



Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"
Programa Interunidades



Doutorado

Engenharia Civil e Ambiental

PEDRO AUGUSTO GRAVA DA SILVA

**VELOCIDADE DE SEDIMENTAÇÃO DE AGREGADO FRACTAL EM
TRATAMENTO DE ÁGUA: O EFEITO DO TAMANHO, FORMA,
ORIENTAÇÃO E PERMEABILIDADE.**

Rio Claro
2021

PEDRO AUGUSTO GRAVA DA SILVA

**VELOCIDADE DE SEDIMENTAÇÃO DE AGREGADO FRACTAL EM
TRATAMENTO DE ÁGUA: O EFEITO DO TAMANHO, FORMA,
ORIENTAÇÃO E PERMEABILIDADE.**

Tese apresentada como requisito para
a obtenção do título de Doutor em
Engenharia Civil e Ambiental da
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho”, Área de Concentração
Saneamento.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Braga
Moruzzi

Rio Claro
2021



S586v Silva, Pedro Augusto Grava da
Velocidade de sedimentação de agregado fractal em tratamento de
água: o efeito do tamanho, forma, orientação e permeabilidade / Pedro
Augusto Grava da Silva. -- Bauru, 2021
120 f. : il., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Rodrigo Braga Moruzzi

1. Velocidade de Sedimentação. 2. Agregado fractal. 3. Porosidade.
4. Permeabilidade. 5. Orientação. I. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE PEDRO AUGUSTO GRAVA DA SILVA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 23 dias do mês de julho do ano de 2021, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de PEDRO AUGUSTO GRAVA DA SILVA, intitulada

VELOCIDADE DE SEDIMENTAÇÃO DE AGREGADO FRACTAL EM TRATAMENTO DE ÁGUA: O EFEITO DO TAMANHO, FORMA, ORIENTAÇÃO E PERMEABILIDADE.

A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. RODRIGO BRAGA MORUZZI (Orientador(a) Participação Virtual) do(a) Departamento de Planejamento Territorial e Geoprocessamento - DEPLAN / Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) de Rio Claro – UNESP, Profª Drª ANGELA DI BERNARDO DANTAS (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia / Hidrosan Engenharia SS Ltda, Prof. Dr. JÚLIO DE SOUZA INÁCIO GONÇALVES (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Ambiental / Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Prof. Dr. VALDINEI LUÍS BELINI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São Carlos, Prof. Dr. ANDRE LUIZ DE OLIVEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Uberlândia. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. RODRIGO BRAGA MORUZZI

Aos meus pais Fabíola e Oswaldo minha
avó Edna e minha tia Maria Ângela pela
energia entregue em suas batalhas
particulares e o amor incondicional dado a
mim, sem os quais nunca teria conseguido.

AGRADECIMENTO

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Sou grato ao Professor Doutor Rodrigo Braga Moruzzi, pelos constantes ensinamentos de conteúdos científicos e de valores como a retidão, organização e empenho, como exemplo diário de seu trabalho nobremente desempenhado, além da indispensável contribuição para com este trabalho.

Aos Professores Doutores André Luiz de Oliveira, Ângela Di Bernardo Dantas, Valdinei Luís Belini e Júlio de Souza Inácio Gonçalves, pela análise minuciosa desta monografia e pelas indicações construtivas para com este trabalho.

Aos colegas do grupo de estudo pela troca de experiências e todo o tempo junto em laboratório.

Aos funcionários e corpo do docente do DEPLAN/IGCE e a toda comunidade UNESP Câmpus Rio Claro, por proporcionar um perfeito ambiente para convivência e aprendizado.

Aos meus colegas de curso e companheiros de república, por terem me feito conhecer a amizade em seu sentido mais profundo, por terem sido minha segunda família.

À minha namorada Camila, pelo companheirismo, incentivo, paciência e amor.

Sou grato à oportunidade que me foi dada e a confiança depositada em mim, pelos meus familiares. Sou grato a cada gota de suor derramado por vocês para que eu obtivesse meu diploma e seguisse na minha jornada, com uma base emocional e afetiva tão sólida e harmoniosa. Nossa conexão é tão forte, quase telepática, que mesmo estando longe não me sinto só, vocês estão comigo, fazendo companhia em cada detalhe.

APRESENTAÇÃO

O presente documento se destina à defesa da tese para o curso de Doutorado do aluno Pedro Augusto Grava da Silva sob a orientação do Prof. Dr. Rodrigo Braga Moruzzi do DEPLAN/IGCE/UNESP RIO CLARO, que desenvolveu a pesquisa pelo curso de Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental na modalidade de Aluno Regular para a área de Saneamento.

Vale ressaltar que o presente trabalho inclui-se na linha de pesquisa supervisionada pelo Professor Doutor Rodrigo Braga Moruzzi, que trata do estudo de partículas flocculentas em tratamento de águas de abastecimento, e vem dar continuidade à trajetória do aluno Pedro que se iniciou no projeto de Iniciação Científica, financiado pela FAPESP sob o registro 2013/25641-9, seguida do Mestrado dentro do próprio programa de Engenharia Civil e Ambiental da FEB/UNESP Bauru e que agora culmina no curso de Doutorado. A pesquisa desenvolvida durante o Mestrado consistiu na determinação e avaliação de características dos agregados como a resistência à quebra e a capacidade de recrescimento (Silva, 2017).

Para o trabalho de Doutorado foi desenvolvido método e equipamento dedicado à separação em coluna de sedimentação laboratorial, que foi aplicado com foco ao objetivo proposto, o qual se refere à avaliação das características físicas e morfológicas e sua relação com a velocidade de sedimentação de partículas flocculentas no campo do tratamento de água para abastecimento. Destaca-se que todas as instalações experimentais estão alocadas e prontas para o uso nas dependências do LATARE – Laboratório de tratamento de água e reuso de efluentes - DEPLAN/IGCE/UNESP Rio Claro, coordenado pelo Prof. Dr. Rodrigo Braga Moruzzi orientador da presente proposta.

Grande parte da metodologia a ser empregada aqui, com destaque ao monitoramento dos ensaios por captura e análise de imagem digital, foi reproduzida e aprimorada pelo próprio autor e parceiros em trabalhos prévios. Etapas anteriores a este trabalho consistiram na definição de protocolo padronizado de aquisição e tratamento digital de imagens de agregados em processo de floculação visando o tratamento de água e na concepção de código fonte dedicado para sua automatização. Posteriormente, buscou-se

testar o protocolo estabelecido, avançando na delimitação dos erros inerentes a cada etapa de tratamento e na metodologia de aquisição de amostras indeformadas por meio da captura com interface ótica dedicada. Tal procedimento foi majoritariamente desenvolvido por meio do processo FAPESP em nível de Mestrado (2013/01634-3).

O grupo também desenvolveu metodologia empregada na aferição e calibração do sinal gerado por um equipamento patenteado desenvolvido em parceria com o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) denominado “Equipamento de Monitoramento Contínuo da Floculação” (EMCF). Tal procedimento foi majoritariamente desenvolvido no projeto FAPESP de Pós-doutorado (2013/21355-1) enquanto a modelagem matemática da floculação foi objeto da tese de livre docência do orientador do presente trabalho (Moruzzi, 2015).

O presente trabalho também teve projeto aprovado no Edital nº 41/2017 CAPES PrInt de Doutorado Sanduíche sob Processo de número 88887.472972/2019-00 em parceria com a UNIVERSITY OF BIRMINGHAM (UK), no entanto os trabalhos foram impedidos de serem executados devido à pandemia do vírus SARS-CoV-2 (COVID -19) sendo em primeiro momento suspensos por determinação da CAPES e posteriormente cancelados

RESUMO

A sedimentação gravitacional é uma técnica amplamente utilizada para a separação de material particulado em estações de tratamento de água (ETA), sendo crucial para o bom desempenho deste processo a atenção às velocidades de sedimentação. O presente trabalho buscou estudar o efeito de atributos físicos e morfológicos do agregado sobre a velocidade de sedimentação. A sedimentação de agregados da floculação de águas de abastecimento foi reproduzida em ensaio laboratorial em coluna de sedimentação e monitorada por técnicas não intrusivas de análise de imagem, como a Velocimetria de Partículas por Imagem (VPI). Os dados experimentais foram refinados com base em teste de consistência da velocidade e trajetória dos agregados e submetidos a análises estatísticas incluindo a Análise de Componentes Principais (ACP). Foram também realizadas análises individualizadas sobre a relação entre a Velocidade de Sedimentação Experimental (V_{exp}) e outros atributos do agregado, como o tamanho (expresso pelos atributos D_{max} , E_p , d_a , d_v), o aspecto (Asp) e a orientação (expressa por α e $R_{X/Y}$). A permeabilidade do agregado foi analisada por meio dos parâmetros Permeabilidade Adimensional (ξ^{-2}) e Eficiência da Coleta de Fluido (η). Após a análise estatística, avaliou-se o desempenho de dois modelos para a predição da velocidade de sedimentação. O Modelo 01, com viés fenomenológico, tem a velocidade (V_{calc1}) baseada na Porosidade Fractal (ε) do agregado. O Modelo 02, com viés empírico, utiliza cálculo computacional para determinar o coeficiente de arrasto (Cd_2) baseado no fator de forma ϕ . Os resultados da ACP indicaram forte correlação positiva entre o Aspecto (Asp) e a Densidade (ρ_f) em contraste com a Porosidade (ε) para o Componente Principal 01 (CP1) e a independência desses parâmetros para com o tamanho, velocidade e número de Reynolds (Re), os quais se correlacionaram fortemente, segundo o Componente Principal 02 (CP2). Juntos, CP1 e CP2 explicaram 84% da variância amostral. As análises individualizadas entre os atributos fisicomorfológicos e a velocidade de sedimentação apontaram para forte relação entre tamanho e velocidade. À margem da análise do tamanho, agregados alongados e agregados orientados horizontalmente estão relacionados a maiores velocidades de sedimentação. Os modelos avaliados apresentaram ajuste satisfatório aos dados experimentais. O efeito da permeabilidade sobre o coeficiente de arrasto dos agregados foi considerada desprezível (<2%). O Modelo 01 resultou na relação entre o Coeficiente de Arrasto (Cd) e o número de Reynolds (Re) de $106,97Cd/Re$ e coeficiente de ajuste T foi de 0,01934. O Modelo 02 obteve relação de $106,97Cd/Re$ para o fator de forma adotado de $\phi = w/l$.

Palavras-chave: Velocidade de Sedimentação; Agregado fractal; Porosidade; Permeabilidade; Orientação; Tamanho.

ABSTRACT

Gravitational sedimentation is a technique widely used for separation of particulate matter in water treatment plants (WTP). The attention to sedimentation velocities is crucial for the good performance of this process. The present work aimed to study the effect of physical and morphological attributes of the aggregate on the sedimentation velocity. The sedimentation of aggregates from the supply water flocculation was carried out in laboratorial sedimentation column tests and monitored by non-intrusive image analysis and particle image velocimeter (PIV). The data were treated by velocity and trajectory consistency tests, in order to avoid external effects above gravitational sedimentation. Statistical analysis were applied over the experimental data, including Principal Component Analysis (PCA) and individual analysis on the relationship between Experimental Sedimentation Velocity (V_{exp}) and other attributes such as size (D_{max} , E_p , d_a , d_v), aspect (Asp) and the orientation (α , $R_{X/Y}$). The permeability of the aggregate was analyzed through the Dimensionless Permeability (ξ^{-2}) and Efficiency of Fluid Collection (η) parameters. After statistical analysis, the performance of two models for predicting sedimentation velocity was evaluated. Model 01 has a phenomenological approach and velocity (V_{calc1}) was based on the fractal porosity of the aggregate. Model 02 has an empirical approach, using computational calculation to establish the drag coefficient (Cd_2) based on the form factor ϕ . PCA results indicated a strong positive correlation between Aspect (Asp) and Density (ρ_p) in contrast to the Porosity (ε) for the Principal Component 01 (CP1) and the independence of these parameters with the size, velocity and Reynolds Number (Re), which were strongly correlated, according to the Main Component 02 (CP2). Together, CP1 and CP2 explained 84% of the sample variance. Individual analysis between physical/morphological attributes and sedimentation velocity pointed to a strong relationship between size and velocity. Desconsidering size relations, elongated aggregates and horizontally oriented aggregates are related to higher sedimentation velocities. Analyzed models presented a satisfactory fit to the experimental data. The effect of permeability on the drag coefficient of aggregates was considered negligible (<2%). Model 01 obtained a ratio of $106.97Cd/Re$ and a adjusted coefficient T of 0.01934. Model 02 obtained a relation of $106.97Cd/Re$ for the form factor $\phi = w/l$.

Keywords: Settling velocity; Fractal aggregates, Porosity; Permeability; Orientation; Size.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representação esquemática das linhas de fluxo em agregado poroso. Fonte: (HAN e LAWLER, 1992).	19
Figura 2. Imagem de grande ampliação de um agregado de Alumínio-Caulinita em comparação a um objeto fractal perfeito. Fonte: Autor.....	28
Figura 3. Agregado de Alumínio Caulinita e separação em classes de iluminação. Fonte: Moruzzi <i>et al.</i> (2020).	29
Figura 4. Imagem de microscopia eletrônica de varredura (MEV) de uma amostra de Caulinita laboratorial. Adaptado de Moruzzi <i>et al.</i> (2020)	37
Figura 5. Frequência volumétrica contra o tamanho da partícula primária de Caulinita. Adaptado de Moruzzi <i>et al.</i> (2020).	38
Figura 6. Aparato experimental. Fonte: Autor.	40
Figura 7. Imagens sequenciais obtidas pelo método de imagem. Fonte: Autor	44
Figura 8. Método de Velocimetria de Partículas por Imagem (VPI). (a) Esquema simplificado do processo de captura das imagens sequenciais. (b) Pacote de imagens sequenciais com posições determinadas no tempo (c) análise do pacote de imagens sequenciais para criação das trajetórias e medição das velocidades. Fonte: Moruzzi <i>et al.</i> (2020)	45
Figura 9. Identificação dos agregados e determinação das trilhas. Fonte: Autor.	46
Figura 10. Deslocamento da Coordenada X do centro geométrico do agregado (<i>Desloc Cx</i>) (eixo das abcissas do gráfico) ao longo do tempo de sedimentação (eixo das ordenadas). (a) Dados brutos. (b) Dados Consistidos. As linhas que representam os agregados foram coloridas de acordo com uma escala de tamanho, sendo as mais escuras os maiores valores do atributo Dmax. Fonte: Autor.	55

Figura 11. Velocidade instantânea (V_i) ao longo do tempo de sedimentação. (a) Dados brutos. (b) Dados consistidos. As linhas foram coloridas de acordo com a escala de tamanho, sendo as mais escuras os maiores valores do atributo D_{max} . Fonte: Autor 56

Figura 12. *Screeplot* com os valores de variância para cada Componente Principal. Fonte: Autor 57

Figura 13. Gráfico dos coeficientes de ponderação (loadings) de CP1 e CP2 para cada atributo. Fonte: Autor 59

Figura 14. Pontuações (scores) para CP1 e CP2 organizados em 03 agrupamentos (*clusters*) de *Vexp*. Fonte: Autor 60

Figura 15. Objetos sintéticos utilizados para avaliação de parâmetros morfológicos. Fonte: Autor 61

Figura 16. Formas produzidas em software gráfico simulando a projeção 2D de agregados com diferentes aspectos. (a) Agregado com aspecto circular ($Asp = 0,98$). (b) Agregados com aspecto alongado ($Asp = 0,27$). Fonte: Autor 64

Figura 17. Distribuição para os dados experimentais das razões (a) *Eixo secundário/Eixo principal* e (b) D_{min}/D_{max} . Fonte: Autor 65

Figura 18. Distribuição do aspecto dos agregados experimentais. (a) Média de *Vexp* (gráfico de linhas, com eixo vertical correspondente à direita) por classes de *Aspecto* (E_{min}/E_{max}) (gráfico de barras com eixo vertical correspondente à esquerda). (b) Desvio médio de *Vexp* para cada classe de *Aspecto*. Fonte: Autor 66

Figura 19. Orientação dos agregados (a) Distribuição de *Razão X/Y* e *Aspecto*. (b) Distribuição de *Razão X/Y* em classes. Fonte: Autor 67

Figura 20. Distribuição de *Ângulo* em classes de 15° para agregados com *Aspecto* $< 0,7$. Fonte: Autor 67

Figura 21. Distribuição de *Ângulo* e média de *Vexp* por classes de 15° . Fonte: Autor 68

Figura 22. Distribuição de <i>Ângulo</i> e média de <i>Vexp</i> por classes. Subconjuntos C1-C3 e D1-D3. Fonte: Autor.....	70
Figura 23. Distribuição de <i>Ângulo</i> e média de <i>Aspecto</i> por classes. Subconjuntos C1-C3 e D1-D3. Fonte: Autor	71
Figura 24. Distribuição de <i>Dmax</i> e média de <i>Vexp</i> por classes. Subconjuntos A1-A3. Fonte: Autor.....	72
Figura 25. Distribuição de (a) <i>Vexp</i> e (b) <i>Dmax</i> e média de <i>Ângulo</i> por classes. Fonte: Autor.....	72
Figura 26. Distribuição de <i>E_{max}</i> , <i>Dmax</i> e <i>d_a</i> por classes. Fonte: Autor	73
Figura 27. Velocidade de sedimentação e tamanho. (a) Relação entre <i>Vexp</i> e <i>Eixo principal</i> . (b) Distribuição de <i>Eixo principal</i> e média de <i>Vexp</i> por classes. Fonte: Autor..	74
Figura 28. Distribuição de <i>Aspecto</i> e média de <i>Vexp</i> por classes. Subconjuntos E1-E3 e B1-B3. Fonte: Autor	77
Figura 29. Distribuição de <i>Circularidade</i> e média de <i>Vexp</i> por. Subconjuntos E1-E3 e B1-B3. Fonte: Autor	78
Figura 30. Distribuição de <i>Vexp</i> por classes. Fonte: Autor	78
Figura 31. Análise da permeabilidade para os dados experimentais. (a) Relação entre ε^{-2} e <i>Df</i> . (b) Relação entre η e <i>Df</i> . (c) Relação entre ε^{-2} e η . Fonte: Autor	80
Figura 32. Distribuições de η para 03 valores de γ . Fonte: Autor.....	81
Figura 33. Relação entre Ω e <i>Df</i> para diferentes valores de γ . Fonte: Autor.....	82
Figura 34. Relação entre <i>Df</i> e <i>d_v</i> . Fonte: Autor	83
Figura 35. Análise da porosidade e da densidade com relação ao tamanho do agregado. (a) Relação entre $1-\varepsilon$ e <i>Dmax/Res</i> . (b) Relação entre $\Delta\rho$ e <i>Dmax/Res</i> . Fonte: Autor	83
Figura 36. Relação entre <i>Cd</i> e <i>Re</i> . (a) Modelo 01. (b) Modelo 02. Fonte: Autor.....	84

Figura 37. Relação entre ρ_{f1} e d_v . (a) Modelo 01 e (b) Modelo 02. Fonte: Autor	85
Figura 38. Relação entre o empuxo e d_v e entre a força de arrasto e d_v . (a) Modelo 01. (b) Modelo 02. Fonte: Autor	86
Figura 39. Relação entre V_{calc} e d_v (a) Modelo 01 e (b) Modelo 02. Fonte: Autor	87
Figura 40. Efeito da variação do coeficiente T sobre V_{calc} para o Modelo 01. Fonte: Autor	87
Figura 41. Efeito da variação do fator de forma ϕ sobre V_{calc} para o Modelo 02. Fonte: Autor.....	88
Figura 42. Distribuição de D_{max} e média de V_{exp} e V_{calc} por classes. (a) Modelo 01 (b) Modelo 02. Fonte: Autor	89
Figura 43. Relação entre as principais variáveis do Modelo 01. Subconjuntos F1-F3. Fonte: Autor.....	91
Figura 44. Relação entre as principais variáveis do Modelo 02. Subconjuntos G1-G3. Fonte: Autor.....	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Definições de tamanho de partículas.	11
Tabela 2. Parâmetros de qualidade da Água de Estudo.....	39
Tabela 3. Resultados estatísticos gerais para os principais atributos e parâmetros.....	54
Tabela 4. Componentes principais (CPs), Variância (Autovalores), porcentagem da variância explicada e proporção acumulada pelos componentes.	57
Tabela 5. Coeficientes de ponderação e Correlação entre atributos, CP1 e CP2.	59
Tabela 6. Parâmetros morfológicos para objetos sintéticos.	62
Tabela 7. Características dos subconjuntos E1-E3 e B1-B3.	76
Tabela 8. Características dos subconjuntos C1 – C3.....	79
Tabela 9. Características dos subconjuntos F1-F3 e G1-G3.	90

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	4
2.1	Objetivo geral	4
2.2	Objetivos específicos	4
3	REVISÃO DA LITERATURA	5
3.1	Sedimentação	5
3.2	Tamanho do agregado	9
3.3	Forma e orientação do agregado	12
3.4	Porosidade e permeabilidade do agregado	16
4	METODOLOGIA.....	20
4.1	Medidas e métodos estatísticos	20
4.1.1	<i>Média aritmética</i>	<i>20</i>
4.1.2	<i>Desvio Médio.....</i>	<i>20</i>
4.1.3	<i>Variância</i>	<i>21</i>
4.1.4	<i>Desvio Padrão</i>	<i>21</i>
4.1.5	<i>Coefficiente de correlação de Pearson</i>	<i>21</i>
4.1.6	<i>Análise de componentes principais</i>	<i>22</i>
4.1.7	<i>Método de agrupamento k-médias</i>	<i>25</i>
4.2	Abordagem conceitual	26
4.2.1	<i>Aspecto do agregado</i>	<i>26</i>

4.2.2	<i>Orientação do agregado</i>	27
4.2.3	<i>Tamanho adimensional e dimensão fractal do agregado</i>	27
4.2.4	<i>Permeabilidade do agregado</i>	30
4.2.5	<i>Detalhamento do problema da Sedimentação</i>	31
4.3	<i>Abordagem experimental</i>	36
4.3.1	<i>Água de Estudo</i>	37
4.3.2	<i>Coagulante</i>	39
4.3.3	<i>Aparato experimental</i>	39
4.3.4	<i>Ensaio de floculação e sedimentação</i>	42
4.3.5	<i>Captura de imagens sequenciais</i>	43
4.3.6	<i>Análise de imagem</i>	44
4.3.7	<i>Atributos do agregado</i>	46
4.3.8	<i>Utilização de objetos sintéticos</i>	49
4.3.9	<i>Análise de consistência dos dados</i>	49
4.3.10	<i>Subconjuntos de dados</i>	50
5	RESULTADOS	53
5.1	<i>Análise de consistência dos dados</i>	54
5.2	<i>Análise de Componentes Principais (ACP)</i>	56
5.3	<i>Parâmetros morfológicos para objetos sintéticos.</i>	61
5.4	<i>Aspecto do agregado</i>	64
5.5	<i>Orientação do agregado</i>	66

5.6	Tamanho do agregado	73
5.7	Velocidade de sedimentação	78
5.8	Permeabilidade do agregado.....	80
5.9	Modelos para a predição da velocidade de sedimentação	82
6	CONCLUSÃO.....	94
7	RECOMENDAÇÕES.....	96
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho está situado na grande área do conhecimento do Saneamento, com vistas para o tratamento de águas de abastecimento e os processos separação sólido-líquido, especificamente a separação por sedimentação gravitacional.

Segundo Moruzzi (2014), o bom desempenho dos processos de separação sólido-líquido é dependente da formação de agregados com características físicas e morfológicas adequadas, compatíveis com a tecnologia de separação a ser utilizada.

A grande maioria dos processos de separação sólido-líquido, entre eles a sedimentação, pressupõe o aumento de tamanho do material particulado, conduzindo à criação de aglomerados de partículas primárias, chamados de agregados (ou flocos), por meio dos processos de coagulação e floculação.

A coagulação é o processo amplamente utilizado em tratamento de água que consiste na desestabilização química de impurezas resultante da alteração de características da água. A floculação por sua vez, promove o transporte e o choque das partículas desestabilizadas na etapa de coagulação, objetivando, a transformação de partículas discretas de pequenas dimensões em agregados maiores facilitando a separação (DI BERNARDO e DANTAS, 2005).

A sedimentação gravitacional, por sua vez, corresponde à separação do material sólido devido à velocidade descensional desenvolvida pelo agregado e é amplamente utilizada como técnica de separação de material suspenso em unidades de tratamento de água (DI BERNARDO e DANTAS, 2005). Sob esta ótica, a coagulação e a floculação são empregadas para a desestabilização das partículas suspensas e sua posterior aglomeração, favorecendo a formação de agregados que incorrem, sobretudo, no aumento da velocidade de sedimentação.

Segundo Gregory (1997), o tamanho e a densidade são as principais características dos agregados, com grandes consequências na aplicação de processos de separação. Ainda

segundo ele, a densidade do agregado tende a diminuir com o aumento do tamanho e agregados compactos e densos são preferíveis em determinados processos, entre eles a sedimentação. São escassos, porém, os trabalhos que investigaram a sedimentação de grandes agregados e o efeito sobre a velocidade de atributos para além do tamanho e da densidade.

Para os agregados, o aumento do tamanho em geral resulta em aumento da velocidade de sedimentação. No entanto, em estudos recentes, vêm sendo levantadas questões a respeito do efeito das características físicas e morfológicas dos agregados sobre a velocidade de sedimentação. Moruzzi *et al.* (2020) citam uma série de estudos (CHAKRABORTI *et al.*, 2000; JOHNSON *et al.*, 1996 ; VAHEDI e GORCZYCA, 2014), os quais tem mostrado que a velocidade de sedimentação está relacionada a complexos mecanismos relativos à agregação, quebra e recrescimento além da influência do arranjo, forma e densidade de partículas primárias heterogêneas e heterodispersas, podendo resultar em diferentes velocidades de sedimentação, mesmo para agregados fractais de mesmo tamanho.

Agregados de partículas presentes em águas naturais e laboratoriais tendem a formar agregados com estrutura porosa, sendo frequentemente bem descritos com o uso de dimensões fractais (GREGORY, 1997). Contudo, o comportamento destes objetos até pouco tempo era insistentemente investigado por alusão a objetos maciços e esféricos. Os primeiros a romper com esta abordagem foram Johnson *et al.* (1996), que compara velocidades de sedimentação de partículas impermeáveis contra aquelas permeáveis e aponta que velocidades de sedimentação têm sido erroneamente estimadas pelos métodos usados até então, baseados na Lei de Stokes.

Desde então vem sendo desenvolvida uma nova abordagem para o fenômeno da sedimentação, por exemplo, com a investigação da influência direta do arranjo, a partir de equação que relaciona a dimensão fractal e velocidade de sedimentação (VAHEDI e GORCZYCA, 2012), ou a redução do arrasto provocada pela agregação de partículas primárias de tamanho uniforme (DERKSEN, 2014). Mola *et al.* (2020) propuseram modelo que considera como as mais importantes parâmetros a afetar o arrasto de agregados a fração de vazios, a forma, a orientação a dimensão fractal e o número de Reynolds.

Muitos estudos sob esta nova ótica, indicam que agregados porosos tendem a sedimentar mais lentamente do que era previsto pela Lei de Stokes (CHAKRABORTI e KAUR, 2014; VAHEDI e GORCZYCA, 2014, MORUZZI *et al.*, 2020). Johnson *et al.* (1996), no entanto, encontrou velocidades para agregados permeáveis de 4 a 8,3 vezes maiores do que esferas impermeáveis.

Várias abordagens para a caracterização estrutural, física e morfológica dos agregados foram desenvolvidas. Jarvis *et al.* (2005) fazem ampla revisão que passa pelos métodos de microscopia, dispersão de luz e análise de imagem e aponta que o último é o mais recomendado para a caracterização de agregados grandes e pouco porosos, mais propensos à sedimentação. Em adição, Chakraborti e Kaur (2014) concluíram que a utilização de técnicas diretas e não intrusivas (não disruptivas) para a obtenção dos atributos relacionados a sedimentação, como é o caso da análise de imagem, são as mais adequadas para a modelagem de processos e mecanismos relacionados à sedimentação.

É necessária, portanto, a expansão desta nova abordagem para o fenômeno da sedimentação gravitacional de agregados, dentro do tema de tratamento de águas para abastecimento, visando o aperfeiçoamento do entendimento do fenômeno e das tecnologias de separação. Sendo assim, a hipótese deste trabalho é a de que os atributos físicos de agregados discretos, em especial: o tamanho, a forma, a orientação e a permeabilidade do agregado tenham efeito sobre a velocidade de sedimentação gravitacional.

As próximas seções estão estruturadas da seguinte maneira. Primeiro, em (2) Objetivos são apresentados o (2.1) Objetivo geral e (2.2) específico da pesquisa, seguidos de (3) revisão da literatura que aborda o fenômeno da (3.1) Sedimentação, assim como os principais atributos físicos/morfológicos, os quais se investigou a relação com a velocidade sendo eles: (3.2) Tamanho do agregado (3.3) Forma e orientação do agregado (3.4) Porosidade e permeabilidade do agregado. Na sequência a (4) Metodologia traz um apanhado de (4.1) medidas e métodos estatísticos que foram usados para análise dos dados experimentais, além da (4.2) abordagem conceitual e (4.3) experimental empregada no trabalho. Os (5) Resultados estão divididos em Análise de consistência dos dados, Análise estatísticas e da relação entre os atributos e a velocidade e avaliação dos modelos para predição das velocidades de sedimentação. Por fim, são apresentadas as seções (6) Conclusão e (7) Recomendações.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

O principal objetivo do trabalho foi avaliar o efeito de atributos físicos e morfológicos, em especial, tamanho, forma, orientação e permeabilidade na velocidade de sedimentação gravitacional de agregados.

2.2 Objetivos específicos

Para atender ao objetivo geral, são listados os seguintes objetivos específicos:

- Testar a consistência dos dados experimentais segundo critérios de estabilidade da trajetória e velocidade.
- Buscar relações estatísticas e fenomenológicas entre os atributos com a criação de subconjuntos de dados.
- Avaliar estatisticamente, por meio da Análise de Componentes Principais (ACP) e Correlação de Pearson, a relação entre as variáveis da sedimentação;
- Avaliar parâmetros de ajuste de modelos matemáticos baseados na Lei de Stokes, para predição de velocidades de sedimentação de agregados fractais.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Sedimentação

A separação por gravidade do material em suspensão é o processo mais antigo e mais utilizado no tratamento de água e é baseado no processo de sedimentação, no qual partículas são introduzidas em fluido quiescente por período de tempo suficiente para que as partículas de interesse atinjam profundidade necessária. Partículas minerais geralmente têm densidades que variam de 2.000 a 3.000 kg/m³ e sedimentam rapidamente, enquanto partículas orgânicas com densidades de 1010 a 1100 kg/m³ podem exigir um longo tempo para sedimentar. (CRITTENDEN *et al.*, 2005).

Quando se analisa uma partícula isolada sob a ação da gravidade em fluido quiescente, diz-se que há a sedimentação discreta (tipo I), porém existem outros 03 tipos possíveis de sedimentação, são eles: Partículas floculentas (tipo II); Retardada ou Zonal (tipo III) e Compressão (tipo IV). A sedimentação do tipo II ocorre para partículas que podem aderir umas às outras ao se chocarem, o que acontece no processo de floculação. À medida que as partículas se agregam e aumentam de tamanho, elas podem sedimentar mais rapidamente. O tipo III ocorre em soluções de alta concentração, em que uma manta de partículas é formada e é criada uma frente de sedimentação. Essa manta aprisiona partículas abaixo dela à medida que se acomoda; conseqüentemente, uma região clarificada é encontrada acima da manta. A velocidade de sedimentação da manta depende da concentração de sólidos em suspensão, com a velocidade da manta diminuindo com o aumento da concentração. Por fim, o tipo IV ocorre em concentrações muito mais altas que o tipo III. Neste caso, a suspensão começa a se consolidar lentamente devido à ação do peso de uma partícula sobre outras. O processo pode ser visualizado também como a água fluindo para fora de um adensado de partículas muito lentamente em direção contrária à sedimentação (CRITTENDEN *et al.*, 2005).

Se um objeto de forma irregular sedimenta livremente em um líquido, a sua velocidade terminal pode ser comparada à velocidade de sedimentação de uma esfera isolada com a mesma densidade que o objeto original. O tamanho dessa esfera equivalente deve ser calculado com base nas condições hidrodinâmicas em que a sedimentação ocorre. Para a queda livre em regime de escoamento laminar, o diâmetro de queda livre da esfera equivalente é conhecido como diâmetro de Stokes (ALLEN, 1990).

A Lei de Stokes (STOKES, 1901) é derivada a partir do balanço de forças agindo sobre um agregado sedimentando em velocidade terminal. A força da gravitacional subtraída pelo empuxo do agregado sedimentando é dada pela Equação 1.

$$F_g - F_b = (M_a - M_l) \cdot g = V_a \cdot (\rho_a - \rho_l) \cdot g \quad (1)$$

Em que: F_g é a força gravitacional; F_b é a força contrária ao movimento, chamada de empuxo; M_a é a massa total do agregado; M_l é a massa equivalente da água ocupando o volume do floco; g é a aceleração gravitacional; V_a é o volume do floco; ρ_a é a densidade do floco; ρ_l é a densidade da água.

