

UM MODELO DE PRÉ-DESPACHO
HIDROTÉRMICO PARA MERCADOS DE
ENERGIA



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

***UM MODELO DE PRÉ-DESPACHO
HIDROTÉRMICO PARA MERCADOS DE
ENERGIA***

André Henrique Benetton Vergílio

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Co-orientador: Prof. Dr. Marcelo Augusto Cicogna

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB), da Universidade Estadual Paulista (UNESP), como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Bauru, 02 de setembro de 2011

Vergílio, André Henrique Benetton.
Um modelo de pré-despacho hidrotérmico para
mercados de energia / André Henrique Benetton Vergílio, 2011.
157 f. il.


Orientador: Leonardo Nepomuceno

Dissertação (Mestrado) –Universidade Estadual Paulista. Faculdade
de Engenharia, Bauru, 2011

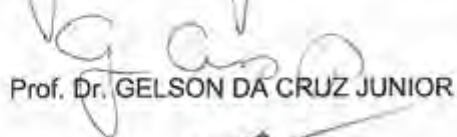
1. Pré-despacho de geração. 2. Algoritmos genéticos. 3. Simulação
Hidrelétrica 4. Otimização matemática. I. Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ANDRE HENRIQUE BENETTON VERGILIO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 19 dias do mês de agosto do ano de 2011, às 09:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. GELSON DA CRUZ JUNIOR do(a) Escola de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade Federal de Goiás, Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de ANDRE HENRIQUE BENETTON VERGILIO, intitulado "UM MODELO DE PRÉ-DESPACHO HIDROTÉRMICO PARA MERCADOS DE ENERGIA". Após a exposição, o discente foi argüido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO



Prof. Dr. GELSON DA CRUZ JUNIOR



Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela saúde e pela paz que sempre me deu para enfrentar os desafios e guiar meus caminhos.

Agradeço aos meus pais Pedro e Lucinei pelo apoio e incentivo nesses dois anos de trabalho.

À minha irmã Paula e a todos os amigos que diretamente ou indiretamente me ajudaram nestes anos.

Ao Edson, Alessandro, Maria Cláudia, Júlio e a Ellen e a todos os demais que freqüentam ou freqüentaram o LEESP pela amizade e coletividade.

Aos funcionários do laboratório, da seção de graduação e pós-graduação pelo apoio constante durante o mestrado e aos professores da pós-graduação pelos ensinamentos recebidos.

Ao Prof. Dr. Marcelo Augusto Cicogna que contribuiu diretamente e ativamente para o desenvolvimento e resultados apresentados.

Ao orientador, Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno não só pelos ensinamentos e pelo conhecimento recebido, mas também por toda a paciência e amizade que demonstrou pelos seus orientados nestes dois anos.

À FAPESP pelo apoio financeiro por meio do processo 2009/04160-7.

Resumo

Vergílio, André H. B. (2011). *Um Modelo de Pré-Despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.

Este trabalho tem como objetivo a concepção, implementação, solução e teste de um modelo de Pré-Despacho de geração (PD) para o ambiente de mercados de energia, que supra as deficiências dos modelos de PD adotados no Brasil. Assim, a abordagem proposta deve introduzir novos aspectos de modelagem, tais como: i) aspectos associados aos mercados de energia internamente ao modelo de PD; ii) a representação das inter-relações entre os mercados *pool* e bilateral em um único modelo de PD; iii) a discretização do problema em base horária, possibilitando, de fato, a implementação de um mercado de curtíssimo prazo; iv) a avaliação da função de custo de oportunidade como base para a inserção de objetivos associados à otimização da produção de energia hidráulica no mercado *pool*; v) a concepção e implementação de um simulador hidráulico para a correta validação das restrições hidráulicas do modelo de PD.

Abstract

Vergílio, André H. B. (2011). A Hydrothermal Short-Term Generation Scheduling Model for Energy Markets. Dissertation (Master's degree) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.

This research aims at the conception, implementation, solution and testing of the proposed Hydrothermal Short Term Generation Scheduling Model (PD), for the energy market environment that serves the deficiencies of models adopted in Brazilian PD. Thus, the proposed approach must introduce new aspects of modeling, such as: i) Aspects associated with energy markets internally to the PD model; ii) The representation of relationship between pool and bilateral markets in one unique PD model; iii) discretization of the problem on an hourly basis, allowing, in fact, the implementation of a for short-term market; iv) evaluation of the role of opportunity cost as the basis for the inclusion of goals associated with optimization of hydraulic power pool market; v) the conception and implementation of a hydraulic simulator to validate the proper constraints of the hydraulic model of PD.

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Um pouco de história	2
1.2	Mercados de energia.....	3
1.3	Ferramentas utilizadas no Brasil	3
1.4	Objetivos do trabalho.....	4
1.5	Organização do trabalho	5
2	Sistemas Hidrotérmicos de Geração.....	8
2.1	A Usina Hidrelétrica.....	8
2.1.1	Reservatórios.....	9
2.1.2	Afluências	10
2.1.3	Engolimento, Vertimento e Defluência	12
2.1.4	Cota de montante do reservatório	12
2.1.5	Cotas do canal de fuga	13
2.1.6	Usinas afogadas	13
2.1.7	Altura de Queda	15
2.1.8	Conjuntos turbina/gerador.....	15
2.1.9	Engolimento Máximo e Potência Máxima.....	16
2.1.10	Rendimento	18
2.1.11	Função de Produção	19
2.2	A Usina Termoelétrica.....	19
3	Modelagem do Pré-Despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia	23
3.1	Função Objetivo	26
3.2	Restrições	27
3.2.1	Atendimento da demanda.....	27
3.2.2	Restrições de limites operacionais	28
3.2.3	Restrição de metas energéticas.....	28
3.2.4	Contratos Bilaterais	29
3.2.5	Balanço de água.....	30
3.2.6	Volume médio armazenado	31
3.2.7	Altura de queda líquida	31
3.2.8	Função de produção de energia	31
3.2.9	Defluência.....	32

3.2.10	Restrição de limite de volume armazenado	32
3.2.11	Restrição de limite de turbinagem	32
3.2.12	Restrição de vertimento	32
3.3	Decomposição do modelo.....	33
4	Curvas de Perdas Hidráulicas	36
4.1	Levantamento de dados.....	36
4.2	Produtividade e perdas hidráulicas.....	37
4.3	Algoritmo.....	43
4.4	Exemplo de cálculo de perdas hidráulicas	45
4.5	Curvas de perdas para toda a usina	47
5	Determinação do número de máquinas	51
5.1	Método da curva equivalente total.....	51
5.2	Número de máquinas através de algoritmos genéticos	56
5.2.1	Algoritmos genéticos no modelo de PDHME	59
5.2.2	DNA, bases nitrogenadas e amostragem	60
5.2.3	Genes e despacho diário	62
5.2.4	Indivíduo e população	63
5.2.5	Grau de adaptabilidade do indivíduo	64
5.2.6	Seleção natural e elitismo	66
5.2.7	Reprodução e mutação	68
5.2.8	Modelo de algoritmo genético	69
6	Pré-Despacho de Geração (PD)	73
6.1	Solução do Modelo Proposto pelo Método de Pontos Interiores Primal-Dual com Barreira Logarítmica	73
6.2	Algoritmo de Solução do PD.....	87
7	Simulador Hidráulico	89
7.1	Balço de água	90
7.2	Modelo de Simulação Hidráulica.....	90
7.3	Heurística de Verificação de Limites	93
7.4	Algoritmo.....	94

7.5	Considerações do algoritmo.....	95
8	Estudos com o Simulador Hidráulico	98
8.1	Caso de Reservatório cheio e grande afluência	98
8.1.1	Dados.....	98
8.1.2	Resultados	100
8.1.3	Análise dos Resultados	100
8.2	Caso de reservatório vazio com vazão afluente insuficiente.....	101
8.2.1	Dados.....	101
8.2.2	Resultados	101
8.2.3	Análise dos Resultados	101
8.3	Caso de turbinagem acima da capacidade da usina	102
8.3.1	Dados.....	102
8.3.2	Resultados	103
8.3.3	Análise dos Resultados	103
8.4	Tempo de viagem das águas entre duas usinas	104
8.4.1	Dados.....	104
8.4.2	Resultados	105
8.4.3	Análise dos Resultados	105
9	Estudos com o PDHME – Sistema Teste.....	107
9.1	Caso Base.....	107
9.1.1	Dados.....	107
9.1.2	Resultados	110
9.1.3	Análise dos Resultados	111
9.2	Caso com Metas Hidráulicas Modificadas.....	112
9.2.1	Dados.....	112
9.2.2	Resultados	112
9.2.3	Análise dos Resultados	114
9.3	Caso com Inclusão do Mercado Bilateral	115
9.3.1	Dados.....	115
9.3.2	Resultados	116
9.3.3	Análise dos resultados	117
10	Estudos com o PDHME – Sistema Interligado Nacional	119
10.1	PDHME Completo.....	119
10.1.1	Dados.....	119

10.1.2	Resultados	121
10.1.3	Análise dos Resultados	123
10.2	PDHME com Meta Alterada	124
10.2.1	Dados	124
10.2.2	Resultados	124
10.2.3	Análise dos Resultados	125
10.3	PDHME com a inclusão do mercado bilateral	126
10.3.1	Dados	126
10.3.2	Resultados	127
10.3.3	Análise dos Resultados	128
11	Conclusões, dificuldades e projeções futuras.	130
11.1	Conclusões	130
11.2	Dificuldades encontradas	131
11.3	Trabalhos futuros	132
	Apêndice	1
	Bibliografia	1

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Representação esquemática de uma usina Hidrelétrica	9
Figura 2.2 – Cascata de usinas utilizada nas ilustrações	10
Figura 2.3 – Representação das afluições de um reservatório	11
Figura 2.4 - Usina Afogada	14
Figura 2.5 – Potência máxima e engolimento máximo, ambos em função da queda líquida	16
Figura 2.6. Curva colina para uma máquina da usina de Camargos	18
Figura 2.7 – Curva da função de custos de geração para uma termoeletrica típica	20
Figura 2.8 – Custos de Geração e Lances de Mercado para uma termoeletrica típica	21
Figura 3.1 – Diagrama em blocos do modelo.....	33
Figura 4.1 – Produtividade e Curva de Perdas Hidráulicas para a Usina Hidrelétrica de Furnas .	38
Figura 4.2 – Perda devido ao rendimento para a hidrelétrica de Furnas	40
Figura 4.3 - Perdas devido ao rendimento e ao nível de jusante para a hidrelétrica de Furnas .	41
Figura 4.4 - Perdas do rendimento, nível de jusante e perda de carga para Furnas	41
Figura 4.5 – Perdas Hidráulicas para a hidrelétrica de Furnas	42
Figura 4.6 – Perdas hidráulicas para 8 máquinas em operação da usina de Furnas	43
Figura 4.7 – Curva Colina para a hidrelétrica de Furnas.....	47
Figura 4.8 – Perda Hidráulica de Furnas para reservatório a 100% da capacidade.....	47
Figura 4.9 – Perda Hidráulica de Furnas para reservatório a 50% da capacidade.....	47
Figura 4.10 – Curvas de produtividade para a hidrelétrica M. de Moraes	48
Figura 4.11 – Perdas Hidraulicas por máquina para a hidrelétrica Mascarenhas de Moraes	49
Figura 5.1 – Perdas Hidráulicas por máquina para a hidrelétrica Mascarenhas de Moraes	52
Figura 5.2 – Envoltória inferior das máquinas para a hidrelétrica M. de Moraes.....	53
Figura 5.3 – Perdas Hidráulicas por máquina e equivalente para a hidrelétrica M. de Moraes..	54
Figura 5.4 – Faixas de máquinas em operação para a hidrelétrica M. de Moraes.....	55
Figura 5.5 –Determinação de número de máquinas a partir de um despacho de 500 MW	56
Figura 5.6 – Perdas hidráulicas para a hidrelétrica de Capivara.....	57
Figura 5.7 – Envoltória inferior para a hidrelétrica de Capivara.....	58

Figura 5.8 – Faixas de número de máquinas em operação para a hidrelétrica de Capivara	58
Figura 5.9 – Gráfico de amostragem para a hidrelétrica de Capivara	61
Figura 5.10 – Porcentagem de seleção de cada um dos 4 indivíduos a serem escolhidos	67
Figura 5.11 – Esquema do algoritmo genético para o modelo PDHME	70
Figura 7.1 – Esquema de Simulação para uma hidrelétrica em um intervalo de tempo.....	91

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Polinômios de cota de montante versus volume.....	12
Tabela 2.2 – Polinômios de defluência versus cota do canal de fuga.....	13
Tabela 2.3 – Polinômios de defluência versus Cota do Canal de Fuga.....	14
Tabela 4.1 – Polinômios da hidrelétrica de Furnas.....	46
Tabela 4.2 – Tabela de rendimentos para uma máquina da usina de Furnas.....	46
Tabela 5.1 – Codificação das bases nitrogenadas do DNA e RNA humano.....	60
Tabela 5.2 – Tabela de amostragem para a hidrelétrica de Capivara.....	61
Tabela 5.3 – Exemplo de gene.....	62
Tabela 5.4 – Gene do pré-despacho da hidrelétrica de Capivara.....	63
Tabela 5.5 - Gene e dados do pré-despacho da hidrelétrica de Capivara.....	63
Tabela 5.6 – DNA de um pré-despacho do sistema elétrico.....	63
Tabela 5.7 – População de pré-despachos do sistema elétrico.....	64
Tabela 5.8 – Crossing over de dois indivíduos.....	68
Tabela 5.9 – Filho mutante.....	68
Tabela 8.1 - Volumes Máximos e Mínimos de Reservatórios.....	98
Tabela 8.2. Polinômios de Volume versus Cota de Montante.....	99
Tabela 8.3. Polinômios de Defluência versus Cota do Canal de Fuga.....	99
Tabela 8.4. Pré-Despacho de Jurumirim para os casos 8.1 e 8.2.....	99
Tabela 8.5. Resultados do caso 8.1.....	100
Tabela 8.6. Resultados do Caso 8.2.....	101
Tabela 8.7. Pré-Despacho para o Caso 8.3.....	102
Tabela 8.8. Resultados do Caso 8.3.....	103
Tabela 8.9. Volume inicial e Vazão Incremental.....	104
Tabela 8.10. Pré-Despacho para o Caso 8.4.....	104
Tabela 8.11 Resultados do Caso 8.4.....	105
Tabela 9.1 – Demanda para o sistema teste.....	108
Tabela 9.2 – Meta hidráulica para o sistema teste.....	108

Tabela 9.3 de Potência e parâmetros de custos dos lances das termoeletricas	108
Tabela 9.4 – Dados das hidrelétricas para o primeiro intervalo de tempo.....	108
Tabela 9.5 – Restrições hidráulicas	109
Tabela 9.6 – Polinômios de cota de montante <i>versus</i> volume	109
Tabela 9.7 – Polinômios de cota de canal de fuga <i>versus</i> defluência	109
Tabela 9.8 – Limites de geração e polinômios de perdas hidráulicas.....	110
Tabela 9.9 – Pré-despacho para o caso base	110
Tabela 9.10 - preço <i>spot</i> para o caso base.....	111
Tabela 9.11 - Metas hidráulicas modificadas para o sistema teste	112
Tabela 9.12 – Pré-Despacho para o Caso com Metas Hidráulicas Modificadas	113
Tabela 9.13 - Preço <i>spot</i> do caso com meta hidráulica modificada.....	113
Tabela 9.14 - preço <i>spot</i> do caso base.....	113
Tabela 9.15 – Energia contratada das usinas no mercado bilateral.	115
Tabela 9.16 – Pré-Despacho do caso com inclusão do mercado bilateral	116
Tabela 9.17 – preço <i>spot</i> do caso com inclusão do mercado bilateral	116
Tabela 9.18 - preço <i>spot</i> do caso base.....	116
Tabela 10.1 – Usinas hidrelétricas utilizadas na simulação.....	120
Tabela 10.2 – Usina termoeletrica equivalente utilizada na simulação	120
Tabela 10.3 – Demanda Horária.....	121
Tabela 10.4 – Computadores utilizados para a análise de desempenho computacional.....	121
Tabela 10.5 – Pré-Despacho parcial para o caso base	122
Tabela 10.6 – Preço <i>spot</i> para o caso base	122
Tabela 10.7 – Desempenho computacional para o caso base.....	122
Tabela 10.8 – Pré-despacho parcial para caso de metas alteradas	124
Tabela 10.9 – Preço <i>spot</i> para o caso de metas alteradas.....	125
Tabela 10.10 – Preço <i>spot</i> para o caso base	125
Tabela 10.11 – Desempenho computacional para o caso com metas alteradas	125
Tabela 10.12 – Contratos bilaterais fixados para a termoeletrica equivalente	126
Tabela 10.13 – Pré-Despacho parcial com contratos bilaterais.....	127

Tabela 10.14 – Preço <i>spot</i> para o caso com contratos bilaterais.....	127
Tabela 10.15 – Preço <i>spot</i> para o caso base	127
Tabela 10.16 – Desempenho computacional para o caso de inclusão do mercado bilateral....	128

Capítulo 1

Introdução

1 Introdução

1.1 Um pouco de história

Durante a década de 70 o setor elétrico mundial passou por grandes mudanças. A crescente necessidade de geração de energia elétrica para a indústria e a crise do petróleo levou os países a repensarem seus modelos energéticos. Em países mais dependentes da geração termoelétrica começaram a ser discutidos meios de se aumentar a eficiência de seus sistemas, e mecanismos de se incentivar a sociedade a pesquisar alternativas para aumentar essa eficiência. Na década seguinte começaram a surgir os primeiros estudos sobre os mercados de energia elétrica (Caramanis, Bohn e Schweppe 1982), onde a livre concorrência incentivaria empresas a se tornarem mais competitivas no fornecimento de energia elétrica.

No Brasil, devido a sua grande abundância de recursos hídricos e o domínio da tecnologia de geração hidrelétrica, optou-se por intensificar a tendência de construção de usinas hidrelétricas. Por muito tempo essa característica única aliada à realidade política da época manteve o Brasil em uma posição confortável quanto a esta questão. Até o início dos anos 90 o sistema energético brasileiro era estatal, onde o governo tinha total controle e monopólio sobre todos os aspectos do fornecimento de energia elétrica. Foi então que houve o processo de abertura econômica, e o setor elétrico brasileiro acabou por acompanhar esta tendência. Houve privatizações e um setor que antes era totalmente controlado por apenas um agente passou por um processo conhecido como desregulamentação, e a partir daí começou a ser implantado o mercado de energia elétrica. Diante desta realidade foi criada a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), que tem como objetivo “viabilizar a comercialização de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional” (CCEE 2011).

Mas a energia elétrica não pode ser tratada da mesma forma que os outros bens de consumo pois possui características únicas, como a impossibilidade de armazenamento de energia elétrica em grande escala, a necessidade de atendimento da demanda em tempo real, limites operacionais da transmissão e o acoplamento das usinas hidrelétricas em uma mesma cascata hidráulica. Devido a todas essas peculiaridades a energia elétrica deve ter uma modelagem econômica de mercado própria (Galiana, Kockar e Franco 2002), diferentes dos modelos econômicos aplicáveis a outros setores da economia.

1.2 Mercados de energia

Na literatura, são apresentados dois modelos de mercados de energia elétrica: o *pool* (Schweppe, et al. 1988) e o bilateral (Cheng, McGilis e Galiana 1998). No mercado *pool* os agentes geradores e consumidores oferecem lances em um leilão de energia, que é avaliado por ferramentas computacionais onde os geradores com melhores lances são gradativamente despachados até o atendimento da demanda, desde que sejam respeitadas as restrições de operação do sistema. No mercado bilateral os geradores e consumidores podem firmar contratos entre si, sem que haja a participação dos operadores no sistema. Em casos onde estão presentes os dois mercados, e eles são bem estruturados (Galiana, Kockar e Franco 2002), o fechamento dos leilões é feito em base horária ou até mesmo a cada meia hora. Isso permite uma maior flexibilidade nos contratos e também uma melhor representação do que realmente acontece no sistema elétrico, onde no prazo de um dia a demanda de energia pode variar de valores relativamente pequenos até perto do máximo possível de ser gerado pelo sistema.

Existem várias ferramentas para o fechamento dos leilões e validação dos contratos, como por exemplo o despacho econômico e o Pré-Despacho de geração (PD). Esses modelos calculam o quanto de energia elétrica cada fornecedor deve gerar de acordo com o seu lance, validam os contratos bilaterais e calculam o preço da energia para o mercado *pool*. Esses preços são chamados de *spot*, e são calculados para cada período de fechamento do leilão, ou seja para um sistema que opera em base horária, no período de 1 dia serão calculados 24 preços *spot*, um para cada hora do dia.

1.3 Ferramentas utilizadas no Brasil

Mesmo após o processo de desregulamentação de mercado, o setor elétrico brasileiro continua utilizando ferramentas que foram criadas para o ambiente anterior à criação dos mercados de energia e que não refletem a realidade do mercado competitivo. Atualmente o setor elétrico utiliza dois programas para seu planejamento: o NEWAVE e o DECOMP.

O NEWAVE calcula a política de operação em longo prazo (5 anos), o DECOMP, partindo dos resultados do NEWAVE, realiza a discretização mensal para 1 ano, sendo que no primeiro mês é feita uma discretização semanal (Bittencourt 2011) e são calculados os preços apenas para 3 patamares de energia: leve, média e pesada.

Sendo assim, esses modelos só conseguem fechar o mercado em base semanal, não conseguindo representar a dinâmica do mercado e a operação diária em curtíssimo prazo. Outra limitação dessa abordagem é a aparente falta de relação entre os preços *spot* calculados pelo modelo adotado e a situação hidrológica real do sistema elétrico. Um exemplo disso foi que as vésperas do racionamento de energia em 2001, os preços de mercado calculados por esse modelo estavam baixos, o que teoricamente deveria sinalizar que não faltaria energia (Masili 2004).

1.4 Objetivos do trabalho

Este trabalho tem como objetivo desenvolver, implementar e simular um modelo de pré-despacho de geração hidrotérmico de curtíssimo prazo para mercados de energia (PDHME). O modelo proposto tem a capacidade de calcular os preços da energia elétrica para cada hora do dia, de forma que tais preços sejam sensíveis tanto à demanda que o sistema requer quanto aos recursos disponíveis para a geração de energia. O modelo também é capaz de representar as principais restrições físicas impostas aos sistemas de geração de energia, tanto de natureza elétrica quanto hidráulica.

Para a resolução deste problema foi empregada uma técnica de decomposição do PDHME nos subproblemas de PD (da Silva 2010) e no problema de simulação hidráulica (Cicogna 1999). Essa decomposição resulta em um sistema modular, onde as grandezas elétricas são totalmente separadas das grandezas hidráulicas. Assim, a solução do PDHME neste trabalho é dividida em dois modelos independentes que interagem entre si para a obtenção dos resultados.

O PD é a parte do modelo que cuida de calcular as potências geradas por cada usina, tanto termoelétricas quanto hidrelétricas, levando em conta as restrições elétricas, como por exemplo as potências máximas e mínimas que cada usina pode gerar, e também calcula o preço da energia no mercado *pool*, que é o mercado onde é feito o leilão da energia. O simulador hidráulico é responsável por avaliar os aspectos hidráulicos do problema, como por exemplo os níveis d'água dos reservatórios, as vazões que passam pela usina, a interferência da quantidade de água que sai de uma usina e chega na outra e o tempo de viagem dessas águas.

Para uma efetiva separação das restrições elétricas e hidráulicas, foi utilizada a estratégia do cálculo das perdas hidráulicas (Soares e Salmazo 1997), que conseguem concatenar as variáveis que influem no desempenho da hidrelétrica em uma função que

envolve apenas variáveis de natureza puramente elétrica. Neste trabalho foi utilizada uma variação do cálculo das perdas hidráulicas, que usa por base a produtividade da usina, como em (Arce Encina 2006).

A validação do modelo proposto no trabalho é feita através de simulações envolvendo tanto um sistema teste, onde pode-se mostrar mais detalhadamente o comportamento do modelo proposto e da técnica de solução, quanto para o Sistema Interligado Nacional (SIN). No sistema teste pode-se verificar os níveis de despacho para cada usina analisada, os preços *spot* para cada hora do dia e os custos totais de geração. Já para o SIN é feita uma abordagem mais generalista, mostrando os preços calculados e também é apresentada uma análise de desempenho computacional para cada caso analisado.

1.5 Organização do trabalho

No capítulo 1 é mostrado um pouco da história dos mercados de energia e como o Brasil está contextualizado nesse âmbito. Também é apontada uma breve discussão sobre as ferramentas computacionais utilizadas e os objetivos do trabalho.

No capítulo 2 são apresentadas todas as principais variáveis e metodologias inerentes aos sistemas hidrotérmicos. Nele é feita uma apresentação detalhada sobre o funcionamento das hidrelétricas, a relação entre elas e seus reservatórios, e a relação que as hidrelétricas de uma mesma cascata têm entre si. Também é feita uma breve discussão sobre as termoelétricas e suas curvas de custo de geração.

No capítulo 3 é apresentado o modelo matemático, com destaque para a minimização de custos de geração, onde é minimizado o custo real das termoelétricas e um custo de oportunidade para as hidrelétricas (da Silva 2010). Também é descrita em detalhe a representação de restrições dos limites físicos inerentes do problema, as restrições de geração de ordem elétrica, restrição de programação de longo prazo e as restrições do subproblema hidráulico.

No capítulo 4 são apresentados detalhes sobre a técnica do cálculo de curvas hidráulicas, que é um importante dado para a formulação do problema.

No capítulo 5, são mostrados métodos de determinação do número de máquinas em operação de cada usina presente no pré-despacho. Será estudada brevemente uma técnica de solução aproximada para o cálculo do número de máquinas. A seguir a metodologia que utiliza algoritmos genéticos, que é proposta neste trabalho, é apresentada em detalhe.

No capítulo 6 é apresentada a modelagem do pré-despacho de geração e sua resolução pelo método de pontos interiores primal-dual com barreira logarítmica.

No capítulo 7 é apresentado o simulador hidráulico em detalhes, sua formulação matemática, as heurísticas adotadas e o algoritmo de resolução empregado.

No capítulo 8 são apresentados estudos com o simulador hidráulico, mostrando suas principais características e possíveis intervenções deste para o modelo como um todo.

No capítulo 9 são apresentados estudos de caso para o pré-despacho de um sistema teste com 2 termelétricas e 4 hidrelétricas. Como as dimensões do sistema teste são reduzidas, esses estudos são apresentados detalhadamente, permitindo avaliar de forma efetiva as principais características do modelo proposto.

No capítulo 10 são feitos estudos de caso com o SIN. Devido à grande dimensão do problema, é feita uma análise generalista, mostrando os preços *spot* da energia e os custos de geração. Também é apresentada uma análise de desempenho computacional para cada estudo de caso realizado, para avaliar sua capacidade em lidar com sistemas de dimensões reais.

No capítulo 11 são apresentadas as principais conclusões do trabalho e são descritas algumas dificuldades que foram encontradas para a sua realização. Finalmente é feita uma análise de possíveis contribuições para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas Hidrotérmicos de Geração

2 Sistemas Hidrotérmicos de Geração

Os sistemas hidrotérmicos de geração são aqueles em que há a presença de usinas hidrelétricas e termoelétricas de geração atuando em conjunto para o suprimento da demanda de energia do sistema. Neste capítulo, são descritos os principais conceitos, métodos e técnicas relacionados aos sistemas hidrotérmicos de geração. Esses conceitos serão utilizados em capítulos posteriores como base para a descrição do modelo de pré-despacho de geração proposto neste trabalho e também do modelo de simulação hidráulica.

Na seção 2.1 serão estudados os principais conceitos relacionados às usinas hidrelétricas. Na seção 2.2 são descritos os detalhes do processo de geração de usinas termoelétricas.

2.1 A Usina Hidrelétrica

A usina hidrelétrica utiliza a energia potencial da água em seu reservatório a qual é transformada em energia elétrica, através de processos eletromecânicos. Neste processo a energia potencial é transformada em energia cinética quando a água desce pela tubulação da usina, o que movimenta as pás da turbina produzindo energia cinética de rotação. A turbina está conectada através de um eixo a um gerador, o qual transforma essa energia cinética de rotação em energia elétrica através do princípio de indução eletromagnética.

Na Figura 2.1 estão representadas, de forma esquemática, as principais variáveis relacionadas a uma usina hidrelétrica, as quais serão utilizadas neste trabalho.

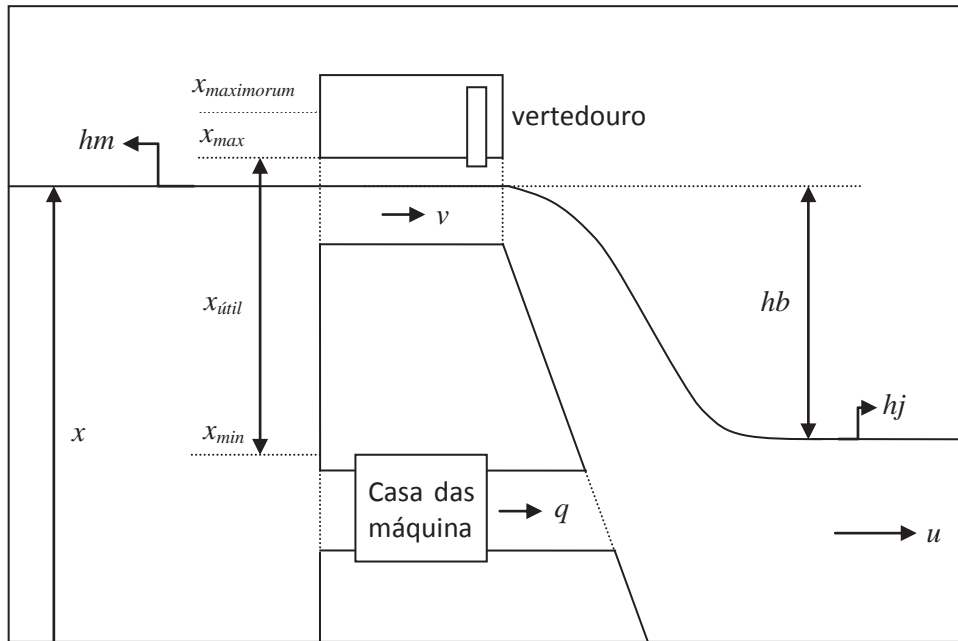


Figura 2.1 – Representação esquemática de uma usina Hidrelétrica

Em que:

x : volume do reservatório (hm^3) (hectômetros cúbicos)

x_{max} : volume máximo do reservatório (hm^3)

$x_{maximorum}$: volume de segurança (maximorum) do reservatório (hm^3)

x_{min} : volume mínimo do reservatório (hm^3)

$x_{util} = x_{max} - x_{min}$: volume útil do reservatório (hm^3)

q : vazão turbinada pela usina (engolimento) (m^3/s)

v : vazão do vertedouro (vertimento) (m^3/s)

$u = q + v$: vazão total da usina (defluência) (m^3/s)

$hm(x)$: cota de montante do reservatório (m)

$hj(u)$: cota de jusante do canal de fuga (m)

$hb = hm(x) - hj(u)$: altura de queda bruta (m)

2.1.1 Reservatórios

O volume do reservatório de uma hidrelétrica pode variar entre valores máximos e mínimos. Acima do volume máximo existe uma faixa chamada de volume de segurança, denominado volume maximorum ($x_{maximorum}$), que define o estado de iminente colapso da usina, servindo como uma garantia para que a usina não sofra danos em caso de grandes cheias. O volume abaixo do mínimo é chamado de volume morto, pois ele não pode ser aproveitado para a geração de energia. O volume intermediário entre o máximo e o mínimo é chamado de volume útil, que é o que pode ser aproveitado para a geração de energia elétrica.

Dependendo das características da usina, os reservatórios das hidrelétricas podem ter duas classificações distintas: reservatórios de acumulação e os de compensação. Os reservatórios de acumulação têm grande capacidade de armazenamento e de variação em seu volume de água, e as usinas com esse tipo de reservatório são chamadas de usina de reservatório. Os reservatórios de compensação têm uma pequena capacidade de regulação, permitindo apenas uma pequena variação no seu volume de água, e as usinas que tem esse tipo de reservatório são chamadas de usinas a fio d'água.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo de esquema de cascata de usinas. Nota-se que, mesmo Itaipu sendo a maior hidrelétrica do país e tendo um reservatório muito grande, ela é considerada uma usina a fio d'água por sua limitada capacidade de regulação, e que são as usinas de reservatório a montante que realmente regulam toda essa enorme quantidade de água. Esse é um dos motivos pelos quais um bom planejamento hídrico é tão importante para o sistema energético brasileiro.

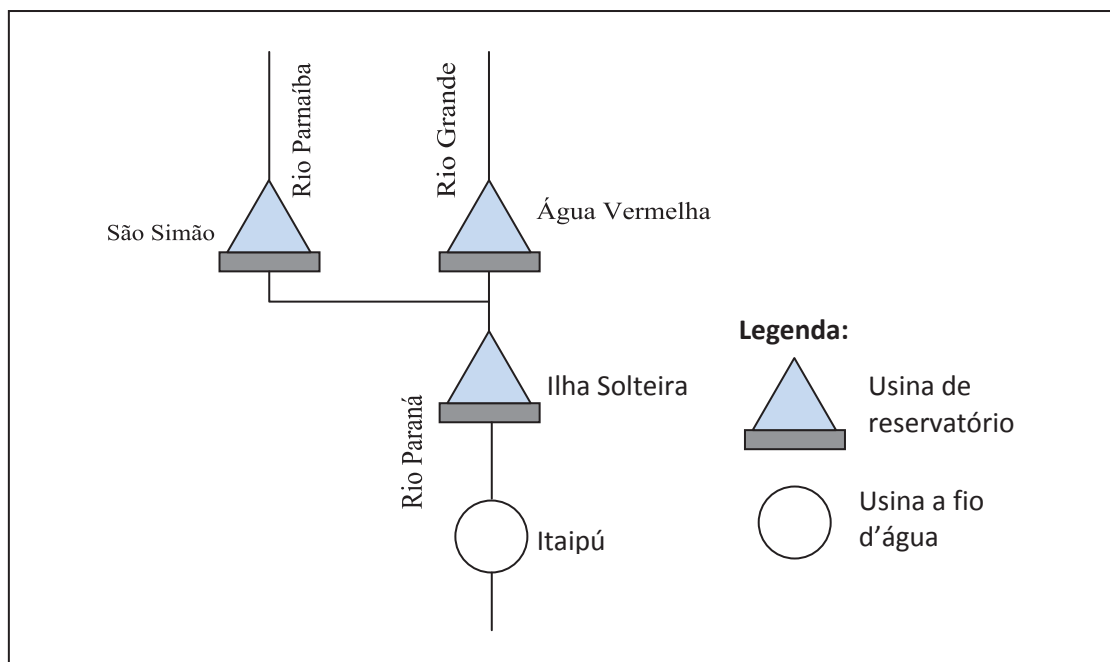


Figura 2.2 – Cascata de usinas utilizada nas ilustrações

2.1.2 Afluências

A vazão afluente é a medida da água que chega ao reservatório. Ela é classificada por dois tipos: natural e incremental. A vazão afluente natural é a vazão total correspondente a todas as descargas hidráulicas vindas a montante, como por exemplo a vazão de rios e riachos, incluindo-se também a vazão incremental. A vazão incremental é aquela que adentra ao manancial devido à drenagem da área ao redor do rio e de lençóis freáticos. As vazões naturais

das usinas a montante podem ser medidas, mas a vazão incremental não pode ser medida por ter sua origem em lençóis freáticos de dentro da terra ou em cursos d'água não conhecidos.

Um ponto importante de se separar as afluições nestas duas classificações é que desta maneira podemos dividir a afluição que chega ao reservatório em duas parcelas: uma de natureza controlável e outra de natureza incontrolável. A vazão afluyente natural das usinas a montante é a controlável, pois por meio de medições e do controle das barragens pode-se prevê-la e controlá-la. Já a vazão incremental é a parcela que não pode ser controlada diretamente pela interferência humana. A Figura 2.3 mostra uma representação das afluições que se adentram a um reservatório. Nota-se que a vazão afluyente da usina 3 é composta pela soma das vazões defluentes das usinas 1 e 2, que são controláveis, mais uma vazão incremental, que não necessariamente precisa ser um rio ou córrego mas representa todas as vazões de natureza não controlável que se adentram ao reservatório da usina 3.

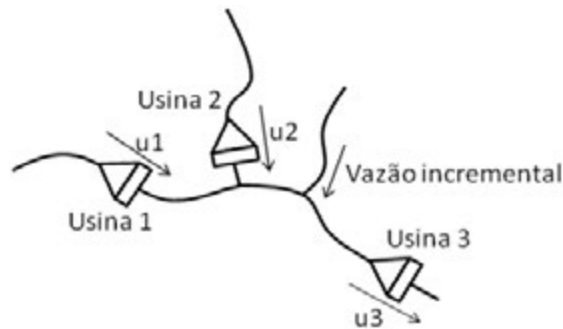


Figura 2.3 – Representação das afluições de um reservatório

A vazão incremental não pode ser medida de maneira direta, mas pode ser determinada subtraindo-se a vazão afluyente total do reservatório (que é conhecida) das vazões afluyentes naturais de todos os reservatórios a montante, como mostrado na equação (2.1):

$$y = \sum_{k \in \Omega_i} u_k - u_i \quad (2.1)$$

Em que:

y : vazão incremental.

u_k : vazão natural da usina afluyente.

Ω_i : conjunto de todas as hidrelétricas afluyentes a usina analisada.

u_i : vazão natural da usina analisada.

2.1.3 Engolimento, Vertimento e Defluência

Em geral são considerados 3 tipos de vazões que passam através das hidrelétricas: o engolimento, o vertimento e a defluência.

O engolimento é a vazão de água que é retirada pelos condutos forçados da usina e que passa pelas turbinas para gerar energia elétrica. O engolimento também é conhecido como vazão turbinada. Esta vazão tem um limite superior denominado engolimento máximo, que é a vazão turbinada que produz a potência máxima do conjunto de turbinas para uma dada altura de queda líquida.

O vertimento, também conhecido como vazão vertida, é a parcela que passa diretamente pelos vertedouros da usina sem passar pelas turbinas, e serve para regulação do nível de reservatório.

