

Tiago Forti da Silva

Modelos de otimização para o problema de portfólio de um gerador hidrelétrico em um ambiente de mercados de energia

Bauru
2019

Tiago Forti da Silva

Modelos de otimização para o problema de portfólio de um gerador hidrelétrico em um ambiente de mercados de energia

Tese de doutorado apresentada à Universidade Estadual Paulista - UNESP como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Bauru
2019

S586m Silva, Tiago Forti da
Modelos de otimização para o problema de portfólio de um gerador hidrelétrico em um ambiente de mercados de energia / Tiago Forti da Silva. -- Bauru, 2019
127 f.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Leonardo Nepomuceno

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Mercados. 3. Otimização matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE TIAGO FORTI DA SILVA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 02 dias do mês de agosto do ano de 2019, às 08:30 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Escola de Engenharia de São Carlos - USP, Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof^a. Dr^a. EDMEA CASSIA BAPTISTA do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de TIAGO FORTI DA SILVA, intitulada **MODELOS DE OTIMIZAÇÃO PARA O PROBLEMA DE PORTFÓLIO DE UM GERADOR HIDRELÉTRICO EM UM AMBIENTE DE MERCADOS DE ENERGIA**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

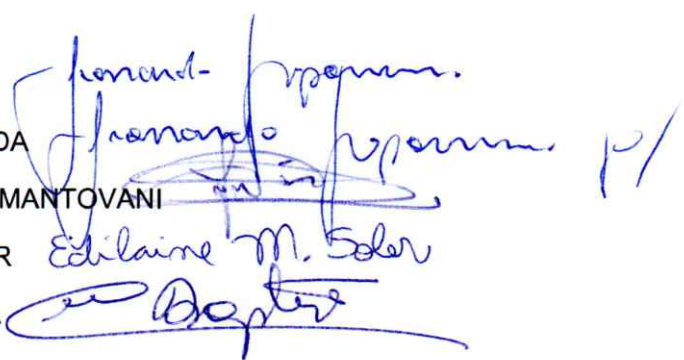
Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA

Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER

Prof^a. Dr^a. EDMEA CASSIA BAPTISTA



Devo farmi le ossa
- Ditado italiano

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Valdnei e Helena, por todo amor e apoio.

Aos meus avós Mauro[†] e Dirce, por todas as ótimas lembranças.

À minha esposa Lídia, por ser a pessoa mais incrível que já conheci.

Aos amados Toby[†], Harry[†] e Draco[†], por estarem presentes mesmo na ausência.

Aos grandes mestres que tive pelo caminho, tendo ou não compartilhado o mesmo tempo e espaço comigo.

A todos aqueles que marcaram minha vida, mesmo que não citados aqui.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno, por todo o conhecimento que me proporcionou, estando ou não relacionado a este trabalho, bem como pelo imenso privilégio que foi a nossa convivência.

Aos professores Edilaine Martins Soler e André Pio Martins, pela dedicação e tempo destinados para a elaboração das contribuições feitas na etapa de qualificação deste trabalho.

Aos professores Eduardo Nobuhiro Asada, José Roberto Sanches Mantovani, Edilaine Martins Soler e Edmea Cássia Baptista, pela dedicação e tempo destinados para a elaboração das contribuições feitas na etapa de defesa deste trabalho.

Aos professores e funcionários da Unesp de Bauru, que conseguem fazer desta instituição uma referência, apesar de todas as dificuldades.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica, por todo o suporte fornecido.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES, pela bolsa de pesquisa para a realização deste trabalho.

À Unesp, por ter sido o local de tantas experiências marcantes e profunda transformação pessoal, deixando a certeza que recebi muito mais do que serei capaz de retribuir.

RESUMO

Uma companhia geradora em um sistema elétrico descentralizado pode comercializar energia através de contratos bilaterais e de futuros, além de participar de diferentes mercados, como os do dia-seguinte, ajustes e regulação. A companhia deve decidir sua atuação buscando uma relação de compromisso entre lucro e risco, de acordo com o seu perfil de investimento, o que recebe o nome de problema de portfólio. Para o caso particular de um gerador hidrelétrico, esse problema apresenta características adicionais, como o gerenciamento dos reservatórios ao longo do ano e a transmissão hidráulica entre as usinas, cujas implicações são pouco investigadas na literatura atual. O primeiro problema analisado neste trabalho consiste no portfólio de uma companhia hidrelétrica decidindo sua atuação nos mercados de futuros e *pool* para um período de 1 ano. Neste trabalho é proposto um modelo de otimização estocástica linear inteiro misto para este problema, considerando restrições hidráulicas e de mensuração de risco, sendo aplicado em um sistema de testes com 15 usinas hidrelétricas. O segundo problema considerado é o portfólio de uma companhia hidrelétrica planejando sua participação nos mercados do dia-seguinte, ajustes e regulação para um período de 24 horas. Foi proposto um modelo de otimização estocástica quadrático inteiro misto para este problema, incluindo a linearização da função de produção, restrições hidráulicas e de mensuração do risco, sendo aplicado em um sistema de teste composto por uma cascata com oito usinas hidrelétricas.

Palavras-chave: Problema de portfólio. Mercados de energia. Otimização estocástica.

ABSTRACT

An energy generation company acting in a decentralized power market have the option to commercialize its energy using bilateral and futures contracts, in addition to participate in different trading arenas, like the day-ahead, regulation and adjustment markets. The company should decide its participation aiming at a balance between profits and associated risk, known as the portfolio problem. Considering a hydroelectric company, this problem has additional characteristics, like the reservoir's management over the year and the hydraulic transmission between the plants in the same hydraulic cascade, whose implications are hardly investigated in the current literature. The first problem analyzed in this work is the portfolio of a hydroelectric company looking for the optimal participation in the futures and pool markets through 1-year period. We propose a linear stochastic mixed-integer optimization model for this problem, including hydraulic constraints and risk measurement, which is tested in a system composed by fifteen hydroelectric plants. The second problem analyzed in this work is the portfolio of a hydroelectric company planning its participation in the day-ahead, regulation and adjustment markets for a 24-hours period. We propose a quadratic stochastic mixed-integer optimization model for this problem, including the energy production curve linearization, hydraulic constraints and risk measurement, which is applied to a cascade with eight hydroelectric plants.

Keywords: Portfolio problem. Energy markets. Stochastic optimization.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Organização do trabalho	3
1.2	Contribuições do trabalho	3
2	Geração hidrelétrica de energia	5
2.1	Aspectos construtivos da usina	5
2.1.1	Vazão, turbinagem e vertimento	7
2.1.2	Altura de queda	7
2.1.3	Conjunto gerador	7
2.2	Curva de performance	8
3	Mercados de eletricidade	9
3.1	Introdução	9
3.2	Organização do mercado de eletricidade	9
3.3	Agentes do mercado	11
3.4	Mercado <i>pool</i> de energia	12
3.4.1	Mercados do dia-seguinte e de ajustes	13
3.4.2	Mercado de equilíbrio ou de tempo-real	14
3.5	Mercado de futuros	15
3.6	Mercados de reserva e de regulação	17
3.7	Sequência de fechamento dos mercados	18
3.8	Ponto de vista do agente gerador	19
4	Otimização estocástica	21
4.1	Introdução	21
4.2	Variáveis e processos estocásticos	21
4.3	Modelagem dos problemas estocásticos	22
4.3.1	Problemas estocásticos de dois estágios	23
4.3.2	Problemas multi-estágio	26
5	Modelagem do risco	32
5.1	Introdução	32
5.2	Contexto histórico	32

5.3	Modelagem da aversão ao risco	33
5.4	Mensuração do risco	35
5.4.1	Valor de risco VaR	37
5.4.2	Valor de risco condicional CVaR	38
6	Metodologia	41
6.1	Objetivos	41
6.2	Recursos necessários	41
6.3	Modelos propostos e testes realizados	42
7	Problema 1: Portfólio de médio prazo	43
7.1	Introdução	43
7.2	Descrição do problema	44
7.3	Modelo proposto	47
7.3.1	Função objetivo	48
7.3.2	Restrições de geração	48
7.3.3	Restrições do mercado de futuros	49
7.3.4	Restrições hidráulicas	50
7.3.5	Demais restrições	51
7.4	Teste 1: Cascata com duas usinas hidrelétricas	51
7.4.1	Caso de risco neutro	52
7.4.2	Análise de aversão ao risco	53
7.5	Teste 2: Cascata com quinze usinas hidrelétricas	55
7.5.1	Caso de risco neutro	56
7.5.2	Análise de aversão ao risco	59
7.6	Conclusões parciais	62
8	Problema 2: Portfólio do dia-seguinte	63
8.1	Introdução	63
8.2	Problema analisado	64
8.3	Modelo Proposto	68
8.3.1	Função objetivo	68
8.3.2	Restrições relacionadas aos mercados	69
8.3.3	Restrições operacionais	73
8.3.4	Restrições hidráulicas	74
8.3.5	Demais restrições	79
8.4	Testes numéricos	79
8.4.1	Caso de risco-neutro	81
8.4.2	Aversão ao risco	84
8.5	Conclusões Parciais	86

9	Conclusões	88
9.1	Trabalhos futuros	89
	Referências Bibliográficas	90
A	Modelo de portfólio de médio-prazo proposto	95
A.1	Nomenclatura utilizada	95
A.2	Modelo proposto	97
B	Implementação do modelo de portfólio de médio-prazo	99
B.1	Implementação do modelo	99
B.2	Arquivo de dados para o teste com 2 usinas	101
B.3	Arquivo de dados para o teste com 15 usinas	102
C	Modelo de portfólio do dia-seguinte proposto	114
C.1	Nomenclatura utilizada	114
C.2	Modelo proposto	117
D	Implementação do modelo de portfólio do dia-seguinte	120
D.1	Implementação do modelo	120
D.2	Arquivo de dados de teste	125

LISTA DE ABREVIATURAS

AM	Mercado de Ajustes;
BM	Mercado de Balanço;
CNE	Comissão Nacional de Energia - Chile;
DAM	Mercado do Dia-seguinte;
FERC	Comissão Federal de Regulamentação de Energia - Estados Unidos;
FM	Mercado de Futuros;
ISO	Operador Independente do Sistema;
MCP	Procedimento de Fechamento de Mercado;
MO	Operador de Mercado;
OMIE	Operador do Mercado Ibérico de Energia - Divisão Espanha;
OMIP	Operador do Mercado Ibérico de Energia - Divisão Portugal;
RGM	Mercado de Regulação;
SEP	Sistema Elétrico de Potência;
SIN	Sistema Interligado Nacional.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Usina hidrelétrica esquemática.	5
3.1	Organização dos mercados de eletricidade.	11
3.2	Organização do mercado <i>pool</i>	13
3.3	Maximização do bem comum.	14
3.4	Organização do mercado de tempo-real.	15
3.5	Organização do mercado de futuros.	16
3.6	Organização do mercado de reserva.	18
3.7	Organização do mercado de regulação.	18
3.8	Sequência de fechamento dos mercados.	19
3.9	Opções de um agente gerador de energia.	20
4.1	Estrutura da modelagem dos cenários.	24
4.2	Formulação por cenários.	26
4.3	Estrutura multi-estágios.	27
4.4	Exemplo de estrutura multi-estágios.	29
5.1	Fronteira eficiente do problema.	35
5.2	Localização de ζ na distribuição estatística da função objetivo.	38
5.3	Interpretação do CVaR na distribuição estatística da função lucro.	39
5.4	Peso dos parâmetros do CVaR.	40
7.1	Decisões do problema de médio-prazo analisado.	45
7.2	Curva de preços do mercado de futuros utilizada.	49
7.3	Energia reservada para o mercado <i>pool</i>	53
7.4	Variação do volume armazenado.	54
7.5	Turbinagem e Vazão Afluente da Usina 1.	54
7.6	Pontos obtidos da fronteira eficiente.	55
7.7	Energia destinada aos mercados de acordo com o β escolhido.	55
7.8	Variação do preço <i>spot</i> com a afluência média.	57
7.9	Oferta de energia no mercado <i>pool</i>	57
7.10	Atuação no mercado de futuros.	58
7.11	Gerenciamento do reservatório da Usina 15.	59
7.12	Geração total de energia.	60

7.13	Atuação no mercado de futuros para $\beta = 0$ e $\beta = 1$	61
7.14	Variação dos lances no <i>pool</i> com o aumento de β	61
7.15	Pontos obtidos da fronteira eficiente.	61
8.1	Decisões do problema de curto-prazo analisado.	64
8.2	Estrutura da modelagem dos cenários utilizada.	70
8.3	Curva de oferta para o mercado do dia-seguinte.	71
8.4	Exemplo de cenários de preço.	72
8.5	Seleção das curvas de performance.	75
8.6	Linearização da curva de nível baixo.	76
8.7	Cascata de teste utilizada.	79
8.8	Curvas de performance linearizadas para a usina 5.	81
8.9	Oferta no mercado do dia-seguinte.	82
8.10	Oferta no mercado do dia-seguinte por usina.	82
8.11	Oferta no mercado de ajustes por usina.	83
8.12	Oferta no mercado de regulação por usina.	84
8.13	Geração total por usina.	85
8.14	Turbinagem total por usina.	86
8.15	Variação do volume armazenado nas usinas 4 e 5.	86
8.16	Pontos obtidos da fronteira eficiente.	87

LISTA DE TABELAS

4.1	Cenários do revendedor.	25
4.2	Cenários do revendedor.	28
5.1	Coerência das métricas de risco.	37
7.7	Cenários de preço diário médio para o mercado <i>pool</i> utilizados.	52
7.8	Contratos de futuros disponíveis.	52
7.9	Parâmetros de teste das usinas.	52
7.10	Dados hidráulicos das usinas.	56
7.11	Contratos de futuros.	56
7.12	Pontos obtidos da fronteira eficiente.	62
8.7	Exemplo de cenários de preço	70
8.8	Lógica das restrições (8.14).	74
8.9	Lógica das restrições (8.16).	75
8.10	Dados das usinas hidrelétricas utilizadas.	80
8.11	Dados de linearização da 1ª curva de performance.	80
8.12	Limites de potência das usinas.	80
8.13	Pontos obtidos da fronteira eficiente.	85

1 INTRODUÇÃO

A partir da década de 1980, os sistemas de potência em diferentes partes do globo passaram por um processo de descentralização, caracterizado pelas privatizações e pela introdução da competição entre as companhias geradoras no processo de formação do preço e despacho da energia, assumindo diferentes níveis de descentralização e mecanismos de regulamentação governamental.

De maneira geral, os diferentes sistemas elétricos descentralizados oferecem uma gama de oportunidades para os agentes geradores, abrangendo a produção de energia e os serviços auxiliares, como a regulação da geração de acordo com o consumo em tempo real e o fornecimento de energia de reserva para o sistema.

A energia gerada pode ser comercializada através de contratos bilaterais negociados diretamente com o cliente e em contratos de futuros regulados por uma entidade financeira independente, além dos diversos mercados que compõem o ambiente do *pool* de eletricidade nas bolsas de valores.

Frente a essa gama de opções, é necessário que o gerador escolha em quais ambientes de negociação deseja participar e qual a parcela da sua capacidade produtiva que será direcionada a cada um deles, ponderando aspectos como a volatilidade e lucratividade esperada de acordo com seu perfil de investimento. A elaboração de uma estratégia que direcione uma parcela dos recursos para cada mercado, de modo a achar uma relação satisfatória entre lucro e risco, é denominada de problema de portfólio.

Para o gerador de energia, esse planejamento engloba diferentes escalas de tempo. No longo-prazo ele pode definir uma linha de atuação no mercado, determinando aspectos como quais os tipos de energia em que pretende investir ou quais plantas deve construir ou expandir, além de contratos bilaterais de longo-prazo, por exemplo.

No médio-prazo deve-se decidir a divisão da capacidade produtiva entre a parcela destinada aos contratos bilaterais e de futuros, que são de baixo risco, e o montante destinado aos mercados *pool*, que são voláteis porém com possibilidade de maior lucratividade.

Finalmente, no curto-prazo deve-se decidir a potência destinada a cada um dos mercados disponíveis, como o mercado do dia-seguinte, que representa a principal arena de negociação nessa escala de tempo, o mercado de ajustes, que pode apresentar oportunidade de altos lucros porém com maior volatilidade associada, e o mercado de regulação, que não gera custos de produção, porém implica em transferir o controle da unidade para o operador do sistema durante o fornecimento desse serviço.

Esse tipo de planejamento recebe o nome de problema de portfólio, sendo uma área de grande interesse na literatura atual para o caso particular dos geradores termelétricos. No que se refere às usinas hidrelétricas entretanto, existem poucos trabalhos que exploram suas características particulares, uma vez que, tanto a sua capacidade produtiva como o rendimento da usina dependem do volume armazenado nos reservatórios. Dessa maneira, surgem questões adicionais ao problema de portfólio em todas as escalas de tempo.

No médio-prazo aparece a necessidade de gerenciar a utilização da água ao longo do ano, de modo a transferi-la da estação chuvosa para os períodos secos, onde a capacidade produtiva do sistema elétrico como um todo diminui e força uma elevação dos preços. Uma das dificuldades desse tópico consiste na estocasticidade das vazões afluentes, que sofrem influências temporais, geográficas e da atuação de outras usinas hidrelétricas. Conseqüentemente, estimar a disponibilidade de água ao longo do período de planejamento torna-se um problema complexo, bem como sua influência nos preços da energia.

Se a atuação do gerador no médio-prazo for excessivamente conservadora, pode ser necessário verter a vazão excedente, resultando na perda de oportunidades de captação de receitas. Por outro lado, se o gerador optar por ser demasiadamente arrojado, isso pode causar uma diminuição drástica do volume armazenado, resultando na incapacidade de aproveitar períodos de preços altos para obter lucros elevados.

No curto-prazo destaca-se a necessidade de se considerar a transmissão hidráulica ao longo da cascata, permitindo que o agente opte por estabelecer os valores de turbinagem e vertimento de uma usina a montante para aumentar o volume armazenado em um reservatório a jusante. Apesar disso parecer contra-intuitivo em um primeiro momento, essa pode ser uma estratégia lucrativa em casos onde uma usina a montante tem um rendimento inferior à outra que está a jusante. Dessa maneira, o agente gerador obtém uma maior lucratividade por hm^3 de água durante os períodos de pico nos preços.

O aspecto hidráulico do problema também determina a programação da produção de energia ideal ao longo do dia, uma vez que é necessário distribuir a quantidade de água disponível de modo a maximizar a captação de receita no mercado. Além de gerar mais energia nos períodos onde o preço é mais alto, também deve-se levar em conta o rendimento variável das turbinas hidráulicas. A produtividade de uma unidade geradora é determinada basicamente pelo rendimento de sua turbina, que varia com a altura de queda da água. Dessa maneira, quanto maior for o volume armazenado, mais alta será a relação de MWh de energia gerada por hm^3 de água utilizada.

Resumidamente, o gerador hidrelétrico deve resolver seu problema de portfólio de médio-prazo visando aumentar o lucro e diminuir o risco através da diversificação da sua participação no mercado, além de otimizar o aproveitamento da vazão afluente ao longo do ano, transferindo a água para os períodos com melhores preços. Definido seu planejamento, este fornecerá os indicadores aplicados no portfólio de curto-prazo, onde deve ser buscada a melhor forma de utilizar a quantidade de água reservada para o período,

visando operar as unidades com rendimentos elevados e otimizando a geração de energia da cascata como um todo, além de definir a participação nos diferentes mercados disponíveis dentro da estratégia adequada para o seu perfil de atuação.

1.1 Organização do trabalho

A motivação deste trabalho é propor modelos de otimização que representem o problema de portfólio para o caso particular de um gerador hidrelétrico no médio e curto-prazo, visando coordenar suas soluções e demonstrar a importância de levar os aspectos hidráulicos em consideração. Para tal, este texto está organizado da seguinte maneira:

- No Capítulo 2 é feito um resumo dos principais aspectos hidráulicos envolvidos na geração hidrelétrica de energia que serão relevantes para este trabalho;
- No Capítulo 3 é apresentada a organização dos mercados que compõem os sistemas de energia descentralizados;
- O Capítulo 4 traz uma introdução à otimização estocástica, que modela o processo de tomada de decisão em situações de informação incompleta;
- O Capítulo 5 aborda a importância das técnicas de mensuração de risco para a resolução do problema de portfólio;
- No Capítulo 6 são traçados os objetivos deste trabalho e apontadas as ferramentas necessárias para sua concretização;
- No Capítulo 7 é proposto um modelo de otimização para o problema de portfólio de médio-prazo de um agente gerador hidrelétrico envolvido nos mercados *pool* e de futuros;
- No Capítulo 8 é proposto um modelo de otimização para o problema de portfólio de curto-prazo de um gerador hidrelétrico envolvido nos mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes;
- No Capítulo 9 é feito um balanço dos resultados obtidos, além de apontar possibilidades de trabalhos futuros no tema.

1.2 Contribuições do trabalho

As principais contribuições deste trabalho podem ser listadas como:

- Propor um modelo de portfólio de médio-prazo, entre os mercados de futuros e *pool*, que represente o caso particular da geração hidrelétrica, considerando a operação da cascata hidráulica e a transferência de água entre os períodos chuvoso e seco;

- Propor um modelo de portfólio de curto-prazo, entre os mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes, que represente o caso particular da geração hidrelétrica, considerando a operação da cascata hidráulica e a função de produção das usinas;
- Analisar o impacto das restrições hidráulicas nos resultados obtidos pela solução dos modelos propostos.

2 GERAÇÃO HIDRELÉTRICA DE ENERGIA

2.1 Aspectos construtivos da usina

A energia hidrelétrica se baseia no aproveitamento dos desníveis de água para converter energia potencial em elétrica. Isso é feito através do represamento de cursos de água em pontos estratégicos, criando reservatórios conforme o esquema mostrado na Figura 2.1.

A barragem serve para armazenar a água, aumentando o desnível e regularizando o fluxo. A água entra pelo conduto de adução e segue até a casa de máquinas, onde irá movimentar a turbina e ser direcionada para fora da usina. A turbina é acoplada ao gerador elétrico, que irá converter a energia mecânica em elétrica e direcioná-la para o sistema de potência através da conexão com as linhas de transmissão (ANEEL, 2008).

Outra possibilidade é a água escoar pelo vertedouro, que é um canal construído para liberar a passagem da água sem utilizá-la para a geração de energia, recebendo o nome de vertimento. Isso pode ocorrer devido ao excesso de vazão afluyente em períodos de chuvas ou para otimizar a operação da cascata, deslocando a água para os reservatórios a jusante (Cicogna, 1999).

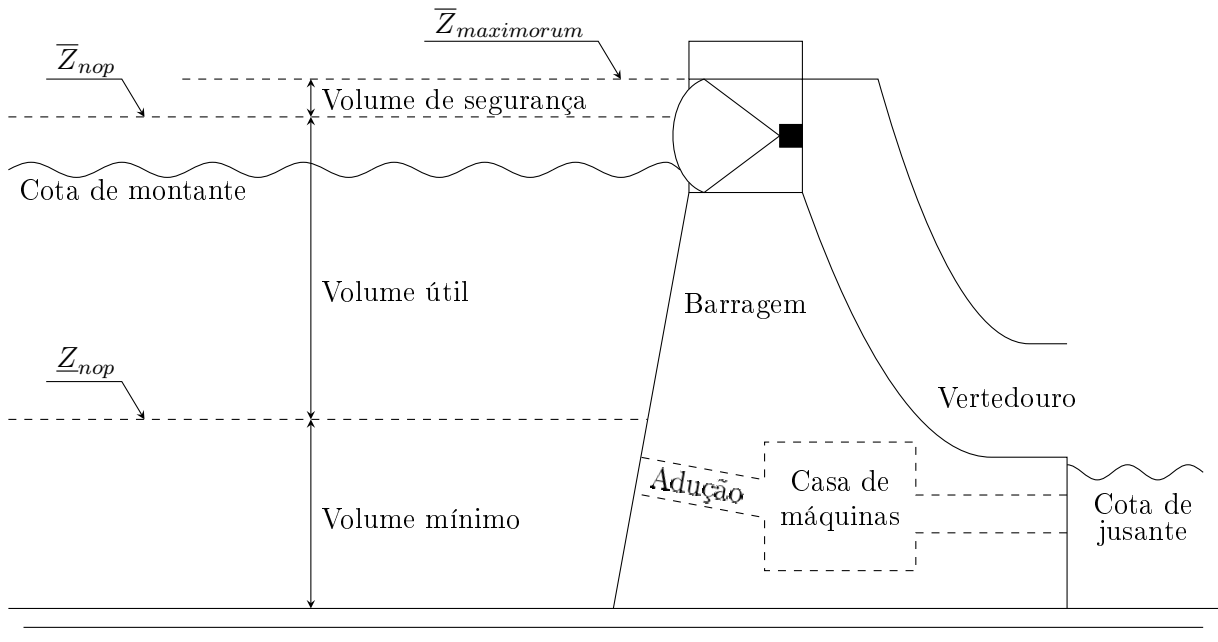


Figura 2.1: Usina hidrelétrica esquemática. Adaptado de Cicogna (1999).

As cotas indicadas na Figura 2.1 se referem aos diferentes níveis que devem ser monitorados durante a operação da usina e representam:

- Volume mínimo: Representado pela cota \underline{Z}_{nop} , visa evitar a ocorrência de vórtices na adução e a redução da vida útil da turbina (hm^3);
- Volume máximo: Representado pela cota \overline{Z}_{nop} , indica a máxima armazenagem em condições normais de operação (hm^3);
- Volume útil: Quantidade de água armazenada que pode ser utilizada para geração de energia, dado pela diferença entre as cotas \overline{Z}_{nop} e \underline{Z}_{nop} (hm^3);
- Volume de segurança: Representado pela cota $\overline{Z}_{maximorum}$, representa o máximo volume de água que não compromete a estrutura da barragem, devendo ser preservado para situações anormais de operação (hm^3);
- Volume total: Quantidade total de água armazenada, representado pela soma dos volumes mínimo, útil e de segurança (hm^3);
- Turbinagem: Também chamada de engolimento, é a vazão total na tubulação de adução (m^3/s);
- Vertimento: Vazão drenada do reservatório através do vertedouro (m^3/s);
- Defluência: Soma do engolimento e vertimento, representando a vazão total drenada do reservatório (m^3/s);
- Cota de montante: Cota do reservatório em relação a uma referência escolhida (m);
- Cota de jusante: Cota do canal de fuga em relação a uma referência escolhida (m).

De acordo com as cotas, pode-se dividir o volume do reservatório em três faixas. O volume mínimo é aquele abaixo da cota mínima operativa, que não deve ser utilizado para a geração de energia, também chamado de volume morto. O volume útil é o que se encontra entre as cotas operativas mínima e máxima. Já a faixa entre as cotas máxima e *maximorum* é chamada de volume de segurança, sendo reservada para períodos com vazões afluentes acima do previsto (Pereira, 2017).

Os reservatórios podem ser classificados como sendo de acumulação ou compensação, baseados na capacidade de variação do seu volume útil. Os de acumulação são aqueles que apresentam grande capacidade de armazenamento, permitindo transferir a água do período chuvoso para a época de estiagem. As usinas desse tipo também são comumente chamadas de usinas de reservatório.

No caso dos reservatórios de compensação, sua função no médio e longo prazo limita-se a regularização da descarga hidráulica. Entretanto, para horizontes de planejamento de curto-prazo, como a operação ao longo de um único dia, é possível acumular a água de períodos de baixo consumo para utilização nas horas de pico oscilando sua cota de montante dentro da pequena faixa de variação permitida. As usinas com esse tipo de reservatório são chamadas de fio d'água (Reis, 2015).

2.1.1 Vazão, turbinagem e vertimento

A vazão afluyente de uma usina é composta por duas parcelas. A primeira corresponde a vazão do manancial hidráulico (rio ou lago), podendo ser vinculada a operação de usinas a montante, se estas existirem. Já a segunda parcela se refere a captação de água de drenagem pela bacia hidrográfica, isto é, a capacidade da região onde o reservatório se encontra de capturar a água das chuvas que ali ocorrem. Na literatura, essa parcela recebe o nome de vazão lateral ou incremental.

A soma do vertimento com a turbinagem recebe o nome de defluência, representando o volume total transferido por ela do reservatório para o canal de fuga, ou seja:

$$u = s + \sum_n^N q_n, \quad (2.1)$$

em que u é a defluência, s o vertimento, q_n a turbinagem da unidade n e N representa a quantidade de unidades geradoras em operação da usina.

2.1.2 Altura de queda

Considerando a diferença entre as cotas de montante e jusante tem-se a altura de queda bruta, h_{gross} . Usualmente, dessa altura é descontado um termo relativo à perda de carga na tubulação, denominado de altura de perdas h_{loss} , resultando na altura de queda líquida h . Dessa forma tem-se:

$$h = h_{gross} - h_{loss} = C^M - C^J - h_{loss}, \quad (2.2)$$

em que C^M e C^J representam as cotas de montante e de jusante, respectivamente.

No sistema elétrico brasileiro existem duas formas principais de calcular a altura de perdas. A primeira é considerando esse termo como constante, enquanto para algumas usinas, como Furnas e Funil Grande, ele é calculado de maneira proporcional ao quadrado do engolimento (Pereira, 2017).

2.1.3 Conjunto gerador

As unidades geradoras são compostas pela turbina hidráulica acoplada mecanicamente ao gerador elétrico. As turbinas são dispositivos que convertem a energia cinética e potencial da água em energia mecânica disponível em seu eixo. Os tipos mais comuns nos aproveitamentos hidrelétricos são as turbinas do tipo Kaplan, Francis e Pelton.

As principais características das unidades geradoras são:

- Potência efetiva: É definida como a máxima potência ativa que pode ser gerada em regime permanente;
- Altura de queda líquida efetiva: É definida como a menor altura na qual a unidade consegue produzir a sua potência efetiva;

- Engolimento efetivo: É definido como o valor de turbinagem que ocorre quando a unidade produz a sua potência efetiva com a altura de queda efetiva.

Se o engolimento efetivo da usina for substancialmente menor que a vazão do curso de água em que se encontra, diz-se que ocorre o fenômeno de submotorização. Nesse caso, é necessário operar a usina com altos valores de vertimento para evitar o estrangulamento da cascata hidráulica (Cicogna, 1999).

2.2 Curva de performance

O rendimento dos geradores elétricos apresenta uma faixa de variação pequena, sendo considerado como aproximadamente constante. Dessa maneira, o funcionamento da unidade geradora é determinado pelo rendimento da turbina hidráulica η_t , que é função da turbinagem e da altura de queda líquida. Conseqüentemente, a geração de energia de uma unidade em determinado instante será dada por:

$$p = 9,81 \times 10^{-3} \cdot \eta_g \cdot \eta_t \cdot h \cdot q, \quad (2.3)$$

em que p é a potência ativa produzida, η_g e η_t são os rendimentos do gerador e da turbina, h é a altura de queda líquida e q é a turbinagem da unidade.

Para determinadas aplicações, como o planejamento de longo prazo, pode-se reescrever a função de produção como:

$$p = k \cdot h \cdot q, \quad (2.4)$$

em que os dois rendimentos médios e a constante $9,81 \times 10^{-3}$ foram substituídos por um único termo k , dado em MW/(m³/s)·m.

Para facilidade no planejamento da operação e diminuição no custo computacional, pode-se acoplar as diferentes unidades da usina como um único conjunto gerador equivalente, substituindo q pelo valor da turbinagem total da usina q_{tot} (Pereira, 2017).

Em um setor elétrico centralizado, os objetivos do planejamento são a minimização do custo de geração e a regularização das cascatas hidráulicas, transferindo água do período chuvoso para o seco. Nos mercados de energia elétrica descentralizados, o despacho resulta da comercialização da energia e dos serviços auxiliares através de mecanismos de leilão. Os principais tipos de mercados e sua organização são apresentados no próximo capítulo.

3 MERCADOS DE ELETRICIDADE

3.1 Introdução

O primeiro processo de desregulamentação de um setor elétrico ocorreu no Chile em 1982, como resultado dos esforços da Comissão de Energia Nacional (CNE), criada cinco anos antes e liderada por Bruno Phillipi, professor de engenharia na Universidade Católica do Chile. Os objetivos iniciais eram organizar o sistema de preços do setor energético, eliminando distorções e subsídios cruzados que comprometiam a capacidade de investimento governamental da época.

A estratégia adotada pela CNE foi a de descentralizar as decisões buscando uma maior eficiência econômica, o que foi implementado primeiramente para os combustíveis, como carvão e óleo. Para a eletricidade, entretanto, esse problema era mais complexo, uma vez que não existiam referências internacionais para servir de exemplo (Rudnick, 1996).

A solução adotada no Chile foi formulada pelo engenheiro Sebastián Bernstein, que propôs que a utilização dos custos marginais como indicadores de preço poderia resultar em uma política econômica coerente, surgindo assim um mercado competitivo de geração de eletricidade negociada através de leilões (Rudnick, 1996).

A nova forma de regulamentação do setor elétrico foi implementada em muitos países das Américas Latina e Central nos anos seguintes, como a Argentina em 1992, Peru em 1993, Bolívia e Colômbia em 1994, e Panama, El Salvador, Guatemala, Nicarágua, Costa Rica e Honduras em 1997, além de Brasil, México e Equador, resultando no aumento do número de interligações entre os países do continente (Rudnick e Zolezzi, 2001).

O primeiro mercado *pool* europeu aconteceu entre Inglaterra e País de Gales no início dos anos 1990, enquanto em 1996 foi promulgada a Diretiva 96/92/EC pela União Europeia estabelecendo as regras básicas para um mercado semanal de energia (Parliament, 1996). Simultaneamente, foi iniciada a descentralização nos Estados Unidos com a Ordem 888 da Comissão Federal de Regulamentação de Energia (FERC), incentivando a competição no mercado de eletricidade americano através do livre acesso ao sistema de transmissão (FERC, Acessado em 18-01-2018). Já os mercados da Austrália e Nova Zelândia iniciaram suas operações em 1996 e 1998 respectivamente (Conejo et al., 2010).

3.2 Organização do mercado de eletricidade

Os mercados de eletricidade são, em geral, compostos por dois ambientes principais de negociação, os mercados *pool* e de futuros. O *pool* é aquele onde são negociadas a compra e venda de energia no curto-prazo, composto por três tipos de mercados:

- Mercado do dia-seguinte;
- Mercado de ajustes;
- Mercado de balanço ou tempo-real.

O mercado do dia-seguinte cobre um horizonte de um dia, fornecendo, em geral, o preço e a programação da geração para 24 períodos de 1 hora. O mercado de ajustes possui um funcionamento semelhante, porém dividido em intervalos menores de planejamento e fechado com menor antecedência. Finalmente, o mercado de balanço corrige distorções causadas por falhas nos equipamentos, flutuações no consumo e na geração dos produtores não-despacháveis (Arroyo e Conejo, 2002a; Strbac e Kirschen, 2004).

O comércio de energia em médio e longo prazos é feito no mercado de futuros, onde são negociados a compra e venda de energia e de derivativos como os contratos de opção (Schwager, 2017). Outra possibilidade de venda de energia consiste nos contratos bilaterais, firmados entre os geradores e consumidores fora dos ambientes regulados (Shrestha et al., 2005). Existem ainda os mercados específicos para fornecimento dos serviços de regulação e de energia de reserva.

O mercado de regulação (RGM) é fechado diariamente, fornecendo para cada hora do dia seguinte faixas de potência onde as unidades geradoras podem variar sua produção, permitindo que o Operador Independente do Sistema (ISO) faça a regulação de carga-frequência necessária para manter o sincronismo do sistema de potência. Já o mercado de reserva tem como objetivo alocar as unidades que irão fornecer as reservas girante e não-girante para situações envolvendo grandes variações de carga, falhas no sistema e oscilações nos níveis de produção de energia não-despachável.

Existem ainda outros tipos de serviços necessários para o correto funcionamento do Sistema Elétrico de Potência (SEP), como controle de tensão, fornecimento de energia reativa, etc, que não são normalmente negociados através de mecanismos de leilão (Strbac e Kirschen, 2004; Gomez-Exposito et al., 2008).

Um resumo da organização do mercado de eletricidade pode ser visto na Figura 3.1, onde os sentidos das setas representam os lances de compra e venda.

Os produtores não-despacháveis referem-se às energias renováveis com alto grau de estocasticidade, como usinas eólica e solar. Os produtores vendem energia, reserva e regulação, enquanto os consumidores podem comprar energia e vender reserva. Os revendedores representam as companhias distribuidoras, que repassam a energia para os consumidores cativos. Note que os mercados *pool* e de futuros são controlados pelo Operador de Mercado, enquanto os de regulação e reserva podem ser operados diretamente pelo ISO em alguns casos (Conejo et al., 2010).

A organização dos mercados de energia e seu desenvolvimento são abordados por Conejo et al. (2010); Gomez-Exposito et al. (2008); Stoft (2002) e Shahidehpour et al.

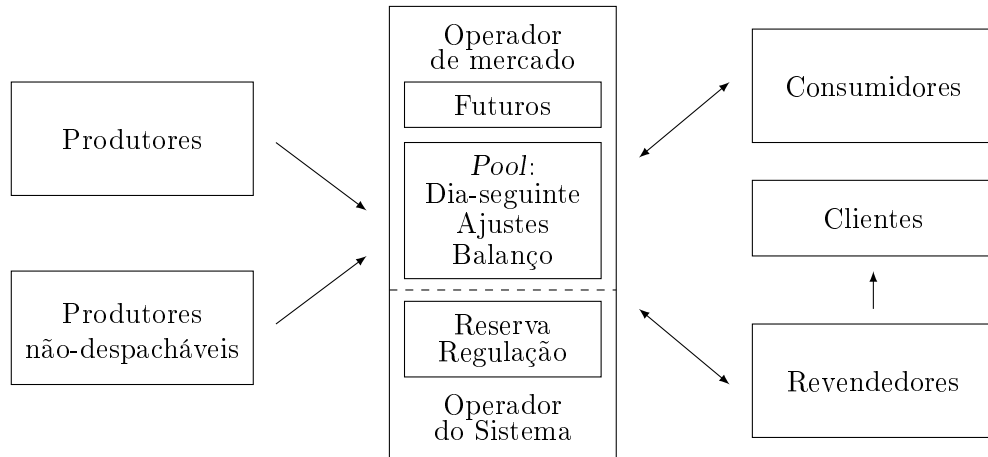


Figura 3.1: Organização dos mercados de eletricidade. Adaptado de Conejo et al. (2010)

(2003), enquanto os princípios econômicos por trás dos mercados de futuros podem ser encontrados em Schwager (2017) e Hull (2011).

3.3 Agentes do mercado

Conforme Conejo et al. (2010), os participantes do mercado de energia podem ser divididos nas seguintes categorias:

- **Consumidores:** São os usuários da energia. Podem comprar eletricidade diretamente nos mercados, através de contratos bilaterais ou de um revendedor. Também podem participar do mercado de reserva se possuírem capacidade de variação no consumo via controle do operador do sistema;
- **Revendedores:** São as empresas que repassam a eletricidade para os pequenos consumidores, obtendo seu lucro na diferença entre os preços de compra e venda. Podem adquirir sua energia nos mercados e através de contratos bilaterais;
- **Produtores:** São os geradores de eletricidade, como usinas termelétricas e hidrelétricas. Podem comercializar sua energia através dos mercados e em contratos bilaterais, além de fornecer serviços auxiliares como reserva e regulação;
- **Produtores não-despacháveis:** São os geradores de energia renovável, como eólica e solar, que devido à intermitência de suas fontes não conseguem prever sua capacidade produtiva com antecedência. Tendem a participar predominantemente dos mercados de ajustes e de balanço, devido ao fechamento mais próximo ao momento da geração.

Os agentes envolvidos na regulação do mercado são:

- **Operador Independente do Sistema (ISO):** Entidade encarregada pela operação técnica do sistema de potência, sendo responsável pela regulação carga-frequência, reserva de energia e demais serviços auxiliares. Deve garantir o livre acesso dos participantes ao sistema elétrico, além da sua segurança e confiabilidade operativa;

- Operador de Mercado (MO): Responsável pela operação econômica do mercado *pool*, determinando o preço e o despacho de energia para os mercados do dia-seguinte, de ajustes e de balanço. Usualmente, os contratos do mercado de futuros são feitos por instituições econômicas independentes do OM;
- Regulador do Mercado: Instituição governamental responsável pela regulamentação do sistema elétrico e fiscalização da atuação do ISO e do MO.

Em alguns mercados a função de ISO e OM são realizadas por uma única entidade, que fica responsável pelo controle técnico e econômico de todo o sistema elétrico. Entretanto, os mercados de futuros não fazem parte desta classificação, sendo gerenciados por entidades independentes (Conejo et al., 2010).

Exemplo ilustrativo:

Conforme Conejo et al. (2010), exemplos de agentes participantes do mercado seriam:

1. Consumidor: Uma indústria com grande demanda instalada que compre sua energia diretamente no mercado;
2. Revendedor: Uma empresa distribuidora que compra sua energia no mercado e revende aos clientes cativos;
3. Produtor: Uma usina térmica ou hidroelétrica ofertando energia no mercado;
4. Produtores não-despacháveis: Um gerador solar ou eólico vendendo energia. □

3.4 Mercado *pool* de energia

O mercado *pool* consiste em um ambiente de negociação de energia composto pelos mercados do dia-seguinte, de ajustes e de equilíbrio, com a configuração apresentada na Figura 3.2. Os participantes fornecem lances de compra e venda, que são utilizados pelo OM para fazer o fechamento e fornecer os preços e despachos para cada período do horizonte de planejamento (Arroyo e Conejo, 2002a).

Alguns exemplos de mercados *pool* são:

- *Nord Pool* na Escandinávia (Nord Pool, Acessado em 18-01-2018);
- OMIE na Península Ibérica (OMIE, Acessado em 18-01-2018);
- *PJM Interconnection* nos Estados Unidos (PJM, Acessado em 18-01-2018b).

A maior parte da energia negociada no *pool* encontra-se no despacho fornecido pelo dia-seguinte, ficando o mercado de ajustes responsável pelas mudanças que possam ser necessárias. Finalmente, no mercado de equilíbrio são feitas correções com poucos minutos de antecedência ao momento do fornecimento da energia (Plazas et al., 2005). Os mercados que compõem o *pool* serão analisados nas próximas seções.

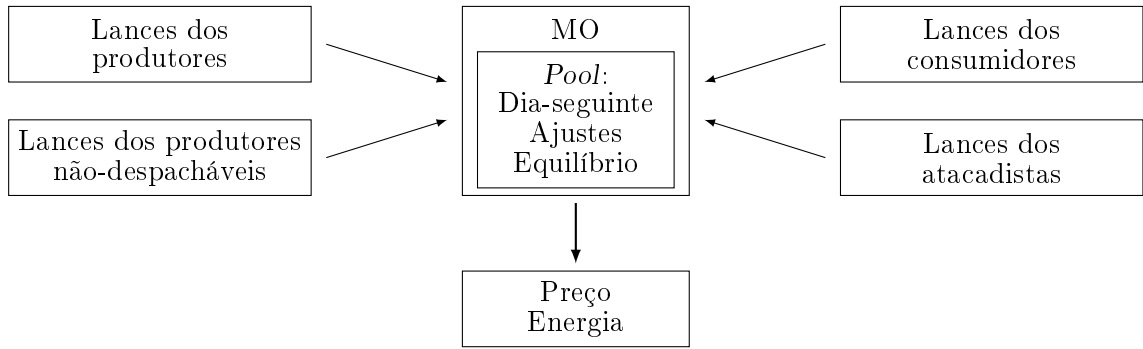


Figura 3.2: Organização do mercado *pool*. Adaptado de Conejo et al. (2010).

Exemplo ilustrativo:

Conforme Conejo et al. (2010), um exemplo de organização do *pool* inclui:

1. Um mercado do dia-seguinte para o dia d fechado no dia $(d - 1)$ às 10h;
2. Três mercados de ajustes para o dia d fechados no dia $(d - 1)$ às 15h, 19h e 23h;
3. Três mercados de ajustes para o dia d fechados no dia d às 3h, 7h e 11h;
4. Um mercado de equilíbrio para cada hora do dia d fechados ao longo do dia d . \square

3.4.1 Mercados do dia-seguinte e de ajustes

No mercado do dia-seguinte, o operador recebe lances de compra e venda de energia dos participantes do leilão e realiza um procedimento de fechamento do mercado (MCP), sendo responsável por fornecer:

- Preço de fechamento do mercado;
- Conjunto de unidades despachadas;
- Potência a ser gerada pelas unidades geradoras.

O MCP é estruturado como um modelo de otimização linear inteira mista, evitando assim a ocorrência de mínimos locais, com vista à transparência dos resultados obtidos. O objetivo é usualmente a maximização do bem-comum, representado pela intersecção das curvas dos lances de compra e venda ordenados de forma descendente e ascendente, respectivamente, conforme pode ser visto na Figura 3.3. Maiores informações sobre conceitos como excedentes e bem-comum aplicados aos mercados de energia são fornecidos por Strbac e Kirschen (2004) e Stoft (2002).

Diferentes conjuntos de restrições podem ser incorporados ao modelo utilizado para realizar o MCP, incluindo aspectos como o sistema de transmissão (Motto et al., 2002), restrições hidráulicas (Pereira et al., 2017), rampas de partida e parada, tempo mínimo de máquina ligada ou desligada (Arroyo e Conejo, 2000), dentre outras. Essas restrições se fazem necessárias para reduzir a necessidade de ajustes *ex post*, que podem levar a solução obtida para longe do ponto ótimo.

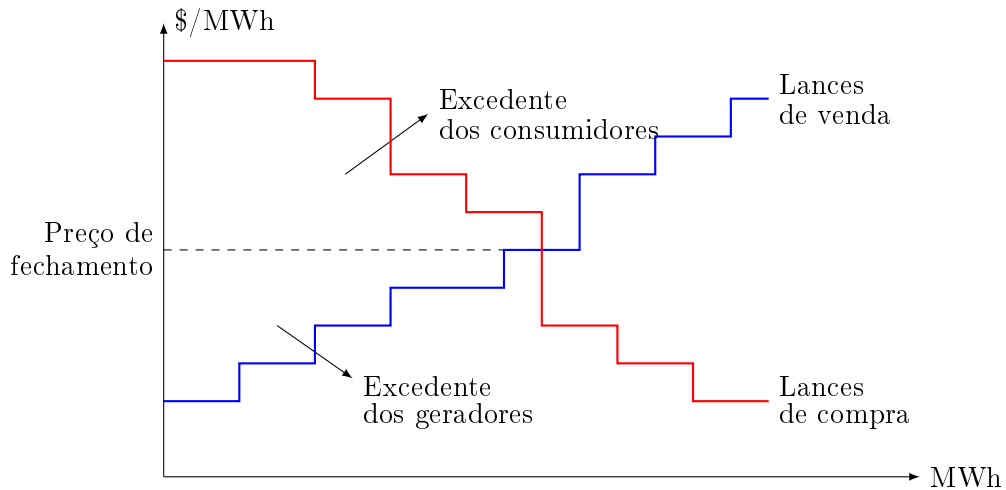


Figura 3.3: Maximização do bem comum. Adaptado de Arroyo e Conejo (2002a).

Quando o MCP não inclui as restrições referentes às linhas de transmissão, tem-se um preço único para a energia em todo o sistema. Por outro lado, quando a transmissão é considerada, tem-se um preço por barra. Isso ocorre devido a capacidade limitada das linhas, gerando congestionamentos e tornando necessário despachar as usinas de acordo com a sua localização, mesmo que apresentem preços maiores (Motto et al., 2002).

O MCP exerce no mercado competitivo a função desempenhada pelo *unit commitment* no ambiente centralizado, sendo possível demonstrar matematicamente que a solução fornecida por ambos resulta no mesmo despacho de energia quando consideradas as condições de competição perfeita, conforme demonstrado por Gross e Finlay (2000).

