

Universidade Estadual Paulista
“Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Materiais – PPGCM

DANILO OKIMOTO

**DINÂMICA DE VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES
MESOSCÓPICOS COM REDE DE CENTROS DE
APRISIONAMENTO: ESTUDO EM TEMPERATURA
PRÓXIMA DE T_c E DIFERENTES TIPOS DE DEFEITOS**

Ilha Solteira
2018

DANILO OKIMOTO

DINÂMICA DE VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES MESOSCÓPICOS
COM REDE DE CENTROS DE APRISIONAMENTO: ESTUDO EM
TEMPERATURA PRÓXIMA DE T_c E DIFERENTES TIPOS DE DEFEITOS

Dissertação apresentada ao programa de
Pós-Graduação em Ciência dos Materiais
da Universidade Estadual Paulista como
parte dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre.

Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY
Orientador

Ilha Solteira
2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

O41d Okimoto, Danilo.
Dinâmica de vórtices em supercondutores mesoscópicos com rede de centros de aprisionamento: estudo em temperatura próxima de T_c e diferentes tipos de defeitos / Danilo Okimoto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
85 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Física da Matéria Condensada, 2018

Orientador: Rafael Zadorosny
Inclui bibliografia

1. TDGL. 2. Centros de pinning. 3. Supercondutores mesoscópicos.


João José Barbosa
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação
Diretor Técnico
CRB 8-5642



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: DINÂMICA DE VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES MESOSCÓPICOS COM REDE REGULAR DE CENTROS DE APRISIONAMENTO: ESTUDO EM TEMPERATURA PRÓXIMA DE T_c E DIFERENTES TIPOS DE DEFEITOS

AUTOR: DANILO OKIMOTO

ORIENTADOR: RAFAEL ZADOROSNY

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em CIÊNCIA DOS MATERIAIS, área: FÍSICA DA MATERIA CONDENSADA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY

Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ANTONIO CARLOS FERREIRA SERIDONIO

Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ALEXYS BRUNO ALFONSO

Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru

Ilha Solteira, 06 de março de 2018

*Dedico este trabalho aos meus pais
Maria Kimie e Tadashi, e à minha
amada Alice, por todo amor, apoio e
companheirismo.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder força e discernimento para trilhar sempre o melhor caminho. Obrigado por ser minha fonte de força e coragem para superar todas as dificuldades

Agraço aos meus pais Tadashi Okimoto e Maria Kimie, por estarem sempre presentes em minha vida, tornando-a próspera e feliz. Obrigado pelo apoio e amor incondicional.

Agradeço à minha amiga e namorada Alice Presotto, por estar ao meu lado desde a graduação. Obrigado por ocupar o lugar mais especial na minha vida, o lugar da pessoa amada. Seu apoio é imprescindível para meu crescimento.

Agradeço ao meu amigo e colega de grupo Elwis Carlos, pelo incentivo e apoio quando tudo parecia complicado, e por acreditar e se preocupar com minha pesquisa. Obrigado por todo apoio desempenhado nos últimos anos.

Agradeço imensamente ao meu orientador Prof. Dr. Rafael Zadorosny, pelas conversas, ensinamentos, e conselhos, durante os anos de orientação na IC e no mestrado. Obrigado por acreditar na minha capacidade.

Agradeço aos meus colegas do grupo GSMA, Alice, Elwis e Vinícius, pelas conversas, aprendizagens e pelos momentos de alegria que convivemos juntos no departamento e nos congressos.

Agradeço a banca examinadora por aceitar avaliar este trabalho.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pelo apoio financeiro.

Não importa aonde você parou... Em que momento da vida você cansou... O que importa é que sempre é possível e necessário "Recomeçar". Recomeçar é dar uma chance a si mesmo... É renovar as esperanças na vida e o mais importante... Acreditar em você de novo.

Carlos Drummond de Andrade

Resumo

O estudo de materiais supercondutores (SCs) em escalas nanométricas tem se destacado na área da Física de Matéria Condensada nas últimas décadas. O foco tem-se dado aos estudos das propriedades elétricas e magnéticas desses materiais, além da intensificação do desenvolvimento de técnicas para a produção e manipulação em nanoescala. Nos ditos supercondutores mesoscópicos, efeitos de confinamento influenciam na dinâmica de vórtices, ocasionando, inclusive, estados de vórtices múltiplos e de vórtices gigantes. Neste trabalho, usamos a teoria de Ginzburg-Landau para estudar supercondutores mesoscópicos com uma rede de defeitos. Foram analisados o comportamento magnético das amostras para dois tipos diferentes de defeitos, sendo eles, buracos que transpassam o material (antidots, ADs) e buracos com uma fina camada supercondutora (Blind Holes, BHs). As amostras foram expostas a campos externos variáveis e o loop de histerese das mesmas foi levantado. Os sistemas foram simulados com temperatura $T = 0,9T_c$, e possuindo geometria quadrada de tamanho lateral $L = 54 \xi(0)$, defeitos também quadrados de lado $l = 2\xi(0)$ e espaçados por $2\xi(0)$. Nestas condições, efeitos de confinamento são muito fortes, inclusive devido ao tamanho dos vórtices, cujo $\xi(T = 0,9)$ é aproximadamente $3\xi(0)$. Com isso, há pouca diferença no comportamento global das diferentes amostras, contudo, a dinâmica de vórtices é alterada devida à natureza distinta entre ADs e BHs. Outro fato interessante é que, sendo os vórtices muito grandes, os defeitos, embora tenham influência sobre eles, não são efetivos em seu aprisionamento, principalmente durante a primeira penetração. Com isso, em campo nulo, a magnetização das amostras é nula.

Abstract

The study of superconducting materials (SCs) in nanometric scales has been outstanding in the area of Condensed Matter Physics in the last decades. The focus has been given to the study of the electrical and magnetic properties of the materials, besides the intensification of the development of techniques for nanoscale production and manipulation. In the so-called mesoscopic superconductors, confinement effects influence the dynamics of vortices, including multiple vortices states and giant vortices. In this work, we use the Ginzburg-Landau theory to study mesoscopic superconductors with an array of defects. The magnetic behavior of the samples was analyzed for two different types of defects: holes that pass through the material (antidots, ADs) and holes with a thin superconducting layer (Blind Holes, BHs). The samples were exposed to variable external fields and the hysteresis loop of the samples had been studied. The system were simulated with temperature $T = 0,9T_c$, and a square geometry with lateral size $L = 54 \xi(0)$, square defects with lateral size $l = 2\xi(0)$ and spaced by $2\xi(0)$. Under these conditions, confinement effects are very strong, including due to the size of the vortices, whose $\xi(T = 0,9)$ is approximately $3\xi(0)$. So, there is little difference in the overall behavior of the different samples, however, the vortex dynamics is altered due to the distinct nature of ADs and BHs. Another interesting fact is that, since the vortices are very large, the defects, although they have an influence on them, are not effective in their imprisonment, especially during the first penetration. Thus, in the null field, the magnetization of the samples is zero.

Sumário

1. Introdução	11
2. A supercondutividade e seus aspectos	14
2.1 Resistividade Nula	14
2.2 Efeito Meissner	15
3. Supercondutividade.....	18
3.1 Equações de London	18
3.2 Teoria de Ginzburg-Landau	20
3.3 O comprimento de coerência	25
3.4 A profundidade de penetração magnética	28
3.5 Quantização do fluxo	29
3.6 Supercondutores Tipo I e Tipo II	31
4. Supercondutores Mesoscópicos	35
4.1 Estado de vórtices.....	35
4.2 Dinâmica de Vórtices	36
4.3 Centros de Pinning.....	38
5. Formalismo Teórico.....	40
5.1. Equações TDGL.....	40
5.2. Unidades Reduzidas	40
5.3. Invariância de Calibre	41
5.4. Campos Auxiliares	42
5.5. Condições de Contorno	44
5.6. Resolução da TDGL por método numérico	45
5.6.1. Malha de discretização	45
5.6.2. Discretização da Primeira Equação TDGL	47
5.6.3. Discretização da Segunda Equação TDGL	48
5.6.4. Cálculo da magnetização e da voltagem	50
6. Resultados	53
6.1 Curvas da Magnetização	54
6.2. Loop magnetização $M(H) - H(up)$	56
6.3. Loop magnetização $M(H) - H(down)$	70
Conclusão	81
Referências	83

1. Introdução

Em um panorama geral, o fenômeno da supercondutividade aqui em destaque, foi primeiramente relatado em 1911 pelo físico holandês Heike Kamerlingh Onnes em seu laboratório em Leiden na Holanda. A descoberta da supercondutividade como resultado de experimentos só foi possível porque três anos antes, em 1908, Onnes havia liquefeito, pela primeira vez, o hélio. A partir de então, baixíssimas temperaturas, abaixo do ponto de liquefação do hélio (4,2K), ficaram acessíveis experimentalmente. Com sua primeira descoberta, Onnes passou a estudar a resistência elétrica de vários metais em função da temperatura e, por meio de um experimento, acabou por verificar que a resistência elétrica de uma amostra de mercúrio caía abruptamente a zero quando resfriada abaixo de 4,2K. Temperatura esta denominada de temperatura crítica T_c , cujo valor é característico de cada material, [1, 2, 3].

Outro marco no estudo da supercondutividade, veio anos mais tarde, em 1933, quando dois físicos alemães, Meissner e Ochsenfeld observaram que os supercondutores expulsavam todo o fluxo magnético de seu interior, evidenciando assim um diamagnetismo perfeito. Esse fenômeno, ficou conhecido como Efeito Meissner, sendo importante para o entendimento da diferença entre um condutor perfeito e um supercondutor. Dessa forma, a supercondutividade foi considerada como um novo estado da matéria [3, 4].

Em meio a tantas descobertas, em 1935, os irmãos ingleses Fritz e Hans London desenvolveram uma teoria que explicava algumas observações do fenômeno da supercondutividade [5]. Tomando como base as equações de Maxwell, tal teoria possibilitou entender as propriedades eletrodinâmicas dos supercondutores (SCs), visto que, o modelo clássico desenvolvido por London baseou-se na descrição da ausência de campo magnético no interior de um material supercondutor. As equações de London são complementares às equações de Maxwell [3].

Enquanto a teoria de London explicava as propriedades eletrodinâmicas do estado supercondutor, no ano de 1950, Vitaly Ginzburg e Lev Landau desenvolveram uma importante descrição macroscópica para os SCs, em que explicavam as propriedades termodinâmicas da transição entre o estado normal

e o supercondutor na presença de campo magnético. Essa descrição fenomenológica é uma adaptação da teoria das transições de fase de segunda ordem de Landau [6, 7].

Foi então que, em 1957, John Bardeen, Leon Cooper e John Robert Schrieffer apresentaram uma teoria extremamente complexa, mas capaz de explicar microscopicamente o fenômeno da supercondutividade e dar fundamento à teoria de London e à de Ginzburg-Landau [3]. Esta teoria, que ficou conhecida como BCS, devido aos nomes de seus descobridores, explica os mecanismos quânticos responsáveis pela supercondutividade, ou seja, explica como o material se torna supercondutor [8]. No ano anterior, havia sido introduzido por Cooper o conceito de pares de Cooper, que são os portadores de carga dos supercondutores. Cabe ressaltar que, segundo a teoria, cada par é formado por dois elétrons cuja interação, fortemente mediada pelos fônons da rede, é atrativa. Essa é uma das bases da teoria BCS [9].

A partir de então, diversos trabalhos na área da supercondutividade possibilitaram o descobrimento de vários materiais supercondutores e fenômenos físicos. Exemplos mais atuais são as cerâmicas supercondutoras de alta temperatura crítica (*High T_c 's*).

Nas últimas décadas, tem-se explorado os estudos de supercondutores com rede de centros de aprisionamento, pois estes reduzem a mobilidade dos vórtices e como resultado, seus efeitos dissipativos [10]. Diante destas características, Berdiyrov, Baleus, Milosevic e Peeters [11, 12, 13] estudaram a configuração de vórtices em amostras supercondutoras mesoscópicas, e como os parâmetros críticos, o tamanho e a geometria da amostra influenciam na dinâmica de vórtices [14]. Contudo, se uma rede com distribuições de centros de aprisionamento for inserida na amostra, esta irá impor sua própria simetria à estrutura do vórtice [15, 16].

Em estudos mais recentes Milosevic e Peeters [17] mostraram como um quantum de fluxo magnético pode ser manipulado em um filme supercondutor com uma rede de Blind Holes. Tal estudo pode servir com um elemento básico de memória onde a posição do vórtice numa rede de centro de pinning define uma combinação desejada de n bits de informação.

Dentro do estado da arte apresentado, nesse trabalho estudamos a dinâmica de vórtices em dois tipos de amostras supercondutoras mesoscópicas,

em uma delas foram considerados 36 buracos que transpassam o material (Anti Dots (ADs)), e na outra 36 Blind Hole (BHs), ou seja, buracos que mantêm uma camada supercondutora mais fina.

Analizamos para ambas as amostras, seus comportamentos magnéticos ciclando o campo aplicado sobre elas. Assim, tanto a entrada, quanto a saída dos vórtices e sua interação com os diferentes tipos de defeitos foram estudadas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 descrevemos brevemente as principais características dos supercondutores, no Capítulo 3, apresentamos as teorias fenomenológicas da supercondutividade com foco na teoria de Ginzburg-Landau; no Capítulo 4, discutimos sobre os supercondutores mesoscópicos com centros de pinning e a dinâmica de vórtices; no Capítulo 5, apresentamos o formalismo teórico com a Teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo, bem como a malha de discretização utilizada para a simulação das amostras supercondutoras. Finalmente, no capítulo 6 são apresentados os resultados deste trabalho e as discussões que nos permitem chegar às conclusões descritas no último capítulo.

2. A supercondutividade e seus aspectos

2.1 Resistividade Nula

De forma geral, materiais condutores têm seu comportamento elétrico alterado quando submetidos a variações de temperaturas, i.e., estes exibem um decréscimo de sua resistividade à medida que são resfriados.

O estudo desses materiais em baixíssimas temperatura, só foi possível com a liquefação do Hélio (He), em 1908, por Heike Kamerling Onnes, o que levou a descoberta da supercondutividade. Assim, em 1911, H. K. Onnes apresentou alguns estudos que evidenciavam que a resistividade de uma amostra de mercúrio cai abruptamente a zero quando submetido a uma temperatura menor que 4,2K. Em virtude da ausência de resistividade do material abaixo de uma determinada temperatura, estes foram denominados supercondutores. O gráfico da Figura 1 [18, 19] mostra as medidas da resposta elétrica (resistência Ω) de uma amostra de mercúrio, em função da temperatura (Kelvin) do experimento feito por Onnes. [1, 2, 3].

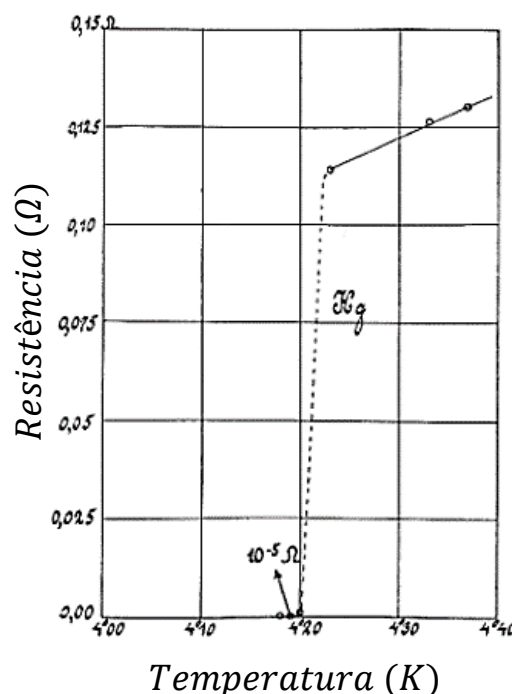


Figura 1: Gráfico da resistividade em função da temperatura feito por Onnes. Adaptado [18, 19].

A temperatura em que a resistividade do material passar a ser nula, ou seja, a temperatura para qual o material sofre uma transição de fase ficou

conhecida por temperatura crítica (T_c), sendo uma característica de cada material. Porém, nem todos materiais bons condutores à temperatura ambiente exibem o fenômeno da supercondutividade, como é o caso do cobre e do ouro. [2].

2.2 Efeito Meissner

Em 1933, Meissner e Ochsenfeld, observaram um fenômeno que resultou na descoberta de uma das propriedades fundamentais dos materiais supercondutores, ou seja, eles descobriram que estes eram diamagnetos perfeitos. Em outras palavras, quando um campo magnético, H , é aplicado sobre um supercondutor (SC) em seu estado normal e este é, então, resfriado abaixo de T_c , ocorre a expulsão de todo o fluxo magnético de seu interior. Tal efeito ficou conhecido por Efeito Meissner [4, 7]. A Figura 2 mostra a diferença entre a resposta de um condutor perfeito (idealizado) e de um supercondutor quando resfriados de duas formas diferentes, i.e., quando submetidos a processos, o ZFC (*Zero Field Cooling*) e o FC (*Field Cooling*).

No procedimento ZFC, resfria-se os materiais (o condutor perfeito e o supercondutor) abaixo de T_c e, posteriormente, aplica-se um campo magnético, H . Como resposta, ambos os materiais excluíram o fluxo magnético de seu interior, ou seja, surge em sua superfície correntes de blindagem que geram um campo de forma a anular aquele externo, impedindo, assim, a penetração de fluxo magnético no seu interior, tal como exemplificado na Figura 2 (a) [20]. Já no procedimento FC, aplica-se um campo nos materiais em $T > T_c$ e, posteriormente, resfria-os até $T < T_c$. Nesse caso, enquanto o condutor permanece no mesmo estado em que se encontrava inicialmente, o supercondutor expulsará o campo de seu interior, tal como mostrado na Figura 2(b). Esse exemplo pictórico mostra que, enquanto um condutor perfeito está sujeito à lei de Faraday, o supercondutor tem uma resposta magnética mesmo na presença de H s estáticos. Assim, o Efeito Meissner é uma característica dos materiais supercondutores adicionada à sua capacidade de transportar correntes elétricas sem resistividade. Desta forma, a supercondutividade pode ser tratada com um novo estado da matéria, uma vez que apresenta propriedades muito particulares. [4, 7, 19].

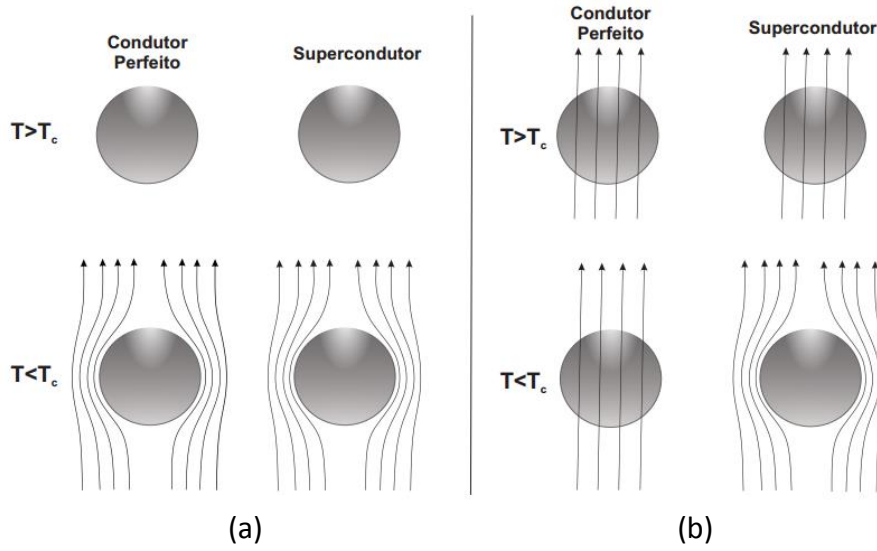


Figura 2: Diferença comportamental de um condutor perfeito e um supercondutor imersos em campo magnético evidenciando o efeito Meissner. (a) Procedimento Zero Field Cooling (ZFC) e (b) Procedimento Field Cooling (FC) [20].

Para estudar uma das consequências do Efeito Meissner, partiremos da equação constitutiva dos campos, ou seja, da relação entre a indução magnética, $\mathbf{B}$ (campo interno), a intensidade do campo magnético, $\mathbf{H}$, e a magnetização, $\mathbf{M}$ (resposta do material à aplicação de $\mathbf{H}$) [18, 19].

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.1)$$

onde μ_0 é a permissividade magnética do vácuo.

Podemos, ainda, expressar $\mathbf{M}$ em termos da suscetibilidade magnética χ . Para um material homogêneo e isotrópico, temos que $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$. Desta forma, substituindo na equação (2.1) temos que:

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}(1 + \chi) \quad (2.2)$$

Pelo Efeito Meissner, o campo magnético induzido $\mathbf{B}$ é zero no interior do SC. Assim, de acordo com a equação (2.2), vemos que isto implica em $\chi = -1$, ou seja,

$$\mathbf{H} = -\mathbf{M} \quad (2.3)$$

Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (2.3), temos:

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{M} \quad (2.4)$$

Contudo, pela lei de Ampère, temos que:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Considerando $\mathbf{E}$ constante, $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$, a equação 2.5 fica

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.6)$$

Comparando a equação (2.4) com a equação (2.5) temos:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{sh} = -\nabla \times \mathbf{M} \quad (2.7)$$

onde $\mathbf{J}_{sh}$ é a corrente de blindagem (shielding current).

Esta equação implica que o termo $-\nabla \times \mathbf{M}$ é devido a uma corrente de blindagem $\mathbf{J}_{sh}$ que gera um campo magnético em oposição ao campo aplicado, excluindo-o do interior do material. Note que o Efeito Meissner não depende de uma variação do fluxo magnético aplicado, ou seja, o diamagnetismo perfeito não é uma consequência da lei de Faraday.

3. Supercondutividade

Devido às características dos supercondutores, foram propostas ao longo dos anos teorias na tentativa de explicar o fenômeno da supercondutividade. Neste capítulo, será apresentado um panorama geral das teorias que acabaram por descrever o fenômeno da supercondutividade e que, na nossa interpretação, são relevantes para o presente trabalho.

3.1 Equações de London

Em 1935, os irmãos Fritz e Hans London propuseram uma teoria fenomenológica capaz descrever algumas observações do fenômeno da supercondutividade [5]. Tal teoria foi capaz de explicar o efeito Meissner baseado no modelo de dois fluidos, que supõe comportamento clássico para parte dos elétrons e comportamento anômalo para a outra parte dos elétrons, denominada superelétrons [3].

As partículas supercondutoras, quando submetidas a campo elétrico, são aceleradas sem dissipação, desta forma, de acordo com a segunda lei de Newton o movimento dos elétrons pode ser expresso por:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E}, \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{v}$ é a velocidade média de deriva dos elétrons

Se há n elétrons condutores por unidade de volume, estes produzem uma densidade de corrente elétrica dada por:

$$\mathbf{J} = n_s e \mathbf{v}, \quad (3.2)$$

Isolando $\mathbf{v}$,

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{J}}{n_s e}, \quad (3.3)$$

e substituindo a equação (3.3) na equação (3.1) vem:

$$F = m \frac{d}{dt} \left(\frac{J}{n_s e} \right) = eE, \quad (3.4)$$

$$E = \frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial J_s}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (3.5), temos:

$$\nabla \times E = \left(\frac{m}{n_s e^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times J_s. \quad (3.6)$$

O termo entre parênteses vamos denominar por:

$$\Lambda_L = \frac{m}{n_s e^2}. \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.7) e à dada pela lei de Faraday,

$$\nabla \times E = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.8)$$

Na equação (3.6), temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Lambda_L \nabla \times J_{sh} + \mathbf{B}) = 0. \quad (3.9)$$

De acordo com a Lei de Ampère, $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_{sh}$, assim

$$\mathbf{J}_{sh} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0}. \quad (3.10)$$

Analisando a equação (3.9), vemos que uma possível solução é aquela que o termo entre parênteses é nulo, assim temos

$$\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_{sh} + \mathbf{B} = 0. \quad (3.11)$$

Substituindo a equação (3.10) na equação (3.11),vem

$$\begin{aligned} \Lambda_L \nabla \times \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0} + \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} &= - \frac{\mu_0 \mathbf{B}}{\Lambda_L}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pela identidade vetorial,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B},$$

e, como não existe monopolo magnético, $(\nabla \cdot \mathbf{B} = 0)$, a equação (3.12) fica:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{\Lambda_L} \mathbf{B}, \quad (3.13)$$

onde o comprimento de penetração de London é definido como $\lambda_L = \sqrt{\frac{\Lambda_L}{\mu_0}}$.