A defluência é a vazão total que passa pela usina, a qual é definida pela soma das vazões turbinada e vertida, conforme mostrado na equação (2.2).

$$u = q + v \tag{2.2}$$

2.1.4 Cota de montante do reservatório

A cota de montante do reservatório é uma medida crucial para o estudo, pois é através dela que podemos saber a quantidade de água que temos disponível para a geração de energia.

A cota de montante pode ser obtida como sendo uma função do volume armazenado. No Brasil essa função é representada por polinômios de até 4º grau, devido a não-linearidade da relação entre a cota de montante e o volume armazenado. Na tabela abaixo apresentam-se alguns exemplos de polinômios de volume *versus* cota de montante $h_m(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, em que os termos a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 são os coeficientes do polinômio.

Tabela 2.1 – Polinômios de cota de montante versus volume.

Usina	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Jurumirim	542,2366	0,006502	-6,8E-07	5,18E-11	-1,7E-15
Porto Primavera	248,1332	0,000642	-5E-09	0	0

Contudo, na prática, o que se tem como dado é a cota de montante hm e não o volume armazenado. Então para se obter o volume armazenado é feita uma busca linear no polinômio

de volume *versus* cota de montante e assim pode-se obter o volume armazenado a partir da cota de montante.

2.1.5 Cotas do canal de fuga

A cota do canal de fuga de uma hidrelétrica, também conhecida como cota de jusante, pode variar dependendo da defluência da usina, ou seja, quanto mais água deflui da usina, mais alto será o nível d'água imediatamente à jusante. A cota de jusante é uma medida importante pois é uma das variáveis determinantes para o cálculo da altura de queda d'água da usina.

A cota de jusante é matematicamente representada como uma função da defluência. Assim como na cota de montante, no Brasil a cota de jusante é representada por polinômios de até 4º grau, chamados de polinômios de defluência versus cota do canal de fuga $h_j(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4$. A Tabela 2.2 ilustra polinômios de cota-defluência para as usinas de Jurumirim e Porto Primavera. Nessa tabela, os termos a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 são os coeficientes do polinômio.

Tabela 2.2 – Polinômios de defluência versus cota do canal de fuga

Usina	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Jurumirim	531,395	0,003363	-4,4E-07	0	0
Porto Primavera	234,498	0,000708	-2,5E-08	4,65E-13	-3,3E-18

2.1.6 Usinas afogadas

Existem casos em que as usinas encontram-se muito próximas uma da outra, ocorrendo o afogamento do canal de fuga de uma usina pelo reservatório da usina imediatamente a jusante. A Figura 2.4 mostra um exemplo de usina afogada. Note que o nível de água do reservatório da usina abaixo interfere diretamente no nível de jusante da usina acima, ocasionando assim o afogamento da usina.

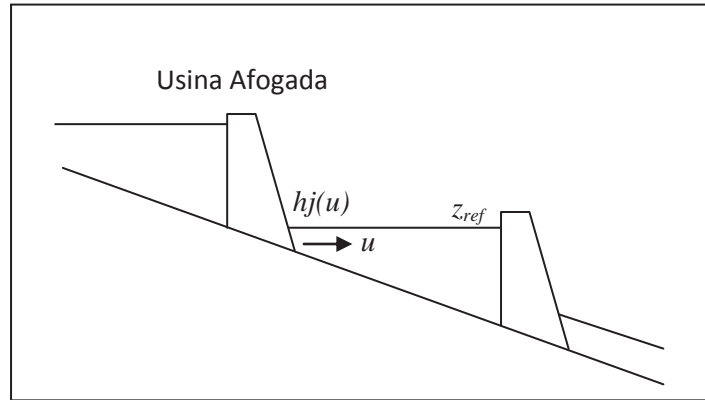


Figura 2.4 - Usina Afogada

Quando isso ocorre a cota de jusante da usina afogada passa a ser representada por vários polinômios de cota-defluência, cada um deles com referência a um valor da cota do reservatório a jusante z_{ref} . No sistema brasileiro, um exemplo de afogamento é a usina de São Simão. Conforme demonstrado na Tabela 2.3, são utilizados vários polinômios de cota *versus* defluência para a usina de São Simão, uma para cada cota de montante z_{ref} do complexo de Ilha Solteira, usina a qual está imediatamente a jusante de São Simão.

Tabela 2.3 – Polinômios de defluência *versus* Cota do Canal de Fuga

Usina	Coeficientes dos polinômios					z_{ref} (m)
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
Furnas	671,63	1,017E-3	-1,799E-7	2,513E-11	0	-
São Simão	315,59	2,350E-3	-1,380E-7	5,234E-12	-7,85E-17	317,0
	321,73	1,932E-4	1,339E-7	-6,63E-12	1,166E-16	322,0
	325,15	-2,023E-4	1,106E-7	-5,16E-12	7,897E-17	325,0
	327,96	-3,790E-5	4,897E-8	-1,68E-12	2,041E-17	328,0

Se a cota montante do reservatório da usina a jusante z estiver entre dois valores de referência fornecidos pela tabela associada ao polinômio cota *versus* canal de fuga z_{ref}^1 e z_{ref}^2 , é necessário fazer uma interpolação linear para o cálculo da altura de queda de jusante da usina afogada, conforme mostrado em (2.3):

$$h_j = h_j^1 + \frac{z - z_{ref}^1}{z_{ref}^2 - z_{ref}^1} (h_j^2 - h_j^1) \quad (2.3)$$

Em que:

z : cota de montante do reservatório a jusante.

z_{ref}^1 : cota de montante do reservatório à jusante referência inferior (fornecida na tabela com os polinômios cota *versus* defluencia).

z_{ref}^2 : cota de montante do reservatório à jusante referência superior (fornecida na tabela com os polinômios cota *versus* defluencia).

h_j : cota de jusante a ser calculada.

h_j^1 : cota de jusante da usina afogada calculada por meio do polinômio utilizando a referência inferior z_{ref}^1 .

h_j^2 : cota de jusante da usina afogada calculada por meio do polinômio utilizando a referência superior z_{ref}^2 .

2.1.7 Altura de Queda

Em uma hidrelétrica existem perdas de energia referentes ao atrito da água nos canais de adução. Como a usina hidrelétrica utiliza energia potencial hidráulica para gerar energia elétrica, essa perda de energia é representada por meio de uma perda na altura de queda, denominada perda de carga (pc). No sistema brasileiro, essa perda é representada em metros e é calculada através de uma constante (c) podendo assumir 3 formas diferentes de cálculo: uma porcentagem da queda bruta conforme definido em (2.4), uma altura fixa conforme definido em (2.5), ou como uma função da turbinagem conforme definido em (2.6).

$$pc = c \cdot h_b \quad (2.4)$$

$$pc = c \quad (2.5)$$

$$pc = c \cdot q^2 \quad (2.6)$$

A altura de queda que já leva em consideração a perda de carga é chamada de queda líquida (hl), dada conforme (2.7).

$$hl = hb - pc \quad (2.7)$$

2.1.8 Conjuntos turbina/gerador

A casa das máquinas de uma usina hidrelétrica genérica é constituída por um certo número de conjuntos de máquinas (N_c) sendo que cada conjunto de máquinas tem um número de unidades geradoras (N_m) e essas unidades são construídas com um tipo de turbina (geralmente tipo Francis, Kaplan ou Pelton).

Cada máquina de um conjunto de máquinas possui uma potência efetiva (p_{ef}) que é a máxima potência ativa possível de ser gerada em regime permanente, uma altura de queda efetiva (h_{ef}) que é a menor queda líquida em que se obtém a potência efetiva, e um engolimento efetivo (q_{ef}) que é a vazão turbinada necessária para gerar a potência efetiva na condição de altura de queda efetiva.

2.1.9 Engolimento Máximo e Potência Máxima

A potência máxima é o maior valor de potência que pode ser produzida para uma determinada altura de queda líquida em uma máquina da usina, já se levando em consideração as limitações da turbina e do gerador. O engolimento máximo de uma máquina é a vazão turbinada que produz a potência máxima em uma dada altura de queda líquida.

Os conceitos de potência máxima e engolimento máximo estão interligados entre si. Para cada altura de queda, uma máquina é capaz de produzir uma potência máxima a custo do engolimento máximo. A Figura 2.5 mostra um esquema de curvas de potência máxima e do engolimento máximo de uma turbina, em função da altura de queda líquida disponível.

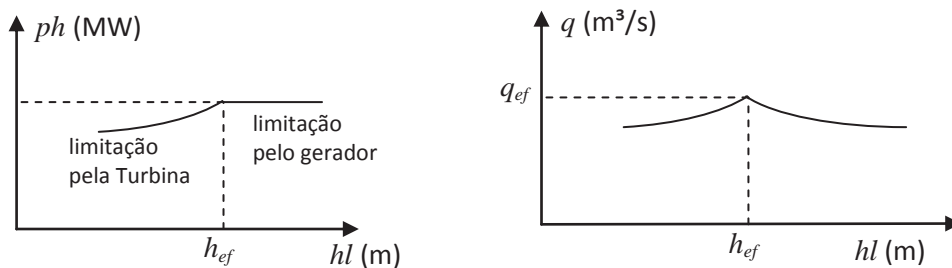


Figura 2.5 – Potência máxima e engolimento máximo, ambos em função da queda líquida

Percebe-se em ambos os casos, tanto para a potência máxima quanto para a turbinagem máxima, que há dois comportamentos distintos nas curvas de antes e de depois da altura de queda efetiva. Também percebe-se que o valor máximo, tanto para a potência quanto para o engolimento, se dá quando a altura de queda líquida se iguala à queda efetiva.

Quando a altura de queda é menor que a queda efetiva, a potência máxima da usina é limitada pela capacidade da turbina. Quando a altura de queda líquida é maior que a queda efetiva, a capacidade de geração é limitada pelo gerador.

Por outro lado, percebemos que quando a altura de queda é maior que a queda efetiva, o engolimento máximo apresenta uma queda, enquanto a potência máxima se mantém. Isso significa que quando a usina opera com uma queda líquida acima de seu valor efetivo, poupa-se água, pois a usina pode gerar a mesma energia com menos água.

O engolimento máximo pode ser calculado de duas formas: através de um polinômio de engolimento máximo *versus* altura líquida ($q_{max}=q(hl)$), ou através de uma representação simplificada.

Na representação simplificada o engolimento máximo é calculado conforme mostrado em (2.8).

$$q_{\max}^k = q_{ef} \left(\frac{hl}{h_{ef}} \right)^\alpha \quad (2.8)$$

Sendo que:

$\alpha = 0,5$ se $hl < h_{ef}$ e a turbina for do tipo Francis ou Pelton

$\alpha = 0,2$ se $hl < h_{ef}$ e a turbina for do tipo Kaplan

$\alpha = -1$ se $hl > h_{ef}$

O cálculo descrito pela equação (2.8) se emprega apenas para uma máquina da usina. Para múltiplas máquinas e conjunto de máquinas, pode-se fazer uma extrapolação através da equação (2.9):

$$q_{\max} = \sum_{n=1}^{N_c} N_m \cdot q_{\max}^k \quad (2.9)$$

No cálculo do engolimento máximo pela representação simplificada, a altura de queda líquida é função da defluência da usina, que por sua vez é função do engolimento das turbinas (2.2). Por causa disso, a determinação do engolimento máximo requer um cálculo envolvendo os valores de engolimento máximo e de altura de queda líquida da usina.

O cálculo do engolimento máximo da usina em função do volume armazenado e da vazão vertida segundo (Cicogna 1999) é descrita no algoritmo a seguir:

Algoritmo para Cálculo do Engolimento Máximo

INICIO

Passo 1: Inicialização

Calcular a cota de montante: $hm(x)$

$q_{\max} \leftarrow q_{ef}$

Passo 2: Cálculo da queda

$u \leftarrow q_{\max} + v$

Calcular cota de jusante: $hj(u)$

Calcular alturas de queda bruta (hb) e líquida (hl)

Passo 3: Cálculo do engolimento máximo por máquina

SE a usina tiver representação detalhada:

Utilizar o polinômio que representa a função
 $(q_{max}(hl))$

FIM SE

SE a usina tiver representação simplificada:

Calcular o engolimento máximo de cada máquina através da equação (2.8)

Calcular o engolimento máximo da usina através da equação (2.9)

FIM SE

Passo 4: Atualização e teste de convergência

Comparar o valor do engolimento máximo calculado com o do passo anterior. Caso o novo valor seja muito diferente do anterior, voltar para o Passo 2. Caso contrário, encerrar.

2.1.10 Rendimento

Em uma máquina, o processo de transformar energia hidráulica em elétrica está sujeito a um rendimento, que é variável dependendo da situação em que a máquina está sendo submetida. A Figura 2.6 apresenta, como exemplo, o rendimento da usina de Camargos em função da potência e da queda líquida, que devido a sua forma é conhecida como curva colina. Em geral, no sistema brasileiro a curva de rendimento é fornecida através de matrizes de dados envolvendo a potência ou a turbinagem *versus* a altura de queda bruta ou líquida.

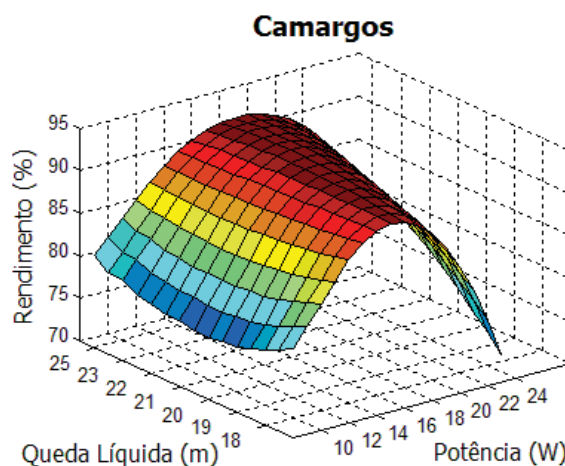


Figura 2.6. Curva colina para uma máquina da usina de Camargos

2.1.11 Função de Produção

A função de produção hidráulica é responsável por quantificar a geração de energia elétrica de uma hidrelétrica. A função de produção hidráulica utilizada nesse trabalho é dada a seguir, em (2.10):

$$p = \eta \cdot \rho \cdot q \cdot g \cdot hl \quad (2.10)$$

Em que:

p : potência (W)

η : rendimento do conjunto turbina-gerador

ρ : peso específico da água (kg/m³)

q : vazão turbinada (m³/s)

g : aceleração da gravidade (m/s²)

hl : queda líquida (m)

Uma explicação detalhada envolvendo a dedução da função de produção pode ser encontrada em (Cicogna 1999).

Em muitos casos a potência é conhecida, mas é necessário calcular a turbinagem. Para isso basta isolar a turbinagem em (2.10) para se obter (2.11).

$$q = \frac{p}{\eta \cdot \rho \cdot g \cdot hl} \quad (2.11)$$

2.2 A Usina Termoelétrica

A segunda maior fonte de geração de energia no Brasil é a termoelétrica. Segundo a (ANEEL 2011), em 2010 as termoelétricas já representavam cerca de 28% do total da capacidade instalada.

As termoelétricas se dividem em dois grupos principais: as usinas convencionais, onde um combustível é queimado para gerar energia, e as usinas nucleares, onde é utilizado material nuclear para a geração de energia.

Para as usinas termoelétricas, o gasto com a produção de energia elétrica é dado de forma direta, ou seja, quanto maior a geração, maior o gasto com combustível. Além de gastos com combustível, a termoelétrica também tem gastos com mão de obra, manutenção, entre outros. A soma de todos os gastos pode ser modelada através de uma função crescente de

geração térmica, geralmente aproximada por um polinômio de 2º grau, chamada de função de custos de geração da termoeleétrica.

A Figura 2.7 apresenta um exemplo de função de custo de geração para uma termoeleétrica típica:

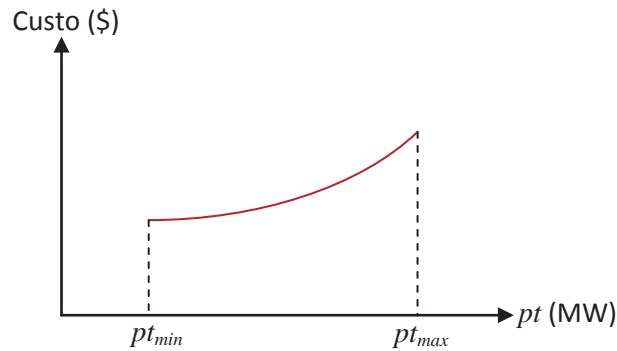


Figura 2.7 – Curva da função de custos de geração para uma termoeleétrica típica

Em que:

Custo é o custo da operação (\$).

pt é a potência gerada pela termoeleétrica.

pt_{min} é a potência mínima que a termoeleétrica pode gerar.

pt_{max} é a potência máxima que a termoeleétrica pode gerar.

Para este trabalho é utilizada uma outra função de custos para as termoeletricas, a curva de custos de lances de mercado. Esta função tem como objetivo permitir que os agentes dêem lances no preço da energia de forma mais abrangente, através de um polinômio de segundo grau em função da potência gerada ($f(pt)$). Com isso os agentes serão despachados de acordo com o quanto eles querem lucrar, conforme cada potência despachada. É importante destacar, que apesar de os agentes estarem aptos a dar lances no mercado de energia com valores diferentes dos valores de custos “reais”, suas despesas serão sempre calculadas com base nesses custos “reais”, que são dados pela curva de custo de geração. A Figura 2.8 mostra uma proposta de curva de custos de lances que teoricamente poderia ser gerada a partir de uma função de custos de lances “reais”:

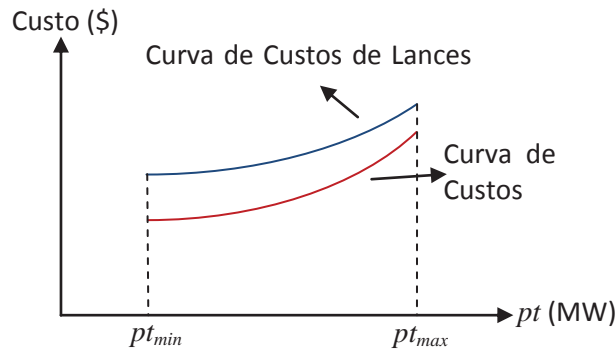


Figura 2.8 – Custos de Geração e Lances de Mercado para uma termoelétrica típica

Como visto na figura, a função de custos de lances foi feita de forma que a curva de custos de lances seja um pouco maior do que a curva de custos “reais”, pois desta maneira o agente produtor de energia terá algum lucro.

Uma observação importante é que caso o agente submeta ao mercado *pool* uma função de custos de lances alta, com objetivo de aumentar seus lucros,, este poderá não ser despachado pelo mercado devido ao alto preço do lance. Contudo, se esse agente submeter ao *pool* uma função de custos de lances muito baixa (abaixo de seus custos reais, por exemplo) poderá ter prejuízo em sua operação, mesmo que seja bem despachado pelo operador do sistema. Mostra-se que em um ambiente de mercado ideal, os agentes tendem a dar lances muito próximos de seus custos reais.

Capítulo 3

Modelagem do Pré-Despacho

Hidrotérmico para Mercados de

Energia

3 Modelagem do Pré-Despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia

Para a formulação do problema de pré-despacho para mercados de energia é proposto um modelo de otimização onde a função objetivo visa diminuir os custos associados a geração de energia, tanto do ponto de vista das usinas hidrelétricas quanto das termoelétricas. As termoelétricas apresentam um custo variável de geração real, pois a geração de energia está diretamente relacionada ao consumo de um combustível que tem um preço definido pelo mercado. A partir desses custos, os agentes de geração termoelétrica podem estabelecer curvas de custo dos lances de mercado de energia, as quais serão empregadas neste trabalho.

No caso das hidrelétricas não há um custo variável real envolvido, pois a água dos rios é um recurso natural pelo qual os agentes ainda não têm que pagar. Assim, para este caso, este trabalho adota o chamado custo de oportunidade, proposto primeiramente em (da Silva 2010) e (Luciano 2010), que busca estabelecer custos econômicos para as perdas hidráulicas, as quais serão descritas em detalhe no capítulo.4

No modelo de otimização aqui proposto, foram acrescentadas as principais restrições de geração, associadas tanto às partes elétricas quanto às hidráulicas da modelagem e também restrições de metas energéticas para as usinas hidrelétricas, que relacionam os modelos de curto prazo com os modelos de programação de médio e longo prazo. Na abordagem proposta, modelos de médio e longo prazos são os responsáveis por calcular o valor das metas energéticas diárias para o presente modelo de curto prazo

Com relação à técnica de solução para resolver o modelo proposto, propõe-se a decomposição do problema em dois subproblemas fundamentais: o problema de pré-despacho de geração (PD), que envolve apenas as variáveis relacionadas à parte elétrica do problema, e que calcula uma política de geração diária, em base horária para o mercado *pool*; e um modelo de simulação hidráulica, que basicamente envolve apenas variáveis associadas à parte hidráulica do modelo. Essa técnica de decomposição do problema tem sido utilizada para a solução de modelos descritos no âmbito do projeto temático (S. Soares 2007) e será detalhada na seção 3.3. Esse tipo de decomposição tem ainda implicações importantes quando o PD é utilizado no ambiente de mercados de energia.

O modelo de Pré-Despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia (PDHME) proposto é matematicamente formulado através do problema de otimização (3.1).

O PDHME tem como objetivo a minimização dos custos dos lances dos agentes térmicos e dos custos de oportunidade hidráulica, sujeito às seguintes restrições: o atendimento da demanda em cada intervalo de tempo, os limites de geração de usinas térmicas e hidráulicas em cada intervalo de tempo, as metas energéticas diárias, os limites dados por contratos bilaterais pré-estabelecidos, as equações de balanço de massa das usinas hidráulicas, as equações de produção hidráulicas, as restrições de limites nas vazões armazenadas, turbinadas e vertidas, além de restrições adicionais utilizadas no cálculo da vazão média e altura de queda líquida.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] \\
 & \text{s.a:} \\
 & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \quad (a) \\
 & pt_j^{\text{minimo}} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\text{max}} \quad \forall j,t \quad (b) \\
 & ph_i^{\text{minimo}} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\text{max}} \quad \forall i,t \quad (c) \\
 & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i,t \quad (d) \\
 & pt_{j,t} \geq \sum_m pbt_{j,m,t} \quad \forall j,t \quad (e) \\
 & ph_{i,t} \geq \sum_n pbh_{i,n,t} \quad \forall i,t \quad (f) \\
 & x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left(y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} - u_{i,t} \right) \frac{\Delta t}{10^6} \quad \forall i,t \quad (g) \\
 & x_{i,t}^{\text{med}} = \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \quad \forall i,t \quad (h) \\
 & hl_{i,t} = hm_i (x_{i,t}^{\text{med}}) - hj_i (u_{i,t}) - pc(hb, q)_{i,t} \quad \forall i,t \quad (i) \\
 & ph_{i,t} = \rho \cdot g \cdot \eta_{i,t} (q, p, hb, hl) \cdot hl_{i,t} \cdot q_{i,t} \quad \forall i,t \quad (j) \\
 & u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad \forall i,t \quad (k) \\
 & x_i^{\text{min}} \leq x_{i,t} \leq x_i^{\text{max}} \quad \forall i,t \quad (l) \\
 & q_i^{\text{min}} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t}^{\text{max}} (hl_{i,t}) \quad \forall i,t \quad (m) \\
 & v_{i,t} \geq 0 \quad \forall i,t \quad (n)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Em que:

T = número total de intervalos de tempo.

t = índice dos intervalos de tempo.

j = índice das usinas termoeletricas.

C_j = função de custos de lances da usina termoeletrica j (\$).

$pt_{j,t}$ = potência gerada pela termoeletrica j (MW).

$preco_t$ = preço da energia elétrica no intervalo t (\$).

i = índice das usinas hidrelétricas.

Co_i = função custo de oportunidade da hidrelétrica i (\$).

$ph_{i,t}$ = potência gerada pela hidrelétrica i no intervalo de tempo t (MW).

D_t = Demanda energética total no intervalo de tempo t (MW).

pt_j^{minimo} = potência mínima que pode ser gerada pela termoeletrica j (MW).

pt_j^{max} = potência máxima que pode ser gerada pela termoeletrica j (MW).

ph_i^{minimo} = potência mínima que pode ser gerada pela hidrelétrica i (MW).

ph_i^{max} = potência máxima que pode ser gerada pela hidrelétrica i (MW).

M_i = Meta energética diária para a hidrelétrica i (MWh).

$pbh_{i,n,t}$ = potência da hidrelétrica i no intervalo de tempo t reservada para n contratos bilaterais previamente firmados (MW).

$pbt_{j,m,t}$ = potência da termoeletrica j no intervalo de tempo t reservada para m contratos bilaterais previamente firmados (MW).

$x_{i,t}$ = volume armazenado no reservatório da hidrelétrica i e no intervalo t (hm^3 - hectômetros cúbicos).

y = vazão incremental afluyente (m^3/s).

k = índice das usinas a montante da usina i .

Ω_i = conjunto de todas as usinas imediatamente a montante da usina i .

u = vazão defluente (m^3/s).

tv = tempo de viagem da água entre a usina k e a usina i .

Δt = tamanho do intervalo "t" em segundos (1 hora = 3600 segundos).

$x_{i,t}^{\text{med}}$ = volume médio do reservatório da hidrelétrica i no intervalo t (hm^3).

$hl_{i,t}$ = altura de queda líquida da água na hidrelétrica i durante o intervalo t (m).

hm_i = polinômio de cota de montante da hidrelétrica i (m).

hj_i = polinômio de cota de jusante da hidrelétrica i (m).

$pc_{i,t}$ = perda de carga da usina i no intervalo de tempo t .

ρ = peso específico da água (kg/m³).

g = aceleração da gravidade (m/s²).

$\eta_{i,t}$ = rendimento da usina i no intervalo de tempo t .

$q_{i,t}$ = vazão turbinada da hidrelétrica i no intervalo de tempo t (m³/s).

$v_{i,t}$ = vazão vertida da hidrelétrica i no intervalo de tempo t (m³/s).

x_i^{\min} = volume mínimo de reservatório para a hidrelétrica i (hm³).

x_i^{\max} = volume máximo de reservatório para a hidrelétrica i (hm³).

u_i^{\min} = defluência mínima para a hidrelétrica i (m³/s).

u_i^{\max} = defluência máxima para a hidrelétrica i (m³/s).

$q_{i,t}^{\min}$ = turbinagem mínima para a hidrelétrica i durante o intervalo t .

$q_{i,t}^{\max}$ = máximo de turbinagem da hidrelétrica i durante o intervalo t .

As seções a seguir apresentam detalhes sobre a função objetivo e todas as restrições referentes ao problema (3.1). A seção 3.1 apresenta explicações e detalhes sobre a função objetivo. A seção 3.2 apresenta o detalhamento e as explicações para cada uma das restrições do problema. A seção 3.3 demonstra a técnica empregada na decomposição do problema 3.1 de maneira em que as variáveis de natureza elétrica e hidráulica sejam tratadas em separado.

3.1 Função Objetivo

A função objetivo envolve os custos dos lances dos agentes das termoelétricas e os custos de oportunidade de geração das hidrelétricas.

A função de custo de lances das termoelétricas é representada, em geral, através de funções polinomiais de segundo grau ou superior, e relaciona a potência gerada e o custo financeiro para a sua geração. Nesse trabalho, foram utilizados polinômios de segundo grau, em que cada termoelétrica tem sua própria função. A equação (3.2) mostra a função de custo dos lances térmicos:

$$C_j(pt_{j,t}) = b2_j pt_{j,t}^2 + b1_j pt_{j,t} + b0_j \quad (3.2)$$

Em que $b2_j$, $b1_j$ e $b0_j$ são os coeficientes do polinômio de potência *versus* custo da termoelétrica j . Conforme já discutido no capítulo 2, é importante destacar que os lances dados pelos agentes não devem ser necessariamente iguais aos parâmetros “reais” da curva de custos, mas podem ser ligeiramente superiores, de modo a buscar aumentar os preços *spot* e os lucros líquidos desses agentes.

O custo de oportunidade de geração das hidrelétricas é uma medida econômica do quanto a hidrelétrica pode perder quando não estiver gerando em seu ponto de máxima produtividade. Assim, este é um custo relativo. Esse custo permite precificar a potência “perdida” (que não teve a oportunidade de ser aproveitada, em função da operação em pontos fora da máxima produtividade) calculada pela curva de perdas hidráulicas. A expressão (3.3) define o custo de oportunidade de geração das hidrelétricas, o qual foi inicialmente proposto em (Luciano 2010) e (da Silva 2010):

$$Co_{i,t}(ph_{i,t}) = Preço_t L_i(ph_{i,t}) \quad (3.3)$$

Em que:

$Preço_t$ é o preço *spot* da energia no intervalo de tempo t

L_i é a função de perdas hidráulicas da hidrelétrica i .

Os valores de $Preço_t; t=1, \dots, T$ são calculados com base nos multiplicadores de Langrange das restrições de atendimento da demanda, conforme mostrado na equação (3.4).

$$Preço_t = -\lambda_t \quad (3.4)$$

Em que λ_t é o multiplicador de Langrange associado à restrição de atendimento da demanda no intervalo de tempo t . Demonstra-se no Apêndice que o cálculo dos preços $Preço_t; t=1, \dots, T$ deve obedecer a relação mostrada em (3.4), de modo a satisfazer as condições de KKT para o problema proposto.

3.2 Restrições

3.2.1 Atendimento da demanda

A restrição de atendimento da demanda é transcrita abaixo, em (3.5):

$$\sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \quad (a) \quad (3.5)$$

Esta restrição estabelece que o somatório da potência gerada por todas as termoelétricas j , mais o somatório da potência gerada por todas as hidrelétricas i , ambas para um intervalo de tempo, devem se igualar a demanda energética para este intervalo de tempo. Essa igualdade deve ser atendida pois tanto no caso de falta de geração quanto no excesso ocasionaria uma violação na lei de conservação de energia.

3.2.2 Restrições de limites operacionais

A seguir transcrevem-se as restrições de limites operacionais das usinas termoelétricas e hidrelétricas:

$$pt_j^{\min} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\max} \quad \forall j,t \quad (b) \quad (3.6)$$

$$ph_i^{\min} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\max} \quad \forall i,t \quad (c) \quad (3.7)$$

A expressão (3.6) define que a potência gerada pela termoelétrica j em um intervalo de tempo t deve ser superior ao limite mínimo e inferior ao limite máximo estabelecido para esta usina. Do mesmo modo na expressão (3.7) a potência gerada pela hidrelétrica i em um intervalo de tempo t deve ser superior ao limite mínimo e inferior ao máximo estabelecido para esta usina.

Estas restrições limitam a potência dos geradores das usinas termoelétricas e hidrelétricas dentro de seus limites de operação máximos e mínimos, isto é, são os limites físicos de cada usina para que elas operem dentro da margem de segurança, e devem ser observados para todos os intervalos de tempo.

3.2.3 Restrição de metas energéticas

Transcrevem-se a seguir as restrições de metas energéticas do modelo:

$$\sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i \quad (d) \quad (3.8)$$

Esta restrição estabelece que o somatório das potências geradas por uma hidrelétrica i em todos os intervalos de tempo deve ser igual à meta energética.

A meta energética restringe a produção de energia diária pelas hidrelétricas, de maneira a limitar a quantidade de água utilizada por esta usina de modo a respeitar o planejamento hídrico feito por modelos de médio e longo prazo. Esta restrição foi introduzida em forma de potência gerada, e não de limite hidráulico, pois será utilizada no despacho elétrico, onde serão utilizadas apenas restrições de natureza elétrica.

A restrição de meta energética diferencia de forma importante o modelo proposto dos modelos de PD que têm sido utilizados pelo setor elétrico brasileiro, nos quais esta restrição não aparece. A introdução dessa restrição é especialmente importante para o ambiente de mercados, pelos seguintes motivos: i) o risco de déficit de energia é intrinsecamente mitigado por esta restrição, já que não existe a possibilidade de a usina gastar mais energia do que aquela que está estabelecida na meta energética. Assim, nesse caso, não há necessidade de utilizar, no modelo de PD, funções objetivo artificiais, de minimização de risco de déficit futuro; ii) A decisão de risco de déficit futuro é estabelecida por modelos de médio e longo prazos, através do cálculo de valores para as metas energéticas, como é o que se espera que seja; iii) As metas energéticas decompõem o problema de PDHME proposto nos subproblemas de PD e simulação hidráulica, conforme discutido no início do presente capítulo, o que diminui de forma bastante expressiva o esforço computacional para a sua solução, inclusive para problemas reais, de grande porte; iv) Os preços *spot* calculados pelo modelo de PDHME, quando as metas são introduzidas, possuem uma correlação muito coerente com a disponibilidade energética estabelecida pelas metas. Assim, por exemplo, para situações energéticas envolvendo situações de seca, os preços aumentam de forma consistente e coerente. No modelo adotado pelo setor elétrico, em geral essa correlação esperada entre a situação hidrológica e os preços *spot* não tem sido verificada em alguns casos.

3.2.4 Contratos Bilaterais

Contratos bilaterais são contratos de fornecimento de energia entre um gerador e um consumidor de energia elétrica. Estes contratos são firmados diretamente entre as entidades produtoras e consumidoras, e o operador do sistema não tem intervenção no preço firmado neste contrato e nem nos montantes contratados. Na grande maioria dos mercados bilaterais em operação no mundo os agentes produtores e consumidores repassam ao operador do sistema apenas a potência contratada para cada intervalo de tempo t , sendo que os preços praticados nesse mercado são sigilosos.

Abaixo, transcreve-se as restrições de contratos bilaterais para os agentes térmicos e hidráulicos, respectivamente:

$$pt_{j,t} \geq \sum_m pb_{j,m,t} \quad \forall j,m,t \quad (e)$$

$$ph_{i,t} \geq \sum_n pb_{i,n,t} \quad \forall i,n,t \quad (f)$$

A inequação (3.9) estabelece que a potência gerada pela termoelétrica j no intervalo de tempo t não pode ser menor do que o estabelecido pela soma dos m contratos bilaterais estabelecidos entre a usina j e todas as demais cargas com quem esta tem contrato. De forma análoga, a inequação (3.10) define que a potência gerada pela hidrelétrica i no intervalo de tempo t não pode ser menor do que o definido pela soma dos n contratos bilaterais estabelecidos entre a usina i e todas as demais cargas com quem esta tem contrato.

3.2.5 Balanço de água

O balanço de água tem por objetivo calcular o volume de água armazenado no fim do intervalo de tempo para cada reservatório i do sistema, levando em consideração toda a água que entrou e saiu deste reservatório neste intervalo. O cálculo do balanço de águas é reescrito a seguir:

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left(y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} - u_{i,t} \right) \frac{\Delta t}{10^6} \quad \forall i,t \quad (g)$$

Esta equação expressa que o volume do reservatório x_i ao final do intervalo de tempo t é igual ao volume deste reservatório no tempo imediatamente anterior ($x_{i,t-1}$) mais a diferença de volume para o intervalo de tempo atual. Essa diferença de volume é calculada como sendo o incremento das vazões que entram e saem do reservatório $\left(y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} - u_{i,t} \right)$, dados em m^3/s . Na composição da expressão, esse incremento nas vazões é posteriormente multiplicado pelo tempo, em segundos, de um intervalo de tempo (Δt), resultando em m^3 , e finalmente esse valor é transformado em hm^3 (hectômetros cúbicos) através da divisão por 10^6 . A diferença de volume é calculada somando-se a vazão incremental do reservatório analisado ($y_{i,t}$) com a somatória das defluências que passaram pelas usinas imediatamente a montante $\left(\sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} \right)$ levando-se em consideração o tempo (tv) de viagem das águas entre elas e a usina analisada, e subtraindo-se esse total da vazão defluente da usina analisada ($u_{i,t}$).

3.2.6 Volume médio armazenado

Para uma previsão mais realista, não se utiliza o valor da vazão exatamente ao final do intervalo para se fazer os cálculos do próximo intervalo, mas sim um valor médio que representaria a variação do volume em todo o intervalo, e não somente ao final ou início dele. O cálculo da vazão média é dado a seguir, na equação (3.12):

$$x_{i,t}^{med} = \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \quad \forall i,t \quad (g)$$

Nessa equação, o volume médio armazenado para o período atual é a média aritmética entre o volume armazenado ao final do período passado e o volume armazenado ao final do período atual. Esse valor de vazão média é utilizado para o cálculo da altura de queda líquida, discutida a seguir.

3.2.7 Altura de queda líquida

A altura de queda líquida é importante porque ela é uma das componentes da energia potencial da água que efetivamente irá gerar energia elétrica na usina. Transcreve-se abaixo a expressão (3.13) que calcula a altura de queda líquida no modelo proposto:

$$hl_{i,t} = hm_i(x_{i,t}^{med}) - hj_i(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad \forall i,t \quad (i)$$

A altura de queda líquida é igual à altura de montante, que é calculada através do polinômio cota *versus* volume aplicando-se o volume médio como referencial, subtraindo da cota de jusante, que é definida através do polinômio defluência *versus* cota, e subtraindo-se também a perda de carga para a situação operacional atual.

3.2.8 Função de produção de energia

A função de produção da hidrelétrica calcula a geração de energia elétrica a partir do estado de operação atual da usina. A função é reescrita a seguir:

$$ph_{i,t} = \rho \cdot g \cdot \eta_{i,t}(q, p, hb, hl) \cdot hl_{i,t} \cdot q_{i,t} \quad \forall i,t \quad (j)$$

A potência gerada pela hidrelétrica ph é igual à multiplicação do peso específico da água com a aceleração da gravidade, o rendimento (que é uma função não-linear de várias variáveis hidráulicas), a altura de queda líquida e a vazão turbinada.

3.2.9 Defluência

A defluência é a vazão total de água que sai de uma usina, conforme reproduzido na equação (3.15), a seguir.

$$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad \forall i,t \quad (k) \quad (3.15)$$

Perceba que a defluência é nada mais do que a soma da vazão turbinada com a vazão vertida.

3.2.10 Restrição de limite de volume armazenado

O volume de água armazenado em um reservatório não pode ser menor que seu limite mínimo, pois isso poderia causar problemas no processo de geração, como redemoinhos ou cavitações na turbina. O volume armazenado também não pode ser maior que seu máximo, pois a água poderia transbordar pela barragem. Na equação (3.16) transcrevem-se as restrições de limite de volume armazenado.

$$x_i^{\min} \leq x_{i,t} \leq x_i^{\max} \quad \forall i,t \quad (l) \quad (3.16)$$

A expressão (3.16) define o volume armazenado no reservatório da hidrelétrica i em um intervalo de tempo t o qual deve respeitar o limite mínimo e o limite máximo pré-estabelecido para este reservatório.

