

JOÃO VICTOR FERNANDES DREYS

**APLICAÇÃO DA MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO, CONSIDERANDO
CUSTOS DE TRANSAÇÃO, PARA EMPRESAS DO SETOR DA CONSTRUÇÃO
CIVIL**

Guaratinguetá - SP
2016

JOÃO VICTOR FERNANDES DREYS

**APLICAÇÃO DA MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO, CONSIDERANDO
CUSTOS DE TRANSAÇÃO, PARA EMPRESAS DO SETOR DA CONSTRUÇÃO
CIVIL**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

Guaratinguetá - SP
2016

D778a Dreys, João Victor Fernandes
Aplicação da moderna Teoria do Portfólio, considerando custos de transação, para empresas do setor da construção civil / João Victor Fernandes Dreys– Guaratinguetá, 2016.
46 f. : il.
Bibliografia : f. 40-42

Trabalho de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.
Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

1. Custos de transação. 2. Mercados financeiros futuros.
3. Construção civil. I. Título

CDU 69

JOÃO VICTOR FERNANDES DREYS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM ENGENHARIA CIVIL”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

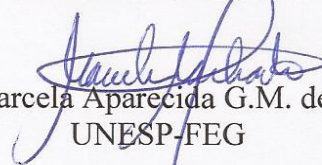


Prof. Dr. Enos Arneiro Nogueira da Silva
Coordenador

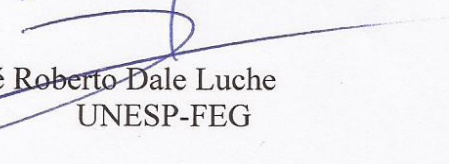
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira
Orientador/UNESP-FEG



Profª. Drª. Marcela Aparecida G.M. de Freitas
UNESP-FEG



Prof. Dr. José Roberto Dale Luche
UNESP-FEG

Novembro 2016

DADOS CURRICULARES

João Victor Fernandes Dreys

NASCIMENTO	08.04.1991 – Rio de Janeiro / RJ
FILIAÇÃO	Carlos Erik Gentil Dreys Maria Isabel Fernandes Dreys
2012/2016	Curso de Graduação em Engenharia Civil na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista

A meu pai por ter sido meu provedor
A minha mãe e meus avós por me
incentivarem em todas as decisões de
minha vida

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelas possibilidades e oportunidades que me foram lançadas durante a vida. Sem sua graça não estaria onde estou.

aos meus pais e avós por terem dedicado todo esforço e carinho na minha formação como ser humano. A família é a base da sociedade.

a minha namorada por ter sido uma companheira inigualável, e por ter me tranquilizado e me ouvido durante os momentos mais difíceis do curso.

ao meu orientador, *Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira* que me acompanhou, me incentivou e me deu abertura para enfrentar os desafios do trabalho.

aos meus docentes ao longo do curso de graduação em especial, *Prof. Dr. Antônio Wanderley Terni, Prof. Dr. Auro Tanaka e Prof. Dr. Yzumi Taguti* pelas intermináveis horas de explicações, esclarecimentos de dúvidas; e principalmente pela visão de mundo e conhecimentos passados a mim.

Por último, agradeço aos meus amigos que conheci nestes cinco anos de vida acadêmica.

“O Homem deve ter coragem para ser bom, quando tudo a sua volta o induz a ser mau.”

Olavo de Carvalho

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo aplicar a Moderna Teoria do Portfólio, incorporando ao seu modelo alguns custos de transação existentes no processo de investimento, tendo como base de dados ações listadas em bolsa de valores de empresas da Construção Civil. Os custos de transação correspondem a uma parcela pequena em cima do volume financeiro investido no mercado de capitais, no entanto podem diminuir significativamente os ganhos reais de investidores. Para a modelagem financeira fora escolhido o software Microsoft Excel. A base de dados fora extraída da página da BM&FBovespa, a bolsa de valores brasileira. Foi realizada uma comparação com e sem custos de transação para portfólios de pesos igualmente distribuídos como também em portfólios otimizados pelo Índice Sharpe. Os resultados corroboram a teoria da diversificação de investimentos e a influência dos custos na rentabilidade.

PALAVRAS-CHAVE: Markowitz. Sharpe. Custos de transação. Fronteira eficiente.

ABSTRACT

This paper aims applying the Modern Theory of Portfolio, incorporating in its model some existing transaction costs in the process of investment, by using as a database Construction stocks from companies listed in exchange market. Transaction costs correspond a small portion of invested turnover in capital markets, although they can reduce drastically investors' real gains. For financial modelling, Microsoft Excel has been chosen. The database was extracted from BM&FBovespa website, the brazilian stock exchange. It was made a comparison with and without transaction cost for equally weighted portfolios and optimized weighted portfolios using Sharpe's ratio aswell. The results corroborate the investment diversification theory and the transaction costs influence on profitalibity.

KEYWORDS: Markowitz. Sharpe. Transaction costs. Efficient frontier.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Quantidade de documentos por país. Fonte: SCOPUS.....	14
Figura 2: Representação gráfica para os casos de correlação. Fonte: Autor.....	22

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Quantidade de artigos e documentos publicados sobre o tema.....	13
Tabela 2 - Retorno esperado e risco dos ativos sem custos de transação.....	30
Tabela 3 - Matriz de variância-covariância sem custos transação.....	31
Tabela 4 - Matriz dos coeficientes de correlação.	31
Tabela 5 - Retorno esperado e risco dos ativos com custos de transação.	32
Tabela 6 - Portfólios elaborados.....	32
Tabela 7 - Resultados dos portfólios de mesmo peso sem custos de transação.	33
Tabela 8 - Resultados dos portfólios de mesmo peso com custos de transação.....	33
Tabela 9 - Resultados dos portfólios otimizados sem custos de transação.	34
Tabela 10 - Composição dos portfólios otimizados sem custos de transação.	35
Tabela 11 - Resultados dos portfólios otimizados com custos de transação.	35
Tabela 12 - Composição dos portfólios otimizados com custos de transação.....	36

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO	12
1.2	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	12
1.2.1	ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA	12
2	A CONSTRUÇÃO CIVIL NO BRASIL E SEU FINANCIAMENTO	15
3	ATIVOS E CARTEIRAS DE INVESTIMENTO	17
3.1	DIVERSIFICAÇÃO DE ATIVOS	18
3.2	MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO	19
3.3	TÉCNICAS PARA CALCULAR A FRONTEIRA EFICIENTE	24
3.4	ÍNDICE SHARPE	25
3.5	RISCOS	25
3.6	CUSTOS DE TRANSAÇÃO	26
4	MATERIAIS E MÉTODOS	29
4.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	29
4.2	ETAPAS DA PESQUISA	29
4.2.1	COLETA DE DADOS	29
4.2.2	MÉTRICAS DE RETORNO E RISCO	30
4.2.2.1	Portfólios de Mesmo Peso	32
4.2.2.2	Portfólios Otimizados	33
5	DISCUSSÃO	37
6	CONCLUSÃO	39
7	SUGESTÕES E RECOMENDAÇÕES	40
	REFERÊNCIAS	41
	ANEXO A – SÉRIE HISTÓRICA	44

1 INTRODUÇÃO

A qualidade de um investimento é sustentada pela capacidade de prover ao investidor retornos relativamente maiores aliado de riscos relativamente menores.

As práticas de construção de carteiras de investimentos (também chamadas de portfólios), visando obter melhores relações de retornos e riscos, vêm sendo estudadas desde a década de 50 com a publicação dos primeiros trabalhos de Henry Markowitz (1952). A otimização destes portfólios pode empregar várias soluções aos modelos, com algumas superiores a outras em dadas situações específicas (NAJAFI; POURHMADI, 2015).

Pesquisadores e investidores tem procurado desenvolver novos modelos e incorporar diversas restrições e premissas na otimização de portfólios (BERTRAND; PRIGENT, 2014) (XIAOXIA; ZHAO, 2014). Algumas características como custos de transação, restrições de cardinalidade e quantidade, conduzem a análises mais realistas apesar de dificultarem a problematização (CHEN, 2015). Ao longo dos anos, custos de transação, a exemplo, corretagens, vêm diminuído perante maior competitividade entre as firmas, mas ainda podem ter impactos negativos significativos no retorno das carteiras (MOORMAN, 2014).

1.1 OBJETIVO

Este trabalho visa aplicar a Moderna Teoria do Portfólio, considerando os custos de transação para um conjunto de ações do setor de construção civil. As ações do mercado de construção civil é utilizada por ter um peso relevante na economia brasileira.

1.2 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Uma análise bibliométrica inicial foi realizada por meio do banco de dados do SCOPUS para situar a posição internacional dos pesquisadores perante o tema da Moderna Teoria do Portfólio condicionada a custos de transação.

1.2.1 Análise Bibliométrica

A otimização do portfólio considerando os custos de transação é um tema pesquisado relativamente novo dentro da área financeira. Por não considerar os custos de transação na

teoria, alguns pesquisadores começaram a considerar novas formas de obter uma fronteira eficiente.

Para os recentes anos de 2011 a 2016, haviam sido publicados apenas 165 documentos referentes, que incluem artigos, *conference papers*, capítulos de livro e outros. Como se pode notar pela Tabela 1, o interesse é crescente.

Tabela 1 - Quantidade de artigos e documentos publicados sobre o tema.

Ano	Quantidade
2011	25
2012	30
2013	39
2014	47
2015	23
2016	1

Fonte: Autor

Para as fontes mais procuradas para publicação, podem ser citadas: *European Journal of Operational Research*, 6 documentos; *Applied Mathematics and Optimization*, *Mathematical Methods of Operations Research*, *Applied Mechanics and Materials*, *Quantitative Finance*, *Optimization Methods and Software* e *Xitong Gongcheng Lilun Yu Shijian*, 4 documentos cada. Cujos respectivos segmentos acadêmicos são: *Mathematics*; *Computer Sciences*; *Decision Sciences*; *Economics*, *Econometrics and Finance* e *Engineering*.