Assim, escrevendo a equação (3.7) na expressão de λ_L , temos:

$$\lambda_L^2 = \frac{m_s}{n_s e^2 \mu_0}. \quad (3.14)$$

Considerando o caso unidimensional onde em $x = 0$ está a interface normal (vácuo)-supercondutor e o espaço $x \geq 0$ é preenchido pelo supercondutor, e que o campo é aplicado ao longo da direção z , temos que:

$$\frac{d^2 B_z}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B_z. \quad (3.15)$$

Resolvendo (3.15) obtemos:

$$B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L}. \quad (3.16)$$

onde B_0 é o valor do campo na interface.

A expressão (3.14) é chamada de comprimento de penetração de London e é um dos parâmetros característicos dos supercondutores. A expressão (3.16) evidencia que o campo magnético externo penetra por uma camada de valor λ_L dentro do SC.

3.2 Teoria de Ginzburg-Landau

A partir da descoberta de Meissner e Ochsenfeld, várias teorias surgiram na tentativa de explicar o fenômeno da supercondutividade na presença de campos magnéticos. Dentre elas destacamos a teoria fenomenológica de V. L. Ginzburg e L. D. Landau (GL) [6]. Em tal teoria, o parâmetro de ordem do supercondutor é dado por uma função complexa ψ [7, 18]. O quadrado do módulo de ψ é a densidade de superelétrons (n_s) no supercondutor, tal como:

$$n_s = |\psi(r)|^2 = \psi\psi^*. \quad (3.15)$$

ψ pode ser escrito como:

$$\psi = \psi_{\infty} e^{i\theta} \quad (3.16)]$$

onde ψ_{∞} é o parâmetro de ordem no interior do supercondutor, longe das superfícies e θ é a fase de ψ .

Para se obter a primeira e a segunda equação de Ginzburg-Landau, vamos escrever a energia termodinâmica do estado supercondutor na presença de um campo magnético aplicado. Dessa forma, utilizamos a energia livre de Gibbs, pois esta representa a energia total que um sistema termodinâmico tem disponível para execução de um trabalho útil.

De maneira geral a energia livre de Gibbs é dada pela diferença entre a entalpia e a energia devido à entropia, i.e., energia que não pode ser aproveitada para trabalho útil.

$$G = H - TS \quad (3.17)$$

Por definição temos que entalpia (H) é a soma da energia interna (U) e o trabalho (τ)

$$H = U + \tau \quad (3.18)$$

Pela teoria de Landau para transições de fase de segunda ordem (na ausência de campo externo e gradiente), um potencial termodinâmico (energia livre de Gibbs), nas proximidades de T_c , pode ser escrito como uma expansão em série de potência do parâmetro de ordem.

$$G_s = G_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4. \quad (3.19)$$

No qual $\alpha = \alpha_o (T - T_c)$ sendo $T < T_c$ para o estado supercondutor, β é uma constante fenomenológica positiva. A energia livre do supercondutor quando aplicado um campo magnético é dada por:

$$G_s = G_n + \int_V (G_c + G_Q + G_B) d^3r, \quad (3.20)$$

no qual G_c é a energia necessária para a formação dos pares de Cooper, ou energia do condensado,

$$G_c = \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4, \quad (3.21)$$

G_Q é a energia cinética na mecânica quântica; e G_B é a energia magnética devido ao campo de indução magnético (campo interno), subtraído pela energia do trabalho da magnetização responsável pela expulsão do campo.

$$G_B = \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}. \quad (3.22)$$

Para obter o termo G_Q , partimos da Lagrangeana:

$$L = T - U, \quad (3.21)$$

onde T é a energia cinética e U é a energia potencial magnético

$$L = T - U = \frac{1}{2} m_s \dot{\mathbf{r}}^2 - e_s \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}, \quad (3.22)$$

onde m_s é a massa do superelétron, e_s é a carga do superelétron e $\mathbf{A}$ é o potencial vetor.

Utilizando as equações de Lagrange, obtemos o momento:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \mathbf{P} = m_s \dot{\mathbf{r}} - e_s \mathbf{A}. \quad (3.24)$$

Vamos transformar o momento $\mathbf{P}$ em um operador a partir dos postulados da mecânica quântica [21].

$$\mathbf{P} = m_s \dot{\mathbf{r}} - e_s \mathbf{A} \rightarrow \hat{\mathbf{P}} = -i\hbar \nabla - e_s \mathbf{A}. \quad (3.25)$$

Assim, a energia livre do estado supercondutor é dada por [18]:

$$G_s = G_n + \frac{1}{V} \int \left\{ \left[\frac{1}{2m_s} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi \cdot \left(i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi^* \right] + \frac{1}{8\pi} B^2(r) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 \right\} d^3r. \quad (3.26)$$

O estado supercondutor ocorre de forma a minimizar energia do sistema, sendo assim, minimizaremos a equação (3.26) com relação ao parâmetro de ordem e também com relação ao potencial vetor.

Para obtermos a 1ª equação GL, minimiza-se a energia com relação ao conjugado de ψ . Utilizando dos métodos variacionais [22], efetuamos a derivada funcional da equação (3.26) com relação a ψ^* e a igualamos a zero.

$$G_s = G_n + \frac{1}{V} \int \left\{ \left[\frac{1}{2m_s} \left(\hbar^2 \nabla \psi^* \nabla \psi - i\hbar \frac{e_s}{c} \nabla \psi^* \mathbf{A} \psi + i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \psi^* \nabla \psi - \frac{e_s^2}{c^2} \mathbf{A} \psi^* \mathbf{A} \psi \right) \right] + \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 \right\} d^3r. \quad (3.27)$$

Para realizar a minimização, utilizamos a equação (3.28)

$$\frac{\partial G_s}{\partial \psi^*} - \nabla \left[\frac{\partial G_s}{\partial (\nabla \psi^*)} \right] = 0. \quad (3.28)$$

Primeiramente, vamos derivar os termos da equação [3.27] que dependem apenas de ψ^*

$$\frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \psi^* \nabla \psi \right) = i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \cdot \nabla \psi, \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(\frac{e_s^2}{c^2} \mathbf{A} \psi^* \mathbf{A} \psi \right) = \frac{e_s^2}{c^2} \mathbf{A}^2 \psi, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(\frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} \right) = 0, \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi^*} (\alpha \psi \psi^*) = \alpha \psi, \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(\frac{\beta}{2} \psi \psi^* \psi \psi^* \right) = \beta |\psi|^2 \psi. \quad (3.33)$$

Derivamos agora, os termos da equação (3.27) que dependem de $(\nabla \psi^*)$

$$\frac{\partial}{\partial (\nabla \psi^*)} (\hbar^2 \nabla \psi^* \nabla \psi) = -\nabla (\hbar^2 \nabla \psi) = -\hbar^2 \nabla^2 \psi, \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial (\nabla \psi^*)} \left(-i\hbar \frac{e_s}{c} \nabla \psi^* \mathbf{A} \psi \right) = -\nabla \left(-i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \psi \right) = i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \cdot \nabla \psi. \quad (3.35)$$

Juntando as equações (3.30 a 3.35), obtemos a 1ª equação de Ginzburg-Landau:

$$\frac{1}{2m_s} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.36)$$

Para obtermos a 2ª equação GL, vamos minimizar a energia com relação ao parâmetro de ordem. Novamente usando dos métodos variacionais, vamos efetuar a derivada funcional da equação (3.27) com relação ao potencial vetor $\mathbf{A}$ e iguala-la a zero, seguindo a equação (3.37)

$$\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{A}} - \nabla_{\mathbf{x}} \left[\frac{\partial G_s}{\partial (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A})} \right] = 0. \quad (3.37)$$

Derivando os termos da equação (3.27) que dependem apenas de $\mathbf{A}$,

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} \left(i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\mathbf{A} \psi^* \nabla \psi}{2m_s} \right) = i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\psi^* \nabla \psi}{2m_s}, \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} \left(-i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\mathbf{A} \psi \nabla \psi^*}{2m_s} \right) = -i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\psi \nabla \psi^*}{2m_s}, \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} \left(\frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} \psi^* \mathbf{A} \psi}{2m_s} \right) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} \left(\frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A}^2 \psi^* \psi}{2m_s} \right) = \frac{e_s^2}{c^2} \frac{2\mathbf{A} \psi^* \psi}{2m_s} = \frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s}, \quad (3.40)$$

$$-\nabla_{\mathbf{x}} \left[\frac{\partial}{\partial (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A})} \left(\frac{(\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A})^2}{8\pi} \right) \right] = -\nabla_{\mathbf{x}} \left[\frac{1}{8\pi} 2(\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A}) \right] = -\frac{1}{4\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A}. \quad (3.41)$$

Juntando as equações (3.38 a 3.41)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A} + i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\psi^* \nabla \psi}{2m_s} - i\hbar \frac{e_s}{c} \frac{\psi \nabla \psi^*}{2m_s} + \frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s} &= 0, \\ -\frac{1}{4\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A} &= -i \frac{\hbar}{2m_s} \frac{e_s}{c} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Vamos considerar que $\nabla_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s$, substituindo na equação (3.42), obtemos a 2ª equação de Ginzburg-Landau,

$$J_s = \left[-i \frac{\hbar}{2m_s} e_s (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s} \right]. \quad (3.43)$$

Por meio destas duas minimizações chegamos às chamadas equações de Ginzburg-Landau, que surgem quando temos a mínima energia livre de um sistema. A primeira equação na qual derivamos em função ao parâmetro de ordem, nos fornece a variação espacial de ψ quando temos um campo magnético externo, bem como a formação dos pares de Cooper. Já a segunda equação, que foi derivada em função ao potencial vetor, nos fornece a corrente supercondutora.

3.3 O comprimento de coerência

O comprimento de coerência (ξ) é uma grandeza fundamental que está relacionada com a supercondutividade. A existência desta grandeza é prevista pela Teoria de Ginzburg-Landau. De modo geral, ξ representa a distância pela qual o ψ varia, ou seja, dizemos que é a escala de variação espacial de ψ . Desta forma, no âmbito da supercondutividade, o comprimento de coerência (ξ), é uma grandeza de grande importância.

Estudaremos a seguir o comportamento de ψ para dois casos. Em ambos, desconsideramos a influência do potencial vetor ($\mathbf{A} = 0$), mas para o primeiro caso, consideramos a homogeneidade do parâmetro de ordem ($\nabla \psi = 0$) e para o segundo caso, consideramos a não homogeneidade do parâmetro de ordem ($\nabla \psi \neq 0$).

Para o primeiro caso, $\nabla \psi = 0$ indica que a densidade de superelétrons (n_s) não varia com a posição dentro do material supercondutor.

A energia livre de Gibbs do estado supercondutor é:

$$G_s = G_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4. \quad (3.44)$$

Minimizando a energia em termos de ψ^* temos que a equação (3.44) fica:

$$\alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.45)$$

No entanto, como já discutimos anteriormente, a segunda equação GL é minimizada em função do potencial vetor, sendo assim, ela se anula.

Para regiões normais, a equação (3.45) possui como solução $\psi = 0$, já para regiões supercondutoras onde $\alpha < 0$ e $T < T_c$, temos:

$$|\psi|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} = \frac{|\alpha|}{\beta}. \quad (3.46)$$

Uma aproximação tomada nesta teoria é que, nas proximidades de T_c , os parâmetros α e β têm, aproximadamente, os seguintes valores:

$$\alpha(T) \cong \alpha_0 \left[\frac{T}{T_c} - 1 \right], \quad (3.47)$$

$$\beta(T) \cong \beta_0, \quad (3.48)$$

onde α_0 e β_0 são ambos definidos como positivos, de modo que o α desaparece em T_c e é negativo abaixo de tal temperatura.

Substituindo as definições de α e β mostradas nas equações (3.47) e (3.48) na equação (3.46), sendo $|\psi|^2 = n_s^*$, temos:

$$n_s^* = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \left[\frac{T}{T_c} - 1 \right]. \quad (3.49)$$

A equação (3.49) nos mostra que a densidade de superelétrons tem uma dependência linear com a temperatura.

Para o segundo caso, consideramos o potencial vetor nulo ($\mathbf{A} = 0$) e a não homogeneidade do gradiente do parâmetro de ordem ($\nabla\psi \neq 0$), representando sistemas com defeitos e bordas.

Assim, nestas condições, a primeira equação GL fica:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \nabla^2 \psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0. \quad (3.50)$$

Na segunda equação GL, considerando $\mathbf{A} = 0$, temos:

$$\frac{1}{4\pi} \nabla_x \nabla_x \mathbf{A} = \frac{\hbar}{2m_s} \frac{e_s}{c} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s} = 0. \quad (3.51)$$

Considerando a fase constante, i.e., tendo seu gradiente nulo ($\nabla\theta = 0$), a equação 3.51 torna-se nula, pois teremos a seguinte condição:

$$\psi^* \nabla \psi = \psi \nabla \psi^*. \quad (3.52)$$

Sendo o parâmetro de ordem dado pela equação (3.16),

$$\psi = \psi_{\infty} e^{i\theta}. \quad (3.53)$$

Voltando para 1ª equação GL, temos:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \nabla^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.54)$$

Considerando ψ função de x , então o operador gradiente só tem componente em x , e a forma unidimensional a 1ª equação GL fica:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.55)$$

Normalizando o parâmetro de ordem por:

$$\psi = \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f, \quad (3.56)$$

Substituindo (3.56) na (3.55), vem

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \alpha \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f + \beta \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f^3 = 0, \quad (3.57)$$

$$\left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\alpha f}{|\alpha|} - \frac{\alpha f^3}{|\alpha|} \right\} = 0, \quad (3.58)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + f - f^3 = 0. \quad (3.59)$$

Definimos uma variável adimensional por

$$\eta = \frac{x}{\xi}. \quad (3.60)$$

Notamos que o termo que acompanha a derivada parcial na equação (3.59) tem unidade de quadrado de comprimento, assim vamos denotá-la por:

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m_s|\alpha|}. \quad (3.61)$$

Sendo ξ o comprimento de coerência, é um dos comprimentos fundamentais do estado supercondutor. Como $\alpha = \alpha_0(T - T_c)$, o valor de ξ irá depender de $T < T_c$.

3.4 A profundidade de penetração magnética

Vamos agora estudar o caso para o campo aplicado, então $\mathbf{A} \neq 0$ e $\nabla\psi = 0$. Considerando tais condições, temos que a 2ª equação GL fica:

$$\mathbf{J} = -\frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s}. \quad (3.62)$$

Pela lei de Ampère (em unidades CGS), vem

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s, \quad (3.63)$$

Assim substituindo (3.63) na (3.62) temos:

$$\frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s}. \quad (3.64)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (3.64) por $\left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right)$, tem-se que.

$$\left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right) \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s} \left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right), \quad (3.65)$$

$$\left(\frac{m_s c^2}{e_s^2 |\psi|^2 4\pi}\right) \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{A} = 0. \quad (3.66)$$

Sendo $\lambda^2 = \left(\frac{m_s c^2}{e_s^2 |\psi|^2 4\pi}\right), \quad (3.67)$

e aplicando o rotacional na equação (3.66)

$$\lambda^2 \nabla_{\mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{B} + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{A} = 0. \quad (3.68)$$

Pela teoria GL obtemos a mesma profundidade de penetração de London. Todavia, nessa mesma teoria, λ é dependente da temperatura, devido ao termo $|\psi|^2$.

3.5 Quantização do fluxo

Para desenvolver a quantização do fluxo magnético reescreveremos a equação (3.16) para $\psi(r)$ da seguinte forma:

$$\psi(r) = |\psi| e^{i\theta(r)}, \quad (3.69)$$

$$\psi^*(r) = |\psi| e^{-i\theta(r)}. \quad (3.70)$$

Utilizando as regras do produto e da cadeia, obtemos:

$$\mathbf{J}_s = \frac{\hbar}{m_s} e_s |\psi|^2 \nabla \theta - \frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s}. \quad (3.71)$$

Dividindo por $\frac{e_s^2}{m_s c} |\psi|^2$, temos

$$\frac{m_s c \mathbf{J}}{e_s^2 |\psi|^2} = \frac{\hbar c}{e_s} \nabla \theta - \mathbf{A}. \quad (3.72)$$

Fazendo uma integral fechada, vamos delimitar um contorno para a variação da fase

$$\frac{m_s c}{e_s^2} \oint \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} dl = \frac{\hbar c}{e_s} \oint \nabla \theta dl - \oint \mathbf{A} dl. \quad (3.73)$$

Por condições de contorno, o fluxo magnético deve ser o mesmo em 0 e em 2π , assim a integral sobre a fase θ assumirá o valor

$$\oint \nabla \theta \, dl = 2\pi n. \quad (3.74)$$

Então:

$$\frac{m_s c}{e_s^2} \oint \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \, dl + \oint \mathbf{A} \, dl = \frac{\hbar c}{e_s} 2\pi n. \quad (3.75)$$

Sendo o quantum de fluxo magnético $\phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e_s} = 2,07 \times 10^{-7} \text{ G cm} = 2,07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$, temos que:

$$\frac{m_s c}{e_s^2} \oint \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \, dl + \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = n\phi_0. \quad (3.76)$$

Aplicando o teorema de Stokes, a integral de $\mathbf{A}$, temos:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \phi. \quad (3.77)$$

Com isso, a equação (3.77) fica:

$$\frac{m_s c}{e_s^2} \oint \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \, dl + \phi = n\phi_0. \quad (3.78)$$

Assim, a equação 3.78 nos mostra que o fluxo magnético total no supercondutor é quantizado, ou seja, a soma do fluxo penetrado com o fluxo devido às correntes de blindagem é um número inteiro do quantum de fluxo magnético, ϕ_0 . Para materiais volumétricos, cujos tamanhos são muito maiores do que λ , longe das bordas, e então, temos que:

$$\phi = n \phi_0. \quad (3.79)$$

Ou seja, dentro do supercondutor, o fluxo penetra de forma quantizada somando-se n quanta de fluxo magnético [23]. A esse quantum de fluxo denominamos vórtice e o descreveremos na sequência.

3.6 Supercondutores Tipo I e Tipo II

Em 1957, Abrikosov publicou um trabalho no qual, usando a teoria de Ginzburg-Landau (GL), estudou como os materiais supercondutores são influenciados pelo parâmetro GL, κ , definido pela razão:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}, \quad (3.80)$$

onde $\lambda(T)$ a profundidade de penetração, e $\xi(T)$ o comprimento de coerência [7, 18].

Foi demonstrado que o ponto limite entre os dois tipos de supercondutores era em $\kappa=1/\sqrt{2}$, valor para o qual a energia superficial de uma interface normal-supercondutor se anula. Isso então, nos permite distinguir dois tipos de supercondutores, os do Tipo I e os do Tipo II [24, 25]. A Figura 3 [20] ilustra os perfis de campo magnético aplicado e dos comprimentos característicos para os dois tipos de supercondutores.

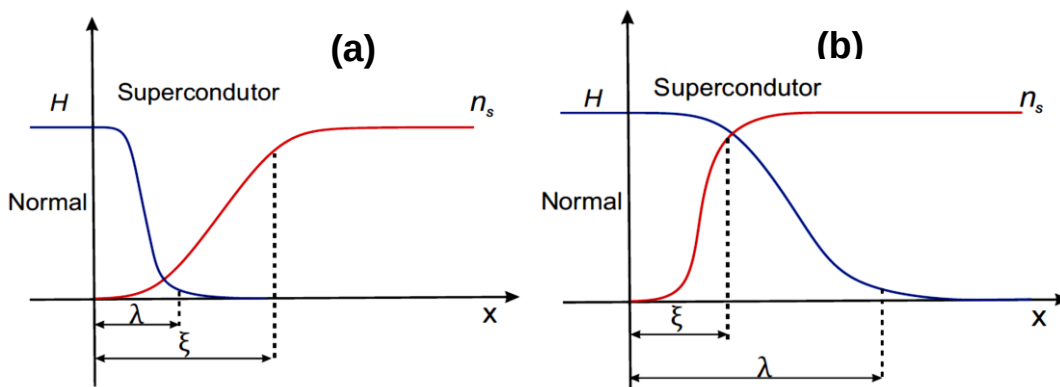


Figura 3: Representação dos comprimentos característicos dos supercondutores (a) tipo I e (b) tipo II [20].

Materiais supercondutores que possuem $\kappa < 1/\sqrt{2}$ e $\xi > \lambda$, e que tenham valores positivos para energia de superfície são definidos como supercondutores do tipo I (SCI) [18, 26]. A Figura 4 mostra uma esquematização do diagrama defases $H(T)$ de um SCI, em que, abaixo da linha crítica H_c e T_c (área cinza) temos o estado Meissner, e, acima da linha crítica, o estado normal, onde a supercondutividade é destruída (área amarela).

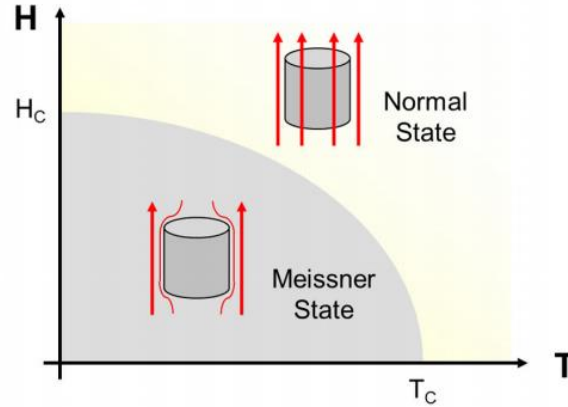


Figura 4: Representação esquemática da relação entre campo magnético crítico e temperatura crítica para SCI. Abaixo da linha crítica H_c e T_c temos o estado Meissner, e acima dessa linha temos o estado normal [25].

Para $\kappa > 1/\sqrt{2}$, a energia de interface é negativa e $\lambda > \xi$, com isso, torna-se energeticamente favorável a nucleação de fluxo magnético no interior desses materiais, que são denominados de supercondutores do tipo II (SCII) [18]. A Figura 5 mostra uma esquematização do diagrama de fases $H(T)$ de um SCII, de modo que a primeira linha crítica, H_{c1} e T_c , representa a região de transição do estado Meissner e estado misto, no qual temos a presença de vórtices penetrados no material supercondutor. A segunda linha crítica, por sua vez, H_{c2} e T_c , delimita a região de transição do estado misto para o estado normal.

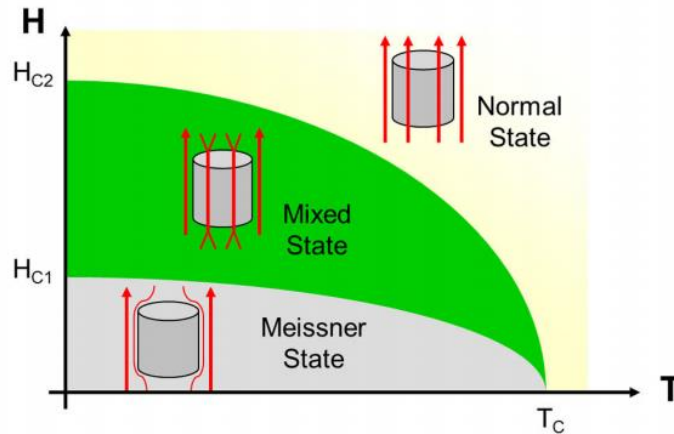


Figura 5: Representação esquemática da relação entre campo magnético crítico e temperatura crítica para SCII. Abaixo da primeira linha crítica H_{c1} e T_c temos o estado Meissner, e acima dessa linha temos o estado misto que perdura até a segunda linha crítica H_{c2} e T_c delimitando a transição do estado misto e estado normal [25].

Enquanto os SCI apresentam apenas um campo crítico H_c , os SCII apresentam dois, um campo crítico inferior, H_{c1} e campo crítico posterior, H_{c2} . A Figura 6(a) mostra o comportamento da curva $M(H)$ para um SCI, onde temos

que transição do estado supercondutor para o normal, de uma amostra com $T < T_c$, ocorre de maneira abrupta delimitando o campo crítico H_c , e o fim do estado Meissner. A Figura 6(b) mostra o comportamento da curva $M(H)$ para um SCII com $T < T_c$. Podemos ver a presença de existência de três estados definidos, os estados Meissner, misto e normal. O estado Meissner persiste até H_{c1} , acima deste temos o início do estado misto (convivência entre estado supercondutor e regiões normais, devidas à penetração de fluxo magnético no interior do material (representado por circunferências verdes na Figura 6(b)).