3.2.11 Restrição de limite de turbinagem

A turbinagem também tem limites de operação que devem ser respeitados, os quais são formulados conforme reescrito na equação (3.17) a seguir.

$$q_i^{\min} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t}^{\max}(h_{i,t}) \quad \forall i,t \quad (m) \quad (3.17)$$

Essa expressão define que a turbinagem da hidrelétrica i no tempo t deve ser maior que a mínima turbinagem permitida pra essa usina i e menor que o resultado da função de turbinagem máxima dessa mesma usina no tempo t .

3.2.12 Restrição de vertimento

Na expressão (3.18) transcreve-se a restrição de vertimento mínimo.

$$v_{i,t} \geq 0 \quad \forall i,t \quad (n) \quad (3.18)$$

Essa restrição garante que o modelo nunca atribuirá valores negativos de vertimento, o que seria fisicamente impossível já que isso significaria que a água estaria subindo a represa ao invés de descer.

3.3 Decomposição do modelo

Para a resolução do modelo PDHME, o modelo proposto foi decomposto em duas partes: um modelo de Pré-Despacho de geração (PD) e um modelo de Simulação Hidráulica. Essa decomposição é feita intencionalmente de maneira a retirar as variáveis hidráulicas do problema de PD, deixando este apenas com variáveis elétricas. A solução do problema de PD é dividida em duas etapas, as quais envolvem o cálculo do número de máquinas, que é feito de forma heurística e será discutido no capítulo 5 e o cálculo do pré-despacho propriamente dito, o qual é discutido no capítulo 6.

A Figura 3.1 mostra um diagrama de blocos que descreve de forma esquemática a interação entre os dados de entrada e saída relacionados aos principais módulos de programação utilizados para a solução do PDHME que foram desenvolvidos no decorrer desse trabalho de pesquisa. Nesse diagrama, destacam-se os subproblemas de PD e de simulação hidráulica, além do módulo de levantamento das curvas de perdas hidráulicas, importante para a formação da função de custo de oportunidade, que compõe o modelo proposto.

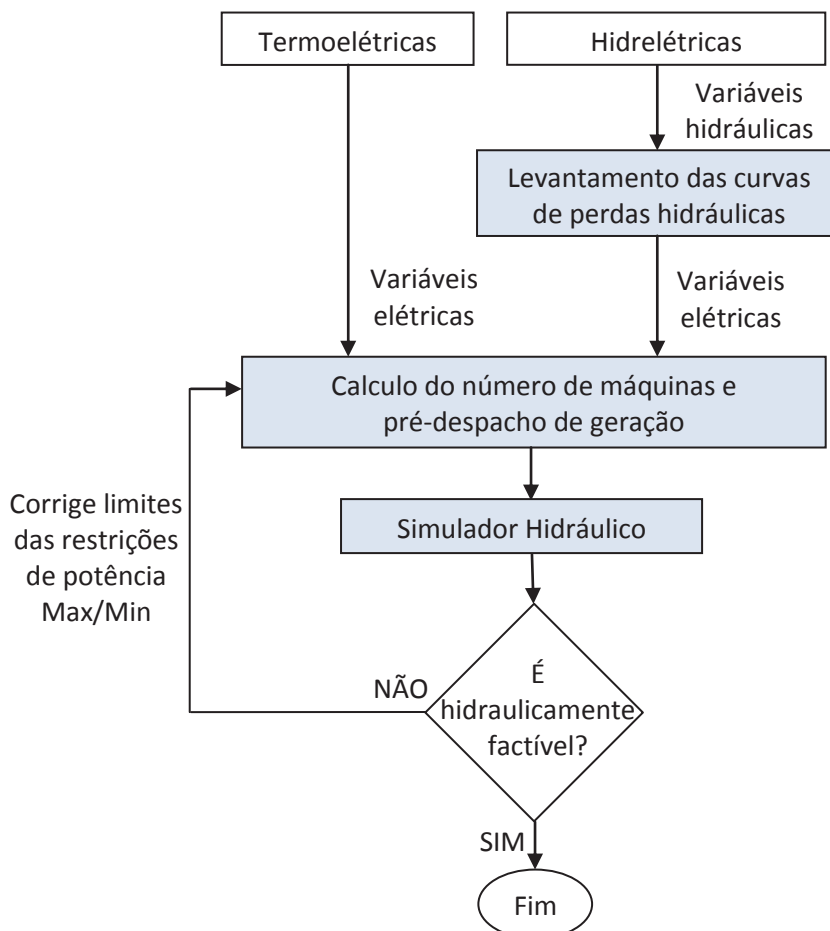


Figura 3.1 – Diagrama em blocos do modelo

O levantamento das curvas de perdas hidráulicas é apresentado no capítulo 4, onde serão discutidas as principais componentes de perdas no processo de geração das usinas hidrelétricas, e como essas perdas podem ser integradas em uma única função matemática que associa a cada valor de potência ativa gerada, um determinado valor de perdas totais calculado.

A formulação do problema de PD, resultante da decomposição do modelo PDHME proposto, é resolvido estritamente com variáveis de natureza elétrica. Ele foi dividido em duas etapas: o cálculo do número de máquinas e o pré-despacho. O cálculo do número de máquinas é discutido no capítulo 5. Mostra-se que o problema de PDHME pode ser reformulado e resolvido através de algoritmos genéticos. O problema de Pré-Despacho é discutido no capítulo 6, o qual foi resolvido usando-se o método de pontos interiores primal-dual com barreira logarítmica.

A partir das soluções calculadas para o PD, as potências despachadas das hidrelétricas e termoelétricas são repassadas ao simulador hidráulico, que verificará se os despachos calculados pelo PD são factíveis do ponto de vista das restrições hidráulicas do modelo PDHME. Caso o despacho calculado pelo PD não seja hidraulicamente factível, o simulador hidráulico basicamente corrigirá os limites de potência máxima e mínima das hidrelétricas, repassando posteriormente esses novos valores para o PD que deverá ser novamente executado com as novas restrições corrigidas. Caso não ocorra inconsistência alguma, o simulador hidráulico termina sua execução, com a solução final do despacho. A técnica de implementação do simulador hidráulico será apresentado no capítulo 7.

Capítulo 4

Curvas de Perdas Hidráulicas

4 Curvas de Perdas Hidráulicas

Este capítulo tem como objetivo descrever o cálculo das curvas de perdas hidráulicas, que são utilizadas na formulação do custo de oportunidade hidráulico do modelo de Pré-Despacho Hidrotérmico para Mercados de Energia (PDHME). As curvas de perdas hidráulicas têm como objetivo representar, através de variáveis puramente elétricas, as principais características hidráulicas associadas à eficiência da usina, possibilitando assim o decomposição das variáveis de natureza hidráulica das de natureza elétrica no problema de PDHME.

4.1 Levantamento de dados

As perdas hidráulicas dependem do número de máquinas (N_m) em operação em uma hidrelétrica. De fato, existe uma curva de perdas hidráulicas específica para cada configuração de número de máquinas em operação de uma usina.

A curva que descreve os índices de rendimento para vários pontos operativos (curva colina) de uma máquina é uma informação muito importante para o levantamento das perdas hidráulicas. Através dessa curva pode-se extrair, além dos rendimentos, os limites operacionais de turbinagem máxima (q_{maximo}) e mínima (q_{minimo}) de cada máquina da hidrelétrica, caso a curva seja dada em função da turbinagem. Se a curva for dada em função da potência ativa gerada, pode-se utilizar a equação (2.11) para se obter os limites de turbinagem.

Para uma usina com várias máquinas em operação, as turbinagens máxima e mínima da usina são obtidas multiplicando-se os valores de turbinagem máxima e mínima de cada máquina pelo número de máquinas da usina, conforme mostrado em (4.1) e (4.2):

$$q_{max} = N_m \cdot q_{maximo} \quad (4.1)$$

$$q_{min} = N_m \cdot q_{minimo} \quad (4.2)$$

Em que:

q_{min} : turbinagem mínima da usina para o atual número de máquinas em operação.

q_{max} : turbinagem máxima da usina para o atual número de máquinas em operação.

Para o cálculo da função de perdas hidráulicas, é necessário também obter o valor atualizado da cota de montante (hm) da hidrelétrica. Esse valor não é tabelado, muito pelo contrário, ele varia dia a dia e portanto deve ser medido no início da simulação. Mostra-se na seção 4.4 que diferentes curvas de perdas são obtidas para diferentes valores de cota de montante, e que as variações nos valores de hm podem alterar de forma significativa o cálculo das perdas hidráulicas.

4.2 Produtividade e perdas hidráulicas

Um bom modo de se medir a eficiência de transformar a energia potencial presente na água do reservatório em energia elétrica é através da curva de produtividade. Esta curva mostra a quantidade de energia em MW que a usina produz para cada m^3 de água turbinada. A produtividade pode ser calculada conforme mostrado na equação (4.3):

$$prod = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot hl \quad (4.3)$$

Como este trabalho propõe um modelo em que as variáveis elétricas são tratadas de forma separada das hidráulicas, optou-se por adotar a estratégia do cálculo de perdas hidráulicas, que nos fornece uma função que é escrita em termos apenas da potência elétrica perdida no processo de transformação de energia. O conceito da função de perdas hidráulicas foi proposto (Arce Encina 2006) de modo que as perdas tenham seu ponto mínimo no ponto de máxima produtividade e os outros pontos são calculados em função do seu distanciamento do ponto de máxima produtividade. Assim, é importante destacar que as perdas hidráulicas calculadas com base nesse conceito, são perdas relativas ao ponto de máxima produtividade. Assim, as perdas hidráulicas não são perdas efetivas de energia, mas representam quanto se está deixando de ganhar por não operar no ponto de máxima produtividade. A função de perdas hidráulicas estabelece um valor de perda para cada nível de potência ativa gerada, de modo que apenas variáveis associadas à parte elétrica da modelagem estejam envolvidas na formulação do problema. Esta estratégia analisa o quanto que a usina está “perdendo” de energia por não estar operando em seu ponto de máxima produtividade.

Como se pode ver na Figura 4.1, maximizar a produtividade é o mesmo que minimizar as perdas hidráulicas. Além disso repara-se que no ponto de máxima produtividade as perdas hidráulicas associadas tem seu valor mínimo, já que este ponto é a referência para o cálculo das perdas hidráulicas.

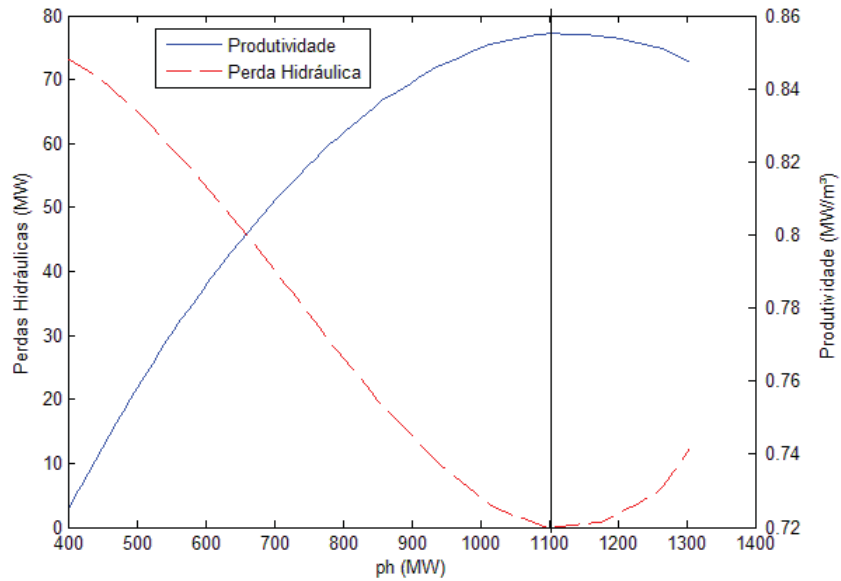


Figura 4.1 – Produtividade e Curva de Perdas Hidráulicas para a Usina Hidrelétrica de Furnas

As perdas hidráulicas são obtidas através da somatória de 3 componentes básicas: a perda devido ao rendimento do par turbina-gerador, a perda devido a elevação do canal de fuga da hidrelétrica e a perda de carga.

A perda devido ao rendimento do par turbina-gerador é calculado conforme (4.4). Repara-se que essa perda é relativa ao ponto de máximo rendimento.

$$p_{\eta} = (\eta_{ref} - \eta) \cdot \rho \cdot g \cdot hl \quad (4.4)$$

Em que:

p_{η} : potência perdida devido ao desvio do rendimento do par turbina-gerador do rendimento de referência, calculado no ponto de produtividade máxima (W).

η_{ref} : rendimento no ponto de máxima produtividade.

η : rendimento no ponto analisado.

A perda associada à elevação do canal de fuga (nível de jusante) é calculada conforme (4.5).

$$p_j = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot (hj - hj_{ref}) \quad (4.5)$$

Em que:

p_j : potência perdida devido ao desvio da altura de jusante do reservatório em relação a altura de jusante de referência, calculada no ponto de máxima produtividade (MW).

hj : cota de jusante no ponto analisado (m).

hj_{ref} : cota de jusante de referência, calculada no ponto de máxima produtividade (m).

A perda de carga é dada conforme a equação (4.6).

$$p_c = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot (pc - pc_{ref}) \quad (4.6)$$

Em que:

p_c : potência perdida associada ao desvio da perda de carga em relação a perda de carga de referencia, calculada no ponto de máxima produtividade (MW).

pc : perda de carga no ponto analisado.

pc_{ref} : perda de carga de referência, calculada no ponto de máxima produtividade.

A perda hidráulica total p_t em um dado ponto é calculada somando-se suas componentes parciais, conforme mostrado em (4.7).

$$P_t = P_\eta + P_j + P_c \quad (4.7)$$

Para se calcular a perda hidráulica para um certo número de máquinas em funcionamento, deve-se primeiro achar o ponto de máxima produtividade, o qual será a referência, e armazenar os valores de rendimento n_{ref} , altura de queda líquida hl_{ref} , e perda de carga pc_{ref} encontrados neste ponto. Após isso, é realizada uma variação incremental da turbinagem (com discretização previamente escolhida) em uma determinada faixa operativa e calculam-se novamente, para cada valor de turbinagem atribuído, os valores de rendimento, altura de queda líquida e perda de carga. A partir desses novos valores, calculam-se: a perda devido ao rendimento do par turbina-gerador, conforme (4.4), a perda devido a elevação do canal de fuga, conforme (4.5), a perda de carga, como em (4.6), e finalmente, a perda hidráulica total, utilizando-se (4.7).

A Figura 4.2 mostra a perda hidráulica devido ao rendimento do par turbina-gerador para a hidrelétrica de Furnas, que foi calculado em 100 pontos dentro dos limites da faixa operativa da usina.

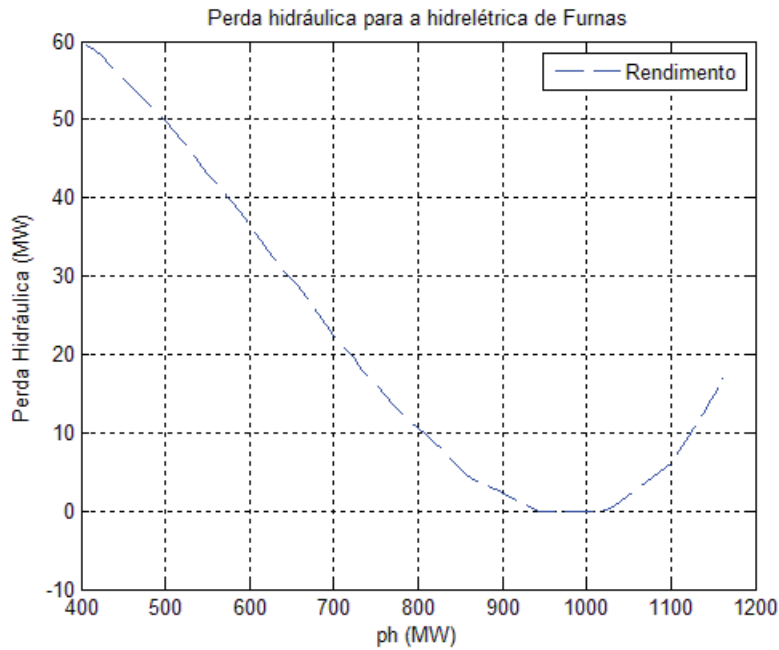


Figura 4.2 – Perda devido ao rendimento para a hidrelétrica de Furnas

Na Figura 4.3, foi acrescentado a perda devido a elevação da cota do canal de fuga, apresentada no gráfico como “Jusante”, que foi calculado em 100 pontos dentro da faixa operativa. É importante destacar que em alguns pontos do gráfico nota-se que as perdas hidráulicas associadas ao canal de fuga possuem valores negativos. Esses valores são obtidos em função da referência adotada. Nesses pontos, a relação $h_j - h_{j_{ref}}$ possui valor negativo em (4.5), ou seja, a altura de jusante é inferior ao valor de altura de jusante de referência (ponto de máxima produtividade). É importante destacar ainda que as perdas hidráulicas totais são sempre positivas e que sempre possuem valores nulos no ponto de máxima produtividade estabelecido como referência. Outro aspecto que deve ser destacado é que o estabelecimento de diferentes referências para cada uma das componentes de perdas não é fisicamente aceitável, já que inviabilizaria a somatória das perdas e cálculo das perdas totais (para que as perdas possam ser somadas, é necessário que tenham sido calculadas em relação à mesma referência).

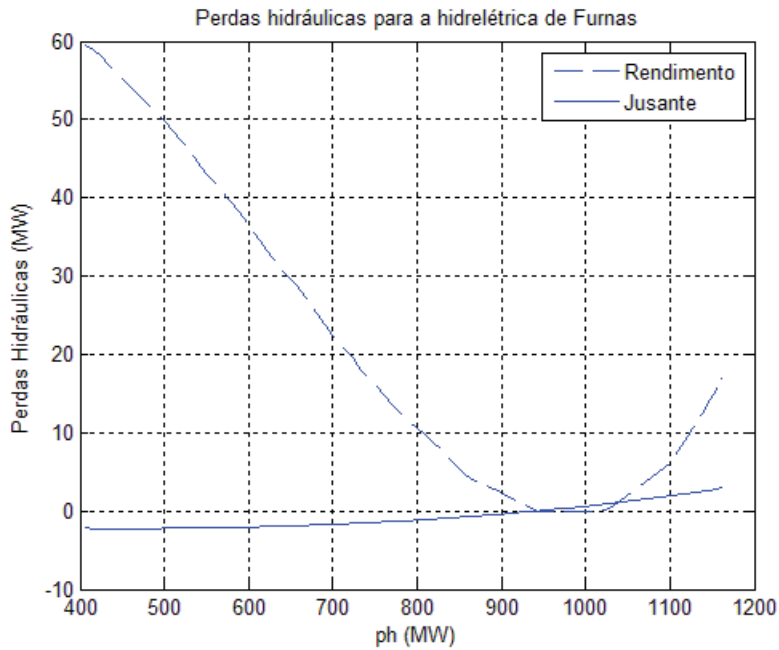


Figura 4.3 - Perdas devido ao rendimento e ao nível de jusante para a hidrelétrica de Furnas

Na Figura 4.4, foi acrescentada a perda de carga, apresentada no gráfico como “Hidráulica”, que foi calculada em 100 pontos dentro da faixa operativa. Os mesmos comentários com relação a alguns valores negativos para as perdas de carga também se aplicam a essa componente das perdas. É importante ainda comparar as ordens de grandeza das 3 componentes de perdas mostradas na figura. O que se observa é que a componente mais expressiva está relacionada ao rendimento da máquina, e que as demais componentes são bem menos expressivas. Essa observação é válida para a grande maioria das usinas sobre as quais se possui dados confiáveis.

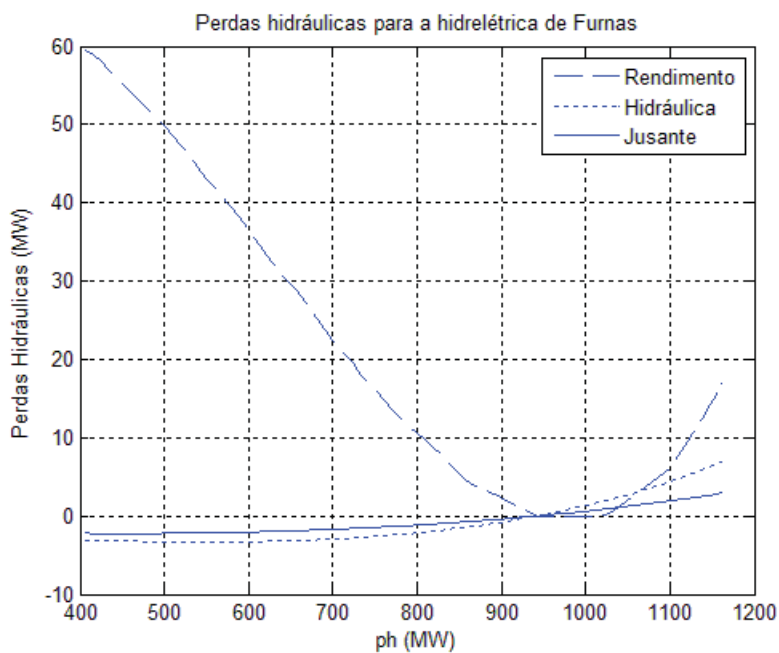


Figura 4.4 - Perdas devido ao rendimento, nível de jusante e perda de carga para a hidrelétrica de Furnas

Na Figura 4.5, foi acrescentada a perda total, que é a somatória das perdas devido ao rendimento, nível de jusante e perda de carga. A perda total é apresentada como “Total” na Figura 4.5, e foi calculada em 100 pontos dentro da faixa operativa.

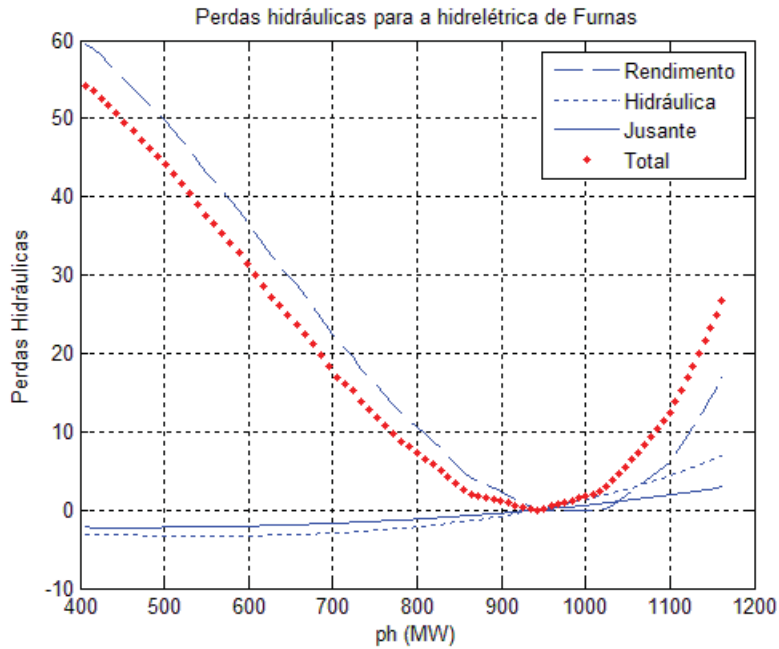


Figura 4.5 – Perdas Hidráulicas para a hidrelétrica de Furnas

Calculados todos os pontos de perda hidráulica total, é feita uma aproximação polinomial de forma a representar as perdas hidráulicas através de uma função de potência gerada versus perdas hidráulicas, a qual é denominada função de perdas hidráulicas ($L(ph)$).

Na Figura 4.6, foi acrescentada a curva que representa a função de perdas hidráulicas, apresentada na figura como “curva aprox”:

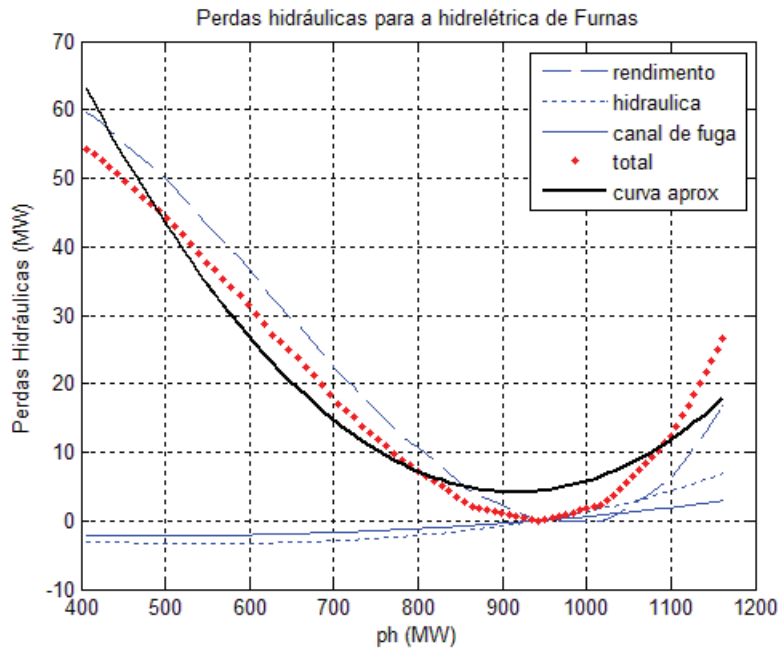


Figura 4.6 – Perdas hidráulicas para 8 máquinas em operação da usina de Furnas

Para o exemplo da Figura 4.6, foi calculada a função de perdas hidráulicas mostrada em (4.8).

$$L(ph) = 0,0001139.ph^2 - 0,2827401.ph + 177.7919 \quad (4.8)$$

Em que: $L(ph)$ é a Função de Perdas Hidráulicas.

4.3 Algoritmo

Descreve-se abaixo o algoritmo do cálculo das perdas hidráulicas para um certo número de máquinas em operação de uma usina. As variáveis apresentadas que não foram abordadas nas seções anteriores estão descritas logo após o algoritmo.

INICIO

Passo 1: Inicialização

Inicializar hm e N_m

Obter q_{maximo} e q_{minimo} a partir da curva colina

Calcular q_{max} e q_{min} conforme (4.1) e (4.2)

$i \leftarrow 1$, onde i é índice de posicionamento vetorial

$q^i \leftarrow q_{min}$

Inicializar $prod_{ref}$, hj_{ref} , pc_{ref} , e η_{ref} , todos com 0 (zero)

Passo 2: Determinação do tamanho do passo

$$\text{Passo} \leftarrow (q_{\max} - q_{\min}) / N_{\text{pontos}}$$

Passo 3: Cálculo de parâmetros

Calcular h_j^i , h_b^i , p_c^i e h_l^i através da seção 2.1.7

Calcular η^i através da tabela de rendimentos (curva colina):

Se a tabela for do tipo potência *versus* h_l , fazer um cálculo iterativo variando-se a potência até que a turbinagem calculada através de (2.11) alcance q^i .

Se o valor de q^i estiver entre dois valores da tabela de rendimentos, fazer interpolação linear. O mesmo vale para os valores de potência, e h_l .

Calcular ph^i através de (2.10)

Calcular $prod^i$ através de (2.12)

Passo 4: Guardar valores na produtividade máxima

SE $prod_{\text{ref}} < prod^i$ FAÇA

$$prod_{\text{ref}} \leftarrow Prod^i$$

$$h_{j_{\text{ref}}} \leftarrow h_j^i$$

$$p_{c_{\text{ref}}} \leftarrow p_c^i$$

$$\eta_{\text{ref}} \leftarrow \eta^i$$

FIM SE

PASSO 5: Laço

SE $q_i < q_{\max}$,

$$i \leftarrow i+1$$

$$q_i \leftarrow q_{i-1} + \text{Passo}$$

voltar para o passo 3

FIM SE

Passo 6: Calcular perdas hidráulicas em todos os pontos

PARA $j=1$ ATÉ $j=i$ FAÇA

Calcular p_n^j , p_j^j , p_c^j e p_t^j segundo as equações (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7) respectivamente

FIM PARA

Passo 7: Cálculo da Função de Perdas

Aproximar todos os valores de p_h versus p_t através do método dos quadrados mínimos.

FIM

No qual:

N_{pontos} : é o número de pontos desejados para se levantar a curva de perdas. Quanto mais pontos, mais precisa será a curva, e mais iterações serão necessárias. Neste trabalho foram utilizados 100 pontos.

$p_{\text{rod}_{\text{ref}}}$: é o valor da produtividade no ponto de referência.

$h_{j_{\text{ref}}}$: é o valor da cota de jusante no ponto de referência.

$p_{C_{\text{ref}}}$: é o valor da perda de carga no ponto de referência.

η_{ref} : é o valor do rendimento no ponto de referência.

q_i : é um vetor contendo todos os valores de tubinagem analisados.

p_h : é um vetor contendo todos os valores de potência gerada analisados.

h_j : é um vetor contendo todos os valores de cota de jusante analisados.

h_b : é um vetor contendo todos os valores de altura de queda bruta analisados.

p_c : é um vetor contendo todos os valores de perda de carga analisados.

h_l : é um vetor contendo todos os valores de altura de queda líquida analisados.

η : é um vetor contendo todos os valores de rendimento analisados.

p_h : é um vetor contendo todos os valores de potência calculados.

p_{rod} : é um vetor contendo todos os valores de produtividade calculados.

4.4 Exemplo de cálculo de perdas hidráulicas

A curva de perdas hidráulicas pode variar de acordo com o estado da usina, essa seção irá abordar o caso de variação da cota de montante.

Serão usados os dados da hidrelétrica de Furnas, com 4 máquinas do seu primeiro conjunto de máquinas em operação.

Cota de montante máxima: $hm_{\text{max}} = 768$ m

Cota de montante mínima: $hm_{\text{min}} = 750$ m

Altura de queda eficaz: $h_{\text{ef}} = 90$ m

Número total de máquinas: $n_{\text{máq}} = 8$

Potência mínima de cada máquina (1º conjunto): $p_{\text{min}} = 50$ MW

Potência máxima de cada máquina (1º conjunto): $p_{\text{max}} = 170$ MW

Coefficientes dos polinômios:

Tabela 4.1 – Polinômios da hidrelétrica de Furnas

Polinômio	a0	a1	a2	a3	a4
Volume versus cota de montante	735,25	4,496E-3	-1,974E-7	6,917E-12	-9,773E-17
Defluência versus cota do canal de fuga	671,63	1,017E-3	-1,799E-7	2,513E-11	0

Na Tabela 4.2 são apresentados os valores de altura de queda líquida *versus* potência *versus* rendimento (curva colina) para o primeiro conjunto de máquinas de Furnas.

Tabela 4.2 – Tabela de rendimentos para uma máquina da usina de Furnas

		Queda Líquida (m)																		
		70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104	106
Potência (W)	50	0,86	0,854	0,849	0,843	0,838	0,832	0,826	0,821	0,815	0,808	0,802	0,796	0,789	0,783	0,776	0,77	0,763	0,756	0,749
	60	0,888	0,884	0,879	0,873	0,868	0,863	0,857	0,851	0,845	0,839	0,832	0,826	0,819	0,812	0,805	0,798	0,79	0,783	0,775
	70	0,91	0,906	0,902	0,897	0,893	0,888	0,882	0,877	0,871	0,865	0,859	0,852	0,846	0,839	0,831	0,824	0,816	0,808	0,799
	80	0,924	0,921	0,918	0,915	0,912	0,908	0,903	0,898	0,893	0,888	0,882	0,876	0,869	0,862	0,855	0,847	0,839	0,83	0,821
	90	0,93	0,93	0,929	0,927	0,925	0,922	0,919	0,915	0,911	0,906	0,901	0,895	0,889	0,882	0,875	0,867	0,859	0,85	0,841
	100	0,93	0,931	0,932	0,933	0,932	0,931	0,93	0,927	0,924	0,921	0,917	0,912	0,906	0,9	0,893	0,886	0,877	0,869	0,859
	110	0,921	0,926	0,929	0,932	0,934	0,935	0,936	0,935	0,934	0,932	0,929	0,925	0,92	0,915	0,908	0,901	0,893	0,885	0,875
	120	0,906	0,913	0,92	0,926	0,93	0,934	0,937	0,938	0,939	0,938	0,937	0,934	0,931	0,926	0,921	0,914	0,907	0,898	0,889
	130	0,883	0,894	0,904	0,913	0,921	0,927	0,933	0,937	0,94	0,941	0,942	0,941	0,939	0,935	0,931	0,925	0,918	0,91	0,9
	140	0,852	0,868	0,882	0,895	0,906	0,916	0,924	0,931	0,936	0,94	0,942	0,944	0,943	0,941	0,938	0,933	0,927	0,919	0,91
	150	0,814	0,835	0,853	0,87	0,885	0,898	0,91	0,92	0,928	0,935	0,94	0,943	0,944	0,944	0,942	0,939	0,933	0,926	0,917
	160	0,769	0,794	0,818	0,839	0,859	0,876	0,891	0,905	0,916	0,926	0,933	0,939	0,943	0,944	0,944	0,942	0,937	0,931	0,923
	170	0,716	0,747	0,776	0,802	0,826	0,848	0,868	0,885	0,9	0,913	0,924	0,932	0,938	0,942	0,943	0,942	0,939	0,934	0,926

A Figura 4.7 apresenta a representação gráfica da Tabela 4.2, ou seja, apresenta a curva de altura de queda líquida *versus* potência *versus* rendimento (curva colina) do primeiro conjunto de máquinas de Furnas.

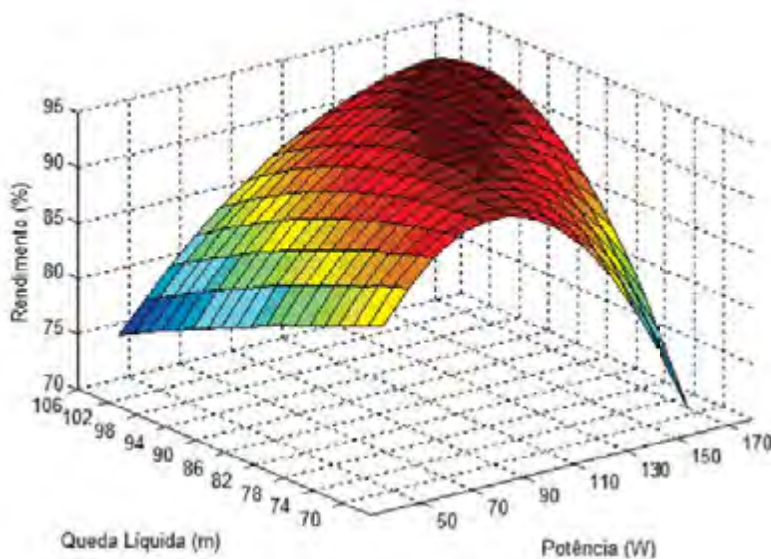


Figura 4.7 – Curva Colina para a hidrelétrica de Furnas

Apresenta-se na Figura 4.8, as curvas de perdas hidráulicas calculadas para a usina de Furnas, para 4 máquinas em operação no caso da cota de montante estar a 100% de capacidade. A Figura 4.9 apresenta as curvas de perdas hidráulicas para a usina de Furnas, para 4 máquinas em operação no caso da cota de montante estar a 50% da capacidade.

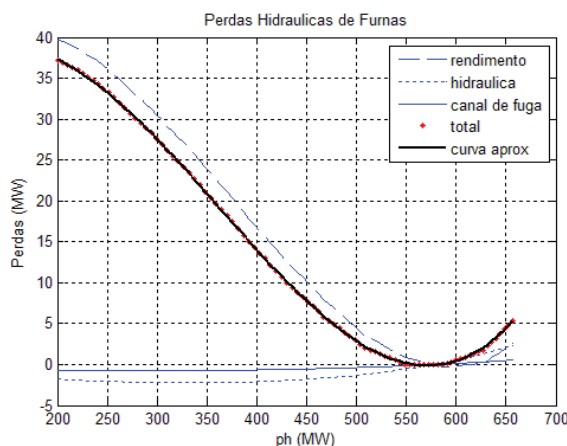


Figura 4.8 – Perda Hidráulica de Furnas para reservatório a 100% da capacidade

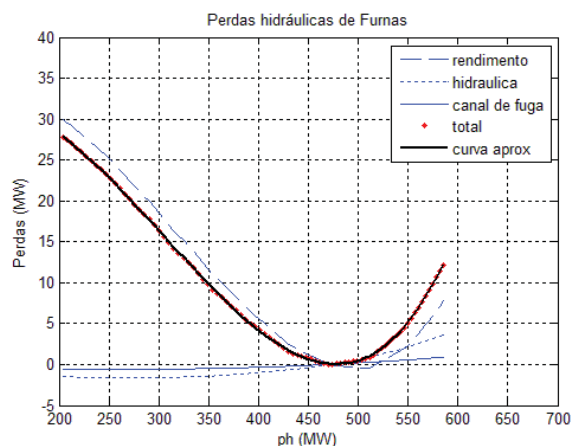


Figura 4.9 – Perda Hidráulica de Furnas para reservatório a 50% da capacidade

Como é possível notar, a variação da cota de montante altera significativamente não só o ponto de mínimas perdas como também os limites máximos e mínimos de geração. Isto ocorre porque a diminuição da altura de queda implica diretamente na diminuição da energia potencial disponível, ocasionando uma menor capacidade de geração de energia elétrica.

Devido a essa variação é importante fazer o cálculo do polinômio de perdas hidráulicas no início do estudo, e não adotar o polinômio como se fosse simplesmente um dado de entrada tabelado. Contudo, como a cota de montante de uma usina não varia significativamente com o passar de um dia, pode-se fazer o cálculo das perdas hidráulicas apenas para a primeira hora do dia e considerar os polinômios de perdas como sendo inalterados durante o resto do estudo, sem a necessidade de se atualizar para cada hora do dia.

4.5 Curvas de perdas para toda a usina

Conforme destacado no algoritmo descrito na seção 4.3, para cada quantidade de máquinas em operação de uma usina, existe uma curva de perdas hidráulicas para essa usina assim, por exemplo, se a hidrelétrica tiver 10 máquinas, serão levantadas 10 curvas de perdas hidráulicas, uma para cada quantidade de máquinas em operação.

