

Matheus Pereira Vieira

**Modelo de Leilão de Energia e Reserva de
Geração para Sistemas Termo-Eólicos
Baseado em Otimização Robusta**

Bauru

2022

Matheus Pereira Vieira

**Modelo de Leilão de Energia e Reserva de Geração
para Sistemas Termo-Eólicos Baseado em Otimização
Robusta**

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica da Faculdade de Engenharia de
Bauru como um dos requisitos para a
obtenção do título de mestre em Engenharia
Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepo-
muceno

Área de Concentração: Automação
Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Bauru
Departamento de Engenharia Elétrica

Bauru
2022

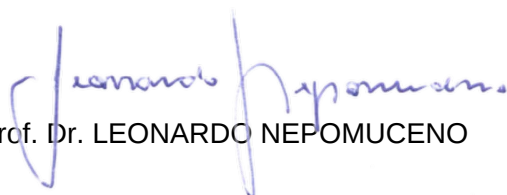
V658m	Vieira, Matheus Pereira Modelo de leilão de energia e reserva de geração para sistemas termo-eólicos baseado em otimização robusta / Matheus Pereira Vieira. -- Bauru, 2022 103 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru Orientador: Leonardo Nepomuceno 1. Otimização robusta. 2. Energia eólica. 3. Leilão multiperíodo. 4. Mercado de energia. 5. Despacho de energia. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MATHEUS PEREIRA VIEIRA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 04 dias do mês de maio do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MATHEUS PEREIRA VIEIRA, intitulada **MODELO DE LEILÃO TERMO-EÓLICO BASEADO EM OTIMIZAÇÃO ROBUSTA**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Eletrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof^a. Dr^a. CLAUDIA ALEJANDRA SAGASTIZABAL (Participação Virtual) do(a) Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - IMECC / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Aprovado . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

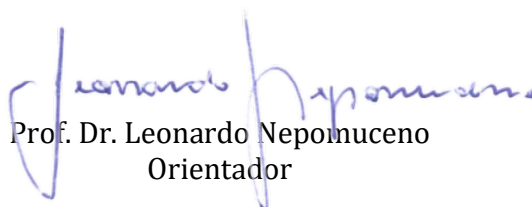
PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
MATHEUS PEREIRA VIEIRA

DE: "MODELO DE LEILÃO TERMO-EÓLICO BASEADO EM OTIMIZAÇÃO ROBUSTA"

PARA: "MODELO DE LEILÃO DE ENERGIA E RESERVA DE GERAÇÃO PARA SISTEMAS TERMO-EÓLICOS BASEADO EM OTIMIZAÇÃO ROBUSTA"

Bauru, 04 de maio de 2022.

A handwritten signature in blue ink, which appears to read "Leonardo Nepomuceno".

Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno
Orientador

Resumo

Este trabalho propõe um modelo de leilão para sistemas termo-eólicos baseado em otimização robusta para ser utilizado como despacho de energia e reserva do dia seguinte por operadores do sistema. O modelo tem como objetivo minimizar os custos de operação, maximizando a função de bem comum associada aos leilões de energia e reserva, levando em conta possíveis aleatoriedades na geração de potência eólica existentes dentro de um conjunto de incertezas robusto estabelecido. O modelo robusto toma uma decisão conservadora em relação ao leilão do dia seguinte, garantindo o atendimento da potência consumida alocada mesmo quando da ocorrência de flutuações na geração de potência eólica prevista. O grau de conservadorismo do modelo, entretanto, pode ser ajustado a partir do parâmetro de meta de incerteza. Foram comparadas as abordagens robusta e de ajuste de reserva por meio de simulações realizadas no sistema IEEE de 24 barras, evidenciando a relação de compromisso entre os aspectos econômicos e de segurança do sistema. Uma avaliação estatística da robustez das abordagens foi realizada, simulando-se uma grande quantidade de situações aleatórias para a geração eólica, evidenciando a confiabilidade e robustez do modelo proposto no que diz respeito ao atendimento das restrições de demanda e de reserva do sistema.

Palavras-chave: Sistemas termo-eólicos, Otimização robusta, Geração eólica, Leilão multiperíodo, Procedimento de equilíbrio de mercado.

Abstract

This work proposes an auction model for thermal-wind power systems which is based on a robust optimization approach and used as a day-ahead power and reserve calculation procedure by a system operator. The model aims to minimize operating costs, maximizing the social welfare function associated with energy and reserve auctions, taking into account possible randomness in wind power generation existing within a robust set of uncertainties established. The robust model takes conservative decisions in relation to the day ahead auction, ensuring that the allocated power consumption is met even when there are fluctuations in the predicted wind power generation. The degree of conservativeness of the model can be adjusted by the uncertainty target adopted. The robust and reserve adjustment approaches are compared through simulations carried out in the IEEE 24-bus system, evidencing the compromise relationship between the economic and security aspects of the system. A statistical evaluation of the robustness of the approaches was carried out, simulating a large number of random situations for wind power generation, evidencing the reliability and robustness of the proposed model with regard to meeting the system's demand and reserve constraints.

Keywords: Thermo-wind power systems, Robust Optimization, Wind power generation, Multiperiod auction, Market clearing procedure.

Sumário

1	Introdução	1
2	Mercados de Eletricidade	6
2.1	Organização Geral	6
2.1.1	Agentes	7
2.1.2	Mercados de Curto Prazo	8
2.1.3	Mercados de Reserva	10
2.2	Impacto das Energias Renováveis	12
3	Modelo de Leilão Termo-Eólico para Tratamento de Incertezas	14
3.1	Nomenclatura	14
3.1.1	Conjuntos	14
3.1.2	Parâmetros	15
3.1.3	Variáveis	16
3.2	Modelo Determinístico	17
3.3	Abordagem Tradicional	22
3.4	Modelo Robusto	23
3.4.1	Definindo um Conjunto de Incertezas para a Potência Eólica	23
3.4.2	Problema Robusto	24
4	Métodos de Solução Utilizados	27
4.1	Dualidade	27
4.2	Método de <i>Outer Approximation</i>	29
4.3	Método de Decomposição de Benders	34
5	Metodologia de Solução Proposta para o Problema Robusto	40
5.1	Modelo de Despacho Econômico: Problema Dual	41
5.2	Método de <i>Outer Approximation</i> para o Tratamento do Termo Bilinear	47
5.2.1	Fluxograma do Método de <i>Outer Approximation</i>	48
5.3	Método de Decomposição de Benders para a Obtenção das Decisões de Liga/Desliga	49
5.3.1	Fluxograma do Método de Decomposição de Benders	51
5.4	Estrutura Geral do Método Proposto	51
5.5	Modelo de simulação de cenários aleatórios	52
6	Resultados Numéricos	54
6.1	Dados do Sistema Teste	55
6.2	Comparação entre os Problemas Determinísticos Primal e Dual	57
6.3	Comparação entre as Abordagens Robusta e de Ajuste de Reservas	60
6.4	Avaliação de cenários aleatórios	68
7	Conclusões	71

Referências	74
Apêndices	77
APÊNDICE A Dados computacionais do Sistema de 24 Barras	78

1 Introdução

Muitos problemas existentes nas áreas de engenharia estão sujeitos à influência de incertezas causadas por fenômenos naturais ou desconhecidos, que dificultam a aplicação de modelos matemáticos determinísticos para a representação de processos ou sistemas. Isso ocorre também nos mercados de energia, principalmente quando há a inserção de energias de fontes renováveis provenientes da natureza. A questão das mudanças climáticas estudada por vários pesquisadores impulsionou a discussão sobre a necessidade da diminuição da emissão de gases do efeito estufa, além de dados indicarem o esgotamento dos combustíveis fósseis, o que causaria uma crise energética devido à forte influência das usinas termelétricas que utilizam esse tipo de combustível em todo o mundo. Assim, as energias renováveis passaram a obter destaque nas pesquisas e incentivos dados pelos governos, causando o aumento da parcela desse tipo de energia dentro das matrizes energéticas. Uma das energias renováveis que está ganhando força com o passar do tempo é a eólica, que utiliza a ação dos ventos para transformar energia cinética em energia elétrica. Apesar da utilização da energia eólica ter um impacto positivo na descarbonização do setor elétrico, esta fonte de energia introduz altos níveis de incerteza associados à velocidade dos ventos necessários à geração de energia. Estas incertezas trazem dificuldades adicionais para o despacho de geração do sistema elétrico, no que diz respeito a sua segurança e confiabilidade operativa. Os mercados de eletricidade, que possuem seus próprios procedimentos de despacho, também necessitam se adaptar à presença destas fontes de geração.

Em mercados de eletricidade, o operador, juntamente com a câmara de comercialização de energia elétrica, deve determinar, por meio de procedimentos de equilíbrio de mercado (MOTTO et al., 2002; BREGADIOLI et al., 2016; PEREIRA et al., 2017), o montante de energia e reserva que será alocado para o dia seguinte juntamente com o preço de equilíbrio, sendo que essa decisão pode estar sujeita a incertezas caso existam fontes alternativas de energia vinculadas ao sistema, como é o caso da eólica, onde a velocidade do vento pode variar de forma aleatória. Assim, um dos problemas enfrentados pelo operador do sistema de potência consiste na determinação, para cada período, do preço de compensação de mercado, da produção de energia, do nível de consumo e quais unidades estarão ligadas/desligadas, levando em conta as incertezas na potência gerada por parte das usinas eólicas.

Na literatura, existem formas diferentes de tratar as incertezas nos leilões de energia que possuem geração eólicas em seu sistema. Em Anstine et al. (1963), Billinton e Karki (1999), Gooi et al. (1999) são utilizados valores determinísticos para as potências do sistema, sendo que incertezas existentes são ajustadas apenas através da alocação de potências de reserva. Esta abordagem é simples de ser implementada, porém pode comprometer a otimalidade do despacho de geração térmica caso seja designada uma reserva muito

grande para proteger o sistema de aleatoriedades. Por outro lado, caso seja designada uma reserva insuficiente, um desvio significativo de potência eólica pode deixar a segurança e a confiabilidade do sistema comprometidas.

Já em Morales et al. (2014) uma das formas para o tratamento das incertezas na geração eólica em leilões, de modo a definir o despacho de potência do dia seguinte, consiste em adotar o valor esperado para potência eólica. Nesta abordagem, caso haja variações significativas nessa geração média esperada, é necessário executar um despacho de ajuste intra-diário que permite realocar a geração poucas horas antes da entrega de energia. Esse modelo, que trata a potência eólica como um valor determinístico, tem o inconveniente de deixar o sistema subdimensionado ou superdimensionado com relação a utilização de geradores térmicos, existindo a necessidade de outro algoritmo para ajustar o despacho do sistema, visto que a geração eólica é incerta.

A forma de tratar incertezas provenientes da geração eólica mais difundida na literatura consiste em trabalhar com modelos de leilão estocásticos/probabilísticos, que resolvem o problema considerando um conjunto pré estabelecido de cenários possíveis para a velocidade de vento nas usinas eólicas (YIN et al., 2019; WANG et al., 2016; ZIA; NASIR; BHATTI, 2013). O inconveniente existente na abordagem estocástica/probabilística é que, caso ocorra na operação prática algum cenário muito diferente daqueles previamente mapeados, a geração termelétrica poderá estar subdimensionada ou superdimensionada, resultando no não atendimento da demanda total (em caso de subdimensionamento), ou em altos de custo de reserva (em caso de superdimensionamento). Caso sejam adotados muitos cenários para tentar diminuir as possibilidades de subdimensionamento/superdimensionamento, o algoritmo que aloca a geração poderá ficar inviável de ser executado computacionalmente em tempo real, devido à quantidade de combinações exponenciais de cenários que podem ocorrer.

Conforme descrito em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), existe a necessidade de um modelo de leilão para sistemas termo-eólicos que leve em consideração a aleatoriedade existente na geração eólica e estime de maneira eficaz e viável o despacho do sistema para o dia seguinte. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo propor um modelo de leilão termo-eólico baseado em otimização robusta que leva em conta as incertezas existentes na geração de potência por parte das unidades eólicas. A otimização robusta tem sido uma alternativa importante para o tratamento de incertezas em problemas de tomada de decisão. Diferentemente da otimização estocástica, que se baseia em um conjunto de cenários para a tomada de decisão, o tratamento de incertezas utilizado na otimização robusta busca estabelecer uma faixa no entorno da geração esperada, denominada de conjunto de incerteza, e calcular as decisões que deixam o sistema imune aos piores casos que possam ocorrer nesta faixa. Dessa forma, as decisões obtidas por meio da otimização robusta têm um alto grau de segurança na região de incerteza, o que é uma característica fundamental para a segurança e confiabilidade do despacho de geração calculado pelo

leilão. Por outro lado, há um custo associado à essa segurança, o qual vai se refletir nos preços de equilíbrio calculados pelo leilão.

O problema de leilão para sistemas termo-eólicos proposto neste trabalho é formulado como um modelo de otimização robusto, em que a região de incerteza é caracterizada utilizando-se um conjunto de incertezas determinístico. O modelo proposto co-otimiza os sub-mercados de energia e reserva, de modo a representar explicitamente as inter-relações entre esses dois sub-mercados de energia. O modelo incorpora todas as restrições relevantes associadas à geração termelétrica, tais como rampas de partida, parada, subida e descida, restrições de mínimo tempo de operação e de desligamento, além dos custos de partida e desligamento das unidades termelétricas. Os consumidores são representados por meio de demanda elástica, e podem fornecer lances tanto no mercado de energia quanto no de reserva, i.e. considera-se que os consumidores podem vender energia no mercado de reserva, por meio de redução ou aumento em sua demanda, quando solicitado pelo operador do sistema. O modelo proposto é descrito por meio de um problema de otimização não linear inteiro-misto. Para a solução deste modelo, é proposta neste trabalho uma metodologia específica cujo objetivo é explorar algumas características do problema, e resolver algumas questões computacionais relacionadas à metodologia robusta, as quais são discutidas a seguir. Assim, a partir da metodologia proposta, obtém-se um modelo final que corresponde a um problema de programa linear inteiro-misto.

A formulação robusta impõe algumas dificuldades computacionais para a resolução do problema robusto resultante, dentre as quais se destaca a estrutura Max-Min que resulta da abordagem. No caso do modelo de leilão proposto, deseja-se minimizar, utilizando-se as variáveis de decisão (basicamente dadas pelos despachos de geração e consumo e pela alocação de reservas), os custos das ofertas/lances fornecidos aos mercados de energia e reserva, ao mesmo tempo em que se busca maximizar, utilizando-se as variáveis aleatórias (i.e. despacho de geração das unidades eólicas), esses mesmos custos. Esta maximização é necessária à abordagem robusta pois tem como objetivo tomar a pior situação (pior caso), de modo a buscar imunizar o sistema contra tal situação. Assim, a estrutura do tipo Max-Min aparece também naturalmente na formulação de leilão proposta neste trabalho, e sua solução envolve uma metodologia específica, descrita a seguir.

A técnica de solução aqui utilizada é baseada na metodologia descrita em (BERTSIMAS et al., 2013), em que os autores resolvem um problema de *unit commitment* com incertezas na demanda dos consumidores. Nesta metodologia de solução, aplica-se, inicialmente, o método de decomposição de Benders, de modo a decompor as decisões associadas às variáveis inteiras (liga/desliga das unidades) das variáveis contínuas do modelo. A partir desta decomposição, o problema de nível inferior corresponde a um despacho econômico com restrições de rede de transmissão em que a decisão de liga/desliga dos geradores é iterativamente fixada com os valores calculados pelo problema mestre (nível superior). O problema mestre, por sua vez, calcula os valores de liga/desliga levando em conta cortes

associados aos problemas iterativos de nível inferior. O problema de minimização de nível inferior apresenta ainda uma dificuldade adicional, relacionada à metodologia robusta, pois possui uma estrutura do tipo Max-Min, conforme comentado acima. Assim, uma segunda etapa da metodologia consiste em reformular este problema de minimização de nível inferior por meio do seu problema de otimização dual associado. Com esta reformulação, passa-se a ter uma estrutura do tipo Max-Max, que pode ser resolvida de forma direta, mas que possui ainda um termo bilinear na função objetivo. A linearização do termo bilinear também é feita com base em (BERTSIMAS et al., 2013), utilizando-se o método de *outer approximation*. Neste método, que corresponde a uma segunda decomposição do problema, o termo bilinear é iterativamente linearizado, sendo estabelecidos limites inferiores e superiores de forma iterativa para seus valores, até a convergência. O modelo de otimização que resulta da metodologia proposta é finalmente testado em um sistema elétrico de 24 barras utilizando a plataforma IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio*, versão 12.6.0.0 (IBM, 2022).

As principais contribuições deste trabalho envolvem: i) A proposição de um modelo de leilão termo-eólico multi-período em que energia e reserva são co-otimizadas, com base na otimização robusta, e em que o sistema de geração termelétrica é descrito em detalhe. Ainda que abordagens robustas tenham sido utilizadas para a solução de problemas de *unit commitment*, ainda não foram avaliados métodos de otimização robusta para a solução de problemas de leilão termo-eólico; ii) A adaptação da metodologia de solução descrita em (BERTSIMAS et al., 2013) para a solução do modelo de leilão proposto; iii) A comparação do modelo proposto com os chamados modelos de ajuste de reserva, em que os níveis determinísticos de reserva são fixados posteriormente ao despacho de geração, utilizado-se regras do tipo *ad-hoc* e iv) A proposição de um modelo de simulação das decisões calculadas tanto pelo modelo proposto quanto pelo modelo de ajuste de reservas. Este modelo tem como objetivo simular situações reais, em que níveis aleatórios são estabelecidos para a geração eólica. Para avaliação dos resultados, são simuladas 1000 situações reais aleatórias para ambos os modelos, permitindo uma avaliação estatística dos níveis de otimalidade e de segurança estabelecidos para cada um dos modelos.

Os resultados obtidos com o modelo proposto e com o modelo de ajuste de reserva mostram que as decisões calculadas pelo modelo proposto elevam a robustez das decisões calculadas (i.e. a garantia de factibilidade do modelo) em situações reais de incertezas para 99,74%. Ou seja, em 99,74% das situações as decisões implementadas pelo modelo proposto foram capazes de manter a factibilidade de todas as restrições, mesmo quando se considera a possibilidade prática de que ocorram situações operativas fora da faixa de incerteza prevista no modelo robusto para a geração eólica. Os resultados mostram ainda que para alcançar esta robustez, a função de bem comum foi reduzida em apenas 0,85%, o que atesta um ótimo compromisso entre otimalidade e segurança para o modelo proposto. Já para o modelo de ajuste de reservas, a robustez atingiu um valor de apenas 73,05%,

comprovando que os modelos robustos trazem efetivamente uma maior segurança para o sistema em situações reais de aleatoriedade na geração eólica.

O restante do trabalho está dividido da seguinte forma. No Capítulo 2 definem-se os principais conceitos de mercados de eletricidade. No Capítulo 3 é descrito o modelo de leilão termo-eólico proposto, em suas abordagens determinística e robusta. O Capítulo 4 apresenta alguns conceitos básicos acerca dos métodos de solução utilizados para resolução do problema. O Capítulo 5 descreve a metodologia de solução do modelo robusto proposto. Os resultados numéricos referentes as análises feitas são fornecidos no Capítulo 6 e as conclusões obtidas são apresentadas no Capítulo 7. O Apêndice A apresenta a íntegra dos dados computacionais do sistema de 24 barras utilizados para realizar os ensaios.

2 Mercados de Eletricidade

Na sociedade moderna, o recurso utilizado para movimentar as atividades domésticas, industriais e serviços é a energia elétrica. Desde o início da utilização de sistemas de transmissão interconectados até as duas últimas décadas do século XX, os sistemas de energia eram operados de maneira centralizada, deixando a cargo dos operadores do sistema todas as atividades relacionadas à geração, transmissão e distribuição de energia.

As primeiras ações para a criação dos mercados de eletricidade modernos foram estabelecidas com a separação das atividades de geração, transmissão e distribuição, em uma estrutura de mercado que permitisse a competição entre os produtores e consumidores de energia. Nessa nova estrutura de mercado, a comercialização de eletricidade é realizada por meio de ofertas de geração e lances de consumo nos chamados leilões de eletricidade. As ofertas e lances, envolvendo blocos de quantidades e preços ofertados por cada agente, os quais são submetidos ao operador do sistema. As ofertas e lances são geralmente calculadas utilizando-se modelos de cálculo de ofertas estratégicas (CRUZ et al., 2016), (AFSHAR; GHIASVAND; BIGDELI, 2018), com base na estimação dos custos de produção, nas ações dos demais agentes no mercado, etc.

Em cada continente ou área que possui um mercado de eletricidade vigente são adotadas estruturas diversas para o comércio de energia. Em geral, a maioria destas estruturas possuem características em comum. O principal ponto em comum entre todas as estruturas de mercados consiste na separação entre a comercialização da geração, transmissão, distribuição e varejo. A maior competição acontece geralmente na geração e no varejo, onde os preços de venda e compra oscilam para que haja uma combinação e, por fim, a concretização da transação. A transmissão e distribuição normalmente atuam como meio, ou seja, atuam para que a eletricidade saia de sua origem e chegue ao seu destino, possuindo custos e taxas. Mercados de eletricidade específicos são estabelecidos para a transmissão e distribuição, os quais não são foco desta dissertação de mestrado.

2.1 Organização Geral

O mercado de eletricidade tem seus componentes e modos de operação bem definidos e são organizados de maneira a facilitar o comércio de energia entre empresas geradoras e consumidores. A área de estudo deste trabalho envolve o mercado de curto prazo que será descrito nas Seções 2.1.2 e 2.1.3, correspondendo à alocação de potência para o dia seguinte passando pelos mercados de equilíbrio e de reserva.

Para realização do mercado de eletricidade existem agentes interessados nas partes de comercialização, operação e regulamentação conforme descrito na seção 2.1.1. Como se trata da alocação de potência de todas as unidades existentes no sistema para o dia

seguinte, o tempo de discretização que deve ser utilizado é de 24 horas.

2.1.1 Agentes

Nos mercados de energia existem agentes que participam dos processos, cada um exercendo sua função e tendo papéis importantes para obter o equilíbrio de mercado. Conforme descrito em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), existem agentes que atuam diretamente no mercado de energia e agentes institucionais que regulam e operam o mercado.

As companhias geradoras são as detentoras das unidades de produção e têm o objetivo de gerar energia para vendê-la. Essa venda pode ser feitas por meio de mercados organizados de eletricidade (coordenado pelo operador de mercado) ou diretamente, para consumidores, através de contratos bilaterais. O objetivo das companhias geradoras consiste em obter o maior lucro possível com a venda de eletricidade e de reserva nos vários mercados disponíveis. As companhias geradoras também podem comercializar sua energia nos mercado de reserva.

Existem também os geradores não despacháveis, tais como fontes eólicas ou solares, os quais possuem esse nome devido à intermitência da natureza da sua fonte de energia, o que dificulta a sua programação de despacho. Os geradores não despacháveis participam do mercado de energia porém não fornecem ofertas nos leilões de energia do dia seguinte. Estes geradores atuam diretamente no equilíbrio de geração-demanda do sistema. Sempre que tais unidades são conectadas à rede, é necessário estabelecer reservas adicionais de energia, de modo que as aleatoriedades na sua geração possam ser compensadas por outras unidades, quando necessário. Assim, custos adicionais de reserva estão sempre associados a estas unidades.

Os consumidores são os usuários finais da eletricidade e buscam comprar a energia nos mercados organizados ou por meio do estabelecimento de contratos bilaterais. Os consumidores geralmente têm como objetivo minimizar os custos de aquisição de seus ativos no mercado de energia (NOJAVAN et al., 2015; CAO et al., 2020). Os consumidores também podem participar do mercado de reserva, principalmente quando existem geradores não despacháveis atuando no equilíbrio de mercado. Quando os consumidores não atuam diretamente no mercado de eletricidade eles adquirem energia por meio de empresas varejistas. Os varejistas normalmente não possuem unidades de produção e devem comprar eletricidade por meio de contratos bilaterais ou no mercado.

Como agentes institucionais existem o operador de mercado, operador independente do sistema e o regulador de mercado, cada um com suas atribuições.

O Operador de Mercado (OM) é uma entidade, que pode ou não ter fins lucrativos, que tem a função de gerir economicamente todos os mercados de eletricidade, estabelecendo as regras e determinando os preços e quantidades de energia a serem comercializados. No Brasil, este papel é desempenhado pela Câmara de Comercialização de Energia (CCEE).

O Operador Independente do Sistema (OIS) é uma entidade sem fins lucrativos que tem a responsabilidade de gerir tecnicamente o sistema de potência associado ao mercado, fornecendo acesso igualitário à rede a todos os consumidores, varejistas e geradores. O OIS gerencia as reservas, regulamenta os mercados e auxilia o operador de mercado a encontrar o equilíbrio associado a todas as ofertas/lances de compra e venda, feitos pelos participantes dos mercados nos leilões de energia. No Brasil, este papel é desempenhado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS).

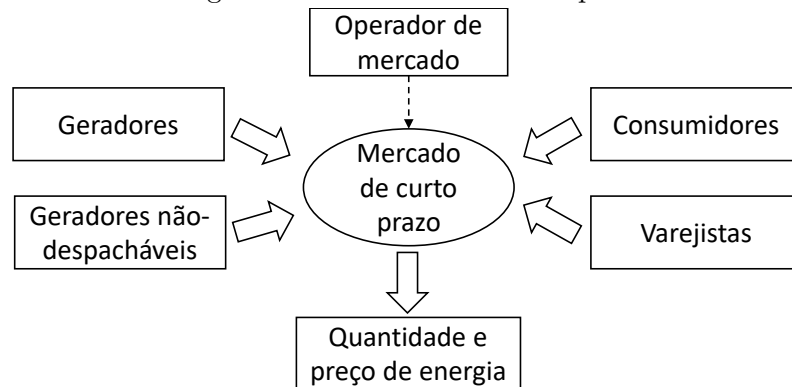
O regulador de mercado é uma entidade que tem por objetivo zelar pelo mercado e garantir seu funcionamento competitivo, promovendo e fazendo cumprir regulamentos pré estabelecidos. No Brasil, este papel é desempenhado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

2.1.2 Mercados de Curto Prazo

O *pool* é o ambiente de mercados onde a energia é negociada no curto prazo. O *pool* compreende basicamente três estruturas de mercados: o mercado do dia seguinte, vários mercados de ajuste ou intra-diários e o mercado de equilíbrio, também denominado de mercado em tempo real. Em todas as estruturas de mercado do *pool*, geradores, varejistas e grandes consumidores oferecem lances/ofertas para compra/venda de energia em diferentes períodos do dia de operação. Após o fechamento destes mercados, os agentes fazem a retirada ou entrega de eletricidade da rede, de acordo com os valores calculados pelos algoritmos de leilão de cada mercado. Os algoritmos de leilão calculam as quantidades que cada gerador/consumidor devem ser despachados no leilão bem como os preços de equilíbrio em cada período. Os leilões são estruturados de modo a privilegiar os geradores que estão dispostos a vender sua energia a preços mais baixos e os consumidores que estão dispostos a comprar a energia a preços mais altos. Esses algoritmos devem ainda levar em conta as restrições operativas e de segurança do sistema. Algoritmos específicos são utilizados em cada estrutura de sub-mercado do *pool*.