Quando atinge a velocidade terminal, a força da gravidade efetiva que age sobre o floco se iguala ao arrasto, que é expresso pela Equação 2, proposta por Newton em 1647.

$$F_d = Cd \cdot \frac{1}{2} A \cdot \rho_l \cdot v_{st}^2 \quad (2)$$

Em que: F_d é a força de arrasto; Cd é o coeficiente de arrasto; A_a é a área do agregado na direção do fluxo; ρ_l é a densidade da fluido e v_{st} é a velocidade de sedimentação terminal do floco.

O coeficiente de arrasto conforme definido na Equação 3, geralmente não pode ser deduzido teoricamente. Os coeficientes de arrasto em geral são determinados experimentalmente medindo a velocidade de sedimentação em experimentos de laboratório e, em seguida, calculando o coeficiente de arrasto baseado na sua relação com o número de Reynolds (CRITTENDEN *et al.*, 2005).

$$Re = \rho_l \cdot v_{st} \cdot d / \mu_l \quad (3)$$

Em que: Re é o número de Reynolds; e μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido (água); ρ_l é a densidade do fluido (água); v_s é a velocidade de sedimentação e d é o diâmetro da partícula.

A relação entre o coeficiente de arrasto e o número de Reynolds tem comportamento variável para diferentes condições de escoamento. Em valores de Reynolds baixos (região de escoamento laminar), as forças viscosas controlam a força de arrasto e o coeficiente de arrasto é maior porque o momento é transferido para mais longe no fluido. À medida que o número de Reynolds aumenta, as forças inerciais tornam-se mais significativas. No regime turbulento, as forças inerciais do fluido deslocado controlam a força de arrasto e o coeficiente de arrasto torna-se uma constante (CRITTENDEN *et al.*, 2005).

Segundo a lei de Stokes uma partícula esférica sedimentando em um meio viscoso em regime laminar de escoamento, está sob a ação de uma força contrária a sua velocidade dada pelo arrasto que em determinado momento confere ao objeto velocidade constante. Esta velocidade pode ser calculada pela Equação 4.

$$v_{St} = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 g (\rho - \rho_l)}{\mu_l} \quad (4)$$

Em que: v_{St} é a velocidade de Stokes; r é o raio da esfera; g é a aceleração da gravidade; ρ é a densidade da esfera; ρ_l é a densidade do fluido; μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido.

A Equação de Stokes para a velocidade terminal pode ser usada para partículas esféricas até um número de Reynolds baixo, que representa o escoamento laminar. Para valores do número de Reynolds acima de 2, correções devem ser aplicadas (CRITTENDEN *et al.*, 2005). Pode-se também aplicar correções no modelo para objetos não esféricos. Nesses casos, geralmente, o diâmetro obtido é independente das condições de escoamento da sedimentação e torna-se basicamente uma função relaciona à forma e tamanho do objeto original (ALLEN, 1990).

As equações para sedimentação das partículas, baseadas na Lei de Stokes, necessitam de informações físicas do agregado, como volume, densidade e dimensão equivalente mesmo, explicitando a importância de métodos acurados de determinação destas propriedades.

Em geral, agregados fractais polidispersos exibem comportamento de sedimentação altamente complexo em várias suspensões minerais, incluindo suspensões aquosas de carbonato de cálcio, hidróxido de magnésio, dióxido de titânio e caulinita (JOHNSON *et al.*, 2016). A taxa de aumento na magnitude do arrasto, em resposta ao aumento da concentração, chega a ser várias vezes maior para agregados de suspensões minerais, em relação aqueles formados em suspensões de esferas maciças de tamanho uniforme (BARGIEL e TORY, 2013).

Modelos computacionais têm sido desenvolvidos para representar a sedimentação de suspensões de esferas monodispersas, bi-dispersas e polidispersas (KYNCH, 1952; CONCHA, 1987; DORELL e HOGG, 2010), no entanto a representação de suspensões de finos materiais coloidais e de formas irregulares ainda é um desafio, sobretudo no tocante à correta determinação de características como tamanho, forma e densidade efetiva (HILDRED *et al.*, 2000).

Por outro lado, estudos empíricos tem evidenciado que os maiores agregados tem estrutura mais aberta e são menos densos do que os agregados pequenos, devido a incorporação do fluido internamente aos flocos, sendo que os grandes agregados (>1 mm) são apenas sutilmente mais densos do que a fase líquida (GIBBS, 1985; MANNING, 1999; GLOVER, 2000). Além disso, têm sido observado abruptas transições no comportamento da sedimentação em diferentes regimes de concentração, ponto que ainda não está bem esclarecido e merece atenção (JOHNSON *et al.*, 2016).

Majoritariamente, existem duas abordagens metodológicas para obtenção da velocidade de sedimentação do agregado. A primeira abordagem consiste em determinar o tamanho e a porosidade dos flocos medindo a velocidade de sedimentação da interface de uma suspensão de agregados. Este método, desenvolvido por Michaels e Bolger (1962), pode ser aplicado à velocidade de sedimentação de agregados fractais, estendendo a fórmula empírica de velocidade de interface de sedimentação e da concentração de volume sólido por interferência de esferas sólidas, como originalmente desenvolvido por Richardson e Zaki (1954). A segunda abordagem consiste em analisar individualmente os agregados a fim de medir suas dimensões e velocidade de sedimentação, visualizando o processo (ou seja, produzir e gravar imagens ópticas), indicando a forma, porosidade e estrutura do floco. Este tipo de investigação teve início com estudo para o desenvolvimento de

tecnologias de tratamento de água (TAMBO e WATANABE, 1979) e teve sequência na busca por determinar uma precisa densidade e dimensionalidade estrutural dos agregados com o aprimoramento da medição (NAKAMURA *et al.*, 1993; ADACHI e TANAKA, 1997). Nos últimos anos, o foco tem sido a determinação de propriedades físicas das partículas no processo de sedimentação de suspensões floculentas (KINOSHITA *et al.*, 2017)

É necessária, portanto, a determinação das propriedades físicas do floco para o completo entendimento do comportamento da sedimentação de agregados fractais. Este fato, entretanto, decorre em mais um desafio visto que a estrutura destes agregados tende a ser bastante frágil, exigindo o uso de técnicas *in situ* não destrutivas, para evitar quebras durante o manuseio e preparo da amostra, que pode acontecer com o uso de recipientes pequenos, pipetas ou bombeamento (CHAKRABORTI e KAUR, 2014).

O problema de quebra da estrutura original das partículas ou flocos devido ao manuseio da amostra e as aproximações usadas na medição da sedimentação dos agregados são algumas das limitações para os métodos mais comuns, como os experimentos em coluna de sedimentação. Esses experimentos foram realizados principalmente para agregados maiores com menor concentração de partículas (LARSEN 2000; KYSELA *et al.* 2008).

As técnicas não intrusivas podem fornecer um meio de obter verdadeiras distribuições de tamanho de partícula e resolver o comportamento da sedimentação agregados de partículas heterodispersas (DYER *et al.* 1996; VAN RIJN 2007), como é o caso da análise de imagem e a *Particle Image Velocimeter* (PIV) técnicas diretas e não intrusivas de determinação das propriedades físicas e velocidade de sedimentação do agregado, respectivamente.

3.2 Tamanho do agregado

Uma partícula perfeitamente esférica pode ser simplesmente caracterizada pelo diâmetro. Para outras formas geométricas como um cilindro, por exemplo, necessita-se de mais de uma dimensão. Neste caso, o diâmetro e a altura. Formas irregulares podem ser dimensionadas por relações de dependência com formas regulares. A mais comum delas é

o Diâmetro da Esfera Equivalente. (ALLEN, 1990). Geralmente, as dimensões das partículas são descritas por um valor representativo de sua forma. Junker (2006) descreve que o tamanho das partículas é obtido com base em medições diretas de diâmetro área ou volume, ou calculando-se um diâmetro equivalente assumindo a partícula como sendo esférica.

O estabelecimento de dimensão característica (tamanho) para o agregado é fundamental tendo em vista a aplicação de modelos matemáticos fundamentados em condições distantes da realidade complexa da forma e arranjo estrutural do agregado. Uma das maneiras de melhorar o ajuste destes modelos é utilizar dimensões que expressem essa complexidade ou ao menos ter ciência do erro inerente carregado pela dimensão utilizada. Partindo-se da investigação por imagem existem várias maneiras de atribuir dimensão característica a um objeto com formas complexas como é o caso do agregado de partículas minerais. A Tabela 1, adaptada de Allen (1990), lista uma série de possíveis diâmetros para partícula com formas complexas.

O tamanho e a velocidade de sedimentação estão intimamente ligados, para partículas perfeitamente sólidas e esféricas, conforme expresso pela Lei de Stokes. A velocidade para a equação de Stokes é proporcional ao quadrado do raio da esfera em sedimentação. A partir de ensaio de sedimentação para partículas esféricas os diâmetros podem ser interpretados como diâmetros de Stokes d_{St} , como mostra a Tabela 1. A equação de Stokes aplica-se apenas a um número de Reynolds baixo, quando os termos inerciais podem ser desprezados. Nessas condições, o diâmetro de Stokes para uma esfera é igual ao diâmetro físico. À medida que as partículas se tornam maiores, a turbulência se instala e as partículas sedimentam mais lentamente do que a lei de Stokes prevê, e os diâmetros de Stokes se tornam menores do que os diâmetros físicos (ALLEN, 1990).

No entanto, a equação só é válida para escoamento laminar (Re menor que 1) e objetos pequenos (até 1 mm), sendo diversas as tentativas para expansão do modelo para condições adversas às originais (CHAKRABORTI e KAUR, 2014; QASIM *et al.*, 2021).

Para agregados grandes, acima de 1 mm existe certa escassez de estudos e modelos de sedimentação. Gregory (1997), que agregados grande tendem a ser menos densos, com estruturas mais frágeis, o que segundo Jarvis *et al.* (2005) impacta na resistência do

agregado à quebra, já que as ligações entre as partículas primárias tendem a ser mais fracas.

Tabela 1. Definições de tamanho de partículas.

Símbolo	Nome	Definição	Fórmula
d_v	Diâmetro Volumétrico	Diâmetro de uma esfera que tenha o mesmo volume que a partícula	$V = \frac{\pi}{6} d_v^3$
d_d	Diâmetro de Arrasto	Diâmetro de uma esfera que tenha a mesma resistência ao movimento que a partícula a mesma velocidade e em um fluido com mesma velocidade (d_d se aproxima de d_s quando Re é pequeno)	$F_d = C_d A \rho_f v^2 / 2$ onde: $C_d A = f(d_d)$ $F_d = 3\pi d_d \eta v$ para: $Re < 0,2$
d_f	Diâmetro de queda livre	Diâmetro de uma esfera que tenha a mesma densidade e a mesma velocidade de queda livre que a partícula em um fluido de mesma densidade e viscosidade	
d_{st}	Diâmetro de Stokes	Corresponde ao diâmetro de queda livre para região de fluxo laminar ($Re < 0,2$)	$d_{st}^2 = \frac{d_v^3}{d_d}$
d_a	Diâmetro da Área Projetada	Diâmetro de um círculo que tem a mesma área que a área projetada da partícula em repouso em posição estável	$A = \frac{\pi}{4} d_a^2$
d_M	Diâmetro de Martin	Valor médio do comprimento das cordas que tocam as bordas da projeção planar da partícula	d_a
d_R	Diâmetro desenrolado	Valor médio do comprimento das cordas que passam pelo centro de gravidade e que tocam as bordas da projeção planar da partícula	$E(d_R) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d_R d\theta_R$

Fonte: Adaptado de Allen (1990).

3.3 Forma e orientação do agregado

Segundo Jarvis *et al.* (2005), as partículas encontradas na água são estruturas tridimensionais, em sua maioria de forma irregular, polidispersa e com diversas propriedades físicos-químicas. A variedade de mecanismos de agregação, o fenômeno de quebra e reestruturação de flocos e diferentes composições das partículas primárias são apenas algumas das razões pelas quais flocos com o mesmo tamanho podem exibir diferentes estruturas e dimensões fractais (VAHEDI e GORCZYCA, 2012)

Existe uma série de termos qualitativos para descrever a forma dessas partículas, no entanto estes termos descritivos são inadequados para a determinação das propriedades afetadas pela morfologia. Para tal é necessário medir e definir quantitativamente a forma, o que geralmente é feito por meio de fatores de forma (ALLEN, 1990).

Nos últimos anos, por influência da disseminação dos métodos de imagem tem havido um aumento do interesse na análise da forma das partículas usando técnicas de reconhecimento de padrões nas quais os dados de entrada podem ser categorizados em classes ou simplesmente é obtido um valor representativo da forma (DUKOV e TANEVA, 2016; LV *et al.*, 2019; MAROOF *et al.*, 2020).

Segundo Allen (1990), existem dois pontos de vista em relação à avaliação da forma das partículas. Uma é que a forma real não é importante e tudo o que é necessário é um valor para fins de comparação. A outra é que deve ser possível regenerar a forma original da partícula a partir dos dados de medição.

Entre fatores de forma comumente usados estão a Razão de Aspecto (*Aspecto ratio*) (TROFA; D'AVINO, 2020; MANY *et al.*, 2019; LEE e KIM, 2018) e a circularidade (*Roundness*). A Razão de Aspecto diz respeito a relação entre a menor e a maior dimensão de um objeto, enquanto a circularidade de quanto o objeto bidimensional se aproxima de um círculo pela relação expressa na Equação 5 (JUNG, 2019; MAROOF *et al.*, 2020; JARVIS *et al.*, 2005).

$$O = \frac{P^2}{4\pi A} \quad (5)$$

Em que: O é a circularidade; P é o perímetro do objeto e A é a área do objeto, a qual é determinada como sendo a projeção da seção transversal.

Em adição aos fatores de forma, para caracterização da estrutura morfológica dos flocos tem sido utilizado o conceito de fractal. Mandelbrot (1977) introduziu o termo Dimensão Fractal, apontando que o perímetro de um objeto fractal tende a crescer indefinidamente a medida que se aumenta o detalhamento da medição. A taxa com que cada perímetro cresce é particular para cada objeto e, portanto, o perímetro é dependente dessa dimensão característica, a Dimensão Fractal.

Isso significa que as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana falham para definir as dimensões dessas partículas. Outra relação de dimensão fractal, por exemplo, a área fractal, pode ser descrita pela relação entre a área do objeto e uma medida característica de tamanho, como por exemplo, a maior dimensão do objeto, como na Equação 6 (JOHNSON *et al.*, 1996; JARVIS *et al.*, 2005; LI *et al.*, 2007).

$$A \propto L_{max}^{Df} \quad (6)$$

Em que: A é a área do agregado; L é a maior dimensão longitudinal do objeto e Df a dimensão fractal.

O valor de Df para objetos euclidianos, é geralmente um número inteiro, mas para objetos fractais, os valores de Df são fracionários. Agregados compactos têm uma dimensão fractal mais elevada, enquanto os agregados com estruturas soltas têm uma dimensão fractal inferior (LI *et al.*, 2006).

Agregados de partículas floculentas são porosas e fractais. Uma importante propriedade dos objetos fractais é que um arranjo similar independente da escala. Isso significa que se parte dos agregados é removida ou se o agregado sofre incremento de partículas componentes, o objeto resultante terá aparência e propriedade semelhantes ao original (CHAKRABORTI *et al.*, 2003).

Os flocos formados nos processos de tratamento de água apresentam estrutura fractal (GLOVER *et al.*, 2000) e tem sido verificado que algumas de suas propriedades como densidade e velocidade de sedimentação são funções também da natureza fractal.

Os agregados formados a partir da floculação de material coloidal são reconhecidamente objetos fractais (GREGORY, 1997), ou seja, não podem ser geometricamente representados pela geometria Euclidiana. Entretanto, é comum a avaliação da sedimentação de partículas com a suposição de formato de esfera perfeita. Tal aproximação leva a erros preditivos que prejudicam o entendimento dos fenômenos e a aplicação em projetos de engenharia (JOHNSON *et al.*, 1996; GREGORY, 1997; e VAHEDI e GORCZYCA, 2012).

A geometria de fractal tem ampla aplicação e pode ser usada no campo de tratamento de água para determinação da porosidade, massa específica, força do floco, velocidade de sedimentação, modelos colisionais e de cinética de floculação (VAHEDI e GORCZYCA, 2012; LI *et al.*, 2007; OLIVEIRA *et al.*, 2015; MORUZZI *et al.*, 2019).

Sabe-se que para os agregados a massa (m) varia proporcionalmente ao seu tamanho de acordo com a Equação 7.

$$m \propto d^{Df} \quad (7)$$

Em que: Df é a dimensão fractal tridimensional, m é a massa do agregado e d o diâmetro do agregado.

Para um agregado composto por N partículas cuja massa é m_0 e volume v_0 a massa do agregado é proporcional à quantidade de partículas do agregado, como na Equação 8.

$$m \propto N \cdot m_0 \quad (8)$$

Em que: N número de partículas primárias componentes do agregado, m massa do agregado e m_0 massa da partícula primária.

Dessa forma, a porosidade (p) pode ser derivadas no termo da Equação 9.

$$(1 - p) = (Nv_0)/V_a \quad (9)$$

Em que: V_a é o volume do agregado, expresso pelo diâmetro do agregado ao cubo ($V_a \propto d^3$). Dessa forma a Equação 9 pode ser convertida na Equação 10.

$$N \propto d^{Df} \quad (10)$$

Combinando as Equações 9 e 10, pode-se derivar uma relação entre a porosidade e a dimensão fractal Conforme a Equação 11.

$$(1 - p) = d^{Df-3} \quad (11)$$

A velocidade de sedimentação do agregado em uma região com fluxo governado pela Lei de Stokes pode ser descrito como na Equação 12.

$$U \propto (1 - p)d^2 \quad (12)$$

Portanto, é possível obter uma relação em escala fractal entre a velocidade e o tamanho do agregado. A Equação 13 apresenta essa relação.

$$U \propto d^{Df-1} \quad (13)$$

O conjunto de equações acima (JOHNSON *et al.*, 1996), demonstram de modo genérico a abordagem fractal para a velocidade de sedimentação de agregados que tem sido aplicada em diversos trabalhos. Guan *et al.* (2020) obtiveram desvios menores que 7% para equação de velocidade que tinham como entrada apenas o tamanho da partícula primária e a dimensão fractal. Trofa e D'avino (2020) estudaram o arrasto experimentado por agregados fractais em fluido não newtoniano por meio de simulações numéricas. Segundo os autores, agregados alongados sedimentaram mais lentamente que partículas esféricas, com velocidades terminais menores em resposta ao aumento da razão de aspecto.

Neste trabalho, trataremos a palavra “aspecto” como um termo restrito que abriga um conceito morfológico dos agregados. O aspecto de um agregado, aqui, pode ser definido como a relação entre as diversas cordas que unem as bordas da projeção bidimensional de um agregado e que passam pelo seu centro geométrico (ALLEN, 1990). Assim, esta distribuição pode conferir ao agregado um aspecto circular, em que todas as cordas têm valor próximo, ou um aspecto alongado, caso haja uma distribuição com cordas pequenas e grandes. De maneira resumida o aspecto trata da proporção entre eixos do objeto. O caso do agregado circular e do agregado alongado são os exemplos mais simples, e servem

como exemplo para a divisão dos agregados em dois grandes grupos, que facilitam o estudo desses objetos.

O número de Reynolds é um parâmetro que caracteriza o regime de escoamento e pode ser utilizado para caracterizar a condição hidrodinâmica da sedimentação livre. Segundo Allen (1990), na região de fluxo laminar, quando os valores do número de Reynolds são baixos, a partícula move-se com orientação aleatória, mas fora desta região se orienta para dar resistência máxima ao movimento. Deste modo o diâmetro equivalente para uma partícula irregular é maior na região intermediária que no fluxo laminar

Poucos e recentes trabalhos abordam a relação entre a orientação de sedimentação do agregado e a velocidade de sedimentação, Guan *et al.* (2020) utilizou método numérico para investigar a evolução da orientação durante a sedimentação de agregados fractais. Neste estudo, os autores concluíram que diferentes orientações iniciais conduziram à mesma orientação terminal, indicando que durante a sedimentação há a reorientação para condição de estabilidade. Adachi *et al.* (2019) utilizando fluxo laminar provocado por cilindros concêntricos e fluido altamente iônico, apontou que o eixo maior da elipse equivalente aos agregados se alinhou ao sentido do movimento.

Trofa e D'avino (2020) estudaram com simulações numéricas o arrasto hidrodinâmico de agregados fractais de partículas primárias esféricas e homogêneas. Os resultados mostraram efeito relevante da morfologia do agregado na dinâmica de sedimentação. A depender entre outros da dimensão fractal e da quantidade de partículas primárias, o agregado pode apresentar uma variedade de dinâmicas rotacionais enquanto sedimenta que pode conduzir a uma orientação estável, oscilações periódicas ou a existência de múltiplas orientações de equilíbrio com implicações relevantes para a velocidade terminal.

3.4 Porosidade e permeabilidade do agregado

De acordo com modelo de agregado multinível, sustentada por diversos autores entre eles Gorczyca (2000); Vahedi e Gorczyca (2012); Vahedi e Gorczyca (2014), partículas primárias se unem para a formação de minúsculos aglomerados, chamados de *floculi*.

Os *floculi* formados em condições de cisalhamento mais altas tendem a ser bastante compactos e ter elevada resistência apresentando baixa porosidade. Os *floculi* se unem para formar microagregados. Estes microagregados tendem a ser mais porosos, pela possibilidade de formação de poros de tamanhos médios na intersecção entre os *floculi*. Por fim os microflocos se unem para formar grandes, pouco resistentes e altamente porosos, grandes agregados. Os três níveis de agregação têm diferentes tamanhos, densidades, resistência à quebra e porosidade. Embora a porosidade do agregado seja claramente não homogênea, a maioria dos modelos a assume constante (GORCZYCA, 2000).

A porosidade pode ser medida em relação à massa, volume e geometria. No entanto, é a relação de massa que melhor exprime em termos práticos a ação gravitacional sobre o agregado durante a sedimentação. Tambo e Watanabe (1979) define a porosidade mássica a partir de Equação 14, de balanço de massa:

$$Ma = Ms + Ml \quad (14)$$

Em que: Ma é a massa do agregado; Ms é a massa da fração líquida e Ml é a massa da fração sólida.

A Equação 14 pode ser reescrita na forma da Equação 15 (GORCZYCA, 2000), utilizando as respectivas densidades:

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{\rho_a - \rho_l}{\rho_s - \rho_l}\right) \cdot 100\% \quad (15)$$

Em que: ε é a porosidade mássica; ρ_a é a densidade do agregado; ρ_l é a densidade da fração líquida e ρ_s é a densidade da fração sólida.

Os resultados de Gorczyca (2000) apontaram para porosidades entre 82 e 98% para agregado inorgânico coagulado com alumínio. A autora discute que a porosidade mássica nem sempre é precisa e quase sempre é superestimada quando baseada em teste de sedimentação livre decorrente da dificuldade de métodos pra medir acuradamente a densidade do agregado.

A primeira expressão teórica para a força de arrasto experimentada por esferas porosas, em alusão aos agregados sob condição de fluxo laminar, foi desenvolvida por Sutherland e Tan

(1970) em que o fluxo interno aos agregados foi desenvolvido a partir da Lei de Darcy. Neale *et al.*(1973) refinou o modelo, utilizando a equação de Brinkman para descrever o fluxo que permeia a esfera porosa. O interesse inicial da permeabilidade sobre objetos em sedimentação foi calcular o coeficiente de arrasto.

Para uma esfera porosa em movimento uniforme em meio infinito e escoamento laminar, a força de arrasto correspondente é menor em comparação a uma esfera não porosa. A velocidade e o arrasto do fluido nos poros da superfície do agregado são menores que a velocidade na superfície da esfera sólida (GORCZYCA, 2000). De acordo com Wu e Lee (1998), o regime de Stokes quanto ao arrasto de um agregado poroso se estende substancialmente além do que para uma esfera sólida.

Segundo Allen (1990) um aglomerado de partículas em um fluido infinito pode ser tratado como uma única grande partícula de densidade apropriada e rigidez reduzida, ou seja, como uma gota de líquido. A interferência interpartícula dentro desse aglomerado reduz a velocidade de sedimentação em relação à esfera isolada de tamanho equivalente a um valor proporcional à relação entre o tamanho da partícula componente e a distância entre as partículas.

Segundo Gorczyca (2000), a principal dificuldade na aplicação da Lei de Stokes reside no problema em estimar a força de arrasto agindo em um agregado poroso. O fluxo através do agregado sedimentando diminui a ação do arrasto e consequentemente agregados altamente permeáveis sedimentam com maior velocidade que agregados com baixa permeabilidade. Ainda segundo a autora, a maioria dos modelos permeabilidade de agregados tem a forma como a apresentada na Equação 16.

$$k = f(\varepsilon)d_0^2 \quad (16)$$

Em que: k é a permeabilidade; ε é a porosidade e d_0 é o diâmetro da partícula primária.

Para um agregado poroso, a permeabilidade interna pode ser medida pela eficiência de coleta de fluido (η), que é a proporção do fluxo que passa pelo agregado e o fluxo que se aproxima do agregado (VEERAPANENI e WIESNER, 1996).

A eficiência da coleta de fluido pode ser estimada a partir das linhas de corrente ao redor e através do agregado, como na Equação 17.

$$\eta = (d_i/d)^2 \quad (17)$$

Em que: η é a eficiência de coleta de fluido; d_i é a extensão das linhas de fluxo fluindo pelo agregado; d é a extensão das linhas de fluxo aproximando-se do agregado.

A Figura 1 apresenta uma distribuição esquemática das linhas de fluxo nas adjacências e através de um agregado.

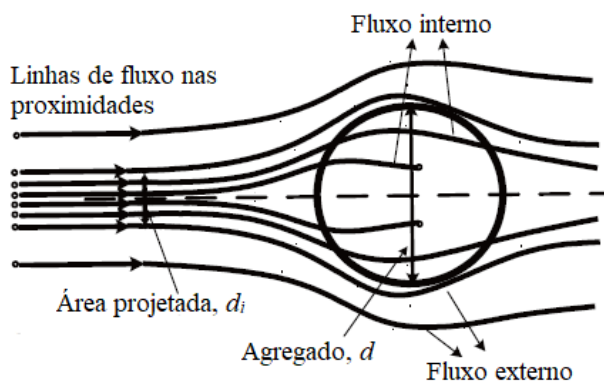


Figura 1. Representação esquemática das linhas de fluxo em agregado poroso. Fonte: (HAN e LAWLER, 1992).

Alguns autores buscaram inferir sobre o efeito da permeabilidade na velocidade de agregados por meio de modelos computacionais teóricos (MOLA *et al*, 2020; WANG e LIU, 2021) enquanto outros optaram pela via estritamente experimental (CHAKRABORTI e KAUR, 2014; VAHEDI e GORCZYCA, 2014). No entanto, a análise experimental ainda é prejudicada pela falta de métodos diretos para a aferição da permeabilidade. Moruzzi, Bridgeman e Silva (2020) apontam que o efeito do fluxo através do agregado ainda não é bem compreendido e também não há consenso sobre a contribuição da permeabilidade para as velocidades terminais de agregados porosos.

4 METODOLOGIA

O método utilizado para o desenvolvimento deste trabalho está dividido em dois núcleos, os quais permitem a abordagem do problema por meio das vias teórica e prática. São eles a abordagem conceitual (1) e a abordagem experimental (2). Antes, no entanto, são apresentadas medidas e análises estatísticas que serão fundamentais no decorrer do estudo.

A abordagem conceitual propõe, a partir de revisão da literatura, a utilização de ferramentas analíticas para o estudo do problema, culminando na apresentação dos modelos que serão aplicados para a predição da velocidade de sedimentação. A abordagem experimental apresenta os ensaios em escala laboratorial, a aquisição e o tratamento dos dados experimentais.

4.1 Medidas e métodos estatísticos

4.1.1 Média aritmética

A média aritmética foi calculada por meio da Equação 18.

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (18)$$

Em que: $\bar{X}$ é a média aritmética do conjunto de dados; x é o valor discreto da variável; i é o índice do valor discreto dentro do conjunto de dados e n é a quantidade total de itens no conjunto.

4.1.2 Desvio Médio

O desvio médio corresponde à média aritmética dos desvios pontuais de uma variável com relação a sua média. O Desvio Médio foi calculado por meio da Equação 19.

$$DM = \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{X}|}{n} \quad (19)$$

Em que: DM é desvio médio do conjunto de dados; $\bar{X}$ é a média aritmética do conjunto de dados; x é o valor discreto da variável; i é o índice do valor discreto dentro do conjunto de dados e n é a quantidade total de itens no conjunto.

4.1.3 Variância

A variância é uma medida de dispersão estatística que indica o quão longe em geral os valores de uma variável estão do valor esperado (média). É utilizada no método de Análise de Componentes Principais (ACP). A variância foi calculada por meio da Equação 20.

$$S^2 = \hat{Var} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n} \quad (20)$$

Em que: S^2 é a variância do conjunto de dados; $\bar{X}$ é a média aritmética do conjunto de dados; x é o valor discreto da variável; i é o índice do valor discreto dentro do conjunto de dados e n é a quantidade total de itens no conjunto.

4.1.4 Desvio Padrão

O desvio padrão corresponde à raiz quadrada da variância e é utilizado para medir a uniformidade dos dados ao redor da média, sendo calculado por meio da Equação 21.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n}} \quad (21)$$

Em que: S é o desvio padrão do conjunto de dados; $\bar{X}$ é a média aritmética do conjunto de dados; x é o valor discreto da variável; i é o índice do valor discreto dentro do conjunto de dados e n é a quantidade total de itens no conjunto.

4.1.5 Coeficiente de correlação de Pearson

O coeficiente de correlação de Pearson (PEARSON, 1896) mede o grau de associação e também a direção dessa associação, se positiva ou negativa, entre duas variáveis. Este coeficiente, representado aqui por r assume valores entre -1 e 1, sendo que o valor unitário

positivo significa uma correlação com proporcionalidade linear perfeita e direta entre as duas variáveis. O valor unitário negativo significa uma correlação perfeita e inversa entre as duas variáveis. O coeficiente de Pearson igual a 0 significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra. No entanto, pode existir uma dependência não linear e a relação deve ser investigada por outros meios. O coeficiente de correlação de Pearson é calculado por meio da Equação 22.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}} \quad (22)$$

Em que: r é o coeficiente de correlação de Pearson; $\bar{X}$ é a média aritmética do conjunto de dados; x é o valor discreto da variável; i é o índice do valor discreto dentro do conjunto de dados e n é a quantidade total de itens no conjunto.

4.1.6 *Análise de componentes principais*

A Análise de Componentes Principais (ACP) (PEARSON, 1901) é um método estatístico que consiste na transformação de um pacote de variáveis em um novo conjunto de variáveis, as quais são chamadas de Componentes Principais (CP). Os componentes principais são obtidos por meio de transformação ortogonal e calculados com o propósito de conter, em ordem de estimação, o máximo de informação em termos da variação total contida nos dados. Cada componente principal é uma combinação linear de todas as variáveis originais e, caso os dados originais sejam normalmente distribuídos, as componentes principais serão independentes entre si.

Para o presente estudo, os atributos, que correspondem às características dos agregados em sedimentação, foram organizados na forma de uma matriz. Cada agregado contabilizado recebeu um índice de 1 até n e teve p atributos medidos, conforme mostra a Equação 23.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Em que: X é a matriz de dados a ser submetida ao método de ACP de ordem $n \times p$; x é o valor assumido pela variável para o indivíduo n e ao atributo p ; n é o índice que representa a posição do agregado dentro do conjunto; p é o índice que representa o atributo.

Na sequência a matriz R de correlação entre os atributos foi calculada, conforme a Equação 24.

$$R = \begin{bmatrix} r(x_1x_1) & \cdots & r(x_1x_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(x_px_1) & \cdots & r(x_px_p) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Em que: r é o coeficiente de correlação de Pearson, calculado para dois atributos; p é o índice correspondente ao atributo.

Segundo Johnson e Wichern (1998), os componentes principais são determinados resolvendo-se a equação característica da matriz R apresentada na Equação 25, as raízes resultantes são chamadas de autovalores. Os autovalores representam a contribuição de cada componente na explicação da variância total dos dados. Para cada componente existe um autovalor, e o valor do autovalor para o componente é uma indicação direta da importância do componente na explicação da variação total dentro do conjunto de dados. Desta forma, o autovalor explica a importância do componente sobre a variação total dos dados. O autovalor de cada componente é, geralmente, apresentado em um gráfico de linhas chamado *Screeplot*, que auxilia a interpretação e escolha da quantidade de CPs a serem consideradas. Para a seleção da quantidade de CPs a serem consideradas, foi adotado o critério de Kaiser (KAISER, 1958). Este critério utiliza CPs com variância (autovalor) maior do que a unidade ($\lambda_i > 1$).

$$|R - \lambda \cdot I| = 0 \quad (25)$$

Em que: λ são as raízes da matriz (autovalores); R é a matriz de correlação entre os atributos e I é a matriz identidade.

Para cada autovalor λ_i existe um autovetor $\tilde{a}_i$, conforme é apresentado na Equação 26.

$$\tilde{a}_i = [a_{i1} \quad \cdots \quad a_{ip}] \quad (26)$$

O autovetor é conjunto de valores que representam o peso de cada variável original sobre cada Componente Principal. Os autovetores, também chamados de coeficiente de ponderação ou *loadings* são escalados como coeficientes da correlação entre as variáveis e o componente e variam de -1,0 a 1,0 (passando pelo zero). Para cada Componente Principal, todas as variáveis têm um conjunto de autovetores correspondentes, e quanto

mais próximo de -1,0 ou 1,0 está o autovetor, mais importante é a variável para o componente.

