

RESSALVA

Atendendo solicitação do autor, o
texto completo desta tese será
disponibilizado somente a partir de
11/06/2023.

DOUGLAS BUYTENDORP BIZARRO

**CONTROLE BASEADO EM FUNÇÕES DE LYAPUNOV
POLINOMIAIS E CONTROLE ROBUSTO DE SISTEMAS
CHAVEADOS AFINS COM APLICAÇÕES EM
CONVERSORES ELETRÔNICOS DE POTÊNCIA**

DOUGLAS BUYTENDORP BIZARRO

**CONTROLE BASEADO EM FUNÇÕES DE LYAPUNOV POLINOMIAIS E
CONTROLE ROBUSTO DE SISTEMAS CHAVEADOS AFINS COM APLICAÇÕES
EM CONVERSORES ELETRÔNICOS DE POTÊNCIA**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia - Campus de Ilha Solteira - UNESP, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira - SP

2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

B625c Bizarro, Douglas Buytendorp.
Controle baseado em funções de Lyapunov polinomiais e controle robusto de sistemas chaveados afins com aplicações em conversores eletrônicos de potência / Douglas Buytendorp Bizarro. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
108 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2021

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Sistemas chaveados A?Ns. 2. Soma de quadrados (SOS). 3. Função de Lyapunov polinomial multivariada. 4. Controle robusto. 5. Limitação das variáveis de estado. 6. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs).


Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Controle Baseado em Funções de Lyapunov Polinomiais e Controle Robusto de Sistemas Chaveados Afins com Aplicações em Conversores Eletrônicos de Potência

AUTOR: DOUGLAS BUYTENDORP BIZARRO

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Marcelo", with a stylized flourish at the end.

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. EDVALDO ASSUNÇÃO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. RODRIGO CARDIM (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA (Participação Virtual)
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Prof. Dr. DIOGO RAMALHO DE OLIVEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Eletroeletrônica / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul - IFMS

Ilha Solteira, 11 de junho de 2021

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, nosso único Senhor e Salvador, por toda a saúde, todas as oportunidades, conquistas e realizações que me proporcionou em toda a minha vida.

À minha esposa, Gabriele Robete Kavano, por sua paciência, compreensão e companheirismo nos momentos em que os estudos tomam nosso tempo e nossa energia. Por me ajudar no desenvolvimento e escrita deste trabalho, pela confiança e pelo apoio dado em minhas escolhas profissionais.

Agradeço aos meus pais, Jaime Bizarro e Solange de Souza Buytendorp Bizarro, e à minha irmã Daniele Buytendorp Bizarro que sempre me apoiaram incondicionalmente em qualquer escolha que eu fizesse e sempre tiveram orgulho de minhas realizações. Se tive oportunidade de fazer minhas escolhas e de me dedicar aos estudos, foi graças a seu apoio.

Ao Professor Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, por sua bondade e confiança em aceitar ser meu orientador. Sou muito grato pela orientação, paciência, humildade e amizade.

Aos Professores Edvaldo Assunção e Rodrigo Cardim pelo acompanhamento, incentivo e sugestões dadas ao longo do doutorado.

Aos amigos do Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC) Leonardo Carniato, Bruno Sereni, Marco Beteto, Marco, Hyago, Leidy, Adalberto, Gilberto, Hadamez, Ariel, Lázaro e outros pela ajuda, companheirismo e momentos de descontração. Agradeço, em especial, ao amigo Igor Thiago Minari Ramos, por toda a ajuda, que foi fundamental no desenvolvimento do trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Esta tese aborda a análise e projeto de controle de uma classe de sistemas chaveados afins que não apresentam entrada de controle. Os principais tópicos tratados são a otimização da resposta transitória do ponto de vista da redução de um índice de desempenho quadrático (custo garantido), controle robusto com relação a incertezas paramétricas e limitação do valor máximo aceitável de variáveis de estado. Como não há entrada de controle, a estabilização, bem como a resposta transitória destes sistemas dependem exclusivamente do chaveamento adequado entre os subsistemas, de acordo com uma regra de chaveamento. Assim, inicialmente, este trabalho apresenta uma explicação sobre as características dos sistemas chaveados afins. Em seguida, são propostas regras de chaveamento com o intuito de melhorar o desempenho transitório. Mais especificamente, é proposto o emprego de candidatas à função de Lyapunov polinômiais multivariadas (polinômios em função de mais de uma variável), sendo utilizada a teoria de decomposição em soma de quadrados (do inglês, *sum of squares* - SOS) para a descrição das restrições dos problemas. A utilização deste tipo de função de Lyapunov é proposta a fim de flexibilizar as superfícies de deslizamento criadas pelas regras de chaveamento. As principais contribuições deste tópico são condições que asseguram estabilidade assintótica ou estabilidade exponencial e custo garantido e que são baseados na generalização de condições não polinômiais, assim, podem fornecer melhor factibilidade e otimizar parâmetros de performance. Com relação ao controle robusto, é apresentada uma revisão sobre como as incertezas paramétricas afetam o ponto de equilíbrio desejado e sobre como trabalhos anteriores lidaram com as incertezas. No presente trabalho, foram propostos novos teoremas que asseguram estabilidade assintótica considerando as incertezas paramétricas e até variações na entrada não controlada. Estes teoremas se baseiam na representação padrão de sistemas chaveados afins considerada neste trabalho, em incertezas paramétricas politópicas e em desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* - LMIs). Outra contribuição foi o estabelecimento de condições suficientes e de leis de controle para limitar o valor extremo atingido por variáveis de estado. Ao final de cada um dos tópicos citados, foram realizadas simulações de conversores eletrônicos de potência CC-CC com o objetivo de verificar e demonstrar o desempenho das técnicas de controle propostas. Os resultados de simulações computacionais confirmam as proposições teóricas.