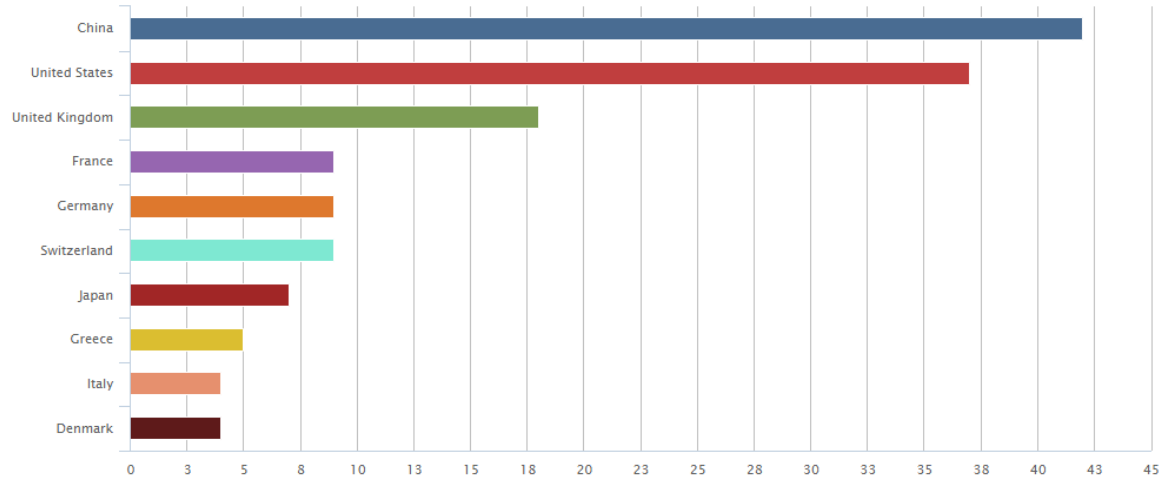
Dos autores com maior número de artigos podem ser citados: Beasley, J.E., 4 documentos; Le Thi, H. A.; Chen, W. e Soner, H. M., 3 documentos cada. De modo que as instituições, onde os autores estão afiliados, que mais publicaram são: *Capital University of EcoNomics and Business*, 6 documentos; *Brunel University London*, 5 documentos; *South China University of Technology*, 5 documentos.

Nota-se um maior interesse de estudos por pesquisadoras da China e dos Estados Unidos conforme a Figura 1.

Figura 1: Quantidade de documentos por país.

Documents by country/territory

Compare the document counts for up to 15 countries/territories



Fonte: SCOPUS, 2015.

2 A CONSTRUÇÃO CIVIL NO BRASIL E SEU FINANCIAMENTO

No desenvolvimento econômico de um país a construção civil e suas atividades correlacionadas são consideradas de caráter importante. O setor consiste em um ambiente de grande absorção de mão-de-obra, formação bruta de capital fixo, participação ativa no valor bruto de produções industriais e fornecimento de infraestruturas públicas e físicas para muitas atividades produtivas do setor privado. Alguns indicadores macros de crescimento da economia são impactados diretamente pela construção civil: PIB (Produto Interno Bruto), índices de desemprego. A construção civil também serve como termômetro da atividade econômica do país (CAMPOS, 2016).

A participação no PIB da construção civil nos últimos anos tem girado em torno de 5%, uma quantia considerável para um dos segmentos da indústria. Em 2011, o número registrado de celetistas empregados na construção civil era de 2.7 milhões (IBGE, 2016).

Como em toda e qualquer empresa, são necessárias fontes de financiamento e captação de recursos para poderem ser realizados novos negócios e expansões nas atividades das mesmas (GITMAN, 2004). A construção civil e seus correlacionados ainda são mais dependentes do que as demais neste quesito, devido ao tempo necessário para execução de seus projetos bem como os custos e capitais necessários atingindo valores de bilhões em muitos casos. Segundo Brealey *et al.* (2008), uma empresa pode se financiar decorrente dos fluxos gerados internamente de suas atividades (Lucros retidos), por outro lado, as empresas podem se financiar por meio de emissão de dívidas (Capital de Terceiros) ou “equities” (Capital Próprio).

No processo de financiamento por capital próprio, as empresas realizam emissões e vendas de ações, seja de forma aberta ao público ou privada. A decisão de realizar uma abertura de capital é mais vantajosa para a empresa, uma vez que o mercado poderá prover maior liquidez, no entanto devem seguir as regras e os procedimentos da CVM (Comissão de Valores Mobiliários), adicionando melhores práticas de governança corporativa. O registro na CVM garante credibilidade ao sistema e segurança aos investidores, que ao adquirem uma ação, tornam-se sócios das empresas. Diferentemente dos sócios, os investidores que incorrem na compra e venda de ações em curto ou curtíssimo prazo são denominados especuladores e fornecem liquidez para os ativos das empresas; seu objetivo é diferente do investidor-sócio da

empresa, pois visa obter o lucro em pequenas variações e arbitrariedades do sistema (BM&FBovespa, 2016).

A BM&FBovespa é a única bolsa do Brasil, onde são permitidas operações de compra e venda de ações de empresas. As empresas de construção civil e correlacionadas apresentam uma participação ativa dentro da bolsa. Conforme consta em sua classificação, a BM&FBovespa (2016), segmenta as empresas ligadas a construção em: Construção Direta, Incorporação de Empreendimentos, Saneamento, Infraestrutura, Gerenciamento de Rodovias, Gerenciamento de Shoppings e Real Estate.

3 ATIVOS E CARTEIRAS DE INVESTIMENTO

Kuchanur (2015) categorizou as opções de ativos que podem ser investidos em: ativos físicos e ativos financeiros. Os ativos físicos, tais como commodities, são instrumentos com maiores ou menores graus de riscos, com seus retornos originados na diferença dos preços de compra e venda, podendo trazer perdas ou ganhos aos investidores. Os ativos financeiros (como produtos de renda fixa, ações e debêntures) também apresentam diversos níveis de riscos, e retornam ao investidor ganhos ou perdas. Por sua vez, os ativos financeiros constituem de instrumentos com de naturezas diferentes entre si: classificados como ativos de renda fixa ou renda variável.

Um título ou valor mobiliário financeiro se expressa como um “contrato legal”, representando o direito de receber benefícios futuros referentes às condições explícitas. Estes títulos podem ser classificados de diversas maneiras, de modo geral os investimentos podem ser indiretos, aplicações em fundos mútuos, por exemplo; ou diretos, optando por alguns dos títulos financeiros privados e governamentais. Um investimento direto pode ser feito no mercado monetário (ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2012).

O Mercado de Renda Variável consiste em um dos ramos do Mercado de Capitais que comporta instrumentos cujos rendimentos não são conhecidos, ou que não podem ser previamente determinados, pois dependem de eventos futuros incertos, sejam políticos, econômicos, tributários, setoriais, internacionais e etc. Desta forma, o risco de eventuais perdas é bem maior. Dentre os ativos negociáveis no Mercado de Renda Variável destacam-se as ações (preferenciais e ordinárias) das empresas listadas; e instrumentos derivativos (opções, contratos a termo e contratos futuros) (BM&FBovespa, 2016)

Segundo Gruber *et al.* (2012), o investidor tem a opção por procurar por investimentos em participação em companhias que operam de acordo com objetivos e políticas declaradas; as ações, que são expressas num conjunto denominado de Mercado a Vista, são valores mobiliários emitidos por sociedades anônimas representativos de uma parcela do seu capital social. Empresas que desejam captar recursos para desenvolver projetos se utilizam da emissão e remissão de ações para terceiros.

Diferentemente de outros mercados globais, o mercado brasileiro apresenta uma separação nos tipos de ações; podendo ser ordinárias ou preferenciais. As ações ordinárias concedem ao detentor de sua posse o direito de voto nas assembleias de acionistas de acordo

com sua participação; já as preferenciais concedem ao acionista prioridade e volume maior no recebimento dos dividendos das empresas, que em sua grande maioria é creditado em dinheiro (Lucro líquido apurado não retido em caixa) ou demais ações. Por outro lado, observa-se na BM&FBovespa que uma grande parcela das empresas listadas emitem apenas ações ordinárias.

Carteiras de investimentos, ou Portfolios (do inglês), são um aglomerado de ativos dos mais diferenciados possíveis tipos, de modo que aperfeiçoem os ganhos do proprietário da carteira quando investidos concomitantemente. Os fundos profissionais que montam posições em diferentes portfolios são uma opção de investimento para pessoas físicas e jurídicas que não desejam atuar diretamente, esses fundos podem ser classificados como abertos ou fechados, os primeiros emitem cotas ilimitadas, com prazos indeterminados sem limite de capital, já os demais emitem um número de cotas limitadas, não resgatáveis. (PINHEIRO, 2009)

Para todo e qualquer ativo mobiliário, sempre haverá um retorno financeiro (positivo ou negativo) a se apurar para cada período de tempo (prazos de manutenção do investimento). Além disso, todo investimento carrega riscos. Uma das medidas de risco amplamente aceita é o desvio padrão em cima das séries de retorno dos investimentos. Gruber *et al.* (2012) afirma que os retornos sobre longos períodos de tempo devem ser consistentes com o risco, caso contrário o ativo perde seu valor no mercado.

Para expressar o desempenho dos retornos de valores mobiliários é comumente feita a utilização de índices de mercado, como Dow Jones (EUA), Ibovespa (Brasil) no caso de ações; IPCA, IGP-M no caso da inflação; Selic, poupança no caso de títulos de renda fixa (BM&FBovespa, 2016).

3.1 DIVERSIFICAÇÃO DE ATIVOS

A combinação de ativos de condições opostas de mercado diminui o risco se comparados com os ativos em si. O investidor pode encontrar uma combinação onde parte de seu capital fluirá para diversos ativos diferentes, tendo assim, retornos médios nas diversas condições adversas que o mercado apresentar (GRUBER *et al.* 2012). Quanto mais oportunidades e diversificações uma carteira tiver, maior será a probabilidade de ganhos maiores. Esta diversificação procura evitar que os investidores concentrem-se em ativos que se movam em consonância. Os ativos de condicionantes independentes, ao combinados,

podem aumentar o número de resultados possíveis nas probabilidades e portanto, menor dispersão que cada um por si mesmo. De acordo com condições de mercado adversas ou retornos independentes entre si, os ativos podem ter retornos maiores combinados. As combinações de ativos se afastam das volatilidades singulares e retornam valores médios maiores.

