

**ALGORITMO GENÉTICO NA OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE COLHEITA E  
TRANSPORTE DA CANA-DE-AÇÚCAR**

**Leandro Martins da Silva**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU  
São Paulo - Brasil  
Março - 2011

**ALGORITMO GENÉTICO NA OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE COLHEITA E  
TRANSPORTE DA CANA-DE-AÇÚCAR**

**Leandro Martins da Silva**

Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> **Helenice de Oliveira Florentino Silva**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU  
São Paulo - Brasil  
Março - 2011

## Ficha Catalográfica

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÊC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.  
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CAMPUS DE BOTUCATU - UNESP  
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE

Silva, Leandro Martins da.

Algoritmo genético na otimização do custo de colheita e transporte da cana-de-açúcar / Leandro Martins da Silva. – Botucatu : [s.n.], 2011

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Botucatu

Orientador: Helenice de Oliveira Florentino Silva

Capes: 10104003

1. Cana-de-açúcar - Colheita - Custos. 2. Cana-de-açúcar - Transporte - Custos. 3. Algoritmos genéticos.

Palavras-chave: Algoritmo genético; Cana-de-açúcar; Otimização; Programação Linear Inteira.

## Dedicatória

À minha família e a todas as pessoas que acreditaram no meu sonho.

## Agradecimentos

À Deus pela saúde e por essa conquista.

Aos meus pais, Ivone e Gilberto, e a tia Lena pela educação, incentivo, conselhos e palavras amigas em todos os momentos desta e de outras caminhadas.

À minha irmã Sofia por entender minhas angustias, pelo incentivo e carinho.

A minha noiva Fernanda pelo amor, cumplicidade, compreensão, enfim por fazer parte de minha vida, estará pra sempre em meu coração.

À minha orientadora Profa. Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva, pelos valiosos ensinamentos, pela paciência e pela compreensão de minhas ausências.

Ao meu amigo Prof. Adriano Dawison de Lima, por acreditar em mim e por ter incentivado minha vinda para Botucatu.

Aos professores do Depto. de Bioestatística, em especial, Prof<sup>a</sup> Cláudia, Prof. José Raimundo, Prof<sup>a</sup> Luzia e Prof. Paulo pelos ensinamentos e pela oportunidade.

Aos professores da graduação, em especial, Prof. Júlio, Prof<sup>a</sup> Marilene, Prof<sup>a</sup> Sandra e Prof<sup>a</sup> Váldina pelo incentivo e por terem acreditado no meu sonho.

Aos professores, Balbo e Fernando, que estiveram presente na banca de qualificação, pelas sugestões, críticas e correções que permitiram o aperfeiçoamento deste trabalho de mestrado.

Aos amigos, Prof. Antônio José e Prof<sup>a</sup> Ana Paula, dos cursos de engenharia da Universidade de Uberaba, por compreender minha ausência durante as vindas para Botucatu.

Aos funcionários do Depto. de bioestatística, por toda ajuda e boa vontade.

Aos alunos da PG em Biometria Andrea, Davi, Diego, Iuri e Juliana por compartilhar momentos de estudo, tensão, descontração e alegria desde o curso de verão até aqui.

À Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais (SEE-MG), pela concessão da licença remunerada durante este curso.

Enfim agradeço a todos que me ajudaram direta ou indiretamente, durante este período da minha vida.

## Sumário

	Página
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	vii
<b>LISTA DE TABELAS</b>	viii
<b>RESUMO</b>	x
<b>SUMMARY</b>	xi
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2 A CANA-DE-AÇÚCAR</b>	<b>3</b>
2.1 Introdução . . . . .	3
2.2 Ciclo produtivo da cana-de-açúcar . . . . .	4
2.3 Solo . . . . .	5
2.4 Plantio . . . . .	5
2.5 Colheita . . . . .	5
2.6 Transporte . . . . .	6
2.7 A qualidade da cana . . . . .	6
<b>3 MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>8</b>
3.1 Introdução . . . . .	8
3.2 Modelagem matemática no setor sucroalcooleiro . . . . .	9
3.3 Modelo proposto . . . . .	9
<b>4 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA</b>	<b>14</b>
4.1 Introdução . . . . .	14
4.2 Método Branch-and-Bound . . . . .	15
4.3 Algoritmos Genéticos (AG) . . . . .	22
4.3.1 População inicial ( $N$ ) . . . . .	23

	vi
4.3.2 Função de avaliação (Aptidão ou Fitness) . . . . .	24
4.3.3 Elitismo . . . . .	24
4.3.4 Seleção . . . . .	24
4.3.5 Operadores genéticos: Crossover e Mutação . . . . .	25
4.3.6 Critérios de Parada . . . . .	26
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>27</b>
5.1 Simulação 1 . . . . .	34
5.2 Simulação 2 . . . . .	35
5.3 Simulação 3 . . . . .	37
5.4 Simulação 4 . . . . .	38
<b>6 CONCLUSÃO</b>	<b>42</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>44</b>

## Lista de Figuras

	Página
1	Etapas do processo de modelagem. Fonte: Adaptado de Ruggiero & Lopes (1996) . . . 10
2	Estrutura em árvore do algoritmo Branch-and-Bound . . . . . 17
3	Fluxograma do algoritmo Branch-and-Bound. Fonte: Florentino (2005) . . . . . 18
4	Árvore completa do algoritmo Branch-and-Bound 0-1 para um problema ( $P_B$ ) com três variáveis. . . . . 20
5	Representação de um cromossomo . . . . . 23
6	Cruzamento de 1 ponto . . . . . 25
7	Cruzamento de 2 pontos . . . . . 26
8	Mutação . . . . . 26
9	Custos para cada indivíduo na população inicial (círculos azuis), indivíduos da elite em cada iteração (círculos verdes), indivíduos da população final (círculos vermelhos) e o custo da melhor solução obtida pelo AG (círculo preto) . . . . . 31
10	Tempo de execução dos algoritmos em função do n° de variáveis após 100 iterações. . . 40
11	Tempo de execução dos algoritmos em função do n° de variáveis após 500 iterações. . . 41
12	Tempo de execução dos algoritmos em função do n° de variáveis após 1000 iterações. . . 41



## Lista de Tabelas

	Página
1 Estimativa de expansão da produção nacional de cana-de-açúcar. Fonte: UNICA (2008)	3
2 Prazos de eliminação da queima da cana-de-açúcar segundo o protocolo de cooperação. Fonte: Lucon (2008) . . . . .	4
3 Produtividade da cana-de-açúcar de algumas variedades cultivadas no estado de São Paulo. Fonte: Maule et al. (2001) . . . . .	4
4 Custo de colheita da cana-de-açúcar. Fonte: ASSOCANA (2009). . . . .	6
5 Custo de transporte da cana. Fonte: ASSOCANA (2009). . . . .	6
6 Dados das variedades de cana-de-açúcar adaptáveis ao solo da Usina. Fonte: Lima (2009)	27
7 Dados dos talhões da Usina. Fonte: Lima (2009) . . . . .	28
8 Resultado da aplicação do modelo <i>CCT</i> utilizando o algoritmo Branch-and-Bound para o caso real. . . . .	29
9 Valor do CCT da cana-de-açúcar para o problema 1, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional. . . . .	31
10 Eficácia dos métodos de seleção testados em relação ao ótimo matemático após 10 execuções. . . . .	32
11 Resultado da aplicação do modelo CCT utilizando o algoritmo AG. . . . .	33
12 Descrição dos problemas formulados . . . . .	34
13 Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 1, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional. . . . .	35
14 Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 1. . . . .	35
15 Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 2 obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional. . . . .	36
16 Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 2. . . . .	36
17 Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 3, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional. . . . .	37
18 Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 3. . . . .	38

19 Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 4, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional. . . . . 39

20 Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 4. . . . . 39

# ALGORITMO GENÉTICO NA OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE COLHEITA E TRANSPORTE DA CANA-DE-AÇÚCAR

Autor: LEANDRO MARTINS DA SILVA

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor um modelo matemático que consiste em determinar quais variedades de cana-de-açúcar adaptável ao solo local serão plantadas nos talhões disponíveis de forma a obter o menor custo possível para o processo de colheita e transporte da cana, e ainda desenvolver e testar um algoritmo genético (AG) para investigar a solução deste problema. Inicialmente é feito um breve estudo do ciclo produtivo da cana-de-açúcar, dos prazos para a eliminação de sua queima e do custo, de sua colheita e transporte até a usina. Em seguida estuda-se o algoritmo Branch-and-Bound, o qual dentre os métodos exatos é bastante utilizado para resolver Problemas de Programação Linear Inteira (PPLI). Para testar e comparar a performance do algoritmo genético com o Branch-and-Bound foram realizadas quatro simulações com diferentes áreas de plantio e número de variedades, simulando situações reais na região geográfica trabalhada. Os resultados foram analisados e discutidos neste texto, mostrando que o algoritmo genético pode ser uma ferramenta alternativa e de grande utilidade para problemas de grande porte.

Palavras-chave: Algoritmo genético, Cana-de-açúcar, Programação Linear Inteira, Otimização.

# GENETIC ALGORITHM IN OPTIMIZATION OF THE COST OF HARVESTING AND TRANSPORTATION OF SUGAR CANE

Author: LEANDRO MARTINS DA SILVA

Adviser: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

## SUMMARY

The objective of this study is to propose a mathematical model that consist of determining which varieties of sugar cane adaptable to local soil should be planted in plots available in order to obtain the lowest cost to the process of harvesting and transportation of cane, and further develop and test a genetic algorithm (GA) to investigate the solution of this problem. Initially it has been done a short study of the production cycle of sugar cane, the deadline for the elimination of his burns and the cost of harvest and transport to the mill. In the next step, we studied the algorithm Branch-and-Bound, which among methods available is often employed to solve Integer Linear Programming Problems (PPLI). To test and compare the performance of the genetic algorithm with the Branch-and-Bound simulations were performed with four different planting areas and number of varieties, simulating real situations in the geographical region worked. The results were analyzed and discussed in this text, showing that the genetic algorithm can be an alternative tool and very useful for large problems.

Keywords: Genetic Algorithm, Sugar Cane, Integer Linear Programming, Optimization.

# 1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, o setor sucroalcooleiro consolidou-se como um dos pilares da atividade agrícola brasileira. No entanto, o crescimento acelerado deste setor tem trazido problemas de ordem estrutural e ambiental de grandes dimensões que podem dificultar o gerenciamento de empresas deste setor.

Acredita-se que a expansão desordenada e não sustentável do cultivo da cana-de-açúcar para a produção de etanol no Brasil, traz danos ambientais significativos e prejuízos para as negociações comerciais, dado que a comunidade internacional poderia impor sanções à compra de um combustível produzido de maneira não adequada. Isso explica o rigor que o governo tem manifestado, impondo decretos e normas a serem seguidos, na tentativa de sanar os problemas da queima utilizada antes da colheita da cana-de-açúcar. Estes decretos estabelecem prazos para que os usineiros abandonem esse sistema de maneira gradativa.

O Estado de São Paulo, que é o maior pólo industrial e agrícola da cultura de cana-de-açúcar, prevê através do protocolo Agroambiental a eliminação total da queima da cana em 2014 para as áreas mecanizáveis e em 2017 para as áreas não mecanizáveis. É notório que a mecanização da colheita da cana-de-açúcar não só tem aumentado o rendimento operacional deste procedimento, como também tem reduzido o seu impacto ambiental, por dispensar a queima de resíduos.

No entanto, os custos operacionais para a colheita e o transporte da cana queimada e da cana crua são distintos. Na colheita de cana queimada têm-se os custos de aceiro, queima, corte manual, carregamento da cana para o caminhão e transporte da cana do campo para a usina. Na colheita mecanizada têm-se os custos de corte e transporte da cana do campo para a usina. Sendo assim, é indispensável ferramentas que auxiliem na minimização destes custos e ajudem os gestores das usinas nas tomadas de decisões. A modelagem matemática é uma ferramenta que pode ser utilizada como fonte de produção de estimativas para este setor, facilitando cálculos e auxiliando as decisões.

Assim, propõe-se um modelo matemático que consiste em determinar as variedades de cana-de-açúcar a serem plantadas de forma a minimizar o custo de colheita e transporte da cana-de-açúcar do campo para a usina e, devido a característica do modelo, serão utilizadas técnicas de

Programação Linear Inteira Binária (PLIB) e algoritmo genético (AG) para investigá-lo.

