

GUSTAVO OLIVEIRA MADEIRA

Dinâmica de partículas micrométricas no arco do anel G de Saturno

GUSTAVO OLIVEIRA MADEIRA

Dinâmica de partículas micrométricas no arco do anel G de Saturno

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Bacharelado em Física.

Orientadora: Prof^a. Dra. Silvia Maria Giuliatti Winter.

Guaratinguetá - SP

2016

M181d	Madeira, Gustavo Oliveira Dinâmica de partículas micrométricas no arco do anel G de Saturno / Gustavo Oliveira Madeira – Guaratinguetá, 2016. 59 f.: il. Bibliografia: f. 59 Trabalho de Graduação em Bacharelado em Física – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016. Orientadora: Prof^a Dr^a Silvia Maria Giuliatti Winter 1. Planetas. 2. Satélites. 3. Radiação solar. I. Título CDU 523.4
-------	--

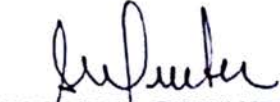
GUSTAVO OLIVEIRA MADEIRA

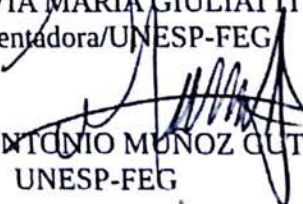
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“**GRADUADO EM BACHARELADO EM FÍSICA**”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM FÍSICA


Prof. Dr. DENIS DALMAZI
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Profª. Drª. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER
Orientadora/UNESP-FEG


Dr. MARCO ANTONIO MUÑOZ GUTIÉRREZ
UNESP-FEG


Profª. Drª. PRYSCILLA MARIA PIRES DOS SANTOS
UERJ-FAT

Novembro e 2016

RESUMO

Imagens obtidas pela sonda Cassini, em 2004, mostraram a existência de um denso arco de matéria localizado no anel G, confinado a 167500 km do centro de Saturno devido a ressonância de corotação excêntrica 7:6 com o satélite Mimas. Em 2008, imagens da mesma sonda detectaram um satélite imerso no arco, Aegaeon, o qual acredita ser sua principal fonte de material. Neste trabalho, é analisada a dinâmica das partículas micrométricas no arco do anel G que, segundo dados observacionais, é a população mais significativa deste. Assim, a dinâmica das partículas micrométricas foi analisada, primeiramente, incluindo os efeitos do achatamento planetário (J_2 , J_4 e J_6), Mimas, Aegaeon e Tétis, encontrando-se que a ressonância com Mimas é capaz de confinar partículas na região do arco, de modo que parte destas colidem com Aegaeon. Feito isto, os efeitos da pressão de radiação solar foram incluídos, considerando partículas de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$, $30\mu m$, $50\mu m$ e $100\mu m$ de raio. Como resultado, foi obtido que essa perturbação gera variações periódicas em suas excentricidades, de modo que as órbitas dos grãos cruzam a órbita de Aegaeon inúmeras vezes. Assim, em menos de 50 anos, Aegaeon é responsável por limpar quase que completamente o arco de partículas menores que $10\mu m$. Considerando essas partículas como ejetadas da superfície do satélite, tem-se que praticamente todas menores que $10\mu m$ colidem com Aegaeon em menos de 100 anos. Conclui-se que para que a atual concentração de partículas micrométricas no arco possa ser explicada, além da ejeção de massa por Aegaeon e por outros corpos maiores, que dados apontam existir no arco, deve existir um outro mecanismo de reposição de matéria na região. Se não, o atual arco do anel G deve ser uma estrutura recente que irá se deteriorar nas próximas décadas, não sendo este um fenômeno exclusivo do arco do anel G, uma vez que, segundo observações, o mesmo está ocorrendo com os arcos do anel Adams de Netuno.

PALAVRAS-CHAVE: Arcos planetários. Anéis planetários. Ressonância de corotação. Anel G. Pressão de radiação solar. Partículas micrométricas.

ABSTRACT

Images obtained by the spacecraft Cassini in 2004 reveal the existence of a dense arc of material in the G ring, confined in 167500 km from Saturn's center, due an eccentric corotation resonance 7:6 with the satellite Mimas. In 2008, the same spacecraft detected a satellite immersed in the arc, Aegaeon, which is believed to be the main source of material. In this work we analyze the dynamics of micrometric particles in the arc of the G ring. According to observational data, this size of particles is the most significant in the arc. First, the dynamics of micrometric particles was analyzed including the effects of planetary oblateness (J_2 , J_4 and J_6), Mimas, Aegaeon and Thetys. We find that the resonance with Mimas is capable to confine the particles into the arc's region, although part of them collides with Aegaeon. We also included the effects of solar radiation pressure by considering particles of $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$, $30\mu m$, $50\mu m$ and $100\mu m$ in radius. As result we have this perturbation causes periodic variations in the eccentricity of the particles, leading the grain's orbit crosses many times the Aegaeon's orbit. Thus, Aegaeon is responsible for clearing almost all the arc, particles smaller than $10\mu m$ live less than 50 years. Considering these particles, the arc is almost void of particles smaller than $10\mu m$ in less than 100 years. Therefore, the current concentration of micrometric particles in the arc can only be explained, through the mass ejection mechanism by Aegaeon and other larger bodies, there must be another material reset mechanism in the region. If not, the current arc of the G ring should be a new structure that will deteriorate in the coming decades, which is not an exclusive phenomenon of the arc of G ring. According to observations, the same phenomenon is happening in the arcs of Neptune's Adams ring.

KEYWORDS: Planetary arcs. Planetary rings. Corotation resonance. G ring. Solar radiation pressure. Micrometric particles.

Lista de Figuras

1.1	Arco do anel G.	9
1.2	Arco do anel G.	10
1.3	Arco do anel G, com Aegaeon destacado por retângulos.	10
1.4	Aegaeon.	11
1.5	Methone.	11
2.1	Vetores-posição de m_1 e m_2 em relação a origem e os vetores da força gravitacional.	13
2.2	Posição relativa de m_2 em relação a m_1	14
2.3	Área varrida pelo corpo.	15
2.4	Elipse	17
2.5	Elementos Orbitais de Posicionamento em relação ao plano de referência.	19
2.6	Parâmetros por distância para um grão de $1\mu m$, $10\mu m$ e $100\mu m$, respectivamente.	21
4.1	φ do sistema Mimas-Aegaeon e variação da semi-eixo maior, excentricidade e inclinação de Aegaeon.	36
4.2	Ângulo de ressonância e variação de semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Tétis é incluído no sistema.	38
4.3	Ângulo da ressonância Mimas-Tétis.	39
4.4	Sistema de partículas em ressonância, Aegaeon é o ponto em verde em $\theta = 272^\circ$	40
4.5	Sistemas iniciais de partículas, estando Aegaeon em $\theta = 272^\circ$ (ponto em cor verde).	40
4.6	Diferença da variação do ângulo ressonante, semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Aegaeon é incluído no sistema.	41
4.7	Diferença da variação do ângulo ressonante, semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Aegaeon é incluído no sistema, para uma partícula que colide.	42
4.8	Ângulo ressonante para duas partículas, com e sem Aegaeon	43
4.9	Excentricidade e inclinação de uma partícula a 15km de Aegaeon.	44

4.10	Variação do semi-eixo maior para partículas na borda interna e externa do arco, respectivamente.	45
4.11	Variação do semi-eixo maior das partículas não ressonantes.	46
5.1	Variação da excentricidade devido a pressão de radiação solar.	47
5.2	Efeito da pressão de radiação solar sobre φ	48
5.3	Porcentagem de partículas que permanecem em ressonância.	48
5.4	Variação de φ e semi-eixo maior para uma partícula localizada a 20 km de Aegaeon.	49
5.5	Variação de φ e semi-eixo maior para uma partícula localizada a 30 km de Aegaeon.	50
5.6	Tempo médio para as partículas fora da ressonância migrarem para o anel G.	50
5.7	Porcentagem das partículas em ressonância que permanecem no arco e que saem deste.	51
5.8	Porcentagem das partículas que colidem com Aegaeon.	52
5.9	Porcentagem de colisão de partículas em ressonância e fora.	52
5.10	Tempo da última colisão de uma partícula ressonante com Aegaeon.	53
5.11	Taxa de colisão das partículas ejetadas de Aegaeon.	55
5.12	Taxa de ressonância das partículas ejetadas de Aegaeon.	56
5.13	Tempo da última colisão de partícula ressonante com Aegaeon.	56

Lista de Tabelas

4.1	Elementos orbitais de Mimas e Aegaeon em 2008/22/08UT00:00:00, retirados do banco de dados Horizons.	34
4.2	Relação entre os semi-eixos maiores e faixa de libração.	35
4.3	Ressonâncias com Mimas consideradas, retiradas de [4] e [5].	37
4.4	Elementos orbitais de Tétis em 2008-22/08UT00:00:00, retirados do banco de dados Horizons.	37

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	13
2.1	PROBLEMA DE DOIS CORPOS	13
2.1.1	Elementos orbitais osculadores	16
2.2	FORÇAS PERTURBATIVAS	19
2.3	ELEMENTOS ORBITAIS GEOMÉTRICOS	22
2.3.1	Vetor-posição para elementos geométricos	24
2.3.2	Elementos geométricos para vetor-posição	26
2.4	RESSONÂNCIA DE COROTAÇÃO	27
3	MATERIAIS E MÉTODOS	30
3.1	INTEGRADOR MERCURY	30
3.1.1	Inclusão de forças no integrador Mercury: pressão de radiação solar	31
3.2	PROGRAMAS ADICIONAIS	32
4	ANÁLISE DOS EFEITOS DA RESSONÂNCIA NO ARCO DO ANEL G	34
4.1	SISTEMA RESSONANTE: AEGAEON-MIMAS	34
4.1.1	Sítio ressonante	39
4.2	EFEITOS DA RESSONÂNCIA E DE AEGAEON NA DINÂMICA DAS PARTÍCULAS	40
5	DINÂMICA DAS PARTÍCULAS SOB EFEITO DA PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR	47
5.1	PARTÍCULAS MICROMÉTRICAS LOCALIZADAS NO ARCO	47
5.2	PARTÍCULAS EJETADAS DE AEGAEON	54
6	CONCLUSÃO	58
	Referências Bibliográficas	61

1 INTRODUÇÃO

No ano de 1610, Galileu Galilei observa pela primeira vez, ao redor do planeta Saturno, uma até então desconhecida estrutura, a qual descreveria em suas anotações como “orelhas” no planeta. Anos mais tarde, por meio de aparelhos de observação superiores aos utilizados por Galileu, Huygens conclui que tal estrutura corresponderia a um rígido e fino disco de matéria que orbitaria o planeta, ficando, esta, conhecida como anel planetário. A crença de que os anéis seriam discos rígidos perdurou até 1857, quando James Maxwell mostrou, teoricamente, que este tipo de estrutura seria instável, logo, os anéis deveriam ser formados por um conjunto de pequenos corpos.

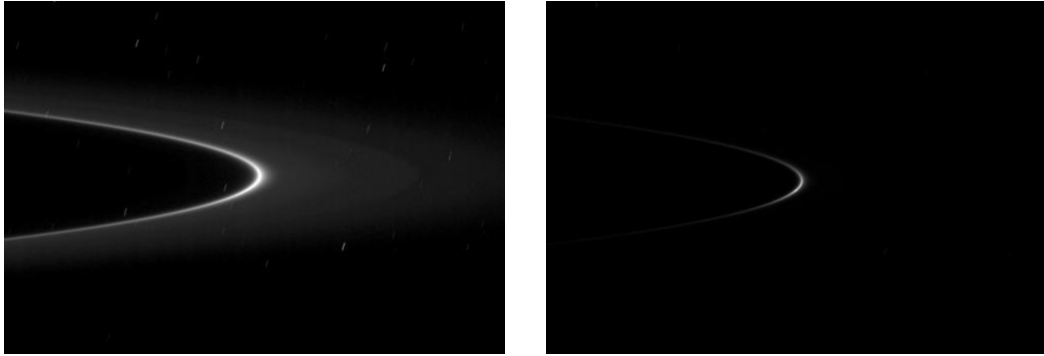
Tal fato só seria oficialmente confirmado em 1979, quando a sonda espacial Pioneer 11 passou por Saturno. Uma década depois, a sonda Voyager 2 encontraria anéis em Netuno e Urano, além de identificar no anel Adams de Netuno, um novo tipo de estrutura correspondente a um segmento do anel com maior brilho, e aparentemente maior densidade de partículas, recebendo, esta, o nome de arco. Esta mesma estrutura foi observada em Saturno pela sonda Cassini, que encontrou os arcos coorbitais aos satélites Anthe e Methone, assim como o arco do anel G, objeto de estudo deste trabalho.

Consoante o discutido em [4], a descoberta do arco do anel G foi anunciada no ano de 2007. Tal estrutura, apresentada nas figuras 1.1 e 1.2, se encontra a 167500km do centro de Saturno e possui uma largura radial de 250km, estando localizado na borda interna do anel G, um estreito e tênue anel localizado entre os anéis F e E.

Figura 1.1: Arco do anel G.

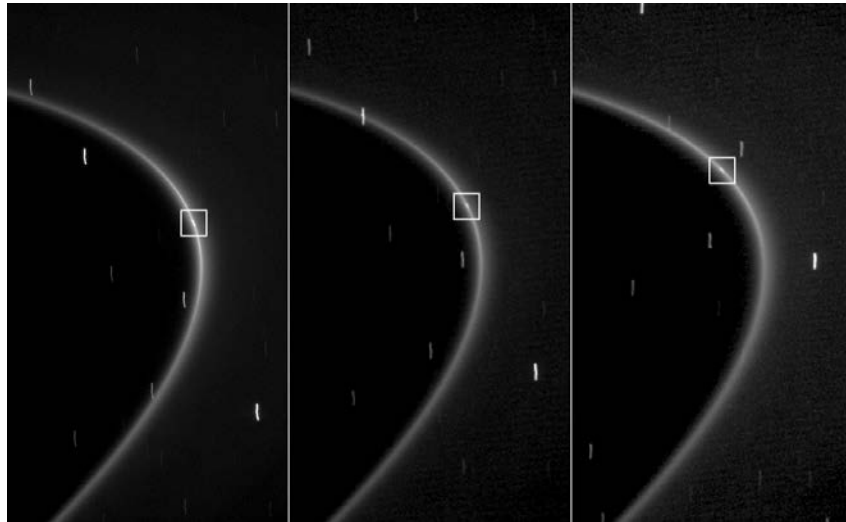


Fonte: photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA12525.

Figura 1.2: Arco do anel G.

Fonte: photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA11503.

Já em 2008 é anunciada a descoberta de um satélite imerso no arco do anel G, detectado por meio de imagens obtidas pela mesma sonda com a Narrow-Angle Camera (NAC), uma câmera de maior resolução e menores ângulos de fase, sendo algumas destas imagens apresentadas na figura 1.3, na qual o satélite aparece destacado por retângulos. Tal corpo, chamado de Aegaeon (Saturn LIII), corresponde hoje ao menor satélite do planeta, possuindo um diâmetro de 500m, acreditando-se que sua massa seja da ordem de $3 \times 10^{10} \text{kg}$ ($d = 0.5 \text{g/cm}^3$).

Figura 1.3: Arco do anel G, com Aegaeon destacado por retângulos.

Fonte: photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA11148.

Apesar das imagens existentes do satélite não possuírem nitidez suficiente para a verificação de sua geografia, hipóteses podem ser levantadas por meio da análise dessas imagens (uma destas é apresentada em 1.4), assim como pela comparação da dinâmica dos outros satélites aos quais estão associados os arcos. Deste modo, acredita-se que Aegaeon

possua uma superfície lisa similar a Methone, figura 1.5, entretanto com formato mais irregular, uma vez que possui um raio muito menor ao do satélite citado.

Figura 1.4: Aegaeon.



Fonte: photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA16432.

Figura 1.5: Methone.



Fonte: photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA14633.

Devida a descoberta dos arcos planetários ser recente, a estabilidade destas estruturas ainda não é completamente entendida, sendo atribuída, principalmente, a ressonâncias. Para o caso do arco do anel G, acredita-se que a estabilidade do sistema se deve a uma ressonância de corotação excêntrica 7:6 com Mimas, na qual todos os corpos do arco, incluindo Aegaeon, estariam presos.

Apesar de dados apontarem para a existência de corpos maiores no arco, podendo chegar a alguns metros de diâmetro, este é essencialmente constituído por partículas com raio de poucos micrometros, sendo o mesmo tamanho dos corpos que constituem grande parte do anel G. Visto isto, neste trabalho será estudada a dinâmica das partículas micrométricas localizadas no arco do anel G.

No capítulo 2, os principais conceitos teóricos necessários para o estudo do problema são apresentados, sendo estes: os elementos orbitais osculadores (problema de dois corpos), forças perturbativas, elementos orbitais geométricos e ressonância de corotação.

No capítulo 3, os programas desenvolvidos e utilizados para o estudo da dinâmica das partículas são descritos.

No capítulo 4, o satélite Aegaeon é analisado na ressonância de corrotação excêntrica 7:6 com Mimas e o sistema de partículas correspondente ao arco do anel G é formado. Assim, verifica-se o efeito da ressonância e de Aegaeon na dinâmica das partículas micrométricas.

No capítulo 5, é estudada a dinâmica das partículas quando incluídos os efeitos da pressão de radiação solar.

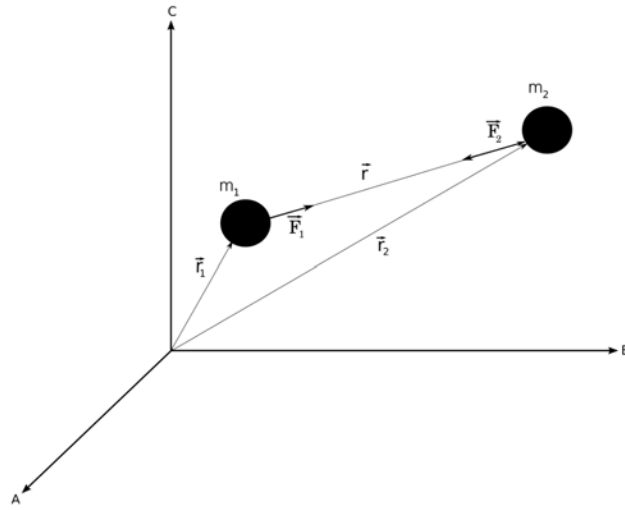
No capítulo 6, são apresentadas as conclusões.