A Figura 2.1 exemplifica como são dispostas as transações no mercado *pool*, mostrando seus agentes atuantes e a resultante de todo o processo, ou seja, a quantidade de energia despachada e o preço de energia do sistema, além dos despachos de cada unidade geradora e cada consumidor, calculados pelos algoritmos de leilão em cada sub-mercado do *pool*.

Figura 2.1 – Mercado de curto prazo.

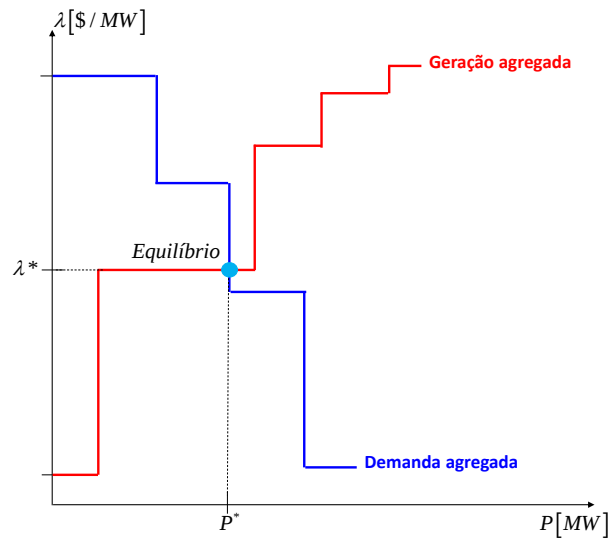


Fonte: autoria própria.

Os interessados nas negociações de energia no *pool* devem enviar seus lances/ofertas de compra/venda de acordo com o seu desejo, sendo que cada um desses lances/ofertas são formatados como um conjunto de blocos de preço e quantidade, fazendo com que seja de conhecimento de todos os envolvidos a quantidade de energia e o preço que o participante está disposto a negociar a energia.

A partir das ofertas de venda de energia em cada período, é possível para o operador do sistema construir a curva de geração agregada para cada período. Por outro lado, a partir dos lances de compra em cada período, o operador pode construir a curva de demanda agregada para cada período. O ponto de intersecção das curvas de geração e demanda agregadas em cada período, em que ocorre o equilíbrio de geração-demanda, está associado ao preço de energia neste período (λ^*), e à potência total efetivamente despachada no período (P^*), tanto para a geração quanto para a carga, conforme mostrado na Figura 2.2. Na operação prática do mercado, não há necessidade de levantar as curvas de geração e demanda agregadas, uma vez que a intersecção entre estas curvas pode ser diretamente obtida por meio de um modelo de leilão, no qual se adota a função objetivo de bem comum (do inglês, *social welfare*), a qual será descrita em detalhes na formulação do modelo de leilão proposto neste trabalho.

Figura 2.2 – Equilíbrio de mercado.



Fonte: autoria própria.

Além da preocupação de balanço de potência entre geração e demanda, os modelos de leilão devem levar em conta também uma série de restrições relacionadas à operação dos sistemas de geração e transmissão, sem as quais, os despachos e preços calculados podem se tornar infactíveis na operação prática. Quando a rede de transmissão e as demais restrições operativas são desconsideradas no processo de compensação de mercado realizado pelo modelo de leilão, a interseção entre a curva de geração e demanda agregada define um preço da energia único para o sistema, o qual se aplica a todos os participantes do mercado. Nesse caso, são aceitas as ofertas de venda que não sejam superiores a este valor e os lances de compra que não sejam inferiores a ele, determinando o cronograma para o dia seguinte.

Quando a rede de transmissão e as demais restrições operativas são efetivamente consideradas no procedimento de compensação de mercado, os preços da energia ficam associados a cada barra do sistema. Os preços de equilíbrio são efetivamente calculados como a variável dual associada às restrições de atendimento de demanda em cada barra. Assim, nestes caso, temos não um único preço para a energia em cada período, mas preços nodais em cada período. Esses valores de preços de equilíbrio podem se diferenciar consideravelmente se houver congestionamentos na rede e em função das perdas nas linhas de transmissão.

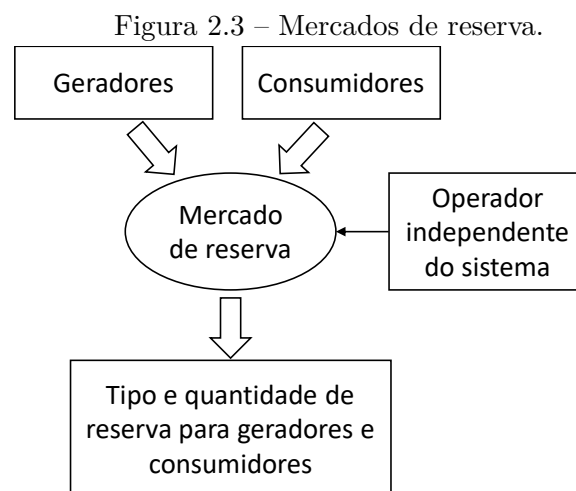
2.1.3 Mercados de Reserva

Nos mercados de eletricidade a principal *commodity* comercializada é a energia, porém quando se trata de um mercado com energias renováveis e com aleatoriedades, é necessária a existência de um mercado de reserva que tem como objetivo alocar uma energia de *backup* no caso de alguma intermitência ou mudança repentina de geração ou demanda. O mercado de reserva pode ser fechado em conjunto com o mercado de curto

prazo, sendo que geradores e consumidores podem fornecer estas reservas.

Para os geradores existem três tipos de reserva, a reserva *up*, a *down* e a *non-spinning*. A reserva *up* tem como objetivo suprir uma geração superior àquela já negociada no mercado de energia. Assim, para os geradores que estão conectados à rede, a reserva corresponde à quantidade que sobra da subtração entre a capacidade do gerador e a potência que já foi efetivamente negociada no mercado de energia de curto prazo. A reserva *down* dos geradores tem como objetivo a diminuição da geração (em função de uma redução de carga, por exemplo), podendo ir até o desligamento da máquina. Já a reserva *non-spinning* corresponde a uma reserva de energia comercializada pelos geradores que se encontram desligados. Nesse caso, quando necessário, é possível ligar um novo gerador de modo a suprir algum aumento imprevisto de carga. Todas as reservas dos geradores possuem preços e quantidades de venda ofertados pelos geradores, sendo que estes agentes recebem o pagamento pelas reservas efetivamente comercializadas, mesmo que não seja necessário utilizá-la na operação em tempo real.

Para os consumidores existem dois tipos básicos de reserva, a reserva *up* e a *down*. A reserva *up* corresponde a um decréscimo no consumo de energia, de modo que a geração do sistema precise ser aumentada, enquanto que a *down* corresponde a um aumento no consumo de energia, de modo que a geração do sistema precise ser reduzida. Esses valores de acréscimo e decréscimo são estabelecidos excluindo-se os valores de consumo já acordados no mercado de energia de curto prazo. Normalmente, as reservas de consumidor podem não ser necessárias na prática, mas existem em caso de alguma eventualidade.



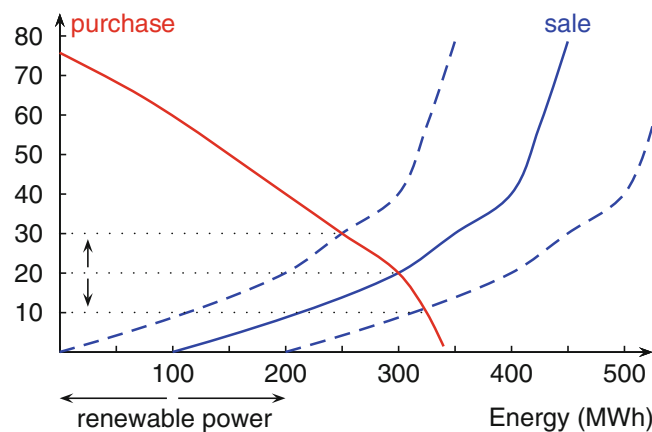
Fonte: autoria própria.

A Figura 2.3 descreve um diagrama esquemático do funcionamento do mercado de reserva, em que os geradores e consumidores fornecem as ofertas e lances para as reservas e o operador independente do sistema atua no mercado de reserva de modo a ajustar o tipo e quantidade de reserva para cada um dos participantes, com base nestas ofertas e lances fornecidos.

2.2 Impacto das Energias Renováveis

Para as fontes de energia renováveis, o custo marginal de operação é geralmente muito baixo, fazendo com que esse tipo de geração seja programada antes dos produtores de energia convencionais, influenciando diretamente o preço de mercado (MORALES et al., 2014). Como a energia renovável pode variar no decorrer do tempo, a curva de oferta agregada do sistema (*sale*, no gráfico) é deslocada para esquerda quando existe baixa produção das renováveis, aumentando o preço de equilíbrio do sistema; ou para direita, no caso de uma alta produção de renováveis, reduzindo o preço de equilíbrio do sistema, conforme mostrado na Figura 2.4. Nota-se ainda que para situações de alta produção de renováveis, a geração programada aumenta juntamente com o consumo enquanto que o preço de mercado reduz, uma vez que a curva de consumo (*purchase*, no gráfico) permanece a mesma.

Figura 2.4 – Equilíbrio de mercado com energias renováveis.



Fonte: (MORALES et al., 2014).

Dado que a natureza das energias renováveis é incerta, como no caso das eólicas, em que as velocidades dos ventos podem variar de forma aleatória, é necessário alocar uma quantidade de potência de reserva advinda das unidades termelétricas ou de outra fonte de geração não intermitente. Essa energia de reserva alocada é utilizada de forma preventiva, para situações em que aconteça uma queda de geração de origem renovável, de modo que a reserva possa suprir essa falta de potência. Quanto maior o montante associado ao despacho de energia renovável, maior o montante de potência de reserva associada que deve ser contratada, o que implica em custos adicionais para o sistema, os quais devem ser pagos por todos os agentes envolvidos.

Assim sendo, a energia de reserva possui também seus custos associados, os quais também impactam no processo de tomada de decisão de programação da geração do sistema. Desse modo, além de estabelecer o equilíbrio de mercado entre geração e consumo em cada período, é importante que os modelos de leilão levem em consideração também os custos associados à alocação dos montantes de energia de reserva em cada período, os

quais estão diretamente relacionados com a quantidade de energias renováveis contratadas no sistema.

3 Modelo de Leilão Termo-Eólico para Tratamento de Incertezas

Neste capítulo, o modelo de leilão termo-eólico proposto é descrito em detalhes. Antes, porém, descreve-se um modelo de leilão determinístico, o qual tem sido comumente utilizado na literatura para o tratamento das incertezas associadas à energia eólica, que despreza as incertezas neste tipo de geração. No modelo determinístico, assume-se que a geração eólica esperada (determinística) é despachada, e as gerações das demais fontes são calculadas de forma a suprir a demanda restante.

Para a descrição detalhada dos modelos, na Seção 3.1, descreve-se a nomenclatura utilizada. Na Seção 3.2, descreve-se o modelo de leilão determinístico, em que as incertezas associadas à geração eólica são desprezadas, e adota-se um valor esperado fixo para essa geração. Na Seção 3.3, descreve-se uma abordagem de ajustes de reservas, a qual tem sido tradicionalmente adotada no setor elétrico de vários países para o estabelecimento de reservas de geração. Na abordagem de ajuste de reservas, utiliza-se a abordagem determinística para o despacho de geração do sistema, considerando-se a geração eólica esperada (fixa), e estabelece-se alguma regra do tipo *ad-hoc* para estipular um valor de reserva que se considera adequado para suprir as variações do despacho de geração, causadas pelas intermitências na geração eólica. Na Seção 3.4, o modelo robusto proposto para o tratamento das incertezas associadas à geração eólica é descrito. Neste modelo, busca-se calcular um despacho de geração que esteja imunizado contra qualquer situação operativa adversa que ocorra dentro de uma região denominada de conjunto de incerteza.

Os modelos de leilão descritos neste capítulo representam de forma detalhada as restrições associadas à geração termelétrica (i.e. restrições de rampa de partida, parada, subida e descida e mínimo tempo de operação e desligamento), reservas associadas à geração e à carga, e restrições da rede de transmissão por meio de equações de fluxo de potência linearizadas, com perdas desprezíveis.

3.1 Nomenclatura

3.1.1 Conjuntos

B^T	Blocos de oferta de energia submetidos pelas unidades termelétricas;
B^C	Blocos de oferta de energia submetidos pelos consumidores;
C	Consumidores;
C_n^C	Consumidores conectados à barra n ;

E	Unidades geradoras eólicas;
G_n^E	Unidades geradoras eólicas conectadas à barra n ;
G_n^T	Unidades geradoras termelétricas conectadas à barra n ;
I	Unidades geradoras termelétricas;
N	Barras do sistema de transmissão;
N_n^N	Barras do sistema de transmissão vizinhas à barra n ;
T	Períodos do leilão.

3.1.2 Parâmetros

$\lambda_{it}^{R^U}$	Oferta de preço de reserva <i>up</i> submetido pela unidade termelétrica i no período t [\$/MW];
$\lambda_{it}^{R^D}$	Oferta de preço de reserva <i>down</i> submetido pela unidade termelétrica i no período t [\$/MW];
$\lambda_{it}^{R^{NS}}$	Oferta de preço de reserva não girante (do inglês, <i>non-spinning</i>) submetido pela unidade termelétrica i no período t [\$/MW];
λ_{itb}^T	Oferta de preço de energia submetido pela unidade termelétrica i no período t , bloco b [\$/MW];
γ_{ctb}^C	Oferta de preço de energia submetido pelo consumidor c no período t , bloco b [\$/MW];
$\gamma_{ct}^{R^U}$	Oferta de preço de reserva <i>up</i> do consumidor c no período t ;
$\gamma_{ct}^{R^D}$	Oferta de preço de reserva <i>down</i> do consumidor c no período t ;
Δ_t	Meta de incerteza do problema no período t ;
B_{nm}	Susceptância série da linha $n - m$;
C_i^{FIX}	Custo fixo da unidade termelétrica i ;
C_i^{SU}	Custo de partida da unidade termelétrica i ;
C_i^{SD}	Custo de parada da unidade termelétrica i ;
F_{nm}^{max}	Limite de fluxo de potência na linha $n - m$;
$\bar{E}_{ctb}^C$	Oferta de quantidade de energia submetido pelo consumidor c no período t , bloco b [MW];

$\overline{E}_{itb}^T$	Oferta de quantidade de energia submetido pela unidade termelétrica i no período t , bloco b [MW];
NE	Número de unidades geradoras eólicas;
P_{ct}^{CSmax}	Potência máxima cortada para o consumidor c no período t ;
$\overline{P}_{et}^E$	Potência de saída média da unidade eólica e no período t ;
R_t^{sys}	Valor da reserva do sistema para o período t ;
R_t^0	Valor base de reserva do sistema para o período t ;
V_{ct}^{LOL}	Valor da penalidade do corte de carga do sistema para a carga c no período t ;
V_t^{LOR}	Valor da penalidade associada com a folga do balanço de reservas no período t ;
V_t^{GER}	Valor da penalidade associada com a folga do balanço de potência no período t ;
UT_i	Número de períodos que o gerador i deve permanecer ligado após dar partida;
DT_i	Número de períodos que o gerador i deve permanecer desligado após realizar uma parada;
G_i	Número de períodos que o gerador i deve ficar ligado no início do horizonte de análise;
F_i	Número de períodos que o gerador i deve ficar desligado no início do horizonte de análise.

3.1.3 Variáveis

θ_{nt}	Ângulo da tensão na barra n no período t ;
p_{et}^E	Potência de saída da unidade eólica e no período t ;
$\hat{p}_{et}^E$	Desvio da geração de potência eólica nominal da unidade eólica e no período t ;
p_{it}^T	Potência de saída da unidade termelétrica i no período t ;
p_{ct}^C	Potência de saída do consumidor c no período t ;
p_{ct}^{CS}	Corte de potência do consumidor c no período t ;
e_{itb}^T	Potência de saída da unidade termelétrica i no período t , bloco b ;
e_{ctb}^C	Potência consumida pelo consumidor c no período t , bloco b ;
r_{it}^U	Reserva de potência up da unidade termelétrica i no período t ;

r_{it}^D	Reserva de potência <i>down</i> da unidade termelétrica i no período t ;
r_{it}^{NS}	Reserva de potência não girante da unidade termelétrica i no período t ;
s_{ct}^U	Reserva de potência <i>up</i> do consumidor c no período t ;
s_{ct}^D	Reserva de potência <i>down</i> do consumidor c no período t ;
ε_t^{sys}	Variável de folga associada com o balanço de reservas do sistema no período t ;
ε_{nt}^{ger}	Variável de folga associada com o balanço de potência na barra n no período t ;
u_{it}	Estado (liga/desliga) da unidade termelétrica i no período t ;
z_{it}	Estado que representa se a unidade termelétrica i ligou no início do período t ;
w_{it}	Estado que representa se a unidade termelétrica i desligou no início do período t .
$\mathbf{x}$	Vetor associado às variáveis binárias (<i>unit commitment</i>).
$\mathbf{y}$	Vetor associado às variáveis reais do problema original (despacho e reservas).

3.2 Modelo Determinístico

O modelo determinístico para o problema de leilão busca a minimização dos custos de partida, parada e custos fixos de operação, além da maximização da função do bem comum, minimização de todos os tipos de reserva de geração, demanda e minimização dos cortes de carga. São também inseridos na função objetivo dois termos de penalização, um associado à factibilidade das reservas totais do sistema e outro associado à factibilidade do atendimento de demanda nas barras do sistema. A otimização destes critérios está sujeita às restrições econômicas, limites na geração, consumo e no corte de carga, limites impostos pelas restrições de reserva para os geradores e consumidores, definição dos custos de partida e parada e limites na transmissão. Neste modelo, as incertezas associadas à geração eólica são desprezadas, adotando-se para esta geração o valor esperado fixo associado ao conjunto de dados de geração eólica. Assim, o despacho neste modelo envolve somente a geração termelétrica. O modelo proposto é descrito de (3.1) a (3.26), a seguir:

$$\begin{aligned}
Min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C_i^{FIX} \\
& + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^T} \lambda_{itb}^T e_{itb}^T - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \gamma_{ctb}^C e_{ctb}^C \\
& + \left(\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RU} r_{it}^U + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RD} r_{it}^D + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RNS} r_{it}^{NS} \right) \\
& + \left(\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RU} s_{ct}^U + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RD} s_{ct}^D \right) \\
& + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} V_{ct}^{LOL} p_{ct}^{CS} + \sum_{t \in T} V_t^{LOR} \varepsilon_t^{sys} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} V_t^{GER} \varepsilon_{nt}^{ger}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

sujeito a:

$$0 \leq e_{itb}^T \leq u_{it} \bar{E}_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T \quad (3.2)$$

$$e_{itb}^T = u_{it} \bar{E}_{itb}^T; \quad b = 1, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.3)$$

$$0 \leq e_{ctb}^C \leq \bar{E}_{ctb}^C, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C \quad (3.4)$$

$$p_{it}^T = \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.5)$$

$$p_{ct}^C = \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (3.6)$$

$$0 \leq p_{ct}^{CS} \leq P_{ct}^{CSmax}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (3.7)$$

$$0 \leq r_{it}^U \leq \sum_{b \in B^T} (u_{it} \bar{E}_{itb}^T - e_{itb}^T), \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.8)$$

$$0 \leq r_{it}^{NS} \leq (1 - u_{it}) \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.9)$$

$$0 \leq r_{it}^D \leq \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.10)$$

$$0 \leq s_{ct}^U \leq \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (3.11)$$

$$0 \leq s_{ct}^D \leq \sum_{b \in B^C} (\bar{E}_{ctb}^C - e_{ctb}^C), \forall c \in C, \forall t \in T \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in I} (r_{it}^U + r_{it}^{NS} - r_{it}^D) + \sum_{c \in C} (s_{ic}^U - s_{ic}^D) + \varepsilon_t^{sys} \geq R_t^{sys}, \forall t \in T \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_t^{sys} \geq 0, \forall t \in T \quad (3.14)$$

$$\sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T + \sum_{e \in G_n^E} \bar{P}_{et}^E - \sum_{c \in C_n^C} (p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}) - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = 0, \quad (3.15)$$

$$\forall n \in N, \forall t \in T$$

$$\varepsilon_{nt}^{ger} \geq 0, \forall n \in N, \forall t \in T \quad (3.16)$$

$$-F_{nm}^{max} \leq B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) \leq F_{nm}^{max}, \forall n \in N, \forall m \in N_n^N, \forall t \in T \quad (3.17)$$

$$w_{it} - z_{it} = u_{it} - u_{i(t-1)}, \forall i \in I, \forall t \in T : t \neq 1 \quad (3.18)$$

$$w_{it} + z_{it} \leq 1, \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3.19)$$

$$\sum_{t=1}^{G_i} (1 - u_{it}) = 0, \forall i \in I \quad (3.20)$$

$$\sum_{l=t}^{t+UT_i-1} u_{il} \geq UT_i z_{it}, \forall i \in I, \forall t = G_i + 1 \dots NT - UT_i + 1 \quad (3.21)$$

$$\sum_{l=t}^{NT} (u_{il} - z_{it}) \geq 0, \forall i \in I, \forall t = NT - UT_i + 2 \dots NT \quad (3.22)$$

$$\sum_{t=1}^{F_i} u_{it} = 0, \forall i \in I \quad (3.23)$$

$$\sum_{l=t}^{t+DT_i-1} (1 - u_{il}) \geq DT_i w_{it}, \forall i \in I, \forall t = F_i + 1 \dots NT - DT_i + 1 \quad (3.24)$$

$$\sum_{l=t}^{NT} (1 - u_{il} - w_{it}) \geq 0, \forall i \in I, \forall t = NT - DT_i + 2 \dots NT \quad (3.25)$$

$$u_{it}, z_{it}, w_{it} \text{ binárias} \quad (3.26)$$

em que:

$$R_t^{sys} = R_t^0 + \sum_{e \in E} \hat{p}_{et}^E \left(1 - \frac{\Delta_t}{NE} \right).$$

É importante destacar que para uma situação mais geral, em que a potência eólica é tratada como uma variável sujeita a incerteza por meio da otimização robusta, é necessário adotar um valor variável, diferente do valor médio $\bar{p}_{et}^E$ adotado no problema de otimização (3.1)–(3.26).

Na função objetivo, cada termo está relacionado a objetivos específicos do modelo de leilão. Os três primeiros termos da função objetivo referem-se aos custos de partida, parada e custos fixos de operação das unidades termelétricas. Todos estes custos estão associados aos estados ligado/desligado das unidades de geração modelados por meio das variáveis binárias u (estado ligado/desligado), z (partida) e w (parada). O quarto e quinto termos da função objetivo representam a função de bem comum com sinal inverso (de modo a buscar a maximização desta função). Esta função é fundamental para o leilão, pois garante que as melhores ofertas/lances de geração/consumo de energia sejam selecionadas no leilão. A qualidade das ofertas/lances depende dos preços ofertados pelos geradores (λ_{itb}^T) e consumidores (γ_{ctb}^C), o que deve definir as quantidades que serão efetivamente

despachadas para os geradores (e_{itb}^T) e consumidores (e_{ctb}^C). Os três termos seguintes na função objetivo dizem respeito à minimização das reservas *up*, *down* e *non-spinning* do gerador e *up*, *down* do consumidor. Neste caso, os valores de preços ofertados para cada uma dessas reservas (i.e. λ_{it}^{RU} , λ_{it}^{RD} , λ_{it}^{NS} para as reservas *up*, *down* e *non-spinning* dos geradores e γ_{it}^{RU} e γ_{it}^{RD} para as reservas *up* e *down* dos consumidores) influem nos valores de reserva efetivamente despachados (i.e. r_{it}^U , r_{it}^D e r_{it}^{NS} para os geradores e s_{it}^U e s_{it}^D para os consumidores). O termo seguinte da função objetivo refere-se a penalização para o corte de carga p^{CS} do sistema. Para que os cortes de carga sejam minimizados são atribuídos valores altos para a constante V_{ct}^{LOL} (geralmente valores acima de 1000 são adotados). Finalmente, os dois últimos termos na função objetivo são utilizados para analisar a factibilidade das restrições (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16). Para que essas restrições sejam atendidas quando possível, são atribuídos valores de penalidades elevados para V_t^{LOR} e V_t^{GER} , para que os valores de folga de reserva e de atendimento de demanda, dados por (ε^{sys}) e (ε^{ger}) , respectivamente, sejam nulos na solução ótima.

Cada restrição do modelo apresentado possui uma finalidade e representa matematicamente uma condição existente no modelo real de leilão de eletricidade. O conjunto de restrições (3.2) - (3.4) representa os limites associados aos tamanhos dos blocos alocados para os geradores e consumidores. As restrições (3.2) definem a faixa de alocação de cada bloco, para cada unidade e período, que vai de zero até o tamanho do bloco ofertado. O valor de geração mínimo atribuída para cada gerador, caso ele esteja ligado, corresponde ao tamanho do primeiro bloco ofertado conforme representado nas restrições (3.3). Já (3.4) define a faixa de alocação de cada bloco, para cada consumidor e período, podendo variar de zero ao tamanho de cada bloco ofertado pelos consumidores. As restrições (3.5) e (3.6) definem que as potências geradas e consumidas, respectivamente, são dadas pela soma dos blocos que foram efetivamente alocados.

Em (3.7) são definidos os limites mínimos e máximos para o corte de carga, os quais devem estar na faixa de zero ao valor máximo de corte de carga pré estabelecido para cada consumidor em cada período.

As restrições associadas às reservas do sistema são definidas em (3.8) - (3.13). Para os geradores, a restrição (3.8) define a faixa de reserva *up*, que vai de zero à capacidade máxima de geração ofertada, descontada a potência que já foi efetivamente alocada para cada unidade em cada período. A restrição (3.9) define a faixa para a reserva *non-spinning* que vai de zero até capacidade máxima de geração ofertada por cada gerador, desde que este esteja desligado (somente geradores desligados podem oferecer reserva do tipo *non-spinning*). A restrição (3.10), define a faixa para a reserva *down*, que vai de zero até o valor efetivamente alocado no despacho, visto que esta é uma reserva que busca a redução do uso de energia. Para as reservas associadas aos consumidores, a restrição (3.11) define a faixa de reserva *up* que vai de zero até o valor de potência alocada para o consumidor. Em (3.12) são definidos os limites de reserva *down* para o consumidor, na faixa que vai

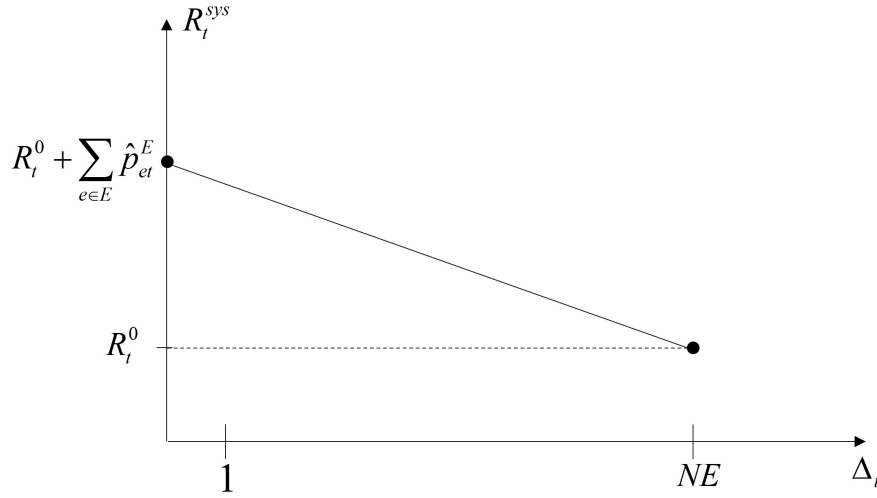
de zero até o valor que ainda não foi alocado no despacho regular, ou seja, a capacidade máxima de consumo ofertada descontada a potência já alocada ao consumidor. A restrição (3.13) estabelece um limite mínimo para a reserva total do sistema, de modo que a soma de todos os tipos de reserva associadas aos geradores e consumidores, juntamente com a variável de folga ε^{sys} acrescentada para garantir a factibilidade desta restrição, deve ser maior que a reserva do sistema R_t^{sys} . Deseja-se que os valores da variável ε^{sys} sejam nulos na solução ótima, o que garante que a restrição (3.13) seja factível sem a necessidade de folgas.