Sendo $\tilde{a}_i$ o autovetor correspondente ao autovalor λ_i , então o i -ésimo Componente Principal é calculado pela Equação 27.

$$CP_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ip}X_p \quad (27)$$

Em que: a é o valor do autovetor para o atributo de índice i correspondente e CP_i é o i -ésimo componente principal.

Segundo Hongyu *et al.* (2016), a contribuição C_i é a proporção da variância de cada componente principal CP_i expressa em porcentagem. Ela é calculada dividindo-se a variância de CP_i pela variância total, e representa a proporção de variância total explicada pelo componente principal CP_i , conforme apresenta a Equação 28. A importância de cada componente principal pode ser avaliada pela proporção de variância total explicada por cada componente (contribuição C_i). A soma dos primeiros k autovalores representa a proporção de informação retida nestes primeiros componentes e pode reduzir o sistema de p para k dimensões. O número de componentes utilizados tem sido aquele cujos componentes principais somados acumulam 70% ou mais de proporção da variância total.

$$C_i = \frac{\hat{Var}(CP_i)}{\sum_{i=1}^p \hat{Var}(CP_i)} \cdot 100 = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \cdot 100 \quad (28)$$

Em que: C_i é a contribuição do componente principal; $\hat{Var}$ é a variância; CP é o componente principal e λ_i são as raízes da matriz (autovalores); i é o índice do componente principal dentro do conjunto de componentes principais.

Por fim, foi verificado o grau de influência que cada atributo X_j tem sobre o componente principal CP_i . O grau de influência é determinado pela correlação entre cada atributo X_j e o componente CP_i , conforme mostra a Equação 29.

$$Corr(X_j, CP_1) = r_{X_j, CP_1} = a_{1j} \cdot \frac{\sqrt{\hat{var}(CP_1)}}{\sqrt{\hat{var}(X_j)}} \quad (29)$$

Em que: *Corr* é a correlação entre as variáveis; $\hat{var}$ é a variância; *CP* é o componente principal e *i* é o índice do componente principal dentro do conjunto de componentes principais e *a* é o valor do autovetor.

4.1.7 Método de agrupamento k-médias

Para identificar a tendência da distribuição dos elementos dentro da ACP, descrita anteriormente, foi utilizada a análise de agrupamentos (*clusters*), que corresponde a técnicas de análise que organizam os dados em grupos, classificando os objetos de acordo as similaridades entre eles (MAROCO, 2003).

O método utilizado foi o agrupamento por K-médias (*K-means clustering*) (LLOYD, 1982), que é um algoritmo de agrupamento de dados não hierárquico e iterativo para particionar um conjunto de dados. O algoritmo tem como objetivo minimizar a distância euclidiana dos elementos de um conjunto de dados com k centros adotados de forma iterativa. O critério de refinamento se baseia na distância euclidiana entre os elementos do grupo, usando o princípio do centróide de agregação das respostas.

De acordo com Palma (2018), considerando-se um conjunto de dados $X = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ e os centroides dos *k* agrupamentos (*clusters*) desejados como sendo $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ dispostos em um espaço euclidiano, então o conjunto das distâncias $D = \{d(p_a, c_b)\}$, $a = 1, \dots, n$ e $b = 1, \dots, k$ é dado pelas distância euclidiana entre os pontos de *X* e o centroide mais próximo. Assim, cada ponto *p* é associado a um centro c_i , gerando o agrupamento Y_i ($i = 1, \dots, k$). O conjunto *C* deve ser atualizado, com c_i passando a ocupar posição que representa o centro de massa dos pontos *p* associados a ele. O objetivo do algoritmo é minimizar o somatório de *D*.

De forma resumida, o processo iterativo é dado pelas seguintes etapas:

(1) Adotam-se, de forma aleatória ou não, as posições do conjunto *C*;

(2) Relaciona-se cada ponto do conjunto X a um ponto do conjunto C, sendo que p_a está associado a c_i , se c_i for o centroide mais próximo de p_a , conforme a Equação 30.

$$p_a \in Y_i, \text{ se: } d(p_a, c_i) < d(p_a, c_j), j = 1, \dots, k \text{ e } a \neq j \quad (30)$$

(3) Atualiza-se a posição do centroide de cada agrupamento, conforme a Equação 31.

$$c_i = \frac{p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{im}}{|Y_i|} \quad (31)$$

Em que: $|Y_i|$ corresponde à cardinalidade; $p_{ij} \in Y_i$ e $j = 1, \dots, m$

Ou ainda, segundo Lloyd (1982) o centroide pode ser escolhido como sendo o ponto que minimiza a soma do quadrado da distância euclidiana, d_E entre ele mesmo e cada ponto do conjunto, conforme a Equação 32.

$$c_i = \operatorname{argmin} \sum_{p_j \in Y_i} d_E^2(p_j, c_i) \quad (32)$$

(4) Repete-se os passos 2 e 3 até atingir um número determinado de iterações, ou até que a posição dos centroides não se alterem em duas iterações sucessivas.

O objetivo do algoritmo K-médias é minimizar a soma do erro quadrático sobre todos os k agrupamentos, conforme a Equação 33.

$$\sum_{j=1}^k \sum_{p_i \in Y_i} d(p_i, c_j)^2 \quad (33)$$

4.2 Abordagem conceitual

4.2.1 Aspecto do agregado

Os principais parâmetros que podem descrever o aspecto de um agregado são aqueles que se mostram sensíveis à variação da distribuição das bordas da projeção do agregado. Conforme apresentado na Seção 4.3.7 (Atributos do Agregado), os atributos D_{max} e D_{min} representam, respectivamente, a maior e a menor corda em toda a borda do agregado com passo de 2 em 2 graus. A razão D_{min}/D_{max} , portanto, é sensível à diferença entre um agregado de aspecto circular ou alongado. Em geral, para aspectos circulares o valor da razão se aproxima de 1 e, para aspectos alongados, se aproxima de 0.

O mesmo ocorre para a razão *Eixo secundário/Eixo principal*. Neste caso, a relação é entre o menor e o maior eixo da elipse equivalente ao agregado. Este parâmetro pode ser importante para classificar agregados com aspecto de difícil definição dentro dos dois grandes grupos (circular e alongado), em que é viável em primeiro lugar a aproximação do agregado de forma complexa por uma elipse equivalente. Se esta elipse é alongada o valor da razão *Eixo secundário/Eixo principal* será próximo de 0, caso se pareça com um círculo, será próximo de 1.

4.2.2 Orientação do agregado

Os principais parâmetros sensíveis à orientação do agregado são a *Razão X/Y* da caixa delimitadora e o *Ângulo*, conforme apresentado na Seção 4.3.7 (Atributos do Agregado).

A *Razão X/Y* diz respeito à razão entre as dimensões da menor caixa (retângulo) com lados alinhados aos eixos X e Y (nesta ordem, X dividido por Y) e que inscreve o agregado. O parâmetro pode ainda ser entendido como a divisão entre sombras que este produz nos eixos X e Y. Portanto, a razão das dimensões da caixa indica se o agregado está mais alinhado ao eixo X (valores maiores que 1), mais alinhado ao eixo Y (valores menores que 1) ou se ambas as dimensões são parecidas (valores próximos de 1).

O atributo *Ângulo* representa a abertura no sentido horário entre o *Eixo principal* da elipse equivalente ao agregado e o eixo vertical. Os valores do parâmetro vão de 0 a 180° sendo que o valor 0° corresponde ao *eixo principal* do agregado perfeitamente alinhado à trajetória vertical que o objeto em sedimentação descreve. Quando o valor é 90° equivale a dizer que a elipse tem orientação ortogonal ao sentido do movimento. Os valores do parâmetro *Ângulo* só são válidos para a orientação do agregado quando estes não tem um formato arredondado. Por este motivo faz-se necessária a filtragem dos dados experimentais, por meio da utilização de uma faixa de valores restrita de *Aspecto*.

4.2.3 Tamanho adimensional e dimensão fractal do agregado

Conforme apontado pelas Figuras 4 e 5 da Seção 4.3.1, a partícula primária de caulinita apresenta com formas heterogêneas, com ampla faixa de distribuição de tamanhos. O mesmo ocorre para os agregados gerados na floculação, com arranjos complexos e grande

variação de tamanhos. Na Figura 2 é possível observar os agregados de Alumínio- Calinita e a estrutura complexa do agregado, com ramificações que remetem à sua natureza fractal.

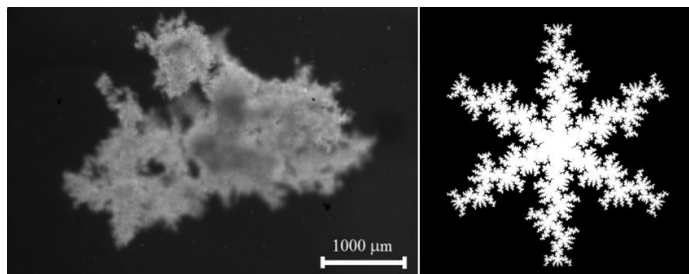


Figura 2. Imagem de grande ampliação de um agregado de Alumínio-Caulinita em comparação a um objeto fractal perfeito. Fonte: Autor.

Entre as propriedades dos objetos fractais está a autossimilaridade, que diz respeito à não variação das propriedades de um objeto independente da sua escala. Por este motivo, alguns autores optam por utilizar parâmetros com base no tamanho adimensional do agregado, que significa que parametrizar o tamanho do agregado com base na quantidade de partículas constituintes que se repetem no arranjo do agregado (LI e LOGAN, 2001).

Conforme apresentado na Figura 5, da Seção 4.3.1, a distribuição de tamanhos da partícula primária de caulinita tem como valor representativo a mediana da distribuição que se situa em região próxima a 10 μm . Porém, o agregado não se estrutura como um aglomerado formado exclusivamente de partículas primárias, mas um adensado de precipitado do coagulante metálico, com densidade próxima à da água, que retém em si as partículas primárias (GORCZYCA, 2000), (YU *et al.*, 2015). Moruzzi *et al.* (2020) mostraram que a partir da análise de imagem, com ampliação e iluminação adequada, é possível a visualização deste efeito, o que é ainda destacado por meio da criação de classes de iluminação, como mostra a Figura 3. As faixas mais iluminadas (classe amarela) tende a ser mais concentradas de partículas primárias (caulinita) enquanto as regiões de iluminação intermediária (classe vermelha) tendem a conter alta concentração de precipitado amorfo do coagulante metálico e por fim a região não iluminada corresponde ao fluido (água).

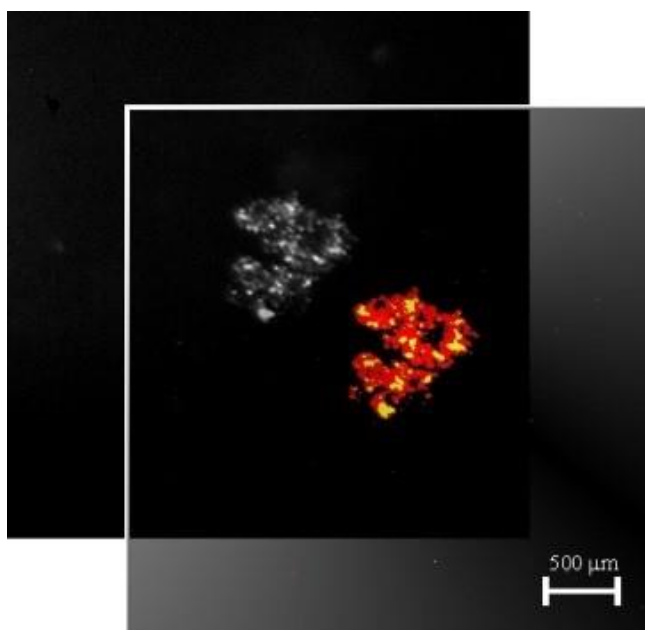


Figura 3. Agregado de Alumínio Caulinita e separação em classes de iluminação. Fonte: Moruzzi *et al.* (2020).

Para as análises que incluem a adimensionalização do tamanho do agregado, o *pixel* da imagem capturada é tido como a unidade base de composição do agregado, também chamado *floculi*, pois tem tamanho suficiente pra conter os componentes: água, precipitado amorfo do coagulante e partícula primária, em concentração proporcional ao agregado como um todo. Portanto, o *pixel* das imagens capturadas a partir daqui, passa a ser a unidade básica para relativização das dimensões do agregado.

A dimensão fractal para os agregados foi calculada levando em consideração os tamanhos adimensionais, ou seja, com base na quantidade de partículas constituintes contidas nas dimensões características linear, bidimensional e tridimensional. O fractal tridimensional foi calculado por meio da Equação 34.

$$\frac{V}{Res^3} = b \left(\frac{D_{max}}{Res} \right)^{Df} \quad (34)$$

Em que: V é o volume da elipse equivalente ao agregado; Res é a resolução do equipamento de captura de imagem (em $\mu m/pixel$); b é o coeficiente multiplicativo da equação de potência; D_{max} é a maior corda entre dois pontos do perímetro e que passa pelo centro geométrico do objeto; Df é a dimensão fractal tridimensional.

4.2.4 Permeabilidade do agregado

Para a análise da permeabilidade do agregado foram calculados os parâmetros Permeabilidade Adimensional (ξ^{-2}) e Eficiência de Coleta de Fluido (η). Considerando – se um agregado aproximado por uma esfera equivalente de mesma área de projeção, com raio a e formado por partículas de raio a_p .

A permeabilidade adimensional do agregado é dada pela Equação 35.

$$\xi^{-2} = k / a^2 \quad (35)$$

Em que: ξ^{-2} é a permeabilidade adimensional; k é a permeabilidade do agregado; a é o raio do agregado; a_p é o raio das partículas constituintes.

Neste modelo, proposto por Rogak e Flagan (1990), a porosidade dentro do agregado é considerada homogênea, e é possível relacionar a permeabilidade equivalente ao Fator de Empacotamento (γ) e Dimensão Fractal (Df) por meio da Equação 36.

$$\xi^{-2} = \left[1 - \gamma (a_p/a)^{3-Df} \right] \left(\frac{(a_p/a)^{2Df-6}}{\gamma^2} - \frac{2(a_p/a)^{Df-3}}{\gamma} + 1 \right) \frac{(a_p/a)^2}{45} \quad (36)$$

Em que: ξ^{-2} é a permeabilidade adimensional; γ é o fator de empacotamento; Df é a dimensão fractal tridimensional; a é o raio equivalente a área do agregado; a_p é o raio da partícula componente do agregado.

O fator de empacotamento pode assumir valores entre 0 e a/a_p . O valor de $\gamma = 1$ corresponde a um objeto sólido, se $Df = 3$. À medida que γ tende a 0, o agregado se torna maior em tamanho e quantidade em comparação a partícula primária a_p . Usando dados experimentais para agregados de Alumínio-Argila de Tambo e Watanabe (1979), Chellam e Wiesner (1993) estimaram $\gamma = 0,5$; valor utilizado no presente trabalho.

A Eficiência de Coleta de Fluido (η), por sua vez, é definida como a razão entre as linhas de corrente de fluido que se aproximam do agregado e aquelas que conseguem atravessar o agregado e expressa conforme a Equação 37. Baseado nas Equações da lei de Darcy para modelar o fluxo dentro do agregado é possível obter a relação entre a Eficiência de Coleta

de Fluido (η) e Permeabilidade Adimensional (ξ^{-2}). É possível, portanto, concluir que ambos os parâmetros estão relacionados à Dimensão Fractal D .

$$\eta = \frac{3}{3+2\xi^2} \quad (37)$$

Em que: η é a eficiência de coleta do fluido; ξ é a permeabilidade adimensional.

A razão do coeficiente de arrasto (Ω) é dada pela relação entre o coeficiente de arrasto de uma partícula porosa e permeável e o coeficiente de arrasto de uma partícula sólida e impermeável de mesmo tamanho, ou ainda pela relação proposta por Sutherland e Tan (1970), expressa pela Equação 38.

$$\Omega = \frac{Cd_{partícula\ permeável}}{Cd_{partícula\ impermeável}} = \frac{2\xi^2}{2\xi^2+3} \quad (38)$$

Em que: Ω é a razão do coeficiente de arrasto; Cd é o coeficiente de arrasto e ξ é a permeabilidade adimensional.

4.2.5 Detalhamento do problema da Sedimentação

O balanço de forças envolvidas na sedimentação gravitacional pode ser descrita pela Equação 39.

$$F_g = F_b + F_d \quad (39)$$

Em que: F_g é a força gravitacional; F_b é a força flutuante (empuxo); F_d é a força de arrasto sobre a partícula em sedimentação.

As forças que atuam sobre a partícula sedimentação podem ser descritas segundo as Equações 40-42.

$$F_g = \frac{\pi}{6} d^3 \rho g \quad (40)$$

$$F_b = \frac{\pi}{6} d^3 \rho_l g \quad (41)$$

$$F_d = Cd \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{2} \rho_l v_s \quad (42)$$

Em que: d é o diâmetro da partícula em sedimentação; g é a aceleração da gravidade; ρ_l é a densidade do fluido (água) e v_s é a velocidade terminal de sedimentação. Cd é o coeficiente de arrasto.

O coeficiente de arrasto representa papel fundamental na formulação de modelos de sedimentação de agregados e existem várias tentativas de aproximação para diferentes condições experimentais e fenomenológicas. Caso a partícula em sedimentação seja uma esfera sólida e impermeável o Coeficiente de Arrasto pode ser calculado pela Equação 43, válida para $Re < 1$ e $d < 1$ mm.

$$Cd_s = 24/Re \quad (43)$$

Em que: Cd_s é o coeficiente de arrasto de uma partícula esférica sólida e impermeável; Re é o número de Reynolds.

O tamanho de cada agregado e as velocidades experimentais associadas à eles são utilizados para determinar o número de Reynolds, conforme a Equação 44.

$$Re = \rho_l v_s d / \mu_l \quad (44)$$

Em que: Re é o número de Reynolds; μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido (água); ρ_l é a densidade do fluido (água); v_s é a velocidade de sedimentação e d é o diâmetro da partícula.

A velocidade de sedimentação terminal para partículas sólidas e esféricas pode ser calculada pela Lei de Stokes, válida para $Re < 1$ e $d < 1$ mm e expressa pela Equação 45.

$$u_t = \frac{1}{18} \frac{d^2 g (\rho - \rho_l)}{\mu_l} \quad (45)$$

Em que: u_t é a velocidade de sedimentação terminal de Stokes; d é o diâmetro da partícula; μ_l é a viscosidade dinâmica do fluido (água); g é a aceleração da gravidade; ρ é a densidade da partícula em sedimentação e ρ_l é a densidade do fluido (água).

4.2.5.1 Modelo 01: Porosidade fractal

Para o caso em estudo, do agregado de Alumínio-Caulinita, o coeficiente de arrasto adotado leva em consideração porosidade fractal homogênea (ϵ), conforme a Equação 46 inicialmente proposta por Jiang e Logan (1991), e adaptada para o método de análise de

imagem por MORUZZI *et al.* 2020. Além disso, o coeficiente de arrasto do Modelo 01 considera como diâmetro representativo dos agregados o diâmetro volumétrico (d_v).

$$Cd_1 = \frac{4}{3} \frac{(\rho_a - \rho_l) d_v g (1 - \varepsilon)}{\rho_l V_{exp}^2} \quad (46)$$

Em que: Cd_1 é o coeficiente de arrasto do agregado poroso; ρ_a é a densidade do agregado; ρ_l é a densidade do fluido (água); d_v é o diâmetro volumétrico do agregado; g é a aceleração da gravidade; ε é a porosidade do agregado e V_{exp} é a velocidade experimental do agregado.

O diâmetro volumétrico, adotado como a dimensão característica do agregado é tomado a partir do atributo Elipse Equivalente do agregado (EE) obtido a partir de análise de imagem e explicado em detalhes na Seção 4.3.7. O diâmetro volumétrico e o Volume da elipse equivalente são calculados pelas Equações 47 e 48.

$$d_v = \sqrt[3]{\frac{6V_{EE}}{\pi}} \quad (47)$$

$$V_{EE} = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,5 E_{max} \cdot 0,25 E_{min}^2 \quad (48)$$

Em que: d_v é o diâmetro volumétrico do agregado; V_{EE} é o volume da elipse equivalente; E_{max} é o eixo principal da elipse equivalente; E_{min} é o eixo secundário da elipse equivalente.

A porosidade do agregado foi calculada por meio da Equação 49.

$$\varepsilon = 1 - b(D_{adm})^{Df-3} \quad (49)$$

Em que: ε é a porosidade do agregado; b é o coeficiente multiplicativo da dimensão fractal; Df é o expoente da equação de potência da dimensão fractal. D_{adm} é o tamanho adimensional do agregado, que corresponde à razão entre a dimensão total e a dimensão da partícula que o compõe.

A dimensão fractal (Df) foi calculada a partir da Equação 50. Para o cálculo de Df foi utilizado o conceito de tamanho adimensional, explicado em detalhes na Seção 4.2.1.

$$N = bD_{adm}^{Df} \quad (50)$$

Em que: N é a quantidade total de unidades base (*floculli*) no agregado, D_{adm} é o tamanho adimensional do agregado; b é o coeficiente multiplicativo da equação de potência e Df é a dimensão fractal tridimensional.

A densidade do agregado foi determinada para cada agregado, individualmente, a partir do balanço de massa entre o agregado, a partícula primária e os vazios ocupados pelo líquido, conforme a Equação 51.

$$\rho_{f1} = \rho_l + \left(b(D_{adm})^{Df-3}(\rho_p - \rho_l) \right) \quad (51)$$

Em que: ρ_{f1} é a densidade do agregado; ρ_l é a densidade da água e ρ_p é a densidade da partícula componente do agregado.

Com base no método de imagem pode-se verificar que a porosidade fractal média do agregado foi de 80,87%. Apoiado na teoria fractal de que o arranjo se repete independentemente da escala, adotou-se a mesma distribuição dentro do *floculli*. Por tanto a densidade efetiva da unidade base do agregado foi adotada como mostra a Equação 52.

$$\rho_p = 0,8\rho_l + 0,2\rho_c \quad (52)$$

Em que: ρ_p é a densidade da unidade componente do agregado; ρ_l é a densidade do líquido (água) e ρ_c é a densidade da caulinita.

Por fim, a velocidade de sedimentação para o Modelo 01 foi calculada por meio da Equação 53.

$$V_{calc_1} = \frac{1}{18} \frac{d_v^2 g (\rho_{f1} - \rho_l)}{\mu_l} T \quad (53)$$

Em que: V_{calc} é a velocidade calculada pelo modelo; ρ_f é a densidade do agregado; ρ_l é a densidade do líquido (água); d_v é o tamanho representativo do agregado; g é a aceleração da gravidade; μ_l é a viscosidade dinâmica do líquido (água) e T é coeficiente de ajuste que compreende todas as limitações resultantes das simplificações assumidas como: as partículas primárias sendo compactas, monodispersas e perfeitamente esféricas, agregados assumindo tamanhos equivalentes à formas perfeitas e esferas impermeáveis e a porosidade sendo homogênea nos agregados.

4.2.5.2 Modelo 02: Fator de forma

Para o Modelo 02 coeficiente de arrasto do agregado foi calculado por meio da Equação 54, proposta por Haider e Levenspiel (1989), os quais trabalharam com o monitoramento de partículas de caulinita em coluna de sedimentação e que leva em conta o fator de forma ϕ .

$$Cd_2 = \frac{8}{Re} (1 + b_1 Re^{b_2}) + \frac{b_3 Re}{b_4 + Re} \quad (54)$$

$$b_1 = \exp(2,3288 - 6,4581\phi + 2,4486\phi^2)$$

$$b_2 = 0,0964 + 0,5565\phi$$

$$b_3 = \exp(4,905 - 13,8944\phi + 18,4222\phi^2 - 10,2599\phi^3)$$

$$b_4 = \exp(1,4681 + 12,2584\phi - 20,7322\phi^2 + 15,8855\phi^3)$$

Para o fator de forma foi utilizado o novo método de Maroof para classificação de formas de partículas (MAROOF *et al.*, 2020), denominado razão da esfera inscrita-circunscrita, expressa na Equação 55.

$$\phi = w / l; \quad (55)$$

Em que: w é o diâmetro da maior esfera inscrita ao agregado e l é o diâmetro da menor esfera circunscrita. Adaptando o parâmetro ϕ ao bidimensionalidade intrínseca aos atributos da análise de imagem, tem-se que w e l correspondem a D_{min} e D_{max} , respectivamente.

Foi calculado para os dados experimentais a Força de Arrasto (F_d) e o Empuxo (F_b), conforme as Equações 56 e 57, respectivamente.

$$F_d = Cd_2 \frac{\pi d_v^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \rho_l V_{exp} \quad (56)$$

$$F_b = \frac{\pi}{6} d_v^3 \rho_l g \quad (57)$$

Em que: F_d é a Força de Arrasto; F_b é o empuxo; Cd_2 é o coeficiente de arrasto para o Modelo 02; d_v é o diâmetro volumétrico; ρ_l é a densidade do líquido (água); V_{exp} é a velocidade de sedimentação experimental.

A partir do balanço de forças obteve-se o componente gravitacional F_g , baseado nas Equações 58 e 59.

$$F_g = F_b + F_d \quad (58)$$

$$F_g = \frac{\pi}{6} d_v^3 \rho_{f2} g \quad (59)$$

Em que: F_g é a força gravitacional agindo sobre o agregado; d_v é o diâmetro volumétrico; ρ_{f2} é a densidade do agregado para o Modelo 02 e g é a aceleração da gravidade.

Por fim, a velocidade de sedimentação para o Modelo 02 foi calculada por meio da Equação 60.

$$V_{calc_2} = \frac{1}{18} \frac{d_v^2 g (\rho_{f2} - \rho_l)}{\mu_l} \quad (60)$$

Em que: V_{calc} é a velocidade calculada pelo modelo; ρ_f é a densidade do agregado; ρ_l é a densidade do líquido (água); d_v é o tamanho representativo do agregado; g é a aceleração da gravidade; μ_l é a viscosidade dinâmica do líquido (água).

4.3 Abordagem experimental

De um modo geral, o processo de obtenção de resultados com base nos dados experimentais se subdivide nas fases de (1) Ensaios de floculação e sedimentação em escala laboratorial, (2) captura de imagens sequenciais, análise de imagem e velocimetria de partículas e (3) análise de consistência dos dados e processamento dos dados. Antes disso, no entanto, é necessário detalhar a Água de Estudo, os insumos e o aparato experimental utilizado nos ensaios laboratoriais.

Os ensaios experimentais em escala laboratorial foram conduzidos nas dependências do Laboratório de Tratamento e Reúso de Água e Efluentes (LATARE) pertencentes ao Departamento de Geografia e Planejamento Ambiental do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da UNESP Campus Rio Claro. O período de execução dos ensaios foi entre Outubro de 2019 e Fevereiro de 2020.

Os ensaios de bancada foram monitorados por sistema dedicado de análise de imagem gerando mídias digitais (foto e vídeo) que foram cuidadosamente selecionados e posteriormente analisados a fim de bem representar os fenômenos envolvidos.

4.3.1 Água de Estudo

Para a produção da Água de Estudo foi utilizada água laboratorial deionizada por processo de osmose reversa. O equipamento de purificação utilizado é do fabricante Marconi[®], com sete cartuchos de filtração de materiais variados. A água deionizada foi utilizada para diluição do material particulado a fim de produzir a suspensão que foi submetida aos processos de coagulação e sedimentação.

Como material particulado, foi utilizada Caulinita ($\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), material sólido, de origem mineral, com granulometria fina e cor branca ou quase branca. A Figura 4 apresenta uma imagem obtida em microscopia eletrônica de varredura (MEV) de uma amostra de Caulinita laboratorial. É possível observar a estrutura placóide do mineral o que confere aos grânulos formas irregulares com superfícies complexas e arestas pontiagudas.

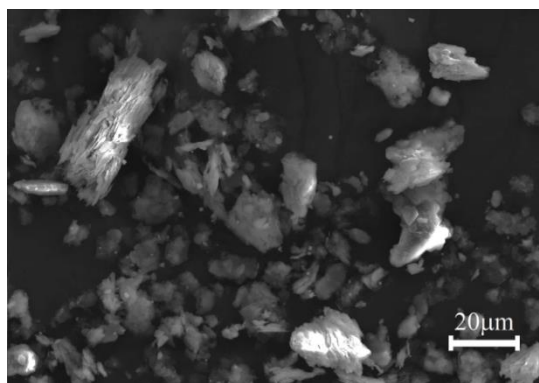


Figura 4. Imagem de microscopia eletrônica de varredura (MEV) de uma amostra de Caulinita laboratorial. Adaptado de Moruzzi *et al.* (2020)

A distribuição de tamanho da Caulinita é apresentada na Figura 5 e foi obtida por Moruzzi *et al.*(2020). Trata-se de material heterodisperso, com tamanhos variando entre 1 e 100 μm com distribuição com mediana em cerca de 10 μm .

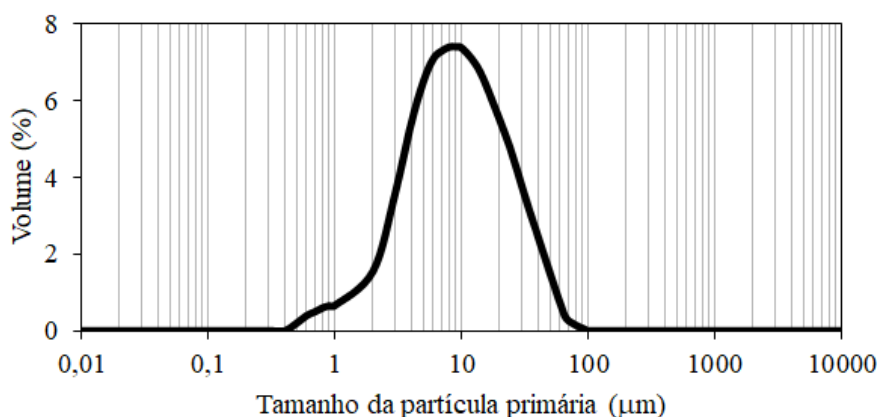


Figura 5. Frequência volumétrica contra o tamanho da partícula primária de Caulinita. Adaptado de Moruzzi *et al.*(2020).

Foram coletados 50 g de material particulado de Caulinita e adicionados a 1 l de água deionizada para construção da suspensão mãe, conforme Yukselen e Gregory (2004). A suspensão foi levada ao agitador eletromecânico *Jar test* onde foi agitada por 3h à taxa de 400 s^{-1} e, na sequência, deixada em repouso por 24h. Após este período, o sobrenadante (fração em suspensão) foi separado do corpo de fundo (fração precipitada), sendo este último descartado. A fração suspensa foi então diluída novamente em água destilada até que a amostra atingisse o valor balizador de turbidez de 100 ± 5 NTU.

O valor de turbidez escolhido é comumente encontrado em águas naturais de mananciais de abastecimento e recorrentemente utilizado na literatura para águas laboratoriais. (DI BERNARDO e DANTAS, 2005) Além disso, com base nos resultados obtidos por Silva (2017) a Água de Estudo na faixa de turbidez em questão tem capacidade de produzir partículas floculentas em condições ideais para monitoramento por análise de imagem, visto que, a alta turbidez e concentração de agregados podem prejudicar a iluminação e definição dos limites das partículas pela sobreposição de agregados enquanto a baixa turbidez produz imagens com baixa concentração de agregados, dificultando a produção de dados estatisticamente suficientes.

A Água de estudo, composta por água destilada e solução mãe de caulinita, tem as propriedades físico-químicas descritas na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros de qualidade da Água de Estudo.

Parâmetro	Método/Equipamento	Limites de quantificação	Unidade	Valores
Turbidez	Turbidímetro	0 - 1000	NTU	100,0 ± 3*
Condutividade	Condutivímetro	0 - 20.000	uS/cm a 25 °C	44,0 ± 0,3
Dureza Total	Titulação volumétrica	2 - 200	mg CaCO ₃	8,0
Alcalinidade	Titulação volumétrica	20-400	mg CaCO ₃	<20,0
pH	pHmetro	0 - 14	-	7,8 ± 0,5
Cor verdadeira	Espectrofotometria 455 nm	0 - 500	PtCo	20,9 ± 2,1
Cor verdadeira	Espectrofotometria 465 nm	0 - 500	PtCo	22,0 ± 6,9
Sólidos Totais	Espectrofotometria 810 nm	0 – 750	mg/L	27,5 ± 0,9

* Desvio Padrão. Fonte: Autor

4.3.2 Coagulante

O coagulante utilizado foi o Sulfato de Alumínio (*Sigma Aldrich*) ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$), coagulante da classe dos sais metálicos, amplamente utilizado em Estações de Tratamento de Água (ETA) e sistemas laboratoriais. Foi produzida solução mãe do coagulante à concentração de 46,67 mg/l com pH de $2,75 \pm 0,1$ para ser utilizada nos ensaios de floculação. Para o ajuste de pH da solução final utilizou-se o Hidróxido de Sódio (NaOH) a uma concentração de 4 g/l e pH de $12,7 \pm 0,1$.

A partir resultados de ensaio de coagulação obtidos por Silva (2017) foi adotado com base na menor turbidez remanescente (2,0 NTU) o ponto ótimo de 2,0 mg Al^{3+} /l em pH de 7,5, no qual atua o mecanismo de coagulação por varredura.

