UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

RAMON MOREIRA PERES

MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE EXPERIMENTAL APLICADAS AO ESTUDO DA DINÂMICA DE UM ROTOR JEFFCOTT

Guaratinguetá
2016

RAMON MOREIRA PERES

MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE EXPERIMENTAL APLICADAS AO ESTUDO DA DINÂMICA DE UM ROTOR JEFFCOTT

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre, em Engenharia Mecânica na área de Projetos

Orientador: Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias

Guaratinguetá

2016

Peres, Ramon Moreira
P437m Modelagem por elementos finitos e análise experimental aplicadas ao estudo da dinâmica de um rotor Jeffcott / Ramon Moreira Peres – Guaratinguetá, 2016.
76 f : il.
Bibliografia: f. 70-72

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.
Orientador: Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias

1. Método dos elementos finitos. 2. Dinâmica. 3. Rotores. I. Título

CDU 519.6(043)

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

RAMON MOREIRA PERES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: PROJETOS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. José Antonio Perrella Balestieri
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS
Orientador / UNESP-FEG

Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI
UNESP-FEG

Prof. Dr. EVERALDO DE BARROS
DCTA/SJC

Setembro de 2016

DADOS CURRICULARES

RAMON MOREIRA PERES

NASCIMENTO	11.12.1987 – GUARATINGUETÁ / SP
FILIAÇÃO	Mauro Pedro Peres Catarina Maria Moreira
2008/2013	Curso de Graduação Engenharia Mecanica - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista

A Deus pela vida, saúde e disposição de acordar todos os dias e ir em busca dos meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador e Professor Dr. Mauro Hugo Mathias, pelo tempo desprendido em me ensinar e me orientar.

Aos meus pais Mauro e Catarina e meus irmãos Vitor e Lívia pelo incentivo para realização deste trabalho.

A minha noiva Tamires que em diversos momentos teve que abrir mão da minha presença para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao técnico de laboratório Everton Coelho de Medeiros pelo auxílio na modificação da bancada experimental e na obtenção dos resultados experimentais.

Ao Departamento de Mecânica da FEG-UNESP.

PERES, R.M. **Modelagem por Elementos Finitos e Análise Experimental Aplicadas ao Estudo da dinâmica de um Rotor Jeffcott**. 2016. Dissertação (Mestre em Ciências Mecânicas) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

RESUMO

O presente trabalho estuda a dinâmica de rotores e em particular a de um rotor modelo de Jeffcott. Para tanto, foi utilizada uma bancada experimental que consiste de um rotor montado sobre um eixo apoiado por mancais de rolamento fixo a uma base metálica, sendo o acionamento da bancada experimental feito por meio de um motor elétrico trifásico de 2 cv com uma rotação máxima de 3.475 rpm, onde foram realizados testes para determinação da primeira frequência natural estacionária (teste de impacto), tesde de partida e de parada. Dois eixos de materiais diferentes foram utilizados, sendo um de aço SAE 1020 e outro de material compósito. Foram determinadas através de análise estrutural pelo método dos elementos finitos as rigidezes dos mancais, com esses valores obteve-se analiticamente a primeira frequência natural do sistema. Ainda utilizando o método dos elementos finitos foram obtidas as frequências naturais, os modos de vibrar e o diagrama de Campbell através de análise modal. Os resultados experimentais obtidos foram discutidos e comparados com os resultados analíticos e com os resultados obtidos pela aplicação do método dos elementos finitos. Percebe-se que com essa comparação a aplicação do software na fase inicial de projeto mostra-se de extrema importância, visto que as frequências naturais podem ser previstas já na etapa inicial.

Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos, Rotor de Jeffcott, Frequência natural

PERES, R.M. **Modeling by Finite Element and Experimental Analysis Applied to the Study of the Dynnamic of a Jeffcott Rotor**. 2015. Master Thesis (Master in Mechanical Science) - Faculty of Engineering of Guaratinguetá, São Paulo State University, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

This work studied the dynamics of rotors and in particular a Jeffcott rotor. An experimental bench consisting of a rotor mounted on a shaft supported by a fixed bearing housings to a metal base. The drive of the testing bench is made a three-phase electric motor of 2cv power, having a maximum rotation of 3.475rpm, which were performed the tests to identify the first natural frequency (impact test), run up and coast down using two different material of shaft, one made by steel SAE 1020 and a composite shaft. It was determined through structural analyses by the finite element method and the rigidities of the bearings was obtained. With this values the first natural frequency for the system was obtained analytically. Still using finite element method was obtainedthe natural frequencies. The vibration modes and the Campbell diagram, using modal analysis. The experimental results were discussed and compared the analytical results and the results by applyingthe finite element method, with this comparion the software application in the initial phase project proved extremely important given that the natural frequencies can be provided in the initial stage.

Keywords: Rotor Dynamics, Finite Element, Jeffcott Rotor, Natural Frequency

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de rotor de Jeffcott 20
Figura 2 – Formas de precessão 21
Figura 3 – Diagrama de corpo livre de um rotor tipo de Jeffcott 22
Figura 4 – Diagrama de Campbell 26
Figura 5 – Discretização de um sistema contínuo 27
Figura 6 – Eixo automotivo em material compósito 29
Figura 7 – Desenho esquemático da bancada experimental utilizada 34
Figura 8 – Modelagem tridimensional do mancal 36
Figura 9 – Definição da malha para o mancal de rolamento 36
Figura 10 – Modelagem tridimensional do rotor no Ansys 38
Figura 11 – Definição da malha do rotor 39
Figura 12 – Modelagem tridimensional do rotor com eixo compósito 40
Figura 13 – Definição da malha para do rotor com eixo de compósito 42
Figura 14 – Foto da instrumentação utilizada 43
Figura 15 – Teste de impacto eixo de aço SAE 1020 44
Figura 16 – Deformação do mancal 47
Figura 17 – Diagrama de Campbell utilizando eixo de aço SAE 1020 48
Figura 18 – Modos de vibrar do rotor utilizando eixo de aço SAE 1020 49
Figura 19 – Diagrama de Bode 51
Figura 20 – Diagrama de Campbell utilizando eixo de compósito 53
Figura 21 – Modos de vibrar do rotor utilizando eixo de compósito 54
Figura 22 – Bancada experimental 58
Figura 23 – Espectro de frequência do eixo de aço SAE 1020 obtido no teste de impacto 59
Figura 24 – Espectro de frequência do eixo de aço SAE 1020 obtido no teste de partida 60
Figura 25 – Espectro de frequência obtido no teste de parada do eixo de aço SAE 1020 61
Figura 26 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido pelo teste de impacto 62
Figura 27 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido no teste de partida 63
Figura 28 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido no teste de parada 64
Figura 29 – Relógio comparador 75
Figura 30 – Alinhamento do rotor 76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Velocidades críticas 26
Tabela 2- Valores de deformação no mancal 46
Tabela 3 – Valores de rigidez do mancal 46
Tabela 4- Frequências naturais obtidas 48
Tabela 5 – Frequências naturais obtidas 53
Tabela 6 – Frequências naturais (FN) obtidas nos testes experimentais com eixo de aço SAE 1020 61
Tabela 7 – Frequências naturais obtidas nos testes experimentais com eixo de compósito 65
Tabela 8 – Comparação entre as frequências naturais (FN) obtidas 65
Tabela 9 – Comparação do resultado MEF com os resultados experimentais 66

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Parâmetros para análise da deformação do mancal 37
Quadro 2 – Propriedades do eixo e do disco 38
Quadro 3 – Parâmetros MEF eixo de aço SAE 1020 39
Quadro 4 – Propriedades do eixo e do disco 41
Quadro 5 – Parâmetros MEF eixo de compósito 42
Quadro 6 – Caracterísitcas dos equipamentos utilizados 44

LISTA DE ABREVIATURAS

API	*American Petroleum Institute*
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FN	Frequência Natural
GDL	Grau de Liberdade
ISO	*Iternational Organization for Standardization*
MEF	Método dos Elementos Finitos

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 16
1.1. OBJETIVO 17
1.2. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 17
2. REVISÃO DA LITERATURA 19
2.1. INTRODUÇÃO A DINÂMICA DE ROTORES 19
2.2. FREQUÊNCIA NATURAL 19
2.3. ROTOR MODELO DE JEFFCOTT 20
2.4. MOVIMENTO DE UM SISTEMA ROTATIVO 21
2.5. FORMULAÇÃO DO MOVIMENTO DE SISTEMA ROTATIVO COM QUATRO GRAUS DE LIBERDADE 22
2.6. VELOCIDADE CRÍTICA 24
2.7. DIAGRAMA DE CAMPBELL 25
2.8. MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS 26
2.9. ROTORES COM EIXO DE COMPÓSITO 28
2.10. DIAGRAMA DE BODE 30
2.11. CONSIDERAÇÕES SOBRE ANÁLISE MODAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS 30
2.12. TESTES DE PARTIDA E PARADA 31
3. METODOLOGIA 33
3.1. CARACTERIZAÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL 33
3.2. CÁLCULO DA RIGIDEZ DOS MANCAIS 35
3.2.1. Análise da rigidez dos mancais 35
3.3. DIAGRAMA DE CAMPBELL E MODOS DE VIBRAR EIXO DE AÇO 1020 37
3.4. RESPOSTA HARMÔNICA 40
3.5. DIAGRAMA DE CAMPBELL E MODOS DE VIBRAR EIXO DE COMPÓSITO 40
3.6. TESTES DE LABORATÓRIO 42
3.6.1. Avaliação da frequência natural estacionária 44
3.6.2. Teste de partida 45
3.6.3. Teste de parada 45
4. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS 46
4.1. ANÁLISE DA RIGIDEZ DO MANCAL 46

4.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR UTILIZANDO EIXO DE AÇO SAE 1020 48
4.3. RESPOSTA HARMÔNICA UTILIZANDO O EIXO DE AÇO SAE 1020 51
4.4. CÁLCULO ANALÍTICO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL UTILIZANDO O EIXO DE AÇO SAE 1020 52
4.5. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR UTILIZANDO O EIXO DE COMPÓSITO 53
4.6. CALCULO ANALÍTICO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL UTILIZANDO O EIXO DE COMPÓSITO 56
5. RESULTADOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS 58
5.1. RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZANDO EIXO DE AÇO SAE 1020 58
5.1.1. Avaliação da frequência natural estacionária pelo teste de impacto utilizando eixo de aço SAE 1020 59
5.1.2. Teste de partida para o eixo de aço SAE 1020 59
5.1.3. Teste de parada para o eixo de aço SAE 1020 60
5.2. EXPERIMENTOS UTILIZANDO EIXO DE COMPÓSITO 62
5.2.1. Avaliação da frequência natural estacionária pelo teste de impacto utilizando o eixo de compósito 62
5.2.2. Teste de partida para o eixo de compósito 63
5.2.3. Teste de parada para o eixo de compósito 64
5.3. COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS OBTIDAS DE FORMA EXPERIMENTAL 65
5.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO MEF COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS 66
6. CONCLUSÃO 68
7. SUGESTÕES TRABALHOS FUTUROS 69
REFERÊNCIAS 70
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA 73
APÊNDICE A – Alinhamento do eixo da bancada experimental 75
APÊNDICE B – Alinhamento do disco em relação ao eixo 76

1. INTRODUÇÃO

Dinâmica de rotores é um ramo especializado da mecânica aplicada focada no comportamento e diagnóstico de estruturas rotativas. As máquinas rotativas apresentam as mais variadas aplicações, tais como na indústria aeronáutica, nos diferentes setores de manufatura, produção de óleo e gás, setor de geração de energia, entre outros.

Otimizar e controlar a dinâmica de máquinas rotativas é de importância fundamental, tendo em vista que com a evolução tecnológica as máquinas vêm operando a velocidades mais elevadas e apresentando alto potencial de energia. A análise dinâmica de máquinas rotativas envolve o modelamento analítico, modelagem por elementos finitos e avaliação experimental.

As máquinas rotativas são constituídas de vários subsistemas, tais como: rotor, mancais, carcaça, impelidores, selagem, fundação, etc, sendo o rotor o principal subsistema. De acordo com a *International Organization for Standardization* (ISO) rotor é um corpo suportado por mancais que o permite girar livremente em torno de um eixo fixo no espaço. Quando o rotor é submetido a distúrbios internos ou externos, tais como desbalanceamento, desalinhamento, instabilidade rotordinâmica, estes componentes interagem entre si em um processo dinâmico de absorção e dissipação de energia (CASTILHO, 2007).