2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

2.1 PROBLEMA DE DOIS CORPOS

Chama-se de Problema de Dois Corpos o estudo da interação gravitacional de duas massas puntiformes e isoladas, obtendo-se da resolução deste, os elementos básicos para a análise da dinâmica de pequenos corpos em torno de um maior, como o caso das partículas do arco do anel G. Por esse motivo, tal problema será rapidamente abordado, utilizando como base o tratamento apresentado em [5].

Figura 2.1: Vetores-posição de m_1 e m_2 em relação a origem e os vetores da força gravitacional.



Fonte: Autoria própria.

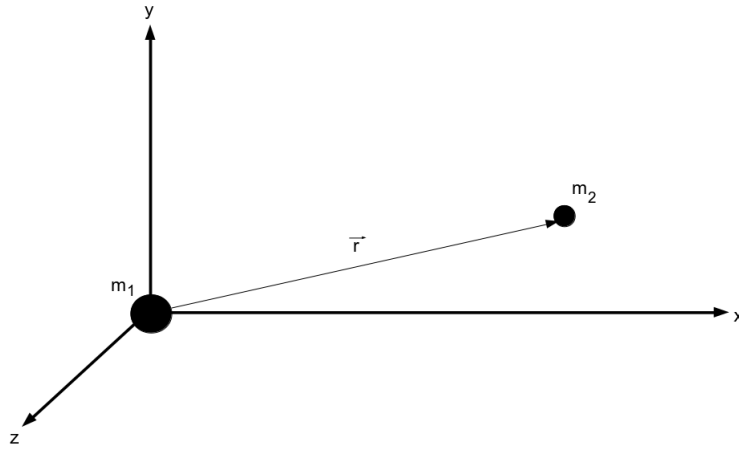
Sejam duas massas puntiformes, m_1 e m_2 ($m_1 \gg m_2$), em um sistema de coordenadas inercial ABC . Como pode ser visto na figura 2.1, seus vetores-posição em relação a origem do sistema são $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, respectivamente, enquanto a posição relativa destes é dado por $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Desta forma, escrevendo a força gravitacional para cada massa e aplicando a relação para a aceleração dada pela segunda Lei de Newton ($\ddot{\vec{r}} = \vec{F}/m$),

encontra-se:

$$\frac{\vec{F}_1}{m_1} = G \frac{m_2}{r^3} \vec{r} = \ddot{\vec{r}}_1 \quad (2.1)$$

$$\frac{\vec{F}_2}{m_2} = -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r} = \ddot{\vec{r}}_2 \quad (2.2)$$

Figura 2.2: Posição relativa de m_2 em relação a m_1 .



Fonte: Autoria própria.

Como uma das massas é muito maior que a outra, é conveniente fixar a posição do maior corpo como centro de um sistema de coordenadas relativas (figura 2.2), de modo que o problema se reduz apenas ao movimento de m_2 em relação a m_1 . Matematicamente, para efetuar tal mudança de referenciais, deve-se encontrar uma relação que dependa apenas da posição relativa entre os corpos. Para isso, a equação 2.1 é subtraída de 2.2, encontrando-se:

$$-G \frac{(m_1 + m_2)}{r^3} \vec{r} = \ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1 \quad (2.3)$$

Definindo $\mu = G(m_1 + m_2)$ e utilizando o fato de $\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1$, encontra-se a equação do movimento relativo:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0} \quad (2.4)$$

Se for tomado o produto vetorial de 2.4 por $\vec{r}$, devido ao produto vetorial de vetores paralelos ser nulo, tem-se:

$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{r} = \vec{0} \quad (2.5)$$

Ao integrar, chega-se a:

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h} \quad (2.6)$$

Deste modo, obtém-se que h corresponde ao momento angular por unidade de massa do corpo em movimento, grandeza constante para sistemas fechados (sem influência de forças externas).

Uma vez que um plano é definido por dois vetores, pode-se afirmar que $\vec{r}$ e $\dot{\vec{r}}$ definem o plano no qual ocorrerá o movimento de m_2 em torno de m_1 , aqui tomado como sendo o plano xy . Realizando a transformação de coordenadas cartesianas para polares, dada por:

$$x = r \cos u \quad (2.7)$$

$$y = r \sin u \quad (2.8)$$

Encontra-se $\vec{r}$, $\dot{\vec{r}}$ e $\ddot{\vec{r}}$:

$$\vec{r} = r\hat{r} \quad (2.9)$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{u}\hat{u} \quad (2.10)$$

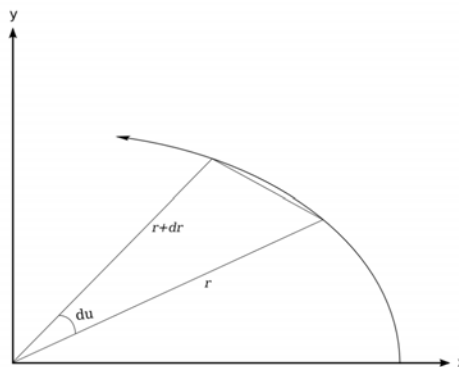
$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \cdot u^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{u} + r\ddot{u})\hat{u} \quad (2.11)$$

Substituindo 2.9 e 2.10 em 2.6, tem-se:

$$\vec{h} = (r\hat{r}) \times (\dot{r}\hat{r} + r\dot{u}\hat{u}) = r^2\dot{u}\hat{k} = h\hat{k} \quad (2.12)$$

Encontrando que o momento angular aponta para a direção perpendicular ao vetor-posição e velocidade do corpo orbitante, possuindo módulo dado por $r^2\dot{u}$.

Figura 2.3: Área varrida pelo corpo.



Considerando agora um elemento de tempo dt , tem-se que m_2 , de $t = 0$ para $t = dt$, muda sua posição, passando de $r\hat{r} + u\hat{u}$ para $(r + dr)\hat{r} + (u + du)\hat{u}$. Como $dt \approx 0$, a área varrida nesse deslocamento pode ser aproximada para um triângulo como apresentado na figura 2.3:

$$dA = \frac{1}{2}r(r + dr) \text{sen } du \approx \frac{1}{2}r^2 du \quad (2.13)$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2 \dot{u} \quad (2.14)$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}h \quad (2.15)$$

Integrando:

$$A = \frac{1}{2}ht + c \quad (2.16)$$

Por essa equação, pode-se ver que a área varrida por m_2 depende unicamente do tempo, concluindo que para tempos iguais, um corpo varre áreas iguais (Lei das Áreas).

2.1.1 Elementos orbitais osculadores

Substituindo as componentes radiais de 2.9 e 2.11 em 2.4:

$$(\ddot{r} - r\dot{u}^2) + \mu \frac{1}{r^2} = 0 \quad (2.17)$$

Esta, correspondente a uma equação de Bernoulli, pode ser resolvida por meio da substituição $r = m^{-1}$. Realizando tal substituição, obtém-se:

$$\frac{d^2 m}{du^2} + m = \frac{\mu}{h^2} \quad (2.18)$$

Cuja solução homogênea será $m_c = c_1 \cos u + c_2 \text{sen } u$, enquanto a particular é dada por $m_p = \mu/h^2$. Logo, tem-se a seguinte solução geral:

$$m = c_1 \cos u + c_2 \text{sen } u + \frac{\mu}{h^2} = \frac{\mu}{h^2}(c_3 \cos u + c_4 \text{sen } u + 1) \quad (2.19)$$

Assumindo:

$$c_3 = e \cos \omega \quad (2.20)$$

$$c_4 = e \text{sen } \omega \quad (2.21)$$

Encontra-se:

$$m = \frac{\mu}{h^2} (1 + e \cos(u - \omega)) \quad (2.22)$$

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e \cos(u - \omega)} \quad (2.23)$$

Uma vez que o movimento ocorre em um plano, este deve ser descrito por um figura geométrica planar. Uma classe de figuras que satisfaz essa condição é a das cônicas (Lei das Órbitas), cuja equação, em coordenadas polares, é dada por:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (2.24)$$

Sendo que, quando $e < 1$, a cônica é uma elipse; $e = 1$, uma parábola e $e > 1$, uma hipérbole.

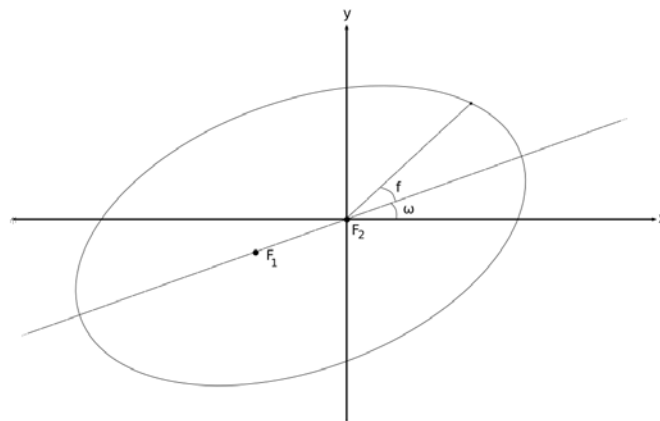
Sabendo que u é o ângulo entre um ponto da elipse com o eixo x do plano orbital, tem-se que, quando este é nulo, ainda resta ω . Tal resultado significa que a órbita está rotacionada deste mesmo ângulo, que recebe o nome de longitude do pericentro (o ponto da órbita com menor distância do centro é o pericentro, enquanto o de maior é apocentro). A grandeza f recebe o nome de anomalia verdadeira.

Para o caso que se deseja tratar, ou seja, de uma partícula orbitando um planeta, tem-se que esta apresenta um movimento periódico e fechado, de modo que sua órbita deve corresponder a uma elipse. Assim, igualando 2.23 e 2.24, encontra-se:

$$u = f + \omega \quad (2.25)$$

$$\frac{h^2}{\mu} = a(1 - e^2) \quad (2.26)$$

Figura 2.4: Elipse



O formato da órbita, assim como as grandezas f e ω , é apresentado na figura 2.4. O elemento e , geometricamente, corresponde a excentricidade da cônica, dando a forma da figura, sendo, no caso da elipse, seu nível de achatamento. Já a é o semi-eixo maior, sendo igual a distância do centro da elipse ao seu lado mais achatado, definindo, assim, o tamanho da cônica.

Pela equação 2.16, encontra-se que, ao completar uma revolução inteira, a área varrida por m_2 é:

$$A = \frac{1}{2}hT \quad (2.27)$$

Utilizando o fato da área de uma elipse ser $A = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$:

$$\frac{1}{2}T\sqrt{\mu a(1 - e^2)} = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2} \quad (2.28)$$

$$T^2 = \frac{2\pi}{\mu} a^3 \quad (2.29)$$

Correspondendo a equação 2.29 à Lei dos Períodos, que afirma ser o quadrado do período de um corpo proporcional ao cubo do semi-eixo maior de sua órbita. Para calcular a frequência de movimento médio:

$$\dot{t} = n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.30)$$

$$\mu = n^2 a^3 \quad (2.31)$$

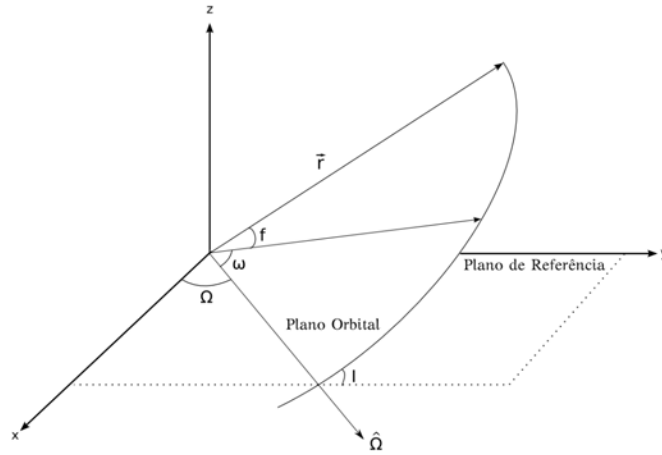
Foi obtido aqui que o movimento de translação de um corpo em torno de outro se dá em um plano. Se for suposto o caso de dois corpos, cuja interação entre eles pode ser ignorada, orbitando um mesmo corpo central, tem-se que cada um destes possuirá um plano orbital, que não necessariamente será o mesmo para ambos. Visto isto, define-se o plano equatorial do corpo central como um plano de referência, sendo o plano de movimento de cada um dos orbitantes dado em função deste.

Deste modo, faz-se necessário definir dois ângulos que servem para posicionar o plano orbital em relação ao plano de referência. São eles: a inclinação (I), que, como o próprio nome diz, é a inclinação de uma órbita em relação a outra, e a longitude do nódo ascendente (Ω). Nódo ascendente é o ponto onde as duas órbitas se interceptam, logo Ω é o ângulo entre o eixo x do plano de referência ao nódo ascendente. Define-se também o tempo τ , correspondente ao tempo de passagem do corpo pelo pericentro da órbita, sendo este o elemento por meio do qual é possível calcular a posição temporal do orbitante.

Sintetizando o abordado até o momento, tem-se que uma órbita pode ser descrita por meio de seis elementos orbitais osculadores, correspondentes a constantes do movimento para o caso do problema de dois corpos. Dois deles são ligados a forma (a e e),

um ao tempo (τ) e três ao posicionamento e orientação desta em relação ao plano de referência (I , Ω e ω), como mostrado na figura 2.5.

Figura 2.5: Elementos Orbitais de Posicionamento em relação ao plano de referência.



Fonte: Autoria própria.

É válido citar que, dependendo das características do problema, é conveniente trabalhar com combinações dos elementos encontrados, sendo comum o uso da longitude do pericentro ($\varpi = \Omega + \omega$) ao invés do argumento do pericentro (ω) e o uso da longitude média ($\lambda = n(t - \tau) + \varpi$) em detrimento do tempo de passagem do pericentro (τ).

2.2 FORÇAS PERTURBATIVAS

Quando se trata do movimento de uma partícula orbitando um planeta, tem-se que além da atração gravitacional, esta partícula sofre a ação de forças perturbativas, responsáveis por variar temporalmente os elementos orbitais descritos na seção anterior, de modo que, a cada ponto de sua órbita, a partícula será descrita por uma elipse diferente. Tais perturbações são: maré solar, achatamento planetário, pressão de radiação solar e influência do campo magnético planetário.

A perturbação de maré solar surge quando o Sol deixa de ser considerado como um corpo pontual, sendo tomado como esférico. Como já citado, a força gravitacional é dada por:

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (2.32)$$

Por esta ser proporcional ao inverso do quadrado da distância, para dois pontos opostos de um corpo esférico há uma diferença de força, que passa a ser significativa para corpos com grandes diâmetros, como é o caso do Sol, sendo gerada assim a força de maré. Para

esta, assim como para as outras três perturbações, é possível associar um parâmetro (A) que dará sua ordem de grandeza para uma partícula a uma distância a do planeta. Tais parâmetros foram retirados de [3], sendo o de maré solar dado por:

$$A = \frac{3n_{\odot}}{4n} \quad (2.33)$$

em que $n_{\odot}$ é a velocidade de rotação do planeta em torno do Sol e n é a velocidade de rotação do orbitante, relacionada à distância ao planeta por meio da terceira lei de Kepler:

$$n = \sqrt{\mu a^3} \quad (2.34)$$

A perturbação pelo achatamento resulta do fato do planeta não ser um corpo esférico perfeito, estando associado a este o parâmetro de achatamento W :

$$W = \frac{3n}{2n_{\odot}} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 \quad (2.35)$$

Uma vez que o potencial gravitacional é inversamente proporcional à distância, possuindo uma singularidade no ponto $r = 0$, este pode ser expandido em série dos polinômios de Legendre, de modo que o coeficiente de cada termo da expansão pode ser ajustado com o intuito de computar a forma do planeta, sendo o coeficiente J_2 , presente na equação 2.35, o primeiro destes termos, responsável por computar o achatamento do equador planetário em relação aos pólos. R corresponde ao raio do planeta.

Já a pressão de radiação solar é o resultado da força exercida no corpo orbitante pela radiação emitida pelo Sol. O parâmetro C é definido como:

$$C = \frac{3n}{2n_{\odot}} \sigma \quad (2.36)$$

sendo

$$\sigma = \frac{3F_{\odot}a^2}{4GMcp_g r_g} Q_{pr} \quad (2.37)$$

em que: $F_{\odot}$ =fluxo solar, c =velocidade da luz, ρ_g =densidade do grão, r_g =raio do grão e Q_{pr} =fator de eficiência da pressão de radiação.

A influência do campo magnético intrínseco do planeta é sentida apenas por partículas carregadas eletricamente, possuindo o parâmetro L , dado por:

$$L = 2 \frac{n^2}{n_{\odot} \Omega_p} L' \quad (2.38)$$

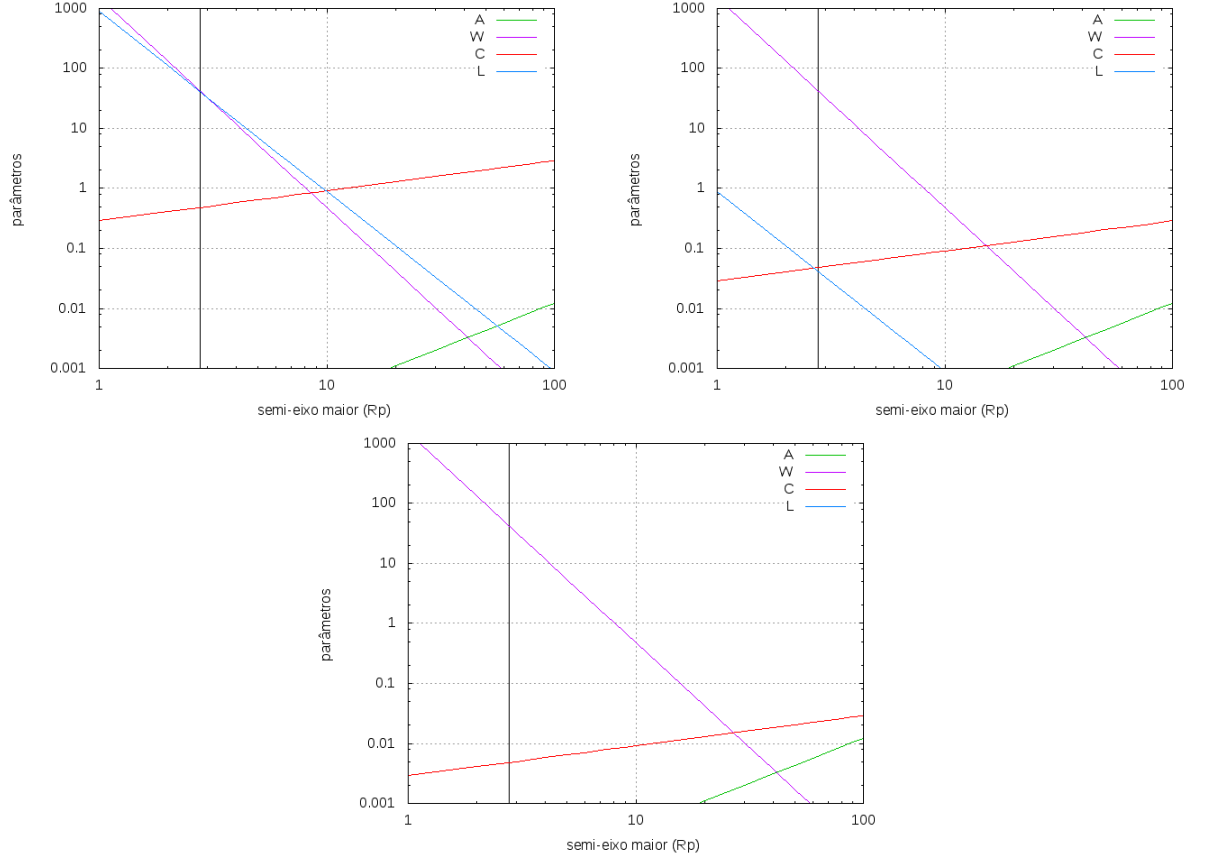
sendo L' uma constante adimensional:

$$L' = \frac{qg_{1.0}R^3\Omega_p}{\mu m_g c} \quad (2.39)$$

em que $g_{1.0}$ é o coeficiente de dipolo magnético do planeta, já q e m_g são a carga e a massa do grão, respectivamente.