Para se levantar a curva de perdas para várias máquinas, é preciso manter um ponto de referência comum a todas elas, sendo que neste trabalho o ponto de referência adotado é a maior produtividade que a hidrelétrica pode alcançar. Para se conseguir esse ponto de referência, é preciso primeiro levantar todas as curvas de produtividade, uma para cada quantidade de máquinas em operação, e depois achar o ponto de máxima produtividade de toda a usina, conforme mostrado na Figura 4.10 para a hidrelétrica Mascarenha de Moraes, a qual possui 10 máquinas.

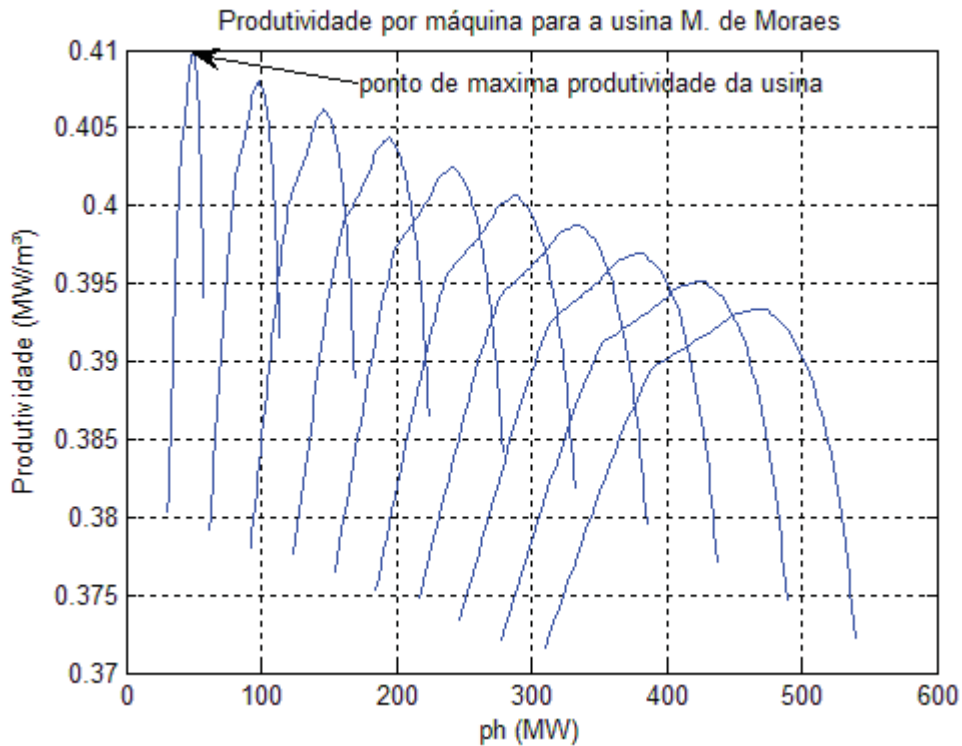


Figura 4.10 – Curvas de produtividade para a hidrelétrica M. de Moraes

Após obtido o ponto de máxima produtividade da usina, é necessário guardar os valores de rendimento n_{ref} , altura de queda líquida hl_{ref} e perda de carga pc_{ref} encontrados neste ponto. Com os valores de referência definidos, repete-se o processo descrito na seção 4.3 para todas as máquinas da usina, sempre mantendo-se os valores de referência inalterados, calculando assim uma curva de perdas hidráulicas para cada número de máquinas em operação, conforme mostrado na Figura 4.11 para a usina de Mascarenha de Moraes.

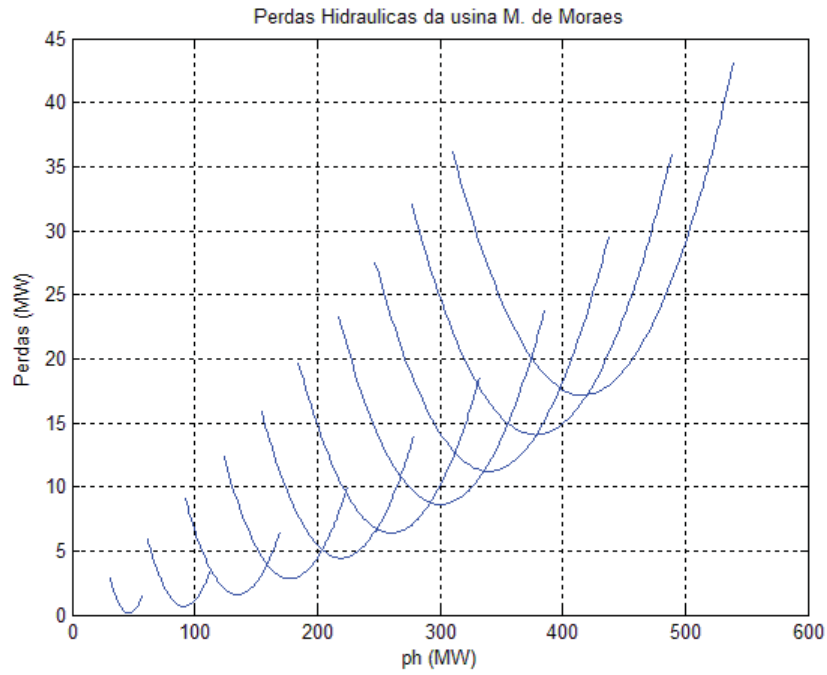


Figura 4.11 – Perdas Hidráulicas por máquina para a hidrelétrica Mascarenhas de Moraes

Na Figura 4.11 vemos representadas as perdas hidráulicas para cada número de máquinas em funcionamento, onde a curva mais à esquerda representa a perda para 1 máquina e a mais à direita representa a perda para 10 máquinas em operação.

Capítulo 5

Determinação do número de máquinas

5 Determinação do número de máquinas

Existem várias heurísticas para a determinação do número de máquinas em operação a partir das curvas de perdas hidráulicas. Este capítulo abordará duas delas, o método da curva equivalente total, e o método utilizando algoritmos genéticos, sendo que este último é aquele que de fato foi utilizado para a resolução do PDHME.

A determinação do número de máquinas pelo método da curva equivalente total consiste em se determinar uma curva de perdas equivalente, de forma a representar as perdas hidráulicas da usina hidrelétrica através de uma única função aproximada. O problema de PD é então resolvido utilizando-se tal função objetivo aproximada. A partir da solução desse PD, os números de máquinas são fixados para cada usina. Em uma próxima etapa, as curvas de perdas hidráulica originais são utilizadas fixando-se o número de máquinas previamente calculado. Esse algoritmo é repetido até que não haja mais alteração entre o número de máquinas calculado entre uma iteração e outra do algoritmo..

A determinação do número de máquinas por algoritmos genéticos consiste basicamente em resolver o problema de Pré-Despacho (PD) de forma aproximada, mas com exatidão o suficiente para determinar em que faixa de máquinas em operação as usinas têm sua melhor operação. Este método possui boa robustez em lidar com problemas inteiros, não lineares, descontínuos e não deriváveis, que é o caso da determinação do número de máquinas.

5.1 Método da curva equivalente total

Conforme destacado na seção 4.5, para cada quantidade de máquinas em operação de uma usina, existe uma curva de perdas hidráulicas. Essa característica da função de perdas hidráulicas torna o problema de PDHME um problema inteiro, já que parte da função objetivo depende do número de máquinas em operação. Por isso, foi estudado um modo de tratar as características inteiras da formulação. Uma das formas de tratar tal problema consiste em definir uma curva de perdas equivalente para toda a usina.

A curva equivalente é definida com base no levantamento das curvas de perdas para cada número de máquinas possível em operação. Assim, por exemplo, se a hidrelétrica tiver 10 máquinas, serão levantadas 10 curvas de perdas hidráulicas, conforme mostrado na Figura 4.11 para a usina de Mascarenhas de Moraes.

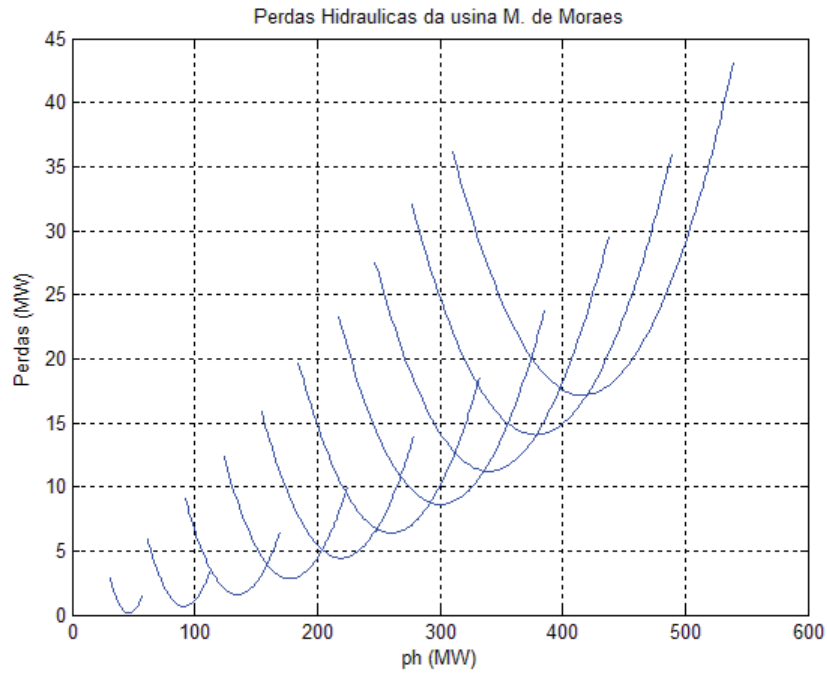


Figura 5.1 – Perdas Hidráulicas por máquina para a hidrelétrica Mascarenhas de Moraes

Na Figura 5.1 vemos representadas as perdas hidráulicas para cada número de máquinas em funcionamento, onde a curva mais à esquerda representa a perda para 1 máquina e a mais à direita representa a perda para 10 máquinas em operação.

Após levantadas as curvas para cada quantidade de máquinas em operação, define-se a envolvente inferior da curva de perdas como sendo a curva que envolve inferiormente todas as outras curvas (envelope da curva), como mostrado em negrito na Figura 5.2. A curva envolvente é escolhida de modo que se utilize a menor perda hidráulica, sempre que duas ou mais quantidades de máquinas possam ser utilizadas para a geração de um mesmo nível de potência ativa ph pré-determinado.

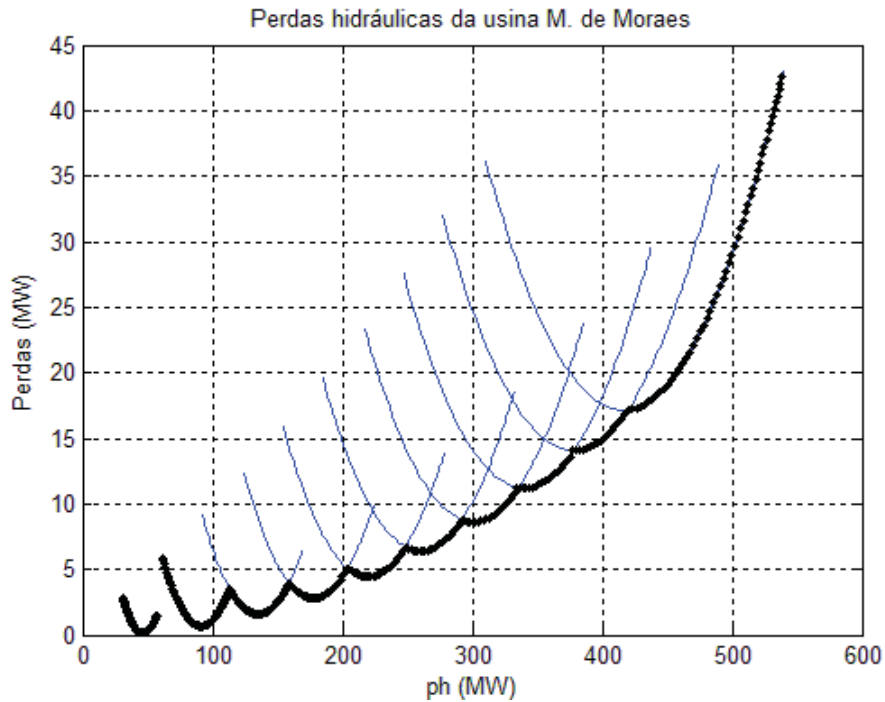


Figura 5.2 – Envoltória inferior das máquinas para a hidrelétrica M. de Moraes

Repara-se que a envoltória é ainda uma função não diferenciável e descontínua em alguns pontos, o que dificulta a sua utilização como uma função objetivo em problemas de PD. Assim, é definida uma curva equivalente total para a representação da envoltória. A curva equivalente é definida a partir da curva envoltória inferior do conjunto de curvas de perdas através de uma aproximação polinomial de segunda ordem para os pontos da envoltória, denominada função de perdas hidráulicas equivalente, ou apenas curva equivalente. Essa aproximação polinomial dá origem à curva de perdas equivalente, que na Figura 5.3 encontra-se em tracejada.

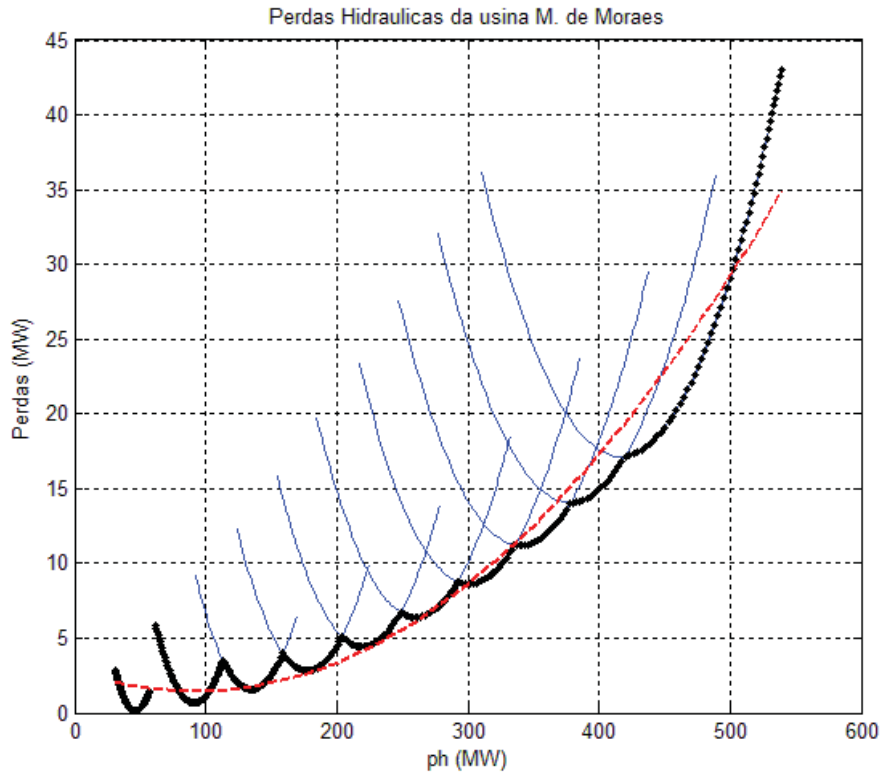


Figura 5.3 – Perdas Hidráulicas por máquina e equivalente para a hidrelétrica M. de Moraes.

Para determinar o número de máquinas em operação, divide-se a envoltória inferior em faixas de operação, em que cada faixa define um número de máquinas em operação. Em cada faixa sempre é escolhido a menor perda da curva de perdas de cada máquina, conforme mostrado na Figura 5.4.

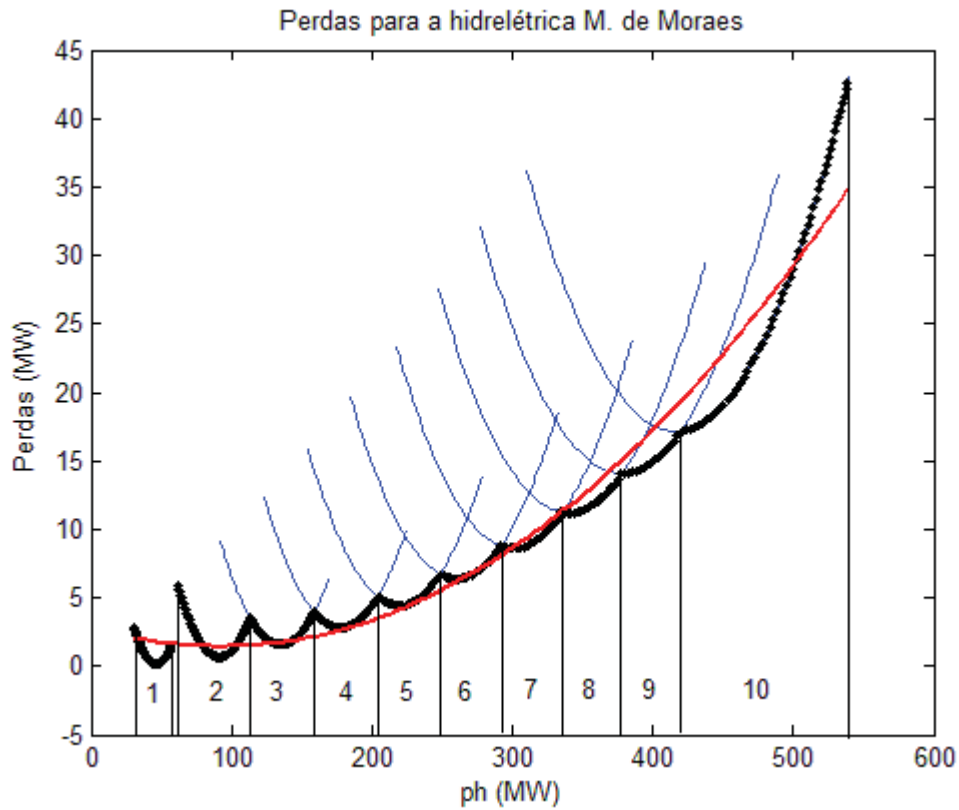


Figura 5.4 – Faixas de máquinas em operação para a hidrelétrica M. de Moraes

Na Figura 5.4, os números interiores ao gráfico representam a quantidade de máquinas em operação para o interior da faixa delimitado pelas linhas a esquerda e a direita do número.

A partir da função de perdas hidráulicas equivalente, pode-se resolver o Pré-Despacho de geração (PD) utilizando-se métodos clássicos de otimização sem se preocupar com não-diferenciabilidades, ou descontinuidades.

A partir da solução do PD obtêm-se as potências horárias despachadas para cada hidrelétrica em questão. Com tais valores de potência verifica-se, utilizando as faixas pré-definidas na Figura 5.4, o número de máquinas em operação deste despacho em cada hora do dia, como mostrado na Figura 5.5.

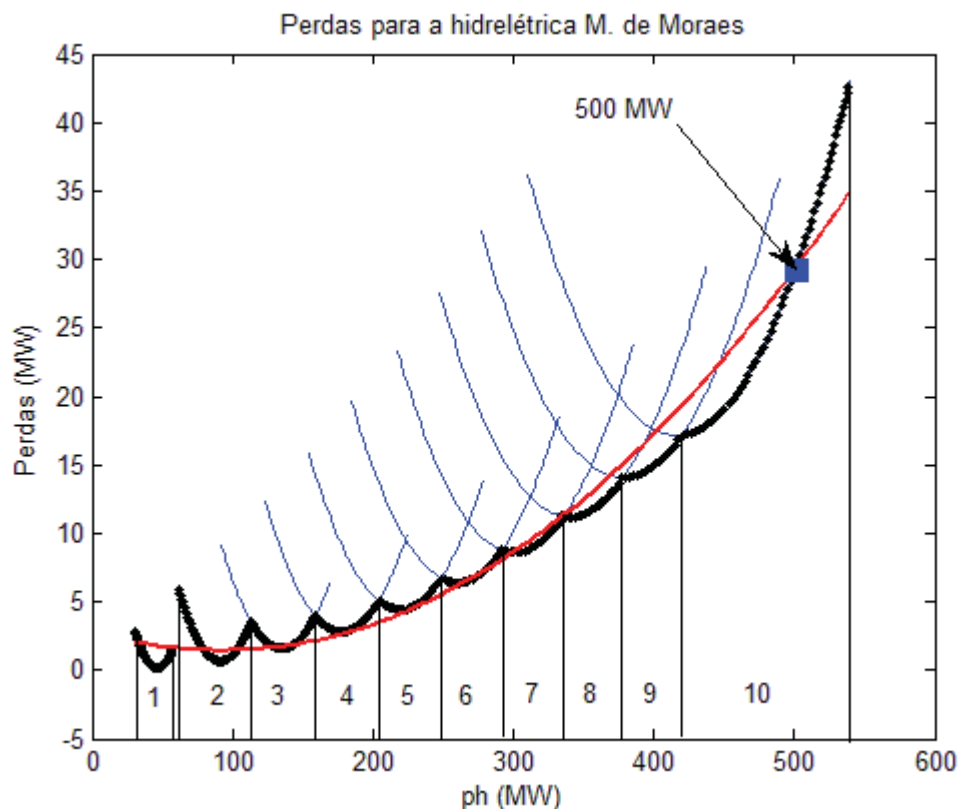


Figura 5.5 – Exemplo de determinação de número de máquinas a partir de um despacho de 500 MW

No exemplo da Figura 5.5, é apresentado em destaque um despacho de 500 MW para um determinado intervalo de tempo. Para encontrar o número de máquinas em operação, é necessário visualizar em que faixa operativa essa potência se encontra. Para o exemplo dado, a potência de 500 MW encontra-se na faixa de 10 máquinas em operação.

Um dos principais problemas com essa heurística de determinação do número de máquinas está relacionado às aproximações que são introduzidas na curva envoltória utilizando-se a curva equivalente. A representação da curva envoltória através da curva equivalente pode ser muito imprecisa para algumas usinas hidrelétricas que possuem curvas de perdas hidráulicas irregulares. Essa simplificação na representação da envoltória pode levar à determinação de um número de máquinas que não leve em conta as características originais do problema de PD. Na seção a seguir, propõe-se um método baseado em algoritmos genéticos, em que se utiliza a curva envoltória original sem a necessidade de aproximações para a solução do PD.

5.2 Número de máquinas através de algoritmos genéticos

Uma grande desvantagem do método da curva equivalente total é a imprecisão da curva equivalente em usinas com um reduzido número de máquinas. Nesses casos, a diferença entre

a curva equivalente e a envoltória inferior pode ser muito grande, de tal forma que a curva equivalente não representa a efetiva possibilidade de perdas. Outro problema desse método está relacionado às descontinuidades na envoltória inferior, que podem ser relativamente bruscas e também não são representadas pela curva de perdas equivalente.

Um exemplo que ilustra essa dificuldade de representatividade da curva equivalente em relação à envoltória é mostrado para a usina hidrelétrica de Capivara, apresentada na Figura 5.6.

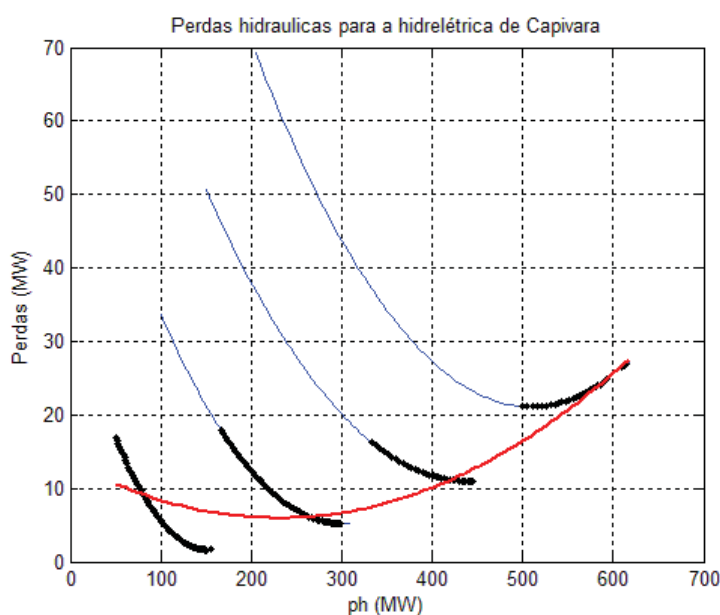


Figura 5.6 – Perdas hidráulicas para a hidrelétrica de Capivara

Na Figura 5.6, percebe-se nitidamente os vários pontos de descontinuidade da envoltória inferior. Pode-se notar também que a curva equivalente está muito longe de representar essa envoltória. De fato, a envoltória inferior pode representar uma função não linear, descontínua e não derivável, o que faz dela uma função muito difícil de se tratar através de métodos clássicos de otimização. Devido a todos esses problemas, esse trabalho propõe a utilização de algoritmos genéticos para a resolução do problema de determinação de números de máquinas em operação. Como se sabe, esses algoritmos tratam de forma eficiente funções objetivos e/ou restrições que envolvam não linearidades e/ou descontinuidades.

A grande vantagem de se trabalhar com algoritmos genéticos é a possibilidade de se utilizar a envoltória inferior de maneira direta, sem aproximações. A Figura 5.7 mostra um exemplo do gráfico apenas com a envoltória inferior da hidrelétrica de Capivara.

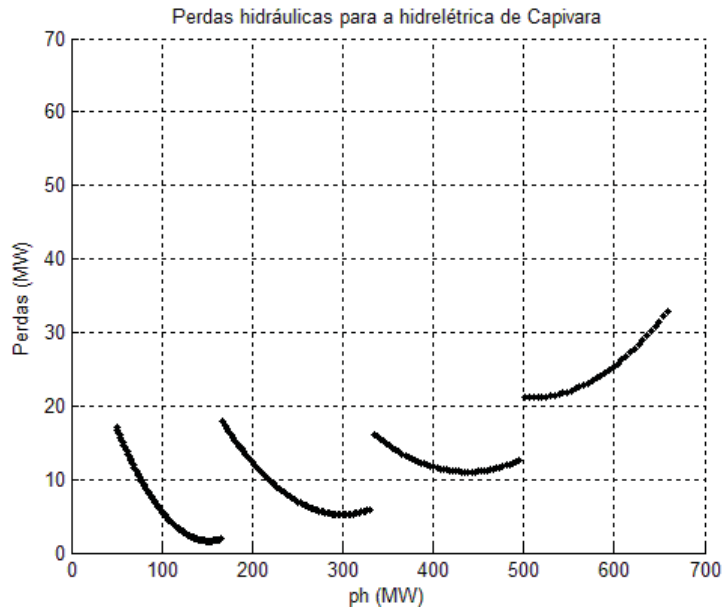


Figura 5.7 – Envoltória inferior para a hidrelétrica de Capivara

A Figura 5.7 mostra exatamente o espaço em que o algoritmo genético irá trabalhar nesta usina, levando em conta todas as não linearidades e descontinuidades da mesma.

A Figura 5.8 acrescenta as faixas de números de máquinas em operação. Essas faixas são utilizadas de maneira mais realista quando são trabalhadas diretamente a partir da envoltória inferior, pois o algoritmo de otimização utilizado para resolver o PD buscará sempre o menor valor de perdas hidráulicas nas curvas de perdas reais, e não na curva equivalente aproximada.

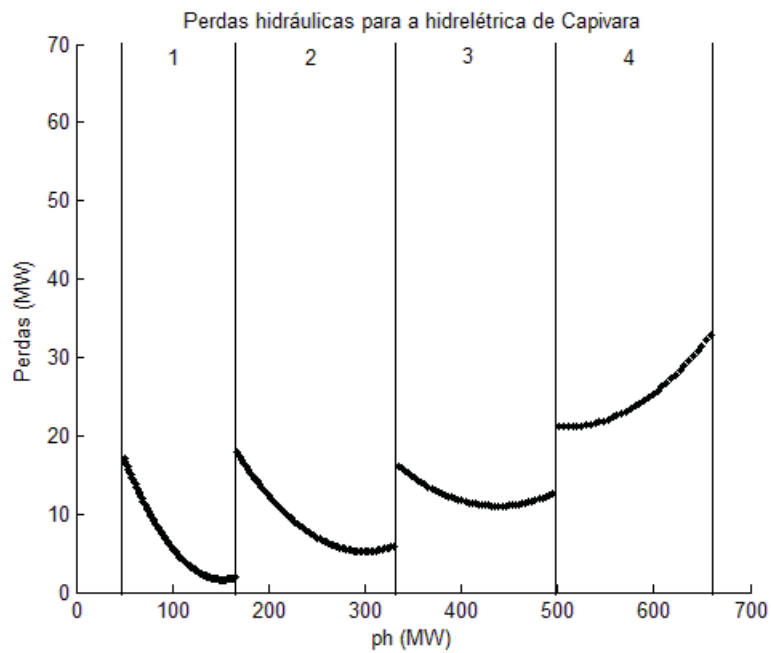


Figura 5.8 – Faixas de número de máquinas em operação para a hidrelétrica de Capivara

5.2.1 Algoritmos genéticos no modelo de PDHME

Diferentemente do método da curva equivalente, onde primeiro calcula-se o Pré-Despacho (PD) para depois obter o número de máquinas, o algoritmo genético aqui proposto calcula primeiro o número de máquinas em operação, para que depois o PD possa ser calculado já com esse número de máquinas definido. Como dito anteriormente, a determinação do número de máquinas através de algoritmos genéticos consistem em resolver o PD de forma aproximada, mas com exatidão o suficiente para determinar em que faixa de máquinas em operação as usinas tem sua melhor operação.

Na técnica de solução adotada nesse trabalho, o modelo de PDHME foi decomposto nos modelos de PD e no modelo de simulação hidráulica, A partir da técnica de decomposição adotada para o modelo PDHME, o modelo de PD é definido conforme mostrado em (5.1). Assim, o modelo de PD tem como objetivo a minimização dos custos dos lances das usinas térmicas e dos custos de oportunidade das usinas hidráulicas, sujeito ao atendimento da demanda em cada intervalo de tempo, das restrições de limites de geração das térmicas e hidráulicas, das metas energéticas para as usinas hidráulicas e dos limites mínimos de geração impostos pelos contratos bilaterais pré-estabelecidos.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] \\
 & \text{s.a:} \\
 & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \quad (a) \\
 & pt_j^{\text{minimo}} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\text{max}} \quad \forall j,t \quad (b) \\
 & ph_i^{\text{minimo}} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\text{max}} \quad \forall i,t \quad (c) \\
 & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i,t \quad (d) \\
 & pt_{j,t} \geq \sum_m pbt_{j,m,t} \quad \forall j,t \quad (e) \\
 & ph_{i,t} \geq \sum_n pbh_{i,n,t} \quad \forall i,t \quad (f)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

É conveniente fazer uma mudança de variáveis para simplificação do problema, conforme mostrado em (5.2) e (5.3). Nesse caso adota-se o máximo valor entre o limite mínimo efetivo da usina e o limite mínimo estabelecido pelos contratos bilaterais realizados pelo agente da usina.

$$pt_j^{\min} = \max \left(\sum_m pbt_{j,m,t}, pt_j^{\text{mínimo}} \right) \quad (5.2)$$

$$ph_i^{\min} = \max \left(\sum_n pbh_{i,n,t}, ph_i^{\text{mínimo}} \right) \quad (5.3)$$

Com essa mudança de variáveis, o PD passa a ter a formulação mostrada em (5.4).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] \\ \text{s.a :} \quad & \\ & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \quad (5.4) \\ & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i, t \\ & pt_j^{\min} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\max} \quad \forall j, t \\ & ph_i^{\min} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\max} \quad \forall i, t \end{aligned}$$

5.2.2 DNA, bases nitrogenadas e amostragem

O DNA humano, em toda sua complexidade, é codificado em apenas 5 bases nitrogenadas: Adenina (C₅H₅N₅), Guanina (C₅H₅N₅O), Uracila (C₄H₄N₂O₂), Citosina (C₄H₅N₃O) e Timina (C₅H₆N₂O₂). Essas bases podem ser representadas simplesmente por 5 letras, A, G, U, C, T, que representam, respectivamente, a Adenina, Guanina, Uracila, Citosina, e Timina. Essa simplificação é o que permite aos biólogos estudarem o DNA de forma mais prática, sem se preocupar com a fórmula química real do DNA toda vez que uma base nitrogenada aparecer.

A Tabela 5.1 mostra a relação entre a codificação das bases nitrogenadas e sua respectiva fórmula molecular:

Tabela 5.1 – Codificação das bases nitrogenadas do DNA e RNA humano

Elemento químico	Base Nitrogenada				
	A	G	U	C	T
Carbono (C)	5	5	4	4	5
Hidrogênio (H)	5	5	4	5	6
Nitrogênio (N)	5	5	2	3	2
Oxigênio (O)	0	1	2	1	2

A partir dessa tabela pode-se tirar a fórmula molecular de cada base nitrogenada. Por exemplo, a Guanina possui 5 carbonos (C₅), 5 hidrogênios (H₅), 5 Nitrogênios (N₅) e 1 Oxigênio (O), assim, a fórmula molecular da Guanina é dada por C₅H₅N₅O.

Neste trabalho, propõe-se uma forma de codificação para as usinas hidrelétricas com base no conceito de bases nitrogenadas. Nessa forma de codificação procede-se de forma análoga à definição das bases nitrogenadas do DNA, com base em técnicas de amostragem. Cada amostra é análoga a uma base nitrogenada, e os valores de potência, perdas e número de máquinas são análogos aos elementos químicos que compõe essa base. A Tabela 5.2 traz um exemplo de amostragem para a hidrelétrica de Capivara, onde, para fins didáticos, foi utilizada uma resolução de apenas 20 amostras. A Figura 5.9 destaca os pontos onde foram feitas as amostragens.

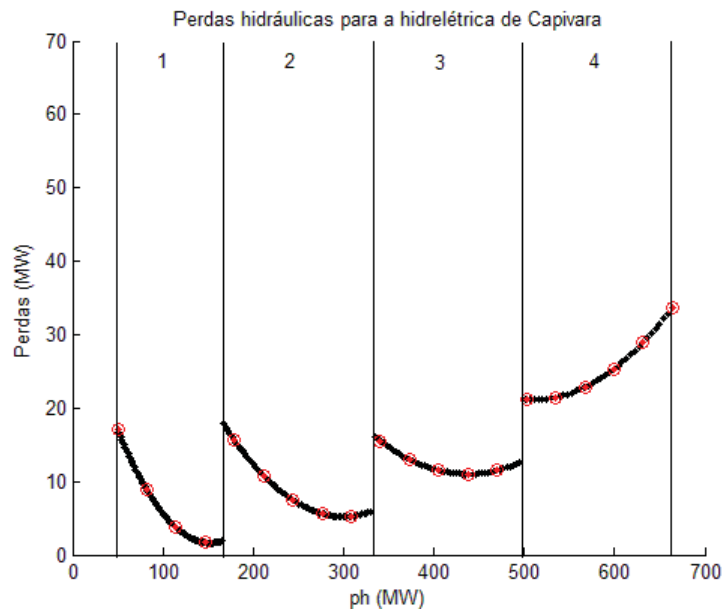


Figura 5.9 – Gráfico de amostragem para a hidrelétrica de Capivara

Tabela 5.2 – Tabela de amostragem para a hidrelétrica de Capivara

Dado	Amostra nº																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Potência (MW)	50	82	115	147	179	212	244	276	309	341	373	405	438	470	502	535	567	599	632	664
Perdas (MW)	17	9	4	2	16	11	7	6	5	16	13	12	11	12	21	21	23	25	29	34
nº de Máq.	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4

Para o exemplo da Tabela 5.2, a amostra nº 1 é análoga a uma base nitrogenada, e os dados de potência, perdas, e número de máquinas são análogos aos elementos químicos que compõe. A “fórmula molecular” da “base nitrogenada 1” tem potência de valor 50 MW, perda de valor 17MW, e número de máquinas de valor 1. Para este exemplo, pode-se dizer que existem 20 “bases nitrogenadas” que irão compor o “DNA” da usina.

Para uma melhor representação da usina, pode-se aumentar a resolução da amostragem, sendo que, para este trabalho, foi utilizada uma resolução de 10.000 amostras

para todas as usinas. Voltando ao paralelo com o DNA, pode-se dizer que as usinas analisadas possuem “dez mil bases nitrogenadas”.

Para o tratamento de várias usinas, deve-se manter uma mesma resolução de amostragem. Desta maneira mantém-se um número padrão de bases nitrogenadas, o que simplificará a codificação do “DNA” do problema.

5.2.3 Genes e despacho diário

Um gene é um conjunto de bases nitrogenadas que é responsável por uma característica específica do ser humano, como por exemplo, o gene que produz a proteína responsável pela cor dos olhos. O gene é representado através de uma sequencia específica de bases nitrogenadas. A Tabela 5.3 apresenta um exemplo didático do que pode ser um gene:

Tabela 5.3 – Exemplo de gene

Bases nitrogenadas	
Gene	T A C A A T C G C A T T C A G G T A C T G

Da mesma maneira que uma seqüência de bases pode formar um gene, um pré-despacho diário em base horária pode representar o gene de uma usina específica. Como na amostragem de uma usina cada nº de amostra é relacionada a uma potência, pode-se fazer um despacho utilizando-se apenas as “bases nitrogenadas” (nº de amostra) que correspondem às potências despachadas. O seqüenciamento das “bases” é feito de maneira que cada posição do gene represente uma hora do dia, ou seja, para um despacho diário são necessários 24 “bases”.

A Tabela 5.4 mostra um exemplo do gene de um pré-despacho para 24 horas de um dia para o exemplo didático da usina de Capivara, onde cada posição da tabela representa uma hora do dia. Este tipo de seqüenciamento é vantajoso pois consegue representar vários dados diferentes em um único vetor. A Tabela 5.5 mostra todos os dados que o gene da Tabela 5.4 representa.

Tabela 5.4 – Gene do pré-despacho da hidrelétrica de Capivara

Amostra nº
10
10
10
18
10
10
12
15
11
16
11
11
5
11
11
18
11
14
13
12
12
11
11

Tabela 5.5 - Gene e dados do pré-despacho da hidrelétrica de Capivara

Hora	Amostra nº	Potência	Perda	nº de Máq
1:00	10	341	16	3
2:00	10	341	16	3
3:00	10	341	16	3
4:00	18	599	25	4
5:00	10	341	16	3
6:00	10	341	16	3
7:00	12	405	12	3
8:00	15	502	21	4
9:00	11	373	13	3
10:00	16	535	21	4
11:00	11	373	13	3
12:00	11	373	13	3
13:00	5	179	16	2
14:00	11	373	13	3
15:00	11	373	13	3
16:00	18	599	25	4
17:00	11	373	13	3
18:00	11	373	13	3
19:00	14	470	12	3
20:00	13	438	11	3
21:00	12	405	12	3
22:00	12	405	12	3
23:00	11	373	13	3
24:00	11	373	13	3

Para o exemplo da Tabela 5.4, a primeira posição do gene representa a primeira hora do dia, sendo que nesta célula está o número 10, que representa a 10ª amostra da tabela de amostragem. Na tabela de amostragem (Tabela 5.2), a amostra nº 10 tem como valor de potência 341 MW, perda de 16 MW, e 3 máquinas em operação. A Tabela 5.5 mostra essas mesmas correspondências para todas as posições do gene.