A restrição (3.15) define o balanço de potência ativa em cada barra do sistema de transmissão. Nesta restrição, garante-se que o somatório de todos os tipos de geração em cada barra menos a potência demandada em cada barra deve igualar os fluxos de potências que saem de cada barra. Adota-se também nesta restrição a variável de folga ε^{ger} cujo objetivo é garantir a factibilidade da restrição. Também neste caso, deseja-se que os valores de ε^{ger} sejam nulos na solução ótima. Na restrição (3.17) são definidos os limites de fluxo de potência nas linhas da rede de transmissão.

As restrições (3.18), (3.19) e (3.26) garantem uma operação lógica para as situações de liga/desliga das unidades, ou seja, garantem que não haja conflito lógico nos estados de liga e desliga das máquinas. As restrições (3.20) – (3.22) definem o mínimo tempo em que as máquinas deverão permanecer ligadas após uma partida, dado um tempo UT pré definido. Analogamente, para o mínimo tempo desligado são definidas as restrições (3.23) – (3.25). Neste caso, o mínimo tempo desligado é dado pelo parâmetro DT , pré definido para cada máquina. As restrições de mínimo tempo ligado e desligado são baseadas na formulação, descrita em (ARROYO; CONEJO, 2002).

Para a definição de R_t^{sys} são utilizados valores relacionados com um valor mínimo base para a reserva R_t^0 , o desvio da geração de potência eólica nominal $\hat{p}_{et}^E$, a meta de incerteza Δ_t do problema e o número de unidades eólicas NE . O comportamento da reserva é de uma reta descendente, sendo que quanto maior o Δ_t do problema, menor o valor mínimo necessário de alocação de potência, limitado ao valor do número de unidades eólicas existentes, conforme Figura 3.1.

Figura 3.1 – Reserva do sistema.



Fonte: autoria própria.

A seguir, descreve-se a abordagem tradicional comumente utilizada no setor elétrico de alguns países para o estabelecimento de reservas de geração que utiliza a formulação determinística descrita nesta seção.

3.3 Abordagem Tradicional

A abordagem tradicionalmente usada para alocação de reservas do sistema, despreza o caráter de incerteza da geração eólica, estabelecendo um valor esperado fixo para esta geração. Assim, esta abordagem utiliza o modelo de leilão determinístico descrito na Seção 3.2 para alocação das reservas, e estabelece uma reserva total para o sistema, dada por R_t^{sys} , que deve ser respeitada. Como a potência eólica é fixada em seu valor esperado (médio), este tipo de abordagem não retrata de maneira condizente as situações aleatórias que podem ocorrer no leilão de curto prazo, desprezando as aleatoriedades presentes nos fluxos dos ventos que impactam diretamente a geração. Outra deficiência desta abordagem consiste no uso de uma reserva previamente fixada, que por ser constante, não tem seu valor alterado caso seja alterado o valor da potência eólica. Em situações práticas, espera-se que o valor da reserva do sistema aumente conforme ocorra o aumento da inserção de potência eólica no sistema, visto que podem haver intermitências não planejadas e maiores quantidades de reserva podem ser requisitadas.

Assim, a abordagem tradicional tem uma formulação mais simplista para o problema, não havendo a necessidade de aplicação de métodos matemáticos elaborados para a resolução e correção de não linearidades que possam surgir, visto que o parâmetro da potência eólica é tratado como uma constante. Para que o modelo tenha uma maior representatividade e seja imune a aleatoriedades na potência eólica que possam existir, é necessário tratar a potência eólica como uma variável e aplicar técnicas que tornem o modelo imunizado contra estas aleatoriedades. Uma alternativa que tem sido investigada

para o tratamento de problema de otimização com incertezas são os modelos de otimização robustos, os quais serão discutidos nas seções seguintes.

Antes porém, para possibilitar comparações justas entre a abordagem tradicional e a abordagem robusta, é importante ajustar a modelagem da reserva do sistema de modo que ela acompanhe o valor da meta de incerteza Δ_t , a qual será detalhada na seção seguinte, conforme mostrado em (3.27):

$$R_t^{sys} = R_t^0 + \sum_{e \in E} \hat{p}_{et}^E \left(1 - \frac{\Delta_t^{aux}}{NE} \right), \quad (3.27)$$

em que:

$$\Delta_t^{aux} = \Delta_t, \text{ se houver variação de } \Delta_t.$$

Em (3.27) a reserva é fixada a partir de um valor inicial R_t^0 somado a um termo que depende da meta de incerteza Δ_t^{aux} . Este ajuste na meta de reserva do sistema, dado como uma função da meta de incerteza, possibilita que a meta estabelecida pela abordagem tradicional acompanhe a meta variável utilizada na abordagem robusta, que será descrita na seção a seguir.

A criação da variável auxiliar Δ_t^{aux} se dá pela necessidade de acompanhamento da variação da reserva de acordo com o modelo robusto, porém como se trata de um modelo determinístico, este não possui a meta de incerteza em sua formulação. Assim, a definição dada em (3.27) permite comparar duas abordagens distintas, porém com as mesmas reservas para o sistema.

3.4 Modelo Robusto

A otimização robusta tem sido uma técnica utilizada para o tratamento das incertezas em problemas de otimização. Com relação à otimização estocástica, a otimização robusta possui algumas vantagens (BERTSIMAS et al., 2013): i) ela requer apenas informações moderadas sobre o conjunto de dados, tais como a média e a faixa dos dados incertos a serem tratados; ii) a técnica é suficientemente flexível para que se possa inserir informações adicionais sobre os dados, tais como correlações com o modelo de incerteza quando estas informações estão disponíveis; iii) o modelo de otimização robusta constrói uma solução ótima que imuniza contra todas as realizações dos dados incertos dentro de um conjunto de incertezas.

3.4.1 Definindo um Conjunto de Incertezas para a Potência Eólica

O conjunto de incertezas é um conceito fundamental para a otimização robusta. Diferentemente da otimização estocástica, o modelo de incerteza em um problema de otimização robusta não é uma distribuição de probabilidades, mas um conjunto com uma faixa pré estabelecida. Neste trabalho, o parâmetro de incerteza é a potência gerada p_{et}^E

pela unidade eólica e , em cada período t . O conjunto de incerteza $\mathcal{P}_t^E$ está descrito em (3.28), conforme proposto por Bertsimas et al. (2013):

$$\mathcal{P}_t^E(\hat{\mathbf{p}}_t^E, \bar{\mathbf{p}}_t^E, \Delta_t) := \left\{ \mathbf{p}_t^E \in \mathbb{R}^{NE} : \sum_{e \in E} \frac{|p_{et}^E - \bar{p}_{et}^E|}{\hat{p}_{et}^E} \leq \Delta_t, p_{et}^E \in [\bar{p}_{et}^E - \hat{p}_{et}^E, \bar{p}_{et}^E + \hat{p}_{et}^E], \forall e \in E \right\}, \quad (3.28)$$

em que E é o conjunto de geradores eólicos, NE é a quantidade desses geradores, $\mathbf{p}_t^E$ é o vetor de geração de potência eólica no período t , $\bar{p}_{et}^E$ é o valor médio da geração de potência da unidade eólica e no período t , $\hat{p}_{et}^E$ é o desvio da geração de potência eólica nominal da unidade eólica e no período t , o intervalo $[\bar{p}_{et}^E - \hat{p}_{et}^E, \bar{p}_{et}^E + \hat{p}_{et}^E]$ é a faixa da incerteza de p_{et}^E . A desigualdade em (3.28) controla o desvio total com relação aos seus valores nominais de todas as gerações no período t .

O parâmetro Δ_t é denominado de “meta de incerteza” e pode assumir valores de 0 até NE . Quando $\Delta_t = 0$ o conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E = \bar{\mathbf{p}}_t^E$ é um *singleton*, correspondendo a um caso determinístico. Conforme Δ_t aumenta, o tamanho do conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$ se expande. Isso significa que quanto maior o desvio total da injeção de potência líquida esperada, isso resulta em um *unit commitment* robusto com soluções mais conservadoras fazendo com que o sistema esteja protegido contra um alto grau de incerteza. Quando $\Delta_t = NE$, $\mathcal{P}_t^E$ é igual a um hipercubo definido pelos intervalos de p_{et}^E para cada unidade geradora $e \in E$, resultando em decisões mais seguras.

3.4.2 Problema Robusto

A reformulação do modelo (3.1)–(3.26) como um problema robusto envolve a representação nas incertezas sobre a geração eólica p_{et}^E ao invés do seu tratamento como um valor médio constante $\bar{p}_{et}^E$. Para isso, adota-se uma faixa de valores possíveis para esta variável dada pelo conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$, descrito em (3.28), conforme (3.29):

$$p_{et}^E \in \mathcal{P}_t^E, \forall e \in E, \forall t \in T. \quad (3.29)$$

Como a restrição (3.29) não pode ser diretamente inserida no problema de otimização (3.1)–(3.26), e a otimização robusta visa que a solução esteja imunizada contra o pior caso, a teoria de otimização robusta define algumas reformulações do problema, de modo que esta restrição seja representada. Para isso, é mais simples descrever o modelo em termos dos vetores $\mathbf{x}$, associado às variáveis binárias (*unit commitment*) e $\mathbf{y}$, associado às variáveis reais do problema original (despacho), conforme (3.30) e (3.31), respectivamente:

$$\mathbf{x} = (u_{it}, w_{it}, z_{it}, \forall i \in I, \forall t \in T). \quad (3.30)$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} e_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T \\ e_{ctb}^C, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C \\ p_{it}^T, \forall i \in I, \forall t \in T \\ p_{ct}^C, p_{ct}^{CS}, \forall c \in C, \forall t \in T \\ r_{it}^U, r_{it}^D, r_{it}^{NS}, \forall i \in I, \forall t \in T \\ s_{ct}^U, s_{ct}^D, \forall c \in C, \forall t \in T \\ \theta_{nt}, \varepsilon_{nt}^{ger}, \forall n \in N, \forall t \in T \\ \varepsilon_t^{sys}, \forall t \in T \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Para que o modelo (3.1)–(3.26) possa ser rescrito em termos de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, definem-se as funções e o conjunto dados em (3.32)–(3.35), em que se destaca a dependência implícita dos valores de $\mathbf{y}$ em relação ao vetor de gerações eólicas $\mathbf{p}^E = (p_{et}^E, e \in E, t \in T)$:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{y}) := & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^T} \lambda_{itb}^T e_{itb}^T - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \gamma_{ctb}^C e_{ctb}^C \\ & + \left(\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RU} r_{it}^U + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RD} r_{it}^D + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RNS} r_{it}^{NS} \right) \\ & + \left(\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RU} s_{ct}^U + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RD} s_{ct}^D \right) \\ & + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} V_{ct}^{LOL} p_{ct}^{CS} + \sum_{t \in T} V_t^{LOR} \varepsilon_t^{sys} + \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} V_t^{GER} \varepsilon_{nt}^{ger}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\Omega_{\mathbf{y}} := \{\mathbf{y} : \text{as restrições (3.4)–(3.7), (3.10)–(3.17) são satisfeitas}\}. \quad (3.33)$$

$$\Omega_{\mathbf{x}} := \{\mathbf{x} : \text{as restrições (3.18) –(3.26) são satisfeitas}\}. \quad (3.34)$$

$$\Omega_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} := \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \text{as restrições (3.2), (3.3), (3.8), (3.9) são satisfeitas}\}. \quad (3.35)$$

em que o conjunto $\Omega_{\mathbf{y}}$ engloba as restrições dependentes exclusivamente de $\mathbf{y}$, $\Omega_{\mathbf{x}}$ as restrições exclusivamente dependentes de $\mathbf{x}$ e $\Omega_{\mathbf{x}, \mathbf{y}}$ engloba as restrições dependentes de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$. Por simplicidade, a relação de dependência das variáveis à direita da expressão (3.32) com relação ao vetor $\mathbf{p}^E$ não estão explicitadas.

A partir destas definições, o modelo (3.1)–(3.26), pode ser rescrito conforme (3.36), em que se destaca a restrição de balanço de potência (3.36)(d), na qual aparece a variável

p_{et}^E , cuja incerteza se pretende tratar:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}, \mathbf{y}}{\text{Min}} \quad \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C^{FIX} + F(\mathbf{y}) \\
 & \text{s.a:} \\
 & \quad \mathbf{y} \in \Omega_{\mathbf{y}} \tag{a} \\
 & \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{x}} \tag{b} \\
 & \quad (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Omega_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \tag{c} \\
 & \quad \sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T + \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E - \sum_{c \in C_n^C} (p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}) + \\
 & \quad - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = 0, \forall n \in N, \forall t \in T \tag{d} \\
 & \quad \mathbf{x} \text{ binárias.} \tag{e}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

A otimização robusta busca uma solução que fique imune à pior solução possível dentro do conjunto de incertezas. Isto é feito utilizando-se uma estrutura Max-Min, conforme mostrado em (3.37):

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C^{FIX} + \underset{\mathbf{p}^E}{\text{Max}} \left\{ \underset{\mathbf{y}}{\text{Min}} F(\mathbf{y}) \right\} \\
 & \text{s.a:} \\
 & \quad \mathbf{y} \in \Omega_{\mathbf{y}} \tag{a} \\
 & \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{x}} \tag{b} \\
 & \quad (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Omega_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \tag{c} \\
 & \quad \sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T + \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E - \sum_{c \in C_n^C} (p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}) + \\
 & \quad - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = 0, \forall n \in N, \forall t \in T \tag{d} \\
 & \quad \mathbf{x} \text{ binárias.} \tag{e}
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Neste trabalho, utiliza-se a metodologia para a solução do problema robusto descrito em (3.37) a qual é discutida no Capítulo 5. Para resolver as variáveis binárias é utilizada a decomposição de Benders, descrita na Seção 4.3 e com relação às não linearidades da função objetivo é utilizado o método de *outer approximation*, descrito na Seção 4.2.

4 Métodos de Solução Utilizados

Para que o modelo de leilão termo-eólico seja resolvido é necessário adotar técnicas matemáticas e computacionais que permitam resolver adversidades existentes em decorrência da complexidade do modelo proposto. Para a solução do modelo robusto proposto neste trabalho, foram utilizadas três técnicas de solução, que são descritas nas seções a seguir neste capítulo.

A técnica de dualização, dada pela teoria da dualidade, é descrita na Seção 4.1, sendo peça importante para reformulação da estrutura Max-Min do problema robusto, de modo que esta estrutura possa ser reformulada como um problema de maximização, somente. O problema de maximização resultante é então decomposto, pelo método de decomposição de Benders, nos problemas de nível superior e inferior, sendo que o problema de nível superior é formulado como um problema de *unit commitment*, que determina as variáveis binárias associadas com o liga/desliga das unidades, e o problema de nível inferior corresponde a um despacho de geração. O problema de nível inferior possui em sua função objetivo uma função bilinear. Para a solução deste problema, adota-se o método de *outer approximation*.

Os métodos citados acima, quais sejam, os métodos de reformulação dual, descrito na Seção 4.1, decomposição de Benders, descrito na Seção 4.3 e *outer approximation*, descrito na Seção 4.2, são detalhados neste capítulo para a solução de problemas de otimização genéricos. A aplicação destes métodos especificamente para a solução do problema de leilão robusto proposto neste trabalho é descrita no Capítulo 5.

4.1 Dualidade

Dado um problema de otimização, é possível definir outro problema de otimização associado, sendo que o primeiro é denominado problema primal enquanto o segundo é denominado de problema dual. Segundo Arenales et al. (2007), observar o problema dual corresponde a analisar o problema matemático primal sob outro ponto de vista. Além da definição do problema dual fornecer subsídios para resolver questões matemáticas complexas, esta abordagem também pode ser utilizada como alternativa para resolver o problema de otimização primal original. Quando certas condições de convexidade e qualificação das restrições são satisfeitas, os problemas primal e dual possuem equivalência no que diz respeito ao valor da função objetivo no ótimo. Para situações em que tais condições não ocorrem, entretanto, pode ocorrer o chamado *gap* dualidade, de modo que, nestes caso, os valores ótimos das funções objetivo primal e dual podem não coincidir.

Matematicamente, um problema primal genérico composto por variáveis $\mathbf{x}$ é definido como em (4.1), em que se destacam, entre parênteses, os multiplicadores de Lagrange (u_i)

e (v_i) associados às restrições de igualdade e desigualdade (BAZARAA, 2013):

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{Min} \quad f(\mathbf{x}) \\
 & s.a : \\
 & \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0 : \quad (u_i) \quad \text{para } i = 1, \dots, m \quad (a) \\
 & \quad h_i(\mathbf{x}) = 0 : \quad (v_i) \quad \text{para } i = 1, \dots, l \quad (b) \\
 & \quad \mathbf{x} \in X. \quad (c)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Dado o problema primal (4.1), o dual problema Lagrangiano associado é definido conforme (4.2):

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{u}, \mathbf{v}}{Max} \quad \theta(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \\
 & s.a : \\
 & \quad \mathbf{u} \geq 0,
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

em que:

$$\theta(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \inf \left\{ f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^l v_i h_i(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in X \right\}, \tag{4.3}$$

sendo $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ correspondentes a vetores das variáveis duais u e v .

No problema (4.2) as restrições (4.1)(a) e (4.1)(b) foram incorporadas na função objetivo (4.3) utilizando os multiplicadores de Lagrange ou também chamadas variáveis duais u_i e v_i . Mesmo existindo várias definições acerca de problemas duais a formulação mais utilizada é a formulação dual Lagrangiana, que consiste em maximizar o maior limite inferior da função, também denominado problema dual Max-Inf. Existem alguns teoremas que regem as relações envolvendo os problemas dual e primal, todos eles descritos em (BAZARAA, 2013).

De forma prática e para problemas de otimização linear, a construção de um problema dual a partir de um problema de otimização primal, pode ser mais facilmente realizada por meio de regras de construção, conforme descrito em Arenales et al. (2007) e reproduzido na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Regras para construção de um problema dual a partir de um problema primal (e vice-versa) para problemas de otimização lineares.

Primal (dual)	Dual (primal)
Minimização	Maximização
Vetor de recursos	Gradiente do objetivo
Gradiente do objetivo	Vetor de recursos
Restrição	Variável
=	Livre
$\leq$	$\leq$
$\geq$	$\geq$
Variável	Restrição
$\geq$	$\leq$
$\leq$	$\geq$
Livre	=

Seguindo as regras da Tabela 4.1 é possível descrever qualquer problema de otimização linear em sua forma dual, ou ainda fazer o contrário, escrever um problema dual em sua forma primal. Se um dos problemas (primal ou dual) corresponde a uma minimização, o outro problema (dual ou primal) deve ser escrito como um problema de maximização e vice-versa. Em um dos problemas (primal ou dual) o vetor de recursos corresponde ao gradiente do objetivo do outro problema (dual ou primal), e o gradiente do objetivo de um dos problemas (primal ou dual) corresponde ao vetor de recursos do outro problema (dual ou primal). Há também uma relação entre as variáveis no problema primal e as restrições no problema dual, e vice-versa. Assim, o tipo de cada restrição em um problema (primal ou dual) vai ditar se a respectiva variável será positiva, negativa ou livre no outro problema (dual ou primal) e vice-versa. A Tabela 4.1 sintetiza todas essas regras construtivas sendo utilizada para o desenvolvimento dos problemas duais utilizados nesta dissertação, conforme detalhado no Capítulo 5.

4.2 Método de *Outer Approximation*

O método de *outer approximation* é uma abordagem utilizada para resolver problemas de programação não linear inteira-mista utilizando princípios de decomposição, aproximação externa e relaxação. Conceitualmente, algoritmos baseados em aproximação externa descrevem a região de solução de um problema como a interseção de uma coleção infinita de conjuntos, possibilitando substituir um programa não linear por um de programação linear inteira-mista (DURAN; GROSSMANN, 1986; FLETCHER; LEYFFER, 1994; VARVAREZOS; GROSSMANN; BIEGLER, 1992).

Para a descrição do método, seja um problema de programação não linear inteira-mista conforme descrito em (4.4), em que as funções $f(y)$ e $g(y)$ são não lineares, porém

convexas e diferenciáveis:

$$\begin{aligned}
 & \underset{x,y}{Min} \quad z = c^T x + f(y) \\
 & s.a. \\
 & \quad g(y) + Bx \leq 0 \\
 & \quad Ax \leq a \\
 & \quad y \in Y, x \in \{0,1\}^{nx}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

em que $y \in \mathbb{R}^{ny}$ são as variáveis contínuas, $Y \subset \mathbb{R}^{ny}$, $x \in \{0,1\}^{nx}$, são as variáveis inteiras, $f : \mathbb{R}^{ny} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^{ny} \rightarrow \mathbb{R}^m$. Os parâmetros A , B e a , c são respectivamente matrizes e vetores constantes de dimensões conformáveis com as variáveis do problema. O primeiro conjunto de restrições do problema envolve variáveis contínuas e binárias, enquanto o segundo conjunto de restrições envolve somente as variáveis binárias, sendo linear em x .

O método de *outer approximation*, proposto por Duran e Grossmann (1986), se inicia com a definição do problema (4.5), obtido ao fixar as variáveis binárias de (4.4) em x^k . O problema (4.5) corresponde a uma projeção do problema original em y .

$$\text{Problema } \mathcal{U} \left\{ \begin{array}{l} \underset{y}{Min} \quad z(x^k) = c^T x^k + f(y) \\ s.a. \\ \quad g(y) + Bx^k \leq 0 \\ \quad y \in Y. \end{array} \right. \tag{4.5}$$

É possível usar o problema (4.6) para verificar se o problema $\mathcal{U}$ dado em (4.5) é infactível. Se $u \leq 0$ na solução do problema (4.6), o modelo (4.5) é factível, por outro lado, se $u > 0$ na solução de (4.6), o modelo (4.5) é infactível:

$$\begin{aligned}
 & \underset{y,u}{Min} \quad u \\
 & s.a. \\
 & \quad g(y) + Bx^k \leq u \\
 & \quad y \in Y, u \in \mathbb{R}.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

O fato de x^k estar fixo no problema (4.5) reduz o espaço de otimização deste problema, em relação ao problema (4.4) original. Como todas as demais restrições são idênticas em ambos os problemas de otimização, a solução ótima obtida pelo problema (4.5) corresponde a um caso particular do problema original (4.4). Assim, o valor ótimo da função objetivo no problema (4.5) não pode ser menor do que o valor ótimo da função objetivo do problema (4.4), de modo que pode-se utilizar a solução ótima de (4.5) como um limite superior para o problema (4.4).

A ideia principal do método de *outer approximation* consiste em desenvolver uma representação linear equivalente para o problema de programação não linear inteira-mista

(4.4) e aplicar a relaxação. Inicialmente, para a descrição do problema mestre, é necessário reformular o problema (4.4) por meio do problema equivalente (4.7):

$$\begin{aligned}
 & \underset{x,y,\alpha}{Min} \quad \alpha \\
 & s.a. \quad \alpha \geq c^T x + f(y) \\
 & \quad g(y) + Bx \leq 0 \\
 & \quad Ax \leq a \\
 & \quad y \in Y, x \in \{0,1\}^{nx} \\
 & \quad \alpha \in \mathbb{R}.
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

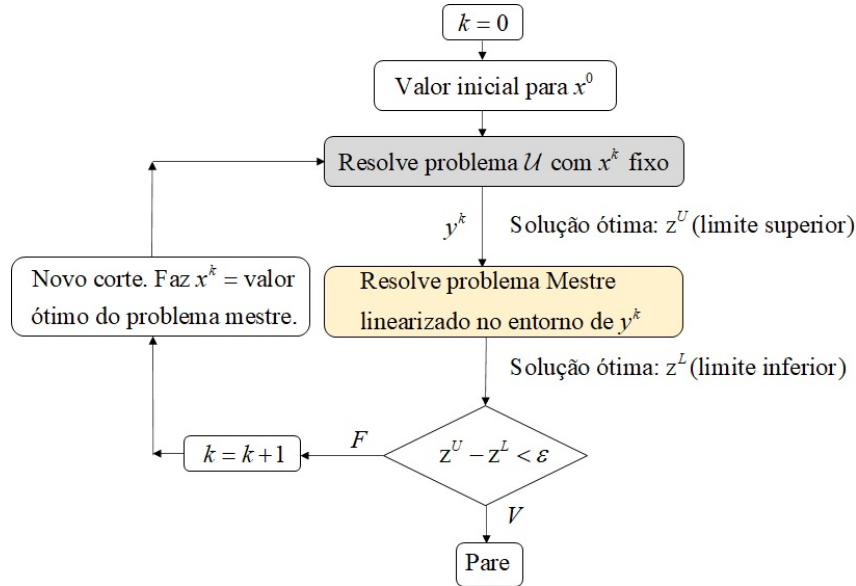
Com base na solução do problema $\mathcal{U}$ que define o limite superior, dado em (4.5), é possível obter, por relaxação, o problema mestre, que consiste em um problema de programação linear inteira-mista, conforme (4.8), em que as funções não lineares $f(y)$ e $g(y)$ são aproximadas por suas respectivas séries de Taylor de primeira ordem no entorno do ponto fixo y^k :

$$\text{Mestre} \left\{ \begin{aligned}
 & \underset{x,y,\alpha}{Min} \quad \alpha \\
 & s.a. \quad \alpha \geq c^T x + f(y^k) + \nabla f(y^k)^T (y - y^k) \\
 & \quad g(y^k) + \nabla g(y^k)^T (y - y^k) + Bx \leq 0 \\
 & \quad Ax \leq a \\
 & \quad y \in Y, x \in \{0,1\}^{nx} \\
 & \quad \alpha \in \mathbb{R},
 \end{aligned} \right. \tag{4.8}$$

em que $\nabla f(y^k)^T$ e $\nabla g(y^k)^T$ são os vetores gradientes associadas às funções $f(y)$ e $g(y)$, respectivamente.