Esse fluxo magnético, ao penetrar no supercondutor, é circundado por correntes que o impede de se espalhar pelo material. Dessa forma, forma-se um núcleo normal rodeado por correntes e, a esse conjunto, denominamos vórtice. A Figura 7 [27] mostra uma representação do vórtice e da variação dos comprimentos característicos (ξ e λ) nas vizinhanças do mesmo. Em seu núcleo, representado pela região cilíndrica azul, o material está no estado normal o qual é rodeado por correntes que impedem que o fluxo magnético ali contido se espalhe pelas regiões supercondutoras adjacentes.

A densidade de vórtices dentro do supercondutor aumenta à medida que o campo externo aumenta e, então, apesar de sua interação repulsiva, seus núcleos vão se aproximando até que, ao atingir o campo crítico superior, H_{c2} , estes se sobrepõem destruindo a supercondutividade bulk do material [26].

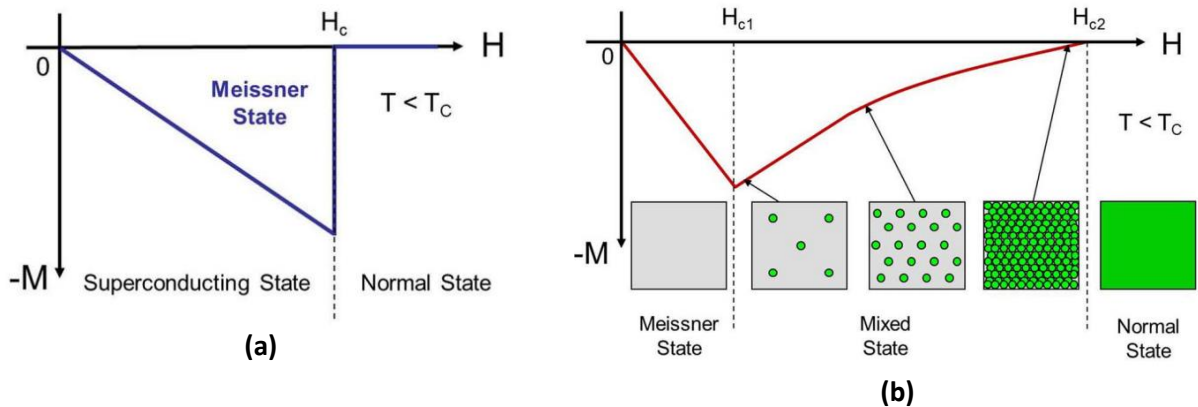


Figura 6: Ilustração do comportamento da magnetização em função do campo magnético $M(H)$ para (a) SCI e (b) SCII. Nos SCI é observado apenas dois estados, o Meissner e o Normal delimitado por H_c , acima deste a supercondutividade é destruída. Já os SCII apresentam três estados definidos, o Meissner, o Misto e o Normal. H_{c1} delimita a transição entre os estados Meissner e Misto, onde iniciam penetrações de vórtices. O estado misto perdura até H_{c2} , onde a supercondutividade é destruída [25].

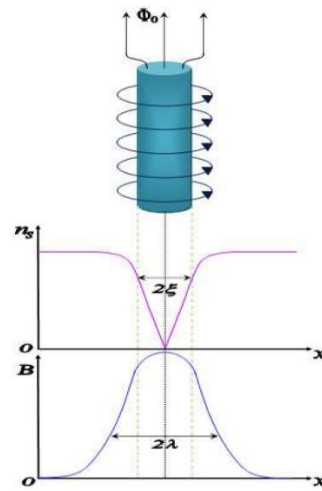


Figura 7: Esquematização de um vórtice circundado por correntes de blindagem e a evolução espacial dos parâmetros supercondutores ao seu redor [27].

4. Supercondutores Mesoscópicos

4.1 Estado de vórtices

Em meio ao recente progresso dos estudos em nanotecnologia, tornou-se possível a fabricação de amostras com dimensões cada vez menores, um processo conhecido como micro ou mesmo nanofabricação. A partir de tal processo, cresceu o interesse pelo estudo das propriedades de amostras supercondutoras de tamanhos mesoscópicos. Tais tamanhos são comparáveis com $\lambda(T)$ e/ou $\xi(T)$.

O tamanho e a geometria dos SCs influenciam na maneira como os vórtices penetrados na amostra se arranjam, visto que, devido aos efeitos de confinamento que surgem na escala mesoscópica, os vórtices se arranjam seguindo a geometria da amostra, como evidencia a Figura 8, obtida pela referência [28].

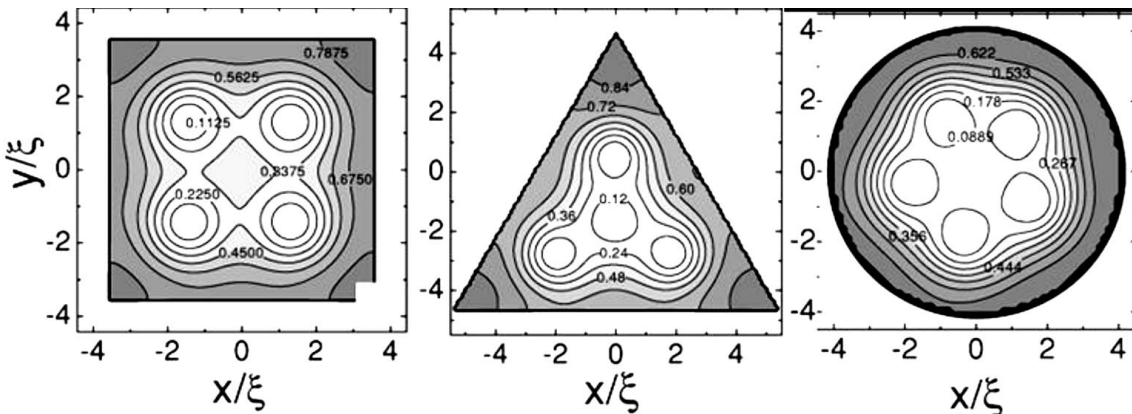


Figura 8: Arranjo dos vórtices em amostras mesoscópicas com diferentes geometrias. Os arranjos seguem a simetria do tamanho lateral de amostras quadradas em função da temperatura do sistema [28].

Zadorosny e colaboradores [29] demonstraram que há uma curva que delimita os comportamentos macro e mesoscópicos. Na Figura 9, temos as condições de limite macro-meso para amostras quadradas em função da temperatura. A linha pontilhada mostra que os efeitos de confinamento se iniciam para amostras com tamanhos com cerca de 6λ para $(T=0)$.

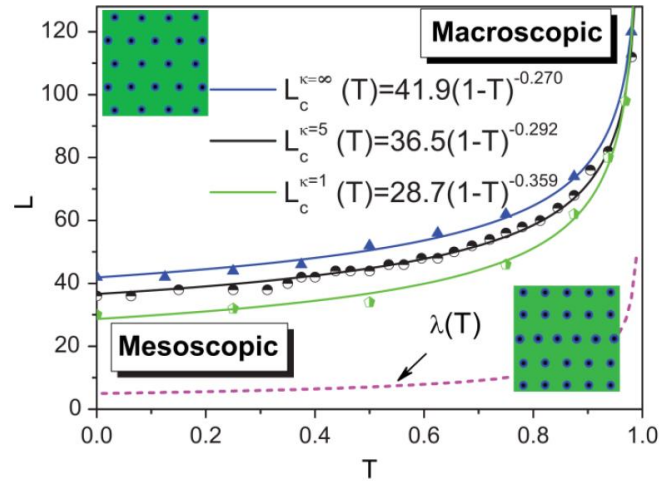


Figura 9: Linha limítrofe, $L_c(T)$. Acima da linha o supercondutor se comporta como uma amostra macroscópica; abaixo da linha um comportamento mesoscópico se inicia. Para comparação, a curva de $\lambda(T)$ também é mostrada [29].

Nos SCs mesoscópicos, os efeitos de confinamento são tão fortes que induzem um “crossover” na rede de vórtices, o qual passa a ter uma simetria que segue a geometria do material (não ocorre a formação da rede de Abrikosov). [29].

4.2 Dinâmica de Vórtices

A dinâmica de vórtices numa amostra supercondutora depende de alguns fatores como tamanho, geometria, parâmetros críticos e defeitos [30]. Anéis supercondutores foram estudados por Baelus, Peeter e Schweigert [12, 11] e mostraram que a presença de buracos influenciam o estado supercondutor. Utilizando a inserção de centros de aprisionamento, Berdiyorov, Baelus, Milosevic e Peeters [13] estudaram como a configuração de vórtice e os parâmetros críticos são influenciados pela geometria da amostra.

Ante aos aspectos ligados a dinâmica de vórtices, vamos ressaltar nesta seção a correlação dos centros de pinning presentes na amostra e o material supercondutor.

Supercondutores que contêm centros de aprisionamento, apresentam uma dinâmica de vórtices que dependendo do campo externo aplicado, pode coincidir o número de vórtices penetrados com a quantidade de defeitos presentes. Estes efeitos de comensurabilidade têm origem na interação entre uma rede elástica e uma rede rígida, e os campos para os quais se dá tais efeitos são conhecidos

“*Matching Fields*” (MF) [31, 32]. Os MFs são caracterizados por saltos nas curvas $M(H)$ e $J(H)$, indicando que, nesses campos, a densidade de corrente crítica da amostra é maior, já que os vórtices ficam aprisionados deixando de se dissipar energia em seu movimento viscoso. A Figura 10 mostra uma resposta típica do fenômeno aqui descrito [32].

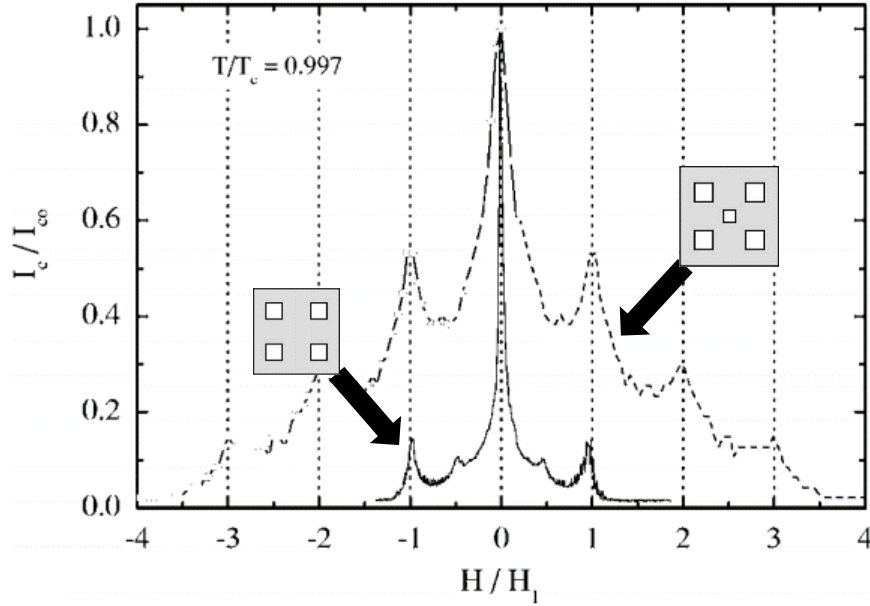


Figura 10: Comparação da corrente crítica normalizada em $\frac{T}{T_c} = 0,997$ para os filmes com redes de ADs distintas como mostradas no insets [32].

Em outras palavras, a comensurabilidade está associada a uma grande organização da configuração da rede de vórtices, na qual há uma razão entre o número de vórtices e o número de centros de *pinning* [15]. Podemos determinar o campo de *Matching* por meio da expressão:

$$H_n = n\Phi_0/S, \quad (4.1)$$

na qual S é a área da célula unitária da rede de *pinning*.

O 1º MF se dá quando a intensidade do campo aplicado equivale a um quantum de fluxo em cada centro de *pinning* presente na amostra. Na sequência, uma nova avalanche de vórtices adentra na amostra de modo a popular, novamente, os centros de *pinning*. Assim, quando se tem dois vórtices por unidade de célula, há o segundo MF. Estes são exemplos em que n assume

valores inteiros. Logo, o campo em que tais fenômenos ocorrem denominado MF inteiro [31, 32].

No entanto, há situações em que, devido à interação repulsiva dos vórtices e ao tamanho dos centros de pinning, torna-se energeticamente favorável a ele se instalar em regiões entre os centros de pinning, encontrando estabilidade na região intersticial. Desta forma, a quantidade de vórtices por número de célula unitária pode não ser um número inteiro, o que faz com que n assumam valores fracionários $\frac{p}{q}$, nesse caso a equação (4.2) [15] torna-se:

$$H_{\frac{p}{q}} = \frac{\frac{p}{q} \Phi_0}{S} (p, q \text{ números inteiros}). \quad (4.2)$$

Tal comensurabilidade reduz a mobilidade dos vórtices, e aumenta a densidade de corrente crítica na amostra [33].

4.3 Centros de Pinning

Supercondutores mesoscópicos do tipo II permitem a entrada de vórtices, formando regiões de confinamento de fluxo magnético. A presença de correntes supercondutoras gera uma força de Lorentz nos vórtices fazendo com que eles se movam. Sendo este um movimento viscoso, gera um aumento local da temperatura que pode, algumas vezes, ser maior que T_c , o que ocasiona a destruição local dos pares de Cooper.

A movimentação indesejada dos vórtices, pode ser potencialmente obstruída por meio de mecanismos de aprisionamento dos vórtices, os centros de “*pinning*”. Estes podem ser resultado de não homogeneidades do material, tais como defeitos naturais (planos de maclas, deficiência de oxigênio, etc) ou artificiais (buracos, fendas, etc), que têm potencial atrativo e dificulta a movimentação dos vórtices [10].

Assim, visando uma maneira de inibir o movimento de vórtices, muitos estudos têm sido feitos para introduzir tais centros de “*pinning*” de maneira a aumentar a densidade de corrente crítica (J_c) do material. Estes centros de “*pinning*” possuem grande potencial para melhorar os parâmetros críticos da amostra, bem como, quando dispostos de forma regular, dão origem a diferentes

comportamentos dos vórtices no material, os quais não observados na presença de “*pinnings*” aleatórios [15].

Neste trabalho, destacamos dois tipos de centros de aprisionamento experimentalmente. Um deles consiste na perfuração completa do material, gerando regiões não supercondutoras no interior da amostra, os *antidots* (ADs), como mostra a Figura 11(a). No outro, a amostra é parcialmente perfurada, gerando regiões cujo parâmetro de ordem é degradado, o que denominamos por *Blind Holes* (BHs), evidenciado pela Figura 11(b).

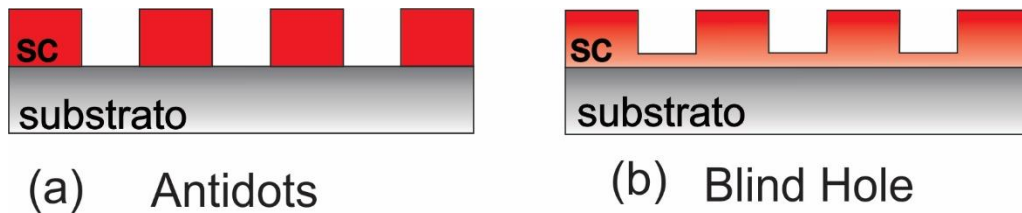


Figura 11: Representação de uma amostra supercondutora com (a) ADs, buracos que atravessam a amostra até o substrato e (b) BHs, buracos que possuem uma fina camada supercondutora em seu interior. Fonte: Próprio autor

No que tange ao aprisionamento de vórtices, em supercondutores com rede de ADs não é possível distinguir os vórtices, já que o núcleo dos mesmos não estará definido e as correntes circularão ao redor dos próprios ADs [14]. Já quando os PCs são BHs, se estes forem muito maiores do que os vórtices, por ainda serem supercondutores, poder-se-á visualizar o núcleo dos vórtices, já que este estará circundado por correntes, tal como mostrado na Figura 7 [34].

Por conta das diferenças entre ADs e BHs, nesse trabalho usamos desses dois tipos de PCs para estudar sua influência na dinâmica de vórtices e na resposta magnética das amostras em casos de temperaturas próximas à T_c . Para tal, consideramos amostras quadradas de $(54 \times 54) \xi(0)^2$ com uma rede regular contendo 36 ADs/BHs quadrados de $(2 \times 2) \xi(0)^2$. Essas escolhas se justificam pelo fato de que, em $T \sim T_c$, além da validade da teoria GL, os vórtices são maiores do que os PCs diminuindo sua efetividade. Assim, podemos averiguar se os ADs continuam sendo mais efetivos do que os BHs. Além disso, a quantidade de PCs foi escolhida de forma a termos mais barreiras para a penetração dos vórtices, os quais sempre tendem a se arranjar no centro da amostra.

5. Formalismo Teórico

5.1. Equações TDGL

No ano de 1966, Schmid [35] modificou as equações GL incorporando ao parâmetro de ordem uma dependência temporal. Tais modificações foram feitas de modo a preservar a invariância de calibre dessas equações. Assim, as equações de Ginzburg-Landau dependentes do tempo (TDGL), para ψ , o $\mathbf{A}$ e o potencial escalar elétrico φ são dadas por:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{ie^*}{\hbar} \varphi \right) \psi = -\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi, \quad (5.1)$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (5.2)$$

sendo a densidade de supercorrente:

$$\mathbf{J}_s = \frac{e^*}{m^*} \text{Re} \left[\bar{\psi} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right], \quad (5.3)$$

onde D é o coeficiente de difusão, σ é a condutividade elétrica, $\mathbf{A}$ o potencial vetor, sendo $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, $\alpha = \alpha(T) = \alpha_0(T - T_c)$ para $T < T_c$ e $\alpha = 0$ para $T > T_c$, sendo α_0 e β constantes positivas.

5.2. Unidades Reduzidas

Para resolvermos as equações TDGL numericamente, é conveniente escrevê-las em unidades reduzidas, pois apresentam um número menor de parâmetros a ser considerado. As unidades que usaremos estão especificadas por:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_0 \tilde{\psi}, \\ T &= T_c \tilde{T}, \\ \nabla &= \frac{1}{\xi(0)} \tilde{\nabla}, \\ t &= \frac{\xi(0)^2}{D} \tilde{t}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= H_{c2}(0)\xi(0)\tilde{\mathbf{A}}, \\
\varphi &= \frac{H_{c2}(0)D}{c}\tilde{\varphi}, \\
\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &= H_{c2}\tilde{\nabla} \times \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{A}},
\end{aligned} \tag{5.4}$$

onde $H_{c2} = \phi_0/2\pi\xi^2$ é o campo crítico superior dos supercondutores do tipo II em $T = 0$ e $\phi_0 = hc/2e$ o fluxo quântico.

Substituindo as equações (5.4) nas equações (5.1) e (5.2), obtemos as equações TDGL na forma normalizada, como segue:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + i\varphi\psi = -(-i\nabla - \mathbf{A})^2\psi + (1 + f - T)\psi(1 - |\psi|^2), \tag{5.5}$$

$$\beta\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \nabla\varphi\right) = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \tag{5.6}$$

$$\mathbf{J}_s = (1 - T) \text{Re} [\bar{\psi}(-i\nabla - \mathbf{A})\psi], \tag{5.7}$$

onde os til's das equações foram suprimidos e $\beta = 4\pi\sigma D\lambda^2(0)/c^2\xi^2(0)$.

Nós incluímos na equação (5.5) o funcional da anisotropia por meio do parâmetro g , no qual $g = (1 + f)$. O parâmetro g é uma função que está relacionado à degradação do parâmetro de ordem (ψ) na região do defeito em sistemas com BHs. Desta forma, em regiões supercondutoras $g = 1$ e em regiões com BH $g \neq 1$.

Os sistemas com ADs, os CPs são inseridos via condição de contorno com interface vácuo/supercondutor.

5.3. Invariância de Calibre

As equações TDGL são invariantes de calibre (*gauge invariance*), ou seja, não apresentam variações sob transformações de simetria, o que significa que descrevem uma simetria global. As referidas transformações são:

$$\begin{aligned}
\psi &= \psi' e^{-i\chi}, \\
\mathbf{A} &= \mathbf{A}' - \nabla\chi, \\
\varphi &= \varphi' + \frac{\partial\chi}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Substituindo as transformações descritas em (5.8) nas equações TDGL, percebe-se que estas permanecem invariantes com as novas funções. Como exemplo, vamos substituir na equação (5.6) as transformações descritas e verificar que esta permanece com a mesma simetria. Para o lado esquerdo da equação, tem-se:

$$\beta \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) = \beta \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A}' - \nabla \chi) + \beta \nabla \left(\varphi' + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right) = \beta \left(\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} + \nabla \varphi' \right). \quad (5.9)$$

Para a equação da densidade de corrente (5.7), temos:

$$\begin{aligned} J_s &= (1 - T) \operatorname{Re} [\psi^* (-i\nabla - \mathbf{A})\psi] \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} e^{i\chi} [\bar{\psi}' (-i\nabla - (\mathbf{A}' - \nabla \chi))\psi'] e^{-i\chi} \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} e^{i\chi} \bar{\psi}' [-i\nabla - \mathbf{A}'] \psi' e^{-i\chi} \\ &= (1 - T) \operatorname{Re} [\bar{\psi}' (-i\nabla - \mathbf{A}')\psi']. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Dessa forma, J_s também é invariante de calibre. Para provar a invariância do lado direito da equação (5.6), vamos utilizar a propriedade de que o rotacional do gradiente é nulo $\nabla \times \nabla \chi = 0$, como segue:

$$\kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times (\mathbf{A}' - \nabla \chi) = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}'. \quad (5.11)$$

Com isso, finalizamos a demonstração da invariância de calibre para a equação (5.6).

5.4. Campos Auxiliares

Para a solução numérica, vamos trabalhar considerando o Calibre de Coulomb, ou seja, substituindo $\varphi = 0$ nas equações (5.5) e (5.6), obtemos:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -(-i\nabla - \mathbf{A})^2 \psi + (1 - T)\psi(1 - |\psi|^2), \quad (5.12)$$

$$\beta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = J_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (5.13)$$

Para resolver numericamente as equações TDGL (5.12) e (5.13), vamos introduzir o vetor campo auxiliar em duas dimensões, i.e., $\mathbf{U} = (\mathcal{U}_x, \mathcal{U}_y)$, cujas componentes são dadas por:

$$u_x = \exp \left(-i \int_{x_0}^x A_x dx \right), \quad (5.14)$$

$$u_y = \exp \left(-i \int_{y_0}^y A_y dy \right), \quad (5.15)$$

onde (x_0, y_0) é um ponto de referência arbitrário.

Derivando a equação (5.14) em relação à coordenada x , obtemos:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = -i A_x u_x. \quad (5.16)$$

Fazendo relação de u_x com ψ e considerando a propriedade dos campo auxiliares $\bar{u}u = 1$, obtemos:

$$-i \bar{u}_x \frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} = \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right) \psi. \quad (5.17)$$

Derivando a expressão (5.17), tem-se:

$$\bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} = - \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x \right)^2 \psi. \quad (5.18)$$

Analogamente, para a coordenada y , obtemos

$$\bar{u}_y \frac{\partial^2 (u_y \psi)}{\partial y^2} = - \left(-i \frac{\partial}{\partial y} - A_y \right)^2 \psi. \quad (5.19)$$

Substituindo (5.18) e (5.19) na primeira equação TDGL (5.12), obtêm-se:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} + \bar{u}_y \frac{\partial^2 (u_y \psi)}{\partial y^2} + (1 - T) \psi (1 - |\psi|^2). \quad (5.20)$$

Vamos agora introduzir o vetor campo auxiliar na segunda equação TDGL (5.13) na parte da corrente supercondutora (5.7). Assim, obtêm-se:

$$J_{sx} = (1 - T) \text{Re} \left[\bar{\psi} \left(-i \bar{u}_x \frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \right) \right]. \quad (5.21)$$

Seja $z = x + iy$ um número complexo, então, $\text{Re}(-iz) = \text{Im}(z)$. Usando essa identidade:

$$J_{sx} = (1 - T) \text{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_x \frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \right]. \quad (5.22)$$

De forma análoga, obtemos:

$$J_{sy} = (1 - T) \operatorname{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_y \frac{\partial(u_y \psi)}{\partial y} \right]. \quad (5.23)$$

Então, a segunda TDGL fica:

$$\beta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}$$

$$J_{su} = (1 - T) \operatorname{Im} \left[\bar{\psi} \bar{u}_u \frac{\partial(u_u \psi)}{\partial u} \right] \quad (5.24)$$

sendo, $u = x, y$.