De acordo com Rameshkumar (2010) o monitoramento das condições de máquinas rotativas ajuda na detecção e predição de falhas em estágios iniciais, que prova ser benéfico no aumento da disponibilidade e da produtividade e também na redução e prevenção de acidentes. A análise dinâmica de máquinas tem importante papel na fase de projeto e objetiva minimizar os riscos do investimento, a identificação tardia de um problema de falhas em máquinas tem maior custo do que a identificação na fase de projeto.

O estudo e a definição de parâmetros da dinâmica de rotores como as velocidades críticas, sua resposta às forças desbalanceadoras e a influência do amortecimento do mancal são itens importantes no projeto de máquinas rotativas. A análise experimental se aplica na validação de modelos e avaliação do comportamento de máquinas rotativas em condições reais de operação.

O desenvolvimento e utilização de bancadas de testes têm crescido cada vez mais como apoio às áreas de projetos, de pesquisa e ensino, pois são utilizadas como ferramentas auxiliares em aplicações de engenharia que permitem entender e predizer em laboratórios o funcionamento real de um equipamento em campo.

A avaliação do comportamento dinâmico de rotores inclui identificar velocidades críticas de máquinas relacionadas às ressonâncias, identificar como as frequências naturais das

máquinas mudam com a variação da velocidade de rotação, avaliar os modos de vibrar das máquinas e avaliar o efeito da condição de operação dos mancais das máquinas (SUDHAKAR; SEKHAR, 2011).

1.1. OBJETIVO

O objetivo desta pesquisa é realizar uma modelagem utilizando o método dos elementos finitos e fazer avaliação experimental para analisar o comportamento dinâmico através dos testes de partida e de parada e o comportamento estático através da determinação da primeira frequência natural utilizando uma entrada impulsiva por meio de um martelo de impacto. O modelo de rotor a ser usado tanto na etapa computacional quanto na etapa experimental é o rotor Jeffcott, utilizando para tanto o software Ansys e uma bancada experimental para realização dos testes.

1.2. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Neste primeiro capítulo é feita uma introdução geral sobre a dinâmica de rotores e o objetivo deste trabalho.

No segundo capítulo faz-se uma revisão sobre a dinâmica de rotores, mostrando seu histórico e explicando os conceitos de frequência natural, velocidade crítica, detalhamento do que é um rotor de Jeffcott e as formas de precessão, revisão do método dos elementos finitos aplicado à dinâmica de rotores, detalhamento e interpretação do diagrama de Campbell, mostrando como identificar as velocidades críticas e se ocorrem precessões diretas ou retrógradas.

O terceiro capítulo descreve a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho, nele é detalhado a construção da bancada experimental, mostrando seus componentes e dimensões. Também são descritos os ensaios experimentais realizados e os parâmetros utilizados para obtenção dos resultados na modelagem por elementos finitos.

No quarto capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos da modelagem por elementos finitos.

No quinto capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos experimentalmente, como os testes dinâmicos de partida e de parada, e o teste estático de determinação da primeira frequência natural pelo teste de impacto. Foi feito também

comparação com os resultados obtidos da modelagem experimental com os do cálculo analítico da primeira frequência natural.

No sexto capítulo são apresentadas as conclusões referentes a este trabalho, enquanto que no sétimo capítulo são propostas sugestões para trabalhos futuros.

Em seguida são listadas todas as referências bibliográficas utilizadas e consultadas para elaboração desta dissertação.

Por fim, constam nos apêndices os procedimentos de alinhamento do eixo e do disco realizados na montagem da bancada experimental.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. INTRODUÇÃO A DINÂMICA DE ROTORES

O conhecimento da história da dinâmica de rotores é valioso porque revela a natureza básica de vários tipos de problemas encontrados na criação e no desenvolvimento de sistemas rotativos para várias aplicações. A maior parte das investigações rotordinâmicas foram motivadas por problemas de máquinas ou falhas, nos primórdios esses problemas não foram vistos como fraqueza do fabricante e sim como uma falta geral de conhecimento (VANCE, 2010)

Rankine em 1869 elaborou um modelo de dois graus de liberdade constituído de uma massa girando em uma órbita com uma mola elástica agindo na direção radial. Ele previu que além de certa velocidade de giro o eixo é considerado curvo e a órbita dessa forma curva. Esta velocidade foi chamada de "*whirling speed"*, conhecida por velocidade crítica. Rankine também previu que velocidades supercríticas não poderiam ser alcançadas. Gustaf de Laval em 1889 operou uma turbina a gás em velocidade supercrítica, acima de 40.000rpm. Dunkerley no ano de 1895 publicou um artigo reportando a possibilidade de operar um rotor acima da velocidade crítica. Kerr em1916 publicou um artigo experimental mostrando a evidência de uma segunda velocidade crítica. Henry Jeffcott em 1919 confirmou a existência de velocidades estáveis após a velocidade crítica (VANCE, 2010).

Entre o trabalho de Jeffcott e o início da segunda Guerra Mundial, houve muito trabalho na área de instabilidades e técnicas de modelagem de rotores, culminado no trabalho de Nils Otto Myklestad o que levou ao método da matriz de transferência para analisar rotores. O método mais prevalente usado atualmente na dinâmica de rotores é o método dos elementos finitos.

2.2. FREQUÊNCIA NATURAL

É a frequência na qual um corpo vibra livremente após sofrer uma excitação por uma força que pode ser interna ou externa. Em máquinas rotativas esta excitação é ocasionada pela rotação do equipamento.

A frequência natural de um corpo é função da massa desse corpo e de sua rigidez. Para sistemas de apenas um grau de liberdade (grau de liberdade de um sistema é o número de

coordenadas necessárias, suficientes e independentes para descrever seu movimento), é definida como na equação (1).

$$f_n^2 = \frac{k}{m} \tag{1}$$

onde:

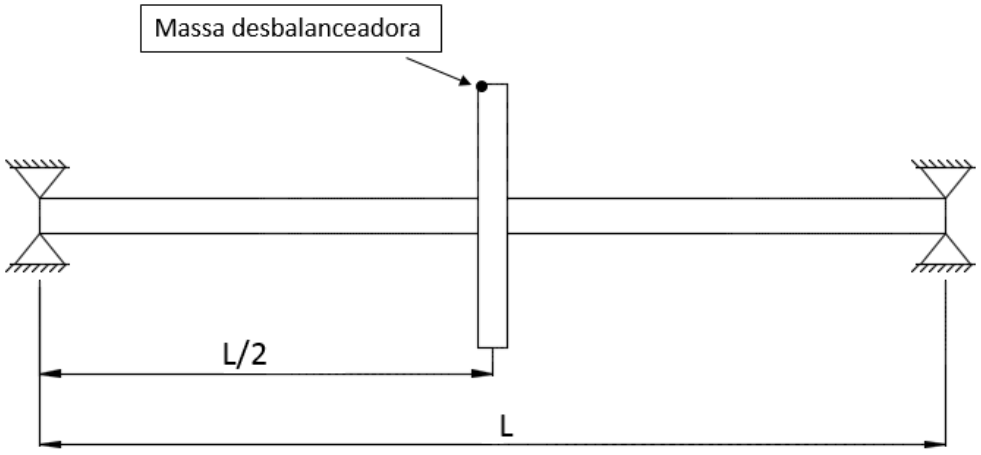
$k =$ Rigidez do corpo;

$m =$ Massa do corpo.

2.3. ROTOR MODELO DE JEFFCOTT

Para superar as limitações do modelo de Rankine, Jeffcott propôs o modelo de rotor ilustrado na Figura 1, sendo este modelo um dos mais representativos na área da dinâmica de rotores.

Figura 1 – Modelo de rotor de Jeffcott



Fonte: Próprio autor

O rotor de Jeffcott consiste de um disco desbalanceado montado sobre um eixo flexível e apoiado em mancais rígidos.

De acordo com Pereira (2005), o modelo de rotor de Jeffcott trata-se de um modelo mais elaborado para evidenciar o surgimento das velocidades críticas em rotores, além de explicar como a amplitude se torna máxima na velocidade crítica e a massa desbalanceadora se movimenta internamente à órbita do rotor.

2.4. MOVIMENTO DE UM SISTEMA ROTATIVO

Sistemas rotativos, constituídos basicamente por mancais, eixo e disco, realizam dois movimentos rotativos superpostos:

- Rotação própria (em torno de si próprio);
- Rotação do eixo defletido em torno de sua configuração não defletida, sendo caracterizado como precessão.

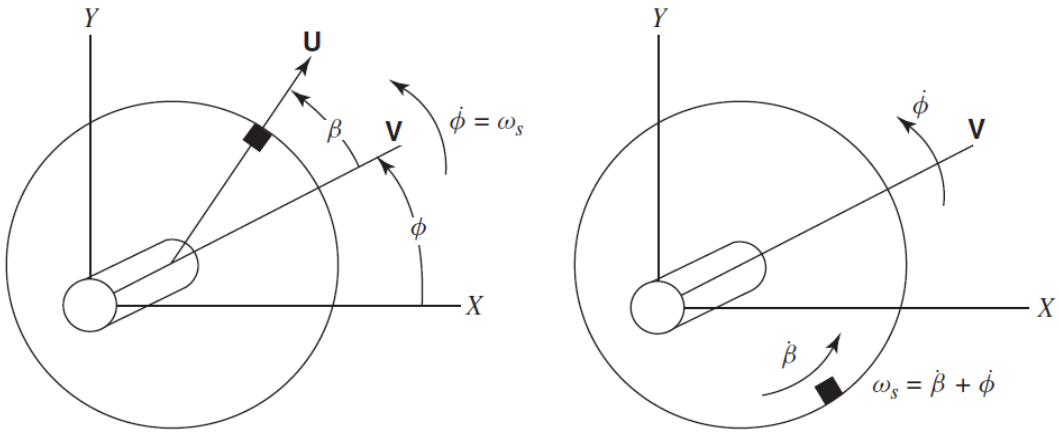
A órbita que o centro geométrico realiza pode ter ou não o mesmo sentido que a rotação própria do rotor, dessa forma o movimento de precessão pode ser caracterizado como:

- Precessão direta (síncrona), também chamada de *forward whirl*, a órbita que o centro geométrico do rotor realiza está no mesmo sentido que a rotação própria do rotor;
- Precessão retrógrada (não síncrona), também chamada de *backward whirl*, a órbita que o centro geométrico do rotor realiza está do sentido oposto que a rotação própria do rotor.

Movimentos de precessão podem ser sincronizados ou não com a rotação do rotor, no geral precessões síncronas são causadas por desbalanceamento no rotor. Nem todas as precessões são síncronas, e os casos mais destrutivos são as não síncronas.

A Figura 2 ilustra a precessão de um rotor a partir da vista de uma de suas extremidades, com uma massa desbalanceadora representada pelo elemento hachurado.

Figura 2 – Formas de precessão



(a) Precessão síncrona (b) Precessão não síncrona

Fonte: Machinery vibration and rotordynamics, Vance (2010)

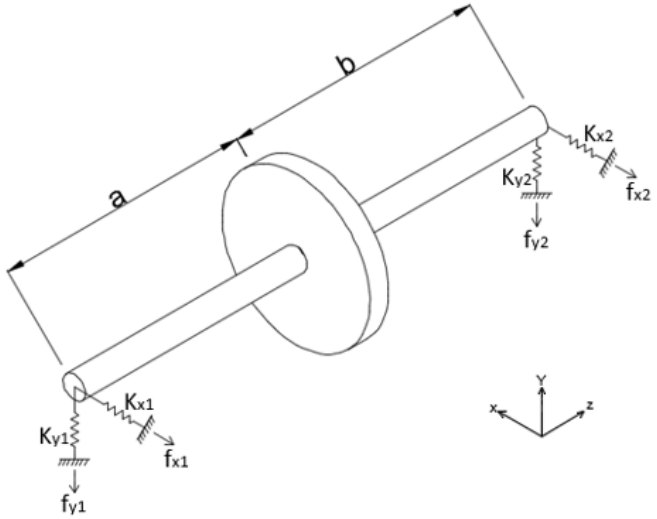
Na Figura 2 (a) a taxa de variação do ângulo $\emptyset$ ($\dot{\emptyset}$) é a velocidade de giro do rotor, o ângulo β mantém-se constante, então a velocidade de precessão e a rotação do eixo (Ω) serão as mesmas (precessão síncrona).

Na Figura 2 (b) a taxa de variação do ângulo β ($\dot{\beta}$) é a velocidade de giro do rotor relativa à velocidade de giro V. Portanto, a velocidade do eixo será a soma de $\dot{\emptyset}$ e $\dot{\beta}$. Nesse caso, a rotação do eixo (Ω) e a velocidade de precessão não serão iguais (precessão não síncrona).