5.2.4 Indivíduo e população

Entendendo-se o código genético humano como o DNA, pode-se dizer que ele é formado por um conjunto de genes. Da mesma maneira, podemos dizer que o DNA do sistema hidrotérmico de geração é formado por um conjunto de genes, onde cada gene corresponde a um o despacho diário de uma usina em específico. A Tabela 5.6 mostra um exemplo de DNA do sistema hidrotérmico de geração.

Tabela 5.6 – DNA de um pré-despacho do sistema elétrico

9 9 9 3 9 9 9 9 19 6 2	9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10	...	8 8 7 7 7 10 7 8 8 9 9 9
Usina 1	Usina 2		Usina N

Para o exemplo da Tabela 5.6, temos que o DNA do sistema hidrotérmico de geração é um vetor formado por N genes, em que cada gene representa um despacho de 12 horas para uma usina.

Dessa maneira temos o DNA completo de um indivíduo, o qual representa o pré-despacho para todo o sistema hidrotérmico de geração.

Um conjunto de indivíduos é uma população. Essa população pode ser representada pelo DNA de cada indivíduo, separadamente. A Tabela 5.7 mostra um exemplo de população.

Tabela 5.7 – População de pré-despachos do sistema elétrico

Indivíduo 1	9 9 9 9 3 5 9 9 9 9 19 6 2 Usina 1	9 9 4 9 9 9 9 9 16 8 2 10 Usina 2	...	8 8 7 7 7 10 7 8 8 9 1 9 Usina N
Indivíduo 2	8 12 9 9 3 4 9 9 9 9 19 6 2 Usina 1	2 9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10 Usina 2	...	8 8 2 7 7 10 7 8 8 9 9 9 Usina N
		⋮		
Indivíduo M	9 6 16 9 3 9 9 9 9 9 19 6 2 Usina 1	9 9 9 7 9 9 9 9 16 8 2 10 Usina 2	...	8 8 4 7 7 10 7 8 8 9 9 9 Usina N

Para o exemplo da Tabela 5.7, temos M indivíduos, sendo que cada um representa o pré-despacho para N usinas e para cada intervalo de tempo do dia. Note que em todos os indivíduos as usinas são as mesmas, por se tratar do mesmo sistema hidrotérmico de geração.

É importante salientar que a aleatoriedade é uma característica importante do algoritmo genético, por isso a população inicial deve ser escolhida de maneira aleatória. Contudo os números podem ser escolhidos aleatoriamente dentro de uma faixa pré-determinada, sendo que neste ponto já se pode levar em consideração as restrições canalizadas do modelo de PD apresentado na seção 5.2.1, reescritas abaixo:

$$\begin{aligned}
 pt_j^{\min} &\leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\max} && \forall j,t \\
 ph_i^{\min} &\leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\max} && \forall i,t
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Para atendê-las, é necessário que em todas as posições do DNA de todos os indivíduos da população sempre sejam escolhidas amostras cujos valores de potência atendam às restrições. Isto é feito de maneira simples, apenas gerando um valor aleatório que esteja dentro de uma faixa cujos valores máximos e mínimos sejam os mesmos da variável canalizada.

5.2.5 Grau de adaptabilidade do indivíduo

Cada indivíduo pode ser mais ou menos adaptado ao meio em que vive. No caso de problemas de otimização, a adaptabilidade se refere a capacidade desse indivíduo de minimizar a função objetivo e atender as restrições. Para medir essa adaptabilidade é utilizado o grau de adaptabilidade.

O grau de adaptabilidade é um número que expressa o quão apto é um indivíduo. Quanto maior o grau de adaptabilidade, mais apto é o indivíduo. Ele é numericamente igual ao inverso do grau de penalidade conforme a equação (5.6).

$$adapt = \frac{1}{L} \quad (5.6)$$

Em que:

$adapt$ é o grau de adaptabilidade do indivíduo

L : é a função Lagrangeana aumentada com termos de penalização associados às restrições do indivíduo

O valor da função Lagrangiana de um indivíduo é calculado a partir da formulação do problema de otimização de PD através do método de penalidade, que será brevemente explicado a seguir.

Primeiramente reescreve-se o problema de otimização do PD conforme em (5.7)

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j(pt_{j,t}) + \sum_i Co_i(ph_{i,t}) \right] \\ s.a : \quad & \\ & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \\ & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i,t \\ & pt_j^{\min} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\max} \quad \forall j,t \\ & ph_i^{\min} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\max} \quad \forall i,t \end{aligned} \quad (5.7)$$

Como as restrições canalizadas já foram atendidas na seção 5.2.4, pode-se eliminá-las na construção da função Lagrangiana nesta seção, então, por simplicidade, o problema de otimização passa a ter a seguinte formulação:

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j(pt_{j,t}) + \sum_i Co_i(ph_{i,t}) \right] \\ s.a : \quad & \\ & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \\ & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i,t \end{aligned} \quad (5.8)$$

A seguir, é apresentado o problema equivalente na forma canônica:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] \\
 \text{s.a:} \quad & \\
 & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} - D_t = 0 \quad \forall t \\
 & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} - M_i = 0 \quad \forall i, t
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Se as restrições de igualdade associadas ao problema forem tratadas através de técnicas de penalidades, o problema de otimização é transformado em uma série de problemas irrestritos correspondentes, nos quais a função Lagrangiana irrestrita dada em (5.10) é minimizada. A equação (5.10) mostra a função Lagrangiana associada ao problema de PD para a situação em que termos de penalidades quadráticas são associados às restrições de atendimento de demanda e de metas energéticas.:

$$\begin{aligned}
 \text{pen}(ph, pt) = & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] + \\
 & + u_1 \left(\sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} - D_t \right)^2 + u_2 \left(\sum_{t=1}^T ph_{i,t} - M_i \right)^2
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Em que:

u_1 é o multiplicador da penalidade associado ao atendimento de demanda.

u_2 é o multiplicador da penalidade associado ao atendimento de meta.

5.2.6 Seleção natural e elitismo

Segundo a teoria de seleção natural, o indivíduo mais apto tem mais chances de passar seus genes para a geração posterior. Neste trabalho foi adotado como método de seleção o método da roleta viciada, onde cada indivíduo possui uma probabilidade de ser escolhido dependendo de seu coeficiente de adaptabilidade. Neste método de seleção, os indivíduos são escolhidos de forma randômica, porém levando-se em conta tais probabilidades. Os indivíduos escolhidos serão os pais da próxima geração.

A porcentagem que cada indivíduo tem para ser escolhido é calculada conforme a equação (5.11):

$$porc = \frac{100 \cdot adapt_{ind}}{\sum_{ind} adapt_{ind}} \quad (5.11)$$

Em que:

porc é a porcentagem que cada indivíduo tem de ser escolhido na roleta viciada.

adapt é o coeficiente de adaptabilidade de cada indivíduo.

ind é o índice de indivíduos de uma população.

Uma ilustração da roleta viciada para uma população de 4 indivíduos é apresentada na Figura 5.10:

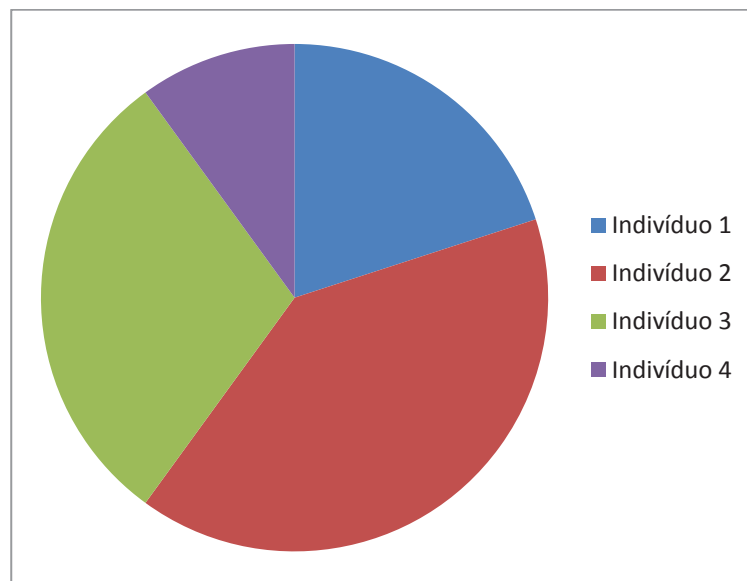


Figura 5.10 – Porcentagem de seleção de cada um dos 4 indivíduos a serem escolhidos

Na Figura 5.10, percebe-se que o indivíduo 2 é o que tem mais chances de ser escolhido, e o indivíduo 1 é o que tem menores chances. A roleta viciada é “girada” até que se tenham indivíduos o suficiente para se gerar a próxima população.

O indivíduo mais apto é considerado a elite da população. O código genético deste indivíduo deve ter uma cópia guardada, e após feito o processo de seleção deve-se sempre inserir essa cópia guardada como sendo um dos pais da geração posterior. Esse operador genético denomina-se elitismo e é utilizado para preservar a melhor solução encontrada para o problema de otimização de uma geração para a outra, pois embora o indivíduo de elite tenha mais chances, a roleta viciada não garante que esse indivíduo mais apto sempre seja escolhido.

5.2.7 Reprodução e mutação

Após escolhidos os indivíduos que serão os pais da próxima geração, é feito o cruzamento genético destes. Para tal é utilizada a técnica de *crossing-over*, onde os filhos são gerados a partir de pedaços do código genético dos pais.

Neste trabalho optou-se por fazer um *crossing-over* simples de uma seção, onde os pais são seccionados em uma posição aleatória, e seus códigos genéticos são trocados, gerando assim, os filhos. A Tabela 5.8 traz um exemplo de *crossing-over*

Tabela 5.8 – Crossing over de dois indivíduos

Pai	9 9 9 9 3 5 9 9 9 9 19 6 2 9 9 4 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	7 7 7 10 7 8 8 9 1 9
Mãe	8 12 9 9 3 4 9 9 9 9 19 6 2 2 9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	2 7 7 10 7 8 8 9 9 9
Filho 1	9 9 9 9 3 5 9 9 9 9 19 6 2 9 9 4 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	2 7 7 10 7 8 8 9 9 9
Filho 2	8 12 9 9 3 4 9 9 9 9 19 6 2 2 9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	7 7 7 10 7 8 8 9 1 9

Para o exemplo da Tabela 5.8, foi escolhida de forma aleatória uma seção de corte perto do fim do código genético dos indivíduos. Neste cruzamento, o Filho 1 recebeu a primeira porção do código genético do Pai, e a segunda porção da mãe, e de maneira análoga, o Filho 2 recebeu a primeira porção do código genético da mãe, e a segunda porção do pai.

Para a abordagem feita neste trabalho, cada casal gera sempre 2 filhos, assim, para se manter uma população constante, é necessário que os pais sejam metade da população e os filhos a outra metade.

Contudo, apenas a informação genética inicial dos pais não é suficiente para a evolução da espécie. Para se manter uma variabilidade genética, é necessário se complementar a reprodução com a mutação. A mutação é feita inserindo-se valores de dados aleatórios ao DNA dos indivíduos. Contudo, a frequência com que se é feita a mutação em um DNA tem que ser muito pequena, para que não se perca informação genética das gerações anteriores. A Tabela 5.9 apresenta um exemplo de mutação.

Tabela 5.9 – Filho mutante

Pai	9 9 9 9 3 5 9 9 9 9 19 6 2 9 9 4 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	7 7 7 10 7 8 8 9 1 9
Mãe	8 12 9 9 3 4 9 9 9 9 19 6 2 2 9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	2 7 7 10 7 8 8 9 9 9
Filho 1	9 20 9 9 3 5 9 9 9 9 19 6 2 9 9 4 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	2 7 7 10 7 8 8 9 9 9
Filho 2	8 12 9 9 3 4 9 9 9 9 19 6 2 2 9 9 9 9 9 9 9 16 8 2 10 8 8	7 7 7 10 7 8 8 9 1 9

No exemplo da Tabela 5.9, o Filho 1 apresenta uma mutação na segunda posição de seu código genético.

Para o problema de PD, da mesma maneira com que foram escolhidos os dados da população inicial, os dados que o sistema de mutação irá colocar no indivíduo têm que ser escolhidos dentro de uma faixa que respeite as restrições canalizadas do problema.

5.2.8 Modelo de algoritmo genético

O processo de otimização no algoritmo genético é feito através da evolução, que consiste em recalculas as populações por milhares de gerações, até que se atinja um limite pré estabelecido. A Figura 5.11 mostra um diagrama de blocos do algoritmo genético utilizado para calcular o número de máquinas para o PD do modelo PDHME, seguido de sua explicação:

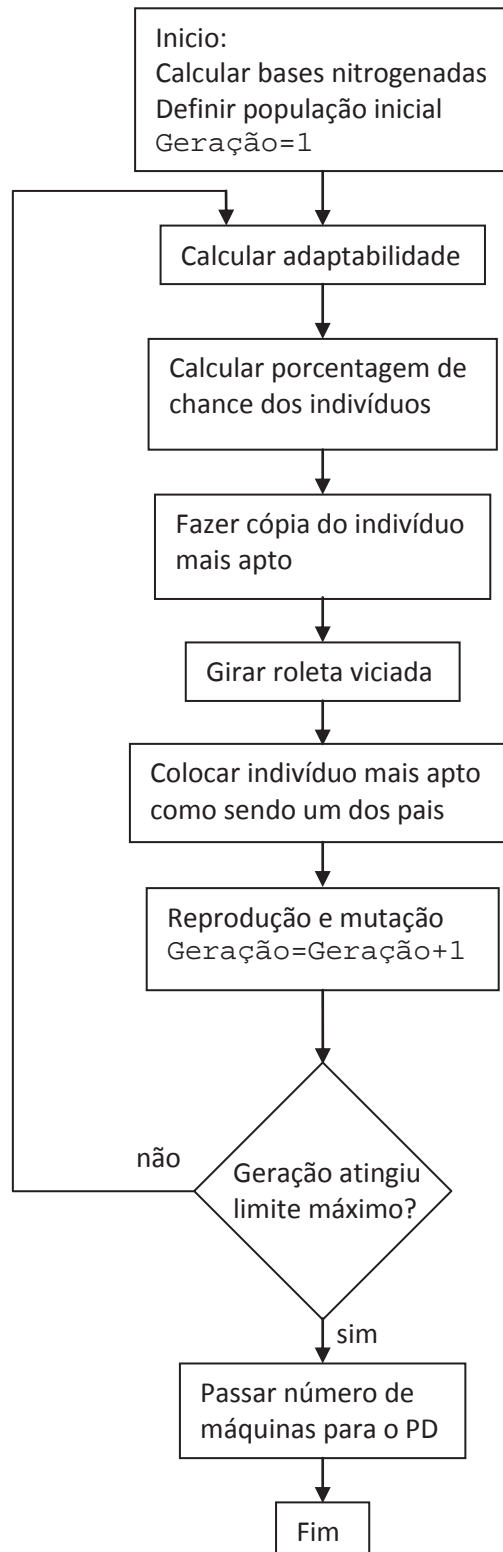


Figura 5.11 – Esquema do algoritmo genético para o modelo PDHME

Em que *Geração* é a contagem do número de gerações que já se passaram.

O diagrama em blocos é explicado mais detalhadamente a seguir:

Passo 1: Inicialmente, é necessário montar as matrizes de bases nitrogenadas, que são feitas através da técnica de amostragem mostrado na seção 5.2.2. Após montado as bases, é construída a matriz de população, como mostrado na seção 5.2.4. Inicia-se o contador de gerações.

Passo 2: Cada indivíduo da população inicial deve ter sua função Lagrangiana calculada segundo a equação (5.10), e depois o seu coeficiente de adaptabilidade, calculado segundo a equação (5.6).

Passo 3: É calculada a porcentagem de participação que cada indivíduo terá na roleta viciada. Essa porcentagem é calculada através da equação (5.11).

Passo 4: É feita uma cópia do código genético do indivíduo mais apto para a geração atual, para que este seja passado para a próxima geração.

Passo 5: A roleta viciada é girada várias vezes, selecionando os indivíduos até que se tenha um número de indivíduos igual a metade da população. Estes serão os pais da próxima geração.

Passo 6: A cópia do indivíduo mais apto é incluída entre os pais da próxima geração.

Passo 7: É feita a reprodução, o que resultará nos filhos da próxima geração, e depois é feita a mutação. Esses passos são descritos na seção 5.2.7. Após isso incrementa-se o contador de gerações.

Passo 8: Verifica-se se o contador de gerações chegou a última geração. Se não chegou, voltar ao Passo 2. Se chegou ao fim, passar o número de máquinas referente a cada posição do DNA do indivíduo mais apto da última geração para o PD.

Observação: o número de gerações é pré-determinado, e deve ser relativamente grande para que se obtenha a evolução. Para o PDHME, foram utilizadas 2000 gerações.

Capítulo 6

Pré-Despacho de Geração

6 Pré-Despacho de Geração (PD)

Na Técnica de solução adotada nesse trabalho, o modelo de PDHME foi decomposto nos modelos de Pré-Despacho (PD) e no modelo de simulação hidráulica. Nesse capítulo descreve-se de forma detalhada a técnica utilizada para a solução do modelo de PD. O PD foi resolvido através do método de pontos interiores primal - dual barreira logarítmica.

O método de pontos interiores primal - dual barreira logarítmica consiste, basicamente, em determinar a solução que minimiza a função objetivo através de uma sequencia de pontos interiores ao conjunto de restrições do problema de otimização. O método tem sido utilizado por ser uma ferramenta eficiente na obtenção da solução para o problema, e convergindo rapidamente para esta, principalmente em problemas de PD de grande porte.

6.1 Solução do Modelo Proposto pelo Método de Pontos Interiores Primal-Dual com Barreira Logarítmica

A partir da técnica de decomposição adotada para o modelo PDHME, o modelo de PD definido em (5.1) é reescrito a seguir em (6.1). Assim, o modelo de PD tem como objetivo a minimização dos custos dos lances das usinas térmicas e dos custos de oportunidade das usinas hidráulicas, sujeito ao atendimento da demanda em cada intervalo de tempo, das restrições de limites de geração das térmicas e hidráulicas, das metas energéticas para as usinas hidráulicas e dos limites mínimos de geração impostos pelos contratos bilaterais pré-estabelecidos.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j (pt_{j,t}) + \sum_i Co_i (ph_{i,t}) \right] \\
 & \text{s.a:} \\
 & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \quad (a) \\
 & pt_j^{\text{minimo}} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\text{max}} \quad \forall j,t \quad (b) \\
 & ph_i^{\text{minimo}} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\text{max}} \quad \forall i,t \quad (c) \\
 & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i,t \quad (d) \\
 & pt_{j,t} \geq \sum_m pbt_{j,m,t} \quad \forall j,t \quad (e) \\
 & ph_{i,t} \geq \sum_n pbh_{i,n,t} \quad \forall i,t \quad (f)
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

É conveniente fazer uma mudança de variáveis para simplificação do problema, conforme mostrado em (6.2) e (6.3), equivalente as equações (5.2) e (5.3). Nesse caso adota-se o máximo valor entre o limite mínimo efetivo da usina e o limite mínimo estabelecido pelos contratos bilaterais realizados pelo agente da usina.

$$pt_j^{\min} = \max \left(\sum_m pbt_{j,m,t}, pt_j^{\minimo} \right) \quad (6.2)$$

$$ph_i^{\min} = \max \left(\sum_n pbh_{i,n,t}, ph_i^{\minimo} \right) \quad (6.3)$$

Com essa mudança de variáveis, o PD passa a ter a formulação mostrada em (6.4), equivalente a equação vista em (5.4).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j(pt_{j,t}) + \sum_i Co_i(ph_{i,t}) \right] \\ \text{s.a :} \quad & \\ & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} = D_t \quad \forall t \\ & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} = M_i \quad \forall i, t \\ & pt_j^{\min} \leq pt_{j,t} \leq pt_j^{\max} \quad \forall j, t \\ & ph_i^{\min} \leq ph_{i,t} \leq ph_i^{\max} \quad \forall i, t \end{aligned} \quad (6.4)$$

O método de pontos interiores primal-dual barreira logarítmica é aplicado neste trabalho para a solução do problema de PD dado em (6.4). As principais etapas de aplicação desse método à solução do problema são discutidas a seguir. Inicialmente é construído o problema equivalente a (6.4) onde as desigualdades canalizadas são desmembradas e as igualdades são reescritas:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j(pt_{j,t}) + \sum_i Co_i(ph_{i,t}) \right] \\
 \text{s.a:} \quad & \\
 & \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} - D_t = 0 \quad \forall t \\
 & \sum_{t=1}^T ph_{i,t} - M_i = 0 \quad \forall i, t \\
 & pt_{j,t} - pt_j^{\min} \geq 0 \quad \forall j, t \\
 & pt_{j,t} - pt_j^{\max} \leq 0 \quad \forall j, t \\
 & ph_{i,t} - ph_i^{\min} \geq 0 \quad \forall i, t \\
 & ph_{i,t} - ph_i^{\max} \leq 0 \quad \forall i, t
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Com o intuito de simplificar a notação adota-se $f(\mathbf{P})$ para representar a função objetivo do problema (6.5) de acordo com a expressão (6.6):

$$f(\mathbf{P}) = \sum_{t=1}^T \left[\sum_j C_j(pt_{j,t}) + \sum_i Co_i(ph_{i,t}) \right] \tag{6.6}$$

Em que:

\mathbf{P} é o vetor contendo as potências de todas as hidrelétricas i e termoeletricas j para todos os intervalos de tempo t .

Também com o intuito de simplificar a notação, adota-se o vetor \mathbf{g} para representar as restrições de igualdade e o vetor \mathbf{h} para representar as restrições de desigualdade do problema (6.5). De acordo com (6.7) utilizam-se os vetores $\mathbf{g1}$, $\mathbf{g2}$, $\mathbf{h1}$, $\mathbf{h2}$, $\mathbf{h3}$ e $\mathbf{h4}$ para representar respectivamente as restrições de igualdade e desigualdade associadas ao problema (6.5).

$$\begin{aligned}
 g1_t &= \sum_j pt_{j,t} + \sum_i ph_{i,t} - D_t, \quad \forall t \\
 g2_i &= \sum_{t=1}^T ph_{i,t} - M_i, \quad \forall i \\
 h1_{j,t} &= pt_{j,t} - pt_j^{\min}, \quad \forall j, t \\
 h2_{j,t} &= pt_{j,t} - pt_j^{\max}, \quad \forall j, t \\
 h3_{i,t} &= ph_{i,t} - ph_i^{\min}, \quad \forall i, t \\
 h4_{i,t} &= ph_{i,t} - ph_i^{\max}, \quad \forall i, t
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

A partir das expressões (6.6) e (6.7) apresenta-se o problema (6.5) com uma notação simplificada, de acordo com (6.8).

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(\mathbf{P}) \\
 & \text{s.a :} \\
 & \quad g1_t = 0, \quad \forall t \\
 & \quad g2_i = 0, \quad \forall i \\
 & \quad h1_{j,t} \geq 0, \quad \forall j,t \\
 & \quad h2_{j,t} \leq 0, \quad \forall j,t \\
 & \quad h3_{i,t} \geq 0, \quad \forall i,t \\
 & \quad h4_{i,t} \leq 0, \quad \forall i,t
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

A seguir são inseridas variáveis de folga e excesso positivas em (6.8), conforme mostrado em (6.9), a fim de transformar as restrições de desigualdade em restrições de igualdade equivalentes.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(\mathbf{P}) \\
 & \text{s.a :} \\
 & \quad g1_t = 0, \quad \forall t \\
 & \quad g2_i = 0, \quad \forall i \\
 & \quad h1_{j,t} - st1_{j,t} = 0, \quad \forall j,t \\
 & \quad h2_{j,t} + st2_{j,t} = 0, \quad \forall j,t \\
 & \quad h3_{i,t} - sh1_{i,t} = 0, \quad \forall i,t \\
 & \quad h4_{i,t} + sh2_{i,t} = 0, \quad \forall i,t \\
 & \quad \mathbf{st1, st2, sh1, sh2} \geq 0
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

Em que:

st1 e st2 são, respectivamente, as variáveis de folga e excesso associadas as usinas termoelétricas.

sh1 e sh2 são, respectivamente, as variáveis de folga e excesso associadas as usinas hidrelétricas.

Em seguida as desigualdades nas variáveis de folga de (6.9) são introduzidas através da função barreira logarítmica na função objetivo, utilizando como parâmetro de barreira $\mu > 0$, como mostrado em (6.10).

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \left\{ \begin{aligned}
 & f(\mathbf{P}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_j \ln(st1_{j,t}) + \\
 & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_j \ln(st2_{j,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_i \ln(sh1_{i,t}) + \\
 & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_i \ln(sh2_{i,t})
 \end{aligned} \right. \\
 \text{s.a :} \quad & \hspace{15em} (6.10) \\
 & g1_t = 0, \hspace{10em} \forall t \\
 & g2_i = 0, \hspace{10em} \forall i \\
 & h1_{j,t} - st1_{j,t} = 0, \hspace{6em} \forall j,t \\
 & h2_{j,t} + st2_{j,t} = 0, \hspace{6em} \forall j,t \\
 & h3_{i,t} - sh1_{i,t} = 0, \hspace{6em} \forall i,t \\
 & h4_{i,t} + sh2_{i,t} = 0, \hspace{6em} \forall i,t
 \end{aligned}$$

São associados multiplicadores de Lagrange para as restrições de (6.10) e a função Lagrangiana do problema (6.8) é definida de acordo com (6.11).

$$\begin{aligned}
 L = & f(\mathbf{P}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_j \ln(st1_{j,t}) + \\
 & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_j \ln(st2_{j,t}) - \mu \sum_{t=1}^T \sum_i \ln(sh1_{i,t}) + \\
 & -\mu \sum_{t=1}^T \sum_i \ln(sh2_{i,t}) + \sum_{t=1}^T \lambda 1_t g1_t + \sum_i \lambda 2_i g2_i \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_j \pi t1_{j,t} h1_{j,t} + \sum_{t=1}^T \sum_j \pi t2_{j,t} h2_{j,t} + \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_i \pi h1_{i,t} h3_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_i \pi h2_{i,t} h4_{i,t}
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Em que:

$$\lambda \mathbf{1} \in \mathbb{R}^T, \lambda \mathbf{2} \in \mathbb{R}^{ph}, \pi \mathbf{t1}, \pi \mathbf{t2} \in \mathbb{R}^{pt.T} \text{ e } \pi \mathbf{h1}, \pi \mathbf{h2} \in \mathbb{R}^{ph.T}.$$

As condições de primeira ordem associadas ao problema (6.5) são dadas em (6.12) a partir das derivadas parciais da função Lagrangiana (6.11) e das condições de positividade/negatividade sobre as variáveis duais e de folga.

$$\begin{aligned}
 & \nabla f + \nabla \mathbf{g1}^T \lambda 1 + \nabla \mathbf{g2}^T \lambda 2 + \\
 \partial L / \partial \mathbf{P} &= +\nabla \mathbf{h1}^T \boldsymbol{\pi} t 1 + \nabla \mathbf{h2}^T \boldsymbol{\pi} t 2 + &= \mathbf{0} & (a) \\
 & +\nabla \mathbf{h3}^T \boldsymbol{\pi} h 1 + \nabla \mathbf{h4}^T \boldsymbol{\pi} h 2 \\
 \partial L / \partial \lambda 1 &= \mathbf{g1} &= \mathbf{0} & (b) \\
 \partial L / \partial \lambda 2 &= \mathbf{g2} &= \mathbf{0} & (c) \\
 \partial L / \partial \boldsymbol{\pi} t 1 &= \mathbf{h1} - \mathbf{st1} &= \mathbf{0} & (e) \\
 \partial L / \partial \boldsymbol{\pi} t 2 &= \mathbf{h2} + \mathbf{st2} &= \mathbf{0} & (f) \\
 \partial L / \partial \boldsymbol{\pi} h 1 &= \mathbf{h3} - \mathbf{sh1} &= \mathbf{0} & (g) \\
 \partial L / \partial \boldsymbol{\pi} h 2 &= \mathbf{h4} + \mathbf{sh2} &= \mathbf{0} & (h) \\
 \partial L / \partial st 1_{j,t} &= -\frac{\mu}{st 1_{j,t}} - \boldsymbol{\pi} t 1_{j,t} &= 0, \quad \forall j,t & (i) \\
 \partial L / \partial st 2_{j,t} &= -\frac{\mu}{st 2_{j,t}} + \boldsymbol{\pi} t 2_{j,t} &= 0, \quad \forall j,t & (j) \\
 \partial L / \partial sh 1_{i,t} &= -\frac{\mu}{sh 1_{i,t}} - \boldsymbol{\pi} h 1_{i,t} &= 0, \quad \forall i,t & (k) \\
 \partial L / \partial sh 2_{i,t} &= -\frac{\mu}{sh 2_{i,t}} + \boldsymbol{\pi} h 2_{i,t} &= 0, \quad \forall i,t & (l)
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Em que: $\mathbf{st1}, \mathbf{st2} \in \mathbb{R}^{pt}$, $\mathbf{sh1}, \mathbf{sh2} \in \mathbb{R}^{ph}$ $(\mathbf{st1}, \mathbf{st2}, \mathbf{sh1}, \mathbf{sh2}) > \mathbf{0}$, $(\boldsymbol{\pi} t 2, \boldsymbol{\pi} h 2) \geq \mathbf{0}$, $(\boldsymbol{\pi} t 1, \boldsymbol{\pi} h 1) \leq \mathbf{0}$.

Multiplicando as equações (i), (j), (k), e (l) de (6.12) por $st 1_{j,t}$, $st 2_{j,t}$, $sh 1_{i,t}$ e $sh 2_{i,t}$ respectivamente, neste caso, considerando-as estritamente positivas, tem-se (6.13):

$$\begin{aligned}
 & \nabla f + \nabla \mathbf{g1}^T \lambda 1 + \nabla \mathbf{g2}^T \lambda 2 + \\
 & +\nabla \mathbf{h1}^T \boldsymbol{\pi} t 1 + \nabla \mathbf{h2}^T \boldsymbol{\pi} t 2 + &= \mathbf{0} & (a) \\
 & +\nabla \mathbf{h3}^T \boldsymbol{\pi} h 1 + \nabla \mathbf{h4}^T \boldsymbol{\pi} h 2 \\
 \mathbf{g1} &= \mathbf{0} & (b) \\
 \mathbf{g2} &= \mathbf{0} & (c) \\
 \mathbf{h1} - \mathbf{st1} &= \mathbf{0} & (e) \\
 \mathbf{h2} + \mathbf{st2} &= \mathbf{0} & (f) \\
 \mathbf{h3} - \mathbf{sh1} &= \mathbf{0} & (g) \\
 \mathbf{h4} + \mathbf{sh2} &= \mathbf{0} & (h) \\
 \mu + st 1_{j,t} \boldsymbol{\pi} t 1_{j,t} &= 0, \quad \forall j,t & (i) \\
 \mu - st 2_{j,t} \boldsymbol{\pi} t 2_{j,t} &= 0, \quad \forall j,t & (j) \\
 \mu + sh 1_{i,t} \boldsymbol{\pi} h 1_{i,t} &= 0, \quad \forall i,t & (k) \\
 \mu - sh 2_{i,t} \boldsymbol{\pi} h 2_{i,t} &= 0, \quad \forall i,t & (l)
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

Reescrevendo matricialmente (i), (j), (k), (l) e (m) de (6.13) obtém-se a expressão

(6.14):

$$\begin{aligned}
 \nabla f + \nabla \mathbf{g1}^T \lambda 1 + \nabla \mathbf{g2}^T \lambda 2 + \nabla \mathbf{h1}^T \pi + &= \mathbf{0} \quad (a) \\
 + \nabla \mathbf{h2}^T \pi t 1 + \nabla \mathbf{h3}^T \pi t 2 + \nabla \mathbf{h4}^T \pi h 1 & \\
 \mathbf{g1} &= \mathbf{0} \quad (b) \\
 \mathbf{g2} &= \mathbf{0} \quad (c) \\
 \mathbf{h2} - \mathbf{st1} &= \mathbf{0} \quad (d) \\
 \mathbf{h3} + \mathbf{st2} &= \mathbf{0} \quad (e) \\
 \mathbf{h4} - \mathbf{sh1} &= \mathbf{0} \quad (f) \\
 \mathbf{h5} + \mathbf{sh2} &= \mathbf{0} \quad (g) \\
 \mu e + \mathbf{St1} \pi t 1 &= \mathbf{0} \quad (h) \\
 \mu e - \mathbf{St2} \pi t 2 &= \mathbf{0} \quad (i) \\
 \mu e + \mathbf{Sh1} \pi h 1 &= \mathbf{0} \quad (j) \\
 \mu e - \mathbf{Sh2} \pi h 2 &= \mathbf{0} \quad (k)
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Em que $\mathbf{St1}$, $\mathbf{St2}$, $\mathbf{Sh1}$ e $\mathbf{Sh2}$ são matrizes diagonais contendo, como termos de suas diagonais, os elementos dos vetores $\mathbf{st1}$, $\mathbf{st2}$, $\mathbf{sh1}$ e $\mathbf{sh2}$ de acordo com a expressão (6.15), e e é um vetor de unitários que possui as dimensões adequadas dependendo da expressão em que é utilizado.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{St1} &= \begin{bmatrix} st1_{1,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & st1_{j,t} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{St2} &= \begin{bmatrix} st2_{1,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & st2_{j,t} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{Sh1} &= \begin{bmatrix} sh1_{1,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & sh1_{i,t} \end{bmatrix} \quad \forall i,t \\
 \mathbf{Sh2} &= \begin{bmatrix} sh2_{1,1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & sh2_{i,t} \end{bmatrix} \quad \forall i,t
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

Para resolver o sistema não-linear dado em (6.14) utiliza-se o método de Newton de acordo com (6.16):

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{d} = -\mathbf{R} \quad (6.16)$$

Em que:

\mathbf{H} é a matriz Hessiana da função Lagrangiana de (6.11);

\mathbf{d} é o vetor de direções do método de Newton;

\mathbf{R} é o vetor contendo as derivadas parciais de primeira ordem da função Lagrangiana (6.11) de acordo com a expressão (6.14).