Este trabalho foi dividido em seis capítulos organizados da seguinte forma: no capítulo 2 é apresentado um breve estudo do ciclo produtivo da cana-de-açúcar, os prazos para a eliminação de sua queima e o custo, em reais por tonelada, de sua colheita e transporte até a usina. No capítulo 3 é proposto um modelo matemático para determinar as variedades de cana-de-açúcar a serem plantadas de forma a minimizar o custo de colheita e transporte da cana do campo para a usina. No capítulo 4 são apresentados dois métodos para resolução do modelo proposto, o método Branch-and-Bound, o qual entre os métodos exatos é um método bastante utilizado para resolver Problemas de Programação Linear Inteira (PPLI) e Problemas de Programação Linear Inteira Mista (PPLIM) e o Algoritmo Genético (AG) que é uma técnica heurística bastante utilizada para resolução de problemas combinatoriais. O capítulo 5 apresenta, compara e discute os resultados computacionais obtidos ao resolver o modelo matemático proposto utilizando o algoritmo Branch-and-Bound e Algoritmo Genético (AG). As principais conclusões deste trabalho são apresentadas no capítulo 6, além de algumas propostas para trabalhos futuros.

## 2 A CANA-DE-AÇÚCAR

### 2.1 Introdução

O Brasil é o maior produtor de cana-de-açúcar do mundo. Na safra de 2009/2010 a produção foi de 597,8 milhões de toneladas, uma alta de 4,4% em relação as 571,40 milhões de toneladas colhidas em 2008/2009. O cultivo da cana-de-açúcar para fins energéticos permite ao Brasil ocupar posição estratégica privilegiada no cenário nacional. As projeções da área de produção de cana-de-açúcar para a safra de 2020/2021 são de 13,9 milhões de hectares, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Estimativa de expansão da produção nacional de cana-de-açúcar. Fonte: UNICA (2008)

	2010/2011	2015/2016	2020/2021
Cana (milhões de toneladas)	601	829	1038
Área cultivada (milhões de hectares)	8,5	11,4	13,9

A expansão da cana-de-açúcar no estado de São Paulo, obrigou o setor sucroalcooleiro a rever práticas ambientais de modo que as novas áreas de produção sejam sustentáveis. A Lei do Estado de São Paulo 11.241/2002, dispõe sobre a eliminação gradativa da queima da palha e prevê 100% de eliminação em 2031. Entretanto, no ano de 2007 foi firmado um protocolo de cooperação (protocolo Agroambiental) pelo governo do Estado de São Paulo e a União da Indústria de Cana-de-açúcar (UNICA), com a finalidade de antecipar os prazos de eliminação da queima e a promoção da sustentabilidade da agroindústria canavieira. A Tabela 2 apresenta estes prazos estabelecidos pelo protocolo para eliminação da queima da cana-de-açúcar no Estado.

Tabela 2: Prazos de eliminação da queima da cana-de-açúcar segundo o protocolo de cooperação.

Fonte: Lucon (2008)

<b>Ano</b>	<b>Área mecanizável onde não se pode efetuar a queima da cana de açúcar</b>
<b>2010</b>	70% da queima eliminada
<b>2014</b>	100% da queima eliminada
<b>Ano</b>	<b>Área não mecanizável, declive superior a 12%</b>
<b>2010</b>	30% da queima eliminada
<b>2017</b>	100% da queima eliminada

Tabela 3: Produtividade da cana-de-açúcar de algumas variedades cultivadas no estado de São Paulo. Fonte: Maule et al. (2001)

<b>Variedade</b>	<b>Produtividade da cana <math>t.ha^{-1}</math></b>
SP80-1816	100
RB72454	186
SP80-3280	158
SP81-3250	179
RB855536	165
RB855113	155
SP79-1011	158
RB835486	155
RB711406	183
SP70-1143	155

## 2.2 Ciclo produtivo da cana-de-açúcar

A produtividade da cana-de-açúcar é determinada por diversos fatores, dentre os quais se destacam a variedade, o solo, o clima, as práticas culturais (controle de erosão, plantio, descompactação, erradicação de plantas invasoras, controle de pragas e doenças) e colheita que envolve as etapas de limpeza, corte e carregamento. Sempre que possível, os fatores de produção devem ser adequadamente manejados e gerenciados pelo produtor, visando a alta produtividade que minimize os custos, pois este é o objetivo de toda exploração comercial (Lyra, 2004).

A Tabela 3 a seguir apresenta dados referente a produtividade média da cana-de-açúcar de algumas variedades plantadas no estado de São Paulo que serão utilizados no modelo matemático.



## 2.3 Solo

O preparo de solo é a realização de operações para deixar a área apta a receber a cultura da cana-de-açúcar. De acordo com Andrade (2006), devido aos constantes melhoramentos genéticos realizados por empresas especializadas em pesquisas, a cana-de-açúcar tem-se adaptado a diferentes tipos de solos, sendo que para cada tipo haverá uma variedade mais adequada para o plantio.

## 2.4 Plantio

Existem dois tipos de plantio, o manual e o mecanizado. O plantio da cana-de-açúcar é realizado em diferentes épocas, dependendo de sua localização geográfica, distinguindo-se em plantio de verão, ocorrendo nos meses de janeiro, fevereiro e março; e plantio de outono, ocorrendo no período de abril a maio. Pode se fazer ainda, com auxílio de irrigação, o plantio de inverno, que abrange os meses de junho, julho e agosto, (Segato et al., 2006).

## 2.5 Colheita

Segundo Ripoli & Ripoli (2005) existem três tipos de sistemas de colheita de cana-de-açúcar: manual, mecanizado e semi-mecanizado. O sistema manual consiste no emprego da mão-de-obra para o corte e carregamento da matéria-prima. Neste sistema é comum fazer uma queimada da cana antes da colheita, com a finalidade de aumentar a segurança dos trabalhadores, pois a queimada elimina folhas, insetos e animais peçonhentos. No sistema semi-mecanizado apenas o corte é manual, o carregamento é feito por máquinas. Este sistema é extremamente útil em áreas de alta declividade, as quais não permitem a atividade de máquinas destinadas a colheita, neste sistema também há o emprego de queimada. No sistema mecanizado a colheita é feita com a cana crua; a cana é picada pela máquina separando a parte aérea do colmo. O colmo é depositado no caminhão e a parte aérea é assoprada para fora do veículo, permanecendo no solo. Para o corte sem queima, a colheita mecanizada se torna mais viável, pois ao dispensar a queima de resíduos, ela reduz o impacto ambiental, embora eleve os custos.

A Tabela 4 apresenta os custos unitários relacionados a colheita da cana-de-açúcar queimada e crua que serão utilizados no modelo matemático. Observe que os custos foram dados em reais por tonelada, portanto o custo por hectare dependerá da produtividade da variedade da cana plantada (Tabela 3).

Tabela 4: Custo de colheita da cana-de-açúcar. Fonte: ASSOCANA (2009).

Operação	Descrição	Custo $R\$.t^{-1}$
Aceiro	Mão-de-obra - Encargos - Transporte	0,14
Queima	Mão-de-obra - Encargos - Transporte	0,17
Corte	Mão-de-obra - Encargos - Transporte	7,03
Corte cana crua	Mão-de-obra - Encargos - Transporte	10,50
Carregamento	Mão-de-obra - Encargos - Transporte	1,62

## 2.6 Transporte

O transporte da cana do campo até a unidade processadora é realizado por caminhões. O custo de transporte da cana é uma grande parcela do montante dos custos de produção, a logística e o raio médio do transporte impactam diretamente nestes custos podendo inclusive inviabilizar o processo produtivo (Marques, 2009).

A Tabela 5 apresenta os custos de transporte da cana-de-açúcar em reais por hectare para cana crua e queimada que serão utilizados no modelo matemático. Os cálculos foram obtidos para uma distância média de 18 km entre o talhão e a usina.

Tabela 5: Custo de transporte da cana. Fonte: ASSOCANA (2009).

Operação	Descrição	Custo $R\$.t^{-1}$
Transporte cana crua	Caminhão MB 2318+Julieta,Encargos(18Km)	6,42
Transporte cana queimada	Caminhão MB 2318+Julieta,Encargos(18Km)	5,35

## 2.7 A qualidade da cana

A qualidade da cana-de-açúcar como matéria prima industrial pode ser definida por uma série de características intrínsecas da própria planta, alteradas pelos manejos agrícolas e industriais, que definem seu potencial para produção de açúcar e álcool.

Ripoli & Ripoli (2005) discutem os principais indicadores da qualidade da cana e seu impacto na indústria, destacando o POL (teor de sacarose dos colmos) e a porcentagem de fibra da cana. As determinações do POL e da porcentagem de fibra, estão entre os principais fatores considerados na avaliação da qualidade da cana para sua compra/venda.

A qualidade da matéria-prima, em São Paulo e no Centro-Sul é medida pela saca-

rose contida na planta. Para as indústrias de açúcar e álcool, quanto mais elevados os teores de sacarose melhor. O valor recomendado para o POL da cana deve ser maior que 14%.

A fibra da cana é um componente que vai interferir na eficiência da extração da moenda. Quanto mais alta a porcentagem de fibra da cana, menor será a eficiência de extração. Por outro lado, baixos teores de fibra favorecem a ocorrência de danos mecânicos ocasionados no corte e transporte da cana, o que favorece a contaminação e as perdas na indústria, principalmente a perda de açúcar na água de lavagem. O valor recomendado para o teor de fibra da cana está na faixa de 11% a 15%.

## 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

### 3.1 Introdução

Devido a expansão do setor sucroalcooleiro em todo o país e conseqüentemente ao aumento da competitividade no setor, as usinas de cana-de-açúcar tem procurado se adequar ao cenário da economia nacional com investimentos em técnicas e recursos que beneficiam o planejamento e o controle do processo produtivo. Tais usinas têm procurado melhorar sua eficácia operacional através de sistemas logísticos que coordenam os processos de corte, carregamento e transporte da cana-de-açúcar do campo até a usina, pois os mesmos representam 30% do custo total de produção da cana.

Estes processos podem ser descritos de maneira simplificada utilizando a modelagem matemática, e os gestores das usinas podem apoiar parte das principais decisões que envolvem o planejamento e o controle de produção nas informações obtidas com o auxílio deste recurso. Antes, porém, é necessário verificar a diferença entre modelagem e modelos matemáticos.

A modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. Consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual, Bassanezi (2002).

Um modelo matemático é uma descrição matemática de um fenômeno do mundo real, cujo propósito é entender o fenômeno e auxiliar nas predições sobre um comportamento futuro. O modelo matemático é a idealização de uma situação física que simplifica a realidade ao ponto de permitir cálculos matemáticos utilizando métodos numéricos, e posteriormente tirar algumas conclusões.

Os métodos numéricos são técnicas para calcular a solução de um problema realizando uma sequência finita de operações aritméticas. Eles são capazes de lidar com um grande número de equações que, em geral, são impossíveis de resolver analiticamente, porém a solução obtida por tais métodos, geralmente, produz uma solução aproximada do problema. A diferença entre o valor obtido (aproximado) utilizando tais técnicas e o valor exato é chamada de erro. Assim, os melhores modelos são aqueles que incluem características do problema real necessárias para reduzir os erros a um nível aceitável. A Figura 1 mostra um diagrama com as etapas do processo

de modelagem.

### 3.2 Modelagem matemática no setor sucroalcooleiro

Existem vários trabalhos que foram desenvolvidos usando modelagem matemática no intuito de estimar a produtividade da cana-de-açúcar, buscando altos rendimentos, baixos custos e racionalizando as relações entre os diferentes fatores de produção e visando o máximo desempenho.

Iannoni & Morabito (2006) estudaram o sistema de recepção de cana de uma usina, utilizando simulação discreta para analisar a logística de transporte de cana.

Higgins & Davies (2005) aplicaram simulação computacional para planejar a capacidade do sistema de transporte de cana-de-açúcar.

Kawamura et al. (2006) apresentaram um modelo de programação linear, multi-período, para tratar decisões de transporte e estocagem dos produtos de uma cooperativa de comercialização de açúcar e álcool.

Higgins et al. (1998) aplicaram um modelo de programação matemática para a determinação da programação da colheita de cana-de-açúcar ao longo de uma safra.

Grisotto (1995) apresentou um modelo de otimização do tempo de viagem de caminhões utilizados no transporte de cana-de-açúcar.

Lopes (1995) modelou um sistema de transporte, carregamento e reboque a fim de identificar e analisar as variáveis que influenciam o custo de cada uma das operações envolvidas.

