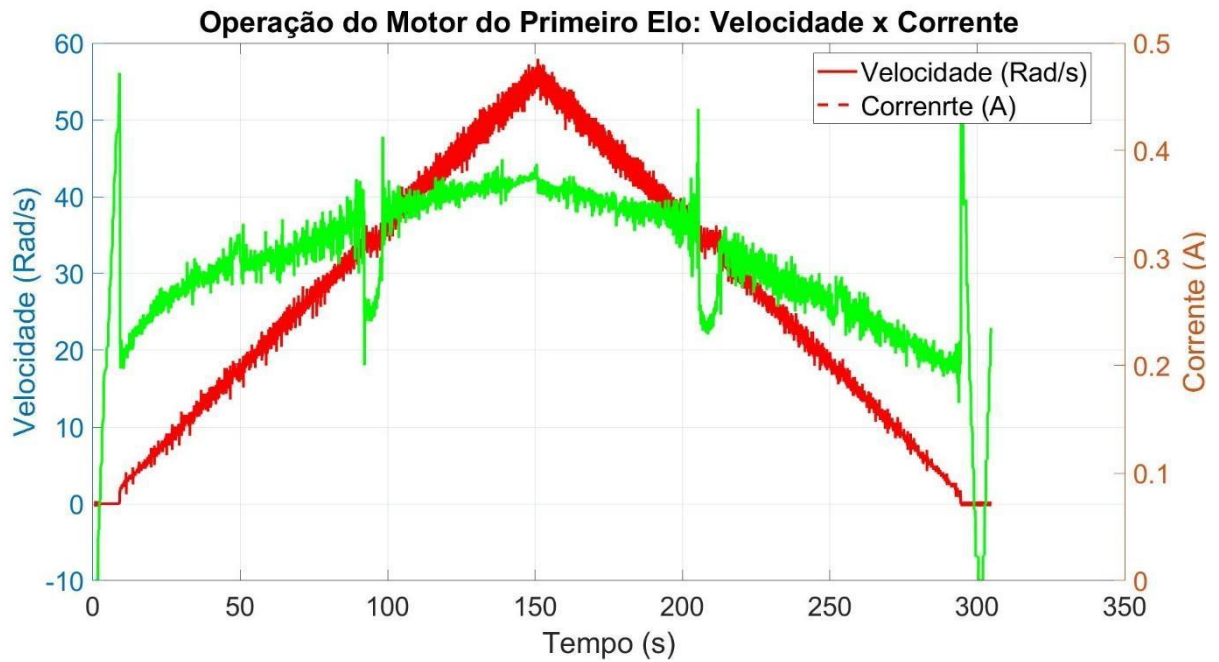
Figura 4.19 – Setup experimental para aquisição dos dados do motor CC sem influência de nenhum elemento do robô usando o primeiro motor como exemplo.



Fonte: Autoria própria.

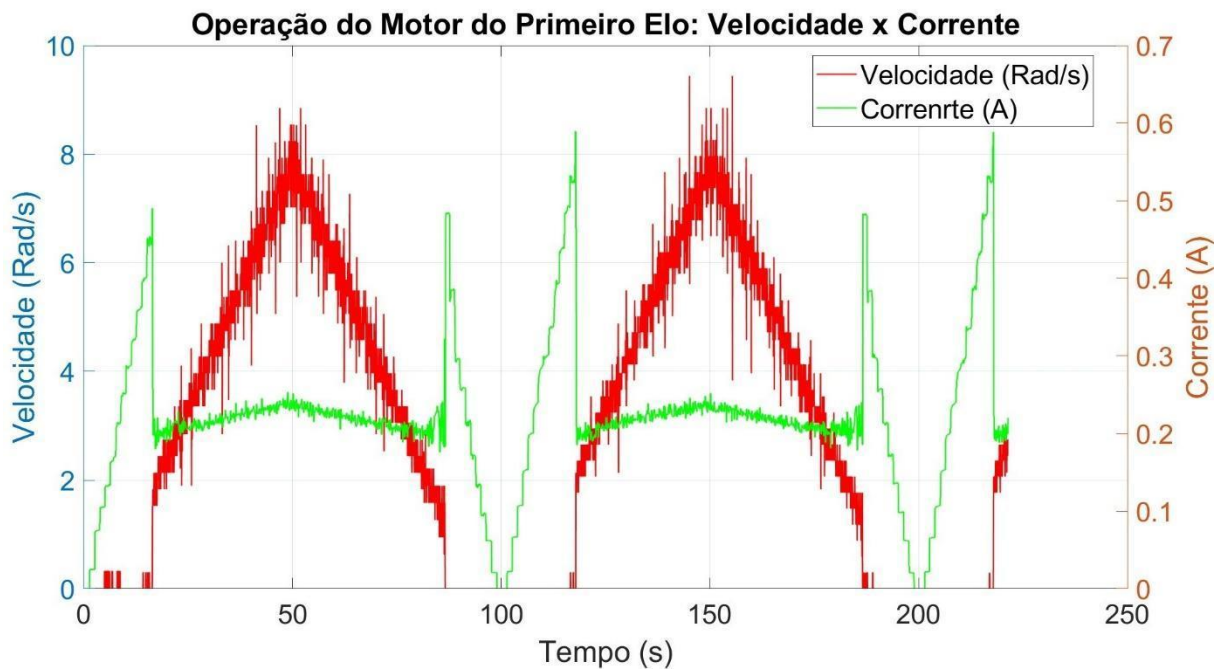
Como não há influência de nenhum elemento todo o torque desenvolvido pelo motor tem como função sobrepor a fricção do sistema de engrenagens e só é observada variação baseada na velocidade de operação. As imagens 4.20 e 4.21 mostram os resultados obtidos nos dois grupos de procedimentos experimentais padrão comentados acima.

Figura 4.20 – Relação entre velocidade e corrente da primeira junta durante a operação do perfil de velocidade completo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.21 – Relação entre velocidade e corrente do motor da primeira junta com foco durante início do movimento.



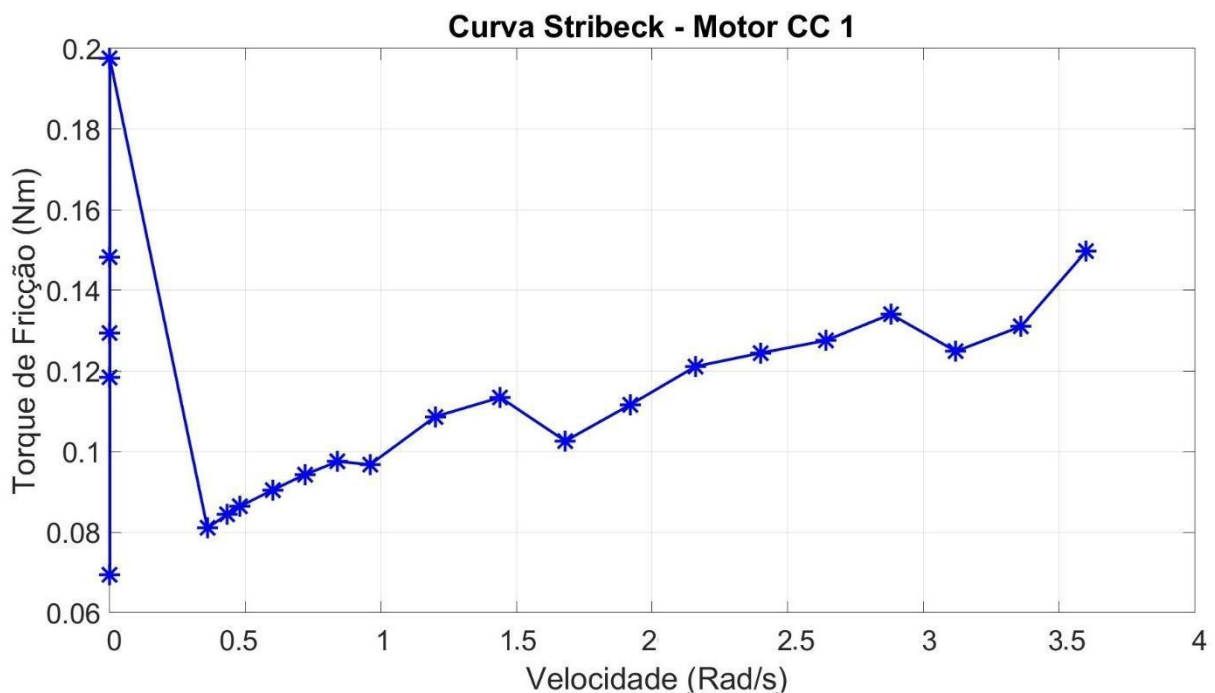
Fonte: Autoria própria.

Com os dados da relação torque e velocidade como ilustram as figuras 4.20 e 4.21 para o primeiro elo foi possível relacionar cada ponto de velocidade com uma

respectiva corrente que serve como base para calcular o valor de torque de fricção. As imagens 4.22 a 4.24 mostram as Curvas Stribeck para a primeira, segunda e terceira junta, respectivamente.

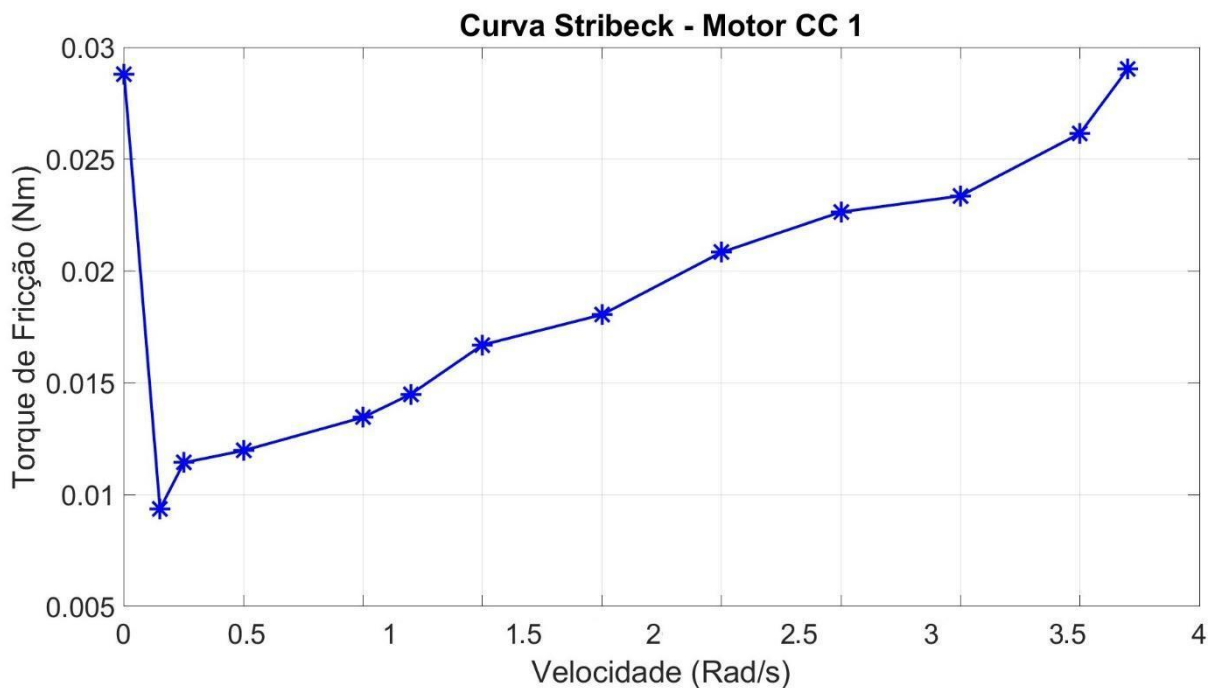
Com os dados das curvas mostradas em 4.20 e 4.24 foi possível encontrar os parâmetros para completar o modelo de ficção usando o módulo Curve Fitting do software MATLAB. Para todos os casos foram usadas configurações de Prediction Bounds de 90%, método de NonlinearLeastSquares, algoritmo de Trust-Region, 10^{-6} de tolerância para erro de ajuste na função e nos dados, 200 avaliações da função e interações de cálculo. O resultado da estimativa dos parâmetros para os três elos pode ser visto, respectivamente, nas imagens 4.25 e 4.27 e resumidos na tabela 4.2.

Figura 4.22 – Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 1.



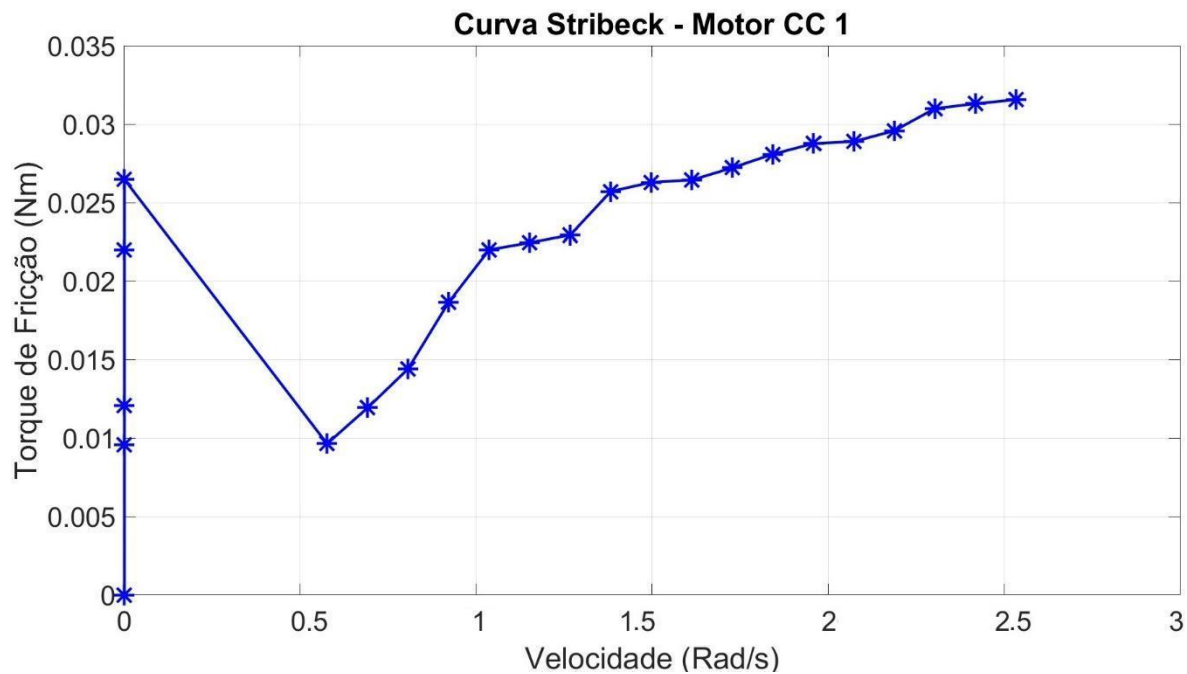
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.23 – Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 2.



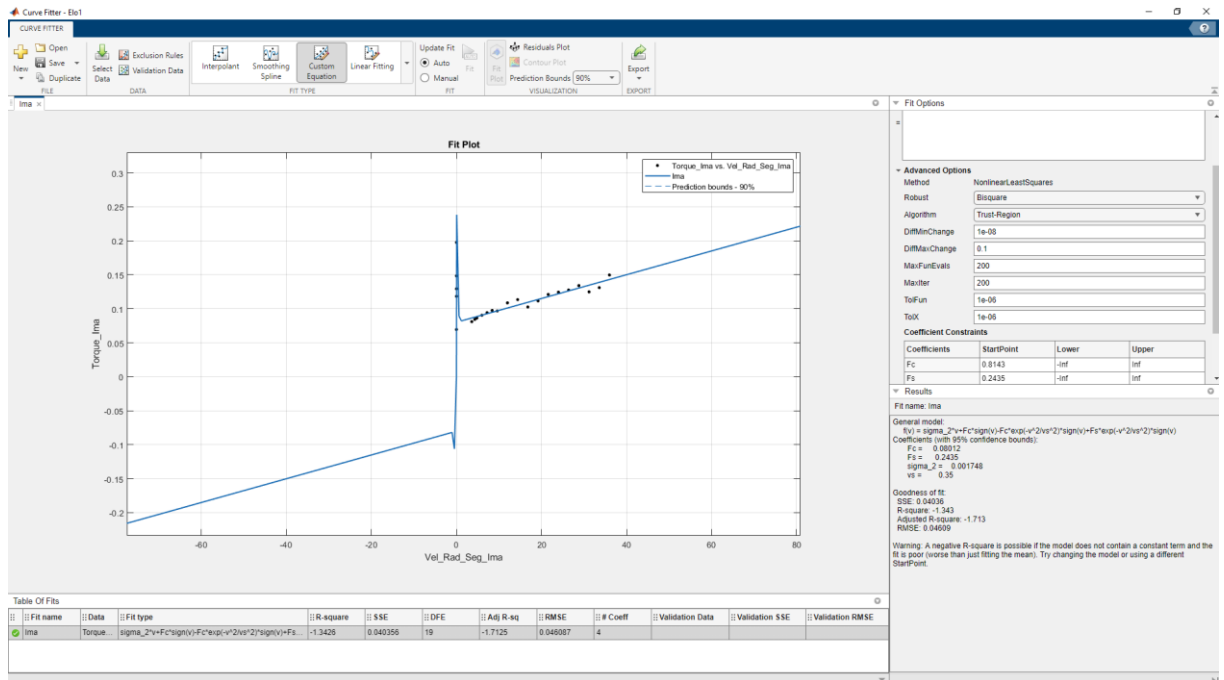
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.24 – Curva Stribeck: Dados experimentais do Motor CC 3.



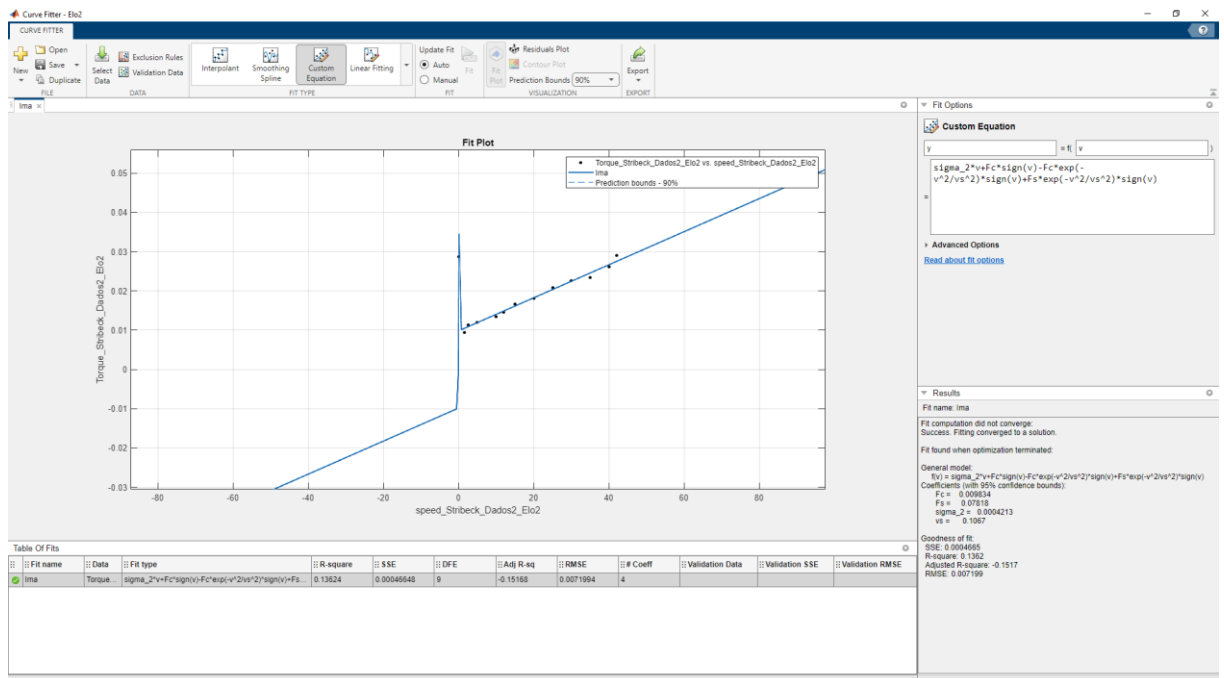
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.25 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro elo.



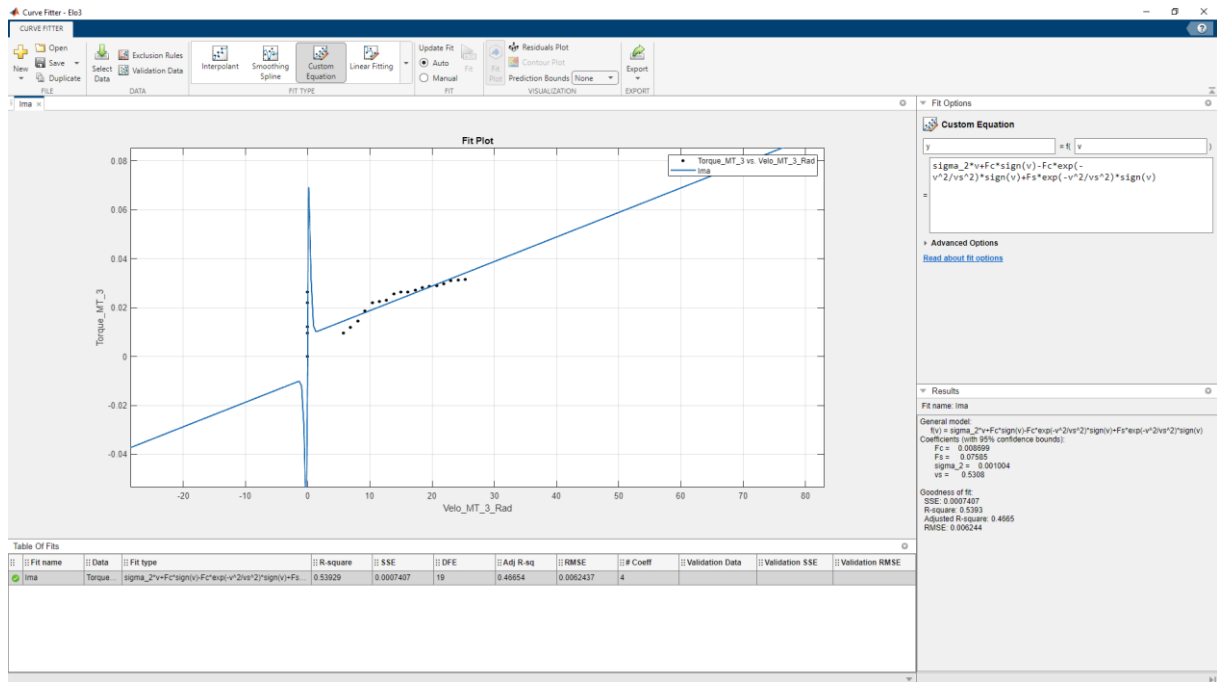
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.26 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo elo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.27 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro elo.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 4.2 – Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre para os motores CC

	Parâmetros			
	F_c	F_s	σ_2	$\dot{\theta}_s$
Primeiro Elo	0.08012	0.2435	0.001748	0.35
Segundo Elo	0.009834	0.07818	0.0004213	0.1067
Terceiro Elo	0.008699	0.07585	0.001004	0.5308

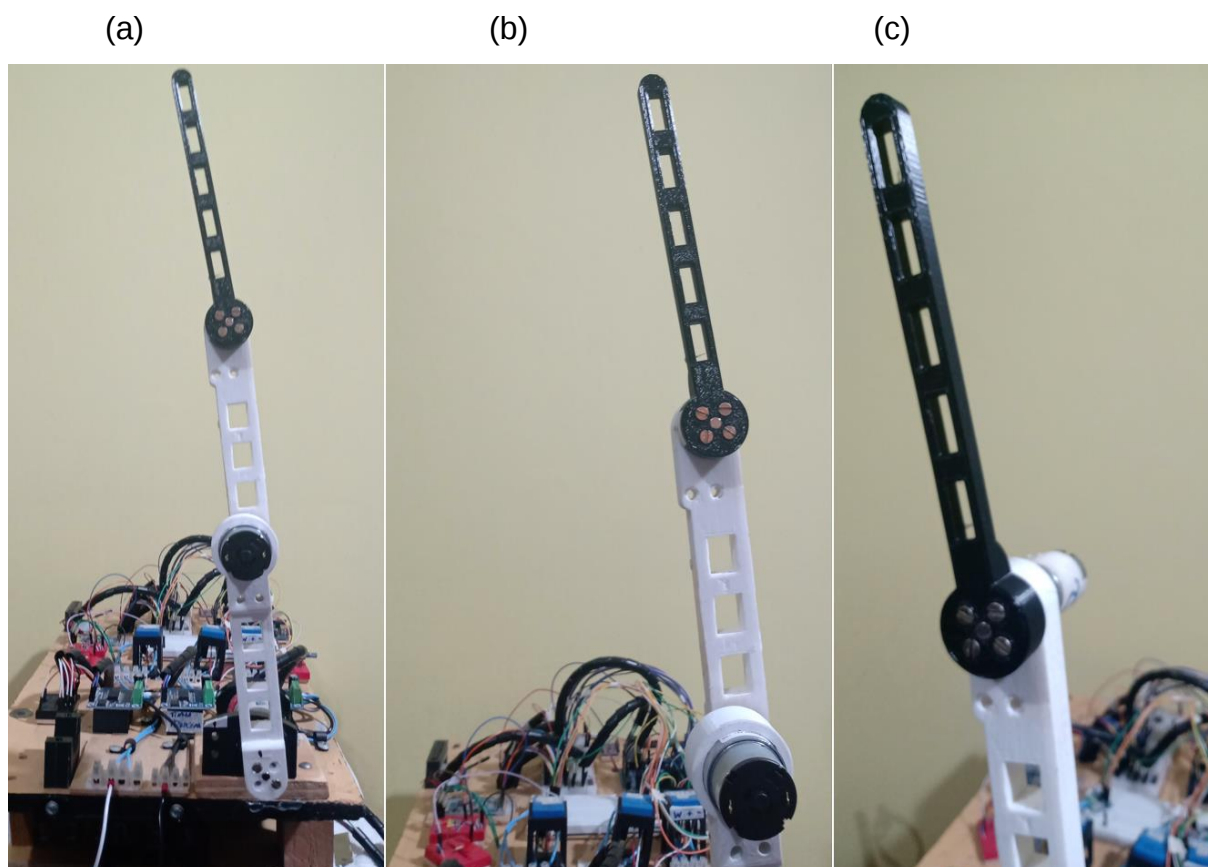
Fonte: Autoria própria.

4.7.3 Parâmetros do modelo de fricção dependente de velocidade

O segundo modelo de fricção, o modelo dependente de velocidade, foi feito usando a junta completa de cada grau de liberdade e todos os elementos presentes nos graus de liberdade seguintes. Isso fez com que para o primeiro grau de liberdade sejam considerados os elementos do sistema completo; para o segundo grau de liberdade o segundo elo e terceira junta e o terceiro grau de liberdade pela terceira junta completa. A imagem 4.28 (a), (b) e (c) ilustra a diferença entre os três cenários.

Nenhum dos elementos constitutivos da estrutura, como sensores e elos, são considerados como carga pois o modelo busca descrever a variação de fricção a partir de variações de velocidade de operação. Como estes elementos estão presentes em todos os cenários estudados, não há variação de massa ou carga portando o modelo não é dependente deste fator. O mesmo princípio é aplicado para variáveis como temperatura e tipo de lubrificante na caixa de engrenagem. Estes elementos têm influência na magnitude do torque de fricção, mas como não há variações relevantes é possível considerá-los constantes e descrever o modelo como compreendendo estes elementos mas não dependente deles.

Figura 4.28 – Elementos constitutivos dos graus de liberdade do manipulador para descrição da fricção dependente de velocidade: (a) primeiro grau de liberdade, (b) segundo grau de liberdade e (c) terceiro grau de liberdade.



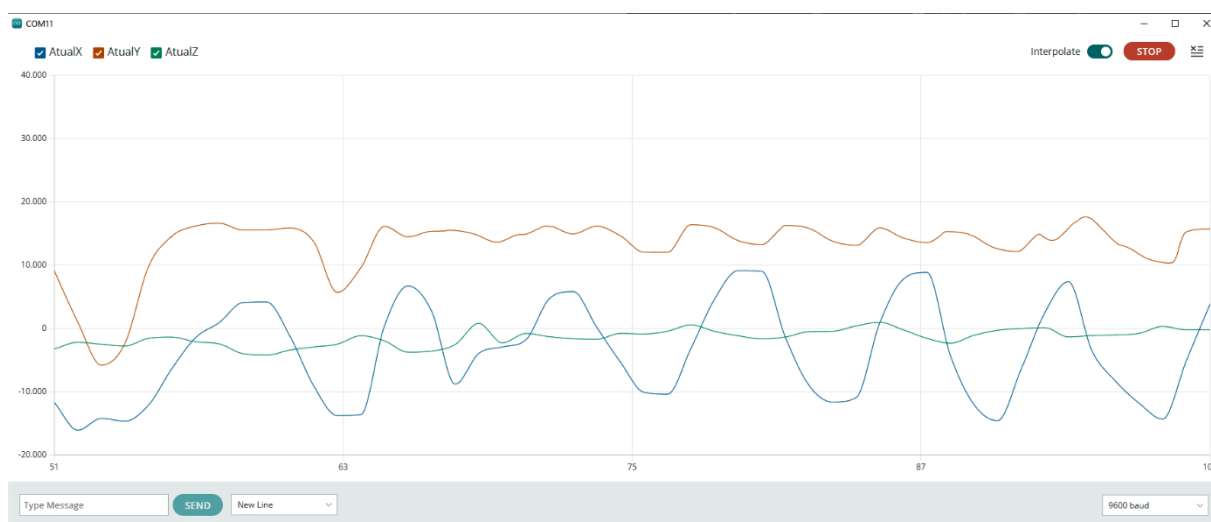
Fonte: Autoria própria.

Quanto às componentes de torque de carga comentadas na seção 2.11 e imagem 2.20, observou-se que apenas a componente perpendicular ao eixo de rotação tem influência relevante no torque de carga. Esta conclusão foi possível ao

analisar os dados do acelerômetro preso ao elo durante a rotação e observar que a variação de posição dos eixos z e y é negligenciável quando comparada com a magnitude da variação no eixo x como ilustra os resultados da imagem 4.29.

Figura 4.29 – Análise das componentes de torque de carga no primeiro elo:

Operação do elo entre duas posições ($115^\circ, 245^\circ$).



