

CONHECENDO ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA DESDE A LICENCIATURA COMO MATERIAL PEDAGÓGICO DA PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Profa. Dra. Raquel Gomes de Oliveira (FCT-Unesp)

EIXO 09: Materiais Pedagógicos no Ensino e na Formação de Professores

Resumo

Este relato de experiência aborda a apresentação e suas consequências do conceito de Atividades de Investigação Matemática para futuros professores de Matemática que atuarão na Educação Básica. Essa apresentação ocorreu na forma de oficina com objetivos de levar seus participantes a: conhecerem, vivenciarem e refletirem sobre o fato de o trabalho com tarefas de investigação matemática ser permeado por dúvidas, erros, conjecturas, criações, argumentação, induções e deduções, que antecedem a sistematização matemática dos conceitos, estando portanto, presentes historicamente no fazer Matemática. Um outro objetivo era levar os participantes da oficina a concluir que esses elementos são contribuintes para processos de ensino e aprendizagem considerados matematicamente significativos aos alunos. Por esta experiência foi possível concluir que conhecer, através da participação na oficina, atividades de investigação matemática acarretou aos futuros professores a tomada de consciência sobre a importância de conhecer material pedagógico para a prática docente de qualidade para os alunos e uma reflexão crítica, desde a formação inicial, quanto à necessidade de referências curriculares para essa prática.

Palavras-chave: investigação matemática, formação de professores de Matemática, ensino e aprendizagem de Matemática, desenvolvimento curricular

Introdução

Enfrentar questões curriculares desde a formação inicial de professores de Matemática também implica considerar o tratamento inadequado de conteúdos enquanto objeto de ensino nos cursos de licenciatura e objeto de ensino na Educação Básica, o que acarreta, muitas vezes, descompasso entre uma sólida e necessária formação de saberes relacionados ao conteúdo em si e uma sólida e necessária formação de saberes quanto a elementos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo, considerando-se diferentes séries e modalidades as quais se aplica.

Um problema destacado pelas Diretrizes Nacionais para Formação de Professores da Educação Básica, fundamentadas pelo Parecer CNE/CP 09/2001, é a ausência de atividades nas quais os licenciandos/futuros professores possam desenvolver conhecimentos sobre práticas investigativas, tendo condições para perceber a dimensão criativa que nelas existe e concebendo o conhecimento enquanto resultado de um processo de

criação humana frente a necessidades e condições para realizá-lo. Nesse sentido, existem na forma da lei problematizações e argumentações sobre contínua reelaboração curricular, desde a formação inicial de professores, e isto acarreta o oferecimento de propostas curriculares para este momento da formação docente que possivelmente terão consequências em procedimentos curriculares na Educação Básica quando forem lecionar.

Por outro lado, entender situações didático-pedagógicas na escola, objetivando também elaborar material didático requer que se contextualizem essas situações em termos de orientação curricular fazendo uma breve incursão histórica. Assim, a partir da proposta curricular veiculada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo em 1986, o currículo de Matemática para a Educação Básica vem sinalizando a necessidade de se repensar e, sobretudo propor mudanças metodológicas para o ensino de vários conceitos matemáticos.

O atual currículo de Matemática do Estado de São Paulo é oriundo do projeto São Paulo faz Escola, projeto veiculado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo em 2008, que objetivava desenvolver nos estudantes da Educação Básica habilidades que fossem fundamentais para outras áreas do conhecimento e que são primordiais para o pleno exercício de cidadania em uma sociedade democrática. Este atual currículo de Matemática, a ser desenvolvido nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio, propõe o ensino de Matemática que busque primordialmente o *desenvolvimento de propostas didáticas de sala de aula, produzindo um movimento de ação-reflexão-ação* a fim de levar os estudantes a desenvolverem capacidades de raciocínio, de produção, de leitura, de escrita e de interpretação de textos, inclusive nas situações de desenvolvimento de conteúdos matemáticos. Assim, é possível perceber afinidades entre propostas curriculares para a formação de professores de Matemática e o que se espera do trabalho didático do professor de Matemática nas aulas de Matemática na Educação Básica.