Outros trabalhos mais recentes apresentam modelos e métodos de matemática aplicados a programação e integração do corte de cana com o transporte e aproveitamento da energia desta matéria-prima (Ramos, 2010), (Tolentino & Florentino, 2008), (Higgins, 2006), (Lima, 2009), (Lima & Florentino, 2006), (Milan et al., 2006), (Spadotto & Florentino, 2006), (Higgins & Davies, 2005), (Tolentino et al., 2005) e (Florentino, 2005).

A seguir serão apresentados alguns modelos matemáticos que serão úteis para o desenvolvimento deste trabalho.

### 3.3 Modelo proposto

Ramos (2010), propôs um modelo matemático para estimar o custo do processo produtivo da cana de açúcar e auxiliar na gestão das usinas e produtores. O modelo determina a área, em hectare, que cada variedade de cana deve ser plantada de forma a obter o menor custo possível para o processo de produção da cana, desde a preparação do solo até a entrega da cana na usina. Para formulação do modelo, a área para plantio foi dividida em duas partes, uma parte para



Figura 1: Etapas do processo de modelagem. Fonte: Adaptado de Ruggiero & Lopes (1996)

plantio da cana que deverá ser queimada na pré-colheita e outra para cana que será colhida crua. Esta divisão fez-se necessária, pois os custos são diferentes para cada tipo de colheita. A variável do modelo,  $X_i$ , fornece a área (ha) que deverá ser plantada a cana de variedade  $i$ , e o mesmo pode ser resolvido utilizando técnicas de programação linear. Ressalta-se que esse modelo trabalha com variáveis contínuas, e não considera que os talhões possuem medidas fixas.

Baseando em Ramos (2010) propõe-se um modelo matemático que consiste em determinar quais das  $n$  variedades de cana  $i$  devem ser plantadas nos  $k$  talhões de medida  $L_j$  (ha) e distância  $D_j$  (km) do centro de produção ( $j = 1, 2, \dots, k$ ), de forma a obter o menor custo possível para o processo de colheita e transporte da cana. Para formulação do modelo, a área para plantio foi dividida em duas partes, uma parte para plantio da cana que deverá ser queimada na pré-colheita e outra para cana que será colhida crua. Esta divisão fez-se necessária, pois os custos são diferentes para cada tipo de colheita. Na colheita de cana queimada têm-se os custos de aceiro, queima, corte manual, carregamento da cana para o caminhão e transporte da cana do campo para a usina. Na colheita mecanizada têm-se os custos de corte e transporte da cana do campo para a usina.

Depois de apresentadas todas as variedades  $i$  que são adaptáveis ao solo do local de plantio com suas respectivas produtividades, propõe-se os cálculos dos custos envolvidos no processo da seguinte forma.

O custo de transporte da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $Ct_{ij}$ ) a uma distância ( $D_j$ ) do talhão  $j$  para a usina ( $R\$.ha^{-1}$ ) pode ser calculado como:

$$Ct_{ij} = c_{med_i} \cdot D_j \quad (1)$$

em que,

$i = 1, 2, \dots, n$  são os índices que representam as variedades;

$j = 1, 2, \dots, k$  são os índices que representam os talhões;

$c_{med_i}$  é o custo médio de transporte da cana, por km.

$D_j$  é a distância do talhão  $j$  ao centro de processamento em km.

O custo,  $C_{ij}^{SM}$ , de colheita e transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  no sistema semi-mecanizado é calculado da seguinte forma:

$$C_{ij}^{SM} = (Ca_i + Cq_i + Cco_i + Ccai + Ct_{ij}) \cdot L_j \quad (2)$$

em que:

$Ca_i$  é o custo do aceiro da cana de variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$Cq_i$  é o custo da queima da cana de variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$Cco_i$  é o custo do corte da cana de variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$Cca_i$  é o custo do carregamento da cana de variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$Ct_{ij}$  é o custo de transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$L_j$  é área do talhão  $j$ , em hectare.

No sistema mecanizado o custo,  $C_{ij}^M$ , de colheita e transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$ , é calculado da seguinte forma:

$$C_{ij}^M = (Cco_i + Ct_{ij}) \cdot L_j \quad (3)$$

em que:

$Cco_i$  é o custo do corte da cana de variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$Ct_{ij}$  é o custo de transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $R\$.ha^{-1}$ ),

$L_j$  é área do talhão  $j$ , em hectare.

Sendo  $X_{ij}$  a variável de decisão em que  $X_{ij} = 1$  implica que a cana de variedade  $i$  deve ser plantada no talhão  $j$  e em caso contrário  $X_{ij} = 0$ , propõe-se o modelo:

$$\min CCT = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l C_{ij}^M X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=l+1}^k C_{ij}^{SM} X_{ij} \quad (4)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \alpha_i X_{ij} \geq k\bar{\alpha} \quad (5)$$

$$k\bar{F}_I \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k F_i X_{ij} \leq k\bar{F}_S \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad \text{para todo } j \quad (7)$$

$$X_{ij} = 0 \quad \text{ou } 1$$

em que,  $CCT$  = custo do processo de colheita e transporte da cana-de-açúcar;

$i = 1, 2, \dots, n$  são os índices que representam as variedades de cana;

$j = 1, 2, \dots, k$  são os índices que representam os talhões;

$l$  = número de talhões que adota-se o sistema mecanizado;

$C_{ij}^M$  e  $C_{ij}^{SM}$  = custo de colheita (R\$) da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$ ,

calculados pelas equações (3) e (2) respectivamente;

$\bar{\alpha}$  = quantidade mínima estabelecida para o teor de POL da cana;

$\alpha_i$  = estimativa de produção de sacarose da cana de variedade  $i$ , ( $t.ha^{-1}$ );

$\bar{F}_I$  e  $\bar{F}_S$  = quantidades mínima e máxima estabelecidas para o teor de fibra da

cana;



$F_i$  = estimativa do teor de fibra da cana de variedade  $i$ .

A função objetivo (4) consiste em minimizar o custo para o processo de colheita e transporte da cana-de-açúcar. A restrição (5) garante que a demanda de açúcar fermentescível seja atendida. A restrição (6) garante que o teor de fibra da cana permaneça no limite recomendado pela usina. A restrição (7) garante que toda a área destinada para o plantio seja usada e também que seja plantada apenas uma variedade de cana por talhão. A formulação (4)-(7) é um modelo de programação linear inteira binária. No capítulo a seguir serão apresentadas técnicas de resolução de problemas com esta característica.

## 4 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

### 4.1 Introdução

Qualquer problema de decisão, com um objetivo a ser minimizado ou maximizado, no qual as variáveis de decisão devem assumir valores não-fracionais ou discretos, é classificado como problema de programação inteira. Estes problemas podem ser restritos ou irrestritos. As equações que representam o objetivo e as restrições podem ser lineares ou não lineares, e as características destas são muito importantes para a seleção ou desenvolvimento de métodos de resolução destes problemas.

No geral, um Problema de Programação Linear Inteira (PPLI) é da forma:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } cx \\ & \text{sujeito a: } Ax = b \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & x_i \text{ inteira, } i \in I \end{aligned}$$

em que:

$c \in R^{1 \times n}$ ,  $x \in R^{n \times 1}$ ,  $A \in R^{m \times n}$ ,  $b \in R^{m \times 1}$  e  $I$  é o conjunto de índices das variáveis restritas a assumirem valores inteiros.

Muitos problemas podem ser formulados como um Problema de Programação Inteira, problemas de rotas, localização, designação, cobertura entre outros, são problemas clássicos desta área (Florentino, 1990).

O modelo matemático para minimização do custo da colheita e transporte da cana-de-açúcar proposto no capítulo anterior, apresenta as características de um Problema de Programação Linear Inteira Binária (PPLIB), portanto a resolução deste problema pode ser obtida com auxílio de técnicas da teoria de Programação Linear Inteira Binária (PLIB).

Existem vários métodos para resolução de problemas de programação inteira: Algoritmo de Gomory, Algoritmo Branch-and-Bound, Geração de colunas, Métodos de Pontos Interiores, Algoritmos Genéticos, entre outros. Em geral, estes métodos estão dentro de uma das

classificações: Métodos Exatos e Métodos Heurísticos. Os métodos exatos apresentam duas sub-classificações: Métodos de Planos de Corte e Métodos Enumerativos. Em problemas de grande porte e outros de médio porte, estes métodos podem apresentar um tempo computacional muito longo, o que em geral é indesejável. Para amenizar este problema, muitas vezes são usadas estratégias na formulação do modelo ou nos algoritmos de resolução do problema, como por exemplo técnicas mistas, para melhorar o desempenho computacional. A seguir serão apresentados dois métodos para resolução de PPLI, o método Branch-and-Bound, o qual dentre os métodos exatos é o mais utilizado para resolver PPLI e PPLIM e o Algoritmo Genético que é uma técnica heurística bastante usual para resolução de problemas combinatoriais.

## 4.2 Método Branch-and-Bound

O método enumerativo Branch-and-Bound foi apresentado por Land & Doing (1960) e tem sido atualmente uma das técnicas mais utilizadas para resolver PPLI e PPLIM. A idéia deste algoritmo é enumerar todos os pontos do espaço de definição do problema considerado, dado que este é limitado, descartando infactibilidades e pontos não promissores para a otimalidade e procurando a solução factível que dê o melhor valor para a função objetivo. Considere o problema PPLI a ser resolvido, denominado problema  $(P_I)$ :

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } Z_{P_I}(x) = cx \\ &\text{sujeito a: } Ax = b \\ &x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (P_I) \\ &x_i \text{ inteira, } i \in I \end{aligned}$$

em que:

$c \in R^{1 \times n}$ ,  $x \in R^{n \times 1}$ ,  $A \in R^{m \times n}$ ,  $b \in R^{m \times 1}$  e  $I$  é o conjunto de índices das variáveis do problema  $(P_I)$ , ou seja,  $I$  é o conjunto de índices das variáveis restritas a assumirem valores inteiros e o espaço de definição do problema  $(P_I)$  é considerado limitado.

Para descrição do algoritmo Branch-and-Bound, considere o seguinte problema PPL, obtido pela relaxação da integralidade de  $(P_I)$ , que será denominado  $(P_C)$ :

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } Z_{P_C}(x) = cx \\ &\text{sujeito a: } Ax = b \\ &x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (P_C) \end{aligned}$$

em que:  $c \in R^{1 \times n}$ ,  $x \in R^{n \times 1}$ ,  $A \in R^{m \times n}$ ,  $b \in R^{m \times 1}$  e  $i$  os índices das variáveis do problema.

O algoritmo Branch-and-Bound baseia-se nos seguintes passos:

**1) Resolva o problema contínuo:**

Resolva o problema contínuo ( $P_C$ ). Vá para o passo 2.

**2) Avalie o problema ( $P_C$ ):**

Teste a factibilidade da solução de ( $P_C$ ) para o problema ( $P_I$ ). Seja  $x^*$  a solução ótima de ( $P_C$ ). Se  $x^*$  for inteira para todo  $i \in I$ , então  $x^*$  também é solução ótima para ( $P_I$ ) e o problema está resolvido, a solução ótima é  $x^*$  e o valor ótimo de  $ZP_I$  é  $Z^* = ZP_I(x^*) = ZP_C(x^*)$  vá para o fim (passo 8). Caso contrário faça a melhor solução para  $ZP_I$  igual a  $Z^* = +\infty$ , vá para o passo 3.

**3) Inicialize a lista de subproblemas a serem avaliados:**

No caso da solução de ( $P_C$ ),  $x^*$ , não ser factível para o problema ( $P_I$ ), tome um índice  $j \in I$ , cuja variável  $x^*$  tenha valor fracional e crie os subproblemas ( $P_{C1}$ ) e ( $P_{C2}$ ), acrescentando respectivamente as restrições ( $x_j \leq \text{int}(x_j^*)$ ) e ( $x_j \geq \text{int}(x_j^* + 1)$ ) no problema ( $P_C$ ), onde  $\text{int}(x_j^*)$  é a parte inteira de  $x_j^*$ . Têm-se agora dois problemas a serem avaliados: ( $P_C$ ) e ( $P_I$ ). Diz-se portanto, que o problema ( $P_C$ ) foi ramificado (ou separado em dois subproblemas). Vá para o passo 4.

**4) Escolha um dos subproblemas para avaliar:**

Caso exista subproblema na lista de subproblemas a serem avaliados, escolha um e vá para o passo 5. Caso contrário, vá para o fim (passo 8).