As pesquisas de Najafi e Pourahmadi (2015), e Liu e Zhang (2013) levantaram diversas abordagens utilizadas por investidores na otimização de portfólios, como algoritmos meta-heurísticos, abordagens “fuzzy”, otimizações robustas, análises empíricas e dinâmicas. Em seus trabalhos, foram analisados portfólios com abordagens heurísticas dinâmicas com a inclusão de custos de transação e condições adversas, demonstrando uma aproximação superior e mais real, embora complexa.

Conforme afirmou Todoni (2015), o poder de diversificação de ativos apresenta uma magnitude maior em mercados emergentes. Estes mercados tendem a apresentar riscos específicos como instabilidade política e custo de informações que compensam em retornos maiores. Isso decorre de uma taxa de crescimento da economia e de acumulação de capital maior que dos países desenvolvidos. Em seu estudo, Harvey (1995), mostrou que adicionando mercados emergentes em alguns portfólios implicaria em uma redução de seis pontos percentuais na volatilidade de uma carteira, mantendo o mesmo retorno esperado.

3.2 MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO

Em 1952, Harry Markowitz, publicou seu trabalho (Portfolio Selection) argumentando que um infinito número de portfólios existe ao longo de uma curva definida por três variáveis: desvio padrão, coeficiente de correlação e retorno, conhecida como fronteira eficiente. A fronteira eficiente consistiria de portfólios com retorno máximo para cada nível de risco dado.

Segundo Gruber *et. al* (2012), a análise de uma carteira com dois ou mais ativos pode ser sintetizada:

O retorno de um investimento pode ser descrito como as probabilidades de ocorrência de um conjunto de resultados; isto é, distribuição de retornos ou função frequência. A função frequência se baseia em duas medidas, uma de caráter médio (valor esperado do retorno) e outra de dispersão (variância, semivariância, desvio padrão, ou seja, o risco). Desta forma, os investidores para reduzirem as perdas derivadas dos riscos inerentes aos ativos, mantêm

grupos ou carteiras de ativos variados. Mattos e Filho (2003) demonstraram evidências empíricas dos benefícios da diversificação de carteiras pela teoria de Markowitz com contratos futuros de agronegócios brasileiros e o índice de ações Ibovespa.

O valor esperado de uma carteira ($\overline{R_p}$) então, é a soma do valor esperado de cada ativo ($\overline{R_i}$) multiplicado pela proporção que foi investida no mesmo nesta carteira (x_i), de acordo com a equação 1:

$$\overline{R_p} = \sum_{i=1}^N (x_i \overline{R_i}) \quad (1)$$

Para a dispersão (o risco σ_p^2), pode-se analisar inicialmente uma carteira considerando apenas dois ativos. Estes ativos combinados, apresentam a variância pela equação 2 abaixo (onde σ_{12} é a covariância entre os dois ativos, que será zero caso sejam eventos independentes):

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2 x_1 x_2 \sigma_{12} \quad (2)$$

Analogamente, de modo genérico, a variância (representado o risco do investimento) de uma carteira com N ativos é dada pela equação 3:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N (x_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (x_j x_k \sigma_{jk}) \quad (3)$$

Supondo uma diversificação de investimentos com proporções iguais para cada ativo. A variância de uma carteira de N ativos é dada pela equação 4. O arranjo da equação indica que quanto maior for a quantidade de ativos na carteira, mais próximo da média de covariância dos ativos ($\overline{\sigma_{kj}}$) será a variância da carteira.

$$\sigma_p^2 = (1/N)(\overline{\sigma_j^2} - \overline{\sigma_{kj}}) + \overline{\sigma_{kj}} \quad (4)$$

Na análise de combinação de dois ou mais ativos, investidores procuram encontrar os conjuntos mais atrativos, a fronteira eficiente.

Retornando a análise de dois ativos apenas, a avaliação do coeficiente de correlação entre os mesmos (ρ_{ik}) é uma ferramenta simples para indicar a magnitude da diversificação. O coeficiente de correlação conforme Silva (2009) definiu: “O coeficiente de correlação entre

dois ativos é uma medida estatística que indica o grau de dependência linear entre as taxas de retornos desses ativos”. É um valor importante na análise para estabelecer se a diversificação é mais efetiva ou não, isto é, quanto mais próximo de 1 seu valor, significa que os retornos variam no mesmo sentido, quanto mais próximo de -1, os retornos variam em sentidos opostos. A representação matemática é obtida de acordo equação 5.

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_i \sigma_k} \quad (5)$$

O desvio padrão genérico de dois ativos (σ_p) pode ser rearranjado então, conforme a equação 6, onde ρ_{12} corresponde a correlação destes:

$$\sigma_p = [x_1^2 \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1 - x_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2]^{1/2} \quad (6)$$

Convém-se, então, analisar os casos extremos de correlação:

Caso 1: Correlação positiva perfeita. Para uma combinação de dois ativos com correlação +1, temos que o desvio padrão e o retorno médio dos dois ativos são fornecidos pelas equações 7 e 8:

$$\sigma_p = x_1\sigma_1 + (1 - x_1)\sigma_2 \quad (7)$$

$$\bar{R}_p = x_1\bar{R}_1 + (1 - x_1)\bar{R}_2 \quad (8)$$

Numa situação como essa, a relação entre os dois ativos se dá por uma linearidade, isto é, uma reta onde os eixos são Retorno(y) e Risco(x). Ou seja, nada se ganha com a diversificação da carteira. Na prática, esta situação não é preferível, pois incorrer em ativos diferentes de correlação perfeita trará mais custos de transação, mantendo uma carteira tão arriscada quanto os ativos individuais (BRIGHAM; HOUSTON, 1999).

Caso 2: Correlação negativa perfeita. Para uma combinação com correlação -1, temos o desvio padrão enunciado pelas equações 9 ou 10, prevalecendo aquela cujo lado direito for positivo:

$$\sigma_p = x_1\sigma_1 - (1 - x_1)\sigma_2 \quad (9)$$

$$\sigma_p = -x_1\sigma_1 + (1 - x_1)\sigma_2 \quad (10)$$

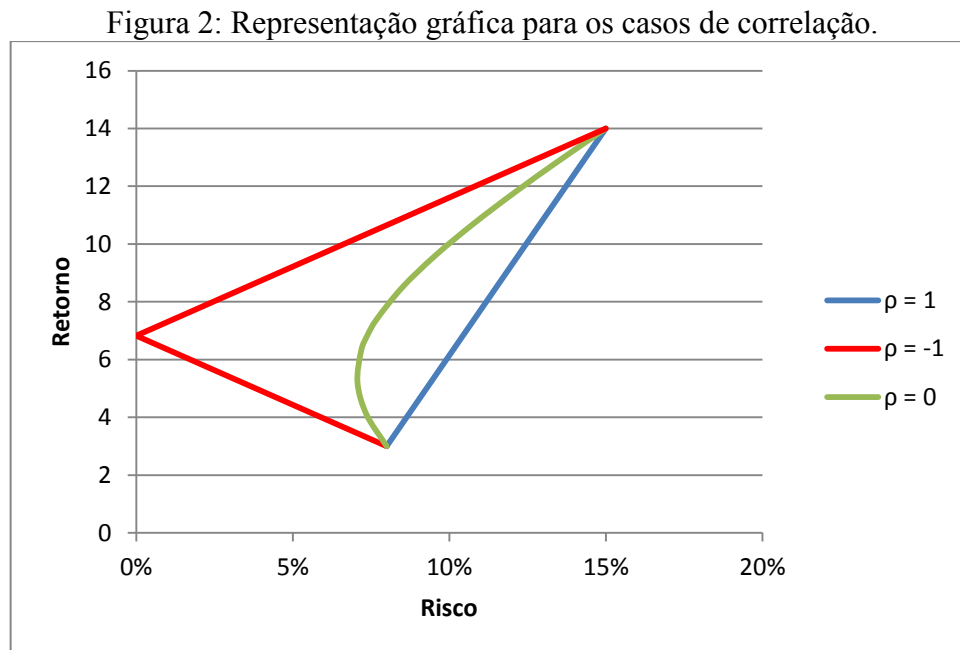
O retorno médio possui a mesma formulação para qualquer correlação (equação 8). Numa combinação de correlação -1, há uma proporção específica onde o risco será zero, $x_1 = \sigma_2 / (\sigma_2 + \sigma_1)$. Para a correlação igual a -1, a relação se dá por duas retas que se interceptam no risco zero.

Finalmente, caso 3: Não há correlação ($\rho = 0$). Temos que o desvio padrão se dará pela equação 11:

$$\sigma_p = [x_1^2 \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 \sigma_2^2]^{1/2} \quad (11)$$

A proporção que permite o menor risco neste cenário é $x_1 = \sigma_2^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$. Para este caso e outros genéricos, a relação entre Retorno e Risco se dará por uma curva; no caso genérico o menor risco pode ser determinado por $x_1 = (\sigma_2^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2) / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2)$.

Pode-se perceber que ao unir a reta de correlação perfeita com as retas de correlação imperfeita, forma-se um triângulo; esta figura compõe em sua área interna todas as curvas possíveis de acordo com a correlação. As correlações entre os ativos existentes no mercado estarão entre 0 e 1 na grande maioria das vezes (GRUBER *et al.* 2012). A Figura 2, desenvolvida pelo Autor, ilustra de modo genérico as fronteiras de correlação.



A teoria com dois ativos pode ser ampliada para um número N de ativos, onde se formará uma curva côncava externa representando a fronteira eficiente de todos os ativos, esta engloba todas as carteiras no gráfico Retorno X Risco, de modo que não há nenhuma carteira que apresente mesmo risco e retorno maiores ou mesmo retorno e risco menor se comparado com todas as carteiras presentes na fronteira.

Em operações de vendas a descoberto, que seria o cenário onde os investidores vendem ações que eles não têm (pois são de terceiros), espera-se que a ação tenha um retorno negativo; ou até mesmo com retorno positivo, caso o investidor tenha pretensão de comprar outros ativos com o fluxo inicial no caixa. Nestes casos os retornos podem ser infinitos, porém o risco cresce proporcionalmente, no mercado de capitais chinês, vendas a descobertas não são permitidas por norma do órgão regulador (BIN, 2015).