O problema mestre (4.8) é um problema de programação linear inteira-mista, e corresponde à relaxação do problema original (4.4), de modo que o valor ótimo da sua função objetivo, pode então ser utilizada como limite inferior do método. Comparando o limite superior obtido a partir de (4.5) e o limite inferior (4.8), dois casos podem ocorrer: i) Caso estes valores sejam iguais, a solução final foi encontrada; ii) Caso estes valores forem diferentes, atualiza-se x^k como o novo valor fixo de x obtido em (4.8), então retorna-se ao subproblema de limite superior para encontrar novos limites. Este procedimento é executado iterativamente até que os limites superior e inferior sejam iguais. O algoritmo geral do método *outer approximation* é mostrado na Figura 4.1.

A seguir, para uma melhor compreensão dos passos do algoritmo, o método de *outer approximation* é aplicado em um problema de otimização para um exemplo simples,

Figura 4.1 – Algoritmo para o método de *outer approximation*.

Fonte: autoria própria.

descrito em (4.9):

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & z = x_1 + x_2 + y_1^2 + y_2^2 \\
 \text{s.a.} \quad & (y_1 - 2)^2 - y_2 \leq 0 \\
 & y_1 - 2x_1 \geq 0 \\
 & y_1 - y_2 - 3(1 - x_1) \leq 0 \\
 & y_1 - (1 - x_1) \geq 0 \\
 & y_2 - x_2 \geq 0 \\
 & y_1 + y_2 \geq 3x_1 \\
 & x_1 + x_2 \geq 1 \\
 & 0 \leq y_1 \leq 4, 0 \leq y_2 \leq 4 \\
 & x_1, x_2 \in \{0,1\}.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Adotando-se como ponto de partida os valores de $x_1 = x_2 = 1$ e substituindo-se em (4.9), obtém-se o problema (4.10):

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & z = 2 + y_1^2 + y_2^2 \\
 \text{s.a.} \quad & (y_1 - 2)^2 - y_2 \leq 0 \\
 & y_1 - 2 \geq 0 \\
 & y_1 - y_2 \leq 0 \\
 & y_2 - 1 \geq 0 \\
 & y_1 + y_2 \geq 3 \\
 & 0 \leq y_1 \leq 4, 0 \leq y_2 \leq 4
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

A solução do problema (4.10) é dada por $y^1 = (2,2)$ sendo o valor ótimo para o limite superior é dado por $z^U = 10$.

Escrevendo o problema original de maneira relaxada, obtém-se o problema mestre dado em (4.11):

$$\begin{aligned}
 &Min \quad \alpha \\
 &s.a. \\
 &\alpha \geq x_1 + x_2 + 8 + 4(y_1 - 2) + 4(y_2 - 2) \\
 &-y_2 \leq 0 \\
 &y_1 - 2x_1 \geq 0 \\
 &y_1 - y_2 - 3(1 - x_1) \leq 0 \\
 &y_1 - (1 - x_1) \geq 0 \\
 &y_2 - x_2 \geq 0 \\
 &y_1 + y_2 \geq 3x_1 \\
 &x_1 + x_2 \geq 1 \\
 &0 \leq y_1 \leq 4, 0 \leq y_2 \leq 4 \\
 &x_1, x_2 \in \{0,1\}.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

A solução do problema (4.11) é dada por $y^2 = (1,1)$ e $x^1 = (0,1)$ e o valor ótimo é $z^L = 1$. Como z^U e z^L não são iguais, resolve-se novamente o problema original (4.9), com $x^2 = (0,1)$:

$$\begin{aligned}
 &Min \quad z = 1 + y_1^2 + y_2^2 \\
 &s.a. \\
 &(y_1 - 2)^2 - y_2 \leq 0 \\
 &y_1 \geq 0 \\
 &y_1 - y_2 - 3 \leq 0 \\
 &y_1 - 1 \geq 0 \\
 &y_2 - 1 \geq 0 \\
 &y_1 + y_2 \geq 0 \\
 &0 \leq y_1 \leq 4, 0 \leq y_2 \leq 4.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

A solução de (4.12) é dada por $y^3 = (1,1)$, com solução ótima de $z^U = 3$. Reescrevendo-se o problema original relaxado conforme descrito em (4.11), obtém-se

(4.13):

$$\begin{aligned}
& \text{Min} \quad \alpha \\
& \text{s.a.} \\
& \alpha \geq x_1 + x_2 + 2 + 2(y_1 - 1) + 2(y_2 - 1) \\
& -2y_1 - y_2 + 3 \leq 0 \\
& y_1 - 2x_1 \geq 0 \\
& y_1 - y_2 - 3(1 - x_1) \leq 0 \\
& y_1 - (1 - x_1) \geq 0 \\
& y_2 - x_2 \geq 0 \\
& y_1 + y_2 \geq 3x_1 \\
& x_1 + x_2 \geq 1 \\
& 0 \leq y_1 \leq 4, 0 \leq y_2 \leq 4 \\
& x_1, x_2 \in \{0,1\}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

A solução de (4.13) é dada por $y^3 = (1,1)$ e $x^2 = (0,1)$ e o valor ótimo corresponde ao limite inferior dado por $z^L = 3$. Como os limites superior z^U e inferior z^L são iguais, a solução ótima do problema foi encontrada.

4.3 Método de Decomposição de Benders

O algoritmo de decomposição de Benders permite que problemas de otimização que apresentem variáveis complicadoras sejam resolvidos de maneira decomposta por meio de um processo iterativo (CONEJO et al., 2006). As variáveis complicadoras são aquelas que, se forem fixadas, tornam a solução numérica do problema de otimização mais simples, i.e. consideravelmente mais tratável. A ideia de decomposição proposta por Benders (1962) para problemas de otimização linear inteira-mista e generalizada por Geoffrion (1972) para problemas de otimização não linear inteira-mista consiste em fazer com que as variáveis complicadoras sejam fixadas temporariamente, tornando-o um problema de otimização linear/não linear de simples solução, porém parametrizado nessas variáveis complicadoras. O algoritmo, então, encontra o valor ótimo do vetor de variáveis restantes não fixas do problema e emprega uma abordagem de planos de corte, de modo a construir representações do valor extremo do problema linear/não linear mais simples, como uma função do vetor de parametrização e o conjunto de valores do vetor de parametrização. O método de decomposição de Benders generalizado, descrito em Geoffrion (1972), é detalhado a seguir.

Seja o problema de otimização $P(x,y)$ dado em (4.14):

$$\begin{aligned}
& \text{Min}_{x,y} \quad f(x,y) \\
& \text{s.a. :} \\
& g(x,y) \geq 0 \\
& x \in X, y \in Y,
\end{aligned} \tag{4.14}$$

em que: $x \in \mathbb{R}^{nx}$; $y \in \mathbb{R}^{ny}$, $f(x,y) : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x,y) : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}^{ng}$.

Supondo que y seja a variável complicadora, tem-se Y como o conjunto de variáveis complicadoras. Assim, para um valor fixo de y , o problema $P(x,y)$ dado em (4.14) se apresenta como um problema mais simples de se resolver. O problema $P(x,y)$ dado em (4.14) pode ser reescrito por meio do problema $Q(x,y)$ equivalente, conforme descrito em (4.15):

$$\begin{aligned} & \underset{y}{Min} \quad \underset{x}{Min} f(x,y) \\ & s.a : \\ & \quad g(x,y) \geq 0 \\ & \quad x \in X, y \in Y. \end{aligned} \tag{4.15}$$

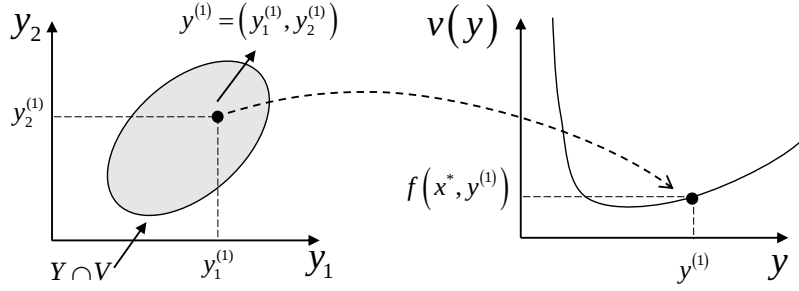
O problema $Q(x,y)$ também pode ser reescrito por meio de uma projeção do problema $P(x,y)$ em y , denominada $R(y)$, dada em (4.16):

$$\begin{aligned} & \underset{y}{Min} \quad v(y) \\ & s.a : \\ & \quad y \in Y \cap V \tag{a} \\ & \quad v(y) = \inf_{x \in X} \{f(x,y) : g(x,y) \geq 0\} \tag{b} \\ & \quad V = \{y : \exists x \in X : g(x,y) \geq 0\} \tag{c} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Por meio da restrição 4.16(a) é descrita a projeção da região factível de $P(x,y)$ em y . Em 4.16(b) é estabelecida a condição que garantirá a otimalidade do problema enquanto que em 4.16(c) é garantida a factibilidade, ou seja, os valores de y para os quais o problema $Q(x,y)$ é factível.

Relações de equivalência entre $P(x,y)$ e $R(y)$ são demonstradas por Geoffrion (1972). Uma das relações demonstradas entre os problemas $P(x,y)$ e $R(y)$ é que o problema $P(x,y)$ é infactível ou possui valor ótimo ilimitado, se, e somente se, o mesmo ocorre para $R(y)$. Além disso, demonstra-se que se (x^*, y^*) é ótimo em $P(x,y)$, então y^* é ótimo de $R(y)$. Finalmente, demonstra-se a seguinte relação entre os problemas (4.14), (4.15) e (4.16): se y^* é ótimo de $R(y)$, x^* atinge seu supremo em $Q(x, y^*)$, então (x^*, y^*) é o ótimo de $P(x,y)$.

A projeção de $P(x,y)$ em y pode ser representada graficamente conforme a Figura 4.2, sendo que, o gráfico à esquerda representa a factibilidade dada pelo conjunto $Y \cap V$ e o gráfico à direita representa a otimalidade dada pela função $v(y)$.

Figura 4.2 – Representação gráfica da projeção de $P(x, y)$ em y .

Fonte: autoria própria.

Para a construção da função $v(y)$, para cada ponto $y^{(1)} = (y_1^{(1)}, y_2^{(1)}) \in Y \cap V$ resolve-se o problema $Q(x, y^{(1)})$, obtém-se o valor de $f(x^*, y^{(1)})$, conforme mostrado na Figura 4.2, e dado em (4.17):

$$v(y^{(1)}) = f(x^*, y^{(1)}) = \inf_{x \in X} \{f(x, y^{(1)}) : g(x, y^{(1)}) \geq 0\}. \quad (4.17)$$

Para o tratamento do conjunto de factibilidade V , é necessário assumir as seguintes premissas: i) X é não vazio e convexo; ii) $g(x, y)$ é côncava em x para cada $y \in Y$ fixo e iii) o conjunto $Z_y = \{z \in \mathbb{R}^m : g(x, y) \geq z\}$ para algum $x \in X$ é fechado para cada $y \in Y$ fixo a todas as variáveis complicadoras que satisfazem V . A partir dessas premissas, mostra-se em (GEOFFRION, 1972) que um ponto $\bar{y} \in Y$ pertence ao conjunto V , se e somente se satisfaz o sistema infinito $S(x, \bar{y})$ dado pelo problema (4.18):

$$\begin{aligned} \sup_{x \in X} \lambda^T g(x, y) &\geq 0, \forall \lambda \in \Lambda \\ \Lambda &= \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^m : \lambda \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Como forma de provar as relações entre o conjunto V e o sistema infinito $S(x, \bar{y})$, é conveniente adotar um ponto arbitrário $\bar{y}$ em Y . É trivial mostrar que se $\bar{y}$ está em V , então o sistema (4.18) é satisfeito. O inverso pode ser demonstrado com a utilização da teoria da dualidade. Supondo que $\bar{y}$ satisfaz (4.18) é possível descrever que:

$$\inf_{\lambda \in \Lambda} \left[\sup_{x \in X} \lambda^T g(x, \bar{y}) \right] \geq 0. \quad (4.19)$$

Segue-se ainda que:

$$\inf_{\lambda \geq 0} \left[\sup_{x \in X} \lambda^T g(x, \bar{y}) \right] = 0. \quad (4.20)$$

O problema (4.20) pode ser interpretado como o dual do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x \in X} \quad & 0^T x \\ \text{s.a :} \quad & \\ & g(x, y) \geq 0. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Então, conforme descrito em (GEOFFRION, 1972), se $Z_{\bar{y}}$ é fechado, o problema (4.21) deve ser factível e portanto $\bar{y} \in V$.

Para o tratamento da função $v(y)$ parte-se da sua definição, conforme (4.22):

$$v(y) = \inf_{x \in X} \{f(x, y) : g(x, y) \geq 0\}. \quad (4.22)$$

Da teoria de dualidade, e sob condições de qualificação de restrições de Slater, sabe-se que:

$$v(y) = \sup_{u \geq 0} \left[\inf_{x \in X} \{f(x, y) + u^T g(x, y)\} \right], \forall y \in Y \cap V. \quad (4.23)$$

Assim, com as condições dadas em (4.22) e (4.23) o problema $R(y)$ fica da forma:

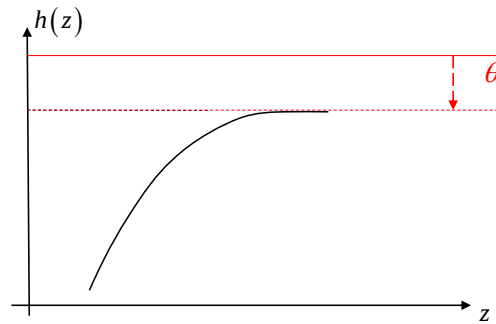
$$\begin{aligned} & \text{Min}_{y \in Y} \left[\sup_{u \geq 0} \left[\inf_{x \in X} \{f(x, y) + u^T g(x, y)\} \right] \right] \\ & \text{s.a. :} \\ & \sup_{x \in X} \lambda^T g(x, y) \geq 0, \quad \forall \lambda \in \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^m : \lambda \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Da teoria de otimização sabe-se que o supremo de uma função corresponde ao seu menor limite superior, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sup_z h(z) \\ z \in Z \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \inf_{\theta} \theta \\ \text{s.a. : } \theta \geq h(z), \forall z \in Z. \end{array} \right\} \quad (4.25)$$

Geometricamente, a interpretação de (4.25) é dada pela Figura 4.3, onde o supremo de $h(z)$ é dado pelo $\inf \theta$ sujeito a $\theta \geq h(z), \forall z \in Z$.

Figura 4.3 – Interpretação geométrica do supremo de $h(z)$.



Fonte: autoria própria.

Assim, o problema $R(y)$ dado em (4.24) resulta na forma (4.26):

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{y \in Y, \theta} \theta \\ & \text{s.a. :} \\ & \theta \geq \inf_{x \in X} \{f(x, y) + u^T g(x, y)\}, \forall u \geq 0 \\ & \sup_x \{\lambda^T g(x, y)\} \geq 0, \quad \forall \lambda \in \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^m : \lambda \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Teoricamente, o problema (4.26) deveria ser resolvido para infinitos valores de u e λ , i.e. $\forall u \geq 0$ e $\forall \lambda \in \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^m : \lambda \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}$. Entretanto, pode-se estabelecer um conjunto finito para estes valores por meio de relaxação. Para isso, são inseridos sucessivos cortes relacionados à otimalidade (i.e. associados com o primeiro conjunto de restrições em (4.26)) e cortes relacionados à factibilidade (i.e. associados com o segundo conjunto de restrições em (4.26)), em um processo iterativo (com variável contadora k), utilizando-se valores de $u^{(j)}$ e $\lambda^{(i)}$, pertencentes aos conjuntos O_k , e F_k , respectivamente. Estes conjuntos são estabelecidos em cada iteração k , conforme haja a necessidade de inserir cortes de otimalidade ou de factibilidade, respectivamente. O problema descrito em (4.27) é denominado de mestre, o qual representa o problema relaxado:

$$\mathcal{M}(u, \lambda) \left\{ \begin{array}{l} \underset{y \in Y, \theta}{\text{Min}} \theta \\ \text{s.a. :} \\ \theta \geq \inf_{x \in X} \left\{ f(x, y) + u^{(j)T} g(x, y) \right\}, \forall u^{(j)} \in O_k \\ \sup_x \left\{ \lambda^{(i)T} g(x, y) \right\} \geq 0, \quad \forall \lambda^{(i)} \in F_k. \end{array} \right. \quad (4.27)$$

Para a descrição do algoritmo, são definidos dois problemas de otimização a seguir. O problema primal $\mathcal{P}_k$ dado em (4.28), consiste no problema original em que a variável complicadora é fixada no valor $y^{(k)}$, associado à iteração k do método de decomposição de Benders.

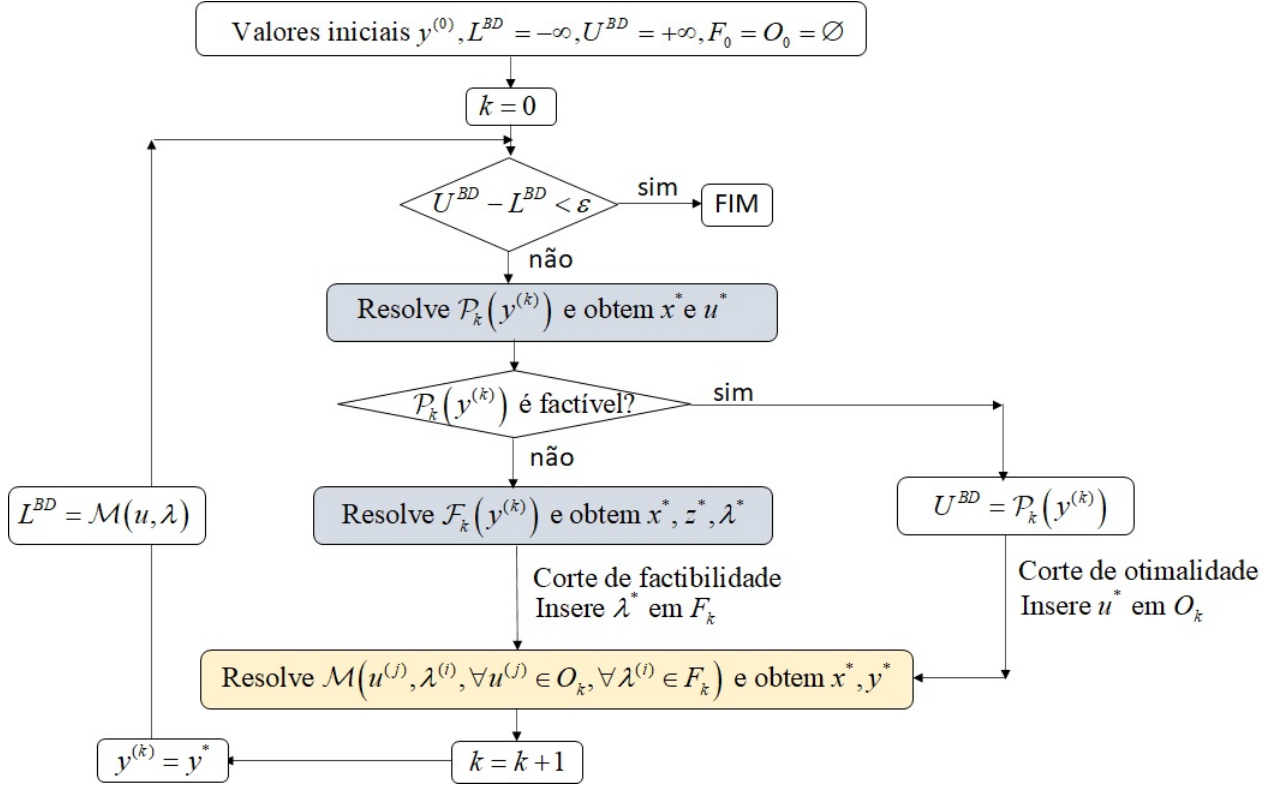
$$\text{Problema } \mathcal{P}_k(y^{(k)}) \left\{ \begin{array}{l} \underset{x}{\text{Min}} \quad f(x, y^{(k)}) \\ \text{s.a. :} \\ g(x, y^{(k)}) \geq 0 \\ x \in X. \end{array} \right. \quad (4.28)$$

O problema de $\mathcal{F}_k$ dado em (4.29) busca verificar se o problema $\mathcal{P}_k$ dado em (4.28) é factível ou não. Se o valor ótimo obtido para z no problema $\mathcal{F}_k$ for nulo, o problema $\mathcal{P}_k$ é factível, caso contrário, o problema é infactível.

$$\text{Problema } \mathcal{F}_k(y^{(k)}) \left\{ \begin{array}{l} \underset{x, z}{\text{Max}} \quad z \\ \text{s.a. :} \\ g(x, y^{(k)}) \geq z \\ x \in X, z \geq 0. \end{array} \right. \quad (4.29)$$

O algoritmo do método de decomposição de Benders generalizado é sintetizado na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Fluxograma do método de Decomposição de Benders.



Fonte: autoria própria.

No algoritmo, são estabelecidos inicialmente valores para as variáveis complicadoras $y^{(k)}$, para os limites inferior (L^{BD}) e superior (U^{BD}), para a precisão ϵ do método, e para os conjuntos O_k e F_k , associados com os cortes de otimalidade e factibilidade, respectivamente. Com o valor de $y^{(k)}$ fixo, o algoritmo checka a factibilidade associada a cada problema primal $\mathcal{P}_k(y^{(k)})$. Se o problema for factível, atualiza-se o valor de U^{BD} , e inserem-se cortes de otimalidade, atualizando-se o conjunto de otimalidade O_k . Caso contrário, resolve o problema de factibilidade $\mathcal{F}_k(y^{(k)})$, inserindo-se cortes de factibilidade por meio da atualização do conjunto de factibilidade F_k . Em ambos os casos, resolve-se o problema mestre $\mathcal{M}(u^{(i)}, \lambda^{(i)}, \forall u^{(i)} \in O_k, \forall \lambda^{(i)} \in F_k)$ no qual os cortes de otimalidade e factibilidade são efetivamente inseridos. Atualizam-se os valores de k , $y^{(k)}$ e do limite inferior L^{BD} , voltando-se à fase de verificação do erro do método, e assim, sucessivamente.

Assim, com o método de decomposição de Benders, o problema se torna mais tratável, através da fixação de variáveis complicadoras e resolução de uma abordagem de planos de cortes, por um procedimento iterativo. A aplicação do método de decomposição de Benders na resolução do problema proposto neste trabalho será detalhada no Capítulo 5.

5 Metodologia de Solução Proposta para o Problema Robusto

O problema de otimização robusto (3.37) proposto no Capítulo 3 para a representação de um leilão termo-eólico com incertezas possui uma estrutura Max-Min que dificulta sua solução. Outra dificuldade envolve as variáveis binárias do problema, que tornam a sua solução mais difícil. Assim, se tratarmos as variáveis binárias como complicadoras, pode-se utilizar o método de decomposição de Benders de forma a solucionar uma série de problemas de otimização linear mais simples. Neste capítulo, propõe-se uma metodologia de solução que, inicialmente, envolve a aplicação da decomposição de Benders ao problema, a qual é descrita a seguir. O tratamento da estrutura Max-Min resultante é discutido posteriormente.

O problema (3.37) pode ser reescrito em termos das variáveis $\mathbf{x}$ (complicadoras) e $\mathbf{y}$, conforme mostrado em (5.1), de modo a aplicar a técnica de decomposição de Benders, conforme será discutido à frente:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{Min} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C^{FIX} + \underset{\mathbf{p}^E \in \mathcal{P}^E}{Max} \underset{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)}{Min} F(\mathbf{y}) \\
 & s.a : \\
 & \quad \mathbf{x} \in \Omega_x \\
 & \quad \mathbf{x} \in \{0,1\}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

em que o conjunto $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)$ é dado por:

$$\begin{aligned}
 \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E) = \{ & \mathbf{y} : \mathbf{y} \in \Omega_y, (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Omega_{\mathbf{x}, \mathbf{y}}, \\
 & \sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T + \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E - \sum_{c \in C_n^C} (p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}) + \\
 & - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = 0, \forall t \in T, \forall n \in N \}.
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

O conjunto $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)$ pode ser entendido como o conjunto factível de soluções de despacho dada uma programação liga/desliga em $\mathbf{x}$ fixa e um vetor $\mathbf{p}^E$ que é composto das potências eólicas. Já o problema interno, dado por $\underset{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)}{Min} F(\mathbf{y})$, é um despacho econômico, para uma dada configuração liga/desliga $\mathbf{x}$ e o vetor de potências eólica $\mathbf{p}^E$. É conveniente, para a técnica de solução que será descrita na seção seguinte, escrever o problema dual associado ao despacho econômico. Isto porque o problema dual associado a $\underset{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)}{Min} F(\mathbf{y})$ é um problema de maximização, que torna a estrutura interna Max-Min em um único problema de maximização.