**5) Avalie o subproblema escolhido:**

Suponha que foi escolhido o ( $P_{C1}$ ), para avaliá-lo faça:

Resolva o problema contínuo ( $P_{C1}$ ).

Se sua solução ( $x^{*1}$ ) for factível para ( $P_C$ ) e infactível ( $P_I$ ) e o valor  $ZP_{C1}(x^{*1})$  for menor do que  $Z^*$ , vá para o passo 7. Caso contrário, vá para o passo 6.

**6) Faça a sondagem:**

Diz-se que um subproblema é sondado quando a avaliação detectar que sua ramificação não é promissora, não há possibilidade de encontrar soluções melhores para ( $P_I$ ). Então ele é sondado (não é mais separado).

Um subproblema é sondado se ocorrer um dos seguintes casos:

- A solução do problema que está sendo avaliado é infactível para ( $P_C$ ).
- A solução do problema que está sendo avaliado é factível para ( $P_C$ ) e infactível para ( $P_I$ ) e o valor ótimo da função objetivo do subproblema que está sendo avaliado é maior ou igual a  $Z^*$ .
- A solução do problema que está sendo avaliado é factível para ( $P_I$ ) (deve-se atualizar  $Z^*$  quando o valor ótimo da função objetivo do subproblema que está sendo avaliado for menor

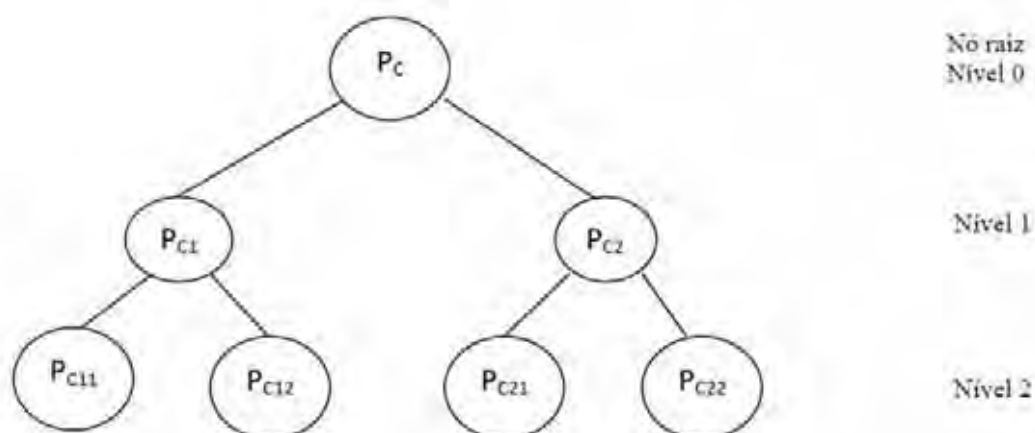


Figura 2: Estrutura em árvore do algoritmo Branch-and-Bound

do que  $Z^*$ ).

Vá para o passo 4.

7) **Separe o subproblema escolhido em dois e os coloque na lista de subproblemas a serem avaliados:**

Por exemplo, separe o subproblema ( $P_{C1}$ ) em dois outros ( $P_{C11}$ ) e ( $P_{C12}$ ), acrescentando as restrições e no subproblema ( $P_{C1}$ ), onde tem valor fracionário. Têm-se agora os subproblemas ( $P_{C2}$ ), ( $P_{C11}$ ) e ( $P_{C12}$ ) na lista de subproblemas a serem avaliados.

Vá para o passo 4.

8) **Fim**

O valor ótimo para  $Z_{PI}$  é dado pelo melhor valor factível encontrado,  $Z^*$ .

Este método pode ser organizado por uma estrutura em árvore, em que cada nó desta árvore representa um subproblema a ser avaliado, nesta avaliação ele é ramificado (o subproblema é separado em dois subproblemas) ou não (sondado), o que originou o nome Branch-and-Bound para o método. Esta avaliação está esquematizada na Figura 2.

A Figura 3 apresenta um fluxograma do método Branch-and-Bound para o problema de programação linear.

Agora será apresentado o algoritmo Branch-and-Bound para o caso da programação linear 0 – 1 (ou binário). Para isto considere o problema binário:

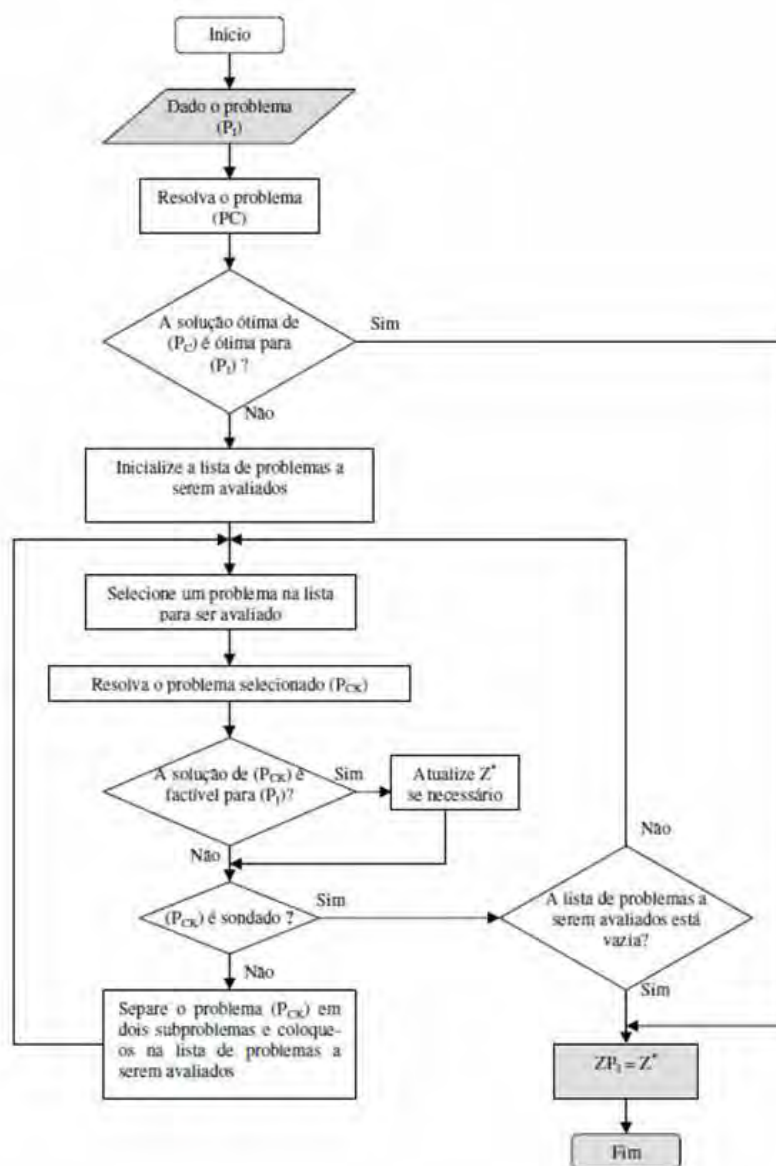


Figura 3: Fluxograma do algoritmo Branch-and-Bound. Fonte: Florentino (2005)

Minimizar  $ZP_B(x) = cx$

sujeito a:  $Ax = b$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (P_B)$$

em que  $c \in R^{1 \times n}$ ,  $x \in R^{n \times 1}$ ,  $A \in R^{m \times n}$ ,  $b \in R^{m \times 1}$ ,  $i$  os índices das variáveis do problema.

Sendo  $S = \{x \in R^{n \times 1} / x_i \in \{0, 1\}\}$ , então  $S$  contém um número finito de elementos, ou seja existem  $2^n$  elementos. Portanto, uma idéia para resolver este problema é enumerar os  $2^n$  elementos de  $S$  e verificar quais são soluções factíveis para o problema binário ( $P_B$ ) (ou seja que satisfazem  $Ax = b$ ) e dentre estas qual minimiza a função  $cx$ . Esta idéia de enumeração explícita é muito simples, mas para um número grande de variáveis (por exemplo maior que 100) o trabalho computacional seria enorme ou mesmo impossível. Por isto, para resolver problemas binários é necessário o uso de algoritmos de enumeração implícita das soluções e os métodos de busca em árvore, como o Branch-and-Bound, podem auxiliar muito. No algoritmo Branch-and-Bound 0-1, os nós (ou vértices) da árvore correspondem a subconjuntos de  $S$  (vetores 0-1), dispostos em níveis, como mostrado na Figura 2. No nível 0, está o nó raiz que corresponde ao conjunto completo  $S$ . No nível 1, é feita uma escolha arbitrária da primeira variável a ser fixada,  $x_i$ , este nível contém dois vértices denotado por  $S_0$  e  $S_1$ , onde  $S_0$  é um subconjunto de  $S$  onde  $x_i = 0$  e  $S_1$  é um subconjunto de  $S$  onde  $x_i = 1$ . É dito portanto que o nó raiz (conjunto  $S$ ) foi ramificado com relação a variável  $x_i$  e formou-se o nível 1. Da mesma forma, para construir o nível 2, escolhe-se outra variável para fixar valores e só ramificam os nós dos subconjuntos  $S_0$  e  $S_1$  formando o nível 2 com  $2^2$  nós, o primeiro nó  $S_{00}$  é o subconjunto de  $S_0$  em que a variável escolhida  $x_i$  assume o valor 0, o segundo nó  $S_{01}$  é o subconjunto de  $S_0$  onde  $x_i = 1$ , o terceiro nó  $S_{10}$  é o subconjunto de  $S_1$  onde  $x_i = 0$  e o quarto nó  $S_{11}$  é o subconjunto  $S_1$  onde  $x_i = 1$ . Da mesma forma, para obter as ramificações nos demais níveis, faz-se partições nos subconjuntos. A Figura 4 mostra um exemplo da ramificação completa para um problema binário ( $P_B$ ) com 3 variáveis,  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $x_j = 0$  ou  $1$ ,  $j = 1, 2, 3$ . Desta forma o conjunto  $S$  é formado por  $2^3$  elementos.

Foi introduzido o conceito de ramificação para o método Branch-and-Bound 0-1. Para o procedimento de avaliação e sondagem de um nó, considere  $x^*$  uma solução factível para o problema ( $P_B$ ) com custo  $Z^* = cx^*$ , encontrada por algum método, aproximativo ou outros (Se não for possível faz-se  $Z^* = \infty$ ).

Para o procedimento de avaliação e sondagem de um nó  $S_i$  qualquer, deve-se calcular um limitante inferior,  $LI$ , para a função objetivo  $cx$  do problema ( $P_B$ ) com  $x \in S_i$ :

$$LI(S_i) \leq \min_{x \in S_i} \{cx\}$$

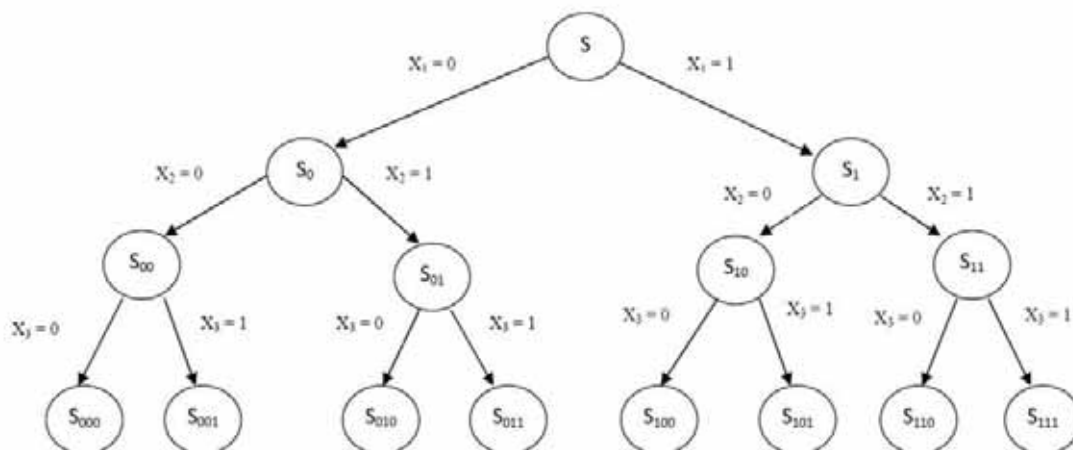


Figura 4: Árvore completa do algoritmo Branch-and-Bound 0-1 para um problema  $(P_B)$  com três variáveis.