2.5. FORMULAÇÃO DO MOVIMENTO DE SISTEMA ROTATIVO COM QUATRO GRAUS DE LIBERDADE

O rotor ilustrado na Figura 3 possui quatro graus de liberdade (GDL), pois, ele pode se deslocar nas direções x e y e rotacionar em torno dos eixos x e y.

Figura 3 – Diagrama de corpo livre de um rotor tipo de Jeffcott



Fonte: Próprio autor

Conforme Friswell (2010) pode-se deduzir a partir da segunda lei de Newton, as equações (2), (3), (4) e (5).

Forças agindo na direção do eixo x: $-f_{x1} - f_{x2} = m\ddot{u}$ (2)

Forças agindo na direção do eixo y: $-f_{y1} - f_{y2} = m\ddot{v}$ (3)

Momentos agindo no rotor na direção θ: $-af_{y1} + bf_{y2} = I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi}$ (4)

Momentos agindo no rotor na direção ψ: $af_{x1} - bf_{x2} = I_d\ddot{\psi} + I_p\Omega\dot{\theta}$ (5)

Sendo:

u =Deslocamento na direção x;

v =Deslocamento na direção y;

θ =Rotação em torno de x;

ψ =Rotação em torno de y.

Assumindo que o deslocamento do rotor em relação à posição de equilíbrio seja muito pequeno, o que realmente ocorre na prática, pode-se assumir que as rotações θ e ψ são pequenas, dessa forma senθ e senψ podem ser substituídos por θ e ψ. Pode-se ainda assumir que os mancais são lineares e aplicando a lei de Hooke, tem-se que a força na direção do eixo x é dada de acordo com a equação (6).

$$f_{x1} = k_{x1}\delta = k_{x1}(u - asen\,\psi) \approx k_{x1}(u - a\psi) \tag{6}$$

Fazendo-se a mesma analogia utilizada no desenvolvimento da expressão (6) onde é obtido a força agindo no mancal 1 na direção x, pode-se obter as forças f_{x2} , f_{y1} e f_{y2} (forças agindo no mancal 1 e 2 nas direções x e y), que substituídas nas expressões (2), (3), (4) e (5) permitem obter o conjunto de equações (7), (8), (9) e (10).

$$m\ddot{u} + (k_{x1} + k_{x2})u + (-ak_{x1} + bk_{x2})\psi = 0 \tag{7}$$

$$m\ddot{v} + (k_{y1} + k_{y2})v + (ak_{y1} - bk_{y2})\theta = 0 \tag{8}$$

$$I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} + \left(ak_{y1} - bk_{y2}\right)v + (a^2k_{y1} + b^2k_{y2})\theta = 0 \tag{9}$$

$$I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + (-ak_{x1} + bk_{x2})u + (a^2k_{x1} + b^2k_{x2})\psi = 0 \tag{10}$$

Assumindo:

$$k_{xT} = k_{x1} + k_{x2} \qquad k_{yT} = k_{y1} + k_{y2}$$

$$k_{xC} = -ak_{x1} + bk_{x2} \qquad k_{yC} = -ak_{y1} + bk_{y2}$$

$$k_{xR} = a^2k_{x1} + b^2k_{x2} \qquad k_{yR} = a^2k_{y1} + b^2k_{y2}$$

Os subscritos T, C e R foram escolhidos para indicar rigidez de movimento de translação, rigidez do movimento de acoplamento e coeficiente de rigidez do movimento de

rotação, dessa forma as equações (7), (8), (9) e (10), podem ser escritas de acordo com as equações (11), (12), (13) e (14).

$$m\ddot{u} + k_{xT}u + k_{xC}\psi = 0 \quad (11)$$

$$m\ddot{v} + k_{yT}v - k_{yC}\theta = 0 \quad (12)$$

$$I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} - k_C v + k_R\theta = 0 \quad (13)$$

$$I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + k_C u + k_R\psi = 0 \quad (14)$$

Sendo:

$m =$ Massa do disco;

$k_T =$ Rigidez do movimento de translação;

$k_R =$Rigidez do movimento de rotação;

$k_C =$Rigidez do movimento acoplamento;

$I_d =$Momento de inércia diametral do rotor;

$I_p =$Momento de inércia polar do rotor;

$\Omega =$Rotação do eixo.

A partir do conjunto das equações (11), (12), (13) e (14) é possível determinar as frequências naturais em diversas condições através de soluções triviais. Para um rotor flexível em mancais rígidos, as frequências naturais são dadas pelas equações (15) e (16).

$$w_1 = w_2 = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \quad (15)$$

$$w_3 = w_4 = \pm\frac{I_p\Omega}{2I_d} + \sqrt{\left(\frac{I_p\Omega}{2I_d}\right)^2 + \frac{k_R}{I_d}} \quad (16)$$

2.6. VELOCIDADE CRÍTICA

Velocidade crítica é definida como a velocidade na qual a resposta ao desbalanceamento é máxima.

De acordo com a API (1996), um corpo ao sofrer rotação, a velocidade de rotação que o excita a ponto de atingir sua frequência natural é denominada velocidade crítica, ou seja, a velocidade critíca é a frequência natural do sistema rotativo. Os sistemas físicos possuem uma

ou mais frequências naturais, se a frequência de excitação de um corpo for igual ou próxima de sua frequência natural, ocorre do sistema entrar em ressonância e a resposta do rotor é amplificada podendo fazer com que o sistema entre em colapso. Portanto, sob condições ideais de balanceamento e concentricidade, torna-se possível operar um rotor fora de sua velocidade crítica.

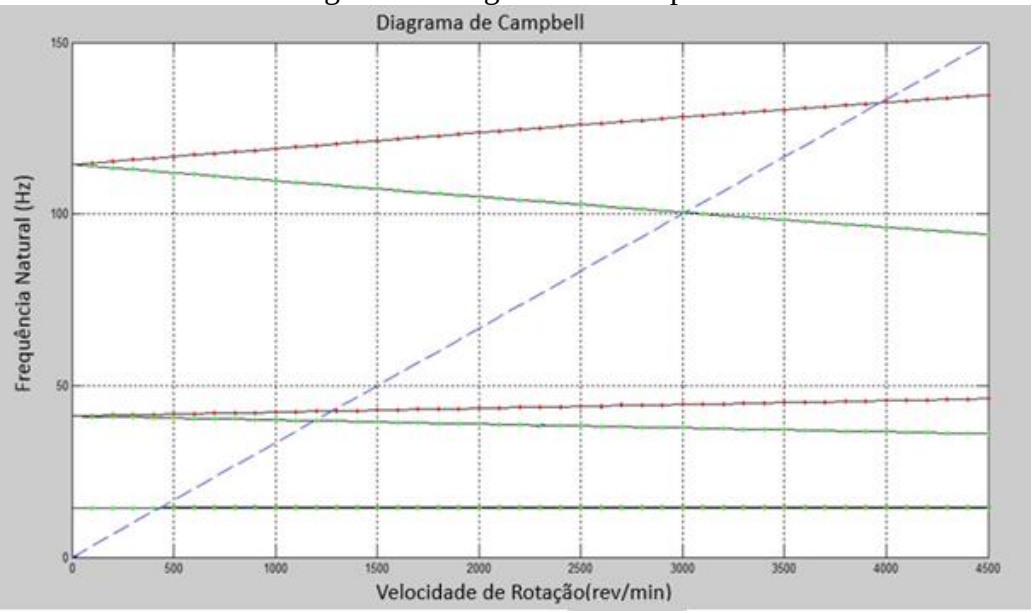
Em velocidades próximas da velocidade crítica o parâmetro mais importante para redução da amplitude é o amortecimento.

Uma das formas de se determinar a velocidade crítica de um rotor com massa desbalanceada é obter a Função de Resposta em Frequência (FRF) entre dois pontos obtendo um gráfico das amplitudes de deslocamento em função da velocidade de giro do rotor, a velocidade crítica será identificada por pico de amplitude no gráfico obtido.

2.7. DIAGRAMA DE CAMPBELL

O diagrama de Campbell é uma das ferramentas mais importantes para entender o comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Consiste basicamente em plotar a frequência natural de sistemas como função de sua velocidade de rotação. Através do diagrama de Campbell é possível identificar as velocidades críticas de sistemas rotativos, ou seja, permite avaliar as forças produzidas pelo rotor em frequências distintas que coincidem com a frequência natural do sistema (MUSZYNSKA, 2005). A Figura 4 apresenta um exemplo de um diagrama de Campbell, onde na intersecção da curva de rotação do rotor representada pela linha tracejada com a curva de frequência natural identificam-se as velocidades críticas, as curvas que representam o rotor em precessão direta são ascendentes e as curvas que representam o rotor em precessão retrógrada são descendentes (LALANNE; FERRARIS, 1990).

Figura 4 – Diagrama de Campbell



Fonte: Próprio autor

Do diagrama de Campbell ilustrado são identificadas cinco velocidades críticas, a primeira velocidade crítica ocorre na intersecção da curva da primeira frequência natural com a curva de rotação do rotor, o valor desta velocidade crítica será igual ao valor da primeira frequência natural, na segunda e quarta velocidades críticas o rotor encontra-se em precessão direta e na terceira e quinta velocidades críticas o rotor encontra-se em precessão retrógrada. Os valores dessas velocidades críticas estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Velocidades críticas

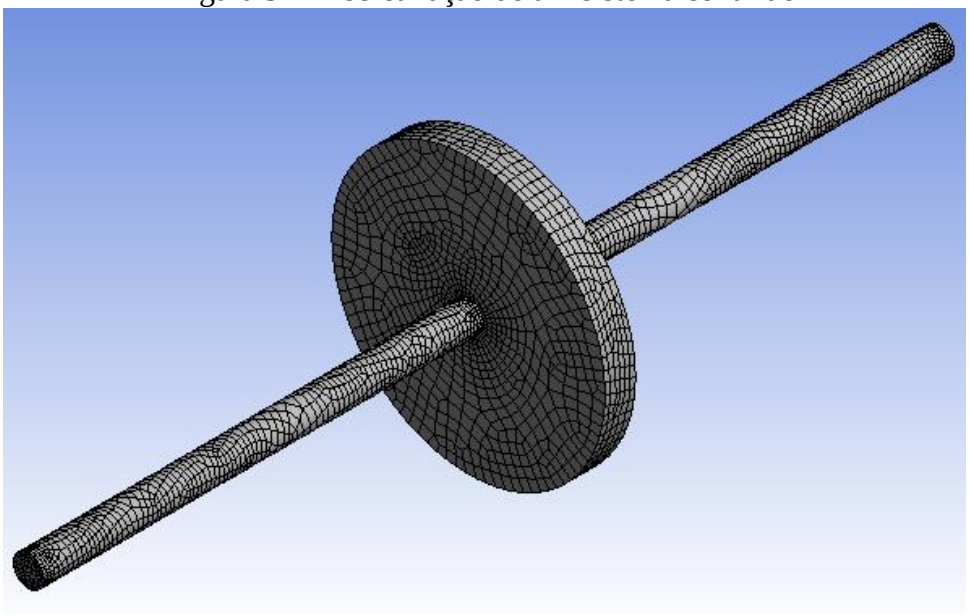
Ordem	Velocidade crítica (rev/min)
1	450
2	1200
3	1270
4	3000
5	3950

2.8. MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF), foi desenvolvido em meio a um método sofisticado de análise de tensões, vibrações, transferência de calor e muitos outros fenômenos.

Embora seja uma metodologia poderosa, sua derivação é simples e lógica. A modelagem por elementos finitos tem por objetivo discretizar uma estrutura contínua em um determinado número de elementos. A discretização da estrutura a ser analisada é chamada de malha e é constituída por regiões de geometria simples, definida por elementos, sendo estes elementos conectados pelos nós (FILHO, 2013). A Figura 5 ilustra a discretização de um sistema contínuo utilizando o programa Ansys.

Figura 5 – Discretização de um sistema contínuo



Fonte: Próprio autor

Madeira (2003) modelou por elementos finitos máquinas rotativas com efeitos não lineares, o eixo foi modelado como elemento unidimensional de viga de Timoshenko de quatro graus de liberdade por nó (dois de rotação e dois de translação), foi considerado o efeito giroscópico e foi obtido as frequências naturais e os modos de vibrar do sistema. O programa utilizado para a modelagem foi o Rotomef.

Cota (2008) aplicou a modelagem por elementos finitos na análise dinâmica de rotores em balanço. Foi desenvolvido um procedimento computacional para determinação das frequências naturais suportado por maincais elásticos. Ele ainda determinou a rigidez do mancal utilizando o MEF no software Ansys, onde ele aplicou a força gravitacional no mancal obtendo o deslocamento resultante da força aplicada e utilizou este valor para se obter a rigidez do mancal.