Há casos onde existem ativos que não apresentam riscos, portanto o seu desvio padrão é zero e o retorno é certo. Geralmente ocorre com concessão e tomada de empréstimos. Para uma carteira com combinação de um ativo sem risco (F) e um ativo (A), temos que a equação do retorno médio é uma reta. Pode-se combinar o ativo sem risco (F) com outro ativo da fronteira eficiente. O ideal é combinar o ativo sem risco com o ativo que tangencia a fronteira eficiente, pois é onde ocorre a maior inclinação da reta, portanto mais retornos com mesmo risco, tal como indica a equação 12:

$$\overline{R}_C = R_F + \left(\frac{\overline{R}_A - R_F}{\sigma_A} \right) \sigma_C \quad (12)$$

Munido desta tangência à fronteira eficiente, cabe ao investidor operar com concessão ou tomada de crédito no ativo sem risco de acordo com seus desejos de Retorno x Risco (para riscos menores que o do ativo A , opera em concessão; para maiores, opera em tomada).

Gruber *et al.* (2012) sugerem que ao se avaliar os retornos e riscos de um ativo, a interface de tempo dos dados históricos pode provocar percepções diferentes. Ativos podem apresentar o mesmo risco e retorno, porém o ativo que tiver sua análise de dados proveniente de um tempo maior tende a ser mais seguro, a incerteza (variância) diminuirá conforme o número de períodos aumente. Por outro lado, um horizonte de tempo muito grande tende a mudar as condições do mercado. Os ativos podem ter então, alterações significativas no retorno, risco e correlação com outros ativos.

A teoria do Portfolio de Markowitz ainda é debatida no que se refere como a melhor maneira de se avaliar um portfolio, principalmente no que se refere a sua abordagem ao risco (TODONI, 2015). A escola de economia comportamental sugeriu a ideia do investidor sendo um agente avesso a riscos, mas não a ganhos acima do retorno mínimo esperado. Investidores reagiriam interessados em obter um retorno mínimo desejado; qualquer valor abaixo seria considerado uma perda, enquanto que ganhos acima do esperado não constituiriam uma preocupação e sim um prêmio (TSAI, 2012).

Welch (2010) analisou o uso e a capacidade da teoria de Markowitz no ambiente pós- crise perante novas condições de mercado. Embora fosse largamente utilizada nas décadas passadas, se mostrou falha nos momentos da crise de 2008.

3.3 TÉCNICAS PARA CALCULAR A FRONTEIRA EFICIENTE

As formulações matemáticas para calcular a fronteira eficiente podem ser simples ou complexas, geralmente efetuados por programas de computador, uso de programação quadrática, programação dinâmica, e demais métodos (CHIARAWONGSE *et. al*, 2012).

Uma simples resolução da otimização do portfolio e sua fronteira eficiente pode ser realizada através de cálculo matricial. As equação 1 e 3, já enunciadas, podem ser resumidamente escritas da seguinte forma matricial, conforme as equação 14 e 15:

$$\overline{R}_p = X^T \hat{\mu} \quad (14)$$

$$\sigma_p^2 = (X^T \hat{\Gamma})X \quad (15)$$

Onde X, é o vetor das quantidades (proporção) investidas em cada ativo; $\hat{\mu}$, o vetor dos retornos esperados dos ativos individuais; e $\hat{\Gamma}$, a matriz de variância-covariância do vetor de retornos.

Em seu trabalho, Markowitz (1952) estabelece a minimização do risco como função-objetivo; para cada retorno esperado dado como restrição do sistema. Outras restrições, como a não possibilidade de vendas a descoberto, e limites nas proporções aplicadas nos ativos, podem ser incorporadas ao sistema.

3.4 ÍNDICE SHARPE

O Índice Sharpe refere-se a um indicador financeiro criado pelo economista William Sharpe, considerada a primeira tentativa de criar uma medida de comparação entre portfólios (Todoni, 2015). Desde então, seu uso se tornou amplamente empregado na análise da atratividade de estratégias de investimentos de portfólios permitindo avaliar as relações entre os respectivos retornos e riscos. Sua vantagem consiste em ser uma medida clara e simples, podendo ser calculado de acordo com a equação 16, onde R_f , refere-se ao retorno livre de risco (GOETZMANN *et al.*, 2004)

$$IS = \frac{\overline{R_p} - R_f}{\sigma_p} \quad (16)$$

3.5 RISCOS

As ferramentas que mensuram o risco vieram sendo empregadas cada vez mais após a crise de 1987 e demais crises recentes nos mercados de capitais. Tais ferramentas, agora essenciais para estratégias de investidores, norteiam as potenciais perdas que o investidor pode auferir (KUESTER *et al.*, 2005).

Uma das maiores críticas quanto ao trabalho de Markowitz em sua teoria do portfólio reside na escolha da variância como medida de risco. A variância atribui igual peso a desvios negativos e positivos, enquanto que investidores procuram apenas evitar desvios negativos. Markowitz propôs posteriormente a utilização da semi-variância como medida de risco, uma medida relativo a um *benchmark* pré-estabelecido. Em 1998, com o acordo de Basileia II, as medidas de risco deveriam ser baseadas em quartis de distribuição, como o VaR (Value-at-Risk) (COSTA, 2012).

O *Value-at-Risk* se tornou uma das medidas de risco mais utilizada ao medir o montante financeiro máximo de perda esperado de acordo com a confiança desejada. Na gestão de portfólios, desenvolveu-se uma nova abordagem com a utilização do *Conditional value-at-risk* (CVaR) para sua otimização, considerando ser superior que o antigo modelo VaR por incluir a contribuição de perdas muito raras, no entanto muito grandes existente no extremo da cauda esquerda da distribuição (ARTZNER *et al.*, 1999). Se o retorno baixo é uma normal multivariada e o investidor sabe seus parâmetros, então o portfólio que minimiza CVaR com retorno esperado R é equivalente ao portfólio que minimiza variância com o mesmo retorno

esperado R , sendo assim as fronteiras de variância média e CVaR médio de portfólios são similares para os diferentes ativos e períodos de tempo.

Na tomada de estratégias referente aos pesos de cada ativo na concepção dos portfólios, um estudo de Pae e Sabbaghi (2015), corrobora com a teoria da diversificação. A aplicação otimizada (portfólios ponderados pelo valor de retorno) de recursos nos ativos do portfólio diminuem a exposição a riscos sistêmicos em maior quantidade do que em portfólios de pesos iguais.

Em ambientes de crises econômicas de larga escala, os investimentos tendem a apresentar riscos maiores. A escolha do portfólio a ser investido torna-se mais difícil. No contexto da crise de 2008-2009, Hernandez (2014) investigou por meio de cinco métricas de risco, a necessidade de uma análise de riscos para diferentes portfólios com ativos de companhias petrolíferas e companhias de extração de minérios (urânio, carvão e gás). Sua pesquisa indicou que os ativos do petróleo apresentam maior dependência a riscos em períodos de crise.

3.6 CUSTOS DE TRANSAÇÃO

Um dos elementos importantes, e muitas vezes negligenciado, no processo de investimento de capital é o custo de transação. Estes custos referem-se às taxas que incorrem aos investidores ao operarem no mercado de capitais. O tamanho dos custos de transação pode afetar a percepção dos investidores referentes ao quão bom é o retorno e um investimento. Os custos elevados propiciam aos investidores manter suas carteiras, ou seja, não desfazem suas posições de comprado ou vendido; limitando as opções de investimentos e giros de carteira. (GRUBER *et al*, 2012)

Moorman (2014) afirma que diversas vezes, ganhos de investidores foram reduzidos ou até mesmo se tornaram perdas quando analisados juntamente com custos de transação inerentes as operações. Dentre 37 métodos estudados, comumente utilizados em estratégias para reduzir custos de transação, 9 se mostraram superiores. Por outro lado, alguns tipos de portfólios apresentaram limitações quanto à aplicabilidade de certos métodos. Na utilização de algoritmos de high-frequency em estratégias, parcelas maiores de custos de transação foram geradas, podendo descompensar os ganhos realizados.

Ao operar no mercado de capitais brasileiro, é necessário que o investidor esteja cadastrado de acordo com as instruções da CVM e da Bolsa em uma Corretora de Títulos e Valores Mobiliários ou Distribuidora de Títulos e Valores Mobiliários. As corretoras (CTVMs) e distribuidoras (DTVMs) são instituições autorizadas pelo Banco Central a operar diretamente o mercado a vista, mercado de opções e mercado futuro em nome de um cliente cadastrado juntamente a bolsa de valores. A “corretagem” é a taxa cobrada aos investidores pelas instituições financeiras que operam no mercado financeiro (CVM, 2016).

Alguns custos diretos das corretoras mais comuns são os custos de compra, venda, venda a descoberto, recompra. (YU; LE; CHIYOU, 2014). As vendas a descoberto (posição vendida sem ter prévia posse do ativo), uma das estratégias comuns dos investidores, somente poderá ser realizada com a tomada de aluguel do referente ativo. O aluguel de ações cuja negociação é feita em forma de Mercado de Balcão, representa uma taxa a se pagar em cima do valor financeiro das ações tomadas pelo tempo que o tomador estiver com a posse das mesmas (BM&FBovespa, 2016).

No entanto, outros custos estão presentes no processo de investimento. Algumas fontes de custos de transação a serem citadas. (ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2012), (KOLM; TUTUNKU; FABOZZI, 2014)

- Custos Diretos. Taxas administrativas, comissões, impostos.
- Spread. Diferencial entre o preço de oferta de compra e de oferta de venda.
- Custos do impacto potencial dos mercados.

Para composição das taxas administrativas, os maiores custos advêm da comissão cobrada pelos profissionais que assessoram investidores (relatórios, recomendações e estratégias de investimentos), dos emolumentos cobrados pela bolsa de valores, das taxas de custódia das câmaras de liquidação. (MACASTROPA, 2006)

Perante diversos custos que devem ser pagos para se operar no mercado financeiro, uma das soluções propostas por muitas corretoras no Brasil é aplicação do chamado “*all in*”, na qual o investidor acerta juntamente com sua corretora uma taxa percentual em cima do volume financeiro operado. Esta taxa, como o nome sugere, agrega todos os custos operacionais e administrativos que o investidor necessita arcar, juntamente com a comissão que a corretora receberá. As corretoras se encarregam de repassar para a Bolsa de Valores o pagamento dos custos de cada cliente. Este procedimento facilita para o cliente não só a forma

de custeio, mas a visualização do total de quanto que ele estaria efetivamente pagando nas suas transações (seja compra ou venda).