A matriz Hessiana \mathbf{H} é dada pela expressão (6.17).

$$\begin{bmatrix} \nabla^2 f + \frac{\partial(\nabla \mathbf{g}2^T \lambda_2)}{\partial \mathbf{P}} & \nabla \mathbf{g}1^T & \nabla \mathbf{g}2^T & \nabla \mathbf{h}1^T & \nabla \mathbf{h}2^T & \nabla \mathbf{h}3^T & \nabla \mathbf{h}4^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{g}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{g}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{h}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{h}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ \nabla \mathbf{h}3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 \\ \nabla \mathbf{h}4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{St}1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Pi t}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{St}2 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{\Pi t}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{Sh}1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Pi h}1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{Sh}2 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{\Pi h}2 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Em que $\mathbf{\Pi t}1$, $\mathbf{\Pi t}2$, $\mathbf{\Pi h}1$ e $\mathbf{\Pi h}2$ são matrizes diagonais contendo, como termos de suas diagonais, os elementos dos vetores $\boldsymbol{\pi t}1$, $\boldsymbol{\pi t}2$, $\boldsymbol{\pi h}1$ e $\boldsymbol{\pi h}2$ respectivamente de acordo com a expressão (6.18).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{\Pi t1} &= \begin{bmatrix} \pi t1_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi t1_{j,t} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{\Pi t2} &= \begin{bmatrix} \pi t2_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi t2_{j,t} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{\Pi h1} &= \begin{bmatrix} \pi h1_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi h1_{i,t} \end{bmatrix} \quad \forall i,t \\
 \mathbf{\Pi h2} &= \begin{bmatrix} \pi h2_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi h2_{i,t} \end{bmatrix} \quad \forall i,t
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

O vetor \mathbf{d} de direções do método de Newton é dado pela expressão (6.19):

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \lambda 1 \\ \Delta \lambda 2 \\ \Delta \pi t 1 \\ \Delta \pi t 2 \\ \Delta \pi h 1 \\ \Delta \pi h 2 \\ \Delta s t 1 \\ \Delta s t 2 \\ \Delta s h 1 \\ \Delta s h 2 \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

O vetor \mathbf{R} das derivadas parciais de primeira ordem da função Lagrangiana (6.11) é dado pela expressão (6.20):

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R1} \\ \mathbf{R2} \\ \mathbf{R3} \\ \mathbf{R4} \\ \mathbf{R5} \\ \mathbf{R6} \\ \mathbf{R7} \\ \mathbf{R8} \\ \mathbf{R9} \\ \mathbf{R10} \\ \mathbf{R11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f + \nabla \mathbf{g1}^T \lambda_1 + \nabla \mathbf{g2}^T \lambda_2 + \nabla \mathbf{h1}^T \pi_1 \\ + \nabla \mathbf{h2}^T \pi_2 + \nabla \mathbf{h3}^T \pi_3 + \nabla \mathbf{h4}^T \pi_4 \\ \mathbf{g1} \\ \mathbf{g2} \\ \mathbf{h2} - \mathbf{st1} \\ \mathbf{h3} + \mathbf{st2} \\ \mathbf{h4} - \mathbf{sh1} \\ \mathbf{h5} + \mathbf{sh2} \\ \mu_e + \mathbf{St1} \cdot \pi_1 \\ \mu_e - \mathbf{St2} \cdot \pi_2 \\ \mu_e + \mathbf{Sh1} \cdot \pi_3 \\ \mu_e - \mathbf{Sh2} \cdot \pi_4 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Fazendo-se a multiplicação da matriz \mathbf{H} de (6.17) pelo vetor \mathbf{d} de (6.19) conforme mostrado na expressão (6.16), define-se a direção de busca do método conforme (6.21):

$$\begin{aligned}
 & \left[\nabla^2 f + \frac{\partial(\nabla \mathbf{g2}^T \lambda_2)}{\partial \mathbf{P}} \right] \Delta \mathbf{P} + \nabla \mathbf{g1}^T \Delta \lambda_1 + \nabla \mathbf{g2}^T \Delta \lambda_2 + \\
 & + \nabla \mathbf{h1}^T \Delta \pi_1 + \nabla \mathbf{h2}^T \Delta \pi_2 + \quad = -\mathbf{R1} \quad (A) \\
 & + \nabla \mathbf{h3}^T \Delta \pi_3 + \nabla \mathbf{h4}^T \Delta \pi_4 \\
 & \nabla \mathbf{g1} \Delta \mathbf{P} \quad = -\mathbf{R2} \quad (B) \\
 & \nabla \mathbf{g2} \Delta \mathbf{P} \quad = -\mathbf{R3} \quad (C) \\
 & \nabla \mathbf{h1} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{st1} \quad = -\mathbf{R4} \quad (D) \\
 & \nabla \mathbf{h2} \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{st2} \quad = -\mathbf{R5} \quad (E) \\
 & \nabla \mathbf{h3} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{sh1} \quad = -\mathbf{R6} \quad (F) \\
 & \nabla \mathbf{h4} \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{sh2} \quad = -\mathbf{R7} \quad (G) \\
 & \mathbf{St1} \Delta \pi_1 + \mathbf{Pt1} \Delta \mathbf{st1} \quad = -\mathbf{R8} \quad (H) \\
 & -\mathbf{St2} \Delta \pi_2 - \mathbf{Pt2} \Delta \mathbf{st2} \quad = -\mathbf{R9} \quad (I) \\
 & \mathbf{Sh1} \Delta \pi_3 + \mathbf{Ph1} \Delta \mathbf{sh1} \quad = -\mathbf{R10} \quad (J) \\
 & -\mathbf{Sh2} \Delta \pi_4 - \mathbf{Ph2} \Delta \mathbf{sh2} \quad = -\mathbf{R11} \quad (K)
 \end{aligned} \quad (6.21)$$

A estimação atual das variáveis duais e primais de $\mathbf{R4}$, $\mathbf{R5}$, $\mathbf{R6}$, e $\mathbf{R7}$ dadas em (6.20) são escritas em (6.22):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R4} &= \mathbf{h2} - \mathbf{st1} = \mathbf{0} \\
 \mathbf{R5} &= \mathbf{h3} + \mathbf{st2} = \mathbf{0} \\
 \mathbf{R6} &= \mathbf{h4} - \mathbf{sh1} = \mathbf{0} \\
 \mathbf{R7} &= \mathbf{h5} + \mathbf{sh2} = \mathbf{0}
 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Assim a partir de (D), (E), (F) e (G) da expressão (6.21) e da estimação das variáveis dadas por (6.22), pode-se escrever (6.23):

$$\begin{aligned}
 \nabla \mathbf{h1} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{st1} &= \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{h2} \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{st2} &= \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{h3} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{sh1} &= \mathbf{0} \\
 \nabla \mathbf{h4} \Delta \mathbf{P} + \Delta \mathbf{sh2} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

Isolando as variáveis $\Delta \boldsymbol{\pi t1}$, $\Delta \boldsymbol{\pi t2}$, $\Delta \boldsymbol{\pi h1}$ e $\Delta \boldsymbol{\pi h2}$ nas expressões (H), (I), (J), e (K) de (6.21) respectivamente, tem-se (6.24):

$$\begin{aligned}
 \Delta \boldsymbol{\pi t1} &= -\mathbf{St1}^{-1} \boldsymbol{\Pi t1} \Delta \mathbf{st1} - \mathbf{St1}^{-1} \mathbf{R8} \\
 \Delta \boldsymbol{\pi t2} &= -\mathbf{St2}^{-1} \boldsymbol{\Pi t2} \Delta \mathbf{st2} + \mathbf{St2}^{-1} \mathbf{R9} \\
 \Delta \boldsymbol{\pi h1} &= -\mathbf{Sh1}^{-1} \boldsymbol{\Pi h1} \Delta \mathbf{sh1} - \mathbf{Sh1}^{-1} \mathbf{R10} \\
 \Delta \boldsymbol{\pi h2} &= -\mathbf{Sh2}^{-1} \boldsymbol{\Pi h2} \Delta \mathbf{sh2} + \mathbf{Sh2}^{-1} \mathbf{R11}
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

Definindo-se as matrizes em (6.25),

$$\begin{aligned}
 \mathbf{SPt1} &= \begin{bmatrix} \frac{\pi t1_{1,t}}{st1_{1,t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\pi t1_{j,t}}{st1_{j,t}} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{SPt2} &= \begin{bmatrix} \frac{\pi t2_{1,t}}{st2_{1,t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\pi t2_{j,t}}{st2_{j,t}} \end{bmatrix} \quad \forall j,t \\
 \mathbf{SPh1} &= \begin{bmatrix} \frac{\pi h1_{1,t}}{sh1_{1,t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\pi h1_{i,t}}{sh1_{i,t}} \end{bmatrix} \quad \forall i,t \\
 \mathbf{SPh2} &= \begin{bmatrix} \frac{\pi h2_{1,t}}{sh2_{1,t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\pi h2_{i,t}}{sh2_{i,t}} \end{bmatrix} \quad \forall i,t
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

Pode-se escrever (6.24) de acordo com (6.26):

$$\begin{aligned}
 \Delta\pi\mathbf{1} &= -\mathbf{SPt1}\Delta\mathbf{st1} - \mathbf{St1}^{-1}\mathbf{R8} \\
 \Delta\pi\mathbf{2} &= -\mathbf{SPt2}\Delta\mathbf{st2} + \mathbf{St2}^{-1}\mathbf{R9} \\
 \Delta\pi\mathbf{h1} &= -\mathbf{SPh1}\Delta\mathbf{sh1} - \mathbf{Sh1}^{-1}\mathbf{R10} \\
 \Delta\pi\mathbf{h2} &= -\mathbf{SPh2}\Delta\mathbf{sh2} + \mathbf{Sh2}^{-1}\mathbf{R11}
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Substituindo $\Delta\pi\mathbf{1}$, $\Delta\pi\mathbf{2}$, $\Delta\pi\mathbf{h1}$ e $\Delta\pi\mathbf{h2}$ de (6.26) na expressão (A) de (6.21) obtém-se:

$$\begin{aligned}
 &\left[\nabla^2 f + \frac{\partial(\nabla\mathbf{g}2^T\lambda_2)}{\partial\mathbf{P}} \right] \Delta\mathbf{P} + \nabla\mathbf{g}1^T \Delta\lambda_1 + \nabla\mathbf{g}2^T \Delta\lambda_2 + \\
 &-\nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{SPt1}\Delta\mathbf{st1} - \nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{SPt2}\Delta\mathbf{st2} + \\
 &-\nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{SPh1}\Delta\mathbf{sh1} - \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{SPh2}\Delta\mathbf{sh2} + \\
 &-\nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{St1}^{-1}\mathbf{R8} + \nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{St2}^{-1}\mathbf{R9} + \\
 &-\nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{Sh1}^{-1}\mathbf{R10} + \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{Sh2}^{-1}\mathbf{R11} = -\mathbf{R1}
 \end{aligned} \tag{6.27}$$

Substituindo $\Delta\mathbf{s}$, $\Delta\mathbf{st1}$, $\Delta\mathbf{st2}$, $\Delta\mathbf{sh1}$ e $\Delta\mathbf{sh2}$ de (6.23) em (6.27) tem-se:

$$\begin{aligned}
 &\left[\nabla^2 f + \frac{\partial(\nabla\mathbf{g}2^T\lambda_2)}{\partial\mathbf{P}} - \nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{SPt1}\nabla\mathbf{h1} + \right. \\
 &\left. + \nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{SPt2}\nabla\mathbf{h2} - \nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{SPh1}\nabla\mathbf{h3} + \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{SPh2}\nabla\mathbf{h4} \right] \Delta\mathbf{P} + \\
 &[\nabla\mathbf{g}1^T] \Delta\lambda_1 + [\nabla\mathbf{g}2^T] \Delta\lambda_2 = -\mathbf{R1} + \nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{St1}^{-1}\mathbf{R8} + \\
 &-\nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{St2}^{-1}\mathbf{R9} + \nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{Sh1}^{-1}\mathbf{R10} - \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{Sh2}^{-1}\mathbf{R11}
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

Para simplificação, adotam-se os termos das expressões (6.29) e (6.30).

$$\begin{aligned}
 \overline{\mathbf{W}} &= \nabla^2 f + \frac{\partial(\nabla\mathbf{g}2^T\lambda_2)}{\partial\mathbf{P}} - \nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{SPt1}\nabla\mathbf{h1} \\
 &+ \nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{SPt2}\nabla\mathbf{h2} - \nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{SPh1}\nabla\mathbf{h3} + \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{SPh2}\nabla\mathbf{h4}
 \end{aligned} \tag{6.29}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{\mathbf{R1}} &= \mathbf{R1} - \nabla\mathbf{h1}^T \mathbf{St1}^{-1}\mathbf{R8} + \nabla\mathbf{h2}^T \mathbf{St2}^{-1}\mathbf{R9} + \\
 &-\nabla\mathbf{h3}^T \mathbf{Sh1}^{-1}\mathbf{R10} + \nabla\mathbf{h4}^T \mathbf{Sh2}^{-1}\mathbf{R11}
 \end{aligned} \tag{6.30}$$

Reescrevendo a expressão (6.28) e adotando as simplificações de (6.29) e (6.30) tem-se (6.31):

$$\left[\overline{\mathbf{W}} \right] \Delta \mathbf{P} + \left[\nabla \mathbf{g}1^T \right] \Delta \lambda 1 + \left[\nabla \mathbf{g}2^T \right] \Delta \lambda 2 = -\overline{\mathbf{R}1} \quad (6.31)$$

Substituindo $\mathbf{R}1$, $\mathbf{R}8$, $\mathbf{R}9$, $\mathbf{R}10$, e $\mathbf{R}11$ de (6.20) em $\overline{\mathbf{R}1}$ têm-se:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{F}1} &= \nabla f + \nabla \mathbf{g}1^T \lambda 1 + \nabla \mathbf{g}2^T \lambda 2 - \nabla \mathbf{h}1^T \mathbf{S}t1^{-1} \mu e \\ &+ \nabla \mathbf{h}2^T \mathbf{S}t2^{-1} \mu e - \nabla \mathbf{h}3^T \mathbf{S}h1^{-1} \mu e + \nabla \mathbf{h}4^T \mathbf{S}h2^{-1} \mu e \end{aligned} \quad (6.32)$$

Assim, resolvendo o sistema linear abaixo, encontra-se a direção de Newton para as variáveis $\Delta \mathbf{P}$, $\Delta \lambda 1$ e $\Delta \lambda 2$ conforme:

$$\begin{bmatrix} \overline{W} & \nabla \mathbf{g}1^T & \nabla \mathbf{g}2^T \\ \nabla \mathbf{g}1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \nabla \mathbf{g}2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \lambda 1 \\ \Delta \lambda 2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{F}1} \\ \mathbf{F}2 \\ \mathbf{F}3 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Em que:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}2 &= \mathbf{g}1 \\ \mathbf{F}3 &= \mathbf{g}2 \end{aligned} \quad (6.34)$$

As demais variáveis do método de Newton são atualizadas conforme (6.35):

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{s}t1 &= \nabla \mathbf{h}2 \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{s}t2 &= -\nabla \mathbf{h}3 \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{s}h1 &= \nabla \mathbf{h}4 \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{s}h2 &= -\nabla \mathbf{h}5 \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \pi t1 &= -\mathbf{S}P t1 \Delta \mathbf{s}t1 - \mathbf{S}t1^{-1} \mu e - \mathbf{S}t1^{-1} \mathbf{S}t1 \pi t1 \\ \Delta \pi t2 &= -\mathbf{S}P t2 \Delta \mathbf{s}t2 + \mathbf{S}t2^{-1} \mu e - \mathbf{S}t2^{-1} \mathbf{S}t2 \pi t2 \\ \Delta \pi h1 &= -\mathbf{S}P h1 \Delta \mathbf{s}h1 - \mathbf{S}h1^{-1} \mu e - \mathbf{S}h1^{-1} \mathbf{S}h1 \pi h1 \\ \Delta \pi h2 &= -\mathbf{S}P h2 \Delta \mathbf{s}h2 + \mathbf{S}h2^{-1} \mu e - \mathbf{S}h2^{-1} \mathbf{S}h2 \pi h2 \end{aligned} \quad (6.35)$$

Determinadas as direções Newton, deve-se calcular o tamanho do passo para as variáveis primais e duais conforme (6.36) e (6.37). Esse passo é calculado de forma a garantir a positividade/negatividade de todas as variáveis do problema (região interior do conjunto factível).

$$\alpha_p = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\Delta st1_{j,t} < 0} \left\{ \frac{st1_{j,t}}{|\Delta st1_{j,t}|} \right\}, \text{Min}_{\Delta st2_{j,t} < 0} \left\{ \frac{st2_{j,t}}{|\Delta st2_{j,t}|} \right\}, \\ \text{Min}_{\Delta sh1_{i,t} < 0} \left\{ \frac{sh1_{i,t}}{|\Delta sh1_{i,t}|} \right\}, \text{Min}_{\Delta sh2_{i,t} < 0} \left\{ \frac{sh2_{i,t}}{|\Delta sh2_{i,t}|} \right\}, 1 \end{array} \right\}, \forall i, j, t \quad (6.36)$$

$$\alpha_d = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\Delta \pi t1_{j,t} > 0} \left\{ -\frac{\pi t1_{j,t}}{|\Delta \pi t1_{j,t}|} \right\}, \text{Min}_{\Delta \pi t2_{j,t} < 0} \left\{ \frac{\pi t2_{j,t}}{|\Delta \pi t2_{j,t}|} \right\}, \\ \text{Min}_{\Delta \pi h1_{i,t} > 0} \left\{ -\frac{\pi h1_{i,t}}{|\Delta \pi h1_{i,t}|} \right\}, \text{Min}_{\Delta \pi h2_{i,t} < 0} \left\{ \frac{\pi h2_{i,t}}{|\Delta \pi h2_{i,t}|} \right\}, 1 \end{array} \right\}, \forall i, j, t \quad (6.37)$$

Com o tamanho dos passos primal e dual, atualizam-se as variáveis do problema de acordo com:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(q+1)} &= \mathbf{P}^{(q)} + \sigma \alpha_p^{(q)} \Delta \mathbf{P}^{(q)} \\ \mathbf{st1}^{(q+1)} &= \mathbf{st1}^{(q)} + \sigma \alpha_p^{(q)} \Delta \mathbf{st1}^{(q)} \\ \mathbf{st2}^{(q+1)} &= \mathbf{st2}^{(q)} + \sigma \alpha_p^{(q)} \Delta \mathbf{st2}^{(q)} \\ \mathbf{sh1}^{(q+1)} &= \mathbf{sh1}^{(q)} + \sigma \alpha_p^{(q)} \Delta \mathbf{sh1}^{(q)} \\ \mathbf{sh2}^{(q+1)} &= \mathbf{sh2}^{(q)} + \sigma \alpha_p^{(q)} \Delta \mathbf{sh2}^{(q)} \\ \mathbf{\pi t1}^{(q+1)} &= \mathbf{\pi t1}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \mathbf{\pi t1}^{(q)} \\ \mathbf{\pi t2}^{(q+1)} &= \mathbf{\pi t2}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \mathbf{\pi t2}^{(q)} \\ \mathbf{\pi h1}^{(q+1)} &= \mathbf{\pi h1}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \mathbf{\pi h1}^{(q)} \\ \mathbf{\pi h2}^{(q+1)} &= \mathbf{\pi h2}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \mathbf{\pi h2}^{(q)} \\ \boldsymbol{\lambda 1}^{(q+1)} &= \boldsymbol{\lambda 1}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \boldsymbol{\lambda 1}^{(q)} \\ \boldsymbol{\lambda 2}^{(q+1)} &= \boldsymbol{\lambda 2}^{(q)} + \sigma \alpha_d^{(q)} \Delta \boldsymbol{\lambda 2}^{(q)} \end{aligned} \quad (6.38)$$

Em que: q é a iteração do processo de otimização.

O valor de σ é utilizado de forma a garantir que as variáveis estejam no interior do conjunto factível, em que geralmente utiliza-se:

$$\sigma = 0,9995 \quad (6.39)$$

É importante lembrar que a função $Co_i(ph_{i,t})$ é igual a $Preço_i L_i(ph_{i,t})$, e que a variável de $Preço$ deve ser atualizada a cada iteração do método de acordo com a expressão (4.4), reescrita abaixo:

$$Preço_t^{(q)} = -\lambda 1_t^{(q)} \quad \forall t \quad (6.40)$$

6.2 Algoritmo de Solução do PD

Os principais passos do algoritmo de solução do MPI primal-dual barreira logarítmica utilizado na solução do problema proposto são mostrados a seguir.

Passo 1:

Calcular as restrições pt_j^{\min} e ph_i^{\min} conforme (6.2) e (6.3) para todos os i e j .

Passo 2:

Inicializar as variáveis $\lambda_1, \lambda_2, \pi_{t1}, \pi_{t2}, \pi_{h1}$ e π_{h2} para $(\pi_{t2}, \pi_{h2}) \geq 0$ e $(\pi_{t1}, \pi_{h1}, \lambda_1, \lambda_2) \leq 0$.

Inicializar as variáveis $pt, ph, st1, st2, sh1$ e $sh2$ de acordo com (6.41):

$$\begin{aligned}
 pt^{\min} &\leq pt \leq pt^{\max} \\
 ph^{\min} &\leq ph \leq ph^{\max} \\
 st1 &= pt - pt^{\min} \\
 st2 &= pt^{\max} - pt \\
 sh1 &= ph - ph^{\min} \\
 sh2 &= ph^{\max} - ph
 \end{aligned} \tag{6.41}$$

Passo 3:

Calcular o gradiente da função Lagrangiana dado pela expressão (6.14) e verificar se a norma infinito desse vetor está dentro da precisão adotada. Se estiver, FIM, caso contrário vá para o passo 4.

Passo 4:

Resolver o sistema linear dado em (6.33).

Atualizar as variáveis de Newton da expressão (6.35).

Passo 5:

Calcular os tamanhos dos passos primal e dual conforme expressões (6.36) e (6.37).

Passo 6:

Atualizar as variáveis primais e duas de acordo com a expressão (6.38).

Atualizar a variável de Preço de acordo com (6.40)

Voltar para o passo 3.

Capítulo 7

Simulador Hidráulico

7 Simulador Hidráulico

O simulador hidráulico tem como objetivo verificar todas as restrições hidráulicas do problema, dada uma política de despacho previamente calculada. Contudo, uma simples verificação de restrições não consegue atender a complexidade e as relações de dependência do problema hidráulico, daí a necessidade de se discutir mecanismos de simulação mais complexos.

Transcrevem-se abaixo as restrições do modelo de PDHME (4.1) associadas às variáveis hidráulicas, as quais devem ser testadas pelo simulador quanto a factibilidade:

$$\begin{aligned}
 x_{i,t} &= x_{i,t-1} + \left(y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} - u_{i,t} \right) \frac{\Delta t}{10^{-6}} \quad \forall i,t \quad (g) \\
 x_{i,t}^{med} &= \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \quad \forall i,t \quad (h) \\
 hl_{i,t} &= hm_i \left(x_{i,t}^{med} \right) - hj_i \left(u_{i,t} \right) - pc(hb,q)_{i,t} \quad \forall i,t \quad (i) \\
 ph_{i,t} &= \rho \cdot g \cdot \eta_{i,t} \left(q, p, hb, hl \right) \cdot hl_{i,t} \cdot q_{i,t} \quad \forall i,t \quad (j) \\
 u_{i,t} &= q_{i,t} + v_{i,t} \quad \forall i,t \quad (k) \\
 x_i^{\min} &\leq x_{i,t} \leq x_i^{\max} \quad \forall i,t \quad (l) \\
 q_i^{\min} &\leq q_{i,t} \leq q_{i,t}^{\max} \left(hl_{i,t} \right) \quad \forall i,t \quad (m) \\
 v_{i,t} &\geq 0 \quad \forall i,t \quad (n)
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Como foi explicado no Capítulo 3, o estado de operação de uma hidrelétrica depende do que aconteceu na cascata em que ela está inserida. O comportamento em um dado intervalo de tempo em uma hidrelétrica depende do que ocorreu nas hidrelétricas à montante desta, ou seja, o problema de simulação hidráulica também é acoplado no tempo. A equação que representa esse acoplamento dinâmico entre as usinas é a equação de balanço de água, já mostrada na seção 3.2.5. Como esta é a equação chave para o processo de simulação hidráulica, rediscute-se, a seguir, as características principais dessa restrição.

7.1 Balanço de água

O balanço de águas é responsável por verificar o volume de água que entra, sai, ou é armazenada no reservatório da usina após um certo período de tempo. Reescreve-se em (7.2) o modelo de balanço de águas para uma usina hidrelétrica:

$$x_t = x_{t-1} + \left(y_t + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv} - (q_t + v_t) \right) \frac{\Delta t}{10^6} \quad (7.2)$$

Em que:

x_t : volume ao final do intervalo t , (hm³)

x_{t-1} : volume no início do intervalo t , (hm³)

y_t : vazão incremental no intervalo t , (m³/s)

Ω_i : conjunto das hidrelétricas imediatamente a montante da usina analisada

q_t : vazão turbinada no intervalo t , (m³/s)

v_t : vazão vertida no intervalo t , (m³/s)

Δt : tamanho do intervalo t , (s)

tv : tempo de viagem da água entre a usina k e a usina i .

$\sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv}$: Somatória das defluências (u), ocorridas em tv intervalos de tempo

anteriores a t , para todas as usinas (k) pertencentes ao conjunto de usinas imediatamente a montante do reservatório analisado (Ω_i).

7.2 Modelo de Simulação Hidráulica

Como existem muitas variáveis que são interdependentes entre si, não é possível fazer a simulação através de um cálculo direto, por isso é necessário um cálculo iterativo que leve em consideração todas essas relações de dependências. Para este trabalho, foi utilizada uma técnica por meio da qual o valor da turbinagem da usina vai sendo iterativamente aumentado até que a potência gerada atinja o valor desejado. A Figura 7.1 apresenta um diagrama de blocos explicando o funcionamento do simulador para uma única hidrelétrica em um único intervalo de tempo, seguido de uma explicação mais detalhada sobre seu funcionamento.

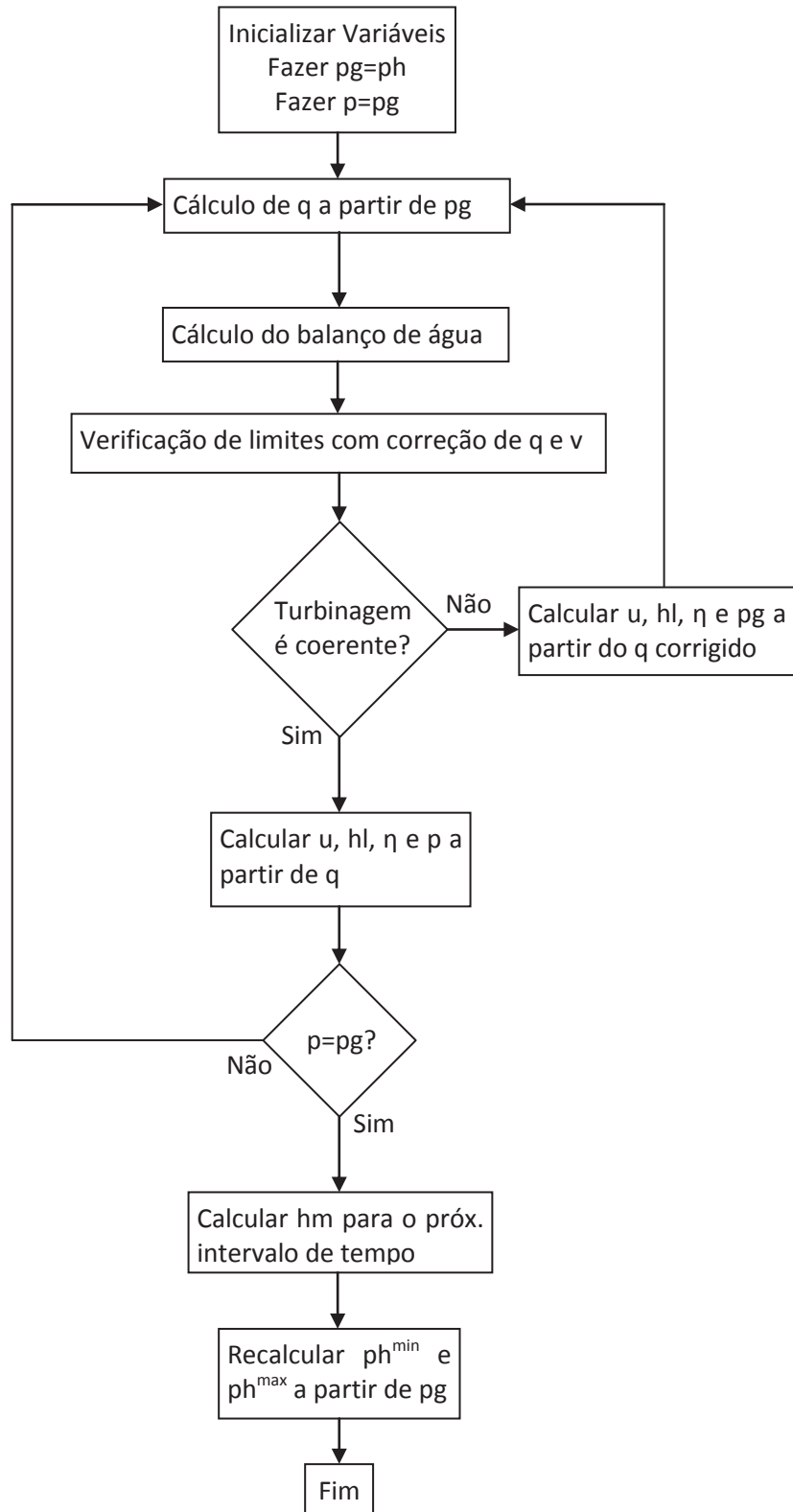


Figura 7.1 – Esquema de Simulação para uma hidrelétrica em um intervalo de tempo

Nesta figura temos:

p_g = potência que deve ser alcançada pelo simulador.

p_h = potência passada pelo PD para aquela hidrelétrica para um intervalo de tempo.

p = potência calculada.

q = turbinagem

v = vertimento

u = defluência

h_l = altura de queda líquida

η = rendimento do par turbina-gerador

p_h^{\max} = potência máxima da hidrelétrica para um intervalo de tempo que será passada para o PD.

p_h^{\min} = potência mínima da hidrelétrica para um intervalo de tempo que será passada para o PD.

Primeiramente deve-se levantar os dados de entrada. Estes dados para o simulador consistem: nos despachos de potência de geração (p_h) fornecidos pelo PD, no estado atual das cotas dos reservatórios, nas vazões incrementais aos reservatórios, nas defluências das usinas à montante dos reservatórios analisadas em intervalos de tempo anteriores, e nos limites dos volumes dos reservatórios.

De posse dos dados de entrada, calcula-se a turbinagem necessária para atingir a potência despachada pelo PD através da equação (2.10), depois calcula-se o balanço de água e é feita a verificação de limites, cuja heurística será explicada na próxima seção.

Nesse ponto já se tem uma situação hidráulica factível com as limitações da usina, então calculam-se η através da curva colina, h_l através de (2.7) e p através de (2.10). Essa potência calculada agora pode não mais ser a mesma que foi passada pelo PD, então repete-se esse processo até que a potência calculada seja igual à fornecida pelo PD, ou até que a potência fornecida pelo PD seja corrigida pelo simulador.

Este cálculo deve ser repetido para todas as usinas e para todos os intervalos de tempo, sempre incrementando o tempo de maneira seqüencial.

Depois que o processo iterativo do simulador é terminado, as potências que foram corrigidas pelo simulador em virtude de infactibilidades hidráulicas são repassadas ao modelo de PD. Caso alguma potência corrigida for maior do que o valor de potência pré-estabelecido pelo PD, deve-se corrigir a restrição de potência mínima. Por outro lado, caso alguma potência

corrigida for menor que o valor de potência pré-estabelecido pelo PD, deve-se corrigir a restrição de potência máxima.

Se nenhuma potência foi corrigida pelo simulador, significa que o PD fornecido é factível com relação a todas as restrições hidráulicas (7.1) e não precisa ser corrigido. Nesse caso, esse despacho corresponde à solução proposta pelo método de solução aqui descrito para o problema de PDHME original (3.1). É importante destacar que essa é uma solução sub-ótima, uma vez que o processo de decomposição adotado foi feito com base em conhecimentos empíricos sobre o problema de planejamento de curto prazo, e não com base em técnicas de decomposição clássicas de otimização, as quais garantem a otimalidade da solução.

7.3 Heurística de Verificação de Limites

No modelo de simulador proposto, os limites do reservatório e da casa das máquinas das usinas são verificados quanto a factibilidade. Caso algum limite seja ultrapassado, o simulador corrige as vazões de modo que no próximo intervalo de tempo todas as restrições sejam respeitadas. A heurística proposta neste trabalho para a verificação desses limites é descrita a seguir:

- Caso o volume de reservatório atinja seu valor máximo, deve-se aumentar o vertimento através de um pequeno incremento, mantendo-se fixo o valor da turbinagem de modo a não modificar a geração proposta pelo PD.
- Caso o volume do reservatório atinja seu valor mínimo, deve-se diminuir a turbinagem através de um pequeno decremento. Isso irá diminuir a potência gerada, que deve ser recalculada utilizando-se a expressão (2.10). Essa potência atualizada deve ser posteriormente repassada através de uma correção nos limites de geração para o PD.
- Caso o engolimento atinja seu máximo, deve-se diminuir a turbinagem para que esta se iguale ao engolimento máximo. Isso também irá diminuir a potência gerada, que deve ser recalculada utilizando-se a expressão (2.10). Essa potência atualizada deve ser posteriormente repassada através de uma correção nos limites de geração para o PD.

7.4 Algoritmo

O algoritmo de simulação hidráulica utilizado é descrito abaixo. As variáveis utilizadas no algoritmo foram descritas nas seções anteriores.

INICIO

Passo 1 - Inicialização.

Inicializar Δt

Inicializar x e hm para o 1º intervalo de tempo

Inicializar q e v nos intervalos de tempo anteriores

Calcular y através de (2.1)

$pg \leftarrow ph$ (vetor de potências das hidrelétricas passada pelo PD para todas as usinas e para todos os intervalos de tempo.)

$p \leftarrow pg$

$v_{i,t} \leftarrow 0$

$\eta_{i,t} \leftarrow 1$

$n \leftarrow n^\circ$ total de intervalos de tempo

$t \leftarrow 1$

$i \leftarrow 1$

Passo 2 - Balanço de água

Calcular $q_{i,t}$ através de (2.11)

Calcular $\sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t-tv}$

Calcular $x_{i,t+1}$ através de (7.2)

Passo 3 - Verificação de limites

SE $x_{i,t+1} > x_i^{\max}$ FAÇA

 Calcula $q_{i,t}$ através de (2.11)

 Incrementa $v_{i,t}$

FIM SE

SE $x_{i,t+1} < x_i^{\min}$ FAÇA

$v_{i,t} \leftarrow 0$

 Decrementa $q_{i,t}$

 erro $\leftarrow 1$

FIM SE

Calcular q_i^{\max} através de (2.9)

SE $q_{i,t} > q_i^{\max}$, FAÇA

$q_{i,t} \leftarrow q_i^{\max}$

 erro $\leftarrow 1$

FIM SE

Passo 4 - Calculando parâmetros

$$u_{i,t} \leftarrow q_{i,t} + v_{i,t}$$

Calcular $h_{j_{i,t}}$, $h_{b_{i,t}}$, $p_{c_{i,t}}$ e $h_{l_{i,t}}$

Achar o valor de $\eta_{i,t}$ na Curva Colina

Se a tabela for do tipo potência *versus* $hl_{i,t}$, fazer um cálculo iterativo variando-se a potência até que a turbinagem calculada através de (2.11) alcance $q_{i,t}$.

Se o valor de $q_{i,t}$ estiver entre dois valores da tabela de rendimentos, fazer interpolação linear. O mesmo vale para os valores de potência e $hl_{i,t}$.

Calcular $p_{i,t}$ através de (2.10)

Passo 5 - Verificação

SE erro=1 FAÇA

$$pg_{i,t} \leftarrow p_{i,t} \text{ (corrigindo potência do despacho)}$$

Voltar para o Passo 2

FIM SE

SE $pg_{i,t} \neq p_{i,t}$, voltar para o Passo 2

Passo 6 - Passando para o próximo intervalo de tempo

Calcular $hm_{i,t+1}$ de acordo com o polinômio Cota *versus* Volume

$$t \leftarrow t + 1$$

SE $t \leq n$, voltar para o Passo 2

Passo 7 - Passando valores para o PD

PARA todo i e todo t

$$\text{SE } pg_{i,t} < ph_{i,t} \text{ , Faça } ph_{i,t}^{\max} \leftarrow pg_{i,t}$$

$$\text{SE } pg_{i,t} > ph_{i,t} \text{ , Faça } ph_{i,t}^{\min} \leftarrow pg_{i,t}$$

FIM PARA

Passar os vetores de todos os $ph_{i,t}^{\min}$ e $ph_{i,t}^{\max}$ como dados de entrada do PD.

FIM

7.5 Considerações do algoritmo

O valor de Δt é o tempo, em segundos, que representa um intervalo de tempo. Por exemplo: para um intervalo de 1 hora, tem-se um Δt de 3600 segundos, e para um intervalo de 15 minutos, tem-se um Δt de 900 segundos.

Os valores de x e hm para o primeiro intervalo de tempo são dados de entrada e devem ser conhecidos. Os valores de q e v para os intervalos de tempo anteriores também são dados de entrada e devem ser conhecidos.

Capítulo 8

Estudos com o Simulador

Hidráulico

8 Estudos com o Simulador Hidráulico

Este capítulo tem como objetivo demonstrar o comportamento do simulador hidráulico em diversas situações, mostrando os impactos que o PD tem na operação hidráulica da usina e também as possíveis intervenções que o simulador possa fazer.

Na seção 8.1 será feito um estudo no caso onde o reservatório da usina está cheio e também tem uma grande vazão de afluência. Na seção 8.2 será estudado um caso onde a vazão afluente é relativamente pequena. Na seção 8.3 será mostrado um caso onde a potência despachada causa uma turbinagem acima da capacidade da usina. Na seção 8.4 será demonstrado a interferência no tempo de viagem das águas entre os reservatórios.

8.1 Caso de Reservatório cheio e grande afluência

Este caso tem como objetivo mostrar o comportamento do simulador no caso do reservatório estar com o seu volume inicial próximo ao máximo, e também com grande vazão de afluência.

8.1.1 Dados

Os valores de potência foram fornecidos pelo modelo de pré-despacho descrito em (da Silva 2010). Os dados utilizados nos estudos são mostrados na Tabela 8.1, Tabela 8.2 e Tabela 8.3.

Será feita a simulação para a usina de Jurumirim, com cota de montante para o primeiro intervalo de tempo $x_1 = 7009,0 \text{ hm}^3$ e defluência prevista de $y = 300,0 \text{ m}^3/\text{s}$.

Na Tabela 8.1 encontram-se os dados de volumes mínimos e máximos das hidrelétricas analisadas:

Tabela 8.1 - Volumes Máximos e Mínimos de Reservatórios

Usina	Volume Máximo (hm^3)	Volume Mínimo (hm^3)
Jurumirim	7010,60	3843,00
Piraju	114.090	89.8700

Na Tabela 8.2 são apresentados os coeficientes dos polinômios de Volume *versus* Cota de Montante.

Tabela 8.2. Polinômios de Volume *versus* Cota de Montante

Usina	Coeficientes dos polinômios				
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Jurumirim	542,2	0,006502	-6,830E-07	5,179E-11	-1,6791E-15
Piraju	523,1	0,09793	-1,771E-4	0	0

Na Tabela 8.3 estão os coeficientes dos polinômios de Defluência *versus* Cota do Canal de fuga.

Tabela 8.3. Polinômios de Defluência *versus* Cota do Canal de Fuga

Usina	Coeficientes dos polinômios				
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Jurumirim	531,4	0,003363	-4,416E-07	0	0
Piraju	503,8	0,006419	-5,360E-6	2,690E-09	-5,060E-13

Na Tabela 8.4 está o despacho calculado para a hidrelétrica de Jurumirim utilizado neste estudo:

Tabela 8.4. Pré-Despacho de Jurumirim para os casos 8.1 e 8.2

Hora	Potência (MW)	Hora	Potência (MW)
1:00	36,57	13:00	49,07
2:00	21,81	14:00	46,22
3:00	14,00	15:00	45,42
4:00	14,00	16:00	45,12
5:00	14,00	17:00	48,28
6:00	14,00	18:00	67,50
7:00	14,00	19:00	94,52
8:00	21,93	20:00	94,52
9:00	38,95	21:00	92,98
10:00	50,33	22:00	80,53
11:00	55,42	23:00	62,13
12:00	53,99	24:00	42,31

8.1.2 Resultados

Após rodado o estudo, temos os seguintes resultados:

Tabela 8.5. Resultados do caso 8.1

Hora	Potência (MW)	Volume (hm ³)	Turbinagem (m ³ /s)	Vertimento (m ³ /s)
1:00	36,57	7009,07	117,96	0,0000
2:00	21,81	7009,73	71,240	0,0000
3:00	14,00	7010,55	49,120	240,57
4:00	14,00	7010,59	49,150	250,88
5:00	14,00	7010,59	49,150	250,85
6:00	14,00	7010,59	49,150	250,85
7:00	14,00	7010,59	49,150	250,85
8:00	21,93	7010,59	72,930	224,69
9:00	38,95	7010,60	127,82	171,60
10:00	50,33	7010,60	166,19	133,97
11:00	55,42	7010,60	182,11	117,73
12:00	53,99	7010,60	177,65	122,35
13:00	49,07	7010,60	163,65	138,12
14:00	46,22	7010,59	152,91	145,76
15:00	45,42	7010,60	149,98	149,73
16:00	45,12	7010,60	148,88	151,01
17:00	48,28	7010,60	160,66	140,69
18:00	67,50	7010,60	221,24	77,370
19:00	94,52	7010,60	313,84	0,0000
20:00	94,52	7010,55	313,84	0,0000
21:00	92,98	7010,50	308,14	0,0000
22:00	80,53	7010,47	263,69	0,5000
23:00	62,13	7010,60	203,77	96,230
24:00	42,31	7010,60	139,24	160,76

8.1.3 Análise dos Resultados

Na Tabela 8.5 observa-se o volume do reservatório aumentar devido ao grande valor da afluência. Note-se também que o simulador passa a realizar o vertimento a partir do momento em que o volume do intervalo de tempo **seguinte** atinge um valor perto do máximo ($x_{\max}=7010,6$).