5.1 Modelo de Despacho Econômico: Problema Dual

Conforme discutido na seção anterior, o modelo de nível inferior de (5.1), dado por $\min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{P}^E)} F(\mathbf{y})$ é idêntico ao problema original (3.1)–(3.26), caso sejam fixados os valores de $\mathbf{x}$, sendo $\mathbf{x}$ o vetor associado às variáveis binárias de *unit commitment* que impacta diretamente nos valores de liga e desliga dos geradores térmicos. É adotado um despacho de potência eólica fixo dado pelo vetor $\mathbf{P}^E$ (diferente dos valores médios da potência eólica $\bar{\mathbf{P}}^E$ dado no problema original). Esse problema, que é determinístico, é reescrito em (5.3)–(5.19), definindo-se entre parêntesis as variáveis duais associadas a cada restrição:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^T} \lambda_{itb}^T e_{itb}^T - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \gamma_{ctb}^C e_{ctb}^C \\
 & + \left(\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RU} r_{it}^U + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RD} r_{it}^D + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \lambda_{it}^{RNS} r_{it}^{NS} \right) \\
 & + \left(\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RU} s_{ct}^U + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \gamma_{ct}^{RD} s_{ct}^D \right) \\
 & + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} V_{ct}^{LOL} p_{ct}^{CS} + \sum_{t \in T} V_t^{LOR} \varepsilon_t^{sys} + \sum_{t \in T} \sum_{n \in N} V_t^{GER} \varepsilon_{nt}^{ger} \\
 \text{sujeito a :} \quad &
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$0 \leq e_{itb}^T \leq U_{it} \bar{E}_{itb}^T, \left(\delta_{itb}^{Tmin}, \delta_{itb}^{Tmax} \right), \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T \tag{5.4}$$

$$e_{itb}^T = U_{it} \bar{E}_{itb}^T, \left(\delta_{itb}^{Tmin1} \right), \forall i \in I, \forall t \in T, b = 1 \tag{5.5}$$

$$0 \leq e_{ctb}^C \leq \bar{E}_{ctb}^C, \left(\delta_{ctb}^{Cmin}, \delta_{ctb}^{Cmax} \right), \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C \tag{5.6}$$

$$p_{it}^T - \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T = 0, \left(\pi_{it}^T \right), \forall i \in I, \forall t \in T \tag{5.7}$$

$$p_{ct}^C - \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C = 0, \left(\pi_{ct}^C \right), \forall c \in C, \forall t \in T \tag{5.8}$$

$$0 \leq p_{ct}^{CS} \leq P_{ct}^{CSmax}, \left(\pi_{ct}^{CSmin}, \pi_{ct}^{CSmax} \right), \forall c \in C, \forall t \in T \tag{5.9}$$

$$0 \leq r_{it}^U \leq \sum_{b \in B^T} \left(U_{it} \bar{E}_{itb}^T - e_{itb}^T \right), \left(\rho_{it}^{Umin}, \rho_{it}^{Umax} \right), \forall i \in I, \forall t \in T \tag{5.10}$$

$$0 \leq r_{it}^{NS} \leq (1 - U_{it}) \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T, \left(\rho_{it}^{NSmin}, \rho_{it}^{NSmax} \right), \forall i \in I, \forall t \in T \tag{5.11}$$

$$0 \leq r_{it}^D \leq U_{it} \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T, \left(\rho_{it}^{Dmin}, \rho_{it}^{Dmax} \right), \forall i \in I, \forall t \in T \tag{5.12}$$

$$0 \leq s_{ct}^U \leq \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C, \left(\sigma_{ct}^{Umin}, \sigma_{ct}^{Umax} \right), \forall c \in C, \forall t \in T \tag{5.13}$$

$$0 \leq s_{ct}^D \leq \sum_{b \in B^C} (\bar{E}_{ctb}^C - e_{ctb}^C), (\sigma_{ct}^{Dmin}, \sigma_{ct}^{Dmax}), \forall c \in C, \forall t \in T \quad (5.14)$$

$$\sum_{i \in I} (r_{it}^U + r_{it}^{NS} - r_{it}^D) + \sum_{c \in C} (s_{ct}^U - s_{ct}^D) + \varepsilon_t^{sys} \geq R_t^{sys}, (\rho_t^{sys}), \forall t \in T \quad (5.15)$$

$$\varepsilon_t^{sys} \geq 0, (\rho_t^{\varepsilon sys}), \forall t \in T \quad (5.16)$$

$$\sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T - \sum_{c \in C_n^C} (p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}) - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = - \sum_{e \in G_n^E} P_{et}^E, \quad (\mu_{nt}), \forall n \in N, \forall t \in T \quad (5.17)$$

$$\varepsilon_{nt}^{ger} \geq 0, (\rho_{nt}^{ger}), \forall n \in N, \forall t \in T \quad (5.18)$$

$$-F_{nm}^{max} \leq B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) \leq F_{nm}^{max}, (\varphi_{nmt}^{min}, \varphi_{nmt}^{max}), \forall n \in N, \forall m \in N_n^N, \forall t \in T. \quad (5.19)$$

A regra de construção do problema dual associado ao problema primal (5.3)–(5.19) é dada em Arenales et al. (2007), tendo sido sintetizada na Tabela 4.1. O primeiro passo consiste em deixar do lado esquerdo da restrição todas as parcelas associadas às variáveis do problema, deixando do lado direito os recursos (constantess) do problema primal conforme (5.20)–(5.44). Além disso, todas as restrições foram reescritas como do tipo ≥ 0 , de modo que todas as variáveis duais sejam também não negativas:

$$e_{itb}^T \geq 0, (\delta_{itb}^{Tmin}), \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T. \quad (5.20)$$

$$-e_{itb}^T \geq -U_{it} \bar{E}_{itb}^T, (\delta_{itb}^{Tmax}), \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T. \quad (5.21)$$

$$e_{itb}^T = U_{it} \bar{E}_{itb}^T, (\delta_{itb}^{Tmin1}), \forall i \in I, \forall t \in T, b = 1. \quad (5.22)$$

$$e_{ctb}^C \geq 0, (\delta_{ctb}^{Cmin}), \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (5.23)$$

$$-e_{ctb}^C \geq -\bar{E}_{ctb}^C, (\delta_{ctb}^{Cmax}), \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (5.24)$$

$$p_{it}^T - \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T = 0, (\pi_{it}^T) \quad \forall i \in I, \quad \forall t \in T. \quad (5.25)$$

$$p_{ct}^C - \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C = 0, (\pi_{ct}^C), \quad \forall c \in C, \quad \forall t \in T. \quad (5.26)$$

$$p_{ct}^{CS} \geq 0, \left(\pi_{ct}^{CSmin}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.27)$$

$$-p_{ct}^{CS} \geq -P_{ct}^{CSmax}, \left(\pi_{ct}^{CSmax}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.28)$$

$$r_{it}^U \geq 0, \left(\rho_{it}^{Umin}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.29)$$

$$-r_{it}^U - \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T \geq - \sum_{b \in B^T} U_{it} \bar{E}_{itb}^T, \left(\rho_{it}^{Umax}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.30)$$

$$r_{it}^{NS} \geq 0, \left(\rho_{it}^{NSmin}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.31)$$

$$-r_{it}^{NS} \geq (U_{it} - 1) \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T, \left(\rho_{it}^{NSmax}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.32)$$

$$r_{it}^D \geq 0, \left(\rho_{it}^{Dmin}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.33)$$

$$-r_{it}^D + \sum_{b \in B^T} e_{itb}^T \geq 0, \left(\rho_{it}^{Dmax}\right), \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.34)$$

$$s_{ct}^U \geq 0, \left(\sigma_{ct}^{Umin}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.35)$$

$$-s_{ct}^U + \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C \geq 0, \left(\sigma_{ct}^{Umax}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.36)$$

$$s_{ct}^D \geq 0, \left(\sigma_{ct}^{Dmin}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.37)$$

$$-s_{ct}^D - \sum_{b \in B^C} e_{ctb}^C \geq - \sum_{b \in B^C} \bar{E}_{ctb}^C, \left(\sigma_{ct}^{Dmax}\right), \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.38)$$

$$\sum_{i \in I} \left(r_{it}^U + r_{it}^{NS} - r_{it}^D\right) + \sum_{c \in C} \left(s_{ct}^U - s_{ct}^D\right) + \varepsilon_t^{sys} \geq R_t^{sys}, (\rho_t^{sys}), \forall t \in T. \quad (5.39)$$

$$\varepsilon_t^{sys} \geq 0 (\rho_t^{sys}), \forall t \in T. \quad (5.40)$$

$$\sum_{i \in G_n^T} p_{it}^T - \sum_{c \in C_n^C} \left(p_{ct}^C - p_{ct}^{CS}\right) - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\theta_{nt} - \theta_{mt}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = - \sum_{e \in G_n^E} P_{et}^E, \quad (\mu_{nt}), \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.41)$$

$$\varepsilon_{nt}^{ger} \geq 0, (\rho_{nt}^{ger}), \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.42)$$

$$B_{nm}(\theta_{nt} - \theta_{mt}) \geq -F_{nm}^{max}, (\varphi_{nmt}^{min}), \forall n \in N, \forall m \in N_n^N, \forall t \in T. \quad (5.43)$$

$$B_{nm}(\theta_{mt} - \theta_{nt}) \geq -F_{nm}^{max}, (\varphi_{nmt}^{max}), \forall n \in N, \forall m \in N_n^N, \forall t \in T. \quad (5.44)$$

A construção da função objetivo dual é dada pela multiplicação dos recursos do problema primal pelas variáveis duais associadas. Assim, a função objetivo dual é dada conforme (5.45):

$$\begin{aligned} D(\mathbf{X}, \mathbf{P}^E) = & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \delta_{it1}^{Tmin1} U_{it} \bar{E}_{it1}^T - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^T} \delta_{itb}^{Tmax} U_{it} \bar{E}_{itb}^T \\ & - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \delta_{ctb}^{Cmax} \bar{E}_{ctb}^C - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \pi_{ct}^{CSmax} P_{ct}^{CSmax} \\ & - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\rho_{it}^{Umax} U_{it} \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T \right) - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\rho_{it}^{NSmax} (1 - U_{it}) \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T \right) \\ & + \sum_{t \in T} R_t^{sys} \rho_t^{sys} - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \left(\sigma_{ct}^{Dmax} \sum_{b \in B^C} \bar{E}_{ctb}^C \right) \\ & - \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} \mu_{nt} \sum_{e \in G_n^E} P_{et}^E - \sum_{n \in N} \sum_{m \in N_n^N} \sum_{t \in T} (\varphi_{nmt}^{min} + \varphi_{nmt}^{max}) F_{nm}^{max}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Nota-se que os termos com recursos nulos não aparecem na função primal. O vetor de variáveis duais do problema é dado por (5.46).

$$\alpha = \begin{pmatrix} \delta_{itb}^{Tmin}, \delta_{itb}^{Tmax}, \delta_{itb}^{Tmin1}, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T \\ \delta_{ctb}^{Cmin}, \delta_{ctb}^{Cmax}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C \\ \pi_{it}^T, \rho_{it}^{Umin}, \rho_{it}^{Umax}, \rho_{it}^{NSmin}, \rho_{it}^{NSmax}, \rho_{it}^{Dmin}, \rho_{it}^{Dmax}, \forall i \in I, \forall t \in T \\ \pi_{ct}^C, \pi_{ct}^{CSmin}, \pi_{ct}^{CSmax}, \sigma_{ct}^{Umin}, \sigma_{ct}^{Umax}, \sigma_{ct}^{Dmin}, \sigma_{ct}^{Dmax}, \forall c \in C, \forall t \in T \\ \rho_t^{sys}, \rho_t^{sys}, \forall t \in T \\ \mu_{nt}, \rho_{nt}^{ger}, \forall n \in N, \forall t \in T \\ \varphi_{nmt}^{min}, \varphi_{nmt}^{max}, \forall n \in N, \forall m \in N_n^N, \forall t \in T \end{pmatrix}. \quad (5.46)$$

Segundo regra de construção, as restrições de igualdade e desigualdade associadas ao problema dual estão relacionadas a cada variável de otimização do problema dual. Assim, por exemplo, associadas às variáveis primais e_{itb}^T devem aparecer, no problema dual, restrições para cada $t \in T, i \in I$ e $b \in B^T$, conforme restrição mostrada em (5.47):

$$\delta_{itb}^{Tmin} - \delta_{itb}^{Tmax} - \pi_{it}^T - \rho_{it}^{Umax} + \rho_{it}^{Dmax} = \lambda_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T, \forall b \in B^T : b \neq 1. \quad (5.47)$$

Do lado esquerdo da restrição de igualdade (5.47), aparecem os fatores que multiplicam as variáveis e_{itb}^T em cada restrição onde esta variável aparece no problema primal, multiplicados pelas variáveis duais associadas a cada restrição. Do lado direito da igualdade aparecem os fatores relacionados ao gradiente da função objetivo do problema primal, os quais, segundo a regra de construção, se tornam os respectivos recursos no problema dual. Como as variáveis primais estão livres no problema primal (i.e. existem restrições

explícitas para representar a não negatividade destas variáveis), todas as restrições do problema dual são dadas na forma de restrições de igualdade, como em (5.47).

Para a situação em que $b = 1$ a restrição de e_{itb}^T é dada por (5.48):

$$\delta_{itb}^{Tmin1} + \delta_{itb}^{Tmin} - \delta_{itb}^{Tmax} - \pi_{it}^T - \rho_{it}^{Umax} + \rho_{it}^{Dmax} = \lambda_{itb}^T, \forall i \in I, \forall t \in T : b = 1. \quad (5.48)$$

De forma análoga, pode-se escrever as restrições do problema dual em relação a cada variável primal do problema. Para a variável e_{ctb}^C , tem-se a restrição dual dada em (5.49):

$$\delta_{ctb}^{Cmin} - \delta_{ctb}^{Cmax} - \pi_{ct}^C + \sigma_{ct}^{Umax} - \sigma_{ct}^{Dmax} = -\gamma_{ctb}^C, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (5.49)$$

Para a variável primal r_{it}^U , tem-se a restrição (5.50):

$$\rho_{it}^{Umin} - \rho_{it}^{Umax} + \rho_t^{sys} = \lambda_{it}^R, \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.50)$$

Para a variável primal r_{it}^D , tem-se a restrição (5.51):

$$\rho_{it}^{Dmin} - \rho_{it}^{Dmax} - \rho_t^{sys} = \lambda_{it}^{RD}, \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.51)$$

Para a variável primal r_{it}^{NS} , tem-se a restrição (5.52):

$$\rho_{it}^{NSmin} - \rho_{it}^{NSmax} + \rho_t^{sys} = \lambda_{it}^{RNS}, \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (5.52)$$

Para a variável primal s_{ct}^U , tem-se a restrição (5.53):

$$\sigma_{ct}^{Umin} - \sigma_{ct}^{Umax} + \rho_t^{sys} = \gamma_{ct}^R, \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.53)$$

Para a variável primal s_{ct}^D , tem-se a restrição (5.54):

$$\sigma_{ct}^{Dmin} - \sigma_{ct}^{Dmax} - \rho_t^{sys} = \gamma_{ct}^{RD}, \forall c \in C, \forall t \in T. \quad (5.54)$$

Para a variável primal p_{ct}^{CS} , tem-se a restrição (5.55):

$$\pi_{ct}^{CSmin} - \pi_{ct}^{CSmax} + \mu_{nt} = V_{ct}^{LOL}, \forall c \in C_n^C, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.55)$$

Para a variável primal p_{it}^T , tem-se a restrição (5.56):

$$\pi_{it}^T + \mu_{nt} = 0, i \in G_n^T, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.56)$$

Para a variável primal p_{ct}^C , tem-se a restrição (5.57):

$$\pi_{ct}^C - \mu_{nt} = 0, c \in C_n^C, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.57)$$

Para a variável primal θ_{nt} , tem-se a restrição (5.58):

$$\begin{aligned} & - \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} \mu_{nt} + \sum_{m \in N_n^N} B_{mn} \mu_{mt} + \sum_{m \in N_n^N} B_{nm} (\varphi_{nmt}^{min} - \varphi_{nmt}^{max}) + \\ & + \sum_{m \in N_n^N} B_{mn} (\varphi_{mnt}^{max} - \varphi_{mnt}^{min}) + \varepsilon_{nt}^{ger} = 0, \forall n \in N, \forall t \in T. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Para a variável primal ε_t^{sys} , tem-se a restrição (5.59)

$$\rho_t^{sys} + \rho_t^{\varepsilon sys} = V_t^{LOR}, \forall t \in T. \quad (5.59)$$

Para a variável primal ε_{nt}^{ger} , tem-se a restrição (5.60)

$$\mu_{nt} + \rho_{nt}^{ger} = V_t^{GER}, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (5.60)$$

Dada as definições anteriores, as variáveis do vetor α , que no problema primal relacionam equações de igualdade são irrestritas no problema dual, já as que relacionam restrições de desigualdades do tipo $\geq$ no problema primal são variáveis ≥ 0 no problema dual.

Assim, o problema dual associado ao problema primal (5.3)–(5.19) é descrito em (5.61), em que é definido o vetor α , que abrange todas as variáveis duais do problema, e se destaca a relação de dependência deste vetor como função das decisões de liga/desliga das unidades $\mathbf{x}$ e de despacho das unidades eólicas $\mathbf{P}^E$, os quais foram fixados no problema primal.

$$S(\mathbf{x}, \mathbf{P}^E) = \underset{\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{P}^E)}{Max} \quad (5.45)$$

$$s.a \quad (5.61)$$

$$(5.47) - (5.60).$$

Se for permitido que o despacho das unidades eólicas $\mathbf{p}^E$ possa variar dentro da faixa estabelecida pelo conjunto de incerteza $\mathcal{P}_t^E$ e, tomando-se o pior caso (máximo custo), como descrito no problema (5.1), pode-se definir o problema (5.62), a seguir:

$$R(\mathbf{x}) = \underset{\alpha(\mathbf{x}), \mathbf{P}^E}{Max} \quad (5.45)$$

$$s.a \quad (5.62)$$

$$(5.47) - (5.60)$$

$$\mathbf{p}^E \in \mathcal{P}_t^E.$$

Nota-se que o problema $R(\mathbf{x})$ que representa a estrutura Max-Min, foi transformado em um único problema de maximização. O problema (5.62) possui em sua região de factibilidade um poliedro (restrições lineares associadas à variáveis duais α). Entretanto, com $\mathbf{p}^E$ adotado aqui como variável, na função objetivo (5.45) aparece um termo bilinear dado por $\sum_{t \in T} \sum_{n \in N} \mu_{nt} \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E$.

Para resolução do problema é utilizada uma estrutura bi-estágio onde no nível superior ocorre o cálculo das decisões binárias $\mathbf{x}$ pelo método de decomposição de Benders utilizando informações de cortes gerados pelo nível inferior. No nível inferior ocorre o cálculo das decisões de despacho dual $\alpha, \mathbf{p}^E$ para o pior caso de potência eólica, com os valores de decisões binárias fixos obtidos no nível superior. Na seção a seguir, descreve-se o método de *Outer Approximation* (OA) para a resolução do nível inferior e linearização do termo bilinear.

5.2 Método de *Outer Approximation* para o Tratamento do Termo Bilinear

A estratégia de solução adotada para resolver o problema de nível inferior de $R(\mathbf{x})$ consiste em um algoritmo de *Outer Approximation* (OA), em que o termo bilinear em $R(\mathbf{x})$ é linearizado no entorno de pontos de solução intermediários e aproximações lineares são adotadas na formulação OA.

Conforme descrito teoricamente na Seção 4.2, o algoritmo de solução de OA aplicado à resolução do problema é sintetizado nos seguintes passos:

Inicialização

Supõe-se que as decisões de ligar/desligar as unidades dadas por $\mathbf{x}_k$ estão fixadas (em que k é o índice da iteração do algoritmo de decomposição de Benders descrito a seguir). Encontra-se inicialmente um vetor de potências eólicas $\mathbf{p}_1^E \in \mathcal{P}_t^E$. Estabelecem-se limites inferiores e superiores para o algoritmo de OA dados por $L^{OA} = -\infty$ e $U^{OA} = \infty$, respectivamente, atribui-se o número da iteração $j = 1$ para o método OA e estabelece-se uma tolerância de convergência $\epsilon > 0$.

Passo 1

Resolve-se o problema $S(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_j^E)$ dado em (5.61). Seja a solução deste problema dada por α_j e atualiza-se o limite inferior por $L^{OA} = S(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_j^E)$.

Passo 2

Verifica-se a tolerância de convergência foi atingida, ou seja, se $U^{OA} - L^{OA} < \epsilon$ então pare e a saída é a solução atual. Caso contrário, vá para o Passo 3.

Passo 3

Calcula-se uma linearização da função bilinear no ponto $(\mathbf{p}_j^E, \mu_j)$, conforme expressão (5.63) e vá para o Passo 4:

$$L_j(\mathbf{p}^E, \mu) = \mu_j^T \mathbf{p}_j^E + (\mu - \mu_j)^T \mathbf{p}_j^E + (\mathbf{p}^E - \mathbf{p}_j^E)^T \mu_j. \quad (5.63)$$

Passo 4

Resolve-se a versão linearizada do problema mestre do OA, conforme (5.64):

$$\begin{aligned}
 U(\mathbf{x}_k, \mu_j, \mathbf{p}_j^E) = & \underset{\alpha(\mathbf{x}), \mathbf{p}^E, \beta}{Max} \quad D^L(\alpha(\mathbf{x})) + \beta \\
 s.a \quad & \beta \leq L_i, \quad i = 1, \dots, j \\
 & (5.47) - (5.60) \\
 & \mathbf{p}^E \in \mathcal{P}_t^E,
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

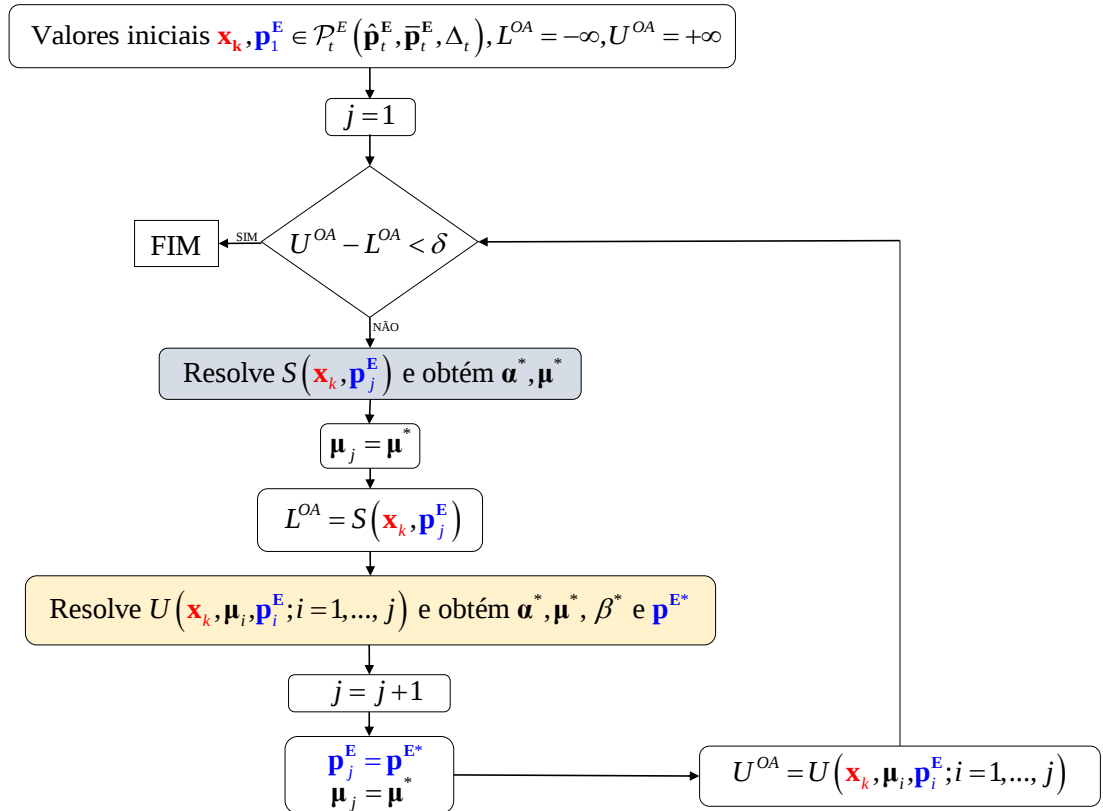
em que: $D^L(\alpha(\mathbf{x}))$ é dado pela expressão (5.45) retirando-se o termo bilinear $\sum_{t \in T} \sum_{n \in N} \mu_{nt} \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E$.

Com a solução do problema (5.64) dada por $(\alpha_{j+1}, \mu_{j+1}, \beta_{j+1}, \mathbf{p}_{j+1}^E)$, atualiza-se o limite superior do OA conforme $U^{OA} = U(\mathbf{x}_k, \mu_i, \mathbf{p}_i^E; i = 1, \dots, j)$. Faça $j = j + 1$ e volte para o Passo 2.

5.2.1 Fluxograma do Método de *Outer Approximation*

De modo a obter uma melhor visualização do algoritmo OA, descreve-se o seu fluxograma na Figura 5.1, que exibe de forma visual o algoritmo.

Figura 5.1 – Fluxograma do método de *Outer Approximation*.



Fonte: autoria própria.

Depois de inicializado o fluxo, o algoritmo executa de forma iterativa os cálculos dos problemas $S(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_j^E)$ e $U(\mathbf{x}_k, \mu_j, \mathbf{p}_j^E)$ variando em j até que o critério de parada seja obtido.

5.3 Método de Decomposição de Benders para a Obtenção das Decisões de Liga/Desliga

O método de decomposição de Benders tem como objetivo, decompor o problema de otimização em termos de suas variáveis binárias e contínuas. Para isso, reescreve-se o problema (5.1), conforme (5.65):

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C^{FIX} + \text{Max}_{\mathbf{p}^E \in \mathcal{P}^E} \text{Min}_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^E)} F(\mathbf{y}) \\ \text{s.a :} \quad & \\ & \mathbf{x} \in \Omega_x \\ & \mathbf{x} \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (5.65)$$

O problema Max-Min interno é definido em (5.62) como $R(\mathbf{x})$. Para o algoritmo de Benders, no problema $R(\mathbf{x})$, as variáveis duais α , bem como as decisões de geração eólica $\mathbf{p}^E$ são valores fixos (parâmetros). Assim, pode-se escrever o problema equivalente (5.66):

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C^{FIX} + \text{Max}_{\alpha(\mathbf{x}), \mathbf{p}^E} \quad (5.45) \\ \text{s.a :} \quad & \\ & \mathbf{x} \in \Omega_x \\ & \mathbf{x} \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (5.66)$$

Por outro lado, a solução do problema de maximização, que corresponde ao problema $R(\mathbf{x})$, é feita utilizando-se o algoritmo de OA discutido na seção anterior, em que os valores de $\mathbf{x}$ são fixados e os valores de α e $\mathbf{p}^E$ são calculados. O algoritmo de decomposição de Benders possui a seguinte estrutura:

Inicialização

Adota-se um ponto inicial $\mathbf{x}_0$, sendo essa uma solução factível para a resolução de decomposição de Benders. Resolve-se $R(\mathbf{x}_0)$ dado em (5.62) para se obter uma solução inicial de α_1 e $\mathbf{p}_1^E$. Estabelecem-se limites para decomposição de Benders como sendo inferior $L^{BD} = -\infty$ e superior $U^{BD} = \infty$. É também definida a inicialização do número de iterações $k = 1$ e uma tolerância de convergência $\epsilon > 0$.

Passo 1

Resolve-se o problema mestre da decomposição de Benders, sendo este um problema de programação linear inteira mista dado em (5.67):

$$M(\alpha_l, \mathbf{p}_l^E; l = 1, \dots, k) = \min_{\mathbf{x}, \gamma} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{it} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{it} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{it} C_i^{FIX} + \gamma$$

s.a :

$$\begin{aligned} \gamma &\geq D(\alpha_l), \forall l = 1, \dots, k \\ \mathbf{x} &\in \Omega_x \\ \mathbf{x} &\in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (5.67)$$

em que: a função dual $D(\alpha_k)$ para o passo atual da iteração k de Benders é dada por:

$$\begin{aligned} D(\alpha_k) = & + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \delta_{it1}^{Tmin1}(k) U_{it} \bar{E}_{it1}^T - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^T} \delta_{itb}^{Tmax}(k) U_{it} \bar{E}_{itb}^T \\ & - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \delta_{ctb}^{Cmax}(k) \bar{E}_{ctb}^C - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \pi_{ct}^{CSmax}(k) P_{ct}^{CSmax} \\ & - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\rho_{it}^{Umax}(k) U_{it} \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T \right) - \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\rho_{it}^{NSmax}(k) (1 - U_{it}) \sum_{b \in B^T} \bar{E}_{itb}^T \right) \\ & + \sum_{t \in T} R_t^{sys} \rho_t^{sys}(k) - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \left(\sigma_{ct}^{Dmax}(k) \sum_{b \in B^C} \bar{E}_{ctb}^C \right) \\ & - \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} \mu_{nt}(k) \sum_{e \in G_n^E} p_{et}^E(k) - \sum_{n \in N} \sum_{m \in N_n^N} \sum_{t \in T} (\varphi_{nmt}^{min}(k) + \varphi_{nmt}^{max}(k)) F_{nm}^{max}. \end{aligned} \quad (5.68)$$

Na função $D(\alpha_k)$ destaca-se que as variáveis duais α_k são obtidas a partir da solução do problema de OA resolvido no nível inferior para cada iteração $l = 1, \dots, k$ de Benders, conforme destacado com a notação (k) . Tanto as variáveis duais quanto a geração eólica p^E são obtidas a partir do problema de OA resolvido no nível inferior.