O mercado de ajustes possui um funcionamento similar ao do dia-seguinte, com a diferença que é dividido em períodos menores e seu fechamento ocorre com menor antecedência. Devido a essa característica, este mercado é procurado por geradores de energia renovável, como eólica e solar, que conseguem fazer previsões sobre a incidência do vento ou luz com melhor precisão (Morales et al., 2014).

3.4.2 Mercado de equilíbrio ou de tempo-real

O mercado de equilíbrio, também chamado de tempo-real, é fechado de hora em hora através de um mecanismo de leilão e representa a última oportunidade de realizar alterações no despacho para compensar excessos de geração ou consumo. Diferentemente dos mercados do dia-seguinte e regulação, o mercado de equilíbrio é operado normalmente pelo ISO (Shahidehpour et al., 2003).

Os participantes deste mercado oferecem lances de variação da produção, no caso dos geradores, ou da demanda, no caso dos consumidores e atacadistas. Ao operador cabe selecionar os lances em ordem crescente ou decrescente para os casos de excesso de consumo ou de geração, respectivamente, até atingir o equilíbrio do sistema, conforme esquematizado na Figura 3.4.

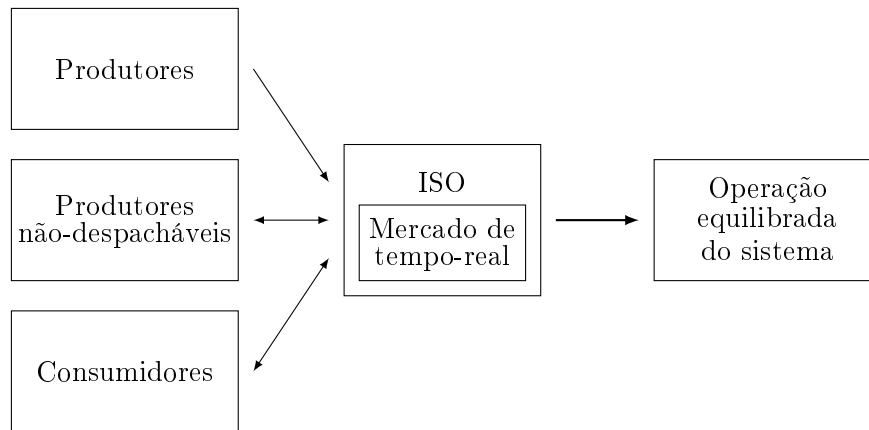


Figura 3.4: Organização do mercado de tempo-real. Adaptado de Conejo et al. (2010).

O mercado de tempo-real também é procurado por geradores não-despacháveis, como forma de compensar a intermitência de suas fontes de energia.

3.5 Mercado de futuros

O mercado de futuros consiste em um ambiente de leilão onde são negociados produtos físicos (*commodities*) ou financeiros (derivativos), para serem entregues em uma data futura. A principal característica desse tipo de mercado é permitir a negociação de bens futuros a preços atuais, servindo como mecanismos de proteção (*hedging*) contra incertezas (Conejo et al., 2008; Hull, 2011).

Uma companhia que queira vender parte da sua geração em um período futuro de tempo pode fazer isso de duas maneiras: negociando diretamente com o consumidor através de um contrato bilateral ou vendendo no mercado de futuros. Conforme Schwager (2017), algumas das vantagens de utilizar o mercado de futuros são:

- Os contratos são padronizados;
- As transações são *online* e em tempo real;
- O custo com comissões é mínimo se comparado ao de um contrato personalizado;
- O gerador pode sair do seu contrato a qualquer momento;
- Os contratos de futuros são garantidos pelo operador de câmbio.

Dos produtos que podem ser negociados no mercado de futuros, os principais são:

1. Contrato de futuro: um acordo de despachar ou consumir determinada quantidade de energia em um período futuro e com preço especificado;
2. Opção: acordo que fornece a possibilidade de despachar (ou consumir) determinada quantidade de energia em um período futuro e com preço especificado. Sua contratação envolve um pagamento, denominado de “prêmio”, independentemente de se a energia será ou não utilizada.

Os contratos envolvendo eletricidade são divididos em “base”, quando a energia deverá ser despachada ou consumida de forma contínua durante o período do contrato, ou de “pico”, quando o despacho ou consumo ocorrerá apenas entre 7h e 22h dos dias úteis, tipicamente. Ainda existe a especificação da duração do contrato, categorizada em semana, mês, trimestre e ano (Conejo et al., 2010).

Dessa maneira, o portfólio do mercado de futuros resulta em:

- Contratos de futuros semanais para base e pico;
- Contratos de futuros mensais para base e pico;
- Contratos de futuros trimestrais para base e pico;
- Contratos de futuros anuais para base e pico;
- Opções para todas as situações acima.

A organização do mercado de futuros é mostrada na Figura 3.5, onde geradores, consumidores e atacadistas procuram o mercado para vender ou comprar energia a preços estáveis nos contratos futuros, além de poder utilizar as opções como uma espécie de seguro, exercendo sua opção de compra ou venda no caso dos preços no futuro estarem acima ou abaixo do valor estabelecido na opção. Essas duas ferramentas permitem que os agentes se protejam contra a alta volatilidade do mercado *pool*, o que recebe o nome de *hedging* (Conejo et al., 2010; Strbac e Kirschen, 2004; Schwager, 2017; Hull, 2011).

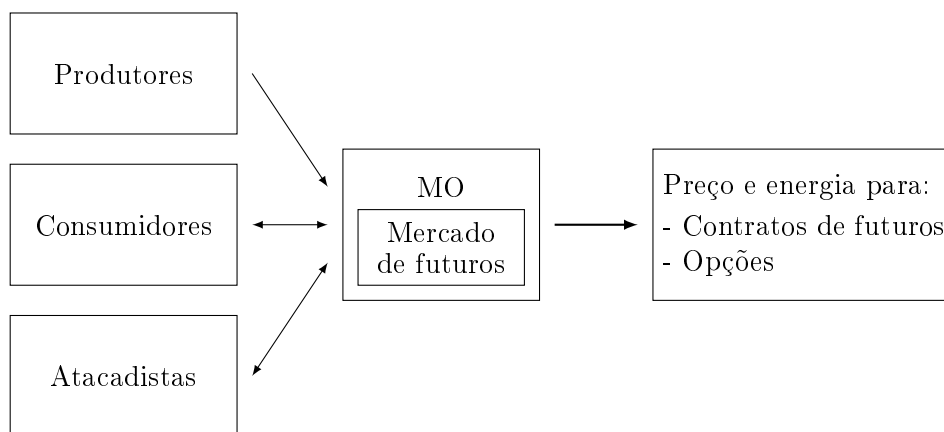


Figura 3.5: Organização do mercado de futuros. Adaptado de Conejo et al. (2010).

Exemplos de mercados de futuros consistem em:

- *Nordpool* na Escandinávia (Nord Pool, Acessado em 18-01-2018);
- OMIP na Península Ibérica (OMIP, Acessado em 18-01-2018);
- EEX na Alemanha (EEX, Acessado em 18-01-2018).

3.6 Mercados de reserva e de regulação

Os mercados de eletricidade envolvem quatro produtos diferentes: energia, reserva, regulação e energia de equilíbrio. Os mercados do dia-seguinte, de ajustes e de futuros tratam da negociação da energia, enquanto o mercado de tempo real trata da energia de equilíbrio. Finalmente, a reserva e a regulação têm os seus próprios mercados e regras de funcionamento (Conejo et al., 2010).

A reserva é um ativo importante no sistema elétrico, fornecendo energia suplementar no caso de falhas nos equipamentos, oscilações da geração não-despachável e variações drásticas na demanda. Cabe ao ISO garantir que as unidades que fornecem serviço de reserva estejam localizadas ao longo de todo o sistema, de maneira a evitar restrições de transmissão quando estas se fizerem necessárias (Papalexopoulos e Singh, 2001). O nível de reserva girante necessário para o sistema é usualmente considerado como sendo equivalente a maior perda de potência que poderia ser causada com a falha de uma única unidade geradora ou linha de transmissão (Stoft, 2002).

Conforme Gomez-Exposito et al. (2008), a reserva pode ser classificada de acordo com o seu funcionamento, sendo girante quando está sincronizada com o sistema ou não-girante caso contrário, e também conforme a sua disponibilidade, resultando em:

1. Reserva girante de 10 minutos: Deve estar disponível para acionamento imediato e permanecer ativa por pelo menos 30 minutos;
2. Reserva não-girante de 10 minutos: Deve estar disponível para acionamento em até 10 minutos e permanecer ativa por pelo menos 30;
3. Reserva operacional de 30 minutos: Deve estar disponível para acionamento em até 30 minutos e permanecer ativa por pelo menos 1 hora.

As reservas do tipo 2 e 3 são consideradas complementares e podem ser fornecidas por geradores com partida rápida, como os termoelétricos movidos a gás ou usinas hidroelétricas (Gomez-Exposito et al., 2008).

O mercado de reserva pode estar acoplado ao do dia-seguinte ou ser fechado na sequência, utilizando a mesma divisão horária, em algoritmos que variam em complexidade de acordo com a localidade. Seu princípio de funcionamento é ilustrado na Figura 3.6, onde os produtores e consumidores fornecem lances e o operador os seleciona de acordo com os menores preços até atingir a quantidade de reserva necessária, respeitando possíveis restrições técnicas como tipo de reserva e localização no SEP.

O serviço de regulação consiste em fazer o balanço entre geração e demanda em tempo real, garantindo que a frequência do sistema permaneça em seu valor nominal. Esse serviço é feito utilizando-se geradores de resposta rápida, que estejam fornecendo energia girante e devem permanecer sincronizados com o ISO, permitindo sua operação de forma imediata (Gomez-Exposito et al., 2008).

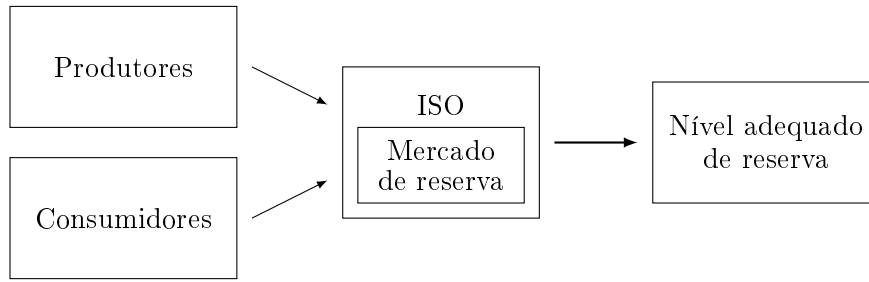


Figura 3.6: Organização do mercado de reserva. Adaptado de Conejo et al. (2010).

O mecanismo de funcionamento do mercado de regulação pode ser visto na Figura 3.7, onde o operador seleciona os lances dos produtores de acordo com um critério de preço crescente, até atingir o nível necessário para uma operação confiável do SEP. As unidades selecionadas devem então ficar disponíveis para terem a sua geração alterada em tempo real pelo ISO, dentro da faixa de potência negociada (Conejo et al., 2010).



Figura 3.7: Organização do mercado de regulação. Adaptado de Conejo et al. (2010).

Exemplo ilustrativo (Conejo et al., 2010):

1. Uma unidade é selecionada para fornecer 30 MW de reserva entre 17h e 18h do dia d . Isso significa que ela deverá estar disponível para fornecer até 30 MW de energia em qualquer momento durante esse período. O produtor receberá como pagamento um valor equivalente a 30 vezes o preço de fechamento do mercado de reserva.
2. Uma unidade é selecionada para fornecer 20 MW de regulação durante 9h e 10h do dia d . Dessa maneira, o ISO poderá oscilar a geração dessa unidade em ± 10 MW durante esse período. O produtor receberá um pagamento equivalente a 20 vezes o preço de fechamento do mercado de regulação. \square

3.7 Sequência de fechamento dos mercados

O mercado de futuros tem funcionamento *online*, permitindo que os agentes interessados efetuem compra e venda de energia e de opções a qualquer momento, especificando prazos de entrega que podem variar de 1 semana até múltiplos anos. Por outro lado, a participação nos mercados *pool*, de regulação e de reserva ocorrem em bases diárias, com fechamentos em horários especificados (Strbac e Kirschen, 2004).

O mercado do dia-seguinte é o primeiro a ser fechado, uma vez que seu despacho serve de base para os demais. Para a programação da geração do dia d , seu fechamento ocorre tipicamente às 10h do dia $(d - 1)$. O mercado de reserva pode estar acoplado ao

do dia-seguinte, caso contrário será fechado em sequência, seguido pelo de regulação. O próximo mercado será o de ajustes, que será fechado repetidas vezes ao longo do dia, a cada 4 horas, por exemplo. Finalmente, ocorre o mercado de equilíbrio, que é fechado de hora em hora com pouca antecedência ao momento da entrega da energia (Conejo et al., 2010). Essa sequência de eventos está representada na Figura 3.8.

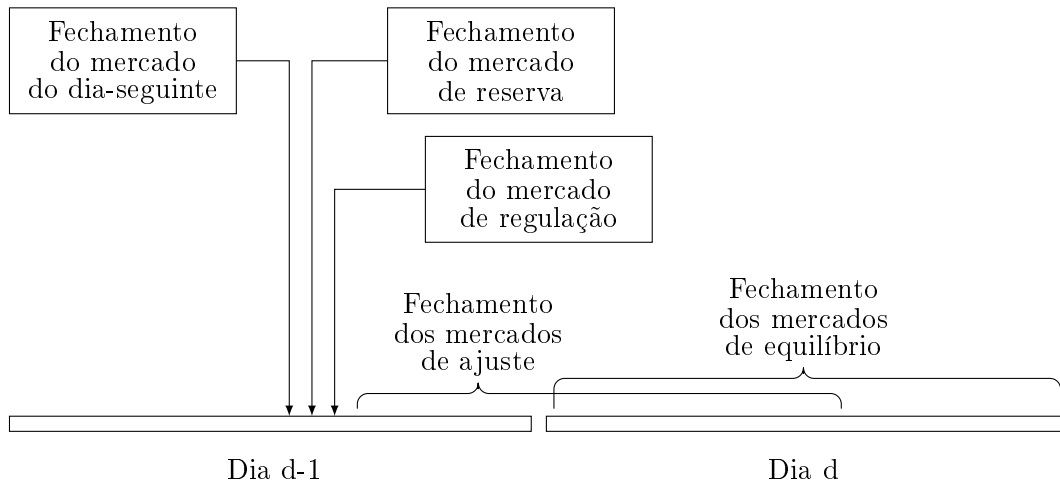


Figura 3.8: Sequência de fechamento dos mercados. Adaptado de Conejo et al. (2010).

3.8 Ponto de vista do agente gerador

Um agente gerador encara o problema de decidir a fração da sua capacidade produtiva que vai ser direcionada a cada um dos mercados possíveis, envolvendo escalas de tempo, lucratividades e volatilidades diferentes.

A Figura 3.9 apresenta um resumo desse panorama, em que o agente gerador pode comercializar energia através de contratos de futuros ou bilaterais, nos mercados do dia-seguinte e de ajustes. Outra opção é fornecer os serviços de reserva e de regulação em seus respectivos mercados, desde que seus equipamentos atendam as restrições técnicas necessárias. Finalmente, também pode ser fornecida energia de balanço no mercado de tempo-real (Arroyo e Conejo, 2002b; Shrestha et al., 2005; Lorca e Prina, 2014).

Essa decisão recebe o nome de problema de portfólio do gerador, sendo normalmente dividida em duas etapas. Primeiramente, é estabelecido o seu posicionamento no mercado de futuros e contratos bilaterais, destinando uma parcela da energia produzida para ser vendida em um ambiente com baixa volatilidade em um processo de *hedging*.

A energia restante pode então ser negociada diariamente nos mercados *pool*, de reserva e de regulação. Por possuírem preços horários, esses mercados apresentam alta volatilidade, o que representa oportunidades de lucros altos, porém com elevado risco associado (Conejo et al., 2004, 2008).

Dessa maneira, o agente gerador precisa resolver o seu problema de portfólio levando em conta a característica dos seus equipamentos, das suas fontes de energia, do nível de conservadorismo desejado, bem como de possuir ou não poder de mercado, estabelecendo

uma relação de compromisso entre o aumento dos lucros e a diminuição do risco (Conejo et al., 2004; Lagarto et al., 2016).

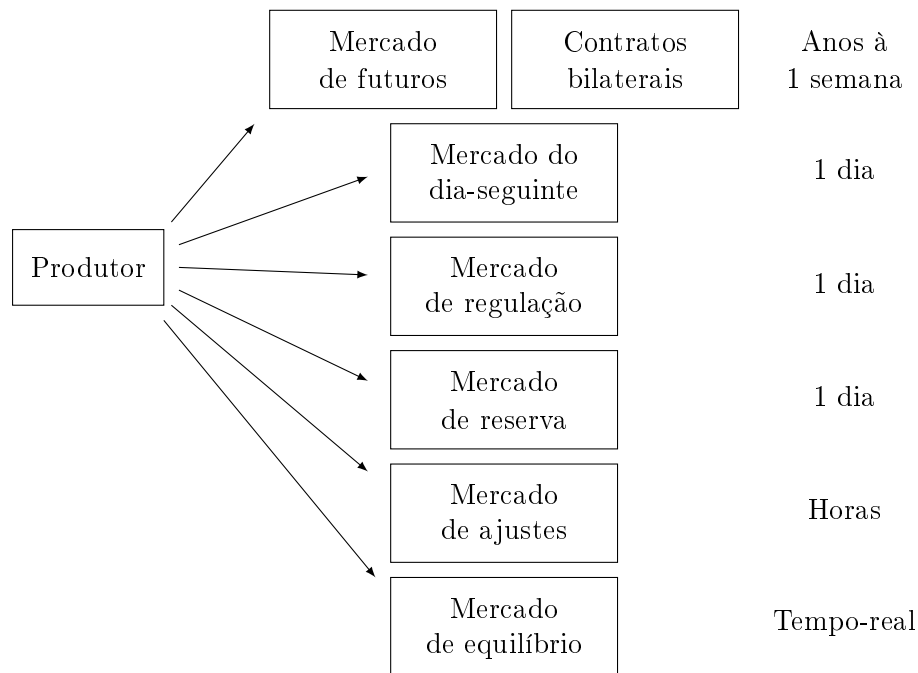


Figura 3.9: Opções de um agente gerador de energia. Adaptado de Conejo et al. (2010).

Exemplo ilustrativo (Conejo et al., 2010):

Um exemplo de processo de tomada de decisão do produtor seria:

1. Com periodicidade anual/trimestral/mensal/semanal o gerador decide qual será a sua participação no mercado de futuros;
2. Contratos bilaterais podem ser negociados em qualquer instante, mas tendem a seguir a mesma periodicidade que o mercado de futuros, devido às suas similaridades;
3. Diariamente o gerador deve determinar qual será sua atuação nos mercados do dia-seguinte, regulação, reserva, ajustes e equilíbrio. \square

Ao considerar o caso de uma companhia hidrelétrica, por exemplo, durante o planejamento da sua atuação surge a dificuldade de não conhecer os preços e vazões afluentes antecipadamente. Dessa maneira, torna-se necessário tomar as decisões em uma situação de informação incompleta, o que pode ser modelado como um problema de otimização estocástica. Esse tópico é abordado no próximo capítulo.

4 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

4.1 Introdução

A maior parte dos problemas envolvidos em um processo de tomada de decisão podem ser descritos como modelos de otimização em que, uma vez resolvidos, tem-se o melhor valor para uma variável de interesse dentro de determinadas condições e objetivos (Sioshansi e Conejo, 2017). Uma das dificuldades encontradas nessa abordagem surge quando é necessário tomar uma decisão mesmo não dispondo de todas as informações necessárias. Por exemplo, um agente gerador que vai participar do mercado *pool* de energia precisa decidir quanta eletricidade deve ofertar no mercado sem saber qual será o preço pago por ela.

Se as informações desconhecidas puderem ser descritas por uma função de probabilidades, então pode-se optar por representá-las pelo seu valor esperado e resolver o problema como sendo determinístico. A desvantagem dessa abordagem é que ela pode incorrer em decisões que não levem à otimização do objetivo, dependendo dos valores que os dados aleatórios venham a assumir no futuro.

Outra possibilidade é representar os dados na formulação do problema utilizando um conjunto de cenários possíveis. Dessa forma, encontra-se uma solução ótima para cada cenário individualmente, para em seguida elas serem combinadas de acordo com a sua probabilidade de ocorrência. Obtém-se então uma solução que não é a ótima para nenhum dos cenários, mas sim para aquele conjunto de possibilidades como um todo (Birge e Louveaux, 2011; Shahidehpour et al., 2003). Dada a inclusão da representação dos cenários no modelo, sua resolução ficará mais custosa computacionalmente, podendo levar para a impossibilidade de resolução em tempo viável.

Outro efeito colateral é que não existe mais um único objetivo explícito para o modelo, sendo necessário especificar a função objetivo de acordo com o interesse de quem tomará a decisão. Por exemplo, no caso do agente gerador, deve-se optar entre uma função objetivo que busca apenas maximizar o lucro ou aquela que procura uma relação de compromisso entre aumentar o lucro e minimizar as perdas nos cenários ruins (Conejo et al., 2010; Birge e Louveaux, 2011).

4.2 Variáveis e processos estocásticos

Os parâmetros de um problema que apresentam uma incerteza associada ao seu valor, como a vazão em um período futuro por exemplo, são normalmente representados através de distribuições de probabilidade. Em um problema estocástico, essa modelagem é

realizada através de um conjunto de cenários, em que cada um representa uma realização possível daquela variável de interesse.

Conforme Conejo et al. (2010), supondo que uma variável λ seja incerta, é possível representá-la através de um conjunto de cenários Ω como $\lambda(\omega)$, em que o índice de cenários ω varia de 1 até N_Ω . Já a probabilidade de ocorrência de cada um dos cenários, representada por $\pi(\omega)$, é dada por:

$$\pi(\omega) = P(\omega|\lambda = \lambda(\omega)), \text{ em que } \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1. \quad (4.1)$$

Considerando que o conjunto de cenários é finito, a variável aleatória λ pode ser representada por sua probabilidade de ocorrência acumulada como:

$$F_\lambda(\eta) = P(\omega|\lambda \leq \eta) = \sum_{\omega \in \Omega | \lambda(\omega) \leq \eta} \pi(\omega), \forall \eta \in \mathbb{R}. \quad (4.2)$$

Exemplo: A vazão lateral de uma usina hidrelétrica em determinado horário do dia pode ser representada como o seguinte conjunto de cenários:

- 2.1 m³/s com probabilidade de 0,1;
- 2.3 m³/s com probabilidade de 0,2;
- 2.5 m³/s com probabilidade de 0,4;
- 2.7 m³/s com probabilidade de 0,2;
- 2.9 m³/s com probabilidade de 0,1;

□

Uma generalização dessa representação é o conceito de processo estocástico, que consiste no encadeamento no tempo das variáveis aleatórias. Por exemplo, ao considerar a vazão lateral às 10h do dia d , tem-se uma variável estocástica, já quando se considera o valor da vazão ao longo das 24 horas do dia, tem-se um processo estocástico. Matematicamente o processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}$ é descrito como um conjunto de vetores $\boldsymbol{\lambda}(\omega)$, $\omega = 1, \dots, N_\Omega$, em que cada ocorrência $\boldsymbol{\lambda}(\omega)$ tem probabilidade:

$$\pi(\omega) = P(\omega|\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(\omega)), \text{ em que } \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) = 1. \quad (4.3)$$

4.3 Modelagem dos problemas estocásticos

Um problema estocástico é aquele onde o agente deverá tomar decisões sem possuir todas as informações necessárias. Para modelar esse problema o período de planejamento é dividido em estágios, que representam os instantes onde são tomadas as decisões. Entre dois estágios sucessivos, a quantidade de informações disponíveis para o agente aumenta, levando a uma queda da incerteza associada ao problema.

De acordo com a quantidade de estágios necessários para a modelagem do processo estocástico, pode-se dividi-los em problemas de dois estágios ou multi-estágios (Wallace e Ziemba, 2005; Birge e Louveaux, 2011).

4.3.1 Problemas estocásticos de dois estágios

Quando um problema de otimização com informação incompleta puder ser representado por dois conjuntos distintos de decisões, tomadas em instantes de tempo diferentes, ele recebe o nome de problema estocástico de dois estágios.

O primeiro conjunto de decisões, representado por \mathbf{x} , é independente do processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}$, ou seja, são as decisões tomadas antes do valor de $\boldsymbol{\lambda}$ ser conhecido. Dessa maneira, são denominadas de decisões *here-and-now*.

O segundo conjunto, representado por \mathbf{y} , é composto pelas decisões tomadas depois que o valor assumido por $\boldsymbol{\lambda}$ é conhecido, sendo denominadas de decisões *wait-and-see*. Esse processo pode ser resumido pelas seguintes etapas:

1. As decisões \mathbf{x} são tomadas;
2. O processo estocástico $\boldsymbol{\lambda}$ ocorre como $\boldsymbol{\lambda}(\omega)$;
3. São tomadas as decisões $\mathbf{y}(\mathbf{x}, \omega)$.

Uma maneira de representar visualmente esse processo  através de gráficos em forma de árvore, como mostrado na Figura 4.1. O primeiro não do gráfico, denominado de raiz, representa as decisões de primeiro estágio, enquanto os nos da segunda parte, chamados de folhas, representam as decisões de segundo estágio. Os elos entre eles recebem o nome de ramos, representando cada possibilidade do processo estocástico (Conejo et al., 2010).

Para obter uma solução ótima  necessário que todas as decisões sejam calculadas de forma simultânea. Para um problema envolvendo funes objetivo e restries lineares, tem-se o seguinte problema de otimização:

Maximizar $_{\mathbf{x}}$

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathcal{E}\{Q(\omega)\} \quad (4.4)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}(\omega) = \mathbf{b} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{x} \in X \quad (4.6)$$

em que:

$$Q(\omega) = \{\text{Minimizar}_{\mathbf{y}(\omega)} \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega)\} \quad (4.7)$$

sujeito a:

$$\mathbf{T}(\omega)\mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega)\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega) \quad (4.8)$$

$$\mathbf{y}(\omega) \in Y, \forall \omega \in \Omega, \quad (4.9)$$

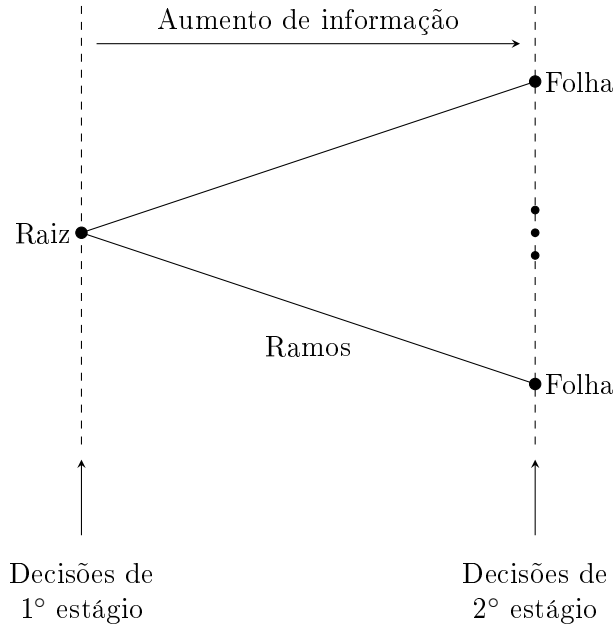


Figura 4.1: Estrutura da modelagem dos cenários. Adaptado de Conejo et al. (2010).

em que \mathbf{x} e \mathbf{y} são os vetores das variáveis de primeiro e segundo estágios, \mathbf{c} e \mathbf{q} são os vetores de custos das funções objetivos dos problemas de nível superior e inferior, \mathbf{A} , $\mathbf{T}(\omega)$ e $\mathbf{W}(\omega)$ são as matrizes de coeficientes das restrições, enquanto \mathbf{b} e $\mathbf{h}(\omega)$ são os vetores dos termos independentes, Ω é o conjunto de cenários do processo estocástico e $\mathcal{E}\{Q(\omega)\}$ representa a esperança matemática para os valores de $Q(\omega)$, obtido para o problema de nível inferior.

É possível reescrever o problema estocástico como um modelo determinístico equivalente, que resulta em:

Maximizar $_{\mathbf{x}, \mathbf{y}(\omega)}$

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) \quad (4.10)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{T}(\omega) \mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega) \mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (4.12)$$

$$\mathbf{x} \in X, \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y, \quad \forall \omega \in \Omega. \quad (4.13)$$

em que $\pi(\omega)$ é a probabilidade de ocorrência de cada cenário ω contido no conjunto Ω (Conejo et al., 2010; Birge e Louveaux, 2011).

Exemplo: Um revendedor de energia encontra incertezas associadas ao preço do mercado *pool* e à demanda de seus clientes para a próxima semana, conforme a Tabela 4.1. Também existe a possibilidade de comprar até 90 MW de energia por 45 \$/MWh para utilizar ao longo da próxima semana, fechando um contrato bilateral com antecedência,

ou seja, antes do preço do *pool* e da demanda serem conhecidas.

Tabela 4.1: Cenários do revendedor (Conejo et al., 2010).

Cenário	Probabilidade do cenário	Demanda no cenário	Preço no cenário
1	0,2	110 MWh	50 \$/MWh
2	0,6	100 MWh	46 \$/MWh
3	0,2	80 MWh	44 \$/MWh

Conforme Conejo et al. (2010), o modelo de otimização determinístico equivalente para esse problema pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar}_{P_1^C, P_2^C, P_3^C, P_1, P_2, P_3} \\
 & 0,2 [168(45P_1^C + 50P_1)] + 0,6 [168(45P_2^C + 46P_2)] \\
 & + 0,2 [168(45P_3^C + 44P_3)] \tag{4.14}
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$P_1^C + P_1 \geq 110 \tag{4.15}$$

$$P_2^C + P_2 \geq 100 \tag{4.16}$$

$$P_3^C + P_3 \geq 80 \tag{4.17}$$

$$0 \leq P_1^C, P_2^C, P_3^C \leq 90 \tag{4.18}$$

$$0 \leq P_1, P_2, P_3 \tag{4.19}$$

$$P_1^C = P_2^C = P_3^C \tag{4.20}$$

Na função objetivo tem-se a minimização do custo de compra da energia, onde P_1^C , P_2^C e P_3^C representam a potência comprada nos contratos, enquanto P_1 , P_2 e P_3 são a parcela advinda do mercado *pool*, cada qual devidamente multiplicada pelo preço do respectivo cenário. Os parâmetros 168 referem-se a quantidade de horas ao longo da semana, enquanto os valores fracionários representam a probabilidade de ocorrência associada a cada cenário.

As restrições (4.15), (4.16) e (4.17) representam o atendimento à demanda em cada um dos cenários, enquanto as restrições (4.18) e (4.19) estabelecem os limites das variáveis.

A restrição (4.20), denominada de *não-antecipatividade*, é responsável por garantir que as compras de energia no contrato não sejam alteradas de acordo com o preço do mercado *pool*, uma vez que essa informação ainda não está disponível no momento em que essa decisão deve ser tomada pelo agente. Uma representação gráfica dessa modelagem pode ser vista na Figura 4.2.

□

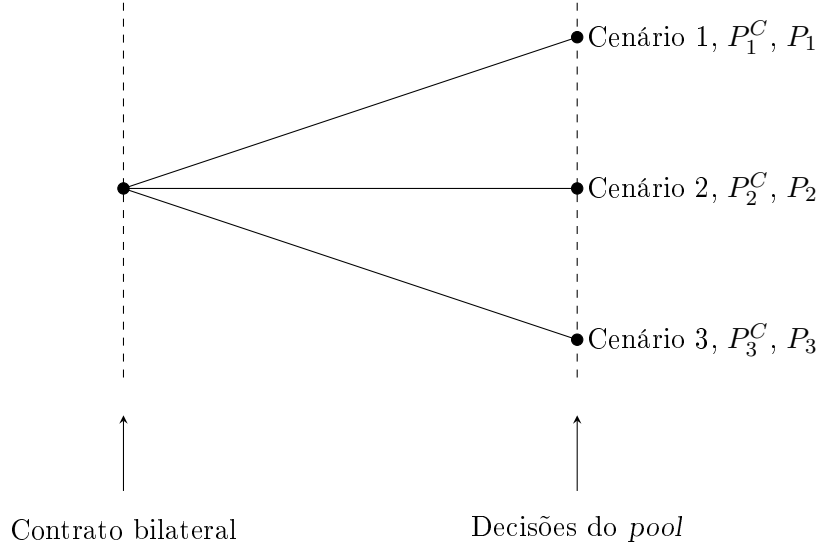


Figura 4.2: Formulação por cenários. Adaptado de Conejo et al. (2010).

4.3.2 Problemas multi-estágio

Em algumas situações, os processos estocásticos que estão sendo estudados envolvem mais do que dois momentos de tomada de decisão, tornando necessária sua modelagem como um problema multi-estágio. Nesse caso, a sequência de acontecimentos é representada da seguinte maneira:

1. As decisões \mathbf{x}_1 são tomadas;
2. O processo estocástico λ_1 ocorre como $\lambda_1(\omega_1)$;
3. São tomadas as decisões $\mathbf{x}_2(\mathbf{x}_1, \omega_1)$;
4. O processo estocástico λ_2 ocorre como $\lambda_2(\omega_2)$;
5. São tomadas as decisões $\mathbf{x}_3(\mathbf{x}_2, \omega_2, \mathbf{x}_1, \omega_1)$;
6. ...
7. O processo estocástico λ_{n-1} ocorre como $\lambda_{n-1}(\omega_{n-1})$;
8. São tomadas as decisões $\mathbf{x}_n(\mathbf{x}_{n-1}, \omega_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_1, \omega_1)$;

A representação do processo estocástico segue o mesmo padrão do caso com dois estágios, apenas acrescentando-se camadas adicionais de decisão. Na Figura 4.3 é apresentado como exemplo o esquema genérico de um processo com três estágios.

Nos problemas multi-estágios é particularmente importante considerar as restrições de não-antecipatividade. As decisões \mathbf{x}_1 são do tipo *here and now*, sendo independentes dos valores assumidos pelo conjunto de processos estocásticos $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$. As decisões \mathbf{x}_2 são tomadas com os valores assumidos por λ_1 conhecidos, mas devem ser únicas para o

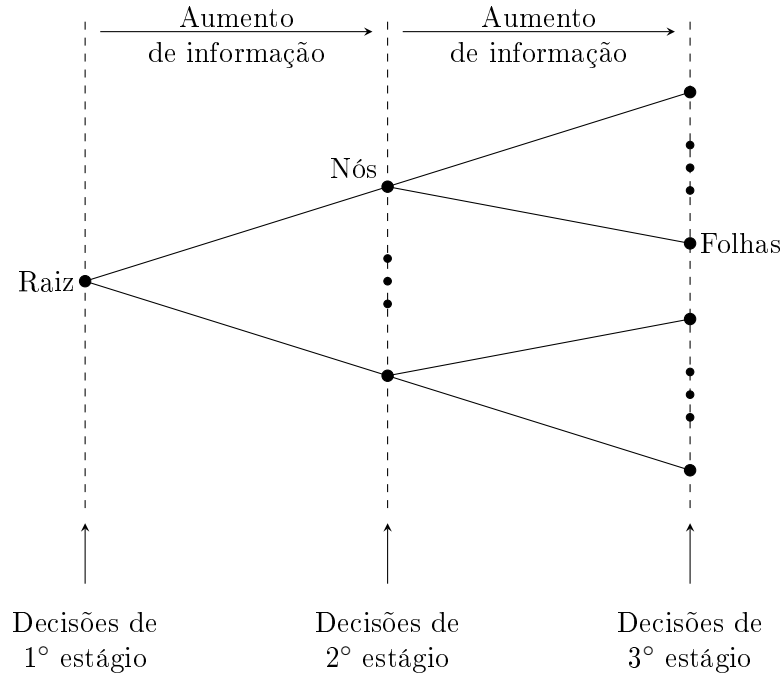


Figura 4.3: Estrutura multi-estágios. Adaptado de Conejo et al. (2010).

restante do conjunto de processos estocásticos $\{\lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, representando o fato de que esses processos ocorrem em um momento posterior ao da tomada dessa decisão. O mesmo acontece com \mathbf{x}_3 , que varia com os λ_1 e λ_2 mas deve ser único para $\{\lambda_3, \dots, \lambda_n\}$, e assim por diante (Conejo et al., 2010).

A formulação do problema multi-estágio determinístico equivalente para uma situação em que tanto a função objetivo quanto as restrições são lineares é dada por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar}_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2(\omega_1), \dots, \mathbf{x}_n(\omega_{n-1})} \\
 z = & \mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1 + \sum_{\omega_1 \in \Omega_1} \pi(\omega_1) \left(\mathbf{c}_2^T(\omega_1) \mathbf{x}_2(\omega_1) + \sum_{\omega_2 \in \Omega_2} \pi(\omega_2) \left(\mathbf{c}_3^T(\omega_1, \omega_2) \mathbf{x}_3(\omega_1, \omega_2) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \dots + \sum_{\omega_{n-1} \in \Omega_{n-1}} \pi(\omega_{n-1}) \mathbf{c}_n^T(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}) \mathbf{x}_n(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}) \right) \right) \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1 \quad (4.22)$$

$$\mathbf{x}_1 \in X_1 \quad (4.23)$$

$$\mathbf{T}_{1,1}(\omega_1) \mathbf{x}_1 + \mathbf{T}_{1,2}(\omega_1) \mathbf{x}_2(\omega_1) = \mathbf{h}_1(\omega_1); \forall \omega_1 \in \Omega_1 \quad (4.24)$$

$$\mathbf{x}_2(\omega_1) \in X_2; \forall \omega_1 \in \Omega_1 \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_{2,1}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{x}_1 + \mathbf{T}_{2,2}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{x}_2(\omega_1) \\ & + \mathbf{T}_{2,3}(\omega_1, \omega_2)\mathbf{x}_3(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{h}_2(\omega_1, \omega_2); \quad \forall \omega_1 \in \Omega_1, \omega_2 \in \Omega_2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{x}_3(\omega_1, \omega_2) \in X_3; \quad \forall \omega_1 \in \Omega_1, \omega_2 \in \Omega_2 \quad (4.27)$$

...

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_{n-1,1}(\omega_1, \dots, \omega_{n-1})\mathbf{x}_1 + \mathbf{T}_{n-1,2}(\omega_1, \dots, \omega_{n-1})\mathbf{x}_2(\omega_1) + \dots \\ & + \mathbf{T}_{n-1,n}(\omega_1, \dots, \omega_{n-1})\mathbf{x}_n(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}) = \mathbf{h}_{n-1}(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}); \\ & \quad \forall \omega_1 \in \Omega_1, \dots, \omega_{n-1} \in \Omega_{n-1} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{x}_n(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}) \in X_n, \quad \forall \omega_1 \in \Omega_1, \dots, \omega_{n-1} \in \Omega_{n-1} \quad (4.29)$$

em que \mathbf{x}_n representa as decisões do estágio n , c_n^T é o vetor de custos da função objetivo, \mathbf{A}_1 e \mathbf{b}_1 são, respectivamente, a matriz de coeficientes e o vetor de termos independentes das restrições que dependem apenas de \mathbf{x}_1 . Os termos $\mathbf{T}_{a,b}$ representam os coeficientes das restrições que relacionam as decisões dos estágios a e b , enquanto $\pi(\omega_n)$ é a probabilidade de ocorrência do cenário ω_n . Finalmente, X_n e Ω_n são os conjuntos de variáveis de decisão e de cenários para cada estágio n (Conejo et al., 2010; Wallace e Ziemba, 2005).

Exemplo: Conforme Conejo et al. (2010), um exemplo de problema estocástico de três estágios consiste em um gerador de energia que precisa decidir sua estratégia de venda de energia no mercado de futuros, considerando um horizonte de planejamento composto por dois períodos de 3 dias. Suas opções de contratos são:

1. Um contrato de até 50 MW por 25 \$/MWh durante os 6 dias do planejamento;
2. Um contrato de até 40 MW por 26 \$/MWh durante os 3 dias finais do planejamento.

Paralelamente ao contrato de futuros, o gerador pode reservar parte de sua capacidade de geração para vender no mercado *pool*, cujos cenários de preço são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Cenários do revendedor (Conejo et al., 2010).

Cenário	Preço do 1º período (\$)	Preço do 2º período (\$)	Probabilidade
1	27	28	16%
2	27	26	24%
3	23	24	24%
4	23	22	36%

O processo de decisão do agente gerador pode ser representado pelas seguintes etapas, mostradas em forma de gráfico na Figura 4.4:

1. Antes do início do horizonte de planejamento, o gerador deve decidir a quantidade de energia vendida no contrato de 6 dias de duração;

2. Para cada possibilidade de preços do mercado *pool* nos primeiros 3 dias, o gerador deve determinar a quantidade de energia vendida no *pool* e no contrato de futuros com duração de 3 dias;
3. Para cada uma das quatro possibilidades de preço nos 3 últimos dias, o gerador deve decidir a quantidade de energia vendida no mercado *pool*.

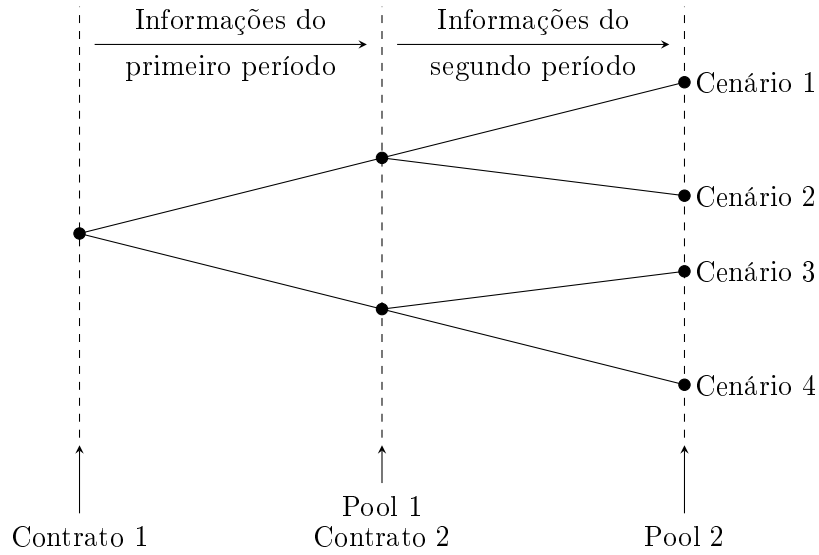


Figura 4.4: Exemplo de estrutura multi-estágios. Adaptado de Conejo et al. (2010).

O problema estocástico pode ser modelado como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar}_{P_1^A, P_2^A, P_3^A, P_4^A, P_1^B, P_2^B, P_3^B, P_4^B, P_1^{t1}, P_2^{t1}, P_3^{t1}, P_4^{t1}, P_1^{t2}, P_2^{t2}, P_3^{t2}, P_4^{t2}} \\
 & 0,16 [72 (2 \cdot 25P_1^A + 26P_1^B + 27P_1^{t1} + 28P_1^{t2})] \\
 & +0,24 [72 (2 \cdot 25P_2^A + 26P_2^B + 27P_2^{t1} + 26P_2^{t2})] \\
 & +0,24 [72 (2 \cdot 25P_3^A + 26P_3^B + 23P_3^{t1} + 24P_3^{t2})] \\
 & +0,36 [72 (2 \cdot 25P_4^A + 26P_4^B + 23P_4^{t1} + 22P_4^{t2})] \tag{4.30}
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$P_1^A + P_1^{t1} \leq 120 \tag{4.31}$$

$$P_2^A + P_2^{t1} \leq 120 \tag{4.32}$$

$$P_3^A + P_3^{t1} \leq 120 \tag{4.33}$$

$$P_4^A + P_4^{t1} \leq 120 \tag{4.34}$$

$$P_1^A + P_1^B + P_1^{t2} \leq 120 \quad (4.35)$$

$$P_2^A + P_2^B + P_2^{t2} \leq 120 \quad (4.36)$$

$$P_3^A + P_3^B + P_3^{t2} \leq 120 \quad (4.37)$$

$$P_4^A + P_4^B + P_4^{t2} \leq 120 \quad (4.38)$$

$$0 \leq P_1^A, P_2^A, P_3^A, P_4^A \leq 50 \quad (4.39)$$

$$0 \leq P_1^B, P_2^B, P_3^B, P_4^B \leq 40 \quad (4.40)$$

$$0 \leq P_1^{t1}, P_2^{t1}, P_3^{t1}, P_4^{t1}, P_1^{t2}, P_2^{t2}, P_3^{t2}, P_4^{t2} \quad (4.41)$$

$$P_1^A = P_2^A = P_3^A = P_4^A \quad (4.42)$$

$$P_1^B = P_2^B \quad (4.43)$$

$$P_3^B = P_4^B \quad (4.44)$$

$$P_1^{t1} = P_2^{t1} \quad (4.45)$$

$$P_3^{t1} = P_4^{t1} \quad (4.46)$$

As variáveis P_1^A, P_2^A, P_3^A e P_4^A representam as potências vendidas no contrato 1 para os cenários de 1 a 4, enquanto P_1^B, P_2^B, P_3^B e P_4^B são as potências relacionadas ao contrato 2. Por outro lado, as variáveis $P_1^{t1}, P_2^{t1}, P_3^{t1}, P_4^{t1}$ e $P_1^{t2}, P_2^{t2}, P_3^{t2}$ e P_4^{t2} são as potências vendidas no mercado *pool* em cada cenário para os períodos 1 e 2, respectivamente.

A função objetivo representa o lucro esperado em cada um dos cenários ponderado pela sua probabilidade de ocorrência, dada por 0,16 para $\omega = 1$; 0,24 para $\omega = 2$ e 3, e 0,36 para $\omega = 4$. O parâmetro 72 corresponde à quantidade de horas do período de 3 dias. Como o contrato 1 é válido por seis dias, os produtos de preço e potência referentes a ele aparecem multiplicados por 2.

As restrições (4.31) a (4.34) representam o limite de produção do gerador durante o primeiro período, estabelecendo que a soma das potências vendidas no contrato 1 e no mercado *pool* não devem ultrapassar os 120 MW de capacidade das unidades. Já as restrições (4.35) a (4.38) referem-se ao limite de geração para o período 2, com a diferença que agora são dois contratos de futuros disponíveis.

As restrições (4.39) e (4.40) estabelecem que a máxima potência que pode ser vendida nos contratos 1 e 2 são de 50 e 40 MW, respectivamente, enquanto as restrições (4.41) garantem a não-negatividade das ofertas no *pool*.

As condições de não-antecipatividade são garantidas pelas restrições (4.42) a (4.46).

Nas restrições (4.42) tem-se que a potência no contrato 1 deve ser igual para todos os cenários, já que essa é a decisão *here-and-now*. Já nas restrições (4.43) e (4.44), a potência destinada ao contrato 2 só necessita ser igual entre os cenários $\omega = 1, 2$ e $\omega = 3, 4$. Isso se deve ao fato dessa ser uma decisão de segundo estágio, onde o gerador já conhece o preço

do *pool* para o primeiro período.

O mesmo raciocínio é aplicado às ofertas no mercado *pool* do primeiro período, que devem ser iguais apenas entre os cenários $\omega = 1, 2$ e $\omega = 3, 4$, o que é garantido pelas restrições (4.45) e (4.46). Já as potências ofertadas no período 2 não possuem restrições de não-antecipatividade, por se tratarem de decisões do último estágio.