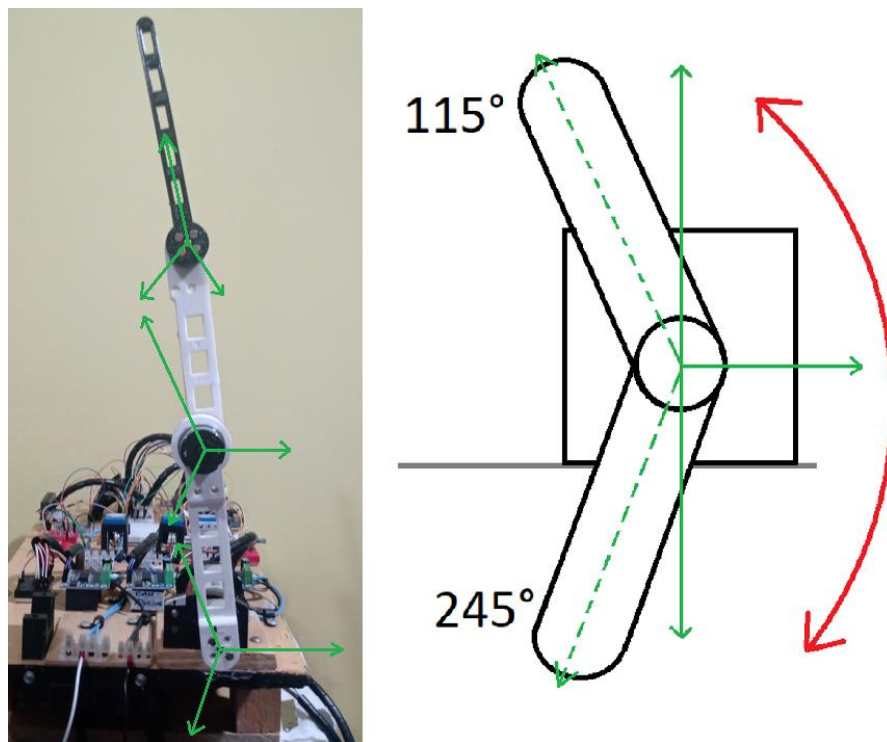
Fonte: Autoria própria.

O processo de aquisição da Curva Stribeck foi feito usando uma trajetória de 115° a 245° como pode ser visto na imagem 4.30 e utilizando o valor de torque na posição 90° como referência.

Seguindo o procedimento experimental padrão comentado na seção anterior para os Motores CC, o controle PID para velocidade foi usado em uma faixa de velocidade de 0 Rad/s até 5 Rad/s para o primeiro grau de liberdade; 6 Rad/s para o segundo grau de liberdade e 20 Rad/s para o terceiro. Os valores de torque para as Curva Stribeck foram considerados em torno da posição de 90° . As imagens 4.31 a 4.33 mostram os resultados finais da Curva Stribeck para cada um dos graus de liberdade.

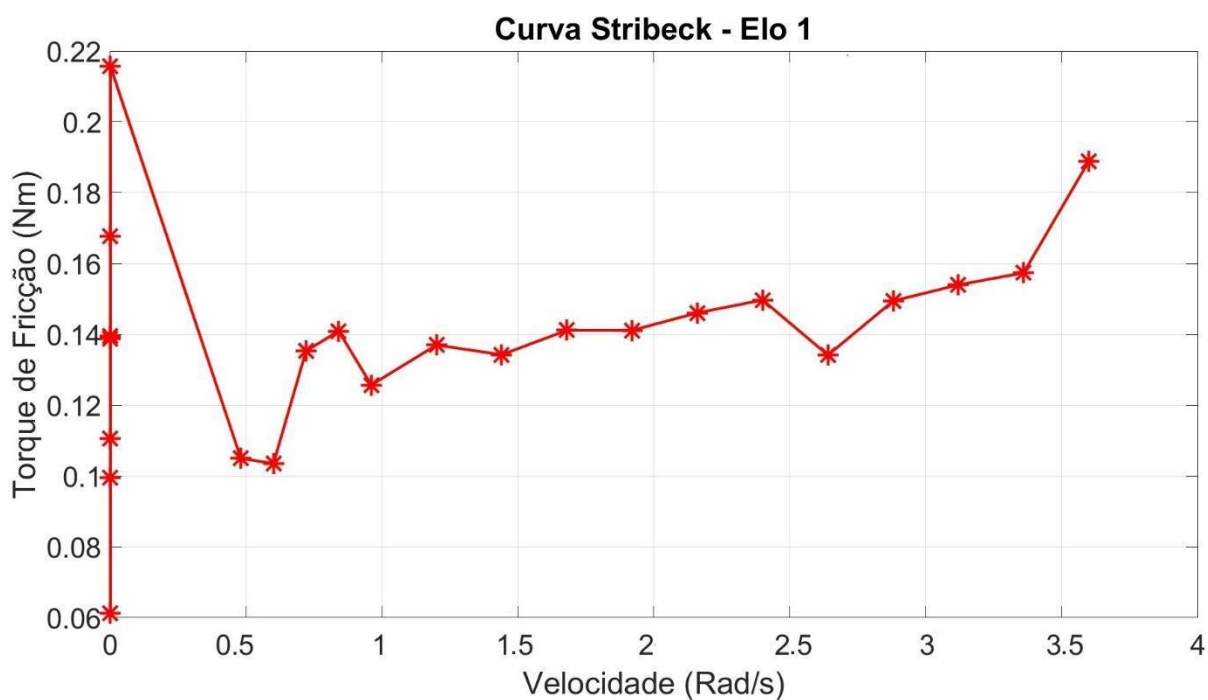
Os parâmetros estáticos do modelo foram estimados como ilustram as figuras 4.34 a 4.36 e resumem a tabela 4.3.

Figura 4.30 – Posição de referência para definição dos parâmetros estáticos da fricção dos modelos dependente de velocidade e dependente de carga.



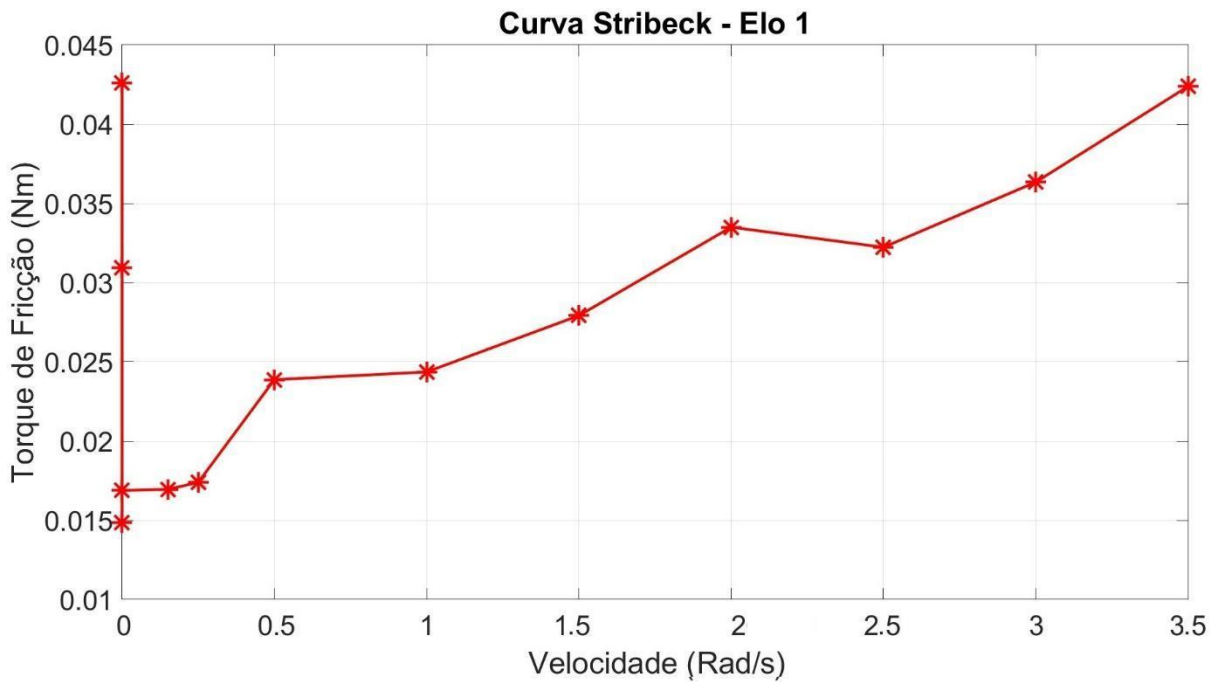
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.31 – Curva Stribeck do primeiro grau de liberdade composto pelo sistema robótico completo.



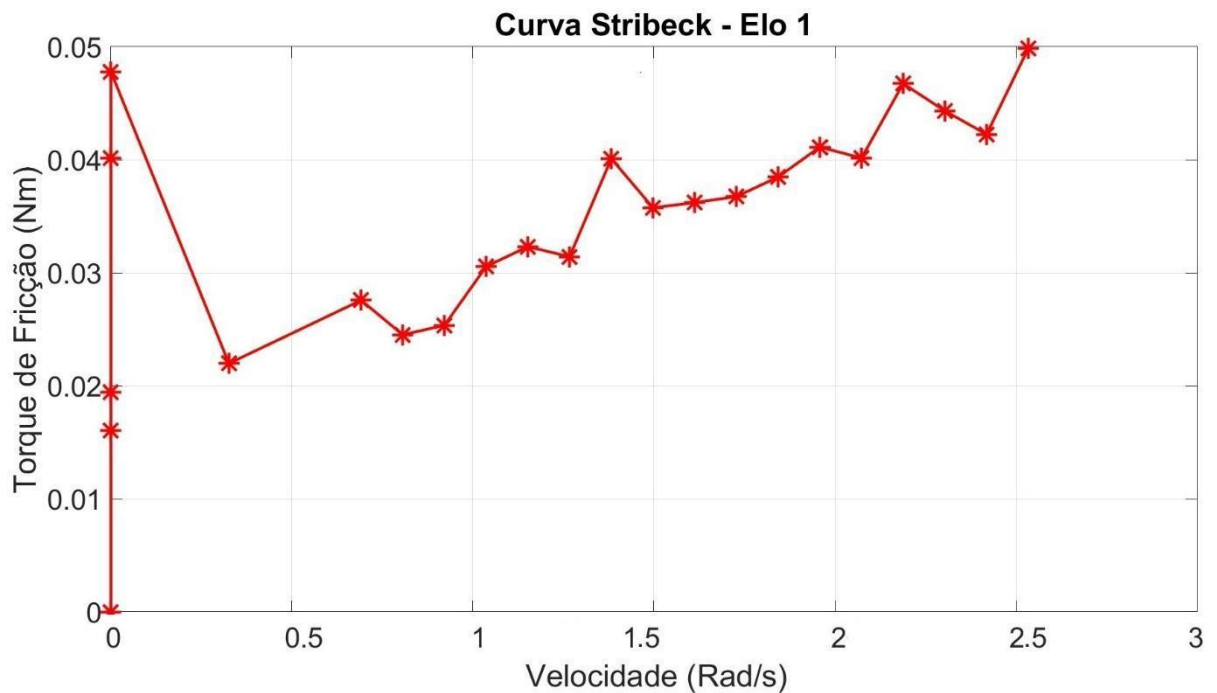
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.32 – Curva Stribeck do segundo grau de liberdade composto pelo segundo elo e terceira junta.



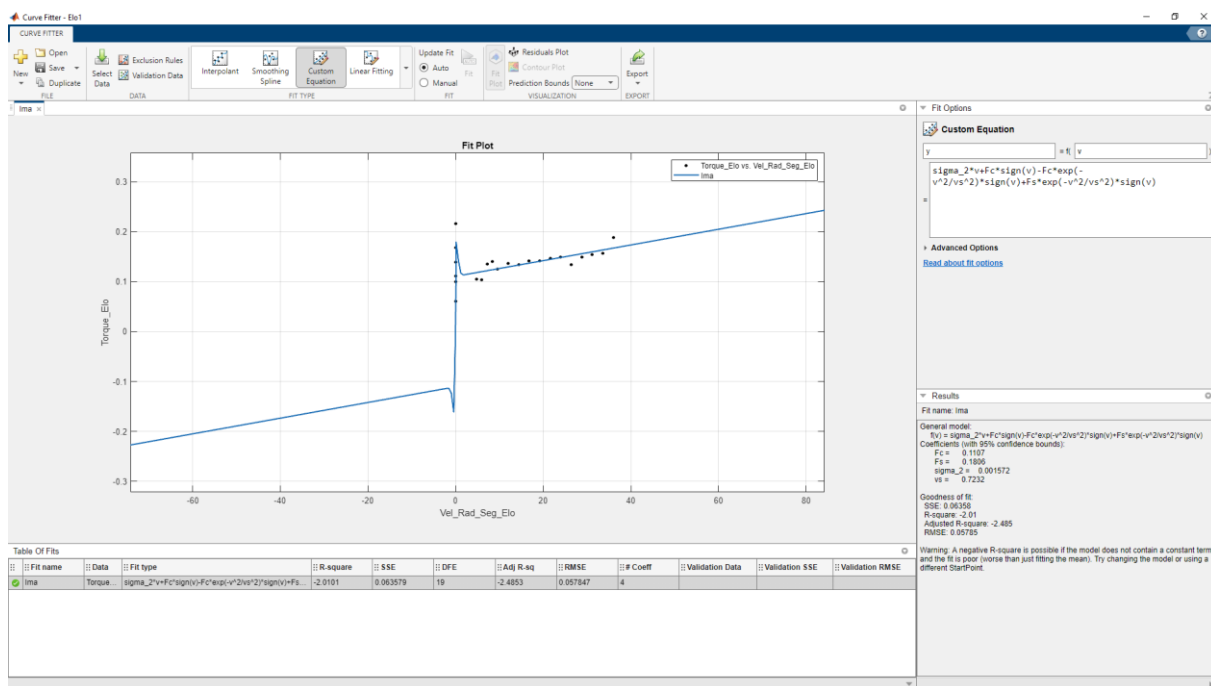
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.33 – Curva Stribeck do terceiro grau de liberdade composto pela terceira junta.



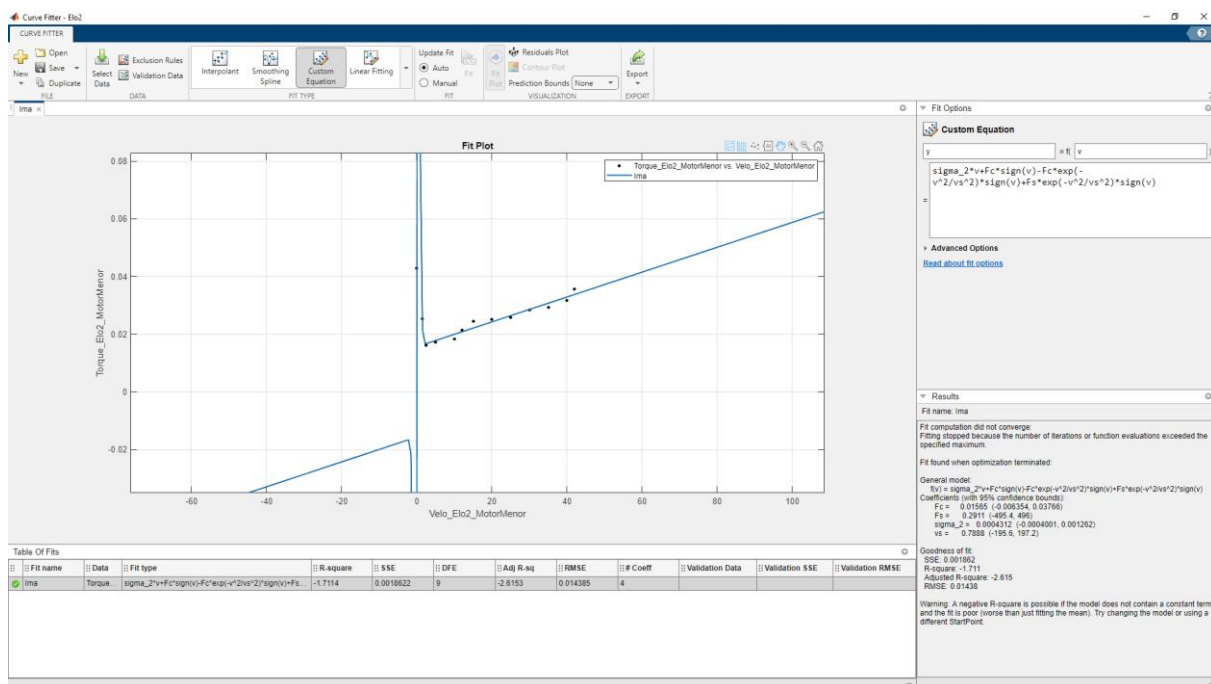
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.34 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro grau de liberdade do robô.



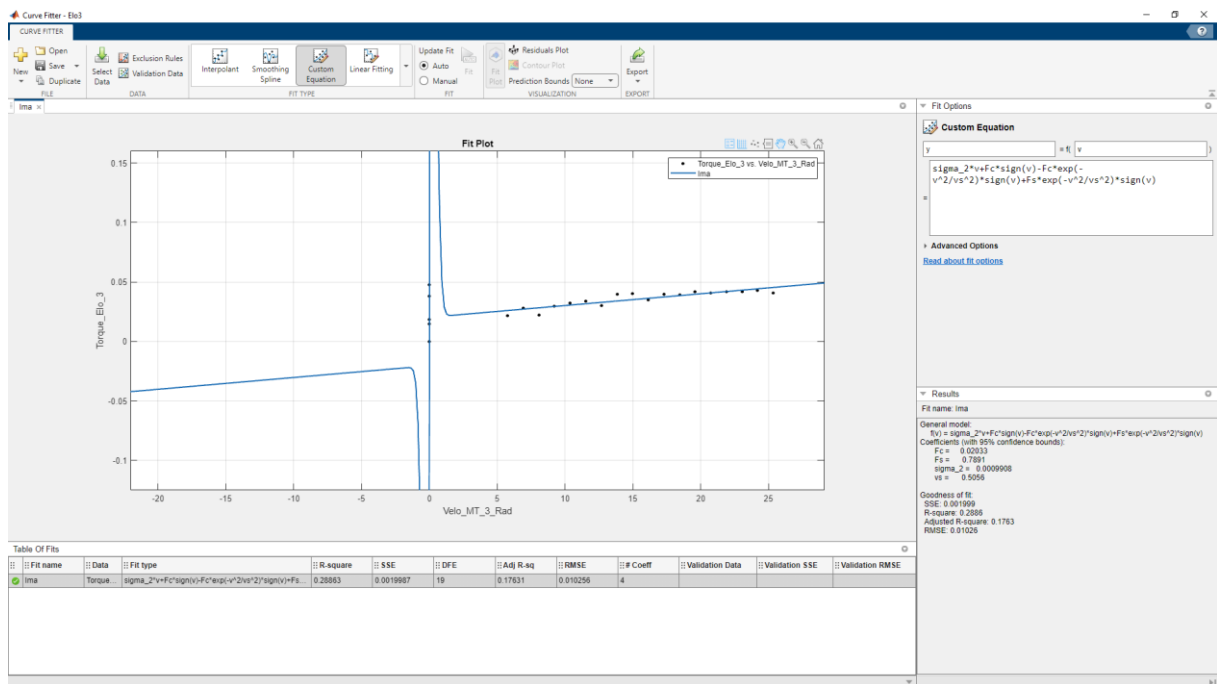
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.35 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo grau de liberdade do robô.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.36 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro grau de liberdade do robô.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 4.3 – Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre dependente de velocidade

	Parâmetros			
	F_c	F_s	σ_2	$\dot{\theta}_s$
Primeiro Grau de Liberdade	0.1107	0.1806	0.001572	0.7232
Segundo Grau de Liberdade	0.01565	0.2911	0.0004312	0.7888
Terceiro Grau de Liberdade	0.02033	0.7891	0.0009908	0.5056

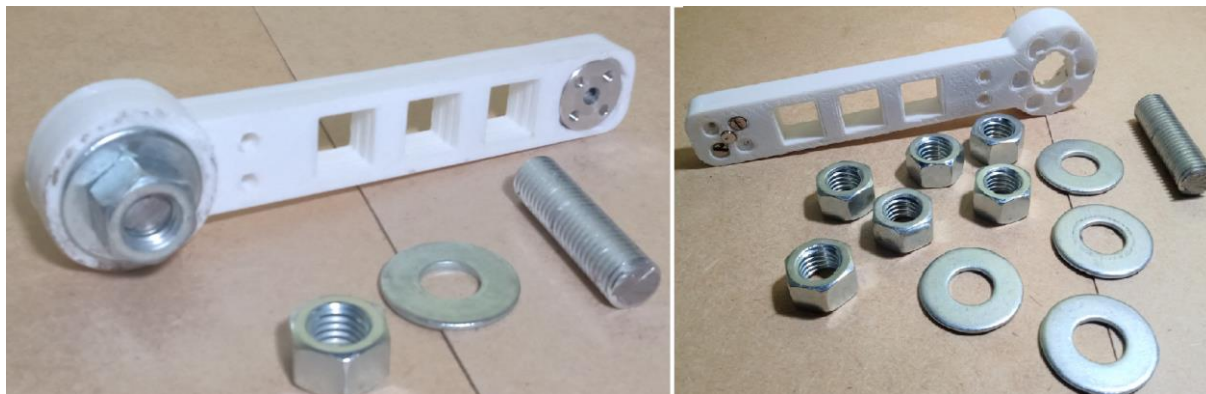
Fonte: Autoria própria.

4.7.4 Parâmetros do modelo dependente de velocidade e carga

O terceiro modelo, a fricção com dependência de velocidade e carga foi desenvolvido repetindo o processo usado para o segundo modelo e seguindo os três cenários de análise apresentados na imagem 4.28. A indução de um torque de carga foi feito substituindo o terceiro elo usado até este experimento, imagem 4.28, pelo elo apresentado no final da seção 3.2 e imagem 3.12. Um eixo roscado com porcas permitiu

um incremento gradual de 10 gramas na massa submetida a partir da adição ou retirada de discos metálicos em formato de arruelas como ilustra a imagem 4.37.

Figura 4.37 – Massas e elo usado no experimento de fricção com dependência de carga.



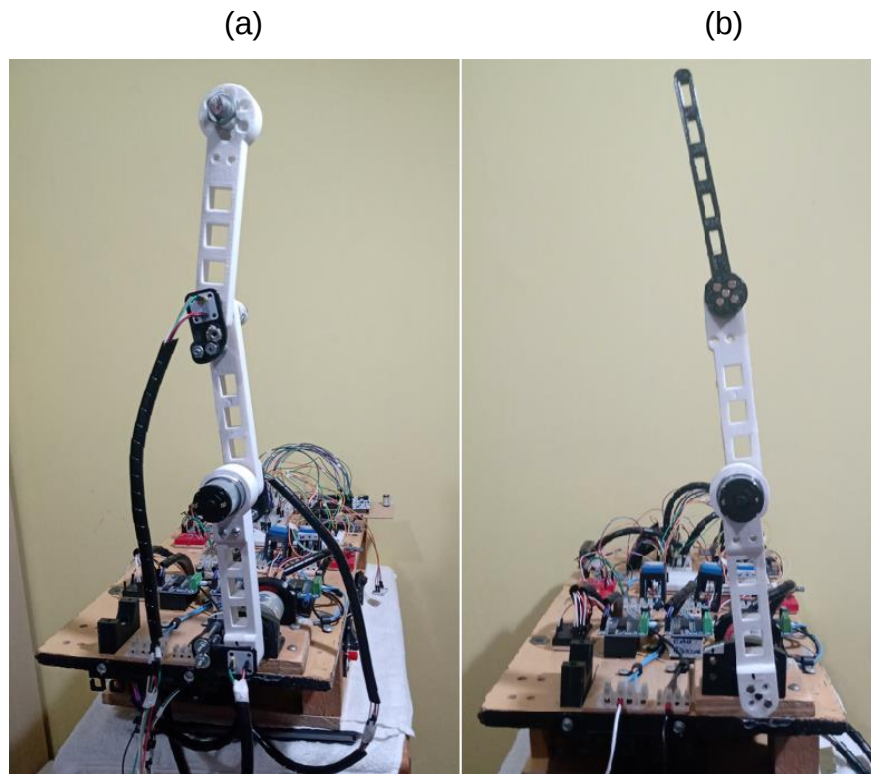
Fonte: Autoria própria.

A magnitude da massa foi definida a partir do valor de torque máximo fornecido pelos motores usados em cada elo de forma que a soma da massa externa e dos demais elementos que cada elo já carrega não fosse requerer dos motores um torque superior ao máximo indicado pelo fabricante. O primeiro elo opera suportando a massa dos dois demais elos e seus componentes, totalizando 560 gramas em um raio de ação de 44 cm e gerando um total de 0,621 Nm. A massa adicionada foi de 115 g levando a um torque máximo de 0,975 Nm, 10% abaixo do máximo permitido. O mesmo processo foi repetido para o segundo e terceiro elo levando a um massas de 75 g e 50 g respectivamente. A imagem 4.38 ilustra a diferença entre o sistema considerando carga no último elo e o sistema apenas considerando a dependência de velocidade.

Os resultados dos três graus de liberdade podem ser vistos respectivamente nas imagens 4.39 a 4.41 e o procedimento de estimativa dos parâmetros em 4.42 a 4.46. A tabela 4.3 resume os sete parâmetros do modelo.

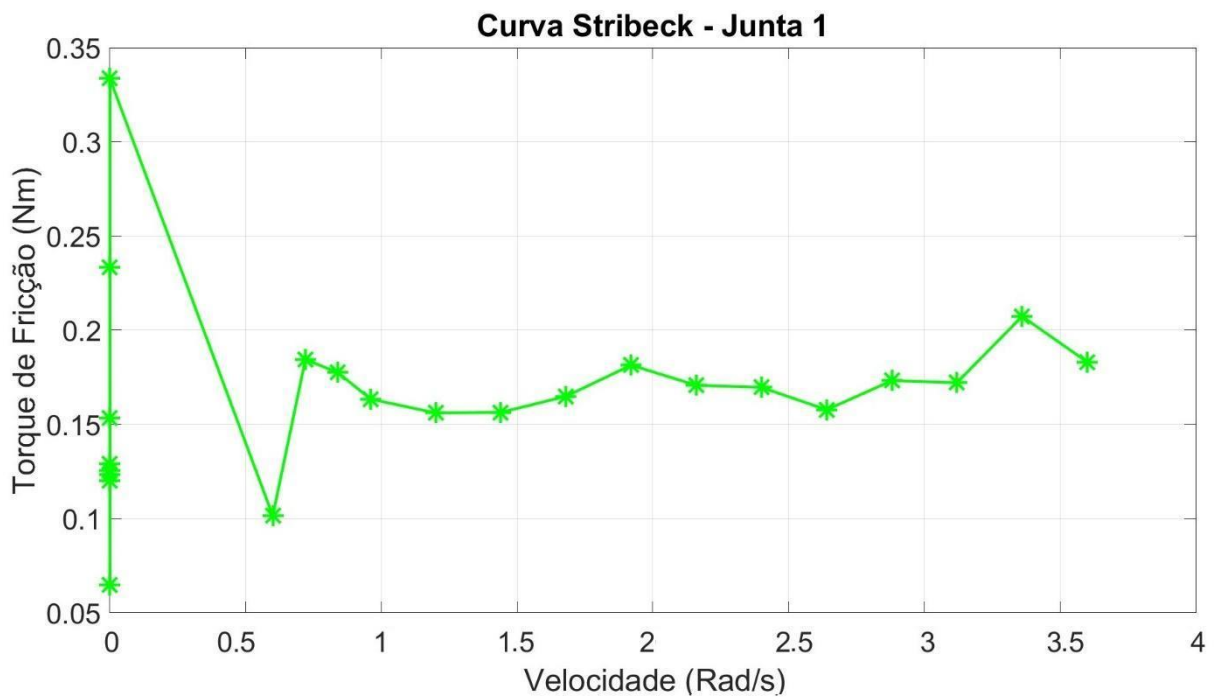
O procedimento para cálculo dos parâmetros do modelo foi o mesmo descrito nas seções anteriores com o adendo do torque de carga como segunda variável independente como é observado na equação 4.34.

Figura 4.38 – Manipulador submetido a carga externa: (a) sistema considerando carga no último elo (b) sistema sem considerar carga no último elo.



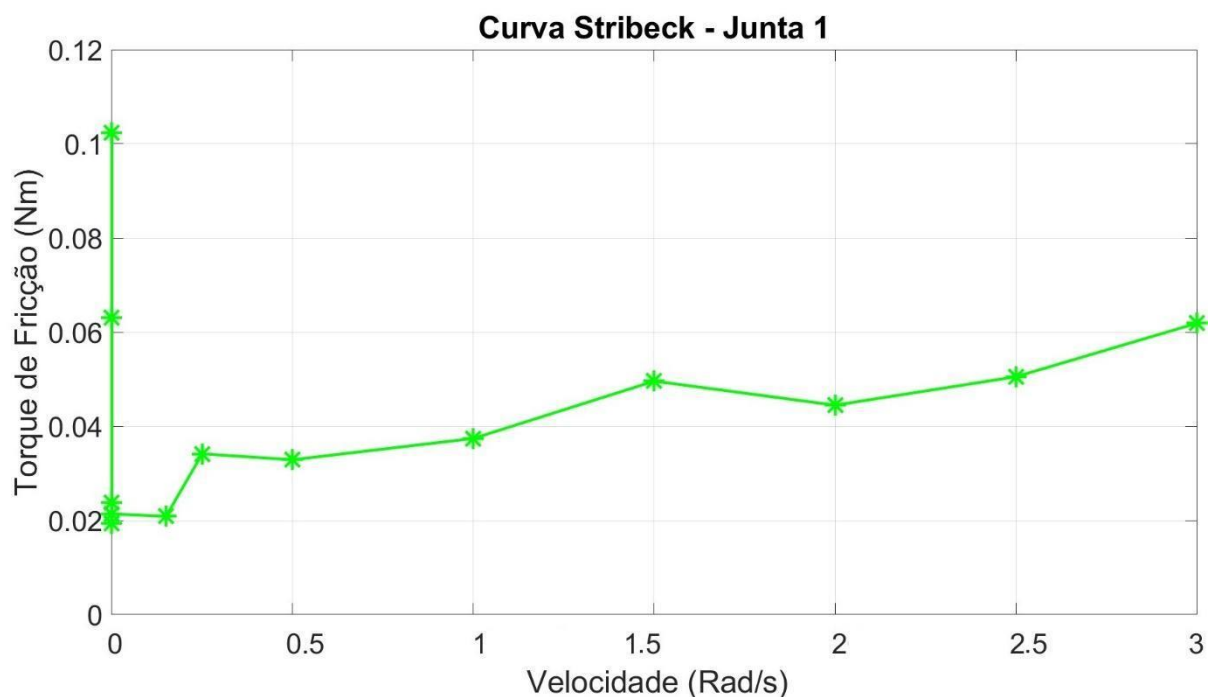
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.39 – Curva Stribeck do primeiro grau de liberdade composto pelo sistema robótico completo: Resultados para fricção com dependência de carga.