Deste modo, para o caso de Saturno, foram gerados os gráficos 2.6, contendo os valores dos parâmetros pela distância da partícula em relação ao centro de massa do planeta, em raios planetários ($1R_p = 60330km$). O raio da partícula considerado foi de $1\mu m$, $10\mu m$ e $100\mu m$, respectivamente, tomando como densidade $\rho_g = 1g/cm^3$, fator de eficiência $Q_{pr} = 1$ (valor retirado de [7]) e potencial $V = -5,4V$ (retirado de [2]).

Figura 2.6: Parâmetros por distância para um grão de $1\mu m$, $10\mu m$ e $100\mu m$, respectivamente.



Fonte: Autoria própria.

Em 2.6 é possível ver, como já esperado, que a força de maré e o achatamento independem do raio da partícula, sendo que a maré perturba, para o caso de Saturno, corpos a uma distância maior que $20R_p$, enquanto o achatamento age em corpos a distâncias de até $50R_p$. Uma vez que este trabalho deseja estudar a dinâmica de partículas micrométricas no arco do anel G, localizada a uma distância média de $2,78R_p$ (delimitado em 2.6 por

uma linha da cor preta), vê-se que para esta distância, o achatamento planetário é a principal força perturbativa, seguida da pressão de radiação solar para $10\mu m$ e $100\mu m$, enquanto para partículas de $1\mu m$ a força eletromagnética é comparável ao achatamento planetário.

Como hipótese simplificadora, todas as partículas serão tratadas como neutras, excluindo, assim, grãos constituintes da magnetosfera de Saturno presentes na região do arco, de modo que a influência da força magnética se torne nula. Logo, conclui-se que o arco do anel G será influenciado pelo achatamento planetário e a pressão de radiação solar, perturbações incluídas no modelo computacional que simulará o sistema.

2.3 ELEMENTOS ORBITAIS GEOMÉTRICOS

Como já citado na seção anterior, o efeito da não-esfericidade do planeta (achatamento planetário) pode ser computada por meio da expansão do potencial gravitacional em uma série de polinômios de Legendre. Como apresentado em [5], o potencial gravitacional será dado por:

$$V = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{i=2}^{\infty} J_i \left(\frac{R}{r} \right)^i P_i(\sin \alpha) \right] \quad (2.40)$$

em que M é a massa do planeta e R é seu raio; J_i corresponde ao coeficiente de achatamento, $P_i(\sin \alpha)$ ao polinômio de Legendre e α a latitude do vetor $\vec{r}$, equivalente ao complemento do ângulo polar das coordenadas esféricas (θ). O primeiro termo da série foi destacado do restante para evidenciar que este corresponde ao potencial de uma esfera perfeita, de modo que os demais representarão perturbações.

Tais perturbações serão responsáveis por levar a órbita do corpo a precessionar, o que dificultará o uso dos elementos orbitais osculadores ($a_o, e_o, I_o, \varpi_o, \Omega_o, \lambda_o$). Deste modo, é conveniente deduzir um novo conjunto de elementos, chamado de elementos orbitais geométricos ($a, e, I, \varpi, \Omega, \lambda$).

Enquanto que para o problema de dois corpos verificava-se que o movimento do corpo permanecia confinado a um plano, o mesmo não pode ser inferido para o caso perturbado. Assim, o vetor-posição passará a ser escrito como $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. Devido à simetria azimutal apresentada pelo potencial gravitacional (2.40) é conveniente tratar o problema utilizando coordenadas cilíndricas:

$$x = r \cos L \quad (2.41)$$

$$y = r \sin L \quad (2.42)$$

$$z = z \quad (2.43)$$

sendo L o ângulo azimutal, também chamado de longitude. Segue-se as relações encontradas em [6]:

$$\dot{x} = \dot{r} \cos L - r \dot{L} \sin L \quad (2.44)$$

$$\dot{y} = \dot{r} \sin L + r \dot{L} \cos L \quad (2.45)$$

$$\dot{z} = \dot{z} \quad (2.46)$$

$$\sin \alpha = \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (2.47)$$

Utilizando as tranformações de coordenadas 2.41-2.43 é possível encontrar $\vec{r}$ e $\ddot{\vec{r}}$, do mesmo modo que é encontrado em 2.10 e 2.11. Logo, utilizando a mesma metodologia realizada no problema de dois corpos, pode-se relacionar o vetor-aceleração à força gravitacional por meio da segunda lei de Newton ($\ddot{\vec{r}} = \nabla V$), encontrando-se três equações de movimento, uma para cada componente do vetor-aceleração.

Assim como a equação de movimento 2.17 permitia encontrar a frequência de movimento médio ($n = \dot{u}$), as três equações advindas da aceleração do corpo orbitante darão origem a três frequências associadas ao movimento. Em [6], tais frequências são apresentadas, juntamente com a forma de relacionar os elementos orbitais geométricos com o vetor-posição, utilizando três componentes da expansão do potencial (J_2, J_4 e J_6), até termos quadráticos na excentricidade e inclinação, o que se mostra suficiente para o tratamento de corpos orbitando planetas do Sistema Solar.

São essas frequências: epicíclica horizontal (κ), responsável por caracterizar oscilações radiais, a frequência epicíclica vertical (ν), caracterizando oscilações verticais, e a frequência angular (n), sendo suas equações como apresentadas em [6]:

$$\begin{aligned} n = & \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 - \frac{15}{16} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_4 + \frac{35}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_6 - \frac{9}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_2^2 \right] + \\ & + \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[\frac{45}{64} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2 J_4 + \frac{27}{128} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2^3 + 3 \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 e^2 - 12 \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 I^2 \right] \quad (2.48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa = & \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[1 - \frac{3}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 + \frac{45}{16} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_4 - \frac{175}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_6 - \frac{9}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_2^2 \right] + \\ & + \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[\frac{135}{64} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2 J_4 - \frac{27}{128} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2^3 - 9 \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 I^2 \right] \quad (2.49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu = & \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[1 + \frac{9}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 - \frac{75}{16} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_4 + \frac{245}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_6 - \frac{81}{32} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_2^2 \right] + \\ & + \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \left[\frac{675}{64} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2 J_4 + \frac{729}{128} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_2^3 + 6 \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 e^2 - \frac{51}{4} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 I^2 \right] \end{aligned} \quad (2.50)$$

É válido citar que, se os coeficientes de achatamento forem nulos, todas as frequências se reduzirão à frequência de movimento médio kepleriano:

$$n = \kappa = \nu = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (2.51)$$

2.3.1 Vetor-posição para elementos geométricos

Para se obter os elementos orbitais geométricos a partir do vetor-posição, primeiramente, se faz necessário a conversão das componentes do vetor de coordenadas cartesianas para cilíndricas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.52)$$

$$L = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (2.53)$$

$$\dot{r} = \dot{x} \cos L + \dot{y} \sin L \quad (2.54)$$

$$\dot{L} = \frac{-\dot{x} \sin L + \dot{y} \cos L}{r} \quad (2.55)$$

sendo a longitude L definida no intervalo $[0, 2\pi]$, enquanto que o $\tan^{-1}(y/x)$ pertence ao intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$. Para alguns casos, a fórmula 2.53 não é válida, sendo necessárias outras relações, que são apresentadas a seguir:

$$L = \tan^{-1}(y/x) + \pi \quad x < 0 \quad (2.56)$$

$$L = \tan^{-1}(y/x) + 2\pi \quad \tan^{-1}(y/x) < 0 \quad (2.57)$$

$$L = \pi/2, \quad x = 0, y > 0 \quad (2.58)$$

$$L = 3\pi/2, \quad x = 0, y < 0 \quad (2.59)$$

Define-se também parâmetros auxiliares que facilitarão cálculos posteriores:

$$\eta^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 - 2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 + \frac{75}{8} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_4 - \frac{175}{8} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_6 \right] \quad (2.60)$$

$$\chi^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 + \frac{15}{2} \left(\frac{R}{a} \right)^2 J_2 - \frac{175}{8} \left(\frac{R}{a} \right)^4 J_4 + \frac{735}{16} \left(\frac{R}{a} \right)^6 J_6 \right] \quad (2.61)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3}(2\nu + \kappa) \quad (2.62)$$

$$\alpha_2 = 2\nu - \kappa \quad (2.63)$$

$$\alpha^2 = \alpha_1 \alpha_2 \quad (2.64)$$

Agora, incluindo os efeitos dos coeficientes de gravidade, encontra-se as coordenadas r_c , L_c e z_c , dadas por:

$$r_c = ae^2 \left[\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right] + aI^2 \left[\frac{3}{4} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right] \quad (2.65)$$

$$L_c = e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \sin 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \sin 2(\lambda - \Omega) \quad (2.66)$$

$$z_c = aIe \left[\frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \sin(2\lambda - \varpi - \Omega) - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \sin(\varpi - \Omega) \right] \quad (2.67)$$

$$\dot{r}_c = ae^2 \frac{\eta^2}{\kappa} \sin 2(\lambda - \kappa) - aI^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \nu \sin 2(\lambda - \Omega) \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \dot{L}_c = e^2 n \left[\frac{7}{2} - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right] + \\ + I^2 n \left[2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right] \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\dot{z}_c = aIe \left[\frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) + \frac{3}{2} \frac{\chi^2(\kappa - \nu)}{\kappa\alpha_2} \cos(\varpi - \Omega) \right] \quad (2.70)$$

Logo, os elementos orbitais geométricos serão:

$$a = \frac{r - r_c}{1 - \frac{\dot{L} - \dot{L}_c - n}{2n}} \quad (2.71)$$

$$e = \sqrt{\left(\frac{\dot{L} - \dot{L}_c - n}{2n} \right)^2 + \left(\frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa} \right)^2} \quad (2.72)$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{z - z_c}{a} \right)^2 + \left(\frac{\dot{z} - \dot{z}_c}{a\nu} \right)^2} \quad (2.73)$$

$$\lambda = L - L_c - 2 \frac{n}{\kappa} \frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa} \quad (2.74)$$

$$\tan(\lambda - \varpi) = \frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa \left(1 - \frac{r - r_c}{a} \right)} \quad (2.75)$$

$$\tan(\lambda - \Omega) = \nu \frac{z - z_c}{\dot{z} - \dot{z}_c} \quad (2.76)$$

2.3.2 Elementos geométricos para vetor-posição

Conhecendo-se os elementos orbitais geométricos $(a, e, I, \varpi, \Omega, \lambda)$, é possível calcular as coordenadas cilíndricas (r, L, z) por meio das relações:

$$r = a \left[1 - e \cos(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right) \right] + I^2 a \left[\frac{3}{4} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right] \quad (2.77)$$

$$L = \lambda + 2e \frac{n}{\kappa} \sin(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \sin 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \sin 2(\lambda - \Omega) \quad (2.78)$$

$$z = aI \left[\sin(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \sin(2\lambda - \varpi - \Omega) - e \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \sin(\varpi - \Omega) \right] \quad (2.79)$$

$$\dot{r} = a\kappa \left[e \sin(\lambda - \Omega) + e^2 \frac{\eta^2}{\kappa^2} \sin 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \frac{\nu}{\kappa} \sin 2(\lambda - \Omega) \right] \quad (2.80)$$

$$\dot{L} = n \left[1 + 2e \cos(\lambda - \varpi) + I^2 \left(2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \right] + ne^2 \left[\frac{7}{2} - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right] \quad (2.81)$$

$$\dot{z} = aI\nu \left[\cos(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1\nu} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) + e \frac{3}{2} \frac{\chi^2(\kappa - \nu)}{\kappa\alpha_2\nu} \cos(\varpi - \Omega) \right] \quad (2.82)$$

Por fim, as coordenadas cilíndricas podem ser convertidas para cartesianas utilizando as equações 2.41-2.46.

Analisando as transformações apresentadas, vê-se que estas apresentam um problema, pois para se obter os elementos geométricos, é necessário o uso das frequências κ , ν , n , as quais são dependentes dos próprios elementos citados. Computacionalmente, tal inconsistência pode ser resolvida por meio de iterações sucessivas, sendo apresentado em [6], os passos a serem seguidos em cada iteração:

1. Assumir: $a = r$, $e = I = 0$, $r_c = L_c = z_c = \dot{r}_c = \dot{L}_c = \dot{z}_c = 0$.
2. Calcular κ , ν , n com os valores assumidos acima.
3. Determinar $a, e, I, \varpi, \Omega, \lambda$ utilizando as frequências encontradas no segundo passo.
4. Recalcular κ , ν , n por meio dos elementos geométricos encontrados.
5. Repetir o terceiro e o quarto passos até a condição $|a_{i+1} - a_i| < \epsilon$ ser atendida, sendo ϵ o fator de erro adotado em [6] como sendo $\epsilon = 10^{-12}$.

Nas simulações numéricas realizadas neste trabalho, foram utilizadas as transformações desta seção, assim como, os procedimentos acima.

2.4 RESSONÂNCIA DE CORROTAÇÃO

Um fenômeno de corriqueira ocorrência em ciência planetária é a ressonância, ocorrendo quando o valor de uma certa grandeza em corpos diferentes pode ser relacionada por valores inteiros, ou ainda no mesmo corpo quando a ressonância é entre o movimento orbital e o rotacional deste. Um exemplo deste fenômeno é a ressonância de movimento médio (MMR), na qual a velocidade angular de dois objetos pode ser relacionada por inteiros. Segundo [5], tais sistemas são formados pela ação da força de maré existente entre os corpos envolvidos, que atua levando-os às órbitas ressonantes, podendo ser estas do tipo estável ou instável, dependendo das condições do sistema.

Quando em ressonância estável, verifica-se que os objetos se encontram em órbitas de energia mínima, sendo necessário um alto ganho energético para que estas sejam alteradas, assim, estes corpos encontram-se aprisionados nesses órbitas, como é o caso dos satélites Io e Europa que se encontram em ressonância 2:1, ou seja, Europa realiza uma volta em torno de Júpiter enquanto Io realiza duas.

Se em ressonância instável, os corpos são rapidamente propulsados para outras órbitas, podendo colidir com outros objetos do sistema. Um exemplo disto são as falhas de Kirkwood, correspondentes a regiões do cinturão principal de asteróides com ausência de objetos, o que se deve ao fato destas apresentarem ressonâncias de movimento médio instáveis com Júpiter.

Deste modo, supondo dois satélites coplanares e em órbitas circulares presos a uma ressonância de movimento médio $(p+q):p$, tem-se que suas frequências de movimento médio podem ser relacionadas pela razão:

$$\frac{n'}{n} = \frac{p}{p+q} \quad (2.83)$$

$$(p+q)n' - pn = 0 \quad (2.84)$$

em que n é a frequência do satélite interno e n' do externo, enquanto p e q são os inteiros que relacionam a ressonância. Integrando a relação obtida e tomando o tempo de passagem pelo pericentro (τ) como nulo, obtém-se:

$$\varphi = (p+q)\lambda' - p\lambda \quad (2.85)$$

sendo λ a longitude média.

Como é possível perceber, φ é um grandeza constante, sendo assim, de eficaz uso para o estudo de ressonância, pois permite verificar se dois corpos encontram-se ou não presos a esta. Adiante do fato de φ , que recebe o nome de ângulo de ressonância ou ângulo de libração, corresponder a uma relação matemática que permite verificar a ressonância, esta possui uma interpretação física, que é medir o deslocamento da longitude do conjunto

em relação ao pericentro do satélite externo. Uma fórmula medindo tal deslocamento em relação ao satélite interno pode ser encontrada invertendo os sinais em 2.84, culminando em uma equação correspondente a $-\varphi$.

Conforme discutido em [5], é possível encontrar uma relação geral para φ por meio da função perturbadora do corpo externo, existindo termos contendo a longitude do pericentro (ϖ), caso os satélites possuam excentricidade, e contendo a longitude do nó ascendente (Ω), caso em órbitas não-coplanares. Tal relação será dada por:

$$\varphi = j_1\lambda' + j_2\lambda + j_3\varpi' + j_4\varpi + j_5\Omega' + j_6\Omega \quad (2.86)$$

em que j_i são coeficientes inteiros.

Quando se trata de anéis planetários, o estudo de ressonâncias se mostra essencial, uma vez que a proximidade entre estes e satélites orbitando o planeta faz com que tal fenômeno seja comum, além de necessário na maior parte dos casos, para a explicação da estabilidade do sistema.

Foi discutido na seção anterior que o achatamento planetário leva ao surgimento de três frequências de movimento, a frequência angular (n), a horizontal (κ) e vertical (ν). Tais frequências são responsáveis pela formação, nas proximidades da região em que ocorreria uma MMR, de uma série de outras ressonâncias de ordens maiores. As de maior intensidade são: a ressonância de corrotação, Lindblad e vertical.

Para a compreensão destas ressonâncias é necessário a introdução de uma nova grandeza, a velocidade padrão (Ω_p), definida em [5] como a frequência angular do sistema de referência no qual o argumento do corpo externo é estacionário, possuindo como fórmula:

$$m\Omega_p = mn' + k\kappa' + p\nu' \quad (2.87)$$

Como $\kappa' = n' - \dot{\varpi}'$ e $\nu' = n' - \dot{\Omega}'$:

$$m\Omega_p = (m + k + p)n' - k\dot{\varpi}' - p\dot{\Omega}' \quad (2.88)$$

de modo que m , k e p são valores inteiros.