Introduzindo nas equações TDGL o campo auxiliar, garantimos que elas não perdem a invariância de calibre quando são discretizadas.

5.5. Condições de Contorno

Neste trabalho, estudamos uma amostra supercondutora mesoscópica quadrada com defeitos nanoestruturados submetida a um loop de campo magnético aplicado. A geometria do problema pode ser vista na Figura 12.

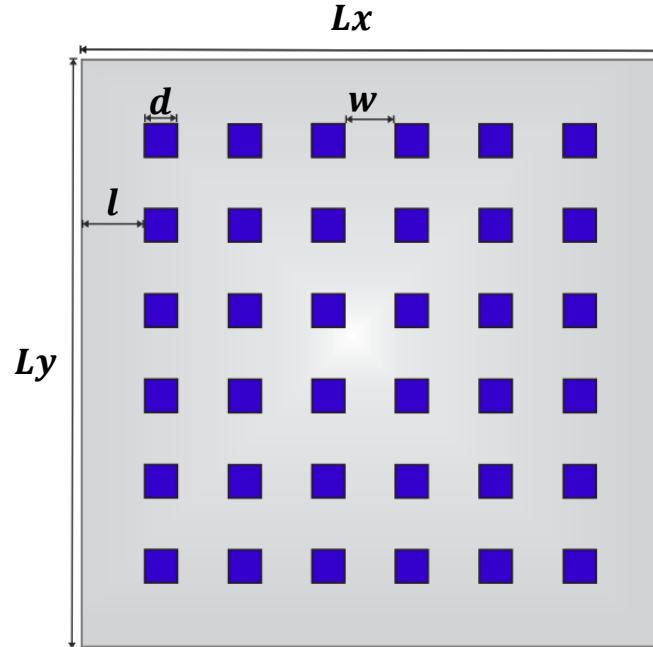


Figura 12: Representação da amostra simulada, onde os quadrados em azul escuro representam os centros de pinning. Os tamanhos envolvidos são: $Lx = Ly = 54\xi(0)$, $d = 2\xi(0)$ e $l = w = 6\xi(0)$.

Para solucionar as equações TDGL, é necessário definir as condições de contorno na interface do sistema. Em nosso problema, consideramos uma interface supercondutor-vácuo. Para tal, assumimos que a corrente supercondutora J_s está restrita ao supercondutor, sendo nula na interface. Dessa forma, sendo nosso problema de geometria quadrada, as condições de contorno são dadas por:

$$\frac{\partial(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x} = 0 \text{ para as faces verticais,} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial(\mathcal{U}_y\psi)}{\partial y} = 0 \text{ para as faces horizontais.} \quad (5.26)$$

São necessárias também condições de contorno para o campo magnético. Consideramos na interface a continuidade do campo, então:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H}, \quad (5.27)$$

ou seja, $\mathbf{B} = \mathbf{H}$.

5.6. Resolução da TDGL por método numérico

5.6.1. Malha de discretização

No processo de discretização, substitui-se nas equações TDGL as variáveis (x, y) por suas correspondentes discretas (x_i, y_j) . Considerando um quadrado com dimensões (L_x, L_y) , este é dividido em intervalos (a_x, a_y) que indicam as dimensões das células da malha. Assim, os pontos dos vértices da malha de discretização são dados por $x_i = (i - 1)a_x$, e $x_j = (j - 1)a_y$ para todos $i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y + 1$, onde $N_x = L_x/a_x$ e $N_y = L_y/a_y$, são os números das células unitárias nas direções x e y , respectivamente. Nas simulações foi utilizado $a_x = a_y = 0,2 \xi(0)$. A Figura 13 representa a malha de discretização.

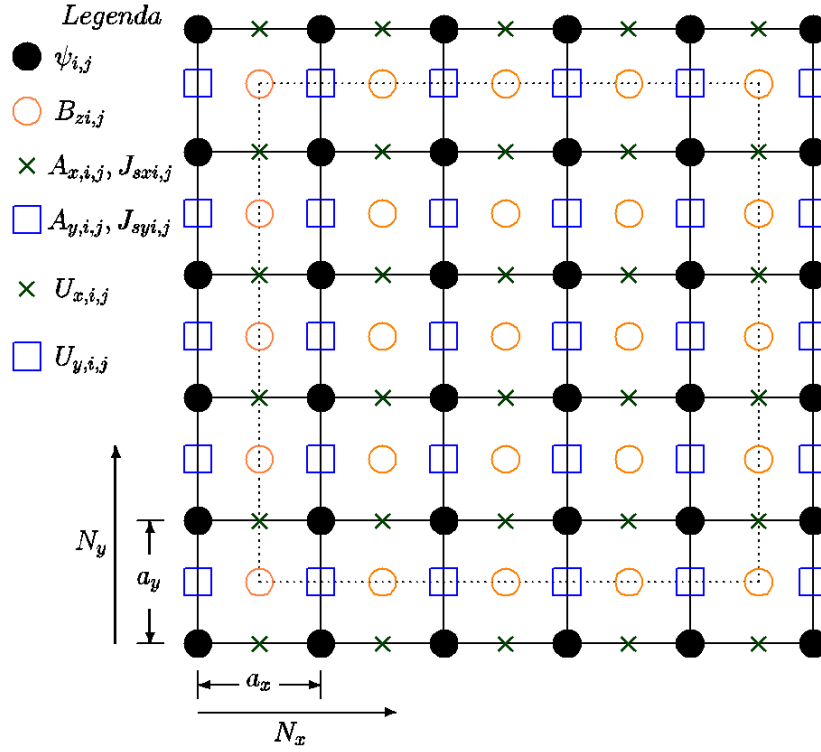


Figura 13: Malha de discretização representando o sistema simulado. A legenda indica os pontos onde cada quantidade física é calculada.

Vamos definir agora as quantidades físicas que serão calculadas em cada ponto da malha. Para isso, utilizamos a definição de variável de ligação, que pode ser obtida utilizando o vetor campo auxiliar $\mathcal{U}_x$ para dois pontos consecutivos da malha ao longo do eixo x , como segue:

$$\begin{aligned}
 U_{x,i,j} &= \exp\left(-i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx\right) \exp\left(i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_j) dx\right) \\
 U_{x,i,j} &= \exp\left(-i \int_{x_i}^{x_{i+1}} A_x(x, y_j) dx\right) \\
 U_{x,i,j} &= \exp(-i A_{x,i,j} a_x), \tag{5.28}
 \end{aligned}$$

onde foi usada a regra do ponto médio. Da mesma forma, ao longo do eixo y , tem-se:

$$U_{y,i,j} = \exp(-i A_{y,i,j} a_y). \tag{5.29}$$

As variáveis de ligação $U_{x,i,j}$ e $U_{y,i,j}$ unem pontos adjacentes da malha de discretização através do potencial no ponto médio. Assim, para cada ponto da malha, temos as seguintes definições:

●

$$\psi_{i,j} = \psi(x_i, y_j) \quad (5.30)$$

○

$$B_{zij} = B_z \left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j + \frac{a_y}{2} \right) \quad (5.31)$$

✖

$$J_{sx,i,j} = J_{sx} \left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j \right), \quad A_{x,i,j} = A_x \left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j \right),$$

$$U_{x,i,j} = \mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_j) \bar{\mathcal{U}}_x(x_i, y_j). \quad (5.32)$$

■

$$J_{sy,i,j} = J_{sy} \left(x_i, y_j + \frac{a_y}{2} \right), \quad A_{y,i,j} = A_y \left(x_i, y_j + \frac{a_y}{2} \right),$$

$$U_{y,i,j} = \mathcal{U}_y(x_i, y_{j+1}) \bar{\mathcal{U}}_y(x_i, y_j). \quad (5.33)$$

5.6.2. Discretização da Primeira Equação TDGL

Antes de iniciarmos a discretização, vamos escrever as aproximações para as derivadas de primeira e segunda ordem de acordo com a Série de Taylor.

A derivada de primeira ordem é definida por:

$$f'(x) = \frac{f\left(x + \frac{a_x}{2}\right) - f\left(x - \frac{a_x}{2}\right)}{a_x}. \quad (5.34)$$

Usando a expressão (5.34), obtemos a expressão para a derivada de segunda ordem como segue:

$$f''(x) = \frac{f(x + a_x) - 2f(x) + f(x - a_x)}{a_x^2}. \quad (5.35)$$

Com isso, utilizando a fórmula (5.35), podemos aproximar a equação (5.18), por:

$$\begin{aligned}
\bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{x_i, y_j} &= \bar{u}_x(x_i, y_j) [u_x(x_{i+1}, y_j) \psi(x_{i+1}, y_j) - 2u_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j) \\
&\quad + u_x(x_{i-1}, y_j) \psi(x_{i-1}, y_j)] / a_x^2.
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Usando a definição (5.32) para a variável de ligação encontramos:

$$\bar{u}_x \frac{\partial^2 (u_x \psi)}{\partial x^2} \Big|_{x_i, y_j} = \frac{u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{a_x^2}. \tag{5.37}$$

De forma análoga, para a coordenada y, obtemos:

$$\bar{u}_y \frac{\partial^2 (u_y \psi)}{\partial y^2} \Big|_{x_i, y_j} = \frac{u_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{a_y^2}. \tag{5.38}$$

Portanto, a primeira equação TDGL (5.20), na forma discretizada é dada por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial t} &= \frac{u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{x,i-1,j} \psi_{i-1,j}}{a_x^2} + \\
&\quad + \frac{u_{y,i,j} \psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \bar{u}_{y,i,j-1} \psi_{i,j-1}}{a_y^2} + \\
&\quad + (1 - T) \psi_{i,j} (1 - |\psi_{i,j}|^2).
\end{aligned} \tag{5.39}$$

5.6.3. Discretização da Segunda Equação TDGL

Agora temos que discretizar a segunda equação TDGL. Para tal, vamos iniciar discretizando a supercorrente utilizando a expressão (5.34). A coordenada x da densidade de corrente (5.24) envolve o produto de $\bar{u}_x \bar{\psi}$ e $\frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x}$. Fazendo a aproximação para a primeira derivada, temos:

$$\frac{\partial (u_x \psi)}{\partial x} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = \frac{[u_x(x_{i+1}, y_j) \psi(x_{i+1}, y_j) - u_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j)]}{a_x}. \tag{5.40}$$

Para o outro termo, obtem-se:

$$\bar{u}_x \bar{\psi} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = \frac{[\bar{u}_x(x_{i+1}, y_j) \bar{\psi}_{i+1,j} + \bar{u}_x(x_i, y_j) \bar{\psi}_{i,j}]}{2}. \tag{5.41}$$

Multiplicando as equações (5.40) e (5.41), utilizando a identidade do vetor campo auxiliar $\bar{u}u = 1$ e a definição de variável de ligação dada por (5.28), tem-se:

$$\bar{u}_x \bar{\psi} \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = [\bar{u}_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j} + \bar{\psi}_{i,j}] [u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}] / 2a_x. \quad (5.42)$$

Finalmente, substituindo (5.42) na densidade de corrente (5.24), para a coordenada x obtemos:

$$J_{sx,i,j} = (1 - T) \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} u_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j}] / a_x. \quad (5.43)$$

De forma análoga, a densidade de corrente para a componente y é dada por:

$$J_{sy,i,j} = (1 - T) \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} u_{y,i,j} \bar{\psi}_{i,j+1}] / a_y. \quad (5.44)$$

Assim, as equações (5.43) e (5.44) são as componentes discretizadas da densidade de corrente.

Vamos agora discretizar o termo do campo magnético da segunda equação TDGL (5.24). Considerando que o campo magnético é aplicado na direção z, o determinante da matriz $\nabla \times \mathbf{B}$ resulta em: $i \frac{\partial B_z}{\partial y} - j \frac{\partial B_z}{\partial x}$.

Aplicando a aproximação (5.34) para a primeira derivada, encontramos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial y} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} &= \frac{[B_z(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j + \frac{a_y}{2}) - B_z(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j - \frac{a_y}{2})]}{a_y} \\ \frac{\partial B_z}{\partial y} \Big|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} &= \frac{B_{z,i,j} - B_{z,i,j-1}}{a_y}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Analogamente, para a outra derivada tem-se:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} \Big|_{(x_i, y_j + \frac{a_y}{2})} = \frac{B_{z,i,j} - B_{z,i-1,j}}{a_x}. \quad (5.46)$$

Dessa forma, reescrevendo a segunda equação TDGL utilizando a densidade de corrente e o campo magnético discretizados, obtemos para a componente x:

$$\beta \frac{\partial \mathbf{A}_{x,i,j}}{\partial t} = \frac{(1-T)}{a_x} \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} \mathcal{U}_{x,i,j} \bar{\psi}_{i+1,j}] - \frac{\kappa^2}{a_y} [B_{z,i,j} - B_{z,i,j-1}]. \quad (5.47)$$

E para a componente y:

$$\beta \frac{\partial \mathbf{A}_{y,i,j}}{\partial t} = \frac{(1-T)}{a_y} \text{Im}[\bar{\psi}_{i,j} \mathcal{U}_{y,i,j} \bar{\psi}_{i,j+1}] + \frac{\kappa^2}{a_x} [B_{z,i,j} - B_{z,i-1,j}]. \quad (5.48)$$

Isto finaliza a discretização espacial das equações TDGL.

5.6.4. Cálculo da magnetização e da voltagem

Algumas grandezas físicas, como campo de indução magnética (**B**), a magnetização (**M**) e a voltagem induzida (**V**) podem ser calculadas por meio da solução numérica do potencial vetor. É importante salientar que no presente trabalho a voltagem induzida é resultado da movimentação de vórtices pelo mar supercondutor, ou seja, resultado da variação de fluxo magnético no sistema supercondutor.

O fluxo magnético é devido pela expressão:

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{n} dS. \quad (5.49)$$

Sendo $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, e de acordo com o teorema de Stokes, temos:

$$\Phi_B = \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (5.50)$$

Comparando as equações 5.49 e 5.50 encontramos:

$$\int_S \mathbf{B} \cdot \hat{n} dS = \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (5.51)$$

Como já discutido na seção 5.6.1, temos uma malha bidimensional, evidenciada pela Figura 13. Desta forma, o campo induzido assume a forma $\mathbf{B} = B_z \hat{\mathbf{k}}$, assim, na forma discreta, o lado esquerdo da equação 5.51 fica:

$$\int_S \mathbf{B} \cdot \hat{n} dS = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} B_{z,ij} a_x a_y. \quad (5.52)$$

Ao passar do contínuo para o discreto, a integral de área é transformada em uma soma das superfícies de cada célula unitária ($a_x a_y$) que compõe a malha numérica utilizada no presente trabalho.

Resolvendo numericamente o lado direito da equação 5.51:

$$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} \mathbf{A}_{xij} a_x + \mathbf{A}_{yi+1,j} - \mathbf{A}_{xi,j+1} - \mathbf{A}_{yij} a_y. \quad (5.53)$$

Combinado as equações 5.52 e 5.53:

$$B_{zij} = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} \frac{\mathbf{A}_{xij} a_x + \mathbf{A}_{yi+1,j} - \mathbf{A}_{xi,j+1} - \mathbf{A}_{yij} a_y}{a_x a_y}. \quad (5.54)$$

Utilizando a equação constitutiva de campos, temos:

$$\mathbf{B} = 4\pi\mathbf{M} + \mathbf{H}, \quad (5.55)$$

$$4\pi\mathbf{M} = \mathbf{B} - \mathbf{H}. \quad (5.56)$$

A magnetização é a medida do fluxo magnético expelido da amostra supercondutora, ou seja, é a resposta média do supercondutor quando submetido a um campo magnético externo $\mathbf{H}$. Desta forma, vamos calcular o valor médio de $\mathbf{B}$.

$$\langle B_z \rangle = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x} B_{zij}. \quad (5.57)$$

Os índices N_x e N_y representam a superfície total de nossa malha, ou seja, são a quantidade total de células unitárias a_x e a_y .

O campo aplicado em nossa amostra supercondutora é perpendicular ao eixo z , logo, teremos resposta magnética apenas em $\mathbf{M} = M_z \hat{\mathbf{k}}$. Desta forma, a equação 5.56 fica:

$$M_z = \langle B_z \rangle - H_z. \quad (5.58)$$

Para o cálculo da voltagem induzida, utilizamos a Lei de Faraday-Lenz:

$$\mathbf{V} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (5.59)$$

Substituindo a equação 5.53 em 5.59, temos:

$$V = \sum_{j=2}^{N_y} \sum_{j=2}^{N_x} \mathbf{A}_{xij} a_x + \mathbf{A}_{yi+1,j} - \mathbf{A}_{xi,j+1} - \mathbf{A}_{yij} a_y. \quad (5.60)$$

Vamos introduzir a seguir algumas definições, para deixar a equação 5.60 mais compacta e resolvê-la numericamente.

$$\phi_{xij} = \mathbf{A}_{xij} a_x. \quad (5.61)$$

$$\phi_{yij} = \mathbf{A}_{yij} a_y. \quad (5.62)$$

Substituindo as equações 5.61 e 5.62 em 5.60, e resolvendo a derivada temporal numericamente, obtemos a expressão para o cálculo da voltagem induzida.

$$V = \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=2}^{N_x} \sum_{j=2}^{N_y} \phi_{xij}(t') - \phi_{xij}(t) + \phi_{yi+1,j}(t') - \phi_{yi+1,j}(t) - \phi_{xi+1,j}(t') - \phi_{xi+1,j}(t) - \phi_{yij}(t') - \phi_{yij}(t). \quad (5.63)$$

6. Resultados

Os parâmetros utilizados em nossa simulação estão todos normalizados em função de parâmetros característicos do supercondutor. A temperatura é normalizada em termos da temperatura crítica (T_c), as dimensões de tamanhos e distâncias foram normalizados em função do comprimento de coerência em temperatura zero ($\xi(0)$), e o campo magnético aplicado foi normalizado em função do segundo campo crítico $H_{c2}(0)$.

Os dois diferentes sistemas supercondutores simulados neste trabalho, possuem geometria quadrada, com tamanhos $L_x = L_y = 54 \xi(0)$, tal como é evidenciado na Figura 12. As equações TDGL foram solucionadas numericamente para $\kappa = 5$, $T = 0,9 T_c$, e campo magnético aplicado na direção z , com $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$

Neste trabalho, consideramos dois tipos diferentes de “centros de pinning” (CPs), rede de ADs e Blind Holes, estes possuem geometria quadrada de tamanho $d = 2 \xi(0)$, estando dispostos em uma rede quadrada com os CPs espaçados de $w = 8 \xi(0)$ (medida de centro). A rede e CPs contêm 36 buracos, onde os mais externos distam $l = 7 \xi(0)$ da borda da amostra.

Para melhor entendimento das discussões que faremos no decorrer deste trabalho, a Figura 14 apresenta um gráfico da variação dos comprimentos característicos do supercondutor, em unidade de $\xi(0)$, em função temperatura, em unidade de (T_c) como $\xi(T)$ e o raio do núcleo do vórtice $\lambda(T)$ mede o quanto as correntes que o circundam se estendem para o mar supercondutor. As curvas da Figura 14 também indicam a variação de tamanho dos vórtices em função de T . Destacamos ainda que, em $T = 0,9 T_c$, temos $\xi(T) = 3,16 \xi(0)$, ou seja, o raio do núcleo do vórtice é praticamente 3 vezes maior do que para $T = 0$. Já $\lambda(0,9 T_c) = 16 \xi(0)$, ou seja, as correntes ao redor do vórtice se espalham por uma região 16 vezes maior do que aquela para $T = 0$. Esses fatores enfatizam as características mesoscópicas da amostra, aumentando os efeitos de confinamento tal como mostrada na Ref [29].

Na Figura 14, vemos o que o tamanho do vórtice não depende linearmente com a temperatura, sendo eles maiores à medida em que a temperatura da

amostra se aproxima de T_c . Diante de tais considerações, destacamos que o tamanho do núcleo do vórtice para $T = 0,9T_c$ é igual a $6,32 \xi(0)$, uma vez o tamanho do vórtice é $2\xi(T)$.

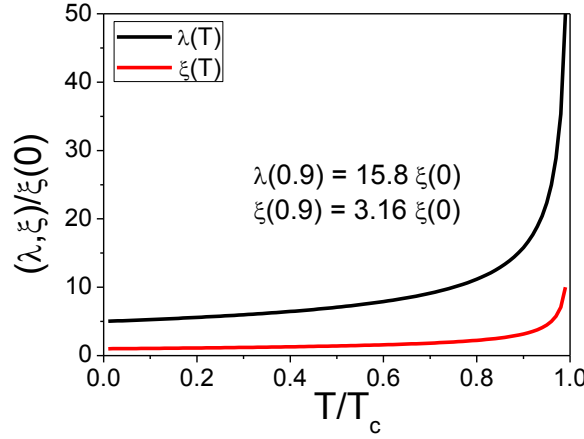


Figura 14: Comprimento de coerência (ξ) e a profundidade de penetração (λ) em unidades de $\xi(0)$ e sua dependência com a temperatura (T_c). Destacamos o comprimento de coerência e a profundidade de penetração para $T = 0.9T_c$ em unidade de $\xi(0)$.

Em ambos os sistemas supercondutores simulados, foi feito o loop completo de histerese, $M(H)$. Foram feitas análises de tais curvas, bem como estudamos o comportamento da Energia Livre supercondutora total, da Magnetização e da Voltagem em função do tempo e também a dinâmica de vórtices por meio do mapeamento do $|\psi|^2$ pela amostra.

6.1 Curvas da Magnetização

Quando é aplicado um campo magnético na amostra supercondutora, temos que, pela equação (2.3), é induzida uma magnetização no sistema. Dessa forma, na Figura 15(a) e Figura 15(b), evidenciamos o loop da magnetização $M(H)$ para amostras com ADs e Blind Hole, respectivamente. É importante evidenciar que cada descontinuidade apresentada nos gráficos indica uma possível entrada de vórtices na amostra, ou mesmo a movimentação destes pelo sistema, para as condições de equilíbrio do SC. A primeira descontinuidade nos gráficos da Figura 15 (a) e (b) indica o fim do estado Meissner, ou seja, a primeira penetração de fluxo magnético na amostra.

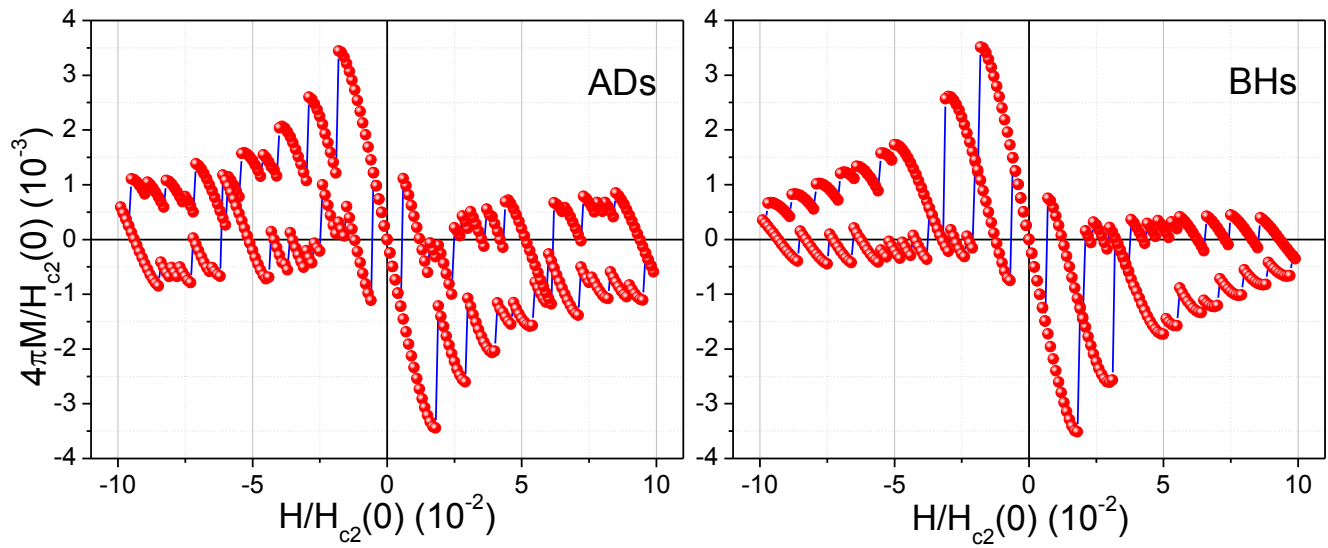


Figura 15: Curvas de $M(H)$ para um loop de histerese completo de sistemas com rede de diferentes tipos de centros de pinning. Cada descontinuidade apresentada pelo gráfico indica ou a penetração, ou a movimentação de vórtices no interior da amostra. (a) Sistema com rede de 36 ADs e (b) Sistema com rede de 36 BHs

Como esperado, os gráficos da Figura 15(a) e (b) possuem simetria espelhada entre as curvas para o eixo das abscissas positivo e negativo. Nota-se ainda, que todos os vórtices que penetraram na amostra foram expulsos quando o campo magnético aplicado foi anulado. Isso mostra que os centros de pinning não foram fortes o suficiente para aprisionar, de forma efetiva, os vórtices em ambos os sistemas. Tal comportamento se deve ao fato de que $T \sim T_c$ (ou $T/T_c \sim 1$), assim, o tamanho do vórtice é muito maior que o tamanho do CPs e a efetividade de seu aprisionamento é, realmente, diminuída.