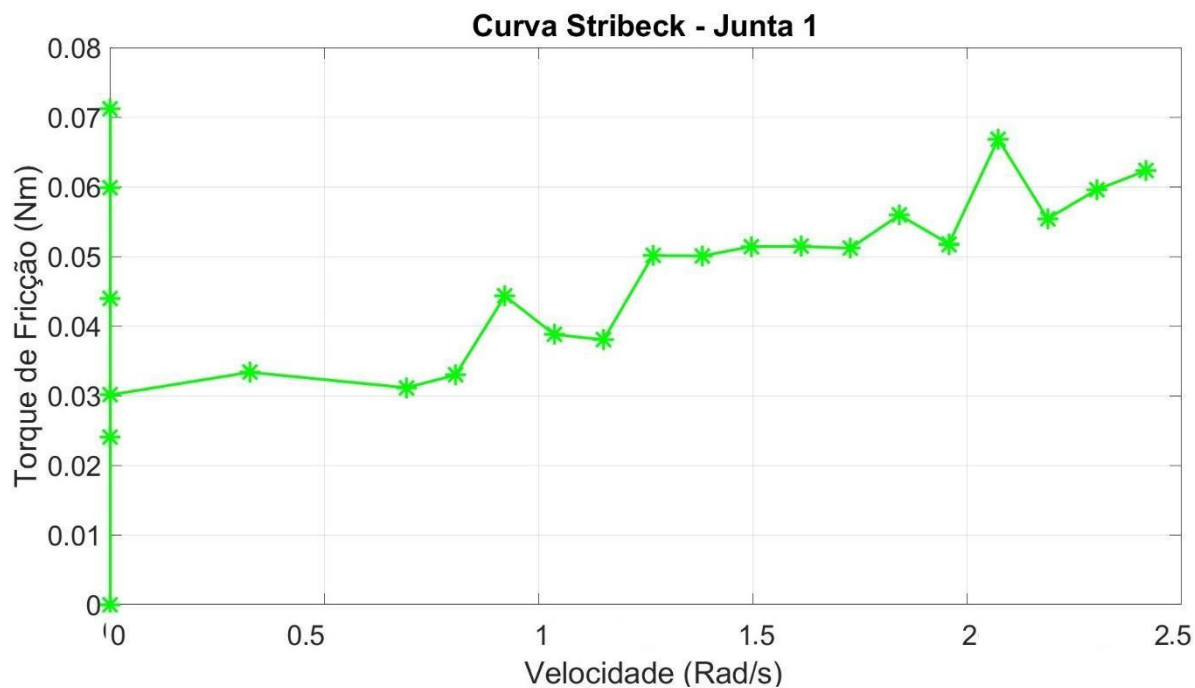
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.40 – Curva Stribeck do segundo grau de liberdade composto pelo segundo elo e terceira junta: Resultados para fricção com dependência de carga.



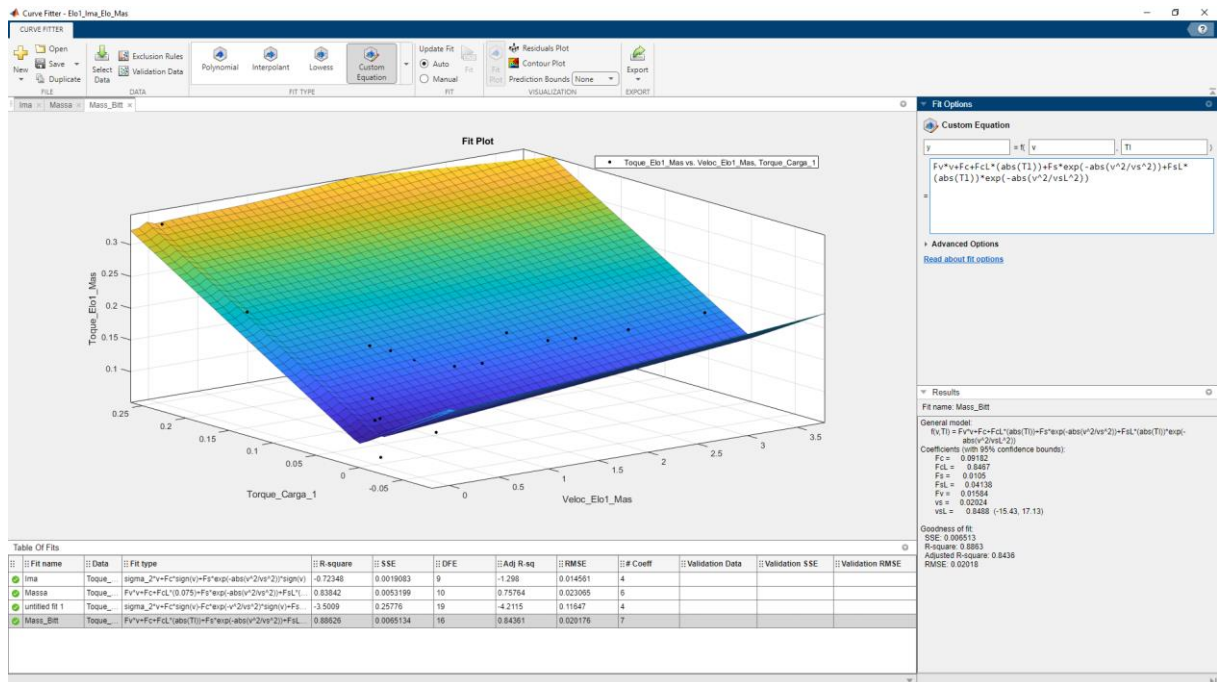
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.41 – Curva Stribeck do terceiro grau de liberdade composto pela terceira junta: Resultados para fricção com dependência de carga.



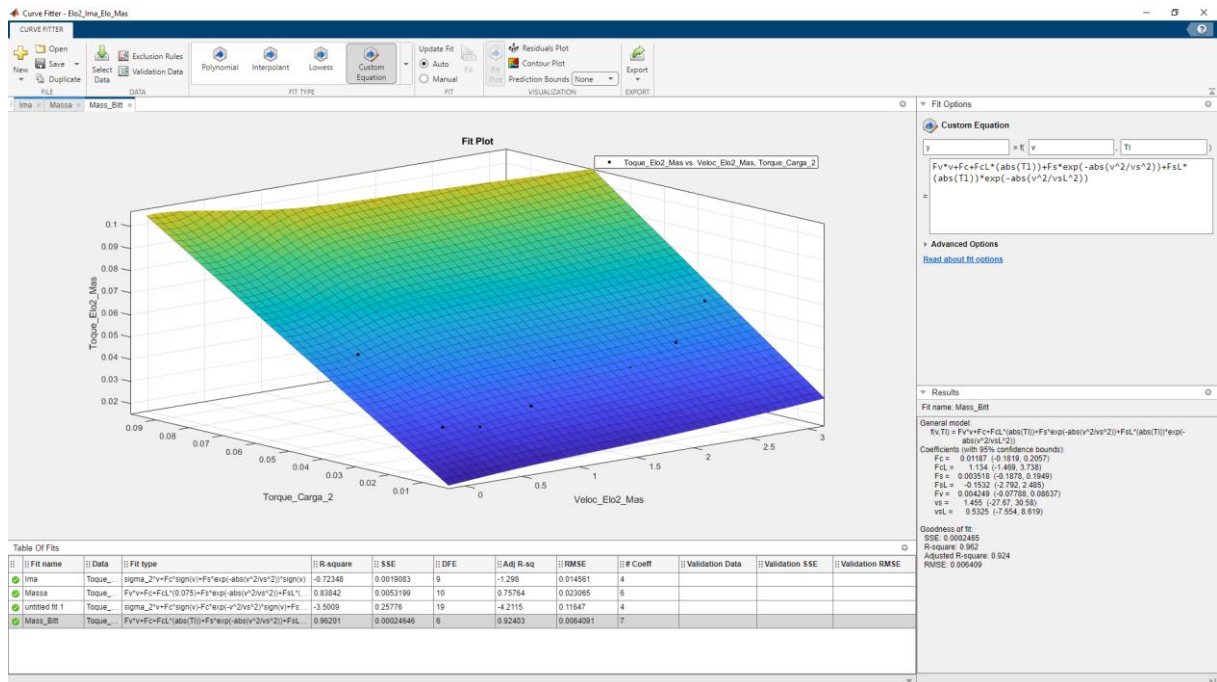
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.42 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o primeiro grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.



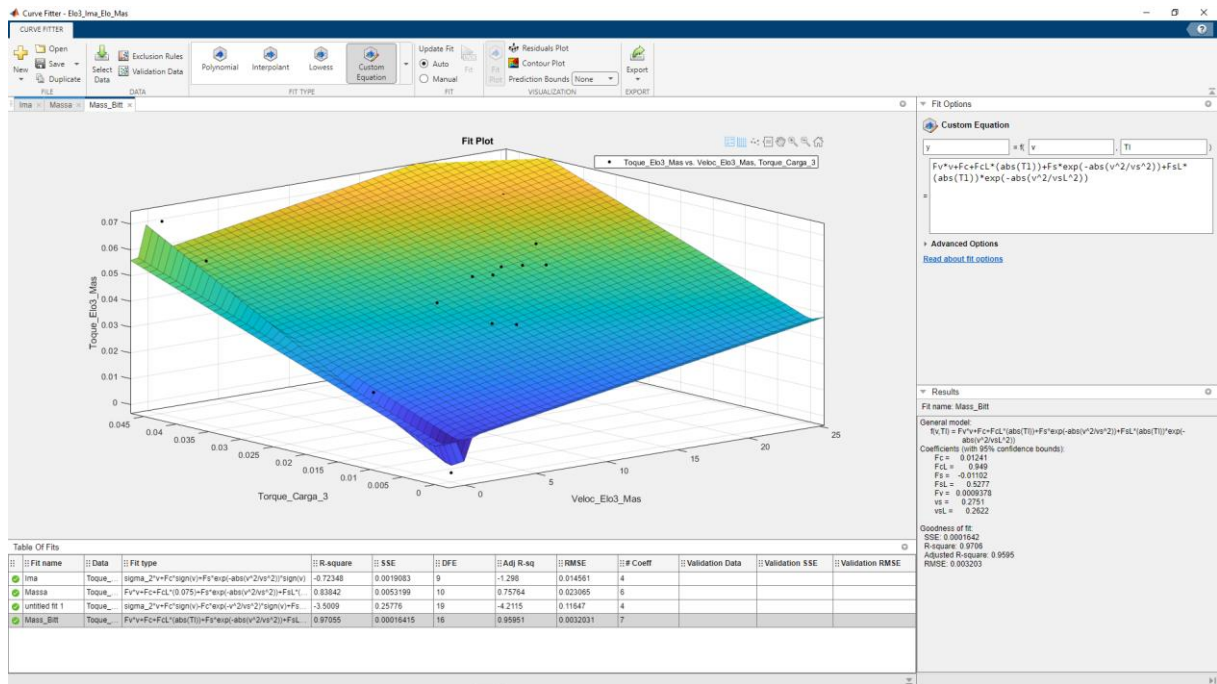
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.43 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o segundo grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.44 – Definição dos parâmetros estáticos da fricção para o terceiro grau de liberdade do robô: Resultados para fricção com dependência de carga.



Fonte: Autoria própria.

A comparação entre os três comportamentos da fricção pode ser visto nas imagens 4.45 a 4.47 para os três elos, respectivamente. A partir dos três cenários é possível concluir como o aumento de carga aplicado ao motor gera um aumento de carga com os comportamentos esperados, aumento da velocidade para o ponto de ruptura e um crescimento proporcionalmente linear para variações de carga.

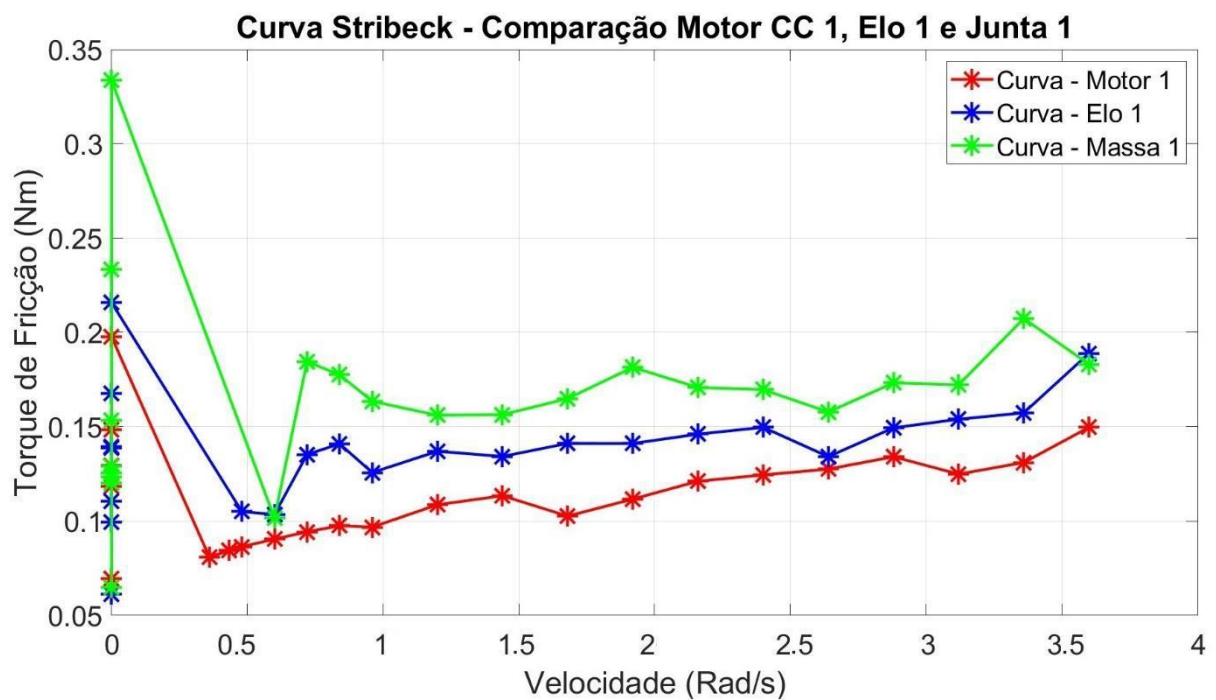
Tabela 4.4 – Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre com dependência de carga.

Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
F_C	F_S	F_V	$\dot{\theta}_S$	$F_{C,L}$	$F_{S,L}$	$\dot{\theta}_{S,L}$
0.09801	0.0105	0.01584	-0.02001	0.8467	0.04138	0.8488
Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
F_C	F_S	F_V	$\dot{\theta}_S$	$F_{C,L}$	$F_{S,L}$	$\dot{\theta}_{S,L}$
0.01187	0.003518	0.04249	1.455	1.134	-0.1532	0.5325

Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
F_C	F_S	F_V	$\dot{\theta}_S$	$F_{C,L}$	$F_{S,L}$	$\dot{\theta}_{S,L}$
0.01241	-0.01102	0.009378	0.2751	0.949	0.5277	0.2622

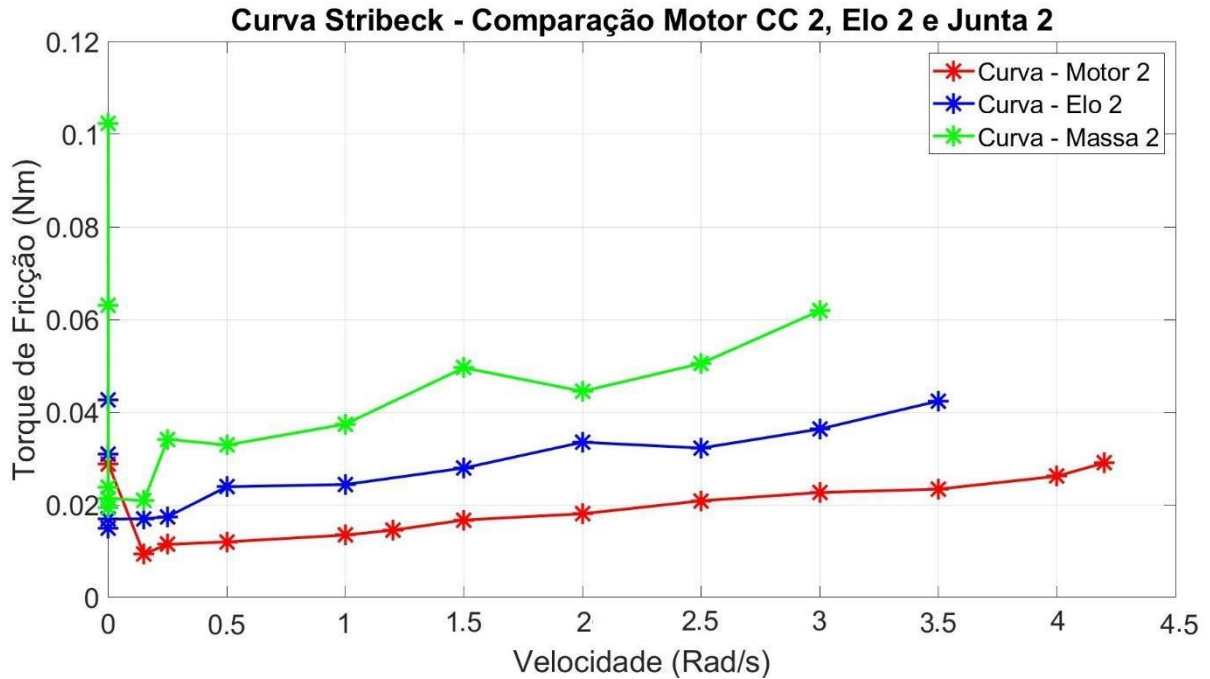
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.45 – Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 1, Elo 1 e Grau de Liberdade 1.



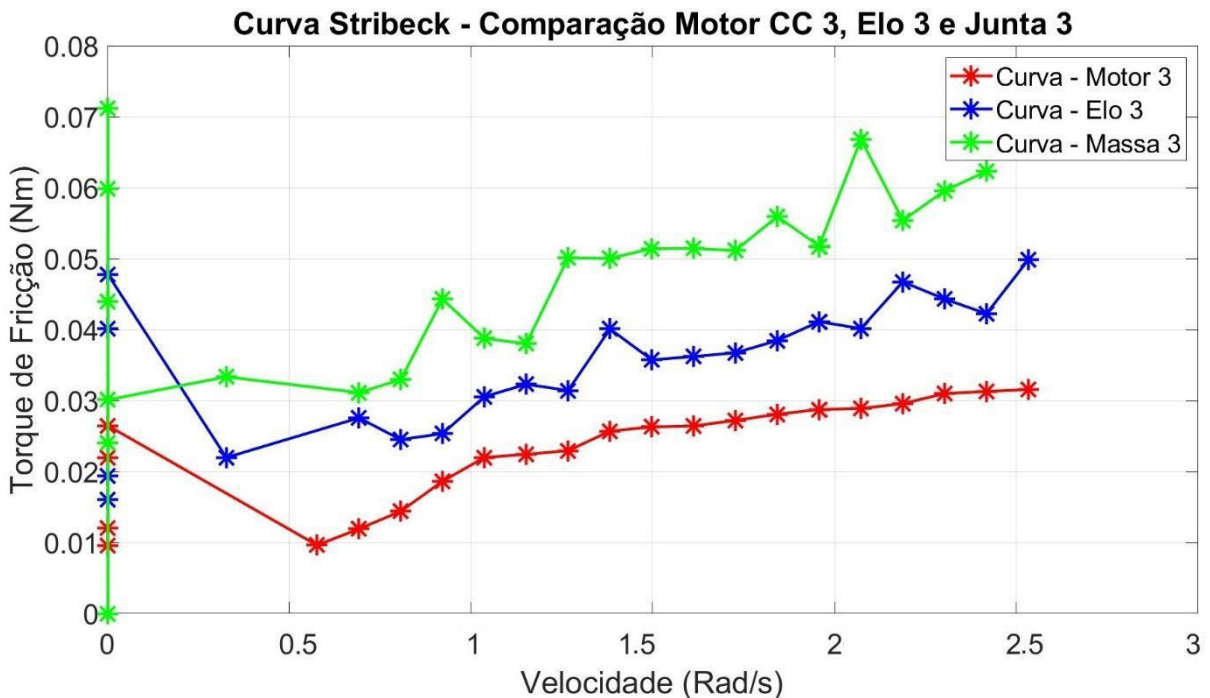
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.46 – Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 2, Elo 2 e Grau de Liberdade 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.47 – Comparação entre as componentes de fricção dos três cenários: Motor CC 3, Elo 3 e Grau de Liberdade 3.



Fonte: Autoria própria.

4.8 MODELO MATEMÁTICO FINAL DO MANIPULADOR ROBÓTICO

O modelo matemático do manipulador robótico foi finalizado substituindo nas equações 4.34 e 4.35 os parâmetros da fricção de LuGre encontrados na seção anterior. Nele é descrito o cenário do robô com os três graus de liberdade e carga aplicada no terceiro elo, como foi ilustrado em 4.38 e discutido na seção anterior.

Dado que a equação da fricção de LuGre com dependência de velocidade e carga foi expressa separando os elementos que influenciam cada um dos fatores, a equação 4.34 pode representar as duas condições. Caso o robô opere sem carga externa, o módulo de $|\tau_L|$ será nulo e a equação passa a descrever apenas a influência da velocidade. O resultado final pode ser visto nas equações 4.36 a 4.42.

$$\begin{aligned}\frac{di_{a,1}}{dt} &= \frac{V_{in,1} - V_{BEMF,1} - R_{a,1}i_{a,1}}{L_{a,1}} \\ \tau_{m,1} &= k_{T,1}i_{a,1} \\ \ddot{\theta}_1 &= \frac{\tau_{m,1} - C_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) - G_1(\theta_1) - b_{m,1}\dot{\theta}_1 - \tau_{f,1}}{M_1(\theta_1) + J_{m,1}}\end{aligned}\quad (4.36)$$

$$\begin{aligned}\frac{di_{a,2}}{dt} &= \frac{V_{in,2} - V_{BEMF,2} - R_{a,2}i_{a,2}}{L_{a,2}} \\ \tau_{m,2} &= k_{T,2}i_{a,2} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{\tau_{m,2} - C_2(\theta_2, \dot{\theta}_2) - G_2(\theta_2) - b_{m,2}\dot{\theta}_2 - \tau_{f,2}}{M_2(\theta_2) + J_{m,2}}\end{aligned}\quad (4.37)$$

$$\begin{aligned}\frac{di_{a,3}}{dt} &= \frac{V_{in,3} - V_{BEMF,3} - R_{a,3}i_{a,3}}{L_{a,3}} \\ \tau_{m,3} &= k_{T,3}i_{a,3} \\ \ddot{\theta}_3 &= \frac{\tau_{m,3} - C_3(\theta_3, \dot{\theta}_3) - G_3(\theta_3) - b_{m,3}\dot{\theta}_3 - \tau_{f,3}}{M_3(\theta_3) + J_{m,3}}\end{aligned}\quad (4.38)$$

onde os elementos de $\tau_{f,i}$ para cada um dos $i = 1, 2, 3$ elos são dados pelos elementos das equações 4.40 a 4.42 e dos parâmetros da tabela 4.4.

$$\tau_f = \begin{bmatrix} \tau_{f1,1} \\ \tau_{f1,2} \\ \tau_{f1,3} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\tau_{f1,1} = \left[F_{C,1} + \left(F_{C,1,L,1} + F_{S,1,L,1} e^{-\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_{S,1,L,1}} \right) |\tau_{L,1}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_1) + F_{V,1} \left(1 - F_{V,1} e^{-\dot{\theta}_1/\dot{\theta}_{S,1}} \right) \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \quad (4.40)$$

$$\tau_{f1,2} = \left[F_{C,2} + \left(F_{C,2,L,2} + F_{S,2,L,2} e^{-\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_{S,2,L,2}} \right) |\tau_{L,2}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_2) + F_{V,2} \left(1 - F_{V,2} e^{-\dot{\theta}_2/\dot{\theta}_{S,2}} \right) \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \quad (4.41)$$

$$\tau_{f1,3} = \left[F_{C,3} + \left(F_{C,3,L,3} + F_{S,3,L,3} e^{-\dot{\theta}_3/\dot{\theta}_{S,3,L,3}} \right) |\tau_{L,3}| \right] \text{sgn}(\dot{\theta}_3) + F_{V,3} \left(1 - F_{V,3} e^{-\dot{\theta}_3/\dot{\theta}_{S,3}} \right) \text{sgn}(\dot{\theta}_3) \quad (4.42)$$

Tabela 4.5 – Parâmetros estáticos do modelo de fricção LuGre com dependência de carga.

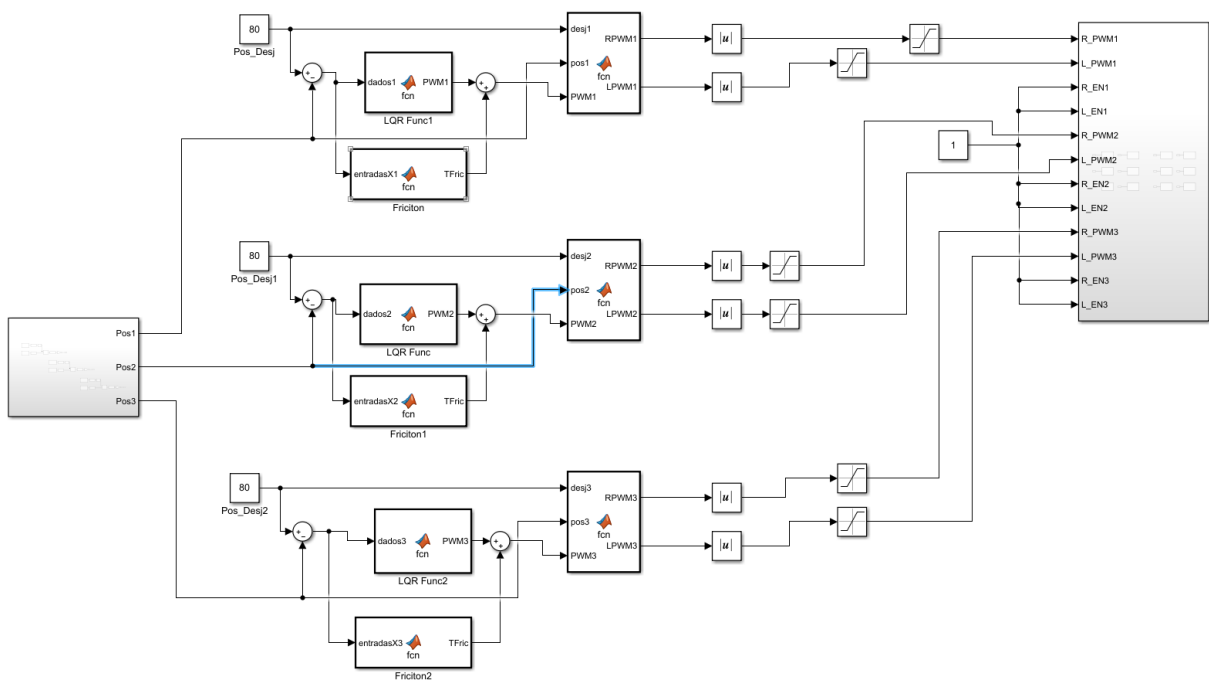
Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
$F_{C,1}$	$F_{S,1}$	$F_{V,1}$	$\dot{\theta}_{S,1}$	$F_{C,L,1}$	$F_{S,L,1}$	$\dot{\theta}_{S,L,1}$
0.09801	0.0105	0.01584	-0.02001	0.8467	0.04138	0.8488
Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
$F_{C,2}$	$F_{S,2}$	$F_{V,2}$	$\dot{\theta}_{S,2}$	$F_{C,L,2}$	$F_{S,L,2}$	$\dot{\theta}_{S,L,2}$
0.01187	0.003518	0.04249	1.455	1.134	-0.1532	0.5325
Parâmetros Estáticos - Primeiro Grau de Liberdade						
$F_{C,3}$	$F_{S,3}$	$F_{V,3}$	$\dot{\theta}_{S,3}$	$F_{C,L,3}$	$F_{S,L,3}$	$\dot{\theta}_{S,L,3}$
0.01241	-0.01102	0.009378	0.2751	0.949	0.5277	0.2622

Fonte: Autoria própria.

4.10 CONTROLE SDRE E COMPENSAÇÃO DE FRICÇÃO

A compensação de fricção foi adicionada ao controle SDRE através de uma malha de controle Feedforward como ilustra a imagem 4.48. Nesta abordagem a fricção é considerada como um distúrbio, é somada na malha de controle anterior ao cálculo dos valores dos estados do sistema e o controle SDRE define os ganhos do controlador para a combinação destas duas entradas.

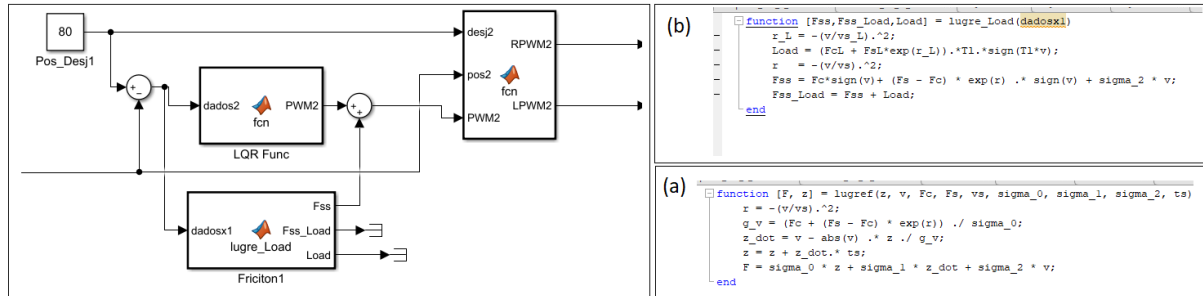
Figura 4.48 – Malha de controle Feedforward usada na compensação de fricção.



Fonte: Autoria própria.

A partir desta malha de controle é possível dois cenários para a compensação de fricção, um que considera a fricção a partir da variação de velocidade e a partir de velocidade e carga. Esta mudança é feita alterando os dados de fricção fornecidos ao bloco MATLAB Function apresentado na parte superior da imagem 4.48 levando aos dois cenários apresentados nas imagens 4.49 (a) e X (b). Quando a fricção considera apenas influência de velocidade o torque de carga τ_L torna-se nulo e quando é adicionada a influência da carga ele passa a ser calculado usando o vetor valores pré-determinados.

Figura 4.49 – Malha de controle Feedforward usada na compensação de fricção: (a) Fricção com dependência de velocidade e (b) com dependência de velocidade e carga.



Fonte: Autoria própria.

5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados nesta seção correspondem à simulação numérica do modelo discutido no capítulo 4. Os foram utilizando os softwares Maple para solução algébrica e numérica; SolidWorks para análise estrutural do modelo e os demais pontos como dinâmica e sistemas de controle foram analisados usando MATLAB, Simulink e LabView.

As simulações tiveram como objetivo principal analisar a capacidade do controle SDRE em guiar o movimento dos elos, tanto em situações ideais quanto adicionando influência da fricção. Para tanto, inicialmente são apresentados na seção 5.1 os resultados da simulação do modelo dinâmico do robô comprovando que a representação dinâmica proposta tem o comportamento esperado. Avançando para o sistema de controle, primeiramente foi proposto o controle para posição fixa e posteriormente uma trajetória completa para a posição dos elos como é discutido e apresentado nas seções 5.2 e 5.3. Comprovada a efetividade do controle, o próximo passo foi analisar a interação entre SDRE e modelo de fricção na efetividade do controle. Em 5.4 e 5.5 são apresentadas as diversas simulações numéricas apenas do modelo de fricção LuGre com dependência de velocidade e combinação velocidade e carga. Finalmente, nas seções 5.5 e 5.6 une-se o controle SDRE com a fricção onde foram simulados diversos cenários buscando entender a efetividade do modelo proposto.

As simulações no software MATLAB foram feitas usando o método de solução Runge-Kutta de quarta ordem com intervalo de integração definido por

$$t_{\text{int}} = \frac{t_f - t_0}{n - 1} \quad (5.1)$$

onde t_0 é a condição inicial do intervalo de tempo da simulação, t_f a condição final e n o número de interpolações.