Palavras-chave: sistemas chaveados afins; soma de quadrados (SOS); função de Lyapunov polinomial multivariada; controle robusto; limitação das variáveis de estado; desigualdades matriciais lineares (LMIs).

ABSTRACT

This thesis addresses the analysis and control design for a class of switched affine systems which do not present a control input. The main topics covered are the optimization of transient response by reducing a quadratic performance index (guaranteed cost), robust control regarding parameter uncertainties and limitation of extreme acceptable values for state variables. Since there is no control input, the stabilization, as well as the transient response of the systems depend only on proper switching among subsystems following switching rules. Hence, initially, this work presents an explanation of the characteristics of switched affine systems. Later, switching rules are proposed to improve transient performance. Specifically, it is proposed the use of multivariate polynomial (a polynomial in more than one variable) Lyapunov candidate functions by applying the sum of squares (SOS) decomposition theory to describe the problems constraints. The application of this kind of Lyapunov candidate functions is proposed to make the sliding surfaces created by the switching rules more flexible, leading to improved performance. The main contributions on this topic are theorems regarding asymptotic stability or exponential stability and guaranteed cost which are generalizations of non-polynomial ones and, hence, can provide better feasibility and performance parameters. Regarding robust control, it is presented a review on how parametric uncertainties affect the set of equilibrium points and on how previous research dealt with uncertainties. The work leads to new theorems that assure asymptotic robust stability regarding parameter uncertainties and even input variations. These theorems rely on the default representation of switched affine system considered in this thesis, on parametric polytopic uncertainties and on Linear Matrix Inequalities (LMIs) conditions. Another contribution was to establish sufficient conditions and control laws to limit the extreme value reached by state variables. At the end of each of the aforementioned topics, computational simulations of DC-DC power electronics converters were performed to display the performance of the proposed control techniques. The results confirm the theoretical proposals.

Keywords: switched affine systems; sum of squares (SOS); multivariate polynomial Lyapunov function; robust control; state variables limitation; Linear Matrix Inequalities (LMIs); .

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Plano de fase de um sistema chaveado afim.	18
Figura 2	Diagrama do circuito elétrico do conversor CC-CC Boost.	43
Figura 3	Resposta transitória da corrente no indutor $i_L(t)$ e tensão no capacitor $v_C(t)$ para os Teoremas 2 e 5.	45
Figura 4	Plano de fase ($i_L(t) \times v_C(t)$) para os Teoremas 2 e 5.	46
Figura 5	Integral (160) para os Teoremas 2 e 5.	47
Figura 6	Resposta transitória da corrente no indutor $i_L(t)$ e tensão no capacitor $v_C(t)$ para os Teoremas 3 e 6.	47
Figura 7	Plano de fase ($i_L(t) \times v_C(t)$) para os Teoremas 3 e 6.	48
Figura 8	Integral (160) para os Teoremas 3 e 6.	49
Figura 9	Resposta transitória da corrente no indutor $i_L(t)$ e tensão no capacitor $v_C(t)$ para os Teoremas 4 e 7.	49
Figura 10	Plano de fase ($i_L(t) \times v_C(t)$) para os Teoremas 4 e 7.	50
Figura 11	Integral (160) para os Teoremas 4 e 7.	50
Figura 12	Corrente e tensão em função do tempo para os Teoremas 2, 3 e 6.	52
Figura 13	Integral (160) para os Teoremas 3 e 6.	53
Figura 14	Resposta transitória da corrente no indutor $i_L(t)$ e tensão no capacitor $v_C(t)$ sob variação do parâmetro incerto para o conversor CC-CC Boost controlado de acordo com o Teorema 8.	68
Figura 15	Diagrama do circuito elétrico do Conversor CC-CC Buck.	70
Figura 16	Resposta transitória da corrente no indutor $i_L(t)$ e tensão no capacitor $v_C(t)$ sob variação do parâmetro incerto para três pontos de equilíbrio desejados para o conversor CC-CC Buck controlado de acordo com Teorema 9.	72
Figura 17	Plano de fase ($i_L(t) \times v_C(t)$) para o conversor CC-CC Buck controlado de acordo com o Teorema 9 sob variação do parâmetro incerto para três pontos de equilíbrio desejados.	73
Figura 18	Valores da corrente no indutor, tensão no capacitor, resistência de carga, tensão de entrada e combinação convexa dos subsistemas (λ) durante a simulação sob variação do parâmetro incerto e da entrada para o conversor CC-CC Buck e controlado conforme Teorema 9.	74

Figura 19	Valores da variável de estado $x_{(1)}$, variável de estado $x_{(2)}$, parâmetro incerto, entrada e combinação convexa dos subsistemas (λ) durante a simulação sob variação do parâmetro incerto e da entrada.	77
Figura 20	Diagrama do inversor monofásico.	78
Figura 21	Circuito equivalente do inversor monofásico.	78
Figura 22	Valores da corrente no indutor, tensão no capacitor, resistência de carga e tensão de entrada durante a simulação sob variação do parâmetro incerto e da entrada.	80
Figura 23	Ilustração de Δ , $\Delta_{\bar{\sigma}}$, $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ e $\Omega_{\bar{\sigma}}$.	85
Figura 24	Curvas de nível de $V(x)$ e campos vetoriais $f_i(\xi)$.	90
Figura 25	Plano de fase - trajetórias para simulação sem e com limitação do vetor de estado.	92
Figura 26	Análise das curvas $f_i(\xi) \cdot \xi_{\bar{\ell}}$ e $\dot{V}_i$ e da região $\Delta_{\bar{\sigma}}$.	93
Figura 27	Apresentação da região $\Omega_{\bar{\sigma}}$ descrita pelo Lema 6.	94
Figura 28	Plano de fase - trajetórias para simulação sem e com limitação do vetor de estado com condição inicial dentro da região $\Omega_{\bar{\sigma}}$.	95
Figura 29	Análise das curvas $f_i(\xi) \cdot \xi_{\bar{\ell}}$ e $\dot{V}_i$ e das regiões $\Delta_{\bar{\sigma}}$ e $\Delta_{\bar{\lambda}}$.	96
Figura 30	Plano de fase - trajetórias para simulação sem e com limitação do vetor de estado com condição inicial dentro da região $\Omega_{\bar{\sigma}}$ expandida pelo Teorema 10.	97
Figura 31	Plano de fase - trajetórias para simulação sem e com limitação do vetor de estado com condição inicial dentro da região $\Omega_{\bar{\sigma}}$ expandida pelo Teorema 10 para três diferentes pontos de equilíbrio.	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Resultados numéricos das simulações realizadas no Capítulo 3.	53
----------	---	----