Nogueirão e Watanabe (2013) apresentaram modelagem e simulação de rotores flexíveis através do software Matlab, onde foi considerado um sistema constituído por

elementos de discos rígidos, elementos de eixos flexíveis com parâmetros distribuídos e mancais com parâmetros concentrados na análise por elementos finitos também foi considerado os efeitos giroscópicos. Como resultado foi obtido o diagrama de Campbell e os modos de vibrar do sistema.

Mendonça (2014) utilizou o método dos elementos finitos para otimização dinâmica de rotores com eixos de compósito, ele apresentou formulação para análise dinâmica do elemento disco, do elemento eixo, do elemento mancal e do elemento massa que tem a finalidade de representar uma massa desbalanceada no rotor.

2.9. ROTORES COM EIXO DE COMPÓSITO

De acordo com Daniel e Ishai (1994), materiais compósitos são materiais que possuem pelo menos duas fases, são projetados para apresentarem propriedades mecânicas superiores aos materiais que os constituem separadamente. Uma das fases normalmente é menos rígida e fraca sendo chamada de matriz e a outra fase é rígida e forte, chamada de reforçador.

Materiais em compósitos tem como características alta resistência, baixa densidade e grande rigidez. Os eixos de compósitos são fabricados através de sequências de laminações, as quais estão diretamente ligadas as suas propriedades mecânicas, podendo ser utilizadas na dinâmica de rotores a fim de alterar a frequência natural do sistema, velocidades críticas e a resistência estrutural do conjunto.

Eixos de compósitos já foram aplicados em diversos segmentos industriais e suas aplicações são cada vez mais ampliadas, estando presente nos eixos automotivos como ilustrado na Figura 6, impelidores e rotores de cauda de helicópteros que operam acima da segunda velocidade crítica, entre outros.

Figura 6 – Eixo automotivo em material compósito



Fonte: http://www.acpt.com

No artigo de Chang, Chen e Chang (2004) foi tratado o comportamento dinâmico de compósitos, relacionando o efeito giroscópico, inércia rotacional, a deformação transversal de cisalhamento e o efeito do acoplamento com os ângulos de laminação em que o eixo foi produzido. No artigo ainda é retratado a evolução da utilização dos eixos em compósitos desde os primeiros estudos realizados até a evolução dos dias atuais.

Boukhalfa, Hadjoui e Cherif (2008) estudaram a dinâmica de eixos rotativos em materiais de compósito montado em mancais rígidos, para determinar as frequências naturais e as velocidades críticas, eles utilizaram a metodologia dos elementos finitos, discutindo a eficiência e precisão da metodologia empregada.

Gupta e Sekhar (2009) estudaram o amortecimento interno nos compósitos de vidro/epoxy e carbono/epoxy, foi obtido o amortecimento de três formas diferentes e em rotações variadas e os valores obtidos foram comparados.

Ghoneam, Hamada e El-Elamy (2011) publicaram artigo comparando diferentes configurações de laminações de eixos de material compósito, aplicanto o método dos elementos finitos no software Matlab para obter as frequências naturais de cada configuração e compará-las, obtendo ainda as amplitudes em função de sua frequência de rotação.

Na recente publicação de Montagnier e Hochard (2014) é levado em consideração o amortecimento interno de eixos de compósito que no geral são maiores do que nos materiais metálicos, portanto este amortecimento interno pode levar o sistema a oscilações de giros

instáveis e catastróficos, para o artigo, é utilizado eixo de compósito de carnobo/epoxy montado sobre mancais viscoelastico.

2.10. DIAGRAMA DE BODE

O diagrama de Bode é utilizado para se determinar a velocidade crítica em sistemas rotativos, neste tipo de diagrama são representados simultaneamente dois gráficos, o primeiro apresenta a amplitude em função da rotação do rotor e o segundo gráfico representa o ângulo de fase em função da rotação.

Medição do ângulo de fase é uma das formas de se identificar velocidades críticas em rotores, a fase é a medida do tempo relativo entre dois sinais. Um ciclo completo representa um ângulo de fase de 360º e o ângulo de fase pode ser definido como a posição nesse ciclo, onde é registrado o maior pico no sinal relativo ao ponto de referência. Dessa forma, pode-se dizer que dois pontos distintos de um rotor que possuem o mesmo ângulo de fase, não possuem rotação relativa entre eles.

A medição do ângulo de fase se torna uma ferramenta importante na análise de máquinas rotativas, pois com essas informações é possível identificar problemas como desbalanceamento e desalinhamento.

Toda vez que ocorrer uma diferença entre um sinal e outro de 180º ou mais indica que a rotação em que ocorreu essa diferença entre os ângulos de fase é uma velocidade critica da máquina em análise.

2.11. CONSIDERAÇÕES SOBRE ANÁLISE MODAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS

Análise modal é uma ferramenta importante para caracterização dinâmica de estruturas. Através da análise modal experimental podem ser estimadas as frequências naturais, os fatores de amortecimento e os modos de vibrar de sistemas dinâmicos.

A obtenção de modelo modal de máquinas rotativas é diferente do modelo aplicado em estruturas convencionais em razão de forças induzidas por rotores submetidos a efeitos giroscópicos, forças tangenciais e efeito de forças de amortecimento associada a movimentos rotativos (CHOUKSEY; DUTT; MODAK, 2012).

Bucher e Ewins (2001) publicaram um artigo descrevendo a dificuldade de se fazer análise modal em estruturas rotativas. Quando realizado em estruturas não rotativas, a análise

modal é bem estabelecida, diferente do que acontece com estruturas rotativas. O artigo centra-se nas técnicas experimentais necessárias e as relacionam com as teorias existentes. Métodos, modelos e técnicas existentes são abordados e suas vantagens, limitações e relevância foram descritas e comparadas.

No artigo de Vansteenkiste et al. (2012), são mostradas as dificuldades de se fazer uma análise modal, mostrando como modelar um sistema desbalanceado com efeito giroscópico e condições de contorno. Também foi criado um modelo para sistemas desbalanceados com efeito giroscópico no software Matlab.

Análise modal consiste em excitar um sistema através de uma entrada impulsiva com a utilização de um martelo modal e a resposta de vibração livre do sistema é obtida, os picos no espectro de frequência representam as frequências naturais do sistema.

2.12. TESTES DE PARTIDA E PARADA

O ensaio de partida (*run up*) e de parada (*coast down*) são mecanismos de excitação transiente utilizados para obtenção das frequências naturais e velocidades críticas em máquinas rotativas. O objetivo desse teste é avaliar as frequências naturais do sistema (NAKHAEINEJAD; GANERIWALA, 2008).

O teste de partida consiste no aumento gradativo da rotação do equipamento (acelerado) em estado estacionário até atingir a rotação em que se deseja estudar ou então até atingir a máxima rotação do equipamento, passando por suas frequências naturais e suas velocidades críticas.

No teste de parada ocorre o inverso, o equipamento parte de sua rotação máxima ou então da rotação que se deseja estudar e o equipamento é desligado, até parar totalmente de rotacionar (desacelerado).

Os testes podem ser realizados utilizando ou não inversores de frequências para acionamento do motor. Com a utilização do inversor de frequência é possível programá-lo e estabelecer o tempo que o usuário quer que o rotor leve para atingir determinada rotação, da mesma forma pode ser programado para estabeler o tempo de parada do rotor.

Na publicação de Liu e Ganeriwala (2005) é comparada as diferentes órbitas obtidas no teste de parada utilizando mancais hidrodinâmicos e mancais de rolamento, utilizando mancais hidrodinâmicos o teste de parada teve duração de 72 segundos, com a utilização dos mancais de rolamento o tempo de parada foi de 32 segundos para a mesma configuração da bancada experimental. Concluiu-se que durante a ressonância a orientação do eixo suportado por

mancais hidrodinâmicos foi rotativa enquanto o eixo suportado por mancais de rolamento não apresentou este comportamento.

No artigo de Li e Ganeriwala (2007) foi utilizado uma bancada experimental para determinar as características dinâmicas de um sistema rotativo, quatro configurações diferentes da bancada experimental foram realizadas com o eixo e o disco e para cada configuração três tipos diferentes de mancais foram utilizados e foram realizados os testes de partida e de parada. Os resultados experimentais mostraram que que as velocidades críticas e o amortecimento foram maiores no teste de parada do equipamento do que no teste de partida.

3. METODOLOGIA

A metodologia adotada consistiu na avaliação experimental de uma bancada de testes desenvolvida junto ao Departamento de Mecânica da FEG-UNESP, conforme descrito em 3.1.

A caracterização do comportamento dinâmico da bancada foi realizada através de uma modelagem em elementos finitos (MEF) utilizando o programa computacional ANSYS versão R16.2 na interface *workbench.*

3.1. CARACTERIZAÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL

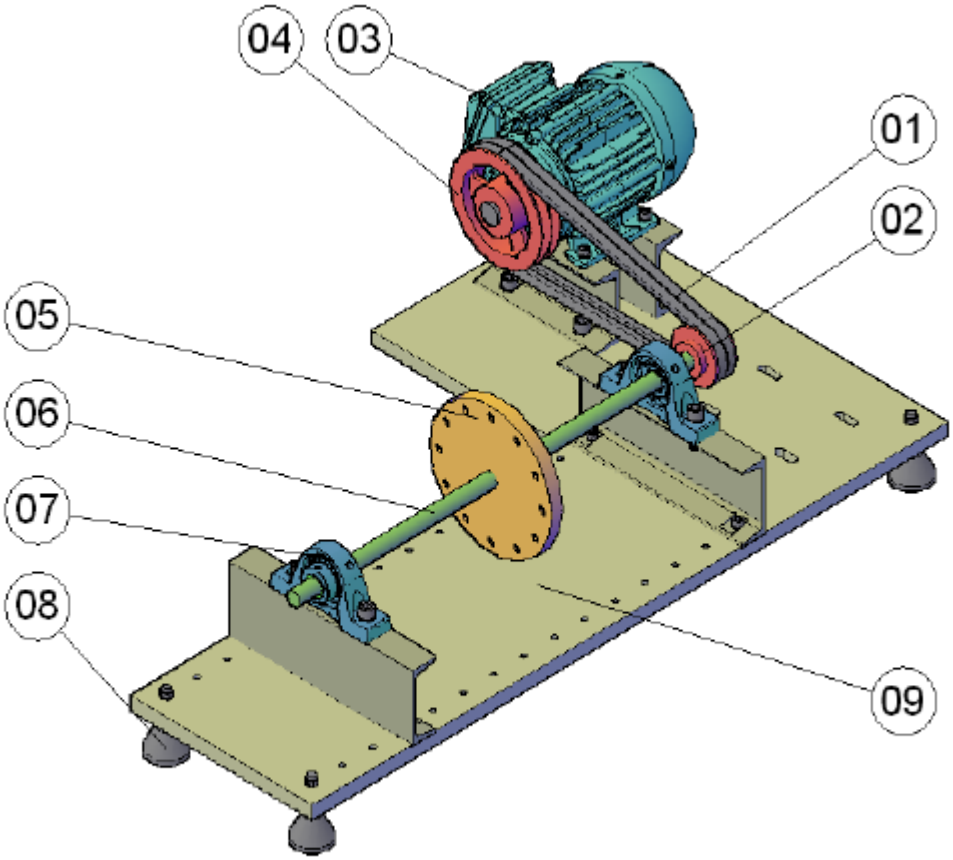
Para avaliar conceitos, validar modelos teóricos e possibilitar o desenvolvimento de projetos, utilizam-se bancadas experimentais para simular operações de sistemas reais. A engenharia sempre precisou testar conceitos e aplicações em escala reduzida nas mais variadas áreas, com o desenvolvimento e evolução da eletrônica e instrumentação o uso de sistemas experimentais para simulação e teste tornou-se muito mais simples e usual, tendo em vista que sistemas computacionais de aquisição de dados e microprocessadores passaram a ser utilizados de forma bastante disseminadas (KIROVSKI et al., 1997).

A bancada experimental foi desenvolvida por Mendonça (2014), ele a utilizou para desenvolver uma metodologia de otimização dinâmica e estrutural para rotores com eixos em material compósito, e para a presente dissertação será utilizado um eixo de material compósito e outro eixo de aço carbono SAE 1020.

O rotor em estudo é acionado por um motor com potência de 2 cv e com rotação de 3.475 rpm, a transmissão de potência entre o motor e o eixo do rotor é feita por uma correia em V de dois canais, sendo o eixo apoiado por dois mancais de rolamentos. Para o acionamento do motor é utilizado um inversor de frequência. A Figura 7 mostra um desenho esquemático da bancada experimental utilizada.

Devido à transmissão de movimento por polias, o rotor é capaz de atingir a rotação máxima de até 6.950 rpm.