A solução para esse problema é dada por:

- $P_1^{A*} = P_2^{A*} = P_3^{A*} = P_4^{A*} = 50$;
- $P_1^{B*} = P_2^{B*} = 0$ e $P_3^{B*} = P_4^{B*} = 40$;
- $P_1^{t1*} = P_2^{t1*} = 70$ e $P_3^{t1*} = P_4^{t1*} = 70$;
- $P_1^{t2*} = 70$, $P_2^{t2*} = 70$, $P_3^{t2*} = 30$ e $P_4^{t2*} = 30$.

Isso significa que antes do início do primeiro período o produtor vende 50 MW de potência no contrato 1, que devem ser despachados de forma contínua durante os 6 dias. A venda no contrato 2 pode ser de 0 ou 40 MW, caso os preços do *pool* no período 1 sejam de 27 ou 23 \$/MWh.

A oferta no mercado *pool* no período 1 será de 70 MW, independente do preço, enquanto no período 2 ela pode ser de 70 ou 30 MW, caso os preços do período 1 sejam de 27 ou 23 \$/MWh, respectivamente. \square

Nos modelos analisados ao longo deste capítulo, o objetivo consiste em maximizar o valor esperado do lucro para o conjunto de cenários como um todo, sem informações sobre a sua variabilidade. Outra possibilidade é elaborar um modelo multi-objetivo, que leve em conta a variação do lucro entre os diferentes cenários. Esse tópico recebe o nome de mensuração de risco, sendo analisado no próximo capítulo.

5 MODELAGEM DO RISCO

5.1 Introdução

Nos problemas relacionados aos mercados de energia, é usual a necessidade de tomar decisões quando não se dispõe de todas as informações necessárias. Dessa maneira, trata-se esse problema por meio da otimização estocástica, em que as variáveis sobre as quais não se possui informações perfeitas são modeladas utilizando um conjunto de cenários possíveis. Propõe-se então que a solução seja otimizada para o valor esperado entre todos os cenários, argumentando-se que essa é uma solução ótima para aquele conjunto de possibilidades quando elas são consideradas como um todo.

O problema dessa abordagem é que, mesmo otimizando-se a solução para o conjunto completo de cenários, isso não impede que para alguns cenários específicos as decisões tomadas gerem resultados considerados ruins pelo agente responsável. Dessa maneira, é necessário que exista uma ferramenta que permita mensurar a variação do lucro esperado, de forma a extrair informações sobre o risco associado com cada solução possível.

Quando o modelo é resolvido desconsiderando-se a variabilidade da função objetivo, a solução obtida é denominada de “caso de risco neutro”. Esse tipo de solução leva ao maior lucro esperado possível, porém com os maiores índices de variação entre os cenários.

Por outro lado, quando o modelo utiliza o valor fornecido pela ferramenta de mensuração do risco como ponderação da solução proposta, tem-se o que se denomina de situação de “aversão ao risco”. Nesse caso, o problema passa a ser multi-objetivo, buscando uma relação de equilíbrio entre o aumento nos lucros e a diminuição da sua variabilidade.

5.2 Contexto histórico

No início do século XX, os estudos de administração empresarial focavam nos principais acontecimentos da história da empresa, sem grandes preocupações com a estruturação dos seus problemas administrativos rotineiros. Isso começa a mudar na década de 20, com o processo de expansão das indústrias e de fusão das empresas, visando criar conglomerados que dominassem todas as partes de seu segmento produtivo, tornando necessários os estudos sobre liquidez e elaboração de orçamentos. Posteriormente, com a crise americana de 1929, a solvência e a recuperação de empresas tornam-se tópicos de interesse ao longo da década de 1930 (Saito et al., 2006).

Na década de 50, impulsionadas pela queda na rentabilidade das empresas durante o pós-guerra, surgem duas novas correntes de pensamento: a “Finança Corporativa”, que a partir do trabalho de Modigliani e Miller de 1958 desenvolve a concepção que o valor

de uma empresa independe da sua estrutura de capital, e o “Problema de Portfólio”, baseado no trabalho de Markowitz de 1952, que trata da alocação de investimentos através da ponderação entre o retorno esperado e o risco associado a cada uma das opções de empreendimentos disponíveis (Saito et al., 2006).

O artigo “*Portfolio Selection*” de Harry Markowitz, publicado no periódico “*The Journal of Finance*” em março de 1952, tornou-se um marco no desenvolvimento da teoria financeira, resultando na sua nomeação para o Prêmio Nobel em Ciências Econômicas de 1990 (Nobel, Acessado em 22-05-2019a).

Nesse artigo, Markowitz argumenta que a maximização do lucro esperado não deve ser o único objetivo ao determinar os investimentos realizados. Ao invés disso, deve-se aplicar uma ponderação entre a contribuição de cada investimento para o lucro e o risco total do portfólio da empresa, analisando todos os investimentos simultaneamente. Isso leva a um problema com dois objetivos e, conseqüentemente, uma fronteira eficiente de portfólios para cada situação analisada (Markowitz, 1952).

Nesse novo contexto, surgem dois desafios. O primeiro é estimar o lucro e o nível de volatilidade de cada investimento, o que Markowitz indica que deve ser feito combinando-se ferramentas estatísticas com o conhecimento acumulado dos especialistas da área. O segundo é como mensurar o grau de risco associado ao portfólio, dada a combinação de investimentos escolhida, o que é feito por Markowitz através da variância associada à função que descreve seu lucro esperado (Markowitz, 1952).

O desenvolvimento de técnicas de mensuração do risco associado a um portfólio é uma área de intenso debate desde então, sendo que ainda não existe consenso entre os pesquisadores de qual a melhor métrica disponível, existindo autores que relacionam o risco com conceitos distintos, como incerteza, variação, perdas e dispersão (Araújo e Montini, 2015). Uma análise histórica dos principais acontecimentos econômicos e sua relação com o desenvolvimento das métricas de risco é encontrada em Saito et al. (2006).

Um dos grandes avanços na área de tomada de decisão em situações de informação incompleta ocorre com a publicação do artigo escrito por Kahneman e Tversky (1979), indicando que esse processo não é feito de maneira racional, dando então origem a área da “Finança Comportamental”, que combina os conceitos de psicologia e economia, e rendendo o Prêmio Nobel em Ciências Econômicas de 2002 para Daniel Kahneman¹ (Nobel, Acessado em 22-05-2019b).

5.3 Modelagem da aversão ao risco

Considerando o problema estocástico bi-estágio genérico apresentado na Seção 4.3:

¹Amos Tversky faleceu em 2 de junho de 1996, não podendo ser agraciado com o Prêmio Nobel ao lado de Kahneman em 2002.

Maximizar $_{\mathbf{x}, \mathbf{y}(\omega)}$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) \quad (5.1)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{T}(\omega) \mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega) \mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.3)$$

$$\mathbf{x} \in X, \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y, \quad \forall \omega \in \Omega, \quad (5.4)$$

pode-se definir:

$$f(\mathbf{x}, \omega) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \max_{\mathbf{y}(\omega)} \{ \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) : \mathbf{T}(\omega) \mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega) \mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y \},$$

onde o segundo termo representa o máximo valor de $\mathbf{y}(\omega)$ em relação a \mathbf{x} .

Dessa forma, é possível reescrever o problema como:

Maximizar $_{\mathbf{x}}$

$$\mathcal{E}_\omega \{ f(\mathbf{x}, \omega) \} \quad (5.5)$$

sujeito a:

$$\mathbf{x} \in X, \quad \omega \in \Omega. \quad (5.6)$$

onde o termo \mathcal{E}_ω representa a esperança matemática da função $f(\mathbf{x}, \omega)$ e assumindo que os valores possíveis para $\mathbf{x} \in X$ representam apenas as soluções factíveis para o problema (Conejo et al., 2010).

Para considerar a probabilidade de baixo desempenho nos cenários desfavoráveis é necessário reformular o modelo dado por (5.5) e (5.6), acrescentando um termo de mensuração do risco, resultando em:

Maximizar $_{\mathbf{x}}$

$$\mathcal{E}_\omega \{ f(\mathbf{x}, \omega) \} - \beta \cdot r_\omega \{ f(\mathbf{x}, \omega) \} \quad (5.7)$$

sujeito a:

$$\mathbf{x} \in X, \quad \omega \in \Omega. \quad (5.8)$$

Uma formulação alternativa pode ser obtida como:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar}_{\mathbf{x}} && \mathcal{E}_{\omega}\{f(\mathbf{x}, \omega)\} && (5.9) \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\mathbf{x} \in X, \omega \in \Omega \quad (5.10)$$

$$r_{\omega}\{f(\mathbf{x}, \omega)\} \leq \delta. \quad (5.11)$$

A solução ótima do problema (5.7) - (5.8) dependerá dos valores escolhidos para os parâmetros β e δ , onde β é um ponderador do risco na função objetivo, enquanto δ é utilizado como uma restrição de máximo risco aceitável.

Conforme Conejo et al. (2010), para cada valor de β ou δ especificado, obtém-se um ponto eficiente do problema, que é uma solução onde não é possível melhorar o lucro esperado sem aumentar o risco associado. Ao levantar as soluções para diferentes valores dos parâmetros de risco é possível traçar o gráfico da fronteira eficiente do problema, como exemplificado na Figura 5.1.

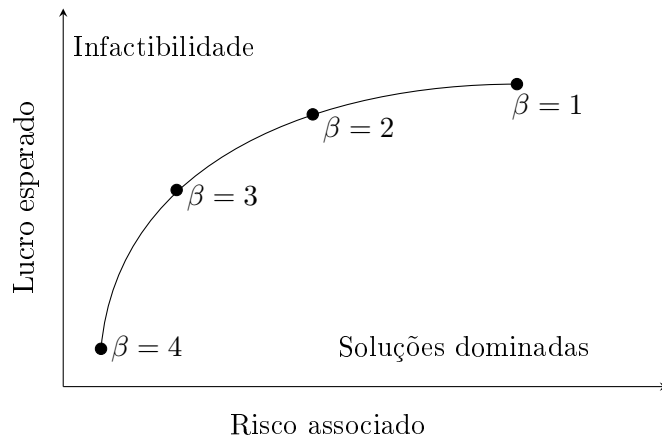


Figura 5.1: Fronteira eficiente do problema. Adaptado de Conejo et al. (2010).

5.4 Mensuração do risco

Ao longo da história, diferentes métricas de risco foram propostas, de acordo com o contexto e com a definição de risco adotada pelo pesquisador. Para tentar estabelecer um critério de comparação entre elas, Artzner, Delbaen, Eber, e Heath (1999), em seu artigo *Coherent Measures of Risk*, desenvolvem o seguinte raciocínio:

Supondo um ativo qualquer, pode-se classificá-lo como aceitável ou não, de acordo com dois fatores, sua representatividade no portfólio e a severidade dos danos nos cenários desfavoráveis. Em outras palavras, o risco que um tomador de decisão estará disposto a aceitar depende da porcentagem do seu portfólio que aquele ativo irá representar.

Para transformar um ativo inaceitável em aceitável, deve-se deslocar recursos para

outras posições seguras, de modo a minimizar o impacto que os cenários ruins desse ativo teriam no portfólio como um todo, ou seja, investir em posições seguras permite que o agente gerador possa arriscar em alguns ativos de alto risco sem comprometer excessivamente o portfólio da companhia. Por exemplo, um gerador de energia pode estar disposto a assumir mais riscos em um mercado volátil, como o de ajustes, se uma grande parcela de sua receita estiver garantida através de contratos de futuros e bilaterais.

Uma maneira de estabelecer uma métrica de risco seria medir a quantidade de mecanismos de proteção suficientes para transformar uma posição inaceitável em aceitável. Dessa maneira, conforme Artzner et al. (1999), qualquer função matemática que mapeie o valor futuro de um ativo no conjunto dos números reais, de forma a obedecer as quatro propriedades formuladas por eles, pode ser considerada uma medida de risco coerente.

Para definir as propriedades de coerência, considere um processo randômico onde a variável de interesse (o lucro, por exemplo), é representada por $f(\omega) \in F$, sendo F o conjunto de suas possibilidades futuras. Supondo uma medida de mensuração de risco $r_\omega\{f(\omega)\}$ que, quando aplicada em dois resultados futuros $f_1(\omega)$ e $f_2(\omega)$ genéricos, forneça seu valor utilizando as mesmas unidades de $f(\omega)$, as propriedades de coerência são enunciadas como:

1. **Invariância translacional:** Para todo $f_1(\omega) \in F$ e todo número real a , resulta que $r_\omega\{f_1(\omega) + a\} = r_\omega\{f_1(\omega)\} + a$. Essa propriedade afirma que a soma de uma constante no valor futuro de um ativo não altera o risco associado a sua posição;
2. **Subaditividade:** Para todo $f_1(\omega)$ e $f_2(\omega) \in F$, resulta que $r_\omega\{f_1(\omega) + f_2(\omega)\} \leq r_\omega\{f_1(\omega)\} + r_\omega\{f_2(\omega)\}$. Essa propriedade resulta de que uma fusão de dois ativos não cria riscos adicionais, podendo apenas mitigá-los. Para exemplificar, imagine uma companhia que comercializa diferentes produtos. Quanto maior a sua gama de atuação, menor a probabilidade de que ocorra uma queda nos preços de todos os seus produtos simultaneamente, de modo que um segmento pode fornecer recursos para outro durante as oscilações do mercado;
3. **Homogeneidade positiva:** Para todo $f_1(\omega) \in F$ e todo número real a , verifica-se que $r_\omega\{a \cdot f_1(\omega)\} = a \cdot r_\omega\{f_1(\omega)\}$. Essa propriedade resulta de considerar que o mercado possui liquidez suficiente, de modo que o montante do ativo não implica em dificuldades adicionais para sua negociação;
4. **Monotonicidade:** Para todo $f_1(\omega)$ e $f_2(\omega) \in F$, se $f_1(\omega) \leq f_2(\omega)$, então tem-se que $r_\omega\{f_1(\omega)\} \geq r_\omega\{f_2(\omega)\}$. Essa propriedade afirma que, se uma posição futura $f_1(\omega)$ resulta em um valor inferior à posição $f_2(\omega)$ (o lucro obtido em f_1 é menor que o obtido em f_2 por exemplo), conseqüentemente, o risco associado à $f_1(\omega)$ deve ser maior que o de $f_2(\omega)$.

As métricas de risco podem ser classificadas em duas categorias básicas, as baseadas na dispersão da função objetivo e aquelas que utilizam os quartis de sua distribuição (Araújo e Montini, 2015).

As medidas de dispersão são subdivididas em simétricas, aquelas que consideram a dispersão total da função objetivo em relação ao retorno esperado, e assimétricas, que são as que mensuram apenas os desvios da porção inferior da curva. Exemplos de medidas simétricas são a variância (ou desvio-padrão) e o desvio médio absoluto, enquanto a semi-variância e o momento parcial inferior (LPM) são medidas assimétricas.

As medidas baseadas em quartis compreendem o *Value at Risk* (VaR), ou valor de risco, e o *Conditional Value at Risk* (CVaR), ou valor de risco condicional. Seu objetivo é extrair informação da cauda inferior da distribuição de probabilidade da função objetivo, dado um grau de confiança α . Isso representa estimar o retorno esperado dos $(1 - \alpha)$ piores cenários possíveis. Uma comparação entre a coerência de algumas métricas de risco comuns pode ser vista na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Coerência das métricas de risco. Adaptado de Araújo e Montini (2015).

Métrica	Coerência
Desvio-padrão	Apenas para distribuições normais
Desvio médio absoluto	Apenas para distribuições normais
LPM	Não
VaR	Não
CVaR	Sim

Uma vez que, conforme Conejo et al. (2010), o mercado de eletricidade não obedece às condições de normalidade, neste trabalho optou-se por utilizar o CVaR como métrica de risco durante a modelagem dos problemas de portfólio. Entretanto, como o VaR serve de base para o cálculo do CVaR, ele será abordado na próxima seção.

5.4.1 Valor de risco VaR

Considerando um problema estocástico genérico, sua função objetivo apresentará uma distribuição de probabilidades dependente das variáveis estocásticas representadas no modelo. Estabelecendo-se um grau de confiança α , o VaR é definido como o quartil $(1 - \alpha)$ dessa distribuição, conforme mostrado na Figura 5.2, representado pela letra ζ .

Por exemplo, se a função objetivo representar o lucro de um gerador de energia, sendo o valor escolhido para α de 95%, o VaR corresponderá ao máximo lucro possível para os 5% piores cenários. Isso é equivalente a dizer que ele representa o quartil 5% da distribuição de probabilidades da função lucro.

Matematicamente, define-se o VaR como:

$$\text{VaR}(\alpha, \mathbf{x}) = \max \{ \zeta : P(\omega | f(\mathbf{x}, \omega) < \zeta) \leq 1 - \alpha \}, \forall \alpha \in (0, 1) \quad (5.12)$$

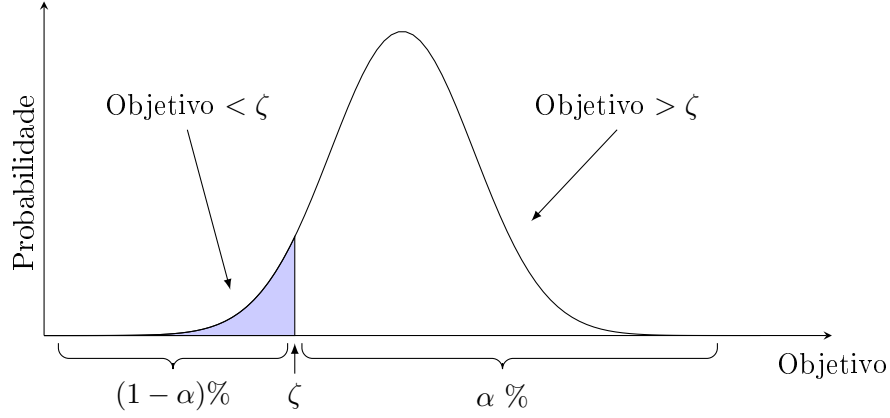


Figura 5.2: Localização de ζ na distribuição estatística da função objetivo. Adaptado de Conejo et al. (2008).

Considerando-se o problema estocástico genérico dado pelas equações (5.1) - (5.4), a utilização do VaR como métrica de risco levaria ao modelo das restrições (5.13) - (5.19).

$$\text{Maximizar}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}(\omega), \zeta, \theta(\omega)} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) + \beta \cdot \zeta \quad (5.13)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{T}(\omega)\mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega)\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.15)$$

$$\zeta - (\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega)) \leq M\theta(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.16)$$

$$\sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega)\theta(\omega) \leq 1 - \alpha \quad (5.17)$$

$$\mathbf{x} \in X, \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.18)$$

$$\theta(\omega) \in \{0, 1\}, \quad \forall \omega \in \Omega, \quad (5.19)$$

em que ζ é uma variável cujo valor ótimo equivale ao $\text{VaR}(\alpha, \mathbf{x})$, $\theta(\omega)$ é uma variável binária que vale 1 quando o lucro é inferior a ζ e M é uma constante de valor suficientemente elevado. A restrição (5.17) garante que o VaR será calculado para o quartil $(1 - \alpha)$ através da soma das probabilidades dos cenários em que θ é 1 (Conejo et al., 2010).

5.4.2 Valor de risco condicional CVaR

O VaR possui características positivas para a análise do risco, como considerar apenas a porção inferior da distribuição da função objetivo e não requerer o uso de valores arbitrários, sendo completamente definido pelo modelo de otimização. Entretanto, uma característica negativa reside no fato do VaR representar apenas o valor do quartil $(1 - \alpha)$ da distribuição, sem fornecer informações sobre a área da curva abaixo deste ponto. Isso é particularmente problemático quando o problema analisado não obedece as condições

de normalidade, como é o caso dos mercados de eletricidade (Conejo et al., 2010).

Essa dificuldade é resolvida com o CVaR, que consiste em determinar o valor esperado para a área abaixo do quantil $(1 - \alpha)$. Para tal, calcula-se o valor do VaR e depois faz-se a média dos cenários que têm uma função objetivo menor que esse valor. Por exemplo, considerando um problema de maximização de lucros com $\alpha = 95\%$, o CVaR representaria o lucro esperado para os 5% piores cenários possíveis.

Formalmente, o CVaR é definido como o valor esperado dos cenários abaixo do quantil $(1 - \alpha)$ da distribuição de probabilidades da função lucro, conforme:

$$\text{CVaR}(\alpha, \mathbf{x}) = \max \left\{ \zeta - \frac{1}{1 - \alpha} \mathcal{E}_\omega \left\{ \max\{\zeta - f(\mathbf{x}, \omega), 0\} \right\} \right\}, \quad \forall \alpha \in (0, 1). \quad (5.20)$$

Uma interpretação gráfica para o CVaR é apresentada na Figura 5.3 como sendo o valor médio da área sombreada.

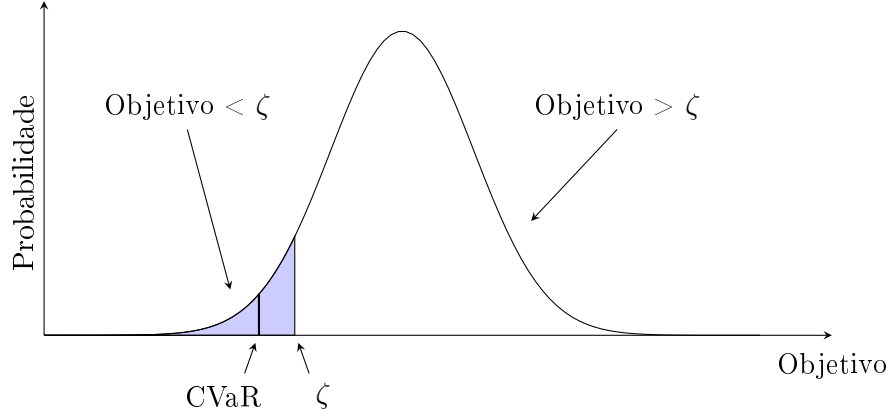


Figura 5.3: Interpretação do CVaR na distribuição estatística da função objetivo. Adaptado de Conejo et al. (2008).

O uso do CVaR no problema estocástico é apresentado no problema (5.21) - (5.26).

Maximizar $\mathbf{x}, \mathbf{y}(\omega), \zeta, s(\omega)$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega) + \beta \left(\zeta - \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) \xi(\omega) \right) \quad (5.21)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{T}(\omega)\mathbf{x} + \mathbf{W}(\omega)\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{h}(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.23)$$

$$\zeta - (\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega)) \leq \xi(\omega), \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.24)$$

$$\xi(\omega) \geq 0, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.25)$$

$$\mathbf{x} \in X, \quad \mathbf{y}(\omega) \in Y, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (5.26)$$

em que ζ é uma variável contínua que representa o valor do VaR, enquanto $\xi(\omega)$ é uma va-

riável contínua não-negativa que resulta igual ao máximo valor entre $\zeta - (\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{q}(\omega)^T \mathbf{y}(\omega))$ e 0 para cada cenário (Conejo et al., 2010).

Uma possível ponderação adicional nesse ponto resulta do questionamento de por que o termo ζ representaria o valor do VaR, se neste problema que não existe uma restrição explícita para garantir que a soma da probabilidade dos cenários resulte igual a $(1 - \alpha)$, como acontece no problema dado pelas restrições (5.13) - (5.19).

Considerando, por simplicidade, o termo da função objetivo referente ao lucro como $f(\omega, \mathbf{x})$ e $\beta = 1$, e analisando primeiro o caso extremo em que $\xi(\omega) = 0$ para todos os cenários. Tem-se então um problema dado pela maximização de $f(\omega, \mathbf{x}) + \zeta$, sujeito apenas a exigência que $\zeta - f(\omega, \mathbf{x}) \leq 0$.

Uma vez que ζ não é indexado pelo cenário ω , seu valor ficará limitado ao lucro do pior cenário possível para manter a restrição verdadeira. Como o valor de $f(\omega, \mathbf{x})$ depende das demais restrições do problema, para aumentar o valor da função objetivo resta a opção de atribuir um valor positivo para $\xi(\omega)$ nos piores cenários, aumentando a contribuição de ζ para a solução final.

Como exemplo, para uma situação em que $\xi(\omega) > 0$ em 5% dos cenários com $\alpha = 0,9$, resulta que $\frac{1}{0,1} [0,05 \xi(\omega)] = 0,5 \xi(\omega)$. Analisando a restrição (5.25) com o lucro de cada cenário considerado fixo, verifica-se que o aumento em $\xi(\omega)$ resulta em um crescimento equivalente em ζ , porém na função objetivo o peso de ζ é 1 enquanto o de $\xi(\omega)$ é 0,5, o que indica uma solução sub-ótima. Dessa maneira, o valor de $\xi(\omega)$ deve aumentar até que o seu peso se iguale ao de ζ , o que irá ocorrer quando $\xi(\omega) > 0$ para os $(1 - \alpha)$ piores cenários, que é a definição do valor de risco VaR.

A lógica estende-se para o caso em que $\xi(\omega) > 0$ para uma quantidade de cenários maior que $(1 - \alpha)$. Nesse caso o peso de $\xi(\omega)$ na função objetivo supera o de ζ , piorando a solução obtida. Conseqüentemente, o parâmetro ζ resulta no valor do VaR porque essa é a situação que minimiza a função objetivo, atingindo o equilíbrio apenas quando $\xi(\omega) > 0$ para os $(1 - \alpha)$ piores cenários, conforme a Figura 5.4.

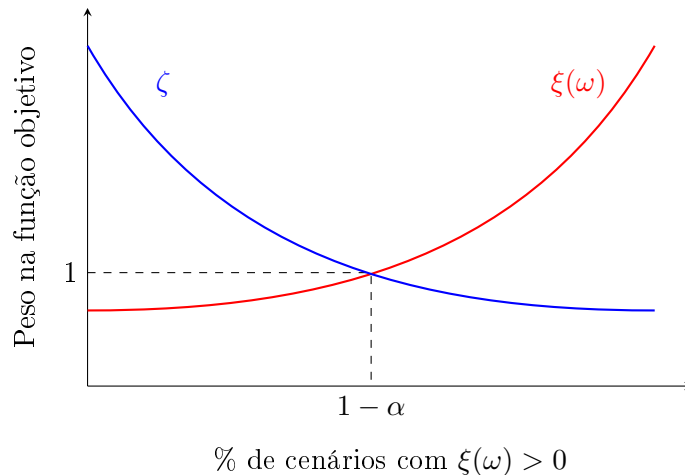


Figura 5.4: Peso dos parâmetros do CVaR.

6 METODOLOGIA

Um gerador hidrelétrico atuando em um sistema elétrico descentralizado pode vender energia e serviços auxiliares em diferentes mercados e também por meio de contratos bilaterais. O processo de determinar a participação em cada uma das opções de comercialização disponíveis é feito em um ambiente de informação incompleta, uma vez que os preços só são determinados após o fechamento do mercado. Outro aspecto a ser levado em consideração é que sua capacidade produtiva está atrelada à quantidade de água armazenada em seus reservatórios, e conseqüentemente à vazão afluyente ao longo do período de planejamento. Dessa forma, cada decisão tomada incorre no surgimento de um componente de risco associado.

Com o objetivo de mitigar os riscos, o agente pode diversificar a sua atuação em diferentes serviços e mercados, o que é denominado de problema de portfólio. Visando contribuir com o processo de tomada de decisão, neste trabalho propõem-se modelos de otimização que tratem de aspectos que podem impactar na estratégia de portfólio de curto e médio prazo de uma companhia hidrelétrica, como por exemplo o gerenciamento dos reservatórios ao longo do ano e a consideração das restrições hidráulicas e operativas no problema do dia-seguinte.

6.1 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa foi desenvolver modelos matemáticos que possam auxiliar o processo de tomada de decisão de um agente gerador hidrelétrico interessado em definir sua estratégia de atuação em um mercado de energia descentralizado. Para tal, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

1. Desenvolvimento de um modelo de portfólio de médio prazo, que considerasse a participação nos mercados *pool* e de futuros com o gerenciamento dos reservatórios ao longo do período de 1 ano;
2. Desenvolvimento de um modelo de portfólio de curto-prazo, que considerasse a participação nos mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes, bem como as restrições hidráulicas e operativas das usinas.

6.2 Recursos necessários

Os modelos propostos neste trabalho são do tipo estocástico inteiro misto, com função objetivo e restrições de mensuração de risco lineares ou quadráticas. Dessa maneira, os principais subsídios teóricos necessários para essa pesquisa podem ser listados como:

- Otimização linear e quadrática;
- Otimização inteira;
- Otimização estocástica;
- Organização dos mercados de energia;
- Técnicas de mensuração de risco;
- Geração de energia hidrelétrica.

Como ferramenta computacional para resolução dos modelos propostos foi escolhido o *solver CPLEX Optimization Studio* versão 12.6, consistindo em um *solver* voltado para a resolução de problemas de otimização inteira, linear e quadrática, através dos métodos simplex primal dual e de pontos interiores. O *CPLEX* possui um sistema de interface próprio, bem como uma linguagem de programação denominada OPL (*Optimization Programming Language*), além de permitir sua utilização através de outros programas, como AMPL e GAMS, ou por códigos escritos em linguagem C++, C#, Java e Python (IBM, Acessado em 30-10-2017).

6.3 Modelos propostos e testes realizados

Os capítulos 7 e 8 apresentam os modelos propostos, cada qual correspondendo a um dos objetivos específicos, bem como os testes realizados e uma análise dos resultados obtidos, conforme a seguinte organização:

- No Capítulo 7 é proposto um modelo de otimização estocástico linear inteiro misto para representar a participação de um gerador hidrelétrico nos mercados de futuros e *pool*, sendo aplicado em um sistema de teste composto por uma cascata hidráulica com quinze usinas hidrelétricas, para o horizonte de planejamento de um ano;
- No Capítulo 8 é proposto um modelo de otimização estocástico quadrático inteiro misto para representar a atuação de um agente gerador hidrelétrico nos mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes, sendo aplicado em um sistema de teste composto por uma cascata hidráulica com oito usinas hidrelétricas, para o horizonte de planejamento de 24 horas;

A nomenclatura e os modelos completos, bem como os códigos das simulações, constam nos Apêndices A e B para o problema de médio-prazo e C e D para o de curto-prazo.

7 PROBLEMA 1: PORTFÓLIO DE MÉDIO PRAZO

Neste capítulo propõe-se uma nova formulação matemática para o problema de portfólio de médio prazo de um agente gerador hidrelétrico que deve decidir o seu envolvimento no mercado de futuros, considerando a perspectiva de venda de energia no mercado *pool* e o gerenciamento de seus reservatórios ao longo do período de planejamento.

Na Seção 7.1 é feita uma contextualização histórica do tema, enquanto na Seção 7.2 o problema abordado neste capítulo é delimitado. É proposto um modelo de otimização estocástico para sua resolução na Seção 7.3, sendo aplicado nas Seções 7.4 e 7.5 em sistemas de teste com 2 e 15 usinas hidrelétricas.

7.1 Introdução

A possibilidade de contratos futuros serem utilizados como ferramenta de *hedging* pelos participantes dos mercados de energia foi analisada por Kaye et al. (1990), incluindo simulações com um sistema composto por seis usinas térmicas sujeitas a falhas nos equipamentos. Concluiu-se que os contratos futuros são ferramentas úteis para os agentes mitigarem a exposição ao risco, garantindo parte de sua geração ou demanda em um contrato com preço conhecido enquanto são conservados os incentivos econômicos de aproveitar momentos de pico ou queda nos preços do mercado *spot*.

Os riscos nos mercados de eletricidade são analisados por Denton et al. (2003), que os classificam em três tipos: operacionais, de negociação e de mudanças da natureza, pontuando quais técnicas de mensuração são normalmente aplicadas a cada uma dessas categorias através de modelos de otimização.

O problema da previsão de preços é abordado por Mosquera-López et al. (2017), que apontam a ocorrência de problemas como variações abruptas, padrões de variação sazonal em diferentes escalas de tempo, correlação com a disponibilidade de recursos naturais estocásticos, dentre outros. São realizadas simulações utilizando dados do sistema elétrico colombiano, cuja matriz é predominantemente hidráulica com complementação térmica, resultando em variações adicionais, graças à elevada diferença entre os custos marginais de geração de cada fonte. Os resultados mostram a ocorrência de assimetrias nas extremidades da distribuição de probabilidades, podendo resultar em valores de risco diferentes para geradores e consumidores. Uma revisão bibliográfica das técnicas utilizadas para a previsão dos preços pode ser encontrada em Weron (2014), enquanto Nowotarski e Weron (2018) apresentam os progressos obtidos nos anos subsequentes.

O envolvimento de um agente gerador no mercado de futuros é modelado como um

problema estocástico inteiro misto por Conejo et al. (2008), escolhendo o CVaR como técnica de mensuração de risco e testando o modelo em um sistema com seis usinas térmicas e cenários de preço baseados no mercado ibérico de energia. Já Gökgöz e Atmaca (2012) trabalham esse problema utilizando a técnica de variância média de Markowitz, simulando o mercado turco de energia. Uma comparação entre a mensuração do risco pelo CVaR ou pela variância é feita por Garcia et al. (2017), concluindo que o CVaR apresenta uma atuação mais estável no mercado *spot* e, conseqüentemente, resultados mais conservadores.

O caso particular dos geradores hidrelétricos é tratado, dentre outros, por Mo et al. (2001), considerando as incertezas associadas ao preço e a vazão afluyente. O tratamento do risco é feito através da penalização, na função objetivo, de lucros que fiquem abaixo dos valores pré-estipulados, sendo testado no mercado norueguês de energia.

Já Shrestha et al. (2005) propõem um modelo de portfólio para geradores hidráulicos combinando a atuação no mercado com contratos bilaterais, utilizando a minimização da variância do lucro como medida de aversão ao risco. O modelo proposto é testado para o sistema norueguês considerando o período entre as semanas 43 (fim da estação chuvosa) e 19 do ano seguinte (fim da estação seca), dividido em 6 períodos de 5 semanas cada.

Finalmente, Helseth et al. (2010) faz uma comparação entre o uso de séries sintéticas e históricas para a geração dos cenários de vazão, utilizados nos modelos estocásticos de médio-prazo. As duas abordagens são aplicadas na resolução da programação da geração para o sistema nórdico, considerando um período de 5 anos, onde a utilização de dados históricos apresenta um desempenho superior às séries sintéticas, resultando em menor vertimento, corte de carga e maior capacidade de manejo em cenários de seca extrema.

Uma vez resolvido o problema de portfólio, deve ser elaborada pelo agente a estratégia de lances nos mercados, o que recebe o nome de *strategic bidding*. Uma revisão dos diferentes modelos utilizados para resolver esse problema, englobando geradores térmicos e hidrelétricos, é apresentada por Steeger et al. (2014).

7.2 Descrição do problema

O mercado *pool* de eletricidade tem como característica a alta volatilidade nos preços, o que representa oportunidades de grandes margens de lucro, porém com elevado risco associado. Dessa maneira, é importante que o agente gerador tenha uma estratégia de *hedging*, destinando parte de sua capacidade produtiva para ambientes de negociação com baixa volatilidade, como o mercado de futuros e contratos bilaterais (Gökgöz e Atmaca, 2012; Garcia et al., 2017).

No caso de um gerador hidrelétrico, este problema é mais complexo, uma vez que a sua capacidade produtiva depende da quantidade de água armazenada em seus reservatórios. Outro aspecto importante a ser levado em consideração é a correlação entre os preços e o ciclo das chuvas em mercados fortemente hidrelétricos como o brasileiro. Por essa razão,

surge a possibilidade de transferir água da época chuvosa para a seca, aproveitando os altos preços desse período (Steeger et al., 2014).

O modelo proposto neste capítulo busca representar as características hidráulicas do problema de portfólio, atrelando o gerenciamento dos reservatórios com a estratégia de atuação do agente gerador durante o horizonte de planejamento. Para tal, considera-se uma companhia geradora que deseja determinar sua participação no mercado de futuros durante o período de 1 ano, levando em consideração a reserva de parte da sua capacidade produtiva para a atuação diária no mercado *pool*.

As decisões que devem ser tomadas pelo gerador podem ser descritas como um processo estocástico bi-estágio, conforme ilustrado na Figura 7.1.

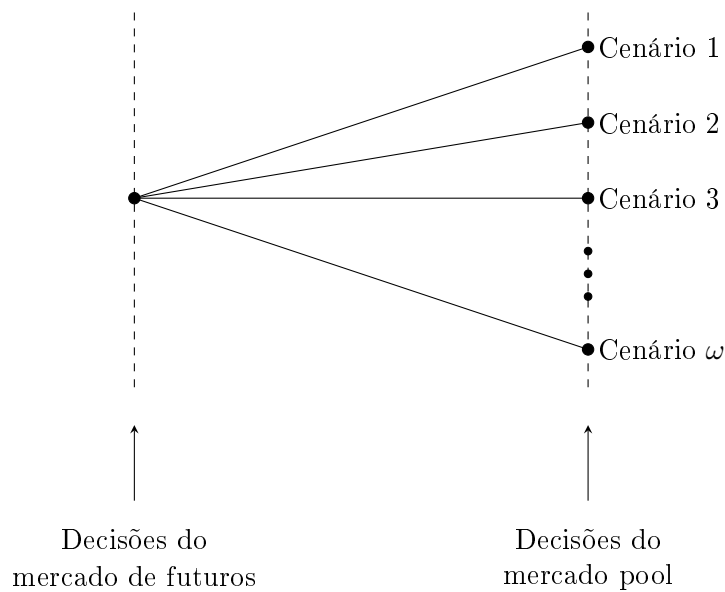


Figura 7.1: Decisões do problema de médio-prazo analisado.

As decisões de primeiro estágio (*here-and-now*) são aquelas relacionadas ao mercado de futuros, enquanto sua atuação no *pool* é considerada como *wait-and-see*, correspondendo ao segundo estágio. As fontes de incertezas representadas no modelo são o preço *spot* e as vazões afluentes. Para a modelagem desse problema foi proposto um modelo estocástico utilizando a seguinte nomenclatura:

Conjuntos

- I Usinas disponíveis;
- J_i Usinas à montante da usina i ;
- K Períodos considerados no planejamento;
- Ω Cenários de preço do mercado *pool*;
- H Cenários de vazão afluente;
- F Contratos futuros disponíveis;
- B^F Blocos de compra disponíveis em cada contrato futuro;

S^F Blocos de venda disponíveis em cada contrato futuro.

Índices

f Contratos de futuros $\{1, \dots, N_F\}$;
 b Blocos de compra dos contratos futuros $\{1, \dots, N_F^B\}$;
 s Blocos de venda dos contratos futuros $\{1, \dots, N_F^S\}$;
 i Usinas hidrelétricas $\{1, \dots, N_I\}$;
 k Períodos no horizonte de planejamento $\{1, \dots, N_K\}$;
 ω Cenários de preço *spot* $\{1, \dots, N_\Omega\}$;
 h Cenários de vazão afluyente $\{1, \dots, N_H\}$;
 κ Combinações possíveis entre cenários $\{1, \dots, N_\kappa = N_\Omega \times N_H\}$.

Parâmetros

C_i Custo de geração da usina i (\$/MWh);
 K_f Último período atendido pelo contrato f ;
 K_f^0 Primeiro período atendido pelo contrato f ;
 M_k Duração do período k (h);
 N_F Quantidade de contratos futuros disponíveis;
 N_F^B Quantidade de blocos de compra disponíveis nos contratos futuros;
 N_F^S Quantidade de blocos de venda disponíveis nos contratos futuros;
 N_I Quantidade de usinas hidrelétricas consideradas;
 N_K Quantidade de períodos que compõem o horizonte de planejamento;
 N_Ω Quantidade de cenários utilizados na modelagem dos preços do *pool*;
 N_H Quantidade de cenários utilizados na modelagem da vazão afluyente;
 N_κ Quantidade total de cenários, dada pelo produto de N_Ω por N_H ;
 \bar{P}_{fb}^B Limite do bloco de compra b do contrato f (MW);
 \bar{P}_{fs}^S Limite do bloco de venda s do contrato f (MW);
 P_i^{max} Potência instalada da usina i (MW);
 P_i^{min} Geração mínima da usina i (MW);
 P_t^{old} Potência de contratos anteriores ao horizonte de planejamento (MW);
 V_i^0 Volume inicial da usina i (hm³);
 V_i^{max} Volume máximo da usina i (hm³);
 V_i^{min} Volume mínimo da usina i (hm³);
 V_i^{ut} Diferença entre os volumes máximo e mínimo (hm³);
 Z_i Altura de queda média da usina i (m);
 α Fator de confiança do CVaR;
 β Fator de ponderação da aversão ao risco;
 λ_{fb}^B Preço de compra do bloco b do contrato f (\$/MWh);

λ_{fs}^S	Preço de venda do bloco s do contrato f (\$/MWh);
$\pi_{\omega h}$	Probabilidade de ocorrência dos cenários ω e h ;
η_i	Produtibilidade média da usina i (MW/m ³ /s/h).

Parâmetros estocásticos

$\lambda_{k\omega}^P$	Preço do mercado <i>pool</i> no período k para o cenário ω (\$/MWh);
Ψ_{ikh}	Vazão afluente da usina i no período k para o cenário h (hm ³ /s).

Variáveis contínuas

$e_{k\omega h}^P$	Energia negociada no <i>pool</i> no período k para os cenários ω e h (MWh);
$p_{ik\omega h}$	Potência gerada pela usina i no período k para os cenários ω e h (MWh);
p_{fb}^B	Potência vendida no bloco b do contrato futuro f (MW);
p_{fs}^S	Potência comprada no bloco s do contrato futuro f (MW);
$q_{ik\omega h}$	Turbinagem da usina i no período k para os cenários ω e h (m ³ /s);
$s_{ik\omega h}$	Vertimento da usina i no período k para os cenários ω e h (m ³ /s);
$v_{ik\omega h}$	Volume da usina i no período k para os cenários ω e h (hm ³);
ζ	Valor de Risco VaR, utilizado para o cálculo do CVaR;
$\xi_{\omega h}$	Variável auxiliar vinculada aos cenários ω e h usada no cálculo do CVaR.

Variáveis binárias

u_f^B	Variável que é 1 se o contrato f é assinado para a compra de energia, ou 0 caso contrário;
u_f^S	Variável que é 1 se o contrato f é assinado para a venda de energia, ou 0 caso contrário.

7.3 Modelo proposto

O problema de portfólio de um gerador hidrelétrico é formulado a seguir como um modelo de otimização estocástico bi-estágio, considerando como fontes de incerteza o preço médio diário do mercado *pool* e a vazão afluente de cada usina hidrelétrica. A função objetivo (7.1) e as restrições de (7.2) a (7.14) são adaptadas de Conejo et al. (2008) para incluir a vazão como uma fonte de incerteza adicional, enquanto as demais restrições foram acrescentadas ao modelo para representar os aspectos hidráulicos do problema.

7.3.1 Função objetivo

A função objetivo apresentada em (7.1) é formada por dois componentes, que representam o lucro e o risco do agente gerador nos mercados *pool* e de futuros.

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar}_{u_f^B, u_f^S, e_{ik\omega h}^{tot}, e_{k\omega h}^P, p_{fj}^S, p_{fb}^B, q_{ik\omega h}, s_{ik\omega h}, v_{ik\omega h}} \\ & \left(\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} \lambda_{k\omega h}^P e_{k\omega h}^P \right) + \left(\sum_{h \in H} \sum_{s \in S^F} \lambda_{fs}^S p_{fs}^S \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) - \left(\sum_{h \in H} \sum_{b \in B^F} \lambda_{fb}^B p_{fb}^B \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) \\ & - \left(\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} p_{ik\omega h} C_i M_k \right) + \beta \left(\zeta - \frac{1}{1-\alpha} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} \xi_{\omega h} \right) \quad (7.1) \end{aligned}$$

O primeiro termo representa a receita obtida com a venda de energia no *pool*, enquanto os segundo e terceiro termos referem-se à venda e compra de energia através dos contratos de futuros, respectivamente. Uma vez que p_{fs}^S e p_{fb}^B possuem unidades de potência, é necessário considerar a duração em horas dos contratos através do termo M_k . Finalmente, o quarto termo representa o custo de geração de energia. A probabilidade de ocorrência de cada cenário é representada por $\pi_{\omega h}$, dessa forma, o lucro esperado é dado pela diferença entre a receita nos dois mercados e o montante pago pela compra de energia nos contratos futuros e o custo de geração das usinas.

O último termo da função representa a mensuração do risco, feita conforme a modelagem do CVaR apresentada na Seção 5.4.2. Seu impacto na função objetivo é controlado pelo parâmetro β , permitindo ao agente gerador levantar uma curva de portfólios eficientes para analisar o impacto da aversão ao risco na lucratividade esperada.

7.3.2 Restrições de geração

As restrições (7.2) representam o balanço de potência gerada pela companhia em cada intervalo do planejamento.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} p_{ik\omega h} M_k &= e_{k\omega h}^P + \sum_{f \in F_t} \sum_{s \in S^F} p_{fs}^S M_k + P_t^{old} M_k - \sum_{f \in F_t} \sum_{b \in B^F} p_{fb}^B M_k, \quad (7.2) \\ & \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H. \end{aligned}$$

A energia total efetivamente gerada pela companhia em cada período k , para cada combinação dos cenários ω e h , é dada pela soma dos montantes vendidos no mercado *pool*, dada por $e_{k\omega h}^P$, e no mercado de futuros, dado por p_{fs}^S , com a energia gerada em função dos contratos antigos já negociados anteriormente, dada por P_t^{old} , descontada a energia comprada no mercado de futuros, dada por p_{fb}^B . Os termos M_k são utilizados para converter os valores de potência em energia, de acordo com a duração de cada período.

As restrições (7.3) e (7.4) representam, respectivamente, os limites máximo e mínimo

de geração de cada usina i .

$$p_{ik\omega h} \leq P_i^{max}, \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H; \quad (7.3)$$

$$p_{ik\omega h} \geq P_i^{min}, \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H. \quad (7.4)$$

7.3.3 Restrições do mercado de futuros

Os contratos futuros possuem preço e prazo conhecidos, oferecendo uma possibilidade de negociação com baixo risco para o agente gerador. Dessa forma, são amplamente utilizados na elaboração das estratégias de *hedging*.

Para representar a correlação entre os preços e a oferta de energia, foi utilizada uma curva de blocos de potência com preços crescentes para a compra de energia e decrescentes para a venda, conforme a Figura 7.2. Esta curva, denominada de curva cota-preço ou curva de demanda residual, descreve a relação entre o preço de equilíbrio de mercado e a potência ofertada por uma companhia geradora do tipo *price-maker* no leilão. As companhias do tipo *price-maker* têm o poder de alterar o preço de equilíbrio de mercado em função das valores ofertados no leilão. Essa relação entre preço de equilíbrio de mercado e a cota ofertada pela companhia *price-maker* no leilão é expressa pela curva de demanda residual. O termo \bar{P}_{f1}^B , por exemplo, representa o limite de compra de energia no primeiro bloco, enquanto \bar{P}_{f1}^S é o seu equivalente para a venda. Nota-se que a partir do segundo bloco, a atuação do agente gerador começa a influenciar o preço da energia. A construção de curvas de demanda residual é discutida em González et al. (2017).