8.2 Caso de reservatório vazio com vazão afluente insuficiente.

Este estudo de caso tem como objetivo mostrar o comportamento do simulador no caso do reservatório estar com o seu volume inicial próximo ao mínimo e também com pequena vazão de afluência.

8.2.1 Dados

O volume armazenado para o primeiro intervalo de tempo é de $x_1 = 3845,00 \text{ hm}^3$, e a defluência prevista será de $y = 50,000 \text{ m}^3/\text{s}$. Todos os demais dados são os mesmos da seção 8.1.1.

8.2.2 Resultados

Após rodado o estudo, temos os resultados apresentados na Tabela 8.2:

Tabela 8.6. Resultados do Caso 8.2

Hora	Potência (MW)	Volume (hm ³)	Turbinagem (m ³ /s)	Vertimento (m ³ /s)
1:00	36,56	3845,00	135,83	0,00
2:00	21,81	3844,69	85,850	0,00
3:00	14,00	3844,56	58,930	0,00
4:00	14,00	3844,53	59,850	0,00
5:00	14,00	3844,49	60,320	0,00
6:00	14,00	3844,46	60,560	0,00
7:00	14,00	3844,42	60,680	0,00
8:00	21,93	3844,38	92,360	0,00
9:00	38,95	3844,23	169,31	0,00
10:00	50,33	3843,80	215,08	0,00
11:00	24,28	3843,20	106,79	0,00
12:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
13:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
14:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
15:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
16:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
17:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
18:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
19:00	10,91	3843,00	50,000	0,00
20:00	10,91	3843,00	50,000	0,00
21:00	10,91	3843,00	50,000	0,00
22:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
23:00	10,92	3843,00	50,000	0,00
24:00	10,92	3843,00	50,000	0,00

8.2.3 Análise dos Resultados

Neste estudo de caso, nota-se na Tabela 8.6 que o baixo valor da afluência faz com que o volume de água do reservatório diminua. Percebe-se que a potência é corrigida de modo que o volume armazenado no **próximo** intervalo de tempo nunca seja menor que o seu mínimo ($x = 3843,0$).

8.3 Caso de turbinagem acima da capacidade da usina

Este estudo tem como objetivo demonstrar o que acontece caso a potência fornecida pelo Pré-Despacho gere um valor de turbinagem maior do que a capacidade da usina. Para isso, o valor fornecido pelo pré-despacho no primeiro intervalo de tempo foi aumentado propositalmente para gerar uma turbinagem além dos limites da usina.

8.3.1 Dados

O volume armazenado para o primeiro intervalo de tempo para a usina de Jurumirim é de $x_1 = 6000,0 \text{ hm}^3$ e a vazão prevista será de $y = 300,0 \text{ m}^3/\text{s}$. O pré-despacho utilizado é apresentado na Tabela 8.7, note que no primeiro intervalo de tempo a potência foi aumentada para um valor relativamente grande. Todos os demais dados são os mesmos da seção 8.1.1.

Tabela 8.7. Pré-Despacho para o Caso 8.3

Hora	Potência (MW)
1:00	200,0
2:00	21,81
3:00	13,99
4:00	13,99
5:00	13,99
6:00	13,99
7:00	13,99
8:00	21,93
9:00	38,95
10:00	50,33
11:00	55,42
12:00	53,99
13:00	49,07
14:00	46,21
15:00	45,41
16:00	45,11
17:00	48,28
18:00	67,49
19:00	93,90
20:00	93,90
21:00	92,98
22:00	80,53
23:00	62,13
24:00	42,31

8.3.2 Resultados

Após simulado o estudo, temos os seguintes resultados:

Tabela 8.8. Resultados do Caso 8.3

Hora	Potência (MW)	Volume (hm ³)	Turbinagem (m ³ /s)	Vertimento (m ³ /s)
1:00	94,71	6000,00	338,06	0,00
2:00	21,81	5999,86	75,780	0,00
3:00	13,99	6000,67	50,990	0,00
4:00	13,99	6001,57	50,990	0,00
5:00	13,99	6002,46	50,990	0,00
6:00	13,99	6003,36	50,990	0,00
7:00	13,99	6004,26	50,980	0,00
8:00	21,93	6005,15	76,160	0,00
9:00	38,95	6005,96	134,98	0,00
10:00	50,33	6006,55	175,07	0,00
11:00	55,42	6007,00	192,41	0,00
12:00	53,99	6007,39	187,53	0,00
13:00	49,07	6007,79	174,85	0,00
14:00	46,21	6008,24	162,90	0,00
15:00	45,41	6008,74	159,60	0,00
16:00	45,11	6009,24	158,37	0,00
17:00	48,28	6009,75	171,49	0,00
18:00	67,49	6010,22	235,40	0,00
19:00	93,90	6010,45	337,87	0,00
20:00	93,90	6010,31	337,87	0,00
21:00	92,98	6010,18	334,29	0,00
22:00	80,53	6010,05	283,68	0,00
23:00	62,13	6010,11	216,15	0,00
24:00	42,31	6010,41	147,42	0,00

8.3.3 Análise dos Resultados

Neste estudo, observa-se que na Tabela 8.8 o valor de potência despachado no primeiro intervalo de tempo ocasionaria uma turbinagem acima da capacidade da usina, por isso o simulador corrigiu o resultado para um valor em que a turbinagem fosse compatível com o suportado pela hidrelétrica.

8.4 Tempo de viagem das águas entre duas usinas

Neste estudo mostra-se como o tempo de viagem da água entre a usina a montante e a usina a jusante interfere no processo de simulação.

8.4.1 Dados

Mostra-se a simulação para as usinas de Jurumirim e Jupia, cujos dados de entrada são fornecidos a seguir, considerando que não há vazões defluentes no início da simulação.

$t_v = 1:00$ hora (tempo de viagem da água entre a usina de Jurumirim e a usina de Jupia)

Tabela 8.9. Volume inicial e Vazão Incremental

Usina	x_1 (hm ³)	y (m ³ /s)
Jurumirim	6000,00	300,00
Jupia	110,000	0,0000

Tabela 8.10. Pré-Despacho para o Caso 8.4

Hora	Potência de Jurumirim (MW)	Potência de Jupia (MW)
1:00	36,64	24,53
2:00	21,86	24,52
3:00	14,00	24,52
4:00	14,00	24,53
5:00	14,00	24,53
6:00	14,00	24,52
7:00	14,00	24,53
8:00	21,99	24,52
9:00	39,02	24,52
10:00	50,35	33,46
11:00	55,41	38,82
12:00	53,99	37,32
13:00	49,09	32,13
14:00	46,26	29,13
15:00	45,47	28,29
16:00	45,17	27,97
17:00	48,31	31,30
18:00	67,41	51,56
19:00	93,90	80,68
20:00	93,90	80,68
21:00	92,77	78,51
22:00	80,38	65,33
23:00	62,08	45,89
24:00	42,38	25,02

Todos os demais dados são os mesmo fornecidos na seção 8.1.1.

8.4.2 Resultados

Após simulado o estudo, apresentam-se os resultados na Tabela 8.11:

Tabela 8.11 Resultados do Caso 8.4

Hora	Defluência	Defluência	Afluência	Afluência
	Jurumirim (m ³ /s)	Jupiaá (m ³ /s)	Jurumirim (m ³ /s)	Jupiaá (m ³ /s)
1:00	129,88	136,71	300,00	0,000
2:00	75,941	136,67	300,00	129,89
3:00	50,988	136,67	300,00	75,940
4:00	50,987	136,71	300,00	50,990
5:00	50,985	136,71	300,00	50,990
6:00	50,983	136,68	300,00	50,990
7:00	50,980	136,79	300,00	50,980
8:00	76,354	136,81	300,00	50,980
9:00	135,22	136,88	300,00	76,350
10:00	175,12	174,34	300,00	135,23
11:00	192,36	195,25	300,00	175,13
12:00	187,51	189,58	300,00	192,36
13:00	174,92	169,12	300,00	187,52
14:00	163,05	156,80	300,00	174,93
15:00	159,79	153,27	300,00	163,05
16:00	158,56	151,91	300,00	159,80
17:00	171,60	165,72	300,00	158,56
18:00	235,05	241,17	300,00	171,61
19:00	337,85	357,12	300,00	235,06
20:00	337,84	357,39	300,00	337,85
21:00	333,36	346,81	300,00	337,85
22:00	283,08	291,38	300,00	333,37
23:00	215,95	221,50	300,00	283,08
24:00	147,67	139,33	300,00	215,96

8.4.3 Análise dos Resultados

Após a análise da Tabela 8.11, observa-se que devido a usina de Jurumirim não ter outras usinas à montante, a afluência é dada apenas pelo valor da vazão incremental.

Note que, como não foi considerada nenhuma vazão incremental para a usina de Jupiaá, sua afluência acaba sendo apenas a defluência de Jurumirim levando em consideração o tempo de viagem da água de uma usina para a outra (1:00 hora). Deste modo é constatado que o simulador considerou corretamente o tempo do atraso da viagem da água entre as hidrelétricas analisadas.

Capítulo 9

**Estudos com o PDHME:
Sistema Teste**

9 Estudos com o PDHME – Sistema Teste

Os testes realizados nesse capítulo têm como objetivo verificar a consistência/coerência do modelo proposto no sentido de identificar e caracterizar suas restrições e sua função objetivo. Os estudos realizados neste capítulo envolvem um sistema teste que possui 4 hidrelétricas situadas na cascata do rio Paranapanema e 2 termoelétricas obtidas a partir de dados descritos em (Galiana, Kockar e Franco 2002). Nesse capítulo é utilizado um pequeno sistema teste para que possam se fazer vários estudos de caso. Devido às dimensões reduzidas do sistema teste é possível se fazer uma análise mais minuciosa e mostrar em detalhes o comportamento do modelo proposto.

Na seção 9.1 é descrito o estudo de um caso base, considerando o sistema PDHME completo, com PD e simulador hidráulico acoplados. Na seção 9.2 é estudado um caso com as metas hidráulicas modificadas. Na seção 9.3 é estudado um caso com a inclusão do mercado bilateral.

9.1 Caso Base

Para o caso base envolvendo esse sistema teste, considera-se que os contratos bilaterais são nulos, o que corresponde a dizer que toda a geração é despachada no mercado *pool* de energia. Devido a simplicidade do sistema teste, serão mostrados detalhadamente todas as potências despachadas ao final do processo, os números de máquinas calculados para cada usina e para cada hora do dia, , os preços *spot* horários e o custos totais de geração.

9.1.1 Dados

Os dados de vazões foram retiradas do Relatório da O.N.S. de previsão de vazões e geração de cenários de aflúências - PMO de março de 2010 (revisão da semana 3). Todos os reservatórios foram considerados como estando a 90% da capacidade máxima. As metas energéticas foram calculadas como sendo 70% da capacidade máxima das usinas para o período. Os valores estabelecidos para as metas energéticas das usinas hidrelétricas estão mostrados na Tabela 9.2.

A demanda horária foi estabelecida por meio de um valor percentual de um perfil de carga típico extraído do pacote computacional ANAREDE, de modo a representar uma demanda realista. Os valores horários utilizados para a demanda estão mostrados na Tabela 9.1.

Tabela 9.1 – Demanda para o sistema teste

Demanda de um dia em base horária			
Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1:00	511	13:00	539
2:00	483	14:00	535,5
3:00	469	15:00	534,1
4:00	462	16:00	533,4
5:00	455	17:00	539
6:00	469	18:00	574
7:00	476	19:00	700
8:00	483	20:00	672
9:00	518	21:00	637
10:00	539	22:00	602
11:00	553	23:00	567
12:00	546	24:00	525

Tabela 9.2 – Meta hidráulica para o sistema teste

Usina	Meta
Jurumirim	1717
Piraju	1532,7
Chavantes	7392
Ourinhos	856,8

A Tabela 9.3 apresenta as potências máximas e mínimas das usinas termoelétricas, e também os polinômios de custo de lances dos agentes termoelétricos, em que b_2 , b_1 e b_0 representam os coeficientes dos termos de ordem 2 até o termo independente, respectivamente.

Tabela 9.3 de Potência e parâmetros de custos dos lances das termoelétricas

Usina	Potência Mínima	Potência Máxima	b_2	b_1	b_0
Teste 1	15	150	0,2	21	180
Teste 2	16	160	0,05	25	120

A Tabela 9.4 mostra os dados iniciais das hidrelétricas para o primeiro intervalo de tempo, envolvendo as previsões de defluência, as cotas de montante e os volumes dos reservatórios das usinas hidrelétricas nesse intervalo de tempo.

Tabela 9.4 – Dados das hidrelétricas para o primeiro intervalo de tempo

Usina	Previsão de Defluência (m^3/s)	Cota de Montante (m)	Volume do reservatório (hm^3)
Jurumirim	434	567.59	6828.9
Piraju	442	531.92	112.78
Chavantes	565	473.56	8615
Ourinhos	800	398.3	22.15

A Tabela 9.5 mostra os limites envolvendo as cotas e volumes mínimos e máximos das hidrelétricas:

Tabela 9.5 – Restrições hidráulicas

Usina	Cota Mínima de Montante (m)	Cota Máxima de Montante (m)	Volume mínimo do reservatório (hm³)	Volume Máximo do Reservatório (hm³)
Jurumirim	559,7	568	3843	7010,6
Piraju	530,5	532	89,87	114,09
Chavantes	465,23	474	5754	8795,24
Ourinhos	397,5	398,34	18,68	22,34

Os polinômios de cota de montante *versus* volume para as usinas são mostrados na Tabela 9.6, em que os termos m_4, m_3, m_2, m_1, m_0 representam, respectivamente, os coeficientes dos termos de ordem 4 até o termo independente dos polinômios.

Tabela 9.6 – Polinômios de cota de montante *versus* volume

Usina	m_4	m_3	m_2	m_1	m_0
Jurumirim	-1,7E-15	5,18E-11	-6,8E-07	0,006502	542,2366
Piraju	0	0	-0,00018	0,097933	523,133
Chavantes	-1,5E-15	5,84E-11	-9,4E-07	0,00951	432,0012
Ourinhos	0	0	-0,00279	0,343805	392,0505

Os polinômios de cota do canal de fuga *versus* defluência são mostrados na Tabela 9.7, em que os termos j_4, j_3, j_2, j_1, j_0 representam, respectivamente, os coeficientes dos termos de ordem 4 até o termo independente dos polinômios.

Tabela 9.7 – Polinômios de cota de canal de fuga *versus* defluência

Usina	j_4	j_3	j_2	j_1	j_0
Jurumirim	0	0	-4,4E-07	0,003363	531,395
Piraju	-5,1E-13	2,69E-09	-5,4E-06	0,006419	503,8101
Chavantes	0	0	-2,8E-07	0,002982	397,4
Ourinhos	-7,4E-14	5,33E-10	-1,5E-06	0,003721	385,6416

Utilizando-se o algoritmo descrito na seção 4.1.2, foram calculados os coeficientes dos polinômios quadráticos de perdas hidráulicas, bem como os limites para as potências mínimas e máximas das hidrelétricas. Esses valores são mostrados na Tabela 9.8, em que a_2, a_1, a_0 representam, respectivamente, os coeficientes dos termos de ordem 2 até o termo independente dos polinômios.

Tabela 9.8 – Limites de geração e polinômios de perdas hidráulicas

Usina	Numero de Máquinas	Potência Mínima (MW)	Potência Máxima (MW)	a2	a1	a0
Jurumirim	1	14	51,1	0,003275	-0,20937	3,3108
	2	28	102,2	0,001839	-0,21312	6,6312
Piraju	1	24,525	45,6165	0,009268	-0,75933	15,6375
	2	49,05	91,233	0,005718	-0,84642	33,5629
Chavantes	1	30	110	0,001916	-0,36748	17,974
	2	60	220	0,001009	-0,37218	35,953
	3	90	330	0,000696	-0,37156	53,4208
	4	120	440	0,000556	-0,38147	72,0699
Ourinhos	1	2	17	0,021451	-0,33939	1,3209
	2	4	34	0,013743	-0,37816	2,8304
	3	6	51	0,011446	-0,42452	4,5774

9.1.2 Resultados

O modelo PDHME descrito no capítulo 4 foi utilizado para a resolução do caso base. Após este estudo, o despacho hidrotérmico calculado é apresentado na Tabela 9.9.

Tabela 9.9 – Pré-despacho para o caso base

Hora	Usina						Soma(Igual a Demanda)
	T1	T2	H1	H2	H3	H4	
1:00	19,50	38,01	70,43	63,44	284,02	35,59	511,00
2:00	18,13	32,51	65,39	61,54	270,37	35,07	483,00
3:00	17,46	29,82	62,85	60,58	263,49	34,81	469,00
4:00	17,12	28,49	61,57	60,09	260,04	34,68	462,00
5:00	16,79	27,17	60,29	59,61	256,58	34,54	455,00
6:00	17,46	29,82	62,85	60,58	263,49	34,81	469,00
7:00	17,79	31,16	64,12	61,06	266,93	34,94	476,00
8:00	18,13	32,51	65,39	61,54	270,37	35,07	483,00
9:00	19,85	39,41	71,69	63,92	287,42	35,72	518,00
10:00	20,92	43,67	75,43	65,33	297,55	36,10	539,00
11:00	21,64	46,56	77,91	66,27	304,26	36,35	553,00
12:00	21,28	45,11	76,67	65,80	300,91	36,23	546,00
13:00	20,92	43,67	75,43	65,33	297,55	36,10	539,00
14:00	20,74	42,95	74,81	65,10	295,86	36,04	535,50
15:00	20,67	42,67	74,56	65,00	295,19	36,01	534,10
16:00	20,63	42,53	74,44	64,96	294,85	36,00	533,40
17:00	20,92	43,67	75,43	65,33	297,55	36,10	539,00
18:00	18,74	34,97	67,67	62,40	354,92	35,30	574,00
19:00	24,59	58,36	87,55	69,91	422,24	37,34	700,00
20:00	23,23	52,91	83,19	68,27	407,50	36,90	672,00
21:00	21,58	46,31	77,70	66,19	388,89	36,33	637,00
22:00	19,98	39,92	72,15	64,09	370,10	35,76	602,00
23:00	18,44	33,75	66,54	61,97	351,11	35,19	567,00
24:00	20,21	40,82	72,94	64,39	290,80	35,84	525,00
Soma (Igual a Meta):			1717,0	1532,7	7392,0	856,8	

Para a simplificação das informações, na Tabela 9.9 foram utilizados os seguintes siglas:

H1=Hidrelétrica de Jurumirim

H2= Hidrelétrica de Piraju

H3= Hidrelétrica de Chavantes

H4= Hidrelétrica de Ourinhos

T1= Termoelétrica Teste 1

T2= Termoelétrica Teste 2

Da Tabela 9.9, é importante destacar que a soma das gerações das usinas termoelétricas e hidrelétricas (linha da Tabela) iguala as demandas horárias, respeitando, portanto a restrição de atendimento de demanda. Por outro lado, a soma das gerações das hidrelétricas para todos os intervalos de tempo (colunas associadas às usinas hidrelétricas na Tabela) iguala as metas energéticas para cada usina, respeitando, portanto, as restrições de metas energéticas. Essas duas restrições, que acoplam o problema no tempo e no espaço, tornam o despacho do problema de PDHME interdependente, de modo que a alteração de um nível de geração em um determinado intervalo pode afetar todo o despacho de geração.

Os preços *spot* horários calculados para todos os intervalos de tempo são mostrados na Tabela 9.10. São destacados ainda na tabela o preço *spot* médio diário e os custos totais diários de produção da energia. Estes custos envolvem o somatório de todos os termos da função objetivo do problema de PDHME.

Tabela 9.10 - preço *spot* para o caso base.

Hora	Preço (\$)	Hora	Preço (\$)
01:00	28,80	13:00	29,37
02:00	28,25	14:00	29,30
03:00	27,98	15:00	29,27
04:00	27,85	16:00	29,25
05:00	27,72	17:00	29,37
06:00	27,98	18:00	28,50
07:00	28,12	19:00	30,84
08:00	28,25	20:00	30,29
09:00	28,94	21:00	29,63
10:00	29,37	22:00	28,99
11:00	29,66	23:00	28,38
12:00	29,51	00:00	29,08
preço médio (\$):		28,94	
custo total (\$):		53.692,89	

9.1.3 Análise dos Resultados

Como demonstrado na Tabela 9.10 todos os limites estabelecidos na formulação do problema de PD foram respeitados. Observa-se um aumento do preço da energia no horário de pico de demanda e diminuição nos horários de baixo consumo, o que está coerente e de acordo com as leis de mercado de oferta e procura.

Observa-se também que a solução do PD proposto evitou, quando possível, a utilização das termoelétricas, que tem um maior custo de geração, favorecendo assim as hidrelétricas, que possuem menor custo. Isso mostra a busca do sistema de otimização por menores custos de produção para a energia.

9.2 Caso com Metas Hidráulicas Modificadas

Este estudo de caso tem como objetivo verificar o impacto das metas energéticas fixadas por modelos de médio/longo prazo no despacho de geração do problema de PDHME e também no cálculo dos preços *spot* por esse modelo. Para isso, as metas das usinas são reduzidas em relação ao caso base, e o resultado do estudo é comparado ao resultado obtido no caso base com relação aos despachos e preços *spot* obtidos.

9.2.1 Dados

Nesse caso, as metas energéticas de todas as usinas hidrelétricas foram reduzidas de 70% da capacidade máxima das usinas para 60% da capacidade máxima. A Tabela 9.11 mostra os novos valores de metas energéticas para esse caso. É importante destacar que todos os demais dados são mantidos os mesmos daqueles descritos no item 9.1.1 para o caso base.

Tabela 9.11 - Metas hidráulicas modificadas para o sistema teste

Usina	Meta
Jurumirim	1471,7
Piraju	1313,8
Chavantes	6336
Ourinhos	734,4

9.2.2 Resultados

O pré-despacho calculado utilizando-se a metodologia proposta para a solução do PD é mostrado na Tabela 9.12.

Tabela 9.12 – Pré-Despacho para o Caso com Metas Hidráulicas Modificadas

Hora	Usina						Soma(Igual a Demanda)
	T1	T2	H1	H2	H3	H4	
1:00	31,63	86,50	55,29	52,34	255,35	29,89	511,00
2:00	30,14	80,57	50,36	50,38	242,24	29,31	483,00
3:00	33,99	95,97	62,79	55,33	190,14	30,77	469,00
4:00	33,54	94,15	61,38	54,77	187,56	30,61	462,00
5:00	33,09	92,34	59,97	54,20	184,96	30,44	455,00
6:00	33,99	95,97	62,79	55,33	190,14	30,77	469,00
7:00	34,45	97,80	64,20	55,89	192,72	30,94	476,00
8:00	30,14	80,57	50,36	50,38	242,24	29,31	483,00
9:00	32,00	88,01	56,51	52,83	258,61	30,03	518,00
10:00	33,15	92,60	60,17	54,28	268,34	30,46	539,00
11:00	33,93	95,70	62,59	55,25	274,79	30,75	553,00
12:00	33,54	94,14	61,38	54,77	271,57	30,61	546,00
13:00	33,15	92,60	60,17	54,28	268,34	30,46	539,00
14:00	32,96	91,83	59,56	54,04	266,72	30,39	535,50
15:00	32,88	91,52	59,32	53,94	266,08	30,36	534,10
16:00	32,84	91,37	59,20	53,90	265,75	30,35	533,40
17:00	33,15	92,60	60,17	54,28	268,34	30,46	539,00
18:00	35,11	100,44	66,20	56,68	284,39	31,17	574,00
19:00	37,49	109,95	73,16	59,45	387,95	32,00	700,00
20:00	36,02	104,07	68,90	57,76	373,76	31,49	672,00
21:00	34,23	96,92	63,52	55,62	355,85	30,86	637,00
22:00	36,72	106,90	70,97	58,58	297,09	31,74	602,00
23:00	34,71	98,85	65,00	56,20	281,20	31,03	567,00
24:00	32,38	89,53	57,73	53,32	261,86	30,18	525,00
Soma (Igual a Meta):			1471,7	1313,8	6336,0	734,4	

Os preços *spot* calculados pelo PD são mostrados na Tabela 9.13 para cada hora do dia. Também se reescrevem os preços calculados no caso base para fins de comparação.

Tabela 9.13 - Preço *spot* do caso com meta hidráulica modificada

Hora	Preço (\$)	Hora	Preço (\$)
01:00	33,65	13:00	34,26
02:00	33,06	14:00	34,18
03:00	34,60	15:00	34,15
04:00	34,41	16:00	34,14
05:00	34,23	17:00	34,26
06:00	34,60	18:00	35,04
07:00	34,78	19:00	35,99
08:00	33,06	20:00	35,41
09:00	33,80	21:00	34,69
10:00	34,26	22:00	35,69
11:00	34,57	23:00	34,89
12:00	34,41	00:00	33,95
preço médio (\$):	34,42		
custo total (\$):	105.929,78		

Tabela 9.14 - preço *spot* do caso base.

Hora	Preço (\$)	Hora	Preço (\$)
01:00	28,80	13:00	29,37
02:00	28,25	14:00	29,30
03:00	27,98	15:00	29,27
04:00	27,85	16:00	29,25
05:00	27,72	17:00	29,37
06:00	27,98	18:00	28,50
07:00	28,12	19:00	30,84
08:00	28,25	20:00	30,29
09:00	28,94	21:00	29,63
10:00	29,37	22:00	28,99
11:00	29,66	23:00	28,38
12:00	29,51	00:00	29,08
preço médio (\$):	28,94		
custo total (\$):	53.692,89		

9.2.3 Análise dos Resultados

Reduzir a meta de uma hidrelétrica é o mesmo que diminuir a oferta diária de energia hidráulica, a qual é muito mais barata. Para compensar essa redução, e no sentido de sempre atender a restrição de demanda, houve a necessidade de aumentar a participação das usinas termoelétricas, que são mais caras no despacho. Esse aumento na participação das usinas termoelétricas foi imediatamente sentido no mercado através do aumento dos preços de energia, conforme se observa se compararmos as tabelas Tabela 9.9 e Tabela 9.12.

9.3 Caso com Inclusão do Mercado Bilateral

Nesta seção, são acrescentados contratos bilaterais pré-fixados ao sistema descrito no caso base. O objetivo desse estudo de caso consiste em avaliar o impacto que os contratos bilaterais podem ter, tanto no despacho de geração do *pool*, quanto nos preços *spot* calculados pelo modelo de PD proposto.

9.3.1 Dados

Este estudo de caso utiliza os mesmos dados fornecidos para o caso base, na seção 9.1.1. Entretanto, no estudo de caso aqui apresentado utilizam-se os contratos bilaterais previamente fixados entre os agentes do sistema, mostrados na Tabela 9.15. A tabela mostra a somatória de contratos estabelecidos entre cada agente (térmico ou hidráulico) e os demais agentes consumidores do sistema. Assim, por exemplo, verifica-se na Tabela que o agente térmico T1 estabeleceu um total de 21 MW em contratos bilaterais com os agentes consumidores do sistema para o intervalo de tempo da 1. No caso estudado nesta seção, a carteira de contratos estabelecida pela matriz dada na Tabela 9.15 deve ser respeitada.

Tabela 9.15 – Energia contratada das usinas no mercado bilateral.

Hora	Potência contratada por usina (MW)					
	T1	T2	H1	H2	H3	H4
1:00	21	18	23	28	82	9
2:00	20	18	22	26	77	8
3:00	19	30	21	25	75	8
4:00	19	28	21	25	74	8
5:00	19	28	21	25	73	8
6:00	19	38	21	25	75	8
7:00	39	40	22	26	76	8
8:00	30	35	22	26	77	8
9:00	21	32	23	28	83	9
10:00	22	34	24	29	86	9
11:00	23	35	25	30	88	9
12:00	22	35	25	30	87	9
13:00	22	34	24	29	86	9
14:00	22	34	24	29	86	9
15:00	30	34	24	29	85	9
16:00	30	34	24	29	85	9
17:00	30	34	24	29	86	9
18:00	30	40	26	31	92	10
19:00	30	40	32	38	112	12
20:00	30	40	30	36	108	11
21:00	25	40	29	34	102	11
22:00	25	39	27	33	96	10
23:00	23	25	26	31	91	10
24:00	21	18	24	28	84	9

9.3.2 Resultados

Considerando-se os contratos bilaterais estabelecidos na Tabela 9.15 o problema de PD foi novamente resolvido, sendo calculado um novo despacho de geração conforme mostrado na Tabela 9.16:

Tabela 9.16 – Pré-Despacho do caso com inclusão do mercado bilateral

Hora	Usina						Soma(Igual a Demanda)
	T1	T2	H1	H2	H3	H4	
1:00	21,00	29,24	71,42	63,82	289,84	35,69	511,00
2:00	20,00	23,78	66,26	61,87	275,94	35,16	483,00
3:00	19,00	30,00	61,65	60,13	263,54	34,68	469,00
4:00	19,00	28,00	60,46	59,67	260,31	34,56	462,00
5:00	19,00	28,00	58,78	59,04	255,79	34,39	455,00
6:00	19,00	38,00	59,74	59,40	258,37	34,49	469,00
7:00	39,00	40,00	56,14	58,04	248,69	34,12	476,00
8:00	30,00	35,00	61,18	59,94	262,25	34,64	483,00
9:00	21,00	32,00	72,43	64,20	292,57	35,79	518,00
10:00	22,00	34,89	76,53	65,75	303,62	36,21	539,00
11:00	23,00	37,67	78,98	66,67	310,21	36,46	553,00
12:00	22,00	36,38	77,85	66,25	307,17	36,35	546,00
13:00	22,00	34,89	76,53	65,75	303,62	36,21	539,00
14:00	22,00	34,14	75,87	65,50	301,84	36,15	535,50
15:00	30,00	34,00	73,66	64,66	295,87	35,92	534,10
16:00	30,00	34,00	73,49	64,60	295,41	35,90	533,40
17:00	30,00	34,00	74,83	65,11	299,03	36,04	539,00
18:00	30,00	40,71	81,61	67,67	317,28	36,73	574,00
19:00	30,00	48,13	87,78	70,00	426,73	37,37	700,00
20:00	30,00	42,54	83,16	68,25	411,15	36,89	672,00
21:00	25,00	40,00	77,50	66,11	392,07	36,31	637,00
22:00	25,00	39,00	70,49	63,47	368,45	35,59	602,00
23:00	23,00	25,00	66,58	61,99	355,25	35,19	567,00
24:00	21,00	32,15	74,08	64,82	297,00	35,96	525,00
Soma (Igual a Meta):			1717,0	1532,7	7392,0	856,8	

Os novos preços *spot* calculados para esse estudo de caso são mostrados na Tabela 9.17. Reescreve-se também os preços do caso base para fins de comparação.

Tabela 9.17 – preço spot do caso com inclusão do mercado bilateral

Hora	Preço (\$)	Hora	Preço (\$)
01:00	27,92	13:00	28,49
02:00	27,38	14:00	28,41
03:00	26,91	15:00	28,17
04:00	26,79	16:00	28,15
05:00	26,62	17:00	28,30
06:00	26,72	18:00	29,07
07:00	26,37	19:00	29,81
08:00	26,86	20:00	29,25
09:00	28,03	21:00	28,60
10:00	28,49	22:00	27,82
11:00	28,77	23:00	27,41
12:00	28,64	00:00	28,21
preço médio (\$):	27,97		
custo total (\$):	53.709,73		

Tabela 9.18 - preço spot do caso base.

Hora	Preço (\$)	Hora	Preço (\$)
01:00	28,80	13:00	29,37
02:00	28,25	14:00	29,30
03:00	27,98	15:00	29,27
04:00	27,85	16:00	29,25
05:00	27,72	17:00	29,37
06:00	27,98	18:00	28,50
07:00	28,12	19:00	30,84
08:00	28,25	20:00	30,29
09:00	28,94	21:00	29,63
10:00	29,37	22:00	28,99
11:00	29,66	23:00	28,38
12:00	29,51	00:00	29,08
preço médio (\$):	28,94		
custo total (\$):	53.692,89		

9.3.3 Análise dos resultados

Primeiramente, os resultados aqui apresentados na Tabela 9.16 e Tabela 9.17 permitem verificar que, no modelo proposto, os contratos bilaterais pré-estabelecidos podem alterar o despacho calculado no *pool*. Isso de fato acontece sempre que algum dos limites mínimos de geração de contratos bilaterais for atingido. Nesse caso, o multiplicador de Lagrange associado a tal restrição que se encontra no limite deve alterar também os preços *spot* do mercado *pool*. Assim, uma das características fundamentais do PDHME proposto é sua capacidade de representar as inter-relações entre os mercados *pool* e bilateral, através de um único problema de otimização e sem a utilização de heurísticas ou aproximações.

Se comparado ao caso base, pode-se notar que houve uma diminuição do preço médio no mercado *pool*. Isto acontece porque a energia despachada no mercado bilateral não é incluída no mercado *pool*. É como se o sistema tivesse “retirado” demanda do mercado *pool* e alocado essa demanda para o mercado bilateral. Assim sendo, a demanda apenas “mudou” de um mercado para outro, e isso teve um impacto tanto no despacho quanto nos preços *spot* finais. Além disso, pode-se observar um aumento no custo total de geração, se forem comparados aos custos totais obtidos para o estudo de caso atual com aqueles obtidos no caso base, pois a inclusão do mercado bilateral fez com que fossem despachadas mais usinas termoelétricas, tem um maior custo de operação. Além disso, a inclusão dos contratos bilaterais diminui o espaço de otimização associado ao mercado *pool*, se comparado ao caso base. Assim, com a mesma função objetivo, e um menor espaço de otimização, espera-se um valor ótimo de função objetivo maior ou igual ao valor do caso base. No caso desse exemplo, houve um aumento no valor da função objetivo em relação ao caso base.

Capítulo 10

Estudos com o PDHME:

Sistema Interligado Nacional

10 Estudos com o PDHME – Sistema Interligado Nacional

Este capítulo tem como objetivo apresentar simulações e análises do modelo de PDHME utilizando um sistema de grande porte, como o caso do Sistema Interligado Nacional (SIN). Devido à complexidade do sistema, será feita uma abordagem diferente daquela adotada no capítulo 9, apresentando as características que proporcionam uma visão geral dos resultados obtidos, tais como os preços *spot* calculados e o custo total da geração. Além disso, é feita uma análise de desempenho computacional para cada caso analisado.

Os dados foram obtidos através do pack de preços do NEWAVE, disponível no site da Câmara de Comercialização de Energia (www.ccee.org.br) em julho de 2009, através do relatório do O.N.S. de previsão de vazões e geração de cenários de afluências - PMO de março de 2010 (revisão da semana 3) obtido no site da mesma (www.ons.org.br), e também através do programa HydroExpert, disponível no site www.Hydrobyte.com.br em março de 2010.

Na seção 10.1 é realizado o estudo de um caso base, considerando o sistema PDHME completo, com PD e simulador hidráulico acoplados. Na seção 10.2 será estudado um caso com as metas hidráulicas modificadas. Na seção 10.3 será estudado um caso com a inclusão do mercado bilateral.

10.1 PDHME Completo

Este estudo tem como objetivo demonstrar a aplicabilidade do modelo PDHME proposto em um sistema real de grande porte. Nele será estudado o modelo completo, com PD e simulação hidráulica, para as hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional (SIN).

São apresentados como resultados o preço *spot* calculado em base horária e é feita uma análise de desempenho computacional. Devido a complexidade do sistema, é transcrito para esse texto apenas o despacho da termoelétrica equivalente e das primeiras 3 hidrelétricas.

10.1.1 Dados

A escolha das hidrelétricas utilizadas foi feita através do critério de disponibilidade de dados. Devido a dificuldade de se obter dados sobre o sistema hidrelétrico, foram consideradas todas as usinas em que haviam dados suficientes para a simulação, estando ou não em operação, totalizando 131 hidrelétricas. A Tabela 10.1 apresenta os nomes de todas as usinas utilizadas na simulação:

Tabela 10.1 – Usinas hidrelétricas utilizadas na simulação

Hidrelétricas						
CAMARGOS	MIRANDA	L. N. GARCEZ	ITA	SOBRAGI	P. AFONSO 123	RONDON II
ITUTINGA	CAPIM BRANCO 1	CANOAS II	PASSO FUNDO	ILHA POMBOS	P. AFONSO 4	BALBINA
FUNIL-GRANDE	CAPIM BRANCO 2	CANOAS I	MONJOLINHO	NILO PECANHA	XINGO	MANSO
FURNAS	CORUMBA IV	SAO JERONIMO	QUEBRA QUEIXO	FONTES	BARRA BRAUNA	SAMUEL
M. DE MORAES	CORUMBA I	CAPIVARA	CASTRO ALVES	P. PASSOS	P. CAVALO	COARACY NUNE
ESTREITO	ITUMBIARA	TAQUARUCU	MONTE CLARO	SALTO GRANDE	B. ESPERANCA	PONTE PEDRA
JAGUARA	CACH. DOURADA	ROSANA	14 DE JULHO	P. ESTRELA	GUILMAN-AMORIM	STA CLARA MG
IGARAPAVA	SAO SIMAO	ITAIPU	SAO JOSE	BAU I	SA CARVALHO	ESPORA
VOLTA GRANDE	I. SOLTEIRA	STA CLARA PR	PASSO S JOAO	CANDONGA	JAURU	ITIQUEIRA I
P. COLOMBIA	BARRA BONITA	FUNDAO	PASSO REAL	BAGUARI	CORUMBA III	B. COQUEIROS
CACONDE	A. S. LIMA	G. B. MUNHOZ	JACUI	AIMORES	SALTO PILAO	FOZ R. CLARO
E. DA CUNHA	IBITINGA	SEGREDO	ITAUBA	MASCARENHAS	ROSAL	
A. S. OLIVEIRA	PROMISSAO	SLT. SANTIAGO	D. FRANCISCA	IRAPE	OURINHOS	
MARIMBONDO	N. AVANHANDAVA	SALTO OSORIO	G. P. SOUZA	MURTA	SERRA DA MESA	
A. VERMELHA	TRES IRMAOS	SAO JOAO	HENRY BORDEN	ITAPEBI	CANA BRAVA	
BATALHA	JUPIA	SALTO CAXIAS	JAGUARI	TRES MARIAS	SAO SALVADOR	
SERRA FACAO	P. PRIMAVERA	PAI QUERE	PARAIBUNA	QUEIMADO	PEIXE ANGICAL	
BOCAINA	A. A. LAYDNER	BARRA GRANDE	SANTA BRANCA	SOBRADINHO	LAJEADO	
EMBORCACAO	PIRAJU	CAMPOS NOVOS	FUNIL	ITAPARICA	CURUA-UNA	
NOVA PONTE	CHAVANTES	MACHADINHO	PICADA	MOXOTO	TUCURUI	

Em função das dificuldades de obtenção de dados, não foi possível utilizar as termoelétricas do SIN. Assim, foi considerada, para as simulações realizadas nesse capítulo, uma termoelétrica equivalente, como sendo a representação de todas as termoelétricas do sistema. Os parâmetros de limites de potência máxima e mínima, assim como o polinômio de custos de lances térmicos para esta usina, são apresentados na Tabela 10.2:

Tabela 10.2 – Usina termoelétrica equivalente utilizada na simulação

Usina	Potência Mínima (MW)	Potência Máxima (MW)	b_2	b_1	b_0
Equivalente	1000	30000	0,000238	22,6	7140

As metas hidráulicas foram calculadas através de uma heurística, simulando-se um caso onde o todas as hidrelétricas operam em sua potência máxima, e após o simulador limitar as potências aos máximos possíveis do ponto de vista hidráulico foi estipulado uma meta hidráulica correspondente a 60% deste máximo teórico calculado.