4.3.3 Aparato experimental

A Figura 6 apresenta a visão geral do aparato experimental utilizado nos ensaios laboratoriais de floculação e sedimentação, além do equipamento de monitoramento da sedimentação. O aparato experimental é composto por (1) agitador eletromecânico, (2)

tanque de floculação, (3) sistema de transferência do fluido, (4) Tanque de sedimentação, (5) equipamento de iluminação artificial e (6) equipamento de monitoramento por imagem.

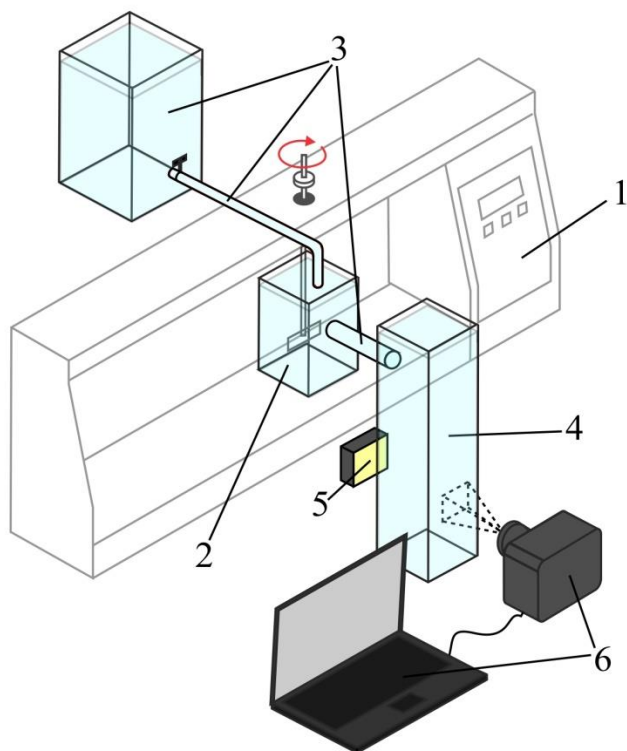


Figura 6. Aparato experimental. Fonte: Autor.

Foi utilizado o agitador eletromecânico *Jar Test* da marca Nova Ética® com potência de 100 W e faixa de rotação efetiva da pá entre de 20 e 400 rpm, os quais correspondem a Gradientes de velocidades médio (G) entre 20 e 800 s^{-1} , respectivamente.

O tanque floculação utilizado consistiu de uma cuba acrílica com dimensões totais internas de 200 x 114 x 114 mm com volume útil de 2 L à altura de 154 mm (nível operacional de floculação). O tanque foi adaptado para transferência de fluido, e recebeu um bocal de 3/4" com centro à altura de 77 mm da base e equidistante das laterais, que se conecta a um tubo de transferência também com 3/4", com 325 mm de comprimento e dotado de válvula.

O sistema de transferência de fluido que funcionou pelo princípio de vasos comunicantes é composto por um reservatório elevado de 10 L, dotado de torneira e mangueira de 10 mm que se conecta ao tanque de floculação, que por sua vez estava conectado ao tanque de

sedimentação por um tubo de 3/4". O reservatório é ligeiramente elevado em relação ao tanque de floculação, com altura inicial de 0,10 m para que não ocorressem grandes velocidades na transferência, o que poderia interferir no processo de floculação, rompendo os agregados. Os tanques de floculação e sedimentação tiveram as alturas manométricas perfeitamente alinhadas durante a floculação e a transferência entre os tanques iniciou-se instantaneamente após a abertura da torneira do reservatório elevado seguida da abertura da válvula do tubo de transferência.

O tanque de sedimentação consistiu em uma coluna com dimensões totais internas de 1000 mm de altura, 145 mm de largura e 150 mm de profundidade, construída em vidro não temperado de 2,5 mm de espessura. A base da coluna foi elevada para evitar contato mecânico que pudesse interferir no processo de sedimentação. O tanque de sedimentação foi preenchido com água deionizada até a altura de 920 mm, a qual esteve alinhada com o nível operacional do tanque de floculação. O líquido foi mantido em repouso por 2 horas a temperatura controlada de 25° C antes do início dos ensaios a fim de garantir sua estanqueidade.

O equipamento de iluminação artificial utilizado foi o *Flolight® Micro Beam 128*, o qual consistiu de um painel contendo 128 LEDs de 0,1 W cada um, de cor branca (5600 K), e com *dimmer* para controle da luminosidade. O equipamento de iluminação foi posicionado de forma que o tanque de sedimentação ficasse entre a iluminação e o sensor da câmera e os agregados em sedimentação fossem retroiluminados.

O equipamento de monitoramento utilizado, foi a câmera videofotográfica *Vision Research Phantom Miro EX4®*, monocromática com taxa de aquisição máxima de 1265 fps (*frames per second*) em resolução máxima de 800 por 600 *pixels*. Foi utilizada lente macro acoplável, com corpo de 12.5 mm, abertura máxima F/1.4 e distância focal mínima de 0,3 m. O conjunto câmera e lente foi conectado a um computador com software dedicado para controle da câmera e armazenamento das imagens capturadas. A região de interesse, em que os agregados foram detectados e as imagens obtidas, consistiu em uma janela de 35,20 mm de largura por 26,40 mm de altura por 5,00 mm de profundidade (profundidade de campo focal).

4.3.4 Ensaio de floculação e sedimentação

A água de estudo foi agitada para a homogeneização e adicionada ao Tanque de Floculação. Ao tempo zero do ensaio deu-se a adição de coagulante (Sulfato de Alumínio) e alcalinizante (Hidróxido de Sódio), concomitante com início da mistura rápida. Na mistura rápida o sistema foi agitado a um Gradiente de Velocidades Médio (G) de 800 s^{-1} durante o tempo de 10 s. Ao final da mistura rápida a agitação caiu instantaneamente para 20 s^{-1} , valor que foi mantido até o tempo de 20 min (tempo final da floculação e início da transferência). O Gradiente de 20 s^{-1} foi escolhido por se tratar de condição que apresentou maior eficiência de separação para a mesma água de estudo e coagulante, em estudos anteriores (SILVA, 2017; OLIVEIRA *et al.*, 2015). A escolha de um gradiente relativamente baixo facilita a tentativa de mantê-lo estável durante a transferência entre os tanques. Além disso, valores baixos de G tendem a formar agregados grandes, o que auxilia na identificação de feições pelo método de análise de imagem, por se afastar da região limite da resolução do método (CHAKRABORTI *et al.*, 2003).

O tempo de floculação total foi de 20 min, por considerar-se suficiente para que a floculação atinja o estado estacionário, conforme apontado por Moruzzi e Silva (2018). Após os 20 min de floculação, teve início a fase de transferência. O método de transferência por sistema de vasos comunicantes com escoamento por conduto afogado foi escolhido para evitar ao máximo a deterioração da amostra agregados, visto que métodos como a transferência manual com béquero ou pipetamento pode submeter os agregados a altíssimos G , rompendo-os, e assim, comprometendo suas propriedades na sedimentação gravitacional.

A transferência teve início com a elevação do nível d'água no tanque de floculação, o que ocorreu com a abertura da torneira do reservatório com vazão aproximada de 0,5 L/min. O volume total transferido do reservatório elevado para os dois tanques posteriores foi 1,6 L. Os agregados foram arrastados pela transferência de fluido entre o tanque de floculação e de sedimentação. A transferência deu-se até o tanque de floculação atingir o nível máximo. Estima-se que cerca 80% dos agregados em floculação tenham sido transferidos para o tanque de sedimentação.

Os agregados ao entrarem no tanque de sedimentação, rapidamente admitem trajetórias verticais, visto que o fluido deste tanque encontra-se em repouso. Foi visível o início de trajetórias estritamente verticais (sem a componente horizontal devido ao fluxo de entrada) a partir de 0,10 m do ponto de entrada de fluido no tanque de sedimentação em direção ao fundo. O método para determinar se o agregado tem trajetória estritamente vertical e velocidade constante (velocidade de sedimentação terminal) é apresentado na Seção 4.3.9. As imagens foram capturadas à distancia de 0,60 m do ponto de entrada de fluido e à altura de 0,25 m da base do tanque. As imagens foram capturadas com plano focal na região central do tanque, distando 72,5 e 75 mm das paredes do tanque.

O Gradiente Médio de Velocidades aplicado na floculação, seguido da transferência branda por sistema de vasos comunicantes e a deposição dos agregados em fluido estático (Coluna de sedimentação) propiciaram a floculação em etapas e conduziram à formação de agregados grandes e velozes, que por vezes ultrapassaram os valores comumente encontrados em sistemas convencionais em estações de tratamento.

4.3.5 *Captura de imagens sequenciais*

Para a captura de imagens foram estabelecidas as condições de iluminação, tempo de exposição do obturador e taxa de amostragem. O equipamento de iluminação artificial foi posicionado contra o sensor da câmera, a cerca de 1m de distância e utilizado em sua intensidade máxima. Foi estabelecido o tempo de 1000 μ s para o tempo de exposição. A taxa de amostragem foi adotada como 10 fps.

As imagens foram registradas com início na passagem do primeiro agregado em frente ao sensor da câmera até o tempo de 5 min, instante que ainda havia agregados em sedimentação, no entanto com velocidade extremamente baixas. Posteriormente, foram manualmente descartados trechos das imagens sequenciais em que por longos períodos (mais que 10 s) não foi capturado nenhum agregado.

O conjunto de lentes utilizada conduziu à imagens com profundidade de campo focal reduzido (aproximadamente 5 mm) o que propiciou a exclusão de objetos indesejados. Agregados fora de foco foram manualmente excluídos. A variação de tamanhos dentro do conjunto de planos de foco foi de cerca de 0,5% entre o plano mais próximo (maior

ampliação) e o mais distante (menor ampliação) do sensor da câmera. Durante a calibração foi utilizada a média entre os planos a fim de minimizar o efeito da distorção nas medições. O sistema foi calibrado atribuindo-se à imagem, tamanho conhecido, conforme descrito por Moruzzi (2005).

O grande volume do tanque de sedimentação, em comparação com o tanque de floculação, fez com que a concentração de agregados em sedimentação fosse baixa, diminuindo a interação entre os agregados e proporcionando imagens bem definidas e fácil identificação dos agregados. A Figura 7 apresenta um exemplo das imagens sequenciais obtidas.

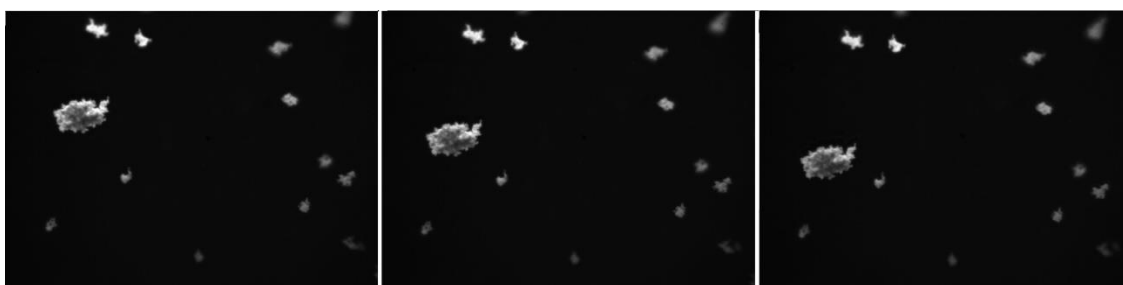


Figura 7. Imagens sequenciais obtidas pelo método de imagem. Fonte: Autor

4.3.6 Análise de imagem

Para a obtenção dos dados experimentais foram utilizadas técnicas baseadas em análise de imagem, entre elas a Velocimetria de Partícula por Imagens - VPI (*Particle Image Velocimeter - PIV*), que corresponde à detecção de um mesmo objeto em imagens sequenciais para a criação de trajetórias e determinação das velocidades. O software utilizado para as tarefas de análise de imagem foi o *Image Pro Plus 7.0*. A Figura 8, primeiramente apresentada por Moruzzi *et al* (2020), mostra, de maneira simplificada, o processo de VPI.

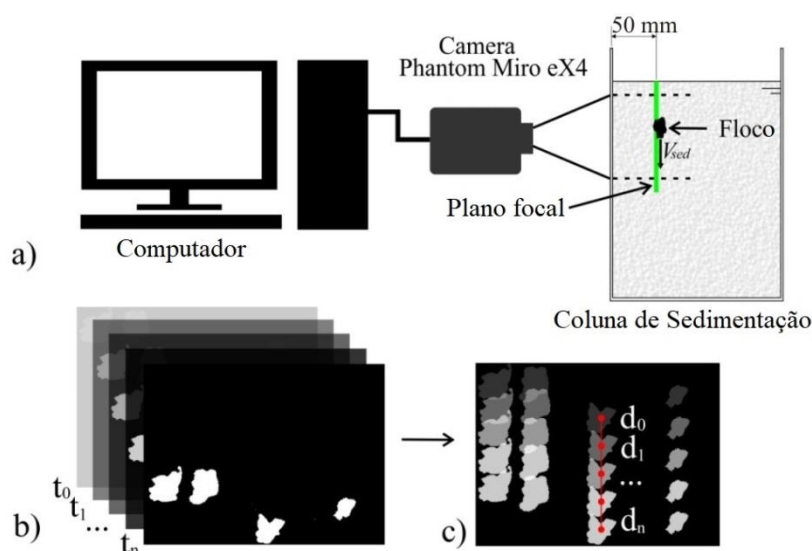


Figura 8. Método de Velocimetria de Partículas por Imagem (VPI). (a) Esquema simplificado do processo de captura das imagens sequenciais. (b) Pacote de imagens sequenciais com posições determinadas no tempo (c) análise do pacote de imagens sequenciais para criação das trajetórias e medição das velocidades. Fonte: Moruzzi *et al.* (2020)

A partir do conjunto de imagens sequenciais, obtido no monitoramento do ensaio de sedimentação, os agregados foram identificados. Com base nos níveis de intensidade (tons de cinza) das imagens foi estabelecido um limiar para a criação de imagens binárias (Gonzalez e Woods, 2008). Utilizando as imagens sequenciais binarizadas, o *software* de análise de imagem detectou os objetos de interesse e automaticamente criou as trilhas (*tracks*). As trilhas conectam o agregado detectado em diferentes quadros (*frames*) da sequência de imagens, e, portanto, correspondem à trajetória do movimento do agregado. Entre um quadro e outro existe um intervalo de tempo definido pela taxa de amostragem, a qual foi estabelecida em 10 fps. Portanto, o intervalo entre dois quadros é de 0,1 s. Foram excluídos os agregados que foram detectados em um número menor que 05 quadros sequenciais, o que poderia ocorrer devido a velocidades extremamente altas, interações com outros agregados e movimentação lateral ou em profundidade. Não há limite superior de quadros em que um agregado ser reconhecido, o que depende de sua velocidade de sedimentação.

A Figura 9 mostra um exemplo da detecção dos agregados e criação das trilhas pelo *software* de análise de imagem. A demarcação do perímetro do objeto é realizada pelo software com base no limiar de binarização escolhido. O alto contraste entre objeto de interesse e fundo, como os obtidos nas imagens capturadas, facilita essa delimitação.

Agregados fora da região de interesse, ou seja, que não estivessem inteiramente dentro dos limites da imagem e da profundidade de campo focal ou que apresentassem baixo nível de reflexão foram automaticamente descartados.



Figura 9. Identificação dos agregados e determinação das trilhas. Fonte: Autor.

No total, foram analisados 8000 quadros, resultando em 916 trilhas de agregados em sedimentação. Para cada agregado detectado, a análise de imagem resultou em uma grande quantidade de atributos, os quais são definidos na Seção 4.3.7. A este pacote de dados chamou-se de Dados Brutos. Com exceção dos atributos *Velocidade Instantânea*, *Coordenada X* e *Coordenada Y*, para os quais os valores são determinados quadro a quadro, todos os atributos resultam da média dos valores obtidos para o conjunto de imagens sequenciais em que o agregado é reconhecido.

É importante salientar que a análise de imagem bidimensional visando a obtenção de parâmetros da sedimentação, considera algumas limitações e premissas como a da simetria entre o plano de projeção e o plano ortogonal ao sentido do movimento, também discutidas por Jarvis *et al* (2005). Mesmo sendo um método amplamente utilizado, a projeção bidimensional do agregado baseada em uma única câmera pode implicar distorções às medidas do agregado, o que pode ser contornado por técnicas que utilizam espelhos ou a sincronização multicâmera.

4.3.7 Atributos do agregado

A seguir são apresentados os atributos obtidos a partir da análise de imagem.

Elipse equivalente: Representada por *EE*. A elipse equivalente é uma elipse com os mesmos momentos de inércia (primeiro e segundo momentos) do objeto.

Eixo principal: Representada por E_{max} . Corresponde ao comprimento do maior eixo da elipse equivalente ao objeto.

Eixo secundário: Representada por E_{min} . Corresponde ao comprimento do eixo menor da elipse equivalente ao objeto.

Ângulo: Representado por α . Corresponde ao ângulo entre o eixo vertical na imagem e o eixo principal da elipse equivalente ao objeto, em que $0^\circ < \alpha < 180^\circ$. O eixo vertical corresponde a 0° .

Ângulo até 90° : Representado por α' . Corresponde à transformação do atributo *Ângulo* para valores entre 0 e 90° por meio da Equação 61.

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha, & \alpha \leq 90^\circ \\ \alpha' = 180^\circ - \alpha, & \alpha > 90^\circ \end{cases} \quad (61)$$

Área: Representado por A . Corresponde à área de projeção 2D do objeto. A área é composta dos *pixels* com valores de intensidade (tons de cinza) dentro do intervalo selecionado.

Razão de Aspecto: Representado por Asp . Corresponde à proporção entre o eixo menor e o eixo maior da elipse equivalente ao objeto (ou seja, uma elipse com a mesma área, momentos de primeiro e segundo grau). O parâmetro *Razão de Aspecto* varia entre 0 e 1.

Razão X/Y da Caixa Delimitadora: Representada por $R(X/Y)$. Corresponde à proporção entre a largura e a altura da menor caixa delimitadora de cada objeto. A caixa é um retângulo com lados paralelos aos eixos vertical e horizontal e os objetos são inscritos a ela.

Coordenada X: Representada por C_X . Corresponde à posição da coordenada X do centro geométrico do objeto com valores sendo contados a partir do lado esquerdo da imagem.

Coordenada Y: Representada por C_Y . Corresponde à posição da coordenada Y do centro geométrico do objeto com valores sendo contados a partir do topo da imagem.

Dimensão máxima: Representada por D_{max} . Corresponde ao comprimento da linha mais longa que une dois pontos de contorno do objeto e que passa pelo centro geométrico.

Dimensão média: Representada por D_{med} . Corresponde ao comprimento médio, medidos em intervalos de dois graus, das linhas que unem dois pontos do contorno e que passam pelo centro geométrico do objeto.

Dimensão mínima: Representada por D_{min} . Corresponde ao comprimento da linha mais curta que une dois pontos de contorno do objeto e que passa pelo centro geométrico.

Perímetro: Representada por P . Corresponde ao comprimento da borda de cada objeto utilizando contorno poligonal de alta precisão. O perímetro dos orifícios internos não está incluso nesta medição.

Circularidade: Representado por O . Retrata quanto a projeção bidimensional do objeto se aproxima de um círculo. Objetos circulares terão $O = 1$; outras formas terão $O > 1$. Calculado pela Equação 62.

$$O = \frac{P^2}{4\pi A} \quad (62)$$

Em que: O é a circularidade, P é o perímetro e A é a área do objeto.

Velocidade Instantânea: Representada por V_i . Corresponde à distância do centro geométrico do mesmo objeto em dois quadros subsequentes do videograma, dividido pelo intervalo de tempo entre dois quadros subsequentes, que é igual a 0,1 s, como explicado na seção 4.3.6. A Velocidade Instantânea é expressa pela Equação 63.

$$V_i = \frac{(C_{i+1} - C_i)}{t} \quad (63)$$

Em que: V_i é a velocidade instantânea, C_i é a posição do centro geométrico do objeto no quadro inicial, C_{i+1} é a posição do centro geométrico do objeto no quadro subsequente e t é o tempo entre dois quadros.

Velocidade de Sedimentação Experimental: Representada por V_{exp} . Quando a variação da velocidade instantânea durante toda a trajetória do objeto é pequena, não atingindo o critério de corte estipulado em Análise de Consistência dos Dados, V_{exp} corresponde à média das velocidades instantâneas.

4.3.8 Utilização de objetos sintéticos

A fim de ilustrar, de maneira simplificada, a obtenção de atributos pelo método de análise de imagem e explicitar as diferenças e semelhanças entre os atributos de maneira visualmente acessível, foi concebida a estratégia de utilização objetos sintéticos. Esta abordagem simplificada buscou também validar os resultados do software de análise de imagem e esclarecer o seu funcionamento em situações em que o manual do usuário e suporte técnico não foram claros o suficiente.

Um total de 15 objetos, entre eles 05 triângulos, 05 quadriláteros, 03 elipses e 02 objetos com formas complexas, simulando agregados, foram desenhados em software de edição de imagem. Todos os objetos passaram pelo mesmo processamento de análise de imagem descrito para os videogramas experimentais em resultando em planilha de dados reduzida que incluiu os seguintes atributos: *Razão da Caixa Delimitadora; Ângulo; Circularidade; Aspecto; Eixo principal, Eixo secundário; Dmax e Dmin.*

4.3.9 Análise de consistência dos dados

Os dados brutos foram consistidos levando em consideração os princípios da sedimentação terminal gravitacional, em que é esperado movimento uniformemente variado (velocidade constante) e puramente vertical. Valores de corte para os atributos C_X e V_i foram utilizados para garantir estas condições.

O atributo C_X , analisado quadro a quadro, diz respeito ao deslocamento horizontal do agregado, ou seja, em eixo ortogonal ao sentido da sedimentação. Grandes variações nos valores para este parâmetro podem ser causadas por correntes de fluxo não desejadas e pela interação entre agregados (choque, quebra e agregação). Ainda, variações podem ocorrer por conta de vetores de força não verticais, resultantes da forma irregular dos agregados e da sua estabilidade, o que não é objeto de estudo deste trabalho. Como parâmetro para a variação do eixo X escolheu-se a sua *Amplitude*, calculada pela diferença entre o maior e menor valor de C_X ao longo da trajetória do agregado.

$$Amplitude = C_{Xm\acute{a}x} - C_{Xm\acute{i}n} \quad (64)$$

Como fator de restrição foram selecionadas as trajetórias cuja *Amplitude* no eixo X foi menor que 440 μm (10 *pixels*). Entende-se que dentro desta estreita faixa de valores, as variações no eixo X refletem mudanças de posição do centro de massa devido a diferenças de iluminação ou algum pequeno rearranjo estrutural do agregado, sem que o movimento vertical seja comprometido.

Da mesma forma, uma faixa de valores restrita foi adotada para a variação da velocidade durante a sedimentação. O Desvio em relação à média da velocidade foi utilizado como fator de restrição. Para o cálculo do Desvio foram utilizadas as velocidades máxima e mínima do agregado entre todo o conjunto de velocidades instantâneas medidas quadro a quadro. Foram selecionados os agregados com desvio menor que 20%.

$$\text{Desvio} = \text{Vel máxima} - \text{Velocidade min} / \text{Veloc média} \quad (65)$$

Os dois fatores de restrição aplicados simultaneamente reduziram o universo amostral de 916 para 237 agregados, o que se chamou de Dados Consistidos. Este conjunto de dados, que inclui todos os atributos dos agregados mencionados anteriormente, foi processado utilizando os softwares *Microsoft Office Excel* e *R Studio*.

4.3.10 Subconjuntos de dados

Em alguns momentos da investigação do problema foram necessárias transformações no universo amostral dos dados experimentais, para melhor representar algum fenômeno ou para minimizar a interferência de um atributo sobre outro. Desta forma, foram criados subconjuntos de dados, impondo limites para determinados atributos como é explicado a seguir.

Os subconjuntos A foram separados com relação aos atributos *Aspecto* e *Ângulo*, sendo:

A1 – agregados com *Aspecto* até 0,7 e com *Ângulo* de 0 a 30°.

A2 – agregados com *Aspecto* até 0,7 e com *Ângulo* de 30 a 60°.

A3 – agregados com *Aspecto* até 0,7 e com *Ângulo* de 30 a 60°.

Os subconjuntos B foram separados com relação ao *Eixo principal*, sendo:

B1 – 50 menores valores do atributo *Eixo principal*;

B2 – 50 valores ao redor da média (para mais e para menos) do atributo *Eixo principal*;

B3 – 50 maiores valores do atributo *Eixo principal*.

Os subconjuntos C foram separados com relação ao atributo *Velocidade de Sedimentação Experimental*, sendo:

C1 – 50 menores valores de *Velocidade de Sedimentação Experimental*;

C2 – 50 valores de *Velocidade de Sedimentação Experimental* (para mais e para menos);

C3 – 50 maiores *Velocidade de Sedimentação Experimental*.

Os subconjuntos D foram separados com relação ao atributo *Dimensão máxima*, sendo:

D1 – 50 menores valores do atributo *Dimensão máxima*;

D2 – 50 valores do atributo *Dimensão máxima* ao redor da média (para mais e para menos);

D3 – 50 maiores valores do atributo *Dimensão máxima*;

Os subconjuntos E foram separados utilizando como referência o atributo *Área*, sendo:

E1 – 50 menores valores do atributo *Área*;

E2 – 50 valores ao redor da média (para mais e para menos) do atributo *Área*;

E3 – 50 maiores valores do atributo *Área*.

Os subconjuntos F foram separados utilizando como referência o atributo *Vcalc₁*, sendo:

F1 – 50 menores valores do atributo *Vcalc₁*;

F2 – 50 valores ao redor da média (para mais e para menos) do atributo *Vcalc₁*;

F3 – 50 maiores valores do atributo $Vcalc_1$.

Os subconjuntos G foram separados utilizando como referência o atributo $Vcalc_2$, sendo:

G1 – 50 menores valores do atributo $Vcalc_2$;

G2 – 50 valores ao redor da média (para mais e para menos) do atributo $Vcalc_2$;

G3 – 50 maiores valores do atributo $Vcalc_2$.

5 RESULTADOS

De um modo geral, este estudo abordou as propriedades de 237 agregados monitorados em ensaio experimental em coluna de sedimentação. Uma visão estatística geral, para os principais atributos e parâmetros, é apresentada na Tabela 3.

As Velocidades de Sedimentação Experimental (V_{exp}) dos agregados variaram entre 0,45 e 4,83 mm/s com média de 1,78 mm/s e o tamanho dos agregados expressos pela dimensão máxima (D_{max}) variou entre 0,76 e 5,53 mm, com média em 1,88 mm. Segundo Crittenden (2005), velocidades sedimentação recorrentes, para flocos de Alumínio em sedimentadores convencionais de ETAs, vão de 0,55 mm/s, para agregados pequenos e frágeis até 1,53 m/h, para grandes agregados. Portanto, a faixa de velocidades observadas neste estudo compreende valores típicos para o tratamento convencional e vai para além destes, principalmente para velocidades altas.

Sobre o regime hidrodinâmico, do total de agregados observados, 43% apresentaram valores de $Re < 2$ e 97% apresentaram $Re < 10$.

Quanto aos principais atributos físicos/morfológicos, a dimensão fractal tridimensional (D_f) apresentou valores entre 2,2 e 2,8 com média de 2,6; A razão de aspecto (Asp) variou entre 0,27 e 0,97, com média de 0,69; A porosidade (ε) variou entre 0,63 e 0,99 com média de 0,8; A permeabilidade adimensional (ξ^{-2}) variou entre $6,5 \times 10^{-5}$ e 0,024 com média de 0,0013 para fator de empacotamento (γ) de 0,5; Para a orientação, 51% dos agregados tiveram ângulo (α') entre 60 e 90° (horizontalmente orientados).

Tabela 3. Resultados estatísticos gerais para os principais atributos e parâmetros.

Atributo / parâmetro	Unidade	Limite inf.	Limite sup.	Média ($\bar{X}$)	Desvio Padrão (S)
V_{exp}	mm/s	0,4528	4,8286	1,7802	0,7523
Re	-	0,2016	18,0207	2,9360	2,7839
D_{max}	mm	0,6029	5,8576	1,8783	0,8699
dv	mm	0,3316	3,7575	1,4252	0,6008
Asp	-	0,2698	0,9738	0,6958	0,1450
α'	graus	4,22	89,81	56,95	23,94
ε	-	0,6306	0,9966	0,8058	0,0713
ξ	-	6,514E-05	0,024	0,0013	0,0025

Fonte: Autor.

5.1 Análise de consistência dos dados

Para ilustrar a análise de consistência dos dados, foram amostrados aleatoriamente 50 agregados e suas respectivas trajetórias, nos conjuntos Dados Brutos e Dados Consistidos. A quantidade de agregados amostrados foi escolhida para que as representações gráficas pudessem ilustrar o processo sem que a alta concentração de dados prejudicasse a visualização.

A Figura 10 diz respeito ao atributo *Coordenada X* que é a posição no eixo X do centro geométrico do agregado. Para a obtenção da Figura 10, foi calculado a cada quadro do videograma o deslocamento (*Desloc Cx*) em relação à coordenada X inicial.

$$Desloc Cx_i = Cx_i - Cx_0, \quad 0 \leq i \leq n$$

Em que: Cx_0 é a coordenada em X no primeiro quadro da trajetória; Cx_i é a coordenada em X para o quadro de índice i .

Portanto, na representação da Figura 10 todos os agregados partem do ponto 0 no eixo X e a sua posição no tempo (eixo Y) é percorrida por uma linha. É nítida a menor variação no eixo X para os Dados Consistidos. As trajetórias ficaram mais alinhadas ao eixo vertical,

implicando no cálculo de velocidades de sedimentação sem interferência da componente X.

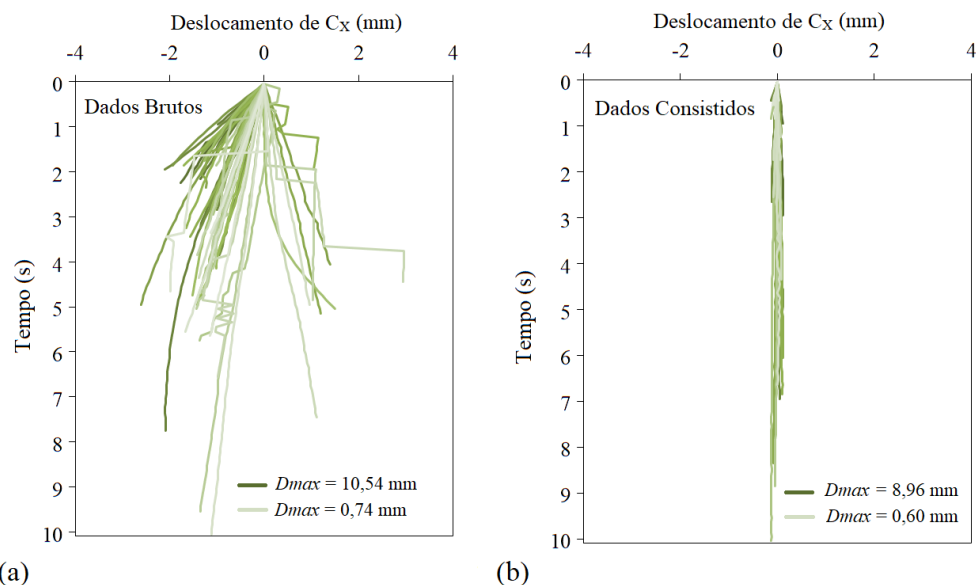


Figura 10. Deslocamento da Coordenada X do centro geométrico do agregado (*Desloc Cx*) (eixo das abcissas do gráfico) ao longo do tempo de sedimentação (eixo das ordenadas). (a) Dados brutos. (b) Dados Consistidos. As linhas que representam os agregados foram coloridas de acordo com uma escala de tamanho, sendo as mais escuras os maiores valores do atributo D_{max} . Fonte: Autor.

Figura 11 mostra a velocidade instantânea V_i para agregados aleatoriamente escolhidos do conjunto dos dados brutos (a) e para o conjunto dos dados consistidos (b). É possível notar que para os dados brutos há bastante variação na velocidade instantânea, o que pode indicar erros de medição e condições não ideais onde o agregado não atingiu a velocidade de sedimentação terminal. Essas trajetórias foram descartadas fazendo com que o novo conjunto tenha condições de velocidade de sedimentação mais próximas de constantes.