Assim, a ressonância de corrotação ocorrerá quando um múltiplo inteiro e não-nulo da diferença entre n e Ω_p for igual a zero, sendo que as ressonâncias de Lindblad e vertical existirão quando esta diferença for igual a frequência radial ou a frequência vertical, respectivamente.

Tratando apenas da ressonância de corrotação, tem-se que esta é definida por:

$$m(n - \Omega_p) = (m + k + p)n' - mn - k\dot{\varpi}' - p\dot{\Omega}' = 0 \quad (2.89)$$

Integrando, encontra-se o ângulo de libração:

$$\varphi = (m + k + p)\lambda' - m\lambda - k\varpi' - p\Omega' \quad (2.90)$$

Para corpos reais nas ressonâncias citadas, verifica-se que o ângulo de libração φ não corresponde a um valor constante como obtido matematicamente, entretanto este permanece oscilando em torno de um valor fixo. Olhando para a interpretação física de φ , tem-se que a ressonância de corotação é responsável pela criação de regiões de corotação, ou sítios ressonantes, nos quais os corpos terão sua longitude confinada entre um intervalo de valores. Tal característica pode explicar, por exemplo, a estabilidade de arcos, caso estiverem localizados nestes sítios ressonantes.

Com relação ao caso de interesse deste trabalho, é verificado que as partículas constituintes do arco do anel G e o satélite emergido por este, Aegaeon, estão em ressonância de corotação excêntrica 7:6 com o satélite exterior Mimas, como apresentado em [4]. O título de ressonância excêntrica se deve ao fato do satélite exterior possuir uma excentricidade significativa ($\sim 0,02$), o que deve ser incluído no ângulo ressonante. Outra característica a ser considerada no cálculo de φ é o fato do plano orbital de Mimas ser praticamente o mesmo que o orbital do arco, logo, perde-se a necessidade da inclusão da longitude do nó ascendente.

Como o plano orbital do arco e de Mimas é praticamente o mesmo, pode-se tomar $p = 0$, e devido à ressonância ser 7:6, tem-se que $m = 6$ e $m + k + p = 7$, implicando em $k = 1$. Logo, substituindo os coeficientes em 2.90, obtém-se o ângulo de libração do sistema que deseja estudar:

$$\varphi = 7\lambda' - 6\lambda - \varpi' \quad (2.91)$$

Devido a ressonância ser 7:6, ela deve dar origem a seis sítios ressonantes, com largura angular de 60° ($360^\circ/6$) cada, de modo que o arco do anel G deve corresponder ao sítio no qual encontra-se Aegaeon.

Os programas descritos no capítulo 3 utilizam os conceitos e as equações abordadas no presente capítulo, os aplicando com o intuito de determinar a dinâmica das partículas micrométricas no arco do anel G. Deste modo, no capítulo 4, é analisada a influência que a ressonância de corotação, descrita na seção 2.4, exerce no sistema, enquanto no capítulo 5, é estudado como a pressão de radiação solar altera os resultados encontrados no capítulo 4. O fato de tal força perturbativa influenciar o arco do anel G foi verificado na seção 2.2, mesma seção na qual se verificou ser o efeito do achatamento planetário significativo, efeito que possibilita a existência da ressonância de corotação.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Com o intuito de simular a evolução orbital das partículas do arco do anel G, desenvolveu-se um conjunto de programas, formado pelo integrador *Mercury* incrementado e programas próprios, sendo estes responsáveis por: gerar as partículas em torno de Aegaeon, converter os arquivos gerados pelo *Mercury* para elementos geométricos, calculando os ângulos de libração, além de um programa para verificar a ressonância dos corpos e fazer o controle das partículas perdidas (que foram ejetadas ou sofreram colisões).

3.1 INTEGRADOR MERCURY

De acordo com [1], o pacote integrador *Mercury* foi desenvolvido para simular a evolução orbital de um conjunto de N-corpos sob a influência do campo gravitacional de um corpo central de massa muito maior que a dos corpos orbitantes. É composto por três programas principais, escritos em Fortran 77, que utilizam os algoritmos MVS (Mixed-Variable Symplectic), Bürlich-Stöer ou RADAU 15, sendo da escolha do usuário aquele que será utilizado. Os três programas que compõem o pacote são *mercury6.for*, *element6.for* e *close6.for*.

mercury6.for é o programa principal do pacote, responsável por realizar toda a integração numérica, utilizando os parâmetros especificados pelo usuário, e gerar arquivos de saída que serão lidos pelos outros dois programas. *element6.for* é responsável por ler o arquivo gerado por *mercury6.for* e gerar as tabelas com a posição dos corpos envolvidos a cada instante. *close6.for* também lê os arquivos gerados pelo programa principal e gera tabelas detalhando os encontros próximos entre os corpos.

Além dos programas principais, o pacote é composto por vários arquivos de entrada descritos a seguir:

- *mercury.inc*: Contém as constantes que serão utilizadas pelos programas, sendo comum redefinir algumas destas para cada caso que será integrado. Dentre estas constantes definidas nesses arquivos, estão a massa do corpo central, a distância que será considerada como padrão e a constante gravitacional gaussiana.
- *swift.inc*: Contém parâmetros e constantes que serão utilizados pelos programas.
- *big.in*: Contém os parâmetros dos corpos maiores, correspondendo aqueles que perturbam todos os corpos do sistema. Esses parâmetros são: posição, massa e densi-

dade.

- *small.in*: Contém os parâmetros dos corpos menores. Objetos nesse arquivo possuem a atração gravitacional entre si não-computada, de modo que sofrem atração apenas dos corpos maiores. São descritos por meio da posição e velocidade ou dos elementos orbitais.
- *param.in*: Possui os parâmetros que regerão a integração, como o tempo inicial e final da integração, o intervalo de saída e de integração, precisão, a possibilidade de incluir o efeito de outras forças e características do corpo central como o seu raio e os coeficientes J_2, J_4, J_6 .
- *message.in*: Inclui as mensagens do integrador.
- *file.in*: Nesse arquivo de entrada são listados os arquivos que serão utilizados pelo integrador.
- *element.in*: Arquivo de entrada utilizado pelo programa *element6.for*, contendo parâmetros como, por exemplo, o sistema de coordenadas que será utilizado para a saída (cartesiano, asteroidal ou cometário).
- *close.in*: Arquivo de entrada utilizado por *close6.for*, contendo os parâmetros e os corpos que influenciarão os encontros próximos.

3.1.1 Inclusão de forças no integrador Mercury: pressão de radiação solar

As componentes da força de pressão de radiação, como apresentadas em [7], são:

$$F_x^{pr} = \frac{\beta G M_\odot}{r_\odot^2} \cos(n_\odot t) \quad (3.1)$$

$$F_y^{pr} = \frac{\beta G M_\odot}{r_\odot^2} \sin(n_\odot t) \cos \gamma \quad (3.2)$$

$$F_z^{pr} = \frac{\beta G M_\odot}{r_\odot^2} \sin(n_\odot t) \sin \gamma \quad (3.3)$$

sendo $M_\odot$ a massa do Sol, $n_\odot$ sua velocidade angular e $r_\odot$ seu vetor posição em relação ao corpo central. Já β corresponde a:

$$\beta = 5.7 \times 10^{-5} \frac{Q_{pr}}{r_g \rho_g} \quad (3.4)$$

Tendo-se utilizado em todas as simulações os valores $Q_{pr} = 1$ e $\rho_g = 1 \text{ g/cm}^3$.

Foram estas as equações incluídas no integrador, sendo que a posição solar em relação

ao sistema centrado em Saturno foi escrita como:

$$x_{\odot} = a_S \cos(n_{\odot} t) \quad (3.5)$$

$$y_{\odot} = a_S \sin(n_{\odot} t) \cos \gamma \quad (3.6)$$

$$z_{\odot} = a_S \sin(n_{\odot} t) \sin \gamma \quad (3.7)$$

$$r_{\odot} = \sqrt{x_{\odot}^2 + y_{\odot}^2 + z_{\odot}^2} = a_S \quad (3.8)$$

em que a_S corresponde ao semi-eixo maior de Saturno. Já $n_{\odot}$ foi determinado por meio da equação:

$$n_{\odot} = \frac{2\pi}{T_S} \quad (3.9)$$

em que T_S é o período de translação de Saturno, tendo sido utilizado o valor 29.4571 anos, retirado de [5].

3.2 PROGRAMAS ADICIONAIS

Os outros programas desenvolvidos para a análise dessas partículas são:

- *aegaeon.f90*: Gera os arquivos *big.in* e *small.in* que serão utilizados pelo pacote *Mercury*. Nele estão os elementos orbitais dos satélites Aegaeon e Mimas em ressonância, além de Tétis, sendo a função do programa apenas construir o arquivo *big.in*. Já para a formação do arquivo *small.in*, após o usuário especificar o número de partículas no sistema e se estas serão distribuídas aleatoriamente ou uniformemente, devendo-se informar qual a distância entre elas. Deste modo, o programa calcula o vetor-posição destas partículas utilizando os mesmos elementos orbitais de Aegaeon, com exceção do semi-eixo maior e longitude média, escrevendo então o arquivo *small.in*. Esse programa foi escrito utilizando como base o programa *geraagamenon.f90* cedido pelo Prof. Dr. Décio Cardozo Mourão.
- *car.c*: Faz a transformação de vetor-posição (saída do *Mercury*) para elementos geométricos, utilizando as equações apresentadas na seção 2.3. Programa escrito utilizando como base o programa *CAR2ORB.c* cedido pelo Dr. André Izidoro Ferreira da Costa.
- *angressoc.c*: Calcula, a partir da saída do *car.c*, o ângulo ressonante dos corpos.
- *testaresonancia.c*: Verifica quais corpos estão em ressonância, excluindo aqueles que não estão.
- *formabig.c*: Cria um novo arquivo *big.in* utilizando o vetor-posição final de Aegaeon, Mimas e Tétis, podendo ser utilizado, assim, como o arquivo de entrada em

integrações subsequentes.

- *formasmall.c*: Verifica se as partículas sofreram colisões com Aegaeon e se ultrapassaram as bordas do arco, do anel G e se cruzaram as órbitas dos satélites próximos (Mimas e Jano/Epimeteu). Aquelas que permanecem possuem suas posições finais incluídas em um novo arquivo *small.in*.
- *aegaeon.sh*: Programa responsável por gerenciar todos os programas do pacote, assim como gerar os gráficos dos ângulos ressonantes. Para a simulação numérica, é necessário rodar apenas este programa.

Apesar do conjunto de programas descrito nesse capítulo ter sido desenvolvido para o estudo da dinâmica das partículas micrométricas no arco do anel G, ele pode ser utilizado em qualquer sistema de corpos em ressonância. Como por exemplo, após as devidas alterações, este mesmo conjunto foi utilizado para o estudo da dinâmica dos arcos do anel Adams de Netuno, podendo todos esses programas serem disponibilizados entrando em contato com o autor desse trabalho.

4 ANÁLISE DOS EFEITOS DA RESSONÂNCIA NO ARCO DO ANEL G

4.1 SISTEMA RESSONANTE: AEGAEON-MIMAS

Na seção 2.4 foi determinado o ângulo que descreve a ressonância de corotação excêntrica (CER) 7:6 entre os corpos do arco do anel G e Mimas:

$$\varphi = 7\lambda' - 6\lambda - \varpi' \quad (4.1)$$

Este mesmo ângulo é apresentado em [4] para descrever a ressonância entre os satélites Aegaeon e Mimas, sendo discutido pelo autor que, para corroborar com as imagens e dados observacionais, este libra em torno de 180° com uma amplitude de 15° e período médio de 3,6 anos.

Todo corpo constituindo o arco do anel G deve estar em ressonância CER 7:6 com Mimas, entretanto isto não significa que todos devam ter igual ângulo ressonante, sendo necessário apenas que este oscile entre um intervalo menor que $[0^\circ:360^\circ]$. Assim, se optou por, primeiramente, colocar Aegaeon e Mimas em ressonância, como especificado em [4], para então se obter o conjunto de partículas.

Tabela 4.1: Elementos orbitais de Mimas e Aegaeon em 2008/22/08UT00:00:00, retirados do banco de dados Horizons.

Elementos	Aegaeon	Mimas
a (10^5km)	1,6803398728	1,8600466879
e (10^{-2})	0,3133178063	1,7245224226
I ($^\circ$)	0,0017328550	1,5641747812
ω ($^\circ$)	142,49114788	163,18023984
Ω ($^\circ$)	236,30175623	259,15258436
λ ($^\circ$)	5,3481201068	197,73278953

Fonte: Autoria própria.

Com esse intuito, os elementos orbitais de Mimas e Aegaeon foram retirados do banco

de dados da Nasa, Horizons, na data 2008/22/08UT00:00:00 (tabela 4.1), e utilizando-os, simulou-se numericamente a evolução dos satélites, não sendo verificada a ressonância.

Então, por meio da terceira lei de Kepler, foi calculada qual a razão entre os semi-eixos maiores para que se obtenha uma ressonância MMR 7:6, na qual Aegaeon efetua 7 voltas completas em torno de Saturno, enquanto Mimas completa 6, ou seja:

$$\frac{n_M}{n_A} = \frac{6}{7} \quad (4.2)$$

Por meio da terceira lei de Kepler:

$$a_A = \left(\frac{n_M}{n_A} \right)^{2/3} a_M \quad (4.3)$$

$$a_A = 0,902337085 a_M \quad (4.4)$$

$$a_A \approx 0,902 a_M \quad (4.5)$$

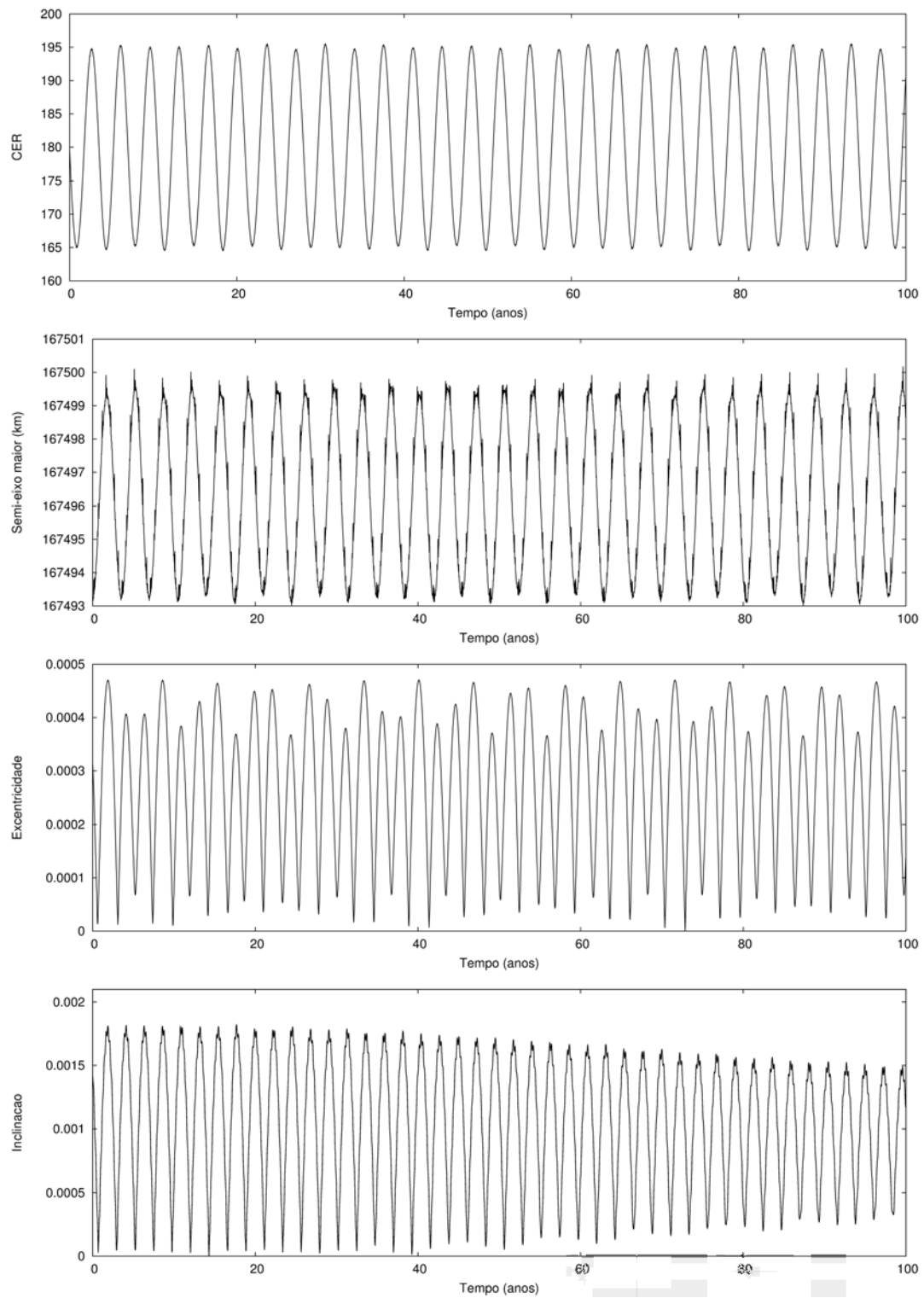
Fixando o semi-eixo maior de Mimas, se adicionou 10^{-4} ao de Aegaeon, encontrado na equação 4.5, até se verificar a ressonância, o que ocorreu para a razão dos semi-eixos maiores de 0,9028, tendo-se a partir de então, alterado a quinta e sexta casas decimais deste até se encontrar a amplitude desejada, como mostra a tabela 4.2. Tal foi verificada para $a_A = 0,902765 a_M$, obtendo-se o gráfico apresentado na figura 4.1. Em 4.1 também pode ser vista a variação do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação de Aegaeon, estando todos esses resultados de acordo com os apresentadas em [4].

Tabela 4.2: Relação entre os semi-eixos maiores e faixa de libração.

a_A/a_M	Faixa de libração
0,902800	$130^\circ - 230^\circ$
0,902850	$80^\circ - 270^\circ$
0,902750	$170^\circ - 190^\circ$
0,902760	$167^\circ - 193^\circ$
0,902770	$163^\circ - 200^\circ$
0,902765	$165^\circ - 195^\circ$

Fonte: Autoria própria.

Figura 4.1: φ do sistema Mimas-Aegaeon e variação da semi-eixo maior, excentricidade e inclinação de Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 4.3: Ressonâncias com Mimas consideradas, retiradas de [4] e [5].