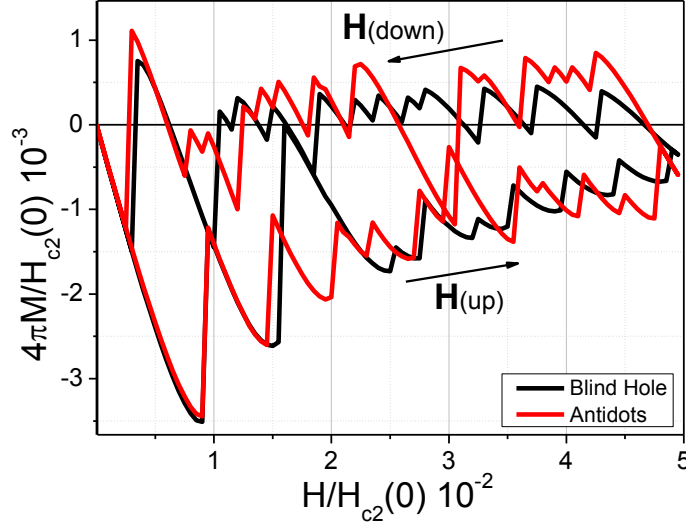


Figura 16: Comparação das curvas $M(H)$ das amostras com Antidot (curva vermelha) e com Blind Hole (curva preta). Apesar de ambas as amostras não serem efetivas para o aprisionamento de vórtices, há diferença entre as distintas natureza dos “centros de pinning”.

A Figura 16 mostra uma comparação das curvas $M(H)$ para ambos os sistemas simulados. A linha vermelha evidencia a curva para a amostra com rede de ADs e, a linha preta, a curva para aquela com rede de BHs. Percebemos que as curvas $M(H)$ das duas amostras são semelhantes até após a 1ª penetração para o campo $H = 1,45 \times 10^{-2} H/H_{c2}(0)$, (próximo a segunda descontinuidade). A partir desse campo, o comportamento passa a ser diferente, devido à natureza distinta entre os CPs, tanto que, no ramo de $H(up)$, a amostra com ADs possui 11 descontinuidades enquanto que aquela com BH possui 9. O número total de vórtices penetrados foi de 36 para ADs e 36 para BHs, indicando movimentação de vórtices pela amostra.

Sendo assim, vamos primeiramente analisar a dinâmica de vórtices para ambas as amostras sob influência do aumento da intensidade do campo magnético aplicado $H(up)$.

6.2. Loop magnetização $M(H) - H(up)$

Nesta seção, vamos discorrer sobre a influência da rede de ADs e de BHs na dinâmica de vórtices para o primeiro, segundo, terceiro e quinto estado de vórtices na amostra. Tais escolhas foram feitas, pois apresentaram características mais distintas de todas as outras.

As análises serão feitas por meio do mapeamento gráfico do $|\psi|$, e pela dependência temporal da energia livre, magnetização e voltagem induzida na amostra devido à movimentação dos vórtices nos estados de não equilíbrio.

Na Figura 17, estão organizados os snapshots do $|\psi|$ para $H = 0,019H_{c2}(0)$ de forma a evidenciar a dinâmica do primeiro estado de vórtice para a amostra com rede de ADs. A Figura 17(I) e a Figura 17(V) são snapshots de regiões das curvas das Figura 17(a) a (c). Elas mostram, respectivamente, os vórtices penetrando pelas laterais da amostra, se movendo para o seu interior e sendo aprisionados no interstício entre os ADs. O estado estacionário na região intersticial ocorre pelo fato de que, sendo T muito alto e o tamanho do vórtice grande, em relação ao tamanho do AD, a efetividade do aprisionamento é comprometida.

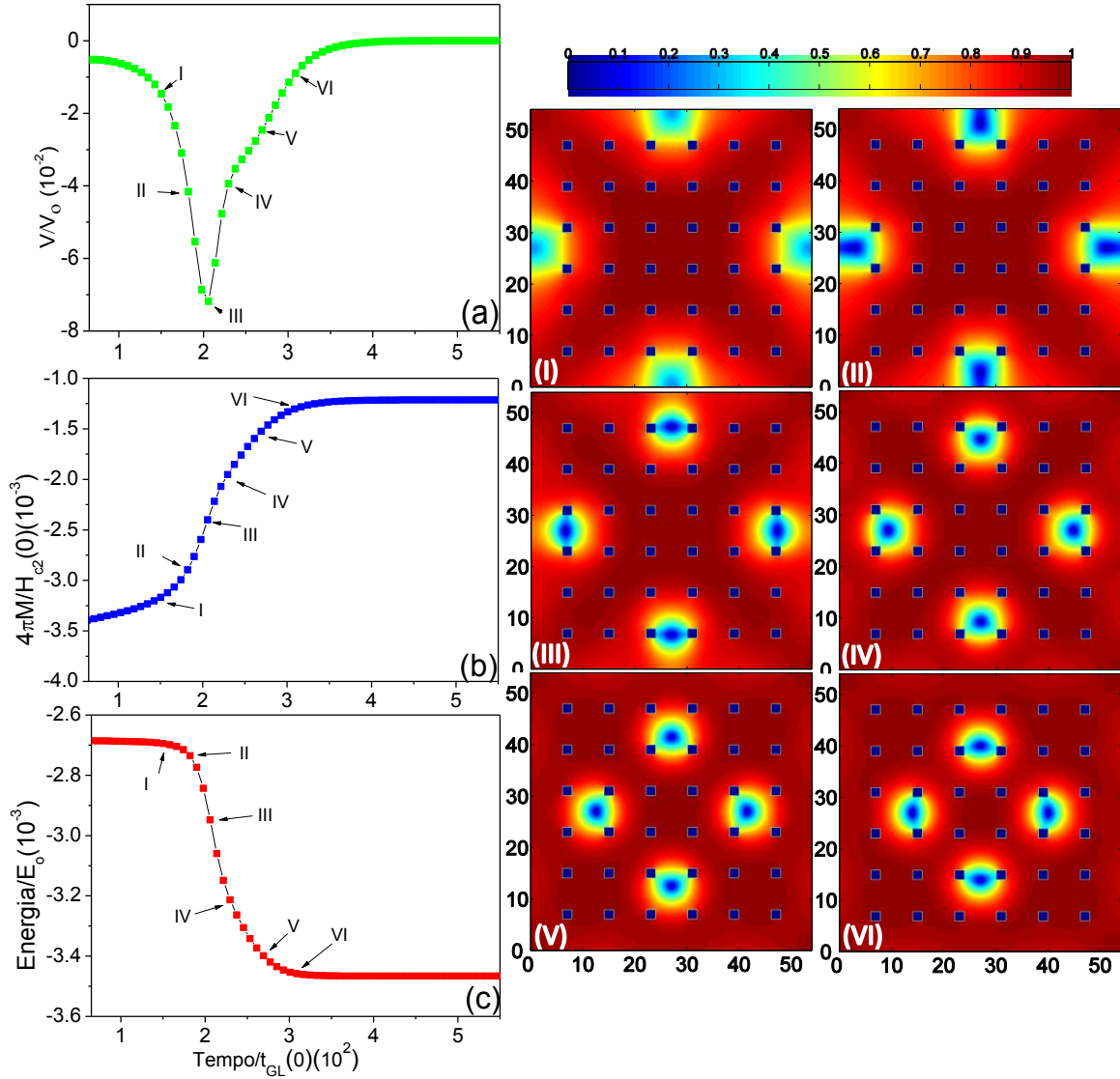


Figura 17: Comportamento temporal da (a) Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a nucleação dos primeiros 4 vórtices na amostra com ADs para $H = 0,019H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

A Figura 17(a) mostra como a dinâmica de vórtices influencia no comportamento da voltagem da amostra. Conforme os vórtices vão sendo nucleados, percebe-se que a voltagem, apresenta um vale (em $t = 2,06 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$ e $V = 7,18 \times 10^{-2} V_0$), para a configuração de vórtices do snapshot III, quando os vórtices passam próximos do primeiro AD. Este ponto corresponde à inflexão das curvas $M(t)$ e $E(t)$ tal como mostrado nas Figura 17(b) e (c).

Quando torna-se energeticamente favorável a nucleação de vórtices na amostra, o fluxo magnético que está sendo blindado pela mesma diminui. Sendo a M uma medida do fluxo magnético expelido pela amostra ao penetrar vórtices, o seu valor em módulo diminui enquanto que a energia é minimizada tal como , é ilustrado nas Figura 17(b) e Figura 17(c). M torna-se constante e a energia do sistema atinge valor mínimo, para um tempo de aproximadamente a $\Delta t = 3 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$.

O segundo estado de vórtice ocorre para $H = 0,03 H_{c2}(0)$, para uma rede de ADs, a Figura 18 apresenta a dinâmica de vórtices para este estado. Devido às forças repulsivas entre os vórtices, a nucleação de novos vórtices ocorre deslocada do centro da lateral da amostra (veja Figura 18(I)), e há, ainda, o aprisionamento dos vórtices que já estavam na amostra na segunda camada mais externa de ADs. O resultado dessa dinâmica repulsiva é a diminuição do módulo do vale da voltagem, quando comparado ao gráfico apresentado na Figura 17(a).

Os snapshots de (I) a (VI) da Figura 18 ilustram a dinâmica de vórtices no sistema supercondutor. Esse pequeno deslocamento dos vórtices pela amostra, gera um segundo vale $V(t)$ e uma diminuição na variação da magnetização e da energia em função do tempo, como pode ser observado nas curvas da Figura 18.

Como já apontado na curva $V(t)$, as curvas mostradas na Figura 18 apresentam duas variações evidentes, uma mais abrupta e outra mais tênue (região circulada na cor preta). Tais regiões são analisadas com mais detalhes na Figura 19.

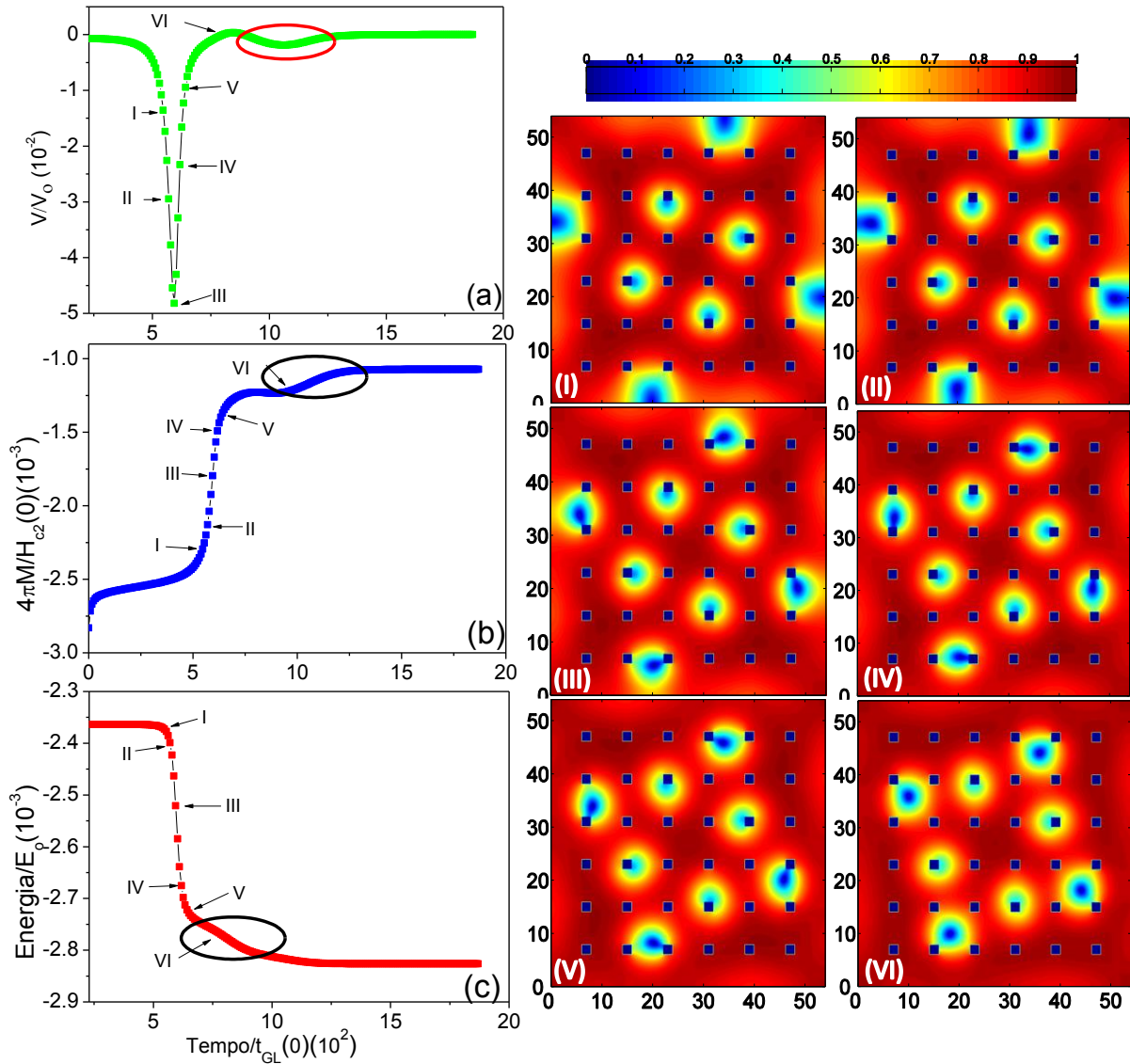


Figura 18: Comportamento temporal da (a) Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante o segundo estado de vórtice, quando são nucleados 4 vórtices na amostra com ADs para $H = 0,030H_{c2}(0)$. As regiões circuladas na cor preta representam aquelas analisadas na Figura 17. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

A fim de entender melhor a natureza da segunda perturbação apresentada pelos gráficos da Figura 18, analisamos o comportamento das variações somente na área em destaque (círculo preto) e mostradas na Figura 19. Os snapshots ilustram um rearranjo na geometria dos vórtices, que se deslocam de uma região próxima à camada mais externa de ADs para uma camada mais interna. O pequeno movimento de rearranjo dos vórtices, quando 4 destes são aprisionados nos ADs (veja snapshot IV da Figura 19), gera uma perturbação na voltagem, como ilustrado pela Figura 19(a).

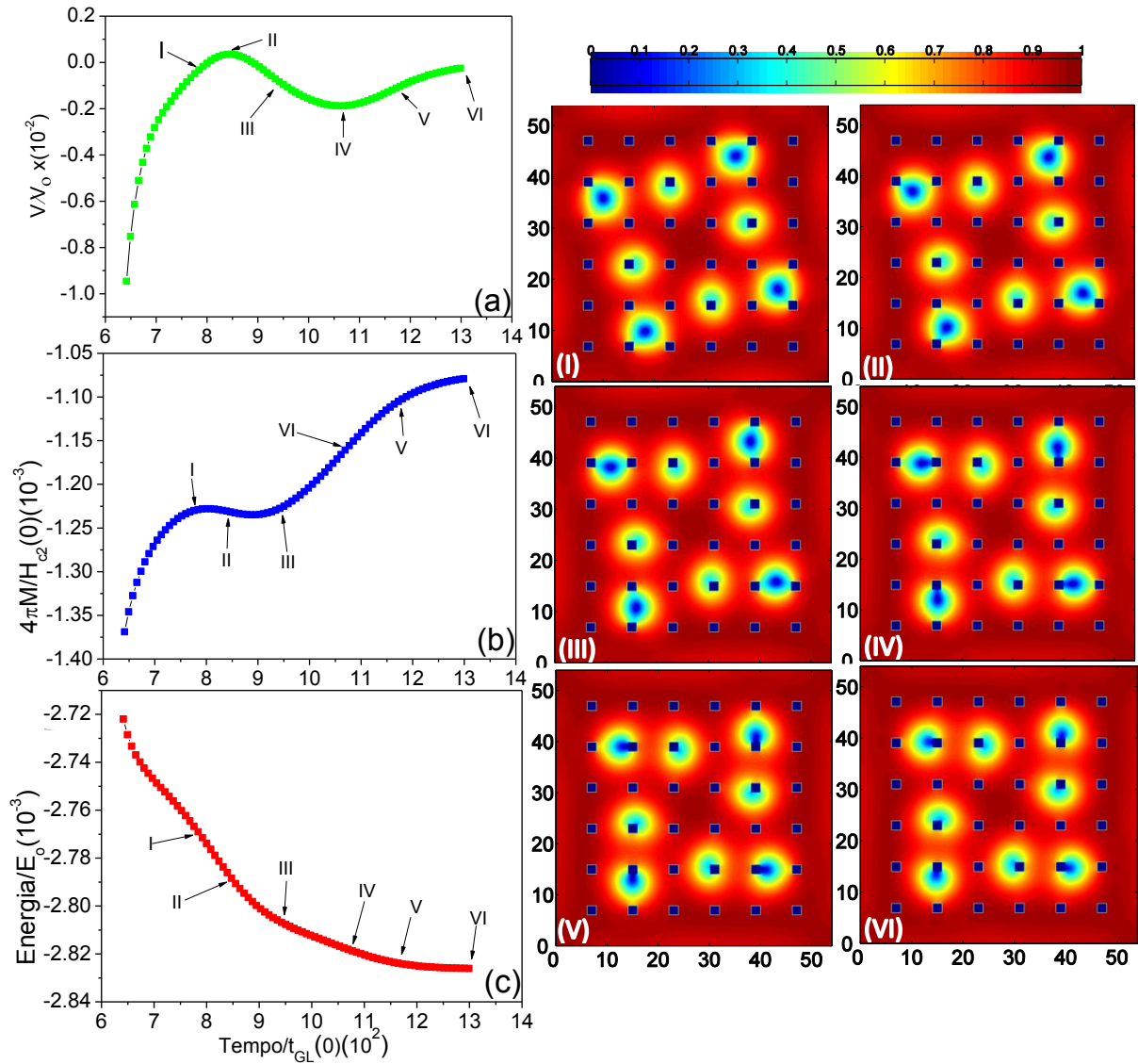


Figura 19: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para as regiões circuladas na cor preta na Figura 16. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

O aprisionamento dos 4 vórtices, na segunda camada mais interna de ADs, não é intenso o suficiente para causar uma variação abrupta nas curvas de magnetização e de energia livre da amostra, como mostrado na Figura 19(b) e (c), respectivamente.

O terceiro estado de vórtice ocorre para campo $H = 0,041H_{c2}(0)$ na amostra com ADs.

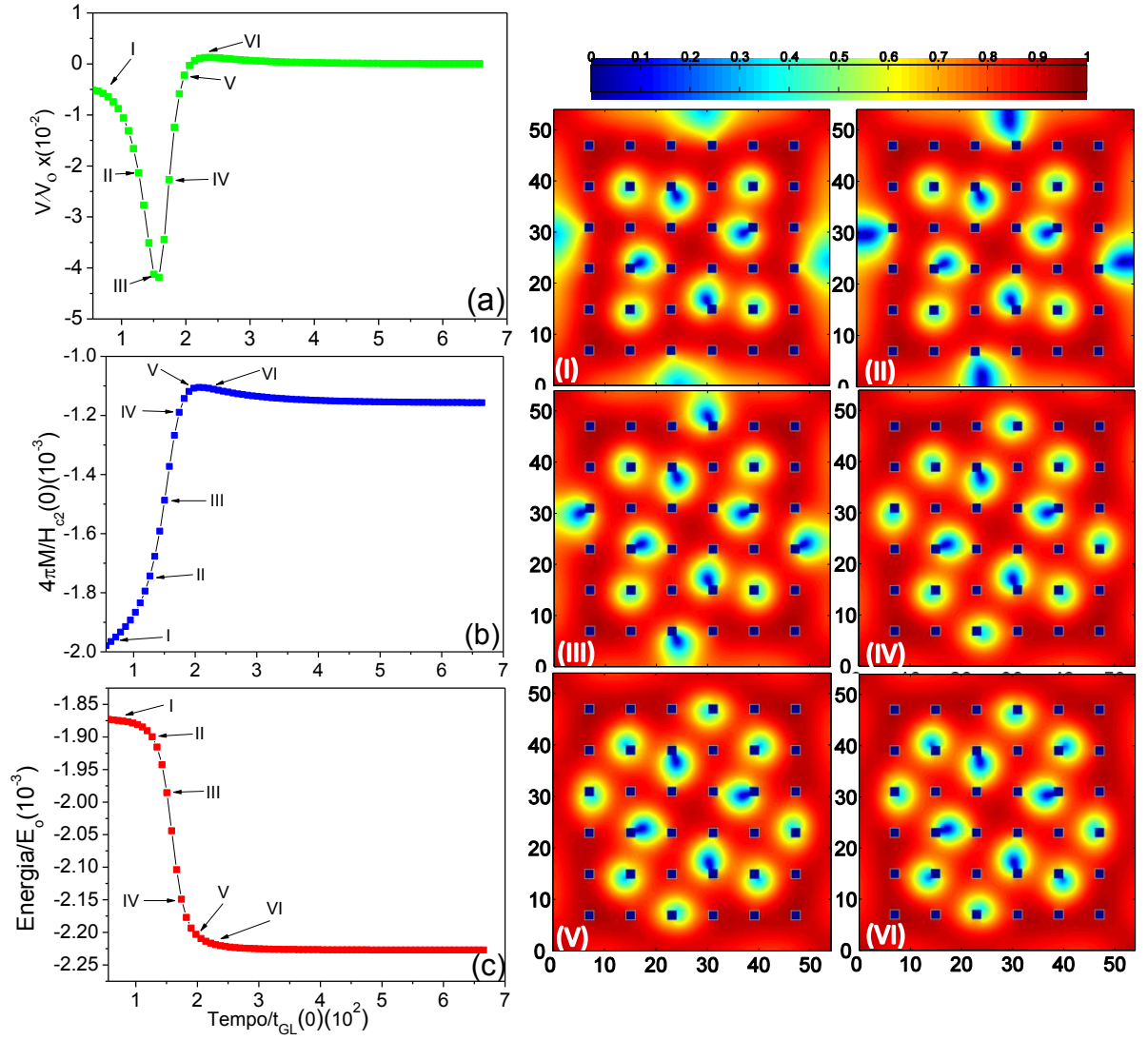


Figura 20: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para o terceiro estado de vórtice na amostra com ADs. Quatro vórtices foram nucleados para $H = 0,041H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

Como já mencionado nas dinâmicas anteriores, no terceiro estado de vórtices também percebe-se que, à medida que aumenta o número de quantum de fluxo magnético aprisionado na amostra, maior é a dificuldade para se mover pela amostra. Sendo assim, a curva da voltagem (Figura 20(a)) apresenta um vale em $V = 4,18 \times 10^{-2}V_0$ (dinâmica evidenciada pelo snapshot III) que é menor quando comparado aos valores das voltagem anteriores para sistemas com ADs.

De acordo com a dinâmica mostrada pelos snapshots da Figura 20, os vórtices nucleados são aprisionados na camada mais externa dos ADs, o que

causa uma variação abrupta nas curvas da magnetização e da energia livre do sistema, como mostrado nas Figura 20(b) e Figura 20(c).

Na sequência, vamos analisar o quinto estado de vórtice, que ocorre para $H = 0,055H_{c2}(0)$ na amostra com ADs.