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$\mathbb{R}^n$	Conjunto dos vetores $n \times 1$ com elementos reais.
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto das matrizes $n \times m$ com elementos reais.
$\mathbb{N}^*$	Conjunto dos números naturais não nulos.
$\mathbb{K}_N$	Conjuntos dos números $\{1, 2, \dots, N\}$.
I	Matriz identidade de ordem apropriada.
$v_{(l)}$	Representa o l -ésimo elemento de um vetor v .
M_l	Indica que a matriz M pertence ao l -ésimo subsistema de um sistema chaveado.
M'	Transposta da matriz real M .
$M > (\geq) 0$	Matriz M é positiva (semi-)definida.
$M < (\leq) 0$	Matriz M é negativa (semi-)definida.
$\text{Tr}(M)$	Traço de uma matriz M .
$\otimes$	Produto de Kronecker.
σ	Regra de chaveamento.
λ	Vetor de coeficientes de uma combinação convexa de subsistemas.
α	Vetor de coeficientes de uma combinação convexa de vértices de um politopo.

Λ_N	Simplex unitário.
$\arg \min_{i \in \mathbb{K}_N} (f_i)$	Índice $i \in \mathbb{K}_N$ para o qual a função f assume o menor valor.
$\in$	Pertence a.
$\cup$	União.
$\cap$	Interseção.
$\subset$	Está contido em.
$\forall$	Para todo.
$:=$	Por definição.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	SISTEMAS CHAVEADOS AFINS	15
2.1	Análise das Características dos Sistemas Chaveados Afins	16
3	APLICAÇÃO DE FUNÇÕES DE LYAPUNOV POLINOMIAIS EM SISTEMAS CHAVEADOS AFINS	22
3.1	Soma de Quadrados	23
3.1.1	Decomposição em soma de quadrados	23
3.2	Regras de Chaveamento Utilizando Funções de Lyapunov Polinomiais Multi-variadas	26
3.2.1	Estabilidade Exponencial	31
3.2.2	Custo Garantido	34
3.3	Exemplos	42
3.3.1	Conversor CC-CC Boost	43
3.4	Conclusões Parciais	54
4	CONTROLE ROBUSTO DE SISTEMAS CHAVEADOS AFINS COM INCERTEZAS POLITÓPICAS	55
4.1	Incertezas Politópicas em Sistemas Chaveados Afins	55
4.1.1	Parametrização do ponto de equilíbrio	56
4.2	Controle Robusto de Sistemas Chaveados Afins com Incertezas Politópicas	59
4.3	Exemplos	66
4.3.1	Conversor CC-CC Boost	66
4.3.2	Conversor CC-CC Buck	69
4.3.3	Sistema Arbitrário	75
4.3.4	Conversor CC-CA Inversor Monofásico	77
4.4	Conclusões Parciais	80
5	LIMITAÇÃO DA AMPLITUDE DE VARIÁVEIS DE ESTADO	82

5.1	Condições para a Limitação do Vetor de Estado	82
5.2	Caso Particular: Modo de Condução Descontínua em Conversores Eletrônicos de Potência	89
5.3	Exemplos	91
5.3.1	Limitação do vetor de estado	91
5.3.2	Expansão da região de condições iniciais	95
5.3.3	Modo de condução descontínua (MCD)	97
5.4	Conclusões Parciais	99
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	100
6.1	Conclusões	100
6.2	Perspectivas Futuras	102
	REFERÊNCIAS	104

1 INTRODUÇÃO

É notório que à medida que o conhecimento matemático e as técnicas algébricas têm evoluído, a representação matemática de fenômenos e sistemas físicos tem se tornado mais precisa, permitindo ao projetista uma maior capacidade de analisar e atuar nestes sistemas. Um exemplo é a representação de sistemas que apresentam mais de um modo de operação, ou seja, dependendo do modo em que um destes sistemas se encontra, seu comportamento será descrito por diferentes conjuntos de equações.

Tais sistemas são descritos como sistemas híbridos em Liberzon (2003), sendo caracterizados por uma interação entre dinâmicas contínuas no tempo e dinâmicas discretas no tempo, havendo, normalmente, inter-relações entre estas dinâmicas. Exemplos de sistemas que podem ser descritos como híbridos são: sistemas de refrigeração baseados em termostatos, crescimento e divisão de células biológicas, operação de servidores em redes de computadores, veículos sujeitos à troca de marchas, dentre outros.