Os valores encontrados de α_k são os ótimos atuais do problema de OA para um determinado valor de $\mathbf{x}_k$ fixo. Atualiza-se o limite inferior para $L^{BD} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{itk} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{itk} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{itk} C_i^{FIX} + \gamma$.

Passo 2

Resolve-se o problema (5.66), a metodologia já foi discutida anteriormente com o método de *outer approximation*. Seja a solução do problema dada por α_{k+1} , $\mathbf{p}_{k+1}^E$, atualiza-se o limite superior do BD conforme $U^{BD} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} z_{itk} C_i^{SU} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} w_{itk} C_i^{SD} + \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} u_{itk} C_i^{FIX} + R(\mathbf{x}_k)$.

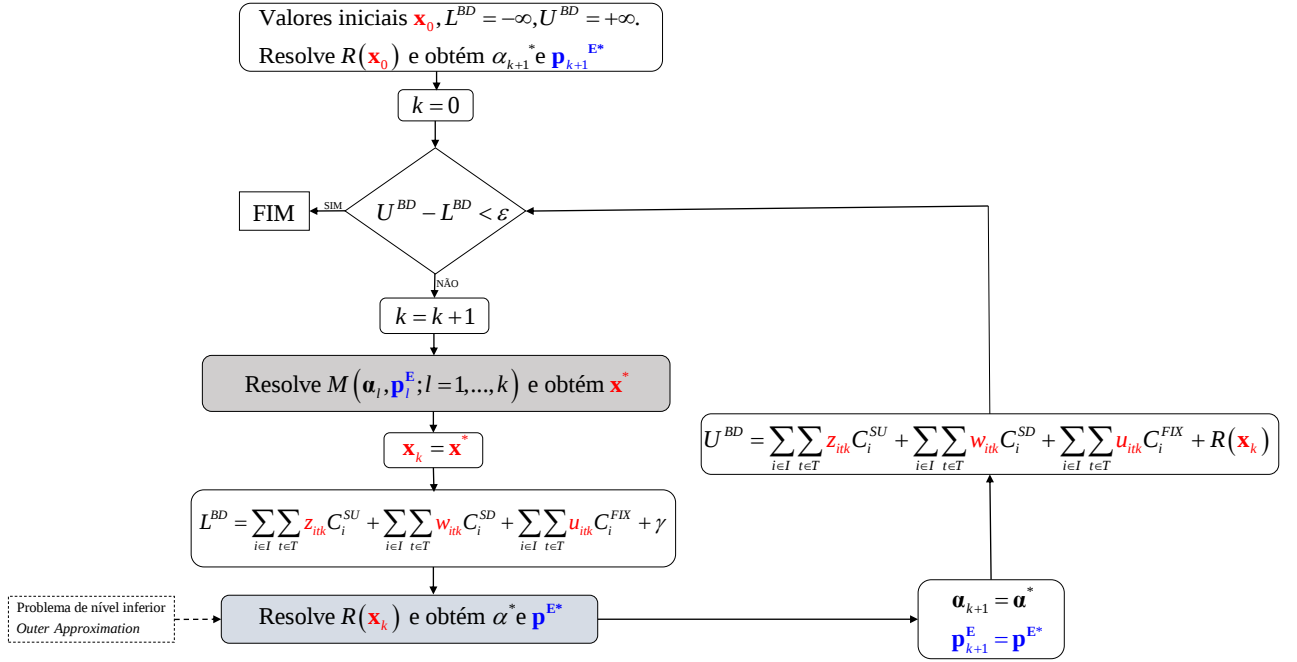
Passo 3

Checa-se a convergência, se $U^{BD} - L^{BD} < \epsilon$ pare e retorna-se o valor de x_k , caso contrário, faça $k + 1$ e volte ao Passo 1.

5.3.1 Fluxograma do Método de Decomposição de Benders

O algoritmo de decomposição de Benders descrito foi também representado como um fluxograma, conforme Figura 5.2:

Figura 5.2 – Fluxograma do método de decomposição de Benders.



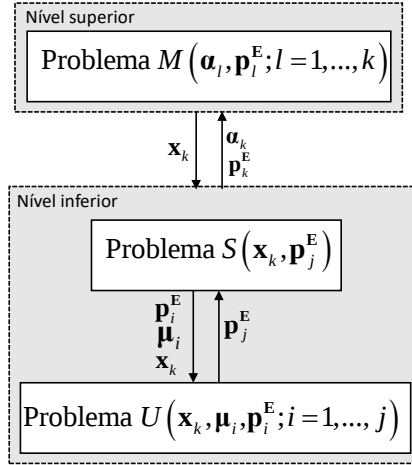
Fonte: autoria própria.

O problema de nível superior que utiliza a decomposição de Benders fica sendo resolvido até que o critério de parada seja atingido. Quando isso ocorre, a solução ótima final do problema é encontrada.

5.4 Estrutura Geral do Método Proposto

Com o modelo robusto proposto no Capítulo 3 e as técnicas apresentadas no Capítulo 5 é possível sintetizar o fluxo de informações primais e duais do método de maneira computacional em dois níveis e três problemas distintos, conforme mostrado na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Estrutura geral de implementação método proposto.



Fonte: Autoria própria.

Entre os problemas $S(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_j^E)$ e $U(\mathbf{x}_k, \mu_i, \mathbf{p}_i^E; i=1, \dots, j)$ ocorre troca de informações pertinentes ao método, sendo enviado para o problema $U(\mathbf{x}_k, \mu_i, \mathbf{p}_i^E; i=1, \dots, j)$ os parâmetros de μ_i e $\mathbf{p}_i^E$ que retratam o acumulado de valores no decorrer da execução das iterações j . Para o problema $S(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_j^E)$ é enviado o valor de $\mathbf{p}_j^E$ que foi calculado em $U(\mathbf{x}_k, \mu_i, \mathbf{p}_i^E; i=1, \dots, j)$ e retrata o valor instantâneo da iteração j .

Entre os níveis superior e inferior ocorre a troca de informações, sendo enviado do nível superior para o inferior os valores de $\mathbf{x}_k$ calculados em $M(\alpha_l, \mathbf{p}_l^E; l=1, \dots, k)$ que são referentes a iteração k . Já do inferior para o superior são enviados os valores de α_k e $\mathbf{p}_k^E$.

Os dados trocados entre os níveis servem para que os métodos de solução propostos sejam executados conforme previsto no modelo, sendo que todas as variáveis descritas são tratadas como vetores ou matrizes de maneira computacional. Essa arquitetura mostrada será utilizada para implementação do problema no Capítulo 6.

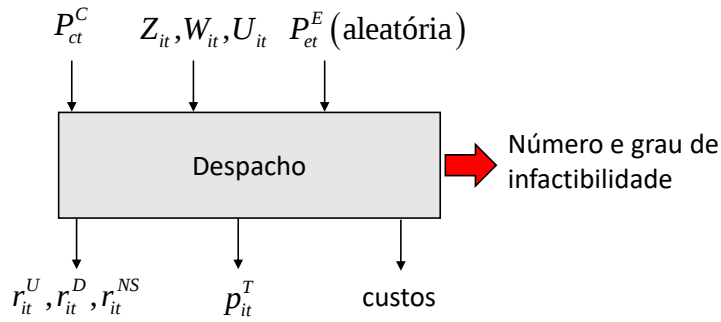
5.5 Modelo de simulação de cenários aleatórios

As decisões tomadas pelos modelos de leilão estão sujeitas, na prática, às incertezas na geração de potência eólica. Assim, é possível que, para um conjunto de decisões tomadas pelo modelo de leilão (despacho de geração e consumo), possam ocorrer infactibilidades na operação prática. Para verificar o comportamento das decisões tomadas pelo modelo de leilão perante as incertezas que podem ocorrer na operação prática, propõe-se neste trabalho um modelo de simulação de despacho de geração (tomadas de decisão). A ideia geral consiste em simular um grande número de despachos relacionados a possíveis situações reais, em que a potência eólica gerada é aleatória. Para cada situação simulada, são computados os parâmetros (variáveis de folga) relacionados às infactibilidades verificadas, as quais são consequência do processo de tomada de decisão calculado pelo leilão.

O modelo de simulação de despacho é matematicamente formulado como um caso

particular do modelo de leilão proposto de (3.1) a (3.26), em que algumas variáveis são fixadas, de modo a simular o despacho. A estrutura geral do modelo de simulação de despacho de geração é mostrada na Figura 5.4. Na figura, os parâmetros de entrada do simulador, os quais são fixados no processo de simulação, são os seguintes: a demanda $P_{ct}^C, \forall c \in C, \forall t \in T$, as variáveis binárias associadas à partida Z_{it} , parada W_{it} e estado operativo U_{it} de cada unidade termelétrica i em cada período t , e a potência P_{et}^E de cada unidade eólica e em cada período t , a qual assume valores fixos, porém aleatórios, a cada vez que o simulador é executado. Como saída do modelo de simulação, obtêm-se os valores de reservas $r_{it}^U, r_{it}^D, r_{it}^{NS}, p_{it}^T$ e os custos envolvidos, conforme mostrado na Figura 5.4. Como resultado dos processos de simulação, obtém-se o número de soluções infactíveis bem como o grau de infactibilidade em cada período do despacho, de modo a viabilizar uma análise das infactibilidades associadas à tomada de decisão do modelo de leilão.

Figura 5.4 – Estrutura de implementação da avaliação dos cenários aleatórios de P_{et}^E .



Fonte: autoria própria.

De forma resumida, o modelo de despacho descrito na Figura 5.4 corresponde ao modelo (3.1) a (3.26) com valores de $P_{ct}^C, Z_{it}, W_{it}, U_{it}$ e P_{et}^E fixos. O modelo para avaliação de cenários de geração eólica incertos pode ser executado de maneira iterativa, de modo que é possível obter várias possibilidades de injeção de potência eólica incerta no sistema, resultando em uma avaliação com grande volume de dados. Para a simulação de cenários de potência eólica incerta, é utilizada uma função interna da linguagem OPL (*Optimization Language*) que atribui de maneira aleatória um valor, dentro de uma faixa estabelecida, utilizando uma distribuição uniforme (IBM, 2022). A arquitetura descrita será utilizada para implementação da avaliação de incertezas no Capítulo 6.

6 Resultados Numéricos

Neste capítulo, o modelo robusto de leilão de energia e reservas para sistemas termo-eólico proposto no Capítulo 3, bem como a metodologia proposta para a sua solução, descrita em detalhes no Capítulo 5, são analisados utilizando-se o sistema teste IEEE de 24 barras (WONG et al., 1999), cujos dados estão descritos na Seção 6.1.

Conforme descrito no Capítulo 5, a metodologia de solução proposta envolve a reformulação do problema de leilão na forma de seu problema de otimização dual associado, de modo a resolver a estrutura Max-Min. Assim, inicialmente, a solução obtida pelo problema dual de leilão é comparada com a solução do problema primal de leilão. A teoria de otimização garante que ambos os problemas possuem a mesma solução, porém em função da quantidade de restrições e dos detalhes da modelagem, é importante checar se a implementação dual apresenta, de fato, os mesmos resultados que o problema primal. Isso é feito na Seção 6.2, na qual também são apresentados os despachos de geração e de reserva obtidos para uma situação básica, em que a geração eólica é considerada determinística.

A seguir, na Seção 6.3 as decisões calculadas pelo modelo proposto são comparadas àquelas obtidas pela abordagem de ajuste de reserva, a qual tem sido tradicionalmente utilizada em vários mercados de eletricidade, para calcular as decisões de reservas de geração do sistema. Na abordagem de ajuste de reservas, despreza-se o caráter de incerteza da geração eólica, estabelecendo um valor esperado fixo para esta geração, e ajustando-se as reservas de geração do sistema por meio de regras *ad hoc*. Por outro lado, o modelo proposto busca calcular valores de reserva em que o caráter de incerteza é tratado por meio da otimização robusta, utilizando-se o conceito de conjunto de incerteza. Além da comparação com as decisões obtidas pelo modelo de ajuste de reservas, os resultados apresentados buscam também avaliar os conjuntos de incertezas e o impacto do parâmetro de meta de incerteza Δ_t nas decisões obtidas.

Para que as decisões obtidas pelos modelos robusto e de ajuste de reserva sejam comparados para situações reais, em que a geração eólica está sujeita a incertezas, as decisões obtidas por ambos os modelos são simuladas em um algoritmo de despacho para centenas de situações aleatórias de geração eólica (foram simuladas 1000 situações aleatórias nos resultados apresentados). Para isso, utilizou-se o modelo de simulação de despacho descrito na Seção 5.5. A partir desses resultados, é possível verificar, de forma estatisticamente confiável, a qualidade das decisões calculadas pelos modelos no que diz respeito à otimalidade e a segurança/confiabilidade do sistema. Esses resultados são analisados na Seção 6.4.

Todos os testes realizados foram executados em um computador do tipo *notebook*, equipado com 8 GB de memória RAM e processador Intel i7 7ª geração de 3.4 GHz e placa de vídeo com 4 GB GeForce 940MX. O *software* utilizado foi o IBM ILOG CPLEX

Optimization Studio versão 12.6.0.0 que utiliza a linguagem OPL. Por se tratar de um problema bi-estágio, em que os algoritmos de otimização são chamados de forma recorrente em um processo iterativo, foi criada uma estrutura de processamento de controle de fluxo, disponível na linguagem, que integra a execução de problemas de otimização que foram desenvolvidos separadamente. A utilização desta estrutura de controle de fluxo facilita a organização da implementação e permite uma visualização mais clara de onde está sendo realizado cada procedimento. O problema de controle de fluxo atua como uma “ponte” entre os dois estágios e verifica o critério de parada do método.

6.1 Dados do Sistema Teste

Os estudos apresentados neste capítulo são baseados no sistema IEEE de 24 barras, que consiste de um conjunto de 17 consumidores juntamente com 12 geradores termelétricos dispostos em 24 barras (WONG et al., 1999). Foram alterados os três últimos geradores do sistema para que fossem representados por unidades eólicas, refletindo assim em uma configuração termo-eólica, possuindo características de incerteza advindas da aleatoriedade nas velocidades de vento. O horizonte de mercado analisado consiste em 24 períodos de 1 hora cada. A representação do sistema de transmissão é baseada em Conejo, Carrión e Morales (2010), conforme Figura 6.1.

A localização das unidades geradoras influencia diretamente no cálculo dos fluxos de potência pelo sistema e, conseqüentemente, na alocação dos recursos de geração. A Tabela 6.1 mostra a posição, com relação às barras do sistema, de cada unidade termelétrica, enquanto a Tabela 6.2 mostra a posição, também em relação às barras do sistema, de cada unidade eólica.

Tabela 6.1 – Localização unidade termelétricas nas barras.

Unidade	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Barra	1	2	7	13	15	15	16	18	21

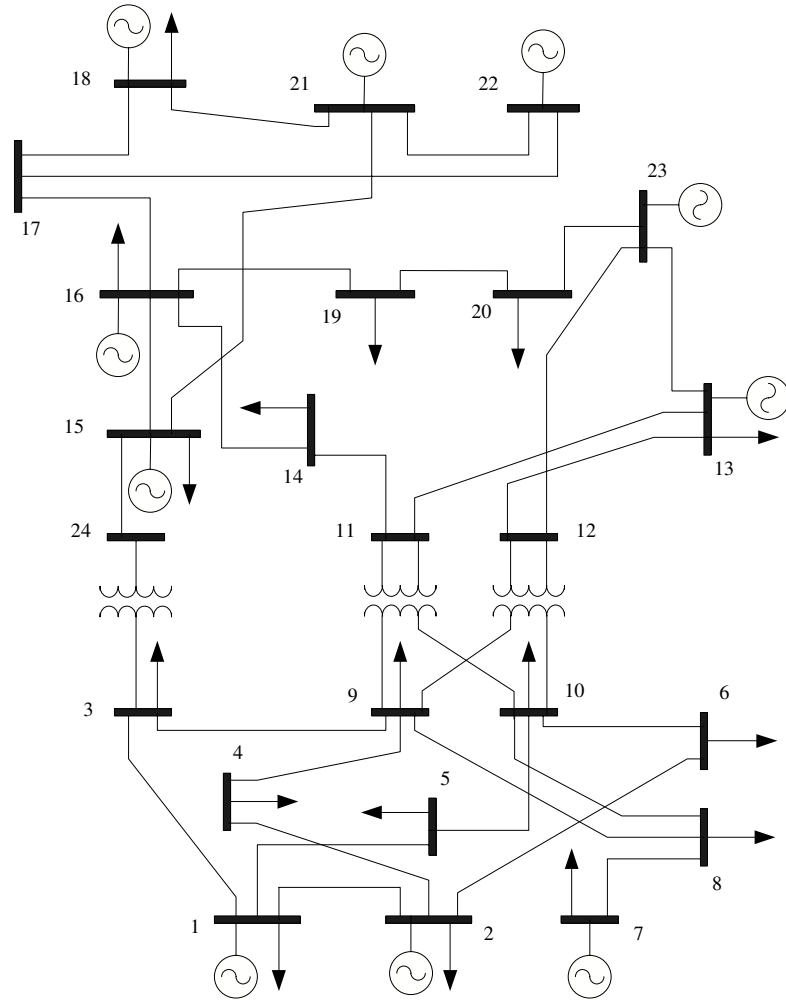
Tabela 6.2 – Localização unidade eólicas nas barras.

Unidade	1	2	3
Barra	22	23	23

A Tabela 6.3 mostra os valores das ofertas de preço de energia λ^T de cada unidade termelétrica por bloco. Por simplicidade de descrição dos dados, esses valores se repetem para cada período do horizonte do leilão.

Para os preços dos lances fornecidos pelos consumidores γ^C foram adotados valores simplificados sendo um bloco para cada período de tempo analisado, com grandeza

Figura 6.1 – Sistema de 24 barras.



Fonte: Conejo, Carrión e Morales (2010)

estipulada de 25 \$/MW. Para os preços ofertados para as reservas *up* (γ^{RU}) e *down* (γ^{RD}) do consumidor, foram adotados valores incrementais iniciando de 10 \$/MW e finalizando em 26 \$/MW para cada consumidor listado.

Já para as reservas *up* (λ^{RU}) e *down* (λ^{RD}) das unidades termelétricas, foram estipulados valores que correspondem a 20% do maior valor de lance dado na Tabela 6.3, enquanto que para a *non-spinning* λ^{RNS} foram adotados valores que correspondem a 25% do maior valor de lance dado na Tabela 6.3.

Os geradores termelétricos possuem, vinculados a eles, um custo de partida (C_i^{SU}) e de parada (C_i^{SD}), os quais influenciam diretamente na decisão do problema de ligar ou desligar as máquinas no decorrer do tempo. Em todos os períodos, o custo de partida e de parada são iguais para cada unidade termelétrica, conforme ilustrado na Tabela 6.4.

Estes e os demais dados utilizados nos testes estão descritos no Apêndice A em forma de código, na linguagem OPL, para facilitar a reprodução desse trabalho.

Tabela 6.3 – Dados de oferta de preço de energia λ^T .

Gerador	Lances por Bloco [\$/MW]			
	1	2	3	4
1	11,46	11,96	13,89	15,97
2	11,46	11,96	13,89	15,97
3	18,6	20,03	21,67	22,72
4	19,20	20,03	21,67	22,72
5	23,41	23,78	26,84	30,40
6	9,92	10,25	10,68	11,26
7	9,92	10,25	10,68	11,26
8	5,31	5,38	5,53	5,66
9	5,31	5,38	5,53	5,66

Tabela 6.4 – Custo de partida C_i^{SU} e parada C_i^{SD} das unidades termelétricas.

Unidade	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Custo [\$]	1430.4	1430.4	1725.0	3056.7	437.0	312.0	312.0	312.0	312.0

6.2 Comparação entre os Problemas Determinísticos Primal e Dual

Uma das etapas da metodologia geral proposta para a solução do problema de leilão termo-eólico robusto consiste na solução do problema dual $S(\mathbf{x}, \mathbf{P}^E)$, descrito em (5.61), associado ao problema de despacho econômico primal dado de (5.3) a (5.19). Conforme descrito na metodologia de solução, a reformulação do problema de despacho na forma de seu dual associado tem como objetivo resolver a estrutura Max-Min, que após a reformulação por meio do problema dual, dá origem a um modelo único de maximização $R(\mathbf{x})$, descrito em (5.62). Dada a dimensão do problema primal proposto e os vários detalhes associados à sua reformulação como um problema dual associado, é importante verificar se, após a sua implementação computacional, os modelos, efetivamente possuem a mesma solução.

Assim, o objetivo dessa seção consiste em validar as soluções obtidas pela formulação dual $S(\mathbf{x}, \mathbf{P}^E)$ estabelecida em (5.61), comparando seus resultados com aqueles fornecidos pela formulação do problema de despacho de geração primal original, dada em (5.3)–(5.19), ambas descritas na Seção 5.1.

Com a implementação do problema original na forma primal, foram extraídos resultados e comparados com as soluções obtidas para o problema dual. Como o problema primal original é convexo, a teoria de otimização garante que a solução de seu dual associado não deve possuir *gap* de dualidade, de modo que espera-se que as soluções dos problemas primal e dual sejam idênticas. A Tabela 6.5 mostra a comparação entre os valores da função objetivo de bem comum obtidos com a modelagem do problema na forma

primal e na forma dual, evidenciando que os resultados foram iguais, como esperado.

Tabela 6.5 – Função objetivo de bem comum obtida para os problemas primal e dual.

	Primal	Dual
Bem-comum [\$]	10177683,37	10177683,37

Além do bem comum foram comparadas variáveis relacionadas com o despacho de geração obtidos pelos dois problemas, conforme mostrado na Tabela 6.6. Nota-se da Tabela 6.6 que as potências demandadas pelos consumidores (p^C), a potência de geração térmica (p^T) e eólica (p^E), possuem valores idênticos para cada período do horizonte de mercado, conforme esperado. No problema dual, as variáveis p^T e p^C não estão explícitas no modelo, já que este trabalha apenas com as variáveis duais. Assim, tais variáveis são obtidas como as variáveis duais associadas às restrições (5.56) e (5.57), respectivamente. O valor de p^E é fixo tanto no problema primal quanto no dual. Esta estratégia para a obtenção das variáveis primais na solução do problema dual foi utilizada para a obtenção de todas as variáveis primais deste problema. Finalmente, vale ressaltar que o balanço energético formado por $p^G + p^E = p^C$ foi satisfeito em ambos os casos para todas as barras do sistema.

Tabela 6.6 – Despacho obtido para os problemas primal e dual.

T	Primal			Dual		
	p^C [MW]	p^G [MW]	p^E [MW]	p^C [MW]	p^G [MW]	p^E [MW]
1	1328,81	848,812	480	1328,81	848,812	480
2	1335,85	855,852	480	1335,85	855,852	480
3	1272,24	792,24	480	1272,24	792,24	480
4	1251,04	771,036	480	1251,04	771,036	480
5	1251,04	771,036	480	1251,04	771,036	480
6	1272,24	792,24	480	1272,24	792,24	480
7	1569,10	1089,10	480	1569,10	1089,10	480
8	1823,54	1343,54	480	1823,54	1343,54	480
9	2014,38	1534,38	480	2014,38	1534,38	480
10	2035,58	1555,58	480	2035,58	1555,58	480
11	2035,58	1555,58	480	2035,58	1555,58	480
12	2014,38	1534,38	480	2014,38	1534,38	480
13	2014,36	1534,36	480	2014,36	1534,36	480
14	2014,38	1534,38	480	2014,38	1534,38	480
15	1971,97	1491,97	480	1971,97	1491,97	480
16	1971,97	1491,97	480	1971,97	1491,97	480
17	2099,20	1619,20	480	2099,20	1619,20	480
18	2120,40	1640,40	480	2120,40	1640,40	480
19	2120,40	1640,40	480	2120,40	1640,40	480
20	2035,58	1555,58	480	2035,58	1555,58	480
21	1929,56	1449,56	480	1929,56	1449,56	480
22	1649,53	1169,53	480	1649,53	1169,53	480
23	1515,09	1035,09	480	1515,09	1035,09	480
24	1335,85	855,852	480	1335,85	855,852	480

Outro ponto importante na solução do problema de despacho diz respeito à alocação

das reservas do sistema, as quais são mostradas na Tabela 6.7, para os problemas primal e dual, respectivamente. Nota-se, mais uma vez, que tanto o modelo primal como o dual optaram por alocar somente a reserva *up* (r^U), com valores idênticos, visto que havia margem de potência para isso, deixando de lado a possibilidade de despachar as reservas *down* (r^D) e *non-spinning* (r^{NS}).

Tabela 6.7 – Reservas de geração obtidas para os problemas primal e dual.

T	Primal			Dual		
	r^U [MW]	r^D [MW]	r^{NS} [MW]	r^U [MW]	r^D [MW]	r^{NS} [MW]
1	66,44	0	0	66,44	0	0
2	66,79	0	0	66,79	0	0
3	63,61	0	0	63,61	0	0
4	62,55	0	0	62,55	0	0
5	62,55	0	0	62,55	0	0
6	63,61	0	0	63,61	0	0
7	78,45	0	0	78,45	0	0
8	91,18	0	0	91,18	0	0
9	100,72	0	0	100,72	0	0
10	101,78	0	0	101,78	0	0
11	101,78	0	0	101,78	0	0
12	100,72	0	0	100,72	0	0
13	100,72	0	0	100,72	0	0
14	100,72	0	0	100,72	0	0
15	98,60	0	0	98,60	0	0
16	98,60	0	0	98,60	0	0
17	104,96	0	0	104,96	0	0
18	106,02	0	0	106,02	0	0
19	106,02	0	0	106,02	0	0
20	101,78	0	0	101,78	0	0
21	96,48	0	0	96,48	0	0
22	82,48	0	0	82,48	0	0
23	75,75	0	0	75,75	0	0
24	66,79	0	0	66,79	0	0

Os valores de reserva *up* (s^U) e *down* (s^D) calculados por ambos os modelos para os consumidores em todos os períodos foram nulos, de modo que os algoritmos primal e dual não alocam reservas para o consumidor.

Dos resultados apresentados nesta seção, verifica-se, portanto, que a formulação dual associada ao problema de despacho primal está adequada, pois apresenta os mesmos resultados que foram obtidos para o problema primal, conforme esperado. A dualização é um aspecto importante da modelagem proposta, estando também sujeita a erros de dedução matemática e implementação, dada a complexidade do problema. Assim, é importante que essa etapa do método seja devidamente verificada.

6.3 Comparação entre as Abordagens Robusta e de Ajuste de Reservas

Nesta seção, são comparadas as duas abordagens básicas para o tratamento de incertezas relacionadas às intermitências na geração eólica. Na abordagem tradicional, aqui denominada de abordagem por ajuste de reserva, resolve-se um problema de leilão de energia e reserva determinístico, o qual despreza as incertezas na geração eólica, fixando esta geração em seus valores médios, porém estabelecendo valores para a reserva total do sistema, conforme expressão (3.27), de modo que as possíveis intermitências relacionadas às gerações eólicas possam ser compensadas pelas reservas programadas. Os valores de reserva utilizados na abordagem por ajustes de reserva foram fixados conforme a expressão (3.27), para que esta abordagem pudesse ser comparada à abordagem robusta proposta, tendo os mesmos níveis de reserva do sistema.