Figura 7 – Desenho esquemático da bancada experimental utilizada



Fonte: (Oliveira, 2015)

Elemento 1: Correia perfil V, modelo A-38;

Elemento 2: Polia de dois canais perfil V, diâmetro externo de 75 mm;

Elemento 3: Motor de indução trifásico, potência 2 cv e rotação 3.475 rpm;

Elemento 4: Polia de dois canais perfil V, diâmetro externo de 150 mm;

Elemento 5: Rotor de aço SAE 1020 com diâmetro externo de 180 mm, largura 20 mm;

Elemento 6: Eixo com diâmetro de 20 mm e comprimento entre mancais de 545 mm;

Elemento 7: Mancal de rolamento marca Powell, modelo P206;

Elemento 8: Amortecedor em borracha Vibramatt com capacidade de 350 kg;

Elemento 9: Base estrutural em aço SAE 1020.

3.2. CÁLCULO DA RIGIDEZ DOS MANCAIS

Analisar a rigidez dos mancais é um fator importante, pois com essa análise compara-se a rigidez do mancal com a rigidez do eixo, dessa forma são identificadas as características de montagem do rotor.

Na bancada experimental são utilizados dois mancais de rolamentos iguais, as rigidezes desses mancais não são conhecidas, então para a determinação dessas rigidezes dos mancais é feita análise estática em elementos finitos utilizando o software Ansys. Esta metodologia para determinação da rigidez dos mancais também foi aplicada por Mazer (2016) e por Cota (2008).

Através do software Ansys, ao aplicar uma carga conhecida em uma determinada direção do mancal, obtêm-se a deformação sofrida pelo mancal naquela direção, dessa forma, ao se aplicar uma carga conhecida em duas direções perpendiculares têm-se como resultado o deslocamento em cada uma dessas direções, portanto, através da lei de Hooke, pode-se calcular a rigidez do mancal nas direções em que foram aplicadas as forças utilizando a equação (17).

$$F = k\,d \tag{17}$$

Sendo:

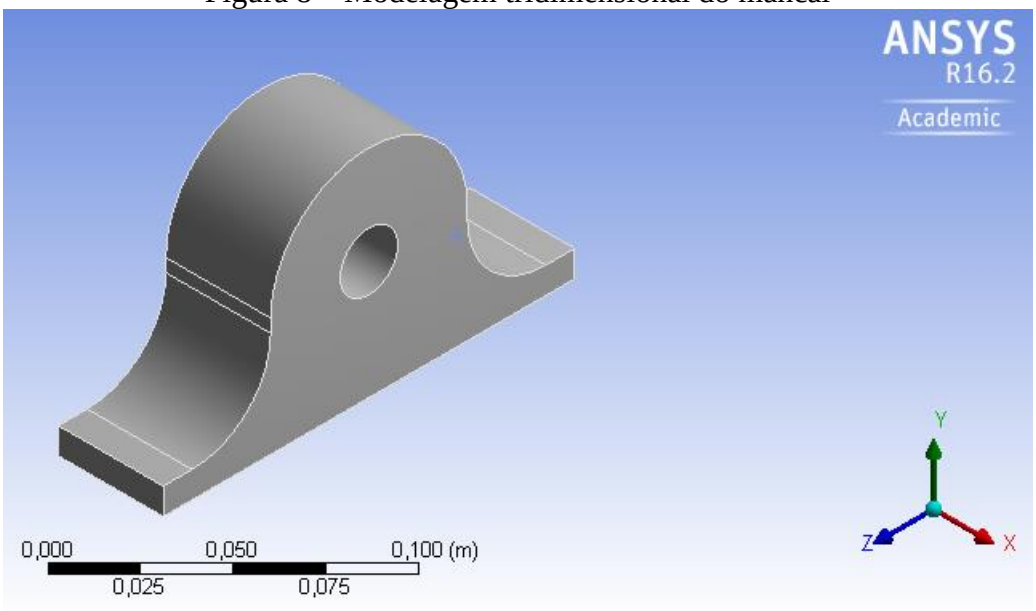
F = Força aplicada no mancal;
k = Rigidez do mancal;
d = Deformação sofrida pelo mancal após aplicação da força.

3.2.1. Análise da rigidez dos mancais

Para o cálculo da rigidez do mancal, foi feita a modelagem por elemento finitos utilizando o programa Ansys na interface Workbench e a ferramenta utilizada para tanto foi a *Static Structural.*

A modelagem do mancal foi feita na forma tridimensional no próprio programa Ansys, no campo *Geometry* em análise estática. As dimensões utilizadas para modelagem foram medidas no próprio mancal utilizado na bancada experimental, na Figura 8 está ilustrado o projeto do mancal.

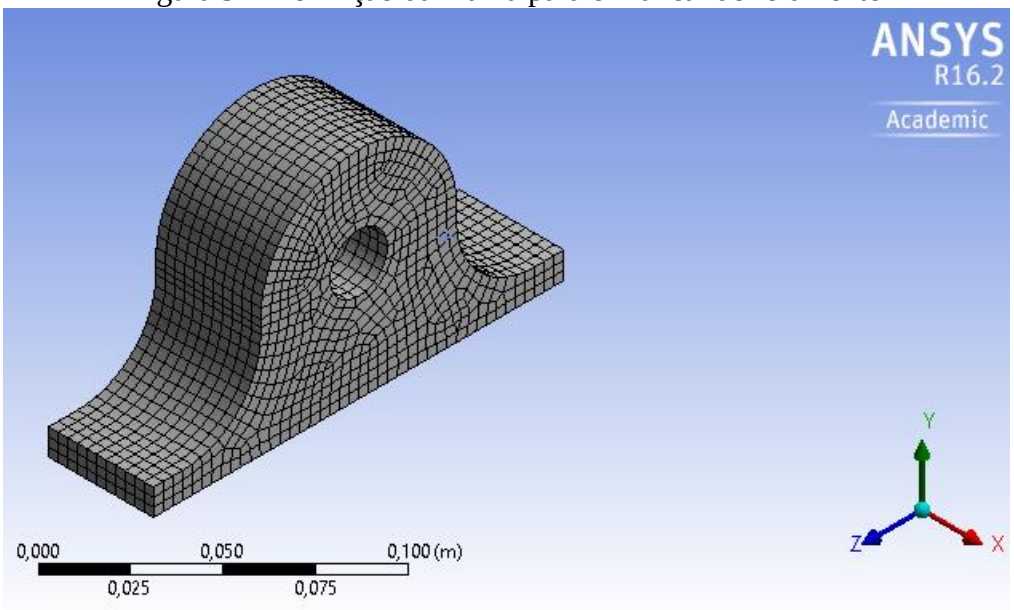
Figura 8 – Modelagem tridimensional do mancal



Fonte: Próprio autor

Após a modelagem do mancal, é necessário fazer a discretização do mancal, gerando a malha para análise por elementos finitos, o resultado dessa discretização está representado na Figura 9.

Figura 9 – Definição da malha para o mancal de rolamento



Fonte: Próprio autor

No Quadro 1 estão representados os dados da discretização utilizados para o cálculo da deformação no mancal, estando representados os números dos nós, o número de elementos e o tipo de malha utilizada.

Quadro 1 – Parâmetros para análise da deformação do mancal

Número de nós	27.509
Número de elementos	7.016
Tipo de malha	*Hex Dominant Method*
Módulo de Elasticidade	2.10^5 MPa
Massa específica	7810 kg/m³
Coeficiente de Poisson	0,3

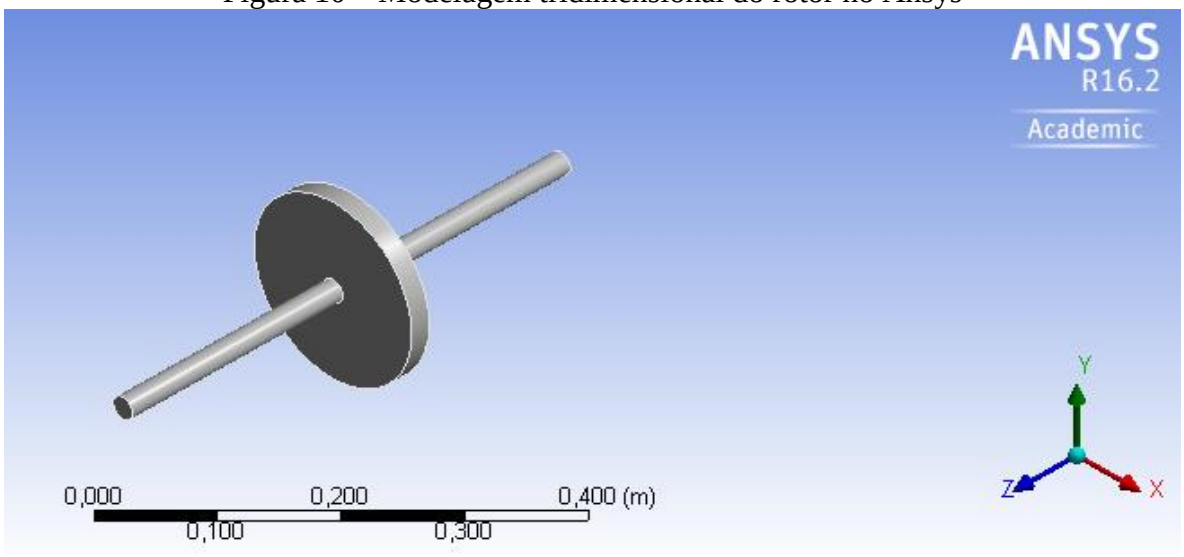
As forças para determinação da deformação do mancal foram aplicadas na parte central do furo interno do mancal, região que está em contato com o eixo do rotor nas direções Y e Z para se determinar a rigidez nas duas direções.

3.3. DIAGRAMA DE CAMPBELL E MODOS DE VIBRAR EIXO DE AÇO 1020

Uma das formas de se obter o diagrama de Campbell e os modos de vibrar do rotor é através do software Ansys, aplicando o método dos elementos finitos no rotor obtém-se o diagrama de Campbell e os modos de vibrar do sistema, para tanto é necessário modelar o rotor na sua forma tridimensional. Assim como os mancais o rotor também foi modelado no programa Ansys.

Nesta etapa para obtenção do diagrama de Campbell e dos modos de vibrar é utilizada a ferramenta *Modal* do software Ansys e o conjunto eixo-disco foi modelado como ilustrado na Figura 10. Através do diagrama de Campbell são obtidas as frequências naturais e as velocidadades críticas do rotor.

Figura 10 – Modelagem tridimensional do rotor no Ansys



Fonte: Próprio autor

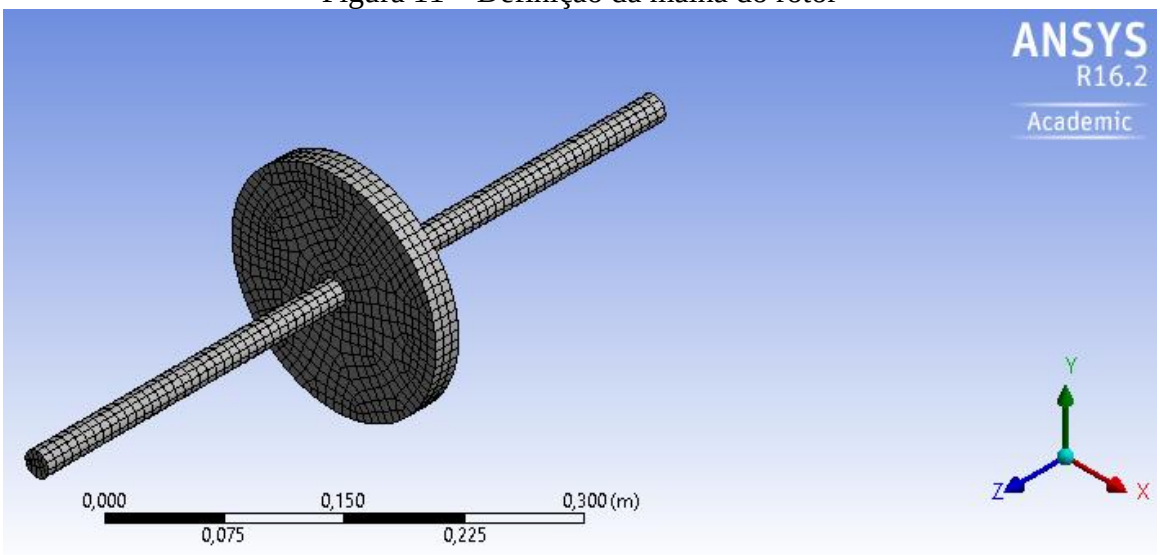
Os materiais e as dimensões do eixo e do disco utilizados na análise por elementos finitos estão apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Propriedades do eixo e do disco

Diâmetro do eixo	20 mm
Comprimento do eixo	545 mm
Material do eixo	Aço SAE 1020
Diâmetro do disco	180 mm
Espessura do disco	20 mm
Material do disco	Aço SAE 1020

Após a modelagem do conjunto eixo-rotor foi feita a discretização do sistema, gerando dessa forma a malha para análise por elementos finitos, na Figura 11 está ilustrada a discretização.