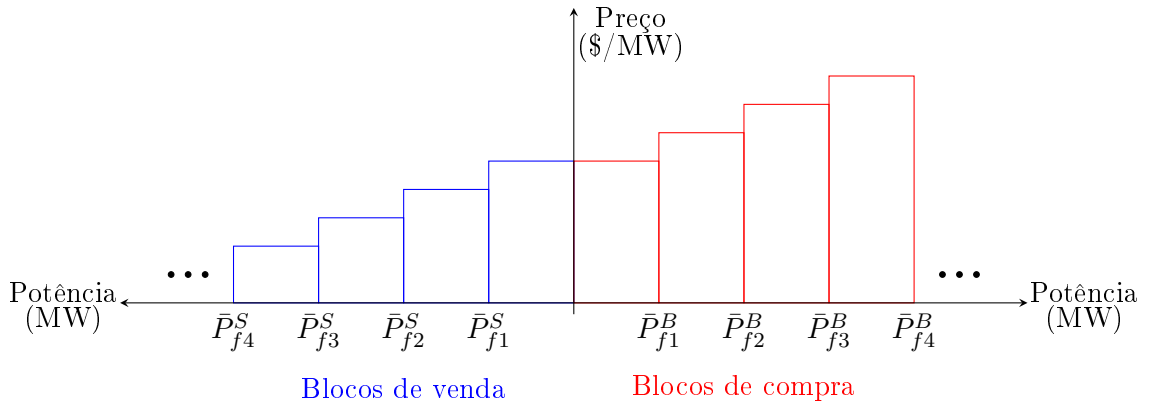


Figura 7.2: Curva de preços do mercado de futuros utilizada.

As restrições (7.5) e (7.6) estabelecem os limites máximos das potências apresentados na Figura 7.2.

$$p_{fs}^S \leq \bar{P}_{fs}^S, \quad \forall f \in F, \forall s \in S^F; \quad (7.5)$$

$$p_{fb}^B \leq \bar{P}_{fb}^B, \quad \forall f \in F, \forall b \in B^F. \quad (7.6)$$

As restrições de (7.7) a (7.9) impedem que um contrato f seja utilizado para compra

e venda de energia simultaneamente, através da sinalização das variáveis binárias u_f^S e u_f^B . Assim, as restrições (7.9) não permitem que as duas possuam valor 1, enquanto as restrições (7.7) e (7.8) anulam a potência disponível do contrato para a opção de negociação não escolhida.

$$\sum_{s \in S^F} p_{fs}^S \leq u_f^S \sum_{s \in S^F} \bar{P}_{fs}^S, \quad \forall f \in F; \quad (7.7)$$

$$\sum_{b \in B^F} p_{fb}^B \leq u_f^B \sum_{b \in B^F} \bar{P}_{fb}^B, \quad \forall f \in F; \quad (7.8)$$

$$u_f^B + u_f^S \leq 1, \quad \forall f \in F. \quad (7.9)$$

7.3.4 Restrições hidráulicas

As restrições (7.10) representam uma aproximação da função de produção das unidades hidráulicas apresentada na Seção 2.2, na qual foi utilizada uma altura de queda média Z_i para tornar a restrição linear. Este tipo de linearização é usual em modelos de planejamento de médio prazo (Pereira e Pinto, 1982; Cicogna, 1999). O termo $q_{ik\omega h}$ representa a turbinagem, enquanto η_i é a produtibilidade média da usina.

$$p_{ik\omega h} = \eta_i q_{ik\omega h} Z_i, \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H. \quad (7.10)$$

As restrições (7.11) representam o balanço hidráulico dos reservatórios, nas quais o volume $v_{ik\omega h}$ é dado pelo volume existente no período $(k - 1)$ somado com as vazões afluentes incrementais Ψ_{ikh} e as vazões defluentes das usinas à montante, descontando-se as vazões turbinadas $q_{ik\omega h}$ e o vertimento $s_{ik\omega h}$. O termo 0,0036 faz a conversão de m^3/s para hm^3 enquanto M_k é a duração do período considerado.

$$v_{ik\omega h} = v_{i(k-1)\omega h} + 0,0036 M_k \left(\Psi_{ikh} + \sum_{j \in J_i} u_{jk\omega h} - q_{ik\omega h} - s_{ik\omega h} \right), \quad (7.11)$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H.$$

As restrições (7.12) estabelecem os níveis mínimos e máximos dos reservatórios, enquanto as restrições (7.13) estabelecem a meta de volume final, garantindo que os níveis dos reservatórios ao fim do período de planejamento devem ser iguais ou maiores que seu valor inicial V_i^0 . Essa meta pode ser facilmente alterada, de acordo com os interesses do agente gerador.

$$V_i^{\min} \leq v_{ik\omega h} \leq V_i^{\max}, \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega; \quad (7.12)$$

$$v_{ik\omega h} \geq V_i^0, \quad \forall i \in I, \forall \omega \in \Omega, \forall h, k = N_k. \quad (7.13)$$

7.3.5 Demais restrições

As restrições (7.14) representam o cálculo do CVaR, sendo a expressão entre colchetes corresponde ao lucro obtido pelo gerador e ζ representa o VaR, conforme a modelagem apresentada na Seção 5.4.2.

$$\zeta - \left[\left(\sum_{k \in K} \lambda_{k\omega}^P e_{k\omega h}^P \right) + \left(\sum_{h \in H} \sum_{s \in S^F} \lambda_{fs}^S p_{fs}^S \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) - \left(\sum_{h \in H} \sum_{b \in B^F} \lambda_{fb}^B p_{fb}^B \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) - \left(\sum_{k \in F} \sum_{i \in I} p_{ik\omega h} C_i M_k \right) \right] \leq \xi_{\omega h}, \quad \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H. \quad (7.14)$$

Em $\xi_{\omega h}$ foram utilizados dois índices, ω e h , para representar a incerteza nos preços do *pool* e nas vazões afluentes, respectivamente.

As restrições (7.15) a (7.18) são de não-negatividade das variáveis, enquanto as restrições (7.19) definem as variáveis como binárias.

$$\xi_{\omega h} \geq 0, \quad \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H; \quad (7.15)$$

$$e_{k\omega h}^P, p_{ik\omega h}, q_{ik\omega h}, s_{ik\omega h} \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H; \quad (7.16)$$

$$p_{fs}^S \geq 0, \quad \forall f \in F, \forall s \in S^F; \quad (7.17)$$

$$p_{fb}^B \geq 0, \quad \forall f \in F, \forall b \in B^F; \quad (7.18)$$

$$u_f^B, u_f^S \in \{0, 1\}, \quad \forall f \in F. \quad (7.19)$$

O modelo completo pode ser consultado no Apêndice A. A seguir são apresentados os testes realizados com o modelo proposto, cuja implementação encontra-se no Apêndice B.

7.4 Teste 1: Cascata com duas usinas hidrelétricas

O primeiro teste realizado com o modelo proposto, para verificar seu funcionamento e a coerência dos resultados, utilizou duas usinas hidrelétricas em um horizonte de planejamento de uma semana, dividido em sete períodos de 24 horas. Foram utilizados como cenários de vazão afluente os dados reais para as usinas de Itutinga e Funil Grande durante a primeira semana dos meses de fevereiro, maio, agosto e novembro de 2013 (ANA, Acessado em 28-05-2019). Os cenários de preço estão disponíveis na Tabela 7.7.

Para representar o mercado de futuros, considerou-se a disponibilidade de dois contratos compostos por dois blocos cada, conforme a Tabela 7.8. Como a possibilidade de compra de energia no mercado de futuros não foi considerada neste teste, as restrições (7.8) e (7.9) e a variável binária u_f^S foram desconsideradas, tornando o modelo matemático resultante linear. Os parâmetros referentes às usinas do sistema de teste constam na Tabela 7.9, sendo obtidos em HydroByte (Acessado em 29-05-2019). Por facilidade de

Tabela 7.7: Cenários de preço diário médio para o mercado *pool* utilizados.

Período	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
1	46,17	40,66	25,75	26,68
2	51,69	41,37	38,03	31,14
3	52,45	41,67	38,42	32,89
4	57,75	41,45	36,68	30,42
5	52,45	41,85	34,06	26,92
6	51,69	41,35	32,61	25,79
7	50,58	39,38	21,42	25,46

análise dos resultados, o volume mínimo das usinas foi considerado igual a zero.

Tabela 7.8: Contratos de futuros disponíveis.

Contrato	Potência (MW)		Preço (\$/MW)	
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 1	Bloco 2
1	10	10	35	30
2	10	10	37	33

Tabela 7.9: Parâmetros de teste das usinas (HydroByte, Acessado em 29-05-2019).

Parâmetro	Usina 1	Usina 2
Potência instalada (MW)	52	180
Produtibilidade (MW/m ³ /s/m)	0,008819	0,008829
Altura de queda média (m)	25	34,9
Contratos anteriores (MW)	0	0
Volume inicial (hm ³)	3,5	3,4
Volume máximo (hm ³)	25,0	34,9
Defluência máxima (m ³ /s)	1.170,0	1.250,0
Defluência mínima (m ³ /s)	17,0	68,0

7.4.1 Caso de risco neutro

Para servir de referência, o problema de portfólio foi resolvido primeiramente para o caso de risco neutro, ou seja, desconsiderando o termo relativo ao CVaR da função objetivo e as restrições (7.14).

O modelo matemático resultante apresentou 2.548 restrições, com 1.236 variáveis contínuas, com tempo de resolução na otimalidade inferior a 1 segundo em um computador com processador Intel Core i5 de 2,80 GHz e 4 Gb de memória RAM, utilizando o *solver CPLEX Optimization Studio* versão 12.6 (IBM, Acessado em 30-10-2017).

A solução de risco neutro obtida não apresentou venda de energia no mercado de futuros, deixando toda a capacidade disponível para ser negociada no *pool*. Esse comportamento está de acordo com o esperado, uma vez que o preço médio do mercado *pool*

observado nos cenários utilizados é de \$ 38.45, enquanto o melhor preço disponível no mercado de futuros é de \$ 37.00.

As Figuras 7.3, 7.4 e 7.5 apresentam, respectivamente, a reserva de energia para atuação no mercado *pool*, a variação do volume ao longo do horizonte de planejamento e a turbinagem da usina 1 na solução de risco neutro obtida.

A Figura 7.3 apresenta o montante de energia reservado para a atuação no mercado *pool*. A reserva de energia é maior na parte central do gráfico, quando o preço *spot* é mais alto, de forma a aumentar a captação de recursos nesse mercado.

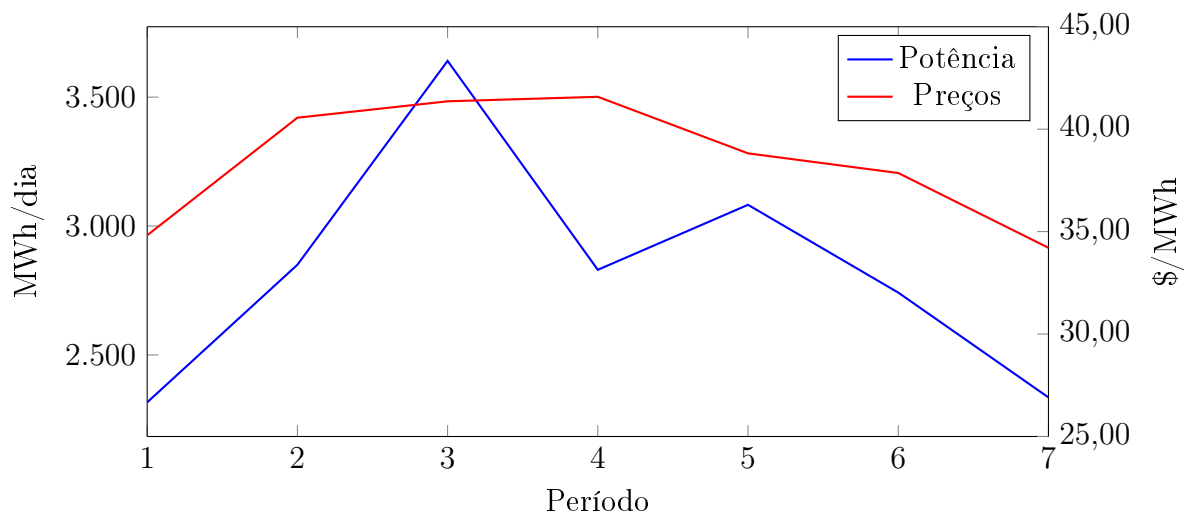


Figura 7.3: Energia reservada para o mercado *pool*.

O gerenciamento dos reservatórios é apresentado na Figura 7.4, que mostra a variação do volume armazenado ao longo do período de planejamento. Verifica-se que existe uma grande armazenagem de água durante o primeiro período, visando aumentar a capacidade produtiva entre os períodos 2 e 4. Esse comportamento é consistente com o preço *spot*, que atinge seu pico nesse intervalo. Finalmente, pode-se observar que o último período é utilizado para armazenar água no reservatório, de modo a atingir a meta de volume final.

No Gráfico 7.5 verifica-se que a turbinagem apresenta os maiores valores em períodos onde a afluência é baixa, sendo o contrário também verdadeiro. Esse comportamento está de acordo com o esperado, uma vez que a curva de turbinagem deve seguir o comportamento da curva de preços, que são maiores em períodos secos. Esse comportamento reforça o importante papel desempenhado pelos reservatórios na elaboração da estratégia de atuação das companhias geradoras, permitindo deslocar a água da época chuvosa para os períodos de seca.

7.4.2 Análise de aversão ao risco

O gerador enfrenta duas fontes de incertezas na definição da sua estratégia de portfólio, que consistem no preço do mercado *pool* e na vazão afluente em suas usinas. Para se resguardar da possibilidade de cenários com baixos lucros, pode-se utilizar uma metodologia

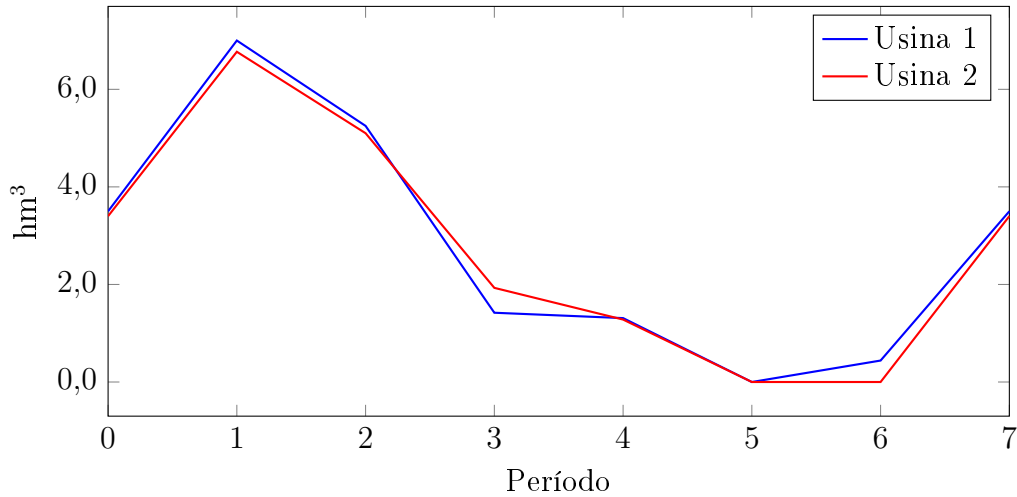


Figura 7.4: Variação do volume armazenado.

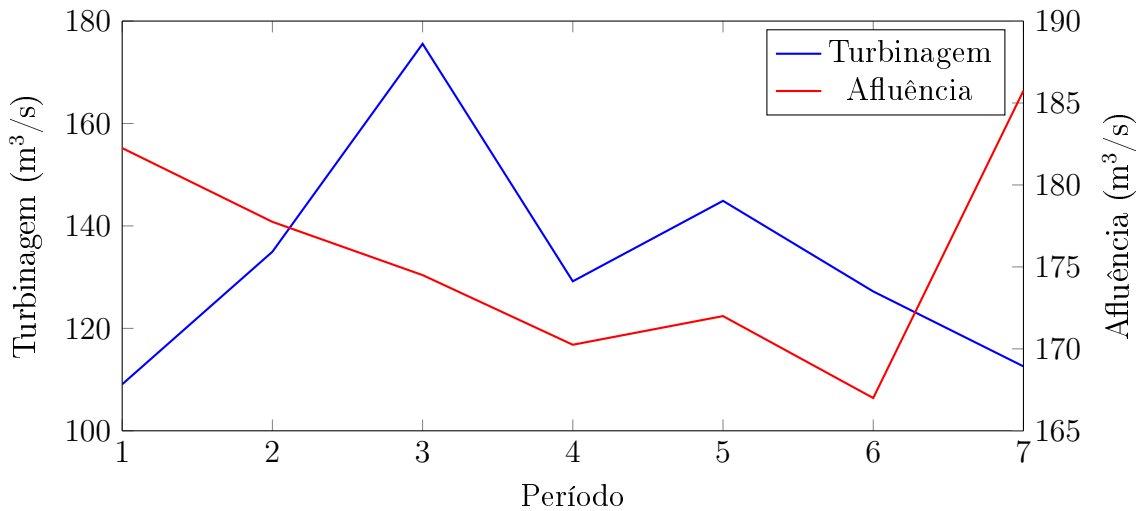


Figura 7.5: Turbinagem e Vazão Afluente da Usina 1.

de mensuração de risco, como o Valor de Risco Condicional (CVaR).

Para avaliar o impacto da utilização do CVaR na elaboração da estratégia de portfólio, o modelo proposto foi resolvido para valores de $\beta = 0,1$ até $\beta = 10$, em incrementos de 0,1 unidade. O modelo matemático resultante apresentou 2.564 restrições, com 1.253 variáveis contínuas, com tempo de resolução na otimalidade inferior a 1 segundo em um computador com processador Intel Core i5 de 2,80 GHz e 4 Gb de memória RAM, utilizando o solver *CPLEX Optimization Studio* versão 12.6 (IBM, Acessado em 30-10-2017).

Os pontos da fronteira eficiente obtidos são apresentados na Figura 7.6, enquanto a oferta de energia em cada mercado para as soluções correspondentes aos pontos obtidos são apresentadas na Figura 7.7.

Analisando a fronteira eficiente obtida na Figura 7.6, verifica-se que o lucro esperado diminui a medida que o valor do CVaR aumenta, que neste caso representa o lucro para os 4 piores cenários. Isso ocorre graças a uma atuação mais conservadora, que busca mitigar

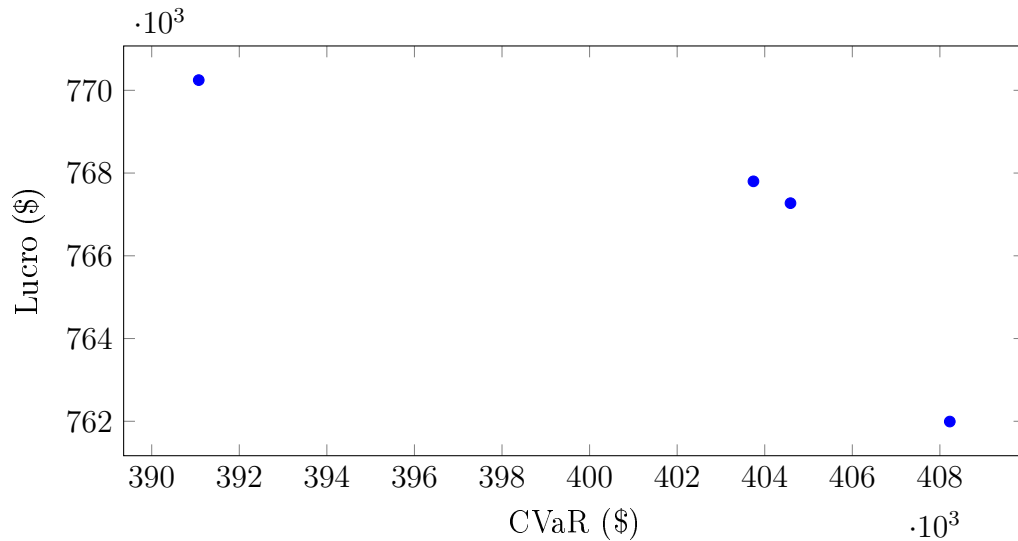


Figura 7.6: Pontos obtidos da fronteira eficiente.

os riscos associados ao mercado *pool* através da venda de energia nos contratos futuros, que são menos lucrativos, conforme pode-se verificar na Figura 7.7.

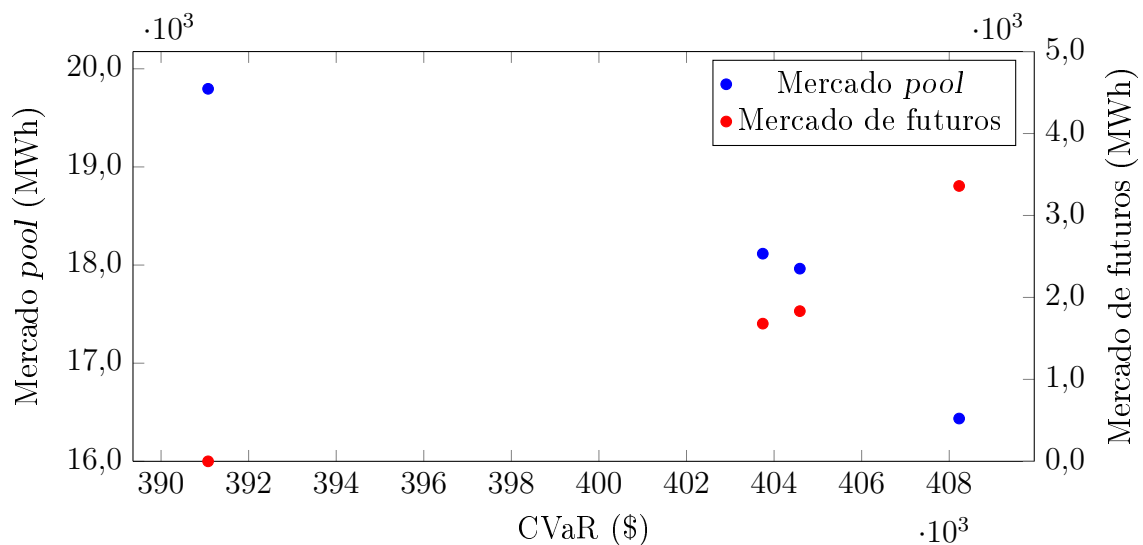


Figura 7.7: Energia destinada aos mercados de acordo com o β escolhido.

7.5 Teste 2: Cascata com quinze usinas hidrelétricas

O segundo teste realizado com o modelo proposto utilizou os dados das 15 usinas hidrelétricas que compõem a Bacia do Rio Grande, conforme a Tabela 7.10, durante um horizonte de 365 períodos de 1 dia (HydroByte, Acessado em 29-05-2019). Para facilitar a análise dos resultados, os volumes mínimos das usinas foram considerados iguais a zero, enquanto os volumes iniciais, V_i^0 , $\forall i \in I$, foram estabelecidos como 50% da capacidade máxima de cada reservatório.

Para a simulação, foram utilizados 6 cenários de preço e 15 cenários de vazão, gerando 90 combinações possíveis. Os cenários de vazão utilizados correspondem aos dados

Tabela 7.10: Dados hidráulicos das usinas (HydroByte, Acessado em 29-05-2019).

Usina	P_i^{max} (MW)	N_I (MW/m ³ /s/m)	Z_i (m)	V_i^{ut} (hm ³)	V_i^0 (hm ³)
01	46,0	0,008525	24,6	672,00	336,00
02	52,0	0,008819	25,0	7,04	3,52
03	180,0	0,008829	34,9	6,81	3,41
04	1.312,0	0,008633	90,0	17.217,00	8.608,50
05	478,0	0,008340	43,2	2.499,98	1.249,99
06	1.104,0	0,008830	61,7	178,15	89,08
07	424,0	0,008927	44,1	90,00	45,00
08	210,0	0,009026	15,7	14,61	7,31
09	380,0	0,009025	26,6	268,00	134,00
10	328,0	0,008730	18,9	233,92	116,96
11	80,4	0,008437	101,0	504,05	252,03
12	108,8	0,008339	88,0	4,68	2,34
13	32,0	0,008240	21,7	17,39	8,70
14	1.488,0	0,008535	59,2	5.260,00	2.630,00
15	1.396,2	0,008829	53,5	5.169,39	2.584,70

históricos do período entre 2003 e 2018 na Bacia do Rio Grande (ANA, Acessado em 28-05-2019), enquanto os cenários de preço foram baseados nos valores do Mercado Ibérico (OMIE, Acessado em 12-01-2018). Foi utilizado um fator de sazonalidade arbitrário nos preços para simular a sua correlação com o ciclo da chuva, o que resultou nas curvas médias apresentadas na Figura 7.8. Os valores dos cenários de preço utilizados podem ser consultados no Apêndice B.

Para a modelagem do mercado de futuros, foi considerada a possibilidade de assinatura de um contrato para cada mês do ano, com duração correspondente a quantidade de dias daquele mês. Os preços foram modelados de acordo com o esquema apresentado na Figura 7.2, utilizando 4 blocos de compra ou venda com os valores da Tabela 7.11.

Tabela 7.11: Contratos de futuros.

Bloco	\bar{P}_{fb}^B (MW)	λ_{fb}^B (\$/MWh)	\bar{P}_{fs}^S (MW)	λ_{fs}^S (\$/MWh)
01	500	42,00	500	42,00
02	500	44,00	500	40,00
03	500	46,00	500	38,00
04	500	48,00	500	36,00

7.5.1 Caso de risco neutro

O primeiro teste realizado foi o de risco neutro, quando desconsidera-se a influência do risco. Para tal, o termo correspondente ao risco na função objetivo e as restrições (7.14) são retiradas do modelo. O modelo matemático resultante apresentou 5.451.882 restri-

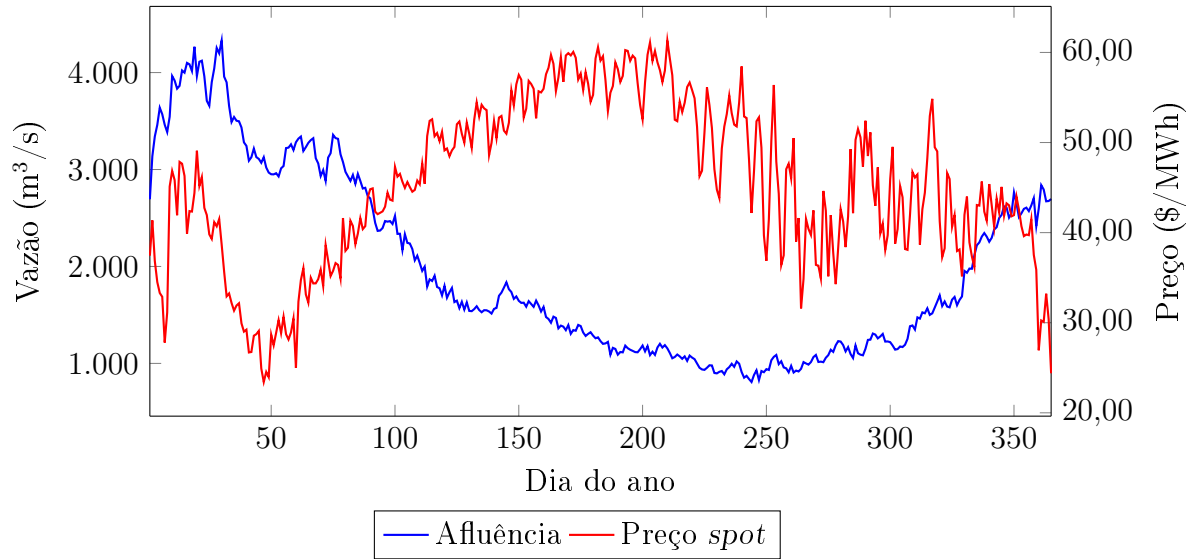


Figura 7.8: Variação do preço *spot* com a afluência média.

ções, com 24 variáveis binárias e 2.496.696 variáveis contínuas, resultando em um tempo de resolução na otimalidade de 13 minutos quando simulado em um notebook com processador Intel Core i7 de 1,80 GHz com 16 Gb de memória RAM, utilizando o solver *CPLEX Optimization Studio* versão 12.8 (IBM, Acessado em 30-10-2017).

A Figura 7.9 apresenta a curva de atuação no mercado *pool* em relação ao preço *spot* para a solução obtida. Percebe-se que a oferta de energia varia de acordo com o preço, aumentando assim a captação de recursos.

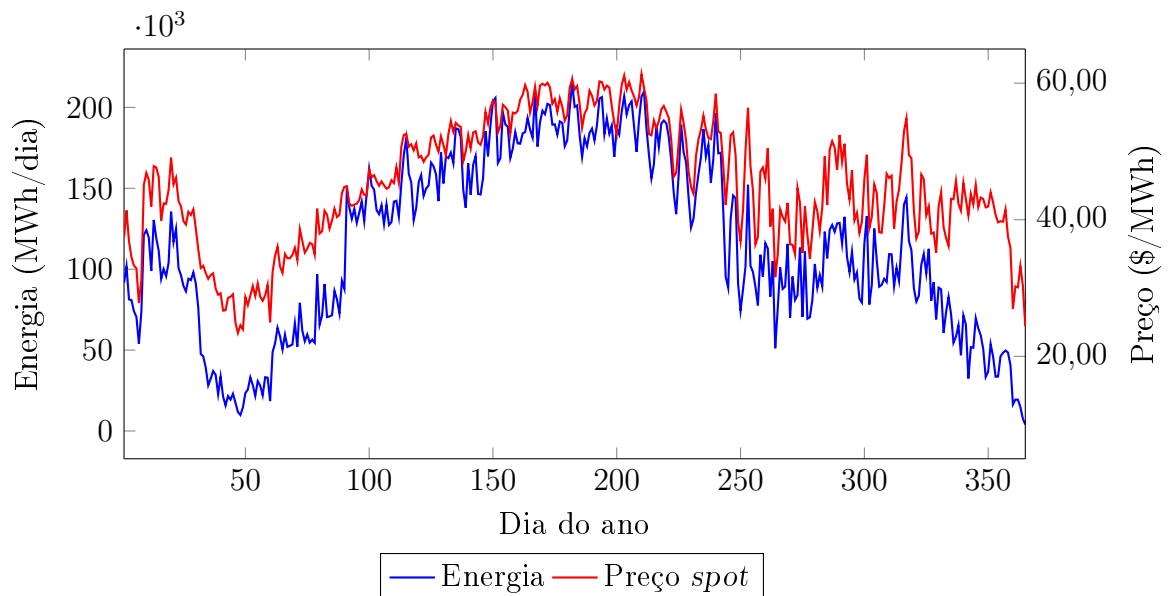


Figura 7.9: Oferta de energia no mercado *pool*.

Foi considerada a possibilidade de o agente gerador comprar ou vender energia nos contratos de futuros. Dessa maneira, esse mercado assume um papel duplo no problema de portfólio, podendo ser utilizado como ferramenta de *hedging* contra a volatilidade do

preço *spot*, mas também para a compra de energia que será revendida no mercado *pool* em períodos de alta nos preços.

O resultado obtido pode ser visto na Figura 7.10, em que a linha contínua representa o preço *spot* médio para cada mês e as barras representam o montante negociado pelo agente gerador, sendo que os valores positivos/negativos representam a compra/venda de energia.

A atuação no mercado é determinada pelo preço *spot* previsto para aquele período. Entre janeiro e março e no mês de dezembro, quando a previsão é de preço baixo, a atividade mais vantajosa é a venda de energia nos contratos futuros, que possuem preço médio de \$ 42.00. Por outro lado, o período entre abril e agosto representam o período seco, quando ocorre uma elevação do preço da energia. Nesse caso, o mais lucrativo seria comprar energia no mercado de futuros para revender no *pool*, obtendo lucro proporcional à diferença entre os preços. Uma vez que o risco associado não está sendo levado em consideração nesse momento, é possível observar que sempre que a curva do preço *spot* ultrapassa a marca de \$ 42.00, a opção escolhida pelo modelo será a de especular, transferindo energia entre os dois mercados.

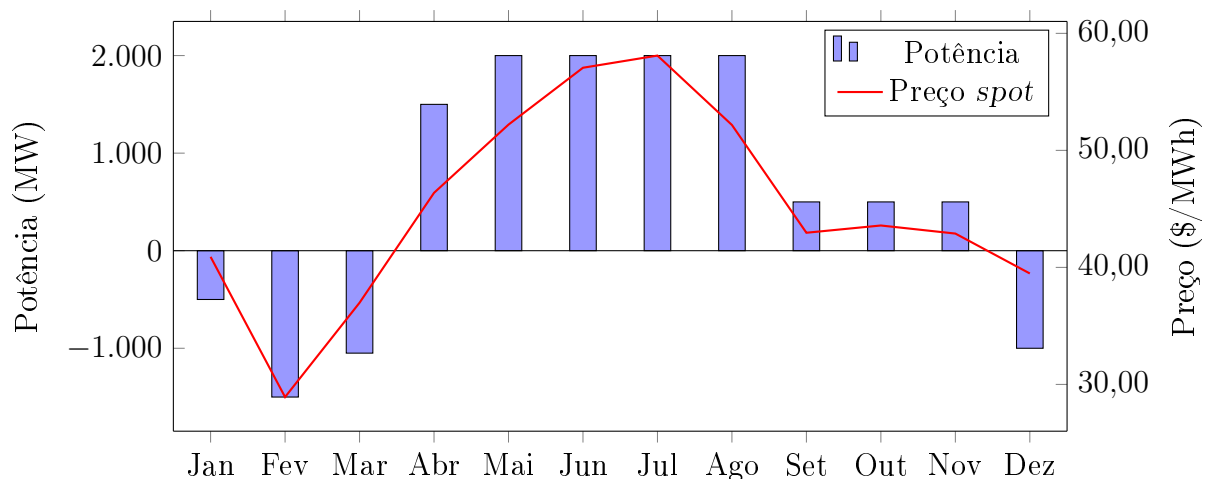


Figura 7.10: Atuação no mercado de futuros.

O gráfico da Figura 7.11 apresenta o gerenciamento do reservatório da usina 15 ao longo do ano, através das curvas de afluência total, vertimento, volume armazenado e preço *spot*. Observe que o eixo esquerdo do gráfico representa a unidade de hm^3 para a curva de volume e m^3/s para as curvas de turbinagem e vertimento, aproveitando-se do fato de que as ordens de grandeza são similares para as curvas.

O primeiro fato relevante apresentado na Figura 7.11 é a correlação entre as curvas do preço do *pool* e a afluência, demonstrando que a operação da cascata está sendo feita de forma a maximizar a captação de receitas nesse mercado, conforme já observado no gráfico de oferta no mercado *pool*, apresentado na Figura 7.9.

Entre os dias 1 e 90, um período com preços mais baixos para o mercado *pool* ex-

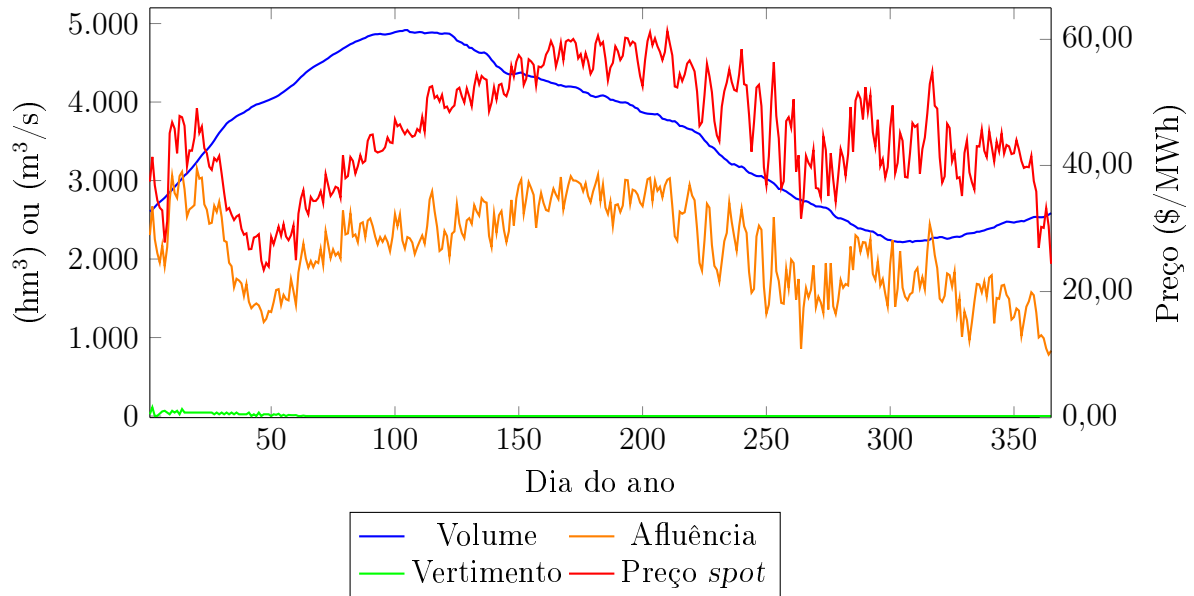


Figura 7.11: Gerenciamento do reservatório da Usina 15.

ceto por um pico no início da curva, a usina opera de forma a estocar a água em seu reservatório até atingir sua capacidade máxima. Entre os dias 90 e 120 o preço começa a subir enquanto a afluência mantém-se estável, assim como o volume armazenado. Entre os dias 120 e 300 ocorre a estação seca, com os preços atingindo a ordem de 60,00 \$/MWh, levando à turbinagem do volume estocado durante os primeiros 90 dias do ano. A partir do dia 300, os preços permanecem em torno de 40 \$/MWh, fazendo com que a afluência seja aproveitada para atingir a meta de volume final do reservatório. Finalmente, verifica-se que não ocorreram valores significativos de vertimento ao longo do período de planejamento, permitindo um melhor aproveitamento da água para a captação de receitas.

Na Figura 7.12 é apresentada a curva da produção de energia combinada das 15 usinas na solução obtida. Verifica-se que a curva de geração segue a de preços *spot*, de forma a maximizar os lucros obtidos.

Os gráficos das Figuras 7.11 e 7.12 evidenciam a importância dos reservatórios na estratégia de atuação dos agentes geradores hidrelétricos, permitindo a transferência de água da época chuvosa para o período seco, que apresenta preços mais altos. Isso pode servir de indicativo que o mecanismo de leilão fornece subsídios suficientes para que a regulação da cascata hidráulica ao longo do ano seja feita pelas companhias geradoras, desde que os preços apresentem correlação com o ciclo hidrológico, bem como que as premissas de racionalidade dos agentes e de competição perfeita sejam atendidas.

7.5.2 Análise de aversão ao risco

A segunda etapa deste teste consistiu em resolver o modelo proposto completo, considerando dessa forma a aversão ao risco. O modelo matemático resultante apresentou 5.451.972 restrições, com 24 variáveis binárias e 2.496.811 variáveis contínuas, resultando

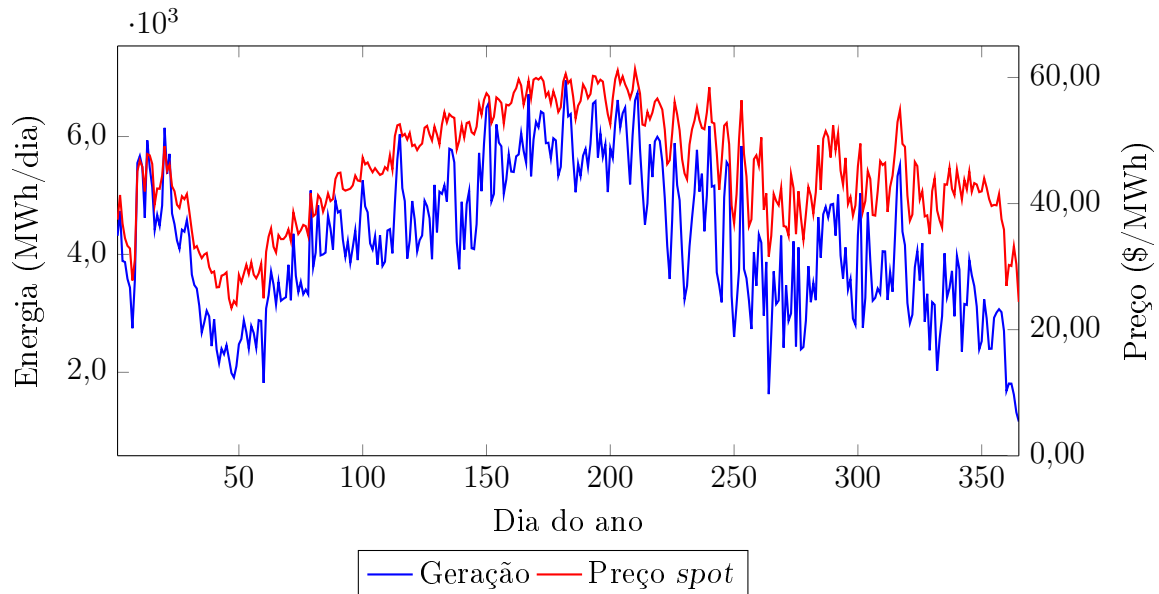


Figura 7.12: Geração total de energia.

em um tempo médio de resolução na otimalidade de 13 minutos quando simulado em um notebook com processador Intel Core i7 de 1,80 GHz com 16 Gb de memória RAM, utilizando o *solver CPLEX Optimization Studio* versão 12.8 (IBM, Acessado em 30-10-2017).

O parâmetro β foi variado entre 0 e 10 em incrementos de 0,1 unidade, tomando os demais dados de entrada como na etapa anterior, para verificar os efeitos da aversão ao risco na solução obtida. Considerar o risco associado teve o efeito de diminuir a especulação com o mercado de futuros, conforme pode ser visto na Figura 7.13, que apresenta como exemplo a atuação no mercado de futuros nas soluções obtidas no caso de risco neutro e com $\beta = 1$.

Nos meses de setembro, outubro e novembro, a decisão de comprar energia tomada com $\beta = 0$ foi substituída por vender energia com $\beta = 1$, indicando a utilização do mercado de futuros como ferramenta de *hedging*. A compra de energia em abril ocorreu em menor quantidade, enquanto a especulação manteve-se inalterada entre maio e agosto, o que se explica por serem os meses com maior preço *spot* associado, resultando em altos lucros. Por fim, as exceções são fevereiro e março, onde a venda de energia foi reduzida.

O efeito da aversão ao risco no mercado *pool* é apresentado na Figura 7.14, na qual a curva vermelha representa a solução obtida para o caso de risco neutro e a azul a solução com $\beta = 1$. Verifica-se a diminuição do montante total ofertado, sobretudo nos períodos entre os dias 90 e 120 e 250 e 330, uma vez que o mercado *pool* possui uma alta volatilidade associada.

Finalmente, na Figura 7.15 são apresentados os pontos obtidos da fronteira eficiente do problema, onde verifica-se a redução do lucro com o aumento do valor do CVaR, aqui representando o lucro esperado para os 9 piores cenários.

Os valores do lucro esperado, CVaR e desvio-padrão para os pontos da fronteira efici-

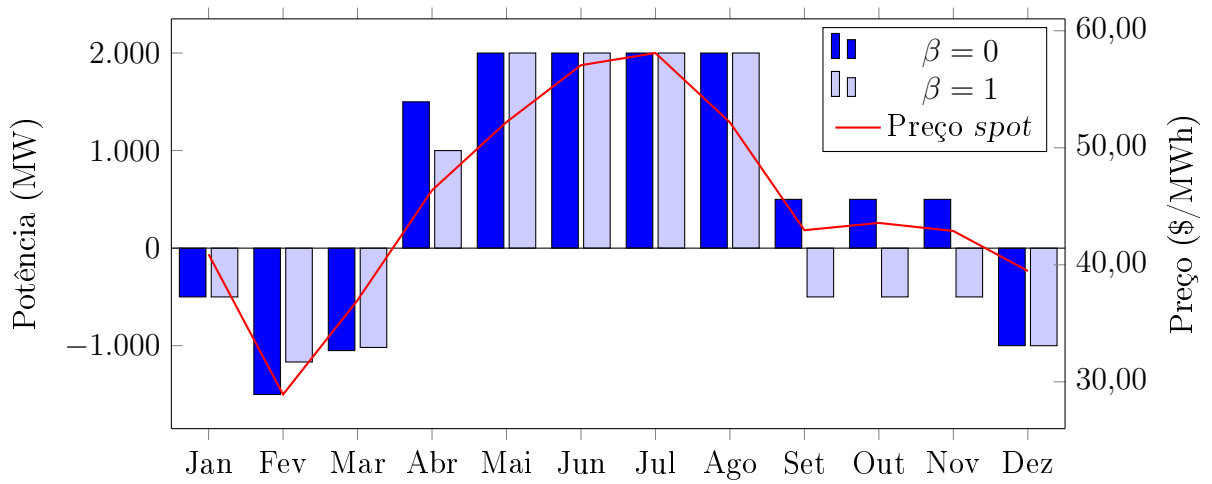


Figura 7.13: Atuação no mercado de futuros para $\beta = 0$ e $\beta = 1$.

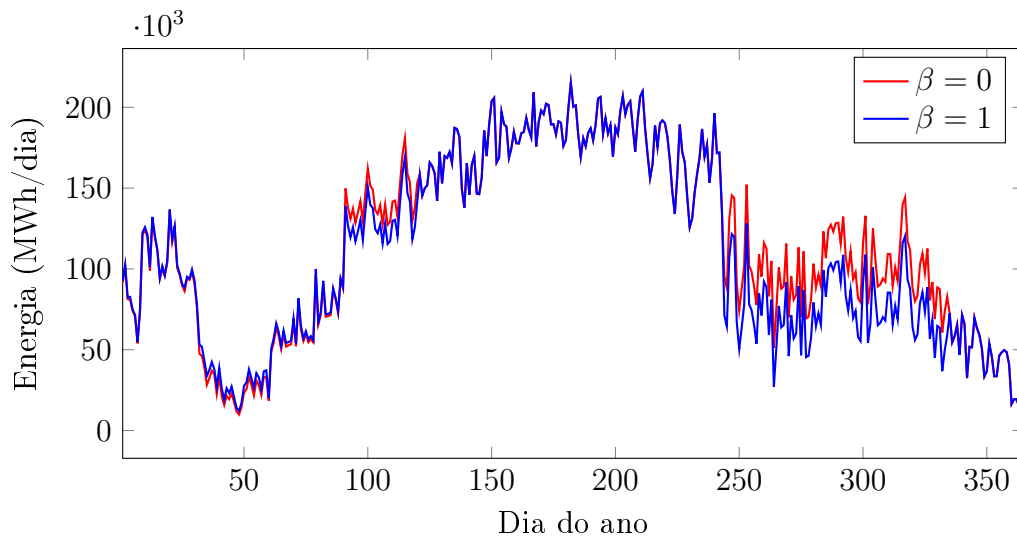


Figura 7.14: Variação dos lances no *pool* com o aumento de β .

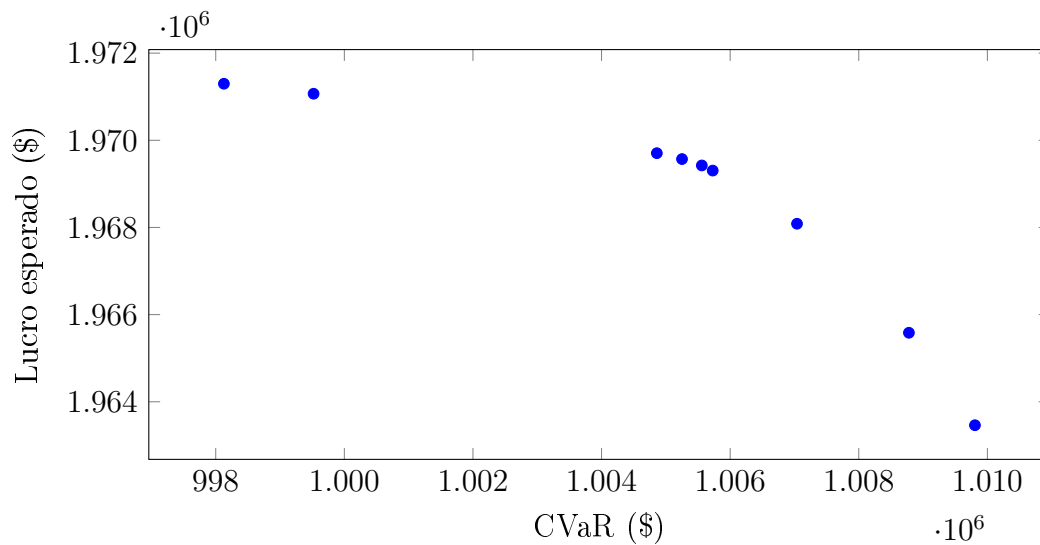


Figura 7.15: Pontos obtidos da fronteira eficiente.

ente são apresentados na Tabela 7.12, bem como o seu tempo de resolução.