Ressonância	Ordem	φ	Faixa de libração
Mimas-Tétis	4 : 2	$4\lambda - 2\lambda_M - \Omega - \Omega_M$	$-47^\circ - 47^\circ$
Pandora-Mimas	3 : 2	$3\lambda_M - 2\lambda$	—
Mimas-Anthe	11 : 10	$11\lambda - 10\lambda_M - \varpi_M$	$-90^\circ - 90^\circ$
Mimas-Methone	15 : 14	$15\lambda - 14\lambda_M - \varpi_M$	$-90^\circ - 90^\circ$

Fonte: Autoria própria.

Por estarem presos em uma ressonância de corotação excêntrica, alterações na excentricidade de Mimas influenciarão o movimento de Aegaeon. Deste modo, buscando verificar se outras ressonâncias do satélite maior gerarão alterações no ângulo de libração do menor, aquele foi colocado em ressonância com Anthe, Methone, Tétis e Pandora, sendo os dados das ressonâncias apresentados na tabela 4.3. Como resultado, foi encontrado que apenas Tétis influencia o movimento de Aegaeon, fato já esperado, uma vez que Anthe, Methone e Pandora possuem massa muito menor que Mimas, enquanto Tétis, cujos elementos são apresentados na tabela 4.4, possui uma massa, aproximadamente, 16 vezes maior que deste.

Tabela 4.4: Elementos orbitais de Tétis em 2008-22/08UT00:00:00, retirados do banco de dados Horizons.

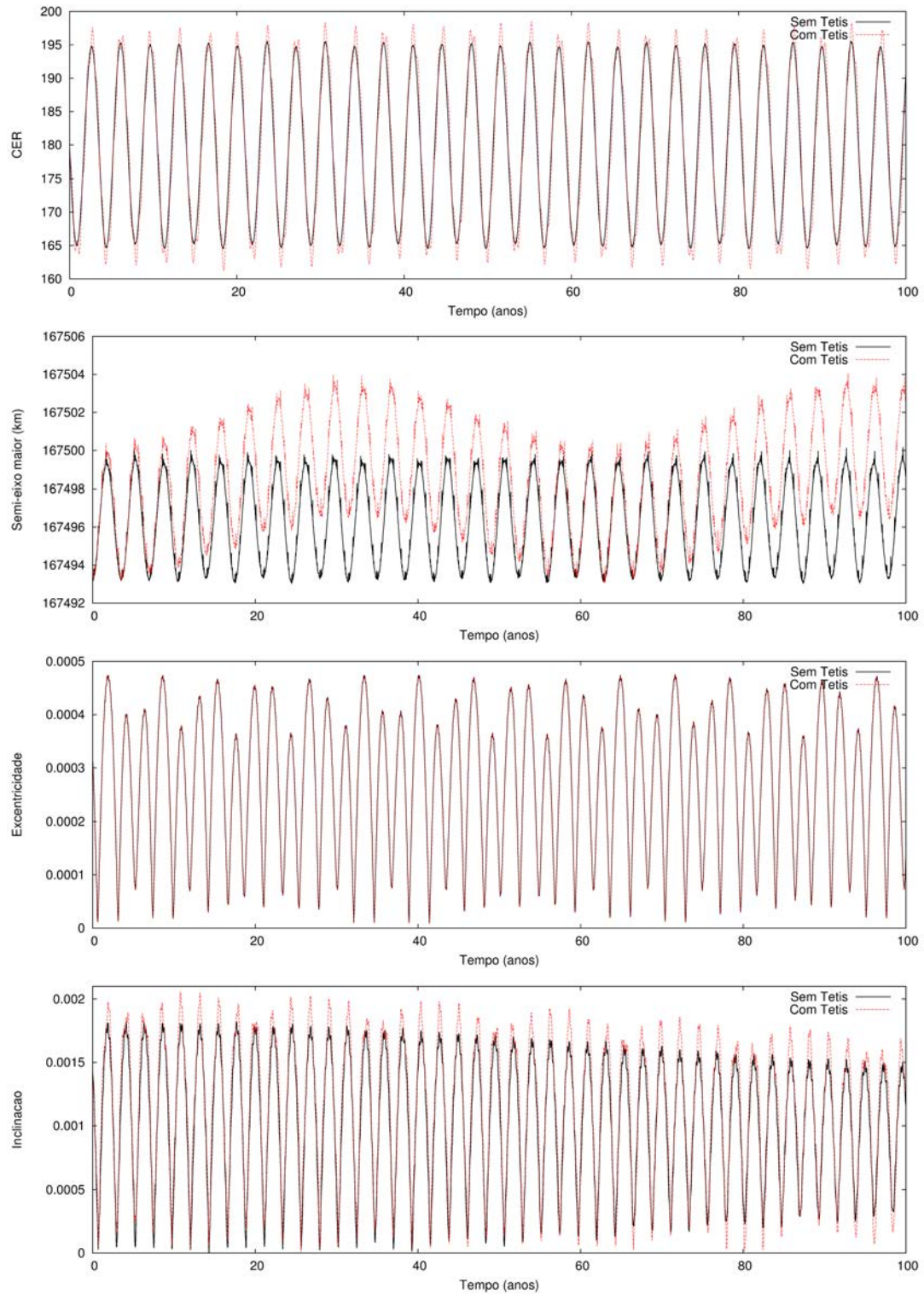
Elementos	Tétis
a (10^5km)	2,9497426488
e (10^{-2})	0,0828116581
I ($^\circ$)	1,0915162973
ω ($^\circ$)	15,906312542
Ω ($^\circ$)	355,42083194
λ ($^\circ$)	4,5221318570

Fonte: Autoria própria.

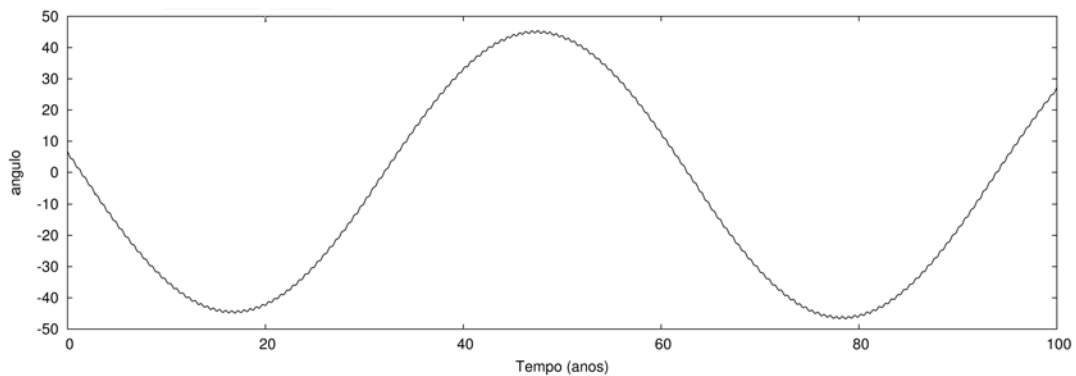
As variações temporais do ângulo ressonante, semi-eixo maior, excentricidade e inclinação de Aegaeon são apresentados na figura 4.2, podendo-se ver que a perturbação gerada por Tétis se apresenta na forma de flutuações no ângulo de ressonância de Aegaeon, levando o semi-eixo maior a realizar uma variação de longo período, além de aumentar a amplitude de oscilação da inclinação. Deste modo, os efeitos de Tétis devem ser considerados quando realizadas simulações com o arco de partículas. O ângulo ressonante de tal

satélite é apresentado na figura 4.3.

Figura 4.2: Ângulo de ressonância e variação de semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Tétis é incluído no sistema.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.3: Ângulo da ressonância Mimas-Tétis.

Fonte: Autoria própria.

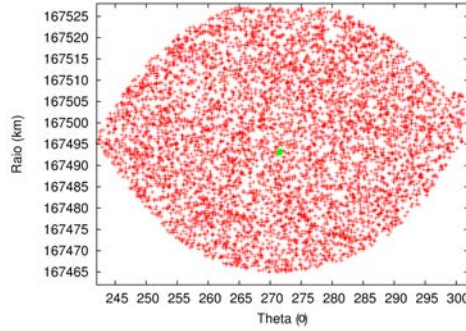
4.1.1 Sítio ressonante

Como já discutido na seção 2.4, em uma ressonância de corrotação 7:6, existem 6 regiões estáveis (sítios), nas quais as partículas permanecerão em ressonância, sendo que o arco do anel G corresponde ao sítio no qual Aegaeon se encontra imerso. Visto isso, buscou-se encontrar os limites desta região, de modo a obter um sistema de partículas em ressonância que reproduza o arco.

Assumindo que Aegaeon se encontra no centro do sítio ressonante e sabendo que este deve possuir largura angular de 60° , 10.000 partículas foram distribuídas aleatoriamente no intervalo $[a_A - 34km, a_A + 34km]$ para o semi-eixo maior e $[\lambda_A - 33^\circ, \lambda_A + 33^\circ]$ para a longitude média. Apesar de ser possível calcular a largura da ressonância analiticamente, a faixa de semi-eixo maior utilizada foi determinada por meio de simulações preliminares, variando o semi-eixo maior de Aegaeon. Tal sistema de partículas foi simulado por 20 anos, incluindo-se os efeitos do achatamento de Saturno (J_2 , J_4 e J_6), Mimas e Tétis.

Verificando a ressonância do sistema de partículas, obtém-se o sítio apresentado na figura 4.4, que apresenta as condições iniciais das partículas em ressonância, correspondendo estas a 61,2% do sistema inicial (6.120 partículas), de modo que o restante das partículas iniciam-se fora da ressonância. Como pode-se ver, tal sítio possui largura de 64km e comprimento angular de 60° , como já esperado. Aegaeon se encontra um pouco deslocado do centro da ressonância.

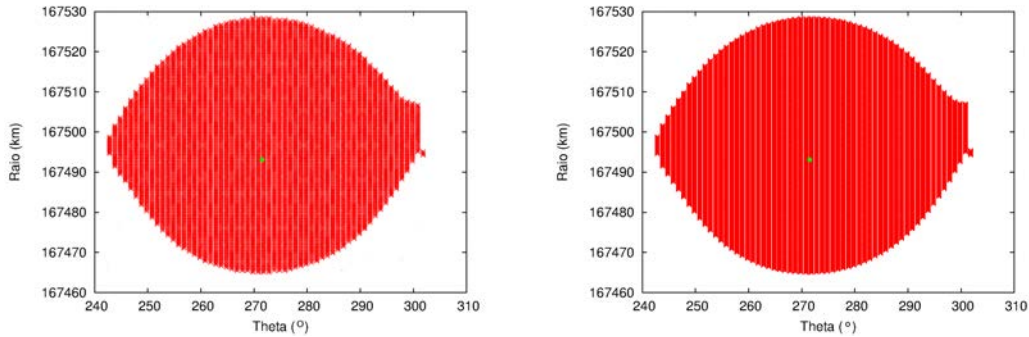
Figura 4.4: Sistema de partículas em ressonância, Aegaeon é o ponto em verde em $\theta = 272^\circ$.



Fonte: Autoria própria.

Delimitado o sítio correspondente ao arco do anel G, dois sistemas de partículas em ressonância, apresentados na figura 4.5, foram formados, desta vez, tomando uma distribuição uniforme, com separação angular entre partículas de 1° e no semi-eixo maior de $400m$ e $100m$, possuindo estes, 6.886 e 27.551 partículas, respectivamente. Estes dois sistemas, assim como o primeiro encontrado, foram os utilizados nas simulações posteriores.

Figura 4.5: Sistemas iniciais de partículas, estando Aegaeon em $\theta = 272^\circ$ (ponto em cor verde).



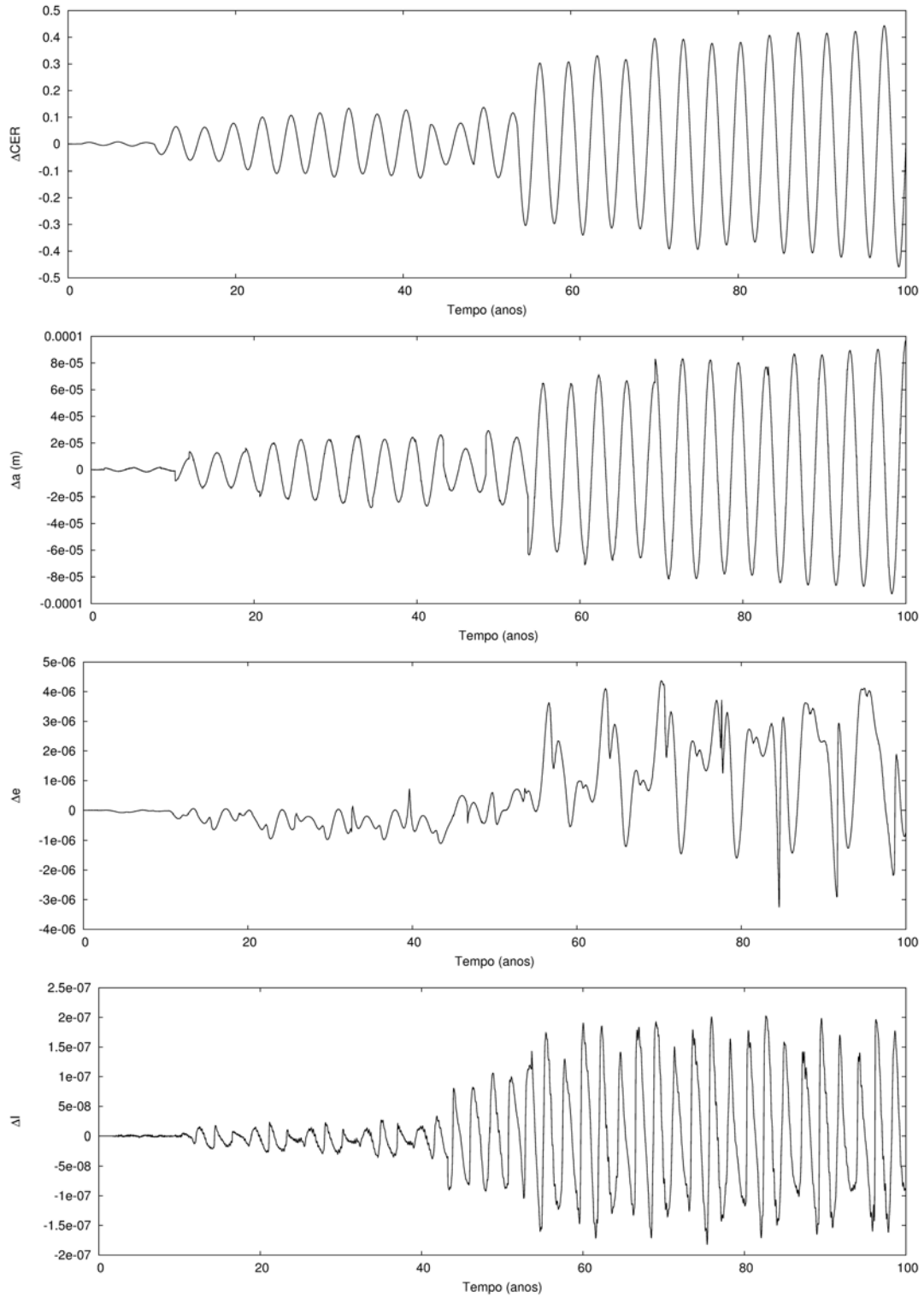
Fonte: Autoria própria.

4.2 EFEITOS DA RESSONÂNCIA E DE AEGAEON NA DINÂMICA DAS PARTÍCULAS

Com o intuito de determinar quais os frutos da ressonância no movimento das partículas do arco, os sistemas descritos na seção anterior foram, primeiramente, simulados por 500 anos incluindo Mimas, Tétis e os efeitos do achatamento de Saturno (J_2, J_4 e J_6), tendo-se adicionado Aegaeon posteriormente, de modo a determinar a influência do satélite na evolução das partículas do arco. Tal influência pode ser vista nas figuras 4.6 e 4.7 que apresentam a diferença dos elementos φ , a , e e I para o casos com e sem Aegaeon, de duas partículas iniciadas a aproximadamente $10km$ do centro de ressonância, de modo

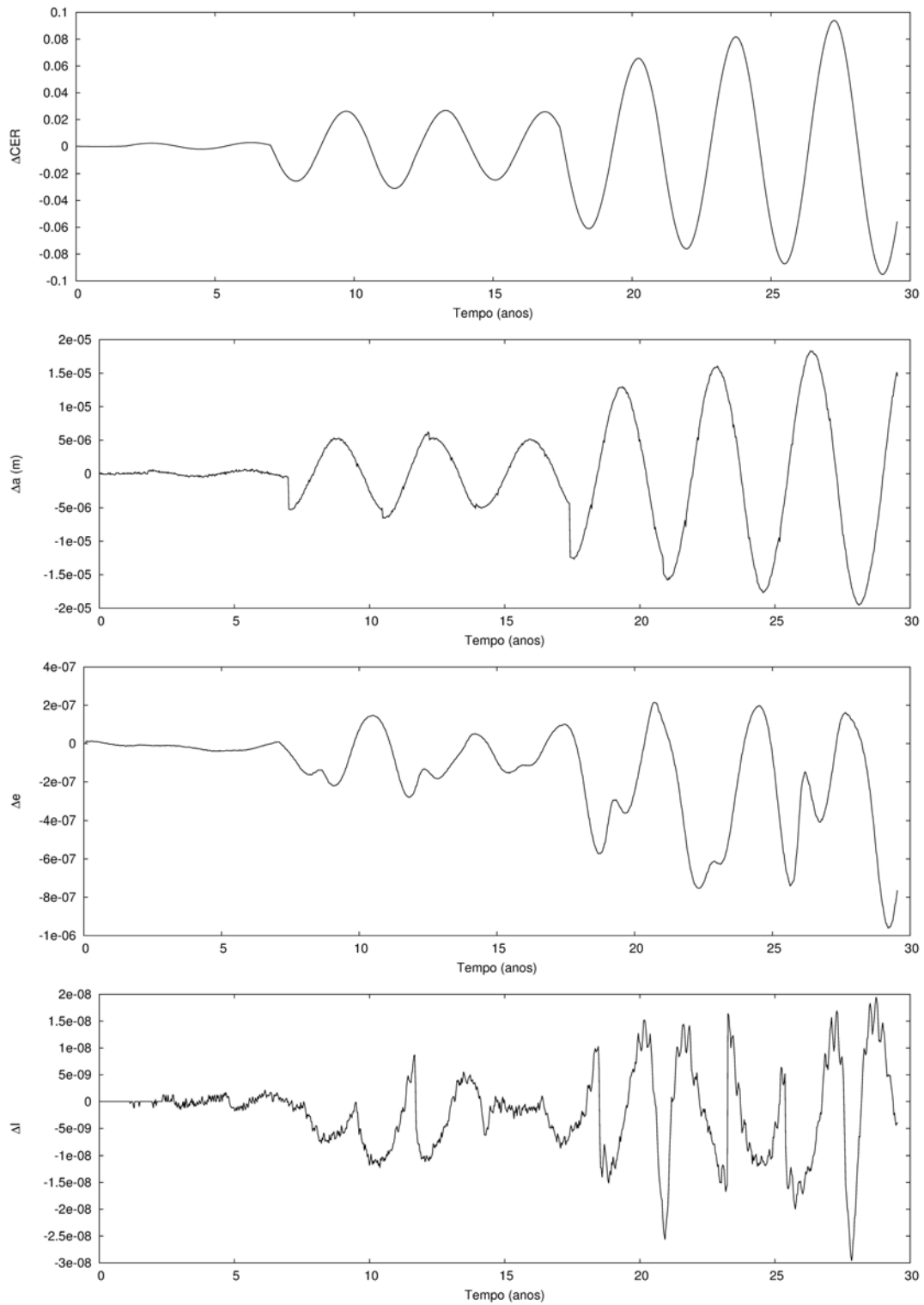
que, a primeira permanece no sistema durante todas as integrações, enquanto a segunda colide (na simulação com Aegaeon) com o satélite após 29,5 anos.