Figura 11 – Definição da malha do rotor



Fonte: Próprio autor

No Quadro 3 estão representados os dados da discretização utilizados para a obtenção do diagrama de Campbell e dos modos de vibrar do sistema. Um dos parâmetros mais impotantes do MEF é o tipo de malha que está sendo utilizada na análise e para esta etapa o tipo de malha utilizada foi a *Multizone*.

Conforme mostrado em Lee (2012), para análises não lineares ou análises dinâmicas como no caso do rotor em estudo, são casos sensíveis em relação a qualidade do tipo de malha utilizada, portanto é recomendado utilizar a malha *Multizone*.

Quadro 3 – Parâmetros MEF eixo de aço SAE 1020

Número de nós	14047
Número de elementos	2646
Tipo de malha	*Multizone*
Módulo de Elasticidade	2.10^5 MPa
Massa específica	7810 kg/m³
Coeficiente de Poisson	0,3

3.4. RESPOSTA HARMÔNICA

A etapa seguinte da análise dinâmica consiste na obtenção da resposta harmônica do sistema, as soluções obtidas serão apresentadas na forma do diagrama de Bode.

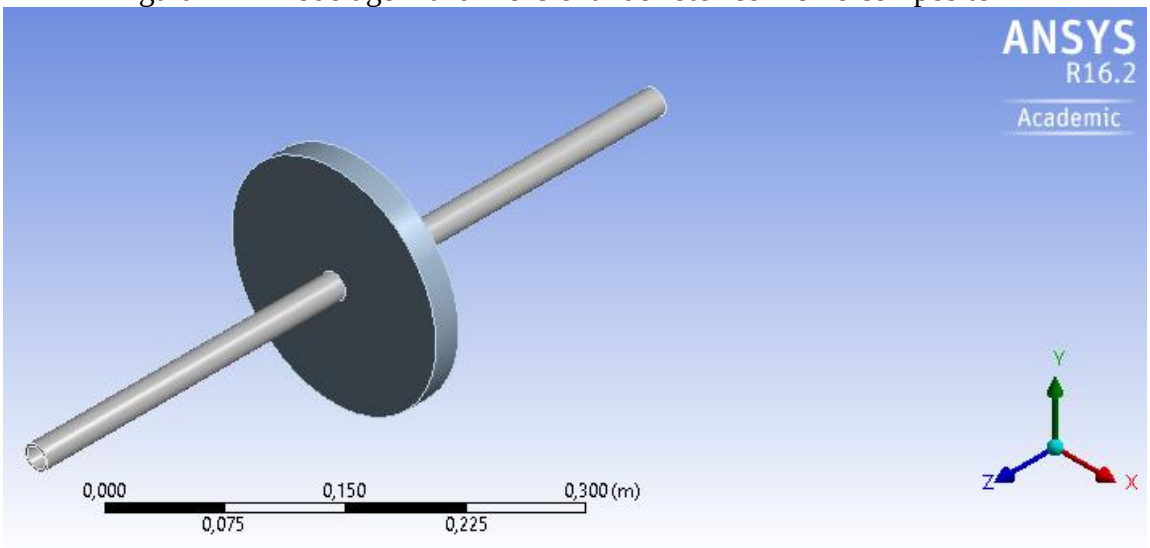
Para a obtenção do diagrama de Bode também é aplicado o MEF utilizando o software Ansys e para obtenção da resposta harmônica a ferramenta utilizada é a *Harmonic Response.* Nesta etapa também é necessário fazer a discretização do sistema, os parâmetros foram mantidos os mesmos utilizados na análise modal.

3.5. DIAGRAMA DE CAMPBELL E MODOS DE VIBRAR EIXO DE COMPÓSITO

O diagrama de Campbell e os modos de vibrar do sistema utilizando o eixo de compósito foram obtidos da mesma forma em que foram obtidos para o sistema composto pelo eixo de aço SAE 1020.

O conjunto eixo-disco foi modelado no programa Ansys através da ferramenta *Modal*. Na Figura 12 está ilustrado a modelagem do rotor.

Figura 12 – Modelagem tridimensional do rotor com eixo compósito



Fonte: Próprio autor

Os materiais e as dimensões do eixo e do disco utilizados na análise por elementos finitos estão apresentados no Quadro 4.

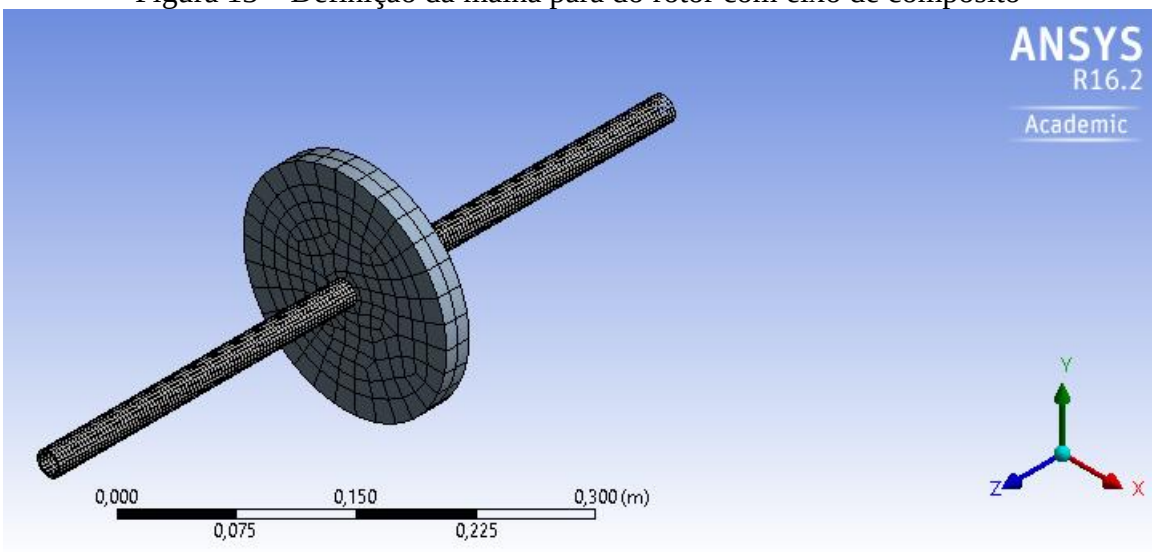
Quadro 4 – Propriedades do eixo e do disco

Diâmetro externo do eixo	20 mm
Diâmetro interno do eixo	16mm
Comprimento do eixo	545 mm
Material do eixo	Compósito
Diâmetro do disco	180 mm
Espessura do disco	20 mm
Material do disco	Aço 1020

Ao se iniciar uma modelagem por elementos finitos no software Ansys é necessário inserir no programa o material que está sendo utilizado, no caso de materiais compósitos existem diversos tipos de materiais compósitos já cadastrados como padrão do software, porém no eixo em utilização na bancada experimental não são conhecidas todas as propriedades deste eixo e para a análise no software foi utilizado o compósito cujas propriedades conhecidas mais se assemelham com as propriedades dos materiais compósito padrões do software. Como o software permite que se altere as propriedades, então os parâmetros conhecidos foram alterados em relação ao compósito selecionado.

Após a modelagem do conjunto eixo-disco foi feita a discretização do sistema, gerando dessa forma a malha para a análise por elementos finitos. Na Figura 13 está ilustrada a discretização.

Figura 13 – Definição da malha para do rotor com eixo de compósito



Fonte: Próprio autor

No Quadro 5 estão representados os dados da discretização utilizados para a obtenção do diagrama de Campbell e dos modos de vibrar do sistema, assim como na modelagem do eixo de aço SAE 1020 também foi utilizada o tipo de malha *Multizone* por se tratar de uma análise dinâmica.

Quadro 5 – Parâmetros MEF eixo de compósito

Número de nós	31036
Número de elementos	4964
Tipo de malha	*Multizone*
Módulo de Elasticidade	$122{,}62.10^3$ MPa
Massa específica	1446,2 kg/m³
Coeficiente de Poisson	0,35

3.6. TESTES DE LABORATÓRIO

Os testes experimentais foram todos realizados no laboratório de mecatrônica da UNESP de Guaratinguetá, os testes realizados foram os de avaliação das frequências naturais

estacionárias por meio de uma entrada impulsiva através de um martelo de impacto, teste de partida e o teste de parada. Esses três testes foram realizados com a bancada experimental montada com o eixo de aço SAE 1020 e com o eixo de compósito.

Nesta etapa para obtenção dos resultados, o processamento dos sinais desenvolvido via sistema de instrumentação virtual foi estruturado com o auxílio da linguagem de programação gráfica Labview, nele foi desenvolvido um programa onde é obtido o espectro de amplitude em função do tempo, é aplicado aos valores deste espectro a FFT, obtendo o espectro da amplitude de vibração do sistema em função da frequência de rotação do rotor da bancada experimental. Para a otenção dos sinais foi utilizado o acelerômetro B&K 4371 de sensibilidade 9,77 pC/g. O sinal do acelerômetro foi condicionado na forma de tensão, através de um condicionador de sinais, cuja saída é conectada a um conversor analógico digital (A/D), que possibilita transferir informações e processar as informações digitais dos sinais dinâmicos atavés de um microomputador PC. Na Figura 14 é ilustrado o sistema de aquisição dos sinais de vibração utilizado na bancada de ensaios.

Figura 14 – Foto da instrumentação utilizada



Fonte: Próprio autor

As características da instrumentação utilizada para a coleta dos dados de vibração estão apresentadas no Quadro 6.

Quadro 6 – Caracterísitcas dos equipamentos utilizados

Equipamento	Marca	Modelo
Acelerômetro	*Brüel & Kjaer*	4371
Condicionador de sinais	*Endevco*	*133*
Conversor analógico digital	*National Instruments*	*NI usb-9162*

3.6.1. Avaliação da frequência natural estacionária

As frequências naturais estacionárias podem ser determinadas através do teste de impacto. Este teste consiste em aplicar uma entrada impulsiva no sistema e ao aplicar esta entrada será gerado um espectro de amplitude de vibração em relação a frequência, através dos picos de amplitudes no espectro têm-se as frequências naturais do sistema.

Este teste é realizado com o rotor parado, aplicando ao rotor um impacto utilizando um martelo modal. O martelo modal é um martelo específico para este tipo de teste, o modelo utilizado para realização do ensaio foi o 28981-1 do fabricante Endevco, na figura 15 estão ilustrados o martelo modal utilizado e o posicionamento do acelerômetro no disco para obtenção dos resultados.

Figura 15 – Teste de impacto eixo de aço SAE 1020



(a) Martelo Modal (b) Posicionamento do acelerômetro

Fonte: Próprio autor

A bancada experimental montada tanto com o eixo de aço SAE 1020 quanto com o eixo de material compósito foi excitada com a aplicação do impacto logo acima do acelerômetro para avaliação das frequências naturais estacionárias. Foi utilizado ponteira de alumínio no martelo modal, martelo este que é projetado para evitar falhas no espectro de frequência obtido devido as ressonâncias da estrutura do martelo.

3.6.2. Teste de partida

No teste de partida o sistema rotativo é excitado por meio de forças internas do próprio rotor, sinais de vibração são coletados e os picos presentes no espectro representam as frequências naturais.

O teste de partida consiste em partir com o rotor de sua condição estacionária até atingir a rotação desejada, neste trabalho a rotação foi de 6840rpm. O acelerômetro utilizado para obtenção do sinal foi fixado no mancal do lado não acoplado do eixo, gerando o espectro de amplitude em função da frequência de rotação.

3.6.3. Teste de parada

O teste de parada foi realizado com os mesmos equipamentos de coleta de dados do teste de partida. O posicionamento do acelerômetro foi mantido o mesmo, do lado não acoplado do eixo.

Nessa etapa iniciou-se o teste com rotação de 6.840rpm e diminuiu-se gradativamente a rotação até atingir o estado estacionário gerando o espectro de amplitude em função da frequência de rotação.

4. RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo estão apresentados os resultados obtidos através das análises computacionais utilizando o programa Ansys, aplicadas ao mancal de rolamento e ao rotor, considerando o eixo em aço SAE 1020 e o eixo em compósito.