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa deste trabalho pode ser classificada:

- Quanto a sua natureza: como uma pesquisa aplicada, desenvolve-se em cima da necessidade de tentar resolver e otimizar problemas reais;
- Quanto aos objetivos: como uma pesquisa normativa, visando interesse no desenvolvimento de políticas e estratégias, bem como comparação de resultados;
- Quanto à abordagem: como uma pesquisa quantitativa, procurando traduzir e analisar o problema por meio de números e técnicas;
- Quanto ao método: como uma pesquisa que se utiliza de modelagem e simulação, testando diferentes hipóteses e variáveis;

4.2 ETAPAS DA PESQUISA

4.2.1 Coleta de Dados

Um estudo de caso com ativos financeiros reais foi realizado para demonstrar vantagens e desvantagens, fraquezas e benefícios, da formação de um portfólio com uma cesta de ativos.

Para este trabalho foram obtidos inicialmente direto do site da BM&FBovespa, dados referentes aos preços diários de fechamento dos ativos (ações) de interesse com um universo de 81 dias a partir do primeiro dia de operações da bolsa neste ano, isto é, o primeiro dia útil de 2016 (4 de Janeiro). As ações escolhidas deveriam estar presentes no índice IBrX-100, índice das 100 maiores empresas da bolsa em termos de liquidez, ou seja, negociações ocorreram em todos os dias que houve pregão e portanto são ativos que podem ter sua posição no mercado montada e desmontada com maior facilidade. Realizou-se também uma divisão de acordo com os seguintes segmentos: Construção & Incorporação, Exploração de Imóveis (Shoppings e Empreendimentos), e Infraestrutura (Rodovias e Saneamento). Os setores com suas respectivas empresas estão listados a seguir:

- Construção & Incorporação: CYRE3 (Cyrela), EVEN3 (Even Construtora), EZTC3 (EZ Tec), GFSA3 (Gafisa), MRVE3 (MRV Engenharia).
- Exploração de Imóveis: ALSC3 (Aliansce), BRML3 (BR Malls), BRPR3 (BR Properties), IGTA3 (Iguatemi), MULT3 (Multiplan).

- Infraestrutura: CCRO3 (CCR), ECOR3 (Ecorodovias), SBSP3 (Sabesp).

Na incorporação dos Custos de Transação, a pesquisa limitou-se a adotar apenas os custos operacionais: emolumentos da Bolsa de Valores, taxas de liquidação e corretagens. Assim como procedem algumas instituições financeiras, optou-se pela aplicação de uma taxa *All In*, em cima do valor financeiro de cada dia de operação no valor de 10 bps (0,10%).

No que tange ao Índice de Sharp, adotou-se para taxa livre de risco o valor de 12% ao ano, por se tratar de um valor aproximado a série histórica recente dos ativos livres de risco no Brasil, neste caso os títulos públicos de 10 anos do Tesouro Nacional (Trading Economics, 2016).

4.2.2 Métricas de Retorno e Risco

Para os retornos dos ativos, é conveniente utilizar o procedimento como log-retorno, uma vez que se trata de variações diárias e, portanto a aproximação do retorno é melhor para horizontes pequenos.

Inicialmente, a análise foi realizada sem incorporação dos custos de transação nos retornos dos ativos, desta forma obteve-se o valor dos retornos esperados (médias) e os riscos (variância e desvio padrão) de cada ativo individualmente conforme a Tabela 2:

Tabela 2 - Retorno esperado e risco dos ativos sem custos de transação.

	ALSC3	BRML3	BRPR3	CCRO3	CYRE3	ECOR3	EVEN3	EZTC3	GFS3A3	IGTA3	MRVE3	MULT3	SBSP3
Ret. Esp.:	0,42%	0,23%	0,26%	0,34%	0,40%	0,56%	-0,11%	0,32%	-0,03%	0,48%	0,45%	0,57%	0,46%
Variância:	0,08%	0,15%	0,05%	0,08%	0,10%	0,11%	0,06%	0,09%	0,07%	0,04%	0,04%	0,03%	0,05%
Desv. P.:	2,77%	3,82%	2,18%	2,78%	3,13%	3,38%	2,39%	2,94%	2,66%	1,99%	1,92%	1,82%	2,13%

Fonte: Autor

Como também as covariâncias dos ativos, evidenciado pela matriz de variância-covariância na Tabela 3:

Tabela 3 - Matriz de variância-covariância sem custos transação.

	ALSC3	BRML3	BRPR3	CCRO3	CYRE3	ECOR3	EVEN3	EZTC3	GFS3	IGTA3	MRVE3	MULT3	SBSP3
ALSC3	0,076%	0,042%	0,014%	0,034%	0,032%	0,032%	0,030%	0,043%	0,017%	0,020%	0,008%	0,027%	0,010%
BRML3	0,042%	0,144%	0,024%	0,049%	0,059%	0,049%	0,026%	0,064%	0,031%	0,029%	0,016%	0,031%	0,023%
BRPR3	0,014%	0,024%	0,047%	0,020%	0,022%	0,026%	0,014%	0,021%	0,013%	0,010%	0,012%	0,014%	0,012%
CCRO3	0,034%	0,049%	0,020%	0,077%	0,039%	0,055%	0,027%	0,045%	0,027%	0,022%	0,012%	0,029%	0,033%
CYRE3	0,032%	0,059%	0,022%	0,039%	0,097%	0,045%	0,042%	0,058%	0,039%	0,025%	0,025%	0,026%	0,025%
ECOR3	0,032%	0,049%	0,026%	0,055%	0,045%	0,113%	0,024%	0,038%	0,032%	0,027%	0,012%	0,028%	0,025%
EVEN3	0,030%	0,026%	0,014%	0,027%	0,042%	0,024%	0,056%	0,035%	0,024%	0,021%	0,019%	0,017%	0,015%
EZTC3	0,043%	0,064%	0,021%	0,045%	0,058%	0,038%	0,035%	0,086%	0,033%	0,023%	0,019%	0,033%	0,027%
GFS3	0,017%	0,031%	0,013%	0,027%	0,039%	0,032%	0,024%	0,033%	0,070%	0,015%	0,014%	0,022%	0,027%
IGTA3	0,020%	0,029%	0,010%	0,022%	0,025%	0,027%	0,021%	0,023%	0,015%	0,039%	0,009%	0,022%	0,013%
MRVE3	0,008%	0,016%	0,012%	0,012%	0,025%	0,012%	0,019%	0,019%	0,014%	0,009%	0,037%	0,012%	0,008%
MULT3	0,027%	0,031%	0,014%	0,029%	0,026%	0,028%	0,017%	0,033%	0,022%	0,022%	0,012%	0,033%	0,019%
SBSP3	0,010%	0,023%	0,012%	0,033%	0,025%	0,025%	0,015%	0,027%	0,027%	0,013%	0,008%	0,019%	0,045%

Fonte: Autor

O coeficiente de correlação dos ativos pode ser visualizado através da matriz na Tabela 4:

Tabela 4 - Matriz dos coeficientes de correlação.

	ALSC3	BRML3	BRPR3	CCRO3	CYRE3	ECOR3	EVEN3	EZTC3	GFS3	IGTA3	MRVE3	MULT3	SBSP3
ALSC3	0,99	0,40	0,23	0,45	0,37	0,35	0,46	0,53	0,24	0,36	0,15	0,54	0,18
BRML3	0,40	0,99	0,29	0,46	0,49	0,38	0,29	0,57	0,30	0,38	0,21	0,44	0,28
BRPR3	0,23	0,29	0,99	0,34	0,33	0,36	0,26	0,32	0,23	0,23	0,29	0,34	0,25
CCRO3	0,45	0,46	0,34	0,99	0,45	0,58	0,41	0,55	0,36	0,40	0,23	0,56	0,55
CYRE3	0,37	0,49	0,33	0,45	0,99	0,43	0,56	0,63	0,46	0,40	0,41	0,46	0,37
ECOR3	0,35	0,38	0,36	0,58	0,43	0,99	0,29	0,38	0,36	0,40	0,18	0,45	0,35
EVEN3	0,46	0,29	0,26	0,41	0,56	0,29	0,99	0,50	0,37	0,44	0,42	0,40	0,30
EZTC3	0,53	0,57	0,32	0,55	0,63	0,38	0,50	0,99	0,42	0,39	0,34	0,61	0,44
GFS3	0,24	0,30	0,23	0,36	0,46	0,36	0,37	0,42	0,99	0,28	0,27	0,45	0,48
IGTA3	0,36	0,38	0,23	0,40	0,40	0,40	0,44	0,39	0,28	0,99	0,24	0,62	0,31
MRVE3	0,15	0,21	0,29	0,23	0,41	0,18	0,42	0,34	0,27	0,24	0,99	0,34	0,19
MULT3	0,54	0,44	0,34	0,56	0,46	0,45	0,40	0,61	0,45	0,62	0,34	0,99	0,48
SBSP3	0,18	0,28	0,25	0,55	0,37	0,35	0,30	0,44	0,48	0,31	0,19	0,48	0,99

Fonte: Autor

Não se observou nenhuma correlação negativa, no entanto por se tratarem de ativos de mesma natureza (“Equities”), o resultado veio conforme esperado. A literatura sugere que os ativos de renda variável tendem a se movimentar juntos no mesmo sentido (positivo ou negativo) quando há movimentações expressivas nos retornos de ativos de renda fixa.

Já com o emprego dos custos de transação, houve redução de 0,20% (de acordo com a taxa do custeio nas transações de compra e venda) nos retornos médios de cada ativo.

Enquanto que as grandezas de riscos e sua matriz de covariância mantiveram mesmos valores em relação ao caso anterior, uma vez que suas dispersões e tendências lineares independem da mudança nos retornos:

Tabela 5 - Retorno esperado e risco dos ativos com custos de transação.