A sondagem de um nó  $S_i$  qualquer é feita quando  $LI(S_i) > Z^*$ , pois não existe solução em  $S_i$  melhor  $x^*$ , desta forma pode ser assegurado que  $S_i$  não contém a solução ótima. Portanto, não é necessário analisar seus nós sucessores, ou seja, este nó é sondado. Se  $LI(S_i) \leq Z^*$ , o nó é ramificado.

Portanto, o algoritmo Branch-and-Bound para problemas lineares 0-1 tem os seguintes passos:

**1) Inicialize a árvore, criando o nó raiz:**

Determine uma solução  $x^*$  factível para  $(P_B)$ , então tem-se  $Z^* = cx^*$ . Caso não encontre  $x^*$  faça  $Z^* = \infty$ . Vá para o passo 2.

**2) Inicialize a lista de nós ativos (nós a serem avaliados):**

Escolha uma variável  $x_i$  para ser fixada e ramifique o nó raiz, criando dois nós ativos. Vá para o passo 3.

**3) Escolha um nó ativo para avaliar:**

Caso exista nós ativos, escolha um, retire-o da lista e vá para o passo 4. Caso contrário fim, vá para o passo 8.

**4) Avalie o nó escolhido:**

Se foi escolhido o nó  $S_i$ , calcule um limitante inferior, LI, para a função objetivo  $cx$  com

$$x \in S_i : LI(S_i) \leq \min_{x \in S_i} \{cx\}.$$

Se  $LI(S_i) \leq Z^*$ , atualize  $Z^*$  se necessário. Vá para o passo 5. Caso contrário, vá para o passo 6.



**5) Escolha a variável a ser fixada:**

Suponha que foi escolhido  $x_j$  para fixar,  $j \in J_i$ , onde  $J_i$  é o conjunto dos índices das variáveis não fixadas no nó  $S_i$ .

**6) Faça a sondagem do nó:**

O nó  $S_i$  é sondado, não ramificado. Vá para o passo 3.

**7) Ramifique o nó e coloque os nós obtidos na lista de nós ativos:**

Ramifique o nó escolhido. Faça  $x_j = 0$  e crie o nó  $S_{i0}$ , faça  $x_j = 1$  e crie o nó  $S_{i1}$ . Coloque os nós  $S_{i0}$  e  $S_{i1}$  na lista de nós ativos. Vá para o passo 3.

**8) Fim**

$$ZP_B = Z^*$$

Segundo Minoux (1989), o limitante inferior  $LI$  em cada vértice pode ser dado pela solução ótima do problema contínuo, obtido relaxando a integralidade das variáveis não fixadas neste nó:

$$LI = \text{minimizar } cx$$

sujeito a:

$$Ax = b$$

$x_f$  fixos

$$0 \leq x_s \leq 1$$

$f$  pertence ao conjunto dos índices das variáveis fixas em 0 ou 1 em questão e  $s$  pertence ao conjunto dos índices das variáveis não fixadas.

Algumas vezes, este procedimento é inviável computacionalmente e a performance computacional do método Branch-and-Bound depende da qualidade dos limitantes, pois quanto melhor o limitante (mais próximo do ótimo procurado,  $ZP_B$ ) mais nós são sondados, e portanto, diminui o número de nós a serem avaliados, o que torna o processo mais rápido (Lee & Mitchell, 2001).

A escolha do nó ativo para ser avaliado pode ser feita pelo Método de Busca em Profundidade. Este método procura determinar rapidamente uma solução factível para o problema ( $P_B$ ), para isto escolhe-se o vértice de maior profundidade dentre os nós que não foram sondados, se existir mais do que um, escolhe-se o que apresentar melhor limitante inferior. Outro método para escolha do nó a ser avaliado é o de Busca em Largura, também chamado de Avaliação e Separação Progressiva. Neste método, a escolha do nó é baseada no valor do limitante inferior, observando intuitivamente o que tem maior chance de conter a solução ótima dentro dos seus sucessores, mas existe um risco de explorar uma grande porção da árvore antes de descobrir a solução ótima. Outra estratégia é combinar estes dois tipos de métodos para direcionar a busca em ramos promissores.

Para Minoux (1989), a primeira solução factível para o problema ( $P_B$ ) (passo 1

do algoritmo anterior) em geral é encontrada com o Método de Busca em Profundidade. Segundo Minoux (1989), a ordem das variáveis a serem fixadas pode ser previamente estabelecida, ou estas variáveis podem ser escolhidas de forma arbitrária, ou por uso de heurísticas, por uso de critérios intuitivos ou mesmo por fazer uma dinâmica onde a cada estágio decide-se qual critério usar, baseado nos resultados alcançados até o estágio em questão.

De forma geral, métodos de enumeração somente podem garantir que a solução encontrada seja ótima se chegarem ao final do processo enumerativo. E para atingir este objetivo são definidas condições de parada, tais como: um número máximo de iterações realizadas pelo algoritmo, finalizar o algoritmo se após um número pré-determinado de passos não ocorrer nenhuma melhoria da função custo, tempo máximo de execução, etc. O que ocorre é que qualquer um destes critérios de parada pode ocasionar a eliminação da solução ótima, o que leva a tomar certos cuidados ao utilizar métodos de enumeração limitada. No entanto, é muito comum que uma boa solução, ou até mesmo uma solução ótima, seja encontrada no início da enumeração. Em vários trabalhos, observa-se que quanto melhores são as informações utilizadas para guiar a enumeração, maiores serão as chances de se encontrar prematuramente soluções de boa qualidade.

### 4.3 Algoritmos Genéticos (AG)

Os Algoritmos genéticos (AG) são técnicas de busca inspiradas em mecanismos de seleção e genética natural (Goldberg, 1989). Nestes algoritmos, populações de indivíduos são criados e submetidos aos operadores genéticos: seleção, recombinação (crossover) e mutação. Cada indivíduo na população representa uma solução em potencial para um dado problema. O Algoritmo Genético procura uma solução muito boa, ou a melhor, através da criação genética de populações de indivíduos cada vez mais aptos. Segundo Goldberg (1989), os algoritmos genéticos se diferenciam da maioria dos métodos de busca e otimização por quatro motivos:

- Trabalham em um espaço de soluções codificadas e não diretamente no espaço de busca;
- Trabalham com um conjunto de pontos (população) e não a partir de pontos isolados;
- Não necessitam de derivadas ou outro conhecimento auxiliar, pois utilizam informações de custo ou recompensa (função objetivo);
- Usam regras de transição probabilísticas.

Segundo Davis (1991), um algoritmo genético simples pode ser descrito em seis passos:

1. **População Inicial:** Inicie uma população, de tamanho  $N$ , com cromossomos gerados aleatoriamente;

2. **Aptidão ou Fitness:** Aplique a função de adequação em cada cromossomo desta população;
3. **Seleção:** Selecione indivíduos da população para posterior recombinação e mutação;
4. **Crossover e Mutação:** Crie novos cromossomos através de cruzamentos de cromossomos selecionados desta população. Aplique recombinação e mutação nestes cromossomos;
5. **Nova População:** Elimine membros da antiga população, de modo a ter espaço para inserir estes novos cromossomos, mantendo a população com o mesmo número de cromossomos;
6. **Avaliação:** Aplique a função de adequação nestes cromossomos e insira-os na população;
7. **Teste de Parada:** Se a solução ideal for encontrada ou, se o tempo (ou número de gerações) se esgotou, retorne o cromossomo com a melhor adequação. Caso contrário, volte ao passo (2).

Estes passos são repetidos até que uma solução aceitável seja encontrada ou até que o número de gerações predeterminado seja atingido ou, então, até que o algoritmo não consiga mais melhorar a solução já encontrada.

#### 4.3.1 População inicial ( $N$ )

A população inicial de indivíduos ou cromossomos é na maioria das vezes construída de forma aleatória. Cada indivíduo com os quais o AG trabalha representam uma solução candidata à resolução do problema proposto. Existem várias maneiras de representar um indivíduo em um AG sendo a mais simples a representação binária de tamanho fixo, em que um indivíduo é uma cadeia de bits que assumem valores 0 ou 1 (Hinterding, 2000). Neste trabalho cada cromossomo foi codificado como uma cadeia de caracteres (gene) de comprimento  $k$ , sendo  $k$  o número de talhões, cujo valor de cada caractere (alelo) é um número inteiro aleatório de 1 a 10 que representa a variedade ( $i$ ) da cana-de-açúcar que pode ser plantada no talhão ( $j$ ). Com essa configuração, cada cromossomo satisfaz a restrição (7) do modelo matemático e representará uma possível solução do problema proposto. A Figura 5 ilustra um cromossomo criado de maneira aleatória com comprimento  $k = 10$ .

1	7	3	5	9	10	2	2	4	1
---	---	---	---	---	----	---	---	---	---

Figura 5: Representação de um cromossomo

Diversos trabalhos realizados comprovam que o processo de inicialização do algoritmo, em geral, não é crítico, desde que a população inicial contenha cromossomos suficientemente variados (Goldberg, 1989).

### 4.3.2 Função de avaliação (Aptidão ou Fitness)

A função de avaliação é a maneira utilizada pelos algoritmos genéticos para determinar a qualidade de cada indivíduo na população (Linden, 2008). Ela é a ligação mais forte entre o algoritmo genético e o problema (Davis, 1991). Aplicando uma função de avaliação em cada indivíduo da população, obtém-se valores numéricos cujo significado é uma métrica da qualidade da solução obtida usando aqueles parâmetros.

### 4.3.3 Elitismo

No elitismo, os  $n$  melhores indivíduos de cada geração são preservados, ou seja uma cópia é passada diretamente para a geração seguinte garantindo assim que estes cromossomos não sejam destruídos pelos operadores genéticos. Dessa forma, garante-se que o melhor indivíduo da próxima geração é pelo menos igual ao melhor indivíduo da geração atual.

Neste trabalho considerou-se como o melhor indivíduo de cada geração, o cromossomo que satisfaz as restrições (5) e (6) do modelo matemático, e ainda que represente o menor custo de colheita e transporte (CCT) da cana-de-açúcar conforme a função objetivo (4).

### 4.3.4 Seleção

O método de seleção de pais simula o mecanismo de seleção natural na evolução, selecionando para sobreviver e reproduzir os indivíduos melhor adaptados ao meio, neste caso, os cromossomos com melhor valor na função de avaliação. No entanto, se apenas os melhores indivíduos se reproduzirem, a população tenderá a ser composta de indivíduos semelhantes e faltará diversidade a esta população. Este efeito é denominado convergência genética. Existem diversos métodos utilizados para selecionar os indivíduos sobre os quais serão aplicados os operadores genéticos como os métodos de seleção por: Roleta, Torneio, Amostragem universal estocástica e elitista. Dentre estes será descrito e utilizado os métodos de seleção por roleta e torneio.

O **Método de Seleção por Roleta** consiste em criar uma roleta na qual cada cromossomo possui um segmento proporcional à sua aptidão. Assim, indivíduos de uma população são escolhidos para fazer parte da próxima geração, através de um sorteio de roleta.

A probabilidade de seleção ( $p_{sel}$ ) é baseada na razão entre o desempenho do indivíduo ( $f_i$ ) e a soma total dos desempenhos da população ( $N$ ).

$$p_{sel} = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$$

Para se selecionar um indivíduo, a roleta é girada um determinado número de vezes, dependendo do tamanho da população. A cada giro, o indivíduo selecionado é colocado

na população intermediária, e posteriormente será combinado com outro indivíduo e poderá sofrer mutações. Este método possui uma alta variância, podendo levar a um grande número de cópias de um bom cromossomo, o que faz diminuir a diversidade da população, e conseqüentemente ocasionar uma convergência prematura do algoritmo para um ótimo local (Mitchel, 1998).

Na **Seleção por Torneio**, dois indivíduos são selecionados de maneira aleatória na população inicial para competir entre si, sendo que o vencedor do torneio será o indivíduo que possuir melhor aptidão. Este processo é repetido até que toda a população intermediária seja preenchida.

#### 4.3.5 Operadores genéticos: Crossover e Mutação

Os algoritmos genéticos tradicionais são constituídos de dois operadores: cruzamento e mutação. Estes operadores têm como finalidade criar novas soluções na população.