4.1. ANÁLISE DA RIGIDEZ DO MANCAL

Para obtenção da rigidez do mancal, foi adicionada a análise estática do programa Ansys um elemento de fixação do tipo *Fixed Support* na base do mancal, representando este mancal fixo a base da bancada experimental e foi aplicada uma força conhecida nas direções Y e Z no furo do mancal, furo este que fica em contato com o eixo. A força aplicada inicialmente foi de 100N e em seguida foi aplicada uma força de 10.000N. Após aplicar uma força 100 vezes maior que a força inicial a deformação sofrida pelo mancal também foi da ordem de 100 vezes maior como esperado e os valores das deformações para as duas forças aplicadas estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2- Valores de deformação no mancal

Força Aplicada [N]	Deformação Z [m]	Deformação Y [m]
100	$3{,}2705x10^{-8}$	$1{,}2549x10^{-8}$
10.000	$3{,}2797x10^{-6}$	$1{,}2794x10^{-6}$

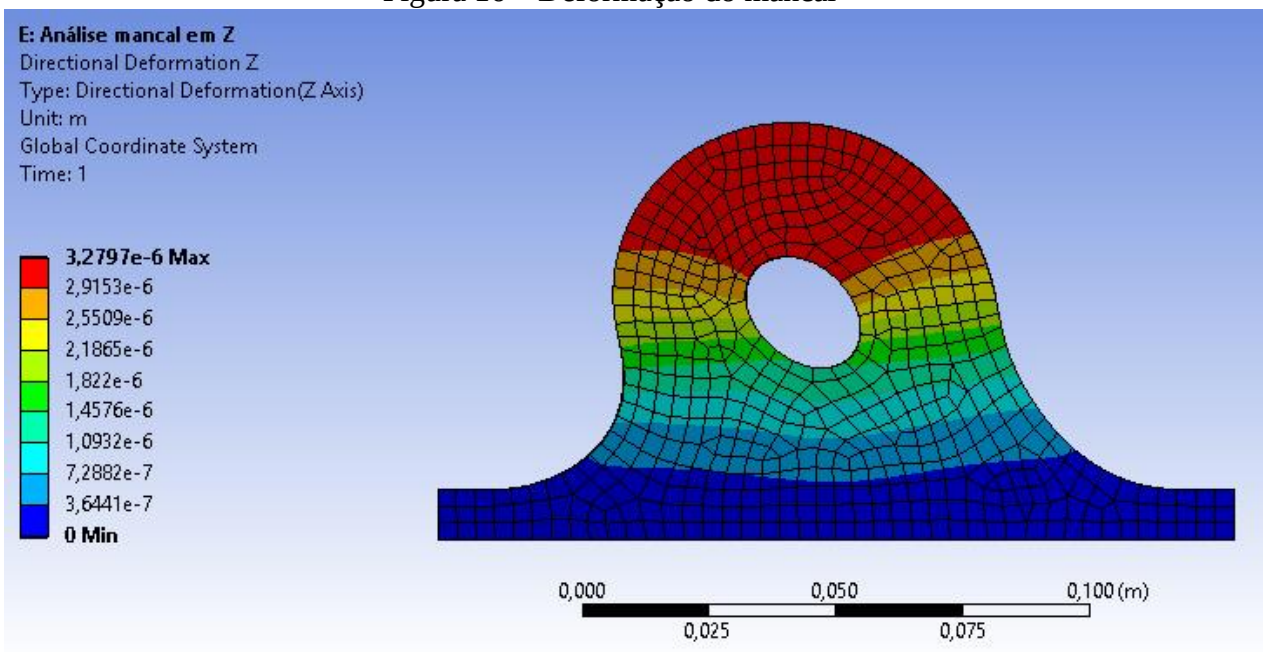
Portanto, aplicando as deformações obtidas com a força aplicada de 10.000N na equação (17), encontram-se as rigidezes na Tabela 3:

Tabela 3 – Valores de rigidez do mancal

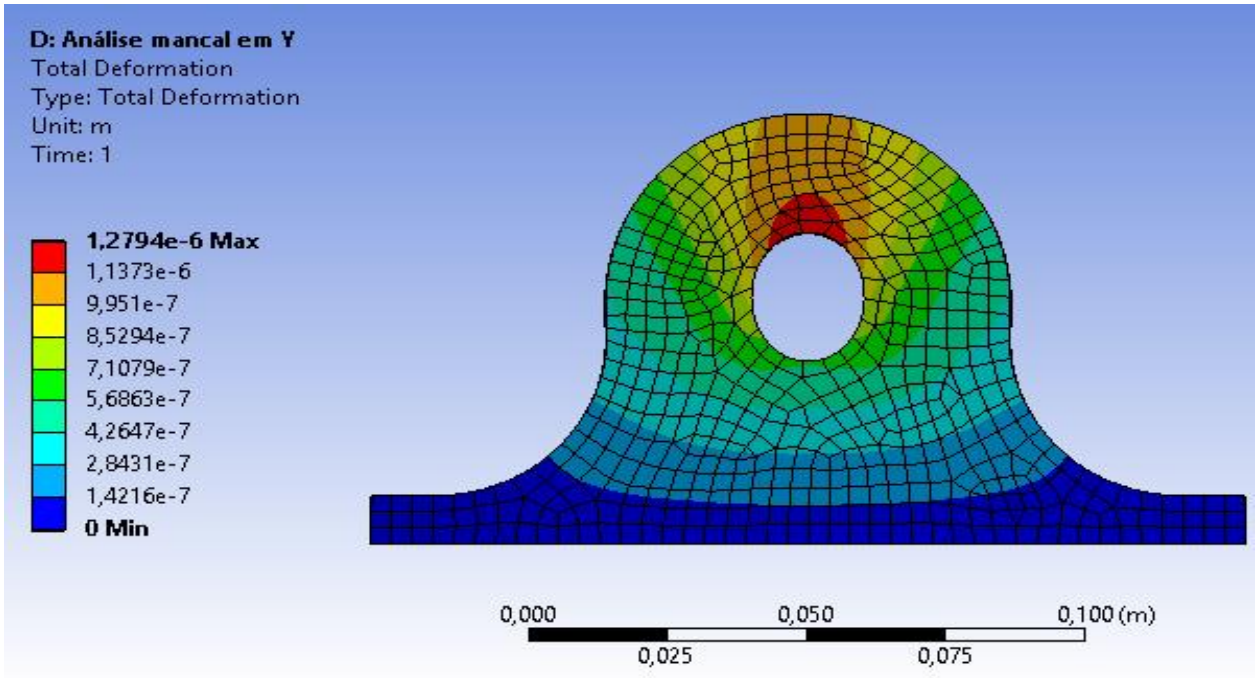
Direção	Rígidez [GN/m]
k_Z	3,05
k_y	7,82

Na Figura 16 estão ilustradas as deformações sofridas pelo mancal com a aplicação da força de 10.000N em cada uma das direções.

Figura 16 – Deformação do mancal



(a) Deformação na direção Z



(b) Deformação na direção Y

Fonte: Próprio autor

4.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR UTILIZANDO EIXO DE AÇO SAE 1020

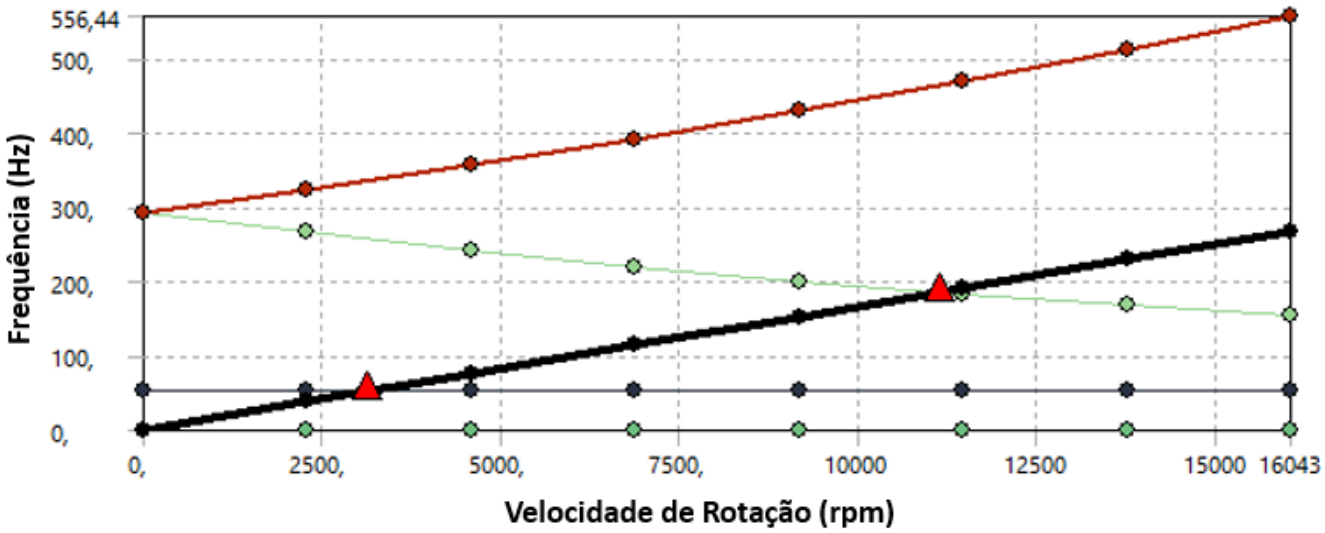
Através da aplicação do método dos elementos finitos no software Ansys, foi obtido o Diagrama de Campbell e os modos de vibrar do rotor. Dentro da análise *Modal* do software Ansys, foi adicionado o elemento de fixação *Remote Displacement* em cada lateral do eixo permitindo rotação nas três direções e deslocamento constante (zero) também nas três direções e habilitada a função do diagrama de Campbell.

As frequências naturais obtidas através do MEF estão apresentadas na Tabela 4 e o diagrama de Campbell na Figura 17.

Tabela 4- Frequências naturais obtidas

Modo	Frequência (Hz)
1	52,27
2	52,31
3	293,05
4	293,29

Figura 17 – Diagrama de Campbell utilizando eixo de aço SAE 1020



Fonte: Próprio autor

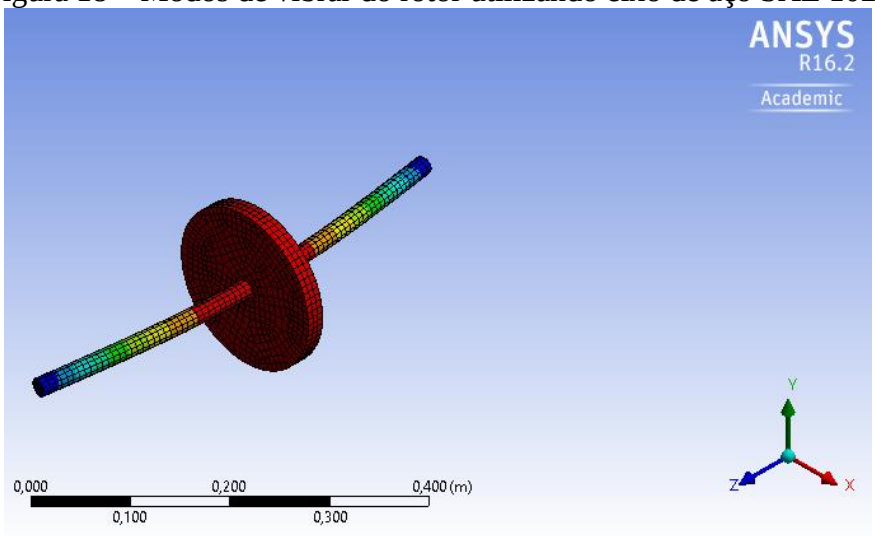
Através do diagrama de Campbell obtido pode-se observar que a primeira velocidade crítica ocorre na intersecção da curva da primeira frequência natural com a curva de rotação do rotor, sendo este ponto indicado por um triângulo no diagrama e o valor desta velocidade crítica é igual ao valor da primeira frequência natural de 52,27Hz.

Como o rotor em estudo é um rotor modelo de Jeffcott com o disco centrado montado sobre um eixo flexível, no primeiro modo de vibração não se observa a ocorrência do efeito giroscópico, dessa forma as curvas de precessões direta e retrógrada estão sobrepostas uma a outra e a curva da primeira frequência natural forma uma reta paralela ao eixo da velocidade de rotação.