	ALSC3	BRML3	BRPR3	CCRO3	CYRE3	ECOR3	EVEN3	EZTC3	GFS3	IGTA3	MRVE3	MULT3	SBSP3
Ret. Esp.:	0,22%	0,03%	0,06%	0,14%	0,20%	0,36%	-0,31%	0,12%	-0,23%	0,28%	0,25%	0,37%	0,26%
Variância:	0,08%	0,15%	0,05%	0,08%	0,10%	0,11%	0,06%	0,09%	0,07%	0,04%	0,04%	0,03%	0,05%
Desv. P.:	2,77%	3,82%	2,18%	2,78%	3,13%	3,38%	2,39%	2,94%	2,66%	1,99%	1,92%	1,82%	2,13%

Fonte: Autor

Para a escolha dos portfólios, foram desenvolvidos sete conjuntos de acordo com as combinações de cada setor.

Tabela 6 - Portfólios elaborados.

Setores:	Portfólios:						
C - Construção	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
E - Exploração	C	E	I	C+E	C+I	E+I	C+E+I
I - Infraestrutura							

Fonte: Autor

Para cada uma das duas análises (com e sem custos de transação), foram feitas duas avaliações: Portfólios de ativos igualmente ponderados em seus pesos; e Portfolios otimizados com fronteira eficiente.

4.2.2.1 Portfólios de Mesmo Peso

Para portfólios onde o investimento financeiro deveria ser o mesmo em cada ativo, mesmo peso na carteira, não há necessidade da resolução de um sistema ($x_1 = x_2 = x_n$, vetor dos pesos já conhecido).

Os resultados obtidos sem os custos de transação foram os seguintes:

Tabela 7 - Resultados dos portfólios de mesmo peso sem custos de transação.

Portfólios						
C	E	I	C+E	C+I	E+I	C+E+I
Retorno Esperado						
0,206%	0,392%	0,453%	0,299%	0,299%	0,415%	0,335%
Risco (Variância)						
0,038%	0,032%	0,051%	0,030%	0,035%	0,032%	0,030%
Índice Sharpe						
8,2%	19,4%	18,1%	14,7%	13,6%	20,7%	16,8%
Desvio Padrão						
1,96%	1,79%	2,26%	1,73%	1,86%	1,79%	1,73%

Fonte: Autor

Os resultados obtidos com os custos de transação foram os seguintes:

Tabela 8 - Resultados dos portfólios de mesmo peso com custos de transação.

Portfólios						
C	E	I	C+E	C+I	E+I	C+E+I
Retorno Esperado						
0,006%	0,192%	0,253%	0,099%	0,099%	0,215%	0,135%
Risco (Variância)						
0,038%	0,032%	0,051%	0,030%	0,035%	0,032%	0,030%
Índice Sharpe						
-2,0%	8,2%	9,2%	3,1%	2,9%	9,5%	5,2%
Desvio Padrão						
1,96%	1,79%	2,26%	1,73%	1,86%	1,79%	1,73%

Fonte: Autor

4.2.2.2 Portfólios Otimizados

Para a otimização dos portfólios, a função objetivo escolhida para o problema do sistema foi maximizar o Índice Sharpe. Devido a sua natureza, uma maximização deste índice, conduz ao mesmo tempo, em uma maximização do retorno e uma diminuição do risco, sempre levando em consideração o custo de oportunidade (a taxa livre de risco estabelecida).

$$\text{Maximizar } IS = \frac{\overline{R_p} - R_f}{\sigma_p}$$

s. a.

A resolução foi obtida com o auxílio do software Microsoft Excel.

s. a.

$$x_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

A resolução foi obtida com o auxílio do software Microsoft Excel.

Os resultados obtidos sem os custos de transação foram os seguintes:

Tabela 9 - Resultados dos portfólios otimizados sem custos de transação.

Portfólios						
C	E	I	C+E	C+I	E+I	C+E+I
Retorno Esperado						
0,443%	0,551%	0,487%	0,518%	0,467%	0,533%	0,506%
Risco (Variância)						
0,035%	0,030%	0,042%	0,022%	0,024%	0,026%	0,021%
Índice Sharpe						
21,4%	29,3%	21,5%	31,6%	27,3%	30,0%	32,1%
Desvio Padrão						
1,86%	1,72%	2,05%	1,50%	1,54%	1,63%	1,44%

Fonte: Autor

Os portfólios otimizados obtiveram a seguinte composição de pesos (Tabela 10)

Tabela 10 - Composição dos portfólios otimizados sem custos de transação.

C		E		I	
CYRE3	7,8%	ALSC3	-	CCRO3	-
EVEN3	-	BRML3	-	ECOR3	27,5%
EZTC3	2,3%	BRPR3	-	SBSP3	72,5%
GFS3	-	IGTA3	19,4%		
MRVE3	89,9%	MULT3	80,6%		

C+E		C+I		E+I		C+E+I	
ALSC3	-	CCRO3	-	ALSC3	-	ALSC3	-
BRML3	-	CYRE3	-	BRML3	-	BRML3	-
BRPR3	-	ECOR3	12,4%	BRPR3	-	BRPR3	-
CYRE3	-	EVEN3	-	CCRO3	-	CCRO3	-
EVEN3	-	EZTC3	-	ECOR3	0,9%	CYRE3	-
EZTC3	-	GFS3	-	IGTA3	17,3%	ECOR3	0,4%
GFS3	-	MRVE3	51,1%	MULT3	63,7%	EVEN3	-
IGTA3	14,3%	SBSP3	36,5%	SBSP3	18,2%	EZTC3	-
MRVE3	31,1%					GFS3	-
MULT3	54,6%					IGTA3	13,0%
						MRVE3	28,9%
						MULT3	43,2%
						SBSP3	14,4%

Fonte: Autor

Os resultados obtidos com os custos de transação foram os seguintes:

Tabela 11 - Resultados dos portfólios otimizados com custos de transação.

Portfólios						
C	E	I	C+E	C+I	E+I	C+E+I
Retorno Esperado						
0,248%	0,361%	0,296%	0,336%	0,273%	0,354%	0,331%
Risco (Variância)						
0,036%	0,031%	0,045%	0,025%	0,025%	0,030%	0,024%
Índice Sharpe						
10,8%	17,8%	11,9%	18,5%	14,5%	17,9%	18,6%
Desvio Padrão						
1,89%	1,77%	2,11%	1,58%	1,58%	1,72%	1,54%

Fonte: Autor

Os portfólios otimizados obtiveram a seguinte composição de pesos (Tabela 12)

Tabela 12 - Composição dos portfólios otimizados com custos de transação.

C		E		I	
CYRE3	4,1%	ALSC3	-	CCRO3	-
EVEN3	-	BRML3	-	ECOR3	35,7%
EZTC3	-	BRPR3	-	SBSP3	64,3%
GFS3	-	IGTA3	6,7%		
MRVE3	95,9%	MULT3	93,3%		

C+E		C+I		E+I		C+E+I	
ALSC3	-	CCRO3	-	ALSC3	-	ALSC3	-
BRML3	-	CYRE3	-	BRML3	-	BRML3	-
BRPR3	-	ECOR3	18,2%	BRPR3	-	BRPR3	-
CYRE3	-	EVEN3	-	CCRO3	-	CCRO3	-
EVEN3	-	EZTC3	-	ECOR3	3,5%	CYRE3	-
EZTC3	-	GFS3	-	IGTA3	5,2%	ECOR3	2,7%
GFS3	-	MRVE3	48,4%	MULT3	83,8%	EVEN3	-
IGTA3	4,8%	SBSP3	33,4%	SBSP3	7,6%	EZTC3	-
MRVE3	23,0%					GFS3	-
MULT3	72,3%					IGTA3	3,6%
						MRVE3	22,1%
						MULT3	65,4%
						SBSP3	6,1%

Fonte: Autor

As discussões e conclusões referentes aos resultados obtidos encontram-se no Capítulo 5 e 6.

5 DISCUSSÃO

Embora muitas destas empresas sejam sensíveis a mesmos “triggers” de mercado (como variação no dólar, taxa de juros, nível de emprego e etc) o comportamento das ações não segue uma correlação alta (Tabela 4). Portanto a princípio, a formação de uma carteira de ativos torna-se vantajosa.

Nos casos com alocação de mesmos pesos em cada ativo nos portfólios (com e sem custos de transação), o retorno médio esperado dos portfólios situou-se exatamente na média dos retornos dos ativos individuais. Nestes casos, a presença dos custos de transação não causou efeitos significativos nos retornos médios de todos os portfólios, onde foram diminuídos na mesma proporção do percentual de custos atribuído. Visto que os retornos diminuíram na presença de custos de transação, o Índice Sharpe dos portfólios obtiveram reduções consideráveis, em torno de 10% para todos; o portfólio do setor de Construção ainda atingiu valor negativo (carteira menos rentável que ativos livre de risco), já o portfólio de Infraestrutura fora a menor redução, mas ainda significativa (8,8%). Dois ativos do setor de Construção apresentaram retornos médios negativos (GFSA3 e EVEN3), portanto os retornos médios dos portfólios que os continham foram menores. Analogamente, os ativos do setor de Infraestrutura, por já demonstrarem retornos médios individualmente maiores, contribuíram para retornos médios relativamente maiores nos portfólios que os continham.

Salienta-se que o risco dos portfólios fora mantido exatamente o mesmo com a aplicação dos custos de transação. Percebe-se que em seis dos sete portfólios ocorrera desvios padrão menores que 2%, enquanto que os ativos individualmente, em sua maioria (10 dos 13), possuem desvios maiores que 2%. Portanto, ainda que não otimizados, os portfólios se mostraram superiores para aversão de riscos. Um investidor que quisesse ter exposição a um ou mais dos três setores se beneficiaria na aplicação heterogênea de capital em todos os ativos; o portfólio que incluísse os 13 ativos obteria o menor desvio padrão (1,73%).

A otimização dos portfólios conduziu a exclusão direta de ativos nas carteiras. Já se esperava a não inclusão em nenhum portfólio, para todo e qualquer cenário, dos ativos GFSA3 e EVEN3 devido a seus retornos médios negativos. Além destes ativos, ALSC3, BRML3, BRPR3 e CCRO3 não foram incluídos em nenhum portfólio. EZTC3 que compõe apenas a carteira de Construção nos portfólios sem custos, fora excluído quando analisado juntamente com custos de transação. Nas carteiras dos setores individuais (C, E e I), MRVE3,

MULT3 e SBSP3 apresentaram participações muito maiores que os demais ativos, esse resultado é sustentado por baixos riscos e retornos médios superiores em relação aos demais ativos individualmente; quando analisados com custos de transação, MRVE3 e MULT3 atingem pesos superiores a 90% nas carteiras setoriais (C e E).