A partir destas afinidades, propor experiências que abrajam metodologias diferenciadas de trabalho pedagógico com conteúdos de Matemática, durante o curso de licenciatura de Matemática, torna-se imprescindível para a formação inicial de professores desta área. Contudo, mesmo sob o referencial de ação-reflexão-ação essas metodologias poderão ter diferentes sentidos aos futuros professores, através do modo como se colocam nas mesmas, ou seja, se apenas na perspectiva de quem vai ensinar Matemática ou

fundamentalmente na perspectiva de quem ensina Matemática, tomando como referência elementos presentes em seus próprios processos de raciocínios e consequentes procedimentos enquanto aprendiz de Matemática. Ao desenvolver conceitos matemáticos através de procedimentos com tarefas de investigação, acredita-se que os participantes desta aula de Matemática terão oportunidades de desenvolver as capacidades intelectuais propostas pelos currículos tanto da formação de professores, quanto da Educação Básica. Além disso, é muito provável que aspectos do conhecimento matemático, tais como origem e natureza do mesmo sejam reelaborados durante o desenvolvimento de uma tarefa de investigação. E isto porque uma investigação é realizada quando:

... formulamos as nossas próprias questões e procuramos responder-lhes, de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Em contexto de ensino, aprendizagem ou formação, investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE, 2003, p. 92).

Geralmente se diz que o termo investigação ganha significado de acordo com o contexto no qual é utilizado. Por exemplo: investigação policial, investigação jornalística, investigação científica, investigação genética, investigação matemática...

Uma atividade de investigação matemática pode ser identificada enquanto uma proposta de trabalho para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos escolares que é caracterizada, de acordo com Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira e Oliveira (1999), por quatro momentos principais. Estes momentos principais e as ações específicas que requerem do aprendiz podem ser identificados no quadro 1.

Momentos de uma investigação
§ Exploração e formulação de questões; § Formulação de conjecturas; § Teste e reformulação de conjecturas; § Justificação e avaliação
Ações a serem realizadas

- § Reconhecer uma situação problemática;
- § Explorar a situação problemática;
- § Formular questões;
- § Organizar dados;
- § Formular conjecturas;
- § Realizar testes;
- § Refinar uma conjectura;
- § Justificar uma conjectura;
- § Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Quadro 1: momentos na realização de uma investigação matemática (Ponte, 2003)

Tomar as atividades de investigação na Matemática escolar enquanto uma referência metodológica alternativa ao que se denomina “modo tradicional de ensinar” supõe, entre muitas coisas, que as atividades de investigação têm por princípio outros entendimentos sobre a origem e a natureza do saber matemático e que estes se identificam com o fazer Matemática enquanto uma construção impregnada de necessidades e condições humanas. Assim, este fazer é sujeito a explorações, investigações, conjecturas, testes, provas, refutações e argumentações. Enfim, sujeito a processos de raciocínio exploratório, indutivo. Isto é, um fazer contrário ao fazer Matemática identificando-a com uma ciência essencialmente dedutiva e sistematiza desde seus primórdios tendo como consequência a deturpada ideia na qual Matemática é algo difícil e para poucos.

Assim, entendendo a Matemática enquanto a Ciência dos padrões e das regularidades buscá-los quando se desenvolvem conceitos matemáticos não se identifica com processos unicamente dedutivos e sistematizadores de conhecimento, como defendem algumas perspectivas para o saber matemático. Contrariamente a isto, as situações de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, por meio de tarefas de investigação, são caracterizadas pela participação do aluno no processo de construção do conhecimento matemático que acaba propiciando dúvidas, erros, conjecturas (levantamento de hipóteses), criações, argumentação, induções e deduções, que antecedem a sistematização desse conhecimento.