As possibilidades de estudo dos sistemas híbridos são amplas. Pesquisas no campo da ciência da computação costumam concentrar seu estudo na dinâmica discreta, que normalmente é mais complexa nos sistemas tratados neste caso (LIBERZON, 2003). Já em se tratando da área de controle de sistemas, costuma-se dar mais atenção às dinâmicas contínuas no tempo, sendo a dinâmica discreta no tempo tratada como simples eventos de comutação entre as dinâmicas contínuas no tempo. Nestas situações, os sistemas são comumente denominados sistemas chaveados (LIBERZON, 2003; WICKS; PELETIES; DECARLO, 1998; WICKS; PELETIES; DECARLO, 1994), assim como ocorrerá neste trabalho. Neste caso, diz-se que o sistema é composto por diversos subsistemas contínuos no tempo, cada um com sua característica dinâmica, havendo, portanto, o chaveamento entre os subsistemas.

Nas últimas décadas, tem-se notado interesse no estudo de sistemas chaveados, já havendo literatura significativa abordando o estudo da estabilidade e controle de sistemas lineares chaveados (LIBERZON; MORSE, 1999; BOLZERN; SPINELLI, 2004; GEROMEL; COLANERI, 2006; ZHAI et al., 2018; HUANG; ZHAI; LI, 2017; LIN; ANTSAKLIS, 2009; ZHAI; LIN;

ANTSAKLIS, 2003; DEAECTO; GEROMEL; DAAFOUZ, 2011; MAINARDI JÚNIOR et al., 2015). Este estudo permitiu, também, o desenvolvimento de novas técnicas de controle, chamadas de controle chaveado, que têm ganhado notoriedade em se tratando de controle robusto (SOUZA et al., 2013; SOUZA, 2013; SOUZA et al., 2014b; ALVES et al., 2016; CARNIATO et al., 2018).

No controle chaveado, apesar de o sistema tratado não ser necessariamente chaveado, são projetados vários controladores para o mesmo sistema dinâmico contínuo no tempo. Apenas um controlador permanece ativo a cada instante, sendo a comutação entre estes definida por uma regra de chaveamento. Desta forma, o sistema em malha fechada passa a ser um sistema chaveado. Importantes resultados foram obtidos com o uso do controle chaveado, principalmente no que se refere ao controle de sistemas sujeitos a incertezas paramétricas (DEAECTO; GEROMEL; DAAFOUZ, 2011; SOUZA et al., 2013; ALVES et al., 2016). Há também estudos que aplicam o controle chaveado a sistemas que, em malha aberta, já são considerados chaveados (CARNIATO et al., 2018).

Outra abordagem para o controle de sistemas chaveados é baseada simplesmente na criação de uma regra de chaveamento que estabilize o sistema. Esta abordagem é bastante útil em casos em que os sistemas tratados não apresentam entrada de controle (WICKS; PELETIES; DECARLO, 1998; GEROMEL; COLANERI, 2006).

Há também estudos relacionados a sistemas chaveados afins que não apresentam entrada de controle (BOLZERN; SPINELLI, 2004; DEAECTO et al., 2010; YOSHIMURA et al., 2013; MAINARDI JÚNIOR, 2013). Esta classe de sistemas é particularmente útil na descrição de conversores eletrônicos de potência, nos quais o controle e ajuste do ponto de operação é feito exclusivamente por meio do chaveamento adequado entre os subsistemas.

Tradicionalmente, os conversores eletrônicos são modelados pelo modelo de valores médios, fazendo as devidas considerações para a análise de pequenos sinais (ERICKSON; MAK-SIMOVIC, 2007, Cap. 7). Normalmente, a modelagem é feita de forma a considerar a razão cíclica, equivalente aos coeficientes da combinação convexa entre os subsistemas, como variável de entrada e o modelo resultante é de uma única entrada e uma única saída (do inglês, *single input single output* - SISO), ao qual são aplicadas técnicas de controle clássico.

Com o desenvolvimento do controle moderno, a representação de conversores em espaço de estados já é usual, contudo, não padronizada. Alguns trabalhos consideram o modelo médio, tratando a razão cíclica como sendo constante e tendo como entrada a tensão de alimentação do circuito (ERICKSON; MAK-SIMOVIC, 2007). Outros trabalhos, como (GULDEMIR, 2011), consideram o chaveamento entre subsistemas e ainda tratam a razão cíclica como entrada de

controle, contudo, dependendo do conversor modelado, este sistema pode se tornar bilinear (SHARIATMADAR; JAFARIAN, 2017).

Na modelagem como sistema chaveado afim, normalmente não se considera que haja uma entrada de controle, em vez disto, o sistema deve ser controlado apenas pelo chaveamento adequado entre subsistemas. Neste caso, os sistemas chaveados afins passam a se enquadrar na categoria que muitos autores chamam de sistemas de estrutura variável (PANCHADE; CHILE; PATRE, 2013) e permitem a utilização de uma técnica de controle chamada de modos deslizantes. Esta técnica tem como principal vantagem o fato de a resposta do sistema controlado ser independente de determinados parâmetros, o que confere uma robustez intrínseca ao sistema de controle (PANCHADE; CHILE; PATRE, 2013; SHITESSEL et al., 2014), o que tem levado à sua aplicação no acionamento eletrônico de motores (DHANASEKAR; KUMAR; RIVERA, 2016). Por outro lado, devido à ausência de entrada de controle, as características dinâmicas do sistema ficam restritas a combinações das características dos subsistemas, havendo, naturalmente, limitações em sua performance. Dadas estas limitações, o presente trabalho explora três aspectos no controle desta classe de sistemas: flexibilização das condições para o controle de sistemas chaveados afins, permitindo a criação de regras de chaveamento que levem a superfícies de deslizamento otimizadas; controle robusto considerando incertezas paramétricas politópicas; e limitação da amplitude admitida para variáveis de estado.

A seguir, o Capítulo 2 descreve brevemente as principais características dos sistemas chaveados afins e apresenta teoremas já conhecidos na literatura referentes ao controle destes sistemas, enquanto no Capítulo 3, são propostos teoremas que fazem o uso de matrizes polinomiais multivariadas para a formação das funções de Lyapunov a fim de flexibilizar as restrições do problema de controle, flexibilizar as superfícies de deslizamento e permitir a obtenção de melhor desempenho transitório. Simulações são realizadas com um modelo de conversor eletrônico de potência CC-CC, expondo os ganhos de performance obtidos.