As condições iniciais, vetores de entradas e saídas e demais parâmetros da simulação serão abordados nas seções seguintes pois cada simulação apresentou

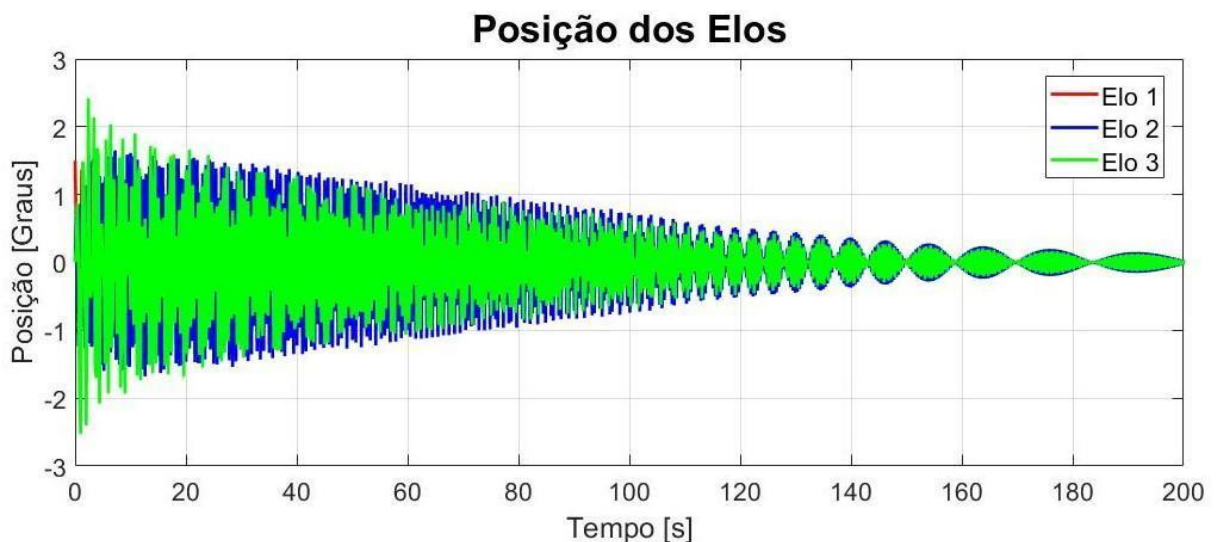
necessidades particulares não podendo ser generalizadas como o intervalo de integração acima.

5.1 SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

A primeira simulação executada foi a de análise do comportamento dinâmico do modelo do manipulador. O objetivo foi comprovar o comportamento esperado desta etapa do modelo, um comportamento oscilatório não amortecido e, apenas a título de testes, observar a variação de amplitude e frequência de oscilação para variações dos parâmetros físicos do modelo, como massa m_i e comprimento dos elos l_i .

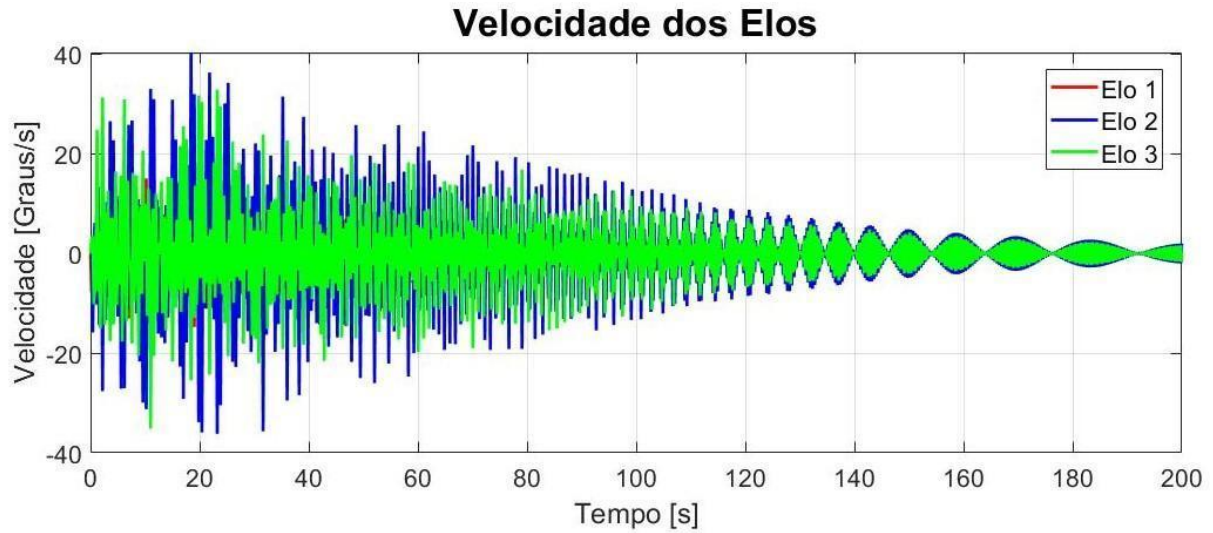
O sistema foi representado em código usando o método de espaço de estados com um vetor de estados $x = (x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, x_3, \dot{x}_3)$ onde x_i corresponde a posição angular θ_i do elo i e a derivada correspondendo a velocidade angular do mesmo elo. As condições iniciais expressas em forma vetorial foram

Figura 5.1: Dados simulados correspondendo a posição dos elos do robô.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.2: Dados simulados correspondendo a velocidade dos elos do robô.



Fonte: Autoria própria

$$x_0(t) = [\theta_{1,0} \quad \omega_{1,0} \quad \theta_{2,0} \quad \omega_{2,0} \quad \theta_{3,0} \quad \omega_{3,0}]^T \quad (5.2)$$

e a representação do sistema dinâmico completo em formato de espaço de estados é dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(1) &= x(2) \\ \dot{x}(2) &= M(\theta_1)^{-1}[-C(\theta_1, \dot{\theta}_1) - G(\theta_1) - \tau_{f,1}] \\ \dot{x}(3) &= x(4) \\ \dot{x}(4) &= M(\theta_2)^{-1}[-C(\theta_2, \dot{\theta}_2) - G(\theta_2) - \tau_{f,2}] \\ \dot{x}(5) &= x(6) \\ \dot{x}(6) &= M_3(\theta_3)^{-1}[-C(\theta_3, \dot{\theta}_3) - G(\theta_3) - \tau_{f,3}] \end{aligned} \quad (5.3)$$

Foram testadas diversas configurações e os resultados de posição e velocidade apresentados nas figuras 4.1 and 4.2 foram obtidos usando um tempo final t_f de 20 segundos, $x = (\pi/6, 0, 0, 0, \pi/12, 0)$ e n de 20.000 interpolações.

5.2 CONTROLE SDRE PARA POSIÇÃO FIXA DOS ELOS

O mesmo procedimento citado acima foi adotado na simulação do controle SDRE onde diversas simulações foram feitas em diferentes condições buscando avaliar o controle em uma variedade de cenários.

O primeiro objetivo foi entender como variações nas matrizes Q e R geram diferentes respostas no controle. As imagens 5.3 e 5.4 ilustram dois cenários extremos dos resultados encontrados usando as condições mostradas na Tabela 5.1. Na primeira imagem são apresentados os resultados explorando o desempenho máximo do controle, maximizando velocidade e precisão, mas não levando em consideração os parâmetros dos atuadores usados no protótipo. As matrizes Q e R mostradas em 5.4 e 5.5 foram usadas para obter os resultados da imagem 5.3. O segundo resultado mostrado na imagem 5.4 e usando as matrizes Q e R (5.6) e (5.7) representam valores de velocidade que estão dentro da margem de operação dos atuadores usados no protótipo.

Sobre os parâmetros do cálculo do método Runge-Kutta, testes feitos mostraram que acima de 3000 cálculos não há ganho de precisão nos dados simulados e foi definido o número de cálculos da equação 5.1 como $n = 3000$.

$$Q = \begin{bmatrix} 25 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15 \times 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^2 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 10 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 10 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 12 \times 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \times 10^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \times 10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

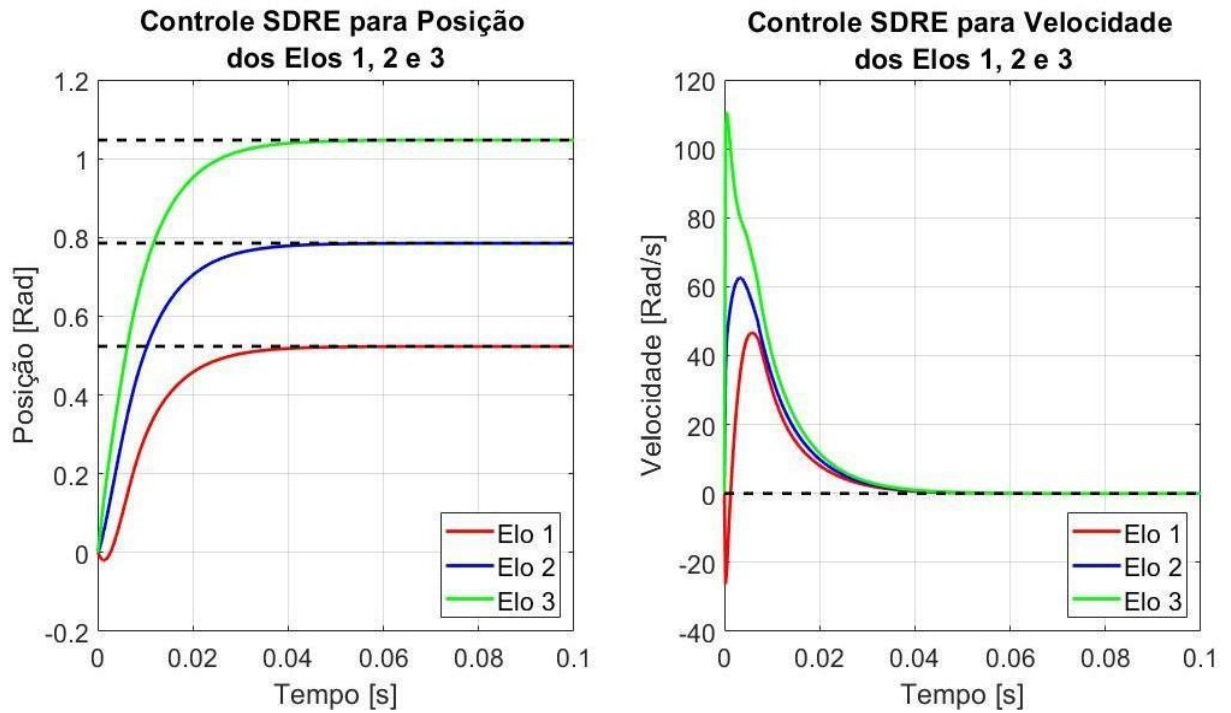
$$R = \begin{bmatrix} 10 \times 10^1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 \times 10^1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \times 10^1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Table 5.1 – Parâmetros usados na simulação do controle SDRE.

Data	Simble	Unit	Value
Tempo inicial	t_i	s	0
Tempo final	t_f	s	1
Posição inicial	$\theta_{1,i} / \theta_{2,i} / \theta_{3,i}$	rad	0
Posição final – Elo 1	$\theta_{1,f}$	rad	$\pi/6 \approx 1.047$
Posição final – Elo 2	$\theta_{2,f}$	rad	$\pi/4 \approx 0.7854$
Posição final – Elo 3	$\theta_{3,f}$	rad	$\pi/6 \approx 0.5236$
Velocidade inicial	$\dot{\theta}_i$	rad/s	0
Velocidade final	$\dot{\theta}_f$	rad/s	0

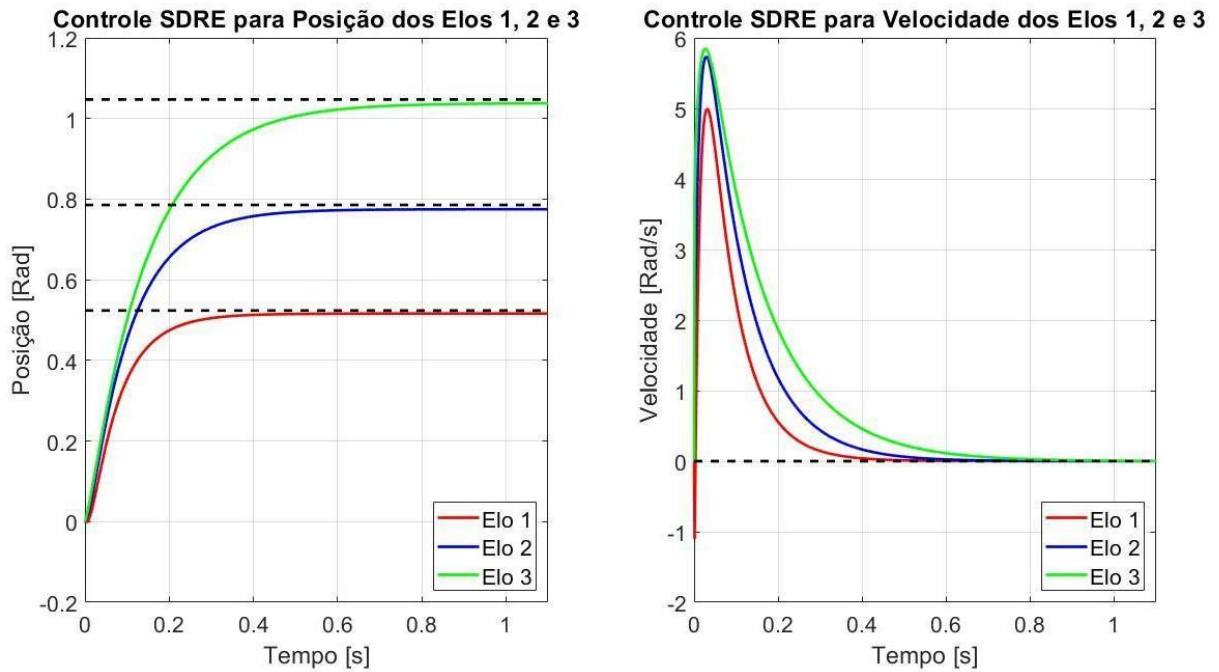
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.3: Controle SDRE explorando a resposta máxima do controlador.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.4: Controle SDRE balizado pela limitações dos atuadores usados no protótipo do manipulador robótico.

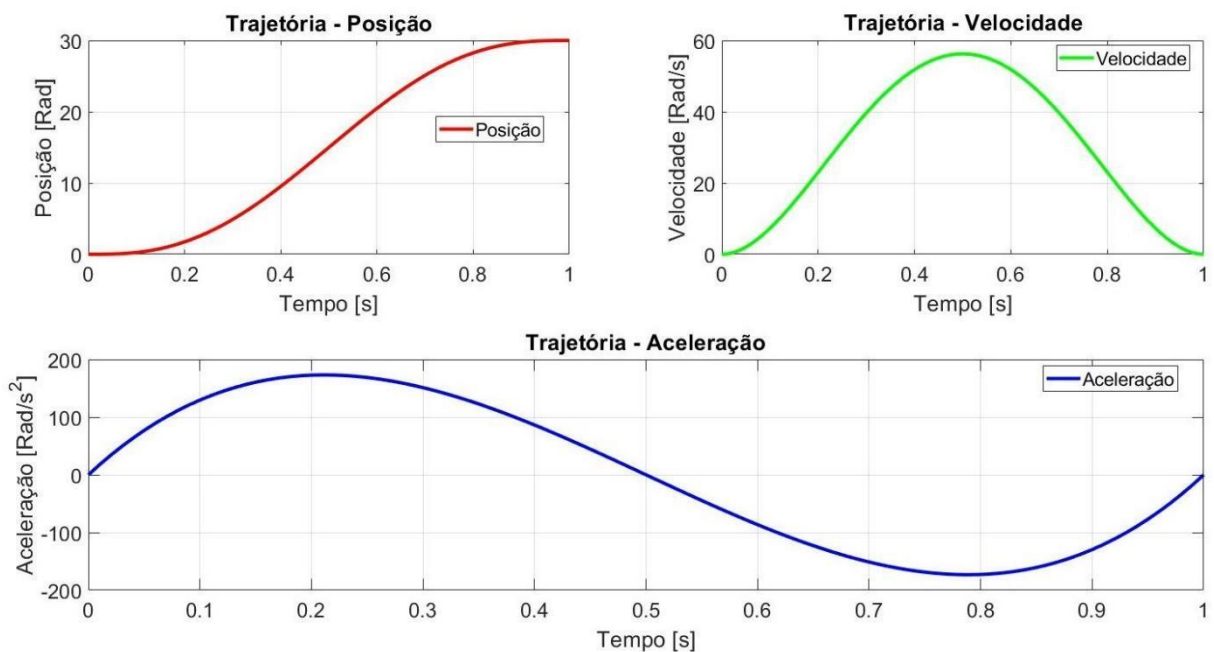


Fonte: Autoria própria.

5.3 SIMULAÇÃO DO CONTROLE SDRE COM PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA

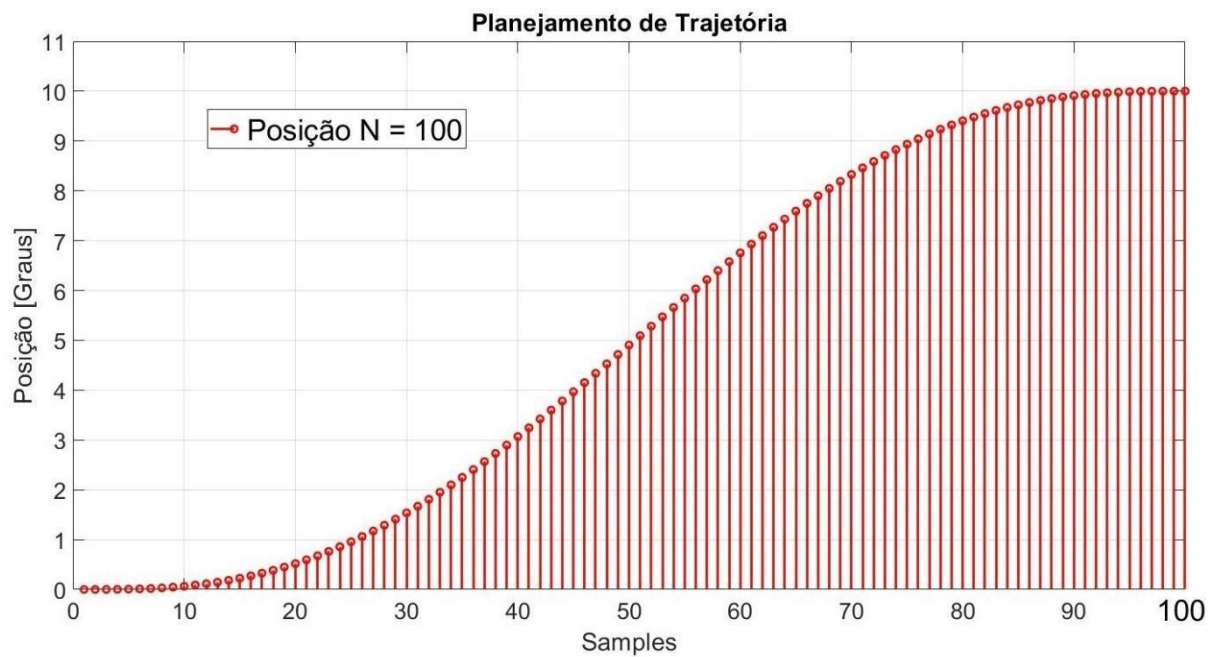
As simulações do controle SDRE com planejamento de trajetória foram feitas usando os dados ilustrados na imagem 4.5. As condições iniciais de posição foram 0° para os três elos e condições finais de 30° para o primeiro elo, 45° para o segundo elo e 60° para o terceiro elo. Velocidade e aceleração tiveram condições iniciais e finais de 0 rad/s e 0 rad/s^2 , respectivamente, para os três elos. Devido a forma como o sistema dinâmico foi representado matematicamente usando espaço de estados a trajetória de aceleração não foi controlada usando a trajetória gerada pois esta variável não pode ser usada no controle SDRE sem reescrever as matrizes de estado do modelo.

Figura 5.5: Polinômio de quinta ordem e suas derivadas primeiras e segunda.



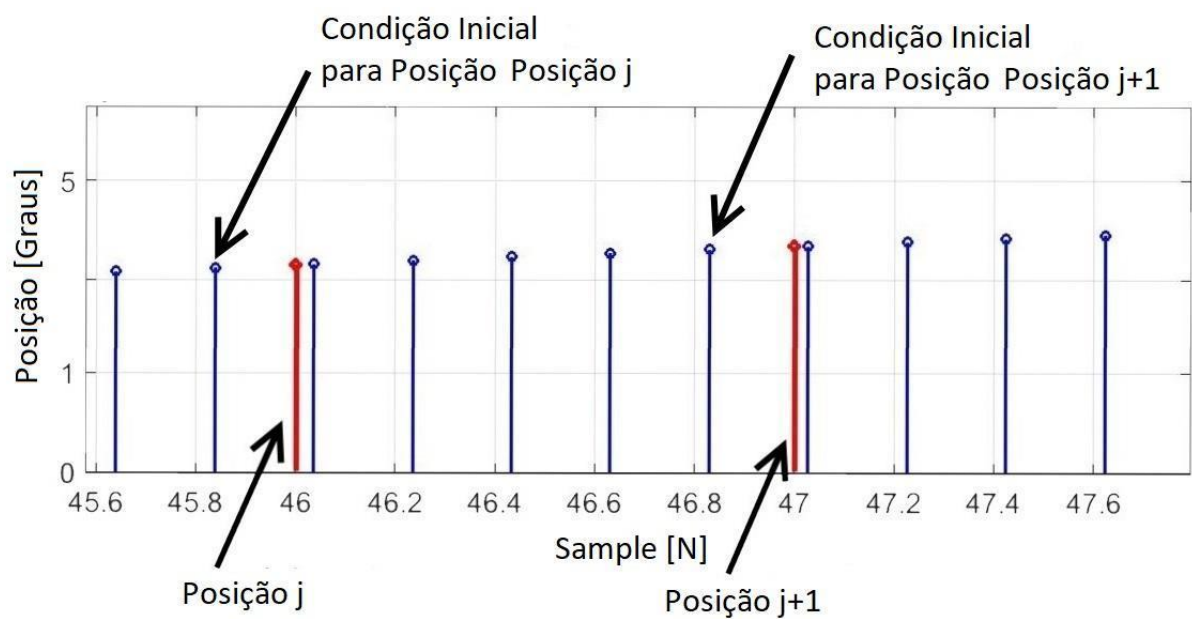
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.6: Divisão da trajetória completa em $N = 100$ divisões.



Fonte: Autoria própria.

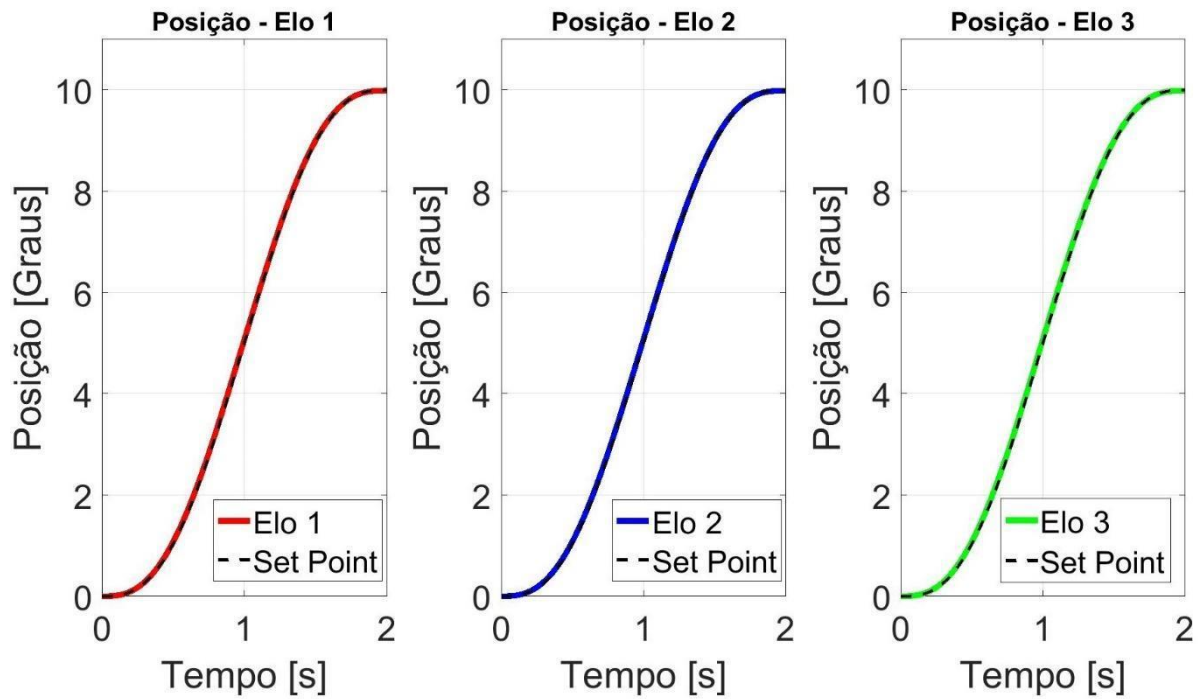
Figura 5.7: Definição de condição inicial e final para controle SDRE e Planejamento de Trajetória.



Fonte: Autoria própria.

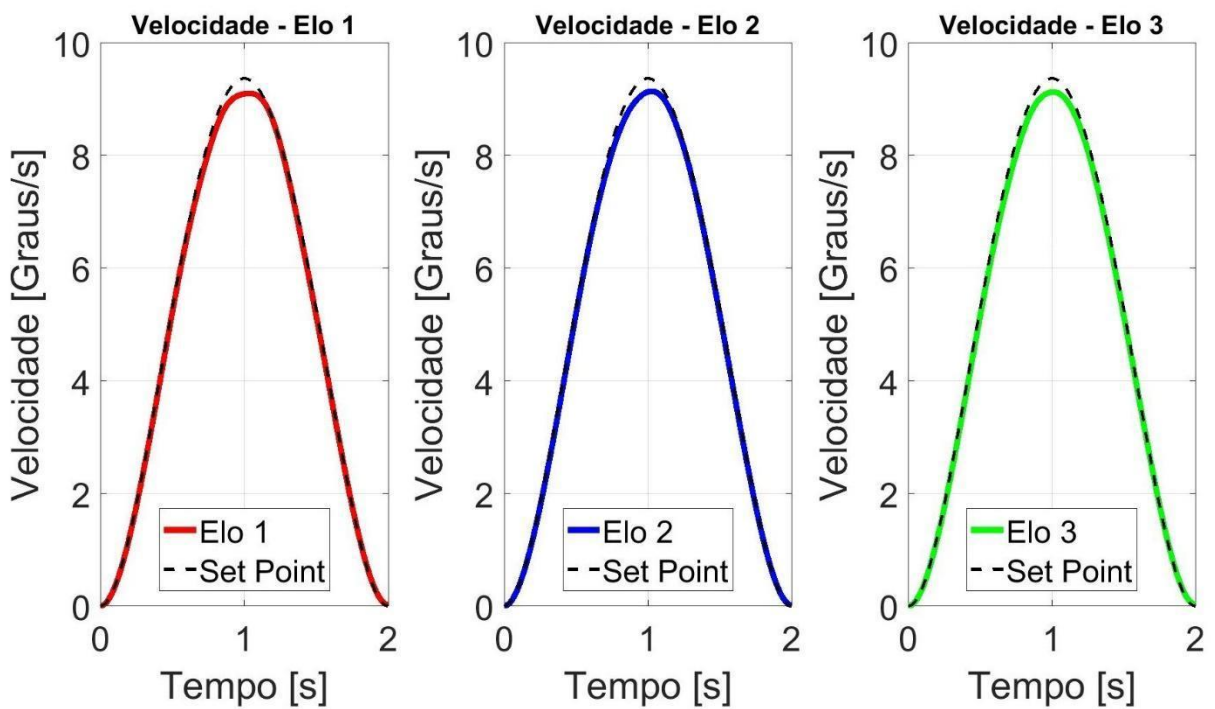
Figura 5.8: Controle SDRE em controle de posição e Planejamento de Trajetória.

Fonte: Autoria própria.



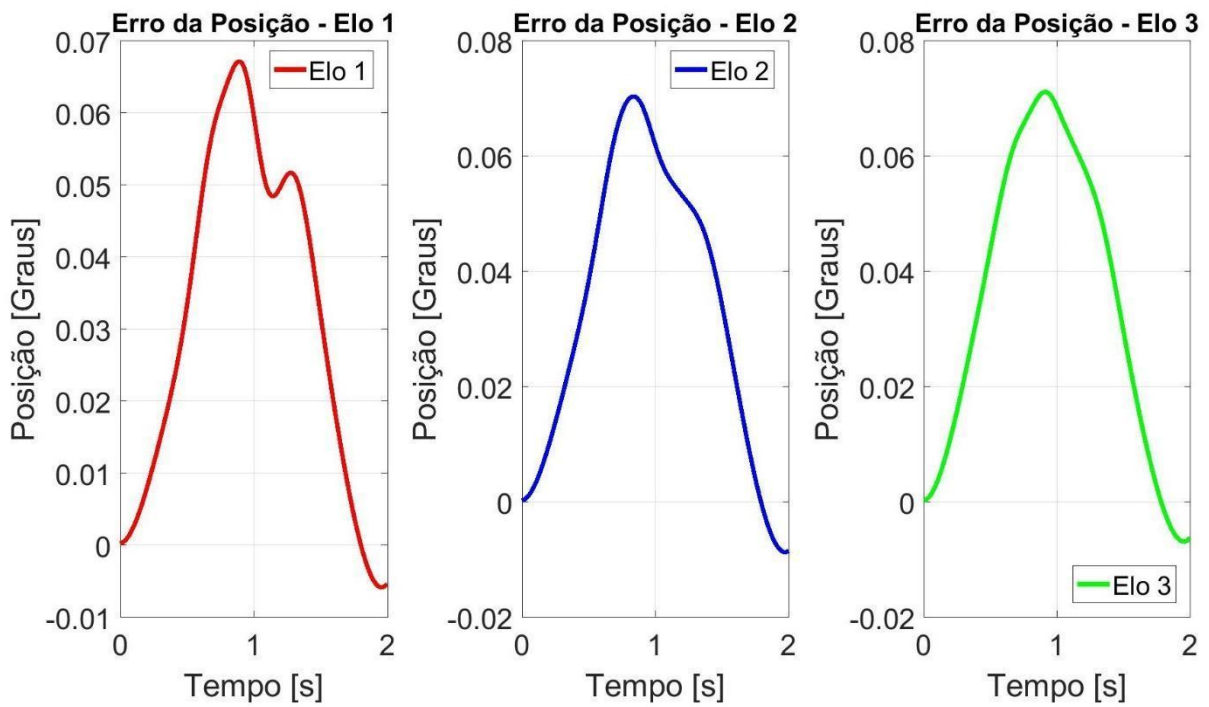
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.9: Controle SDRE em controle de velocidade e Planejamento de Trajetória.