O **Cruzamento (Crossover)** é o processo que possibilita a troca de material genético entre os indivíduos participantes, ou seja, é um mecanismo de recombinação de soluções. Este processo de cruzamento é geralmente controlado por um parâmetro fixo que indica a probabilidade (geralmente entre 70% e 100%) de um gene sofrer cruzamento. Existem diversos tipos de cruzamento encontrados na literatura, porém os mais utilizados são os cruzamentos de um ponto ou dois pontos.

No **Cruzamento de um ponto** seleciona-se aleatoriamente um ponto de corte do cromossomo e a partir desse ponto realiza-se a troca de material cromossômico entre os dois indivíduos. Sendo aplicado esse cruzamento, os pais trocam suas caldas, gerando dois filhos. Caso o cruzamento não ocorra, os dois filhos serão cópias exatas dos pais. A Figura 6 ilustra esta operação.



Figura 6: Cruzamento de 1 ponto

O **Cruzamento de dois pontos** é similar ao cruzamento de um ponto pois, seleciona-se aleatoriamente dois pontos de corte do cromossomo e, a partir desses pontos, se realiza a troca de material cromossômico entre os dois indivíduos, conforme a Figura 7.

O operador **Mutação** tem o objetivo de manter a diversidade genética da população, alterando aleatoriamente um ou mais componentes de uma estrutura escolhida. A mutação é aplicada à população de cromossomos descendentes gerados após o cruzamento, conforme a Figura



Figura 7: Cruzamento de 2 pontos

8. O processo é geralmente controlado por um parâmetro fixo que indica a probabilidade de um gene sofrer mutação (neste trabalho utilizou-se uma taxa de mutação igual 10%). Este operador possui o efeito de aumentar a diversidade da população evitando que as estruturas tornem-se muito homogêneas.

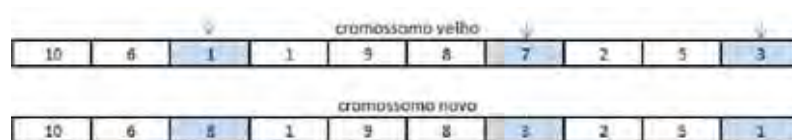


Figura 8: Mutação

Se a taxa de mutação for baixa, a busca se restringirá a sub-regiões do espaço de busca, no entanto com uma taxa alta, a busca se torna aleatória. Ressalta-se ainda que uma população inicial pequena pode apresentar amostras insuficientes para gerar indivíduos aptos, entretanto uma população inicial numerosa poderá demandar tempo e processamento para atingir o ponto ótimo.

#### 4.3.6 Critérios de Parada

Os critérios mais utilizados para terminar um algoritmo genético são:

- Após um dado número de gerações;
- Quando as aptidões dos indivíduos de uma população se tornam parecidas;
- Ao conhecer o melhor valor da função-objetivo;
- No caso de perda de diversidade da população.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo será apresentado uma ilustração do modelo para um problema real de uma usina localizada na região de Taquarituba-SP conforme descrito em Lima (2009). Para isto foram utilizados os dados das tabelas 3, 4 e 5, que foram descritas no capítulo 2, para alguns parâmetros do modelo e os dados sobre as variedades de cana-de-açúcar adaptáveis ao clima e solo local estão apresentados na Tabela 6. Esta usina utiliza uma área de plantio com 315,81 hectares dividida em 16 talhões conforme a Tabela 7.

Tabela 6: Dados das variedades de cana-de-açúcar adaptáveis ao solo da Usina. Fonte: Lima (2009)

$i$	<b>Variedade</b>	$A_i(t.ha^{-1})$	$F_i(t.ha^{-1})$
1	SP80-1816	16.42	13.94
2	RB72454	20.20	12.9
3	SP80-3280	18.46	12.63
4	SP81-3250	18.38	11.32
5	RB855536	17.05	12.51
6	RB855113	17.54	10.91
7	SP79-1011	15.80	10.33
8	RB835486	12.84	9.28
9	RB711406	20.77	16.12
10	SP70-1143	15.01	11.59

Como visto no Capítulo 3, o objetivo do modelo apresentado é determinar quais das 10 variedades de cana devem ser plantadas nos 16 talhões de medida  $L_j$  (ha) e distância  $D_j$  (km) do centro de produção apresentadas na Tabela 7, de forma a obter o menor custo possível para a colheita e transporte da cana. Para formulação do modelo, a área para plantio foi dividida em duas partes, uma parte de 96,84 hectares para o plantio da cana que deverá ser queimada na pré-colheita e outra de 218,97 hectares para cana que será colhida crua. Os custos de aceiro, queima, corte manual, carregamento da cana para o caminhão e transporte da cana do campo para

Tabela 7: Dados dos talhões da Usina. Fonte: Lima (2009)

<b>Talhão(j)</b>	$L_j$ (ha)	$D_j$ (Km)
1	8.49	3.49
2	4.52	2.49
3	58.18	16.08
4	4.22	3.49
5	5.74	2.59
6	6.61	2.59
7	30.41	15.33
8	5.08	8.30
9	12.01	9.24
10	54.95	12.63
11	38.66	16.43
12	3.78	8.25
13	10.43	7.80
14	6.15	8.59
15	8.79	2.25
16	57.79	17.20
<b>Total</b>	315.81	

a usina foram apresentados nas Tabelas 4 e 5.

Este modelo foi implementado em em um computador Dell/PC com processador Intel Core2Duo T6570 2.1GHz, memória 3GB e sistema operacional Microsoft Windows 7 Profissional 32 bits pertencente ao Laboratório Científico de Informática, LCI, do Departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências da UNESP de Botucatu, utilizando os Algoritmos Genéticos e Branch-and-Bound, sendo utilizado o software MATLAB 7.4. Os resultados dessa implementação estão apresentados a seguir.

O problema apresenta 160 variáveis e 19 restrições. Os resultados da aplicação do algoritmo Branch-and-Bound estão apresentados na Tabela 8.

No modelo *CCT*, foi obtido um custo ótimo de R\$ 471959,43 com um tempo de CPU de 26,55 segundos. O modelo matemático sugeriu plantar as variedades de cana-de-açúcar: 9 nos talhões 2 e 4, a 3 no talhão 5, a 2 no talhão 12 e a variedade 1 nos demais talhões.

O AG foi implementado no Matlab conforme o item 4.3, criando-se de maneira



Tabela 8: Resultado da aplicação do modelo *CCT* utilizando o algoritmo Branch-and-Bound para o caso real.

Talhão( $j$ )	Variedade escolhida para plantio	Descrição
1	1	SP80-1816
2	9	RB711406
3	1	SP80-1816
4	9	RB711406
5	3	SP80-3280
6	1	SP80-1816
7	1	SP80-1816
8	1	SP80-1816
9	1	SP80-1816
10	1	SP80-1816
11	1	SP80-1816
12	2	RB72454
13	1	SP80-1816
14	1	SP80-1816
15	1	SP80-1816
16	1	SP80-1816

aleatória uma população inicial com 300 cromossomos ( $N = 300$ ) sendo que cada cromossomo deste algoritmo possui um comprimento  $k = 16$ . Estes cromossomos foram avaliados segundo a função de aptidão (função objetivo (4)), analisando a factibilidade dos mesmos, pois nem todos os indivíduos satisfazem as restrições (5) e (6) do modelo matemático. O AG foi implementado primeiramente utilizando uma heurística construtiva para gerar a população inicial factível e posteriormente uma heurística utilizando uma população inicial aleatória. A população inicial aleatória apresentou melhores resultados do que a heurística construtiva devido a precisão dos resultados quando comparados com o método Branch-and-Bound. Devido a este fato os resultados apresentados foram utilizando o sorteio aleatório da população inicial. Para manter a factibilidade da solução final foi necessário utilizar o elitismo conforme o item 4.3.3.

Para selecionar os indivíduos da população para reprodução, utilizou-se os métodos de seleção descritos no item 4.3.4 e aplicou-se posteriormente os operadores genéticos cruzamento de dois pontos e mutação. O critério de parada estabelecido foi o número de iterações. Foram realizados testes com 100, 500 e 1000 iterações.

Com o intuito de analisar a influência das formas de seleção na solução apresentada pelo AG foram observados os valores mínimo, máximo e médio da função de aptidão e os respectivos tempo de processamento repetindo o processo por 10 vezes, conforme a Tabela 9.

A Figura 9 mostra os custos para cada indivíduo na população inicial (círculos azuis), para cada indivíduo da elite em cada iteração (círculos verdes) e para cada indivíduo da população final (círculos vermelhos). O círculo preto representa o custo da melhor solução obtida pelo AG.

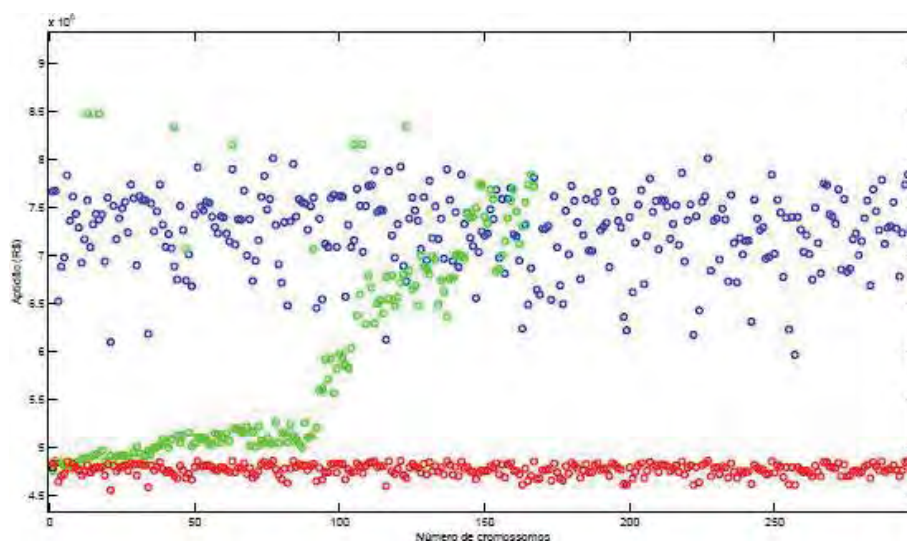


Figura 9: Custos para cada indivíduo na população inicial (círculos azuis), indivíduos da elite em cada iteração (círculos verdes), indivíduos da população final (círculos vermelhos) e o custo da melhor solução obtida pelo AG (círculo preto) .

Tabela 9: Valor do CCT da cana-de-açúcar para o problema 1, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional.

Custo de Colheita e Transporte (R\$)				
iterações	seleção	mínimo	médio	máximo
100	Roleta	473.470,12	477.196,32	481.399,59
100	Torneio	472.443,95	476.920,59	482.448,39
500	Roleta	476.629,70	477.008,44	477.494,85
500	Torneio	472.496,65	475.515,10	477.800,41
1000	Roleta	472.305,59	474.911,43	477.558,05
1000	Torneio	473.600,73	475.462,49	478.961,02
Tempo de execução (s)				
100	Roleta	5,97	6,01	6,12
100	Torneio	4,26	4,29	4,24
500	Roleta	29,62	29,73	29,69
500	Torneio	21,08	21,03	21,06
1000	Roleta	59,26	59,24	59,17
1000	Torneio	42,09	42,22	43,29

Em seguida, foi feita a comparação do desempenho do AG em relação ao método exato Branch-and-Bound através das medidas de eficácia e eficiência do algoritmo conforme Rodrigues et al. (2004). A eficácia do algoritmo foi calculada pela razão entre o ótimo matemático, obtido pelo algoritmo Branch-and-Bound e a melhor solução encontrada pelo AG, conforme a equação:

$$E_f = \frac{f_o}{f_{AG}} \times 100$$

sendo:

$E_f$  = eficácia (%);

$f_o$  = valor do ótimo matemático obtido pelo algoritmo exato Branch-and-Bound (R\$);

$f_{AG}$  = valor da melhor solução obtida pelo AG (R\$).

A eficiência que mede o tempo de processamento do algoritmo, foi avaliada ao comparar o tempo de processamento do algoritmo Branch-and-Bound e o tempo médio do genético utilizando o mesmo recurso computacional.

A eficácia do AG é apresentada na Tabela 10 considerando os métodos de seleção testados.

Tabela 10: Eficácia dos métodos de seleção testados em relação ao ótimo matemático após 10 execuções.