O Capítulo 4 aborda o controle robusto de sistemas chaveados afins, tema ainda pouco explorado na literatura. Considerando-se que o sistema apresenta incertezas paramétricas politópicas, é estabelecida uma parametrização do ponto de equilíbrio desejado e são propostos teoremas para o controle robusto com a garantia de um limitante superior para o mesmo índice de desempenho utilizado nos Capítulos 2 e 3. Simulações são realizadas para diferentes sistemas, mostrando a versatilidade dos teoremas propostos.

O Capítulo 5 deste trabalho explora a limitação do valor admitido para variáveis de estado, sendo analisadas condições suficientes para que seja possível restringir o valor extremo de uma variável de estado durante um transitório. São propostas regras de chaveamento e leis de con-

trole para cada uma das condições. Em seguida, propõe-se um teorema com uma lei de controle que generaliza as anteriores e é capaz de maximizar a região de condições iniciais para a qual a limitação é garantida. Neste capítulo, também é analisado um caso particular de limitação, comum nos conversores eletrônicos CC-CC, o modo de condução descontínuo. Novamente, são realizadas simulações com um modelo de conversor CC-CC ilustrando cada uma das análises e métodos propostos.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e perspectivas de desenvolvimento de estudos futuros.

Ao longo deste trabalho, serão adotadas as seguintes notações: para matrizes reais, o símbolo $(')$ indica o seu transposto; $v_{(l)}$ representa o l -ésimo elemento do vetor v ; o conjunto composto pelos N primeiros inteiros positivos, ou seja, $\{1, 2, \dots, N\}$, é denotado por $\mathbb{K}_N$; $\mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbb{R}^n$ e $\mathbb{R}^{1 \times n}$ representam os conjuntos das matrizes com $n \times m$ elementos reais, dos vetores coluna com $n \times 1$ elementos reais e dos vetores linha com $1 \times n$ elementos reais, respectivamente; o conjunto de todos os vetores $\lambda = [\lambda_{(1)}, \lambda_{(2)}, \dots, \lambda_{(N)}]'$ tais que $\lambda_{(i)} \geq 0, i \in \mathbb{K}_N$ e $\lambda_{(1)} + \lambda_{(2)} + \dots + \lambda_{(N)} = 1$ é denotado por Λ_N e denominado simplex unitário; a combinação convexa de um conjunto de matrizes $\{M_1, M_2, \dots, M_N\}$ é denotado por $M_\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_{(i)} M_i$, sendo $\lambda \in \Lambda_N$; o traço de uma matriz M é denotado por $\text{Tr}(M)$; $M > 0$ ($M < 0, M \geq 0$ e $M \leq 0$) indica que a matriz M é positiva definida (negativa definida, positiva semi-definida e negativa semi-definida). O símbolo $\otimes$ representa o produto de Kronecker entre duas matrizes (de dimensões arbitrárias).

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Este capítulo é dedicado a apresentar as conclusões, destacar as principais contribuições e discutir as perspectivas de trabalho futuros.

6.1 Conclusões

Este trabalho explorou o problema de controle de sistemas chaveados afins. Como citado, os sistemas chaveados vêm sendo bastante explorados recentemente, contudo, o caso em que os subsistemas não compartilham um mesmo ponto de equilíbrio é menos abordado e a adaptação, para sistemas chaveados afins, de teoremas desenvolvidos para sistemas chaveados lineares nem sempre é direta ou viável.

Escolheu-se investigar esta classe de sistemas por sua ótima adequação à modelagem de conversores eletrônicos de potência, o que possibilita a modelagem direta dos conversores e já considera as principais restrições práticas deste tipo de planta. Tradicionalmente, os conversores eletrônicos são modelados pelo modelo de valores médios, fazendo as devidas considerações para a análise de pequenos sinais (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007, Cap. 7). Nesta modelagem, usualmente a razão cíclica, equivalente à combinação convexa de subsistemas λ , é utilizada como variável de controle e o chaveamento é feito por modulação PWM (do inglês, *pulse width modulation*). Normalmente todas as considerações feitas durante a modelagem restringem muito as condições para as quais o modelo é válido. Por todos estes motivos, considera-se que a investigação e evolução de teorias de controle dos sistemas chaveados afins tem muito a contribuir neste campo.

No Capítulo 2, foram apresentadas as principais características dos sistemas chaveados afins e as primeiras regras de chaveamento propostas na literatura para seu controle. Este foi o ponto de partida para o desenvolvimento dos avanços no controle destes sistemas propostos neste trabalho.

No Capítulo 3 aplicou-se a teoria de decomposição em soma de quadrados (SOS) para criação de regras de chaveamento que consideram funções de Lyapunov baseadas em matrizes $P(\xi)$ polinomiais multivariadas, sendo possível observar melhoria no desempenho transitório do sistema simulado e a certificação de menor custo garantido $\mathcal{J}$. Esta estratégia tem como

principais vantagens, além do ganho de performance, a fácil diferenciabilidade das funções polinomiais e a possibilidade de verificação da positividade destas funções utilizando programação semidefinida, graças à teoria de SOS (PRAJNA; PAPACHRISTODOULOU; WU, 2004; PARRILO, 2000, Cap. 4).