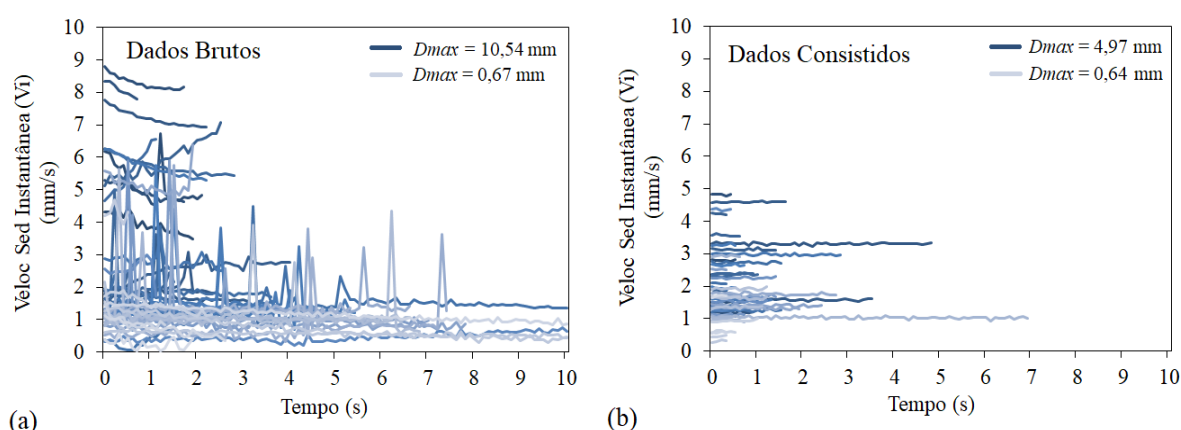


Figura 11. Velocidade instantânea (V_i) ao longo do tempo de sedimentação. (a) Dados brutos. (b) Dados consistidos. As linhas foram coloridas de acordo com a escala de tamanho, sendo as mais escuras os maiores valores do atributo D_{max} . Fonte: Autor

5.2 Análise de Componentes Principais (ACP)

A ACP obteve um conjunto de 10 Componentes Principais, cuja variância (Autovalores) é apresentada no *Screeplot* da Figura 12. Para a seleção da quantidade de CPs a serem consideradas, foi adotado o critério de Kaiser (KAISER, 1958). Este critério utiliza CPs com variância (autovalor) maior do que a unidade ($\lambda_i > 1$). Além disso, como pode ser visto na Tabela 4, os componentes CP1 e CP2 explicam juntos 84,5% da variância total, o que satisfaz a condição de adotar componentes que atinjam ao menos 70% de explicação, critério que também é adotado em muitos casos de utilização de ACP (JOHNSON e WICHERN, 1998).

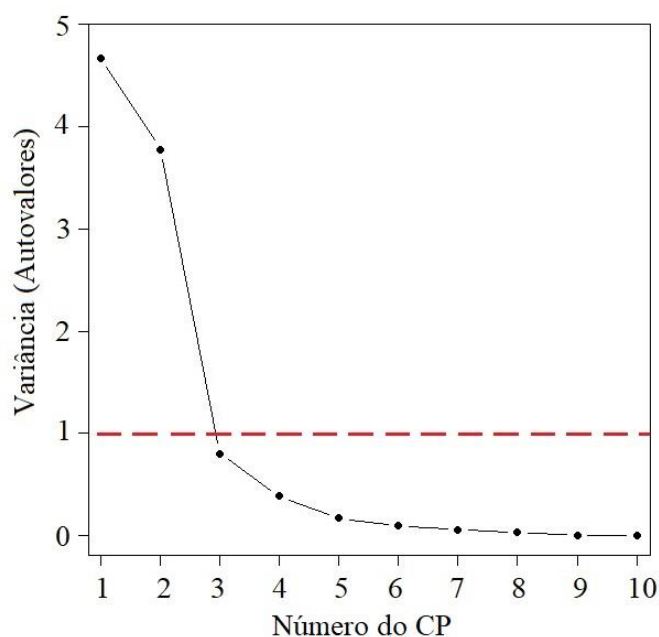


Figura 12. *Screeplot* com os valores de variância para cada Componente Principal. Fonte: Autor

Tabela 4. Componentes principais (CPs), Variância (Autovalores), porcentagem da variância explicada e proporção acumulada pelos componentes.

Componente Principal	Variância (Autovalores)	Proporção da Variância (%)	Proporção Acumulada (%)
CP1	4,6525	46,7220	46,7220
CP2	3,7624	37,7830	84,5050
CP3	0,7975	8,0080	92,5130
CP4	0,3860	3,8760	96,3900
CP5	0,1708	1,7160	98,1050
CP6	0,0962	0,9660	99,0710
CP7	0,0562	0,5640	99,6350
CP8	0,0335	0,3370	99,9720
CP9	0,0028	0,0280	100,0000
CP10	0,0000	0,0000	100,0000

Fonte: Autor

A Tabela 5 apresenta os coeficientes de ponderação (*loadings*) dos Componentes 01 e 02, usados para compor as equações dos CPs. É possível observar em CP1 valores altos, em módulo, para os atributos Asp , ρ_a (negativos) e ε (positivo). O CP1 pode, portanto, ser chamado de “Componente de Aspecto e Densidade em contraste com a Porosidade”.

No caso de CP2, 04 atributos destacaram-se, sendo eles a $Dmed$, VE , $Vexp$ e Re . Como a Dimensão média ($Dmed$) e Volume da Elipse (VE) dizem respeito a medidas de tamanho do agregado, guardadas as diferenças entre as grandezas uni e tridimensional, optou-se por chamar CP2 por “Componente de Tamanho, Velocidade e número de Reynolds”. As Equações 66 e 67, de CP1 e CP2 respectivamente, são apresentadas a seguir.

$$PC1 = 0,2195Dmed + 0,2050VE + 0,2042Vexp - 0,3868Asp + 0,2874Circ - 0,3144Df + 0,4179\varepsilon - 0,4179\rho_a + 0,2175Re - 0,3748Cd \quad (66)$$

$$PC2 = -0,4290Dmed + 0,4225VE - 0,43692Vexp - 0,2383Asp + 0,0568Circ - 0,3404Df + 0,1864\varepsilon - 0,1864\rho_a - 0,4484Re + 0,0102Cd \quad (67)$$

Como os atributos ε e ρ_a tem valores do coeficiente de ponderação iguais, porém com sinal trocado, podemos dizer que esses atributos apresentam relação linear perfeita e são inversamente proporcionais. O que também é visível na Figura 13, na qual são expressos os coeficientes de ponderação para CP1 e CP2. No gráfico, os dois atributos são representados por linhas perfeitamente alinhadas, apontando para direções contrárias.

Ainda na Figura 13, é visível a alta correlação entre os parâmetros $Dmed$, VE , $Vexp$ e Re , visto que as setas estão aglomeradas formando ângulos pequenos entre si. Estes 04 atributos, por formar ângulos próximos a 90° com as demais setas, indicam ter baixas correlações com todos os outros atributos, principalmente ε e ρ_a .

Os atributos ρ_a , Asp e Df apresentaram alta correlação direta entre si, assim como os atributos $Circ$ e ε também apresentaram, com setas formando ângulos fechados na Figura 13. Por outro lado, Cd e $Circ$ apresentaram relação inversamente proporcional.

Tabela 5. Coeficientes de ponderação e Correlação entre atributos, CP1 e CP2.

Variável	Coeficiente de Ponderação (Autovetores)		Correlação entre os atributos e os CPs	
	CP1	CP2	CP1	CP2
<i>Dmed</i>	0,2195	-0,4290	0,4744	-0,8340
<i>VE</i>	0,2050	-0,4225	0,4430	-0,8212
<i>Vexp</i>	0,2042	-0,4369	0,4413	-0,8492
<i>Asp</i>	-0,3868	-0,2383	-0,8361	-0,4632
<i>Circ</i>	0,2874	0,0568	0,6211	0,1104
<i>Df</i>	-0,3144	-0,3404	-0,6795	-0,6616
ε	0,4179	0,1864	0,9034	0,3624
ρa	-0,4179	-0,1864	-0,9034	-0,3624
<i>Re</i>	0,2175	-0,4484	0,4702	-0,8717
<i>Cd</i>	-0,3748	0,0102	-0,8101	0,0198

Fonte: Autor

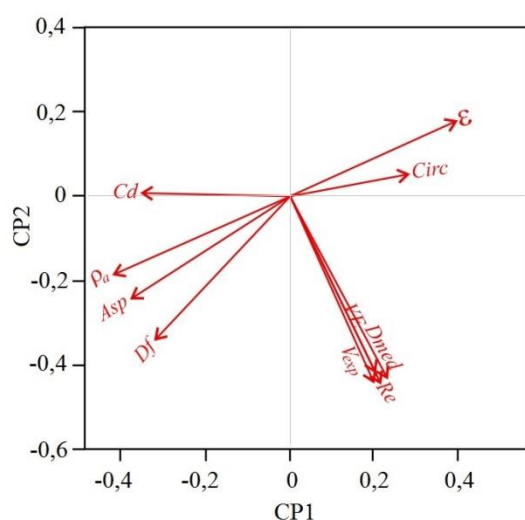


Figura 13. Gráfico dos coeficientes de ponderação (loadings) de CP1 e CP2 para cada atributo. Fonte: Autor

A Figura 14 apresenta as pontuações (*scores*) de cada elemento (agregado) em relação à CP1 e CP2. Os agregados foram organizados em três agrupamentos (*clusters*) com similaridade em relação à *Vexp* pelo método K-médias (*K-Means Clustering*). O valor médio de *Vexp* para cada agrupamento é apresentado no canto superior esquerdo da imagem. É possível notar que os agrupamentos 1 e 2 (médias 1,26 e 2,05 mm/s) estão mais alinhados ao eixo de CP1 e, portanto, são melhores explicados por este componente. Com relação aos atributos e seus pesos relativos a cada componente, podemos dizer que os

agrupamentos 1 e 2, são explicados, principalmente, pelos atributos Aspecto e Densidade em contraste com a porosidade.

Com relação ao agrupamento 3 (média 3,43 mm/s), os dados contidos nele ficaram muito mais alinhados com CP1, em que os atributos de tamanho (D_{med} e VE), V_{exp} e Re são preponderantes. Pode-se dizer, portanto, que o conjunto com maiores velocidades de sedimentação é explicado, principalmente, pelo Volume, Dimensão e Número de Reynolds.

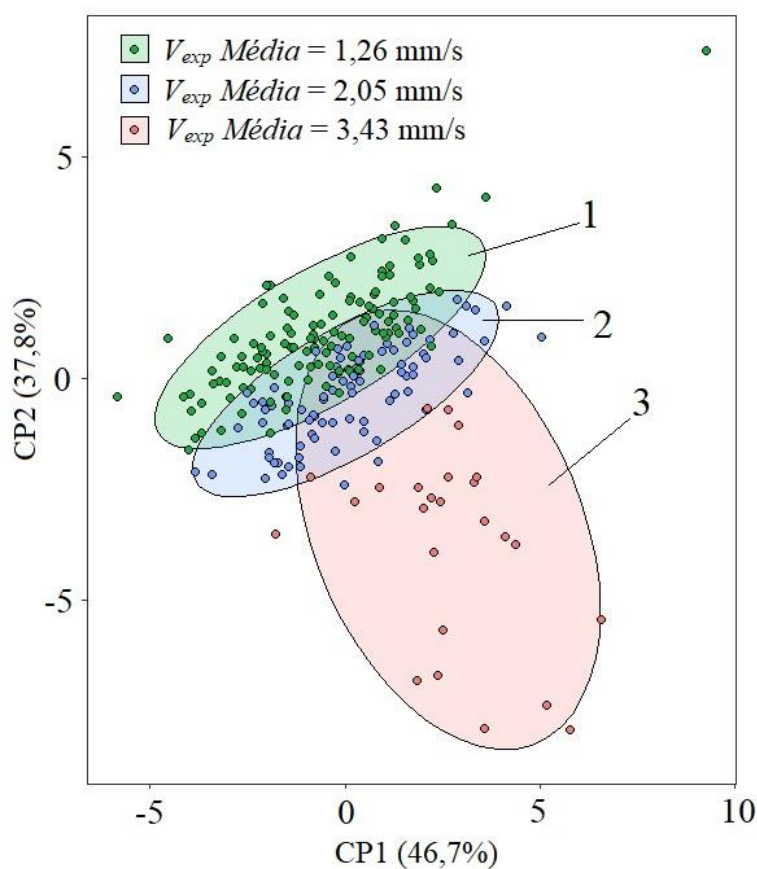


Figura 14. Pontuações (scores) para CP1 e CP2 organizados em 03 agrupamentos (*clusters*) de V_{exp} . Fonte: Autor

5.3 Parâmetros morfológicos para objetos sintéticos.

Para o esclarecimento do processamento e análise de imagem, bem como para facilitar o entendimento de análises posteriores sobre a morfologia de agregados reais, foram sintetizados objetos bidimensionais. Os objetos foram criados em software gráfico e numerados conforme apresenta a Figura 15. Os itens 4 e 5 são representações simplificadas de flocos, com condições morfológicas bastante distintas entre si. O restante dos itens representam figuras geométricas regulares. Entre as formas regulares estão círculo, elipses, retângulos e triângulos, com variados posicionamentos, orientações e relações entre eixos.

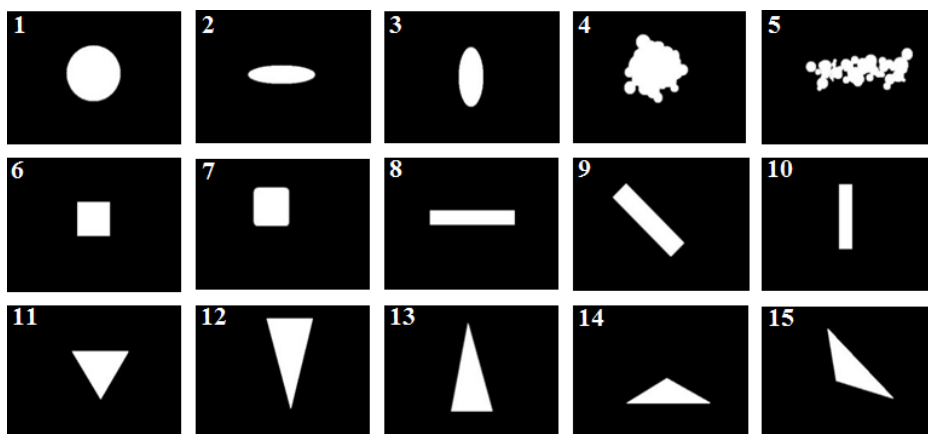


Figura 15. Objetos sintéticos utilizados para avaliação de parâmetros morfológicos. Fonte: Autor

As formas de 1 a 15 foram processadas sob a metodologia de análise de imagem de modo a serem obtidas as características morfológicas para cada uma delas. A Tabela 6 apresenta alguns parâmetros relevantes para descrever as formas, como resultado preliminar. Deve-se aqui, desconsiderar os valores absolutos de tamanho ou área, ainda que residam em ordem de grandeza similar, e atentar para os parâmetros morfológicos que independem do tamanho, assim como para a variação dos valores destes parâmetros frente às diferentes formas estudadas.

Tabela 6. Parâmetros morfológicos para objetos sintéticos.

Objeto sintético	Razão da Caixa Delimitadora	Ângulo	Circularidade	Aspecto	Razão das Dimensões
#	RC (a)	A (b)	O (c)	Asp (d)	Dmin/Dmax (e)
1	1,0000	179,9999	1,0085	0,9982	0,9840
2	3,7105	90,0001	1,7745	0,2673	0,2587
3	0,4146	0,0000	1,3211	0,4208	0,4098
4	0,9574	45,1761	2,1036	0,9787	0,6974
5	2,5747	85,8853	9,5084	0,2710	0,1524
6	1,0000	90,0000	1,1444	1,0000	0,7071
7	0,9375	0,1459	1,0889	0,9375	0,7297
8	5,9667	90,0000	2,3749	0,1675	0,1618
9	0,9933	135,0060	1,8536	0,2345	0,2259
10	0,2121	0,0000	2,0193	0,2120	0,2020
11	1,2268	92,9794	1,6028	0,9342	0,7287
12	0,5385	179,1282	2,0086	0,4607	0,3546
13	0,4944	176,8322	2,0946	0,4219	0,3211
14	3,3654	90,4773	2,4495	0,3294	0,3367
15	0,9789	134,4493	2,3072	0,3534	0,3448

Fonte: Autor

Comparando-se as formas 1, 2 e 3 é possível notar que o círculo difere da elipse em vários parâmetros, sobretudo naqueles que levam em consideração a razão entre dimensões do agregado, como é o caso dos parâmetros (d) e (e) .

Comparando-se as formas 6 e 7 é possível ver como o parâmetro (c) responde a um quadrado se aproximando a um círculo pelo arredondamento dos cantos (forma 7), como consequência desse arredondamento das bordas, o valor de *Circularidade* diminui, se aproximando de 1. É importante notar que apesar de poder fazer indicações semelhantes os parâmetros (d) e (e) nem sempre coincidem, como é caso da Forma 6. Para esta forma o *Dmax* corresponde a diagonal do quadrado e o *Dmin* ao lado do quadrado. Por outro lado, a elipse equivalente à Forma 6 é um círculo com diâmetro igual ao lado do quadrado, e essa elipse equivalente (círculo) possui eixos principal e secundário com valores semelhantes. Por este motivo parâmetro (d) é igual a unidade (*Eixo secundário/Eixo principal* = 1), já o parâmetro (e) é igual ao lado dividido pela diagonal do quadrado ou $1/\sqrt{2}$.

Comparando-se as Formas 8, 9 e 10 é nítida a variação do parâmetro (b), que acompanha a orientação do objeto em relação ao eixo vertical indo de 90° na Forma 8, para 0° (ou 180°)

na Forma 10. Estas mesmas Formas 8, 9 e 10 diferem das elipses das formas 2 e 3 principalmente pelo parâmetro (c).

Comparando-se as Formas de 11 a 14, é possível notar que o parâmetro (a) está, assim como o parâmetro (b), associado à orientação do objeto. Valores maiores que 1 dizem respeito aqueles que apresentam sombra no eixo X maior do que no eixo Y. Valores menores que 1, o contrário. No entanto é importante anotar que o eixo maior do objeto pode não estar alinhando a um dos eixos cartesianos, atrapalhando este tipo de análise.

Comparando-se as Formas 4 e 5 é nítida a diferença entre os seus valores para o parâmetro (a), isto porque, no eixo Y a Forma 5 é mais “achatada” do que a Forma 4. Para o parâmetro (b) a diferença é pequena, visto que Forma 4 não tem orientação bem definida, e o parâmetro (b) não é relevante nesta situação. Para o parâmetro (c) a diferença entre as formas 4 e 5 é bastante grande, ainda que ambas as formas estejam distante do valor de 1, que significa um círculo perfeito. A Forma 5, teve o valor de (c) mais elevado entre todas as formas, influenciado pelo alto valor de seu perímetro em relação à sua área.

Por fim, é importante notar que análise isolada de um parâmetro revela muito pouco a respeito da forma. Isto é evidenciado, por exemplo, quando duas formas distintas têm, para um único parâmetro, valores similares. Comparando-se o círculo perfeito (Forma 1) e o quadrado (Forma 6) tem-se valores para os parâmetros (a), (d), (e) e (f) muito próximos. Nesta comparação específica os parâmetros (c) e (f), poderiam diferir estas duas formas. Usando como exemplo as Formas 1, 6 e 7 é possível notar a fragilidade do parâmetro (b) quando o objeto em questão não tem orientação bem definida, podendo tender ao valor de 0 e 180° ou ainda ao redor de 90°. Isso acontece pois a análise leva em consideração a abertura existente entre o *Eixo principal* e o eixo puramente vertical. Quando o objeto não é alongado, é difícil obter uma medida precisa e representativa do seu *Eixo principal* e por isso recomenda-se a análise do atributo *Ângulo* para formas que tenham valores baixos do parâmetro *Aspecto*, o que será melhor discutido na Seção 5.4.

5.4 Aspecto do agregado

As Figuras 16-a,b apresentam, a título de exemplo, duas representações sintéticas de agregados com diferentes razões de *Aspecto*, sendo os aspectos circular e alongado, respectivamente. É fácil imaginar, por conta natureza das partículas primárias e da complexidade do arranjo entre elas, que dificilmente haverá um agregado de Alumínio-Caulinita totalmente esférico ou com forma exatamente igual à de uma elipse ou de um retângulo alongado. Os agregados, portanto, podem ter seu aspecto distribuído entre essas duas possibilidades e enquadrá-los como pertencentes ao grupo dos circulares ou dos alongados facilita o entendimento.

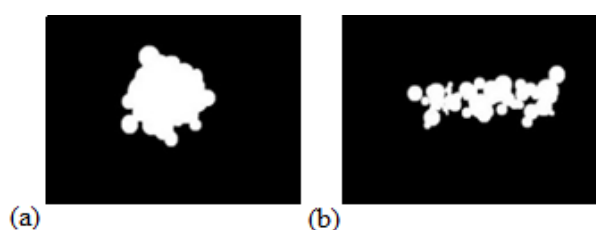


Figura 16. Formas produzidas em software gráfico simulando a projeção 2D de agregados com diferentes aspectos. (a) Agregado com aspecto circular ($Asp = 0,98$). (b) Agregados com aspecto alongado ($Asp = 0,27$). Fonte: Autor

Tendo em vista a classificação do aspecto do agregado entre alongado ou circular, as Figuras 17-a,b apresentam a distribuição do atributo *Aspecto* (*Eixo secundário/Eixo principal*) e da razão D_{min}/D_{max} , respectivamente, para o conjunto dos dados experimentais. Para os dois casos a distribuição aponta uma tendência geral, o que atesta que ambos os parâmetros indicam comportamentos similares, mas com sutis diferenças entre si. É possível observar que as maiores frequências em ambos os casos ocorrem em região levemente à direita do centro do gráfico. Com valores pequenos ($< 0,4$) sendo escassos.

Para a Figura 17-a, a maior ocorrência está entre 0,5 e 0,6 com frequência igual a 27% do total. Para este parâmetro não há ocorrência de agregados muito arredondados (faixa entre 0,9 e 1,0). Agregados com valores menores que 0,4 representam 11,8% do total. Para a Figura 17-b a maior ocorrência está entre 0,7 e 0,8. Isso quer dizer que, para 25,3% dos agregados, o menor eixo de sua esfera equivalente representa entre a sétima e a oitava parte de seu maior eixo. Agregados muito arredondados (razão entre 0,9 e 1,0) representam

cerca de 5% do total. Agregados com razão menor que 0,4 representam apenas 2,5% do total.

Na comparação entre os parâmetros apresentados na Figura 17-a e b, a razão *Eixo secundário/Eixo principal* desloca levemente a distribuição para o sentido dos maiores valores, o que pode ocorrer devido a transformação da forma do agregado na esfera equivalente e um consequente arredondamento da sua forma.

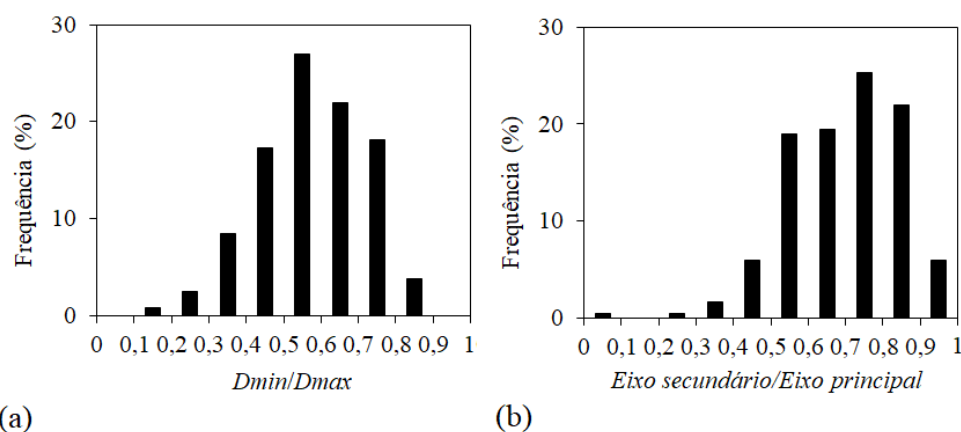


Figura 17. Distribuição para os dados experimentais das razões (a) *Eixo secundário/Eixo principal* e (b) D_{min}/D_{max} . Fonte: Autor

A Figura 18-a apresenta as médias da velocidade de sedimentação experimental (V_{exp}) para cada intervalo de *Aspecto* dos agregados experimentais, na forma de um gráfico de linhas em associação às barras, as quais representam a frequência do *Aspecto* para as mesmas classes. A média de V_{exp} variou para as diferentes faixas de *Aspecto*, apresentando um leve decaimento em resposta ao aumento do *Aspecto*. Como a relação entre a velocidade e o aspecto neste caso é feita para uma faixa ampla de tamanhos e de outros atributos, não é possível afirmar que o aspecto foi o responsável pela diminuição da média da velocidade. Alguns estudos (TROFA E D'AVINO, 2020; VAHEDI e GORCZYCA, 2012) afirmam que o aspecto tem, na verdade, efeito contrário sobre a velocidade, com agregados mais alongados apresentando menores velocidades de sedimentação. Acredita-se que tendência negativa, aqui, deve-se ao fato que o método de imagem tende, no limite inferior de tamanho, a transformar qualquer forma em um pixel quadrado com razão de *Aspecto* próxima a 1.

É também de se pensar que, tendo o aspecto influência sobre a velocidade de sedimentação, agregados com aspecto alongado tenham maiores variações de velocidade a

depender da orientação em que sedimentam em comparação com agregados arredondados. Este efeito é evidenciado na Figura 18-b, que apresenta os desvios médios das velocidades médias para cada faixa de razão de aspecto. O desvio médio das velocidades de sedimentação diminuiu levemente com o aumento da razão de aspecto, o que pode indicar uma homogeneização das velocidades para agregados arredondados. Como mencionado anteriormente, o floco arredondado não tem uma orientação bem definida, diferente do floco alongado que pode estar paralelo ou ortogonal ao movimento, por exemplo, e este fato pode levar a variações maiores das velocidades dos flocos alongados.

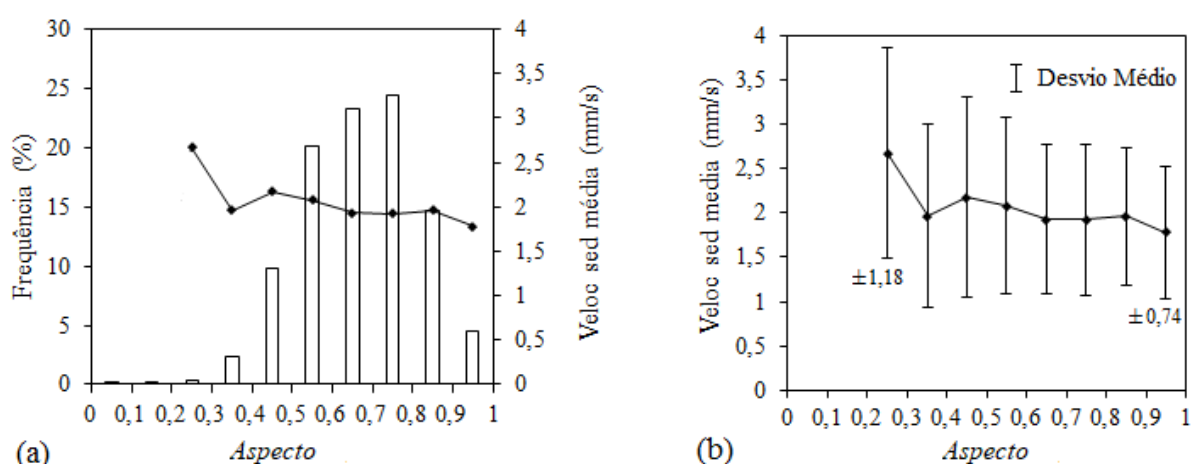


Figura 18. Distribuição do aspecto dos agregados experimentais. (a) Média de V_{exp} (gráfico de linhas, com eixo vertical correspondente à direita) por classes de $Aspecto$ (E_{min}/E_{max}) (gráfico de barras com eixo vertical correspondente à esquerda). (b) Desvio médio de V_{exp} para cada classe de $Aspecto$. Fonte: Autor

5.5 Orientação do agregado

A Figura 19-a apresenta a relação entre o parâmetro $Razão\ X/Y$ e o $Aspecto$. É possível observar que com o aumento do valor de $Aspecto$, ou seja, à medida que a elipse equivalente ao agregado se aproxima de um círculo, o parâmetro $Razão\ X/Y$ converge para o valor unitário, situação em que as dimensões relativas aos eixos horizontal e vertical são iguais e o objeto, portanto, não tem orientação bem definida.

Para os dados experimentais, o parâmetro $Razão\ X/Y$ apresentou uma distribuição levemente deslocada para valores maiores que 1 com 62,5 % dos valores entre 1 e 2 contra 37,5% entre 0,5 e 1, como é possível observar na Figura 19-b. Isso quer dizer que o

alinhamento em relação ao eixo X (orientação horizontal) é mais frequente, o que representa uma orientação contrária ao sentido do movimento de sedimentação.

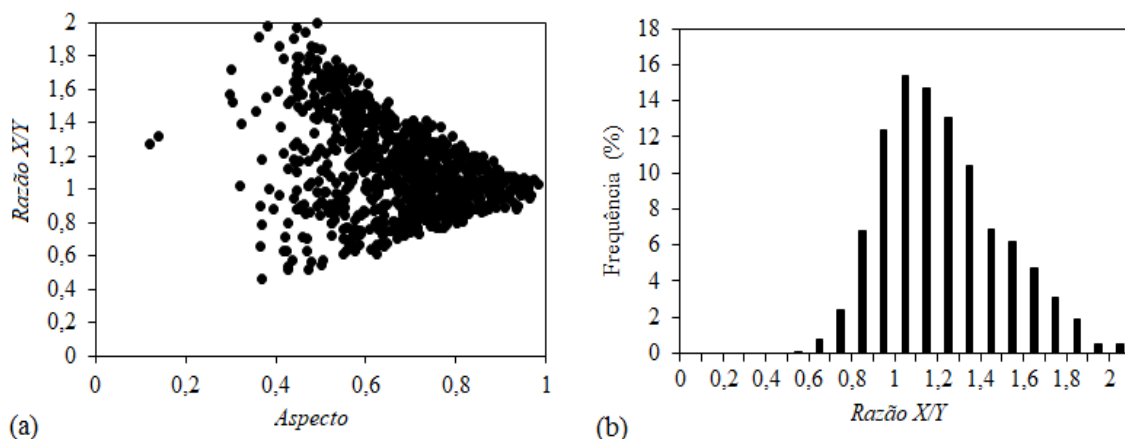


Figura 19. Orientação dos agregados (a) Distribuição de *Razão X/Y* e *Aspecto*. (b) Distribuição de *Razão X/Y* em classes. Fonte: Autor

Na Figura 20 os dados experimentais foram pré-selecionados incluindo somente agregados com razão de aspecto menor que 0,7. Com este novo conjunto de dados foi obtido a distribuição do parâmetro *Ângulo*. Nitidamente as maiores ocorrências estão ao redor do valor de 90°. Este fato indica que os agregados cuja elipse equivalente é mais alongada (*Aspecto* < 0,7) sedimentam preferencialmente a 90° do eixo vertical, ou seja, em oposição ao sentido de sedimentação.

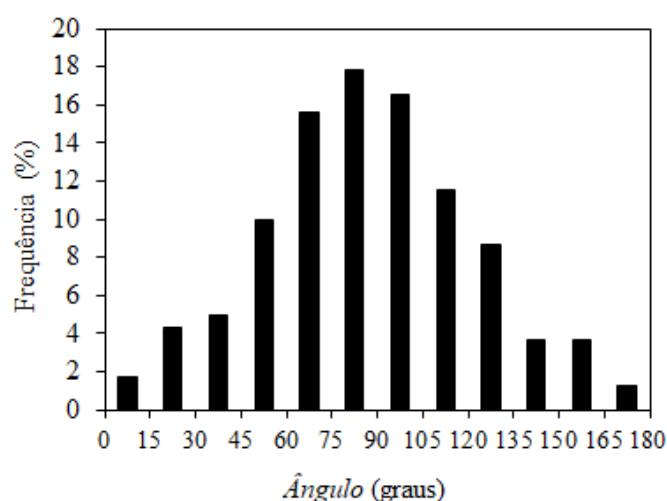


Figura 20. Distribuição de *Ângulo* em classes de 15° para agregados com *Aspecto* < 0,7. Fonte: Autor

Uma abordagem preliminar para investigar a relação entre a orientação do agregado e a sua velocidade de sedimentação, relacionou a orientação por meio do parâmetro *Ângulo* e a velocidade de sedimentação experimental (*Vexp*). A Figura 21 apresenta a média de *Vexp* em resposta a classes do parâmetro *Ângulo*. É possível observar que a velocidade média tem o pico na classe entre 75 e 90° com valores diminuindo para as duas extremidades (0 e 180°).

A princípio o resultado parece controverso, pois é de se pensar que para objetos sedimentando em orientação ortogonal ao movimento sofrerão mais resistência e, portanto, terão menor velocidade. A análise, porém, não leva em consideração o tamanho do agregado e sua relação com o *Ângulo*, assunto que será discutido adiante. Por outro lado, da mesma forma que a orientação influencia a velocidade, a velocidade pode influenciar a orientação. Segundo o balanço de forças da Lei de Stokes, velocidades de sedimentação mais altas resultam em maiores forças ascendentes agindo sobre o agregado, o que pode forçar o agregado a se orientar em uma posição de maior estabilidade. Neste caso, questões relativas à estabilidade podem estar se sobrepondo ao impacto causado pela maior área do agregado se contrapor ao movimento, o que não foi do escopo deste trabalho e merece investigação mais aprofundada.