Uma oficina de tarefas investigativas em Matemática e seus resultados

A oficina cujo nome era Vivenciando Exemplos de Investigação Matemática teve 4 horas de duração e foi desenvolvida em 2 horas diárias no evento V

SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA (V SMAT), que aconteceu no mês de agosto de 2010 e é promovido anualmente pelo Departamento de Matemática, Estatística e Computação (DMEC) e pelo Conselho do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista (Unesp) campus de Presidente Prudente-SP. Este simpósio tem como público alvo os alunos do curso de licenciatura em Matemática, que poderão lecionar para alunos com idades entre 11 e 17 anos. O SMAT também se estende a pessoas externas à faculdade, por exemplo, professores de matemática da rede pública, de escolas particulares e licenciandos de outras universidades. O objetivo principal do SMAT é proporcionar a todos os seus participantes um ambiente favorável à apresentação e discussão de temas relacionados à Matemática, o que certamente inclui algumas das demandas curriculares para o ensino e aprendizagem de Matemática tanto na Educação Superior quanto na Educação Básica.

Aliada aos objetivos do SMAT, a oficina teve enquanto objetivos:

- 1) Apresentar o conceito de Investigação Matemática e seus pressupostos;
- 2) Colocar os participantes na perspectiva de quem ensina Matemática, tomando como referência elementos presentes em seus próprios processos de raciocínios e consequentes procedimentos enquanto aprendiz de Matemática;
- 3) Demonstrar porque atividades investigativas podem ser uma referência curricular para os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos para a faixa etária na qual poderão lecionar.

Para a oficina inscreveram-se 30 participantes e como esta ocorreu em dois dias a média de participação foi de 26 pessoas, em sua maioria alunos da licenciatura em Matemática da FCT, mas também alunos de outras faculdades¹. Uma professora do departamento de Matemática estava entre os participantes da oficina.

Cada participante recebeu uma apostila contendo 10 atividades de investigação. Essa apostila² foi entregue somente no momento em que as atividades começariam a ser desenvolvidas, evitando-se que houvesse dispersão do interesse dos participantes no momento anterior quando foi realizada uma apresentação oral. A apresentação contou com a utilização de

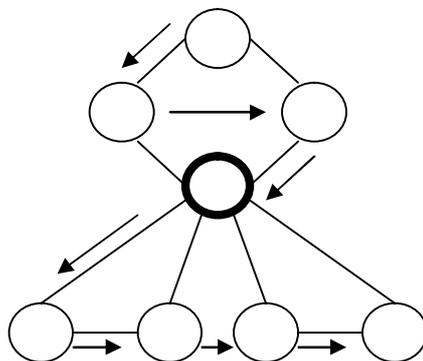
slides elaborados com a finalidade de contemplar, mesmo que de forma sintética, principais ideias e pressupostos subjacentes ao conceito de Investigação Matemática.

Nesses slides estava um quadro explicativo, na forma de situações matemáticas, sobre as principais diferenças entre um exercício, um problema e uma tarefa de investigação. Através do mesmo foi pedido aos participantes que prestassem atenção quanto aos verbos utilizados em cada uma destas situações, do mesmo modo quanto ao que se dava a entender ao leitor o que era para ser feito nas mesmas. Neste momento, procurou-se evidenciar o quanto uma atividade de investigação matemática é aberta a outras questões, que dependem fundamentalmente tanto da intervenção do professor de Matemática quanto da colaboração e do trabalho em parceria com os colegas da aula, além das próprias atitudes participativas do aluno na aula de Matemática.

O desenvolvimento das atividades iniciou-se com a atividade Números em Círculos, pois esta além de ter um grau de dificuldade que pode ser considerado baixo, quando comparado ao de outras atividades, tem se mostrado, conforme Oliveira (2006), um excelente caminho para familiarizar um aprendiz com o favorável ambiente de trabalho pedagógico em sala de aula, para todos, quando se propõe o desenvolvimento de uma tarefa investigativa em Matemática.

ATIVIDADE: Números em Círculos

Considere a figura apresentada abaixo, na qual temos, na parte superior, um quadrilátero com quatro círculos nos vértices e, na parte inferior, dois triângulos também com círculos nos seus vértices. Seguindo o sentido das setas mostradas na figura, escreva no interior de cada círculo números naturais consecutivos múltiplos de 2 e pense nas questões 1 e 2:



1- Some os quatro números colocados nos vértices do quadrilátero, depois os três números colocados no triângulo da esquerda e depois os números do triângulo da direita. Por fim, adicione as três somas obtidas. Vamos chamar esta soma final de TOTAL. Repetindo o

processo com outras seqüências de números, procure encontrar uma relação entre os números escolhidos por você no círculo central (círculo mais escuro) e os TOTAIS obtidos.
2- A relação encontrada vai se manter se iniciarmos o mesmo processo com múltiplos negativos de 3? No caso de não se manter encontre uma nova relação que “funcione” para estes novos números.