Tabela 7.12: Pontos obtidos da fronteira eficiente.

Lucro (\$)	CvaR (\$)	Desvio-padrão (\$)	Tempo (s)
1.971.297.526,37	998.127.165,46	519.703.643,70	755
1.971.068.332,34	999.521.708,80	518.992.711,30	862
1.969.704.327,34	1.004.859.883,75	513.302.075,58	899
1.969.569.049,07	1.005.251.382,26	513.032.072,40	729
1.969.422.649,38	1.005.559.368,37	512.809.583,85	746
1.969.304.760,04	1.005.728.917,56	512.671.873,43	807
1.968.084.927,29	1.007.039.657,29	510.384.514,18	742
1.965.583.340,03	1.008.779.996,51	508.319.881,71	783
1.963.462.087,97	1.009.806.982,21	505.960.224,76	719

Analisando a Tabela 7.12, verifica-se que a diminuição do lucro esperado é acompanhada da queda no desvio-padrão do lucro entre as diferentes combinações dos cenários de vazão e preço *spot* utilizados nos testes, indicando uma menor exposição à volatilidade do mercado *pool*, bem como da elevação do CVaR, representando um lucro maior nos 9 piores cenários.

7.6 Conclusões parciais

O problema tratado neste capítulo envolve a estratégia de atuação de um gerador hidrelétrico no mercado de futuros, levando em consideração a sua atuação no mercado *pool* e o gerenciamento dos níveis de seus reservatórios ao longo do horizonte de planejamento.

O modelo proposto foi testado em um sistema com 2 usinas hidrelétricas, visando demonstrar seu funcionamento e a metodologia de análise dos resultados utilizada. Em seguida, o modelo foi aplicado em um sistema de teste realista, composto por 15 usinas. Analisando os gráficos dos resultados obtidos, verifica-se a influência dos aspectos hidráulicos nas condições de compra e venda de energia nos mercados.

Verifica-se que o gerenciamento dos reservatórios ao longo do ano foi feito de modo a transferir a água do período chuvoso para o seco, visando o aumento da captação de recursos no mercado *pool*, regularizando assim o fluxo da cascata e, conseqüentemente, mitigando os riscos associados à disponibilidade hídrica. Isso indica que não considerar as restrições hidráulicas na modelagem do problema de portfólio pode levar a um gerenciamento ineficiente dos reservatórios, reduzindo a capacidade de captação de recursos da companhia hidrelétrica.

Uma vez elaborada a estratégia de atuação no médio-prazo, o gerador pode utilizar os valores diários de oferta no *pool* e volume armazenado como metas para sua atuação nos mercados do dia-seguinte, refinando assim sua coordenação entre o médio e curto-prazo. Um modelo de portfólio para o dia-seguinte será apresentado no próximo capítulo.

8 PROBLEMA 2: PORTFÓLIO DO DIA-SEGUINTE

Este capítulo trata do problema de portfólio de curto-prazo de um agente gerador hidroelétrico, que deve decidir a sua oferta de potência nos mercados do dia-seguinente, regulação e ajustes, considerando o gerenciamento dos reservatórios e da cascata hidráulica.

Após uma breve introdução na Seção 8.1, o problema analisado ao longo deste capítulo é definido na Seção 8.2. Para a sua resolução, é proposto um modelo de otimização estocástico na Seção 8.3, sendo sua aplicação testada na Seção 8.4 para uma cascata hidráulica composta por oito usinas hidrelétricas.

8.1 Introdução

O problema de portfólio do dia-seguinente consiste em determinar, para cada hora do dia, qual deve ser a oferta de potência nos mercados disponíveis. Neste trabalho, a análise foi limitada a 3 desses mercados, o do dia-seguinente, de regulação e de ajustes. O objetivo é a elaboração de uma estratégia de *hedging*, onde busca-se reduzir o risco associado à volatilidade dos preços sem comprometer demasiadamente a captação de receitas.

O aspecto hidráulico do problema deve ser levado em consideração, por ter uma influência direta na atuação do gerador, introduzindo complexidades adicionais ao portfólio. A primeira, é a necessidade de utilizar uma quantidade de água para a produção de energia que não comprometa o planejamento de médio-prazo, estabelecendo que o volume final no reservatório deve atender metas preestabelecidas.

Outro aspecto é a possibilidade de trabalhar com a transmissão hidráulica ao longo da cascata, quando o agente possui mais de uma usina hidrelétrica. Pode ocorrer que uma usina no começo da cascata possua um baixo rendimento, devido a uma pequena altura de queda por exemplo, enquanto outra usina a jusante possui uma característica de trabalho mais eficiente. O gerador pode utilizar a usina à montante para produzir energia em períodos de preço baixo (o que pareceria contra-producente, a princípio) visando que a água turbinada migre para o reservatório da usina mais eficiente. Isso deve permitir um nível de geração maior durante o período de pico nos preços, tendo como efeito uma melhor relação de MWh de energia produzido por hm^3 de água, levando a uma maior captação de recursos com menor utilização de “matéria-prima”.

Finalmente, é importante lembrar que o rendimento de uma unidade geradora é determinado basicamente pela eficiência de sua turbina hidráulica, que por sua vez é diretamente proporcional à altura de queda da água. Conseqüentemente, quando o agente aumentar o volume armazenado, isso vai elevar a relação MWh/hm^3 das suas unidades,

o que pode ser planejado para ocorrer nos momentos de pico dos preços.

Dessa forma, a modelagem dos aspectos hidráulicos é potencialmente importante para uma aplicabilidade realista do problema de portfólio, ampliando o conjunto de possibilidades do agente gerador. Esta afirmação é verificada ao final dos estudos realizados neste capítulo. Como se trata de um período pequeno de planejamento, as vazões afluentes podem ser previstas com relativa precisão, permitindo considerá-las como determinísticas. Por outro lado, os preços dos mercados são desconhecidos, assim suas incertezas devem ser tratadas por meio de um conjunto de cenários, por exemplo.

8.2 Problema analisado

O modelo proposto neste capítulo visa incluir as restrições hidráulicas no problema de portfólio de curto-prazo, considerando para tal o caso particular de um gerador hidrelétrico que deseja determinar a sua oferta de potência no mercado do dia-seguinte, levando em consideração a reserva de parte de sua capacidade produtiva para a utilização nos mercados de regulação e de ajustes.

A sequência de tomada de decisões do agente gerador pode ser modelada como um processo estocástico com três estágios, conforme o esquema da Figura 8.1.

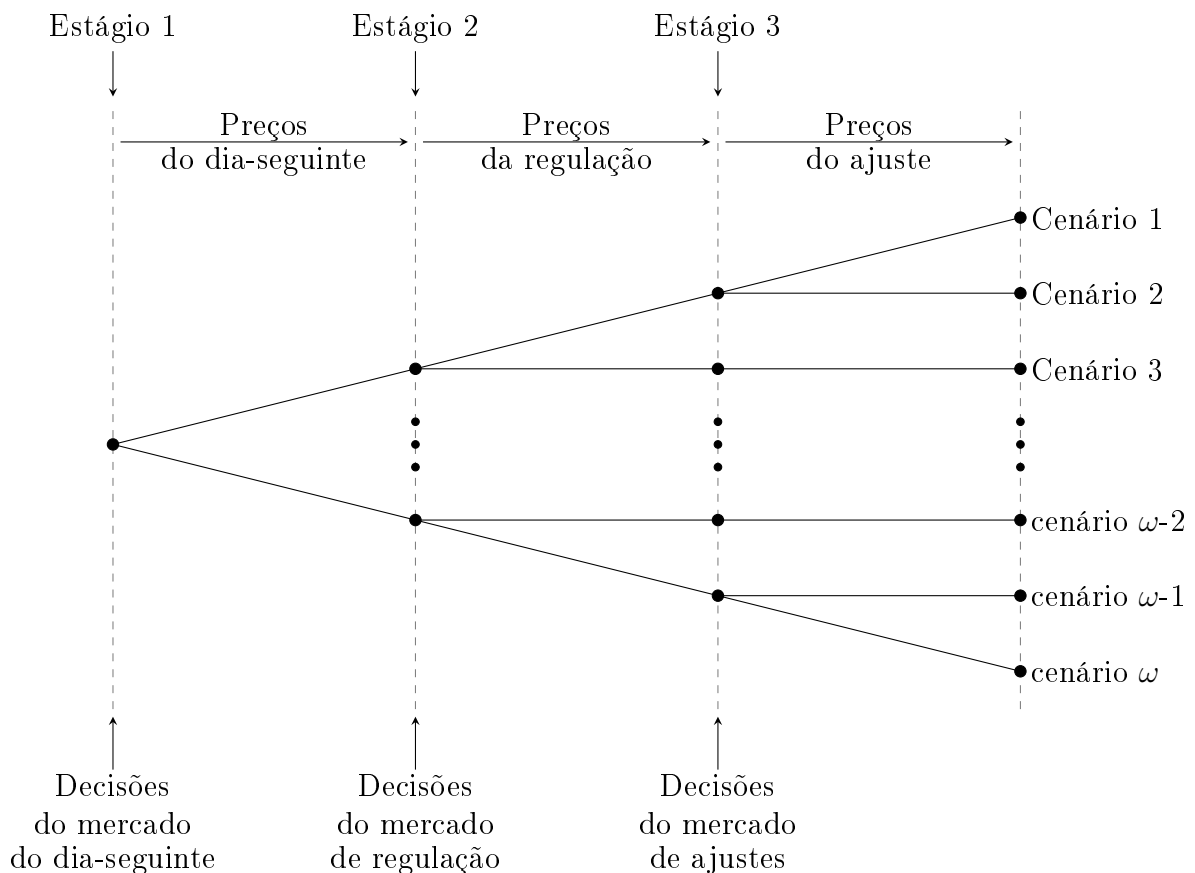


Figura 8.1: Decisões do problema de curto-prazo analisado.

As decisões relacionadas ao mercado do dia-seguinte são consideradas de primeiro

estágio (*here-and-now*), enquanto as decisões *wait-and-see* do segundo e terceiro estágio são referentes aos mercados de regulação e de ajustes, respectivamente. As incertezas relacionadas aos preços dos três mercados são representadas através de um conjunto de cenários de preços Ω , utilizando a métrica do valor de risco condicional (CVaR) como técnica de mensuração do risco associado.

Para a modelagem do problema foi utilizada a seguinte nomenclatura:

Conjuntos

I	Conjunto das usinas pertencentes ao agente gerador;
J_i	Conjunto de reservatórios a montante da usina i ;
K	Conjunto de períodos no horizonte de planejamento;
L	Conjunto de blocos de linearização da curva de performance;
Ω	Conjunto de cenários de preços para os mercados considerados.

Índices

i	Usinas pertencentes ao agente gerador $\{i = 1, \dots, N_I\}$;
j	Usinas a montante do reservatório da usina i $\{j = 1, \dots, N_{J_i}\}$;
k	Períodos do horizonte de planejamento $\{k = 1, \dots, N_K\}$;
l	Blocos de linearização das curvas de performance $\{l = 1, \dots, N_L\}$;
ω	Cenários utilizados na modelagem dos preços $\{\omega = 1, \dots, N_\Omega\}$.

Parâmetros

A^A	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado de ajustes, onde o elemento $A^A(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $(\omega+1)$ são idênticos até o estágio 3;
A^D	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado do dia seguinte, onde o elemento $A^D(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $(\omega+1)$ são idênticos até o estágio 2;
A^R	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado de regulação, onde o elemento $A^R(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $(\omega+1)$ são idênticos até o estágio 2;
C_i^P	Custo de produção da usina i (\$/MWh);
C_i^{SD}	Custo de parada da usina i (\$);
C_i^{SU}	Custo de partida da usina i (\$);
N_I	Quantidade de usinas hidroelétricas pertencentes ao agente gerador;
N_{J_i}	Quantidade de reservatórios a montante da usina i ;
N_K	Quantidade de períodos considerados no horizonte de planejamento;
N_L	Quantidade de blocos de linearização utilizados nas curvas de performance;

N_Ω	Quantidade de cenários utilizados para modelagem dos preços dos mercados do <i>pool</i> ;
O^D	Matriz que ordena os cenários de preço para o mercado do dia seguinte em ordem crescente;
\overline{P}_i	Geração máxima da usina i (MW);
\underline{P}_i	Geração mínima da usina i (MW);
$P0_i^1$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 1 (MW);
$P0_i^2$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 2 (MW);
$P0_i^3$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 3 (MW);
P_{ik}^{old}	Potência negociada pela usina i em contratos de futuros ou bilaterais para ser despachada no período k (MW);
$\overline{P}_{ik\omega}^R$	Máxima oferta de potência no mercado de regulação da usina i no período k e cenário ω (MW);
\overline{Q}_{li}	Turbinagem máxima do bloco l da usina i (m ³ /s);
\overline{Q}_i	Turbinagem máxima da usina i (m ³ /s);
\underline{Q}_i	Turbinagem mínima da usina i (m ³ /s);
RD_i^u	Rampa de redução da defluência da usina i (m ³ /s);
RU_i^u	Rampa de aumento da defluência da usina i (m ³ /s);
RD_i^p	Rampa de redução da potência da usina i (MW);
RU_i^p	Rampa de aumento da potência da usina i (MW);
\overline{U}_i	Defluência máxima da usina i (m ³ /s);
\underline{U}_i	Defluência mínima da usina i (m ³ /s);
V_i^0	Volume inicial do reservatório associado à usina i ;
\underline{V}_i	Volume mínimo do reservatório associado à usina i ;
\overline{V}_i	Volume máximo do reservatório associado à usina i ;
V_i^L	Nível baixo do reservatório associado à usina i , utilizado na discretização das curvas de performance;
V_i^U	Nível alto do reservatório associado à usina i , utilizado na discretização das curvas de performance;
α	Nível de confiança utilizado no CVaR;
β	Parâmetro de ponderação da aversão ao risco utilizado no CVaR;
π_ω	Probabilidade de ocorrência do cenário ω ;
Ψ_{ik}	Vazão afluente natural do reservatório da usina i no período k (hm ³ /h);
ρ_{li}^1	Inclinação do bloco l da curva de performance 1 da usina i (MW/m ³ /s);
ρ_{li}^2	Inclinação do bloco l da curva de performance 2 da usina i (MW/m ³ /s);
ρ_{li}^3	Inclinação do bloco l da curva de performance 3 da usina i (MW/m ³ /s);
τ_{ji}	Tempo de viagem entre os reservatórios das usinas j e i (h).

Parâmetros estocásticos

$\lambda_{k\omega}^{A0}$	Intersecção da curva de demanda residual no mercado do dia seguinte para o período k e cenário ω (\$/MWh);
$\lambda_{k\omega}^D$	Preço do mercado do dia seguinte no período k e cenário ω (\$/MWh);
$\lambda_{k\omega}^R$	Preço do mercado de regulação no período k e cenário ω (\$/MWh);
$\gamma_{k\omega}^A$	Inclinação da curva de demanda residual no mercado do dia seguinte para o período k e cenário ω (\$/MWh).

Variáveis contínuas

$c_{ik\omega}^{SD}$	Custo de parada associado à usina i no período k (\$);
$c_{ik\omega}^{SU}$	Custo de partida associado à usina i no período k (\$);
$p_{ik\omega}$	Geração total da usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{k\omega}^A$	Potência total ofertada pela companhia no mercado de ajustes no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^A$	Potência ofertada no mercado de ajustes pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^D$	Potência ofertada no mercado do dia seguinte pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^R$	Potência ofertada no mercado de regulação pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$s_{ik\omega}$	Vertimento da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$q_{ik\omega}$	Turbinagem da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$q_{lik\omega}$	Turbinagem do bloco l da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$u_{ik\omega}$	Defluência total da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$v_{ik\omega}$	Volume do reservatório da usina i no período k para o cenário ω ;
ζ	Variável auxiliar utilizada no cálculo do CVaR, representando o VaR;
ξ_ω	Variável auxiliar associada ao cenário ω utilizada no cálculo do CVaR.

Variáveis binárias

$d_{ik\omega}^1$	Variável binária utilizada na discretização das curvas de performance, igual a 1 caso o nível do reservatório da usina i no período k e cenário ω seja médio ou alto, ou 0 caso contrário;
$d_{ik\omega}^2$	Variável binária utilizada na discretização das curvas de performance, igual a 1 caso o nível do reservatório da usina i no período k e cenário ω seja alto, ou 0 caso contrário;
$x_{ik\omega}$	Variável binária igual a 1 se a usina i estiver operando no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário;

- $r_{ik\omega}$ Variável binária igual a 1 se a usina i fornecer regulação no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário;
- $\vartheta_{lik\omega}$ Variável binária igual a 1 se a turbinagem da usina i excedeu o limite do bloco l no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário.

8.3 Modelo Proposto

A abordagem proposta consiste em um modelo de portfólio para um agente gerador hidrelétrico do tipo estocástico quadrático inteiro misto, dividido em função objetivo, restrições relacionadas aos mercados, operacionais e hidráulicas. Foram utilizadas a função objetivo, as restrições de mensuração do risco e não-antecipatividade de Conejo et al. (2008) e a representação da função de produção proposta em Conejo et al. (2002), além das demais restrições hidráulicas e de rampas de potência e defluência.

8.3.1 Função objetivo

A função objetivo é composta por dois termos, um que representa o lucro do agente gerador e outro relacionado ao risco associado.

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar}_{c_{ik\omega}^{SD}, c_{ik\omega}^{SU}, p_{ik\omega}, p_{k\omega}^A, p_{ik\omega}^A, p_{ik\omega}^D, p_{ik\omega}^R, \zeta, \xi_\omega, x_{ik\omega}, r_{ik\omega}} \\ & \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega \sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^D p_{ik\omega}^D + \sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^R p_{ik\omega}^R + \lambda_{k\omega}^A p_{k\omega}^A + \gamma_{k\omega}^A (p_{k\omega}^A)^2 \right. \\ & \left. - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SU} - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SD} - \sum_{i \in I} C_i^P p_{ik\omega} \right) + \beta \left(\zeta - \frac{1}{1-\alpha} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega \xi_\omega \right). \end{aligned} \quad (8.1)$$

A receita da venda de energia é dada pela soma dos produtos dos preços $\lambda_{k\omega}^D$, $\lambda_{k\omega}^R$ e $\lambda_{k\omega}^A$ pelas respectivas potências ofertadas $p_{ik\omega}^D$, $p_{ik\omega}^R$ e $p_{k\omega}^A$, enquanto as despesas consideradas são os custos fixos de partida $c_{ik\omega}^{SU}$ e parada $c_{ik\omega}^{SD}$ e o custo variável de geração C_i^P .

Nos mercados do dia-seguinte e de regulação o gerador pode ser considerado do tipo *price-taker*. Já para o mercado de ajustes, é necessário considerar a companhia geradora como sendo do tipo *price-maker*, devido ao pequeno volume de negociação neste mercado. Dessa maneira, o poder de mercado do gerador é representado por um conjunto de curvas cota-preço (ou de demanda residual) lineares, dadas por $\gamma_{k\omega} p_{k\omega}^A + \lambda_{k\omega}^A$, indexadas por cenário ω e período k . Estas curvas modelam o preço de equilíbrio do mercado de ajustes em função da potência $p_{k\omega}^A$ que a companhia oferta neste mercado. Ao multiplicarmos o preço dado pelas curvas lineares $\gamma_{k\omega} p_{k\omega}^A + \lambda_{k\omega}^A$ pela potência $p_{k\omega}^A$ ofertada neste mercado, tem-se a curva de receita quadrática apresentada em (8.1). Segundo Conejo et al. (2010), ignorar o poder de mercado do agente gerador resultaria em resultados pouco realistas para o mercado de ajustes.

O termo relacionado ao risco representa o valor calculado para o CVaR, cujo conceito é apresentado na Seção 5.4.2, representando o valor esperado do lucro nos $(1 - \alpha)$ piores

cenários possíveis, tendo seu peso na função objetivo ponderado pelo parâmetro β .

8.3.2 Restrições relacionadas aos mercados

Formulação da árvore de cenários

A modelagem do processo estocástico foi realizada utilizando-se três estágios, sendo o primeiro relativo à oferta de potência no mercado do dia-seguinte, seguido pelas decisões *wait-and-see* dos mercados de regulação e de ajustes, respectivamente. Maiores detalhes sobre o processo estocástico são fornecidos no Capítulo 4.

As restrições de não-antecipatividade do modelo devem garantir que as decisões de cada estágio sejam tomadas utilizando apenas as informações disponíveis naquela etapa do processo estocástico. Para isso, é necessário detectar quando a informação disponível em dois cenários consecutivos ω e $(\omega + 1)$ são iguais. Isso é feito neste modelo por três vetores A^D , A^R e A^A , que representam as decisões relacionadas aos mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes, respectivamente.

Considerando o esquema geral de um problema com três estágios, apresentado na Figura 8.1, o gerador deve realizar uma oferta de potência única no mercado do dia-seguinte, já que não existem informações disponíveis. A partir do estágio 2, os preços do mercado analisado na etapa anterior são conhecidos, influenciando nas decisões. Dessa forma, cada cenário de preços do mercado do dia-seguinte leva a uma oferta diferente no mercado de regulação. Da mesma maneira, cada preço diferente no mercado de regulação leva a uma oferta distinta no mercado de ajustes. Nota-se que os preços do mercado de ajustes só são conhecidos após o terceiro estágio.

Para a atuação no mercado do dia-seguinte, o gerador deve ofertar uma curva de venda de energia, conforme apresentado na Figura 3.3. Dessa forma, é desejável obter como resultado do modelo de portfólio uma curva de oferta de potência ao invés de uma quantidade única. Isso pode ser feito relaxando as restrições de não-antecipatividade, permitindo que ocorra uma oferta distinta para cada cenário com preço observado, conforme apresentado na Figura 8.2.

Mercado do dia-seguinte

As restrições de não-antecipatividade devem permitir que as ofertas de potência variem de acordo com os preços do mercado do dia-seguinte, o que possibilita a construção de uma curva crescente similar a apresentada na Figura 8.3. Entretanto, essas ofertas não podem variar com os preços dos mercados de regulação e ajustes, uma vez que essas informações não estão disponíveis no primeiro estágio.

Para definir as informações disponíveis no primeiro estágio, utiliza-se o vetor $A^D(\omega)$. A construção desse vetor é feita de forma que $A^D(\omega) = 1$ se dois cenários ω e $(\omega + 1)$ possuem o mesmo preço para o mercado do dia-seguinte, ou $A^D(\omega) = 0$ caso contrário.

Exemplo: Considerando os cenários de preços apresentados na Tabela 8.7, é possível

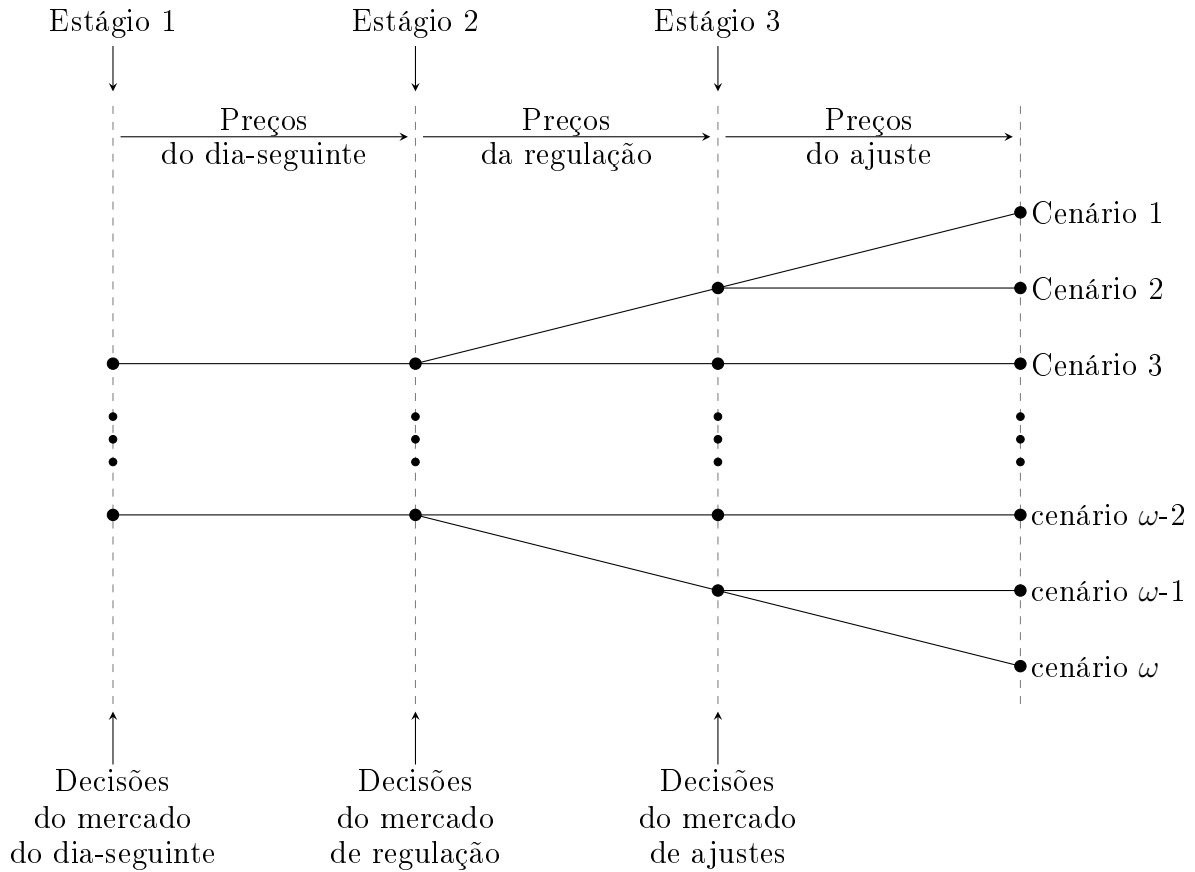


Figura 8.2: Estrutura da modelagem dos cenários utilizada.

construir uma árvore de cenários equivalente àquela apresentada na Figura 8.4.

Tabela 8.7: Exemplo de cenários de preço (Conejo et al., 2010).

Cenário	Dia-seguinte	Regulação	Ajustes
ω	$\lambda_{t\omega}^D$ (\$/MWh)	$\lambda_{t\omega}^R$ (\$/MWh)	$\lambda_{t\omega}^A$ (\$/MWh)
1	20,00	23,00	26,00
2	20,00	23,00	24,00
3	20,00	18,00	20,00
4	25,00	19,00	22,00
5	25,00	19,00	21,00

Construindo o vetor $A^D(\omega)$ a partir dos preços para o mercado do dia-seguinte apresentados na Tabela 8.7, o resultado será $A^D = \{1, 1, 0, 1, 0\}$. Observe que $\lambda_{k\omega}^D = \lambda_{k(\omega+1)}^D$ para ω valendo 1, 2 e 4, já para $\omega = 3$ isso não é verdadeiro, uma vez que $\lambda_{k3}^D = 20$ mas $\lambda_{k4}^D = 25$. Finalmente, para $\omega = 5$ tem-se $A^D = 0$ por se tratar do último cenário.

Pode-se perceber que a construção de $A^D(\omega)$ é compatível com o esquema apresentado na Figura 8.4, uma vez que os cenários de 1 a 3 são equivalentes no primeiro estágio, quando ocorrem as decisões relativas ao mercado do dia-seguinte, ocorrendo o mesmo com os cenários 4 e 5. Uma formulação como a apresentada na Figura 8.1 seria equivalente a construir um vetor $A^D(\omega)$ em que todos os elementos seriam iguais a 1, independentemente

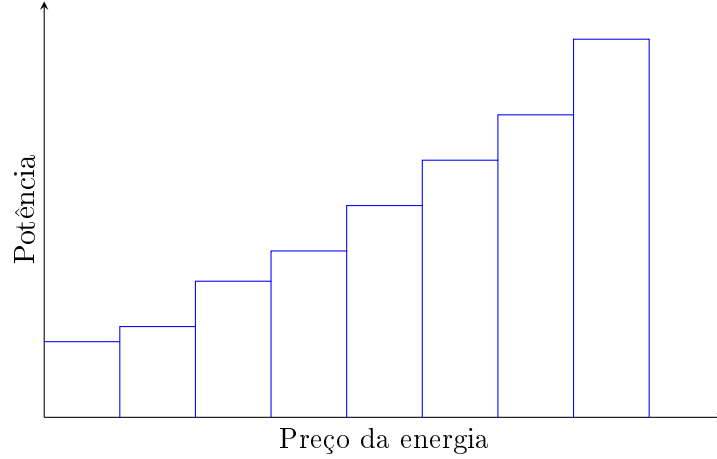


Figura 8.3: Curva de oferta para o mercado do dia-seguinte.

do preço de cada cenário. □

Uma vez construído o vetor A^D , a não-antecipatividade é feita pelas restrições (8.2), em que a potência ofertada nos cenários ω e $(\omega + 1)$ deve ser igual caso $A^D(\omega) = 1$.

$$p_{ik\omega}^D - p_{ik(\omega+1)}^D = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega; \text{ se } A^D(\omega) = 1 \quad (8.2)$$

A organização das ofertas em uma curva crescente é feita pelas restrições (8.3), que estabelecem que a potência no cenário $(\omega + 1)$ deve ser igual ou maior do que a do cenário ω , se o elemento $O^D(k, \omega') = O^D(k, \omega) + 1$.

$$p_{ik\omega}^D - p_{ik\omega'}^D \leq 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega, \omega' \in \Omega; \text{ se } O^D(k, \omega) + 1 = O^D(k, \omega'). \quad (8.3)$$

A matriz O^D utilizada nessa restrição é responsável por organizar os cenários em ordem de preço, numerando-os do menor para o maior. Por exemplo, considerando que em determinado período k , os cenários de preço sejam os apresentados na Tabela 8.7, o vetor da matriz $O^D(k, \omega)$, correspondente a k , será dado por $O^D(\omega) = \{1, 1, 1, 2, 2\}$.

Mercados de regulação e ajustes

A resposta do problema de portfólio para os mercados de regulação e de ajustes corresponde a parcela de energia reservada para a atuação nesses mercados, durante a elaboração das ofertas para o mercado do dia-seguinte. Dessa maneira, as restrições de não-antecipatividade não são relaxadas para os estágios 2 e 3 do problema estocástico.

Os vetores $A^R(\omega)$ e $A^A(\omega)$ são responsáveis por determinar quais são as informações disponíveis para o gerador nos estágios 2 e 3. Analisando o esquema proposto na Figura 8.2, percebe-se que o vetor $A^R(\omega)$ vai representar as informações relativas aos preços do mercado do dia-seguinte, enquanto $A^A(\omega)$ vai refletir os cenários de preço referentes ao mercado de regulação.

Considerando os cenários de preço da Tabela 8.7, obtêm-se $A^R = \{1, 1, 0, 1, 0\}$, já que

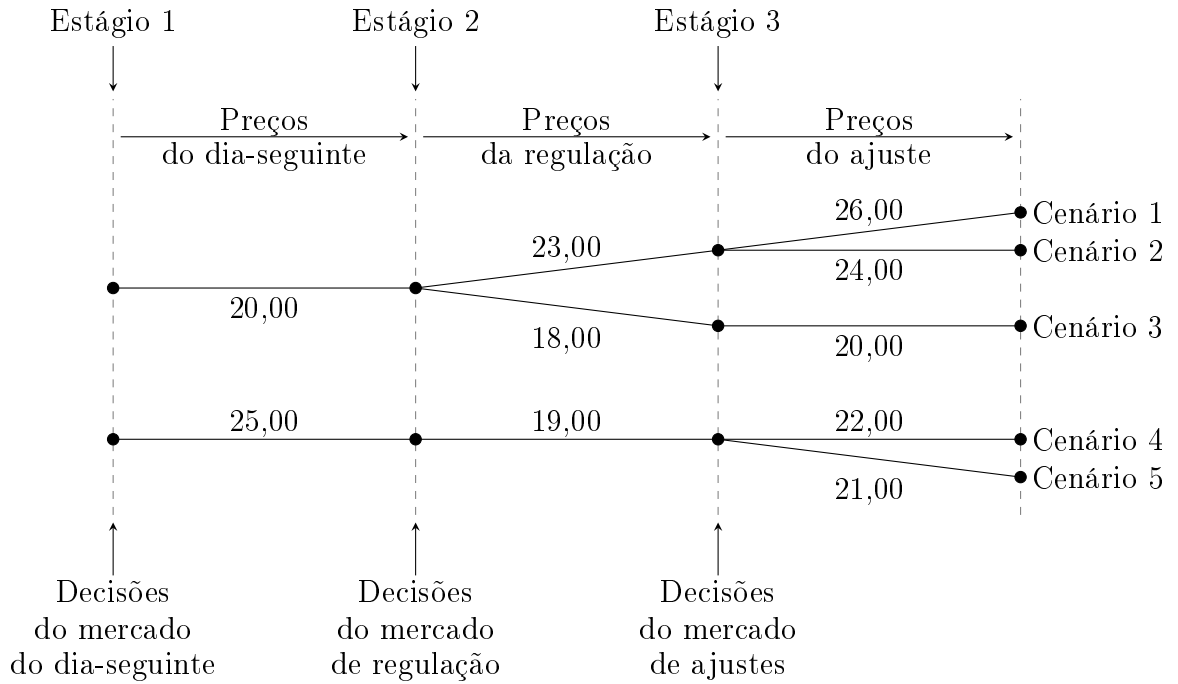


Figura 8.4: Exemplo de cenários de preço. Adaptado de Conejo et al. (2010).

ocorre um preço no mercado do dia-seguinte para os cenários de 1 a 3, e outro para os cenários 4 e 5. Observe que essa formulação coincide com o esquema apresentado na Figura 8.4, onde os cenários de 1 a 3 são equivalentes no segundo estágio, ocorrendo o mesmo com os cenários 4 e 5

No caso do mercado de ajustes, deve ser observado o comportamento dos cenários de preços durante o estágio 3 da Figura 8.4, onde verifica-se que existe correspondência entre os cenários 1 e 2 e também entre 4 e 5, resultando em $A^A = \{1, 0, 0, 1, 0\}$. Isso se deve ao comportamento dos preços do mercado de regulação apresentados na Tabela 8.7.

É conveniente ressaltar que, caso seja de interesse do agente gerador, podem ser obtidas curvas de lances para esses mercados relaxando as restrições de não-antecipatividade através da modificação dos vetores $A^R(\omega)$ e $A^A(\omega)$.

Uma vez que $A^R(\omega)$ foi estabelecido, a não-antecipatividade no mercado de regulação é estabelecida pelas restrições (8.4), onde a potência entre os cenários ω e $(\omega + 1)$ deve ser igual se $A^R(\omega) = 1$.

$$p_{ik\omega}^R - p_{ik(\omega+1)}^R = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega; \text{ se } A^R(\omega) = 1 \quad (8.4)$$

A mesma lógica aplica-se nas restrições (8.5), através do vetor A^A .

$$p_{ik\omega}^A - p_{ik(\omega+1)}^A = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega; \text{ se } A^A(\omega) = 1 \quad (8.5)$$

As restrições (8.6) calculam a oferta total de energia no mercado de ajustes, o que será utilizado para calcular o impacto da atuação do agente gerador no preço através do

termo quadrático na função objetivo.

$$p_{k\omega}^A = \sum_{i \in I} p_{ik\omega}^A; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.6)$$

Mensuração do risco

As restrições (8.7) calculam o CVaR, representando o lucro esperado dos $(1 - \alpha)$ piores cenários. Os termos entre colchetes representam o lucro líquido para o cenário ω , composto pela diferença entre a receita gerada com a venda de energia, representada no primeiro parênteses, e as despesas operacionais, representadas no segundo parênteses.

$$\zeta - \sum_{k \in K} \left[\left(\sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^D p_{ik\omega}^D + \sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^R p_{ik\omega}^R + \lambda_{k\omega}^{A0} p_{k\omega}^A + \gamma_{k\omega}^A (p_{k\omega}^A)^2 \right) + \left(- \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SU} - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SD} - \sum_{i \in I} C_i^P p_{ik\omega} \right) \right] \leq \xi_\omega, \forall \omega \in \Omega \quad (8.7)$$

Maiores detalhes sobre o CVaR e sua representação no problema de otimização são fornecidos na Seção 5.4.

8.3.3 Restrições operacionais

As restrições (8.8) limitam a quantidade de potência que pode ser ofertada pelas unidades no mercado de regulação. Esse serviço é caracterizado por fornecer uma faixa de potência dentro da qual a geração da unidade pode ser regulada pelo operador do sistema. Dessa maneira, a oferta deve respeitar os limites de variação das unidades que compõem a usina, bem como garantir que essa oferta só ocorra por aquelas unidades que são tecnicamente capazes de fornecer esse tipo de serviço.

$$0 \leq p_{ik\omega}^R \leq \bar{P}_{ik\omega}^R r_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.8)$$

As restrições (8.9) estabelecem que a média entre a potência gerada no início de dois períodos consecutivos é equivalente a soma da potência vendida nos mercados do dia-seguinte e de ajustes com a energia negociada em contratos bilaterais e de futuros, representados pelo termo P_{ik}^{old} . A energia vendida no mercado de regulação não é computada pela restrição, uma vez que a geração da usina oscilaria dentro de uma faixa, apresentando valor médio nulo.

$$p_{ik\omega}^D + p_{ik\omega}^A + P_{ik}^{old} = \frac{1}{2} (p_{i(k-1)\omega} + p_{ik\omega}); \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.9)$$

As restrições (8.10) e (8.11) estabelecem os limites máximos e mínimos de geração de cada usina como sendo a energia média para aquele período somando ou subtraindo-se metade do valor da faixa de potência ofertada no mercado de regulação, de modo a

garantir que a oscilação da geração por parte no operador do sistema não extrapole os limites operacionais.

$$p_{ik\omega} - \frac{1}{2}p_{ik\omega}^R \geq \underline{P}_i x_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.10)$$

$$p_{ik\omega} + \frac{1}{2}p_{ik\omega}^R \leq \overline{P}_i x_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.11)$$

Restrições de rampas

As restrições (8.12) e (8.13) definem limites de rampa de subida e descida de potência de cada usina, bem como os desativam nos períodos onde ocorre o fornecimento de regulação, já que nesse intervalo a sua operação é realizada pelo ISO.

$$p_{ik\omega} - p_{i(k-1)\omega} \leq RU_i^p(1 - r_{ik\omega}); \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.12)$$

$$p_{i(k-1)\omega} - p_{ik\omega} \leq RD_i^p(1 - r_{ik\omega}); \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.13)$$

As restrições (8.14) computam o custo de partida das unidades, utilizando para tal a variável de estado $x_{ik\omega}$. Sua lógica de funcionamento é apresentada na Tabela 8.8.

$$c_{ik\omega}^{SU} \geq C_i^{SU} [x_{ik\omega} - x_{i(k-1)\omega}]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.14)$$

Tabela 8.8: Lógica das restrições (8.14).

Situação	$x_{ik\omega}$	$x_{i(k-1)\omega}$	Significado	Resultado
1	0	0	Unidade desligada	$c_{ik\omega}^{SU} \geq 0$
2	0	1	Parada	$c_{ik\omega}^{SU} \geq -C_i^{SU}$
3	1	0	Partida	$c_{ik\omega}^{SU} \geq C_i^{SU}$
4	1	1	Unidade ligada	$c_{ik\omega}^{SU} \geq 0$

As situações 1 e 4, juntamente com a função objetivo (8.1), não resultam em custo de partida. Na situação 2, como C_i^{SU} é negativo, a restrição é desativada, uma vez que $c_{ik\omega}^{SU} \geq 0$. Dessa forma, apenas no caso 3 será gerado um custo de partida da usina.

As restrições (8.15) estabelecem o custo de parada seguindo a mesma lógica.

$$c_{ik\omega}^{SD} \geq C_i^{SD} [x_{i(k-1)\omega} - x_{ik\omega}]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.15)$$

8.3.4 Restrições hidráulicas

A geração de energia de uma unidade hidrelétrica depende predominantemente de dois fatores, a turbinagem e a altura de queda líquida, resultando em uma equação do tipo

$$p = C h q,$$

onde C é uma constante que engloba os rendimentos médios da turbina hidráulica e do gerador elétrico e os fatores de conversão apropriados, h é a altura de queda líquida (isto é, descontando-se a parcela referente a perda de carga na tubulação) e q é a turbinagem, resultando em uma curva não-linear e não-convexa, conforme apresentado na Seção 2.2.

Para a inclusão da função de produção no modelo proposto, é necessário sua linearização, o que foi feito utilizando a abordagem proposta por Conejo et al. (2002).

A função de produção original é dividida em um conjunto de curvas, cada qual para uma faixa de volume armazenado no reservatório. Neste modelo, foram utilizadas 3 curvas, dividindo o reservatório em níveis alto, médio e baixo de volume armazenado, conforme mostrado na Figura 8.5. A seleção das curvas é feita através da combinação de valores entre duas variáveis binárias pelas restrições (8.16), (8.17) e (8.18).

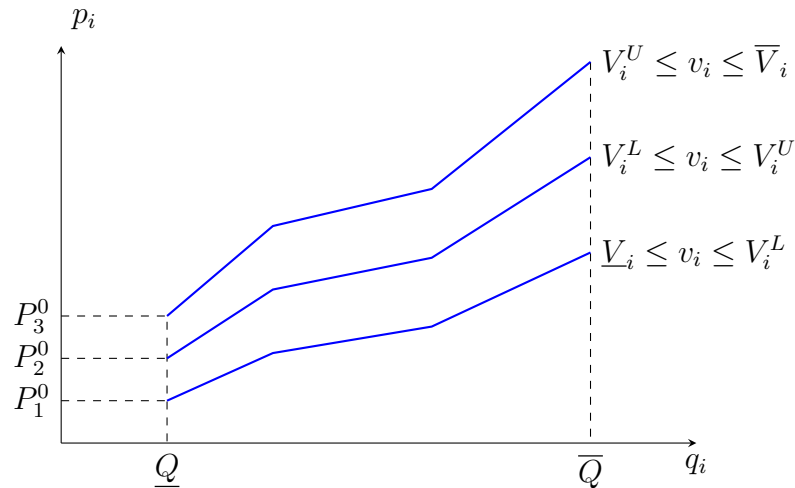


Figura 8.5: Seleção das curvas de performance. Adaptado de Conejo et al. (2002).

As restrições (8.16) determinam o limite inferior para o volume armazenado de acordo com a curva de performance selecionada, ou seja, determinando se o volume estará acima de 0, V_i^L ou V_i^U para as curvas 1, 2 ou 3, respectivamente. Isso é feito através da combinação dos valores das variáveis binárias $d_{ik\omega}^1$ e $d_{ik\omega}^2$, conforme a Tabela 8.9.

$$v_{ik\omega} \geq V_i^L [d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] + V_i^U d_{ik\omega}^2; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.16)$$

Tabela 8.9: Lógica das restrições (8.16).

Situação	$d_{ik\omega}^1$	$d_{ik\omega}^2$	Significado	Resultado
1	0	0	Nível baixo	$v_{ik\omega} \geq 0$
2	0	1	Situação ilógica	Ver restrição (8.18)
3	1	0	Nível médio	$v_{ik\omega} \geq V_i^L$
4	1	1	Nível alto	$v_{ik\omega} \geq V_i^U$

As restrições (8.17) estabelecem o limite superior do volume armazenado para cada curva de performance, selecionado entre V_i^L , V_i^U e \bar{V}_i para as curvas 1, 2 e 3. A lógica de

funcionamento é equivalente a apresentada para as restrições (8.16).

$$v_{ik\omega} \leq \bar{V}_i d_{ik\omega}^2 + V_i^L [1 - d_{ik\omega}^1] + V_i^U [d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.17)$$

As restrições (8.18) servem para impedir a ocorrência de $d_{ik\omega}^1 = 0$ e $d_{ik\omega}^2 = 1$.

$$d_{ik\omega}^1 \geq d_{ik\omega}^2; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.18)$$

As restrições (8.19) estabelecem o valor mínimo do reservatório \underline{V}_i , servindo como restrição adicional às (8.16) para a situação da curva de volume inferior.

$$v_{ik\omega} \geq \underline{V}_i; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.19)$$

Linearização das curvas de performance

A curva de performance de uma unidade hidrelétrica é não-linear e não-convexa, tornando necessário algum tipo de linearização para sua inclusão no modelo. Neste trabalho foi utilizada uma linearização por partes com três blocos, conforme ilustrado na Figura 8.6.

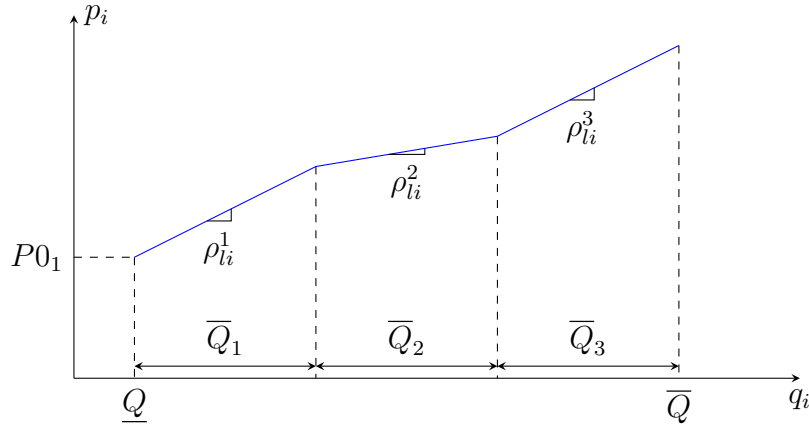


Figura 8.6: Linearização da curva de nível baixo. Adaptado de Conejo et al. (2002).

A modelagem da função de produção é feita por um par de restrições para cada nível de volume. A potência gerada para a curva de nível baixo, por exemplo, é determinada pelas restrições (8.20) e (8.21).

$$p_{ik\omega} - P0_i^1 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^1 - \bar{P}_i [d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] \leq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (8.20)$$

$$p_{ik\omega} - P0_i^1 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^1 + \bar{P}_i [d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] \geq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (8.21)$$

Analisando a lógica binária das restrições (8.20) e (8.21) conjuntamente, de maneira similar ao que foi feito na Tabela 8.9, obtêm-se para o nível baixo $p_{ik\omega} = P0_i^1 x_{ik\omega} + \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^1$. Para as situações de nível médio e alto, as restrições (8.20) e (8.21) são desativadas através do termo \bar{P}_i .

O termo $P0_i^1$ representa o limite inferior da curva e $x_{ik\omega}$ a variável de estado, enquanto $q_{lik\omega}$ e ρ_{li}^1 correspondem à turbinagem e inclinação de cada bloco, respectivamente. Dessa forma, a geração total é dada pela soma do valor mínimo com a contribuição de cada bloco de linearização que compõe a curva.