Como ilustra os snapshots da Figura 21, há 14 vórtices já nucleados e aprisionados nos ADs, e entram mais 4 vórtices que também são aprisionados nos ADs posteriormente

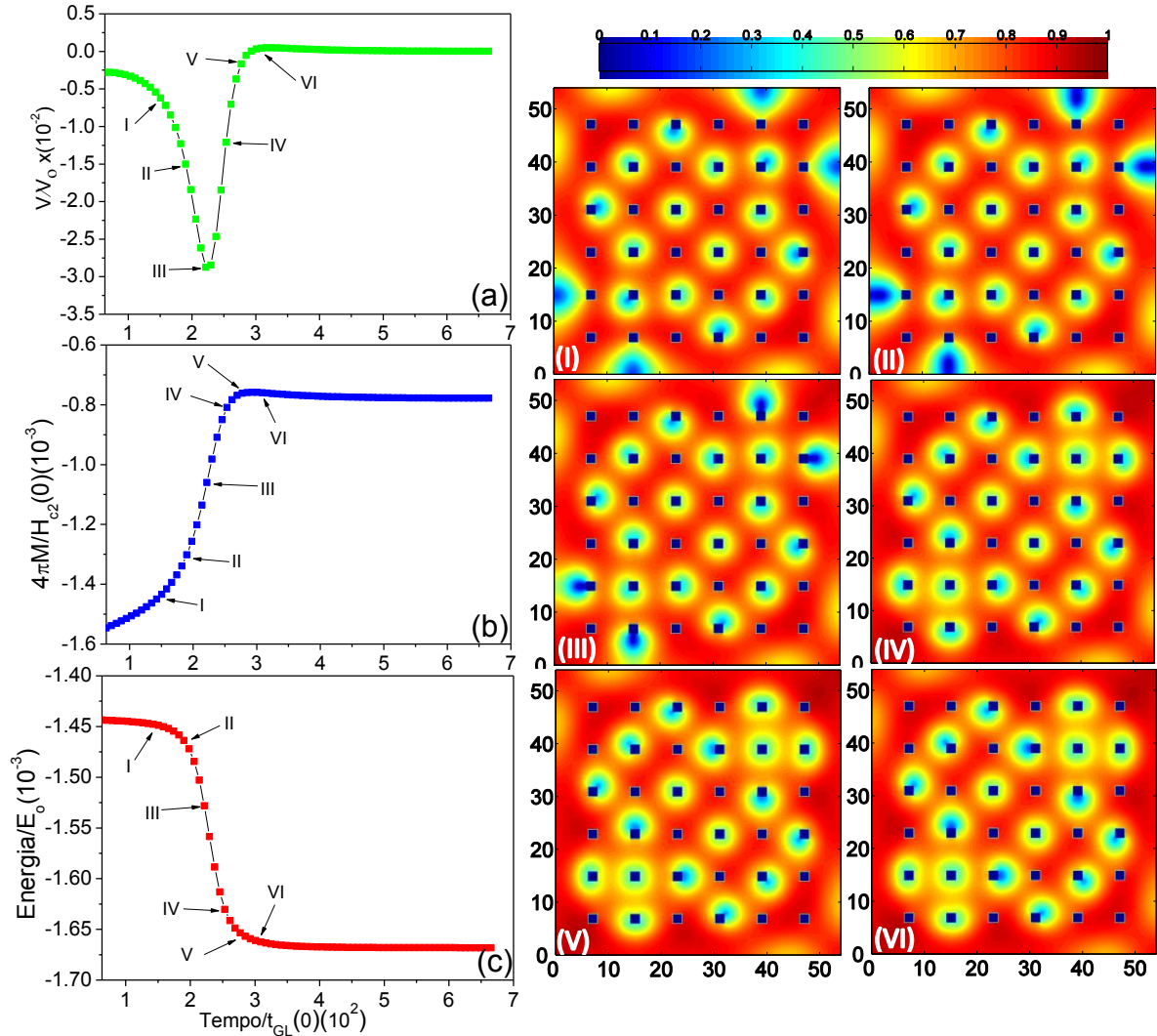


Figura 21: Comportamento temporal de (a) Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a nucleação de 4 vórtices para $H = 0,055H_{c2}(0)$, demarcando o quinto estado de vórtice na amostra com ADs. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

Em virtude da grande quantidade de vórtices já nucleados e aprisionados na amostra, vemos, na Figura 21(a), que a voltagem no vale apresenta um valor menor de que o apresentado na Figura 23(a) (veja pico III na Figura 21(a)). Isso

é devido à presença de outros vórtices penetrados anteriormente e à interação repulsiva entre eles, gerando movimento menos viscoso.

Mesmo com a presença de diversos vórtices nucleados e aprisionados na nos “centros de pinning”, nota-se, pelas Figura 21(b) e (c), que o tempo para a magnetização apresentar comportamento constante e estar no estado de mínima energia foi próximo ao observado nas curvas das Figura 17(b) e (c) $t = 3 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$.

Fazendo a mesma análise para a amostra com rede de BH, fica evidente que não há alterações drásticas comparadas com a amostra com ADs (veja Figura 22 e os snapshots). Semelhante ao observado na rede de ADs, temos a penetração dos vórtices pelas laterais da amostra, e consequente movimento condução para o seu interior, ultrapassando a camada mais externa de BH. A Figura 22(VI) mostra a configuração dos vórtices no estado de menor energia para $H = 0,019 H_{c2}$. Ao longo da dinâmica nota-se que, enquanto na amostra com ADs, os vórtices têm sempre um perfil redondo, na amostra com BH, os vórtices apresentam um perfil quadrado (veja Figura 22(IV)). Tal efeito está associado com a posição em que o vórtice se encontra, que coincide exatamente no interstício entre 4 BHs.

No estado estacionário, os vórtices pinam no interstício dos BHs, semelhantemente ao observado na amostra com ADs.

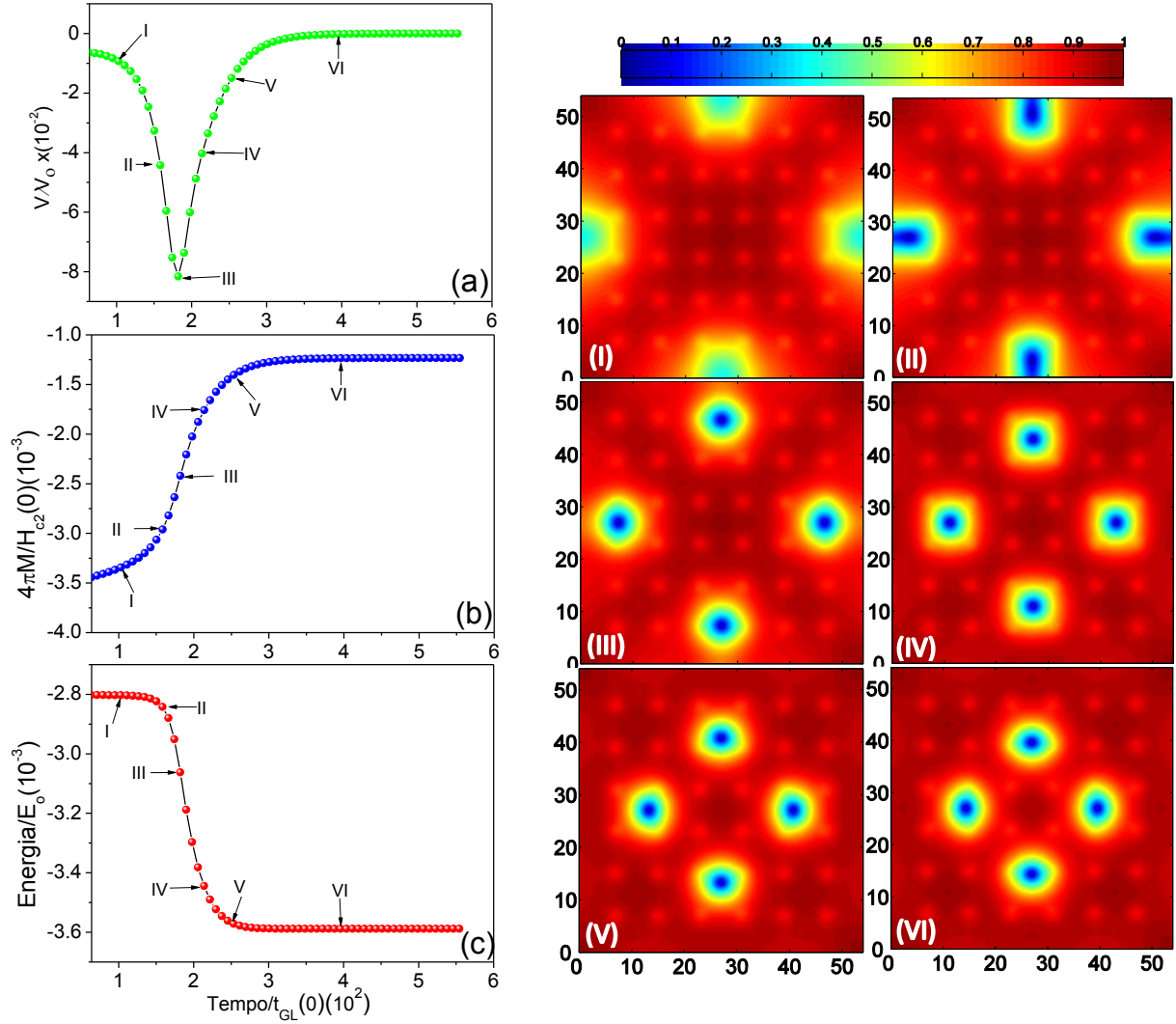


Figura 22: Comportamento temporal da (a) Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a nucleação dos primeiros 4 vórtices na amostra com BHs para $H = 0,019H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

A curva do comportamento da voltagem é observada na Figura 22(a), onde um vale ocorre quando os vórtices passam pela camada mais externa dos BH (snapshots III), resultando em $V = 8,15 \times 10^{-2} V_0$. Se compararmos esse valor com o do gráfico da Figura 17(a), nota-se um aumento no valor de V , que é um indicativo de que os BHs oferecem menor resistência ao movimento dos vórtices quando comparado aos ADs. Tal consideração pode ser feita, pois a voltagem está relacionada com a taxa de variação do fluxo magnético, de acordo com a Lei de Faraday.

A curva da magnetização do sistema supercondutor, ilustrada na Figura 22(b), apresenta em módulo, um decréscimo quando o vórtice é nucleado. Contudo, se torna constante próximo ao instante em que a energia livre atinge valor mínimo ($t = 2,5 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$, como mostrado na Figura 22(c).

O segundo estado de vórtices na amostra com BH ocorre para $H = 0,032 H_{c2}(0)$. A Figura 23 apresenta os gráficos das oscilações, bem como os snapshots, evidenciando a dinâmica de não equilíbrio.

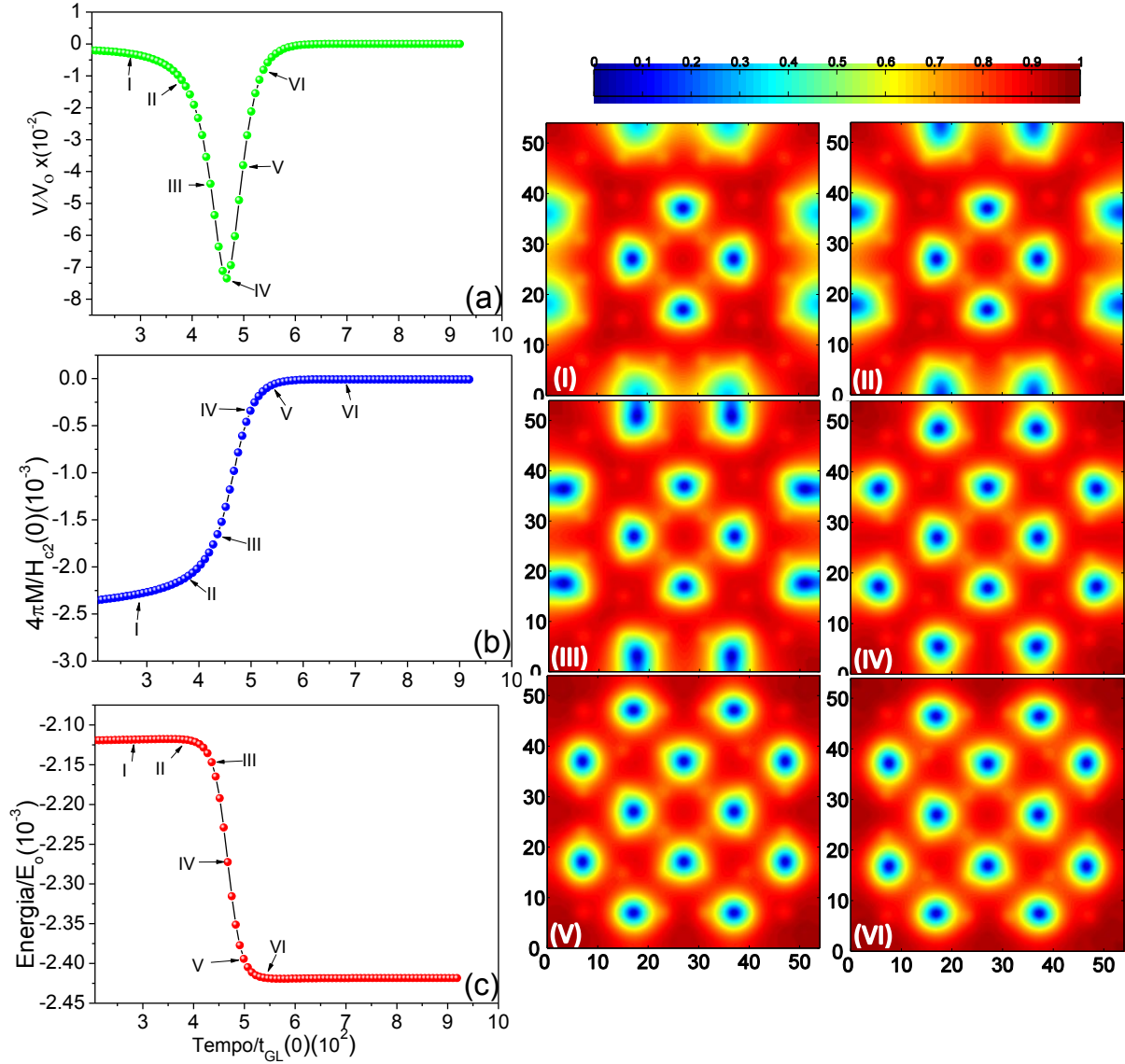


Figura 23: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante o segundo estado de vórtice, quando 8 deles são nucleados na amostra com Blind Hole para $H = 0,032 H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VI mostram a variação do $|\psi|^2$ para diferentes instante de tempo indicados nos gráficos das oscilações.

Com a presença de 4 vórtices já nucleados na amostra, era esperado um decréscimo considerável no módulo da voltagem para o pico da oscilação, assim como observamos na Figura 18(a), devido à dinâmica repulsiva entre os vórtices que dificulta o seu deslocamento. Entretanto, no comportamento da voltagem na Figura 23(a), observamos que o seu módulo é igual a $V = 7,35 \times 10^{-2} V_0$.

Comparado com o $V = 8,15 \times 10^{-2} V_0$ da Figura 22(a), nota-se que o decréscimo do pico foi pequeno. Esse comportamento é devido à penetração de 8 vórtices simultaneamente no sistema, como ilustrado nos snapshots da Figura 23. A maior quantidade de vórtices em movimento resulta em uma maior variação da taxa de fluxo magnético. O cálculo da voltagem é realizado considerando a média de fluxo total da amostra, dessa forma, apesar da velocidade dos vórtices no sistema ser provavelmente menor devido às interações, a grande quantidade de fluxo nucleado originou uma voltagem induzida para o segundo estado de vórtice muito parecida com a voltagem para o primeiro estado no sistema com BH.

Os gráficos da Figura 23 (b) e (c), mostram que, devido à presença de vórtices na amostra, os novos demoram mais para penetrar. O tempo característico dessa penetração é próximo a $t = 4 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$, após o estado estacionário da dinâmica anterior. Este tempo é maior do que aquele apresentado na Figura 22, em função da repulsão entre os vórtices já penetrados e os que estão penetrando. Consequentemente, o novo estado estacionário também se dá em um tempo maior $t = 5 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$.

A Figura 24 ilustra o comportamento do terceiro estado de vórtice para amostra com rede de BH. Devido aos 12 vórtices já aprisionados, a força repulsiva se torna mais intensa. Consequentemente a voltagem apresenta vale em $V = 1,21 \times 10^{-2} V_0$, menor valor apresentado até agora (Figura 24(a)). A magnetização, ilustrada pela Figura 24(b), não apresenta valores próximos a zero em seu estado de mínima energia, como visto em dinâmicas anteriores.

A dependência temporal da voltagem apresenta um comportamento distinto para a dinâmica ilustrada pelos snapshots VI, VII e VIII, assim como há um aumento significativo da magnetização para os mesmos instantes. Tais comportamentos estão relacionados com o rearranjo dos vórtices já nucleados na amostra. No entanto, esse rearranjo não muda o aspecto qualitativo, ou seja, não gera perturbações na energia livre do sistema (Figura 24(c)).

Analisando todos os snapshots da Figura 24, observamos que, apesar da grande quantidade de vórtices já aprisionados, é possível notar que os mesmos não estão aprisionados nos centros de pinning, evidenciando que os BHs apresentam baixa força de aprisionamento.

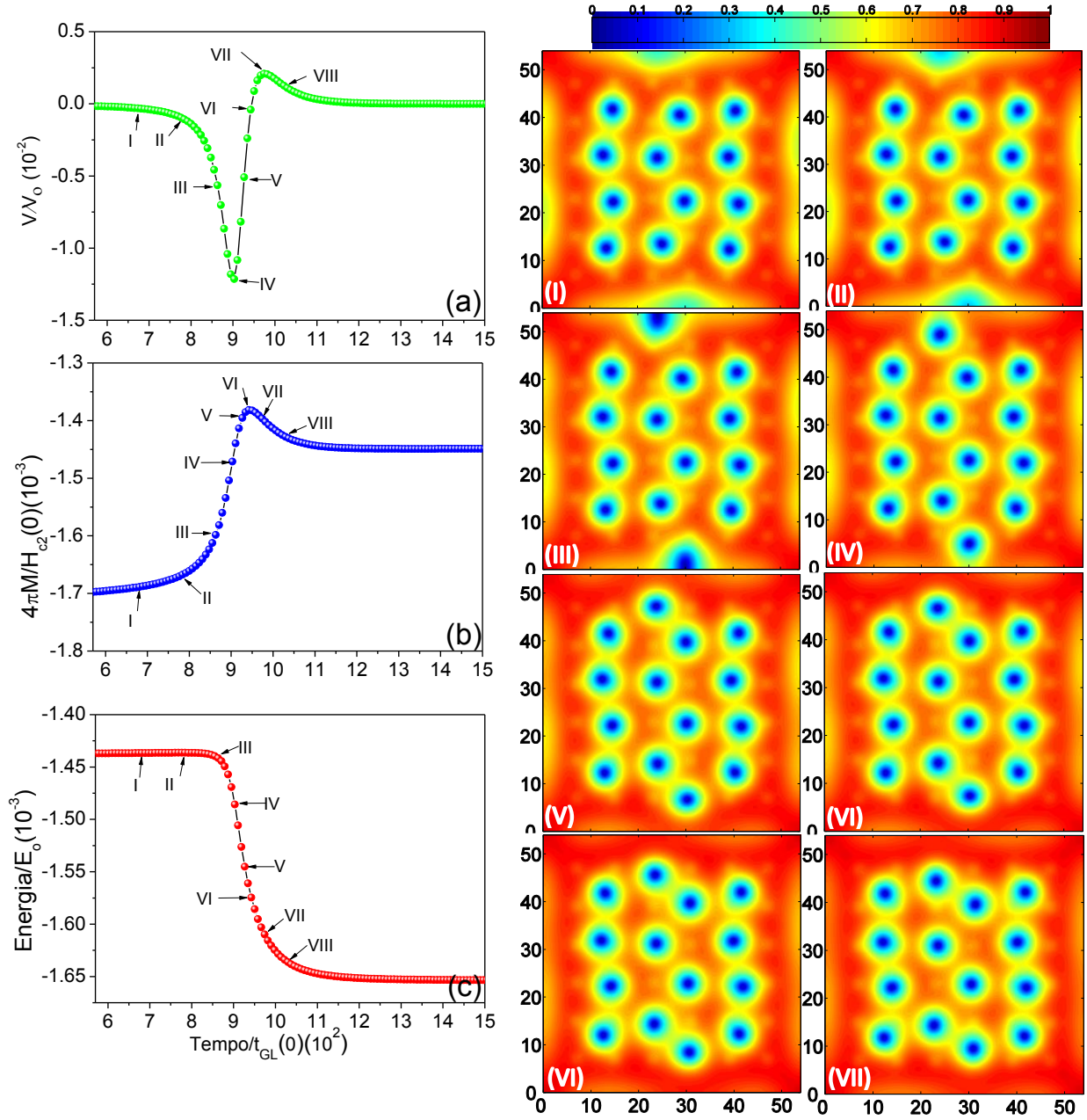


Figura 24: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para o terceiro estado de vórtice na amostra com BHS, quando 2 vórtices penetram em $H = 0,051H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

Novamente, observamos na Figura 24(b) e (c) o aumento do tempo para que a magnetização apresente um comportamento constante e para que a amostra atinja seu estado de menor energia $t = 10,5 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$.

Na Figura 25, é ilustrado o comportamento para o quinto estado de vórtice para amostras com BHs. Pelos snapshots, observamos que os BHs possuem menor potencial de pinning, uma vez que os 18 vórtices nucleados alojaram-se nos interstícios entre os centros de pinning e, praticamente, perfazem uma simetria que segue a geometria da amostra.

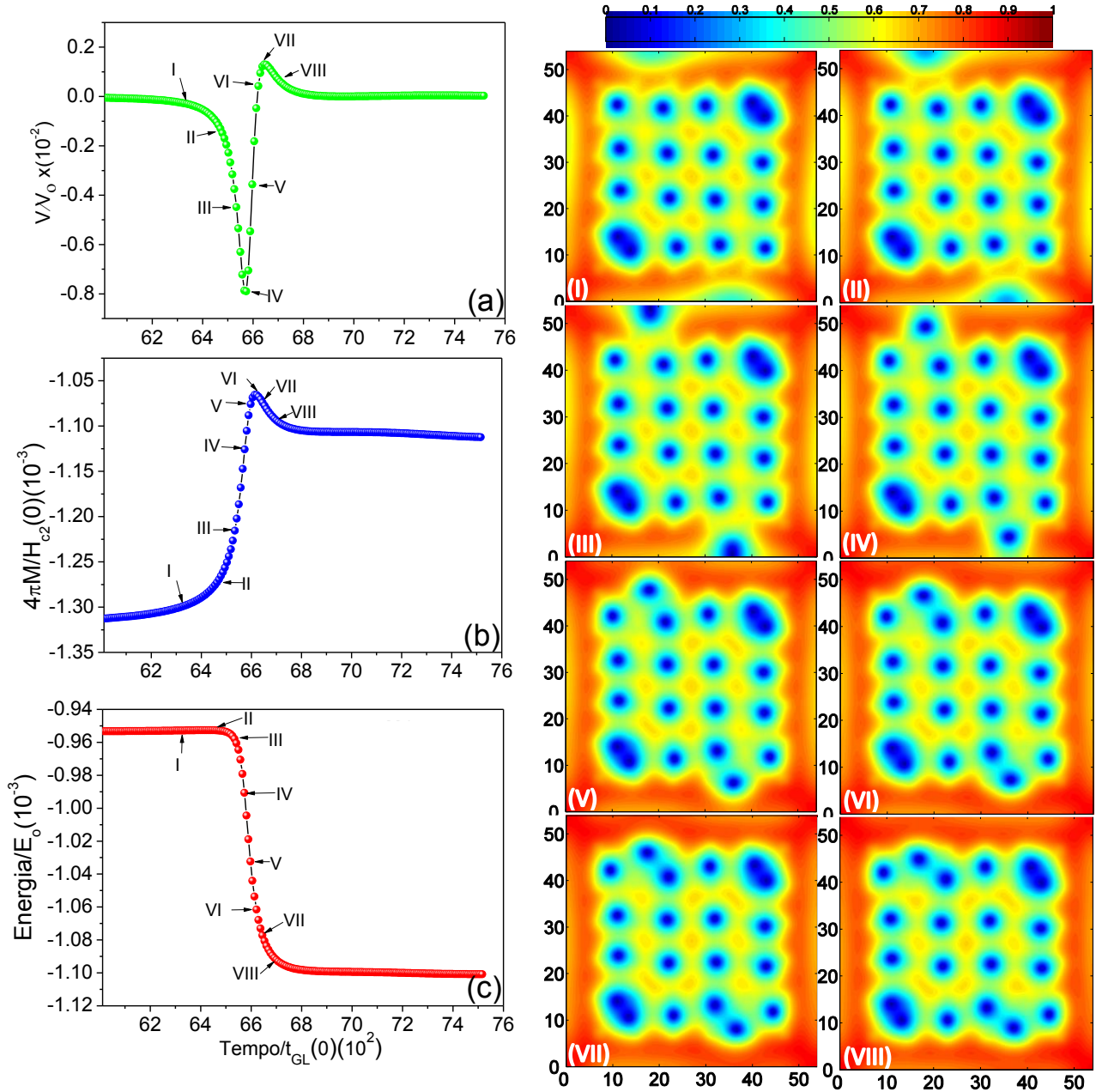


Figura 25: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para o quinto estado de vórtice na amostra com BHs. Dois vórtices são nucleados para $H = 0.065H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados no painéis (a), (b) e (c).