Quadro 2: atividade Números em Círculos

Com esta atividade pode-se perceber que objetivos da oficina estavam sendo alcançados. Assim, desde a primeira atividade os participantes tiveram oportunidades de conhecer, vivenciar e refletir sobre o fato de o trabalho com tarefas de investigação ser permeado por dúvidas, erros, conjecturas, criações, argumentação, induções e deduções que historicamente impregnam o conhecimento matemático. Percebeu-se também encantamento na verbalização dos futuros professores, causado pela tomada de consciência dos mesmos quanto à presença de elementos que constituem um padrão, uma regularidade.

Outro fato bastante relevante nessa experiência refere-se aos comentários dos alunos quanto à pergunta “- Por quê?”, feita inicialmente pela coordenadora, mas que acabou sendo natural para o grupo. Pergunta que ocorria quando os participantes faziam uma afirmação frente a um resultado, uma generalização ou caminho tomado para alcançá-los e que depois foi entendida por estes como um desencadeador para que outras conjecturas e outras perguntas fossem realizadas.

Ter experiência com ações para validar um resultado e argumentar sobre essa validade, ações que se sabe pouco cobradas na escola atualmente, possibilitou aos futuros professores terem referências práticas sobre a capacidade de um professor de Matemática poder propor essas ações em sala de aula, de forma natural, porque estas são próprias de uma atividade de investigação. Deste modo, desconstróem-se preconceitos e ideias errôneas sobre as ações de validação e argumentação matemáticas.

Essas ideias compõem aquelas nas quais há a crença de que essas ações, por serem consideradas muito abstratas, são executáveis apenas por algumas pessoas e que, portanto devem ser excluídas do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos nas aulas regulares, devendo ser propostas pelo professor e desenvolvidas pelos alunos em situações especiais de ensino, por exemplo, na preparação de alunos que participam de atividades extra-escolares como as Olimpíadas da Matemática.

Um dos propósitos da oficina era possibilitar que o futuro professor de Matemática, na medida do possível, pensasse a partir da perspectiva do aluno da Educação Básica, quando este aluno está envolvido em uma tarefa de investigação: o que prende a atenção nesta aula? A disposição do aluno para resolver uma atividade de investigação é a mesma para outras atividades, como por exemplo, solucionar um problema ou resolver um exercício? Como se caracterizam os papéis do professor, dos conteúdos, dos alunos e dos grupos em termos de contrato didático?

Considerações finais

O fato de os participantes da oficina serem futuros professores de Matemática fez com que, desde a elaboração da mesma, quatro questões subjacentes ao trabalho com atividades investigativas fossem evidenciadas e discutidas com os participantes:

- A possibilidade de que uma mesma tarefa investigativa seja oferecida para estudantes de diferentes idades, o que implica na reflexão sobre o desenvolvimento de conjecturas, isto é, como começam a ser elaboradas, como são apresentadas e validadas pelos estudantes em cada idade? Na realidade, o objetivo era levar os futuros professores a refletirem sobre a origem e a natureza do pensar matematicamente. Por isto a ideia de se trabalhar com uma metodologia de ensino que possibilitasse que os mesmos pudessem fazer essa reflexão a partir também de seus próprios procedimentos e processos de raciocínio quando envolvidos em um processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos;
- Qual é o papel desempenhado por um professor de Matemática quando propõe aos alunos tarefas de investigação? Quais saberes são necessários ao professor frente a esse papel?
- O material produzido durante uma atividade de investigação constitui instrumento de avaliação para o professor. Neste caso, procurou-se discutir sobre instrumentos de avaliação na aprendizagem de Matemática e como esses devem ser ressignificados frente ao contexto da aula, já que em uma aula com tarefas investigativas o material produzido pelos alunos é escrito e também verbalizado principalmente através de conjecturas frente às questões originais e decorrentes da tarefa, além da presença dos momentos de argumentação e de validação de resultados encontrados;