Os portfólios otimizados, conseguem usufruir da teoria de diversificação de ativos em maior grau. Em ambos os casos (com e sem custos) houve um aumento no Índice Sharpe dos portfólios na média de 10% quando otimizados. A remoção de ativos menos rentáveis, possibilitou o aumento dos retornos médios e a redução dos riscos em todos os portfólios. A carteira ótima composta com ativos dos 3 setores (C+E+I) apresentou o menor risco de todos os cenários, com desvios padrão de 1,54% com custos de transação, e 1,44% sem custos de transação.

As razões fundamentalistas e específicas de cada companhia emissora das ações não fazem parte do escopo do trabalho. No entanto, é possível perceber a diferença no desempenho de cada ação no período estudado dentro de cada setor individual.

6 CONCLUSÃO

Portfólios de ativos de mesma natureza (neste caso, ações) apesar da diversificação atingem ganhos marginais modestos; ainda, tanto em pesos de ativos iguais ou otimizadas, é preferível a diversificação visto:

- A superior rentabilidade relativa (Índice Sharpe) ao *benchmark* de ativos sem risco;
- A redução na maior parte dos casos dos riscos inerentes de cada ativo individual.

A análise do portfólio otimizado visando a elaboração de carteiras expostas a determinados setores, auxilia na elucidação de quais ativos menos rentáveis podem ser excluídos por apresentarem interdependências de retornos x riscos pobres.

A incorporação dos custos de transação nos retornos dos portfólios mostra-se significativa em alguns casos. Quanto maior forem as taxas de transação, os investidores devem procurar retornos médios maiores para obterem ganhos reais.

A Construção Civil e seus correlatos possuem diversos outros ativos passíveis de serem investidos. Neste trabalho, portfólios elaborados com ações destes setores demonstraram rentabilidades interessantes para investidores que procuram ficar expostos nos mesmos. O Brasil, por ser um país em desenvolvimento e crescimento populacional positivo, ainda deve manter nos próximos anos, atividades aquecidas no ramo da construção civil. O cenário deve propiciar boas oportunidades de investimentos no setor, não somente na emissão de ações de capital próprio, como debêntures e financiamentos de dívidas.

7 SUGESTÕES E RECOMENDAÇÕES

O modelo utilizado neste trabalho incorporou apenas custos de transações operacionais. Outros custos como spread nos preços de venda e compra, impactos dos mercados e impostos sobre rendimentos podem ser incorporados, possibilitando uma aproximação mais realista quanto aos retornos esperados dos portfólios. Outra abordagem que pode ser feita é a utilização de custos no rebalanceamento de carteiras, isto é, as restrições de custos impostas ao sistema quando necessária modificação dos pesos dos ativos nos portfólios frente à volatilidade dos ativos no mercado.

Outra recomendação futura visualizada se refere à classe de ativos empregados no portfólios. Este trabalho limitou-se apenas a análise do setor da Construção Civil através de ações emitidas por empresas e negociadas em Bolsa de Valores. O uso de opções reais, debêntures, empréstimos e demais alternativos de investimentos que financiam a Construção Civil permitira uma aproximação mais fidedigna ao setor e portfólios otimizados com menores riscos.

REFERÊNCIAS

ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.; HAETH, D. Coherent Measures of Risk. **Mathematical Finance**, Pittsburgh, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.

BERTRAND, P.; PRIGENT, J. L. Equilibrium of financial derivative markets under portfolio insurance constraints. **Economic Modelling**, v. 52, n. A, p 278-291, 2014.

BIN, L. A new risk measure and its application in portfolio optimization: The SSP-CVaR approach. **Economic Modelling**, v. 51, p. 383-390, 2015.

BM&FBOVESPA. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br>>. Acesso em: 03 de Outubro de 2015.

BRIGHAM, E. F.; HOUSTON, J. F. **Fundamentos da moderna administração financeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

CHIARAWONGSE, A.; KIATSUPAIBUL, S.; TIRAPAT, S.; VAN ROY, B. Portfolio selection with qualitative input. **Journal of Banking and Finance**, v. 36, p. 489-496, 2012.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br>>. Acesso em: 17 de Outubro de 2016.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; & ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas**. 8. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2008.

CAMPOS, R. B. A. A Construção Civil no Brasil: Uma avaliação entre 1995-2009. **Informações FIPE**, v. 430, p. 19-24, 2016.

CHEN, W. Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem. **Physica A**, v. 429, p. 125-139, 2015.

COSTA, A. P. F. **A Influência dos Parâmetros nas estimativas VAR – caso prático**. 2012. 76 f. Dissertação (Mestrado em Finanças Empresariais) - Instituto Politécnico do Porto, Póvoa de Varzim, 2012.

GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira**. 10. ed. São Paulo: Pearson Education, 2004.

GOETZMANN, W.; INGERSOLL, J.; SPIEGEL, M.; WELCH, I. Sharpening Sharpe Ratios. **Yale International Center for Finance**, v. 2-08, 2004.

GRUBER, M. J.; ELTON, E. J.; BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

HARVEY, C. R. Predictable risk and returns in emerging markets. **Review of Financial Studies**, v. 8, p. 773-816, 1995.

HERNANDEZ, J. A. Are oil and gas stocks from Australian Market riskier than coal and uranium stocks? Dependence risk analysis and portfolio optimization. **Energy Economics**, v. 45, p. 528-536, 2014.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cadastro geral de empregados e desempregados**. Disponível em: <<http://ces.ibge.gov.br>>. Acesso em: 05 de Janeiro de 2016.

KOLM, P.N.; TUTUNKU, R.; FABOZZI, F.J. 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. **European Journal of Operations Research**, v. 234, p. 356-371, 2014.

KUCHANUR, A. B. Analysis of Investment in Financial and Physical Assets: A Comparative Study. **International Journal of Research in Management, Economic & Commerce**, v. 5, p. 61-76, 2015.

KUESTER, K.; MITTNIK, S.; PAOLELLA, M. S. Value-at-Risk Prediction: A comparison of Alternative Strategies. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, n. 1, p. 53-89, 2005.

LIU, Y. J., ZHANG, W. G. Fuzzy Portfolio optimization model under real constraints. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 53, p. 704-711, 2013.

MACASTROPA, F. C. **A Aplicabilidade da Moderna Teoria de Portfólios em Títulos de Renda Fixa Internacionais**. 2006. 125 f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Faculdade de Economia e Administração, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MATTOS, F. L.; FILHO, J. B. S. F. Use of crops and livestock futures contracts in portfolios: an analysis of feasibility. **Economia e Sociologia Rural**, v. 41, n. 1, p. 117-138, 2003.

MOORMAN, T. An Empirical investigation of methods to reduce transaction costs. **Journal of Empirical Finance**, v. 29, p. 230-246, 2014.

NAJAFI, A. A.; POURAHMADI, Z. An Efficient heuristic method for dynamic portfolio selection problem under transaction costs and uncertain conditions. **Faculty of Industrial Engineering**, v. 448, p. 154-162, 2015.

PAE, Y.; SABBAGHI, N. Equally Weighted Portfolios vs value weighted portfolios: Reasons for differing betas. **Journal of Financial Stability**, v. 18, p. 203-207, 2015.

PINHEIRO, J. L. **Mercado de Capitais: Fundamentos e Técnicas**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

SILVA, W. V. Formulação de Carteiras Hipotéticas de Ativos Financeiros Usando a Técnica Multivariada de Análise de Agrupamento. **Revista Universo Contábil**, Blumenau, v. 5, p. 43-59, 2009.

TODONI, M. D. A Post-Modern Portfolio Management Approach on CEE Markets. **Procedia Economics and Finance**, v. 32, p. 1362-1376, 2015.

TRADING ECONOMICS. **Brazil Government Bond 10Y**. Disponível em: <www.tradingeconomics.com>. Acesso em: 05 de Julho de 2016.

TSAI, M. F.; WANG, C. J. Post-Modern Portfolio Theory for Informational Retrieval. **Procedia Computer Science**, v. 13, p. 80-85, 2012.

WELCH, S. **When Bad Things Happen to Good Portfolios. Rethinking Risk and Diversification**. Investment Management Consultants Association, 2010.

XIAOXIA, H.; ZHAO, T. Mean-chance model for portfolio selection based on uncertain measure. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 59, p. 243-250, 2014.

YU, J.R.; LE, W. Y.; CHIOU, W.J.P., Diversified portfolios with different entropy measures. **Applied Mathematics and Computation**, v. 241, p. 47-63, 2014.