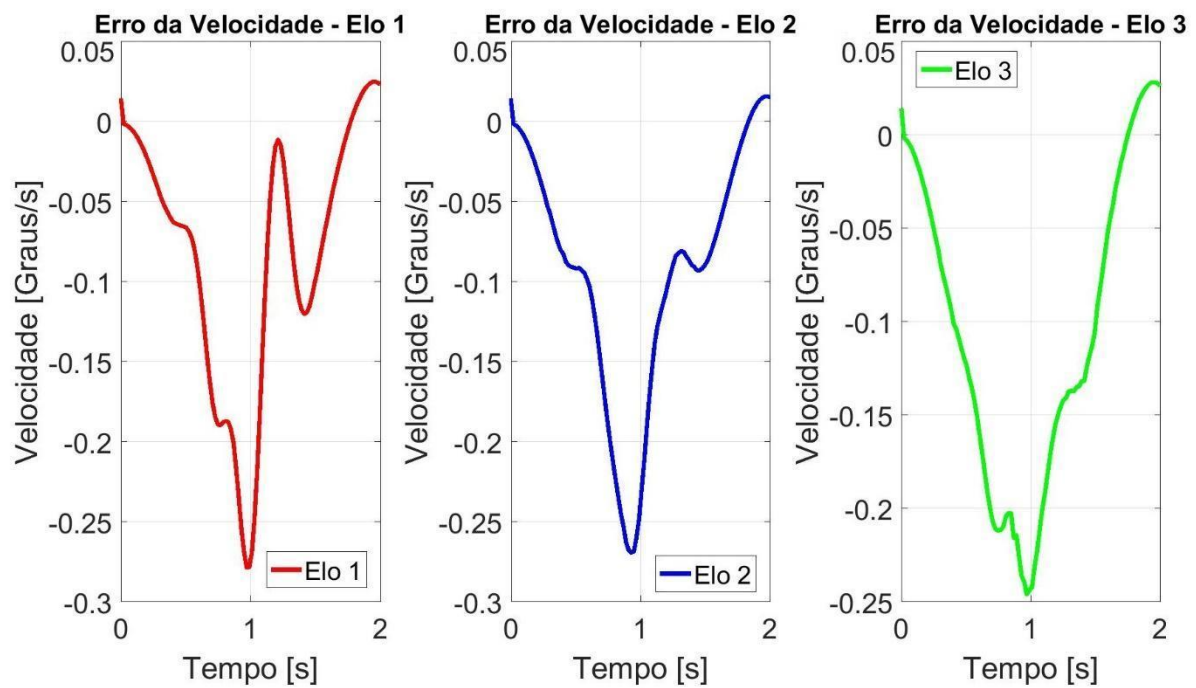
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.10: Erro no controle de posição usando controlador SDRE e Planejamento de Trajetória.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.11: Erro no controle de velocidade usando controlador SDRE e Planejamento de Trajetória.



Fonte: Autoria própria.

5.4 SIMULAÇÃO DA FRICÇÃO USANDO MODELO LUGRE

As simulações numéricas da componente de fricção foram feitas em dois grupos. No primeiro grupo foi analisada a capacidade do modelo matemático apresentado em 2.71 a 2.73 de representar o comportamento e os principais fenômenos observados na fricção. Foram analisados quatro fenômenos na simulação, o efeito Stribeck, o Stick-Slip Motion, Presliding Displacement e o Break-away point. O segundo grupo de simulações foi analisada a capacidade do modelo matemático representar a fricção observada no robô deste trabalho usando como critério os dados experimentais obtidos no protótipo.

Para o primeiro grupo de simulações foi usado o modelo matemático de um sistema massa mola e seus parâmetros correspondentes. Optou-se por utilizar um sistema dinâmico mais simples que o do robô deste trabalho para que fosse possível testar a simulação do modelo matemático de fricção em uma faixa maior de variações dos parâmetros de LuGre, algo que não é possível no manipulador deste trabalho.

5.4.1 Simulação com dependência de velocidade

O primeiro modelo de fricção simulado corresponde a fricção com dependência de velocidade. As imagens 5.12 a 5.16 mostram os resultados da simulação da componente de fricção utilizando os parâmetros mostrados na tabela 5.2 e os resultados das imagens 5.16 a 5.19 mostram o comportamento da fricção quando os parâmetros de LuGre foram variados como indicado na tabela 5.3.

Tabela 5.2 – Parâmetros de LuGre usados na simulação teórica da Curva de Stribeck

	Parameters			
	σ_2	F_C	F_s	$\dot{\theta}_s$
Vaues	0.4	1	1.5	0.001

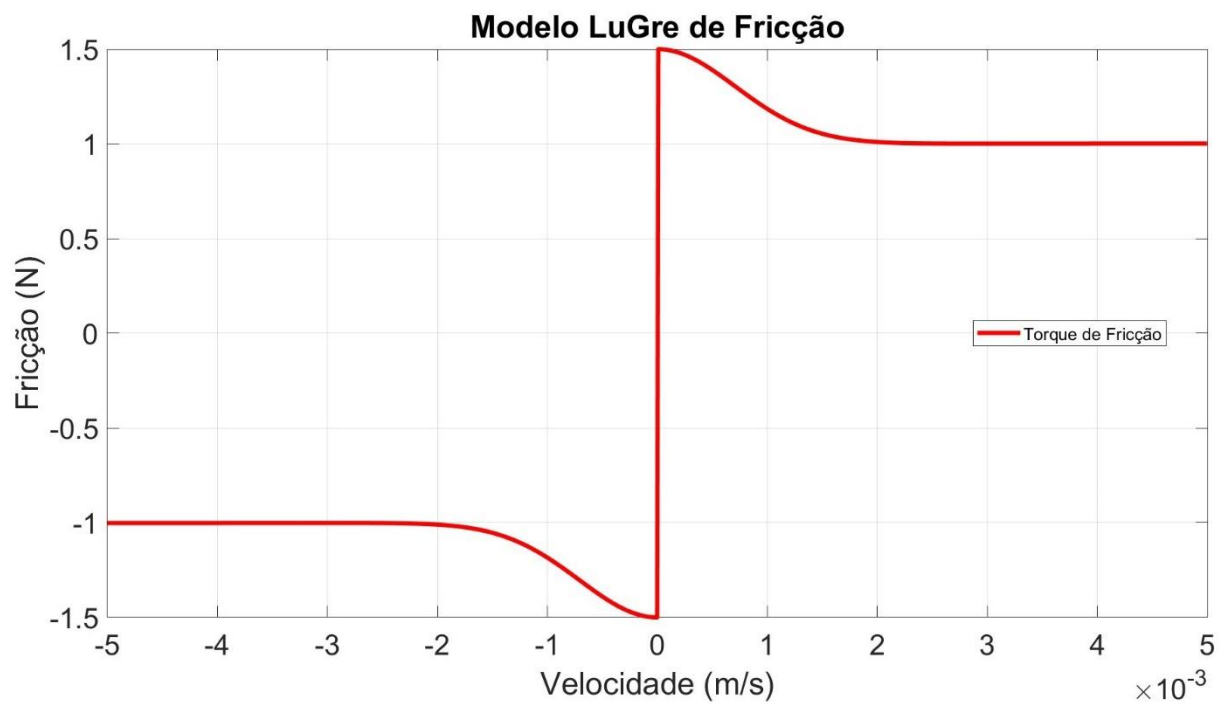
Fonte: Autoria própria.

Tabela 5.3 – Parâmetros de LuGre usados na simulação teórica da Curva de Stribeck e variação do comportamento da fricção

Modelo Simulado	Parâmetros de LuGre					
	σ_2	F_C	F_s	$\dot{\theta}_s$	σ_0	σ_1
Modelo 1	0.4	1	1.5	0.001	0.1	0.025
Modelo 2	0.12	1.5	1.25	0.01	0.12	0.03
Modelo 3	0.16	2	1	0.025	0.16	0.035
Modelo 4	0.24	2.5	0.75	0.1	0.2	0.04
Modelo 5	0.32	3	0.5	0.5	0.22	0.045

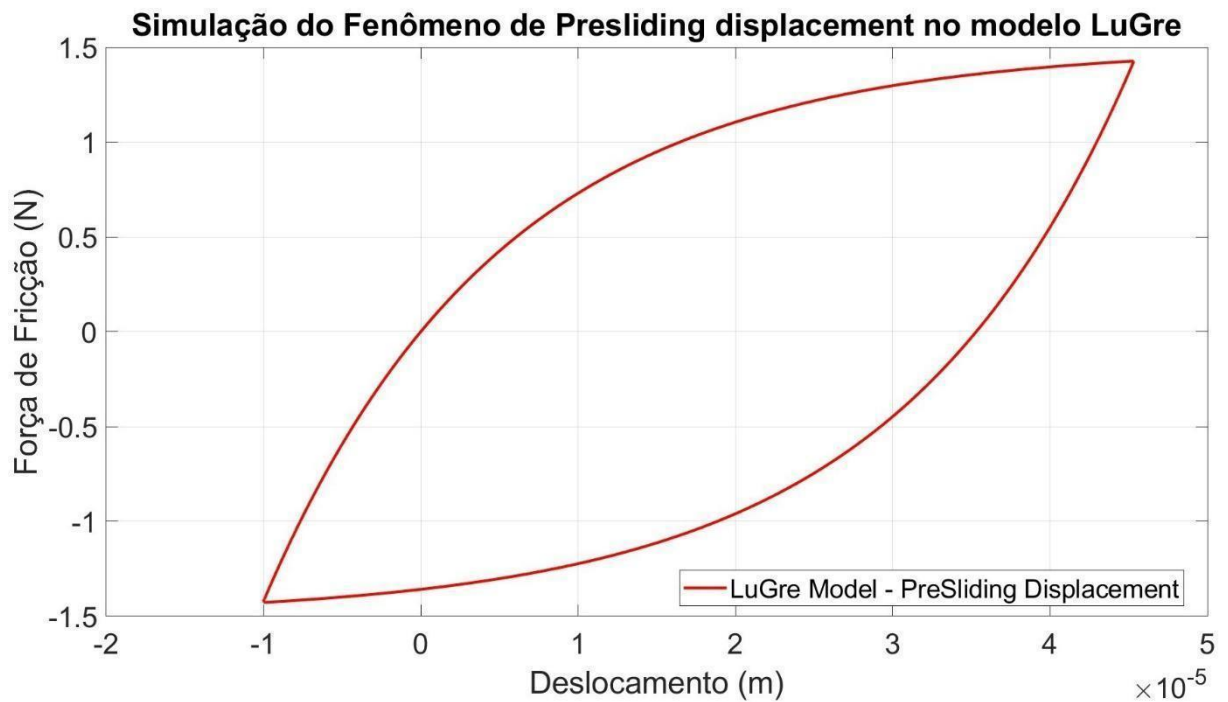
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.12 – Curva Stribeck: Dados simulados.



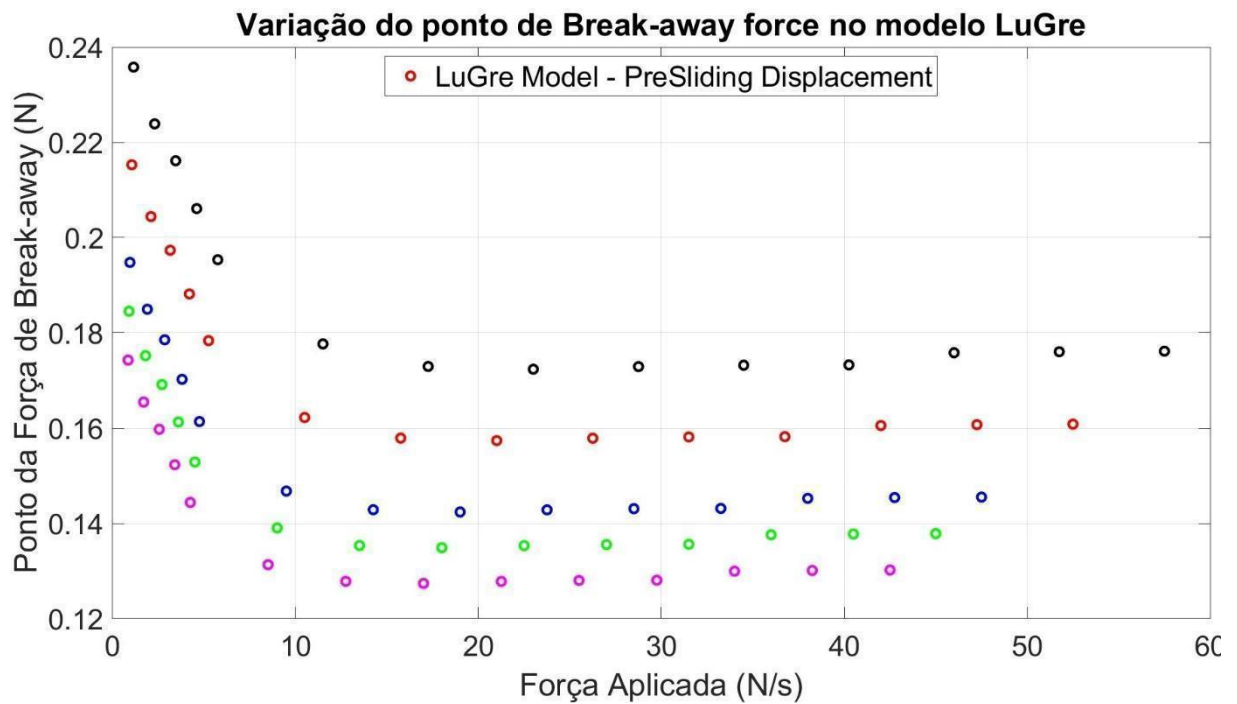
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.13 – Presliding displacement: Dados simulados.



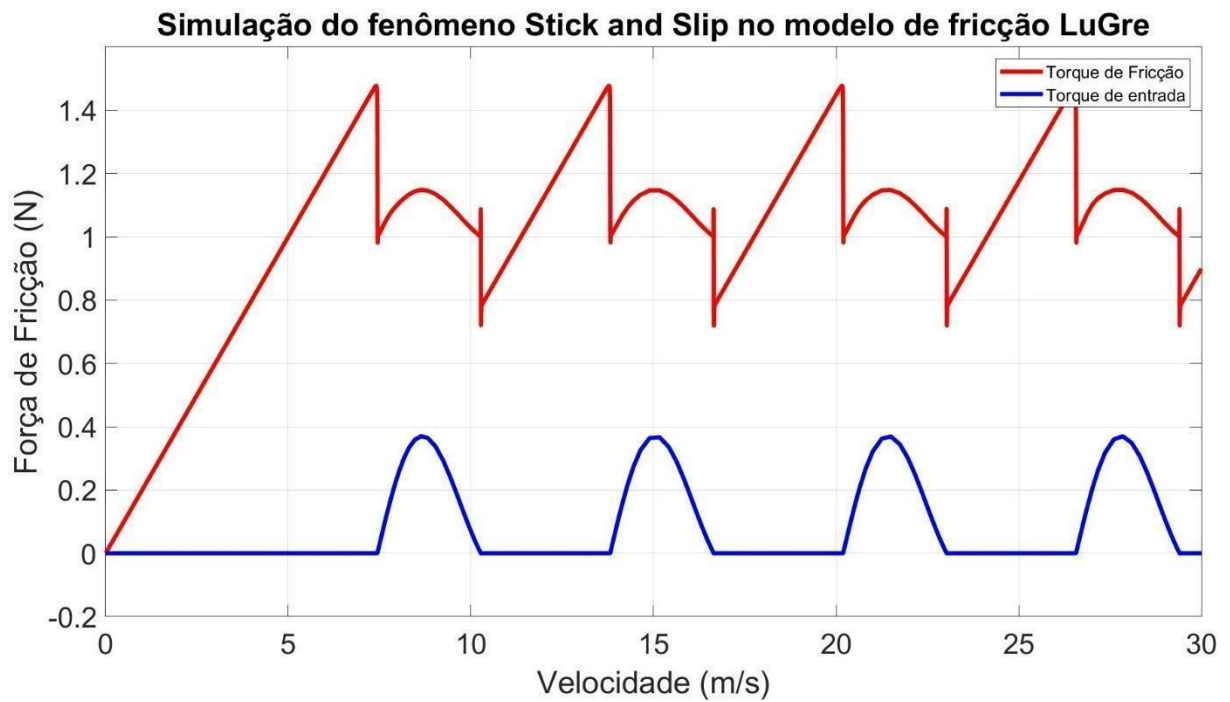
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.14 -- Break-away force: Dados simulados.



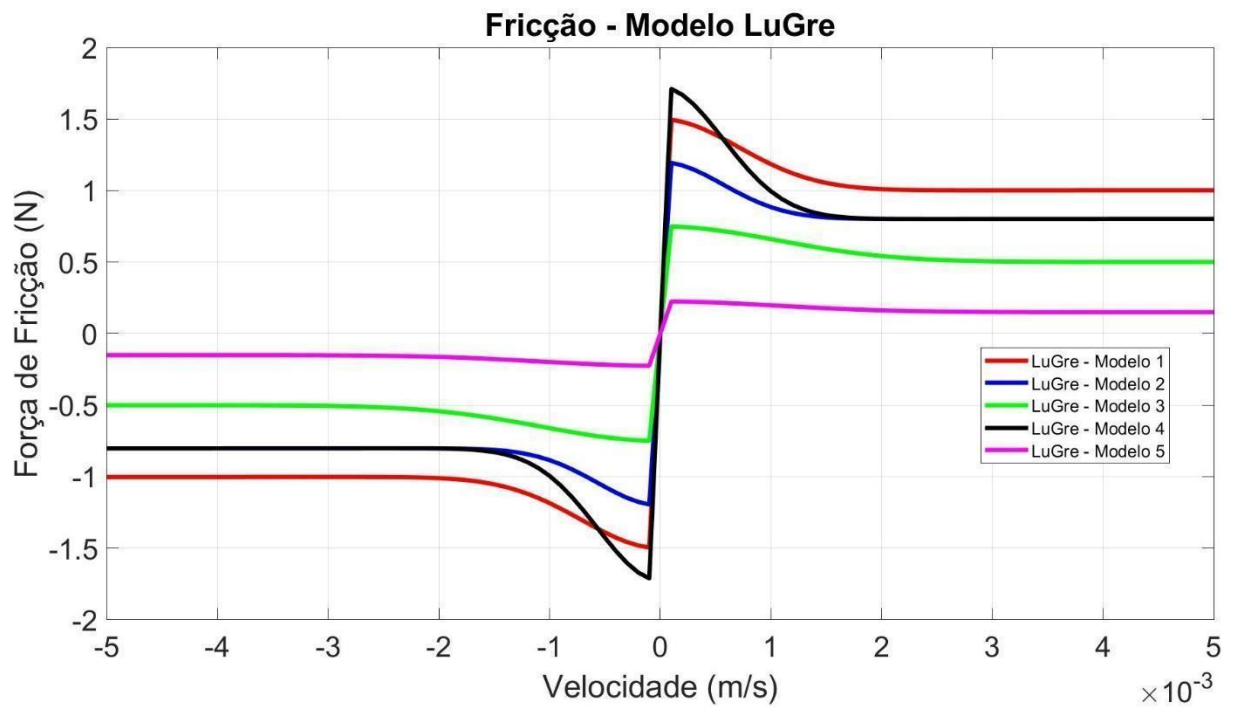
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.15 – Stick-slip motion: Dados simulados.



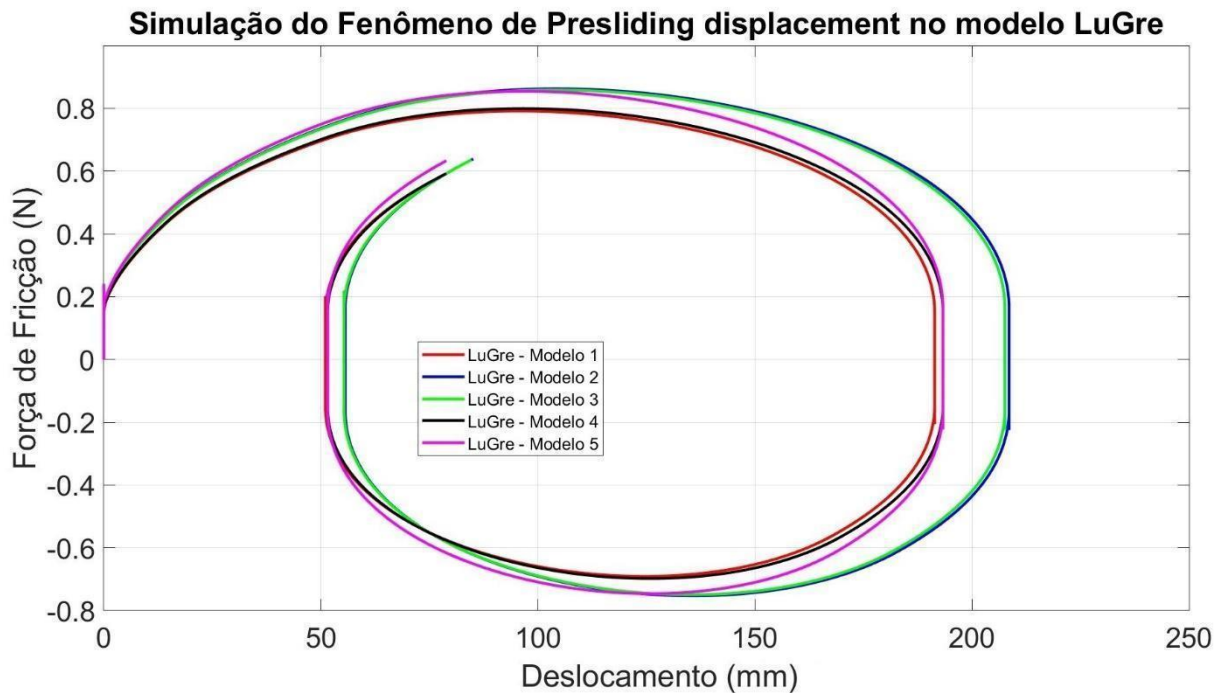
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.16 – Simulação da Curva Stribeck para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.



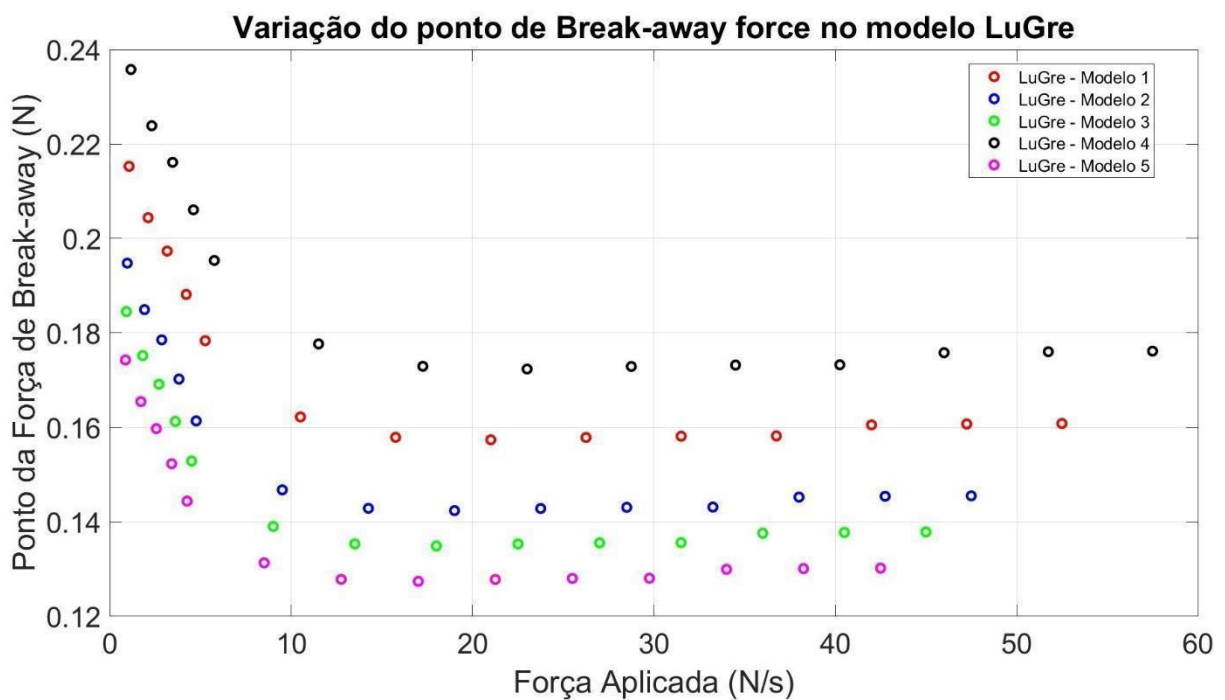
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.17 – Simulação do fenômeno Presliding displacement para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.



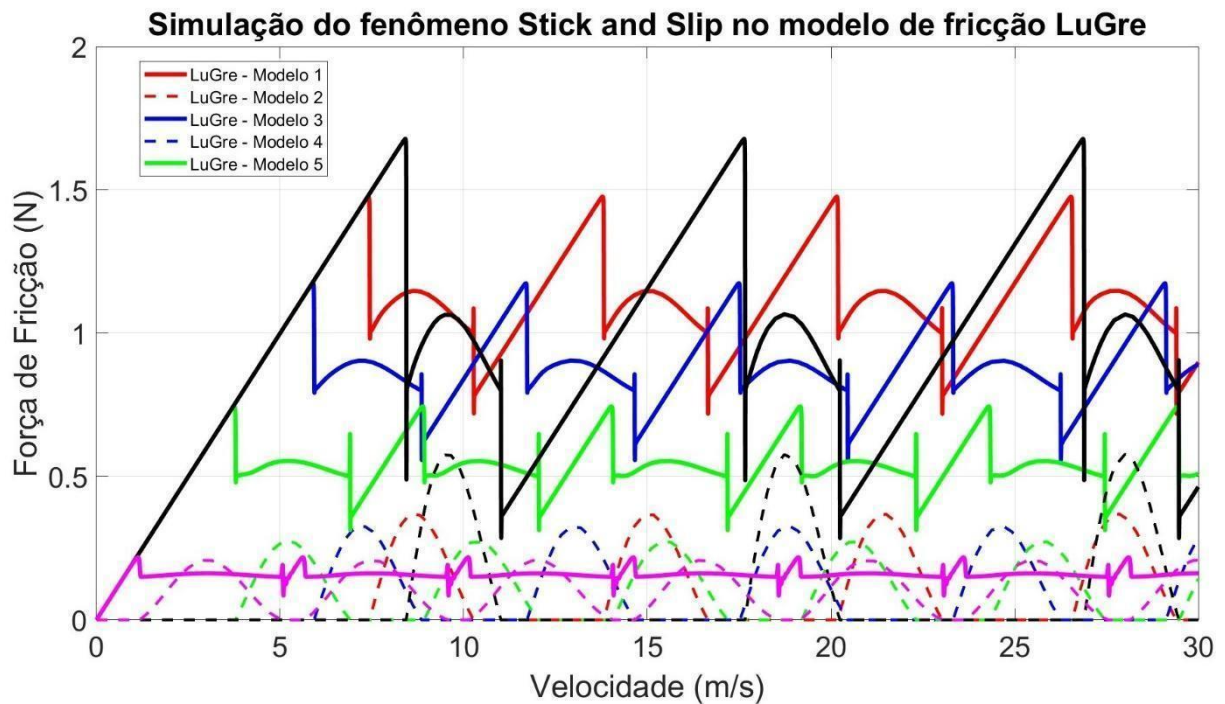
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.18 – Simulações de diferentes pontos de Break-away force para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.19 – Simulação do fenômeno Stick-slip Motion para diferentes parâmetros estáticos e dinâmicos no modelo LuGre.



Fonte: Autoria própria.

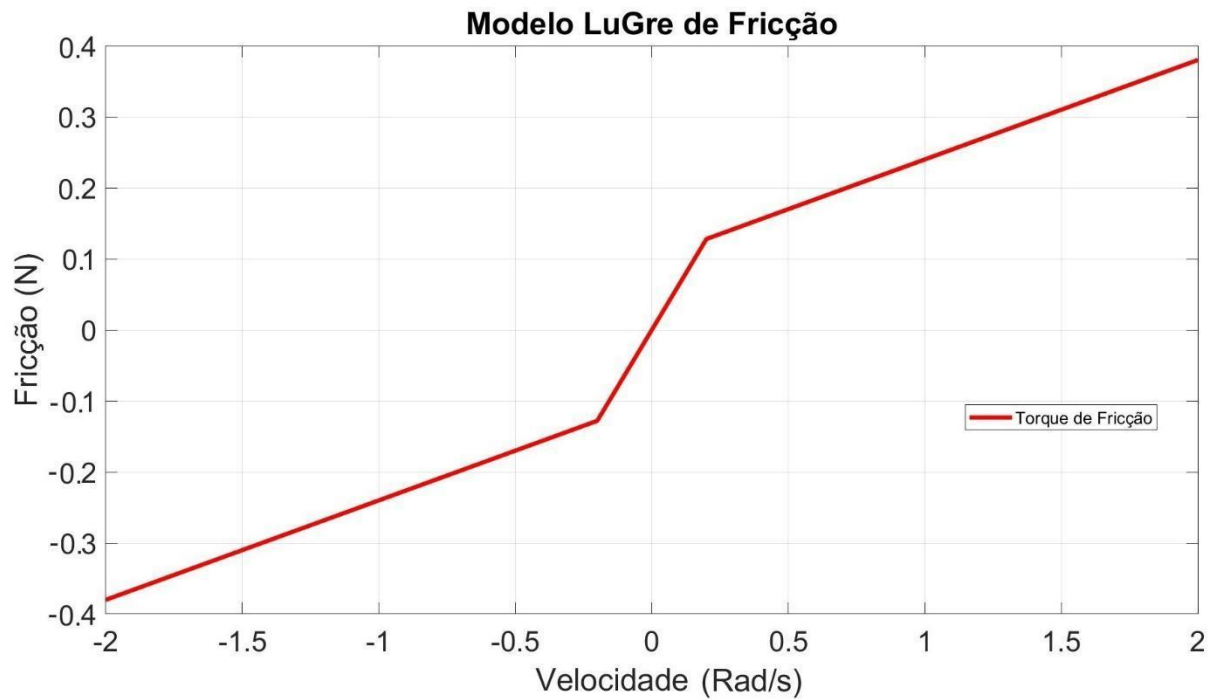
No segundo grupo de simulações foram usados os parâmetros de LuGre correspondentes aos do sistema robótico deste trabalho como é apresentado na tabela 5.3. Dado que o sistema robótico tem parâmetros de LuGre constantes foi analisada a capacidade da simulação de reproduzir os dados experimentais como ilustra a Curva Stribeck da imagem 5.20. Os demais resultados podem ser vistos nas imagens 5.21 a 5.23.