Figura 4.6: Diferença da variação do ângulo ressonante, semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Aegaeon é incluído no sistema.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.7: Diferença da variação do ângulo ressonante, semi-eixo maior, excentricidade e inclinação quando Aegaeon é incluído no sistema, para uma partícula que colide.

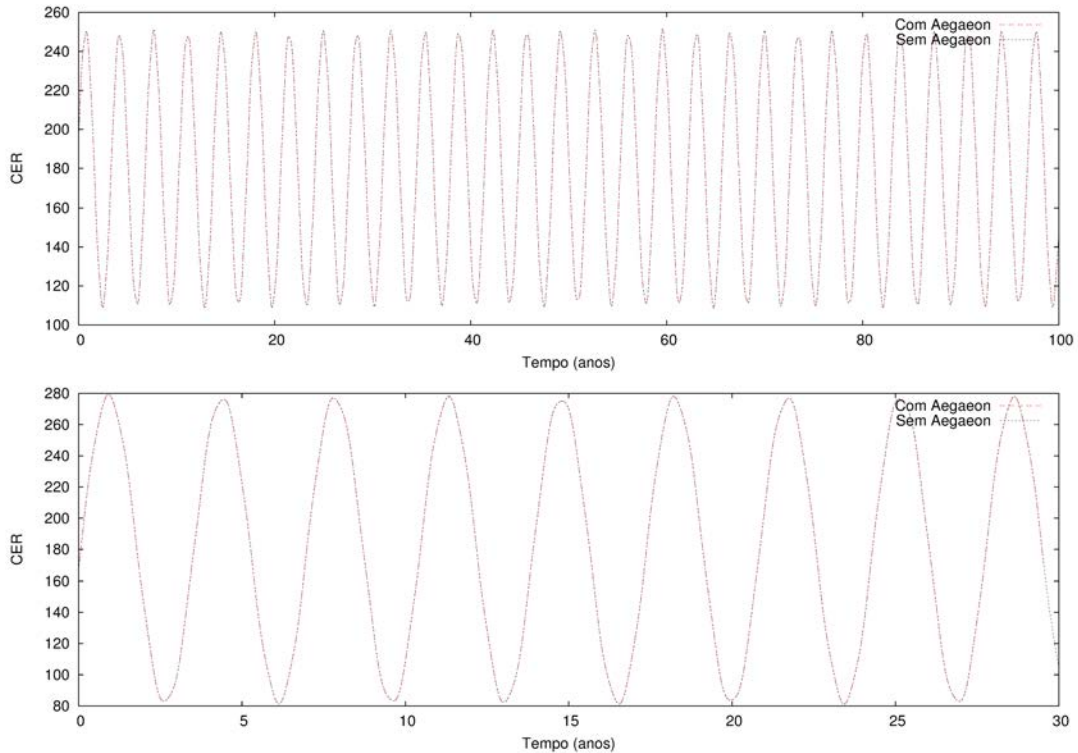


Fonte: Autoria própria.

Analisando as figuras 4.6 e 4.7, vê-se que a alteração gerada por Aegaeon nos elementos orbitais é pequena comparada a variação total desses elementos, mesmo para a

partícula que colide, sendo que o ângulo ressonante se apresenta como a grandeza mais sensível à presença do satélite. A figura 4.8 apresenta φ para as duas partículas em questão, podendo ser visto que o ângulo de libração não sofre alterações visíveis com e sem Aegaeon. Apesar disto, φ varia alguns décimos de grau devido ao satélite, levando a crer que um número pequeno de partículas possa sair da ressonância devido seu efeito.

Figura 4.8: Ângulo ressonante para duas partículas, com e sem Aegaeon



Fonte: Autoria própria.

De fato, foi verificado que, enquanto para as simulações sem Aegaeon, todas partículas permanecem ressonantes, quando há a inclusão deste, em média, 0,68% saem da ressonância, correspondendo estas as que se iniciaram nas bordas do sítio ressonante, ou seja, possuem seu ângulo de libração com amplitude muito próxima de 180° .

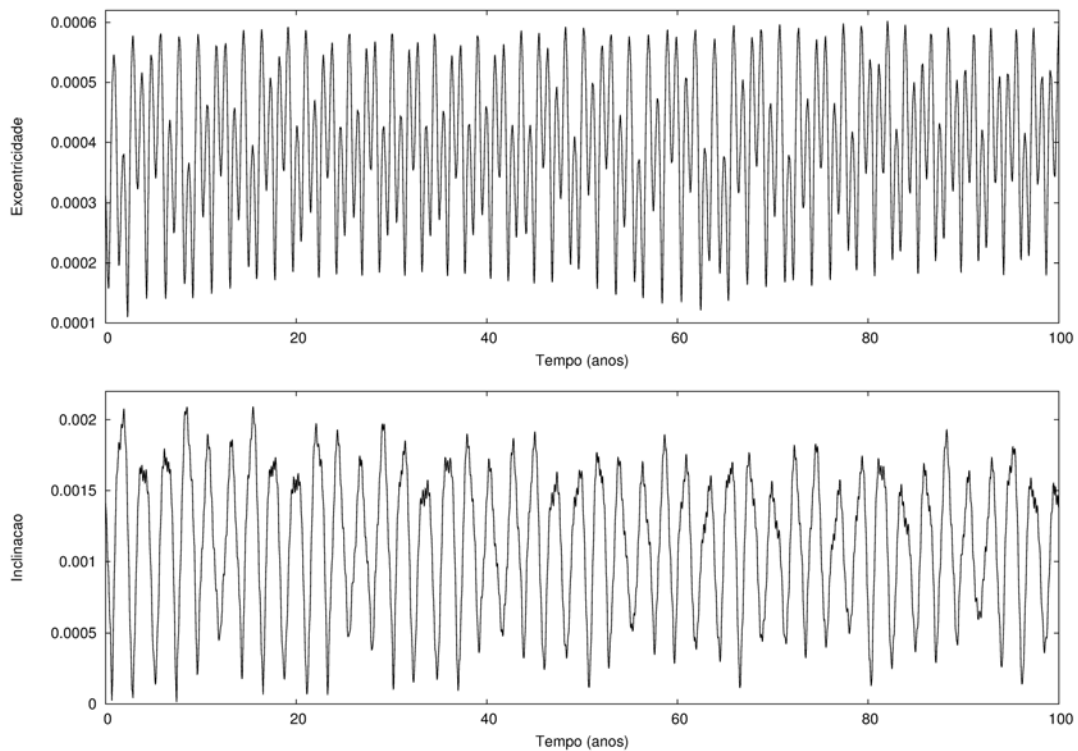
Deste modo, pode-se concluir que a presença de Aegaeon é responsável por reduzir a região que pode ser considerada como arco do anel G. Devido ao fato das partículas que saem da ressonância estarem nas bordas, uma estimativa grosseira desta redução pode ser feita supondo ser o sítio ressonante uma região circular de raio 32km. Assim, tem-se que 100% das partículas ocupam uma área de $\pi(32^2)$, enquanto 99,32%(100%-0,68%) das partículas ocuparão uma área de πR^2 . Realizando essa proporção, encontra-se $R = 31,89\text{km}$, significando que a presença do satélite é responsável por uma contração radial da região do arco de 110m.

Além de alterar as bordas do arco, Aegaeon é significativo por se apresentar ao

sistema de partículas como uma barreira física. Diferente das simulações sem o satélite, nas quais não são verificadas colisões, as que o incluem apresentam uma alta taxa de colisão, de modo que, ao final dos 500 anos de simulação, em média, 77,82% destas chocam com Aegaeon, restando 22,18% do sistema inicial. Com isto, tem-se que o satélite é responsável por gerar uma grande perda de partículas.

Analisando os elementos orbitais, vê-se que a ressonância, juntamente com as outras perturbações incluídas (Aegaeon, Mimas, Tétis, J_2 , J_4 e J_6), é responsável por gerar variações na excentricidade e inclinação de similar forma e amplitude para todas as partículas, com o primeiro elemento atingindo valores próximos de 6×10^{-3} enquanto o segundo apresenta máximos de $0,0024^\circ$. Apesar destes serem maiores que os verificados em Aegaeon, não correspondem a grandes diferenças, de modo que se pode afirmar que as partículas não tem suas órbitas significativamente excitadas em relação às iniciais, podendo ser o mesmo dito sobre seus planos orbitais. Para ilustrar a variação dos elementos citados, estes são apresentados na figura 4.9 para um grão iniciado a 5km de Aegaeon.

Figura 4.9: Excentricidade e inclinação de uma partícula a 15km de Aegaeon.



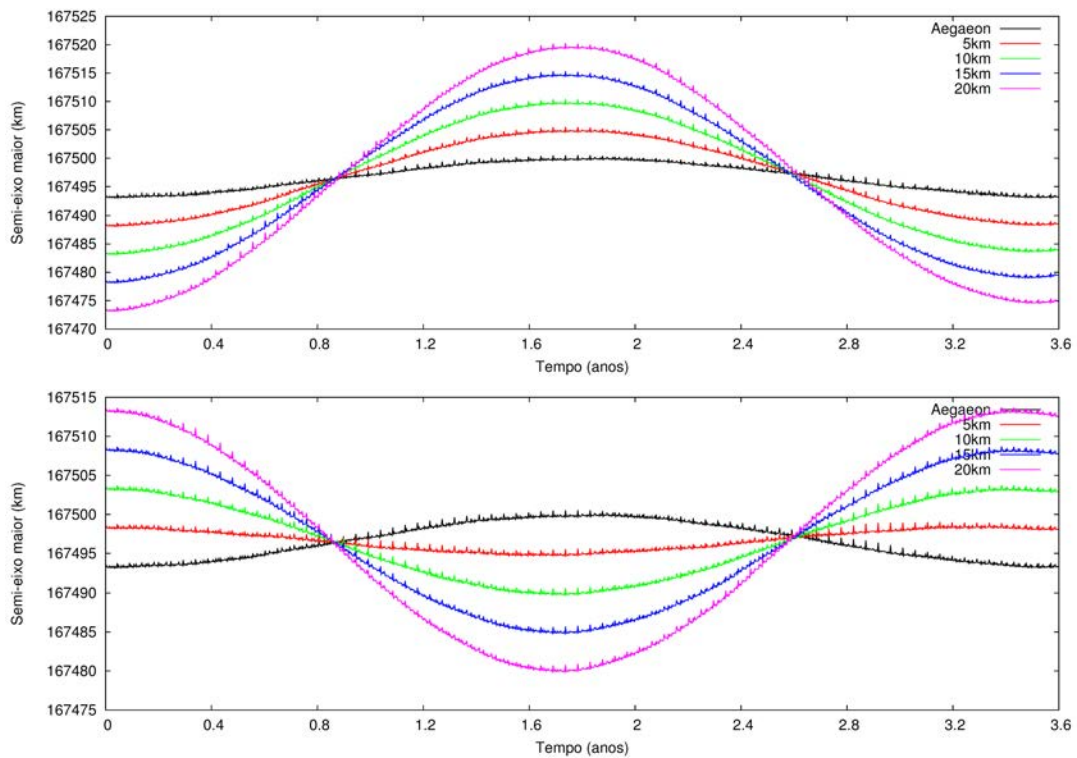
Fonte: Autoria própria.

O elemento orbital, no qual observa-se maior influência da ressonância, é o semi-eixo maior. Enquanto para partículas fora da ressonância, sob o efeito das outras perturbações consideradas, tal elemento oscila com período e amplitude dependentes da distância a Saturno, para as em ressonância, o encontrado foram oscilações a período constante de 3,6

anos e amplitude dependente da distância ao centro da ressonância. De forma que todas partículas com uma mesma distância inicial da posição central do gomo possuem mesma amplitude de oscilação. Tal resultado significa que quanto mais presa uma partícula estiver à ressonância, ou seja, quanto menor for a amplitude de seu ângulo ressonante, mais estável será sua órbita, de forma que a variação de seu semi-eixo maior será menor.

Em 4.10 é apresentada a variação do semi-eixo maior de algumas partículas na borda interna e externa do arco, respectivamente, estando na legenda a distância inicial destas em relação ao centro de ressonância.

Figura 4.10: Variação do semi-eixo maior para partículas na borda interna e externa do arco, respectivamente.



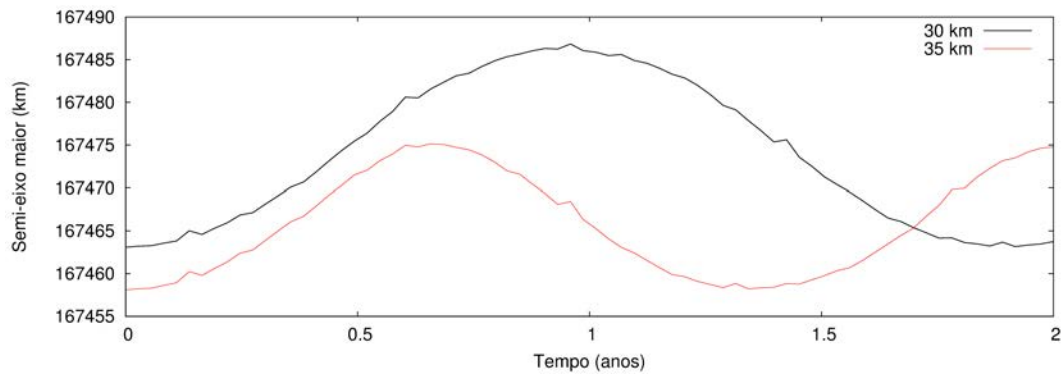
Fonte: Autoria própria.

Aegaeon, por estar mais próximo da borda interna do arco, possui sua variação de semi-eixo maior condizente com as da primeira figura em 4.10, ou seja, tal elemento, para o satélite, alcança seus valores máximos e mínimos no mesmo tempo em que isto ocorre para as partículas na borda interna, diferente do obtido para as partículas da borda externa, onde seus semi-eixos maiores alcançam seus valores máximos quando o semi-eixo maior de Aegaeon chega ao seu valor mínimo e vice-versa. Entretanto, o ponto mais importante a ser observado nas figuras 4.10 é que não há distinção entre a variação do elemento para as partículas e o satélite, possuindo todos similares evoluções orbitais.

Para demonstrar que a amplitude e período do semi-eixo maior dependem da distância

a Saturno quando as partículas estiverem fora da ressonância, foram colocados dois grãos, a 30km e 35km de Aegaeon, nas proximidades da borda interna do arco, apresentados na figura 4.11.

Figura 4.11: Variação do semi-eixo maior das partículas não ressonantes.



Fonte: Autoria própria.

Frente ao discutido, conclui-se que a ressonância de corotação com Mimas é responsável por confinar as partículas do arco do anel G, sendo este confinamento sentido, principalmente, na variação do semi-eixo maior destas. Partículas fora da ressonância possuem seu semi-eixo maior variando com período e amplitude vinculadas a distância a Saturno. Já para corpos em ressonância, a variação de tal elemento ocorre a período constante e amplitude dependente unicamente da distância do centro da ressonância. Esse efeito de confinamento propicia encontros próximos dos grãos com Aegaeon, explicando o fato de em 500 anos, 77,82% destes colidirem com o satélite.

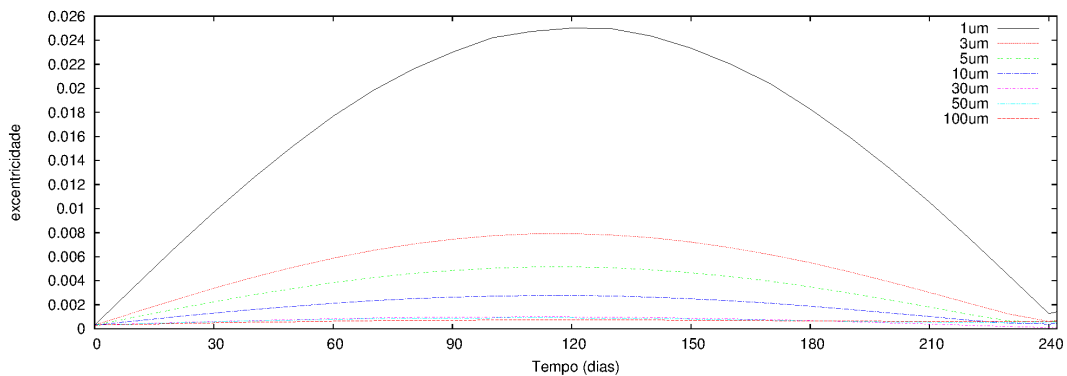
5 DINÂMICA DAS PARTÍCULAS SOB EFEITO DA PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR

5.1 PARTÍCULAS MICROMÉTRICAS LOCALIZADAS NO ARCO

Quando se trata de partículas micrométricas, são significantes, além dos efeitos do achatamento planetário, os da pressão de radiação solar, como evidenciado na seção 2.2. Tal perturbação é resultado da força exercida, no corpo, pela radiação emitida principalmente pelo Sol, fazendo-o ganhar velocidade em uma direção preferencial devido a trocas de momento linear com a radiação solar, sendo este o motivo da pressão de radiação solar ser considerada uma força de arrasto. Em Saturno, devido à sua distância em relação ao Sol, tal efeito se mostra significante apenas em partículas micrométricas ou menores, podendo ser desprezado em partículas centimétricas ou corpos maiores.