• A introdução de tarefas investigativas em situações regulares de sala de aula, ou as implicações curriculares. Frente a várias reformas curriculares é bastante comum que currículos atualizados, com conteúdos e prazos fixados, sejam considerados pelos professores um impedimento para que propostas alternativas de desenvolvimento de conteúdos matemáticos sejam realizadas. Esses impedimentos são frequentemente relatados pelos futuros professores e foram descritos por Oliveira (2006). Assim, com as tarefas de investigação foi possível estabelecer a discussão sobre o currículo de Matemática, sob o ponto de vista da natureza da Matemática subentendida no mesmo, além da ideia de avaliação de aprendizagem na escola e de seus instrumentos.

Esses aspectos foram baseados em aspectos analisados por Boavida e Porfírio (2000) quando desenvolveram uma oficina com tarefas investigativas para futuros professores de Matemática.

O procedimento básico, por parte da coordenadora da oficina, foi sempre que possível tornar esses aspectos, durante o desenvolvimento das tarefas, relevantes à formação inicial de professores de Matemática.

Oferecer uma oficina, aos licenciandos em Matemática, que contemple atividades investigativas permite concluir que: tomando-se as orientações curriculares para a formação de professores de Matemática que atuarão na Educação Básica é certamente possível que, já na licenciatura, a apresentação e, sobretudo o oferecimento de situações nas quais futuros professores de Matemática possam desenvolver atividades de investigação sendo levados a refletirem sobre processos de raciocínio, resultados, validações e argumentações, constituam-se em uma fecunda referência pedagógica para esses licenciandos frente às atuais condições e necessidades para o desenvolvimento de processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Referências

BOAVIDA, Ana Maria e GUIMARÃES, Fátima. Materiais para a aula de Matemática. **Educação e Matemática**, 70, 26-7. (2002)

BOAVIDA, Ana Maria e PORFÍRIO, Joana. Pre-service mathematics teacher education: How to deal with new challenges? Em A. Ahmed, J.M. Kraemer, & H. Williams (Eds). **Cultural diversity in mathematics**: CIEAEM 51 (pp. 285-292). Chichester: Horwood Publishing. (2000).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEC. (1997).

BRASIL. MEC.CNE/CP. **Parecer nº 09 de 08 de Maio de 2001.** (1996). Disponível em <http://portal.mec.gov.br/sesu/>. Acesso em 08 de dezembro de 2010.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei nº 9394 de 20 de Dezembro de 1996. Diário Oficial da União, Brasília.

MATEMÁTICA PARA TODOS. **Investigações matemáticas na sala de aula. Propostas de trabalho.** Lisboa: APM e Matemática para todos. (2001).

OLIVEIRA, Raquel Gomes de. **Estágio supervisionado participativo na licenciatura em matemática, uma parceria escola-universidade: respostas e questões.** Tese (Doutorado). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. (2006).

PONTE, João Pedro da, FERREIRA, C., Varandas, J. M., BRUNHEIRA, Lina & OLIVEIRA, Hélia. **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas.** Lisboa: Projecto MPT e APM.(1999).

PONTE, João Pedro da. Investigação sobre Investigações Matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, 93-169. (2003).

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Guias Curriculares Para o Ensino de 1º Grau.** (1975).

SÃO PAULO (Estado). SE/CENP. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º Grau.** (1986).

SÃO PAULO (Estado). **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática /**Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE. (2008).

Notas

[1] Devido à solicitação de alunos externos à FCT, foi solicitado por outra faculdade que essa oficina fosse oferecida na Semana da Matemática da mesma, o que ocorreu em outubro de 2010.

[2] A apostila contava com propostas de trabalho investigativo extraídas da obra *Investigações Matemáticas em Sala de Aula (Propostas de Trabalho)* material produzido pela Associação Portuguesa de Professores de Matemática em 2001. Somente a atividade *Números em Círculo* (quadro 2) foi adaptada, tendo como origem o trabalho de Boavida e Guimarães (2002).