Os gráficos das Figura 25(b) e (c) evidenciam um aumento significativo no tempo para a magnetização apresentar comportamento constante, e o sistema atingir estado de menor energia, próximo de $t = 67 \times 10^{-2} t_{gl}(0)$.

De maneira geral, observamos que a amostra com centros de Blind Hole apresentou um aumento no tempo para atingir seu estado de mínima energia, ao passo que no sistema com rede de ADs, tal comportamento não foi observado.

6.3. Loop magnetização $M(H) - H(\text{down})$

Vamos analisar a influência da rede de ADs e de BHs na dinâmica de vórtices e a dependência temporal da voltagem, magnetização e energia livre para estados de não equilíbrio. Em tais análises, vamos considerar quatro situações específicas, nas quais ocorre a expulsão dos vórtices quando diminuirmos o campo magnético externo em $\Delta H = 10^{-3} H_{c2(0)}$.

Na Figura 26, são apresentadas as análises para $H = 0,084 H_{c2}(0)$, que é o primeiro campo a apresentar expulsão de vórtices na amostra com rede de ADs. Pelas ilustrações dos snapshots, vemos que todos os centros de pinning estavam ocupados por um quantum de fluxo magnético. À medida que o campo magnético vai sendo removido da amostra, dois vórtices da camada mais externa superior e inferior são expulsos. A movimentação deles causa um pico na voltagem (snapshot III), e uma descontinuidade nas curvas da magnetização e da energia livre, Figura 26(b) e (c) respectivamente. Nesse caso, a voltagem e magnetização possuem sinal oposto ao das curvas estudadas na seção 6.2. Tal inversão ocorre porque há a recuperação do estado supercondutor devido à retirada do campo magnético aplicado na amostra.

Assim que dois vórtices são expulsos, a partir de $t = 46,7 \times 10^{-2} t_{GL}$, outro pico na voltagem é observado, devido ao rearranjo dos vórtices na amostra. Tal movimentação causa uma perturbação na magnetização e na energia, mas no aspecto qualitativo, não muda o comportamento da energia livre em função do tempo.

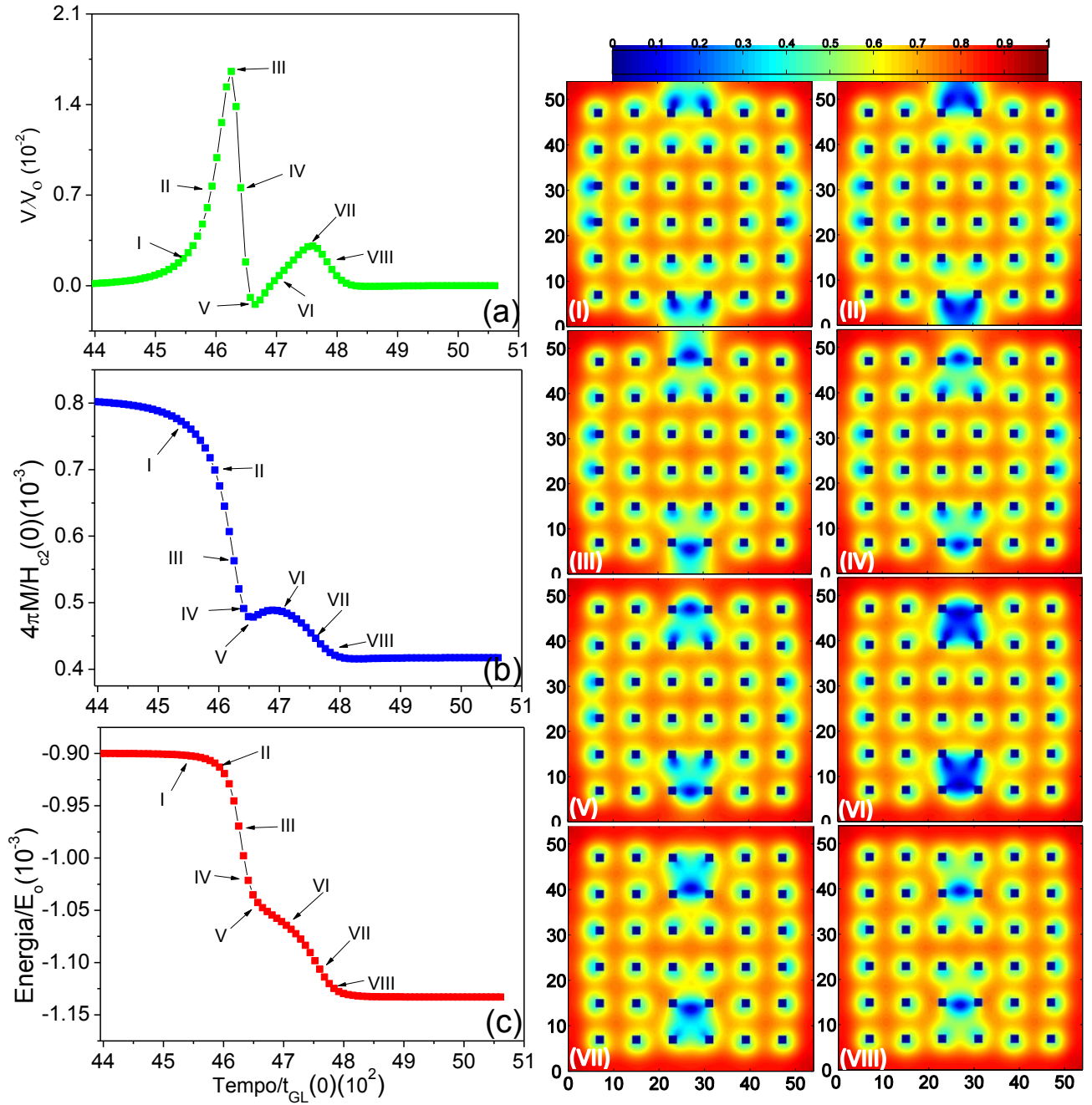


Figura 26: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para $H = 0,084H_{c2}(0)$, quando dois vórtices são expulsos da amostra com rede de ADs. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

O quinto estado de vórtice no sistema com rede de ADs acontece para $H = 0,061 H_{c2}(0)$. Os snapshots da Figura 27 mostram 8 vórtices que estavam ancorados na camada mais externa de ADs e que foram expulsos simultaneamente. Isso resulta em uma grande variação do fluxo magnético no

sistema e, conseqüentemente, no aumento da voltagem, como mostra a Figura 27(a).

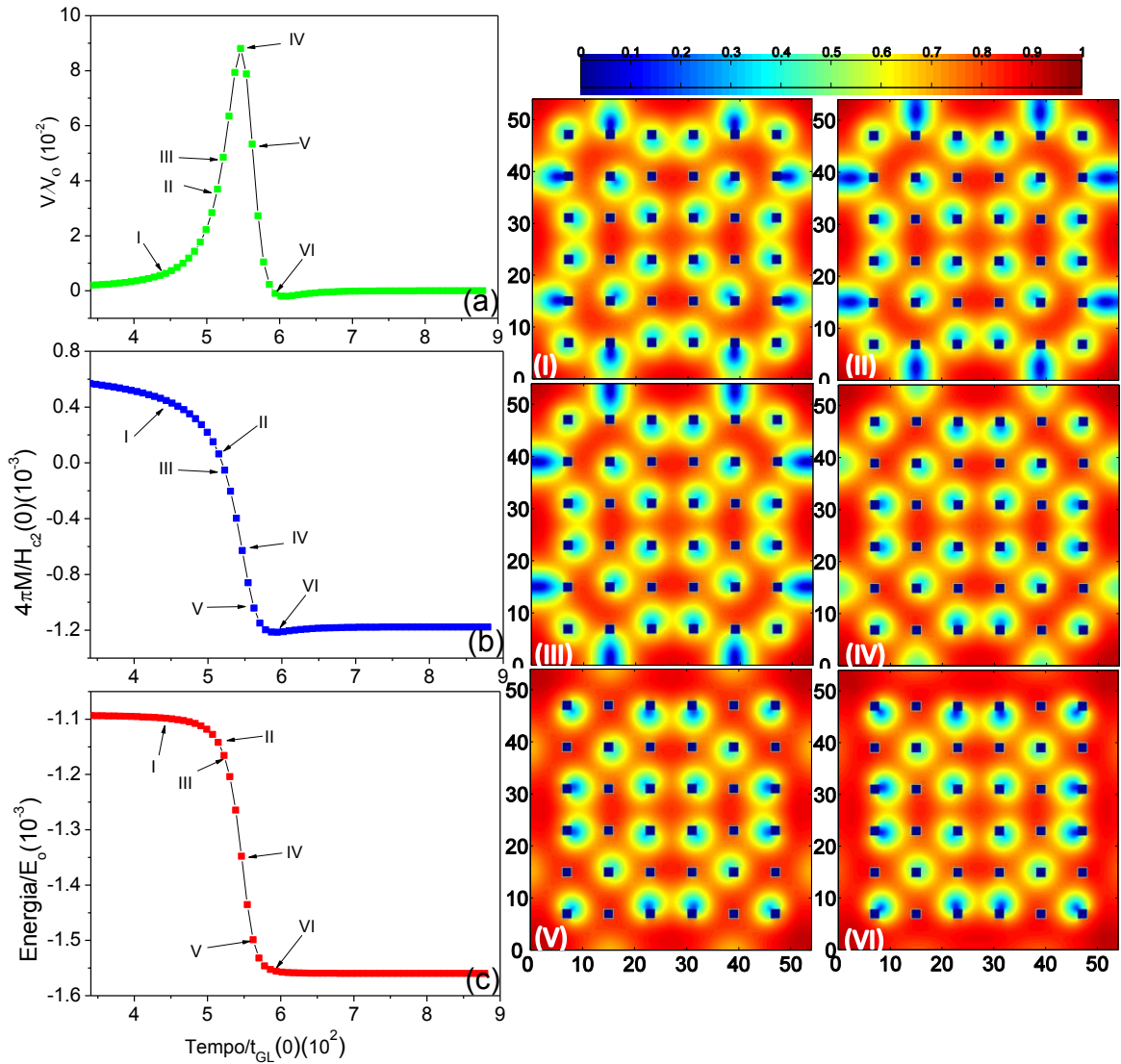


Figura 27: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a expulsão de 8 vórtices da amostra com rede de ADs para $H = 0,061H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi^2|$ para diferentes instante de tempo indicados nos gráficos das oscilações

As dinâmicas ilustradas pelos snapshots da Figura 26, mostram que após o processo de depinning ocorre uma movimentação do vórtices, no entanto, analisando os snapshots da Figura 27, vemos que isso não ocorre nesse estágio. A não existência desse processo de reorganização dos quantum de fluxo, explica a diminuição do tempo para o sistema atingir estado de equilíbrio (Figura 27(c)).

O sétimo estado de vórtices no sistema com rede de ADs ocorre em $H = 0,036 H_{c2}(0)$, com a expulsão de dois vórtices aprisionados nas camadas mais externas de centros de pinning. A dinâmica está ilustrada nos snapshots da Figura 28.

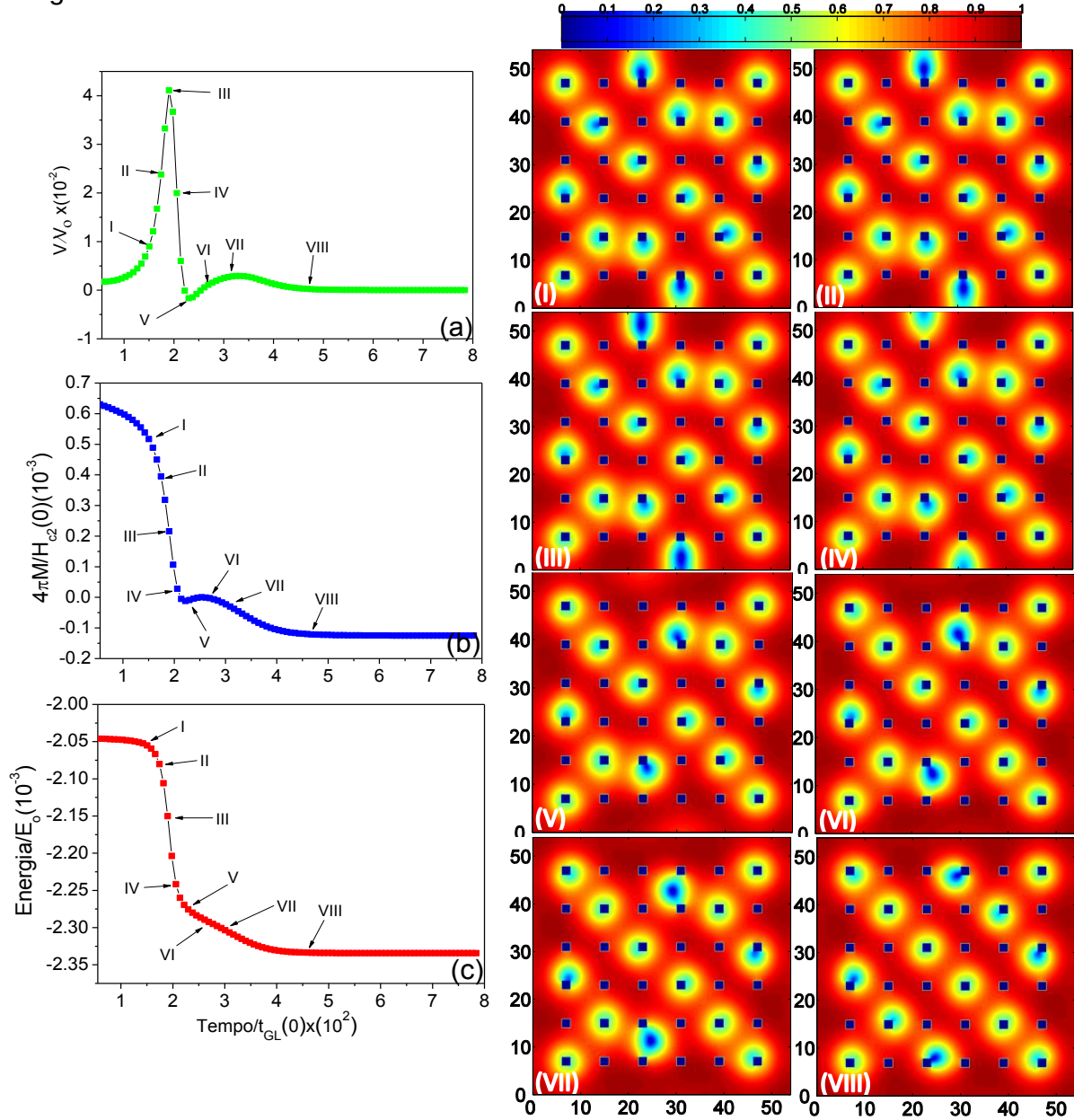


Figura 28: Comportamento temporal (a) da Voltagem em função do tempo, (b) da Magnetização em função do tempo e (c) da Energia para amostra com rede de ADs enquanto 2 vórtices são expulsos para $H = 0,036 H_{c2}$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes

Devido à reorganização dos vórtices no interior da amostra, observamos no gráfico da oscilação da voltagem na Figura 28(a) dois picos, o mais intenso, ilustrado pelo snapshot III, mostra que a voltagem é máxima quando o vórtice

está em movimento do centro de pinning para o exterior da amostra, e o pico menos intenso indica o rearranjo dos vórtices (snapshot V a VIII).

O gráfico da Figura 28(b) e (c) mostra que a magnetização e a energia diminuem abruptamente quando os vórtices são expulsos da amostra, mas tornam-se constante somente após a reorganização dos mesmos, evidenciando o estado de equilíbrio.

O décimo estado de vórtice, ocorre em $H = 0,024H_{c2}$, como mostrado na Figura 29. Os snapshots de $|\psi|^2$ indicam o aumento na predominância de cor vermelha na amostra, indicando a intensificação do estado supercondutor. A recuperação do estado supercondutor é resultado da expulsão dos vórtices, devido à retirada do campo magnético aplicado. Tal estado aumenta o módulo do pico da voltagem, observado no snapshot III da Figura 29, com $V = 8,61 \times 10^{-2} V_0$.

A magnetização e a energia do sistema se tornam constantes próximas a $t = 4 \times 10^{-2} t_{GL}$, valor semelhante aos dos gráficos da Figura 28.

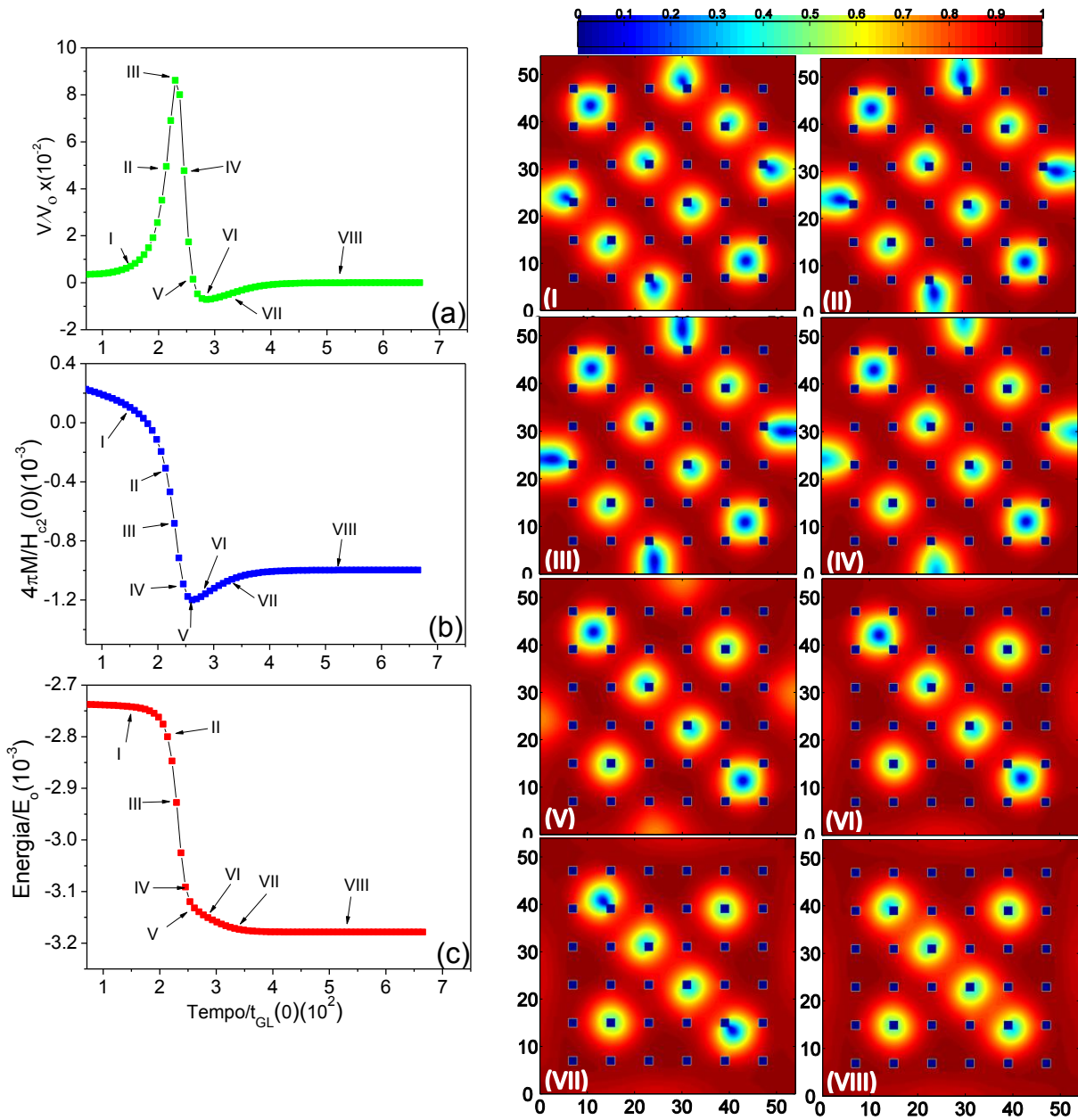


Figura 29: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para $H = 0,024 H_{c2}(0)$, durante a expulsão de 4 vórtices da amostra com rede de ADs. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

Os primeiros vórtices são expulsos da amostra com rede de BHs no campo $H = 0,085 H_{c2}(0)$, quando todos os 36 centros de pinning estão ocupados por um quantum de fluxo magnético. Os snapshots da Figura 30 ilustram a dinâmica para o campo em questão. Pode-se observar que quatro vórtices da camada mais externa são expulsos, o que resulta no pico máximo da voltagem igual a $V = 2.5 \times 10^{-2} V_0$. Comparando com a Figura 26(a), tem-se o aumento da resposta da voltagem, resultado da maior variação do fluxo causado pela maior

quantidade de vórtices que foram expulsos (ver Figura 30(a)), o que resulta também numa maior variação da magnetização (ver Figura 30(b)). Ainda na Figura 30(a) vemos a inversão dos valores da voltagem na amostra, a partir do snapshot V da Figura 30, esses valores negativos depois que os vórtices são expulsos da amostra são causados devido a restauração abrupta do estado supercondutor.

Na Figura 30(c), o tempo que a amostra demora para atingir o estado de mínima energia é menor do que aquele evidenciado pela Figura 26(c), resultado da menor força de aprisionamento dos BHs.

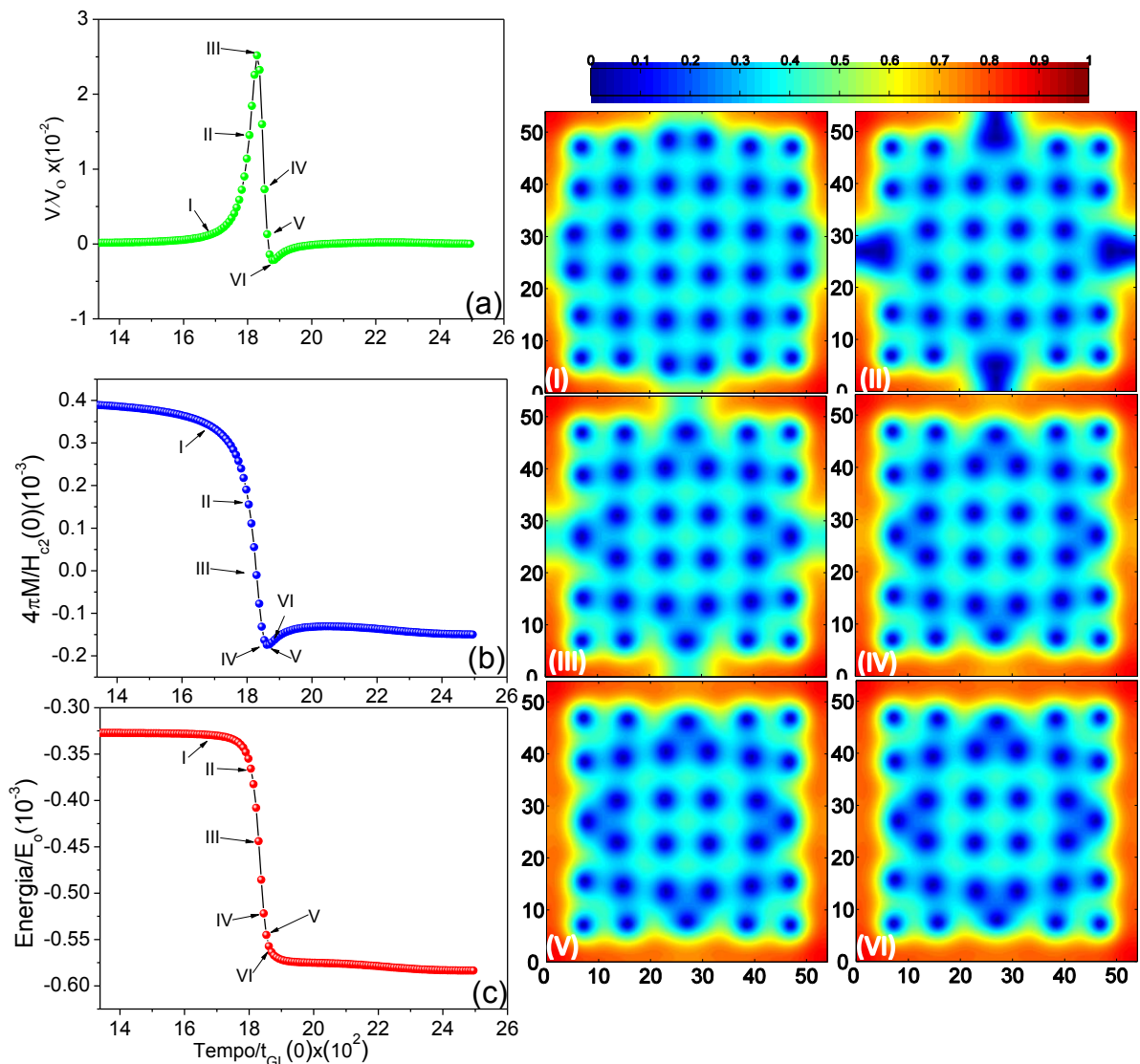


Figura 30: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a expulsão de 4 vórtices na amostra com BHs para $H = 0,085H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

No sistema com rede de BH, a dinâmica para o quinto estado de vórtice acontece para $H = 0,052 H_{c2}(0)$, ilustrado na Figura 31. Os snapshots mostram a expulsão de 2 vórtices do sistema, um pelo lado superior e outro pelo lado inferior.