Eficácia (%)				
iterações	seleção	mínimo	médio	máximo
100	Roleta	99,68	98,90	98,03
100	Torneio	99,89	98,96	97,82
500	Roleta	99,02	98,94	98,84
500	Torneio	99,88	99,24	98,76
1000	Roleta	99,91	99,36	98,82
1000	Torneio	99,64	99,26	98,53

Pela observação das Tabelas 9 e 10, verifica-se que a melhor solução obtida pelo AG foi de R\$ 472.305,59 com um tempo de execução de 59,26 segundos. Este valor corresponde a 99,91% do ótimo matemático e foi obtido ao utilizar a seleção por roleta. Baseando no resultado obtido com o AG, recomenda-se plantar as variedades de cana-de-açúcar 1, 2, 6 e 9, nos 16 talhões

conforme a Tabela 11.

Tabela 11: Resultado da aplicação do modelo CCT utilizando o algoritmo AG.

Talhão(j)	Variedade escolhida para plantio	Descrição
1	1	SP80-1816
2	2	RB72454
3	1	SP80-1816
4	9	RB711406
5	1	SP80-1816
6	6	RB855113
7	1	SP80-1816
8	1	SP80-1816
9	1	SP80-1816
10	1	SP80-1816
11	1	SP80-1816
12	9	RB711406
13	1	SP80-1816
14	1	SP80-1816
15	1	SP80-1816
16	1	SP80-1816

As simulações mostram que o AG pode apresentar resultados satisfatórios. Pois, pode-se obter uma média 98,90% do ótimo matemático com um tempo médio de execução quatro vezes inferior.

Ao analisar as Tabelas 9 e 10, concluiu-se que dentre os métodos de seleção utilizados no algoritmo AG proposto, o desempenho do método da roleta com 1000 iterações foi em média o mais eficaz (veja coluna 4 da Tabela 10), porém o método do torneio foi o mais eficiente em relação ao tempo computacional.

A seguir serão apresentadas quatro simulações com diferentes áreas de plantio e número de variedades, simulando situações reais na região geográfica trabalhada, conforme Tabela 12. Em todas as simulações foram utilizados os dados agrônômicos das tabelas 3, 4, 5 e 6 que estão nos capítulos 2 e 5. As áreas dos talhões, assim como as distâncias do talhão ao centro de processamento foram gerados aleatoriamente em todas as simulações com características próximas as reais da região trabalhada.

Tabela 12: Descrição dos problemas formulados

Simulação	Nº de talhões	Nº de variáveis de decisão	Área de plantio (ha)
1	20	200	404,99
2	30	300	623,49
3	40	400	809,96
4	50	500	1028,45

## 5.1 Simulação 1

Na simulação 1 foi obtido o ótimo matemático para o CCT no valor de R\$ 648.787,63 com um tempo computacional médio de 5,69 segundos, calculado após dez execuções do algoritmo. Aplicando o AG, no modelo de minimização, a melhor solução obtida foi de R\$ 661.175,72 com um tempo de execução de 64,72 segundos. Para analisar a influência do método de seleção nas soluções apresentadas pelo AG foram observados os valores mínimo, máximo e médio da função de aptidão e os respectivos tempo de processamento após 10 execuções, conforme a Tabela 13. A eficácia do AG é apresentada na Tabela 14 considerando os métodos de seleção testados e o número de iterações. Com essas informações concluiu-se que a melhor solução do AG, que foi obtida ao utilizar a seleção por roleta, representa uma média de 98,17% do ótimo matemático.

Ao analisar os resultados concluiu-se na simulação 1 que o melhor tempo médio obtido pelo AG foi de 4,86 segundos, o que comparado com o método exato Branch-and-Bound não justificaria a utilização do AG, visto que este tempo está próximo ao tempo de CPU obtido pelo método exato. Ao comparar o desempenho do AG em relação ao método de seleção utilizado, notou-se que o método da roleta foi o mais eficaz, porém o do torneio foi o mais eficiente.

Tabela 13: Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 1, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional.

<b>Custo de Colheita e Transporte (R\$)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	674.268,90	679.915,45	685.782,23
100	Torneio	679.477,20	689.050,87	694504,53
500	Roleta	664.365,96	673.402,48	682.295,10
500	Torneio	682.330,31	713.512,75	764.146,63
1000	Roleta	661.175,72	675.305,82	690.383,01
1000	Torneio	684.996,31	692.474,04	698.959,81
<b>Tempo de execução (s)</b>				
100	Roleta	6,57	6,63	6,60
100	Torneio	4,79	4,86	4,84
500	Roleta	32,54	32,51	32,39
500	Torneio	24,24	24,08	24,06
1000	Roleta	64,72	64,77	64,76
1000	Torneio	47,53	47,42	47,39

Tabela 14: Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 1.

<b>Eficácia (%)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	96,22	95,42	94,60
100	Torneio	95,48	94,13	93,41
500	Roleta	97,65	96,34	95,08
500	Torneio	97,65	96,34	95,08
1000	Roleta	98,12	96,07	93,97
1000	Torneio	94,71	93,69	92,82

## 5.2 Simulação 2

Na simulação 2 foi obtido o ótimo matemático para o CCT no valor de R\$ 1.267.530,94 com um tempo computacional médio de 226,05 segundos, calculado após dez execuções do algoritmo. Aplicando o AG, no modelo de minimização, a melhor solução obtida este problema foi de R\$ 1.319.655,84 com um tempo de execução de 30,58 segundos. Para analisar a influência do método de seleção nas soluções apresentadas pelo AG foram observados os valores mínimo, máximo e médio da função de aptidão (4) e os respectivos tempo de processamento após 10 execuções, conforme a Tabela 15. A eficácia do AG é apresentada na Tabela 16 considerando os métodos de

seleção testados e o número de iterações. Com essas informações concluiu-se que a melhor solução do AG, que foi obtida ao utilizar a seleção por torneio, representa 96,05% do ótimo matemático.

Ao analisar os resultados concluiu-se na simulação 2 que o melhor tempo médio obtido pelo AG foi de 6,24 segundos, o que comparado com o método exato Branch-and-Bound não justificaria a utilização do AG, pois apesar do tempo de CPU obtido ser aproximadamente cinco vezes inferior ao tempo do método exato, a sua eficácia é baixa. Ao comparar o desempenho do AG em relação ao método de seleção utilizado, notou-se que o método da roleta foi o mais eficaz, porém o método do torneio foi o mais eficiente.

Tabela 15: Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 2 obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional.

<b>Custo de Colheita e Transporte (R\$)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	1.358.947,96	1.361609,19	1.363.401,53
100	Torneio	1.343.827,03	1.376.694,50	1.414.095,02
500	Roleta	1.326.040,64	1.339.891,90	1.350959,51
500	Torneio	1.319.655,84	1.369.011,38	1.447.157,59
1000	Roleta	1.320.255,72	1.335.772,06	1.351.154,01
1000	Torneio	1.364.058,34	1.375.702,09	1.386.257,57
<b>Tempo de execução (s)</b>				
100	Roleta	7,92	7,96	8,07
100	Torneio	6,3	6,24	6,19
500	Roleta	39,27	39,30	39,36
500	Torneio	30,58	30,64	30,79
1000	Roleta	78,09	78,30	78,73
1000	Torneio	60,98	61,15	61,50

Tabela 16: Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 2.

<b>Eficácia (%)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	93,23	93,05	92,88
100	Torneio	94,34	92,07	89,63
500	Roleta	95,55	94,62	93,85
500	Torneio	96,05	92,54	87,56
1000	Roleta	95,97	94,90	93,78
1000	Torneio	92,88	92,14	91,41



### 5.3 Simulação 3

Na simulação 3 foi obtido o ótimo matemático para o CCT no valor de R\$ 1.559.191,44 com um tempo computacional médio de 102,43 segundos, calculado após dez execuções do algoritmo. Aplicando o AG, no modelo de minimização, a melhor solução obtida foi de R\$ 1.675.538,99 com um tempo de execução de 7,88 segundos. Para analisar a influência do método de seleção nas soluções apresentadas pelo AG foram observados os valores mínimo, máximo e médio da função de aptidão (4) e os respectivos tempo de processamento após 10 execuções, conforme a Tabela 17. A eficácia do AG é apresentada na Tabela 18 considerando os métodos de seleção testados e o número de iterações. Com essas informações concluiu-se que a melhor solução do AG, que foi obtida ao utilizar a seleção por torneio, representa 93,07% do ótimo matemático.

Ao analisar os resultados concluiu-se na simulação 3 que o melhor tempo médio obtido pelo AG foi de 7,65 segundos, o que comparado com o método exato Branch-and-Bound não justificaria a utilização do AG, visto que apesar deste tempo ser aproximadamente 13 vezes inferior ao tempo de CPU obtido pelo método exato, a eficácia é baixa. Ao comparar o desempenho do AG em relação a heurística de seleção utilizada, notou-se que o método da roleta foi o mais eficaz, porém o método do torneio foi o mais eficiente.

Tabela 17: Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 3, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional.

<b>Custo de Colheita e Transporte (R\$)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	1.711.430,06	1.740.732,47	1.792.351,15
100	Torneio	1.675.538,99	1.779.692,71	1.959.779,14
500	Roleta	1.722.577,34	1.756.394,83	1.845.354,28
500	Torneio	1.812.462,11	1.862.374,98	1.936.897,96
1000	Roleta	1.709.614,31	1.742.508,83	1.770.883,61
1000	Torneio	1.737.207,28	1.812.525,50	1.973.015,08
<b>Tempo de execução (s)</b>				
100	Roleta	9,55	9,59	9,56
100	Torneio	7,88	7,65	7,55
500	Roleta	46,69	47,68	48,38
500	Torneio	37,28	37,54	37,35
1000	Roleta	94,04	94,08	94,15
1000	Torneio	77,08	76,80	76,92

Tabela 18: Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 3.

Eficácia (%)				
iterações	seleção	mínimo	médio	máximo
100	Roleta	91,11	89,59	86,99
100	Torneio	93,07	87,63	79,58
500	Roleta	90,53	88,78	84,49
500	Torneio	86,03	83,72	80,52
1000	Roleta	91,22	89,49	88,04
1000	Torneio	89,75	86,03	79,02

#### 5.4 Simulação 4

Na simulação 4 foi obtido o ótimo matemático para o CCT no valor de R\$1.914.813,44 com um tempo computacional médio de 806,84 segundos, calculado após dez execuções do algoritmo. Aplicando o AG, no modelo de minimização, a melhor solução obtida foi de R\$ 2.052.322,77 com um tempo de execução de 46,18 segundos. Para analisar a influência do método de seleção nas soluções apresentadas pelo AG foram observados os valores mínimo, máximo e médio da função de aptidão (4) e os respectivos tempo de processamento após 10 execuções, conforme a Tabela 19. A eficácia do AG é apresentada na Tabela 20 considerando os métodos de seleção testados e o número de iterações. Com essas informações concluiu-se que a melhor solução do AG, que foi obtida ao utilizar a seleção por torneio, representa 93,27% do ótimo matemático.

Ao analisar os resultados concluiu-se na simulação 4 que o melhor tempo médio obtido pelo AG foi de 9,42 segundos, o que comparado com o método exato Branch-and-Bound justificaria a utilização do AG, visto que este tempo é aproximadamente 86 vezes inferior ao tempo de CPU obtido pelo método exato. Ao comparar o desempenho do AG em relação ao método de seleção utilizado, notou-se que o método da roleta foi o mais eficaz, porém o método do torneio foi o mais eficiente.

Tabela 19: Valor do CCT da cana-de-açúcar na simulação 4, obtido após 10 execuções do AG e seu respectivo tempo computacional.

<b>Custo de Colheita e Transporte (R\$)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	2.119.542,26	2.199.916,07	2.347.965,51
100	Torneio	2.119.732,68	2.207.372,42	2.255.108,64
500	Roleta	2.095.172,56	2.154.434,35	2.273.722,99
500	Torneio	2.052.322,77	2.173.081,88	2.2840.488,20
1000	Roleta	2.110.594,94	2.177.763,09	2.243.691,49
1000	Torneio	2.149.239,15	2.266.124,39	2.405.330,09
<b>Tempo de execução (s)</b>				
100	Roleta	10,78	10,84	10,83
100	Torneio	9,47	9,42	9,41
500	Roleta	55,72	55,38	54,83
500	Torneio	46,18	45,70	46,04
1000	Roleta	108,11	108,65	107,48
1000	Torneio	91,43	91,91	92,66

Tabela 20: Eficácia do AG conforme o método de seleção após 10 execuções da simulação 4.