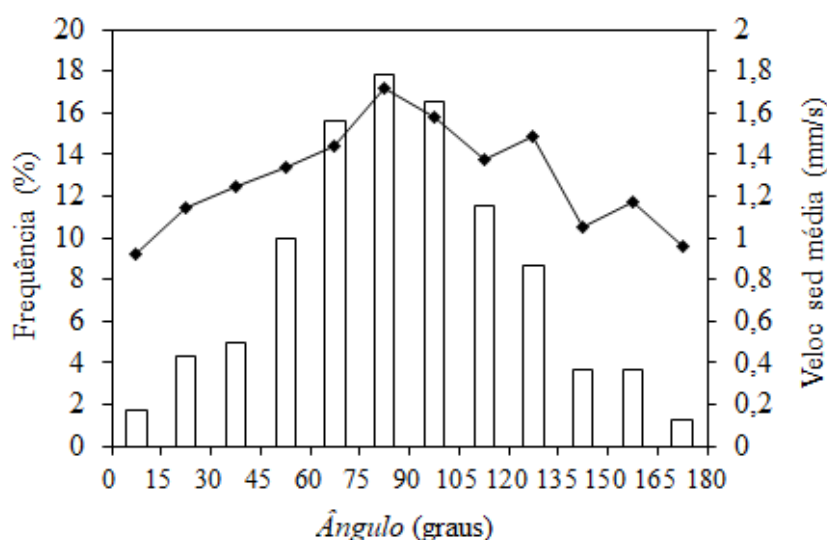


Figura 21. Distribuição de *Ângulo* e média de *Vexp* por classes de 15°. Fonte: Autor

Na sequência foram avaliados os subconjuntos C1, C2, C3 e D1, D2 e D3, que são separados segundo critérios para *Vexp* e *Dmax*, respectivamente, conforme descrito na Seção 4.3.10. A Figura 22 mostra a distribuição dos agregados, segundo as classes do

parâmetro *Ângulo* com a velocidade de sedimentação média para cada classe. Observa-se que no conjunto das partículas velozes e no conjunto das partículas grandes (subconjuntos C3 e D3), mais de 60% dos agregados estão concentrados nas três faixas centrais com ângulos entre 60 e 105°, o que não ocorre para agregados lentos ou pequenos (subconjuntos C1 e D1). A velocidade média apresenta comportamento mais homogêneo para os conjuntos C1, D1, C2 e D2 enquanto varia bastante para C3 e T3. Pode-se atribuir tal comportamento ao fato destes últimos conjuntos conterem maior amplitude entre os limites, ou seja, abrigarem maiores variações de tamanho e velocidade.

Com base na observação dos resultados para os 06 subconjuntos analisados é possível dizer que: Agregados pequenos ou lentos têm distribuição homogênea com relação à sua orientação de sedimentação (C1 e D1) Agregados grandes ou velozes tendem a sedimentar em sua maioria com orientação horizontal (C3 e D3); A velocidade de sedimentação média não apresenta relação nítida com o ângulo de sedimentação quando são separadas faixas estreitas de velocidade ou tamanho. A partir deste fato, supõe-se que a velocidade de sedimentação esteja indiretamente ligada ao ângulo de orientação por meio do tamanho do agregado. Visto que tamanho e velocidade carregam forte correlação de proporcionalidade direta e que agregados grandes tendem a sedimentar com orientação horizontal, é de se esperar que agregados nesta orientação tenham maiores velocidades de sedimentação, o que ajuda a explicar o resultado da Figura 21.

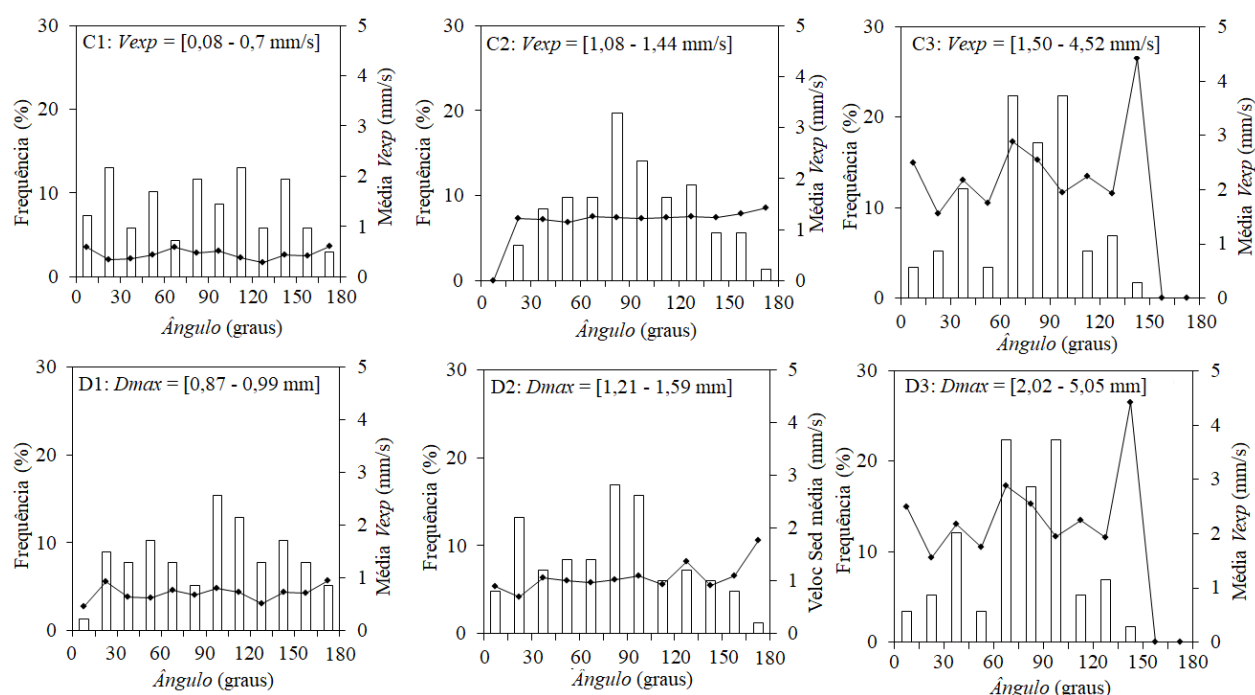


Figura 22. Distribuição de $\hat{\text{Ângulo}}$ e média de V_{exp} por classes. Subconjuntos C1-C3 e D1-D3. Fonte: Autor

Os mesmos subconjuntos C1, C2, C3, D1, D2 e D3 foram relacionados ao *Aspecto* do agregado que diz respeito a proporção entre *Eixo secundário* e o *Eixo principal* da elipse equivalente ao agregado. A Figura 23 apresenta os resultados da relação entre $\hat{\text{Ângulo}}$ e *Aspecto*. No eixo das ordenadas à direita é apresentada a escala para a média do valor de *Aspecto* para cada faixa de $\hat{\text{Ângulo}}$. Não foi possível observar tendência relacionando os parâmetros $\hat{\text{Ângulo}}$ e *Aspecto*, já que em todos os subconjuntos a média do atributo *Aspecto* manteve-se estável, variando pouco ao redor do valor de 0,5.

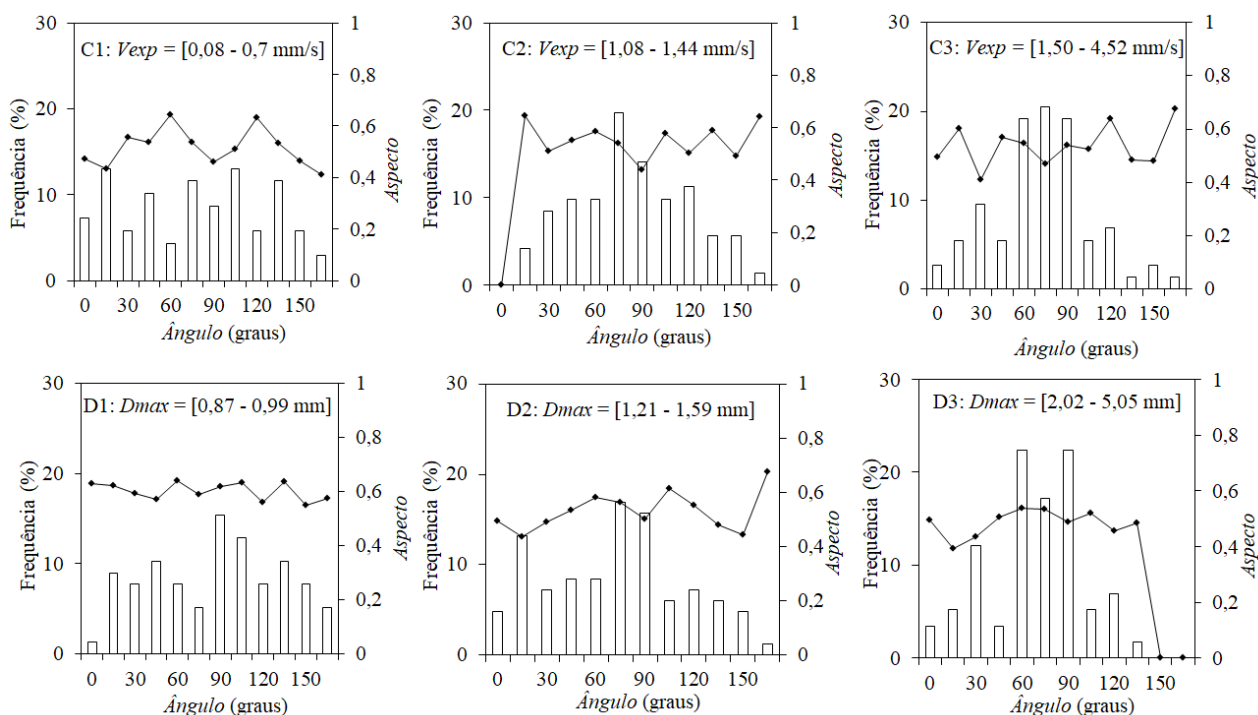


Figura 23. Distribuição de *Ângulo* e média de *Aspecto* por classes. Subconjuntos C1-C3 e D1-D3. Fonte: Autor

Na sequência, foram utilizados os valores do atributo *Ângulo até 90°* (α') que corresponde à transformação dos valores do atributo *Ângulo* para estarem somente entre 0 e 90°, conforme explicado na Seção 4.3.7. Foram utilizados os subconjuntos com faixas de ângulos específicos A1, A2 e A3. Conforme foi explicado na Seção 4.3.10.

A Figura 24 apresenta a distribuição de tamanhos dos agregados por faixas do parâmetro *Dmax*. Os gráficos também carregam a informação de velocidade de sedimentação média por faixa de tamanho. Observa-se que os agregados com ângulos de sedimentação entre 0 e 30° (subconjunto A1) estão concentrados em faixas de tamanho menores enquanto os agregados com ângulos entre 60 e 90° (subconjunto A3) tem distribuição mais espalhada, com a presença de agregados grandes. Não há, portanto, ocorrência de grandes agregados com orientação vertical.

Na comparação entre os gráficos, fica evidente que para as classes de agregados com maior *Dmax* a velocidade de sedimentação média tende a ser maior. O fato do conjunto de partículas com orientação horizontal (subconjunto A3) ter a presença de agregados grandes, enquanto os com orientação vertical (subconjunto A1) não as têm, faz com que a média de *Vexp* para todo o subconjunto A3 seja maior do que de A1. Por este motivo,

quando se analisa todo o universo amostral (Figura 21) as orientações horizontais apresentam velocidade elevada.

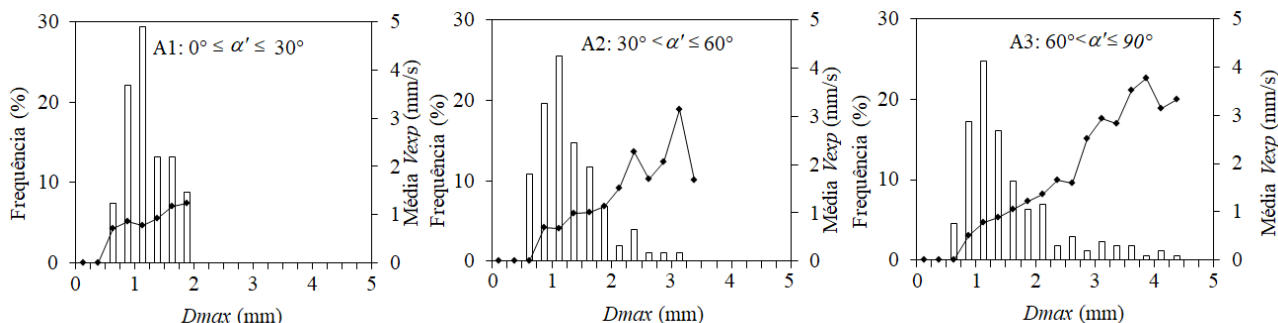


Figura 24. Distribuição de D_{max} e média de V_{exp} por classes. Subconjuntos A1-A3. Fonte: Autor

A Figura 25-a apresenta a ocorrência de agregados para faixas velocidade de sedimentação (V_{exp}) enquanto a Figura 25-b mostra o mesmo para faixas de tamanho (D_{max}). No eixo das ordenadas à direita é apresentado o valor médio do atributo $\hat{Angulo}$ para cada faixa. Observa-se que os valores médios de $\hat{Angulo}$ apresentam tendência crescente, em ambos os casos, até atingirem valores próximos a 90° para as maiores faixas de tamanho e velocidade. É difícil analisar os efeitos de tamanho e velocidade de maneira independente devido sua relação biunívoca, por isto, deve-se limitar a dizer que para o conjunto de dados analisado, o ângulo de sedimentação se aproxima de 90° para agregados grandes ou velozes.

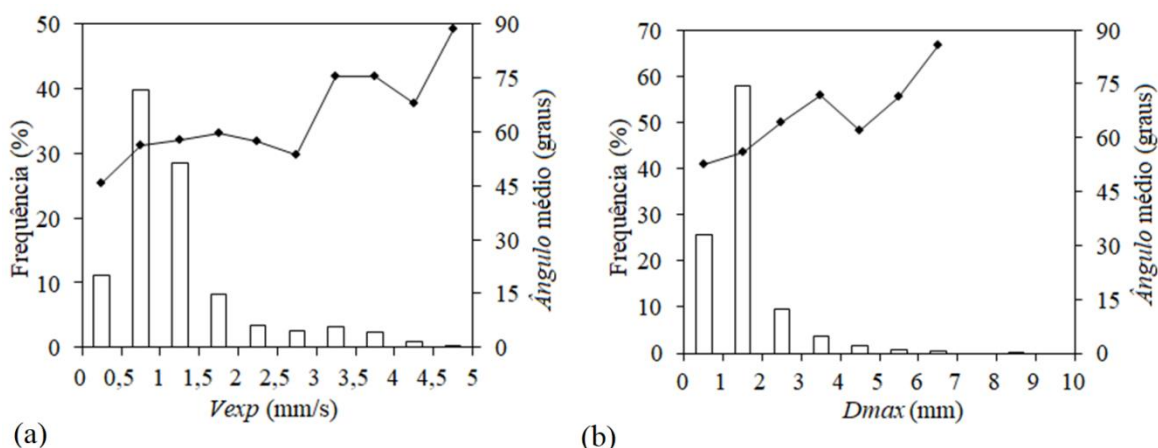


Figura 25. Distribuição de (a) V_{exp} e (b) D_{max} e média de $\hat{Angulo}$ por classes. Fonte: Autor

5.6 Tamanho do agregado

Dentre as possíveis maneiras de atribuir valor unidimensional ao tamanho do agregado, conforme apresentado na Tabela 1 e também na Seção 4.3.7, para esta discussão foram escolhidos 03 atributos: *Eixo principal* da elipse equivalente (E_{max}); *Dimensão máxima* (D_{max}) e *Diâmetro da área projetada* (d_a).

A Figura 26 apresenta a distribuição dos 03 atributos escolhidos como representativos do tamanho do agregado para o conjunto de dados experimentais. É nítido que há maior concentração de agregados nas menores faixas de tamanho. É visível, também, um crescimento acentuado entre 0,5 e 1,5 mm, com a maior frequência ocorrendo sempre entre 1,75 e 2,00 mm para *Eixo principal* (E_{max}) com 18,56% dos agregados; entre 1,75 e 2,00 para D_{max} com 16,45% dos agregados e entre 1,25 e 1,5 mm para d_a com 21,9% dos agregados. Para todos os atributos a distribuição começa com crescimento acentuado entre 0,5 mm até valores próximos a 2,0 mm, seguido de um decrescimento também acentuado até valores próximos a 3,0 mm. A partir deste ponto o decrescimento é lento proporcionando aos histogramas uma cauda alongada. De modo geral, os três parâmetros apresentaram comportamentos parecidos, com poucas diferenças entre si, indicando que qualquer um deles pode ser usado para investigar a relação entre o tamanho e outros atributos, como será abordado a seguir.

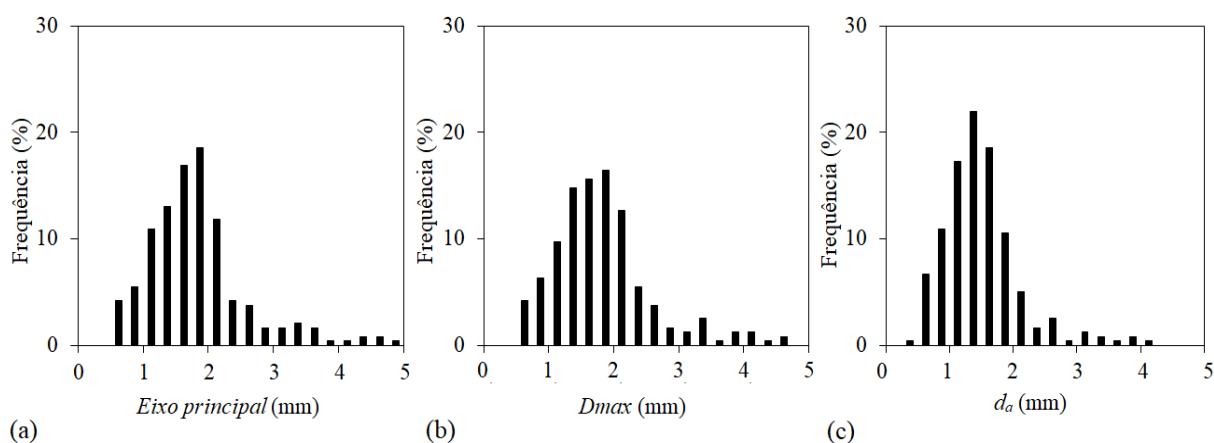


Figura 26. Distribuição de E_{max} , D_{max} e d_a por classes. Fonte: Autor

O tamanho do agregado tem forte influência na velocidade de sedimentação como é proposto pela Lei de Stokes, e mesmo para agregados fractais, a relação continua significativa conforme verificado por diversos outros autores (CHAKRABORTI E KAUR,

2014; VAHEDI e GORCZYCA 2012). Na Figura 27-a, é nítida a relação positiva entre *Eixo principal* e *Vexp*, ainda que o espalhamento dos dados seja grande. É importante destacar que todos os atributos do agregado são baseados na projeção bidimensional do agregado, ficando a terceira dimensão do agregado (profundidade) invisível ao método utilizado. A variação na terceira dimensão do agregado pode ajudar a explicar parte do espalhamento apresentado pelos dados. Além disso, a variação dos demais atributos físicos/morfológicos para agregados de mesmo tamanho pode ter influência na velocidade terminal, conforme apontado por diversos estudos (JOHNSON *et al.*, 1996; VAHEDI e GORCZYCA, 2012; CHAKRABORTI e KAUR, 2014).

A Figura 27-b também evidencia este fato. Há um crescimento bastante acentuado da média de *Vexp* para cada classe de tamanho em resposta ao aumento do tamanho.

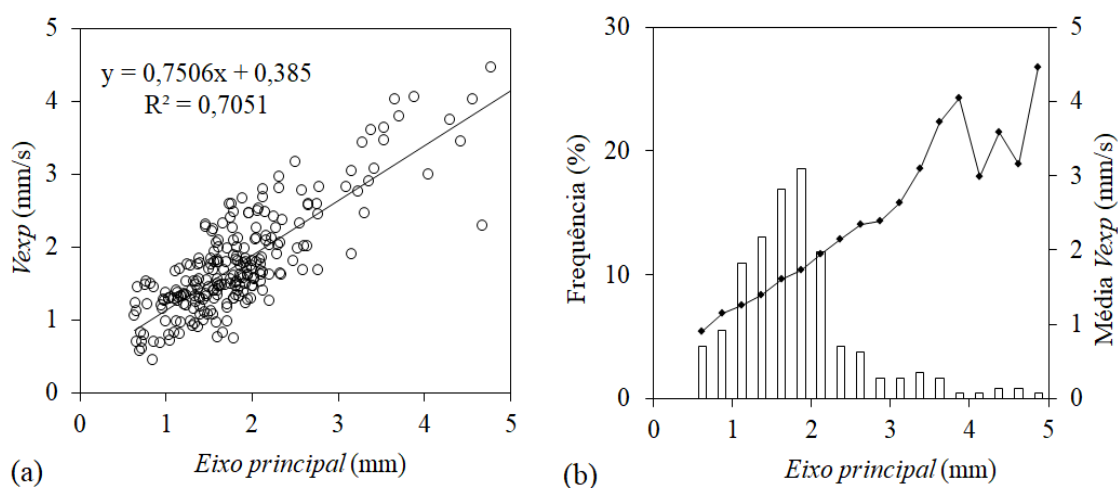


Figura 27. Velocidade de sedimentação e tamanho. (a) Relação entre *Vexp* e *Eixo principal*. (b) Distribuição de *Eixo principal* e média de *Vexp* por classes. Fonte: Autor

Para analisar os dados experimentais sem a forte influência do tamanho do agregado, foram selecionados 06 subconjuntos de dados levando em conta faixas estreitas de valores para o tamanho. Os subconjuntos E1, E2 e E3 foram adotados com base em critérios para o atributo *Área*, enquanto os subconjuntos B1, B2 e B3 foram tomados segundo critérios para o atributo *Eixo principal*, conforme mostra a Seção 4.3.10.

A Tabela 7 apresenta os valores médios de *Vexp*, *Razão X/Y*, *Aspecto* e *Circularidade*, além da *Dimensão Fractal*. Observam-se alguns padrões na variação dos valores destes parâmetros, que serão abordados a seguir.

A média de *Vexp* cresceu em resposta ao aumento da faixa de tamanho, indo de 0,9726 mm/s no subconjunto E1 para 4,1268 mm/s no subconjunto E3 e indo de 1,0951 mm/s no subconjunto B1 para 3,6436 mm/s no subconjunto B3.

A média do atributo *Razão X/Y*, em geral, aumentou em resposta ao aumento da faixa de tamanho do agregado, indo de 1,1808 no subconjunto E1 para 1,2851 no subconjunto E3 e indo de 1,0951 no subconjunto B1 para 1,3061 no subconjunto B3. Valores maiores do que 1 para o atributo *Razão X/Y* representam agregados maiores na horizontal do que na vertical e a tendência de crescimento das médias indica que a medida que crescem em tamanho, os agregados tendem a sedimentar em orientação horizontal.

Para o atributo *Aspecto* houve decrescimento em resposta ao aumento das faixas de tamanho, indo de 0,6669 no subconjunto E1 para 0,6081 no subconjunto E3 e indo de 0,7293 no subconjunto B1 para 0,5877 no subconjunto B3. Valores pequenos de *Aspecto* representam agregados com uma elipse equivalente de formato alongado e a tendência de decrescimento indica que a medida que crescem em tamanho os agregados tendem a ser mais alongados

Houve o aumento do valor do atributo *Circularidade* em resposta ao aumento das classes de tamanho, indo de 1,8163 no subconjunto E1 para 2,5383 no subconjunto E3 e indo de 1,5430 no subconjunto B1 para 2,4312 no subconjunto B3. Valores maiores do atributo *Circularidade* representam formas mais distantes de um círculo, com áreas espalhadas de padrão irregular ou com bordas irregulares e complexas, que diminuem a relação *Área/Perímetro*. A tendência observada indica que a medida que crescem os agregados tendem a se tornar menos circulares.

Por fim, a *Dimensão Fractal* variou para cima em resposta ao aumento das classes de tamanho, indo de 2,4939 no subconjunto E1 para 2,6094 no subconjunto E3 e indo de 2,5558 no subconjunto B1 para 2,5863 no subconjunto B3. Valores pequenos de *Fractal* representam estruturas abertas, com geometria distante de um círculo perfeito.

Tabela 7. Características dos subconjuntos E1-E3 e B1-B3.

Conjunto	Limites	<i>Vexp</i> (mm/s)	<i>Razão X/Y</i>	<i>Aspecto</i>	<i>Circularidade</i>	<i>Dimensão Fractal</i>
		média	média	média	média	média
	<u>Área (mm²)</u>					
E1	0,10 - 0,37	0,9726	1,1808	0,6669	1,8163	2,4939
E2	1,87 - 2,45	2,0536	1,1591	0,6701	1,8604	2,6119
E3	4,28 - 29,75	4,1268	1,2851	0,6081	2,5383	2,6094
	<u>Eixo principal (mm)</u>					
B1	0,62 - 0,93	1,0065	1,0951	0,7293	1,5430	2,5558
B2	1,85 - 2,10	1,9256	1,1111	0,6821	1,8731	2,6038
B3	3,01 - 5,16	3,6436	1,3061	0,5877	2,4312	2,5863

Fonte: Autor

A Figura 28 apresenta o histograma do atributo *Aspecto* para os subconjuntos E1, E2 e E3. Comparando-se gráfico a gráfico, observa-se que de modo geral as distribuições se deslocaram em favor de menores razões de aspecto a medida que os tamanhos do subconjunto aumentam (de E1 para E3 e de B1 para B3).

Minimizando a influência do tamanho (adotando subconjuntos com faixas estreitas de tamanho) foi possível observar uma tendência de aumento da velocidade média para faixas de aspecto maiores, principalmente para agregados grandes, o que significa que quanto mais arredondado o agregado, maior a velocidade de sedimentação. Estes resultados vão em direção àqueles apontados por Trofa e D'avino 2020 que por meio de simulação numérica puderam aferir este efeito.

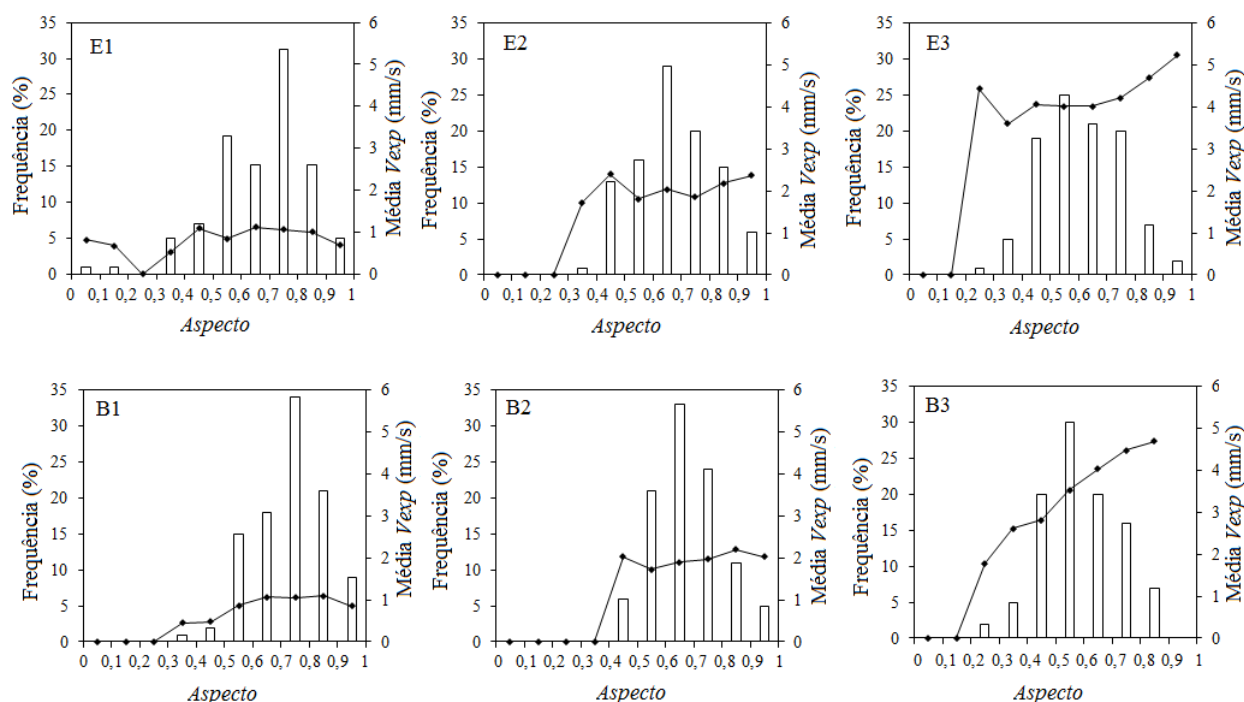


Figura 28. Distribuição de *Aspecto* e média de *Vexp* por classes. Subconjuntos E1-E3 e B1-B3. Fonte: Autor

A Figura 29 apresenta a distribuição do parâmetro *Circularidade* para os 06 subconjuntos de dados experimentais, assim como as médias de velocidade de sedimentação experimental (*Vexp*) para as faixas do parâmetro *Circularidade*. É possível observar, na comparação entre gráficos uma concentração nas menores faixas de *Circularidade* para subconjuntos com agregados menores (E1 e B1) contra um espalhamento em direção às maiores faixas do parâmetro *Circularidade* para os subconjuntos com maiores agregados (E3 e B3), o que significa dizer que agregados com perímetro complexo, distantes de um círculo perfeito ocorrem com mais frequência para subconjuntos com agregados maiores. Além disso, como era de se esperar, maiores médias de velocidade foram observadas para os subconjuntos com maiores agregados, enquanto velocidades menores ocorreram para tamanhos menores. Na análise individualizada dos subconjuntos com estreitas faixas de tamanho, não foi possível observar relação entre o parâmetro *Circularidade* e as médias das velocidades de sedimentação, isto por que, este último, não apresentou tendência crescente ou decrescente em resposta à variação de *Circularidade* em nenhum dos subconjuntos analisados.

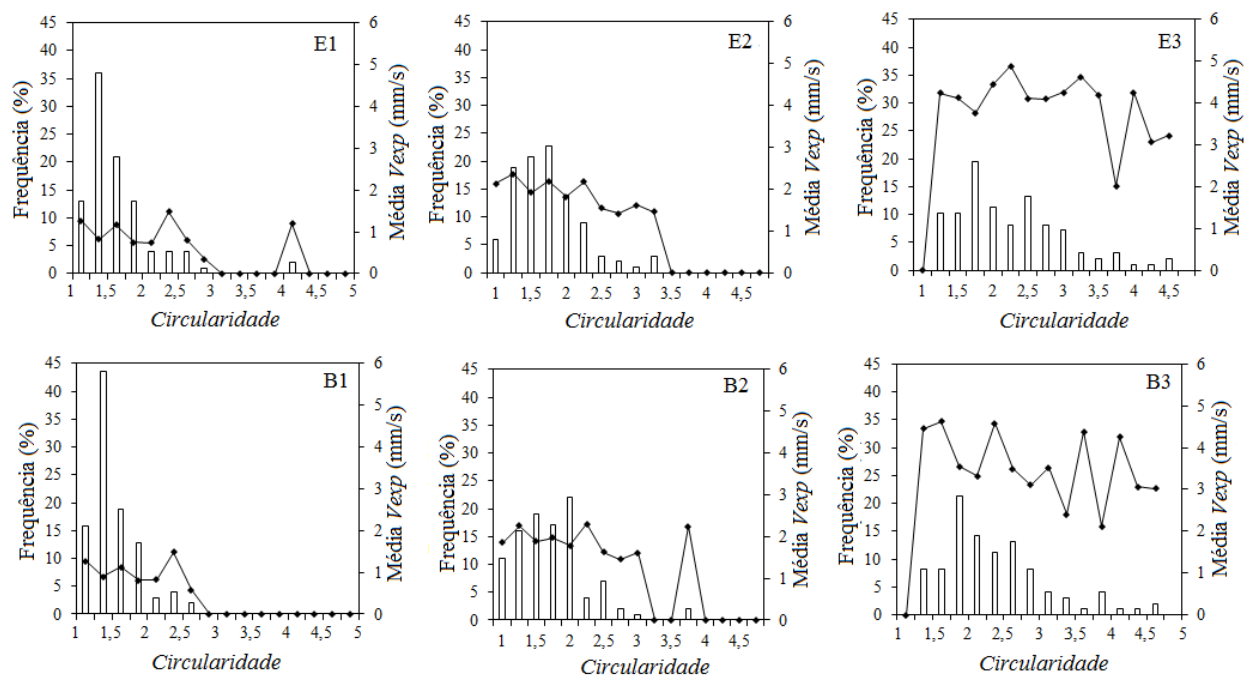


Figura 29. Distribuição de *Circularidade* e média de *Vexp* por. Subconjuntos E1-E3 e B1-B3. Fonte: Autor

5.7 Velocidade de sedimentação

As velocidades de sedimentação experimental (V_{exp}) dos agregados para o conjunto com todos os dados experimentais estão distribuídas conforme a Figura 30. É possível notar uma rápida ascensão nos valores de frequência, com o pico entre 1 e 2 mm/s, seguido de uma queda também acentuada que se alonga até 5 mm/s.

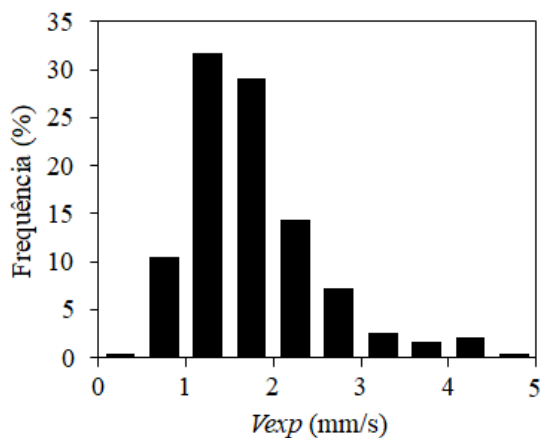


Figura 30. Distribuição de *Vexp* por classes. Fonte: Autor

Para facilitar a análise de velocidade dos agregados, adotou-se os subconjuntos C1, C2 e C3 baseado em critérios para o atributo *Vexp* conforme explica a Seção 4.3.10.