Tabela 5.4 – Parâmetros de LuGre usados na simulação da Curva de Stribeck do primeiro elo do robô

	Parameters			
	σ_2	F_C	F_s	$\dot{\theta}_s$
Values	1.478	7.56	5.5	2.14

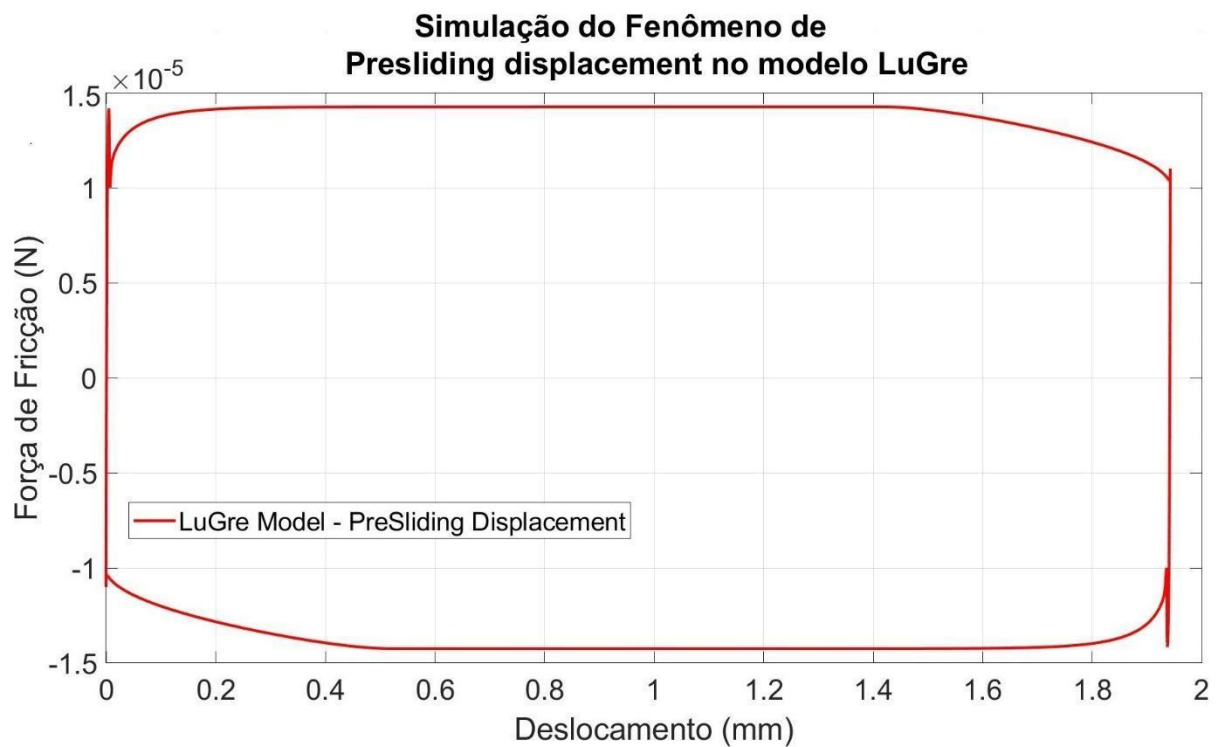
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.20 – Comparação da Curva Stribeck construída com os dados experimentais e simulados do primeiro elo do manipulador robótico.



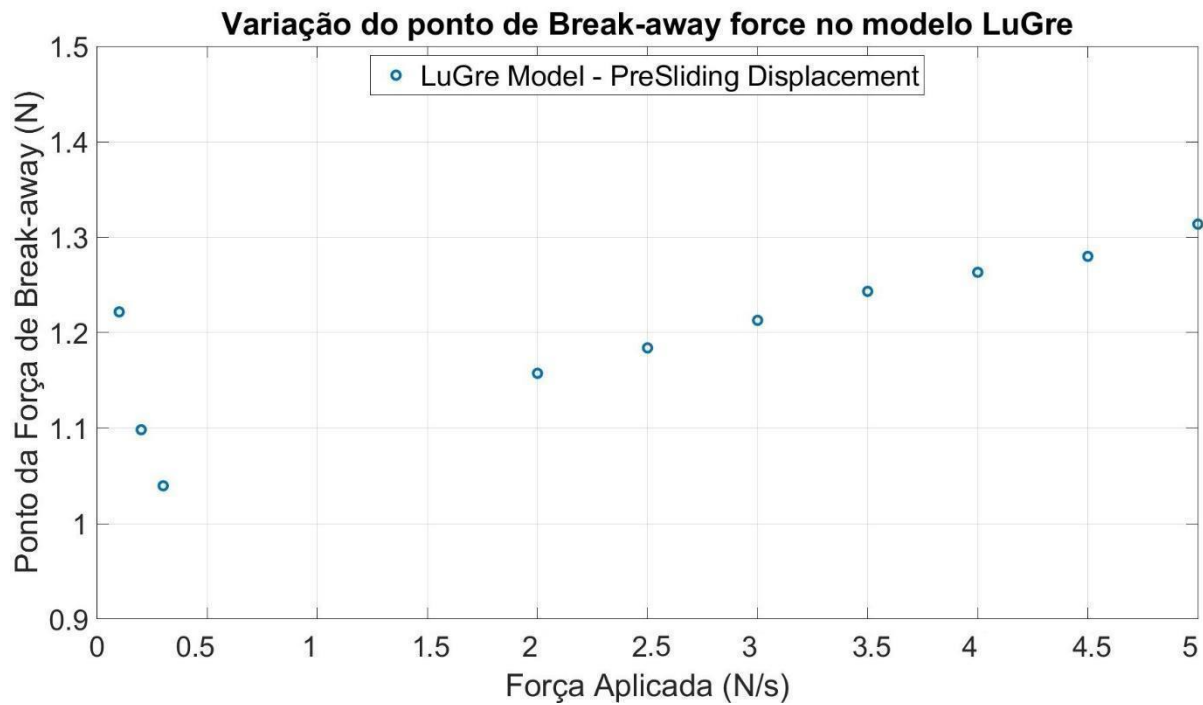
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.21 – Simulação do fenômeno Presliding displacement para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.



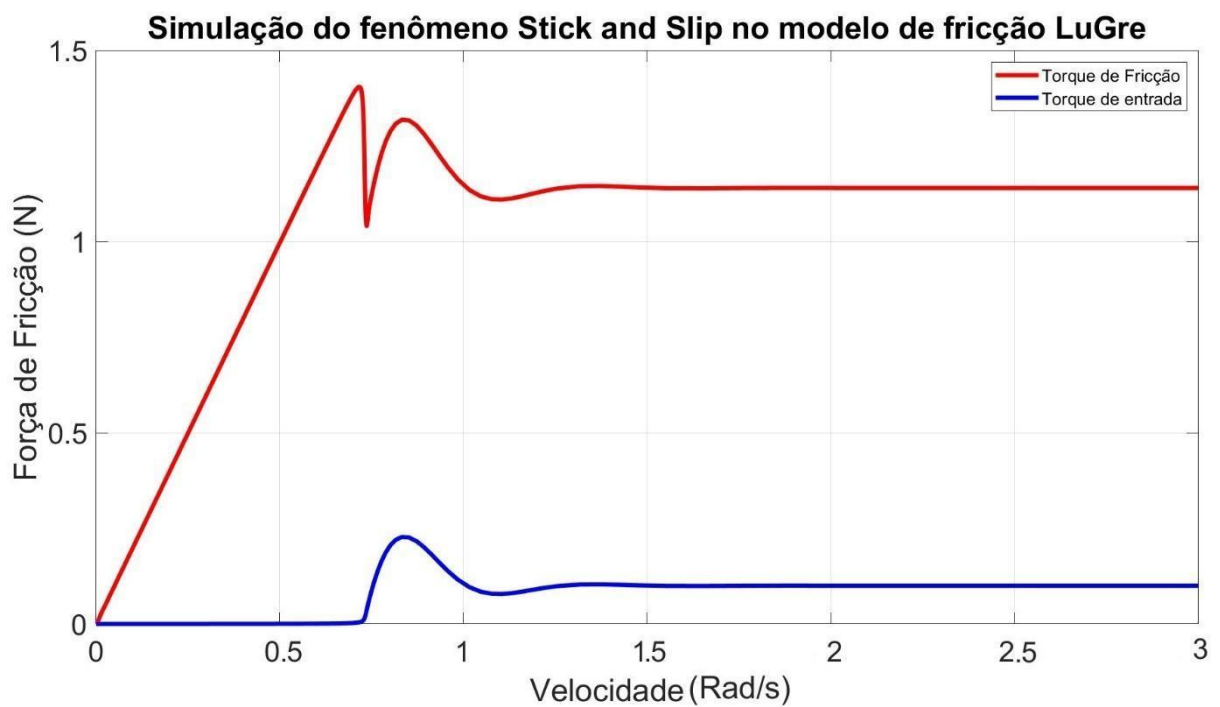
Fonte: Autoria própria

Figura 5.22 – Simulações de diferentes pontos de Break-away force para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.23 – Simulações do fenômeno Stick-slip Motion para o manipulador robótico com três graus de liberdade usado neste trabalho.



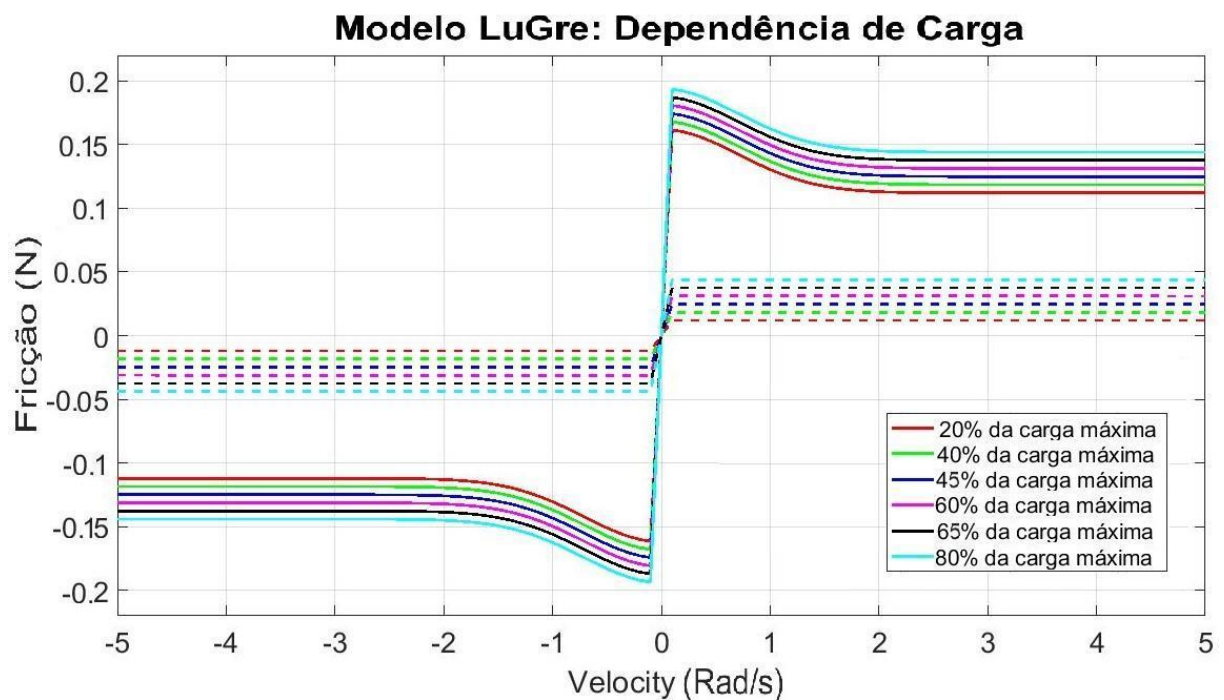
Fonte: Autoria própria.

5.4.2 Modelo com dependência de velocidade e carga

Seguindo os mesmos princípios comentados na seção anterior, a simulação numérica da fricção com dependência de carga foi desenvolvida buscando analisar como o modelo é capaz de expressar variações de fricção usando diversas faixas de valores para parâmetros de LuGre e cargas, não apenas aqueles correspondentes ao sistema usado neste trabalho. Novamente dois grupos de simulações foram feitos, o primeiro usando um sistema massa mola com variações de carga e parâmetros de LuGre e o segundo grupo usando o manipulador robótico deste trabalho buscando comparar valores simulados com os dados experimentais.

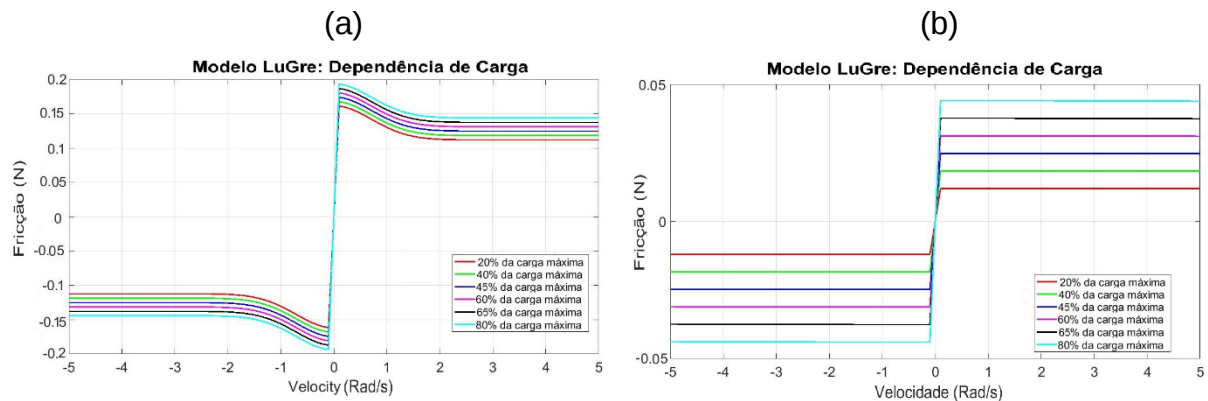
Os resultados do primeiro grupo são apresentados na figura 5.24, 5.25 (a) e 5.25 (b) onde foram aplicados valores de torque de carga τ_L entre 0.15 N a 0.55 N com incremento de 0.08 N . No gráfico é expressa a componente total de fricção τ_f em linhas cheias e em linhas tracejadas é expressa apenas a componente de fricção proveniente da presença de carga, τ_L .

Figure 5.24 – Variação do torque de fricção a partir da variação do torque de carga.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.25 – (a) Componente do torque de fricção total. (b) Componente de fricção oriunda apenas da influência da carga.



Fonte: Autoria própria.

Em seguida foram desenvolvidas simulações analisando a capacidade do modelo de representar a fricção na faixa de torque de carga τ_L que os atuadores do protótipo operam. Os valores usados de τ_L foram baseados nos dados fornecidos pela documentação técnica dos atuadores usados. A figura 5.26 e 5.27 mostram os dados dos atuadores informando que para os motores dos dois primeiros elos o torque máximo fornecido é de 11.1 kgf.cm , 1.08853815 Nm , e de 0.63 kgf.cm , 0.061781895 Nm , para o modelo do terceiro elo.

Foram simuladas torques de cargas τ_L correspondentes a 20%, 40%, 60% e 80% do torque máximo dois dois modelos de motores como é apresentado na imagem 5.27 para o motors dos dois primeiros elos, o modelo AK555/11.1PF12R83CE-V2, e na imagem 5.28 para o motor do terceiro elo, o modelo AK280/0.63PF05R330SC.

Figura 5.26 – (a) Parâmetros do motor CC modelo AK555/11.1PF12R83CE-V2.

Tensão		Sem carga		Máximo rendimento			
Operação	Nominal	Rotação	Corrente	Rotação	Corrente	Torque	Potência
6 V ~ 24 V	12 V	83 rpm	430 mA	65,4 rpm	1.6 A	11.1 Kgf.cm	5 W

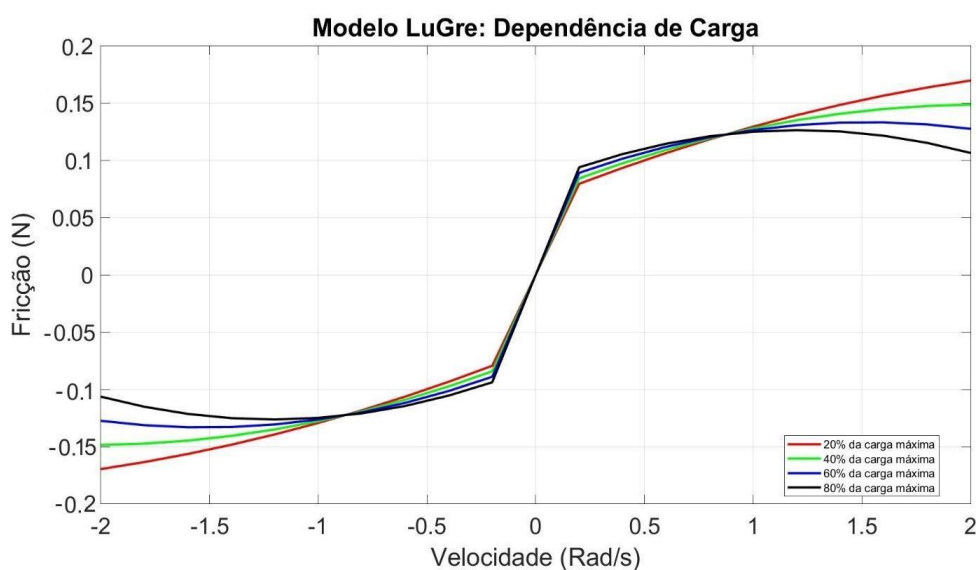
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.27 – Parâmetros do motor CC modelo AK280/0.63PF05R330SC.

Tensão		Sem Carga		Máximo Rendimento			
Operação	Nominal	Rotação	Corrente	Rotação	Corrente	Torque	Potência
3 V ~ 12 V	5 V	330 rpm	300 mA	280 rpm	1.44 A	0.63 Kgf.cm	1.8 W

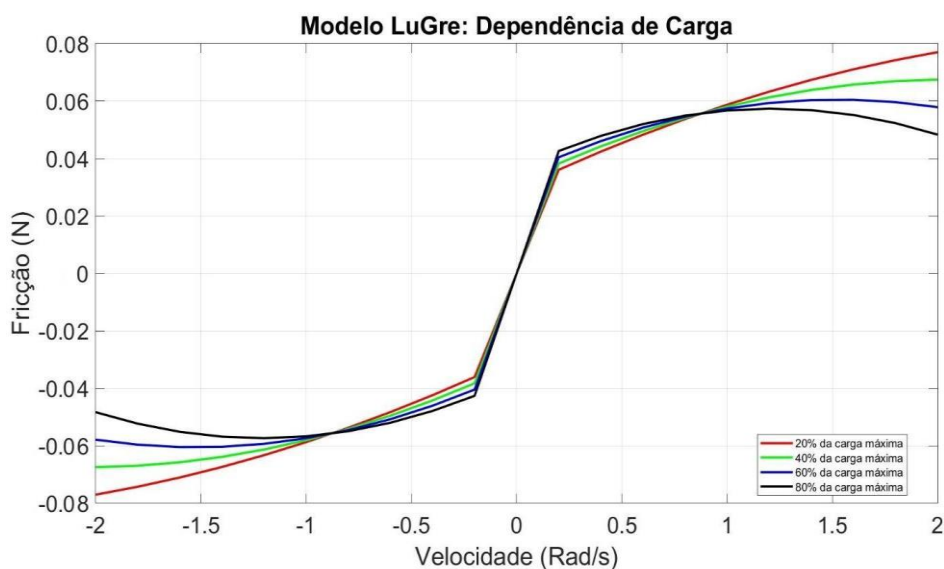
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.27 – Simulação do comportamento da fricção dependente de carga usando como base os parâmetros do motor CC AK555/11.1PF12R83CE-V2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.28 - Simulação do comportamento da fricção dependente de carga usando como base os parâmetros do motor CC AK280/0.63PF05R330SC.



Fonte: Autoria própria.

5.5 CONTROLE SDRE CONSIDERANDO COMPONENTE DE FRICÇÃO

Nesta seção são apresentadas as simulações numéricas para o controle SDRE considerando o modelo de fricção.

São simulados dois cenários, na seção 5.6.1 o controle SDRE para uma posição fixa e em 5.6.2 para o Planejamento de Trajetória. Em cada um dos dois cenários são feitas três simulações para o robô operando com carga no terceiro elo. Primeiro o controle SDRE sem projeto de Compensação de Fricção; em seguida controle SDRE com projeto de Compensação de Fricção com dependência de velocidade e finalmente controle SDRE com projeto de Compensação de Fricção com dependência de velocidade e carga.

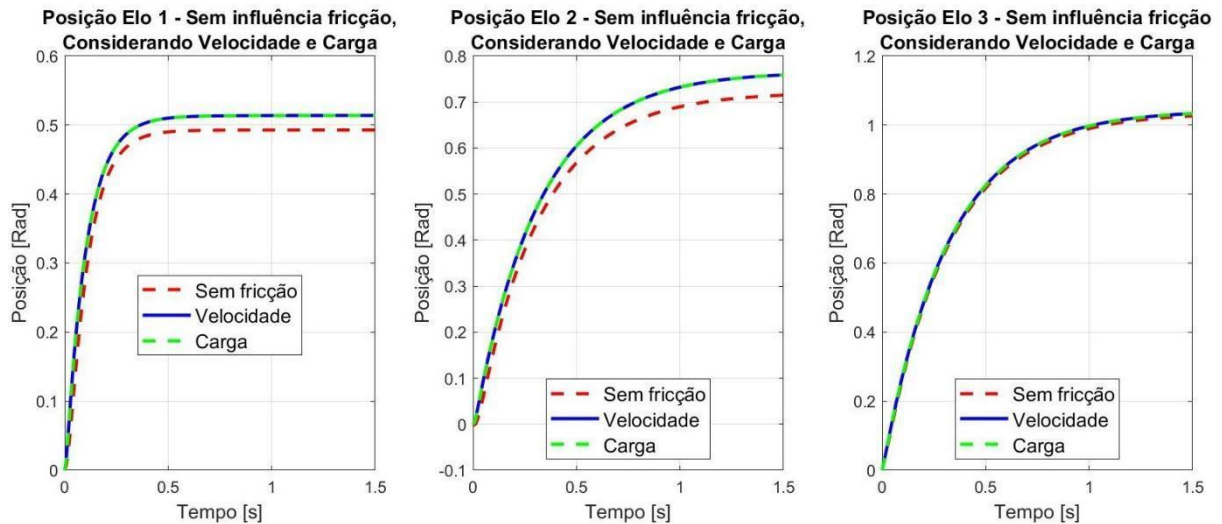
5.5.1 Controle SDRE e Compensação de Fricção para posição fixa

O primeiro cenário simulado corresponde ao mesmo processo feito 5.2 onde busca-se controlar a posição dos elos para um ângulo fixo sem ditar parâmetros de como atingi-la. As matrizes de ganho usadas foram as mesmas expressas nas equações 5.4 a 5.7.

Dado que nas seções 5.1 a 5.3 o sistema foi considerado ideal, a primeira alteração foi adicionar a componente de fricção e presença de carga no modelo dinâmico do robô, analisando a capacidade do controlador SDRE guiar o sistema para posições fixas e definidas. A introdução da carga foi feita substituindo as matrizes de inércia sem carga expressas em 4.13 pela matriz que considera carga descrita em 4.14.

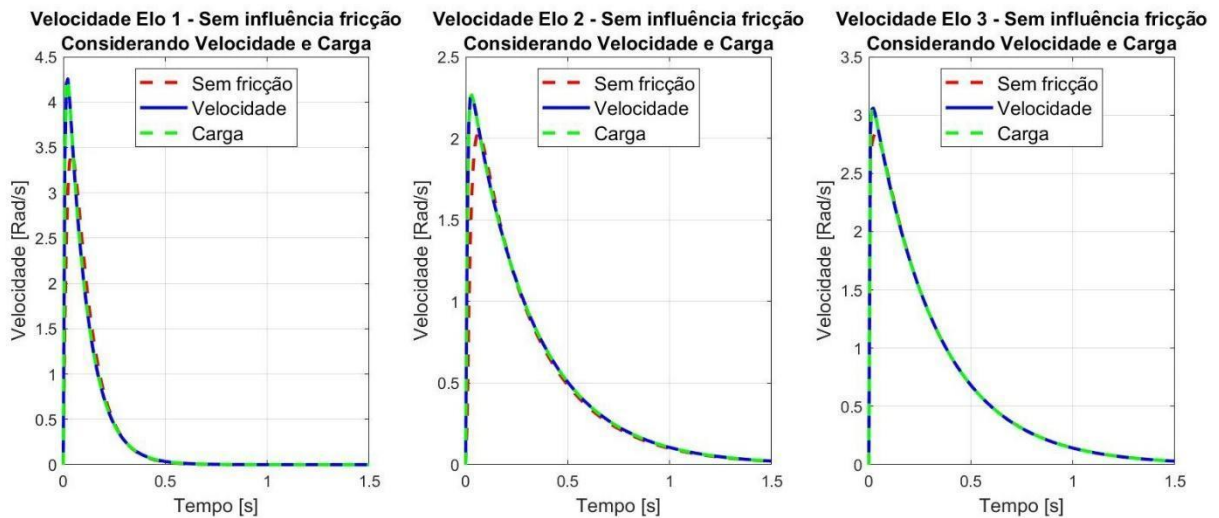
A primeira simulação feita corresponde ao controle SDRE apresentado nas seções 5.2 e 5.3 projetado para controlar o robô sem carga, mas aplicado ao sistema com carga. A segunda simulação corresponde a um novo controle SDRE que considera a fricção dependente de velocidade no sistema através da técnica de compensação de fricção apresentada na seção 4.9 na imagem 4.28. A terceira simulação manteve o controle SDRE do segundo cenário mas com a compensação de fricção considerando a influência de carga como foi apresentado em 4.9 na imagem 4.38. O resultado dos três cenários pode ser visto na imagem 5.29 para os resultados do controle de posição e na imagem 5.30 no comportamento da velocidade correspondente.

Figura 5.29 – Comparação do controle SDRE de posição dos elos desconsiderando fricção, considerando dependência de velocidade e carga.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.30 – Comparação do controle SDRE de velocidade dos elos desconsiderando fricção, considerando dependência de velocidade e carga.



Fonte: Autoria própria.

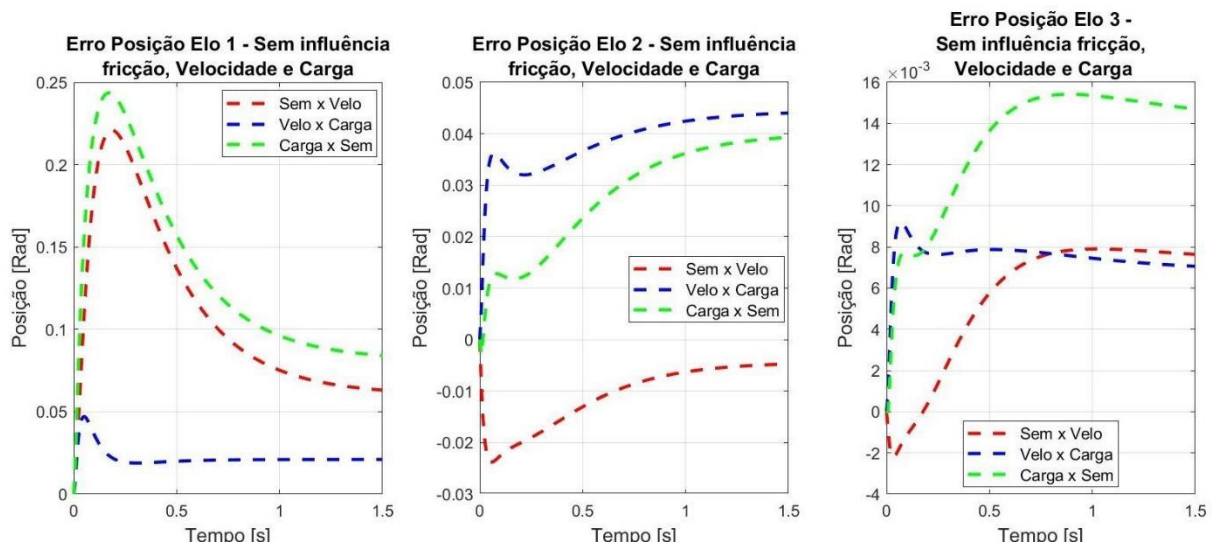
A partir dos resultados dos três cenários foi possível analisá-los comparativamente a partir do erro de cada cenário quando comparado com o setpoint desejado como apresentam as imagens 5.31 e 5.32.

O erro apresentado corresponde a três comparações:

- Curva grafada em vermelho: Erro entre controle SDRE sem considerar carga e fricção contra SDRE considerando fricção dependente de velocidade

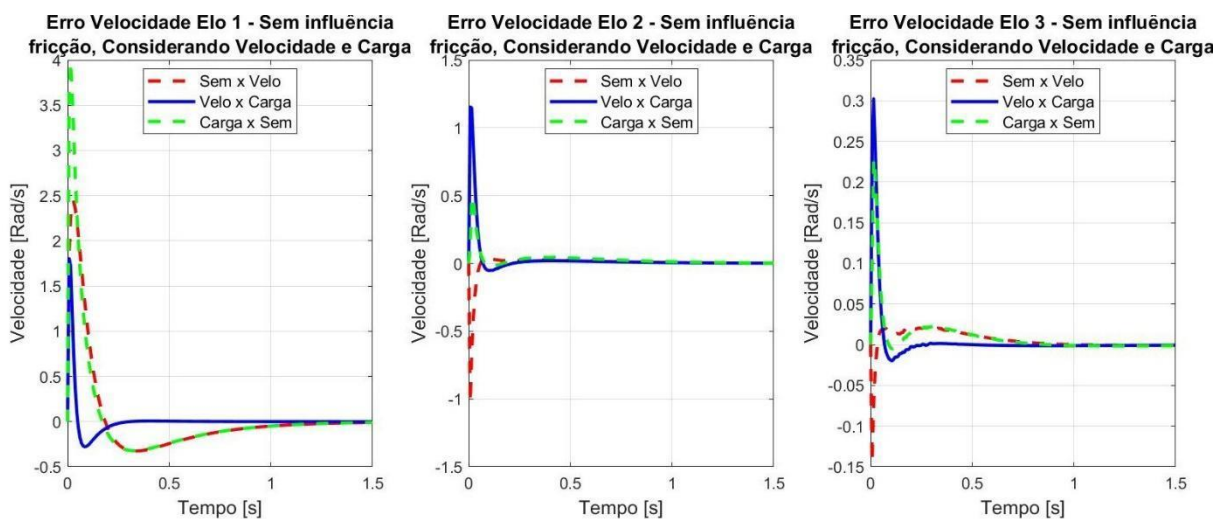
- Curva grafada em azul: Erro entre controle SDRE com modelo de fricção dependente de velocidade contra modelo dependente de velocidade e carga
- Curva grafada em verde: Erro entre SDRE sem considerar fricção e carga contra SDRE com fricção dependente de velocidade e carga

Figura 5.31 – Erro no controle de posição para projetos sem fricção, fricção dependente de velocidade e dependente de carga e velocidade.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.32 – Erro no controle de velocidade para projetos sem fricção, fricção dependente de velocidade e dependente de carga e velocidade.



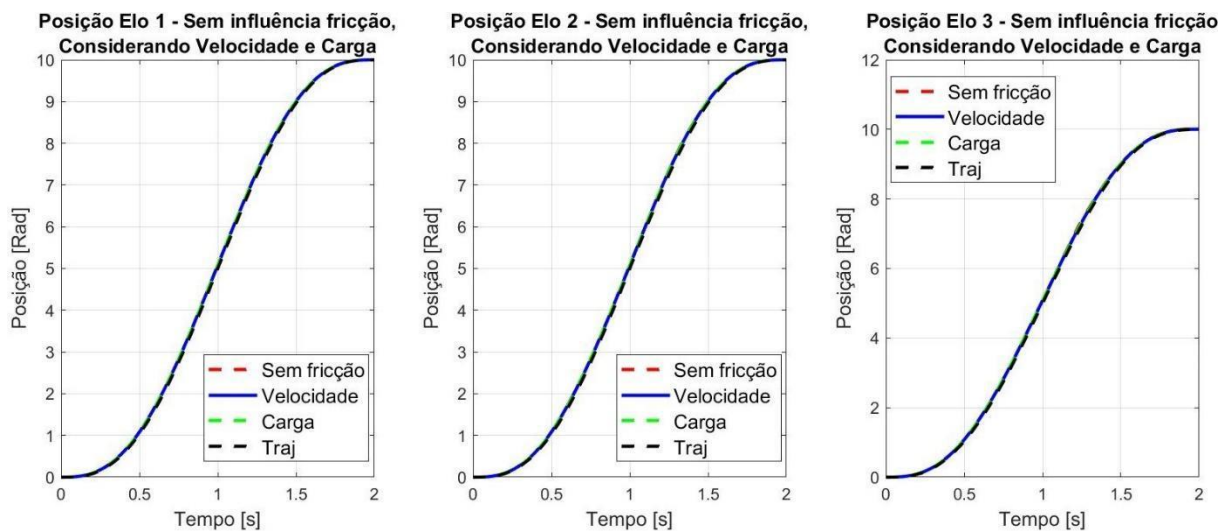
Fonte: Autoria própria.