Deste modo, os sistemas de partículas descritos no capítulo anterior foram simulados por 500 anos, incluindo-se os efeitos do achatamento planetário (J_2 , J_4 e J_6), Mimas, Tétis, Aegaeon e a pressão de radiação solar, seguindo a metodologia apresentada em [7] e descrita no capítulo 3. Para uma mesma simulação, todas as partículas foram consideradas com o mesmo tamanho, simulando-se casos com raio de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$, $30\mu m$, $50\mu m$ e $100\mu m$. Como será discutido adiante, as partículas colidem rapidamente com o satélite, não se fazendo necessária a inclusão da componente de Poynting-Robertson, cujo efeito é de longo período.

Figura 5.1: Variação da excentricidade devido a pressão de radiação solar.

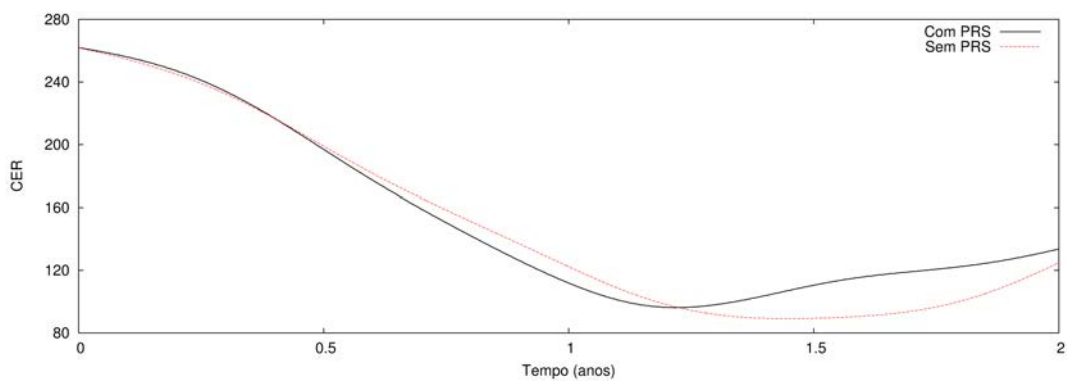


Fonte: Autoria própria.

Como principal resultado, encontra-se que a pressão de radiação solar é responsável por excitar as órbitas dos grãos, gerando oscilações da excentricidade a período constante de aproximadamente 240 dias e amplitude também constante, para um mesmo raio de grão, como pode ser visto na figura 5.1.

Devido a rápida variação no formato da órbita, o ângulo ressonante sofre modificações, não apresentando o período e a amplitude constante como quando o efeito da pressão de radiação solar não é considerado. Tal resultado pode ser visto na figura 5.2, que apresenta esta grandeza para uma partícula de $1\mu m$ iniciada a 20km de Aegaeon.

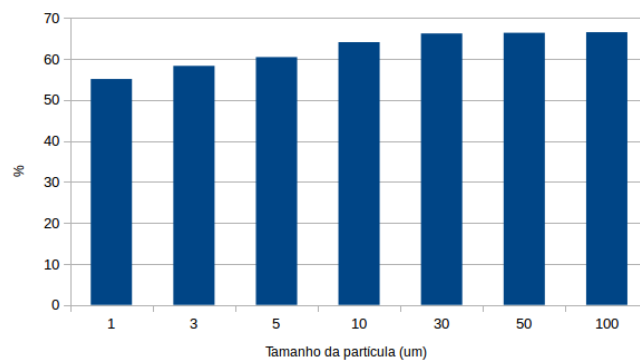
Figura 5.2: Efeito da pressão de radiação solar sobre φ .



Fonte: Autoria própria.

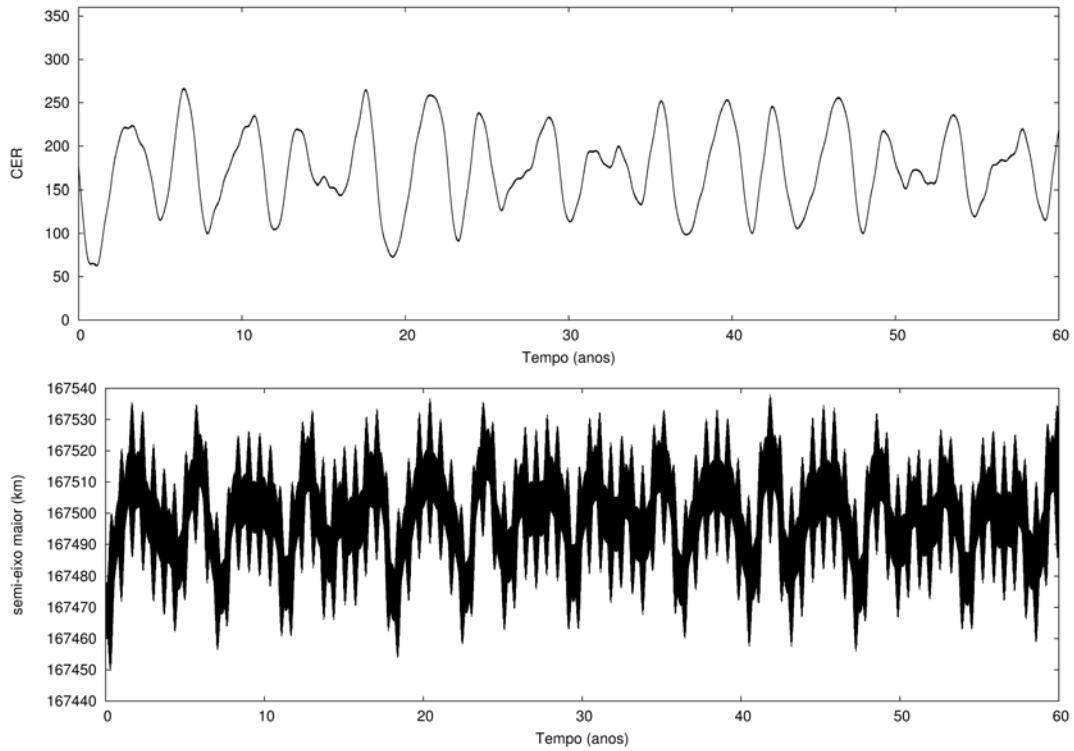
Assim, o ângulo de libração de parte das partículas passa a circular, principalmente das iniciadas na borda do sítio, tendo-se na figura 5.3 a taxa das que permanecem em ressonância durante todas suas evoluções orbitais. Como já esperado, para menores raios, menor é tal porcentagem, uma vez que são maiores os efeitos da pressão de radiação solar.

Figura 5.3: Porcentagem de partículas que permanecem em ressonância.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.4: Variação de φ e semi-eixo maior para uma partícula localizada a 20 km de Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

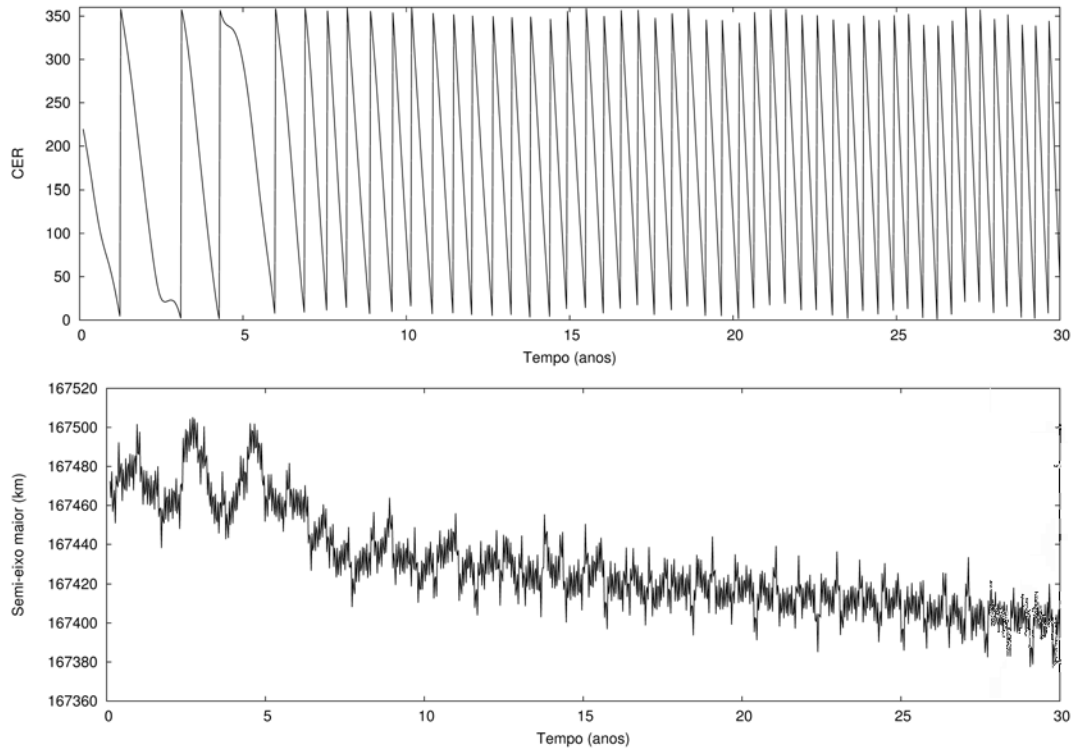
Analisando a relação entre as grandezas a e φ , tem-se que, enquanto a partícula permanece em ressonância, seu semi-eixo maior oscila em torno de um valor fixo; já ao sair desta, é observado um decréscimo do mesmo elemento, causado pela pressão de radiação solar, combinada as outras perturbações presentes no sistema (achatamento planetário, Mimas, Tétis e Aegaeon).

Nas figuras 5.4 e 5.5 são apresentados o ângulo ressonante e o semi-eixo maior de uma partícula de $1\mu m$ que permanece e outra que sai da ressonância, respectivamente, de modo que a citada relação existente entre as duas grandezas pode ser vista.

Na figura 5.5 fica evidente que, devido ao decréscimo do elemento a , as partículas tendem a migrar para o anel G, não retornando para o arco após o valor médio do semi-eixo maior se tornar menor que o raio da borda interna do mesmo.

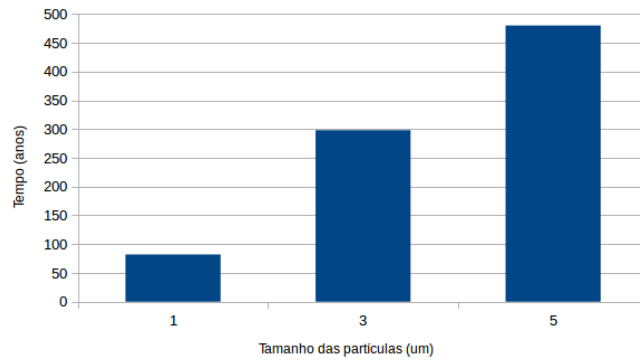
Apesar do tempo para que ocorra esta migração depender da posição inicial do corpo e de quanto tempo demorou para este sair da ressonância, calculou-se, por meio dos dados obtidos nas simulações, o tempo médio para tal fenômeno, obtendo-se que as partículas, ao saírem da ressonância, migram para a anel após, aproximadamente, 82 anos, para corpos de $1\mu m$. Este valor para $3\mu m$ e $5\mu m$ é apresentado na figura 5.6, enquanto para tamanhos maiores, é superior a 500 anos.

Figura 5.5: Variação de φ e semi-eixo maior para uma partícula localizada a 30 km de Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.6: Tempo médio para as partículas fora da ressonância migrarem para o anel G.



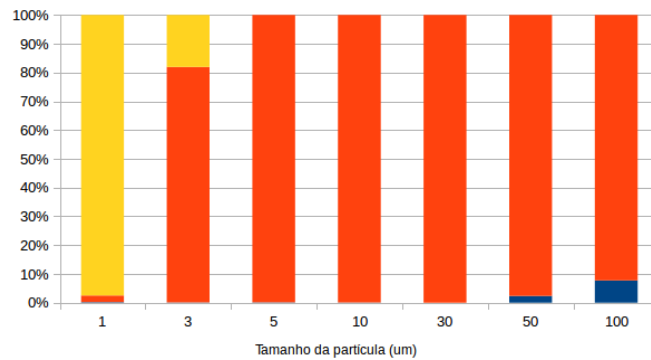
Fonte: Autoria própria.

Devido ao tempo para a saída do arco ser relativamente grande, seria inconsistente desconsiderar estas partículas como constituintes do mesmo, uma vez que, apesar de não estarem efetivamente confinadas neste, permanecem um grande período de tempo em sua região. Assim, os grãos que permanecem em ressonância durante todas suas evoluções orbitais e os que saem desta serão analisados separadamente, de modo a poder determinar como se distingue a dinâmica destes dois conjuntos.

Tratando-se dos grãos ressonantes, obtém-se que, apesar de presos na ressonância

de corotação, estes não permanecem limitados as bordas do arco, sendo o mesmo verificado para os fora da ressonância. Tal resultado é mostrado na figura 5.7 que apresenta a porcentagem de partículas que permanecem na região delimitada como arco durante toda suas evoluções orbitais (cor azul) e as que atravessam as bordas do arco, permanecendo dentro da região do anel (cor laranja) ou saindo deste (cor amarela). Como pode-se ver, mesmo para os maiores raios considerados, é significativo o número de grãos que saem do arco, sendo que, para raios menores que $3\mu m$, parte destes atravessam a borda interna do anel G, próxima da qual localiza-se o arco.

Figura 5.7: Porcentagem das partículas em ressonância que permanecem no arco e que saem deste.

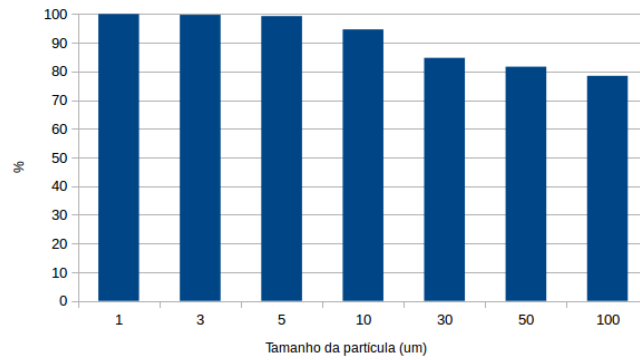


Fonte: Autoria própria.

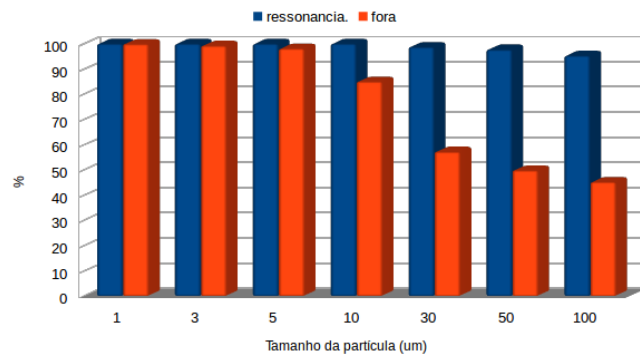
Analisando o movimento destes grãos, tem-se que, devido ao aumento de excentricidade gerado pela pressão de radiação solar, o apocentro e pericentro de suas órbitas são levados para regiões fora da usualmente delimitada como arco, de modo que permanecem entrando e saindo deste, com um período médio de 19 horas.

Mesmo para os que percorrem uma maior região, verificou-se que apesar de atravessarem a borda interna do anel G, nunca ultrapassam sua borda externa, além de nunca cruzarem as órbitas dos satélites próximos, Jano e Epimeteu, sendo razoável supor que grande maioria destes corpos não se perdem ao sair do arco, continuando, assim, a serem considerados constituintes do mesmo.

Visto isto, o principal mecanismo de perda será colisões com Aegaeon, sendo os dados destas apresentados na figura 5.8. Como pode-se ver, apenas para partículas maiores que $10\mu m$ existe uma taxa significativa de sobrevivência, sendo esta praticamente nula para menores raios. Tais resultados referem-se a todas as partículas simuladas, deste modo, realizando-se a distinção entre as que permanecem em ressonância e as que saem desta, obtém-se a figura 5.9, estando em cor azul as partículas ressonantes e em cor laranja, as não-ressonantes.

Figura 5.8: Porcentagem das partículas que colidem com Aegaeon.

Fonte: Autoria própria.

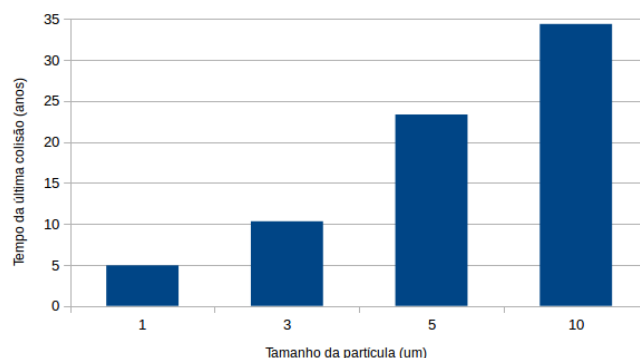
Figura 5.9: Porcentagem de colisão de partículas em ressonância e fora.

Fonte: Autoria própria.

Por meio desta figura é possível visualizar a diferença de dinâmica dos dois grupos considerados. Em todos os casos simulados, verifica-se a permanência, após os 500 anos, de partículas fora da ressonância, entretanto o mesmo não ocorre com as ressonantes. Obtém-se para este grupo que, todas menores que $10\mu m$ colidem, ocorrendo sobrevivência apenas para raios maiores que este, apesar de em pequena porcentagem. Por tal resultado fica claro o discutido na seção 4.2 de que as partículas confinadas pela ressonância possuem grande probabilidade de colidirem com Aegaeon.

Como uma forma de se ter uma medida da taxa de colisão dos grãos ressonantes, é apresentado na figura 5.10, o tempo da última colisão com Aegaeon, para os casos em que não há sobrevivência, podendo ser visto que, a região é limpa em menos de 40 anos de partículas com raios menores que $10\mu m$.

Figura 5.10: Tempo da última colisão de uma partícula ressonante com Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

Tal elevada taxa de colisão pode ser entendida olhando-se para a variação dos elementos orbitais. Quando presas a ressonância e sob o efeito da pressão de radiação solar, as partículas apresentam a excentricidade oscilando de modo significativo, além do semi-eixo maior variando em torno de um valor fixo. Isto significa que estas, durante suas evoluções orbitais, varrem uma mesma região do espaço que abrange a órbita de Aegaeon, em um rápido período de tempo (19 horas).