É importante destacar que o problema de leilão determinístico, utilizado na abordagem de ajuste de reserva, pode ser obtido a partir do próprio modelo robusto, caso a meta de incerteza seja fixada em $\Delta_t = 0$. Isto faz com que o conjunto de incerteza assuma um único valor (*singleton*) que corresponde exatamente ao valor médio de geração eólica, utilizado pela abordagem de ajuste de reserva. Assim, para executarmos o algoritmo de ajuste de reserva, basta que seja executado o algoritmo robusto, porém adotando-se $\Delta_t = 0$.

Outra observação importante diz respeito à representação da demanda nos modelos de leilão aqui testados. Sabe-se que em modelos de leilão utilizados na prática, a demanda não é fixa, mas despachada pelo algoritmo de leilão, de acordo com os preços dos lances que os consumidores fornecem ao leilão. Entretanto, por facilidade de comparação dos resultados das duas abordagens investigadas nesta seção, estabeleceu-se uma demanda constante, a qual precisa ser atendida pelos algoritmos de leilão investigados. Dessa forma, garante-se que ambas as abordagens utilizadas estão atendendo a mesma demanda, facilitando a comparação entre elas. Para que a demanda fosse fixada, adotou-se a estratégia de substituir a restrição (3.4) pela restrição (6.1), em que os limites de cada bloco ofertado de consumo estão fixados em seus valores máximos, o que resulta em uma demanda também fixa:

$$\overline{E}_{ctb}^C \leq e_{ctb}^C \leq \overline{E}_{ctb}^C, \forall b \in B^C, \forall t \in T, \forall c \in C. \quad (6.1)$$

Com a adoção desta estratégia para fixar a demanda por meio da restrição (6.1), os valores finais para a demanda ficaram fixos nos valores descritos na Tabela 6.8, que correspondem aos valores de potência máximos de consumo ofertados pelos consumidores em todos os seus blocos.

Tabela 6.8 – Demanda fixa para avaliação da meta de incerteza.

T	Demanda [MW]
1	1328,81
2	1335,85
3	1272,24
4	1251,04
5	1251,04
6	1272,24
7	1569,10
8	1823,54
9	2014,38
10	2035,58
11	2035,58
12	2014,38
13	2014,36
14	2014,38
15	1971,97
16	1971,97
17	2099,20
18	2120,40
19	2120,40
20	2035,58
21	1929,56
22	1649,53
23	1515,09
24	1335,85
M	1749,25

A comparação entre as abordagens foi feita para vários valores de metas de incerteza Δ_t . Para isso, foram adotados valores de Δ_t/N_e variando de 0 a 1, com passo de 0,1. No sistema teste investigado o número de unidades eólicas existentes corresponde a $N_e = 3$. Ao aumentarmos gradativamente a meta de incerteza, o conjunto de incerteza se amplia, ampliando também o espaço de otimização associado à geração eólica para o qual o leilão robusto proposto deve ser imune.

A Tabela 6.9 mostra os valores obtidos para os termos de bem comum, associados à função objetivo, para os valores pré-estabelecidos de Δ_t/N_e , para as abordagens robusta e de ajuste de reserva. Para o valor de $\Delta_t/N_e = 0$ verifica-se que a solução da abordagem robusta proposta e a abordagem de ajuste de reserva possuem os mesmos valores de solução. Este é um resultado esperado, uma vez que para valores de $\Delta_t = 0$ a abordagem robusta possui características determinísticas, com mesmo valor de geração eólica da abordagem de ajuste de reserva. Para valores crescentes de Δ_t/N_e percebe-se que a abordagem de ajuste reserva possui valores de bem comum sempre maiores que aqueles calculados pela abordagem robusta. Isso pode aparentemente evidenciar uma vantagem para a abordagem de ajuste de reserva, entretanto, esta abordagem é míope no que diz respeito à segurança operacional do sistema, pois não considera que a geração eólica possa oscilar no entorno

de seu valor médio. Assim, apesar de os valores de bem comum obtidos pela abordagem robusta serem menores (piores) que aqueles obtidos pela abordagem de ajuste de reservas, estes valores têm uma característica intrínseca de segurança operacional, já que eles expressam despachos de geração calculados de forma que estejam imunes contra qualquer aleatoriedade da geração eólica nas respectivas regiões de incertezas, dadas para cada meta de incerteza Δ_t . Assim, os valores de bem comum calculados pela abordagem de ajuste de reserva são artificiais, no sentido de que não levam em conta os riscos operacionais associados aos seus despachos.

Tabela 6.9 – Bem comum da abordagem Robusta e de ajuste de reserva.

Δ_t/N_e	Robusto [\$]	Ajuste de Reserva [\$]
0,0	10205377,92	10205377,92
0,1	10197257,93	10205282,73
0,2	10188284,99	10208444,11
0,3	10180455,50	10210266,65
0,4	10173546,98	10211477,48
0,5	10167320,57	10212607,81
0,6	10161265,52	10215113,82
0,7	10153876,09	10216968,35
0,8	10146349,18	10214369,15
0,9	10140400,47	10221313,75
1,0	10133777,05	10221146,23

A Tabela 6.10 mostra os valores de despacho para a geração eólica P_e obtidos para as abordagens robusta e de ajustes de reserva. Nota-se inicialmente que o despacho eólico da abordagem de ajustes de reserva está fixo no valor médio de geração, conforme adotado nesta abordagem. Por outro lado, verifica-se, para a abordagem robusta, que os valores de despacho variam, dependendo da meta de incerteza adotada. Para a abordagem robusta, verifica-se uma tendência de redução da geração eólica à medida que a meta de incerteza, e consequentemente a relação Δ_t/N_e , aumenta. Isto é explicado pelo seguinte raciocínio: com o aumento da meta de incerteza, aumenta também a região do espaço de incerteza para a qual deve-se tomar o pior caso, ou seja, aumenta a região deste espaço para a qual o despacho programado deve estar imune. Assim, o algoritmo robusto busca alocar uma quantidade cada vez menor de geração eólica à medida que a região de incerteza aumenta.

Por outro lado, à medida que a meta de incerteza é reduzida, reduz também o espaço de incerteza para o qual o sistema precisa estar imune, o que resulta no aumento da geração eólica. Para uma situação extrema em que a meta de incerteza se reduz a zero, ou seja para $\Delta_t/N_e = 0$, percebe-se o maior nível de geração eólica na abordagem robusta, a qual corresponde exatamente ao valor médio de geração eólica, estabelecido pela abordagem de ajuste de reserva.

Observa-se que existe uma relação inversamente proporcional entre os aspectos econômicos e de segurança da operação quando analisamos as abordagens robusta e de

Tabela 6.10 – Potência eólica da abordagem Robusta e de ajuste de reserva.

Δ_t/N_e	Robusto [MW]	Ajuste de Reserva [MW]
0,0	480,00	480,00
0,1	453,75	480,00
0,2	427,50	480,00
0,3	401,25	480,00
0,4	377,00	480,00
0,5	353,75	480,00
0,6	330,50	480,00
0,7	307,50	480,00
0,8	285,00	480,00
0,9	262,50	480,00
1,0	240,00	480,00

reserva, sintetizadas nas Tabelas 6.9 e 6.10. Pela análise destas tabelas, verifica-se que quanto maior a faixa de incerteza adotada, menor o valor de eólica despachada, de modo a garantir a imunidade contra fatores aleatórios que podem existir, visto que a velocidade do vento não pode ser exatamente prevista. Neste caso, como é despachado um menor nível de geração eólica, o valor da função de bem comum fica também reduzido na abordagem robusta, já que é necessário utilizar uma quantidade maior de termelétricas no despacho, as quais possuem um custo agregado bem mais alto, reduzindo o bem comum. Assim, mais uma vez, os valores aparentemente melhores (mais altos) para o bem comum calculados pela abordagem de ajuste de reserva, e mostrados na Tabela 6.9, são artificiais, pois não levam em conta os aspectos de segurança e confiabilidade do sistema.

Para uma análise mais aprofundada dos ensaios, envolvendo também os valores de geração e reserva alocados em cada período, foram selecionados valores de Δ_t/N_e específicos, dados por 0, 0,5 e 1, os quais estão mostrados nas Tabelas 6.11, 6.12 e 6.13. Essas tabelas relacionam a potência térmica (p^T) e eólica (p^E) despachadas juntamente com as reservas *up* (r^U) e *non-spinning* (r^{NS}) programadas para cada período de tempo $t \in T$, além do valor de reserva do sistema (R^{sys}) adotado. Em função da estrutura de preços escolhidos nos casos analisados, os valores de reserva *down* (r^D), foram nulos em todos os períodos. Na linha “M” das Tabelas é descrita a média dos valores citados, de modo a dar uma visão mais sucinta da proposta analisada. Todos estes valores são mostrados nas Tabelas 6.11 – 6.13 para a abordagem robusta e de ajuste de reserva.

Tabela 6.11 – Potências e reservas em MW das abordagens robusta e de ajuste de reserva para $\Delta_t/N_e = 0$.

T	Robusto				Ajuste de Reserva				R^{sys}
	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	
1	848,81	480,00	186,44	0,00	848,81	480,00	186,44	0,00	186,44
2	855,85	480,00	186,79	0,00	855,85	480,00	186,79	0,00	186,79
3	792,24	480,00	183,61	0,00	792,24	480,00	183,61	0,00	183,61
4	771,04	480,00	182,55	0,00	771,04	480,00	182,55	0,00	182,55
5	771,04	480,00	182,55	0,00	771,04	480,00	182,55	0,00	182,55
6	792,24	480,00	183,61	0,00	792,24	480,00	183,61	0,00	183,61
7	1089,10	480,00	198,46	0,00	1089,10	480,00	198,46	0,00	198,46
8	1343,54	480,00	70,46	140,72	1343,54	480,00	70,46	140,72	211,18
9	1534,38	480,00	179,62	41,10	1534,38	480,00	179,62	41,10	220,72
10	1555,58	480,00	158,42	63,36	1555,58	480,00	158,42	63,36	221,78
11	1555,58	480,00	158,42	63,36	1555,58	480,00	158,42	63,36	221,78
12	1534,38	480,00	179,62	41,10	1534,38	480,00	179,62	41,10	220,72
13	1534,36	480,00	179,64	41,08	1534,36	480,00	179,64	41,08	220,72
14	1534,38	480,00	179,62	41,10	1534,38	480,00	179,62	41,10	220,72
15	1491,97	480,00	218,60	0,00	1491,97	480,00	218,60	0,00	218,60
16	1491,97	480,00	218,60	0,00	1491,97	480,00	218,60	0,00	218,60
17	1619,20	480,00	94,80	130,16	1619,20	480,00	94,80	130,16	224,96
18	1640,40	480,00	73,60	152,42	1640,40	480,00	73,60	152,42	226,02
19	1640,40	480,00	73,60	152,42	1640,40	480,00	73,60	152,42	226,02
20	1555,58	480,00	158,42	63,36	1555,58	480,00	158,42	63,36	221,78
21	1449,56	480,00	216,48	0,00	1449,56	480,00	216,48	0,00	216,48
22	1169,53	480,00	202,48	0,00	1169,53	480,00	202,48	0,00	202,48
23	1035,09	480,00	68,91	126,85	1035,09	480,00	68,91	126,85	195,76
24	855,85	480,00	186,79	0,00	855,85	480,00	186,79	0,00	186,79
M	1269,25	480,00	163,42	44,04	1269,25	480,00	163,42	44,04	207,46

Na Tabela 6.11, conforme teoricamente esperado, as abordagens robusta e de ajuste de reserva resultam em valores idênticos, dado que ambas possuem características determinísticas e calculam a mesma geração eólica. Um ponto a se destacar é que a reserva do sistema (R^{sys}) dada tanto para a primeira proposta de resolução como para a segunda são iguais devido ao modelo da reserva ter características que seguem a variação da abertura de faixa robusta.

Tabela 6.12 – Potências e reservas em MW das abordagens robusta e de ajuste de reserva para $\Delta_t/N_e = 0,5$.

T	Robusto				Ajuste de Reserva				R^{sys}
	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	
1	975,06	353,75	126,44	0,00	848,81	480,00	126,44	0,00	126,44
2	982,10	353,75	121,90	4,89	855,85	480,00	126,79	0,00	126,79
3	918,49	353,75	123,61	0,00	792,24	480,00	123,61	0,00	123,61
4	897,29	353,75	122,55	0,00	771,04	480,00	122,55	0,00	122,55
5	897,29	353,75	122,55	0,00	771,04	480,00	122,55	0,00	122,55
6	918,49	353,75	123,61	0,00	792,24	480,00	123,61	0,00	123,61
7	1215,35	353,75	43,65	94,80	1089,10	480,00	138,46	0,00	138,46
8	1469,79	353,75	151,18	0,00	1343,54	480,00	70,46	80,72	151,18
9	1660,63	353,75	160,72	0,00	1534,38	480,00	160,72	0,00	160,72
10	1681,83	353,75	161,78	0,00	1555,58	480,00	158,42	3,36	161,78
11	1681,83	353,75	161,78	0,00	1555,58	480,00	158,42	3,36	161,78
12	1660,63	353,75	160,72	0,00	1534,38	480,00	160,72	0,00	160,72
13	1660,61	353,75	160,72	0,00	1534,36	480,00	160,72	0,00	160,72
14	1660,63	353,75	160,72	0,00	1534,38	480,00	160,72	0,00	160,72
15	1618,22	353,75	158,60	0,00	1491,97	480,00	158,60	0,00	158,60
16	1618,22	353,75	158,60	0,00	1491,97	480,00	158,60	0,00	158,60
17	1745,45	353,75	164,96	0,00	1619,20	480,00	94,80	70,16	164,96
18	1766,65	353,75	166,02	0,00	1640,40	480,00	73,60	92,42	166,02
19	1766,65	353,75	166,02	0,00	1640,40	480,00	73,60	92,42	166,02
20	1681,83	353,75	161,78	0,00	1591,28	480,00	158,42	3,36	161,78
21	1575,81	353,75	156,48	0,00	1414,00	480,00	0,00	156,48	156,48
22	1295,78	353,75	118,22	24,26	1169,53	480,00	142,48	0,00	142,48
23	1161,34	353,75	135,76	0,00	1035,09	480,00	135,76	0,00	135,76
24	982,10	353,75	126,79	0,00	855,85	480,00	126,79	0,00	126,79
M	1395,50	353,75	142,30	5,16	1269,25	480,00	126,53	20,93	147,46

Para o ensaio de $\Delta_t/N_e = 0,5$ dado na Tabela 6.12, houve uma diminuição no valor da potência eólica p^E calculada pela abordagem robusta, em decorrência da abertura da faixa de operação e aumento da segurança, o que obriga a haver uma alocação maior de potência termelétrica p^G para manter o atendimento da demanda. Para a abordagem de ajuste de reserva, a geração eólica permanece fixa em seu valor médio, conforme esperado. Em todos os períodos, a demanda e a restrição de reserva do sistema foram atendidas, sem a necessidade de utilização das variáveis de folga, as quais permaneceram em valores nulos, como esperado.

Tabela 6.13 – Potências em MW da abordagem Robusta e Ajuste de Reserva para $\Delta_t/N_e = 1$.

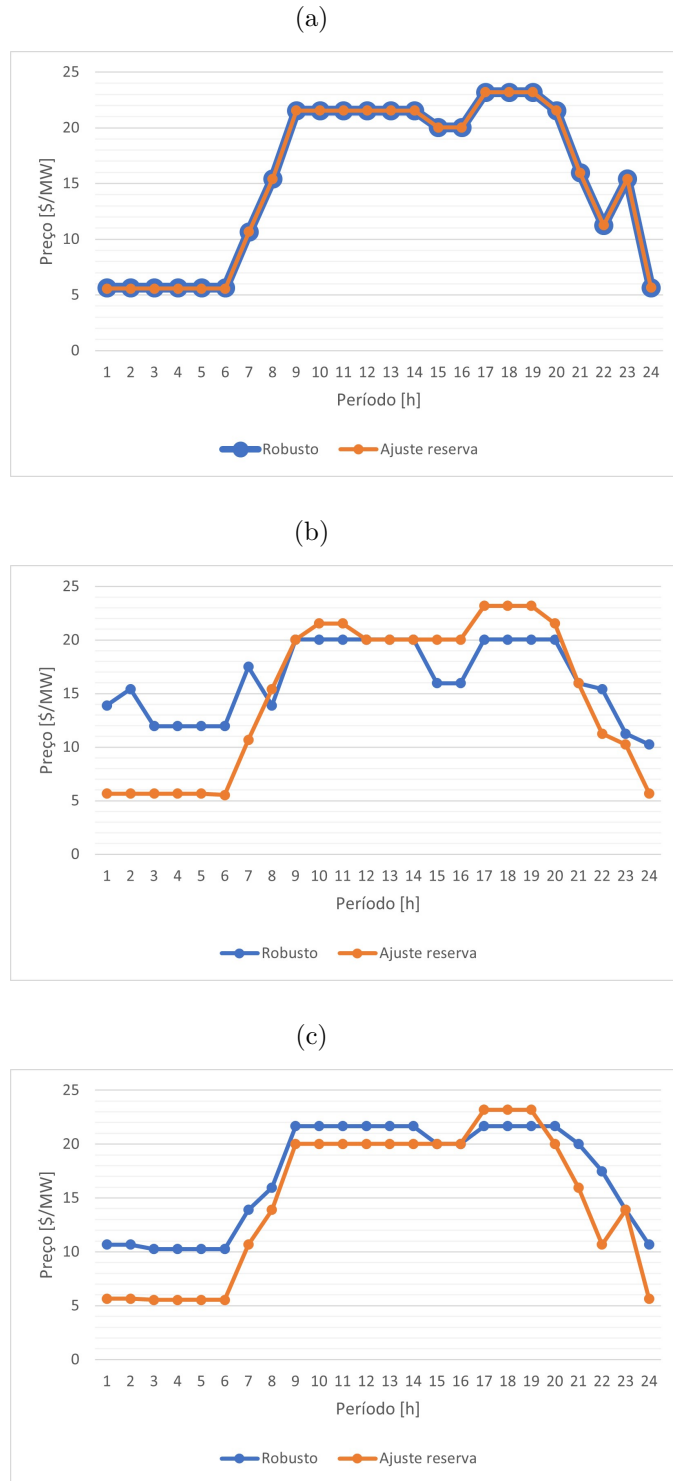
T	Robusto				Ajuste de Reserva				R^{NS}
	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	p^G	p^E	r^U	r^{NS}	
1	1088,81	240,00	66,44	0,00	848,81	480,00	66,44	0,00	66,44
2	1095,85	240,00	66,79	0,00	855,85	480,00	66,79	0,00	66,79
3	1032,24	240,00	63,61	0,00	792,24	480,00	63,61	0,00	63,61
4	1011,04	240,00	62,55	0,00	771,04	480,00	62,55	0,00	62,55
5	1011,04	240,00	62,55	0,00	771,04	480,00	62,55	0,00	62,55
6	1032,24	240,00	63,61	0,00	792,24	480,00	63,61	0,00	63,61
7	1329,10	240,00	78,45	0,00	1089,10	480,00	78,45	0,00	78,45
8	1583,54	240,00	91,18	0,00	1343,54	480,00	91,18	0,00	91,18
9	1774,38	240,00	100,72	0,00	1534,38	480,00	100,72	0,00	100,72
10	1795,58	240,00	101,78	0,00	1555,58	480,00	101,78	0,00	101,78
11	1795,58	240,00	101,78	0,00	1555,58	480,00	101,78	0,00	101,78
12	1774,38	240,00	100,72	0,00	1534,38	480,00	100,72	0,00	100,72
13	1774,36	240,00	100,72	0,00	1534,36	480,00	100,72	0,00	100,72
14	1774,38	240,00	100,72	0,00	1534,38	480,00	100,72	0,00	100,72
15	1731,97	240,00	98,60	0,00	1491,97	480,00	98,60	0,00	98,60
16	1731,97	240,00	98,60	0,00	1491,97	480,00	98,60	0,00	98,60
17	1859,20	240,00	104,96	0,00	1619,20	480,00	94,80	10,16	104,96
18	1880,40	240,00	106,02	0,00	1640,40	480,00	73,60	32,42	106,02
19	1880,40	240,00	106,02	0,00	1640,40	480,00	73,60	32,42	106,02
20	1795,58	240,00	101,78	0,00	1555,58	480,00	101,78	0,00	101,78
21	1689,56	240,00	96,48	0,00	1449,56	480,00	96,48	0,00	96,48
22	1409,53	240,00	4,47	78,01	1169,53	480,00	82,48	0,00	82,48
23	1275,09	240,00	75,75	0,00	1035,09	480,00	75,75	0,00	75,75
24	1095,85	240,00	66,79	0,00	855,85	480,00	66,79	0,00	66,79
M	1509,25	240,00	84,21	3,25	1269,25	480,00	84,34	3,12	87,46

Na Tabela 6.13 a solução da abordagem robusta precisa levar em conta a maior amplitude da faixa de operação de incerteza possível entre todos os casos analisados. Nesse caso, a solução da abordagem robusta calcula a geração de potência eólica mais baixa para todos os casos, dada por 240 MW. Estes despachos porém são os mais imunes às intermitências, quando comparados aos despachos fornecidos pela abordagem de ajuste de reserva. Nessa proposta, há uma maior segurança e confiabilidade da operação porém o valor de bem comum fica prejudicado. Isso fica claro com o valor menor de potência eólica e o valor maior de potência térmica, quando comparadas as duas abordagens.

Com relação à alocação das reservas em todos os casos testados, verifica-se que a prioridade de alocação se dá para a reserva *up*, devido ao seu preço menor quando comparado aos demais tipos de reserva. Em casos em que esse tipo de reserva não é suficiente para suprir a reserva total do sistema, o algoritmo optou, na maioria dos casos, por não ligar uma nova máquina, mas sim, alocar novas reservas do tipo *non-spinning*.

Para os três casos citados foram levantados os gráficos das médias dos preços de energia μ para todos os períodos de tempo t , conforme Figuras 6.2a, 6.2b e 6.2c.

Figura 6.2 – Média do preço de energia para as abordagens robusta e de ajuste de reserva: (a) $\Delta_t/N_e = 0$; (b) $\Delta_t/N_e = 0,5$; (c) $\Delta_t/N_e = 1$.



Fonte: autoria própria.

Na solução obtida a maior alocação de carga se dá nos períodos de 17 à 20h que resulta em uma maior necessidade de geração e impacta diretamente no preço da energia. Já nos períodos de 1 às 6h e 22 às 24h a demanda é baixa, o que resulta em uma geração

bem menor e consequentemente preços menores. Nos restantes dos períodos é demandada uma carga moderada, fazendo com que a curva de operação do sistema se aproxime muito da realidade enfrentada no dia a dia da operação de um sistema real.

Na Figura 6.2a, os preços obtidos são exatamente os mesmos para ambas as abordagens, devido às características determinísticas de ambas, como já esperado. Na Figura 6.2b verifica-se uma variação do preço da abordagem robusta com relação à abordagem de ajuste de reserva, sendo que a segunda possui valores menores na maioria dos períodos analisados, o que ocorre também na Figura 6.2c. Novamente, os preços mais baixos obtidos pela abordagem de ajuste de reserva são aparentemente melhores que os preços obtidos pela abordagem robusta. Entretanto, é importante destacar que os preços calculados pela abordagem robusta levam em consideração a segurança e confiabilidade contra as aleatoriedades da geração eólica, o que não ocorre com os preços obtidos pela abordagem de ajuste de reserva. Assim, os preços obtidos pela abordagem robusta já embutem os custos com segurança e confiabilidade, por isso são maiores na maioria dos períodos.

Uma situação que merece destaque é que durante os períodos de maior demanda o preço da energia na abordagem robusta fica abaixo dos preços obtidos pela abordagem de ajuste de reserva. Isso ocorre pelo fato de a primeira abordagem já vir operando com várias máquinas termelétricas ligadas, enquanto que a segunda abordagem vinha operando com menos unidades. Então, quando a carga começa a aumentar, a segunda abordagem opta por alocar mais potência nesses geradores já ligados, pagando o preço de energia mais alto dos últimos blocos de ofertas. Assim, a segunda abordagem não opta por ligar outras máquinas, pois outro fator importante é a minimização dos custos de liga e desliga, ou seja, por alguns períodos é mais barato alocar em preços de energia mais altos do que pagar o custo de ligar uma nova máquina, deixando o modelo robusto com uma volatilidade menor de preços com relação ao modelo de ajuste de reserva nestes períodos.

6.4 Avaliação de cenários aleatórios

A partir das decisões de despacho de geração e consumo calculadas pelo modelo proposto e pelo modelo de ajuste de reserva, são analisados nesta seção experimentos computacionais para verificar o comportamento dessas abordagens diante de cenários aleatórios. Os experimentos adotaram a seguinte metodologia: i) Foram extraídos os valores ótimos de z_{it}, w_{it}, u_{it} e P_{ct}^C da Seção 6.3 para as abordagens robusta e de ajustes de reserva, respectivamente. Esses valores foram adotados como parâmetros de entrada fixos para o modelo de simulação descrito na Seção 5.5; ii) Foram geradas duas situações aleatórias para as potências eólicas geradas P_{ct}^E . Na primeira situação, os valores aleatórios foram gerados dentro da faixa estabelecida para o conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$ do modelo robusto, enquanto que na segunda situação, permitiu-se que valores fora da faixa de incerteza fossem

também gerados; iii) Foram executados iterativamente e extraídos o número de períodos infactíveis para cada cenário aleatório e seu grau de infactibilidade dado pela variável de folga ε_{nt}^{ger} . Os períodos infactíveis correspondem aos casos em que a soma de $P_{et}^E + p_{it}^T$ não consegue assumir o valor de P_{ct}^C no balanço de potência, dado que o liga/desliga da máquina é fixo e já definido, alocando assim esse valor excedente necessário na folga ε_{nt}^{ger} .

Foram simulados 1000 despachos para a abordagem robusta e de ajuste de reserva para um $\Delta_t/N_e = 1$, resultando em 24000 períodos com potência eólica P_{et}^E aleatória, sendo coletados o número de períodos infactíveis e o grau de infactibilidade acumulado para todas as iterações, conforme Tabela 6.14.

Tabela 6.14 – Simulação de 24000 períodos (1000 cenários) para $\Delta_t/N_e = 1$ dentro da faixa de incertezas.

	Acumulados	
	T não atendidos [h]	ε_{nt}^{ger} [MW]
Robusto	0	0,00
Ajuste de reserva	1256	58764,50

Na abordagem robusta todos os períodos dos 1000 cenários analisados foram atendidos e a variável de folga ε_{nt}^{ger} não foi acionada, ou seja, a restrição $P_{et}^E + p_{it}^T = P_{ct}^C$ foi sempre respeitada, resultando em 100% de atendimento da demanda, para qualquer caso de variação de P_{et}^E na faixa de incerteza. Já para a abordagem de ajuste de reserva, foram obtidos valores referentes a infactibilidade do sistema sendo a quantidade de períodos não atendidos de 1256 dos 24000 executados, obtendo um valor de aproximadamente 5,23% de não atendimento da demanda (94,77% de atendimento da demanda), com uma potência não atendida acumulada de 58764,5MW. Isso indica que em 5,23% dos cenários, caso estes ocorram na prática, o fornecimento de energia para os consumidores será comprometido e parte do sistema ficaria sem potência disponível.