A modelagem das demais curvas de potência são feitas pelas restrições (8.22) e (8.23) para o nível médio e (8.24) e (8.25) para o nível alto, segundo o mesmo raciocínio.

$$p_{ik\omega} - P0_i^2 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^2 - \bar{P}_i [1 - d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] \leq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.22)$$

$$p_{ik\omega} - P0_i^2 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^2 + \bar{P}_i [1 - d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] \geq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.23)$$

$$p_{ik\omega} - P0_i^3 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^3 - \bar{P}_i [2 - d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] \leq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.24)$$

$$p_{ik\omega} - P0_i^3 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^3 + \bar{P}_i [2 - d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] \geq 0$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.25)$$

A turbinagem da usina é modelada pelas restrições de (8.26) a (8.30). As restrições (8.26) e (8.27) tratam da turbinagem do primeiro bloco de linearização.

$$q_{1ik\omega} \leq \bar{Q}_{1i} x_{ik\omega} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.26)$$

$$q_{1ik\omega} \geq \bar{Q}_{1i} \vartheta_{1ik\omega} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.27)$$

As restrições (8.26) estabelecem o limite superior do bloco, enquanto em (8.27) tem-se a indicação de que a turbinagem atingiu esse limite, tornando a variável $\vartheta_{1ik\omega} = 1$ para $l = 1$. Observa-se que, quando $x_{ik\omega}$ e $\vartheta_{1ik\omega}$ forem iguais a 1, isso equivale a estabelecer que $q_{1ik\omega} = \bar{Q}_{1i}$. A lógica dos limite de turbinagem é estendida para os demais blocos da

curva pelas restrições (8.28) e (8.29).

$$q_{lik\omega} \leq \bar{Q}_{li} \vartheta_{(l-1)ik\omega} \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.28)$$

$$q_{lik\omega} \geq \bar{Q}_{li} \vartheta_{lik\omega} \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.29)$$

Finalmente, as restrições (8.30) estabelecem que a turbinagem total é composta pela soma do seu valor mínimo \underline{Q}_i com a contribuição de cada um dos blocos.

$$q_{ik\omega} = \sum_{l \in L} q_{lik\omega} + \underline{Q}_i x_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.30)$$

Restrições de defluência e balanço hidráulico

As restrições de (8.31) a (8.36) tratam dos aspectos envolvidos com o comportamento hidráulico da cascata, como os limites de defluência, a transmissão de água entre as usinas e o balanço hidráulico nos reservatórios.

As restrições (8.31) descrevem a defluência total da usina como sendo a composição da turbinagem $q_{ik\omega}$ com o vertimento $s_{ik\omega}$, enquanto nas restrições (8.32) são estabelecidos os seus limites mínimos e máximos.

$$u_{ik\omega} = q_{ik\omega} + s_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.31)$$

$$\underline{U}_i \leq u_{ik\omega} \leq \bar{U}_i; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.32)$$

As restrições (8.33) e (8.34) estabelecem os limites de rampa da defluência, sendo necessárias para evitar grandes variações na defluência em um curto período de tempo, o que pode gerar problemas ambientais e de segurança.

$$u_{ik\omega} - u_{i(k-1)\omega} \leq RU_i^U; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.33)$$

$$u_{i(k-1)\omega} - u_{ik\omega} \leq RD_i^U; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.34)$$

As restrições (8.35) representam o balanço hidráulico do reservatório da usina i . O termo $u_{i(k-\tau_{ji})\omega}$ refere-se à vazão afluenta das usinas que se localizam a montante, onde τ_{ji} é o tempo de viagem da água. A afluência natural (ou lateral) é representada por Ψ_{ik} , enquanto o valor $3,6 \times 10^{-3}$ é um fator de conversão de m^3/s para hm^3 . Dessa maneira, o volume atual $v_{ik\omega}$ será dado pelo montante armazenado no período anterior $v_{i(k-1)\omega}$ mais a diferença entre afluições e defluências durante o período k .

$$v_{ik\omega} = v_{i(k-1)\omega} - 3.6 \times 10^{-3} \left(u_{ik\omega} + \Psi_{ik} + \sum_{j \in J_i} u_{j(k-\tau_{ji})\omega} \right); \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.35)$$

As restrições (8.36) estabelecem a meta de volume final como o nível inicial dos re-

servatórios. Outra possibilidade seria a utilização de indicadores do planejamento de médio-prazo como meta.

$$v_{iN_{K\omega}} = V_i^0; \forall i \in I, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.36)$$

8.3.5 Demais restrições

As restrições de (8.37) a (8.42) referem-se às definições de variáveis inteiras e às restrições de não-negatividade.

$$\begin{aligned} c_{ik\omega}^{SU}, c_{ik\omega}^{SD}, p_{ik\omega}, p_{ik\omega}^A, p_{ik\omega}^D, p_{ik\omega}^R, q_{ik\omega}, s_{ik\omega}, u_{ik\omega}, x_{ik\omega}, r_{ik\omega} \geq 0 \\ \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (8.37)$$

$$q_{lik\omega} \geq 0; \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.38)$$

$$p_{k\omega}^A \leq 0, \forall k, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.39)$$

$$\xi_\omega \geq 0, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.40)$$

$$x_{ik\omega}, r_{ik\omega}, d_{ik\omega}^1, d_{ik\omega}^2 \in \{0, 1\}; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \quad (8.41)$$

$$\vartheta_{lik\omega} \in \{0, 1\}; \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \quad (8.42)$$

8.4 Testes numéricos

Por disponibilidade de dados, optou-se por utilizar como sistema de teste a cascata hidráulica proposta por Conejo et al. (2002), composta por oito usinas hidrelétricas dispostas conforme a Figura 8.7. Para redução da dimensão do modelo e, conseqüentemente, do custo computacional de resolução, as unidades geradoras de cada usina são combinadas para formar uma única unidade equivalente. As características resultantes constam na Tabela 8.10, enquanto os custos de produção foram desconsiderados.

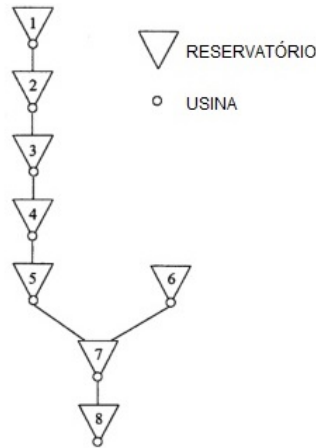


Figura 8.7: Cascata de teste utilizada. Adaptado de Conejo et al. (2002).

Os tempos de viagem são de 1 hora para todas as usinas. As metas de volume final foram estabelecidas como o volume inicial do reservatório, enquanto o volume mínimo \underline{V}_i

Tabela 8.10: Dados das usinas hidrelétricas utilizadas.

Usina	\overline{Q}_i (m ³ /s)	\overline{Q}_i (m ³ /s)	V_i^0 (hm ³)	V_i^L (hm ³)	V_i^U (hm ³)	\overline{V}_i (hm ³)	Ψ_{ik} (m ³ /s)	C_i^{SU} (\$)	C_i^{SD} (\$)
1	2	62	100	152	200	225	0,051	110	110
2	5	163	80	100	150	162	0,058	150	150
3	14	464	790	500	1.000	1.200	0,603	200	200
4	19	662	33	50	60	66	0,051	250	250
5	18	628	13	8	20	26	0,051	350	350
6	14	479	1.200	1.000	2.000	2.586	0,199	1.500	1.500
7	29	985	50	40	100	115	0,500	2.000	2.000
8	30	1.028	90	100	150	181	0.048	1.000	1.000

foi considerado igual a 6 hm³ para todas as usinas.

Os valores de inclinação da curva de performance para nível baixo no reservatório são apresentados na Tabela 8.11, considerando uma linearização com 4 blocos. As curvas para nível médio e alto no reservatório são obtidas acrescentando-se 0,05 e 0,10 à cada inclinação dada na tabela. Para cada usina, os blocos de linearização possuem o mesmo tamanho, dado pelo valor de turbinagem da última coluna.

Tabela 8.11: Dados de linearização da 1ª curva de performance.

Usina	ρ_{1i}^1	ρ_{2i}^1	ρ_{3i}^1	ρ_{4i}^1	\overline{Q}_i
1	0,80	0,30	0,20	0,10	15,00
2	0,40	0,30	0,50	0,10	39,50
3	0,20	0,10	0,30	0,20	112,50
4	0,10	0,10	0,05	0,05	160,75
5	0,10	0,40	0,20	0,10	152,50
6	1,03	3,00	1,50	0,80	116,25
7	0,75	1,50	1,20	0,90	239,00
8	0,80	0,30	0,50	0,10	249,50

Na Tabela 8.12 são apresentados os valores mínimos de potência para cada curva de performance, bem como a capacidade instalada de cada usina.

Tabela 8.12: Limites de potência das usinas.

Usina	$P0_i^1$ (MW)	$P0_i^2$ (MW)	$P0_i^3$ (MW)	\overline{P}_i (MW)
1	1,440	1,530	1,620	28,62
2	1,896	2,133	2,370	69,52
3	2,700	3,375	4,050	139,05
4	1,929	2,894	3,858	116,38
5	1,830	2,745	3,660	186,66
6	18,135	18,883	19,530	883,28
7	21,510	22,944	24,378	1.159,63
8	23,952	25,449	26,946	550,90

Um exemplo de utilização dos dados das Tabelas 8.11 e 8.12 é apresentado na Figura 8.8, onde estão representadas as curvas da usina 5 da cascata de teste.

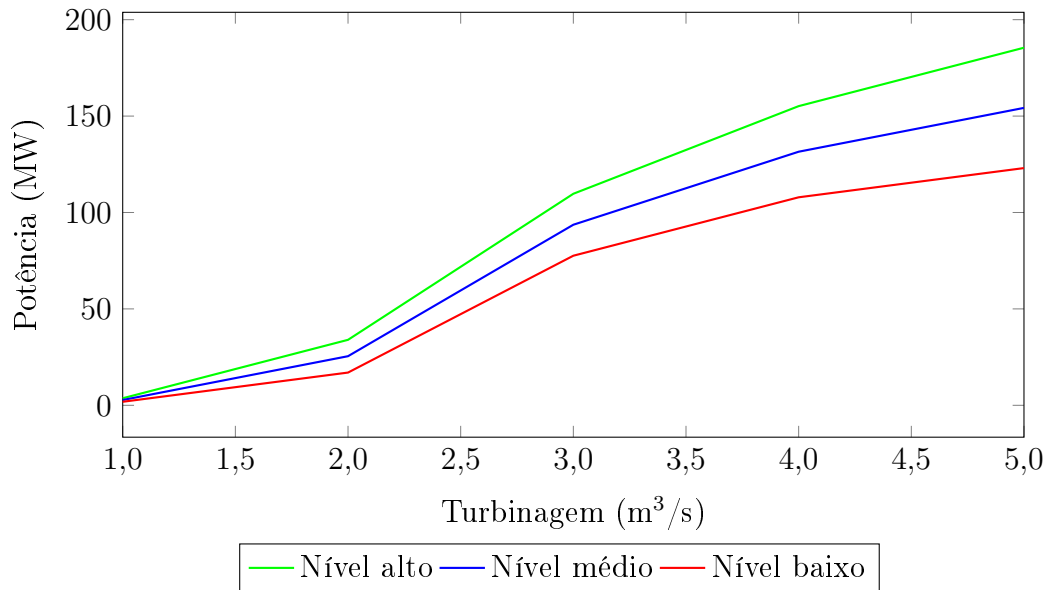


Figura 8.8: Curvas de performance linearizadas para a usina 5.

Os cenários de preços para o mercado do dia-seguinte foram baseados nos dados reais do Mercado Ibérico (OMIE, Acessado em 12-01-2018), enquanto os preços para os mercados de ajustes e de regulação utilizados são do sistema *PJM Interconnection* (PJM, Acessado em 18-01-2018a). As inclinações da curva do preço de ajustes γ_{kw}^A foram estimadas como sendo -0,02 e -0,03, mantendo a mesma ordem de grandeza dos valores encontrados em Conejo et al. (2008). Os valores utilizados podem ser consultados no Apêndice D, que traz a implementação do modelo.

8.4.1 Caso de risco-neutro

O primeiro teste realizado foi o de risco neutro, quando o termo referente ao risco na função objetivo é desconsiderado, bem como as restrições (8.7). O modelo matemático resultante possui 26.816 restrições, com 4.992 variáveis binárias e 10.848 variáveis contínuas, apresentando um tempo de resolução de 05:42 horas com GAP de otimalidade de 4,32%, quando utilizado o *solver CPLEX Optimization Studio* versão 12.6 (IBM, Acessado em 30-10-2017) em um computador com processador Intel Core i5 de 2,80 GHz e 4 Gb de memória RAM. A solução obtida é descrita a seguir.

A Figura 8.9 apresenta a curva de oferta de energia no mercado do dia-seguinte (DAM), considerando a média entre os diferentes cenários. Pode-se verificar a correlação da oferta com a curva média de preços, apresentada em vermelho, de forma a aumentar a captação de receitas no mercado aproveitando-se do pico nos preços entre os períodos 18 e 22.

Na Figura 8.10 a atuação no mercado do dia-seguinte é separada por usina, onde a área ocupada por cada cor na composição da curva representa o montante de energia ofertado

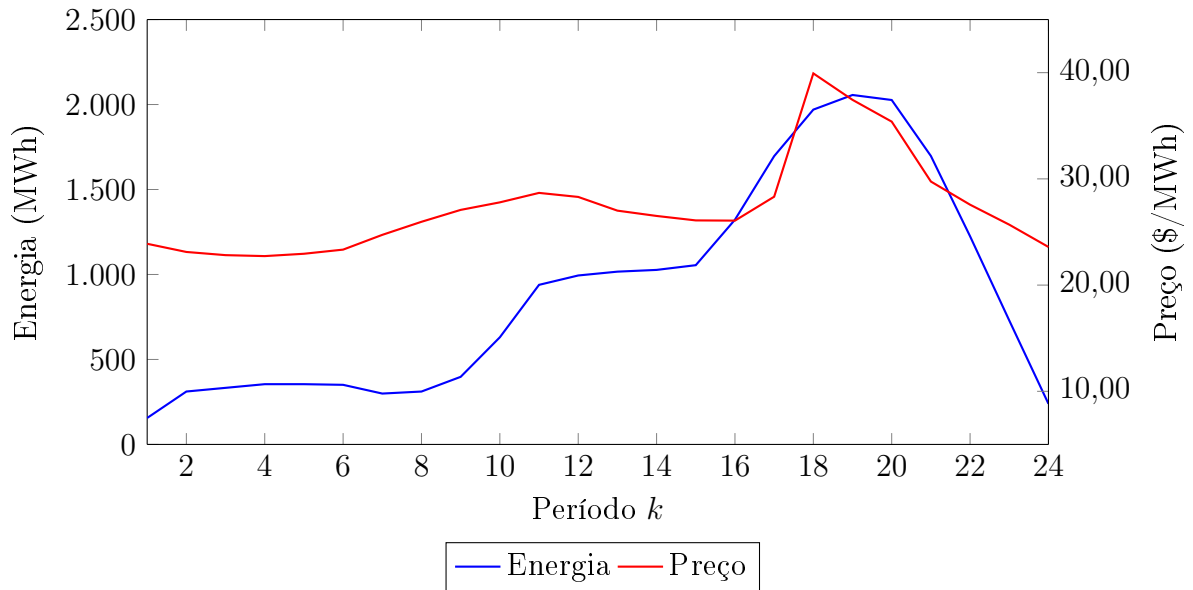


Figura 8.9: Oferta no mercado do dia-seguinte.

pela usina correspondente. A participação mais significativa é da usina 7, que possui a maior potência instalada com 1.159,63 MW. A usina 8 é a única que opera em níveis de geração aproximadamente constantes durante todo o horizonte de planejamento, uma vez que é a última da cascata, não sendo possível aproveitar sua água em outra unidade.

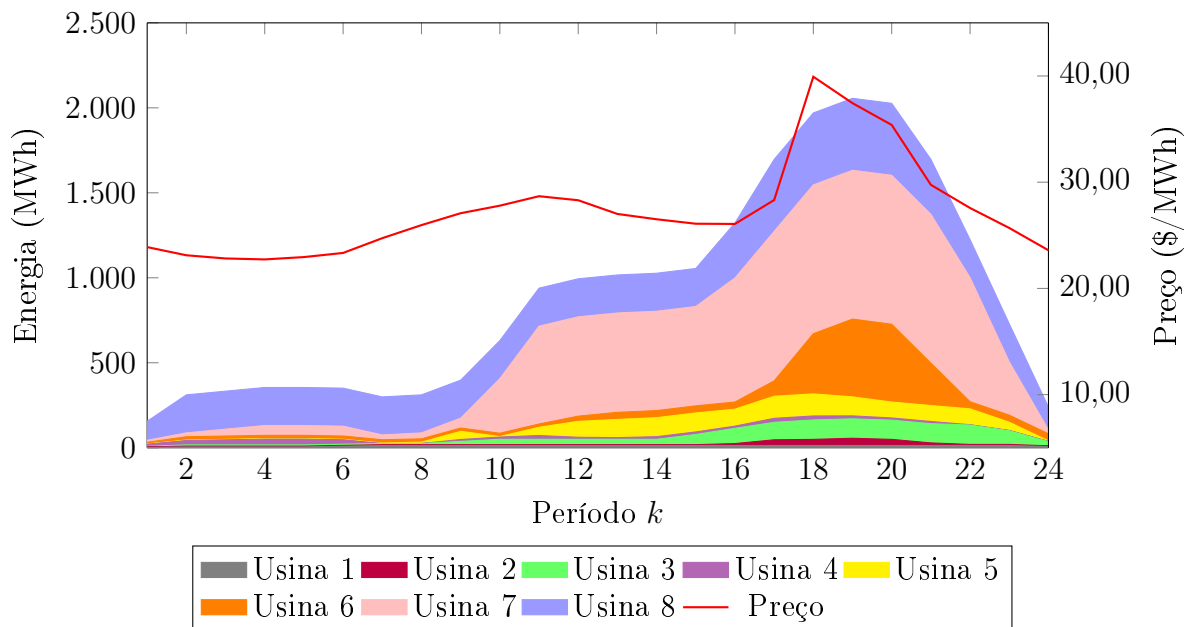


Figura 8.10: Oferta no mercado do dia-seguinte por usina.

Na Figura 8.11 são apresentadas as atuações de cada usina no mercado de ajustes. Verifica-se a baixa amplitude da escala do gráfico em relação ao DAM, de modo que o gerador precisa ser considerado como do tipo *price-maker*. Assim, quanto maior a oferta da companhia, menores serão os preços.

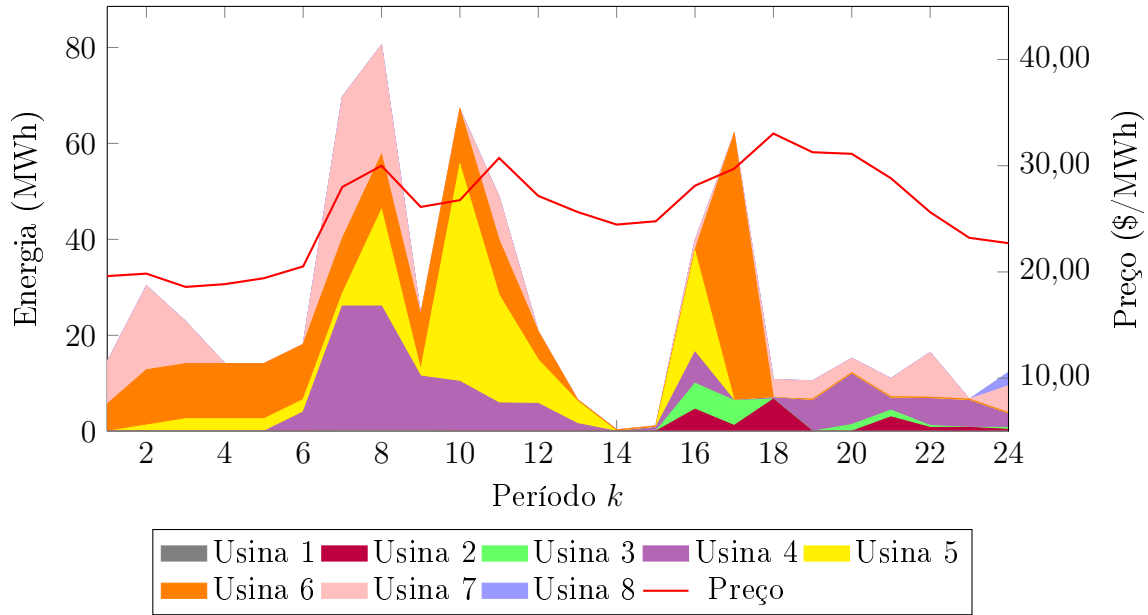


Figura 8.11: Oferta no mercado de ajustes por usina.

É possível distinguir uma correlação entre o aumento da oferta de energia com as oscilações da curva de preços nos intervalos de 6 a 8, 10 a 12 e 15 a 18. Por outro lado, a oferta não segue a curva de preços entre os períodos 18 e 22. Isso é explicado por ser o período de pico nos preços no DAM, atingindo patamares superiores aos do mercado de ajustes, como pode ser verificado comparando-se os gráficos das Figuras 8.11 e 8.10.

A participação das usinas no mercado de regulação é apresentada na Figura 8.12, onde a atuação ocorreu em todos os períodos do planejamento. Isso se deve ao funcionamento desse mercado, modelado como uma faixa de potência onde a geração da unidade oscilará, apresentando uma produção média igual a zero. Conseqüentemente, a única implicação de fornecer regulação é não poder alterar os níveis de geração da unidade, o que explica o comportamento linearizado das curvas de geração e turbinagem mostrados a seguir.

A geração total de cada usina pode ser visualizada na Figura 8.13, evidenciando a influência das restrições de fornecimento de regulação em seu formato planejado. Observa-se a correspondência entre a geração e a curva de preços do mercado do dia-seguinte, exceto pela usina 8, conforme comentado anteriormente.

Comparando as Figuras 8.12 e 8.13, percebe-se que em alguns períodos em que ocorreram fornecimento de serviço de regulação correspondem a momentos onde a potência total das unidades apresentou variação. Essa aparente contradição deve-se ao modo como os gráficos foram obtidos, correspondendo ao valor médio das variáveis. Isso significa que em um determinado cenário uma usina pode fornecer regulação, mantendo sua geração constante, enquanto em outro cenário ela não fornece regulação e altera sua produção. Quando as médias são levantadas, cria-se a aparente violação da restrição.

A turbinagem de cada usina é apresentada na Figura 8.14, demonstrando sua correspondência com a curva de geração. Comparando a amplitude dos gráficos das Figuras 8.13

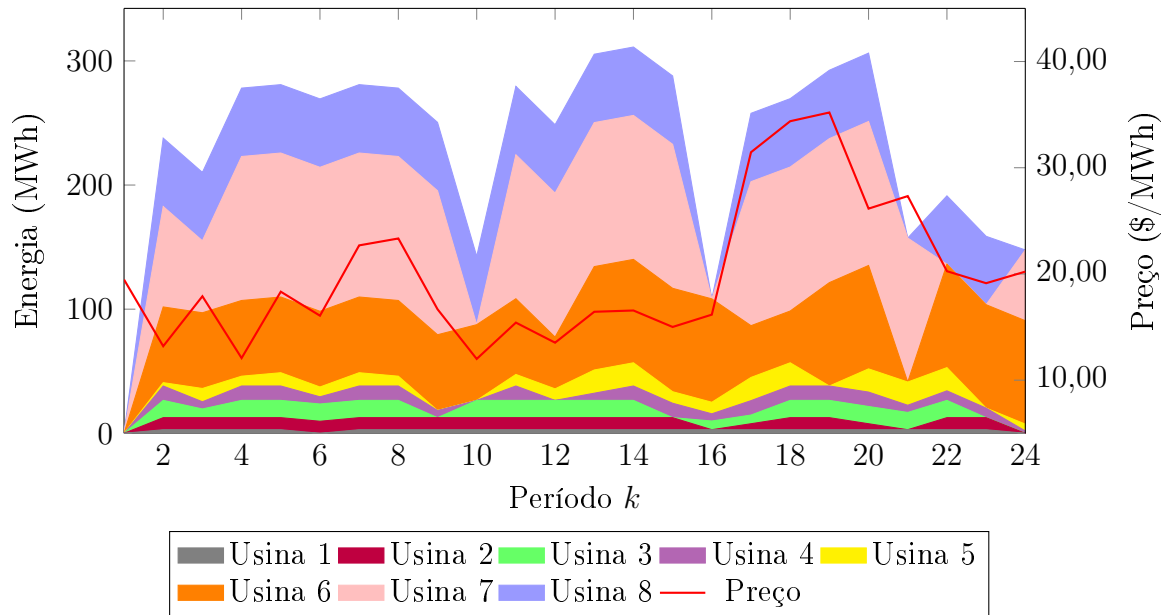


Figura 8.12: Oferta no mercado de regulação por usina.

e 8.14, obtém-se um indicativo da eficiência de cada usina. Por exemplo, a turbinagem das usinas 7 e 8 nos períodos 18 e 19 são similares em amplitude, enquanto a geração da usina 7 na Figura 8.13 é consideravelmente superior à da usina 8, indicando um melhor aproveitamento dos recursos hídricos. A explicação para essa diferença de eficiência reside nas inclinações da curva de performance apresentadas na Tabela 8.11.

Outro aspecto relevante é o comportamento das usinas 4 e 5. Percebe-se que a turbinagem da usina 4 é maior entre os períodos 1 e 12, enquanto a usina 5 apresenta a maior turbinagem entre os períodos 10 e 22. Isso significa que a usina 4 está transferindo água de seu reservatório para o da usina 5, que possui maior rendimento.

Esse comportamento pode ser visualizado nos gráficos da Figura 8.15, onde são apresentados os volumes armazenados das respectivas usinas. Observa-se na Figura 8.15a que o volume da usina 4 não segue a curva de preços, apresentando queda nos níveis durante o período de preços baixos e utilizando o momento de pico para atingir o nível inicial, devido a meta de volume final. Essa aparente contradição é explicada quando se considera a cascata hidráulica da Figura 8.7 e o crescimento considerável da curva da Figura 8.15b, onde ocorre uma variação de 13 hm^3 no período 1 para 20 hm^3 no período 10, acima do que pode ser explicado pela vazão natural de $0,051 \text{ hm}^3/\text{h}$, evidenciando a transferência de água entre as duas usinas. O motivo para tal é permitir uma melhor eficiência na conversão de água em energia no período de pico, aumentando a produtividade da cascata e, conseqüentemente, melhorando a captação de receitas.

8.4.2 Aversão ao risco

Para verificar o funcionamento do mecanismo de aversão ao risco, o modelo proposto foi resolvido variando-se o parâmetro β . Os pontos da fronteira eficiente encontrados são

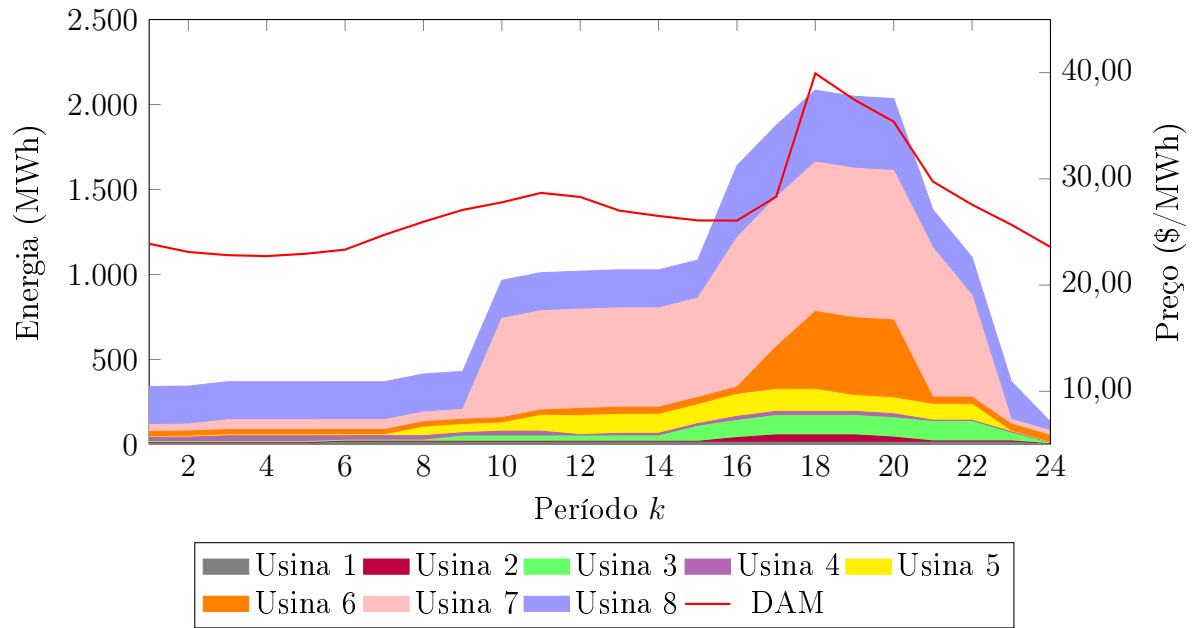


Figura 8.13: Geração total por usina.

apresentados na Figura 8.16. Pode-se verificar a tendência de diminuição do lucro com o crescimento do CVaR, resultado de uma atuação mais conservadora nos mercados.

A ausência de pontos no centro da curva está relacionada com a dificuldade da obtenção da fronteira eficiente em problemas multi-objetivo não-convexos através da técnica da soma ponderada. Uma possibilidade de solução para essa dificuldade seria aplicar a técnica das bandas restritas progressivas, proposta por Gonçalves et al. (2019).

Na Tabela 8.13 são apresentados os valores do CVaR, lucro total, as receitas nos mercados e o *gap* de otimalidade de cada solução apresentada.

Tabela 8.13: Pontos obtidos da fronteira eficiente.

Valor do CVaR (\$)	Lucro total (\$)	Receita no DAM (\$)	Receita na regulação (\$)	Receita no ajuste (\$)	GAP total	Tempo de resolução
755.519,00	764.775,40	642.586,00	112.173,00	15.576,40	4,33%	05:42 h
755.752,00	761.661,10	646.773,00	108.805,00	11.643,10	4,62%	00:20 h
756.574,00	758.224,30	647.351,00	104.073,00	12.360,30	4,00%	02:10 h
756.884,00	759.869,40	643.629,00	110.998,00	10.802,40	4,80%	00:16 h
756.957,15	758.289,80	635.686,00	112.525,00	15.638,80	5,00%	00:21 h
757.040,00	757.226,11	645.589,00	108.623,00	8.574,11	4,00%	01:50 h

Verifica-se que não existem padrões claros de variação da participação dos mercados entre as soluções, o que pode ser causado pelos diferentes níveis de *gap* de otimalidade ou pela própria característica do problema analisado. Uma possibilidade de estudo futuro seria analisar o comportamento da fronteira eficiente variando as técnicas de ponderação multiobjetivo e as métricas de risco utilizadas.

Os tempos de solução apresentados na Tabela 8.13 referem-se à implementação em

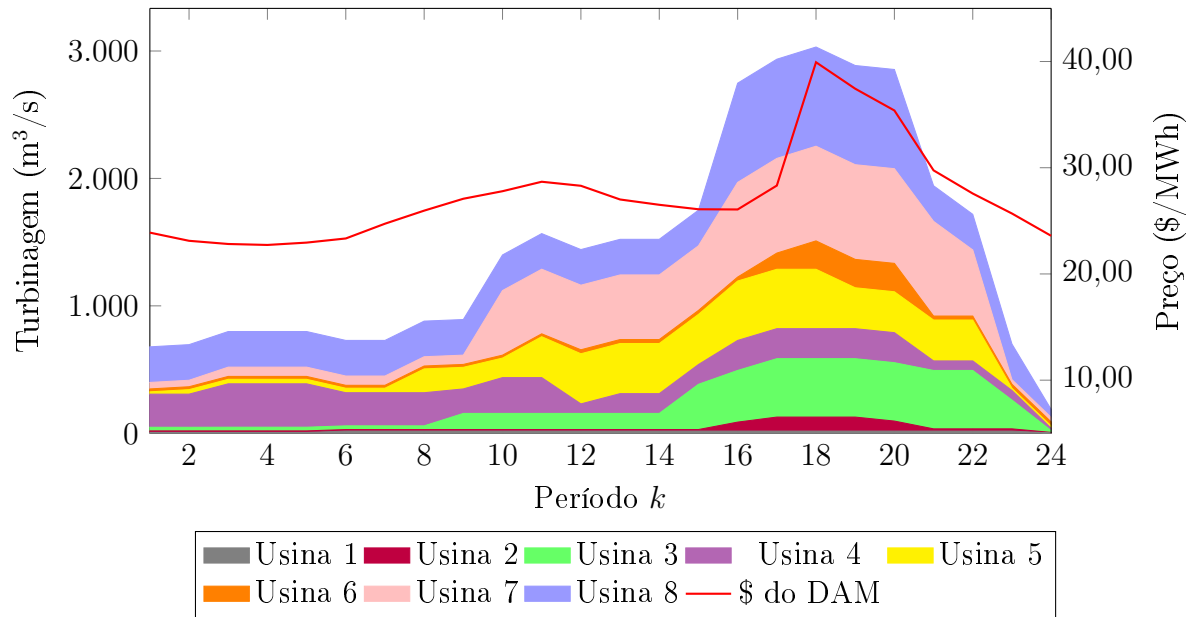


Figura 8.14: Turbinagem total por usina.

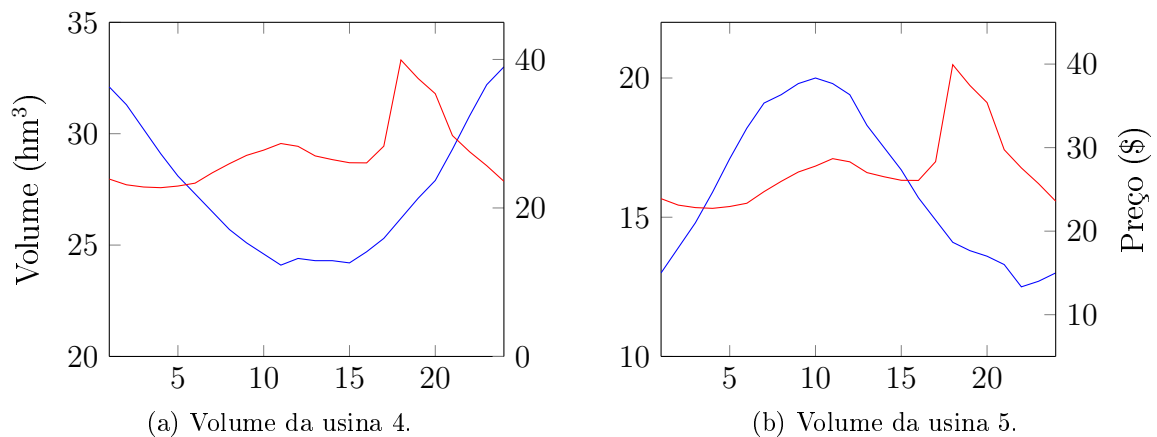


Figura 8.15: Variação do volume armazenado nas usinas 4 e 5.

um computador com processador Intel Core i7 de 2,40 GHz com 4 Gb de memória RAM, utilizando o *solver CPLEX Optimization Studio* versão 12.6 (IBM, Acessado em 30-10-2017). O problema resultante apresentou 26.816 restrições, com 15.846 variáveis, sendo 4.992 binárias e 10.854 contínuas. O critério de parada foi o valor do GAP de otimalidade inferior a 5,00%.

8.5 Conclusões Parciais

Neste capítulo foi analisado o problema de um gerador hidrelétrico que deve determinar a sua participação nos mercados do dia-seguinte, de regulação e de ajustes. Para tal, foi proposto um modelo de otimização estocástica quadrático inteiro misto de três estágios.

Os resultados obtidos demonstram a influência das restrições hidráulicas no problema de portfólio, como a transferência de água entre as usinas e o gerenciamento do volume armazenado ao longo do dia. Isso indica que desconsiderar os aspectos hidráulicos pode

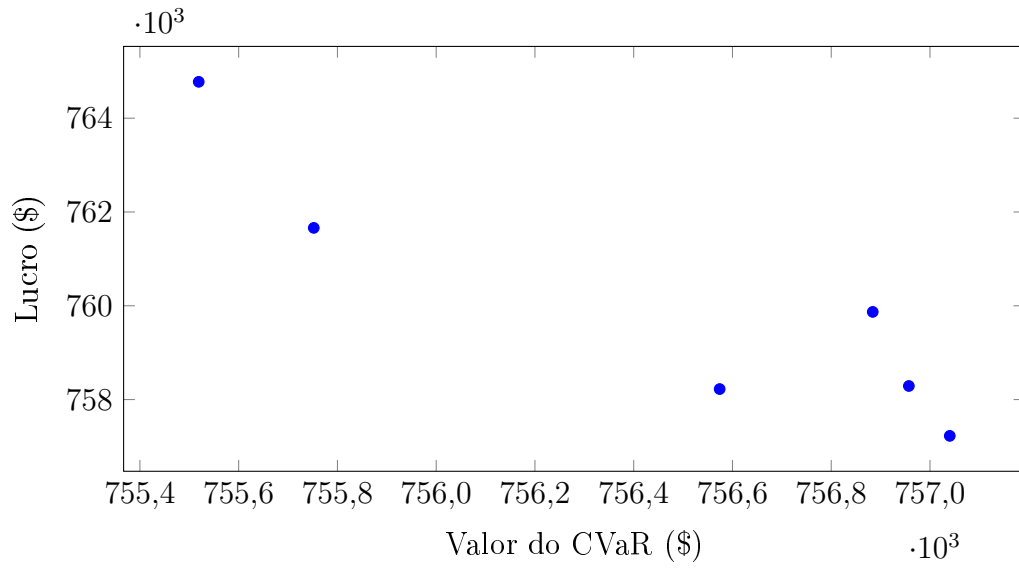


Figura 8.16: Pontos obtidos da fronteira eficiente.

levar a estratégias inadequadas, o que compromete o gerenciamento da cascata e, conseqüentemente, a capacidade de captação de recursos da companhia.

Uma ponderação dos resultados obtidos ao longo deste trabalho, considerando os modelos de médio e curto-prazo, é apresentada no próximo capítulo.

9 CONCLUSÕES

O problema de portfólio de uma companhia geradora consiste em determinar a parcela de sua capacidade produtiva que será destinada para cada uma das possibilidades de comercialização, ponderando fatores como lucratividade prevista, incertezas associadas aos preços, sua capacidade operativa e sua influência no comportamento dos mercados.

No caso de uma companhia hidrelétrica, o problema apresenta nuances particulares, relacionadas às características hidráulicas. A incerteza associada ao ciclo hidrológico transforma a disponibilidade de água em uma variável estocástica do problema, tornando necessário seu gerenciamento ao longo do ano, além de sua influência na previsão dos preços da energia. A possibilidade de transferir a água entre as usinas de uma mesma cascata e a eficiência variável com a altura de queda são outros aspectos que podem influenciar o processo de tomada de decisão.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver modelos de portfólio que levassem em consideração os aspectos hidráulicos. Para tal, o problema foi dividido em dois períodos temporais, um modelo para o médio-prazo e outro para o dia-seguinte.

O modelo de médio-prazo proposto no Capítulo 7 traça a estratégia de *hedging* da companhia geradora ao longo do período de um ano, através de sua atuação no mercado de futuros. O objetivo é determinar quais contratos devem ser assinados e qual o montante de energia que deve ser reservado para a operação no mercado *pool* em cada dia do ano, ponderando entre risco e lucro esperados.

Pode-se verificar que os resultados do planejamento anual apresentam o gerenciamento dos níveis do reservatório, de forma a transferir a água do período chuvoso para o seco, visando o aumento da captação de recursos. Além de demonstrar a importância de considerar os aspectos hidráulicos, esse resultado também permite uma conjectura sobre a organização de mercados *pool* em sistemas fortemente hidráulicos como o brasileiro.

Supondo, como foi feito neste trabalho, que os preços sejam correlacionados com o ciclo hidrológico e que o processo de tomada de decisão atenda aos princípios de racionalidade de mercado, pode-se argumentar que o preço fornece sinalização adequada para que a regularização das vazões seja feita de forma espontânea pelas companhias geradoras.

Observe que isso não significa que a regulação por parte do operador do sistema não é necessária, já que tal responsabilidade não deve ficar a cargo da iniciativa privada, porém, fornece um indício positivo sobre a possibilidade de implantação de mecanismos de leilão em ambientes predominantemente hidráulicos. Ressalta-se que este é um tema complexo,

que demanda estudos em diferentes periodicidades e pontos de vista do sistema antes que qualquer conclusão possa ser estabelecida.

Outro aspecto relevante desse modelo advém de que as decisões de segundo estágio referem-se ao montante reservado para o *pool* ao longo do ano. Dessa maneira, pode-se argumentar que a estratégia de *hedging* corresponde ao acoplamento entre os planejamentos da geração no médio e curto-prazo, porém do ponto de vista do gerador. Assim, o modelo de médio-prazo fornece as metas de geração e volume para o planejamento da atuação no mercado do dia-seguinte, considerando a otimização do portfólio da companhia para um ciclo hidrológico completo.

O modelo proposto no Capítulo 8 trata do planejamento no curto-prazo, considerando a possibilidade de atuação nos mercados do dia-seguinte, regulação e ajustes. Os resultados obtidos apresentam o correto gerenciamento do volume disponível para o período, fazendo com que as curvas de geração e oferta se adaptem aos cenários de preço, melhorando a captação de recursos. Nota-se que a combinação da representação da função de produção e da transmissão hidráulica no modelo permite otimizar a operação da cascata, aumentando a geração de energia por hm^3 de água durante os períodos de pico nos preços.

Dada as características dos resultados obtidos, pode-se argumentar que os aspectos hidráulicos são uma característica preponderante do problema de portfólio, apresentando grande influência na tomada de decisão. Dessa forma, a utilização de modelos que não considerem as restrições hidráulicas pode resultar em estratégias ineficientes, comprometendo o gerenciamento dos reservatórios da companhia e, conseqüentemente, reduzindo sua capacidade de captação de recursos.

9.1 Trabalhos futuros

Aspectos sugeridos para investigação em trabalhos futuros incluem:

- Diferentes formas de coordenação entre os resultados dos modelos propostos para o médio e o curto-prazo, envolvendo a utilização de diferentes tipos de metas ou a construção de modelos de otimização multi-estágio ou utilizando teoria de complementaridade;
- Análise de diferentes métodos de modelagem e resolução de problemas multi-objetivo, permitindo uma melhor exploração da fronteira eficiente, sobretudo no caso do modelo de curto-prazo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANA. Dados de operação dos reservatórios do SIN. Agência Nacional de Águas, Acessado em 28-05-2019. URL <http://sar.ana.gov.br/MedicaoSin>.
- ANEEL. *Atlas de Energia Elétrica no Brasil*. Agência Nacional de Energia Elétrica, 3 edition, 2008.
- A. C. de Araújo e A. de A. Montini. Análise de métricas de risco na otimização de portfólios de ações. *Revista de Administração*, 50(2):208–228, 2015. ISSN 00802107, 19846142.
- J. M. Arroyo e A. J. Conejo. Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(3):1098–1104, August 2000. ISSN 0885-8950.
- J. M. Arroyo e A. J. Conejo. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):1225–1231, November 2002a. ISSN 0885-8950.
- J. M. Arroyo e A. J. Conejo. Optimal response of a power generator to energy, AGC, and reserve pool-based markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(2):404–410, May 2002b. ISSN 0885-8950.
- P. Artzner, F. Delbaen, J. M. Eber, e D. Heath. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9(3):203–228, July 1999. ISSN 1467-9965.
- John R. Birge e François Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer-Verlag, New York, 2 edition, 2011. ISBN 978-1-4614-0236-7. URL <https://www.springer.com/us/book/9781461402367>.
- M. A. Cicogna. *Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos a usinas individualizadas orientado por objetos (Dissertação de Mestrado)*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual da Campinas, Campinas - SP, Brasil, February 1999.
- A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, e F. A. Villamor. Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):1265–1272, November 2002. ISSN 0885-8950.
- A. J. Conejo, F. J. Nogales, J. M. Arroyo, e R. Garcia-Bertrand. Risk-constrained self-scheduling of a thermal power producer. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(3):1569–1574, August 2004. ISSN 0885-8950.
- A. J. Conejo, R. Garcia-Bertrand, M. Carrion, A. Caballero, e A. Andrés. Optimal Involvement in Futures Markets of a Power Producer. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(2):703–711, May 2008. ISSN 0885-8950.

- A. J. Conejo, M. Carrión, e J. M. Morales. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*, volume 153 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Springer US, Boston, MA, 2010. ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1.
- M. Denton, A. Palmer, R. Masiello, e P. Skantze. Managing market risk in energy. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):494–502, May 2003. ISSN 0885-8950.
- EEX. European Energy Exchange Group, Acessado em 18-01-2018. URL <https://www.eex.de/>.
- FERC. Federal Energy Regulatory Commission: Landmark Orders - Order No. 888, Acessado em 18-01-2018. URL <https://www.ferc.gov/legal/maj-ord-reg/land-docs/order888.asp>.
- R. C. Garcia, V. González, J. Contreras, e J. E. S. C. Custodio. Applying modern portfolio theory for a dynamic energy portfolio allocation in electricity markets. *Electric Power Systems Research*, 150:11–23, September 2017. ISSN 0378-7796.
- F. Gökgöz e M. E. Atmaca. Financial optimization in the Turkish electricity market: Markowitz’s mean-variance approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(1):357–368, January 2012. ISSN 1364-0321.
- A. Gomez-Exposito, A. J. Conejo, e C. Canizares. *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*. CRC Press, December 2008. ISBN 978-1-4200-0727-5.
- E. Gonçalves, A. R. Balbo, D. N. da Silva, L. Nepomuceno, E. C. Baptista, e E. M. Soler. Deterministic approach for solving multi-objective non-smooth Environmental and Economic dispatch problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 104:880–897, January 2019. ISSN 0142-0615. doi: 10.1016/j.ijepes.2018.07.056.
- J. P. González, A. M. S. Roque, E. F. Sánchez-Úbeda, J. García-González, e R. G. Hombrados. Residual Demand Curves for Modeling the Effect of Complex Offering Conditions on Day-Ahead Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(1):50–61, January 2017. ISSN 0885-8950.
- George Gross e David Finlay. Generation Supply Bidding in Perfectly Competitive Electricity Markets. *Computational & Mathematical Organization Theory*, 6(1):83–98, May 2000. ISSN 1381-298X, 1572-9346.
- A. Helseth, B. Mo, e G. Warland. Long-term scheduling of hydro-thermal power systems using scenario fans. *Energy Systems*, 1(4):377–391, December 2010. ISSN 1868-3967, 1868-3975.
- J. C. Hull. *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson College Div, Boston, 8 edition edition, 2011. ISBN 978-0-13-216494-8.
- HydroByte. HydroData XP. HydroByte Software, Acessado em 29-05-2019. URL <http://www.hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>.
- IBM. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, Acessado em 30-10-2017. URL <http://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio>.