A Tabela 8 apresenta as faixas de velocidades dos subconjuntos e os valores médios dos atributos *Eixo principal*, *Área*, *Razão X/Y*, *Aspecto* e *Circularidade*, além da *Dimensão Fractal*.

Tabela 8. Características dos subconjuntos C1 – C3.

Conjunto	<i>Vexp</i> (mm/s) média	<i>Eixo principal</i> (mm) média	<i>Área</i> (mm ²) média	<i>Razão X/Y</i> média	<i>Aspecto</i> média	<i>Circularidade</i> média	<i>Dimensão Fractal</i> média
C1	0,45 - 1,27	1,1994	0,7120	1,3089	0,6515	1,7412	2,5218
C2	1,62 - 1,99	1,8689	1,8601	1,1500	0,7036	1,6968	2,6198
C3	2,26 - 4,83	2,9407	4,4681	1,2578	0,6863	1,9394	2,6323

Fonte: Autor

Os valores de *Eixo principal* e *Área* cresceram em resposta ao aumento da velocidade evidenciando mais uma vez a forte relação tamanho/velocidade. Os valores médios de *Eixo principal* foram de 1,1994 mm no subconjunto C1 para 2,9407 mm no subconjunto C3 enquanto os valores médios de *Área* foram de 0,7120 mm² no subconjunto C1 para 4,4681 mm² no subconjunto C3.

Para o atributo *Razão X/Y*, todos os valores foram maiores que 1, o que significa que na média os agregados tenderam a sedimentar com orientação horizontal. Houve uma queda acentuada de C1 (1,3089) para C2 (1,1500), seguido de um aumento para C3 (1,2578).

Para o atributo *aspecto*, os valores variaram em uma faixa estreita, o que indica que a média do atributo *aspecto* não consegue exprimir qualquer relação entre a velocidade e a proporção do agregado. Os valores de *Aspecto* foram de 0,6515 no subconjunto C1; 0,7036 no subconjunto C2 e 0,6863 no subconjunto C3.

Os valores médios de *Dimensão Fractal* cresceram em resposta ao crescimento dos valores de velocidade, indo de 2,5218 no subconjunto C1 para 2,6323 no subconjunto C3. O parâmetro parece indicar que agregados com maiores velocidades resultam de agregados com estrutura fechada.

5.8 Permeabilidade do agregado

A Figura 31-a apresenta a relação entre Permeabilidade Adimensional (ξ^{-2}) e a Dimensão Fractal (Df) para os dados experimentais. O fator de empacotamento adotado foi de 0,5 conforme estimado por Chellam e Wiesner (1993). É possível notar o decaimento exponencial da permeabilidade com o aumento do valor da dimensão fractal devido à compactação que o aumento deste atributo representa. Para valores de Df acima de 2,5 a permeabilidade se aproxima muito de 0, levando a entender que a permeabilidade é praticamente inexistente para grande maioria dos agregados estudados. O mesmo padrão ocorre para o parâmetro Eficiência de Coleta de Fluido (η) (Figura 31-b). O valor máximo de η , que se traduz na razão entre as linhas de fluxo que atravessam o agregado por aquelas que se aproximam do agregado, é de apenas 3,5% com rápida diminuição em direção aos maiores valores de Df e média de 0,2% o que sugere que a estrutura mais compacta dificulta o transpasse do fluido por entre o agregado. A relação entre os parâmetros ξ^{-2} e η é perfeitamente linear com η tendo valores ligeiramente maiores.

Valores baixos de ξ^{-2} e η indicam uma interferência mínima do efeito do transpasse de fluido na velocidade terminal do agregado. Por este motivo optou-se por desconsiderar o efeito da permeabilidade em análises subsequentes envolvendo a velocidade de sedimentação.

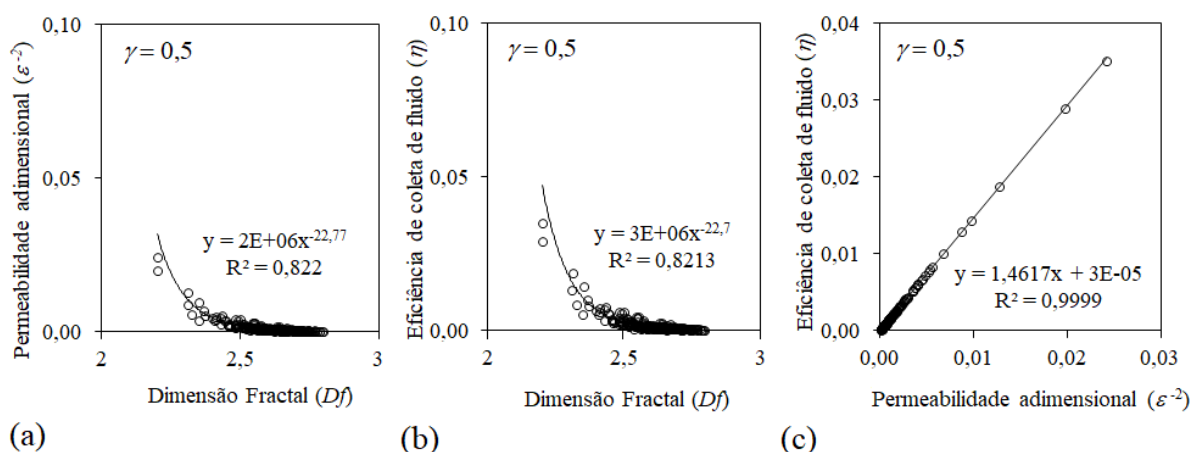


Figura 31. Análise da permeabilidade para os dados experimentais. (a) Relação entre ξ^{-2} e Df . (b) Relação entre η e Df . (c) Relação entre ξ^{-2} e η . Fonte: Autor

Foi analisado o impacto da variação do fator de empacotamento (γ) na curva de distribuição de η . A Figura 32 apresenta três distribuições para o parâmetro η com

diferentes fatores de empacotamento. É possível notar que a medida que o valor de γ cresce, o valor de η é jogado para baixo. Mesmo com valores de γ acima do recomendado para agregados de Alumínio-caulinita ($\gamma = 0,7$), a média da eficiência de coleta de fluido reside em faixa abaixo de 2%, indicando que a permeabilidade para os agregados estudados é desprezível.

Sobre o efeito da porosidade e permeabilidade na sedimentação, Mola *et al.* (2020) concluiu que o volume de vazios é menos significativo para a velocidade do agregado do que a forma e a orientação.

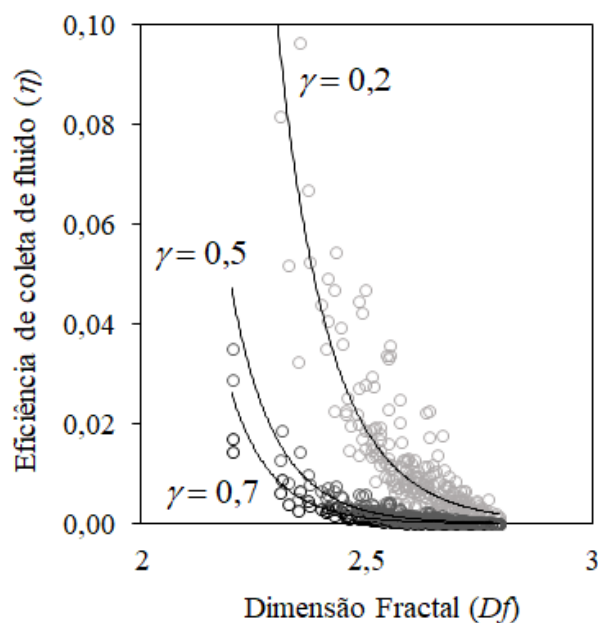


Figura 32. Distribuições de η para 03 valores de γ . Fonte: Autor

O parâmetro Ω , que corresponde à razão entre coeficiente de arrasto da partícula impermeável e da permeável, foi calculado para os dados amostrais e a distribuição para três diferentes valores do fator de empacotamento (γ) e é apresentada na Figura 33. É possível observar que Ω cresce em resposta ao aumento da Dimensão Fractal, visto que a permeabilidade tende a diminuir com aumento do valor de Df . O parâmetro Ω se aproxima de 1 para valores altos Df , evidenciando que agregados compactos tem pouca permeabilidade e seu coeficiente de arrasto se aproxima ao da esfera impermeável. O aumento do Fator de empacotamento tem efeito similar, aproximando a razão da unidade. De modo geral, a Figura 33 revela, que para qualquer fator de empacotamento adotado o coeficiente de arrasto considerando a permeabilidade sempre estará muito próxima (no

mínimo 98% para a média dos agregados) ao coeficiente de arrasto de um objeto impermeável.

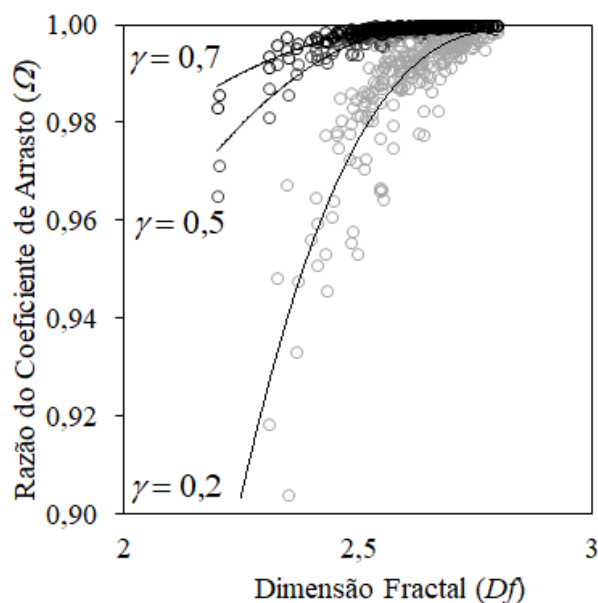


Figura 33. Relação entre Ω e Df para diferentes valores de γ . Fonte: Autor

5.9 Modelos para a predição da velocidade de sedimentação

A Figura 34 apresenta a distribuição da dimensão fractal tridimensional Df para o tamanho d_v dos agregados. Df foi utilizada no Modelo 01 para o cálculo da porosidade, densidade e coeficiente de arrasto. É visível uma tendência de aumento de Df em resposta ao aumento de d_v .

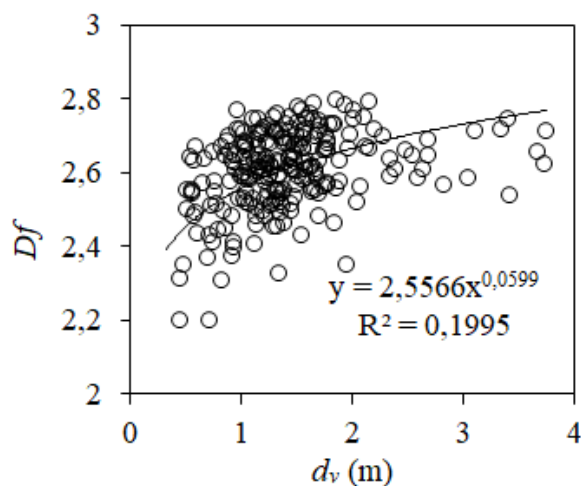


Figura 34. Relação entre Df e d_v . Fonte: Autor

A Figura 35-a apresenta a relação entre os parâmetros fração de sólidos ($1 - \varepsilon$) e o tamanho adimensional dos agregados, dado por D_{max}/Res , enquanto a Figura 35-b apresenta a relação entre a densidade diferencial ($\Delta\rho = \rho_f - \rho_a$) e o tamanho dos agregados. A porosidade e a densidade do agregado foram calculados com base na Dimensão Fractal tridimensional individual (Df), segundo as Equações 49 e 51. O valor médio da porosidade (ε) foi de 0,8058 enquanto o valor médio da densidade do agregado (ρ_f) foi de 1062,13.

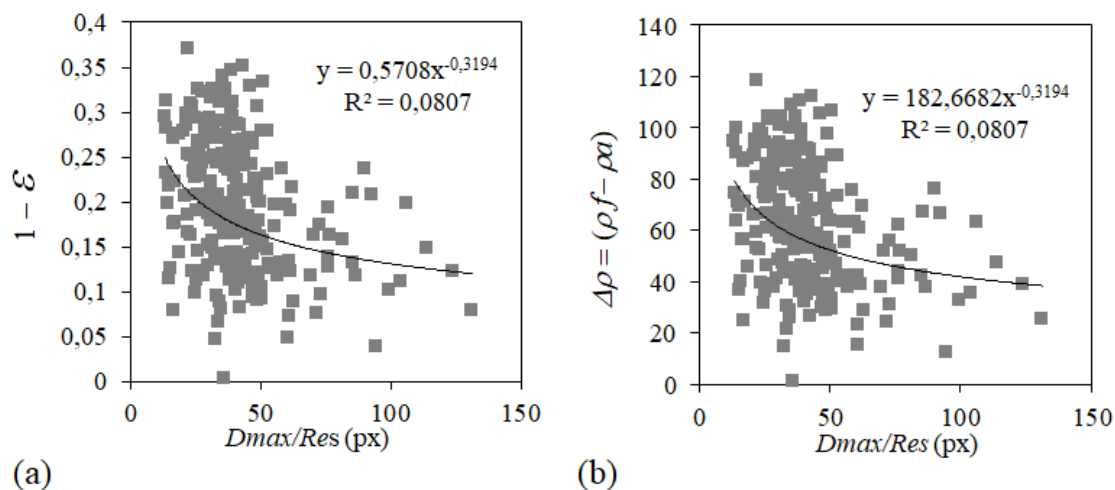


Figura 35. Análise da porosidade e da densidade com relação ao tamanho do agregado. (a) Relação entre $1 - \varepsilon$ e D_{max}/Res . (b) Relação entre $\Delta\rho$ e D_{max}/Res . Fonte: Autor

O presente trabalho estudou a aplicação de duas equações distintas para o coeficiente de arrasto do agregado. Baseado nos respectivos Modelos 01 e 02, Cd_1 , segundo Moruzzi *et al.*(2020), leva em consideração a porosidade fractal do agregado, enquanto Cd_2 leva em consideração o fator de forma dos agregados (KV *et al.*, 2021).

A relação dos coeficientes de arrasto Cd_1 e Cd_2 com o número de Reynolds (Re) é apresentada na Figura 36. O valor para a relação entre Cd_1 e Re foi bastante elevado ($106,97/Re$), ficando acima da relação $24/Re$ de Stokes para esferas sólidas impermeáveis, enquanto a relação entre Cd_2 e Re ficou abaixo deste valor ($11,64/Re$).

Na Figura 36-a, o valor alto para a relação no Modelo 01 decorre em maiores forças de arrasto para os agregados fractais em comparação a esferas perfeitas de tamanho equivalente, e consequentemente menores velocidades de sedimentação. Aqui, atribui-se aos efeitos consequentes da porosidade e da morfologia não-esférica a razão pela qual o modelo prediz forças de arrasto elevadas, enquanto experimentalmente o agregado apresenta velocidades menores que a esfera perfeita.

Para o modelo 02 (Figura 36-b), é importante destacar que a relação Cd/Re menor que 24 não indica que o modelo prediz velocidades maiores que a esfera perfeita. Isto por que, nesse modelo Cd_2 é utilizado com intuito de encontrar uma densidade equivalente, por meio do balanço de forças, muito menor que a real e que justifique as baixas velocidades experimentais.

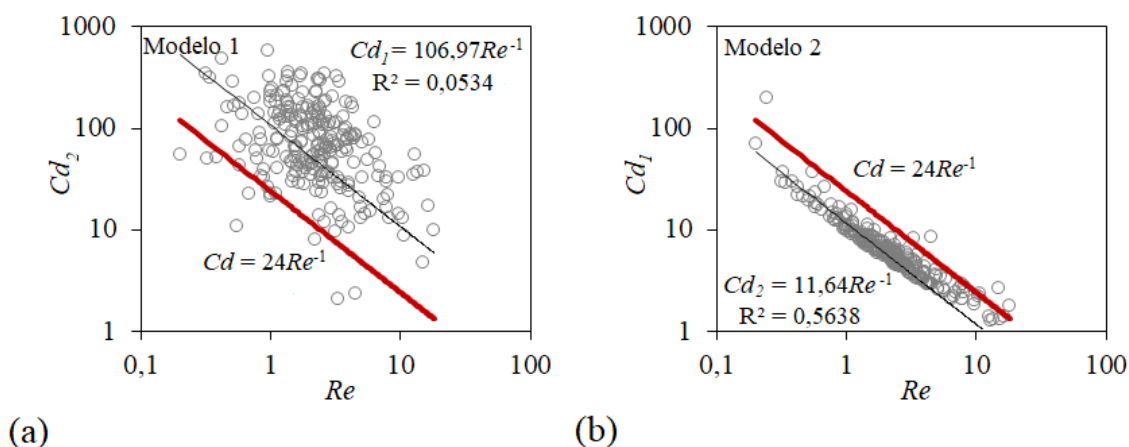


Figura 36. Relação entre Cd e Re . (a) Modelo 01. (b) Modelo 02. Fonte: Autor

As Figuras 37-a,b apresentam as densidades obtidas a partir dos Modelos 01 e 02 respectivamente. É possível notar como mencionado anteriormente que as densidades têm grandes diferenças de valores, por desempenharem papéis distintos. Para o Modelo 01 a densidade advém do balanço de massa, baseado na estrutura fractal do agregado, adotada no modelo. O efeito ρ_{f1} na velocidade calculada pelo Modelo 01 é amenizado pelo coeficiente de ajuste T . Para o Modelo 02, ρ_{f2} pode ser considerada a densidade efetiva que

conduz às velocidades de sedimentação, calculadas pela lei de Stokes, à valores próximos aos experimentais e distantes (mais baixos) que aqueles para a esfera perfeita.

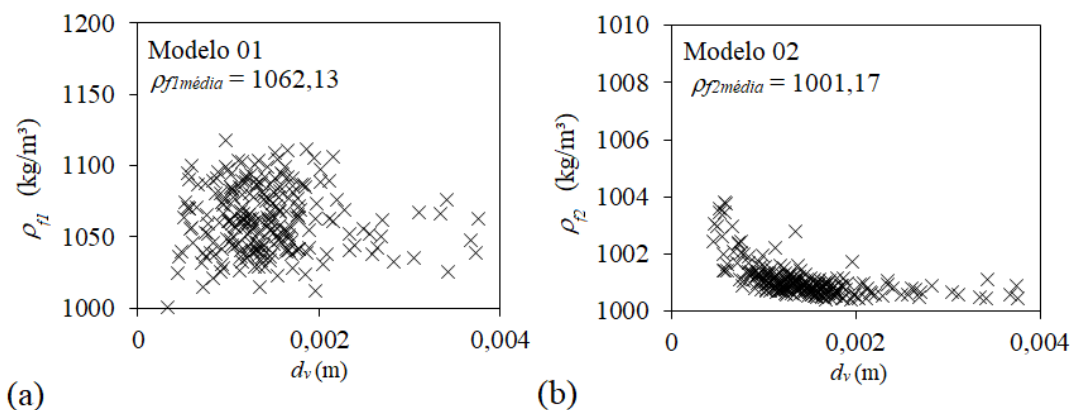


Figura 37. Relação entre ρ_{f1} e d_v . (a) Modelo 01 e (b) Modelo 02. Fonte: Autor

A partir das Equações 41 e 42, foi possível calcular as forças ascendentes agindo sobre o agregado, as quais são apresentadas Figura 38. Para a Figura 38-a a Força de Arrasto foi calculada com base no Coeficiente de Arrasto Cd_1 da Equação 46. Para a Figura 38-b a Força de Arrasto foi calculada com base no Coeficiente de Arrasto Cd_2 da Equação 54. O Empuxo, por sua vez, foi calculado a partir do volume da elipse equivalente ao agregado, rotacionada ao longo do seu *Eixo principal*. É possível notar que o empuxo é preponderante para a faixa de tamanho dos agregados estudados. Os valores foram maiores para as forças de arrasto calculadas a partir do Cd_1 . Para o Cd_2 o fator de forma adotado foi de $\phi = w/l$ conforme Lv *et al.*(2021). Maiores considerações sobre o fator de forma são apresentadas na Figura 41 e sua respectiva discussão.

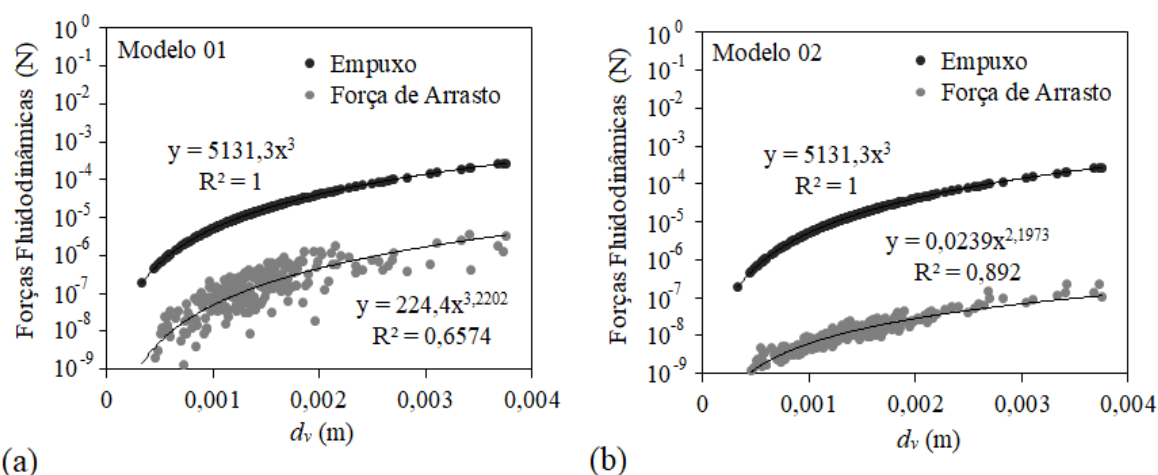


Figura 38. Relação entre o empuxo e d_v e entre a força de arrasto e d_v . (a) Modelo 01. (b) Modelo 02. Fonte: Autor

As Figuras 39-a,b mostram a relação entre dados experimentais e os dados preditos pelos Modelos 01 e 02, respectivamente. Para o Modelo 01 a velocidade predita foi calculada obtendo-se a densidade do agregado por meio da Equação 46, que leva em consideração a porosidade fractal e a densidade da unidade básica. Para a densidade da unidade básica componente do agregado, considerou-se a formação do *floculli* composto por 80% precipitado amorfo de alumínio com densidade igual a da água (1000 kg/m^3) e 20% caulinita com densidade de (2600 kg/m^3). Desta forma obteve-se $\rho_p = 1320 \text{ kg.m}^{-3}$. A densidade obtida foi aplicada à Equação 53 que corresponde à equação de Stokes modificada pelo coeficiente T , que ajustou as velocidades preditas às experimentais. O melhor ajuste foi para $T = 0,01934$.

Para o Modelo 02, A partir das Forças de Empuxo e Arrasto foi possível calcular a Força Gravitacional, de onde foi possível extrair Densidade Equivalente do agregado conforme mostram as Equações 40-42. Essa densidade foi então aplicada à equação da velocidade Stokes (Equação 45) para obter valores para velocidade de sedimentação para esferas com tamanho equivalente ao volume agregado, porém com coeficiente de arrasto Cd_1 e Cd_2 corrigidos pela porosidade fractal e pelo fator de forma, respectivamente.

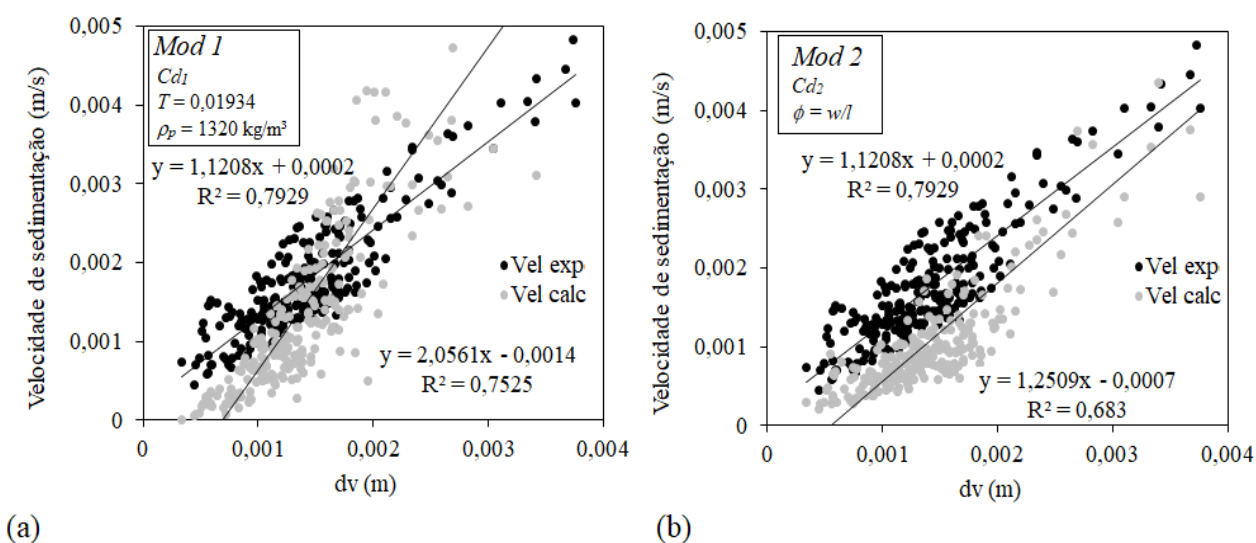


Figura 39. Relação entre V_{calc} e d_v (a) Modelo 01 e (b) Modelo 02. Fonte: Autor

Para o Modelo 01 é possível observar a influência do coeficiente T , por meio da variação deste parâmetro, como mostra a Figura 40. Valores altos de T aumentam a inclinação da reta de ajuste aos dados preditos, tornando a relação entre tamanho e velocidade mais positiva, enquanto valores baixos de T diminuem essa relação.

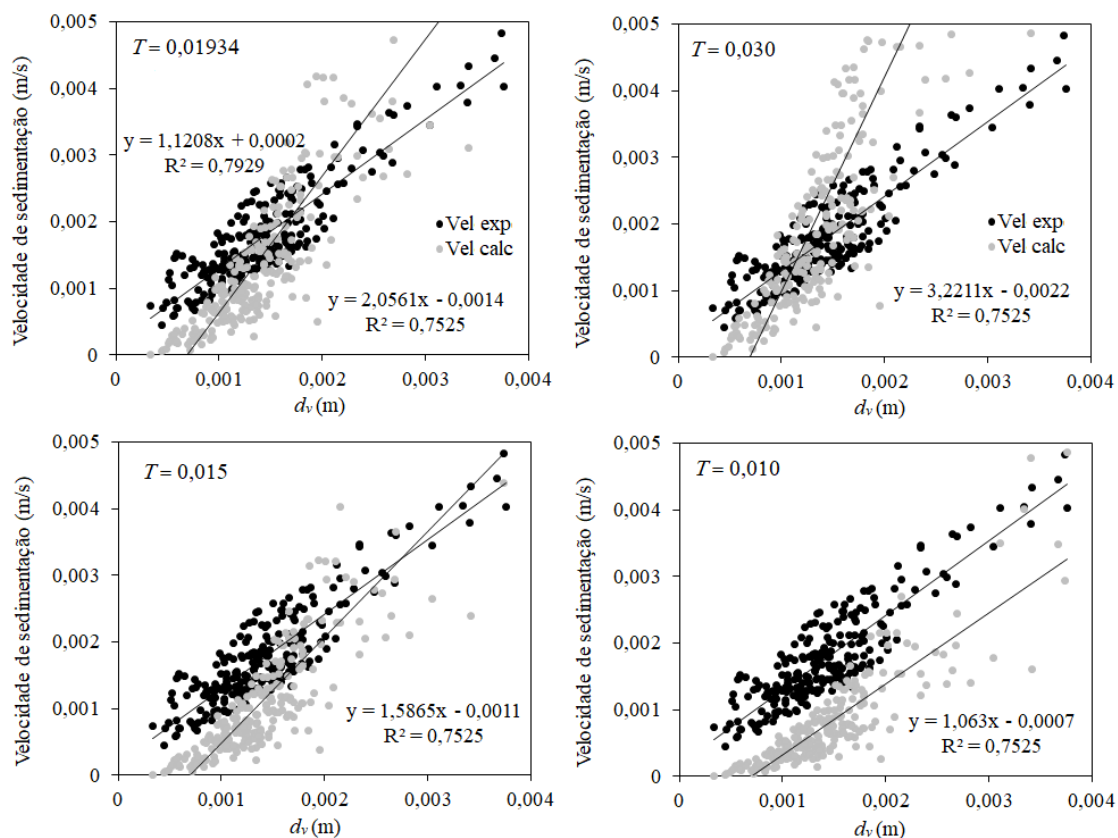


Figura 40. Efeito da variação do coeficiente T sobre V_{calc} para o Modelo 01. Fonte: Autor

Para o Modelo 02, é possível observar na Figura 41 o efeito do fator de forma ϕ sobre a distribuição dos dados preditos pela equação de Stokes levando em consideração o coeficiente de arrasto Cd_2 . É visível o impacto dos diferentes valores de ϕ sobre os valores preditos: valores pequenos do fator de forma inclinam a reta de ajuste, fazendo com que o tamanho do agregado tenha maior influência positiva sobre sua velocidade. Por outro lado, valores grandes de ϕ tornam a reta de ajuste menos inclinada, mas também distanciam os valores preditos dos dados experimentais.

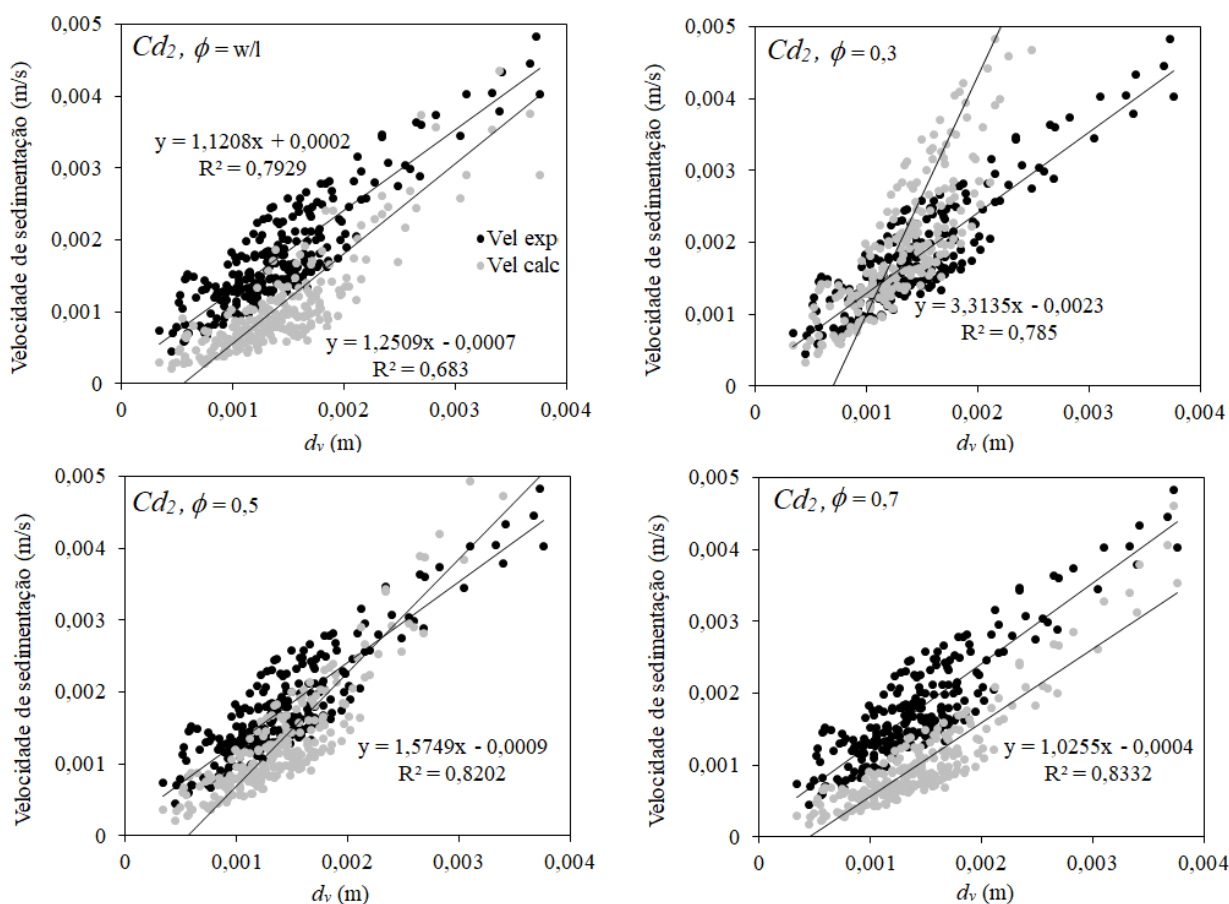


Figura 41. Efeito da variação do fator de forma ϕ sobre V_{calc} para o Modelo 02. Fonte: Autor

Foi feita também a distribuição do tamanho dos agregados em classes de tamanho (D_{max}), e para cada classe foi obtida a média das velocidades experimental e calculada. As Figuras 42-a,b apresentam essa relação, em que é possível observar a mesma tendência para dados experimentais e calculados, para os Modelos 01 e 02 respectivamente.