Outro experimento realizado para avaliação dos cenários aleatórios consiste em manter $\Delta_t/N_e = 1$, porém realizar a geração de potência eólica P_{et}^E aleatória para uma faixa 25% maior que o conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$ definido no modelo robusto. Assim, neste caso, existe a possibilidade da geração de grandezas aleatórias de P_{et}^E fora do conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$, onde não é garantida a confiabilidade do sistema. Na prática, mesmo que o operador do sistema consiga estabelecer uma faixa robusta abrangente e confiável, ainda pode existir a possibilidade de, por fatores não mapeados, a geração de potência eólica estar fora da faixa robusta estabelecida.

Para verificar o comportamento do sistema diante da geração de potência eólica P_{et}^E aleatória e com possibilidade de estar fora do conjunto de incertezas $\mathcal{P}_t^E$, foram executados novamente 1000 despachos, com 24000 períodos analisados para as abordagens robusta e de ajuste de reserva, com $\Delta_t/N_e = 1$, conforme Tabela 6.15.

Tabela 6.15 – Simulação de 24000 períodos (1000 cenários) para $\Delta_t/N_e = 1$ dentro e fora da faixa de incertezas.

	Acumulados	
	T não atendidos [h]	ε_{nt}^{ger} [MW]
Robusto	63	1794,08
Ajuste de reserva	6467	478466,80

Como alguns dos cenários foram gerados de maneira aleatória em uma faixa 25% maior que o conjunto de incertezas, o modelo robusto não conseguiu atender 63 dos 24000 períodos analisados, resultando em 0,26% de não atendimento da demanda (i.e. 99,74% de atendimento da demanda) e uma potência não fornecida de 1794,08 MW. Mesmo com a potência eólica adotada fora da faixa que o modelo robusto garante segurança, na grande maioria dos casos a demanda foi totalmente suprida, resultando em índices baixos de não atendimento de consumidores. Isso se dá devido a robustez do modelo, que, por garantir a segurança do atendimento de demanda mesmo para o pior caso de geração eólica existente na faixa determinada, ainda consegue suprir valores de potência eólica que se distanciam de maneira moderada do conjunto de incertezas proposto.

Para a abordagem de ajuste de reserva, como os valores de geração de potência eólica P_{et}^E aleatória se distanciaram ainda mais da média que este modelo adota, 6467 períodos dos 24000 analisados não foram atendidos, obtendo 26,95% de períodos em que a potência consumida não é suprida nos ensaios (i.e. houve 73,05% de atendimento da demanda). Este resultado reflete em 478466,80 MW de potência acumulada que faltou ser alocada para que todos os cenários fossem atendidos de maneira correta.

Relacionando os quesitos bem comum e confiabilidade, conforme a Tabela 6.9, para $\Delta_t/N_e = 1$, verifica-se que o valor ótimo para a função de bem comum obtido pelo modelo robusto é 0,85% menor que o respectivo valor obtido para a abordagem de ajuste de reserva. Por outro lado, no que diz respeito à confiabilidade, a abordagem robusta garante 100% de atendimento da demanda com potências eólicas aleatórias geradas dentro do conjunto de incertezas e 99,74% com a faixa de geração aleatória expandida, contra 94,77% e 73,05% respectivamente da abordagem de ajuste de reserva.

Os resultados obtidos nos ensaios realizados mostram que nos quesitos segurança e confiabilidade, o modelo robusto garante que mesmo havendo variações aleatórias dentro do conjunto de incertezas proposto, em todos os cenários o balanço de potência será atendido sem o acionamento da variável de folga ou necessidade de ligar novas máquinas térmicas, ou seja, o programação de unidades definida para o dia seguinte será de fato imune contra aleatoriedades associadas às incertezas na potência eólica.

7 Conclusões

Esta dissertação de mestrado propõe um modelo de leilão de energia e reserva bi-estágio para sistemas termo-eólicos, em que as incertezas associadas à geração eólica são consideradas com base na otimização robusta. O modelo trata as incertezas decorrentes da aleatoriedade dos ventos por meio do conjunto de incertezas, que envolve uma faixa de valores aleatórios possíveis para a geração eólica, garantindo assim a imunidade para qualquer evento de geração eólica existente neste conjunto de incertezas. Como se trata de uma proposta para um sistema cuja matriz energética é do tipo termo-eólica, o modelo leva em conta o mercado de energia e o mercado de reserva de curto prazo, possuindo restrições associadas a estes mercados tanto para a parte geradora como para a consumidora, além de representar as características físicas do sistema de transmissão.

A sistemática por trás da otimização robusta se baseia basicamente na definição de um conjunto de incertezas que aborda uma faixa operativa para as possíveis aleatoriedades da potência eólica. Na definição do conjunto de incertezas, o que define a abrangência dessa faixa é o parâmetro de meta de incerteza, cujos valores possíveis foram explorados nos resultados do trabalho.

O trabalho utiliza uma metodologia de solução para o problema robusto proposto que envolve a combinação de três métodos de otimização: o método da dualização, utilizado para reescrever a estrutura Max-Min que encontra o menor custo para pior solução possível de potência eólica em um único problema de maximização; o método da decomposição de Benders, para encontrar o melhor valor de tomada de decisão para o liga e desliga das máquinas; o método *outer approximation* para resolver o termo bilinear decorrente da dualização do problema.

O modelo proposto foi avaliado em um sistema baseado no IEEE 24 barras, alterando os três últimos geradores para que estes tivessem características de geração eólica. De modo a validar a matemática envolvida na resolução do problema de Max-Min, foi feita inicialmente uma comparação entre a resolução do problema de despacho primal com seu correspondente dual, adotando a mesma base de dados. Na análise feita, foram avaliadas as funções de bem comum, as potências dos geradores termelétricos, eólicos, consumo e reservas, todos resultando em valores idênticos que comprovam a efetividade da implementação computacional para o problema dual.

A abordagem robusta proposta foi comparada à abordagem de ajuste de reserva, que corresponde à solução de um modelo de leilão e reservas determinístico, desprezando as incertezas na geração eólica, mas considerando variações no montante total de reserva do sistema. As abordagens foram comparadas para um perfil de demanda fixo e para várias situações de metas de incerteza. Verificou-se que a meta de incerteza impacta diretamente no tamanho do conjunto de incertezas, impactando consequentemente, nos valores de

despacho de geração, e preços da abordagem robusta. Foram simulados valores de meta de incerteza dentro de uma faixa em que Δ_t/N_e assume valores de 0 a 1, com passo de 0,1.

Em todos os casos em que a meta de incerteza adotada é nula, a abordagem robusta e de ajuste de reserva obtiveram resultados idênticos, uma vez que, nestes casos, ambas as abordagens possuem características determinísticas. Na análise do bem comum, verificou-se que a abordagem robusta tende a calcular valores mais conservadores para o despacho de geração eólica, obtendo também resultados inferiores para a função de bem comum, com relação aos valores obtidos pela abordagem de ajuste de reserva. Isso ocorre pois a abordagem de ajuste de reserva retrata a função de bem comum de forma ingênua (artificial), assumindo sempre que a eólica está trabalhando em sua média, o que na prática é pouco provável de acontecer. Neste caso, se ocorrer uma variação da geração eólica esperada na operação em tempo real, o sistema não estará imune como na solução programada pela abordagem robusta.

Um ponto interessante da dinâmica existente entre a faixa de incerteza e a potência eólica é que, conforme mostrado nos resultados, quanto maior a meta de incerteza e consequentemente a faixa de operação, menor o valor de potência eólica alocada para o sistema. Isso se dá pois a quantidade de situações para as quais o modelo deve estar imune aumenta. Assim, quanto maior a faixa de incerteza considerada, mais conservador se torna o despacho eólico.

Analisando mais profundamente as abordagens propostas é possível verificar que para todos casos adotados para a meta de incerteza, a demanda do sistema é alcançada, podendo haver uma variação na quantidade de potência eólica e termelétrica, conforme os critérios adotados. A reserva do sistema também é sempre suprida, ficando a cargo da reserva *up* e *non-spinning* do gerador essa função, visto que a reserva *down* e as reservas dos consumidores não foram acionadas. Vale ressaltar que não houve corte de carga em nenhum dos problemas executados, e que as variáveis de folga utilizadas para factibilizar algumas restrições também não foram acionadas, o que permite concluir que o sistema opera dentro de condições factíveis, sem extrapolar nenhum limite de operação.

Na análise dos preços, foram levantados gráficos que representam as curvas de variação durante o horizonte de análise, sendo que, a abordagem robusta possui valores de preços superiores em sua maioria com relação à abordagem de ajustes de reserva, devido as características de segurança envolvidas. Um ponto interessante verificado é que em períodos em que a demanda é maior, a abordagem robusta obtém valores de preço menores se comparados aos da abordagem de ajuste de reserva. Isso ocorre pois a operação calculada pela abordagem robusta sempre utiliza mais geradores termelétricos ligados, o que facilita a alocação de potência em blocos iniciais, que têm preços menores. Na abordagem de ajuste de reserva, o algoritmo não opta por ligar novas máquinas, preferindo alocar energia, nos períodos de alta demanda, em blocos de ofertas mais caros dos geradores, o que resulta em preços mais altos.

Com a análise da simulação das decisões calculadas pelas abordagens robusta e de ajustes de reservas, para 1000 situações aleatórias de geração eólica, verifica-se que quando os valores aleatórios de geração eólica estão restritos à faixa determinada pelo conjunto de incertezas, o modelo robusto garante o atendimento de todos os consumidores com o liga e desliga das máquinas previsto para o dia seguinte, resultando em um modelo 100 % seguro e confiável. Já o modelo de ajuste de reserva, para, não garante o atendimento da demanda em todos os períodos, pois quando o valor de potência eólica gerada se afasta do valor médio determinado, o liga e desliga das máquinas previsto para o dia seguinte se torna inadequado para o atendimento da demanda. Verificou-se, em um segundo estudo de simulação das decisões das abordagens, no qual foram adotados limites que excedem a faixa de incerteza, que mesmo que a potência eólica aleatória gerada se afaste moderadamente do conjunto de incertezas proposto, a taxa de não atendimento da demanda fica pequena para o modelo proposto, obtendo expectativas de robustez melhores que as esperadas.

Por fim, ao analisar os resultados das simulações das decisões calculadas pelas abordagens robusta e de ajustes de reserva, verifica-se uma relação inversamente proporcional entre os aspectos econômicos e de segurança da operação. Assim, caso o operador opte pela utilização de um modelo de leilão robusto, o sistema tem a garantia de imunidade contra eventuais aleatoriedades que possam ocorrer na geração eólica, porém o preço da energia ficará ligeiramente maior, ficando a cargo dos geradores termelétricos suprir a redução da potência eólica e a reserva necessária para o sistema. A utilização da abordagem robusta em leilões de eletricidade garante, portanto, uma operação mais segura mesmo com a inserção de fontes de geração eólica no sistema. Outra vantagem dessa abordagem é que esta reduz o esforço computacional associado ao tratamento das incertezas na geração eólica, uma vez que esta abordagem dispensa o estudo computacionalmente mais intensivo associado à resolução de vários cenários operativos, como ocorre quando as incertezas são tratadas por meio de otimização estocástica.

Para trabalhos futuros pode ser inserida uma faixa do modelo robusto com base em estudos de probabilidade e estatística, como é o caso da distribuição de Weibull, para descrever melhor o comportamento da velocidade do vento e obter resultados mais precisos com relação a segurança e confiabilidade do sistema. Outra proposta futura consiste na inserção da geração hidrelétrica ao modelo de leilão robusto, obtendo características hidro-termo-eólicas, alterando a tomada de decisão de liga/desliga das máquinas e preço de energia com base nesse novo sistema adotado.

Referências

- AFSHAR, K.; GHIASVAND, F. S.; BIGDELI, N. Optimal bidding strategy of wind power producers in pay-as-bid power markets. *Renewable Energy*, v. 127, p. 575–586, nov. 2018. ISSN 0960-1481. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148118305342>>. Citado na página 6.
- ANSTINE, L. T. et al. Application of probability methods to the determination of spinning reserve requirements for the pennsylvania-new jersey-maryland interconnection. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 82, n. 68, p. 726–735, 1963. Citado na página 1.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro/RJ: [s.n.], 2007. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 42.
- ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado na página 21.
- BAZARAA, M. S. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 3rd. ed. [S.l.]: Wiley Publishing, 2013. ISBN 1118857569. Citado na página 28.
- BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, n. 4, p. 238–252, 1962. Citado na página 34.
- BERTSIMAS, D. et al. Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 1, p. 52–63, fev. 2013. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 3, 4, 23 e 24.
- BILLINTON, R.; KARKI, R. Capacity reserve assessment using system well-being analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2, p. 433–438, 1999. Citado na página 1.
- BREGADIOLI, G. F. et al. Medium-term coordination in a network-constrained multi-period auction model for day-ahead markets of hydrothermal systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 82, p. 474–483, nov. 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151630477X>>. Citado na página 1.
- CAO, Y. et al. Risk-constrained stochastic power procurement of storage-based large electricity consumer. *Journal of Energy Storage*, v. 28, p. 101183, abr. 2020. ISSN 2352-152X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352152X19308606>>. Citado na página 7.
- CONEJO, A. et al. Decomposition techniques in mathematical programming engineering and science applications. *Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications*, 01 2006. Citado na página 34.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in

Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 4 vezes nas páginas 2, 7, 55 e 56.

CRUZ, M. P. et al. Strategic bidding for price-maker producers in predominantly hydroelectric systems. *Electric Power Systems Research*, v. 140, p. 435–444, nov. 2016. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779616302048>>. Citado na página 6.

DURAN, M. A.; GROSSMANN, I. E. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs. *Mathematical Programming*, v. 36, p. 307–339, 10 1986. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

FLETCHER, R.; LEYFFER, S. Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. *Mathematical Programming*, v. 66, p. 327–349, 08 1994. Citado na página 29.

GEOFFRION, A. Generalized benders decomposition. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 10, p. 237–260, 10 1972. Citado 4 vezes nas páginas 34, 35, 36 e 37.

GOOI, H. et al. Optimal scheduling of spinning reserve. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 4, p. 1485–1492, 1999. Citado na página 1.

IBM. *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*. 2022. Disponível em: <<https://www.ibm.com/br-pt/analytics/cplex-optimizer>>. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 53.

MORALES, J. et al. *Integrating Renewables in Electricity Markets - Operational Problems*. [S.l.: s.n.], 2014. ISBN 9781461494119. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 12.

MOTTO, A. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, 2002. Citado na página 1.

NOJAVAN, S. et al. Energy procurement management for electricity retailer using new hybrid approach based on combined BICA–BPSO. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 73, p. 411–419, dez. 2015. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061515002380>>. Citado na página 7.

PEREIRA, A. C. et al. Network-constrained multiperiod auction for pool-based electricity markets of hydrothermal systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 6, p. 4501–4514, 2017. Citado na página 1.

VARVAREZOS, D. K.; GROSSMANN, I. E.; BIEGLER, L. T. An outer-approximation method for multiperiod design optimization. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 31, p. 1466–1477, 1992. Citado na página 29.

WANG, X. et al. Two-stage stochastic optimization for unit commitment considering wind power based on scenario analysis. In: *2016 China International Conference on Electricity Distribution (CICED)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5. Citado na página 2.

- WONG, P. et al. The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1010–1020, 1999. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- YIN, W. et al. Multi-stage stochastic planning of wind generation considering decision-dependent uncertainty in wind power curve. In: *2019 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT-Europe)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–5. Citado na página 2.
- ZIA, F.; NASIR, M.; BHATTI, A. A. Optimization methods for constrained stochastic wind power economic dispatch. In: *2013 IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 129–133. Citado na página 2.

Apêndices

APÊNDICE A – Dados computacionais do Sistema de 24 Barras

Nesse apêndice são apresentados todos os dados utilizados para os testes numéricos, representadas em formato de código para facilitar a utilização destes em futuros trabalhos.

#Conjunto dos blocos dos ofertados pelos geradores

BT = {1 2 3 4}

#Conjunto dos blocos dos ofertados pelos consumidores

BC = {1}

#Conjunto de consumidores

C = {1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17}

#Conjunto de unidades geradoras eolicas

E = {1 2 3}

#Conjunto de unidades geradoras termoeletricos

I = {1 2 3 4 5 6 7 8 9}

#Conjunto de barras do sistema de transmissao

N = {1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24}

#Conjunto de periodos do horizonte de mercado

T = {1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24}

#Conjunto de barras do sistema de transmissao

vizinhas a barra N

NN = [{2 3 5} {1 4 6} {1 9 24} {2 9} {1 10} {2 10}
{8} {7 9 10} {3 4 8 11 12} {5 6 8 11 12}
{9 10 13 14} {9 10 13 23} {11 12 23} {11 16} {16 21 24}
{14 15 17 19} {16 18 22} {17 21} {16 20} {19 23}
{15 18 22} {17 21} {12 13 20} {3 15}]


```
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]]
```

*#Oferta de preco de reserva down submetido pela unidade
termeletrica i no periodo t*

```
Lambda_RD = [[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]
[6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08
6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08 6.08]]
```

#Oferta de preco de reserva nao girante

(do ingles , non-spinning) submetido pela unidade
termeletrica i no periodo t

```
Lambda_RNS = [[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]
[7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6 7.6
7.6 7.6 7.6 7.6]]
```

*#Oferta de preco de energia submetido pela unidade
termeletrica i no periodo t, bloco bt*

```
Lambda_T = [[[11.46 11.96 13.89 15.97]
[11.46 11.96 13.89 15.97]
[11.46 11.96 13.89 15.97]
[11.46 11.96 13.89 15.97]
[11.46 11.96 13.89 15.97]
[11.46 11.96 13.89 15.97]]]
```


[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]
[19.2 20.03 21.67 22.72]]
[[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]
[23.41 23.78 26.84 30.4]]]
[[9.92 10.25 10.68 11.26]
[9.92 10.25 10.68 11.26]
[9.92 10.25 10.68 11.26]
[9.92 10.25 10.68 11.26]]

240	240	240	240	240	240	240]					
[260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260]
260	260	260	260	260	260	260					
260	260	260	260	260	260	260	260]				
[280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280	280]
280	280	280	280	280	280	280					
280	280	280	280	280	280	280	280]				
[300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300]
300	300	300	300	300	300	300					
300	300	300	300	300	300	300	300]				
[320	320	320	320	320	320	320	320	320	320	320	320]
320	320	320	320	320	320	320					
320	320	320	320	320	320	320	320]				
[340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340]
340	340	340	340	340	340	340					
340	340	340	340	340	340	340	340]				
[360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360]
360	360	360	360	360	360	360					
360	360	360	360	360	360	360	360]				
[380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380]
380	380	380	380	380	380	380					
380	380	380	380	380	380	380	380]				
[400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400]
400	400	400	400	400	400	400					
400	400	400	400	400	400	400	400]				
[420	420	420	420	420	420	420	420	420	420	420	420]
420	420	420	420	420	420	420					
420	420	420	420	420	420	420	420]				
[440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440]
440	440	440	440	440	440	440					
440	440	440	440	440	440	440	440]				
[460	460	460	460	460	460	460	460	460	460	460	460]
460	460	460	460	460	460	460					
460	460	460	460	460	460	460	460]				
[480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480]
480	480	480	480	480	480	480					
480	480	480	480	480	480	480	480]				
[500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500]
500	500	500	500	500	500	500					

$$\begin{bmatrix} 500 & 500 & 500 & 500 & 500 & 500 & 500 \\ 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 \\ 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 \\ 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 & 520 \end{bmatrix}$$

#Oferta de preço de reserva down do consumidor c
no período t

[illegible]

```
[26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26
26 26 26 26 26 26 26 26 26 26]]
```

#Susceptancia serie da linha n/ m

```
B = [[0 6849.3 443.85 0 1102.5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[6849.3 0 0 737.46 0 487.8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0]
[443.85 0 0 0 0 0 0 0 786.78 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1190.5]
[0 737.46 0 0 0 0 0 0 900.9 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0]
[1102.5 0 0 0 0 0 0 0 0 1063.8 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0]
[0 487.8 0 0 0 0 0 0 0 1557.6 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 1533.7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0]
[0 0 0 0 0 0 1533.7 0 567.54 567.54 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0]
[0 0 786.78 900.9 0 0 0 567.54 0 0 1190.5 1190.5 0
0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 1063.8 1557.6 0 567.54 0 0 1190.5 1190.5 0
0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 1190.5 1190.5 0 0 2049.2 2347.4 0
0 0 0 0 0 0 0]
0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 1190.5 1190.5 0 0 2049.2 0 0 0 0
0 0 0 0 1015.2 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2049.2 2049.2 0 0 0 0 0 0
0 0 1131.2 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2347.4 0 0 0 0 1683.5 0 0
0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5814 0 0 0 0
0 0 1890.4]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1683.5 5814 0 3802.3 0
4273.5 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3802.3 0 6993 0 0
935.45 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6993 0 0 0 7575.8
```

```

0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4273.5 0 0 0 4926.1
0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4926.1 0 0 0 8928.6 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4016.1 0 0 7575.8 0 0
0 1445.1 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 935.45 0 0 0 1445.1
0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1015.2 1131.2 0 0 0 0 0 0
8928.6 0 0 0 0]
[0 0 1190.5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1890.4 0 0 0 0 0
0 0 0 0]]

```


[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]
[75 75 90 60]]
[[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]
[206.85 147.75 118.2 118.2]]
[[12 18 18 12]
[12 18 18 12]
[12 18 18 12]
[12 18 18 12]
[12 18 18 12]
[12 18 18 12]


```

0 0 0 0 0 0 0 0]
[175 0 0 175 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[175 0 0 0 0 0 0 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 400]
[0 175 0 0 0 0 0 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[175 0 0 0 0 0 0 0 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 175 0 0 0 0 0 0 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 175 0 175 175 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 175 175 0 0 0 175 0 0 400 400 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 175 175 0 175 0 0 400 400 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 400 400 0 0 500 500 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 400 400 0 0 500 0 0 0 0 0 0 0 500 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 500 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 0 500 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 0 1000 0 0 500]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 500 0 500 0 500 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 500 0 0 0 500 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 1000 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 1000 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1000 0 0 0 1000 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1000 0 0 1000 0 0 0 500 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 500 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 500 0 0 0 0 0 0 1000 0 0 0 0]
[0 0 400 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 500 0 0 0 0 0 0 0 0]]

```

*#Oferta de quantidade de energia submetido pelo
consumidor c no periodo t, bloco bc*

```

E_C = [[40.385][50.762][48.345][47.539][47.539][48.345]
[59.626][69.295][76.546][77.352][77.352][76.546]
[76.546][76.546][74.935][74.935][79.769][80.575]
[80.575][77.352][73.323][66.877][42.82][50.762]]
[[32.303][45.419][43.256][42.535][42.535][43.256]
[53.349][62][68.489][69.21][69.21][68.489][68.488]
[68.489][67.047][67.047][71.373][72.094][72.094]
[69.21][65.605][59.838][52.628][45.419]]
[[80.702][84.159][80.151][78.815][78.815][80.151]
[98.853][114.88][126.91][128.24][128.24][126.91]
[126.9][126.91][124.23][124.23][132.25][133.59]
[133.59][128.24][121.56][80.476][80.717][84.159]]

```

[[36.937][34.732][33.078][32.527][32.527][33.078]
 [40.796][47.412][52.374][52.925][52.925][52.374]
 [52.373][52.374][51.271][51.271][54.579][55.13]
 [55.13][52.925][50.169][45.758][40.245][34.732]]
 [[35.517][33.396][31.806][31.276][31.276][31.806]
 [39.227][45.589][50.36][50.89][50.89][50.36][50.359]
 [50.36][49.299][49.299][52.48][53.01][53.01][50.89]
 [48.239][35.998][38.697][33.396]]
 [[68.192][64.121][61.068][60.05][60.05][61.068]
 [75.317][87.53][96.69][97.708][97.708][96.69]
 [96.689][96.69][94.655][94.655][100.76][101.78]
 [101.78][97.708][92.619][84.477][74.299][64.121]]
 [[56.109][58.777][55.979][55.046][55.046][55.979]
 [69.04][80.236][88.633][89.566][89.566][88.633]
 [88.632][88.633][86.767][86.767][92.365][93.298]
 [93.298][89.566][84.901][69.437][68.107][58.777]]
 [[82.84][80.151][76.334][75.062][75.062][76.334]
 [94.146][109.41][120.86][122.14][122.14][120.86]
 [120.86][120.86][118.32][118.32][125.95][127.22]
 [127.22][122.14][115.77][73.596][92.874][80.151]]
 [[86.661][81.487][77.607][76.313][76.313]
 [77.607][95.715][111.24][122.88][124.17][124.17]
 [122.88][122.88][122.88][120.29][120.29][128.05]
 [129.34][129.34][124.17][117.7][107.36][94.421]
 [81.487]]
 [[96.605][90.838][86.512][85.07][85.07][86.512]
 [106.7][124][136.98][138.42][138.42][136.98]
 [136.98][136.98][134.09][134.09][142.75][144.19]
 [144.19][138.42][131.21][119.68][105.26][90.838]]
 [[124.12][124.23][118.32][116.35][116.35][118.32]
 [145.93][169.59][187.34][189.31][189.31][187.34]
 [187.34][187.34][183.39][183.39][195.23][197.2]
 [197.2][189.31][179.45][163.67][143.95][124.23]]
 [[88.605][90.838][86.512][85.07][85.07][86.512]
 [106.7][124][136.98][138.42][138.42][136.98]
 [136.98][136.98][134.09][134.09][142.75][144.19]
 [144.19][138.42][131.21][103.68][105.26][90.838]]
 [[153.04][148.28][141.22][138.86][138.86][141.22]
 [174.17][202.41][223.6][225.95][225.95][223.6]


```

10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]
[10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10]]

```

*#Valor da penalidade para corte de carga do sistema
para a carga c no periodo t*

```

V_LOL = [[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]

```

```

[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]
[1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
1000 1000 1000 1000]]

```

```

#Valor da penalidade associada com a folga do balanço
de reservas no período t
V_LOR = [100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100
100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100
100 100]

```

```

#Valor da penalidade associada com a folga do balanço
de potência no período t

```

```
V_GER = [100 100 100 100 100 100 100 100 100 100
100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100
100 100 100]
```

#Valor do minimo tempo ligado do gerador i

```
UT = [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]
```

#Valor do minimo tempo desligado do gerador i

```
DT = [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]
```

*#Numero de periodos que o gerador i deve ficar ligado
no inicio do horizonte de analise*

```
G = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
```

*#Numero de periodos que o gerador i deve ficar desligado
no inicio do horizonte de analise*

```
F = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
```

#Custo fixo da unidade termelétrica i

```
C_FIX = [304 304 600 1182 120 310 310 800 800]
```

#Custo de partida da unidade termelétrica i

```
C_SU = [1430.4 1430.4 1725.0 3056.7 437.0 312.0
312.0 312.0 312.0]
```

#Custo de parada da unidade termelétrica i

```
C_SD = [1430.4 1430.4 1725.0 3056.7 437.0 312.0
312.0 312.0 312.0]
```