A Demanda é apresentada na Tabela 10.3:

Tabela 10.3 – Demanda Horária

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
01:00	54764,47	13:00	57765,26
02:00	51763,68	14:00	57390,16
03:00	50263,28	15:00	57240,12
04:00	49513,08	16:00	57165,1
05:00	48762,88	17:00	57765,26
06:00	50263,28	18:00	61516,25
07:00	51013,48	19:00	75019,82
08:00	51763,68	20:00	72019,03
09:00	55514,67	21:00	68268,04
10:00	57765,26	22:00	64517,04
11:00	59265,66	23:00	60766,05
12:00	58515,46	00:00	56264,86

Para a análise de desempenho computacional, o programa foi rodado 5 vezes em três computadores diferentes, e o valor de desempenho computacional apresentado corresponde à média aritmética do tempo total de processamento do programa, desde a leitura dos dados até a apresentação do resultado final. Os computadores utilizados para a análise de desempenho estão descritos na Tabela 10.4.

Tabela 10.4 – Computadores utilizados para a análise de desempenho computacional

	Computador 1	Computador 2	Computador 3
Processador	Intel Core i5 750 2.66 GHz	Intel Core2 Quad Q9550 2,8GHz	Intel Core2 Duo E7200 2,53GHz
Memória RAM	4 GB DDR3 1333MHz	4 GB DDR3 1333MHz	4GB DDR2 800MHz
Sistema Operacional	Windows 7 Professional 64bits	Windows 7 Home 64bits	Windows Vista Business 32bits
Linguagem	Matlab R2010a 64bits	Matlab R2010a 64bits	Matlab R2010a 32bits

10.1.2 Resultados

Após resolvido o PDHME completo, são transcritos os despachos da termoeletrica equivalente e das 3 primeiras hidrelétricas da simulação na Tabela 10.5.

Tabela 10.5 – Pré-Despacho parcial para o caso base

Hora	Temoelétrica	Camargos	Itutinga	Funil Grande
01:00	9436,18	27,82	30,27	97,78
02:00	9201,89	27,59	29,86	97,16
03:00	9007,32	27,38	29,53	96,64
04:00	8833,48	27,20	29,23	48,09
05:00	8701,77	27,07	29,00	95,82
06:00	8996,72	27,37	29,51	96,61
07:00	9119,66	27,50	29,72	96,94
08:00	9219,68	27,60	29,89	97,20
09:00	9516,75	27,91	30,40	97,99
10:00	9716,48	28,11	30,74	98,51
11:00	9747,61	28,14	30,79	98,59
12:00	9752,37	28,14	30,80	98,60
13:00	9714,38	28,11	30,74	98,50
14:00	9710,11	28,10	30,73	98,49
15:00	9711,02	28,10	30,73	98,49
16:00	9708,45	28,10	30,73	98,49
17:00	9710,01	28,10	30,73	98,49
18:00	10071,11	28,46	31,34	99,42
19:00	11876,27	30,21	34,26	155,87
20:00	11225,55	29,59	33,23	153,49
21:00	10990,06	29,36	32,85	152,62
22:00	10357,07	28,75	31,81	100,15
23:00	9965,04	28,36	31,16	99,15
00:00	9597,23	27,99	30,54	98,20

Os preços *spot* calculados para todos os intervalos de tempo, o preço *spot* médio diário e o custo total de geração são dados na Tabela 10.6:

Tabela 10.6 – Preço *spot* para o caso base

Hora	Preço	Hora	Preço
01:00	27,09	13:00	27,22
02:00	26,98	14:00	27,22
03:00	26,89	15:00	27,22
04:00	26,80	16:00	27,22
05:00	26,74	17:00	27,22
06:00	26,88	18:00	27,39
07:00	26,94	19:00	28,25
08:00	26,99	20:00	27,94
09:00	27,13	21:00	27,83
10:00	27,23	22:00	27,53
11:00	27,24	23:00	27,34
12:00	27,24	00:00	27,17
preço médio (\$):		27,24	
custo total (\$):		7.250.487,86	

A análise de desempenho computacional, na qual foram medidos os tempos médios de processamento em cada computador para este caso, é apresentada na Tabela 10.7:

Tabela 10.7 – Desempenho computacional para o caso base

Máquina	Tempo médio (segundos)	Desvio Padrão
Computador 1	95,67	11,36
Computador 2	98,7	12,01
Computador 3	101,64	10,10

10.1.3 Análise dos Resultados

O método proposto para a resolução do PDHME foi capaz de calcular o despacho respeitando todas as restrições, e também de calcular os preços *spot* para as hidrelétricas do SIN. Nota-se que a variação do preço acompanhou o perfil de demanda, mostrando um preço maior da energia no horário de pico de demanda e diminuição nos horários de baixo consumo, o que respeita as leis de mercado de oferta e procura.

A análise de desempenho computacional mostrou que para um caso padrão onde os recursos são abundantes o método consegue resolver sistemas relativamente grandes em um pequeno tempo computacional, sendo que independentemente da máquina utilizada foram necessários menos de 5 minutos para que o sistema fosse inteiramente processado, o que torna o método adequado para a utilização em ambientes de curto prazo.

10.2 PDHME com Meta Alterada

Este estudo de caso tem como objetivo verificar o impacto das metas energéticas fixadas por modelos de médio/longo prazo no despacho de geração do problema de PDHME em sistemas de grande porte, o impacto no cálculo dos preços *spot* por esse modelo e também no desempenho computacional.

10.2.1 Dados

Nesta seção é simulada uma redução nas metas energéticas das usinas hidrelétricas em 10%, ou seja, todas as metas são multiplicadas por um fator de 0,9. Todos os outros dados são os mesmos apresentados na seção 10.1.1.

10.2.2 Resultados

Após resolvido o PDHME completo, são transcritos os despachos da termoelétrica equivalente e das 3 primeiras hidrelétricas da simulação na Tabela 10.8.

Tabela 10.8 – Pré-despacho parcial para caso de metas alteradas

	Termoelétrica	Camargos	Itutinga	Funil Grande
01:00	14179,46	14,98	22,78	87,85
02:00	14115,90	14,95	22,69	87,69
03:00	13942,74	14,87	22,46	87,24
04:00	13906,73	14,86	22,42	87,15
05:00	13709,16	14,77	28,16	86,63
06:00	13910,76	14,86	22,42	87,16
07:00	14050,97	14,92	22,61	87,52
08:00	14089,05	14,94	22,66	87,62
09:00	14265,69	30,04	29,05	88,08
10:00	14331,06	30,10	29,16	88,24
11:00	14552,66	30,30	29,51	88,81
12:00	14469,84	30,22	29,38	88,60
13:00	14339,91	30,11	29,17	88,27
14:00	14286,25	30,06	29,09	88,13
15:00	14269,85	30,04	29,06	88,09
16:00	14252,68	30,03	29,03	88,04
17:00	14332,72	30,10	29,16	88,25
18:00	14754,70	30,48	29,83	89,33
19:00	16919,99	32,34	33,11	141,95
20:00	16368,40	31,88	32,29	139,97
21:00	15769,62	31,37	31,39	91,86
22:00	15260,08	30,92	30,61	90,60
23:00	14638,12	30,37	29,64	89,03
00:00	14267,85	30,04	29,06	88,08

O preço *spot* calculado para todos os intervalos de tempo, o preço *spot* médio e o custo total de geração são dados na Tabela 10.9. Também é reescrito o preço do caso base para fins de comparação:

Tabela 10.9 – Preço *spot* para o caso de metas alteradas

Hora	Preço	Hora	Preço
01:00	29,35	13:00	29,43
02:00	29,32	14:00	29,40
03:00	29,24	15:00	29,39
04:00	29,22	16:00	29,38
05:00	29,13	17:00	29,42
06:00	29,22	18:00	29,62
07:00	29,29	19:00	30,65
08:00	29,31	20:00	30,39
09:00	29,39	21:00	30,11
10:00	29,42	22:00	29,86
11:00	29,53	23:00	29,57
12:00	29,49	00:00	29,39
preço médio (\$):		29,52	
custo total (\$):		10.377.417,49	

Tabela 10.10 – Preço *spot* para o caso base

Hora	Preço	Hora	Preço
01:00	27,09	13:00	27,22
02:00	26,98	14:00	27,22
03:00	26,89	15:00	27,22
04:00	26,80	16:00	27,22
05:00	26,74	17:00	27,22
06:00	26,88	18:00	27,39
07:00	26,94	19:00	28,25
08:00	26,99	20:00	27,94
09:00	27,13	21:00	27,83
10:00	27,23	22:00	27,53
11:00	27,24	23:00	27,34
12:00	27,24	00:00	27,17
preço médio (\$):		27,24	
custo total (\$):		7.250.487,86	

A análise de desempenho computacional, onde foram medidos os tempos médios de processamento em cada computador para este caso, é apresentada na Tabela 10.11.

Tabela 10.11 – Desempenho computacional para o caso com metas alteradas

Máquina	Tempo médio (segundos)	Desvio Padrão
Computador 1	90,34	9,16
Computador 2	91,25	10,20
Computador 3	92,78	6,62

10.2.3 Análise dos Resultados

Pela tabela de pré-despacho percebe-se uma diminuição nas hidrelétricas e um aumento no despacho da termoeletrica equivalente, o que já era esperado devido ao fato da meta hidráulica ter sido diminuída sem que houvessem alterações na demanda horária.

Percebe-se também um aumento no preço *spot* do mercado *pool*. Isto deve-se ao fato de que uma diminuição da meta energética é o mesmo que reduzir os recursos disponíveis para a geração de energia, ocasionando assim um aumento no preço da energia elétrica.

Novamente, todas as simulações foram feitas em menos de 5 minutos, o que prova a eficiência computacional do método para a simulação de sistemas de grande porte.

10.3 PDHME com a inclusão do mercado bilateral

Nesta seção, são acrescentados contratos bilaterais pré-fixados ao sistema descrito no caso base. O objetivo desse estudo de caso consiste em avaliar o impacto que os contratos bilaterais podem ter no despacho de geração do mercado *pool* e nos preços *spot* calculados pelo modelo de PDHME em sistemas de grande porte, e também analisar o impacto do mercado bilateral no desempenho computacional.

10.3.1 Dados

Para este estudo é feito um perfil de contrato bilateral para a termoeétrica equivalente, dado na Tabela 10.12. Todos os outros dados são os mesmos da seção 10.1.1.

Tabela 10.12 – Contratos bilaterais fixados para a termoeétrica equivalente

Hora	Potência (MW)	Hora	Potência (MW)
01:00	7000	13:00	8000
02:00	7000	14:00	8000
03:00	7000	15:00	8000
04:00	7000	16:00	8000
05:00	7000	17:00	10000
06:00	10000	18:00	15000
07:00	12000	19:00	20000
08:00	10000	20:00	15000
09:00	8000	21:00	1000
10:00	8000	22:00	8000
11:00	8000	23:00	8000
12:00	8000	00:00	7000

10.3.2 Resultados

Após resolvido o PDHME completo, são transcritos os despachos da termoeletrica equivalente e das 3 primeiras hidrelétricas da simulação na Tabela 10.13.

Tabela 10.13 – Pré-Despacho parcial com contratos bilaterais

	Termoeletrica	Camargos	Itutinga	Funil Grande
01:00	8231,27	30,62	30,94	100,67
02:00	7863,73	30,26	30,30	99,70
03:00	7797,32	15,10	30,19	99,52
04:00	7682,09	30,07	29,98	99,21
05:00	7637,24	30,03	29,90	99,09
06:00	10000,00	29,78	29,46	98,42
07:00	12000,00	29,56	22,92	97,86
08:00	10000,00	30,02	29,88	99,06
09:00	8221,97	15,31	30,93	100,65
10:00	8403,54	30,79	31,24	101,12
11:00	8571,29	30,96	31,53	101,56
12:00	8446,61	30,83	31,32	101,23
13:00	8411,39	30,80	31,25	101,14
14:00	8342,82	30,73	31,14	100,96
15:00	8322,69	30,71	31,10	100,91
16:00	8306,09	30,70	31,07	100,87
17:00	10000,00	15,33	31,00	100,75
18:00	15000,00	30,60	30,90	100,61
19:00	20000,00	31,34	32,21	102,59
20:00	15000,00	31,74	32,90	103,64
21:00	9541,17	31,89	33,16	156,05
22:00	9069,47	31,44	32,37	102,84
23:00	8759,10	31,14	31,85	102,04
00:00	8278,42	15,34	31,03	100,79

O preço *spot* calculado para todos os intervalos de tempo, o preço *spot* médio e o custo total de geração são dados na Tabela 10.14. Também é reescrita a tabela de preços do caso base, para fins de comparação:

Tabela 10.14 – Preço *spot* para o caso com contratos bilaterais

Hora	Preço	Hora	Preço
01:00	26,52	13:00	26,60
02:00	26,34	14:00	26,57
03:00	26,31	15:00	26,56
04:00	26,26	16:00	26,55
05:00	26,24	17:00	26,53
06:00	26,12	18:00	26,51
07:00	26,02	19:00	26,87
08:00	26,23	20:00	27,07
09:00	26,51	21:00	27,14
10:00	26,60	22:00	26,92
11:00	26,68	23:00	26,77
12:00	26,62	00:00	26,54
Preço Médio (\$):		26,54	
Custo Total (\$):		7.262.384,68	

Tabela 10.15 – Preço *spot* para o caso base

Hora	Preço	Hora	Preço
01:00	27,09	13:00	27,22
02:00	26,98	14:00	27,22
03:00	26,89	15:00	27,22
04:00	26,80	16:00	27,22
05:00	26,74	17:00	27,22
06:00	26,88	18:00	27,39
07:00	26,94	19:00	28,25
08:00	26,99	20:00	27,94
09:00	27,13	21:00	27,83
10:00	27,23	22:00	27,53
11:00	27,24	23:00	27,34
12:00	27,24	00:00	27,17
preço médio (\$):		27,24	
custo total (\$):		7.250.487,86	

A análise de desempenho computacional, onde foram medidos os tempos médios de processamento em cada computador para este caso, é apresentado na Tabela 10.16:

Tabela 10.16 – Desempenho computacional para o caso de inclusão do mercado bilateral

Máquina	Tempo médio (segundos)	Desvio Padrão
Computador 1	102,81	1,01
Computador 2	105,86	2,90
Computador 3	111,55	1,34

10.3.3 Análise dos Resultados

Assim como visto no sistema teste, nota-se uma diminuição no preço *spot* da energia no mercado *pool*. Isso deve-se ao fato do mercado bilateral ter a propriedade de “tirar” demanda energética do mercado *pool*. Contudo, devido a maior utilização da termoelétrica houve um pequeno aumento do custo total da energia, se comparado com o caso padrão da seção 10.1. É interessante notar que ao contrário do que acontece no sistema teste, a diferença de preços no SIN é amenizada, na casa dos centavos, devido justamente ao maior porte do problema, onde há um espaço de otimização muito maior e, portanto, maiores as possibilidades de otimização.

Capítulo 11

Conclusões, Dificuldades e Projeções Futuras

11 Conclusões, dificuldades e projeções futuras.

Este capítulo tem como objetivo apresentar as considerações finais deste trabalho.

Na seção 11.1 são apresentadas as conclusões, com um breve resumo dos principais pontos discutidos. Na seção 11.2 são apresentadas as principais dificuldades para a realização desse trabalho. Na seção 11.3 são apresentadas algumas sugestões e idéias para a evolução do modelo aqui apresentado e uma breve visão para trabalhos futuros.

11.1 Conclusões

Este trabalho propõe um modelo de pré-despacho para sistemas com predominância de geração hidrelétrica e termoeletrica, através de uma abordagem econômica voltada a mercados de energia (PDHME). Nessa modelagem foram incluídas as principais restrições associadas aos sistemas de geração hidráulica e térmica inerentes ao problema

Para o modelo proposto, adotou-se uma técnica de decomposição por meio da qual isolam-se as variáveis elétricas das hidráulicas, resultando num sistema modular cujos dois principais módulos são: o pré-despacho (PD), responsável pelo tratamento das variáveis elétricas e de mercado, e o simulador hidráulico, responsável pelo tratamento das variáveis hidráulicas e suas restrições.

Os estudos feitos com as simulações e resultados permitiram avaliar o desempenho do modelo PDHME e obter as seguintes conclusões:

- O modelo consegue não só despachar as usinas de forma a atender integralmente a demanda, mas também mostra que os preços da energia seguem as oscilações de demanda, de acordo com a lei de mercado da oferta e procura.
- O modelo considera, de forma intrínseca, o risco de déficit futuro através da adoção da restrição de metas energéticas, as quais são obtidas dos modelos de médio e longo prazo. Os resultados obtidos com um sistema teste e com o SIN mostram, de forma bastante contundente, a influência direta das metas energéticas não apenas no despacho calculado, mas também no preço da energia.
- Os resultados mostram que o modelo proposto é sensível às variações do estado hídrico do sistema, refletindo no despacho e no preço o estado real

das hidrelétricas. Os resultados também destacam a importância da representação das variáveis hidráulicas, através do simulador.

- Os resultados obtidos mostram que o mercado bilateral tem uma interessante influência no cálculo do preço *spot* no mercado *pool*. Mostrou-se que a inclusão de um mercado bilateral divide, também, a demanda em dois submercados, sendo que quanto mais contratos bilaterais são estabelecidos no sistema, menor será o preço do mercado *pool*, devido a transferência de demanda de um mercado para o outro.

A metodologia de solução mostrou-se eficiente para sistemas de grande porte, como é o caso do Sistema Interligado Nacional. Em todos os testes feitos a resolução completa do modelo deu-se em menos de 5 minutos, provando a eficiência computacional do método e sua aplicabilidade na solução do sistema brasileiro.

11.2 Dificuldades encontradas

A falta de documentação foi uma dificuldade constante em todo decorrer do projeto. Apesar de parecer ser relativamente simples, é notável a falta de publicações e referências com relação ao simulador hidráulico. Não foi encontrada nenhuma fonte de pesquisa que mostrasse, de fato, o funcionamento do mesmo, ou que apresentasse detalhes suficientes para reproduzi-lo. Também, parece haver falta de conscientização do meio acadêmico em relação a este fato, já que durante a execução do presente projeto foram ouvidas frases do tipo “simulador hidráulico não é relevante” ou “isso é algo óbvio, não é pesquisa”.

Contudo, mais importante do que a falta de documentação sobre o simulador hidráulico, foi a dificuldade em se encontrar dados reais sobre o sistema brasileiro. Não existe um banco de dados unificado, as informações estão espalhadas em diversas fontes e apresentam-se fragmentadas entre os diversos órgãos federais responsáveis. Não seria exagero dizer que meses de trabalho foram necessários somente no processo de aquisição destes dados, com o agravante de alguns dados não estarem disponíveis nos bancos de dados governamentais, como no caso da curva colina de várias hidrelétricas, que só puderam ser obtidas através de ferramentas empresariais como o HydroExpert (HydroByte 2011), ou acadêmicas como o Hydrolab (COSE 2011).

Tudo isso, aliado a falta de transparência com relação a alguns dados técnicos, os quais simplesmente não puderam ser obtidos através dos meios de comunicação oficiais, dificultou a simulação completa do SIN. Como, por exemplo, cita-se a dificuldade de obtenção de dados

envolvendo as termoelétricas, que por serem escassos mostraram-se insuficientes para que se fizesse qualquer simulação utilizando-os. Assim, houve a necessidade de se estimar uma termoelétrica equivalente para que fosse possível rodar as simulações envolvendo o SIN.

11.3 Trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, podem-se incluir vários aspectos relacionados ao setor elétrico que não foram modelados no presente trabalho. Uma importante contribuição seria a inclusão do sistema de transmissão de energia junto com os aspectos trabalhados no modelo proposto, o que resultaria num trabalho que representaria de forma melhor a complexa realidade do sistema energético.

Outra possibilidade seria a substituição do simulador hidráulico por um otimizador hidráulico, que tenha por objetivo, por exemplo, diminuir o possível desperdício de água causado pelo vertimento em certos horários, ou até mesmo prever políticas de vertimento que beneficiem os setores da sociedade que também são afetados pelos níveis dos rios. Esse tipo de modelagem poderia trazer como benefício uma melhor eficiência de operação das hidrelétricas e caracterizar melhor a responsabilidade social que as barragens possuem por intervir diretamente em um dos mais preciosos recursos naturais para o homem, ou seja, a água.

Não se podem desprezar também as novas tecnologias de geração que venham a apresentar novas realidades para o sistema energético como o todo. Por exemplo, a construção de geradores eólicos já é uma realidade, mas ainda que atualmente apresentem números reduzidos em relação ao total gerado podem, a médio prazo, representar uma parcela significativa na geração de energia. O mesmo pode acontecer a outras fontes alternativas de geração, como a biomassa ou a solar.

De um modo ou de outro, discussões sobre o setor de energia elétrica não apenas estão longe de acabar, mas nunca devem parar. Sempre há espaço para melhorar o que se tem no momento e espera-se que o trabalho apresentado contribua com conceitos, técnicas e metodologias que possam ser utilizadas para uma melhor operação do sistema elétrico nesse novo ambiente de mercados de energia.

Apêndice

Formulação do Preço *Spot* da Energia

Apêndice

Nos mercados de energia o preço *spot* representa o preço de venda de cada *MW* de energia produzido por um agente gerador a ser negociado no mercado *pool*. Os modelos de PD além de calcular o despacho de geração, calculam também o preço *spot* através de variáveis associadas à restrição de atendimento de demanda (Galiana, Kockar e Franco 2002).

Como na demonstração dada em (da Silva 2010), no problema de PDHME proposto neste trabalho, os preços *spot* são dados pelas variáveis associadas à restrição de atendimento de demanda, utiliza-se o modelo de pré-despacho relaxado descrito a seguir em (9.1). Nesse problema, o objetivo é minimizar os custos de geração térmica mais os custos de oportunidade hidráulica, sujeitos ao atendimento da demanda (*a*), a limites máximos de potência (*b*) e (*c*) e ao atendimento da meta energética (*d*). Nesse problema, o PD foi relaxado de modo a simplificar essa demonstração, entretanto, o mesmo resultado é aplicável ao problema de PD proposto. Optou-se por não relaxar as restrições de máxima geração de potência nas usinas térmicas e hidráulicas, de forma a mostrar que as restrições operacionais de desigualdade não alteram a demonstração descrita a seguir.

Segue então a dedução de cálculo do preço *spot* para o problema de PD relaxado dado em (9.1).

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \left[\sum_{j \in \Omega_{pt}} C_j (Pt_{j,t}) + \sum_{i \in \Omega_{ph}} Co_i (Ph_{i,t}) \right] \\
 & \text{s.a :} \\
 & \quad \sum_{j \in \Omega_{pt}} Pt_{j,t} + \sum_{i \in \Omega_{ph}} Ph_{i,t} = D_t, \quad \forall t \quad (a) \\
 & \quad Pt_{j,t} \leq Pt_j^{\max}, \quad \forall j, t \quad (b) \\
 & \quad Ph_{i,t} \leq Ph_i^{\max}, \quad \forall i, t \quad (c) \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (Ph_{i,t} + L_i (Ph_{i,t})) = M_i, \quad \forall i \quad (d)
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

A função Lagrangiana clássica associada ao problema (9.1) é dada de acordo com (9.2).

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_{t=1}^T \left[\sum_{j \in \Omega_{pt}} C_k(Pt_{j,t}) + \sum_{i \in \Omega_{ph}} Co_i(Ph_{i,t}) \right] + \\
 & + \sum_{t=1}^T \lambda 1_t \left(\sum_{j \in \Omega_{pt}} Pt_{j,t} + \sum_{i \in \Omega_{ph}} Ph_{i,t} - D_t \right) + \\
 & + \sum_{i \in \Omega_{ph}} \lambda 2_i \left(\sum_{t=1}^T (Ph_{i,t} + L_i(Ph_{i,t})) - M_i \right) + \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \Omega_{pt}} \pi t_{j,t} (Pt_{j,t} - Pt_j^{\max}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \pi h_{i,t} (Ph_{i,t} - Ph_i^{\max})
 \end{aligned} \tag{9.2}$$

Em que:

$\lambda 1_t$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento de demanda para o intervalo t ;

$\lambda 2_k$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de meta energética para $i \in \Omega_{ph}$;

$\pi t_{j,t}$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de máxima potência térmica gerada;

$\pi h_{i,t}$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de máxima potência hidráulica gerada.

Sabendo-se que as potências geradas são funções da demanda, pode-se escrever (9.3) e (9.4) para um dado intervalo r do período T , como segue:

$$Pt_{j,t} = Pt_{j,t}(D_r), \quad \forall j, r \tag{9.3}$$

$$Ph_{i,t} = Ph_{i,t}(D_r), \quad \forall i, r \tag{9.4}$$

Adota-se, nesse trabalho, o preço da energia para um determinado intervalo de tempo r como sendo o acréscimo no custo total (durante todo o período T) decorrente de um acréscimo infinitesimal na demanda do intervalo r .

Assim, de acordo com a definição adotada, o preço da energia é dado pela expressão (9.5):

$$Preço_r = \frac{\partial Custo}{\partial D_r} \quad (9.5)$$

Fazendo-se as derivadas parciais da função custo total em relação à demanda do intervalo r , obtém-se a expressão (9.6).

$$Preço_r = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j \in \Omega_{pt}} \frac{\partial C_j(Pt_{j,t})}{\partial D_r} \right) + \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Co_i(Ph_{i,t})}{\partial D_r} \right) \quad (9.6)$$

Retomando aqui a expressão do custo de oportunidade dada em (3.3) verifica-se que o custo de oportunidade é função também do preço da energia como mostrado em (9.7):

$$Co_i(Ph_{i,t}) = Preço_t L_i(Ph_{i,t}), \quad \forall i \quad (9.7)$$

Assim, abrindo-se as derivadas parciais do custo das usinas térmicas e do custo de oportunidade em relação à demanda do intervalo r , a expressão (9.6) fica:

$$\begin{aligned} Preço_r = & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j \in \Omega_{pt}} \frac{\partial C_j(Pt_{j,t})}{\partial Pt_{j,t}} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} \right) + \\ & + \sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} \sum_{i \in \Omega_{ph}} L_i(Ph_{i,t}) \right) + \quad r = 1 \dots T \quad (9.8) \\ & + \sum_{t=1}^T \left(Preço_t \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial L_i(Ph_{i,t})}{\partial Ph_{i,t}} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \right), \end{aligned}$$

Para simplificação da notação utilizam-se as expressões (9.9) e (9.10) para representar, respectivamente, as derivadas de primeira ordem do custo das usinas térmicas (custos marginais) e as derivadas de primeira ordem do custo de oportunidade das usinas hidráulicas (perdas marginais):

$$Cm_{j,t} = \frac{\partial C_j(Pt_{j,t})}{\partial Pt_{j,t}}, \quad \forall j \quad (9.9)$$

$$Lm_{i,t} = \frac{\partial L_i(Ph_{i,t})}{\partial Ph_{i,t}}, \quad \forall i \quad (9.10)$$

Substituindo (9.9) e (9.10) na expressão (9.8) obtêm-se (9.11)

$$\begin{aligned} Preço_r = & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j \in \Omega_{pt}} Cm_{j,t} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} \right) + \sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} \sum_{i \in \Omega_{ph}} L_i(Ph_{i,t}) \right) + \\ & + \sum_{t=1}^T \left(Preço_t \sum_{i \in \Omega_{ph}} Lm_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \right) \end{aligned} \quad (9.11)$$

Agora, aplicando as condições de KKT para a função Lagrangiana (9.2) obtêm-se as expressões (9.12) e (9.13):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Pt_{j,t}} = Cm_{j,t} + \lambda 1_t + \pi t_{j,t} = 0, \\ \pi t_{j,t} (Pt_{j,t} - Pt_j^{\max}) = 0, \end{aligned} \quad \forall j,t \quad (9.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Ph_{i,t}} = \frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{i,t}} L_i(Ph_{i,t}) + Preço_t Lm_{i,t} + \\ + \lambda 1_t + \lambda 2_i (1 + Lm_{i,t}) + \pi h_{i,t} = 0, \\ \pi h_{i,t} (Ph_{i,t} - Ph_i^{\max}) = 0, \end{aligned} \quad \forall i,t \quad (9.13)$$

Isolando termos nas expressões (9.12) e (9.13) obtêm-se (9.14) e (9.15):

$$Cm_{k,t} = -\lambda 1_t - \pi t_{j,t}, \quad \forall j \quad (9.14)$$

$$\begin{aligned} Preço_t Lm_{i,t} = -\frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{i,t}} L_i(Ph_{i,t}) + \\ -\lambda 1_t - \lambda 2_i (1 + Lm_{i,t}) - \pi h_{i,t}, \end{aligned} \quad \forall i \quad (9.15)$$

Derivando a restrição de atendimento de demanda (9.1)(a) em relação à D_r têm-se:

$$\sum_{j \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} + \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} = 1, \quad t = r \quad (9.16)$$

$$\sum_{j \in \Omega_{pt}} \frac{\partial P_{t,j,t}}{\partial D_r} + \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} = 0, \quad \begin{array}{l} t = 1 \dots T \\ t \neq r \end{array} \quad (9.17)$$

Derivando a restrição de meta energética em relação à D_r têm-se:

$$\sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} + Lm_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \right) = 0, \quad i \in \Omega_{ph}$$

$$\sum_{t=1}^T \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} (1 + Lm_{i,t}) = 0, \quad i \in \Omega_{ph} \quad (9.18)$$

Derivando as restrições dos multiplicadores de Lagrange π das expressões (9.12) e (9.13) em relação à demanda D_r têm-se:

$$\frac{\partial \pi_{j,t}}{\partial D_r} (P_{t,j,t} - P_{t,j}^{\max}) + \pi_{j,t} \frac{\partial P_{t,j,t}}{\partial D_r} = 0, \quad j \in \Omega_{pt} \quad (9.19)$$

$$\frac{\partial \pi_{i,t}}{\partial D_r} (Ph_{i,t} - Ph_i^{\max}) + \pi_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} = 0, \quad i \in \Omega_{ph} \quad (9.20)$$

De (9.12) pode-se observar que se $P_{t,j,t} \neq P_{t,j}^{\max}$, $\pi_{j,t} = 0$, resultando em:

$$\frac{\partial \pi_{j,t}}{\partial D_r} (P_{t,j,t} - P_{t,j}^{\max}) = 0, \quad j \in \Omega_{pt} \quad (9.21)$$

De (9.19) se $P_{t,j,t} = P_{t,j}^{\max}$:

$$\pi_{j,t} \frac{\partial P_{t,j,t}}{\partial D_r} = 0, \quad j \in \Omega_{pt} \quad (9.22)$$

Analogamente, de (9.13) pode-se observar que se $Ph_{i,t} \neq Ph_i^{\max}$, $\pi_{i,t} = 0$, resultando

em:

$$\frac{\partial \pi h_{i,t}}{\partial D_r} (Ph_{i,t} - Ph_i^{\max}) = 0, \quad i \in \Omega_{ph} \quad (9.23)$$

De (9.20) se $Ph_{i,t} = Ph_i^{\max}$:

$$\pi h_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} = 0, \quad i \in \Omega_{ph} \quad (9.24)$$

Substituindo (9.14) e (9.15) em (9.11) têm-se:

$$\begin{aligned} Preço_r = & \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \Omega_{pt}} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} (-\lambda_{1t} - \pi t_{j,t}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} L_i(Ph_{i,t}) + \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \left(-\frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{i,t}} L_i(Ph_{i,t}) - \lambda_{1t} - \lambda_{2i}(1 + Lm_{i,t}) - \pi h_{i,t} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Preço_r = & -\sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \lambda_{1t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_r} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{1t} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_r} - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{pt}} \pi t_{k,t} \frac{\partial Pt_{k,t}}{\partial D_r} + \\ & -\sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \pi h_{k,t} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_r} + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} L_k(Ph_{k,t}) + \\ & -\sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial Ph_{k,t}} \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_r} L_k(Ph_{k,t}) - \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \Omega_{ph}} \lambda_{2k}(1 + Lm_{k,t}) \frac{\partial Ph_{k,t}}{\partial D_r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Preço_r = & -\sum_{t=1}^T \sum_{j \in \Omega_{pt}} \lambda_{1t} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \lambda_{1t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \Omega_{pt}} \pi t_{j,t} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} + \\ & -\sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \pi h_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} L_i(Ph_{i,t}) + \\ & -\sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Preço_t}{\partial D_r} L_i(Ph_{i,t}) - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \lambda_{2i}(1 + Lm_{i,t}) \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Preço_r = & -\sum_{t=1}^T \lambda 1_t \left(\sum_{j \in \Omega_{pr}} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} + \sum_{i \in \Omega_{ph}} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} \right) - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in \Omega_{pr}} \pi t_{j,t} \frac{\partial Pt_{j,t}}{\partial D_r} + \\
 & - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \Omega_{ph}} \pi h_{i,t} \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r} - \sum_{i \in \Omega_{ph}} \lambda 2_i \sum_{t=1}^T (1 + Lm_{i,t}) \frac{\partial Ph_{i,t}}{\partial D_r}
 \end{aligned} \tag{9.25}$$

Como visto em (9.21), (9.22), (9.23) e (9.24) as parcelas envolvendo as variáveis $\pi t_{j,t}$ e $\pi h_{i,t}$ na expressão (9.25) serão sempre nulas. Assim, substituindo (9.16), (9.17) e (9.18) na expressão (9.25) têm-se finalmente que:

$$Preço_r = -\lambda 1_r \tag{9.26}$$

Reescrevendo a expressão (9.26) para qualquer intervalo de tempo t têm-se a expressão (9.27):

$$Preço_t = -\lambda 1_t, \quad t = 1 \dots T \tag{9.27}$$

Desta forma, fica demonstrado que para o problema de PD proposto, o preço *spot* é calculado a partir do multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento de demanda.

Bibliografia

Bibliografia

ANEEL. *Site da Agência Nacional de Energia Elétrica*. 04 de 05 de 2011. <http://www.aneel.gov.br> (acesso em 04 de 05 de 2011).

Arce Encina, Anastacio Sebastián. “Despacho ótimo de Unidades Geradoras em Sistemas Hidrelétricos via Heurística Baseada em Relaxação Lagrangeana e Programação Dinâmica.” *Tese de Doutorado. Universidade de Campinas*, Janeiro 2006.

Bittencourt, Nelson. *Página pessoal de Nelson Bittencourt*. 2011. http://www1.webng.com/nbittencourt/articles/art_modelos/port_art_modelos.htm (acesso em 07 de 04 de 2011).

Caramanis, M.C., R.E. Bohn, e F.C. Schweppe. “Optimal Spot Pricing: Practice and Theory.” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1982, september ed.

CCEE. *Câmara de Comercialização de Energia Elétrica*. 2011. <http://www.ccee.org.br> (acesso em 07 de 04 de 2011).

Cheng, John W. M., Donald T. McGilis, e Francisco D. Galiana. “Bilateral Transactions Considered as Interconnections in a Deregulated Environment.” *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Waterloo, Ont, 1998. 497.

Cicogna, M.A. “Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos.” *Dissertação de Mestrado. Universidade de Campinas (Universidade de Campinas)*, 1999.

COSE, Unicamp -. *COSE - Laboratório de Coordenação da Operação de Sistemas Eletromagnéticos*. 17 de 03 de 2011. <http://www.cose.fee.unicamp.br/> (acesso em 18 de 04 de 2011).

da Silva, Alessandro Lopes. “Um modelo de Pré-Despacho para o Ambiente dos Novos Mercados de Energia.” *Dissertação de Mestrado*. Bauru: UNESP - Univ Estadual Paulista, 27 de 08 de 2010.

Galiana, Francisco D., Ivana Kockar, e Pablo Cuervo Franco. “Combined Pool/Bilateral Dispatch.” *IEEE Transactions on Power Systems*, feb de 2002: 92.

HydroByte, Software LTDA ME. *HydroByte Software*. 27 de 03 de 2011. <http://www.hydrobyte.com.br/> (acesso em 28 de 04 de 2011).

Luciano, Edson José Rezende. "Um Modelo de Unit Commitment Hidrotérmico para o Ambiente de Mercados de Energia." *Dissertação de Mestrado, Unesp - Câmpus de Bauru*, 2010.

Masili, Gustavo Santos. *Metodologia e software para simulação de leilões de energia elétrica do mercado brasileiro*. Edição: Dissertação de Mestrado. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Mecânica, 2004.

Schweppe, Fred C., Michael C. Caramanis, Richard D. Tabors, e Roger E. Bohn. *Spot Pricing of Electricity*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1988.

Soares, S., e C. T. Salmazo. "Minimum loss predispach model for hydroelectric power system." *IEEE Transactions on Power Systems*, August de 1997: 1220.

Soares, Secundino. "Projeto Temático FAPESP." "*Programação da Operação de Sistemas de Potência Considerando a Inclusão de Restrições Elétricas*". processo no.2004/14531-9, 2007.