Para o Modelo 01, as médias de V_{exp} e V_{calc_1} teórica crescem em resposta ao aumento do tamanho dos agregados com valores bastante próximos até a classe de tamanho (D_{max}) de

3,5 mm, região em que a ocorrência de agregados por faixa é bem pequena ($>5\%$). Para o Modelo 02, a média de V_{calc_2} sempre esteve abaixo do valor médio de V_{exp} , as tendências de crescimento, no entanto, estão bem alinhadas.

Pode-se dizer que o modelo 01 representou bem a realidade experimental para valores médios de velocidades até 3,0 mm/s e tamanhos até 3,5 mm, enquanto o Modelo 02 apresentou leve desvio para menos para toda a distribuição de tamanho e velocidade, mas manteve relação entre velocidade e tamanho (inclinação) bastante parecida com os dados experimentais.

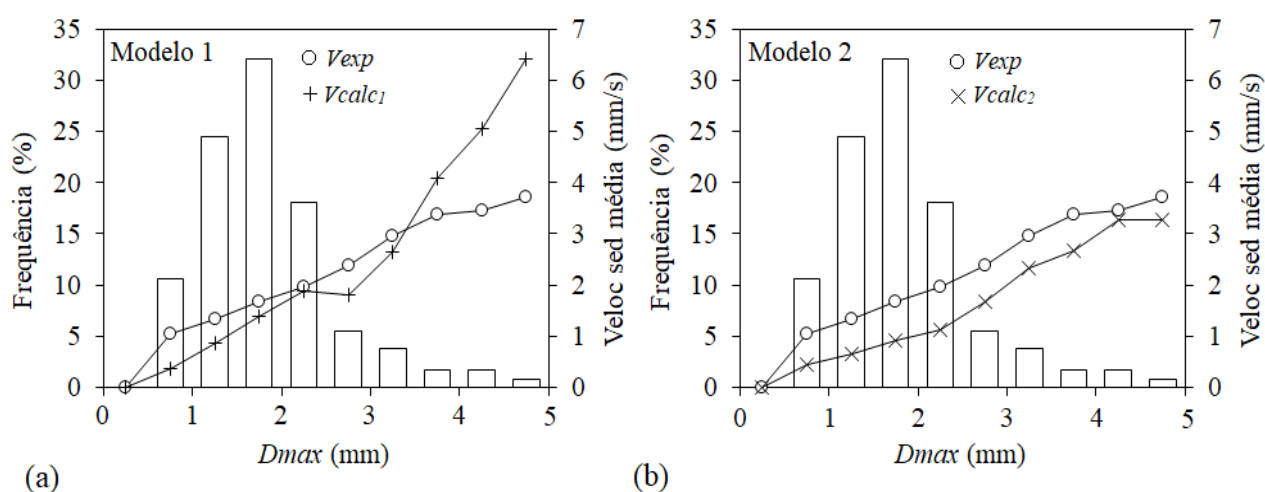


Figura 42. Distribuição de D_{max} e média de V_{exp} e V_{calc} por classes. (a) Modelo 01 (b) Modelo 02. Fonte: Autor

Com intenção de facilitar a visualização de tendências e auxiliar o entendimento do fenômeno, os resultados para esta fase do trabalho foram separados nos subconjuntos F1, F2, F3 e G1, G2 e G3 que foram adotados com relação aos atributos V_{calc_1} e V_{calc_2} , respectivamente, conforme explicado na Seção 4.3.10. A Tabela 9 detalha os limites e valores de tamanho e V_{exp} para os subconjuntos.

Tabela 9. Características dos subconjuntos F1-F3 e G1-G3.

Conjunto	Limites	V_{exp} (mm/s) média	d_v (mm) média	D_{max} (mm) média
	V_{calc1} (mm/s)			
F1	0,0013 - 0,5255	1,1478	0,7946	1,2191
F2	1,2525 - 1,9349	1,8488	1,5004	1,9039
F3	2,165 - 9,3953	2,6664	2,2226	2,8038
	V_{calc2} (mm/s)			
G1	0,2331 - 0,5640	1,0089	0,8773	1,0738
G2	0,9312 - 1,3373	1,9872	1,5244	1,9556
G3	1,3373 - 7,0922	2,8569	2,1609	2,0629

Fonte: Autor

Os resultados para os principais parâmetros relativos ao Modelo 01 estão organizados na Figura 43 de modo que as colunas A, B e C dizem respeito aos subconjuntos F1, F2 e F3, respectivamente e para cada fileira horizontal de gráficos as análises se repetem para os diferentes subconjuntos.

A primeira linha de resultados a Figura 43 apresenta a velocidade de sedimentação calculada para o Modelo 01 (V_{calc1}) em resposta à d_v . A velocidade calculada é maior para os agregados do subconjunto G3. Nota-se que para o subconjunto G3 ocorre uma maior variação da velocidade para um mesmo tamanho, enquanto em G1 e G2 a velocidade variou menos.

Para o parâmetro ε , que corresponde à porosidade dos agregados, há uma relação diretamente proporcional deste parâmetro com o tamanho do agregado para uma faixa de velocidade específica, ou seja, o agregado torna-se mais poroso a medida que cresce em tamanho, para os três subconjuntos. Na comparação entre os subconjuntos é visível que ocorreram porosidades dentro da mesma faixa de valores para todos os subconjuntos.

O parâmetro ρ que corresponde à densidade do agregado diminuiu em resposta ao aumento do tamanho para os 03 subconjuntos. Na comparação entre os subconjuntos, é possível observar que os agregados para os subconjuntos F2 e F3 apresentaram densidades maiores que F1 e F2, respectivamente, para tamanhos iguais.

A relação Cd/Re teve grande variação na comparação entre os três subconjuntos. O subconjunto F2 teve o melhor ajuste de R^2 (0,9063) enquanto F1 obteve o pior (0,0887). É possível observar de modo geral que os valores de Re aumentaram com o aumento da velocidade, enquanto os valores de Cd tiveram distribuição ampla (valores entre 1 e 1000) para todos os subconjuntos.

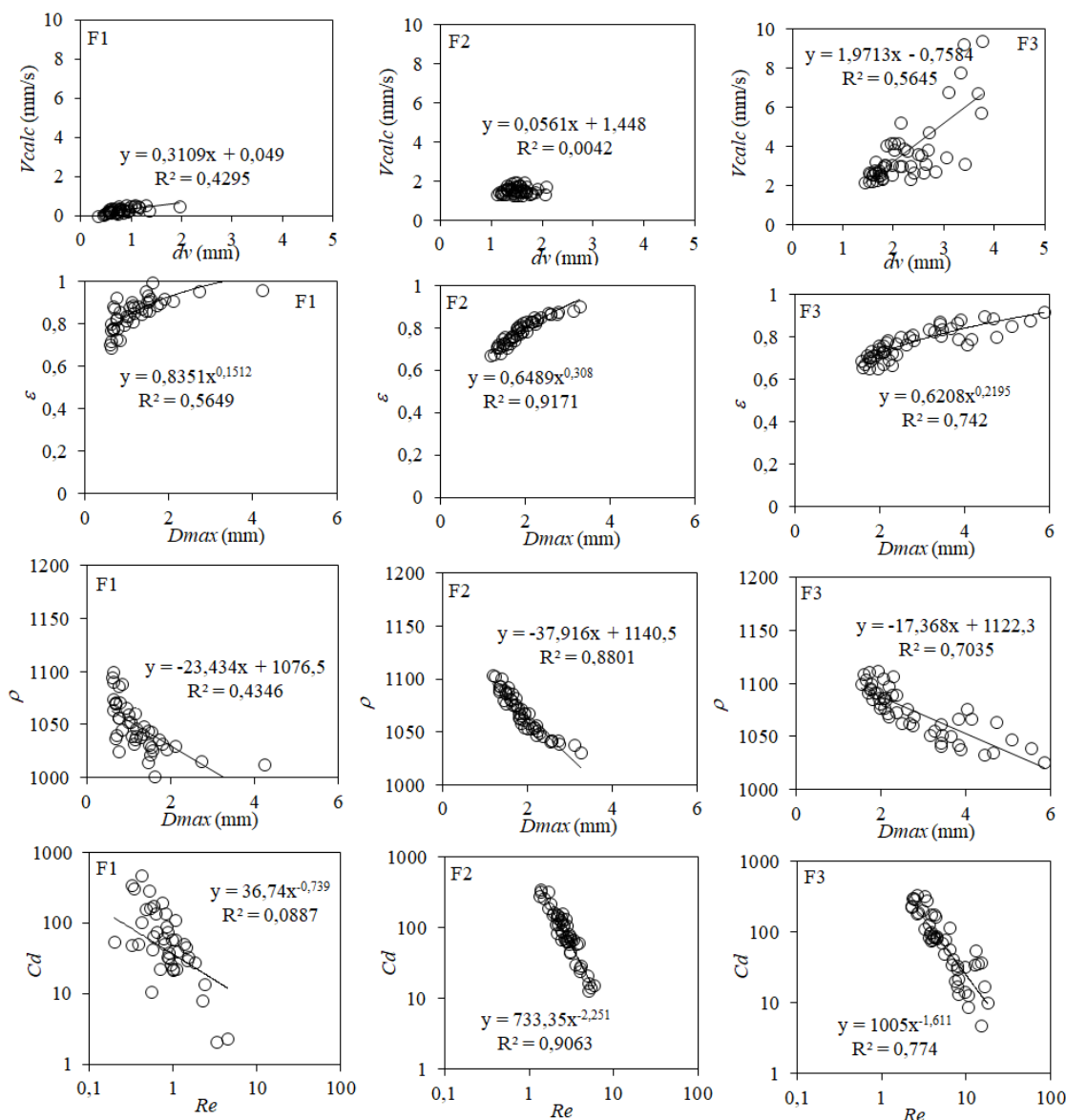


Figura 43. Relação entre as principais variáveis do Modelo 01. Subconjuntos F1-F3. Fonte: Autor

Os resultados para os principais parâmetros relativos ao Modelo 02 estão organizados na Figura 44, de modo que, as colunas A, B e C dizem respeito aos subconjuntos G1, G2 e G3, respectivamente e para cada fileira horizontal de gráficos as análises se repetem para os diferentes subconjuntos.

A velocidade de sedimentação calculada para o Modelo 02 (V_{calc_2}) em resposta à d_v . A velocidade calculada é maior para os agregados do subconjunto F3. Na comparação entre os subconjuntos é possível notar que a inclinação da reta de ajuste aumenta de G1 para G3. Além disso, nota-se que há uma maior dispersão para os dados intermediários do subconjunto C2, dado por um valor de R^2 pequeno em comparação aos demais subconjuntos, este fato é fortemente influenciado por tratar-se de um subconjunto com uma faixa bastante estreita de tamanho.

O parâmetro V_{calc_2} quando confrontado com o fator de forma $\phi = w/l$ apresentou relação levemente positiva para G1 e G2. Para G3 houve um grande espalhamento dos dados e os parâmetros não apresentaram relação significativa.

Na análise do parâmetro ρ foi possível observar relação inversamente proporcional entre este parâmetro e o tamanho. Contudo, todas as relações tiveram valores baixos de R^2 . Aqui, é importante notar que o Modelo 02 produziu densidades mais baixas do que o Modelo 01, devido às diferenças em sua composição. As densidades produzidas pelo Modelo 02 são ligeiramente maiores que a da água, concebendo aos agregados velocidades menores que esferas solidas equivalentes. Já no Modelo 01 as densidades são mais altas e a velocidade de Stokes precisou ser “freada” pelo coeficiente T , para que as velocidades preditas fossem ajustadas às experimentais.

A análise de Cd/Re para os subconjuntos mostrou que os valores de Cd diminuíram com o aumento das faixas de velocidade, enquanto os valores de Re aumentaram. Os valores da relação entre os dois parâmetros, dado pelo coeficiente multiplicativo da equação de potência ajustada aos dados, teve valores próximos para os 03 subconjuntos.

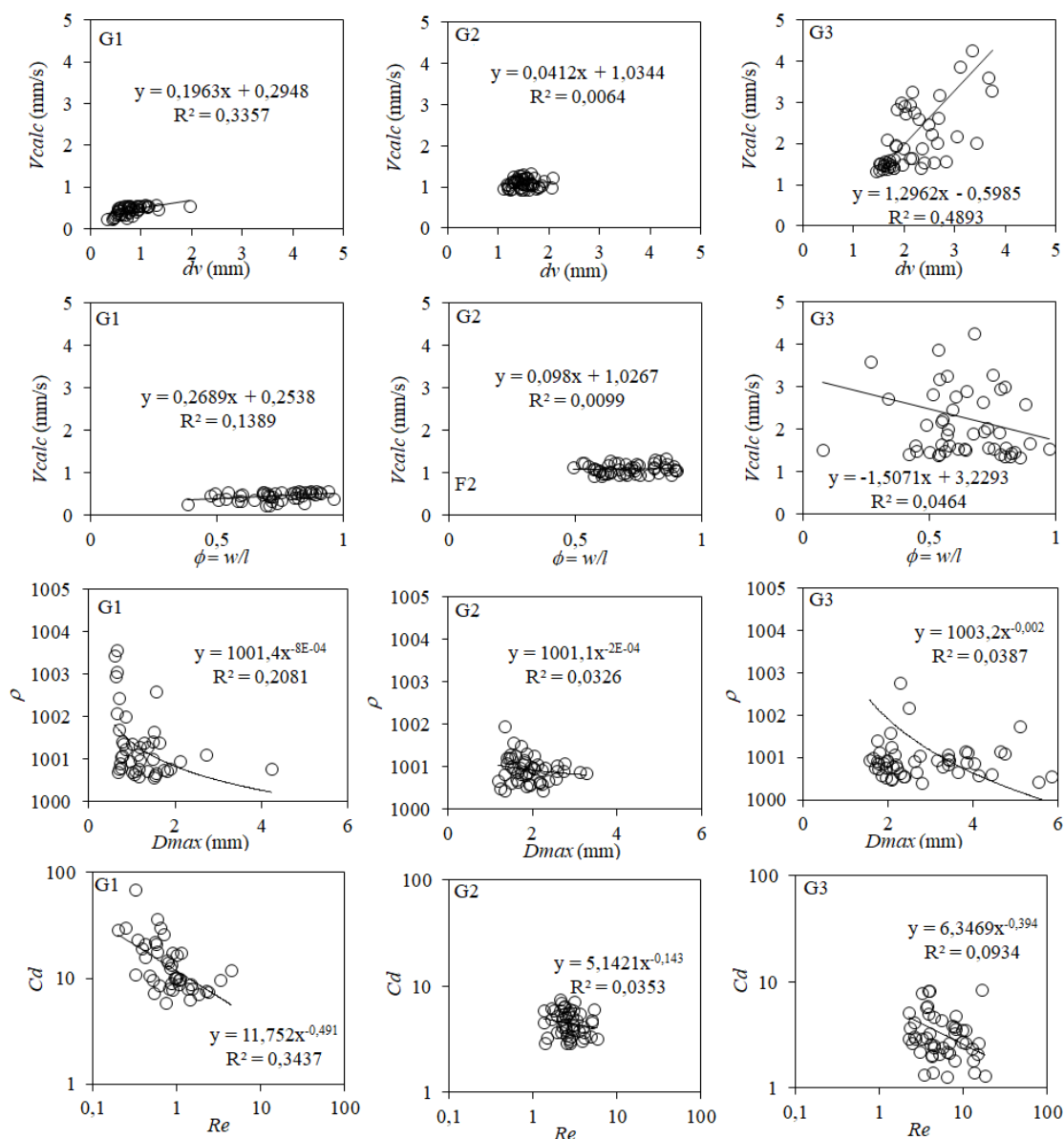


Figura 44. Relação entre as principais variáveis do Modelo 02. Subconjuntos G1-G3. Fonte: Autor

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho dedicou-se a investigar a sedimentação de agregados fractais do processo de floculação de águas de abastecimento em condições laboratoriais. Os agregados de Alumínio-Caulinita foram monitorados por meio de técnicas de análise de imagem. Para atingir os objetivos propostos, utilizou-se de análises estatísticas e modelos analíticos para a predição da velocidade de sedimentação.

Com relação aos resultados introdutórios, pode-se concluir:

- O teste de consistência dos dados experimentais permitiu o tratamento dos dados brutos baseado em premissas fenomenológicas, aproximando os dados experimentais da idealidade.
- A análise dos objetos sintéticos mostrou-se uma ferramenta importante para o entendimento de atributos oriundos da análise de imagem e permitiu a introdução de conceitos de maneira didática.

Com relação às análises estatísticas, pode-se concluir:

- A velocidade de sedimentação mostrou-se intimamente ligada ao tamanho do agregado, sendo que maiores tamanhos resultaram em maiores velocidades.
- Orientações horizontais estiveram ligadas a altas velocidades de sedimentação. Os agregados horizontalmente orientados foram maioria em ocorrência para agregados alongados (*Aspecto* < 0,7).
- Para faixas estreitas de tamanho os agregados com aspecto alongado tiveram menores velocidades de sedimentação. No entanto, os agregados tenderam a ser mais alongados ao crescerem em tamanho.
- Análise de Componentes Principais (ACP) resultou na seleção de dois componentes principais que juntos explicaram 84% da variância dos dados. O CP1 demonstrou alta correlação entre aspecto e densidade e correlação negativa com a porosidade. Por outro lado, o CP2 demonstrou alta correlação entre tamanho, velocidade e

número de Reynolds. No geral, a ACP reafirmou padrões observados nas análises individualizadas, como a alta dependência entre a velocidade de sedimentação e o tamanho além de indicar a independência entre as variáveis do CP1 e a velocidade de sedimentação inclusa no CP2, bem como explicitar correlações entre variáveis coadjuvantes.

Com relação à permeabilidade do agregado, pode-se concluir:

- A partir do modelo de permeabilidade utilizado, verificaram-se valores baixos para a permeabilidade adimensional (ξ^{-2}) e eficiência de coleta de fluido (η), o que significa que o fluido tem baixa capacidade de fluir pelos poros do agregado. Para o fator de empacotamento γ de 0,5, na média, 0,2% do fluxo atravessa o agregado enquanto o restante é desviado, na média para os agregados.
- A razão entre o coeficiente de arrasto entre a partícula permeável e a impermeável (Ω) foi de no mínimo de cerca de 0,98 para os fatores de empacotamento investigados. Assim, velocidade sofreria pouco impacto da permeabilidade e este efeito foi desconsiderado.

Com relação aos modelos analíticos, pode-se concluir:

- O Modelo 01, baseado na porosidade fractal do agregado, conduziu a altas densidades, com base no balanço de massa e porosidade fractal e relação Cd/Re maiores que para a esfera perfeita e impermeável. As velocidades preditas foram ajustadas pelo coeficiente T .
- O Modelo 02, baseado no coeficiente de arrasto que leva em consideração o fator de forma ϕ , conduziu a densidades equivalentes muito baixas, ligeiramente maiores que a da água. A relação entre Cd/Re foi menor que para a esfera perfeita e impermeável. No geral, ambos os modelos apresentaram ajustes satisfatórios frente às velocidades experimentais.

7 RECOMENDAÇÕES

As análises estatísticas desenvolvidas no trabalho revelaram indícios da relação entre os atributos físicos/morfológicos e a velocidade de sedimentação para as condições estudadas, muitos desses indícios vão de encontro a posicionamentos claros da literatura do tema, enquanto outros pontos ainda permanecem obscuros. Contudo, a busca concreta por relações fenomenológicas deve passar por análise mais profunda e específica para cada atributo aqui analisado.

A interpretação dos resultados desta pesquisa é limitada às condições impostas pelo método de imagem utilizado, no que diz respeito aos erros inerentes à projeção bidimensional dos objetos. Tal limitação pode ser vencida por meio de técnicas que utilizam o alinhamento de espelhos ou sincronização multicâmera a fim de evitar a premissa da simetria para tridimensionalidade dos agregados. Recomenda-se a aplicação de tais técnicas em estudos subsequentes.

A validade dos resultados alcançados pelo trabalho restringe-se ao caso experimental analisado, com relação aos objetos estudados (agregados porosos de solução mineral) e às condições hidrodinâmicas descritas no método. Recomenda-se para trabalhos subsequentes a alteração do universo amostral de partículas, variando a natureza e impondo restrições a faixa de tamanho e regimes de escoamento, o que na visão do autor pode facilitar o entendimento dos fenômenos envolvidos.

Ainda, com relação às velocidades de sedimentação experimentais obtidas, os ensaios de floculação e sedimentação conduziram à formação, em geral, de agregados grandes, maiores, e com velocidades mais altas, que aqueles comumente encontrados em sedimentadores convencionais de ETAs. As implicações práticas dos resultados obtidos, portanto, devem ser feitas com cautela, observando estas características.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adachi, Y., Tanaka, Y., 1997. Settling velocity of an aluminium-kaolinite floc. *Water Res.* 31, 449–454.
- Allen, T. Particle Size Measurement. 4^a Ed. Powder Technology Series. Chapman and Hall. 832 p. 1990
- Bargiel, M. Tory, E. M. Extension of the Richardson–Zaki equation to suspensions of multisized irregular particles. *International Journal of Mineral Processing*. 120 p. 22–25 2013.
- Brakalov, L.B. A connection between orthokinetic coagulation capture efficiency of aggregates and their maximum size. 1987. *Chem. Eng. Sci.* 42, 2373–2383.
- Chakraborti, R. K., Kaur, J. 2014. Noninvasive Measurement of Particle-Settling Velocity and Comparison with Stokes' Law. *J. Environ. Eng.* 140.
- Chakraborti, R.K., Atkinson, J.F., Van Benstchoffen, J.E. Characterization of alum floc by image analysis, *Environmental Science and Technology* 34, 3969–3976. 2000.
- Chakraborti, R.K., Gardner, K.H., Atkinson, J.F., Van Benschoten., J.E. Changes in fractal dimension during aggregation. *Water Res.* 37, 873–883. 2003
- Chellam, S. Wiesner, M. R. Fluid Mechanics and Fractal Aggregates. *Water Research*, 27-9. p. 1493-1496. 1993
- Concha, F.; Bustos, M. Modification of the Kynch theory of sedimentation. *AIChE J.* 1987, 33, 312–315.
- Derksen, J.J. Simulations of hindered settling of flocculating spherical particles. *International Journal of Multiphase Flow* 58. 127–138, 2014.
- Di Bernardo, Luiz; Dantas, Ângela Di Bernardo. Métodos e técnicas de tratamento de água. Segunda Edição. São Carlos. RiMa, 792 f., 2005.
- Dukov, I. Taneva, D. Determination of the particle shape factor using Cauchy's theorem and image analysis. XXI Scientific conference with international participation. Vol. II, pp. 60-63, Sozopol, 2016.
- Dyer, K. R., et al. (1996). "A comparison of in situ techniques for estuarine floc settling velocity measurements." *J. Sea Res.*, 36(1–2), 15–29.
- Gibbs, R. Estuarine flocs: their size, settling velocity and density. *J. Geophys. Res.* 1985, 90, 3249–3251.

- Glover, S. M.; Jameson, G. J.; Biggs, S. Bridging flocculation studied by light scattering and settling. *Chem. Eng. J.* 2000, 80, 3–12.
- Gonzalez, R. C. Woods, e R. E. “Digital Image Processing” (3rd Edition), Prentice-Hall, 2008.
- Gregory John. The density of particle aggregates, *Water Science and Technology.* 36, 1–13. 1997.
- Haider, A. Levenspiel, O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles, *Powder Technol.* 58 p. 63–70. 1989
- Han M. Y. Lawler D. F. The (relative) insignificance of G in focculation. *J. Am. Water Works Assoc.* v.84. p.79-91. 1992.
- Hildred, K.; Townson, P.; Hutson, G.; Williams, R. Characterisation of particulates in the BNFL enhanced actinide removal plant. *Powder Technol.* 2000, 108, 164–172.
- Hongyu, K. Sandanielo, V. L. M. Junior, G. J. O. Análise de Componentes Principais: resumo teórico, aplicação e interpretação. *Engineering and Science.* 2015
- Jarvis, P., Jefferson, B., Gregory, J., Parsons, S.A.,. A review of floc strength and breakage. *Water Res.*, 39, 3121–3137. 2005
- Jarvis, P. Jefferson, B. Parsons. S. A. Measuring Floc Structural Characteristics. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology* 4, 1-18. 2005
- Jiang, Q. Logan, B.E. Fractal dimensions of aggregates determined from steady-state size distributions. *Environ. Sci. Technol.* 25 (12), 2031–2038. 1991.
- Johnson, C.P., Li, X., Logan, B.E. Settling velocities of fractal aggregates. *Environ. Sci. Technol.*, 30, 1911-1918. 1996.
- Johnson, M, Peakall, J, Fairweather, M et al. (3 more authors) (2016) Characterisation of multiple hindered settling regimes in aggregated mineral suspensions. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 55 (37). pp. 9983-9993. ISSN 0888-5885
- Johnson, R.A.; Wichern, D.W. *Applied multivariate statistical analysis.* Madison: Prentice Hall International, 1998. 816p.
- Jung, Sang-Kyu. A review of Image Analysis in Biochemical Engineering. *Biotechnology and Bioprocess Engineering*, 24, 65-75. 2019.
- Junker, B. Measurement of bubble and pellet size distributions: past and current image analysis technology. *Bioprocess Biosyst Eng.* v. 29, p. 185–206, 2006.
- Kaiser, H. F. The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika*, v. 23, n. 3. p. 187-200, 1958.
- Kinoshita, T. Nakaishi, K. Kuroda, Y., 2017. Determination of kaolinite floc size and structure using interface settling velocity. *Applied Clay Science* 148. 11–16

- Kynch, G. A theory of sedimentation. *Trans. Faraday Soc.* 1952, 48, 166–176.
- Kysela, B., Chara, Z., and Ditl, P. (2008). “Aggregates settling velocity— Direct in situ measurement.” *Sep. Sci. Technol.*, 43(7), 1610–1620.
- Larsen, T. (2000). “Measuring the variations of the apparent settling velocity for fine particles.” *Water Res.*, 34(4), 1417–1418.
- Lee, H. Kim, C. Experimental study on reversible formation of 2D flocs from plate-like particles dispersed in Newtonian fluid under torsional flow. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 548, 70-84. 2018
- Li, T., Zhu, Z., Wang, D., Yao, C., Tang, H. (2006). Characterization of floc size, strength and structure under various coagulation mechanisms. *Power Technology*, 168, 104-110.
- LI, T.; ZHU, Z.; WANG, D.; YAO, C; TANG, H. The strength and fractal dimension characteristics of alum–kaolin flocs. *International Journal Of Mineral Processing*, Beijing, Pr China, v. 82, n. 1, p.23-29, 2007.
- Li, X.Y., Logan, B.E., Permeability of fractal aggregates. *Water Research* 35, 3373-3380. 2001
- Lloyd, S., Least squares quantization in PCM, *IEEE transactions on information theory* 28.2: 129-137, 1982.
- Lv, K. Fanfei, M. Zhu, J. Ren, B. Xuejie, B. Chuanzhen,W. Experiments and CFD-DEM simulations of fine kaolinite particle sedimentation dynamic characteristics in a water environment. *Powder Technology*, 382, 60–69. 2021
- Mandelbrot, B.B., Passoja, D. E., Paullay, A. J., (1984). Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*, 308, p. 721 – 722.
- Manning, A.; Dyer, K. A laboratory examination of floc characteristics with regard to turbulent shearing. *Mar. Geol.* 1999, 160, 147–170.
- Many, G. Durrieu de Madron, X. Verney, R. Bourrin, F. Renosh, P. R., Jourdin, F. Gangloff, A. Geometry, fractal dimension and settling velocity of flocs during flooding conditions in the Rhône ROFI. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 219, 1-13. 2019
- Maroco, J. *Análise estatística: com a utilização do SPSS*. Lisboa: Silabo, 2003.
- Maroof, M. A. Mahboudi, A. Noorzad, A. Safi, Y. A new approach to particle shape classification of granular materials, *Transp. Geotech.* 22 (2020), Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2019.100296>
- Michaels, A.S., Bolger, J.C., 1962. Settling rates and sediment volumes of flocculated kaolin suspensions. *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 1, 24–33.

- Mola, I. A. Fawell, P. D. Small, M. Particle-resolved direct numerical simulation of drag force on permeable, non-spherical aggregates. *Chemical Engineering Science*. v. 218. 2020.
- Moruzzi, R. B.; Silva, P. A. G. Reversibility of Al-Kaolin and Al-Humic aggregates monitored by stable diameter and size distribution. *Brazilian Journal of chemical Engineering*, v. 35, p. 1029-1038, 2018.
- Moruzzi, R.B. Avaliação da Influência da Distribuição de Tamanho de Partículas e do Binômio Velocidade/Tempo de Denteção na Zona de Reação no Desempenho da Flotação com Utilização de Sonda Ultrassônica e Técnica de Análise por Imagem. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo – USP. 240p. 2005
- Moruzzi, R B. Avaliação do desempenho do processo de floculação usando parâmetro característico da função distribuição de tamanho de partículas: experimentação, modelagem e simulação. Livre docência - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. 209 f. Rio Claro, 2014.
- Moruzzi; R. B. Silva, P. A. G. ; Sharifi, S. ; Campos, L. C. ; Gregory, J. Strength assesment of al-humic and Al-Kaolin aggregates by intrusive and non-intrusive methods. *Separation and purification technology*, v. 1, p. 1, 2019.
- Nakamura, T., Adachi, Y., Suzuki, M., 1993. Flotation and sedimentation of a single microcystis floc collected from surface bloom. *Water Res.* 27, 979–983.
- Neale G., Epstein N. and Nader W. Creeping flow relative to permeable spheres. *Chem. Engng Sci.* 2~1865-1874. 1973.
- Oliveira, A.L.de, Moreno, P., Silva, P.A.G. da, Julio, M.D., Moruzzi, R.B. (2015). Effects of the fractal structure and size distribution of flocs on the removal of particulate matter. *Desalination and Water Treatment*. DOI:10.1080/19443994.2015.1081833. Taylor & Francis, 1-12.
- Palma, L. F., AGRUPAMENTO DE DADOS: K- MÉDIAS. Trabalho de Conclusão de Curso: Bacharel em Ciências Exatas e Tecnológicas., UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA, Cruz das Almas - BA, 2018
- Pearson, K. (1896), "Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. III. Regression, Heredity and Panmixia," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 187, 253–318.
- Pearson, K. (1901). «On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space» (PDF). *Philosophical Magazine*. 2 (6): 559–572
- Qasim, M. Park, S. Jong-Oh, K. Empirical Reynolds number model for drag coefficient determination of ballasted flocs. *Journal of Water Process Engineering*, 40, 101803. 2021.

- Richardson, J.F., Zaki, W.N., 1954. Sedimentation and fluidization: part 1. *Trans. Inst. Chem. Eng.* 32, 35–53.
- Rogak S. N. and Flagan R. C. Stokes drag on self-similar clusters of spheres. *J. Colloid Interface Sci.* 134 206-218. 1990
- Silva, P. A. G. Estudo da Resistência do floco e da refloculação visando o tratamento de águas de abastecimento utilizando técnica de monitoramento por análise de imagem digital e dispersão de luz. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 39f. 2017.
- Stokes, G.G., 1901. *Mathematical and Physical Papers, Volumes I-V.* Cambridge University Press, Cambridge.
- Sutherland D. N. and Tan C. T. Sedimentation of a porous sphere. *Chem. Engng Sci.* 25, 1950-1951. 1970
- Tambo, N., Watanabe, Y., 1979. Physical characteristics of flocs—I. The floc density function and aluminium floc. *Water Res.* 13, 409–419.
- Trofa, M. D'avino, G. Sedimentation of Fractal Aggregates in Shear-Thinning Fluids. *Applied Sciences*, 10, 3267.1-20. 2020
- Vahedi, A., Gorczyca, B. (2012). Predicting the settling velocity of flocs formed in water treatment using multiple fractal dimensions, *Water Res.* 46, 4188 – 4194.
- Vahedi, A., Gorczyca, B. Settling velocities of multifractal flocs formed in chemical coagulation process, 2014. *Water Research* 53, p. 322-328.
- Van Rijn, L. C. (2007). *Manual Sediment Transport Measurements in Rivers, Estuaries and Coastal Seas*, Aqua, Blokzijl, Netherlands.
- Veerapaneni S. and Wiesner M. R. (1996) Hydrodynamics of fractal aggregates with radially varying permeability. *J. Coll.Interface Sci.* 177, 45±57.
- Waite, T.D. (1999). Measurement and implications of floc structure in water and wastewater treatment. *Colloid Surface. A* 151, 27–41.
- Wang, S. Liu, H. Numerical and Experimental Analysis on the Hydrodynamic Behavior of Nanoparticle Agglomerates at moderate Reynolds Numbers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 60, 753-761, 2021.
- Wu R. M. and Lee D. J. (1998) Hydrodynamic drag force exerted on a moving floc and its implication to free settling tests. *Water Res.* 32, 760±768l.
- Yu, W.; Gregory, J.; Campos, L.; Graham, N., Dependence of floc properties on coagulant type, dosing mode and nature of particles. *Revista WaterResearch* 68, p 119-126, 2015.
- Yukselen, M.A., Gregory, J. The reversibility of floc breakage, *Int. J. Mineral Process.* 73, 251–259. 2004.