5.5.2 Controle SDRE e Compensação de Fricção em Planejamento de trajetória

As mesmas três seções de simulações numéricas da seção anterior foram repetidas, mas agora trocando o setpoint de posição fixa pelo o planejamento de trajetória como feito na passagem da seção dos resultados da seção 5.2 para 5.3. As imagens 5.33 e 5.34 mostram respectivamente os resultados comparativos entre o controle SDRE não considerando fricção, considerando fricção dependente de velocidade e dependente de carga e velocidade.

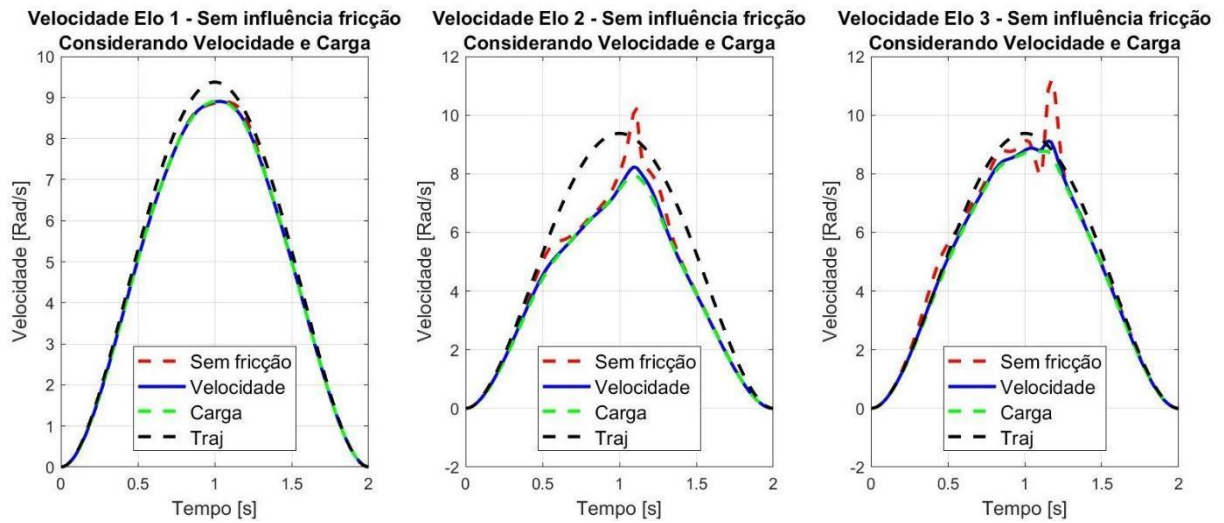
A mesma análise pode ser feita para o erro entre as trajetórias obtidas pelo controle e as desejadas como é ilustrado nas imagens 5.35 e 5.36 para posição e velocidade dos elos.

Figura 5.33 – Comparação da posição dos elos quando aplicado controle SDRE com planejamento de trajetória para o sistema robótico submetido a fricção.



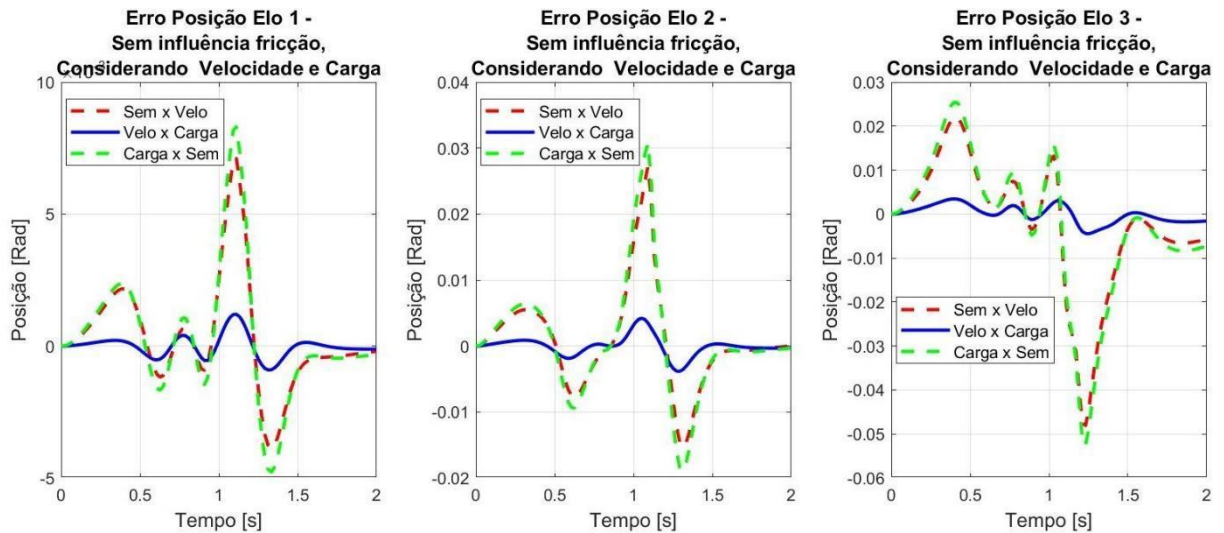
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.34 – Comparação da velocidade dos elos quando aplicado controle SDRE com planejamento de trajetória para o sistema robótico submetido a fricção.



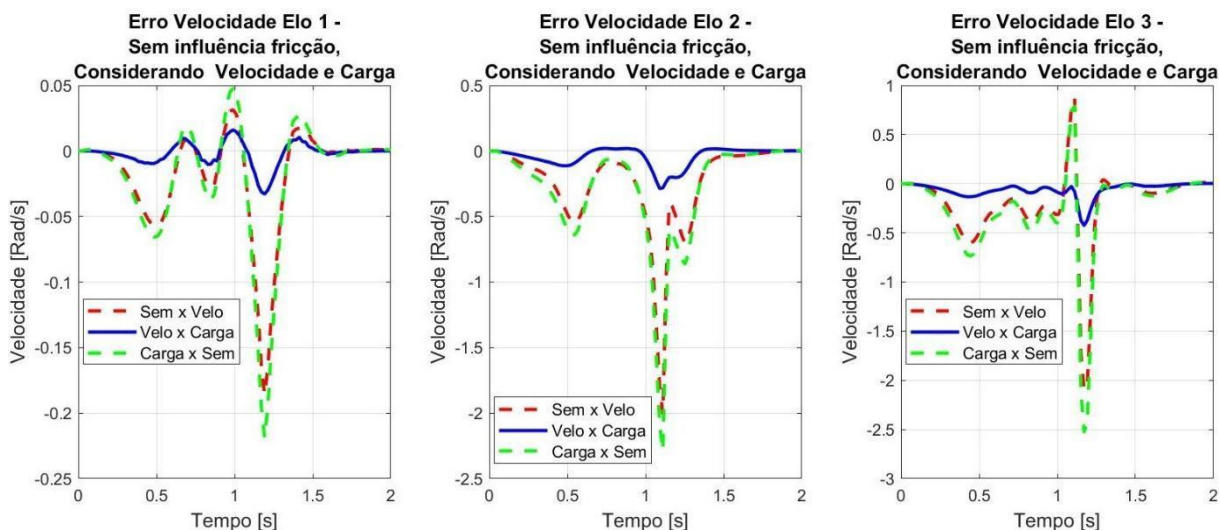
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.35 – Erro na trajetória de posição dos elos para os diferentes projetos de controle, não considerando fricção e introduzindo dependência de velocidade e sem seguida influência de carga.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.36 – Erro na trajetória de velocidade dos elos para os diferentes projetos de controle, não considerando fricção e introduzindo dependência de velocidade e sem seguida influência de carga.



Fonte: Autoria própria.

5.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Observando os resultados das duas seções anteriores é possível observar a principal contribuição do controle SDRE para sistemas submetidos a carga externa na melhoria do controle de posição dos elos. Os resultados das imagens 5.29 e 5.31 indicam como apenas adicionar a componente de fricção faz com que haja um aumento na precisão do controle de posição. Os resultados para o controle com Planejamento de Trajetória em 5.35 e 5.36 também comprovam a hipótese levantada para o controle em posição fixa.

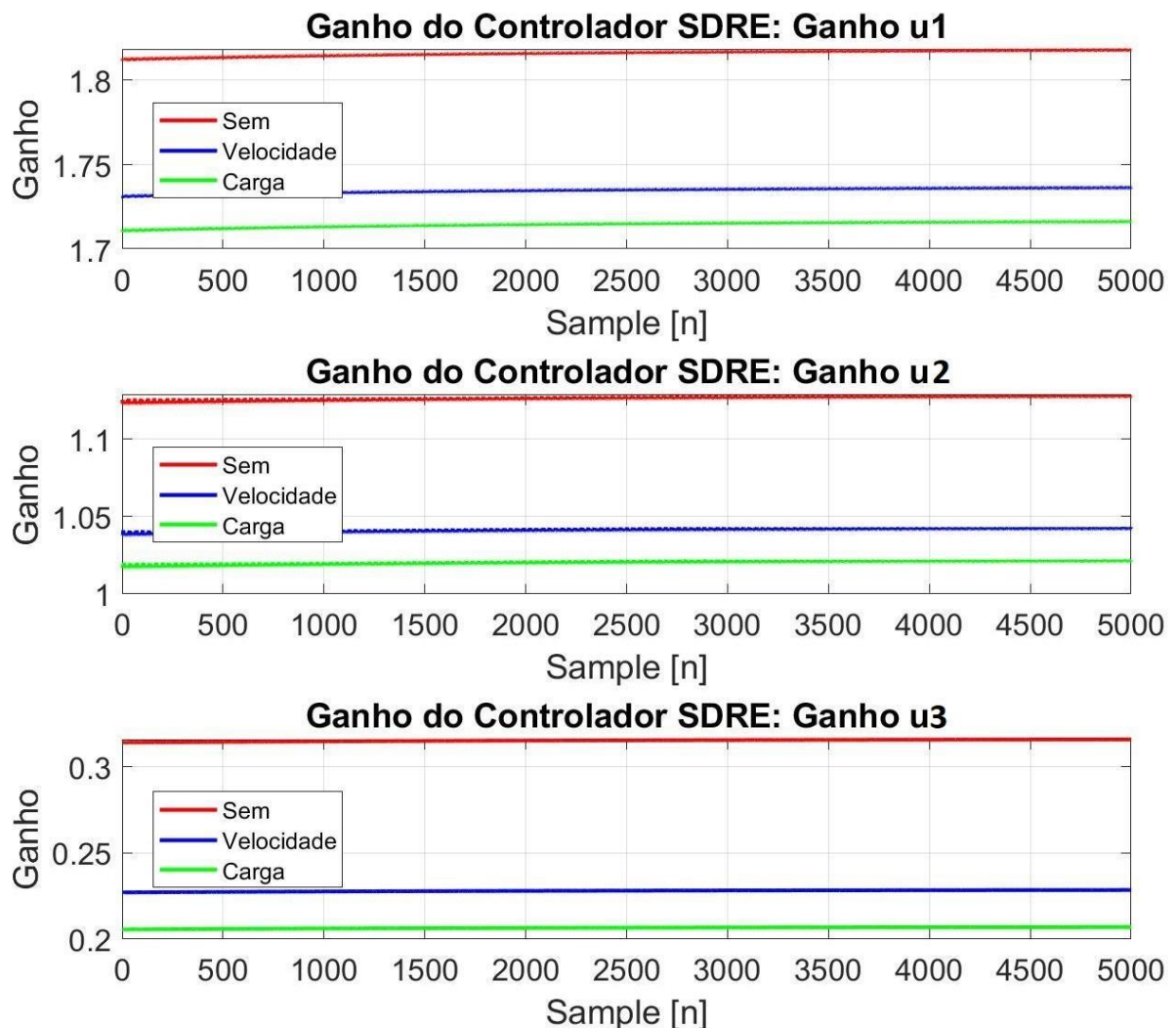
É possível observar como desconsiderar a fricção no controle faz com que o torque de carga cause uma instabilidade fazendo com que não seja possível manter a resposta dentro de uma faixa de erro estável causando picos e valores durante a trajetória toda como é visto no pico de velocidade da imagem 5.34.

Analisando as respostas das curvas grafadas em vermelho e verde onde compara-se controle que consideram e não consideram fricção com a curva grafada em azul onde são comparados dois controles que consideram fricção é possível observar o aumento da estabilidade. Introduzir a fricção ao projeto de controle observa-se uma capacidade maior do controlador em seguir a trajetória desejada,

queda de até 10% nos picos e valores do controle e até 8,7% no erro médio da posição para as 100 divisões .

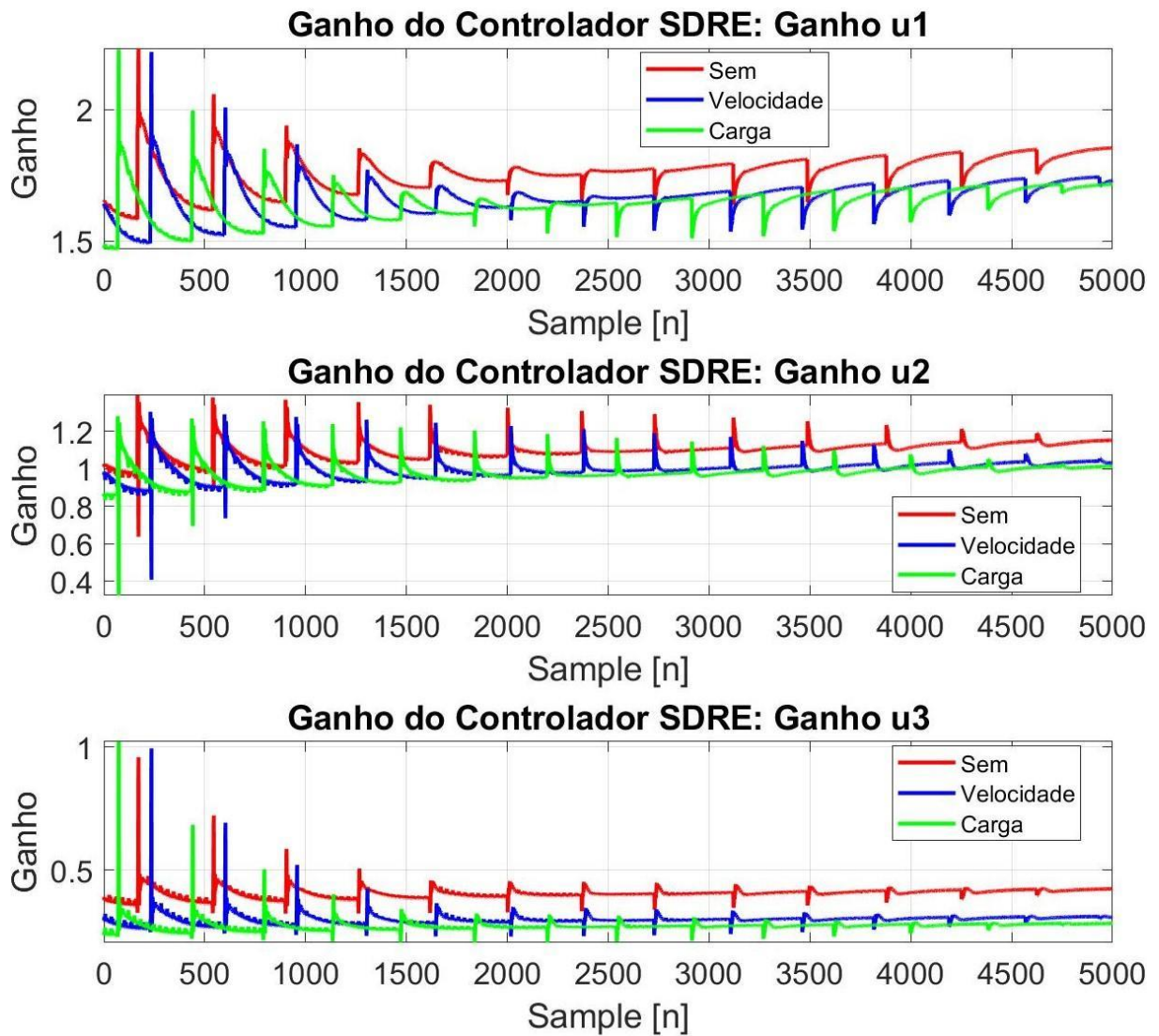
Outro ponto observado é quanto à ação e ganho do controlador sem considerar fricção, considerando a dependência de velocidade e à adição da influência da carga do controlador como mostram as imagens 5.37 e 5.3. Considerar a fricção no controle fez com que os ganhos não apresentem os picos observados no cenário sem inclusão da fricção. No cenário do controle para ponto fixo isso reflete na diminuição dos picos de corrente aplicados pelos motores e no cenário com Trajetória há um aumento da precisão no controle das posições no início do controle de cada um das N divisões usadas.

Figura 5.37 – Variação dos ganhos do controlador SDRE para os três cenários estudados quando aplicado para setpoint de posição fixa.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.38 – Variação dos ganhos do controlador SDRE aplicado a planejamento de trajetória nos os três cenários estudado.



Fonte: Autoria própria.

6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DO SISTEMA DE CONTROLE

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais usando o protótipo apresentado na seção anterior. Na primeira parte são apresentados os dados experimentais para construção do modelo de fricção e nas três seções seguintes os dados experimentais do controle para posição dos elos, considerando fricção dependente de velocidade e com dependência de carga.

6.1 LEITURA DOS SENSORES DE POSIÇÃO E CÁLCULO DE VELOCIDADE

A posição dos elos foi obtida através dos dois modelos de sensores apresentados na seção 3.1. Foram necessários dois modelos de sensores pois o modelo AS5145H apresenta 14 bits de precisão na leitura de posição, mas seu protocolo de comunicação não é compatível com a programação disponível no software Simulink e LabView. Já o modelo AS5600 tem precisão de 12 bits e opera via protocolo I2C tornando possível a sua leitura através da programação dos dois softwares. Assim, nos cenários de aquisição dos parâmetros do modelo matemático e de fricção foi usado o modelo AS5145H e no controle SDRE o modelo AS5600.

No modelo AS5145H os dados da comunicação SSI foram obtidos tendo como base uma frequência de 100kHz para definição de todos os parâmetros da comunicação. A imagem 6.1 ilustra os dados enviados pelo sensor tendo quatro períodos de tempo controlando a velocidade de comunicação, $t_{CLK/2}$, t_{CLK_FE} , t_{DO} e t_{CSn} . A leitura dos dados foi feita usando a IDE Arduino e código em C++ desenvolvido inteiramente para este trabalho sem uso de bibliotecas pré-definidas.

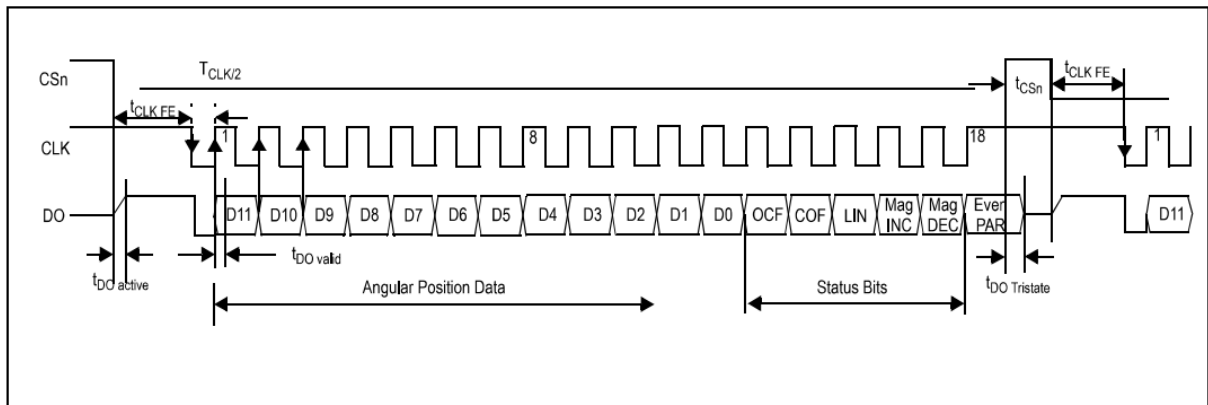
O modelo AS5600 foi lido através da leitura de dois registradores do sensor como ilustra a imagem 6.2 e composição de ambos em um único vetor no software Simulink como mostra a imagem 6.3.

O cálculo de velocidade de rotação dos elos foi feito tanto para captação dos dados do modelo matemático quanto para o controle SDRE. Em ambos os casos, o cálculo da velocidade foi feito pela diferença de duas posições em um intervalo de 30 ms obtido através de interrupção do microcontrolador

$$v = \frac{\theta(t) - \theta(0)}{0.003} \quad (6.1)$$

Para o caso da aquisição dos parâmetros do modelo matemático foi usado um controlador PID dentro do software LabView como ilustra a imagem 6.4, onde na parte superior é possível observar o diagrama usado discutido na seção 3.6 na imagem 3.21. Dentro do software Simulink o cálculo de velocidade foi feito usando o diagrama de blocos apresentado na imagem 6.5.

Figura 6.1: Leitura dos dados do sensor de posição usando protocolo SSI.



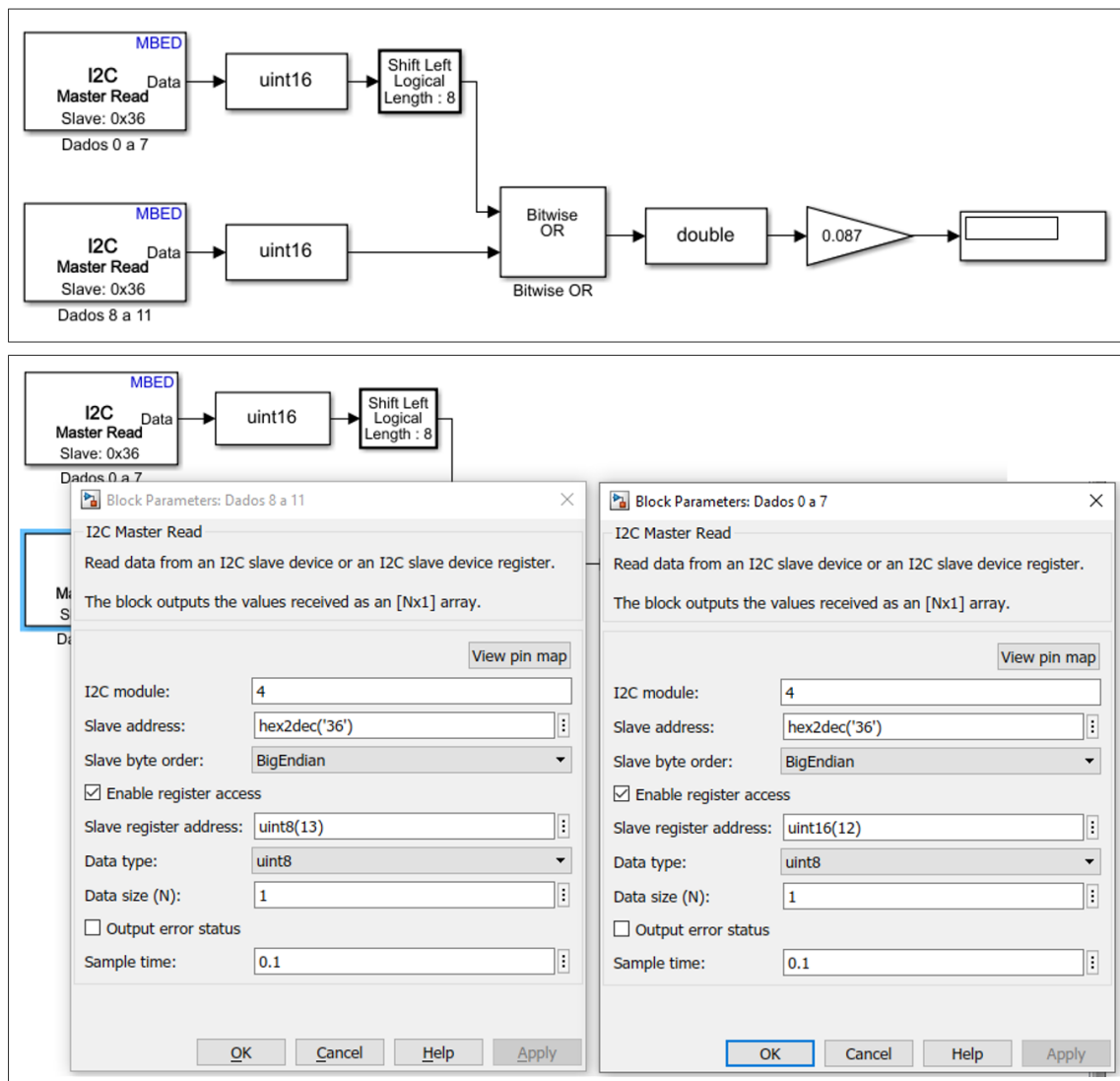
Fonte: Adaptado de AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 150).

Figura 6.2: Leitura dos dados do sensor de posição usando protocolo I2C e registradores do sensor AS5600.

Address	Name	R/W	Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0
Output Registers										
0x0C	RAW ANGLE	R								RAW ANGLE(11:8)
0x0D		R	RAW ANGLE(7:0)							
0x0E	ANGLE	R								ANGLE(11:8)
0x0F		R	ANGLE(7:0)							

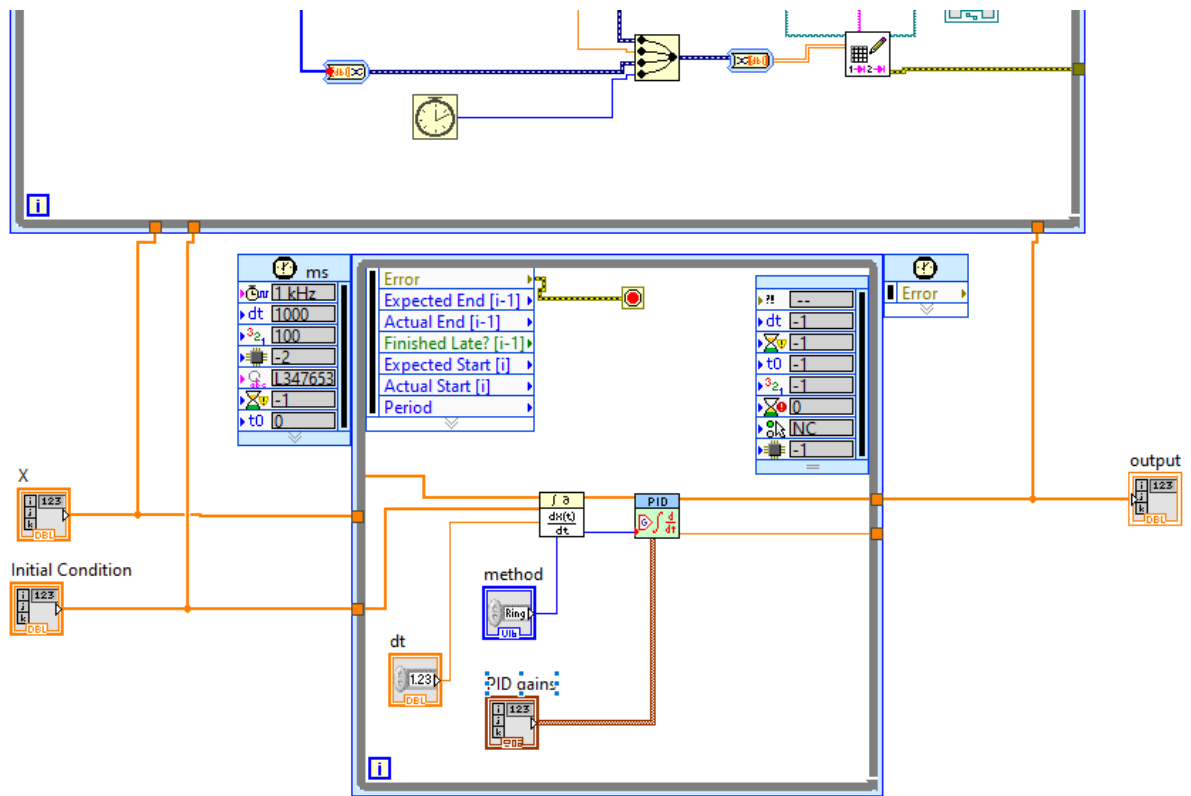
Fonte: Adaptado de AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 150).

Figura 6.3: Diagrama de blocos para composição da posição e configuração dos registradores do sensor de posição AS5600.



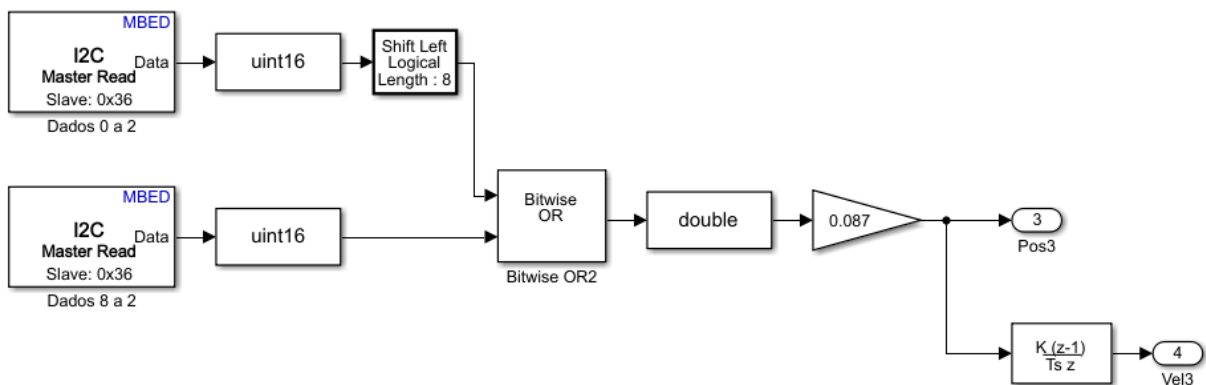
Fonte: Adaptado de AMS Rotary Magnetic Position Sensing (2016, p. 150).

Figura 6.4: Controle PID para monitoramento da velocidade de operação dos elos dentro do software LabView.



Fonte: Self Authorship.

Figura 6.5: Cálculo de velocidade dentro do software Simulink.



Fonte: Self Authorship.