Com relação ao controle robusto, tratado no Capítulo 4, foram apresentados teoremas que asseguram a estabilidade assintótica e custo garantido para sistemas chaveados afins com incertezas paramétricas politópicas, inclusive perante a variação do ponto de equilíbrio desejado durante a operação. Estes teoremas, toleram, além das incertezas paramétricas, variações na entrada externa (entrada não controlada), o que os torna extremamente propícios para aplicações onde as características dos circuitos conectados à entrada e à saída do conversor controlado são variáveis. Outra vantagem dos teoremas propostos neste capítulo, é o fato de não necessitarem de um observador de estados, em vez disto, utilizam filtros de primeira ordem para criar um sistema aumentado. Estes filtros podem ser implementados via *hardware*, reduzindo o esforço computacional necessário para o controle.

O trabalho ainda propôs, no Capítulo 5, uma metodologia para a limitação do valor extremo de variáveis de estado. A metodologia é baseada no estabelecimento de um hiperplano limite para cada variável de estado que se deseja limitar, e estabelece uma região de condições iniciais para a qual a limitação é assegurada. Esta proposta tem bastante apelo prático para o caso de conversores eletrônicos, pois garante, via controle, a limitação de variáveis de estado que, nos casos necessários, é comumente feita pela adição temporária de resistências em série com o circuito do conversor ou outros métodos de partida, evitando sobrevalores em detrimento do desempenho do sistema.

Um assunto a ser discutido quando se trata de controle chaveado é o *chattering*, que consiste no chaveamento infinitamente rápido, que é indesejável em muitos sistemas físicos (DEAECTO; SOUZA; GEROMEL, 2014). Este fenômeno é característico de superfícies de deslizamento e já há vários trabalhos com propostas para evitá-lo (HETEL; FRIDMAN, 2012; DEAECTO; SOUZA; GEROMEL, 2014; WANG; ADELI, 2012; ALVES et al., 2016). Contudo, quando o sistema em questão é um conversor chaveado, o chaveamento em alta frequência (da ordem de dezenas ou centenas de kHz) faz parte de sua forma regular de operação. Como numa aplicação prática a avaliação da regra de chaveamento é discreta, calculada em intervalos de tempo, isto já impede que a frequência de chaveamento seja infinita, mantendo-a em valores adequados. Em casos mais críticos, onde é necessário limitar a frequência de chaveamento, pode-se estabelecer um tempo mínimo de atualização do valor da regra de chaveamento ou, ainda, adaptar as regras de chaveamento propostas neste trabalho para funcionarem como leis de

controle adaptativas (JEONG; KIM; SON, 2009; BENEUX et al., 2019; MAINARDI JÚNIOR, 2013, Cap. 6), assim, o controle pode ser feito via PWM. Em ambos os casos, a estabilidade *ultimate bounded*, definida quando o sistema converge para uma região fechada e limitada em torno do ponto de equilíbrio (MAINARDI JÚNIOR, 2013; LEITMANN, 1978; CORLESS; LEITMANN, 1981), pode ser garantida (MAINARDI JÚNIOR, 2013, Cap. 4).

O tema abordado e os teoremas propostos neste trabalho são de grande importância no cenário onde se busca revolucionar a geração e utilização de energia. O desenvolvimento e aprimoramento de controladores para conversores chaveados é um campo de pesquisa importante no desenvolvimento de aplicações com energias alternativas e renováveis, redes elétricas inteligentes, geração distribuída, veículos híbridos e elétricos e veículos aéreos (TAVAN et al., 2020; CAVALLO; CANCEILLO; RUSSO, 2020). Além disso, os sistemas chaveados afins podem ser utilizados para descrever classes mais abrangentes de sistemas híbridos (FERRARI-TRECATE et al., 2002; ZHAI et al., 2018). Todas estas possibilidades relevantes foram o que motivaram esta tese e ainda motivam a continuidade do desenvolvimento deste trabalho.

6.2 Perspectivas Futuras

Ainda há muito a se explorar com relação ao controle de sistemas chaveados afins. A seguir, são apresentados alguns temas a serem desenvolvidos como continuação desta tese.

Continuando a aplicação de matrizes polinomiais para a flexibilização das superfícies de deslizamento criadas pelas regras de chaveamento, pretende-se aplicar esta técnica para o desenvolvimento de regras de chaveamento com acesso à saída.

Para atender a mais necessidades de algumas aplicações, deseja-se explorar leis de controle capazes de limitar o vetor de estado em uma superfície mais complexa do que o hiperplano (tratado no Capítulo 5), para que seja possível limitar, também, o produto de duas variáveis de estado.

Além disso, pretende-se explorar a aplicação de outros métodos para flexibilização das superfícies de deslizamento, principalmente para teoremas que permitam a variação do ponto de equilíbrio desejado. Algumas possibilidades são o uso de funções de Lyapunov quadráticas por partes, de forma similar ao que foi feito para sistemas lineares chaveados (GEROMEL; COLANERI, 2006; CARDIM et al., 2009) e em sistemas chaveados afins considerando uma região de convergência (EGIDIO; DEAECTO, 2019; SERIEYE et al., 2020) ou o uso de funções de Lyapunov polinomiais homogêneas dependentes de parâmetros (OLIVEIRA; PERES, 2007). No caso do controle robusto, além da melhoria de desempenho, estas técnicas podem ser

comparadas do ponto de vista da área onde se consegue factibilidade no espaço das incertezas.

Como já citado, esta adaptação de técnicas aplicadas a sistemas chaveados lineares não é trivial para o caso dos sistemas chaveados afins devido ao fato de haver pontos de equilíbrio distintos para cada um dos subsistemas. Este desafio é ainda maior quando se consideram incertezas nos sistemas. Mesmo assim, podem trazer muitas vantagens para o controle de conversores eletrônicos, por isso estão entre as prioridades da continuidade do trabalho.

REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, West Sussex, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016.
- BENEUX, G.; RIEDINGER, P.; DAAFOUZ, J.; GRIMAUD, L. Stabilisation of power converters with uncertain equilibrium: an adaptive switched approach with guarantee of stability in continuous and discontinuous conduction modes. *IFAC-PapersOnLine*, v. 50, n. 1, p. 10401 – 10406, 2017. 20th IFAC World Congress.
- BENEUX, G.; RIEDINGER, P.; DAAFOUZ, J.; GRIMAUD, L. Adaptive stabilization of switched affine systems with unknown equilibrium points: Application to power converters. *Automatica*, Elmsford, v. 99, p. 82 – 91, 2019.
- BENGHA, S. C.; DECARLO, R. A. Optimal control of switching systems. *Automatica*, Elmsford, v. 41, n. 1, p. 11–27, 2005.
- BIZARRO, D. B.; GODOY, R. B.; JUNIOR, L. G.; PINTO, J. O. P. A new microinverter topology for PV application with inductive power decoupling capability. In: *2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 178–183.
- BOCCA, L. F.; RAMOS, I. T. M.; ALVES, U. N. L. T.; BIZARRO, D. B.; PERES, J. C.; TEIXEIRA, M. C. M. Projeto de controladores Ótimos robustos com realimentação estática de saída. In: *SBA. Sociedade Brasileira de Automática (vol. 2 no 1)*. [S.l.], 2020.
- BOLZERN, P.; SPINELLI, W. Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 5, p. 3890–3895 vol.5.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Philadelphia: SIAM, 1994.
- CARDIM, R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; COVACIC, M. R. Variable-structure control design of switched systems with an application to a dc–dc power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, New York, v. 56, n. 9, p. 3505–3513, 2009.
- CARNIATO, L. A.; CARNIATO, A. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; JUNIOR, E. I. M.; ASSUNÇÃO, E. Output control of continuous-time uncertain switched linear systems via switched static output feedback. *International Journal of Control*, London, v. 91, n. 5, p. 1127–1146, 2018.
- CAVALLO, A.; CANCELLLO, G.; RUSSO, A. Integrated supervised adaptive control for the more electric aircraft. *Automatica*, Elmsford, v. 117, p. 108956, 2020.

- CORLESS, M.; LEITMANN, G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 26, n. 5, p. 1139–1144, 1981.
- COUTINHO, D.; TROFINO, A.; FU, M. Guaranteed cost control of uncertain nonlinear systems via polynomial lyapunov functions. *IEEE Transactions on Automatic control*, New York, v. 47, n. 9, p. 1575–1580, 2002.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; DAAFOUZ, J. Switched state-feedback control for continuous time-varying polytopic systems. *International Journal of Control*, London, v. 84, n. 9, p. 1500–1508, 2011.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; GARCIA, F. S.; POMILIO, J. A. Switched affine systems control design with application to dc-dc converters. *IET Control Theory Applications*, Stevenage, v. 4, n. 7, p. 1201–1210, 2010.
- DEAECTO, G. S.; SOUZA, M.; GEROMEL, J. C. Chattering free control of continuous-time switched linear systems. *Control Theory Applications, IET*, Stevenage, v. 8, n. 5, p. 348–354, 2014.
- DHANASEKAR, R.; KUMAR, S. G.; RIVERA, M. Sliding mode control of electric drives/review. In: IEEE. *2016 IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA)*. [S.l.], 2016. p. 1–7.
- EGIDIO, L. N.; DEAECTO, G. S. Novel practical stability conditions for discrete-time switched affine systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 64, n. 11, p. 4705–4710, 2019.
- ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. *Fundamentals of power electronics*. 2. ed. New York: Springer Science & Business Media, 2007.
- FERRARI-TRECATE, G.; CUZZOLA, F. A.; MIGNONE, D.; MORARI, M. Analysis of discrete-time piecewise affine and hybrid systems. *Automatica*, Elmsford, v. 38, n. 12, p. 2139–2146, 2002.
- FRIEDLAND, S.; MELMAN, A. A note on hermitian positive semidefinite matrix polynomials. *Linear Algebra and its Applications*, Amsterdam, v. 598, p. 105–109, 2020.
- GEROMEL, J. C.; COLANERI, P. Stability and Stabilization of Continuous-Time Switched Linear Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, Philadelphia, v. 45, n. 5, p. 1915–1930, 2006.
- GULDEMIR, H. Study of sliding mode control of dc-dc buck converter. *Energy and power Engineering*, Scientific Research Publishing, Irvine, v. 3, n. 04, p. 401, 2011.
- HETEL, L.; FRIDMAN, E. Sampled – data control of switched affine systems: a continuous-time approach. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 45, n. 13, p. 582–587, 2012. 7th IFAC Symposium on Robust Control Design.
- HETEL, L.; FRIDMAN, E. Robust sampled-data control of switched affine systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 58, n. 11, p. 2922–2928, Nov 2013.