- D. Kahneman e A. Tversky. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47(2):263–291, 1979. ISSN 0012-9682.
- R. J. Kaye, H. R. Outhred, e C. H. Bannister. Forward contracts for the operation of an electricity industry under spot pricing. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(1): 46–52, February 1990.
- J. Lagarto, F. Fernandes, J. A. M. Sousa, e J. Santana. Multi-market optimal scheduling of a power generation portfolio with a price-maker pumped-storage hydro unit. In *2016 13th International Conference on the European Energy Market (EEM)*, pages 1–5, June 2016. doi: 10.1109/EEM.2016.7521285.
- A. Lorca e J. Prina. Power portfolio optimization considering locational electricity prices and risk management. *Electric Power Systems Research*, 109:80 – 89, 2014. ISSN 0378-7796.
- H. Markowitz. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952. ISSN 1540-6261.
- B. Mo, A. Gjelsvik, e A. Grundt. Integrated risk management of hydro power scheduling and contract management. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(2):216–221, May 2001. ISSN 0885-8950.
- J. M. Morales, A. J. Conejo, H. Madsen, P. Pinson, e M. Zugno. *Integrating Renewables in Electricity Markets*, volume 205 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Springer US, Boston, MA, 2014. ISBN 978-1-4614-9410-2 978-1-4614-9411-9.
- S. Mosquera-López, D. F. Manotas-Duque, e J. M. Uribe. Risk asymmetries in hydrothermal power generation markets. *Electric Power Systems Research*, 147:154 – 164, 2017. ISSN 0378-7796.
- A. L. Motto, F. D. Galiana, A. J. Conejo, e J. M. Arroyo. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(3):646–653, August 2002. ISSN 0885-8950.
- Nobel. Harry M. Markowitz: Facts - The Nobel Prize in Economic Sciences in the year of 1990, Acessado em 22-05-2019a. URL <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/markowitz/facts/>.
- Nobel. Daniel Kahneman: Facts - The Nobel Prize in Economic Sciences in the year of 2002, Acessado em 22-05-2019b. URL <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2002/kahneman/facts/>.
- Nord Pool. Nord Pool Energy Market, Acessado em 18-01-2018. URL <http://www.nordpoolspot.com/>.
- J. Nowotarski e R. Weron. Recent advances in electricity price forecasting: A review of probabilistic forecasting. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81:1548–1568, January 2018. ISSN 1364-0321. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032117308808>.

- OMIE. Relatórios mensais. Operador do Mercado Ibérico - Pólo Espanha., Acessado em 12-01-2018. URL <http://www.omie.es/pt/principal/publicacoes>.
- OMIE. Operador do Mercado Ibérico - Pólo Espanha, Acessado em 18-01-2018. URL <http://www.omie.es/inicio>.
- OMIP. Operador do Mercado Ibérico - Pólo Portugal, Acessado em 18-01-2018. URL <https://www.omip.pt/>.
- A. Papalexopoulos e H. Singh. On the various design options for ancillary services markets. In *Proceedings of the 34th Annual Hawaii International Conference on System Sciences*, pages 8 pp.–, January 2001.
- European Parliament. Directive 96/92/EC of the European Parliament and of the Council of 19 December 1996, December 1996. URL <http://eur-lex.europa.eu/eli/dir/1996/92/oj>.
- A. C. Pereira. *Procedimento de equilíbrio de mercados de energia e reserva com restrições de segurança em sistemas hidrotérmicos*. Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru - SP, Brasil, December 2017.
- A. C. Pereira, A. Q. de Oliveira, E. C. Baptista, A. R. Balbo, E. M. Soler, e L. Nepomuceno. Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(6):4501–4514, November 2017. ISSN 0885-8950.
- M.V.F. Pereira e L.M.V.G. Pinto. A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(10):3851–3860, October 1982. ISSN 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1982.317035.
- PJM. PJM Interconnection: Markets and operations, Acessado em 18-01-2018a. URL <https://www.pjm.com/markets-and-operations.aspx>.
- PJM. PJM Interconnection, Acessado em 18-01-2018b. URL <http://www.pjm.com/>.
- M. A. Plazas, A. J. Conejo, e F. J. Prieto. Multimarket optimal bidding for a power producer. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(4):2041–2050, November 2005. ISSN 0885-8950.
- L. B. dos Reis. *Geração de energia elétrica*. Editora Manole, July 2015. ISBN 978-85-204-4561-7.
- H. Rudnick. Pioneering electricity reform in South America. *IEEE Spectrum*, 33(8):38–44, August 1996. ISSN 0018-9235.
- H. Rudnick e J. Zolezzi. Electric sector deregulation and restructuring in Latin America: lessons to be learnt and possible ways forward. *Transmission and Distribution IEE Proceedings - Generation*, 148(2):180–184, March 2001. ISSN 1350-2360.
- André Taue Saito, José Roberto Ferreira Savoia, e Rubens Famá. A evolução da função financeira. *REGE Revista de Gestão*, 13:31–44, January 2006. ISSN 2177-8736.

- J. Schwager. *A Complete Guide to the Futures Market: Technical Analysis, Trading Systems, Fundamental Analysis, Options, Spreads, and Trading Principles*. Wiley-IEEE Press, 2 edition, January 2017.
- M. Shahidehpour, H. Yamin, e Z. Li. *Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management*. John Wiley & Sons, May 2003. ISBN 978-0-471-46394-8.
- G. B. Shrestha, B. K. Pokharel, T. T. Lie, e S. E. Fleten. Medium term power planning with bilateral contracts. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):627–633, May 2005. ISSN 0885-8950.
- Ramteem Sioshansi e Antonio J. Conejo. *Optimization in Engineering: Models and Algorithms*. Springer: Optimization and Its Applications Series, 2017. ISBN 978-3-319-56767-9.
- G. Steeger, L. A. Barroso, e S. Rebennack. Optimal Bidding Strategies for Hydro-Electric Producers: A Literature Survey. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(4):1758–1766, July 2014. ISSN 0885-8950.
- S. Stoft. *Power System Economics: Designing Markets for Electricity*. Wiley, May 2002. ISBN 978-0-471-15040-4.
- G. Strbac e D. S. Kirschen. *Fundamentals of Power System Economics*. Wiley, 2004. ISBN 978-0-470-84572-1.
- S. W. Wallace e W. T. Ziemba. *Applications of Stochastic Programming*. SIAM, January 2005. ISBN 978-0-89871-879-9.
- R. Weron. Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International Journal of Forecasting*, 30(4):1030–1081, October 2014. ISSN 0169-2070. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207014001083>.

A MODELO DE PORTFÓLIO DE MÉDIO-PRAZO PROPOSTO

A.1 Nomenclatura utilizada

Conjuntos

I	Usinas disponíveis;
J_i	Usinas à montante da usina i ;
K	Períodos considerados no planejamento;
Ω	Cenários de preço do mercado <i>pool</i> ;
H	Cenários de vazão afluyente;
F	Contratos futuros disponíveis;
B^F	Blocos de compra disponíveis em cada contrato futuro;
S^F	Blocos de venda disponíveis em cada contrato futuro.

Índices

f	Contratos de futuros $\{1, \dots, N_F\}$;
b	Blocos de compra dos contratos futuros $\{1, \dots, N_F^B\}$;
s	Blocos de venda dos contratos futuros $\{1, \dots, N_F^S\}$;
i	Usinas hidrelétricas $\{1, \dots, N_I\}$;
k	Períodos no horizonte de planejamento $\{1, \dots, N_K\}$;
ω	Cenários de preço <i>spot</i> $\{1, \dots, N_\Omega\}$;
h	Cenários de vazão afluyente $\{1, \dots, N_H\}$;
κ	Combinações possíveis entre cenários $\{1, \dots, N_\kappa = N_\Omega \times N_H\}$.

Parâmetros

C_i	Custo de geração da usina i (\$/MWh);
K_f	Último período atendido pelo contrato f ;
K_f^0	Primeiro período atendido pelo contrato f ;
M_k	Duração do período k (h);
N_F	Quantidade de contratos futuros disponíveis;
N_F^B	Quantidade de blocos de compra disponíveis nos contratos futuros;
N_F^S	Quantidade de blocos de venda disponíveis nos contratos futuros;
N_I	Quantidade de usinas hidrelétricas consideradas;
N_K	Quantidade de períodos que compõem o horizonte de planejamento;
N_Ω	Quantidade de cenários utilizados na modelagem dos preços do <i>pool</i> ;
N_H	Quantidade de cenários utilizados na modelagem da vazão afluyente;
N_κ	Quantidade total de cenários, dada pelo produto de N_Ω por N_H ;
\bar{P}_{fb}^B	Limite do bloco de compra b do contrato f (MW);
\bar{P}_{fs}^S	Limite do bloco de venda s do contrato f (MW);
P_i^{max}	Potência instalada da usina i (MW);

P_i^{min}	Geração mínima da usina i (MW);
P_t^{old}	Potência de contratos anteriores ao horizonte de planejamento (MW);
V_i^0	Volume inicial da usina i (hm ³);
V_i^{max}	Volume máximo da usina i (hm ³);
V_i^{min}	Volume mínimo da usina i (hm ³);
V_i^{ut}	Diferença entre os volumes máximo e mínimo (hm ³);
Z_i	Altura de queda média da usina i (m);
α	Fator de confiança do CVaR;
β	Fator de ponderação da aversão ao risco;
λ_{fb}^B	Preço de compra do bloco b do contrato f (\$/MWh);
λ_{fs}^S	Preço de venda do bloco s do contrato f (\$/MWh);
$\pi_{\omega h}$	Probabilidade de ocorrência dos cenários ω e h ;
η_i	Produtibilidade média da usina i (MW/m ³ /s/h).

Parâmetros estocásticos

$\lambda_{k\omega}^P$	Preço do mercado <i>pool</i> no período k para o cenário ω (\$/MWh);
Ψ_{ikh}	Vazão afluente da usina i no período k para o cenário h (hm ³ /s).

Variáveis contínuas

$e_{k\omega h}^P$	Energia negociada no <i>pool</i> no período k para os cenários ω e h (MWh);
$p_{ik\omega h}$	Potência gerada pela usina i no período k para os cenários ω e h (MWh);
p_{fb}^B	Potência vendida no bloco b do contrato futuro f (MW);
p_{fs}^S	Potência comprada no bloco s do contrato futuro f (MW);
$q_{ik\omega h}$	Turbinagem da usina i no período k para os cenários ω e h (m ³ /s);
$s_{ik\omega h}$	Vertimento da usina i no período k para os cenários ω e h (m ³ /s);
$v_{ik\omega h}$	Volume da usina i no período k para os cenários ω e h (hm ³);
ζ	Valor de Risco VaR, utilizado para o cálculo do CVaR;
$\xi_{\omega h}$	Variável auxiliar vinculada aos cenários ω e h usada no cálculo do CVaR.

Variáveis binárias

u_f^B	Variável que é 1 se o contrato f é assinado para a compra de energia, ou 0 caso contrário;
u_f^S	Variável que é 1 se o contrato f é assinado para a venda de energia, ou 0 caso contrário.

A.2 Modelo proposto

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar}_{u_f^B, u_f^S, e_{ikwh}^{tot}, e_{kwh}^P, p_{fj}^S, p_{fb}^B, q_{ikwh}, s_{ikwh}, v_{ikwh}} \\ & \left(\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} \lambda_{kwh}^P e_{kwh}^P \right) + \left(\sum_{h \in H} \sum_{s \in S^F} \lambda_{fs}^S p_{fs}^S \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) - \left(\sum_{h \in H} \sum_{b \in B^F} \lambda_{fb}^B p_{fb}^B \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) \\ & - \left(\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} p_{ikwh} C_i M_k \right) + \beta \left(\zeta - \frac{1}{1-\alpha} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{h \in H} \pi_{\omega h} \xi_{\omega h} \right) \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in I} p_{ikwh} M_k = e_{kwh}^P + \sum_{f \in F_t} \sum_{s \in S^F} p_{fs}^S M_k + P_t^{old} M_k - \sum_{f \in F_t} \sum_{b \in B^F} p_{fb}^B M_k;$$

$$\forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H$$

$$p_{ikwh} \leq P_i^{max}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H$$

$$p_{ikwh} \geq P_i^{min}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H$$

$$p_{fs}^S \leq \bar{P}_{fs}^S; \quad \forall f \in F, \forall s \in S^F$$

$$p_{fb}^B \leq \bar{P}_{fb}^B; \quad \forall f \in F, \forall b \in B^F$$

$$\sum_{s \in S^F} p_{fs}^S \leq u_f^S \sum_{s \in S^F} \bar{P}_{fs}^S; \quad \forall f \in F$$

$$\sum_{b \in B^F} p_{fb}^B \leq u_f^B \sum_{b \in B^F} \bar{P}_{fb}^B; \quad \forall f \in F$$

$$u_f^B + u_f^S \leq 1; \quad \forall f \in F$$

$$p_{ikwh} = N_I q_{ikwh} Z_i; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H$$

$$v_{ikwh} = v_{i(k-1)\omega h} + 0,0036 M_k \left(\Psi_{ikh} + \sum_{j \in J_i} u_{jkwh} - q_{ikwh} - s_{ikwh} \right);$$

$$\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H.$$

$$V_i^{min} \leq v_{ikwh} \leq V_i^{max}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H$$

$$v_{ikwh} = V_i^0; \quad \forall i \in I, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H, t = N_K$$

$$\begin{aligned} & \zeta - \left[\left(\sum_{k \in K} \lambda_{kw}^P e_{kwh}^P \right) + \left(\sum_{h \in H} \sum_{s \in S^F} \lambda_{fs}^S p_{fs}^S \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) \right. \\ & \left. - \left(\sum_{h \in H} \sum_{b \in B^F} \lambda_{fb}^B p_{fb}^B \sum_{k=K_f^0}^{K_f} M_k \right) - \left(\sum_{k \in F} \sum_{i \in I} p_{ikwh} C_i M_k \right) \right] \leq \xi_{\omega h}; \quad \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \xi_{\omega h} \geq 0; \quad \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H \\
& e_{k\omega h}^P, p_{ik\omega h}, q_{ik\omega h}, s_{ik\omega h} \geq 0; \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega, \forall h \in H \\
& p_{fs}^S \geq 0; \quad \forall f \in F, \forall s \in S^F \\
& p_{fb}^B \geq 0; \quad \forall f \in F, \forall b \in B^F \\
& u_f^B, u_f^S \in \{0, 1\}; \quad \forall f \in F
\end{aligned}$$

B IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE PORTFÓLIO DE MÉDIO-PRAZO

B.1 Implementação do modelo

```
// Indices do problema
int N_B =...; // Quant. blocos compra nos contratos
int N_S =...; // Quant. blocos venda nos contratos
int N_F =...; // Quant. de contratos
int N_I =...; // Quant. de unidades geradoras
int N_K =...; // Quant. de periodos
int N_W =...; // Quant. de cenarios de preco
int N_H =...; // Quant. de cenarios de vazao

range B = 1..N_B; // Quant. blocos compra nos contratos
range S = 1..N_S; // Quant. blocos venda nos contratos
range F = 1..N_F; // Quant. de contratos
range I = 1..N_I; // Quant. de unidades geradoras
range K = 1..N_K; // Quant. de periodos
range W = 1..N_W; // Quant. de cenarios de preco
range H = 1..N_H; // Quant. de cenarios de vazao

// Constantes
int Kf[F] =...; // Periodo final do contrato f
int KO[F] =...; // Periodo inicial do contrato f
int Mt[K] =...; // Duracao do contrato f
float C[I] =...; // Custo de geracao da unidade i
float Disp[K][F] =...; // Disponibilidade dos contratos em k
float F1 =...; // Fator de conversao
float Pb_max[F][B] =...; // Limite do bloco b do contrato f
float Ps_max[F][S] =...; // Limite do bloco s do contrato f
float Pg_max[I] =...; // Capacidade da unidade i
float Pg_min[I] =...; // Geracao minima da unidade i
float P_old[K] =...; // Potencia de contratos antigos
float N[I] =...; // Productibilidade da usina i
float VO[I] =...; // Volume inicial
float Vmax[I] =...; // Volume maximo
float Vmin[I] =...; // Volume minimo
float Zi[I] =...; // Altura de queda media da usina i
float Alfa =...; // Fator de confianca do CVaR
float Beta =...; // Fator de aversao ao risco
float Pi =...; // Probabilidade do cenario w
float Lambda_b[F][B] =...; // Preco do bloco b do contrato f
float Lambda_s[F][S] =...; // Preco do bloco s do contrato f

// Cenarios
float Lambda_p[K][W] =...; // Preco do pool
float Psi[I][K][H] =...; // Vazao lateral

// Variaveis continuas
dvar float+ e_pool[K][W][H]; // Energia reservada para o pool
dvar float+ p[I][K][W][H]; // Potencia gerada pela unidade i
```

```

dvar float+ p_b[F][B];          // Potencia no bloco b do contrato f
dvar float+ p_s[F][S];          // Potencia no bloco s do contrato f
dvar float+ q[I][K][W][H];      // Turbinagem
dvar float+ s[I][K][W][H];      // Vertimento
dvar float+ v[I][K][W][H];      // Volume armazenado
dvar float+ xi[W][H];           // Variavel auxiliar do CVaR
dvar float+ zeta;               // Variavel auxiliar do CVaR

// Variaveis binarias
dvar boolean u_b[F];            // Venda de energia no contrato f
dvar boolean u_s[F];            // Compra de energia no contrato f

// Tupla hidraulica

tuple Hydro
{
int U_I;                          // Usina hidreletrica i
{int} U_J;                          // Conjunto de usinas a montante
{int} Tau;                          // Tempo de viagem entre as usinas
}

Hydro Cascata[I] = ...;          // Tupla com os dados da cascata

// Funcao Objetivo
dexpr float Pool = sum(k in K, w in W, h in H) Pi*Lambda_p[k][w]
    *e_pool[k][w][h];
dexpr float FM_s = sum(f in F, s in S) Lambda_s[f][s]*p_s[f][s]
    *sum(d in T:d>=K0[f] && d<=Kf[f]) Mt[d];
dexpr float FM_b = sum(f in F, b in B) Lambda_b[f][b]*p_b[f][b]
    *sum(d in T:d>=K0[f] && d<=Kf[f]) Mt[d];
dexpr float Cost = sum(k in K, i in I, w in W, h in H) Pi
    *p[i][k][w][h]*C[i]*M[k];
dexpr float CVaR = (zeta-(1/(1-Alfa))*sum(w in W, h in H) Pi*xi[w][h]);

maximize Pool + FM_s - FM_b - Cost + Beta*CVaR;

// Restricoes
subject to
{
constraint_02: // Balanco de energia
forall(k in K, w in W, h in H)
    e_pool[k][w][h] == sum(f in F:Disp[k][f]==1) sum(b in B) p_b[f][b]*Mt[k]
    - sum(f in F:Disp[k][f]==1) sum(s in S) p_s[f][s]*Mt[k]
    + sum(i in I) p[i][k][w][h]*M[k] + P_old[k]*Mt[k];

constraint_03: // Limite de geracao maxima
forall(i in I, k in K, w in W, h in H)
    p[i][k][w][h] <= Pg_max[i];

constraint_04: // Limite de geracao minima
forall(i in I, k in K, w in W, h in H)
    p[i][k][w][h] >= Pg_min[i];

constraint_05: // Limite do bloco de venda em MW
forall(f in F, s in S)
    p_s[f][s] <= Ps_max[f][s];

constraint_06: // Limite do bloco de compra em MW

```

```

forall(f in F, b in B)
    p_b[f][b] <= Pb_max[f][b];

constraint_07: // 0/1 que define como contrato de venda
forall(f in F)
    sum(s in S) p_s[f][s] <= u_s[f]*sum(s in S) Ps_max[f][s];

constraint_08: // 0/1 que define como contrato de compra
forall(f in F)
    sum(b in B) p_b[f][b] <= u_b[f]*sum(b in B) Pb_max[f][b];

constraint_09: // Proibe a compra e venda no mesmo contrato
forall(f in F)
    u_s[f] + u_b[f] <= 1;

constraint_10: // Rendimento da usina
forall(i in I, w in W, k in K, h in H)
    p[i][k][w][h] == N[i]*q[i][k][w][h]*Zi[i];

constraint_11: // Balanco hidraulico em k=1
forall(i in I, w in W, h in H)
    v[i][1][w][h] == VO[i] + 0.0036*M[1]*(Psi[i][1][h] - u[i][1][w][h])
    + 0.0036*M[1]*sum(j in Cascata[i].U_J, tau in Cascata[i].Tau: ord(Cascata[i].U_J,j)
    == ord(Cascata[i].Tau, tau) && (1-tau >= 1)) u[j][1-tau][w][h];

constraint_11b: // Balanco hidraulico p/k>1
forall(i in I, k in K:k>1, w in W, h in H)
    v[i][k][w][h] == v[i][k-1][w][h] + 0.0036*M[k]*(Psi[i][k][h] - u[i][k][w][h])
    + 0.0036*M[k]*sum(j in Cascata[i].U_J, tau in Cascata[i].Tau: ord(Cascata[i].U_J,j)
    == ord(Cascata[i].Tau, tau) && (k-tau >= 1)) u[j][k-tau][w][h];

constraint_12a: // Volume maximo
forall(i in I, k in K, w in W, h in H)
    v[i][k][w][h] <= Vmax[i];

constraint_12b: // Volume minimo
forall(i in I, k in K, w in W, h in H)
    v[i][k][w][h] >= Vmin[i];

constraint_13: // Meta de volume final
forall(i in I, w in W, h in H)
    v[i][N_T][w][h] >= VO[i];

constraint_14: // CVaR
forall(w in W, h in H)
    zeta - (sum(k in K)Lambda_p[k][w]*e_pool[k][w][h]
    + sum(f in F, s in S)Lambda_s[f][s]*p_s[f][s]*sum(d in T:d>=KO[f] && d<=Kf[f])Mt[d]
    - sum(f in F, b in B)Lambda_b[f][b]*p_b[f][b]*sum(d in T:d>=KO[f] && d<=Kf[f])Mt[d]
    - sum(k in K, i in I)p[i][k][w][h]*M[k]*C[i]) <= xi[w][h];
}

```

B.2 Arquivo de dados para o teste com 2 usinas

```

// Conjuntos
N_J = 2; // Quantidade de blocos dos contratos
N_I = 2; // Quantidade de unidades geradoras
N_K = 7; // Quantidade de periodos
N_W = 4; // Quantidade de cenarios de preco
N_H = 4; // Quantidade de cenarios de vazao

```

```

N_F = 2; // Quantidade de contratos

// Dados do problema
Alpha = 0.75; // Fator de confianca do CVaR
Beta = 1.0; // Fator de aversao ao risco
Pi = 0.0625; // Probabilidade do cenario w
M = [24 24 24 24 24 24]; // Duracao do periodo k
P_ex = [0 0 0 0 0 0]; // Energia de contratos antigos
Ps = [[10 10][10 10]]; // Limite do bloco j do contrato f
Lambda_S = [[35 30][37 33]]; // Preco do bloco j do contrato f

// Constantes das usinas

// UHE 01 UHE 02
C = [0 0]; // Custo de geracao [$/MWh]
N = [0.008819 0.008829]; // Produtibilidade [MW/m3/s/m]
P_max = [52.0 180.0]; // Limite superior de geracao [MW]
P_min = [0 0]; // Limite inferior de geracao [MW]
U_max = [1170.0 1250.0]; // Limite superior da defluencia [m3/s]
U_min = [17.0 68.0]; // Limite inferior da defluencia [m3/s]
U_up = [1170.0 1170.0]; // Rampa de aumento de defluencia [m3/s]
U_dn = [1170.0 1170.0]; // Rampa de diminuicao de defluencia [m3/s]
V_max = [7.0 6.8]; // Limite superior do volume armazenado [Hm3]
V_min = [0 0]; // Limite inferior do volume armazenado [Hm3]
V0 = [3.5 3.4]; // Volume inicial do reservatorio [Hm3]
Z = [25.0 34.9]; // Altura de queda media [m]

// Tupla da cascata <Usina i, Usina a montante j, Tempo de viagem tau>
Cascata = [<1,{},{}> <2,{1},{0}> <3,{2},{0}>];

// Cenarios de preco
Lambda_p = [
[46.17 40.66 25.75 26.68] // Dia 01
[51.69 41.37 38.03 31.14] // Dia 02
[52.45 41.67 38.42 32.89] // Dia 03
[57.75 41.45 36.68 30.42] // Dia 04
[52.45 41.85 34.06 26.92] // Dia 05
[51.69 41.35 32.61 25.79] // Dia 06
[50.58 39.38 21.42 25.46]]; // Dia 07

// Cenarios de vazao
Psi = [[[407.0 115.0 94.0 113.0 ] // UHE 01 - dia 01
[407.0 117.0 95.0 92.0 ] // UHE 01 - dia 02
[409.0 104.0 94.0 91.0 ] // UHE 01 - dia 03
[405.0 98.0 97.0 81.0 ] // UHE 01 - dia 04
[405.0 95.0 100.0 88.0 ] // UHE 01 - dia 05
[395.0 87.0 99.0 87.0 ] // UHE 01 - dia 06
[407.0 88.0 119.0 129.0 ]] // UHE 01 - dia 07
[[[452.5 91.1 52.3 129.0 ] // UHE 02 - dia 01
[359.9 91.0 48.5 129.0 ] // UHE 02 - dia 02
[309.4 91.2 49.4 129.0 ] // UHE 02 - dia 03
[330.1 87.1 49.4 129.0 ] // UHE 02 - dia 04
[439.3 90.4 46.1 129.0 ] // UHE 02 - dia 05
[321.1 88.7 44.1 129.0 ] // UHE 02 - dia 06
[236.8 87.0 44.3 129.0 ]]]; // UHE 02 - dia 07

```

B.3 Arquivo de dados para o teste com 15 usinas

```
// Conjuntos
```

```

N_B = 4; // Quantidade de blocos de compra nos contratos
N_S = 4; // Quantidade de blocos de venda nos contratos
N_F = 12; // Quantidade de contratos
N_I = 15; // Quantidade de unidades geradoras
N_K = 365; // Quantidade de periodos
N_W = 6; // Quantidade de cenarios de preco
N_H = 15; // Quantidade de cenarios de vazao

// Dados das usinas
C = [0 0 0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0 0 0 ];
N = [0.008525 0.008819 0.008829 0.008633 0.008340 0.008830 0.008927 0.009026
     0.009025 0.008730 0.008437 0.008339 0.008240 0.008535 0.008829 ];
P_max = [46.0 52.0 180.0 1312.0 478.0 1104.0 424.0 210.0
         380.0 328.0 80.4 108.8 32.0 1488.0 1396.2 ];
P_min = [0 0 0 0 0 0 0 0
         0 0 0 0 0 0 0 0 ];
U_max = [1000.0 1170.0 1250.0 4000.0 4400.0 4500.0 4300.0 4500.0
         5000.0 7000.0 600.0 3044.0 550.0 8000.0 100000.0 ];
U_min = [17.0 17.0 68.0 102.0 225 226.0 227.0 229.0
         253.0 245.0 16.0 12.0 19.0 418.0 484 ];
U_up = [1000.0 1170.0 1170.0 2000.0 2000.0 4500.0 4300.0 4500.0
        5000.0 2000.0 600.0 3000.0 550.0 2000.0 2000.0 ];
U_dn = [1000.0 1170.0 1170.0 2000.0 2000.0 4500.0 4300.0 4500.0
        5000.0 2000.0 600.0 3000.0 550.0 2000.0 2000.0 ];
V_max = [672.0 7.0 6.8 17217.0 631.0 178.2 90.0 7.2
         268.0 233.9 403.3 1.2 16.4 5100.0 5169.2 ];
V_min = [0 0 0 0 0 0 0 0
         0 0 0 0 0 0 0 0 ];
VO = [336.0 3.5 3.4 8608.5 315.5 89.1 45.0 3.6
      134.0 117.0 201.7 0.6 8.2 2550.0 2584.6 ];
Z = [24.6 25.0 34.9 90.0 43.2 61.7 44.1 15.7
     26.6 18.9 101.0 88.0 21.7 59.2 53.5 ];

// Dados do problema
F1 = 0.0036; // Fator de conversao
Alfa = 0.95; // Fator de confianca
Beta = 0; // Fator de aversao
Pi = 0.011111111; // Probabilidade do cenario w

Kf = [31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334 365];
K0 = [01 32 60 91 121 152 182 213 244 274 305 335];

// Potencia e preco dos blocos de compra dos contratos de futuros
Pb_max = [[500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 1-3
          [500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 4-6
          [500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 7-9
          [500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500]]; // Contratos 10-12

Lambda_b = [[40 42 44 46][40 42 44 46][40 42 44 46] // Contratos 1-3
            [40 42 44 46][40 42 44 46][40 42 44 46] // Contratos 4-6
            [40 42 44 46][40 42 44 46][40 42 44 46] // Contratos 7-9
            [40 42 44 46][40 42 44 46][40 42 44 46]]; // Contratos 10-12

// Potencia e preco dos blocos de venda dos contratos de futuros
Ps_max = [[500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 1-3
          [500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 4-6
          [500 500 500 500][500 500 500 500][500 500 500 500] // Contratos 7-9

```


[56.55	36.59	37.40	41.02	31.90	44.68]	//	Dia	002
[52.30	42.13	32.22	36.91	18.63	38.90]	//	Dia	003
[52.23	31.58	17.81	20.08	37.74	47.63]	//	Dia	004
[54.39	25.01	30.87	12.43	30.33	46.74]	//	Dia	005
[46.90	36.48	38.15	11.17	23.68	40.88]	//	Dia	006
[42.78	39.05	36.10	04.67	10.01	34.21]	//	Dia	007
[48.53	41.31	41.66	07.83	12.21	35.26]	//	Dia	008
[54.98	48.21	47.30	51.33	24.70	44.19]	//	Dia	009
[55.45	46.00	45.50	59.91	31.46	42.78]	//	Dia	010
[53.51	47.07	39.25	66.91	25.49	42.83]	//	Dia	011
[52.94	37.56	41.68	46.10	30.77	42.54]	//	Dia	012
[52.27	38.62	47.62	59.26	40.59	48.73]	//	Dia	013
[43.06	44.83	44.08	73.76	41.86	38.33]	//	Dia	014
[44.19	44.27	38.98	72.66	39.06	38.59]	//	Dia	015
[50.23	43.74	39.25	59.15	17.13	29.69]	//	Dia	016
[52.03	39.06	42.55	58.19	25.45	37.08]	//	Dia	017
[49.37	40.15	36.88	61.92	29.70	35.99]	//	Dia	018
[50.56	35.83	34.95	68.80	40.03	36.25]	//	Dia	019
[48.92	45.50	39.58	65.89	50.79	43.83]	//	Dia	020
[45.26	46.72	41.11	51.91	47.60	38.56]	//	Dia	021
[42.49	47.08	38.65	63.79	43.06	41.97]	//	Dia	022
[40.53	43.79	31.64	62.30	39.28	38.96]	//	Dia	023
[38.99	38.69	32.75	66.92	34.58	39.75]	//	Dia	024
[44.80	33.72	23.77	61.35	36.80	38.43]	//	Dia	025
[44.99	35.33	31.04	50.84	37.08	36.51]	//	Dia	026
[42.17	41.45	39.44	55.66	33.84	34.40]	//	Dia	027
[33.12	44.00	41.47	60.03	33.18	32.38]	//	Dia	028
[38.47	41.89	37.77	55.15	38.47	37.30]	//	Dia	029
[44.39	44.38	30.32	46.72	32.85	33.39]	//	Dia	030
[42.65	43.13	27.89	32.80	32.21	35.28]	//	Dia	031
[37.93	39.93	16.66	35.10	31.83	36.14]	//	Dia	032
[42.71	32.30	28.70	36.98	23.97	34.82]	//	Dia	033
[40.00	30.32	25.93	35.99	24.38	36.52]	//	Dia	034
[32.52	34.70	30.54	30.82	28.11	31.35]	//	Dia	035
[30.31	31.36	41.20	28.84	28.35	31.39]	//	Dia	036
[34.34	31.46	40.08	25.12	28.78	33.19]	//	Dia	037
[34.53	36.31	34.93	21.84	20.46	31.48]	//	Dia	038
[34.49	35.13	21.29	27.59	27.13	28.45]	//	Dia	039
[37.11	22.66	26.53	29.42	30.93	28.70]	//	Dia	040
[25.73	16.56	27.52	27.42	30.42	32.57]	//	Dia	041
[23.33	28.42	25.44	27.62	28.47	27.22]	//	Dia	042
[30.11	32.86	29.84	19.99	30.29	28.29]	//	Dia	043
[32.42	32.34	30.89	25.14	24.37	27.23]	//	Dia	044
[34.06	30.85	26.74	26.29	25.80	30.81]	//	Dia	045
[34.31	30.60	08.85	23.06	24.05	28.64]	//	Dia	046
[32.57	26.27	12.75	16.86	23.17	28.91]	//	Dia	047
[30.68	27.94	25.47	18.16	22.43	22.55]	//	Dia	048
[29.75	31.14	25.70	21.03	27.36	08.77]	//	Dia	049
[33.92	34.51	25.79	25.46	26.48	25.84]	//	Dia	050
[35.67	34.87	24.85	23.04	17.78	28.80]	//	Dia	051
[35.62	35.16	33.95	13.17	24.91	30.47]	//	Dia	052
[31.38	34.93	28.92	22.79	32.13	31.61]	//	Dia	053
[33.48	24.64	29.72	25.80	26.93	32.49]	//	Dia	054
[35.61	31.17	30.99	31.12	23.38	31.66]	//	Dia	055
[27.98	33.49	36.24	30.58	27.37	16.70]	//	Dia	056
[32.46	31.41	35.25	18.87	26.18	24.67]	//	Dia	057
[39.49	32.25	29.06	10.29	23.95	38.55]	//	Dia	058
[41.57	31.24	29.26	27.15	27.85	25.68]	//	Dia	059

[32.81	29.26	30.08	23.89	06.25	27.58]	//	Dia	060
[35.45	21.34	37.73	29.80	33.23	36.49]	//	Dia	061
[33.91	30.19	34.09	35.06	36.58	38.65]	//	Dia	062
[35.78	31.21	42.09	31.76	35.40	40.07]	//	Dia	063
[38.01	33.68	42.64	27.68	14.62	42.19]	//	Dia	064
[38.16	29.01	41.03	26.05	16.89	42.24]	//	Dia	065
[41.07	32.09	43.60	30.64	30.03	32.53]	//	Dia	066
[40.53	33.59	33.91	35.62	25.44	37.06]	//	Dia	067
[37.58	30.47	38.99	33.43	28.17	37.58]	//	Dia	068
[28.24	35.29	41.95	32.78	34.87	35.91]	//	Dia	069
[36.38	39.55	42.43	32.07	35.70	29.21]	//	Dia	070
[41.69	36.05	35.81	24.01	26.47	40.44]	//	Dia	071
[42.07	34.47	45.84	31.66	34.42	43.27]	//	Dia	072
[42.07	33.52	41.28	31.67	33.32	39.61]	//	Dia	073
[41.10	39.14	31.23	28.43	27.76	43.41]	//	Dia	074
[42.59	35.51	29.37	35.22	25.94	45.95]	//	Dia	075
[32.94	32.87	30.90	44.39	32.14	46.47]	//	Dia	076
[33.15	42.13	31.27	39.54	32.32	40.11]	//	Dia	077
[40.08	39.66	31.72	37.53	18.97	41.58]	//	Dia	078
[42.33	36.55	41.56	46.77	35.77	46.76]	//	Dia	079
[38.06	37.01	36.36	37.95	33.21	45.31]	//	Dia	080
[42.25	35.63	31.84	41.23	35.05	43.93]	//	Dia	081
[40.17	35.15	46.78	39.55	38.57	47.71]	//	Dia	082
[32.30	36.51	53.42	38.45	38.20	45.48]	//	Dia	083
[36.70	42.35	40.77	39.35	38.86	34.26]	//	Dia	084
[41.69	43.03	37.06	46.94	33.56	37.05]	//	Dia	085
[40.02	45.01	37.26	48.02	37.69	41.58]	//	Dia	086
[38.75	34.42	41.32	40.13	40.28	47.41]	//	Dia	087
[41.06	32.27	37.00	45.20	42.44	46.32]	//	Dia	088
[38.38	29.73	49.33	53.12	42.74	50.15]	//	Dia	089
[34.94	40.23	55.81	43.13	45.65	49.18]	//	Dia	090
[35.12	45.96	49.50	50.85	45.98	42.06]	//	Dia	091
[36.57	46.16	49.32	41.34	35.76	44.78]	//	Dia	092
[35.30	45.41	54.31	39.12	29.66	48.50]	//	Dia	093
[35.37	44.33	54.04	30.68	38.22	50.58]	//	Dia	094
[36.29	42.37	44.42	35.94	42.91	52.24]	//	Dia	095
[38.64	38.25	44.75	44.30	37.58	53.78]	//	Dia	096
[31.73	42.50	50.34	53.18	34.22	54.62]	//	Dia	097
[35.03	44.13	49.60	53.94	31.04	48.22]	//	Dia	098
[39.58	44.57	50.99	51.99	23.29	50.87]	//	Dia	099
[40.10	42.63	53.63	48.36	45.89	53.20]	//	Dia	100
[39.35	42.07	51.39	42.71	47.14	54.67]	//	Dia	101
[38.02	47.34	49.00	42.68	47.78	54.31]	//	Dia	102
[36.65	40.43	49.83	48.12	45.76	53.11]	//	Dia	103
[31.42	41.67	51.60	46.74	48.82	49.59]	//	Dia	104
[35.35	47.79	48.68	46.70	51.19	43.94]	//	Dia	105
[36.91	43.12	46.87	44.33	45.63	53.41]	//	Dia	106
[39.30	31.20	47.00	47.95	45.31	56.45]	//	Dia	107
[38.45	42.56	55.40	34.49	44.01	53.50]	//	Dia	108
[39.24	45.34	49.72	46.46	41.97	51.95]	//	Dia	109
[40.28	33.02	52.24	46.54	46.41	53.64]	//	Dia	110
[37.56	47.79	55.00	41.37	50.04	54.26]	//	Dia	111
[39.96	51.92	52.85	29.88	50.44	47.45]	//	Dia	112
[43.38	55.98	57.91	48.07	47.45	51.48]	//	Dia	113
[42.04	57.61	61.78	48.56	50.37	54.10]	//	Dia	114
[46.37	58.29	59.18	44.17	51.82	55.67]	//	Dia	115
[46.13	56.54	50.63	48.47	47.40	55.04]	//	Dia	116
[45.42	49.23	56.34	55.01	45.98	54.34]	//	Dia	117

[40.35	50.35	61.25	49.86	44.97	54.19]	//	Dia	118
[41.78	53.52	65.69	49.93	43.37	52.85]	//	Dia	119
[44.81	53.82	59.13	51.85	30.71	54.48]	//	Dia	120
[41.97	57.30	57.71	47.70	35.87	55.47]	//	Dia	121
[43.37	57.34	53.96	38.46	43.81	53.93]	//	Dia	122
[42.74	63.10	46.65	37.73	49.26	55.27]	//	Dia	123
[41.43	46.72	48.58	50.86	51.71	57.78]	//	Dia	124
[40.75	52.51	57.35	47.41	55.76	58.42]	//	Dia	125
[41.64	60.70	57.39	48.25	52.10	53.89]	//	Dia	126
[42.12	51.84	54.94	52.52	47.89	56.50]	//	Dia	127
[42.08	55.79	49.49	49.45	48.07	55.06]	//	Dia	128
[42.67	61.60	55.48	44.27	51.58	57.64]	//	Dia	129
[42.34	54.28	47.94	46.79	54.67	59.75]	//	Dia	130
[42.55	33.61	49.51	55.85	55.04	59.87]	//	Dia	131
[38.24	55.63	52.80	56.18	56.02	56.38]	//	Dia	132
[40.85	64.17	56.68	56.71	54.89	53.42]	//	Dia	133
[43.96	60.12	56.42	51.10	50.25	55.48]	//	Dia	134
[45.56	59.97	54.78	53.22	55.02	56.57]	//	Dia	135
[45.66	58.74	55.03	51.19	55.08	57.03]	//	Dia	136
[47.31	63.29	45.65	52.30	57.26	55.76]	//	Dia	137
[43.71	55.12	44.19	51.91	38.80	57.89]	//	Dia	138
[41.31	52.25	48.13	50.41	50.72	57.00]	//	Dia	139
[44.23	58.96	52.82	49.33	53.51	55.54]	//	Dia	140
[45.15	56.04	47.71	46.18	49.76	58.05]	//	Dia	141
[41.90	64.05	52.21	49.70	51.79	56.97]	//	Dia	142
[38.72	67.13	54.90	43.88	55.48	57.56]	//	Dia	143
[43.22	65.41	47.36	46.86	53.32	51.72]	//	Dia	144
[45.94	50.62	52.67	51.84	53.10	51.68]	//	Dia	145
[35.82	60.09	55.42	53.52	53.76	54.52]	//	Dia	146
[42.73	69.00	58.48	53.14	54.95	56.45]	//	Dia	147
[45.41	68.90	56.78	56.60	43.12	53.92]	//	Dia	148
[47.88	68.01	58.60	56.36	49.52	58.37]	//	Dia	149
[49.91	68.58	58.83	53.59	55.12	58.99]	//	Dia	150
[47.53	68.44	51.56	56.78	56.52	61.05]	//	Dia	151
[48.20	51.18	51.05	54.42	53.45	58.35]	//	Dia	152
[40.62	59.86	57.58	49.95	56.58	57.89]	//	Dia	153
[46.13	62.39	60.92	57.59	58.13	55.88]	//	Dia	154
[49.16	63.27	55.64	60.82	53.79	56.33]	//	Dia	155
[47.72	68.03	50.49	56.05	56.47	57.04]	//	Dia	156
[46.94	70.69	51.97	35.88	57.77	52.88]	//	Dia	157
[46.06	68.45	49.07	53.33	63.29	53.93]	//	Dia	158
[45.53	55.83	51.30	61.55	61.61	57.56]	//	Dia	159
[42.56	58.39	55.56	66.07	55.98	57.20]	//	Dia	160
[44.51	67.70	61.60	64.02	55.88	51.75]	//	Dia	161
[45.65	73.25	64.26	64.65	46.97	54.96]	//	Dia	162
[50.25	72.83	60.80	65.29	54.84	54.28]	//	Dia	163
[47.51	74.34	61.46	57.10	55.58	56.44]	//	Dia	164
[46.98	72.88	41.41	58.27	57.42	57.28]	//	Dia	165
[47.94	64.26	49.38	64.81	62.34	54.58]	//	Dia	166
[45.77	70.89	59.18	61.71	58.37	60.85]	//	Dia	167
[45.25	72.78	55.74	63.90	54.81	47.88]	//	Dia	168
[44.38	73.77	62.92	64.63	51.86	60.41]	//	Dia	169
[42.54	70.83	64.48	63.66	56.54	61.48]	//	Dia	170
[44.19	69.59	63.20	61.62	59.38	60.05]	//	Dia	171
[47.40	72.11	52.05	67.50	63.80	57.50]	//	Dia	172
[48.93	60.57	51.87	71.47	62.66	60.98]	//	Dia	173
[45.30	64.72	48.15	62.17	60.15	61.48]	//	Dia	174
[47.93	72.95	44.99	58.14	63.11	58.79]	//	Dia	175

[49.00	69.33	45.92	55.57	53.80	61.34]	//	Dia	176
[50.31	68.89	56.87	52.58	58.27	59.90]	//	Dia	177
[48.77	71.09	53.60	44.93	60.32	60.54]	//	Dia	178
[48.96	69.36	44.05	50.76	52.77	61.27]	//	Dia	179
[47.53	58.74	52.82	50.71	58.40	63.45]	//	Dia	180
[39.56	66.21	65.87	56.26	64.38	63.67]	//	Dia	181
[46.04	70.46	60.82	58.91	66.27	60.99]	//	Dia	182
[50.77	75.01	60.63	57.67	45.59	64.91]	//	Dia	183
[53.35	69.81	58.55	52.61	59.31	63.87]	//	Dia	184
[53.46	69.36	62.82	33.19	65.91	56.94]	//	Dia	185
[50.74	69.40	42.43	36.22	64.11	58.12]	//	Dia	186
[44.34	58.39	52.16	46.49	66.97	64.81]	//	Dia	187
[29.26	66.11	74.20	40.50	64.83	62.70]	//	Dia	188
[41.14	73.83	71.32	43.88	61.85	61.32]	//	Dia	189
[44.71	72.07	66.60	44.10	59.07	62.37]	//	Dia	190
[45.91	70.40	76.52	28.57	63.09	55.89]	//	Dia	191
[45.57	69.40	75.13	29.12	64.67	60.46]	//	Dia	192
[49.78	72.13	60.73	56.61	59.97	62.34]	//	Dia	193
[48.98	56.27	65.66	58.90	68.04	63.15]	//	Dia	194
[35.90	54.89	74.37	58.72	68.81	61.72]	//	Dia	195
[42.08	57.76	70.91	56.82	68.74	61.59]	//	Dia	196
[52.53	54.50	72.08	55.87	62.13	58.98]	//	Dia	197
[43.38	57.98	61.00	50.42	64.98	61.80]	//	Dia	198
[37.76	64.00	49.24	47.87	64.26	61.86]	//	Dia	199
[44.22	66.80	23.60	55.87	61.81	63.18]	//	Dia	200
[43.10	60.98	49.55	54.48	69.43	62.68]	//	Dia	201
[44.13	67.65	68.29	57.07	61.46	59.81]	//	Dia	202
[46.51	69.94	70.14	60.25	59.25	60.58]	//	Dia	203
[48.16	73.11	66.46	55.75	50.13	60.81]	//	Dia	204
[49.94	68.78	64.07	54.11	64.50	59.56]	//	Dia	205
[51.29	68.97	59.03	43.98	68.39	61.81]	//	Dia	206
[55.42	67.46	54.46	55.51	56.00	59.32]	//	Dia	207
[53.64	55.80	49.71	59.33	66.09	55.72]	//	Dia	208
[48.11	58.63	53.44	59.61	69.73	58.33]	//	Dia	209
[48.13	67.58	63.60	61.92	69.78	56.90]	//	Dia	210
[49.21	68.44	60.97	56.10	60.34	60.99]	//	Dia	211
[48.43	67.27	62.21	44.51	65.33	57.07]	//	Dia	212
[45.48	68.32	60.14	22.10	68.81	50.30]	//	Dia	213
[45.79	67.94	46.93	39.85	60.86	52.82]	//	Dia	214
[43.10	58.29	54.01	50.24	64.83	56.69]	//	Dia	215
[15.51	62.17	61.37	53.32	65.64	62.24]	//	Dia	216
[29.10	66.92	59.44	47.70	61.90	61.47]	//	Dia	217
[44.24	64.66	60.24	52.63	53.36	61.82]	//	Dia	218
[44.80	59.73	60.23	57.79	57.63	59.79]	//	Dia	219
[42.75	58.65	56.81	50.51	62.26	63.95]	//	Dia	220
[39.60	59.57	53.87	49.63	62.90	63.90]	//	Dia	221
[37.88	39.16	58.10	51.01	62.95	61.26]	//	Dia	222
[11.68	42.63	51.89	51.26	55.50	64.67]	//	Dia	223
[24.96	54.93	45.16	51.33	43.95	60.87]	//	Dia	224
[39.05	54.32	46.63	62.81	40.13	63.95]	//	Dia	225
[38.94	57.18	56.17	61.32	59.32	63.79]	//	Dia	226
[39.39	52.57	54.63	49.45	66.94	62.00]	//	Dia	227
[40.24	64.64	56.16	35.81	49.58	63.23]	//	Dia	228
[29.43	36.66	40.64	51.13	59.74	64.63]	//	Dia	229
[12.97	42.51	47.28	49.17	57.39	59.30]	//	Dia	230
[13.46	54.14	52.83	45.22	60.10	37.26]	//	Dia	231
[23.69	55.95	51.46	61.39	43.77	59.81]	//	Dia	232
[29.81	61.40	48.59	57.00	52.04	61.80]	//	Dia	233