<b>Eficácia (%)</b>				
<b>iterações</b>	<b>seleção</b>	<b>mínimo</b>	<b>médio</b>	<b>máximo</b>
100	Roleta	90,32	87,03	81,55
100	Torneio	90,33	86,72	84,87
500	Roleta	91,36	88,85	84,20
500	Torneio	93,27	88,08	83,94
1000	Roleta	90,68	87,89	85,33
1000	Torneio	89,06	84,46	79,58

Após a análise dos resultados obtidos ao implementar o AG nas simulações anteriores, observa-se a eficácia do AG reduzida quando se aumenta o número de variáveis do problema, isto é logicamente esperado devido a complexidade dos problemas inteiros de médio e grande portes, por outro lado o AG pode obter boas soluções aproximadas para problemas de grande porte, mesmo quando o método Branch-and-Bound não consegue obter soluções. É visível durante as execuções do AG que a eficácia não está relacionada com o aumento do número de gerações e que o método de seleção por roleta é em média mais eficaz, porém menos eficiente que o método de seleção por torneio. Pode-se verificar ainda que o tempo médio de execução do algoritmo Branch-and-Bound para encontrar o ótimo matemático nas simulações propostas cresce quando o número de variáveis

de decisão é superior a 400, conforme as figuras 10, 11 e 12.

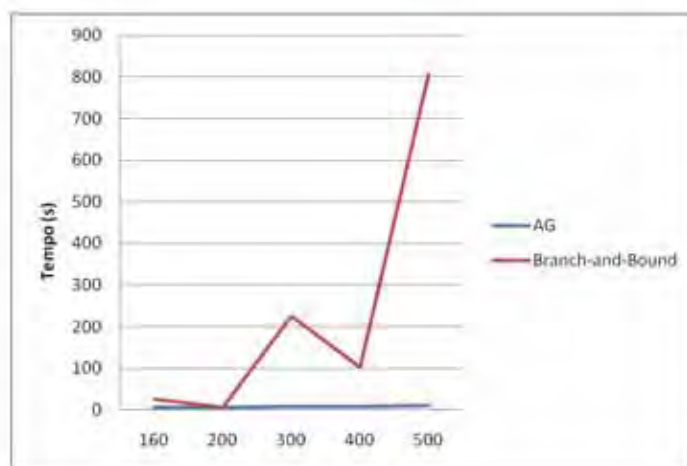


Figura 10: Tempo de execução dos algoritmos em função do nº de variáveis após 100 iterações.

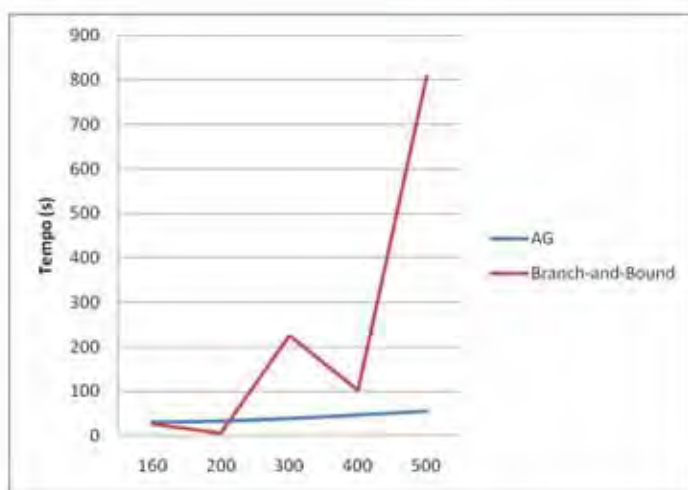


Figura 11: Tempo de execução dos algoritmos em função do nº de variáveis após 500 iterações.

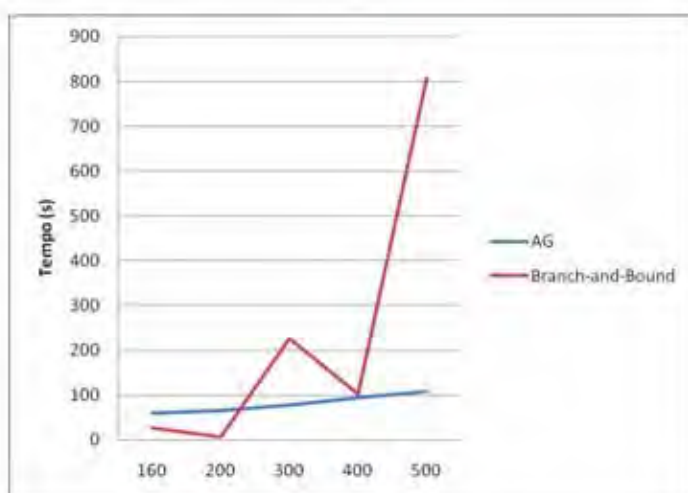


Figura 12: Tempo de execução dos algoritmos em função do nº de variáveis após 1000 iterações.

## 6 CONCLUSÃO

Baseando-se nos resultados obtidos, chegou-se as seguintes conclusões:

- A eficácia do AG é reduzida quando se aumenta o número de variáveis do problema, isto é logicamente esperado devido a complexidade dos problemas inteiros de médio e grande portes, por outro lado o AG pode obter boas soluções aproximadas para problemas de grande porte, mesmo quando o método Branch-and-Bound não consegue obter soluções.
- O aumento da eficácia do AG não está relacionado com o aumento do número de iterações;
- Nas execuções do AG, o método de seleção por roleta mostrou-se em média mais eficaz, porém menos eficiente que o método de seleção por torneio.
- O tempo médio de execução do algoritmo Branch-and-Bound para encontrar o ótimo matemático do problema proposto cresce quando o número de variáveis de decisão é superior a 400. Sendo assim, para investigar os problemas de grande porte que são comuns no setor sucroalcooleiro, o algoritmo genético é uma ferramenta promissora para encontrar boas soluções e dar subsídeo aos gestores quando estes desejarem estimar custos de produção em tempo hábil.

Em futuras pesquisas, pretende-se:

- Investigar a estabilização da eficácia do algoritmo genético quando o número de variáveis de decisão do problema proposto aumentar consideravelmente;
- Verificar a influência de outros métodos de seleção na eficácia do AG;
- Comparar a eficácia do AG com a de outras heurísticas;

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, L. A. B. Produção de aguardente de cana-de-açúcar. In: DAS G CARDOSO, M. (Ed.). **Cultura da cana-de-açúcar**. Lavras: UFLA, 2006. p.25-67.

ASSOCANA. <http://www.assocana.com.br/custo.html>, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002. 392p.

DAVIS, L. **Handbook of genetic algorithms**. EUA: Van Reinhold Nostrand, 1991.

FLORENTINO, H. O. Relaxação lagrangeana em programação inteira. São Carlos, 1990. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.

FLORENTINO, H. O. Programação linear inteira em problemas de aproveitamento da biomassa residual de colheita da cana-de-açúcar. Botucatu, 2005. Tese(livre-docência) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning**. Massachusetts: Addison-Wesley, 1989.

GRISOTTO, M. E. Otimização do transporte de cana-de-açúcar por caminhões. Campinas, 1995. 121p. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas.

HIGGINS, A. J. Scheduling of road vehicles in sugarcane transport: A case study at na Australian sugar mill. **European JournalOf Operation Research**, v.170, p.987–1000, 2006.

HIGGINS, A. J.; DAVIES, I. A. A simulation model for capacity planning in sugarcane transport. **Computers and Electronics in Agriculture**, v.47, n.2, p.85–102, 2005.

HIGGINS, A. J.; MUCHOW, R. C.; RUDD, A. V.; FORD, A. W. Optimizing harvest date in sugar production: A case study for the Mossman mill region in Australia I. **Development of operations research model and solution**. **Field Crops Research**, v.57, n.2, p.153–162, 1998.



HINTERDING, R. Representation, Mutation and Crossover Issues in Evolutionary Computation. **Conference on Evolutionary Computation**, p.916–923, 2000.

IANNONI, A. P.; MORABITO, R. A. A discrete simulation analysis of a logistics supply system. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v.42, n.3, p.191–210, 2006.

KAWAMURA, M. S.; RONCONI, D. P.; YOSHIZAKI, H. Optimizing transportation and storage of final products in the sugar and ethanol industry. **International Transactions in Operational Research**, v.13, n.5, p.425–439, 2006.

LAND, A. H.; DOING, A. G. An automatic method for solving discrete programming problems. **Econometrica**, v.28, p.425–520, 1960.

LEE, E. K.; MITCHELL, J. E. **Branch-and-Bound methods for integer programming**. Kluwer Academic Publishers: Encyclopedia of Optimization, 2001.

LIMA, A. D. Otimização do aproveitamento do palhiço da cana-de-açúcar. Botucatu, 2009. Tese (Doutorado) - Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista "Júlio De Mesquita Filho", Botucatu-SP.

LIMA, A. D.; FLORENTINO, H. O. Modelos matemáticos aplicados acultura da cana-de-açúcar. In: , 2006. **XXIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**; resumos. Campinas: , 2006. 58.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos**. Rio de Janeiro: Brasport, 2008.

LOPES, M. B. Simulação de um sistema de carregamento e transporte de cana-de-açúcar. Piracicaba, 1995. 143p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

LUCON, O. Aspectos ambientais da cadeia do etanol de cana-de-açúcar.. In: FAPESP, São Paulo, 2008. ; resumos. São Paulo: Termo de Referência para o Workshop do Programa de Pesquisa em Políticas Públicas, 2008. 23.

LYRA, P. H. N. Avaliação do custo de implantação de um hectare da cana-de-açúcar para o médio produtor de Alagoas em áreas de tabuleiro em cana planta na safra 2002/2003., 2004.

MARQUES, P. V. Custo de produção agrícola e industrial de açúcar e álcool no Brasil na safra 2007/2008. In: RELATÓRIO APRESENTADO A CONFEDERAÇÃO DA AGRICULTURA E PECUÁRIA DO BRASIL - CNA, "Programa de Educação Continuada em Economia e Gestão de

Empresa/Departamento de Economia, Administração e Sociologia”, 2009. **Centro-Oeste: cinturão de milho e sorgo no Brasil**; resumos. Piracicaba: Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, 2009.

MAULE, R. F.; MAZZA, J. A.; MARTHA, G. B. Produtividade agrícola de cultivares de cana-de-açúcar em diferentes solos e épocas de colheita. **Scientia Agricola**, v.58, n.2, p.295–301, 2001.

MILAN, E. L.; FERNANDEZ, S. M.; PLÀ, L. M. Sugarcane transportation in Cuba, a case study. **European Journal of Operational Research**, v.174, p.374–386, 2006.

MINOUX, M. **Mathematical Programming: Theory and Algorithms**. New York: John Wiley and Sons, 1989.

MITCHEL, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**. The Mit Press, 1998.

RAMOS, R. P. Modelo matemático para custo e energia na produção de açúcar e álcool. Botucatu, 2010. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho- Faculdade de Ciências Agrônômicas.

RIPOLI, T. C. C.; RIPOLI, M. L. C. **Biomassa de cana-de-açúcar: colheita, energia e ambiente**. Piracicaba: Edição dos Autores, 2005. 302p.

RODRIGUES, F. L.; LEITE, H. G.; SANTOS, H. N.; SOUSA, A. L.; SILVA, F. S. Metaheurística algoritmo genético para solução de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, v.28, n.2, p.233–245, 2004.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo: Makron, 1996. 406p.

SEGATO, S. V.; PINTO, A. S.; JENDIROBA, E.; NOBREGA, J. C. M. **Atualizações em produção de cana-de-açúcar**. Piracicaba: CP 2, 2006. 415p.

SPADOTTO, A. S.; FLORENTINO, H. O. Empacotamento do palhiço da cana-de-açúcar. In: , 2006. **XXIX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional**; resumos. Campinas: , 2006. 59.

TOLENTINO, G.; FLORENTINO, H. O. Programação Linear Inteira Aplicada Ao Aproveitamento Do Palhiço Da Cana-De-Açúcar) de la sección *Mozinna*. **Energia na agricultura**, v.23, p.13–33, 2008.

TOLENTINO, G.; FLORENTINO, H. O.; SARTORI, M. M. P. Programação multiobjetivo aplicada à problemas de biomassa residual de colheita da cana-de-açúcar. In: SEAGRO, 11, 2005. **Centro-Oeste: cinturão de milho e sorgo no Brasil**; resumos. Londrina: , 2005. 182.

UNICA. <http://www.unica.com.br>, 2008.