- HUANG, C.; ZHAI, G.; LI, W. Quadratic stabilization and $\mathcal{L}_2$ gain analysis of switched affine systems. In: *Proceedings of the 29th Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2017*. [S.l.]: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2017. p. 2018–2023.
- HUANG, Y. *Nonlinear optimal control: an enhanced quasi-LPV approach*. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 1999.
- JEONG, G.-J.; KIM, I.-H.; SON, Y.-I. Application of simple adaptive control to a dc/dc boost converter with load variation. In: *2009 ICCAS-SICE*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1747–1751.
- LEITMANN, G. Guaranteed ultimate boundedness for a class of uncertain linear dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 23, n. 6, p. 1109–1110, 1978.
- LIBERZON, D. *Switching in Systems and Control*. Boston: Birkhäuser, Boston, MA, 2003.
- LIBERZON, D.; MORSE, A. S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine*, New York, v. 19, n. 5, p. 59–70, 1999.
- LIN, H.; ANTSAKLIS, P. J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 54, n. 2, p. 308–322, 2009.
- MAINARDI JÚNIOR, E. I. *Projeto de controladores para sistemas chaveados com aplicações em conversores cc-cc*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2013.
- MAINARDI JÚNIOR, E. I.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; MOREIRA, M. R.; OLIVEIRA, D. R. de; CARNIATO, A. A. Robust control of switched linear systems with output switching strategy. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 26, n. 5, p. 455–465, Oct 2015.
- MALESANI, L.; ROSSETTO, L.; SPIAZZI, G.; ZUCCATO, A. An AC power supply with sliding-mode control. *IEEE Industry Applications Magazine*, IEEE, New York, v. 2, n. 5, p. 32–38, 1996.
- OLIVEIRA, R. C. L. F.; PERES, P. L. D. Parameter-dependent LMIs in robust analysis: Characterization of homogeneous polynomially parameter-dependent solutions via LMI relaxations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 52, n. 7, p. 1334–1340, 2007.
- PANCHADE, V.; CHILE, R.; PATRE, B. A survey on sliding mode control strategies for induction motors. *Annual Reviews in Control*, Elsevier, Oxford, v. 37, n. 2, p. 289–307, 2013.
- PARRILO, P. A. *Structured semidefinite programs and semialgebraic geometry methods in robustness and optimization*. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 2000.
- PARRILO, P. A.; STURMFELS, B. Minimizing polynomial functions. *Algorithmic and quantitative real algebraic geometry, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, Providence, v. 60, p. 83–99, 2003.
- PRAJNA, S.; PAPACHRISTODOULOU, A.; WU, F. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: a lyapunov-based approach. In: *2004 5th Asian Control Conference*

(*IEEE Cat. No.04EX904*). [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 157–165 Vol.1.

RAMOS, I. T. M. *Projetos de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares baseados na decomposição em soma de quadrados*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2018.

REZNICK, B. et al. Extremal psd forms with few terms. *Duke mathematical journal*, Duke University Press, Durham, v. 45, n. 2, p. 363–374, 1978.

SERIEYE, M.; ALBEA-SANCHEZ, C.; SEURET, A.; JUNGERS, M. Stabilization of switched affine systems via multiple shifted lyapunov functions. *IFAC-PapersOnLine*, v. 53, n. 2, p. 6133–6138, 2020. 21th IFAC World Congress.

SHARIATMADAR, S.; JAFARIAN, S. M. J. Application of minimum-time optimal control system in buck-boost bi-linear converters. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, v. 7, n. 4, p. 1753–1758, 2017.

SHTESSEL, Y.; EDWARDS, C.; FRIDMAN, L.; LEVANT, A. Introduction: Intuitive theory of sliding mode control. In: *Sliding Mode Control and Observation*. New York: Springer, 2014. p. 1–42.

SILVA, H. R. M.; RAMOS, I. T. M.; ALVES, U. N. L. T.; CARDIM, R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E. Switched control design with guaranteed cost for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. In: ELSEVIER. *21st IFAC World Congress Virtual (IFAC-V 2020)*. [S.l.], 2020. p. 8123–8128.

SIRA-RAMIREZ, H. J.; SILVA-ORTIGOZA, R. *Control design techniques in power electronics devices*. London: Springer Science & Business Media, 2006.

SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Robust switched control design for nonlinear systems using fuzzy models. *Mathematical Problems in Engineering*, Nova Iorque, v. 2014, p. 1–11, 2014b.

SOUZA, W. A. d. *Projeto de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares descritos por modelos fuzzy Takagi Sugeno*. 92 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2013.

SOUZA, W. A. de; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIN, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. *Mathematical Problems in Engineer*, London, v. 2013, p. 1–10, 2013.

SPIAZZI, G.; MATTAVELLI, P. Sliding-mode control of switched-mode power supplies. *The Power Electronics Handbook*, CRC, New York, 2002.

SPIAZZI, G.; MATTAVELLI, P.; ROSSETTO, L.; MALESANI, L. Application of sliding mode control to switch-mode power supplies. *Journal of Circuits, Systems, and Computers*, World Scientific, v. 5, n. 03, p. 337–354, 1995.

TAVAN, M.; SABAHI, K.; HAJIZADEH, A.; SOLTANI, M. N.; JESSEN, K. Overcoming the detectability obstacle in adaptive output feedback control of DC-DC boost converter with unknown load. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, New York, p. 1–9, 2020.

- TOSCANO, R. Signal and system norms. In: *Structured Controllers for Uncertain Systems*. London: Springer, 2013. p. 25–44.
- WANG, N.; ADELI, H. Algorithms for chattering reduction in system control. *Journal of the Franklin Institute*, Elmsford, v. 349, n. 8, p. 2687–2703, 2012.
- WICKS, M.; PELETIES, P.; DECARLO, R. Switched controller synthesis for the quadratic stabilisation of a pair of unstable linear systems. *European Journal of Control*, Surrey, v. 4, n. 2, p. 140 – 147, 1998.
- WICKS, M. A.; PELETIES, P.; DECARLO, R. A. Construction of piecewise Lyapunov functions for stabilizing switched systems. In: *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1994. v. 4, p. 3492–3497 vol.4.
- YOSHIMURA, V. L.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; MAINARDI, E. I. Performance enhancement of switched affine systems by switched quadratic lyapunov functions: Applications in dc-dc converters. In: *2013 Brazilian Power Electronics Conference*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 311–318.
- ZHAI, G.; LI, W.; HUANG, C.; XIAO, M. Quadratic stabilization of uncertain switched affine systems: An observer-based approach. In: *2018 57th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 362–367.
- ZHAI, G.; LIN, H.; ANTSAKLIS, P. Quadratic stabilizability of switched linear systems with polytopic uncertainties. *International Journal of Control*, London, v. 76, p. 747–753, 5 2003.