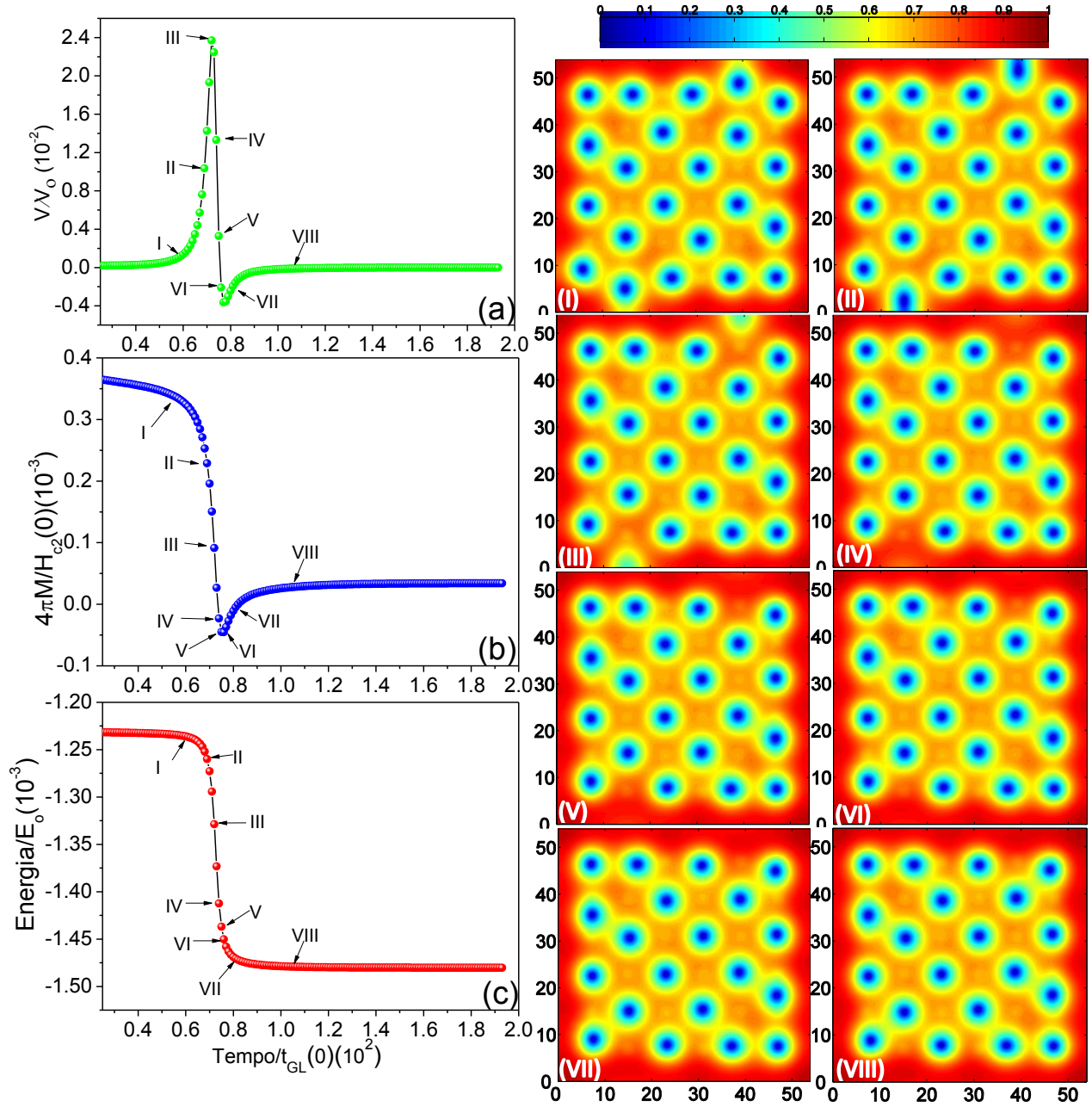


Figura 31: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia durante a expulsão de 2 vórtices da amostra com BHs para $H = 0,052H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instante de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

A curva de $V(t)$, ver Figura 31(a), mostra o decréscimo no valor do pico da voltagem, se comparado com o gráfico da Figura 30(a). Tal comportamento

está relacionado com o número de vórtices expelidos, que neste caso foram 2, enquanto que a voltagem da Figura 30(a) está relacionada com a expulsão de 4 vórtices. Apesar da recuperação do estado supercondutor aumentar o valor da resposta da voltagem do sistema, a diminuição do fluxo expelido justifica o menor valor da voltagem. Novamente, temos a inversão do sinal da voltagem a partir do snapshot V da Figura 31, resultado da restauração abrupta do estado supercondutor.

Apesar do comportamento da voltagem não apresentar a resposta esperada para o quinto estado de vórtice, o tempo gasto para a energia atingir o estado de equilíbrio mostrou valores esperados, visto que, devido à baixa força de pinning dos Blind Holes, houve um decréscimo do tempo.

Para amostra com rede de BHs, o sétimo estado de vórtice ocorre para $H = 0,043H_{c2}(0)$, ilustrado pela Figura 32.

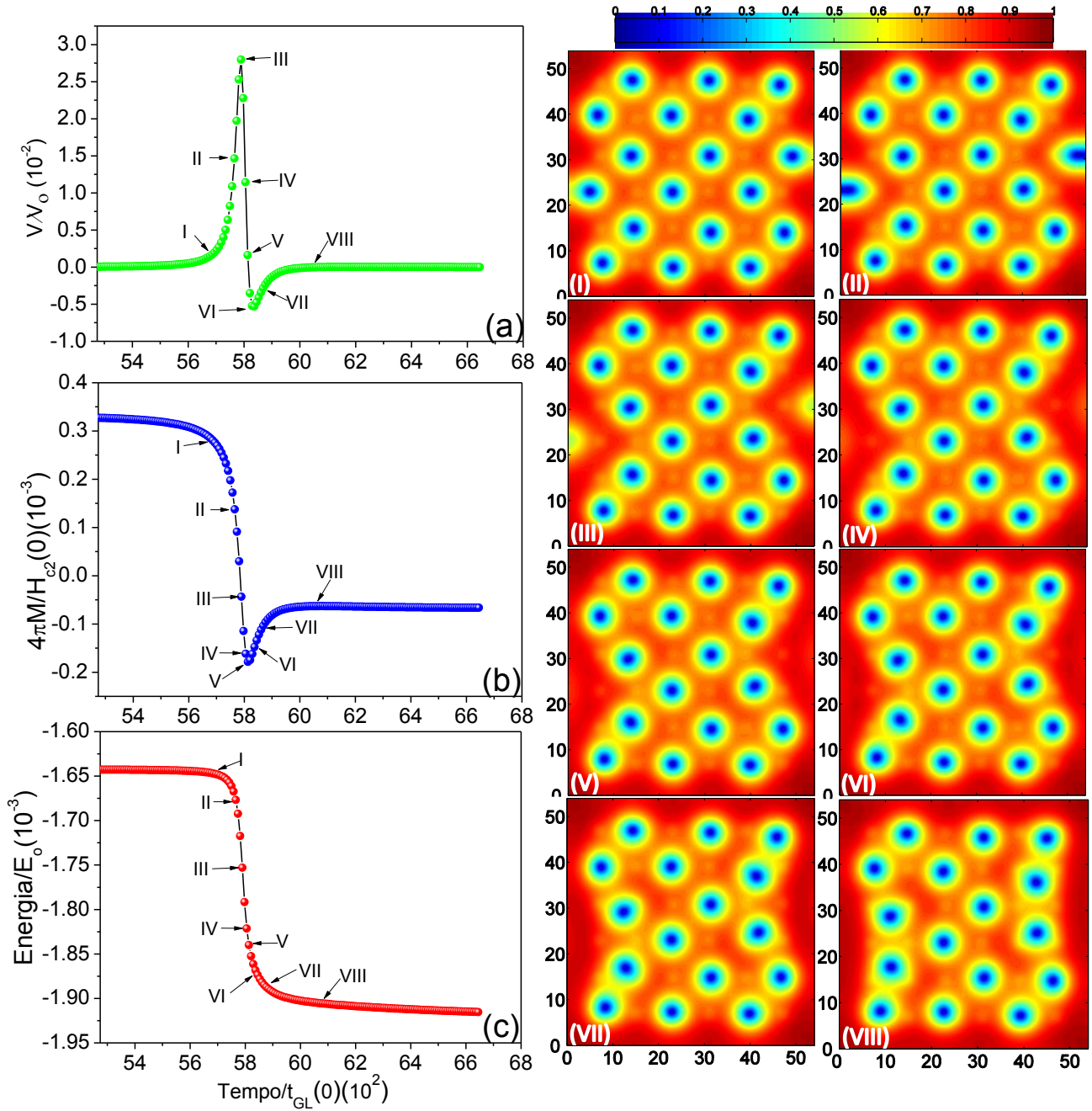


Figura 32: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para $H = 0,043H_{c2}(0)$ durante a expulsão de 2 vórtices da amostra com rede de BHs. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

A dinâmica de vórtices ilustrada nos snapshot da Figura 32, mostra dois vórtices mais externos sendo expulsos pelas laterais do sistema. O aumento de regiões avermelhadas indica maior densidade do $|\psi|$ no sistema, onde, conseqüentemente, a voltagem e a resposta magnética também aumentam, como mostrado pela Figura 32(a) e (b). Como resultado da restauração abrupta do estado supercondutor, temos a inversão do sinal da voltagem a partir do

snapshot V da Figura 32. A inversão do sinal da voltagem, ocorre no exato instante em que temos o valor mínimo para a magnetização.

No sistema com rede de BHs, o décimo estado de vórtice é obtido em $H = 0,023H_{c2}(0)$. Os snapshots da Figura 33, mostram os vórtices sendo expulsos pelos cantos da amostra. A baixa força de ancoragem, juntamente com a expulsão de apenas dois vórtices, induz uma baixa voltagem no sistema, Figura 33(a).

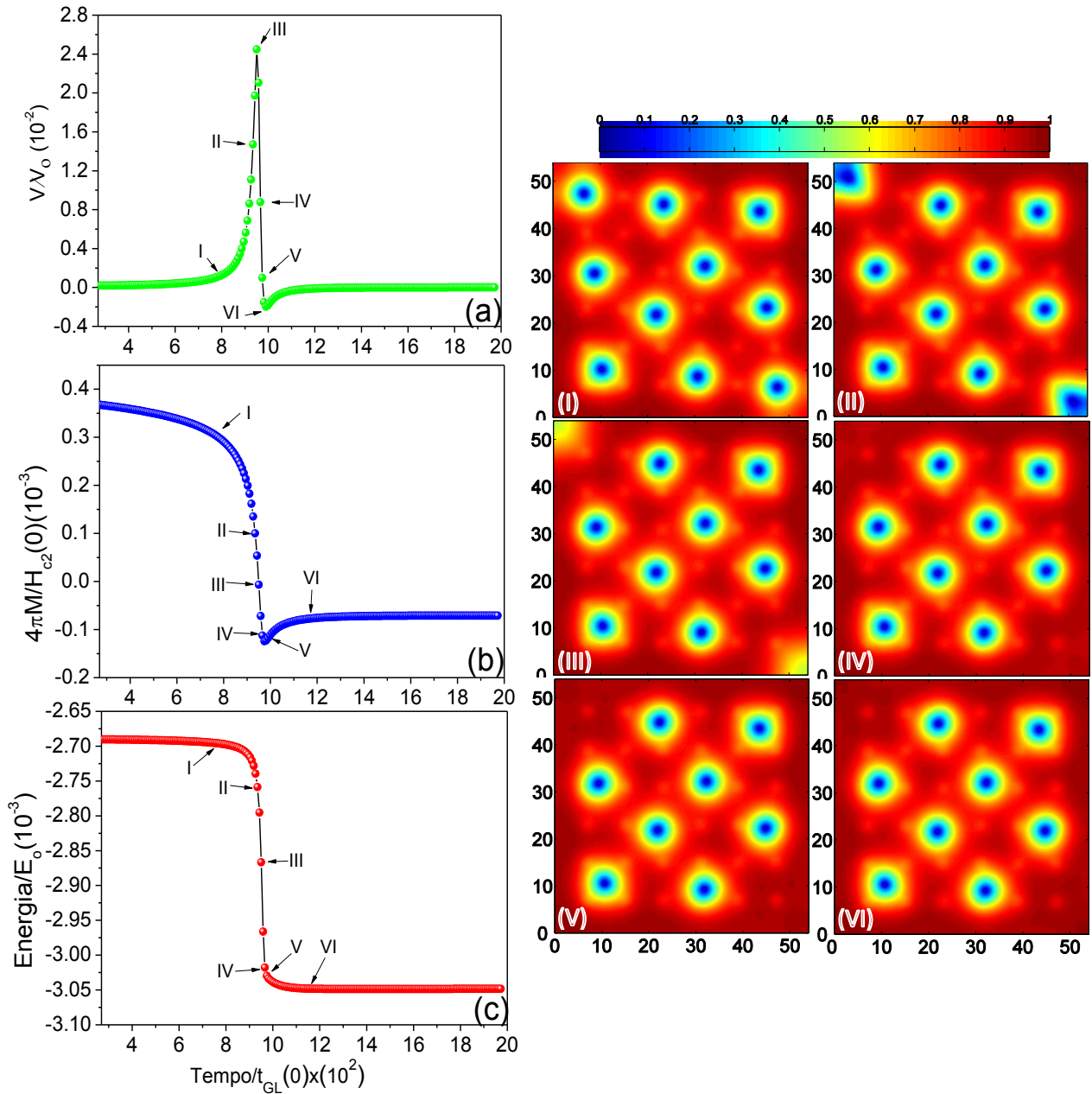


Figura 33: Comportamento temporal (a) da Voltagem, (b) da Magnetização e (c) da Energia para amostra com rede de BHs. Dois vórtices são expulsos da amostra para $H = 0,023H_{c2}(0)$. Os snapshots I a VIII mostram a variação do $|\psi|$ para diferentes instantes de tempo indicados nos painéis (a), (b) e (c).

Conclusão

Neste trabalho estudamos a dinâmica de vórtices em sistemas supercondutores com distribuição regular de ADs e BHs. A influência desses diferentes tipos de defeitos sobre os quanta de fluxo magnético nucleados na amostra foi investigada. Buscou-se, então, identificar a existência de um possível aprisionamento efetivo dos vórtices sob altas temperaturas ($T=0.9T_c$). Os estudos foram conduzidos com as amostras sob um campo magnético externo variável analisando seus comportamentos ao longo do loop de histerese.

Verificamos que as duas redes de defeitos inseridas no sistema supercondutor não forneceram uma força de aprisionamento efetiva sobre os vórtices durante todo o loop do campo aplicado. Tal verificação se deu pelo fato de que todos os vórtices nucleados foram expulsos do sistema ao atingir-se a condição de campo externo nulo. Tal efeito está relacionado à temperatura que aumenta o do vórtice deixando-o muito maior do que o centro de aprisionamento.

No que diz respeito ao comportamento das curvas $V(t)$, $M(t)$ e $E(t)$, este é distinto se comparado com a penetração de vórtices (para campos crescentes, $H(up)$) com a saída dos mesmos (para campos decrescentes, $H(down)$). Sendo assim, faremos considerações distintas a seguir.

$H(up)$

Em alguns casos, enquanto as curvas $V(t)$ e $M(t)$ apresentaram dois picos, a $E(t)$ não. Isso se deve ao fato de que, enquanto as duas primeiras são sensíveis à movimentação dos vórtices, a energia livre do sistema só depende, basicamente, de estados estacionários consecutivos. Adicionalmente, o primeiro pico, e mais intenso, está sempre relacionado à entrada de vórtices na amostra, e o segundo indica movimentação interna dos mesmos. Essa movimentação interna é bastante evidente nas amostras com ADs, o que nos leva a propor a mesma explicação para o caso com BHs. As diferenças entre as curvas dos diferentes centros de pinning está relacionada à natureza dos mesmos, ou seja, enquanto que o ADs são definidos pela ausência de supercondutor, os BHs são constituídos por supercondutores de menor T_c , ou seja, degradados com relação

à matriz, contudo, neles há variações do parâmetro de ordem assim como correntes fluem pelo seu interior.

O valor de pico de $V(t)$ ao longo da dinâmica de não equilíbrio, depende da quantidade de vórtices que se movimentam pelo mar supercondutor, já que o mesmo está associado a um processo dissipativo.

H(down)

Tanto na penetração quanto na expulsão dos vórtices, o valor mais intenso de $V(t)$ é devido ao movimento viscoso dos mesmos. Seu valor de pico também depende da quantidade de vórtices que se movimentam pelo sistema. Para alguns estados de vórtices, a voltagem apresentou um pico secundário porém, de sinal oposto ao seu pico mais intenso. Tal comportamento está relacionado com a relaxação do parâmetro de ordem (como mostrado na Ref.999) que, possivelmente, gera uma inversão da circulação das correntes supercondutoras, em algum ponto da amostra no instante em que o vórtice está saindo. Contudo, nas nossas simulações, não pudemos identificar essa inversão. Vale ressaltar que o tempo em que ocorre a inversão do sinal de $V(t)$ corresponde ao valor de pico da curva $M(t)$, o que corrobora com nossa interpretação de inversão de sinal.

Apesar de, em altas temperaturas, não haver eficiência dos ADs e dos BHs no aprisionamento de vórtices, a característica distinta entre eles acarreta em dinâmicas de vórtices também distintas. Assim, um próximo passo nessa linha de pesquisa é fazer o mesmo estudo para temperaturas menores e/ou amostras e centros de pinning maiores e relacionar a maior ou menor eficiência de aprisionamento com a dinâmica dos vórtices e com a funções-resposta $M(t)$ e $V(t)$.

Referências

- [1] Dirk van Delft, “Freezing physics: Heike Kamerling Onnes and the quest for cold,” Editaknaw, Amsterdam, the Netherlands (2007).
- [2] F. Oestermann, Supercondutividade: Uma proposta de inserção no ensino médio, Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, (1998).
- [3] P. Pureur, “Supercondutividade e Materiais Supercondutores,” Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS, 2004.
- [4] W. Meissner and R. Ochsenfeld, *Naturwissenschaften*, 21, 787 (1933).
- [5] F. London and H. London, “The electromagnetic equations of the superconductor. Proceedings of the Royal Society of London,,” Series A, *Mathematical and Physical Sciences*, 149(866):71, (1935).
- [6] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* 20, 1064 (1950).
- [7] M. Tinkham, “Introduction to Superconductivity,” Dover Publications, Inc., New York, USA, ed.2 (2004).
- [8] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.*, 108, 1175 (1957).
- [9] Leon N. Cooper, *Phys. Rev.* 104, 1189, (1956).
- [10] I. A. Sadovskyy, et al. , Effect of hexagonal patterned arrays and defect geometry on the critical current of superconducting films. *Phys. Rev. B*, 95, 075303 (2017).
- [11] B. J. Baelus, F. M. Peeters, and V. A. Schweigert, *Phys. Rev. B* 63, 144517 (2001).
- [12] B. J. Baelus, F. M. Peeters, and V. A. Schweigert, *Phys. Rev. B* 61, 9734 (2000).
- [13] G. R. Berdiyrov, B. J. Baelus, M. V. Milošević, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 68 174521 (2003).
- [14] G. R. Berdiyrov, M. V. Milošević, B. J. Baelus and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 70 024508 (2004).
- [15] G. R. Berdiyrov, M. V. Milošević, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 74 174512 (2006).

- [16] G. R. Berdiyorov, M. V. Milošević, and F. M. Peeters, Phys. Rev. B 76 134508 (2007), Phys. Rev. B 76 134508 (2007).
- [17] M. V. Milošević, F. M. Peeters, Applied Phys. Letters 96 192501 (2010)
- [18] C. P. Poole Jr, H. A. Farach and R. J. Creswick, Superconductivity,” Academic Press, San Diego, USA (1995).
- [19] DUARTE, Elwis Carlos Sartorelli. Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo. , Dissertação Mestrado, UNESP Ilha Solteira (2013).
- [20] Alice Presotto, Efeitos de campos magnéticos externos e de correntes de transporte na dinamica de vortices em uma constrição mesoscópica. Dissertação Mestrado, UNESP Ilha Solteira, (2017).
- [21] Cohen-Tannoudji, C, Diu B. ,Laloe F., Quantum Mechanics, 2 ed. Paris-France: John Wiley & Sons, Volume I, 898p 1977.
- [22] G. B. Arfken, H. J. Weber, Física Matemática: métodos matemáticos para engenharia e física, Rio de Janeiro: Elsevier: Campus, 2007.
- [23] V. V. Moshchalkov, M. Baert, V. V. Metlushko, E. Rosseel, M. J. Van Bael, and K. Temst, Magnetization of multiple-quanta vortex lattices, Phys. Rev. B, Vol. 54, n10 1996.
- [24] ABRIKOSOV, A.A. On the magnetic properties of superconductors of the second group. Sov. Phys. – JETP, New York, v. 5, n. 6, p.1174-1182, 1957.
- [25] M. Motta, Flux avalanches in patterned superconducting thin filmes: ac susceptibility, morphology and related studies, Tese Doutorado, UFSCar São Carlos, (2013).
- [26] J. B. Ketterson. and S. N. Song, “Superconductivity,” Cambridge, University Press, (1999).
- [27] Rafael Zadorosny, “Interação da matéria de vórtices com estruturas de defeitos: Detecção das primeiras penetrações,” Tese de Doutorado, UFSCar São Carlos (2009).
- [28] B. J. Baelus and F. M. Peeters, Phys. Rev. B, 65 104515, (2002).
- [29] R. Zadorosny, E. Sardella, A. L. Malvezzi, P. N. Lisboa Filho, and W. A. Ortiz., Phys. Rev. B 85, 214511 (2012).
- [30] Lance Horng, et al. Experimental and simulation study of pinning phenomena in superconductors with regular composite pinning arrays. Journal of Applied Physics, 113, 17E118, (2013).

- [31] K. Harada, O. Kamimura, H. Kasai, T. Matsuda, A. Tonomura, V. V. Moshchalkov, Science 274, 1167 1996.
- [32] A. V. Silhanek, L. Van Look, R. Jonckheere, B. Y. Zhu, S. Raedts and V. V., Phys. Rev. B 72, 014507 (2005).
- [33] L. Van Look, et al., Anisotropic vortex pinning in superconductors with a square array of rectangular submicron holes, Phys. Rev. B, 66, 214511 (2002).
- [34] G. R. Berdiyrov, M. V. Milošević, and F. M. Peeters, Composite vortex ordering in superconducting films with arrays of blind holes. New Journal of Physics 11 013025 (2009).
- [35] A. Schmid, Phys. Kondens. Mater.5, 302 (1966).