[35.21	66.05	58.62	41.27	57.45	60.34]	//	Dia	234
[38.28	65.80	51.80	57.76	55.69	61.98]	//	Dia	235
[28.90	52.93	59.58	57.18	59.70	61.19]	//	Dia	236
[06.87	66.44	64.33	64.01	44.58	65.71]	//	Dia	237
[26.09	48.31	60.76	62.21	57.16	56.18]	//	Dia	238
[45.52	62.36	62.77	56.71	44.12	55.24]	//	Dia	239
[45.78	75.45	58.96	67.17	40.47	62.84]	//	Dia	240
[39.84	56.00	56.91	57.09	40.60	66.88]	//	Dia	241
[33.00	56.76	49.32	59.34	53.54	64.33]	//	Dia	242
[31.42	48.62	35.28	56.40	53.20	63.19]	//	Dia	243
[17.14	51.06	28.89	58.75	34.63	62.59]	//	Dia	244
[31.65	49.16	36.58	54.87	50.06	58.61]	//	Dia	245
[40.40	68.23	47.75	48.79	48.14	60.82]	//	Dia	246
[40.30	75.35	45.52	27.42	64.91	63.28]	//	Dia	247
[41.47	70.71	44.92	04.47	71.75	63.21]	//	Dia	248
[37.81	54.89	19.36	14.60	50.35	61.18]	//	Dia	249
[33.39	40.39	12.72	45.72	28.20	60.79]	//	Dia	250
[14.66	56.69	15.20	59.69	48.82	53.86]	//	Dia	251
[28.90	72.13	41.40	56.58	48.73	53.33]	//	Dia	252
[45.11	79.21	47.80	50.54	52.93	62.75]	//	Dia	253
[39.75	63.72	36.88	39.74	55.93	51.25]	//	Dia	254
[37.46	62.46	40.04	16.34	51.33	58.18]	//	Dia	255
[26.82	71.19	21.05	07.44	29.22	62.67]	//	Dia	256
[33.60	52.36	30.11	02.13	44.26	62.40]	//	Dia	257
[24.53	61.74	30.97	41.37	63.39	60.21]	//	Dia	258
[23.73	72.10	32.25	51.92	51.24	54.63]	//	Dia	259
[32.20	65.08	47.68	62.15	14.05	55.04]	//	Dia	260
[32.08	62.46	47.46	57.12	47.16	56.69]	//	Dia	261
[28.47	54.78	33.25	05.35	49.65	62.52]	//	Dia	262
[27.32	59.94	15.74	11.87	72.51	62.32]	//	Dia	263
[22.26	42.20	16.38	10.09	51.43	47.20]	//	Dia	264
[10.80	63.11	36.40	01.75	40.71	56.36]	//	Dia	265
[22.54	70.93	42.59	04.70	61.63	46.70]	//	Dia	266
[26.45	64.76	41.10	04.51	47.87	57.75]	//	Dia	267
[28.64	52.24	44.92	03.06	51.64	57.92]	//	Dia	268
[34.95	55.96	42.68	02.92	59.04	59.26]	//	Dia	269
[27.06	47.16	29.05	01.73	58.39	55.12]	//	Dia	270
[35.02	29.59	24.89	04.02	64.37	60.06]	//	Dia	271
[17.43	31.72	12.65	24.87	63.85	59.01]	//	Dia	272
[33.97	44.70	38.21	29.80	68.14	52.97]	//	Dia	273
[40.72	47.13	42.28	04.74	60.05	59.80]	//	Dia	274
[28.90	37.24	26.49	03.12	60.29	54.86]	//	Dia	275
[38.35	54.12	43.29	01.62	53.64	60.70]	//	Dia	276
[37.82	51.78	31.88	01.61	48.03	55.25]	//	Dia	277
[17.56	38.36	34.22	03.10	55.91	56.52]	//	Dia	278
[16.38	54.47	45.78	05.93	51.82	55.59]	//	Dia	279
[24.90	56.51	63.56	19.58	59.65	31.40]	//	Dia	280
[32.75	55.47	20.29	23.65	56.39	58.88]	//	Dia	281
[34.76	52.25	11.85	12.21	60.18	59.11]	//	Dia	282
[36.89	56.25	35.78	10.46	59.52	51.89]	//	Dia	283
[42.35	65.27	21.44	45.48	65.82	55.24]	//	Dia	284
[43.91	49.44	22.08	16.70	62.30	58.54]	//	Dia	285
[42.43	52.71	42.66	45.23	57.00	61.73]	//	Dia	286
[45.67	47.50	50.11	48.82	60.83	56.09]	//	Dia	287
[53.04	46.72	41.23	66.35	36.34	59.80]	//	Dia	288
[50.11	56.46	47.03	16.72	53.70	59.86]	//	Dia	289
[42.66	56.20	55.02	45.19	64.94	50.49]	//	Dia	290
[50.10	65.19	19.82	44.37	61.54	50.00]	//	Dia	291

[43.88	49.60	35.55	56.20	62.43	59.13] // Dia 292
[28.82	48.90	49.33	21.39	64.01	58.97] // Dia 293
[33.74	50.00	49.47	08.85	59.68	56.10] // Dia 294
[36.82	55.59	45.87	46.57	40.12	58.53] // Dia 295
[24.40	57.72	34.72	06.94	56.94	58.78] // Dia 296
[25.48	63.53	38.25	05.22	53.89	59.71] // Dia 297
[35.52	54.83	10.73	14.93	57.38	55.09] // Dia 298
[29.89	44.45	17.70	26.70	63.97	55.61] // Dia 299
[15.76	53.65	49.62	34.92	62.86	58.64] // Dia 300
[12.57	56.38	53.75	55.99	60.36	58.07] // Dia 301
[23.29	31.11	19.68	56.43	44.57	57.54] // Dia 302
[29.99	41.18	03.33	51.42	58.82	57.66] // Dia 303
[26.94	63.81	01.48	59.46	61.56	57.68] // Dia 304
[34.44	49.95	00.91	61.75	63.24	53.21] // Dia 305
[24.60	30.07	02.66	54.28	62.84	54.61] // Dia 306
[07.76	40.65	06.62	57.36	63.44	52.70] // Dia 307
[06.70	45.90	33.26	57.78	62.89	45.22] // Dia 308
[29.39	46.75	27.45	67.26	55.25	54.25] // Dia 309
[30.98	39.14	20.61	63.39	65.67	56.88] // Dia 310
[34.89	30.03	39.78	50.09	67.60	56.28] // Dia 311
[37.60	33.90	07.19	30.06	67.51	55.78] // Dia 312
[44.60	18.63	20.93	52.05	69.80	49.63] // Dia 313
[27.06	40.21	18.75	56.10	73.94	50.51] // Dia 314
[37.61	58.89	11.65	70.78	61.33	49.50] // Dia 315
[42.51	63.40	30.77	66.11	57.94	56.91] // Dia 316
[41.15	51.37	50.87	66.16	66.21	53.36] // Dia 317
[42.31	44.44	44.85	54.45	61.94	48.82] // Dia 318
[35.54	56.87	25.55	69.08	58.66	48.40] // Dia 319
[20.35	31.92	20.56	64.66	57.84	52.35] // Dia 320
[07.13	42.89	03.43	63.65	56.72	49.88] // Dia 321
[10.05	56.29	07.25	51.85	52.72	51.42] // Dia 322
[26.38	71.10	22.00	49.90	52.69	57.60] // Dia 323
[34.84	68.96	21.01	34.91	60.65	55.35] // Dia 324
[29.66	64.85	03.43	30.26	61.24	54.52] // Dia 325
[25.51	55.29	00.51	52.66	62.74	54.91] // Dia 326
[31.68	42.88	01.17	40.03	57.16	54.86] // Dia 327
[17.13	56.30	03.39	42.91	54.01	55.05] // Dia 328
[29.40	48.66	05.30	20.51	54.03	53.01] // Dia 329
[39.58	44.76	12.64	52.33	49.19	53.40] // Dia 330
[35.64	41.26	25.71	57.74	50.74	52.91] // Dia 331
[34.77	45.06	27.32	26.35	47.72	52.26] // Dia 332
[43.96	49.85	27.14	07.94	44.43	50.76] // Dia 333
[45.35	16.98	11.18	38.48	55.09	50.01] // Dia 334
[33.57	17.63	40.46	58.57	55.53	52.57] // Dia 335
[38.84	34.15	28.63	50.46	54.99	50.91] // Dia 336
[45.92	44.74	28.97	53.89	49.73	50.74] // Dia 337
[47.25	57.44	04.95	45.59	49.92	48.83] // Dia 338
[43.10	55.08	15.62	34.83	50.68	48.63] // Dia 339
[48.26	56.56	25.52	39.86	54.01	48.12] // Dia 340
[44.69	39.60	20.03	57.35	55.28	41.23] // Dia 341
[33.21	45.26	39.19	38.80	51.25	36.19] // Dia 342
[40.57	51.26	42.48	36.73	50.48	41.07] // Dia 343
[44.72	47.93	44.49	34.22	50.73	31.41] // Dia 344
[47.92	48.87	47.55	40.01	51.69	34.41] // Dia 345
[49.29	56.26	35.12	18.62	51.90	40.08] // Dia 346
[47.85	47.99	31.16	35.10	54.56	42.81] // Dia 347
[38.62	38.99	39.79	44.67	53.43	42.65] // Dia 348
[33.61	42.05	36.73	47.01	50.31	41.14] // Dia 349


```

[ 31.38 47.02 37.32 45.67 51.10 39.15 ] // Dia 350
[ 34.71 42.15 44.10 51.13 49.83 42.07 ] // Dia 351
[ 32.33 53.84 29.20 52.60 49.15 38.09 ] // Dia 352
[ 35.17 49.29 33.64 39.43 49.95 36.81 ] // Dia 353
[ 30.78 49.92 32.31 45.70 47.91 31.04 ] // Dia 354
[ 21.84 39.49 42.68 60.35 46.64 27.72 ] // Dia 355
[ 09.83 47.67 47.21 54.07 44.94 34.59 ] // Dia 356
[ 23.38 52.86 40.74 55.14 42.49 34.34 ] // Dia 357
[ 27.76 54.04 33.89 55.44 36.50 17.52 ] // Dia 358
[ 23.14 52.38 38.95 50.51 37.10 13.14 ] // Dia 359
[ 12.78 42.98 10.93 45.87 32.14 16.91 ] // Dia 360
[ 25.28 47.56 03.25 45.75 31.53 28.13 ] // Dia 361
[ 23.96 36.00 03.93 47.47 33.36 35.87 ] // Dia 362
[ 14.37 41.83 31.05 42.47 34.27 35.35 ] // Dia 363
[ 23.63 41.77 19.44 36.66 27.15 33.65 ] // Dia 364
[ 20.77 35.50 04.42 24.48 26.05 35.11 ]]; // Dia 365

```

Devido a sua grande dimensão (365 x 5.475) a matriz de cenários hidráulicos foi omitida do código apresentado. Os dados utilizados correspondem às vazões incrementais reais da cascata hidráulica do Rio Grande, calculadas através dos valores de defluência e afluência totais de cada usina, disponíveis no site da Agência Nacional de Águas, seção “Dados de operação dos reservatórios do SIN.” (ANA, Acessado em 28-05-2019).

C MODELO DE PORTFÓLIO DO DIA-SEGUINTE PROPOSTO

C.1 Nomenclatura utilizada

Conjuntos

I	Conjunto das usinas pertencentes ao agente gerador;
J_i	Conjunto de reservatórios a montante da usina i ;
K	Conjunto de períodos no horizonte de planejamento;
L	Conjunto de blocos de linearização da curva de performance;
Ω	Conjunto de cenários de preços para os mercados considerados.

Índices

i	Usinas pertencentes ao agente gerador $\{i = 1, \dots, N_I\}$;
j	Usinas a montante do reservatório da usina i $\{j = 1, \dots, N_{J_i}\}$;
k	Períodos do horizonte de planejamento $\{k = 1, \dots, N_K\}$;
l	Blocos de linearização das curvas de performance $\{l = 1, \dots, N_L\}$;
ω	Cenários utilizados na modelagem dos preços $\{\omega = 1, \dots, N_\Omega\}$.

Parâmetros

A^A	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado de ajustes, onde o elemento $A^A(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $\omega + 1$ são idênticos até o estágio 3;
A^D	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado do dia seguinte, onde o elemento $A^D(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $\omega + 1$ são idênticos até o estágio 2;
A^R	Vetor de binárias usado nas restrições de não-antecipação para o mercado de regulação, onde o elemento $A^R(\omega)$ é 1 se os cenários ω e $\omega + 1$ são idênticos até o estágio 2;
C_i^P	Custo de produção da usina i (\$/MWh);
C_i^{SD}	Custo de parada da usina i (\$);
C_i^{SU}	Custo de partida da usina i (\$);
N_I	Quantidade de usinas hidroelétricas pertencentes ao agente gerador;
N_{J_i}	Quantidade de reservatórios a montante da usina i ;

N_K	Quantidade de períodos considerados no horizonte de planejamento;
N_L	Quantidade de blocos de linearização utilizados nas curvas de performance;
N_Ω	Quantidade de cenários utilizados para modelagem dos preços dos mercados do <i>pool</i> ;
O^D	Matriz que ordena os cenários de preço para o mercado do dia seguinte em ordem crescente;
\bar{P}_i	Geração máxima da usina i (MW);
\underline{P}_i	Geração mínima da usina i (MW);
$P0_i^1$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 1 (MW);
$P0_i^2$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 2 (MW);
$P0_i^3$	Mínima geração da usina i para a curva de performance 3 (MW);
P_{ik}^{old}	Potência negociada pela usina i em contratos de futuros ou bilaterais para ser despachada no período k (MW);
$\bar{P}_{ik\omega}^R$	Máxima oferta de potência no mercado de regulação da usina i no período k e cenário ω (MW);
\bar{Q}_{li}	Turbinagem máxima do bloco l da usina i (m ³ /s);
\bar{Q}_i	Turbinagem máxima da usina i (m ³ /s);
\underline{Q}_i	Turbinagem mínima da usina i (m ³ /s);
RD_i^u	Rampa de redução da defluência da usina i (m ³ /s);
RU_i^u	Rampa de aumento da defluência da usina i (m ³ /s);
RD_i^p	Rampa de redução da potência da usina i (MW);
RU_i^p	Rampa de aumento da potência da usina i (MW);
\bar{U}_i	Defluência máxima da usina i (m ³ /s);
\underline{U}_i	Defluência mínima da usina i (m ³ /s);
V_i^0	Volume inicial do reservatório associado à usina i ;
\underline{V}_i	Volume mínimo do reservatório associado à usina i ;
\bar{V}_i	Volume máximo do reservatório associado à usina i ;
V_i^L	Nível baixo do reservatório associado à usina i , utilizado na discretização das curvas de performance;
V_i^U	Nível alto do reservatório associado à usina i , utilizado na discretização das curvas de performance;
α	Nível de confiança utilizado no CVaR;
β	Parâmetro de ponderação da aversão ao risco utilizado no CVaR;
π_ω	Probabilidade de ocorrência do cenário ω ;
Ψ_{ik}	Vazão afluente natural do reservatório da usina i no período k (hm ³ /h);
ρ_{li}^1	Inclinação do bloco l da curva de performance 1 da usina i (MW/m ³ /s);
ρ_{li}^2	Inclinação do bloco l da curva de performance 2 da usina i (MW/m ³ /s);
ρ_{li}^3	Inclinação do bloco l da curva de performance 3 da usina i (MW/m ³ /s);
τ_{ji}	Tempo de viagem entre os reservatórios das usinas j e i (h).

Parâmetros estocásticos

$\lambda_{k\omega}^{A0}$	Intersecção da curva de demanda residual no mercado do dia seguinte para o período k e cenário ω (\$/MWh);
$\lambda_{k\omega}^D$	Preço do mercado do dia seguinte no período k e cenário ω (\$/MWh);
$\lambda_{k\omega}^R$	Preço do mercado de regulação no período k e cenário ω (\$/MWh);
$\gamma_{k\omega}^A$	Inclinação da curva de demanda residual no mercado do dia seguinte para o período k e cenário ω (\$/MWh).

Variáveis contínuas

$c_{ik\omega}^{SD}$	Custo de parada associado à usina i no período k (\$);
$c_{ik\omega}^{SU}$	Custo de partida associado à usina i no período k (\$);
$p_{ik\omega}$	Geração total da usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{k\omega}^A$	Potência total ofertada pela companhia no mercado de ajustes no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^A$	Potência ofertada no mercado de ajustes pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^D$	Potência ofertada no mercado do dia seguinte pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$p_{ik\omega}^R$	Potência ofertada no mercado de regulação pela usina i no período k para o cenário ω (MW);
$s_{ik\omega}$	Vertimento da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$q_{ik\omega}$	Turbinagem da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$q_{lik\omega}$	Turbinagem do bloco l da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$u_{ik\omega}$	Defluência total da usina i no período k para o cenário ω (m ³ /s);
$v_{ik\omega}$	Volume do reservatório da usina i no período k para o cenário ω ;
ζ	Variável auxiliar utilizada no cálculo do CVaR, representando o VaR;
ξ_ω	Variável auxiliar associada ao cenário ω utilizada no cálculo do CVaR.

Variáveis binárias

$d_{ik\omega}^1$	Variável binária utilizada na discretização das curvas de performance, igual a 1 caso o nível do reservatório da usina i no período k e cenário ω seja médio ou alto, ou 0 caso contrário;
$d_{ik\omega}^2$	Variável binária utilizada na discretização das curvas de performance, igual a 1 caso o nível do reservatório da usina i no período k e cenário ω seja alto, ou 0 caso contrário;
$x_{ik\omega}$	Variável binária igual a 1 se a usina i estiver operando no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário;

- $r_{ik\omega}$ Variável binária igual a 1 se a usina i fornecer regulação no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário;
- $\vartheta_{lik\omega}$ Variável binária igual a 1 se a turbinagem da usina i excedeu o limite do bloco l no período k e cenário ω , ou 0 caso contrário.

C.2 Modelo proposto

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar}_{c_{ik\omega}^{SD}, c_{ik\omega}^{SU}, p_{ik\omega}, p_{k\omega}^A, p_{ik\omega}^A, p_{ik\omega}^D, p_{ik\omega}^R, \zeta, \xi_\omega, x_{ik\omega}, r_{ik\omega}} \\ & \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega \sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^D p_{ik\omega}^D + \sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^R p_{ik\omega}^R + \lambda_{k\omega}^A p_{k\omega}^A + \gamma_{k\omega}^A (p_{k\omega}^A)^2 \right. \\ & \left. - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SU} - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SD} - \sum_{i \in I} C_i^P p_{ik\omega} \right) + \beta \left(\zeta - \frac{1}{1-\alpha} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega \xi_\omega \right). \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$p_{ik\omega}^D - p_{ik(\omega+1)}^D = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega; \text{ se } A^D(\omega) = 1$$

$$p_{ik\omega}^D - p_{ik\omega'}^D \leq 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega, \omega' \in \Omega; \text{ se } O^D(k, \omega) + 1 = O^D(k, \omega')$$

$$p_{ik\omega}^R - p_{ik(\omega+1)}^R = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega; \text{ se } A^R(\omega) = 1$$

$$p_{ik\omega}^A - p_{ik(\omega+1)}^A = 0; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega; \text{ se } A^A(\omega) = 1$$

$$p_{k\omega}^A = \sum_{i=1}^{N_I} p_{ik\omega}^A; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$\begin{aligned} & \zeta - \sum_{k=1}^{N_K} \left[\left(\sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^D p_{ik\omega}^D + \sum_{i \in I} \lambda_{k\omega}^R p_{ik\omega}^R + \lambda_{k\omega}^{A0} p_{k\omega}^A + \gamma_{k\omega}^A (p_{k\omega}^A)^2 \right) \right. \\ & \left. + \left(- \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SU} - \sum_{i \in I} c_{ik\omega}^{SD} - \sum_{i \in I} C_i^P p_{ik\omega} \right) \right] \leq \xi_\omega, \forall \omega \in \Omega \end{aligned}$$

$$0 \leq p_{ik\omega}^R \leq \bar{P}_{ik\omega}^R r_{ik\omega}; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$p_{ik\omega}^D + p_{ik\omega}^A + P_{ik}^{old} = \frac{1}{2} (p_{i(k-1)\omega} + p_{ik\omega}); \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$p_{ik\omega} - \frac{1}{2} p_{ik\omega}^R \geq \underline{P}_i x_{ik\omega}; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$p_{ik\omega} + \frac{1}{2} p_{ik\omega}^R \leq \bar{P}_i x_{ik\omega}; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$p_{ik\omega} - p_{i(k-1)\omega} \leq RU_i^p (1 - r_{ik\omega}); \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$p_{i(k-1)\omega} - p_{ik\omega} \leq RD_i^p (1 - r_{ik\omega}); \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$\begin{aligned}
c_{ik\omega}^{SU} &\geq C_i^{SU} [x_{ik\omega} - x_{i(k-1)\omega}]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
c_{ik\omega}^{SD} &\geq C_i^{SD} [x_{i(k-1)\omega} - x_{ik\omega}]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
v_{ik\omega} &\geq V_i^L [d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] + V_i^U d_{ik\omega}^2; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
v_{ik\omega} &\leq \bar{V}_i d_{ik\omega}^2 + V_i^L [1 - d_{ik\omega}^1] + V_i^U [d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2]; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
d_{ik\omega}^1 &\geq d_{ik\omega}^2; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
v_{ik\omega} &\geq \underline{V}_i; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^1 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^1 - \bar{P}_i [d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] &\leq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^1 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^1 + \bar{P}_i [d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] &\geq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^2 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^2 - \bar{P}_i [1 - d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] &\leq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^2 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^2 + \bar{P}_i [1 - d_{ik\omega}^1 + d_{ik\omega}^2] &\geq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^3 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^3 - \bar{P}_i [2 - d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] &\leq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{ik\omega} - P0_i^3 x_{ik\omega} - \sum_{l \in L} q_{lik\omega} \rho_{li}^3 + \bar{P}_i [2 - d_{ik\omega}^1 - d_{ik\omega}^2] &\geq 0 \\
\forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

$$q_{1ik\omega} \leq \bar{Q}_{1i} x_{ik\omega} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$q_{1ik\omega} \geq \bar{Q}_{1i} \vartheta_{1ik\omega} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega$$

$$\begin{aligned}
q_{lik\omega} &\leq \bar{Q}_{li}\vartheta_{l-1ik\omega} \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
q_{lik\omega} &\geq \bar{Q}_{li}\vartheta_{lik\omega} \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
q_{ik\omega} &= \sum_{l \in L} q_{lik\omega} + \underline{Q}_i x_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
u_{ik\omega} &= q_{ik\omega} + s_{ik\omega}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
\underline{U}_i &\leq u_{ik\omega} \leq \bar{U}_i; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
u_{ik\omega} - u_{i(k-1)\omega} &\leq RU_i^U; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
u_{i(k-1)\omega} - u_{ik\omega} &\leq RD_i^U; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
v_{ik\omega} &= v_{i(k-1)\omega} - 3.6 \times 10^{-3} \left(u_{ik\omega} + \Psi_{ik} + \sum_{j \in J_i} u_{j(k-\tau_{ji})\omega} \right); \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega. \\
v_{iN_K\omega} &= V_i^0; \quad \forall i \in I, \forall \omega \in \Omega \\
c_{ik\omega}^{SU}, c_{ik\omega}^{SD}, p_{ik\omega}, p_{ik\omega}^A, p_{ik\omega}^D, p_{ik\omega}^R, q_{ik\omega}, s_{ik\omega}, u_{ik\omega}, x_{ik\omega}, r_{ik\omega} &\geq 0 \\
&\quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
q_{lik\omega} &\geq 0; \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
p_{k\omega}^A &\leq 0, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
\xi_\omega &\geq 0, \forall \omega \in \Omega \\
x_{ik\omega}, r_{ik\omega}, d_{ik\omega}^1, d_{ik\omega}^2 &\in \{0, 1\}; \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \\
\vartheta_{lik\omega} &\in \{0, 1\}; \quad \forall l \in L, \forall i \in I, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega
\end{aligned}$$

D IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE PORTFÓLIO DO DIA-SEGUINTE

D.1 Implementação do modelo

```
// Indices do problema
int Ni =...; // Indice de usinas
int Nk =...; // Indice de periodos
int Nl =...; // Indice de blocos de linearizacao
int Nw =...; // Indice de cenarios
range I = 1..Ni; // Intervalo das usina
range K = 1..Nk; // Intervalo dos periodos
range L = 1..Nl; // Intervalo dos blocos de linearizacao
range W = 1..Nw; // Intervalo dos cenarios

// Dados de entrada relacionados ao aspecto economico do problema
float A_a[W] =...; // Vetor de nao-antecipacao do ajuste
float A_d[W] =...; // Vetor de nao-antecipacao do DAM
float A_r[W] =...; // Vetor de nao-antecipacao da regulacao
float O_d[K][W] =...; // Matriz de ordem dos cenarios de preco
float Pr_max[I] =...; // Maxima oferta de regulacao [MW]
float Pi =...; // Probabilidade dos cenarios de preco
float P_old[K] = ...; // Potencia de contratos externos [MW]

// Dados relacionados ao aspecto hidraulico do problema
float C_p[I] =...; // Custo de producao da usina i [$/MW]
float C_su[I] = ...; // Custo de partida da usina i [$]
float C_sd[I] = ...; // Custo de parada da usina i [$]
float F1 =...; // Fator de conversao [hm3/m3/s]
float P_0[I] =...; // Potencia da usina i no periodo 0 [MW]
float Pg_max[I] =...; // Potencia maxima da usina i [MW]
float Pg_min[I] =...; // Potencia minima da usina i [MW]
float PO_1[I] = ...; // Minima potencia para curva 1 [MW]
float PO_2[I] = ...; // Minima potencia para curva 2 [MW]
float PO_3[I] = ...; // Minima potencia para curva 3 [MW]
float Q_1[L][I] =...; // Turbinagem maxima no bloco 1 [m3/s]
float Q_max[I] =...; // Turbinagem maxima [m3/s]
float Q_min[I] =...; // Turbinagem minima [m3/s]
float VO[I] =...; // Volume inicial [hm3]
float V_min[I] =...; // Volume minimo [hm3]
float V_max[I] =...; // Volume maximo [hm3]
float V_low[I] = ...; // Nivel baixo do reservatorio [hm3]
float V_up[I] = ...; // Nivel alto do reservatorio [hm3]
float U_max[I] =...; // Defluencia maxima da usina i [m3/s]
float U_min[I] =...; // Defluencia minima da usina i [m3/s]
float U_0[I] =...; // Defluencia inicial da usina i [m3/s]
float Psi[I] =...; // Vazao lateral da usina i no periodo k [hm3/h]
float Ro_1[L][I] = ...; // Inclinação do bloco 1 da curva 1 [MW/m3/s]
float Ro_2[L][I] = ...; // Inclinação do bloco 1 da curva 2 [MW/m3/s]
float Ro_3[L][I] = ...; // Inclinação do bloco 1 da curva 3 [MW/m3/s]
```



```

// Constantes do problema de operacao das unidades
float RD_U[I] =...; // Rampa de descida [m3/s]
float RU_U[I] =...; // Rampa de subida [m3/s]
float RD_P[I] =...; // Rampa de descida [MW]
float RU_P[I] =...; // Rampa de subida [MW]
int XO[I] =...; // Estado inicial da unidade i

// Cenarios
float Lambda_a[W][K] =...; // Precos do mercado de ajustes [$/MWh]
float Lambda_d[W][K] =...; // Precos do mercado do dia seguinte [$/MWh]
float Lambda_r[W][K] =...; // Precos do mercado de regulacao [$/MWh]
float Gamma_a[W][K] =...; // Inclinação da reta de preco do ajuste [$/MWh]

// Variaveis reais
dvar float+ c_SD[I][K][W]; // Custo de parada da usina [$]
dvar float+ c_SU[I][K][W]; // Custo de partida da usina [$]
dvar float+ p[I][K][W]; // Potencia total da usina [MW]
dvar float+ p_A[K][W]; // Potencia total no mercado de ajustes [MW]
dvar float+ p_a[I][K][W]; // Potencia no mercado de ajustes [MW]
dvar float+ p_d[I][K][W]; // Potencia no mercado do dia seguinte [MW]
dvar float+ p_r[I][K][W]; // Potencia no mercado de regulacao [MW]
dvar float+ s[I][K][W]; // Vertimento [m3/s]
dvar float+ q[I][K][W]; // Turbinagem [m3/s]
dvar float+ q_1[L][I][K][W]; // Turbinagem do bloco 1 [m3/s]
dvar float+ u[I][K][W]; // Defluencia [m3/s]
dvar float+ v[I][K][W]; // Volume armazenado [hm3]

// Variaveis binarias
dvar boolean d_1[I][K]; // Discretizacao das curvas de performance
dvar boolean d_2[I][K]; // Discretizacao das curvas de performance
dvar boolean x[I][K][W]; // Estado da usina
dvar boolean r[I][K][W]; // Fornecimento de regulacao
dvar boolean w_1[L][I][K][W]; // Turbinagem maior que o limite do bloco 1

// Mensuracao do risco
float Alpha =...; // Grau de confianca do CVaR
float Beta =...; // Grau de aversao ao risco
dvar float zeta; // Variavel auxiliar do CVaR
dvar float+ xi[W]; // Variavel auxiliar do CVaR

// Tupla da cascata hidroeletrica
tuple Hydro
{
    int UI; // Usina hidroeletrica i
    {int} UM; // Usinas a montante da usina i
    {int} TV; // Tempo de viagem das usinas a montante
}
Hydro Cascata[I] =...; // Dados da cascata hidroeletrica

// Expressoes do problema
dexpr float Prof_DAM = sum(w in W) Pi*sum(k in K,i in I) Lambda_d[w][k]*p_d[i][k][w];
dexpr float Prof_REG = sum(w in W) Pi*sum(k in K,i in I) Lambda_r[w][k]*p_r[i][k][w];
dexpr float Prof_ADJ = sum(w in W) Pi*sum(k in K) (Lambda_a[w][k]*p_A[k][w]
+ Gamma_a[w][k]*p_A[k][w]*p_A[k][w]);
dexpr float Cost_SU = sum(w in W) Pi*sum(k in K,i in I) c_SU[i][k][w];
dexpr float Cost_SD = sum(w in W) Pi*sum(k in K,i in I) c_SD[i][k][w];
dexpr float Cost_GN = sum(w in W) Pi*sum(k in K,i in I)
C_p[i]*(p_d[i][k][w]+p_a[i][k][w]);

```

```

dexpr float CVaR      = zeta-((1/(1-Alpha))*sum(w in W) Pi*xi[w]);

// Funcao objetivo
maximize Prof_DAM + Prof_REG + Prof_ADJ - Cost_SU - Cost_SD - Cost_GN + Beta*CVaR;

// Restricoes do modelo
subject to{

// Restricoes do aspecto economico do problema
constraint_01: // Nao-antecipatividade do DAM
forall(i in I, k in K, w in W:w<Nw)
  if(A_d[w]==1)
    p_d[i][k][w]-p_d[i][k][w+1] == 0;

constraint_02: // Nao-antecipatividade dos lances da Regulacao
forall(i in I, k in K, w in W:w<Nw)
  if(A_r[w]==1)
    p_r[i][k][w]-p_r[i][k][w+1] == 0;

constraint_03: // Nao-antecipatividade dos lances do Ajuste
forall(i in I, k in K, w in W:w<Nw)
  if(A_a[w]==1)
    p_a[i][k][w]-p_a[i][k][w+1] == 0;

constraint_04: // Lances crescentes no DAM
forall(i in I, k in K, w in W:w<Nw)
  if(O_d[k][w]+1==O_d[k][w+1])
    if(A_d[w]==A_d[w+1]==0)
      p_d[i][k][w]-p_d[i][k][w+1] <= 0;

//constraint_05: // Potencia total ofertada no Ajuste
forall(k in K, w in W)
  p_A[k][w] == sum(i in I) p_a[i][k][w];

constraint_06: // Limite de oferta da regulacao
forall(i in I, k in K, w in W)
  p_r[i][k][w] <= Pr_max[i]*r[i][k][w];

// Restricoes tecnicas relacionadas a geracao da usina
constraint_07: // Geracao total por periodo
forall(i in I, k in K:k>1, w in W)
  p_a[i][k][w] + p_d[i][k][w] + P_old[k] == (1/2)*(p[i][k-1][w]+p[i][k][w]);

constraint_07b: // Geracao total para o periodo k=1
forall(i in I, w in W)
  p_a[i][1][w] + p_d[i][1][w] + P_old[1] == (1/2)*(P_0[i]+p[i][1][w]);

constraint_08: // Limite minimo de geracao
forall(i in I, k in K, w in W)
  p[i][k][w] - (1/2)*p_r[i][k][w] >= Pg_min[i]*x[i][k][w];

constraint_09: // Limite maximo de geracao
forall(i in I, k in K, w in W)
  p[i][k][w] + (1/2)*p_r[i][k][w] <= Pg_max[i]*x[i][k][w];

constraint_10: // Regulacao e rampa de subida
forall(i in I, w in W, k in K:k>1)
  p[i][k][w] - p[i][k-1][w] <= RU_P[i]*(1-r[i][k][w]);

```

```

constraint_10b: // Regulacao e rampa de subida p/t=1
forall(i in I, w in W)
    p[i][1][w] - P_0[i] <= RU_P[i]*(1-r[i][1][w]);

constraint_11: // Regulacao e rampa de descida
forall(i in I, w in W, k in K:k>1)
    p[i][k-1][w] - p[i][k][w] <= RD_P[i]*(1-r[i][k][w]);

constraint_11b: // Regulacao e rampa de descida p/t=1
forall(i in I, w in W)
    P_0[i] - p[i][1][w] <= RD_P[i]*(1-r[i][1][w]);

constraint_12: // Custo de partida
forall(i in I, w in W, k in K:k>1)
    c_SU[i][k][w] >= C_su[i]*(x[i][k][w]-x[i][k-1][w]);

constraint_12b: // Custo de partida para t=1
forall(i in I, w in W)
    c_SU[i][1][w] >= C_su[i]*(x[i][1][w]-X0[i]);

constraint_13: // Custo de parada
forall(i in I, w in W, k in K:k>1)
    c_SD[i][k][w] >= C_sd[i]*(x[i][k-1][w]-x[i][k][w]);

constraint_13b: // Custo de parada para t=1
forall(i in I, w in W)
    c_SD[i][1][w] >= C_sd[i]*(X0[i]-x[i][1][w]);

constraint_14: // Mensuracao do CVaR
forall(w in W)
    zeta - sum(k in K)(sum(i in I) Lambda_d[w][k]*p_d[i][k][w]
    + sum(i in I) Lambda_r[w][k]*p_r[i][k][w]+ (Lambda_a[w][k]*p_A[k][w]
    + Gamma_a[w][k]*p_A[k][w]*p_A[k][w]) - sum(i in I) c_SU[i][k][w]
    - sum(i in I) c_SD[i][k][w]) <= xi[w];

// Restricoes relacionadas ao aspecto hidraulico do problema
constraint_15: // Curva de performance inferior
forall(i in I, k in K, w in W)
    v[i][k][w] >= V_low[i]*(d_1[i][k]-d_2[i][k]) + V_up[i]*d_2[i][k];

constraint_16: // Curva de performance superior
forall(i in I, k in K, w in W)
    v[i][k][w] <= V_max[i]*d_2[i][k] + V_low[i]*(1-d_1[i][k])
    + V_up[i]*(d_1[i][k]-d_2[i][k]);

constraint_17: // Selecao da curva de performance
forall(i in I, k in K, w in W)
    d_1[i][k] >= d_2[i][k];

constraint_18: // Volume minimo
forall(i in I, k in K, w in W)
    v[i][k][w] >= V_min[i];

constraint_19: // Potencia da curva inferior 01
forall (i in I,k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_1[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_1[l][i])
    - Pg_max[i]*(d_1[i][k]+d_2[i][k]) <= 0;

```

```

constraint_20: // Potencia da curva inferior 02
forall(i in I, k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_1[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_1[l][i])
    + Pg_max[i]*(d_1[i][k]+d_2[i][k]) >= 0;

constraint_21: // Potencia da curva intermediaria 01
forall (i in I,k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_2[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_2[l][i])
    - Pg_max[i]*(1-d_1[i][k]+d_2[i][k]) <= 0;

constraint_22: // Potencia da curva intermediaria 02
forall (i in I,k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_2[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_2[l][i])
    + Pg_max[i]*(1-d_1[i][k]+d_2[i][k]) >= 0;

constraint_23: // Potencia da curva superior 01
forall (i in I,k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_3[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_3[l][i])
    - Pg_max[i]*(2-d_1[i][k]-d_2[i][k]) <= 0;

constraint_24: // Potencia da curva superior 02
forall (i in I,k in K, w in W)
    p[i][k][w] - P0_3[i]*x[i][k][w] - sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]*Ro_3[l][i])
    + Pg_max[i]*(2-d_1[i][k]-d_2[i][k]) >= 0;

constraint_25: // Turbinagem da usina i
forall(i in I, k in K, w in W)
    q[i][k][w] == sum(l in L)(q_l[l][i][k][w]) + Q_min[i]*x[i][k][w];

constraint_26: // Turbinagem do primeiro bloco da curva 1
forall(i in I, k in K, w in W)
    q_l[1][i][k][w] <= Q_l[1][i]*x[i][k][w];

constraint_27: // Turbinagem do primeiro bloco da curva 2
forall(i in I, k in K, w in W)
    q_l[1][i][k][w] >= Q_l[1][i]*w_l[1][i][k][w];

constraint_28: // Turbinagem dos demais blocos da curva 1
forall(l in L:l>1, i in I, k in K, w in W)
    q_l[l][i][k][w] <= Q_l[l][i]*w_l[l-1][i][k][w];

constraint_29: // Turbinagem dos demais blocos da curva 2
forall(l in L:l>1, i in I, k in K, w in W)
    q_l[l][i][k][w] >= Q_l[l][i]*w_l[l][i][k][w];

constraint_30: // Defluencia total
forall(i in I, k in K, w in W)
    u[i][k][w] == q[i][k][w]+s[i][k][w];

constraint_31: // Defluencia minima
forall(i in I, k in K, w in W)
    u[i][k][w] >= U_min[i];

constraint_32: // Defluencia maxima
forall(i in I, k in K, w in W)
    u[i][k][w] <= U_max[i];

```

```

constraint_33: // Rampa de aumento de defluencia para k>1
forall(i in I, k in K:k>1, w in W)
    u[i][k][w] - u[i][k-1][w] <= RU_U[i];

constraint_33b: // Rampa de aumento de defluencia para k=1
forall(i in I, w in W)
    u[i][1][w] - U_0[i] <= RU_U[i];

constraint_34: // Rampa de diminuicao de defluencia para k>1
forall(i in I, k in K:k>1, w in W)
    u[i][k-1][w] - u[i][k][w] <= RD_U[i];

constraint_34b: // Rampa de diminuicao de defluencia para k=1
forall(i in I, w in W)
    U_0[i] - u[i][1][w] <= RD_U[i];

constraint_35: // Balanco de agua para k>1
forall(i in I, k in K:k>1, w in W)
    v[i][k][w] == v[i][k-1][w] + Psi[i] - F1*(q[i][k][w]+s[i][k][w])
    + F1*sum(j in Cascata[i].UM, tau in Cascata[i].TV: ord(Cascata[i].UM, j)
    == ord(Cascata[i].TV, tau) && (k-tau >= 1)) (q[j][k-tau][w]+s[j][k-tau][w]);

constraint_35b: // Balanco de agua para k=1
forall(i in I, w in W)
    v[i][1][w] == V0[i] + Psi[i] - F1*(q[i][1][w]+s[i][1][w]);

constraint_36: //Restricao de volume final
forall(i in I, w in W)
    v[i][Nk][w] == V0[i];
}

```

D.2 Arquivo de dados de teste

```

// Indices e constantes do problema
F1 = 0.0036; // Fator de conversao [hm3/m3/s]
Ni = 08; // Quantidade de usinas
Nk = 24; // Quantidade de periodos
Nl = 04; // Quantidade de blocos de linearizacao
Nw = 04; // Quantidade de cenarios de precos
Pi = 0.25; // Probabilidade de ocorrencia dos cenarios de precos
Alpha = 0.75; // Grau de confianca do CVaR
Beta = 1.0; // Grau de aversao ao risco

// Dados de entrada relacionados ao aspecto economico do problema
A_a = [1 0 1 0]; // Vetor de nao-antecipacao do ajuste
A_d = [1 0 1 0]; // Vetor de nao-antecipacao do DAM
A_r = [1 0 1 0]; // Vetor de nao-antecipacao da regulacao

// Maxima oferta de regulacao [MW]
Pr_max = [2.862 9.652 13.905 11.638 18.666 83.328 115.963 55.090];

// Potencia de contratos externos [MW]
P_old = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

// Matriz de ordem dos cenarios de preco
O_d = [[1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2]
        [1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2]
        [1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2]

```

```

[1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2][1 1 2 2]];

C_su = [ 110    150    200    250    350    1500    2000    1000];
C_sd = [  55     75    100    125    175     750    1000     500];
C_p  = [   0     0     0     0     0     0     0     0];
P_0  = [   0     0     0     0     0     0     0     0];
Pg_max = [28.62  96.52 139.05 116.38 186.66 833.28 1159.63 550.90];
Pg_min = [   0     0     0     0     0     0     0     0];
P0_1 = [1.440  1.896  2.700  1.929  1.830 18.135 21.510 23.952];
P0_2 = [1.530  2.133  3.375  2.894  2.745 18.833 22.944 25.449];
P0_3 = [1.620  2.370  4.050  3.858  3.660 19.530 24.378 26.946];
Q_1 = [[15.00  39.50 112.50 160.75 151.50 116.25 239.00 249.50]
       [15.00  39.50 112.50 160.75 151.50 116.25 239.00 249.50]
       [15.00  39.50 112.50 160.75 151.50 116.25 239.00 249.50]
       [15.00  39.50 112.50 160.75 151.50 116.25 239.00 249.50]];
Q_min = [  2     5     14     19     18     14     29     30];
Q_max = [ 62    163    464    662    628    479    985    1028];
U_min = [  2     5     14     19     18     14     29     30];
U_max = [ 62    163    464    662    628    479    985    1028];
U_0 = [  2     5     14     19     18     14     29     30];
V0 = [ 100    80    790    33     13    1200    50     90];
V_min = [  6     6     6     6     6     6     6     6];
V_max = [ 225    162    1200    66     26    2586    115    181];
V_low = [ 152    100    500    50     8    1000    40    100];
V_up = [ 200    150    1000    60     20    2000    100    150];
Psi = [0.051  0.058  0.603  0.051  0.051  0.199  0.500  0.048];
Ro_1 = [[ 0.80  0.40  0.20  0.10  0.10  1.30  0.75  0.80]
        [ 0.30  0.30  0.10  0.10  0.40  3.00  1.50  0.30]
        [ 0.20  0.50  0.30  0.05  0.20  1.50  1.20  0.50]
        [ 0.10  0.10  0.20  0.05  0.10  0.80  0.90  0.10]];
Ro_2 = [[ 0.85  0.45  0.25  0.15  0.15  1.35  0.80  0.85]
        [ 0.35  0.35  0.15  0.15  0.45  3.05  1.55  0.35]
        [ 0.25  0.55  0.35  0.10  0.25  1.55  1.25  0.55]
        [ 0.15  0.15  0.25  0.10  0.15  0.85  0.95  0.15]];
Ro_3 = [[ 0.90  0.50  0.30  0.20  0.20  1.40  0.85  0.90]
        [ 0.40  0.40  0.20  0.20  0.50  3.10  1.60  0.40]
        [ 0.30  0.60  0.40  0.15  0.30  1.60  1.30  0.60]
        [ 0.20  0.20  0.30  0.15  0.20  0.90  1.00  0.20]];

// Constantes do problema de operacao das unidades
X0 = [ 0  0  0  0  0  0  0  0  0]; // Estado inicial
RD_U = [31  81 232 331 314 240 492 514]; // Rampa de descida [m3/s]
RU_U = [31  81 232 331 314 240 492 514]; // Rampa de subida [m3/s]
RD_P = [14  47  70  57  93 416 580 225]; // Rampa de descida [MW]
RU_P = [14  47  70  57  93 416 580 225]; // Rampa de subida [MW]

// Cascata hidraulica <Usina, Montante, Tempo>
Cascata = [<1,{},{}> <2,{1},{1}> <3,{2},{1}> <4,{3},{1}> <5,{4},{1}>
           <6,{},{}> <7,{5,6},{1,1}> <8,{7},{1}>];

// Cenarios de preco utilizados

Lambda_d = // Precos do mercado do dia seguinte [$/MWh]
[[22.75 21.91 21.47 21.50 21.80 22.44 24.26 25.86 26.13 27.00 27.25 27.11
  25.98 25.42 25.21 25.34 26.96 39.59 37.06 35.36 29.60 27.30 25.24 22.50]
 [22.75 21.91 21.47 21.50 21.80 22.44 24.26 25.86 26.13 27.00 27.25 27.11
  25.98 25.42 25.21 25.34 26.96 39.59 37.06 35.36 29.60 27.30 25.24 22.50]]

```

```
[25.02 24.32 24.17 23.95 24.09 24.24 25.20 26.06 28.02 28.57 30.11 29.49
28.04 27.59 26.97 26.79 29.67 40.27 37.81 35.41 29.90 27.83 26.13 24.68]
[25.02 24.32 24.17 23.95 24.09 24.24 25.20 26.06 28.02 28.57 30.11 29.49
28.04 27.59 26.97 26.79 29.67 40.27 37.81 35.41 29.90 27.83 26.13 24.68]];
```

```
Lambda_r = // Precos do mercado do regulacao [$/MWh]
[[19.47 13.20 17.90 19.13 26.96 21.05 28.94 29.93 16.49 11.74 15.56 13.69
17.61 17.80 15.82 18.46 46.85 42.17 45.12 23.29 28.09 23.41 20.68 20.34]
[19.47 13.20 17.90 19.13 26.96 21.05 28.94 29.93 16.49 11.74 15.56 13.69
17.61 17.80 15.82 18.46 46.85 42.17 45.12 23.29 28.09 23.41 20.68 20.34]
[ 8.25 5.11 4.68 5.02 9.69 11.08 16.44 16.74 16.87 12.26 15.28 13.36
15.27 15.32 14.19 13.88 16.06 26.59 25.27 29.01 26.56 17.11 17.58 20.10]
[ 8.25 5.11 4.68 5.02 9.69 11.08 16.44 16.74 16.87 12.26 15.28 13.36
15.27 15.32 14.19 13.88 16.06 26.59 25.27 29.01 26.56 17.11 17.58 20.10]];
```

```
Lambda_a = // Precos do mercado de ajustes [$/MWh]
[[19.61 19.84 18.59 18.08 18.79 20.71 26.11 26.53 24.14 24.72 23.97 23.22
23.22 23.17 22.58 22.30 22.51 24.58 24.05 25.43 24.15 22.67 20.82 17.15]
[18.94 18.95 17.87 18.60 18.90 19.06 20.80 24.19 23.12 23.74 22.50 21.74
22.15 22.56 22.37 22.88 23.67 24.44 22.95 24.65 24.33 21.68 19.56 18.65]
[18.83 18.28 17.90 18.09 19.05 19.64 25.30 28.88 28.99 23.21 23.94 28.33
25.98 25.51 23.19 21.47 25.46 40.25 33.22 23.49 23.48 22.58 19.41 18.74]
[23.82 22.06 25.45 20.62 20.91 22.66 39.78 40.38 28.22 35.38 52.50 35.34
31.23 26.60 30.94 45.82 47.23 42.86 44.84 50.90 43.33 35.58 33.04 36.30]];
```

```
Gamma_a = // Inclinação da curva de precos do mercado de regulacao [$/MWh]
[[ -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02
-0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02]
[ -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02
-0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02 -0.02]
[ -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03
-0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03]
[ -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03
-0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03 -0.03]];
```