Desta forma, em poucos anos, estes corpos cruzam a órbita do satélite inúmeras vezes, sendo assim, é grande a chance de colisão. Para os maiores tamanhos de partículas considerados ($30\mu m$, $50\mu m$ e $100\mu m$), são pequenos os efeitos da pressão de radiação, de modo que, estas apresentam movimento próximo ao caso em que tal efeito é desprezado, explicando o fato das colisões se tornarem menos frequentes.

Já para as fora da ressonância, devido ao fato de apresentarem a mesma variação de excentricidade, rapidamente um grande número de partículas sofre colisões com o satélite. Entretanto, devido ao decréscimo do semi-eixo maior, a taxa de colisão se torna menor com o tempo, observando-se que depois de passado o tempo médio de migração para o anel (figura 5.6), as colisões se tornam praticamente nulas. É por esse motivo que, já para as simulações com $1\mu m$, são verificados grãos sobreviventes, apesar de em número muito pequeno.

Diante do discutido nesta seção é possível concluir que a pressão de radiação solar é responsável por excitar as órbitas das partículas micrométricas, levando uma parte significativa destas a saírem da ressonância. Devido tal aumento da excentricidade, os grãos em ressonância colidem rapidamente com Aegaeon, enquanto os fora desta, apesar de também apresentarem uma grande taxa de colisão, tendem a migrar para o anel G.

Visto isto, tem-se que Aegaeon é responsável por rapidamente limpar o arco de partículas menores que $10\mu m$, independente destas permanecerem em ressonância ou não. Uma vez que, segundo dados observacionais, é significante a proporção de partículas com poucos microns no arco, este deve possuir um eficiente mecanismo de reposição, caso

contrário, tal proporção deve cair consideravelmente nas próximas décadas.

Com relação aos corpos micrométricos com raios maiores que $10\mu m$, conclui-se por meio das simulações numéricas que, estes apresentam uma maior estabilidade sob o efeito da pressão de radiação solar, pois um número maior permanece preso à ressonância. Adiante do fato de ser grande a possibilidade de colisão com Aegaeon, observa-se que estas partículas possuem um tempo de vida grande, podendo ultrapassar 500 anos, não sendo necessário um mecanismo de reposição tão eficiente como para o caso anterior. Também obtém-se a ocorrência de grãos fora da ressonância, que sobrevivem aos 500 anos de simulação e migram lentamente para o anel G, de modo que pode-se concluir que o arco corresponde a uma fonte de partículas nesta faixa de tamanho para o anel.

O principal mecanismo de reposição de matéria em um anel é por meio da ejeção de partículas dos satélites após estes sofrerem impacto. Obviamente, a principal fonte do arco corresponderá a Aegaeon, entretanto, devido a alta instabilidade das partículas com poucos microns, faz-se necessária a existência de outros corpos maiores no arco que contribuam para a ejeção. Como já discutido, dados apontam, além da presença de poeira, para a ocorrência de corpos métricos no arco do anel G, de modo que os resultados encontrados parecem corroborar com o observado.

Outro dado que também parece ser possível entender, por meio dos resultados encontrados, é o da superfície de Aegaeon. Segundo demonstram as imagens, o satélite, apesar de sua forma irregular, apresenta uma superfície lisa, com poucas estruturas geográficas, podendo isto ser explicado pela grande sedimentação de partículas micrométricas que os resultados parecem apontar, de modo que, o satélite tem sua superfície suavizada.

5.2 PARTÍCULAS EJETADAS DE AEGAEON

Como citado na seção anterior, para explicar a atual existência de partículas com raio da ordem de poucos microns no arco, é necessário que exista um rápido dispositivo de reposição, sendo o principal destes, ejeções de Aegaeon. O mecanismo que leva um satélite a ejetar partículas são impactos com corpos menores, produzindo matéria, entretanto sem alterar, significativamente, sua forma e a estabilidade.

Segundo observações, Aegaeon possui uma superfície lisa, tendo-se especulado na seção anterior, que isto se deveria a sedimentação de corpos micrométricos. Se isto estiver correto, a ejeção de massa de Aegaeon será ainda mais eficiente, uma vez que, partículas serão ejetadas mais facilmente pelo fato da matéria estar apenas depositada no satélite.

Para analisar como ocorre a dinâmica da matéria ejetada pelo satélite, foram formados 4 conjuntos com 1.000 partículas ejetadas radialmente, com velocidades iguais, em cada conjunto, a $1V_e$, $5V_e$, $10V_e$ e $30V_e$, sendo V_e a velocidade de escape de Aegaeon. Isto foi realizado tomando um eixo de coordenadas (ξ, η) centrado no centro do satélite, cujo eixo ξ coincide com o eixo x do sistema cartesiano saturnocêntrico (x, y) considerado pelo

integrador *Mercury*. Desta forma, tendo-se um ângulo θ dado aleatoriamente, a posição da partícula é encontrada por meio da relação:

$$\xi = 2R_A \cos \theta \quad (5.1)$$

$$\eta = 2R_A \sin \theta \quad (5.2)$$

$$(x, y) = (x_A + \xi, y_A + \eta) \quad (5.3)$$

sendo x_A e y_A as posições de Aegaeon e R_A seu raio.

Como pode-se ver pelas equações anteriores, as partículas foram iniciadas a um raio da superfície de Aegaeon. Já a velocidade é dada por:

$$\dot{\xi} = nV_e \cos \theta \quad (5.4)$$

$$\dot{\eta} = nV_e \sin \theta \quad (5.5)$$

$$(\dot{x}, \dot{y}) = (\dot{x}_A + \dot{\xi}, \dot{y}_A + \dot{\eta}) \quad (5.6)$$

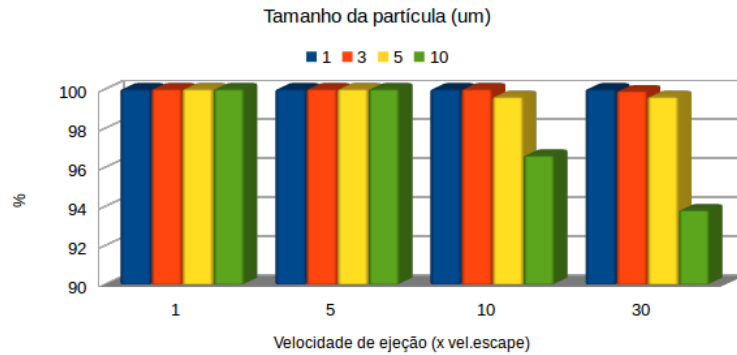
sendo $\dot{x}_A$ e $\dot{y}_A$ as velocidades de Aegaeon e n o número de vezes da velocidade de escape.

A velocidade de escape corresponde a velocidade mínima que um corpo deve ter para que saia da influência gravitacional de um corpo maior, podendo esta ser calculada igualando a energia cinética do corpo ejetado com a energia potencial na superfície do corpo maior, obtendo-se a relação:

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM_A}{R_A}} \quad (5.7)$$

em que G é a constante gravitacional e M_A a massa de Aegaeon.

Figura 5.11: Taxa de colisão das partículas ejetadas de Aegaeon.

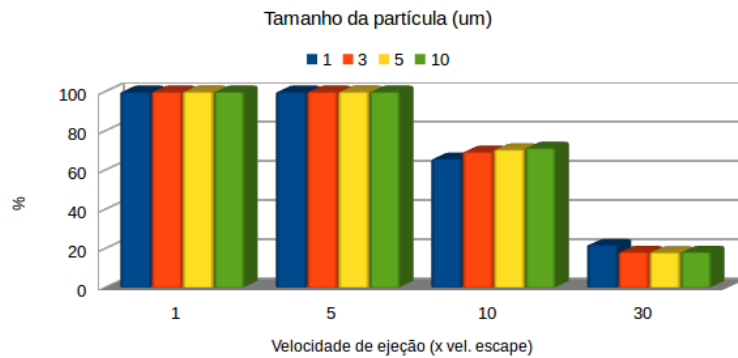


Fonte: Autoria própria.

Tais conjuntos foram simulados por 500 anos, incluindo os efeitos do achatamento planetário, Mimas, Tétis, Aegaeon e a pressão de radiação solar, tendo-se considerado o

tamanho das partículas como $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$ e $10\mu m$. Devido ao fato de serem raras ejeções de partículas maiores que $10\mu m$, não foram simuladas partículas nessa faixa de tamanho. As taxas de colisão e de partículas em ressonância, obtidas após as simulações numéricas, são apresentadas nas figuras 5.11 e 5.12.

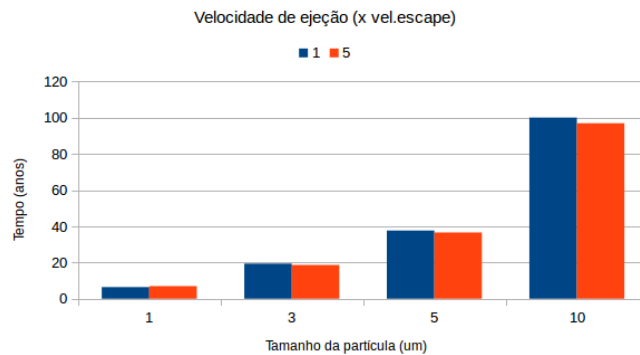
Figura 5.12: Taxa de ressonância das partículas ejetadas de Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

Como pode-se ver, todas as partículas ejetadas com 1 e 5 vezes a velocidade de escape, para todos os tamanhos considerados, colidem com o satélite, podendo ser tal resultado entendido analisando a ressonância das partículas. Devido ao fato de Aegaeon estar localizado próximo ao centro da ressonância, corpos ao redor deste certamente serão ressonantes, caso possuam como velocidade, a orbital, de módulo igual a, aproximadamente, 15km/s .

Figura 5.13: Tempo da última colisão de partícula ressonante com Aegaeon.



Fonte: Autoria própria.

Apesar deste não ser o caso das simuladas, obtém-se que a velocidade de escape de Aegaeon corresponde a $0,16\text{m/s}$, de modo que, para partículas ejetadas com $1V_e$ e $5V_e$, a

diferença em relação a velocidade orbital é desprezível, explicando o fato destas permanecerem em ressonância. Como já discutido, grãos ressonantes colidem rapidamente com o satélite, entretanto, analisando o tempo da última colisão dos ejetados, apresentado em 5.13, vê-se que estes se mostram maiores aos obtidos em 5.10.

Tal diferença se deve ao fato das partículas ejetadas possuírem uma velocidade em relação a Aegaeon, que as distanciam deste, dificultando, assim, as colisões. Caso tais partículas forem simuladas com velocidades de mesmo módulo das consideradas, entretanto permitindo que tenham outras direções, além da radial, o tempo da última colisão se torna menor.

Já para as partículas ejetadas com $10V_e$ e $30V_e$, a diferença de suas velocidades em relação a orbital já não é desprezível (da ordem de 10^{-3}), de modo que muitas saem da ressonância de corrotação com Mimas. Apesar desta saída, praticamente todos os corpos de $1\mu m$ e $3\mu m$ colidem com Aegaeon, devido ao maior efeito que a pressão de radiação exerce nestes, enquanto para $5\mu m$ e $10\mu m$ ocorre a sobrevivência de algumas poucas partículas após 500 anos de simulação.

Analisando o movimento das partículas sobreviventes, encontra-se que estas correspondem as ejetadas pelo satélite na direção da borda interna do arco e que saem da ressonância, apresentando, assim, uma rápida ida para o anel. Tal resultado demonstra que, para ejeções a altas velocidades, o satélite pode representar uma fonte de partículas menores para o anel. Entretanto, devido ao fato do maior número de ejeções usualmente ocorrer com menores velocidades, tem-se a corroboração dos dados encontrados anteriormente, de ser o satélite responsável por rapidamente limpar o arco de partículas de poucos microns.

Deste modo, conclui-se que Aegaeon e os outros corpos grandes existentes no arco, devem possuir alta taxa de ejeção ou deva existir um outro mecanismo de reposição de matéria, para que a existência e manutenção do arco do anel G possa ser explicada. Caso contrário, esta estrutura deve ser recente e está se desfazendo, de modo análogo ao que ocorre nos arcos do anel Adams de Netuno.

6 CONCLUSÃO

O intuito deste trabalho foi estudar a dinâmica das partículas micrométricas do arco do anel G, a fim de se poder entender a atual configuração desta estrutura, cuja origem e existência ainda não foi completamente explicada pelos pesquisadores. De modo a realizar uma abordagem computacional, um conjunto de programas, descrito no capítulo 3, foi desenvolvido.

Tal conjunto contém o integrador numérico *Mercury* [1] incrementado com a pressão de radiação solar, força perturbativa cuja influência no sistema foi verificada na seção 2.2, além de outros programas responsáveis por fazer as conversões e cálculos necessários para a análise do problema.

Assim, no capítulo 4 foi analisada como a ressonância de corrotação excêntrica 7:6 com Mimas influencia o sistema, sendo a existência do arco usualmente creditada a esta. Para isto, o satélite imerso no arco, Aegaeon, foi posto na ressonância citada, tendo-se encontrado que a ressonância Mimas-Tétis perturba o sistema.

Por meio da distribuição de partículas em torno de Aegaeon, foi verificado o resultado teórico, descrito na seção 2.4, de que a ressonância de corrotação é responsável pela formação de sítios ressonantes. Para uma ressonância 7:6, há a formação de seis desses sítios, de modo que o arco do anel G corresponde ao que se encontra Aegaeon, de largura radial de 64km e comprimento angular de 60° , valores estes obtidos por meio de simulações.

Tendo-se delimitado a região do arco, a dinâmica das partículas sob efeito da ressonância, juntamente com as perturbações do achatamento planetário, Mimas, Tétis e Aegaeon, foi analisada. Atendendo as expectativas teóricas, foi obtido que a ressonância é responsável por confinar os grãos, de modo que estes possuem sua excentricidade e inclinação pouco alteradas, enquanto o semi-eixo maior apresenta oscilações a período e amplitude constante, evidenciando a permanência destes em uma mesma região.

Devido a isto, encontros próximos com o satélite são frequentes, de modo que em 500 anos, mais de 70% das partículas do arco colidem com Aegaeon. Apesar deste resultado parecer apontar para o desaparecimento do arco, não foi contabilizada a ejeção de massa pelo satélite, podendo-se inferir que se esta fosse incluída, seria obtido um tempo de vida, para o arco, de alguns milhares de anos.

Entretanto, como a pressão de radiação solar é responsável por perturbar o sistema, no capítulo 5 seu efeito foi incluído, tomando-se partículas de $1\mu m$, $3\mu m$, $5\mu m$, $10\mu m$,

$30\mu m$, $50\mu m$ e $100\mu m$.

Encontrou-se que esta é responsável por excitar as órbitas dos grãos, gerando uma oscilação com amplitude e período constante na excentricidade. Deste modo, uma parte significativa das partículas sai da ressonância, passando a apresentar um decaimento do semi-eixo maior, enquanto as que permanecem, possuem esse elemento variando em torno de um valor fixo.

Apesar do decaimento do semi-eixo maior apresentado pelas partículas que saem da ressonância apontar uma migração para regiões fora do arco, verifica-se ser o tempo para isto ocorrer muito grande. Assim, tanto os grãos que permanecem, quanto os que saem da ressonância, colidem rapidamente com o satélite, sendo a taxa de colisão muito maior a observada no caso sem a pressão de radiação.

Tal fato se deve a variação na excentricidade, que leva as órbitas dos grãos a cruzarem a órbita de Aegaeon um número maior de vezes que no caso sem a pressão de radiação solar. Deste modo, em menos de 50 anos, Aegaeon é responsável por limpar quase que completamente o arco de partículas menores que $10\mu m$.

Enquanto para o caso sem pressão de radiação solar, acredita-se que apenas a ejeção de massa por Aegaeon seria suficiente para dar um tempo de vida significativo ao arco, o mesmo não se pode dizer quando tal perturbação é incluída, fazendo-se necessária a existência de corpos maiores que contribuam para a ejeção de massa, corpos estes que dados observacionais apontam existir.

Por último, foi simulada a dinâmica de partículas micrométricas sob efeito do achatamento, Mimas, Aegaeon, Tétis e pressão de radiação solar quando consideradas ejetadas por Aegaeon, com velocidade de ejeção de $1V_e$, $5V_e$, $10V_e$ e $30V_e$, sendo V_e a velocidade de escape do satélite.

Como esperado, verificou-se que estas possuem um tempo de vida maior que as simuladas no caso anterior, pois possuem uma velocidade relativa em relação ao satélite que as distanciam dele. Entretanto, esse tempo ainda é pequeno quando comparado ao caso sem pressão de radiação solar, de modo que após 100 anos, praticamente todas partículas colidiram com Aegaeon.

Assim, conclui-se que apesar da ressonância com Mimas ser capaz de confinar partículas na região do arco, esta combinada com a pressão de radiação solar e a as outras perturbações consideradas, é responsável por levar os corpos a colidirem rapidamente com o satélite.

Deste modo, para que a atual predominância de partículas micrométricas no arco possa ser explicada, além da ejeção de massa por Aegaeon e pelos outros corpos maiores, deve existir um outro mecanismo de reposição de matéria na região.

Caso contrário, o que se conclui é que o atual arco do anel G é uma estrutura recente que irá se deteriorar nas próximas décadas, de forma análoga a observada nos arcos do anel Adams de Netuno. Também conclui-se que o fato do satélite Aegaeon, apesar de

possuir uma forma irregular, apresentar uma superfície lisa se deve a sedimentação dessas partículas micrométricas, responsáveis por suavizar a superfície do satélite.

Referências Bibliográficas

- [1] J. E. Chambers. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 304(4):793–799, 1999.
- [2] D. P. Hamilton. Motion of dust in a planetary magnetosphere: Orbit-averaged equations for oblateness, electromagnetic, and radiation forces with application to saturn’s e ring. *Icarus*, 101(2):244–264, 1993.
- [3] D. P. Hamilton and A. V. Krivov. Circumplanetary dust dynamics: Effects of solar gravity, radiation pressure, planetary oblateness, and electromagnetism. *Icarus*, 123(2):503–523, 1996.
- [4] M. Hedman, N. Cooper, C. Murray, K. Beurle, M. Evans, M. Tiscareno, and J. Burns. Aegaeon (saturn liii), a g-ring object. *Icarus*, 207(1):433–447, 2010.
- [5] C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar system dynamics*. Cambridge university press, 1999.
- [6] S. Renner and B. Sicardy. Use of the geometric elements in numerical simulations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 94(2):237–248, 2006.
- [7] R. Sfair, S. G. Winter, D. Mourão, and O. Winter. Dynamical evolution of saturn’s f ring dust particles. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 395(4):2157–2161, 2009.