ANEXO A – SÉRIE HISTÓRICA

Ação	ALSC3	BRML3	BRPR3	CCRO3	CYRE3	ECOR3	EVEN3	EZTC3	GFS3A3	IGTA3	MRVE3	MULT3	SBS3P3
Data	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço	Preço
04-01-2016	10,78	10,87	8,29	12,15	7,28	4,77	4,03	12,04	2,36	18,27	8,33	37,59	18,15
05-01-2016	10,72	10,85	8,35	12,46	7,61	4,70	4,10	12,25	2,40	18,34	8,49	38,20	18,35
06-01-2016	10,82	10,73	8,18	12,29	7,32	4,80	4,00	12,05	2,33	18,59	8,29	38,20	17,75
07-01-2016	10,80	10,69	8,13	11,55	7,36	4,54	4,00	12,00	2,34	18,28	8,25	37,20	16,62
08-01-2016	10,75	10,78	8,22	11,50	7,50	4,32	4,01	12,30	2,29	18,55	8,26	37,45	16,82
11-01-2016	10,75	10,85	8,10	11,37	7,49	4,33	4,00	12,40	2,33	18,83	8,41	38,44	17,25
12-01-2016	10,64	10,65	8,19	11,70	7,54	4,42	4,01	12,18	2,27	18,60	8,59	38,20	17,65
13-01-2016	10,70	10,85	7,91	11,66	7,59	4,28	4,03	12,30	2,26	18,75	8,40	38,52	18,12
14-01-2016	10,67	11,20	8,00	11,65	7,45	4,20	4,03	12,30	2,25	19,03	8,40	38,76	18,23
15-01-2016	10,64	11,24	8,19	11,30	7,25	4,07	4,04	12,20	2,17	19,50	8,30	38,85	17,70
18-01-2016	10,67	10,98	8,20	11,10	7,13	4,00	4,07	12,30	2,17	19,40	8,16	38,70	18,93
19-01-2016	10,61	11,30	8,01	11,55	7,30	3,77	4,13	12,46	2,15	19,38	8,16	38,89	19,10
20-01-2016	10,52	10,92	8,08	11,06	7,22	3,63	4,04	12,20	2,13	19,39	8,10	38,81	19,00
21-01-2016	10,61	11,03	7,89	10,98	7,30	3,48	4,05	12,20	2,16	19,20	8,28	38,78	18,75
22-01-2016	10,55	10,80	7,70	11,14	7,21	3,40	4,00	12,08	2,20	19,60	8,60	39,20	19,49
26-01-2016	10,25	10,58	7,58	11,00	6,95	3,47	3,90	11,72	2,16	19,15	8,63	39,13	19,78
27-01-2016	10,25	11,02	7,90	11,58	7,21	3,69	4,00	11,60	2,26	19,35	8,88	39,00	20,64
28-01-2016	10,22	11,12	7,90	12,00	7,05	3,68	3,95	11,97	2,26	19,33	8,88	39,43	20,86
29-01-2016	10,49	11,87	8,15	12,78	7,15	3,99	4,13	12,35	2,35	20,18	9,15	41,40	21,32
01-02-2016	10,76	12,00	8,19	12,65	7,30	4,05	4,24	12,70	2,38	20,45	9,15	42,43	21,34
02-02-2016	10,58	11,60	7,97	12,06	7,35	3,93	4,20	12,50	2,33	20,13	9,10	41,93	20,70
03-02-2016	10,43	11,74	7,78	12,50	7,35	4,15	4,29	12,80	2,36	20,45	9,14	42,66	20,78
04-02-2016	10,30	12,20	7,89	12,75	7,60	4,26	4,28	12,90	2,43	20,71	9,15	43,18	21,50
05-02-2016	10,50	12,34	8,00	13,00	7,91	4,30	4,30	13,25	2,43	21,20	9,15	43,52	21,86
10-02-2016	10,22	12,29	8,01	12,78	7,94	4,24	4,28	13,02	2,37	20,84	8,97	43,50	21,95
11-02-2016	10,32	12,29	8,11	12,25	7,77	4,08	4,23	12,34	2,37	20,48	9,10	42,57	21,50
12-02-2016	10,33	12,29	7,86	12,10	7,80	4,21	4,11	12,35	2,39	20,50	8,89	42,59	21,30
15-02-2016	10,40	12,47	8,00	12,55	7,90	3,90	4,20	12,50	2,42	20,20	9,03	43,29	21,80
16-02-2016	10,50	12,52	7,92	12,56	8,15	4,05	4,46	12,73	2,48	20,90	9,05	42,93	22,08
17-02-2016	10,65	12,52	7,98	12,53	8,12	4,23	4,43	12,87	2,42	20,70	9,25	42,95	22,21
18-02-2016	10,79	12,60	7,97	12,44	8,00	4,09	4,52	12,95	2,44	21,04	9,43	42,96	22,10
19-02-2016	10,47	12,53	8,08	12,73	8,13	4,17	4,65	12,97	2,42	21,29	9,76	43,02	22,22
22-02-2016	10,70	12,88	8,52	12,91	8,22	4,38	4,61	13,25	2,55	21,37	10,07	44,68	23,12
23-02-2016	10,55	12,81	8,35	12,57	8,03	4,28	4,56	12,80	2,53	21,44	9,86	44,80	22,96
24-02-2016	10,41	12,69	8,20	12,54	8,00	4,28	4,56	12,39	2,49	21,17	10,19	44,29	21,70
25-02-2016	10,59	12,75	8,15	12,53	7,98	4,37	4,63	12,93	2,53	21,28	10,26	44,85	22,15
26-02-2016	10,57	12,84	8,14	12,32	8,15	4,44	4,52	13,12	2,66	20,92	10,30	45,50	22,27
29-02-2016	10,60	13,46	7,92	12,63	8,20	4,52	4,54	13,40	2,66	21,90	10,60	47,01	22,61
01-03-2016	10,90	13,45	7,90	12,94	8,39	4,69	4,52	13,41	2,75	22,50	10,74	47,83	22,91
02-03-2016	11,25	13,67	7,75	13,04	8,08	4,82	4,48	13,06	2,74	22,70	10,41	48,23	22,70
03-03-2016	13,05	14,29	8,10	14,35	8,51	5,19	4,75	14,47	2,87	22,92	10,56	50,35	23,22
04-03-2016	13,50	15,15	8,55	14,25	9,30	5,40	4,90	15,12	2,84	23,00	10,80	51,00	22,85
07-03-2016	13,10	15,40	8,70	14,20	9,50	5,50	4,74	14,45	2,80	23,42	10,64	50,92	22,80
08-03-2016	12,68	15,33	8,79	14,52	9,68	5,49	4,73	14,66	2,72	24,40	10,97	50,80	22,89
09-03-2016	12,77	15,36	8,80	14,22	9,65	5,51	4,80	14,35	2,60	24,52	11,05	51,19	22,79

10-03-2016	13,16	15,77	8,70	14,80	10,39	5,75	4,81	15,40	2,57	24,95	11,16	51,66	22,95
11-03-2016	13,30	15,50	8,65	14,48	10,25	5,44	4,81	15,95	2,60	24,90	11,16	51,25	22,95
14-03-2016	13,00	15,50	8,49	14,42	10,12	5,54	4,48	15,65	2,50	24,70	10,83	50,60	22,55
15-03-2016	12,30	14,23	8,44	13,94	9,40	5,35	4,35	14,89	2,47	23,49	10,88	49,34	22,36
16-03-2016	12,29	14,65	8,40	13,64	9,96	5,64	4,50	15,26	2,53	23,87	11,61	49,11	22,60
17-03-2016	13,01	15,87	8,70	14,37	10,97	6,12	4,70	15,82	2,65	25,10	11,85	51,50	23,12
18-03-2016	13,37	15,80	8,55	14,40	11,10	6,00	4,71	16,30	2,55	25,00	12,11	52,18	23,15
21-03-2016	13,39	15,82	8,75	14,58	11,05	6,15	4,60	16,07	2,53	24,99	11,98	52,04	23,25
22-03-2016	13,56	15,68	8,82	14,20	10,60	6,05	4,57	16,35	2,54	25,39	12,12	53,25	23,04
23-03-2016	12,83	15,10	8,77	13,99	10,35	5,88	4,47	16,31	2,57	24,90	12,14	51,62	22,80
24-03-2016	12,74	15,25	8,95	13,98	9,91	5,90	4,38	15,92	2,60	25,50	11,84	52,30	23,10
28-03-2016	12,34	15,37	9,22	14,15	10,50	6,08	4,37	16,49	2,68	24,85	11,84	53,45	23,75
29-03-2016	12,81	15,33	9,22	14,26	10,67	6,11	4,47	16,55	2,76	25,45	11,99	54,55	23,86
30-03-2016	13,24	15,20	9,00	14,34	10,68	6,05	4,25	16,58	2,70	25,15	11,99	54,64	24,20
31-03-2016	12,81	14,75	8,80	14,03	10,43	6,00	4,16	16,14	2,69	24,70	11,84	53,70	23,98
01-04-2016	13,27	15,10	8,75	14,33	10,45	6,11	4,22	16,15	2,63	24,98	12,00	54,82	23,95
04-04-2016	13,25	14,85	8,65	14,01	10,21	5,97	4,11	15,75	2,49	24,43	11,87	53,72	23,30
05-04-2016	13,32	14,90	8,67	14,12	10,17	5,95	4,14	15,91	2,50	24,11	11,78	53,55	23,52
06-04-2016	13,39	14,39	8,74	13,13	9,85	5,70	4,12	15,40	2,40	23,78	11,95	52,10	22,77
07-04-2016	13,60	14,25	8,75	13,15	9,80	5,70	3,93	15,50	2,49	23,78	11,95	52,72	22,91
08-04-2016	14,06	15,09	8,85	13,70	10,31	5,95	4,00	16,65	2,61	24,71	12,08	55,99	23,80
11-04-2016	14,20	15,05	8,75	13,86	10,07	6,08	4,03	16,64	2,50	24,10	11,94	54,79	24,00
12-04-2016	13,97	15,56	8,90	14,32	10,43	6,53	4,08	17,16	2,62	24,50	11,84	54,52	25,00
13-04-2016	14,80	15,90	8,86	14,85	10,60	6,76	4,23	17,04	2,69	24,80	11,87	55,56	25,05
14-04-2016	14,50	16,04	8,96	14,82	10,20	6,97	4,01	16,93	2,67	24,81	11,93	56,30	24,47
15-04-2016	15,00	16,27	8,96	14,93	10,62	7,00	4,03	17,00	2,73	25,28	11,90	56,43	24,97
18-04-2016	14,95	16,59	9,00	15,20	10,60	7,05	4,01	17,41	2,70	25,12	12,19	57,06	25,36
19-04-2016	14,95	16,82	9,10	15,00	10,98	7,15	4,08	17,42	2,68	26,49	12,32	57,90	25,78
20-04-2016	14,60	16,64	8,97	15,14	10,53	7,14	3,97	16,68	2,67	25,87	11,58	55,46	25,62
22-04-2016	14,60	16,56	9,00	15,05	10,30	7,03	3,86	15,90	2,62	25,50	11,80	55,15	25,50
25-04-2016	14,40	16,54	8,97	14,90	10,44	6,95	3,74	15,63	2,64	25,35	11,91	55,32	25,68
26-04-2016	14,45	16,74	9,90	15,52	10,47	7,20	3,73	16,20	2,61	25,73	12,22	56,08	25,82
27-04-2016	14,70	17,01	10,14	15,61	10,75	7,24	3,75	16,87	2,61	26,62	12,34	58,30	26,35
28-04-2016	14,74	16,89	10,20	15,78	10,79	7,35	3,75	16,99	2,51	25,98	12,29	58,37	26,51
29-04-2016	15,39	16,93	10,27	16,18	10,27	7,50	3,66	16,70	2,32	26,70	12,02	58,95	26,40
02-05-2016	15,07	13,11	10,19	15,91	10,04	7,49	3,70	15,53	2,30	26,88	11,94	59,16	26,18