6.2 CONTROLE SDRE, STM32 767ZI E SIMULINK

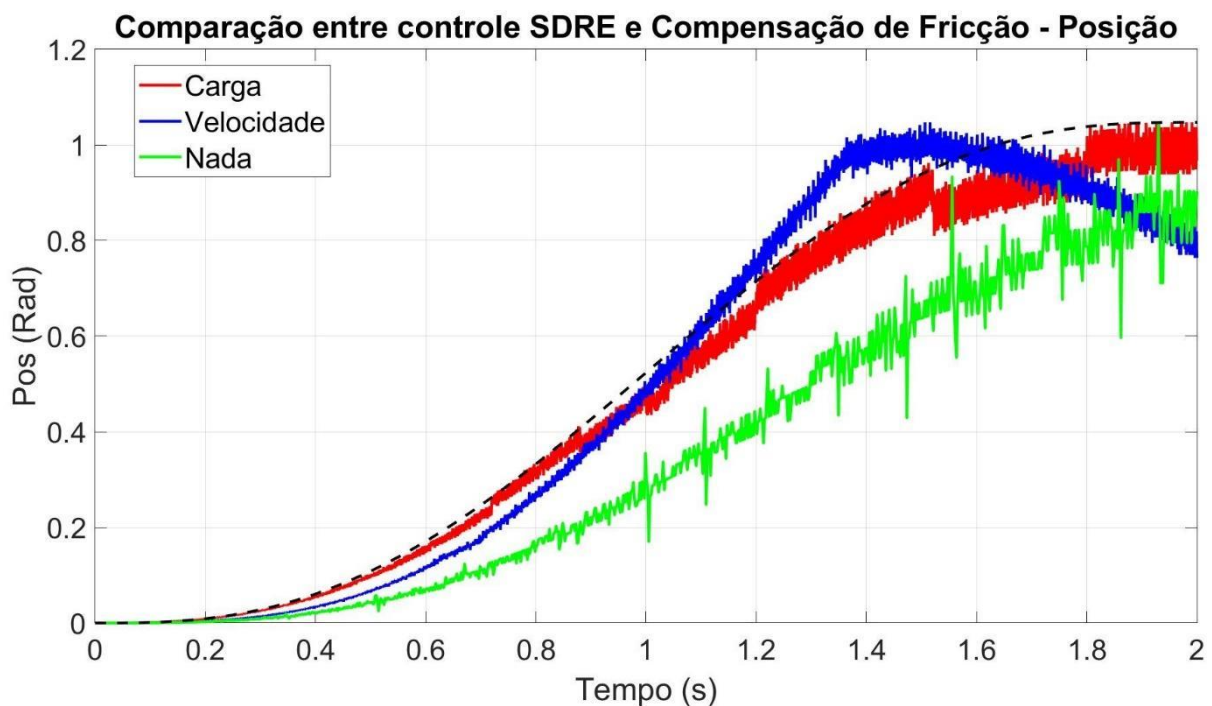
O controle do sistema completo e dos demais subsistemas foi feito usando o microcontrolador STM32 Nucleo Board modelo 767ZI apresentado na seção 3.6. Sua programação foi feita usando o software Simulink com os Add-Nos STMicroelectronics

Hardware Support from Simulink, MATLAB Coder, Simulink Coder e Embedded Coder. Nas seções seguintes são apresentados e discutidos os diferentes cenários estudados e seus resultados.

6.3 CONTROLE SDRE E PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA

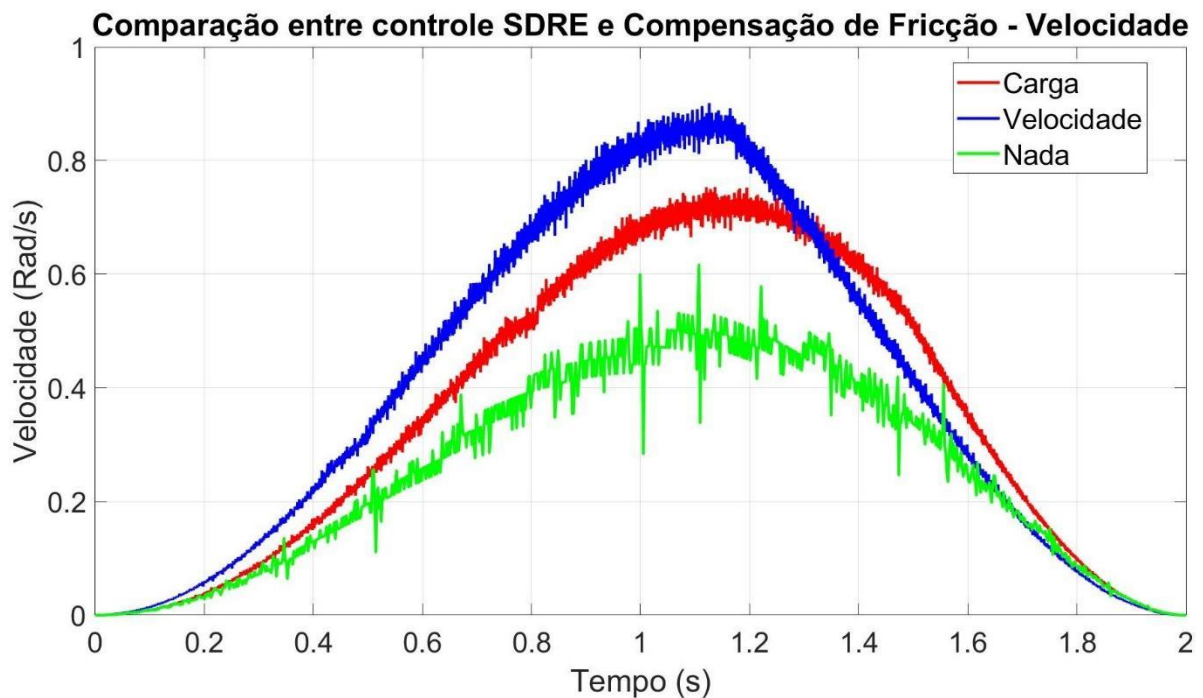
Os resultados para posição e velocidade comparando controle SDRE sem compensação de fricção, com compensação de fricção dependente de velocidade e dependente de velocidade e carga podem ser vistos nas imagens 6.6 e 6.7. Os testes foram feitos considerando as matrizes de ganho (5.4) a (5.7) usadas em todos os cenários da simulação numérica.

Figura 6.6 – Controle SDRE para posição dos elos usando Planejamento de Trajetória.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.7 – Controle SDRE para velocidade dos elos usando Planejamento de Trajetória.



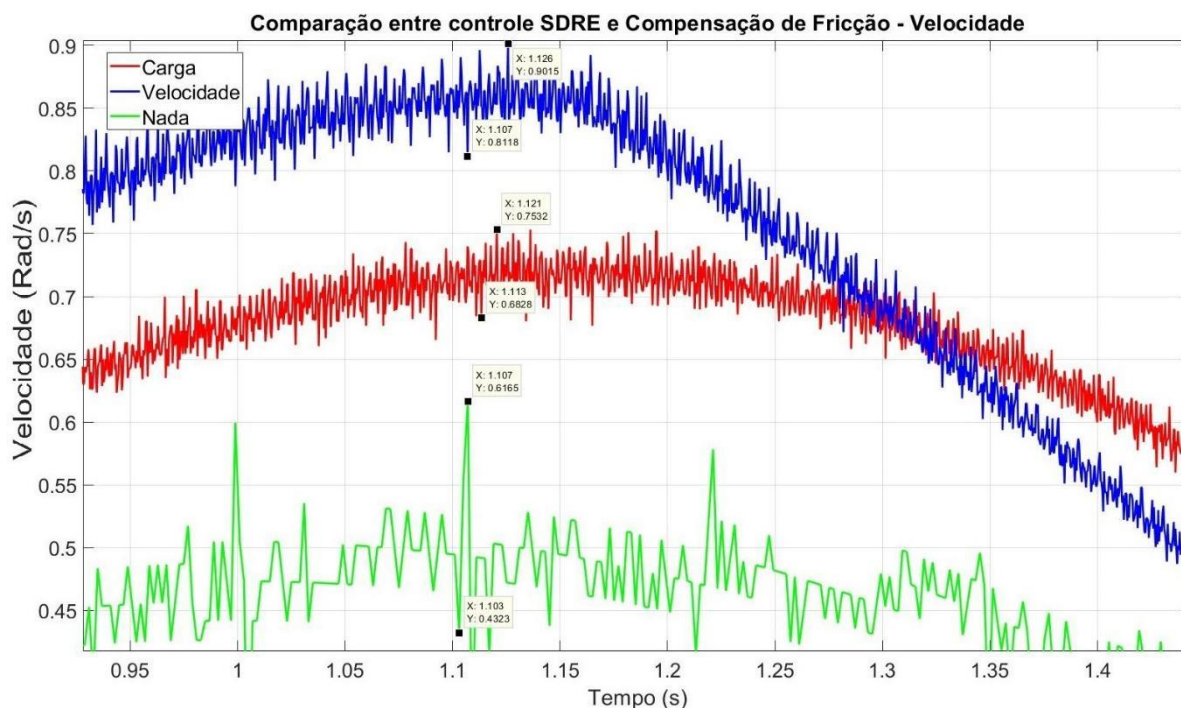
Fonte: Autoria própria.

6.3 ANÁLISE DO RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Usando o mesmo conjunto de ganhos para as matrizes Q e R foi possível observar como o adendo da compensação de fricção melhora a efetividade da trajetória para posição. Também é observado na imagem 6.7 como o perfil da velocidade é mantido, mas desconsiderar a fricção faz com que o controle não atinja o módulo de velocidade desejado.

O mesmo fenômeno observado nos ganhos do controlador é observado de forma indireta nos picos de velocidade dos elos como mostra a imagem 6.8. Quando o controle SDRE não trabalha em conjunto com a compensação de fricção observa-se uma variação de até 48,67% e de 6,28% quando a compensação de fricção depende de velocidade e carga quando comparados com o valor da trajetória desejada.

Figura 6.8 – Comportamento de posição e velocidade para aumento das divisões da trajetória.

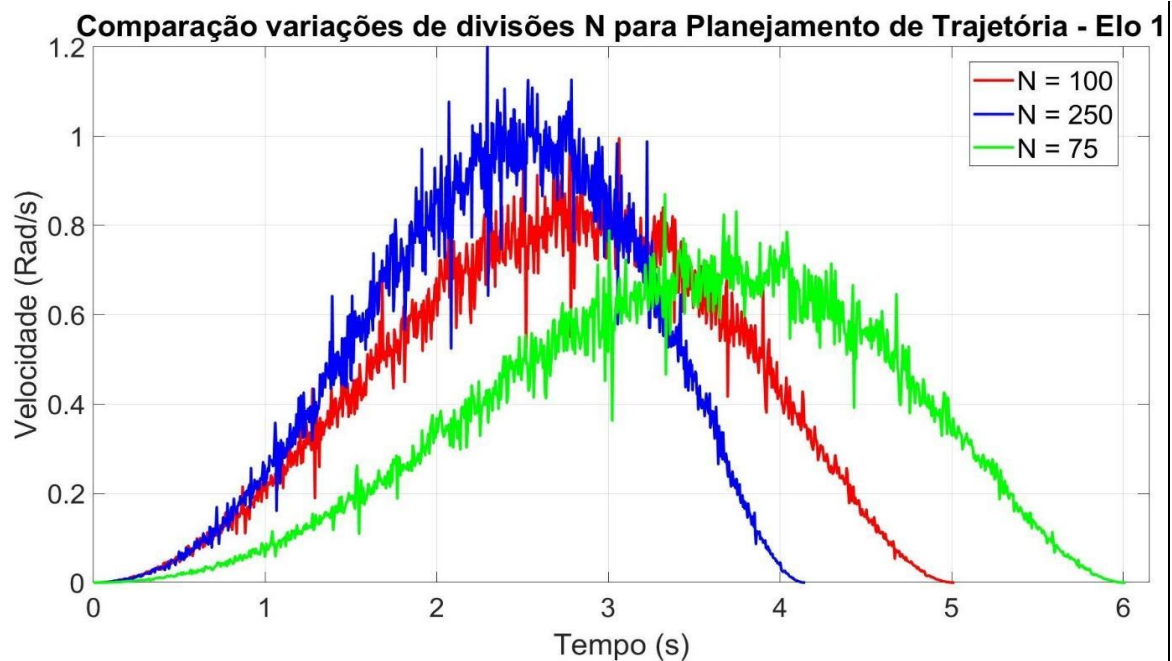


Fonte: Autoria própria.

Também foi observada a incapacidade do algoritmo desenvolvido para seguir o Planejamento de Trajetória para velocidade quando foi alterado o valor de divisões do controle SDRE. Usando dados do primeiro elo com SDRE sem compensação de fricção, a imagem 6.9 mostra como o algoritmo operou com divisões acima e abaixo de $N = 100$ onde o módulo da velocidade dos elos apresentou variações, ainda que mantendo o mesmo perfil desejado.

Durante os testes do controle SDRE foram notadas falhas na caixa de redução do terceiro elo do robô como mostra a imagem 6.10 onde é possível observar o desgaste e quebra nos dentes de algumas engrenagens. Uma falha crítica ocorreu durante o teste envolvendo o controle SDRE para o robô com carga e sem compensação de fricção como mostram os resultados da imagem 6.11. Após a quebra dos dentes da caixa de redução o motor continua em rotação contínua mas o movimento não é mais transferido para o elo, assim a velocidade rotacional é revertida impulsionada pelo torque gravitacional até o elo colidir com o suporte do sensor e ficar nula.

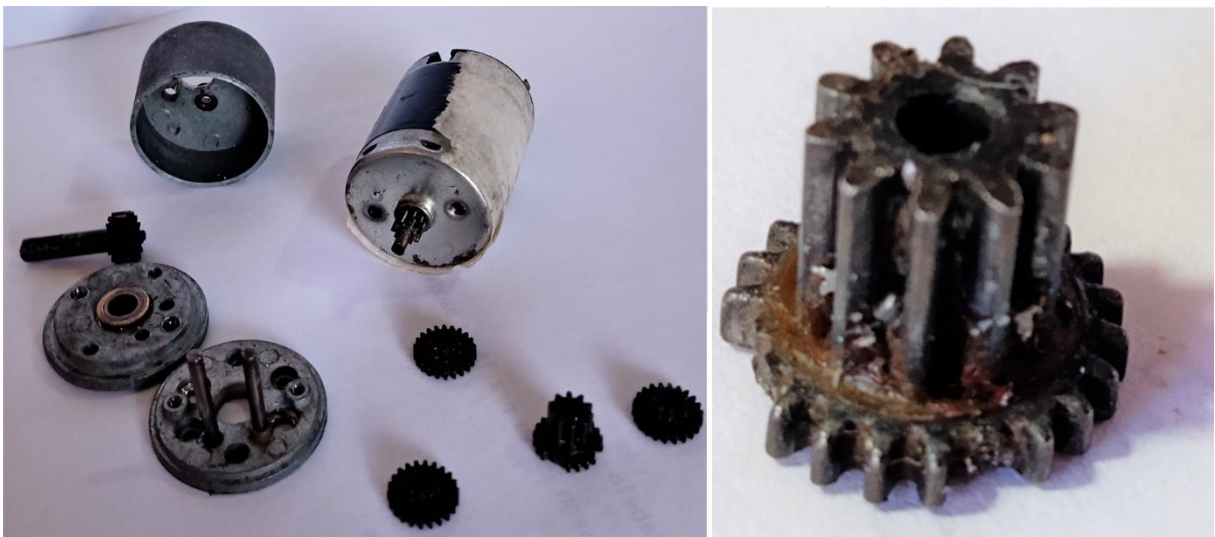
Figura 6.9 – Comportamento de posição e velocidade para aumento das divisões da trajetória.



Fonte: Autoria própria.

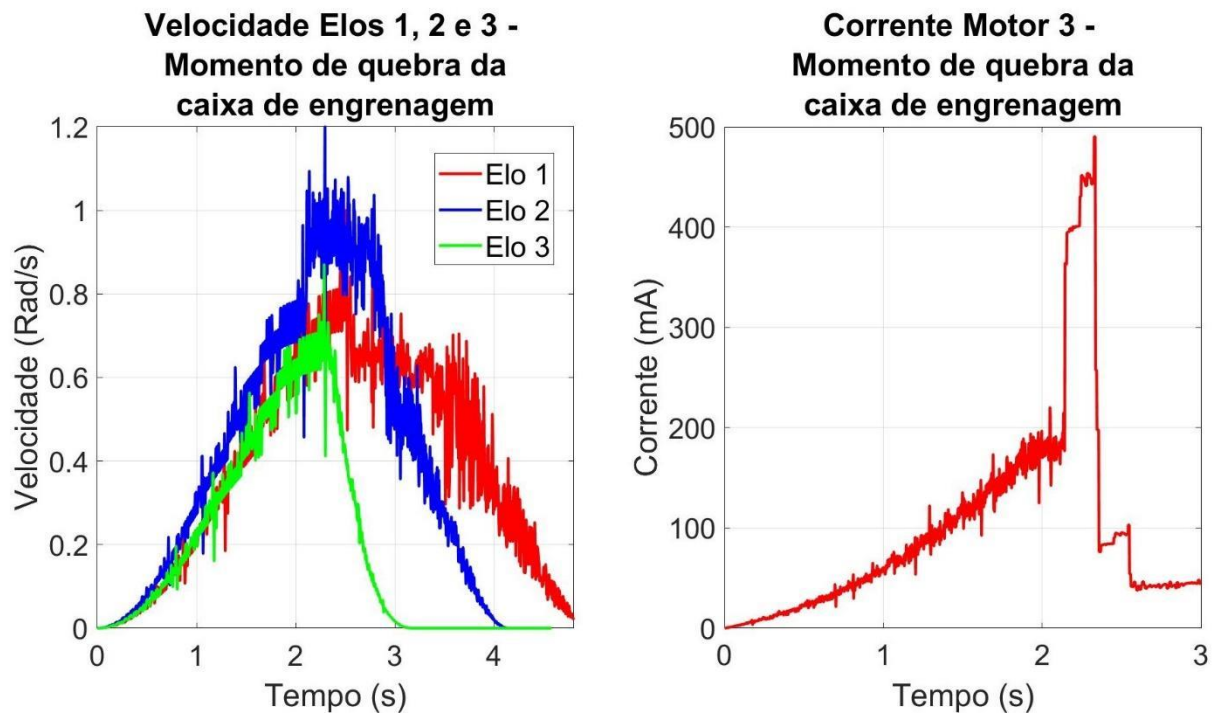
Dado que o trabalho todo é desenvolvido a partir dos dados experimentais dos motores não é possível substituí-lo por um motor do mesmo modelo pois as especificações técnicas e dados experimentais não seriam compatíveis sendo necessário refazer todo o processo de aquisição de dados apresentados no capítulo 4.

Figura 6.10 – Degradação na caixa de redução do motor CC do terceiro elo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.11 – Dados de velocidade e corrente no momento de falha crítica na caixa de redução do motor do elo 3.



Fonte: Autoria própria.

7 CONCLUSÃO

O modelo dinâmico do sistema robótico baseado na cinemática de Denavith-Hartenberg e dinâmica de Euler-Lagrange discutido nas seções 2.1 a 2.4 mostrou-se valioso quando é introduzida a componente de fricção na seção 2.9 a 2.11 pois não houve necessidade de reescrever as equações do modelo com adição de novas componentes. Outro ponto que torna esta abordagem vantajosa é a descrição do sistema por espaço de estados como é mostrado na seção 2.5.1 dado que o modelo dinâmico do robô já está em forma matricial e basta apenas definir as matrizes dinâmicas como matrizes de estados para uso no controle.

Os resultados apresentados na seção 6.3 comprovam a efetividade do controlador SDRE no controle da posição dos elos do manipulador, tanto para situações sem fricção com mostra a imagem 6.6 quanto para situação considerando o efeito de fricção.

Como foi apontado e discutido em 2.6, o uso do planejamento de trajetória foi efetivo para solução da redundância cinemática e para teste do sistema em aplicações práticas como é ilustrado os resultados simulados apresentados na seção 5.3.

A capacidade do controle SDRE também foi comprovada nos resultados mostrados na simulação em 5.5 onde a influência do torque de fricção dependente de carga é usado como distúrbio no sistema. A posição dos elos foi controlada de forma mais efetiva levando a um erro médio menos na trajetória desejada e com isso é possível concluir que descrever a fricção dependente de carga é uma forma efetiva de aumentar a efetividade do controlador.

Como próximos passos é possível citar o desenvolvimento de algoritmos que possibilitem o uso do robô em operações onde é definida apenas a posição final do último elo e o controlador é responsável por definir a trajetória completa em tempo real. A introdução de novas componentes no modelo dinâmico como folgas nas caixas de redução dos motores ou fricção com dependência de temperatura também são pontos que tornaram o sistema proposto mais robusto.

REFERÊNCIAS

ABB. **ABB Robotics industrial robots product range**. PDF Operating manual - Robot Control Mate, 2020.

Altpeter, Friedhelm. **Friction Modeling, Identification and Compensation**. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Tése, Engenharia Mecânica, 1999.

Agbaraji, Emmanuel, C; Inyama, Hyacinth, C; Okezie, Christiana C. **Dynamic Modeling of a 3-DOF Articulated Robotic Manipulator Based on Independent Joint Scheme**. Physical Science International Journal, Vol. 15, Ed. 1, p. 1-10, 2017.

Blau, Peter, J. **Friction Science and Technology – From Concepts to Applications**. CRC Press Taylor & Francis Group, Florida, Boca Raton, 2010.

Barbosa Pereira, Paulo Ricardo de Oliveira. **Modelação da Força de Atrito de um Servomecanismo Pneumático Utilizando o Modelo de LuGre**. Dissertação, Engenharia Mecânica, Porto, Faculdade de Engenharia do Porto, 2013.

Mageit, Sara. **Manchester University NHS FT uses Versius to perform first robotic keyhole surgery**. Disponível em: <https://www.mobihealthnews.com/news/emea/manchester-university-nhs-ft-uses-versius-perform-first-robotic-keyhole-surgery>, Manchester, 2022.

Bittencourt, Andre Carvalho; Gunnarson, Svante. **Static Friction in a Robot Joint – Modeling and Identification of Load Temperature Effects**. Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol. 134, September, 2012.

Bittencourt, Andre Carvalho; Gunnarson, Svante. **Static Friction in a Robot Joint – Modeling and Identification of Load Temperature Effects**. Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol. 134, September, 2012.

Bittencourt, Andre Carvalho; Axelsson, Patrick. **Modeling and Experiment Design for Identification of Wear in a Robot Joint Under Load and Temperature**

Uncertainties Based on Friction Data. IEEE ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 19, No. 5, October, 2014.

Bona, Basilio; Indri, Marina. **Friction Compensation in Robotics: Na Overview.** 44th IEEE Conference on Decision and Control, Seville, Spain, 2005.

Canudas de Wit, C; Olsson, H; Astrom, K. J. **A New Model for Control of System with Friction.** IEEE Transactions on Automatic Control. Vol, 49, No. 3, March, 1995.

Castanheira de Farias, Alceu Fernandes; Silva Rodrigues, Reurison; Murilo, André; Vilela Lopes, Renato; Avila, Suzana. **Low-Cost Hardware-in-the-loop Platform for Embedded Control Strategies Simulation.** IEEE Access, Vol. 7, 2019

Chen, Qiang; Tao, Liang; Nan, Yurong; Ren, Xuemi. **Adaptative Nonlinear Sliding Mode Control of Mechanical Servo System with LuGre Friction Compensation.** Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control. Vol. 138, February, 2016.

Clarence, W. De Silva. **Sensors and Actuators – Engineering System Instrumentation.** CRC Press Taylor & Francis Group LCC, Florida, Boca Raton, 2016.

Cloutier, James, R. **State-Dependent Riccati Equation Techniques: An Overview.** Proceedings of the American Control Conference, New Mexico, June, 1997.

Cloutier, James, R; Stansbery, Donald, T. **The Capabilities and Art of State-Dependent Riccati Equation-Based Design.** Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, May, 2002.

De Wit Canudas, C; Lischinsky, P. **Adapattive Friction Compensation With Partially Know Dynamic Friction Model.** International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 11, p. 65-80, 1997.

De Wit Canudas, C.; Lischinsky, P. **Adapattive Compensation With Partially Know Dynamic Friciton Model.** International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 11, p. 65-80, 1997.

Foldager, Frederik; Thomas, Dan; Li, Haijie; Frederiksen, Kasper; Andersen, Anders; Zhang, Xuping. **Electrical-Mechanical Dynamic Modeling and Testing of a Lightweight-Link Robot Manipulator**. World Congress on Mechanical, Chemical and Material Engineering MCM, Barcelona, Spain, July, 2015.

Gao, Liming; Yuan, Jianjun; Han, Zhedong; Wnag, Shi; Wnag, Ning. **A Friction Model With Velocity, Temperature and Load Torque Effects for Collaborative Industrial Robot Joints**. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, September, p. 24-28, Vancouver, Canada, 2017.

Hamon, Pauline; Gautier, Maxine; Garrec, Philippe. **Dynamic Identification of Robots with a Dry Friction Model Depending on Load and Velocity**. International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, Taiwan, October, 2010.

Helouvry, Brian Armstrong. **Control of Machines with Friction**. Springer-Science and Business Media LCC, Wisconsin, Milwaukee, 1991.

Huang, Sunan; Liang, Wenyu; Tan, Kok Kiong. **Intelligent Friction Compensation: A Review**. IEEE ASME Transactions on Mechatronics, 2019.

Iskandar, Maged; Wolf, Sebadtian. **Dynamic Friciton Model with Thermal and Load Dependency: Modeling, Compensation and External Force Estimation**. International Conference on Robotics and Automation, Montreal, Canada, 2019.

Jazar, Reza N. **Theory of Applied Robotics – Kinematics, Dynamics and Control**. Springer, New York, New York, 2007

Kumar, Vinodh, E; Jerome, Jovitha; Raaja, G. **State Dependent Riccati Equation based Nonlinear Controller Design for Ball and Beam System**. Procedia Engineering, Vol 97, p. 1896-1905, 2014.

Lewis, Frank. L. **Applied Optimal Control and Estimation – Digital Design and Implementation**. Prentice Hall and Digital Signal Processing Signal Series. Texas Instrumens. New Jersey, 1992.

Li, Bing; Zhang, Yongde; Yuan, Lipeng; Xi, Xiaolin. **Study of the Low Velocity Stability of a Prostate Seed Implantation Robot's Rotatory Joint**. Electronics MDPI, Vol. 9, Ed. 284, February, 2020.

Lischinsky, P; Canudas-de-Wit, C; Morel, G. **Friction Compensation for an Indsutrail Hydraulic Robot**. IEEE Control System Magazine, vol. 19, no. 1, p.25-32, 1999.

Liu, Shiping; Chen, Gang. **Dynamic and Control of Robotic Manipulators with Contatc and Friction**. John Wiley & Sons Ltd, Hoboken, New Jersey, 2019

Madsen, Emil; Rosenlund, Oluf Skov; Brandt, David; Zhang, Xuping. **Comprehensive Modeling and Identification of Nonlinear Joint Dynamics for Collaborative Industrial Robot Manipulators**. Control Engineering Practice, Ed. 101, 2020.

Marton, Loric. **Detection of Overload Fenerated Faults in Robot Manipulators with Friction**. Proceedings of the 8th International Conference in Informatics in Control, Automation and Robotics, p. 106-11. 2011.

Mahfouz, Ahmad A; Mohammed, M. K; Salem, Farhan A. **Modeling, Simulation and Dynamics Analysis Issues of Electric Motor, for Mechatronics Application, Using Different Approaches and Verification by MATLAB/Simulink**. I. J. Intelligent System and Application, Vol. 5, p. 39-57, 2013.

Marques, Filipe; Flores, Paulo; Pimenta Claro, J. C; Lankarani, Hamid M. **A Survey and Comparison of Several Friction Force Modelos for Dynamic Analysis of Multibody Mechanical Systems**. Nonlinear Dynamics, Vol. 86, p. 1407-1443, 2016.

Muvengei, Onesmus; Kihui, John; Ikua, Bernanrd. **Dynamic analysis of Planar Multi-Body Systems with LuGre Friction at Differently Located Revolute Clearance Joints**. Multibody System Dynamics, Springer, 2012.

Naidu, Desinesi Subbaram. **Optimal Control Systems**. CRC Press, New York. 2003.
Kirk, Dornal. E. **Optimal Control Theory – An Introduction**. Prentice-Hall Inc, New Jersey, 1970.

NASA. **NASA Invites Media to Launch of Mars 2020 Perseverance Rover**. Disponível em: <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-invites-media-to-launch-of-mars-2020-perseverance-rover>, Julho, 2020.

Nevmerzhitski, M. N. y; A. V. Vara; K.V. Zmeu; B. S. Notkin. **Technique for Friction Model Identification in na Industrial Robot Joint Using KUKA KR10**. International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, 2018.

Popova, Elena; Popov, Valentin L. **The Research Works of Coulomb and Amontons and Generalized Laws of Friciton**. Friction, Ed. 3, Vol. 2, p. 183-190, 2015.
Sambursky, Samuel. **The Physical World of Late Antiquity**. Princeton University Press, New Jersey, 1962.

Radzevich, Stephen P. **Theory of Gearing: Kinematics, Geometru and Synthesis**. CRC Press Taylor & Francis Gruop, Florida, Boca Raton, 2018.

RobotShop. **Basic: How Do I Choose a Robot Arm?** Disponível em: <https://community.robotshop.com/tutorials/show/basics-how-do-i-choose-a-robot-arm>, 2017.

Sun, Yun-Hsiang; Chen, Tao; Shafai, Cyrus. **Parameter Identification of LuGre Friciton Mode: Experimental Set-up Design and Measurements**. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, p. 13-19, Houston, November, 2015.

Sambursky, Samuel. **The Physical World of Late Antiquity**. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1962.

Galembeck, Thaís França. **Processo Para Medição e Avaliação de Atrito com Fins de Facilitar Movimentação de Robô Ápode**. Universidade de Brasília, Relatório de Graduação, Brasília, 2018.

Tadese, Meseret Abayebas; Yumbla, FranYi, June-Sup; Lee, Woongyong; Park, Jonghoon, Moon, Hyungpil. **Passibity Guaranteed Dynamic Friciton Model with Temperature and Load Correction: Modeling and Compensation for Collaborative Industrial Robot**. IEEE Access, Vol. 9, April, 2021.

Turhan, Mustafa Hakan. **System Identification and Adaptative Compensation of Friciton in Manufacturing Automation Systems**. University of Waterloo, Tese, Engenharia Mecânica, Ontario, Canadá, 2013.

Van der Kooji, M. W. **Model Based Friction Compensation for an Electromechanical Stewart Platform Actuator**. Department of Precision and Microsystems Engineering, Master Thesis, November, 2011.

Waiboer, R. **Dynamic Modeling, Identification and Simulation of Industrial Robots for off-line Programming of Robotised Laser Welding**. PhD thesis, University of Twente, 2007

Yang, Pu; Zhang; Zhao, Jing; Zhou Dake. **Improved PID Friction Feed-forward Compensation Control Based on Segment Friction Model**. College of Automation Engineering, Najing University of Aeronautics and Astronautics, Najing, 2014.

Yen, Shih-Hsiang; Tang, Pei-Chong; Lin, Yuan-Chiu; Lin, Chyi-Yeu. **A Sensorless and Low-Gain Brushless DC Motor Controller Using a Simplified Dynamic Force Compensator for Robot Arm Application**. MDPI Journal: Sensors, Vol. 19, p. 3171-3191, 2019.

Zhang, Yang. **Design and Synthesis of Mechanical Systems with Coupled Units**. Mechanical Engineering, INSA Rennes, 2019. Tese.