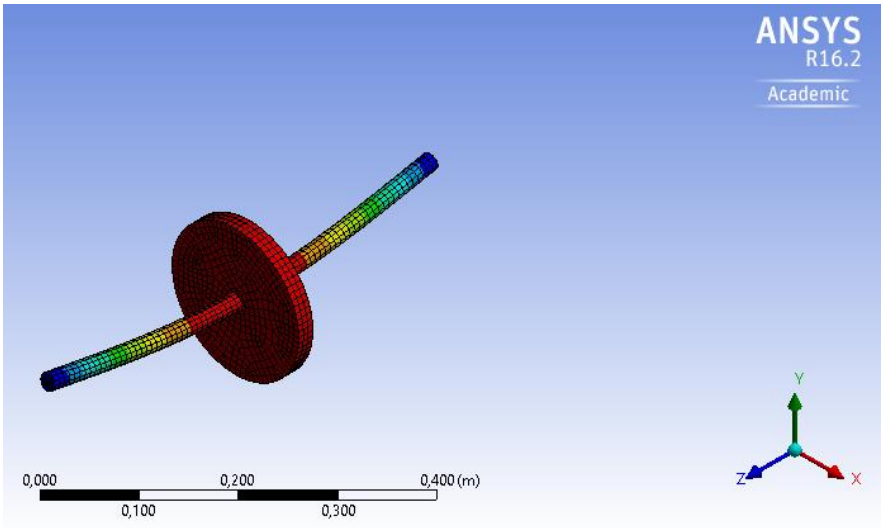
Pode-se observar ainda no diagrama de Campbell que na terceira frequência natural a ocorrência do efeito giroscópico é mais evidente devido ao afastamento entre as curvas de precessão direta e retrógrada, ocasionando a presença de uma segunda velocidade crítica, na intersecção da curva de precessão retrógrada com a curva de rotação, sendo esta velocidade crítica de 11.124rpm.

Na Figura 18 estão apresentados respectivamente o primeiro, segundo, terceiro e quarto modos de vibrar do rotor para cada valor de frequência natural.

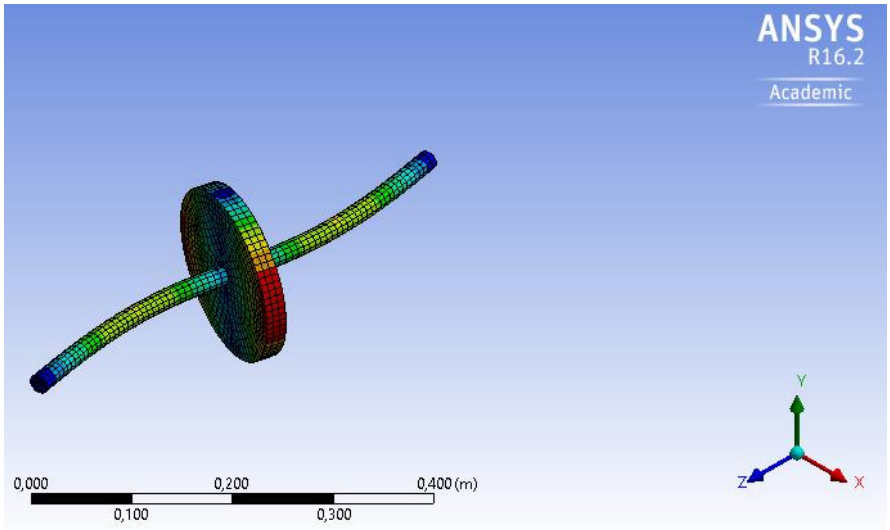
Figura 18 – Modos de vibrar do rotor utilizando eixo de aço SAE 1020



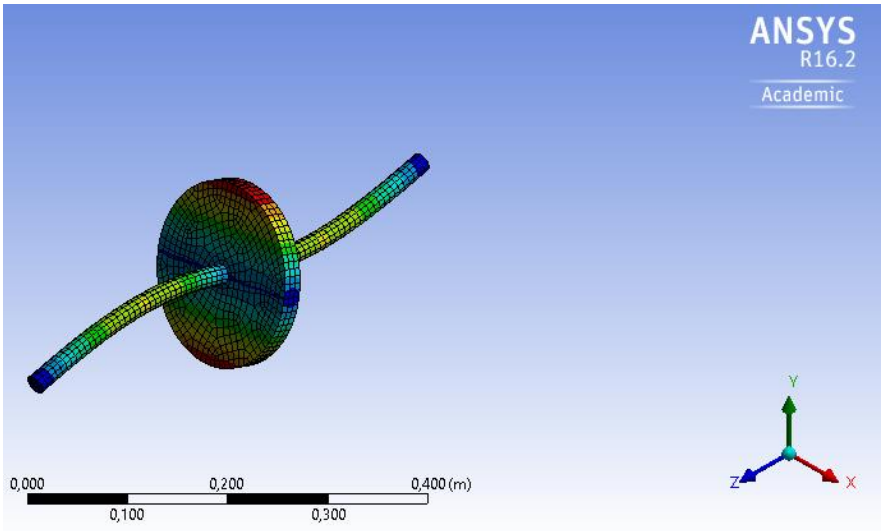
(a) 1º modo: 52,27Hz



(b) 2º modo: 52,31Hz



(c) 3º modo: 293,05Hz



(d) 4º modo: 293,23Hz

Fonte: Próprio autor

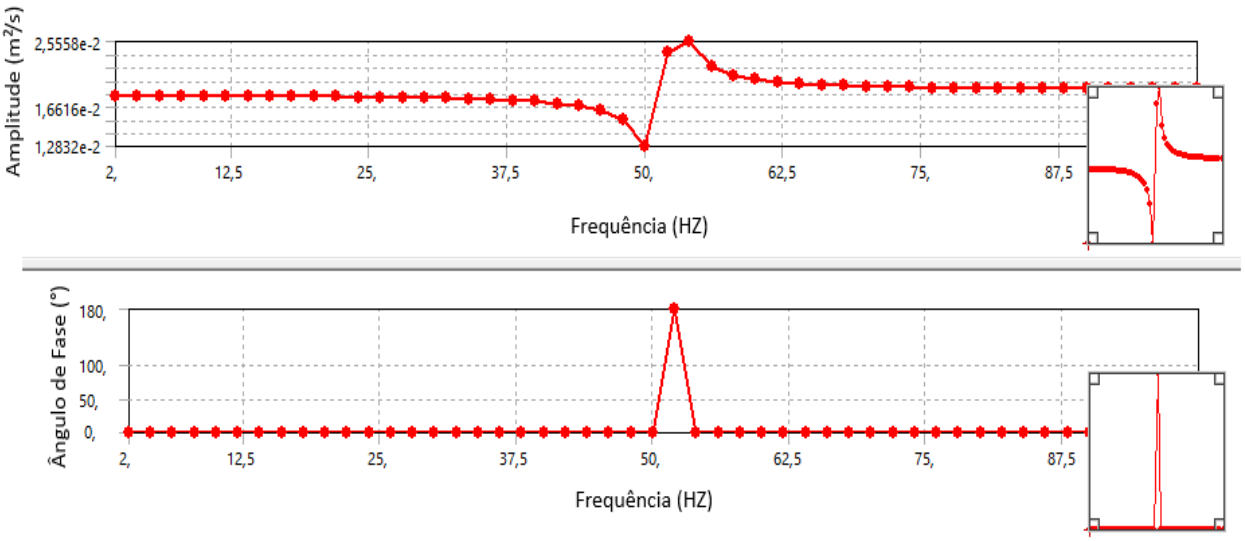
O primeiro e o segundo modo de vibrar apresentam rotação de aproximadamente 3.140 rpm e esta rotação é possível atingir na bancada experimental, já o terceiro e quarto modo de vibrar apresentam rotação de, aproximadamente, 17.560 rpm e a rotação máxima da bancada experimental é de 6.950 rpm, portanto, estas duas frequências naturais não serão identificadas na etapa de testes em laboratório.

Como os mancais são rígidos, os deslocamentos nos pontos de apoio do eixo são praticamente nulos dessa forma não influenciam na dinâmica do rotor, portanto, os primeiros modos de vibrar estão associados a flexão do eixo.

4.3. RESPOSTA HARMÔNICA UTILIZANDO O EIXO DE AÇO SAE 1020

A solução obtida da resposta harmônica do sistema está representada pelo diagrama de Bode conforme ilustra a Figura 19.

Figura 19 – Diagrama de Bode



Fonte: Próprio autor

Do diagrama de Bode observa-se na lateral direita de cada gráfico a ampliação da variação da amplitude e mudança do ângulo de fase do sistema em relação a frequência natural do sistema.

A primeira velocidade crítica ocorre com o aumento da amplitude de vibração e mudança de fase em 180°, no diagrama de Bode têm-se que essa velocidade crítica ocorreu na rotação de 3.120rpm.

4.4. CÁLCULO ANALÍTICO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL UTILIZANDO O EIXO DE AÇO SAE 1020

Para se determinar de forma analítica e validar o primeiro modo de vibrar do rotor Almeida (1987), recomenda que primeiro deve-se avaliar a rigidez do eixo. Esta rigidez do eixo é calculada de acordo com a equação (19). O momento de inércia para o cálculo da rigidez do eixo é calculado através da equação (18).

No cálculo do momento de inércia é utilizado o diâmetro do eixo que é de 20mm, portanto:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \tag{18}$$

$$I = 7{,}85 * 10^{-9}\ m^4$$

Com o valor do momento de inércia obtido, com o comprimento (L) do eixo de 545 mm e o módulo de elasticidade (E) do aço SAE 1020 pode-se obter assim a rigidez do eixo através da equação (19):

$$k_{eixo} = \frac{48EI}{l^3} \tag{19}$$

$$k_{eixo} = 465.535\ N/m$$

Comparando as rigidezes do mancal com a do eixo obtém-se que $k_{mancal} \gg k_{eixo}$. Dessa forma o conjunto do rotor em estudo é considerado flexível montado em mancais rígidos e o cálculo da primeira frequência natural do rotor é feito utilizando-se a equação (1) já convertendo o valor obtido para hertz, portanto:

$$f_n = 50{,}9\ Hz$$

Dessa forma o valor da primeira frequência natural obtida para o eixo de aço SAE 1020 é de $f_n = 50{,}9$ Hz.

4.5. FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR UTILIZANDO O EIXO DE COMPÓSITO

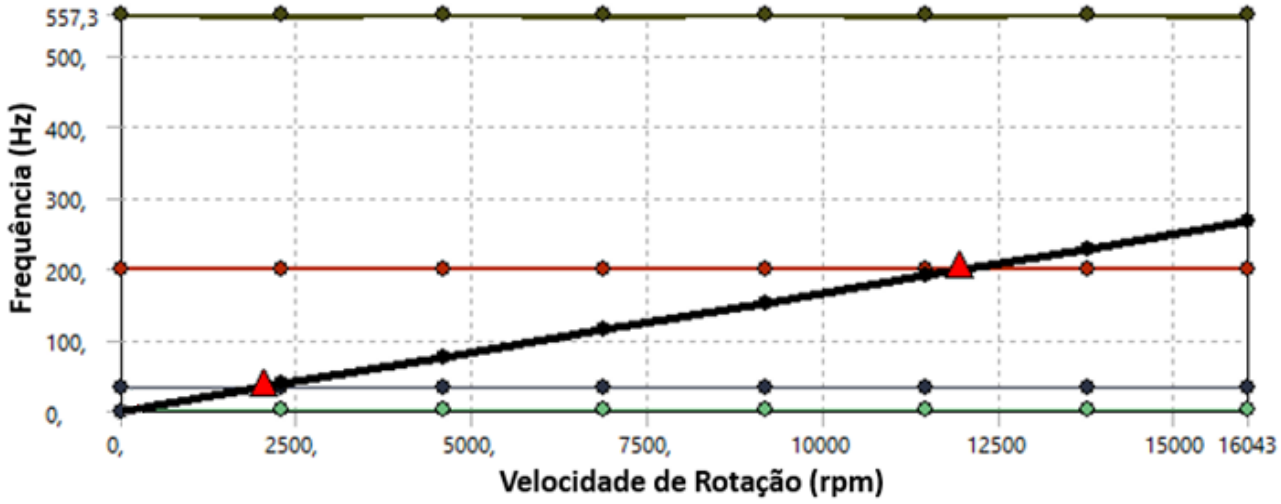
Para a obtenção do diagrama de Campbell e dos modos de vibrar do rotor utilizando o eixo de compósito foram utilizadas as mesmas condições do eixo de aço SAE 1020. Foram adicionados os elementos de fixação *Remote Displacement* em cada lateral do eixo permitindo rotação nas três direções e deslocamento constante (zero) também nas três direções e habilitada a função do diagrama de Campbell.

As frequências naturais obtidas estão apresentadas na Tabela 5 e o diagrama de Campbell ilustrado na Figura 20.

Tabela 5 – Frequências naturais obtidas

Modo	Frequência (Hz)
1	33,94
2	33,95
3	199,04
4	199,06

Figura 20 – Diagrama de Campbell utilizando eixo de compósito



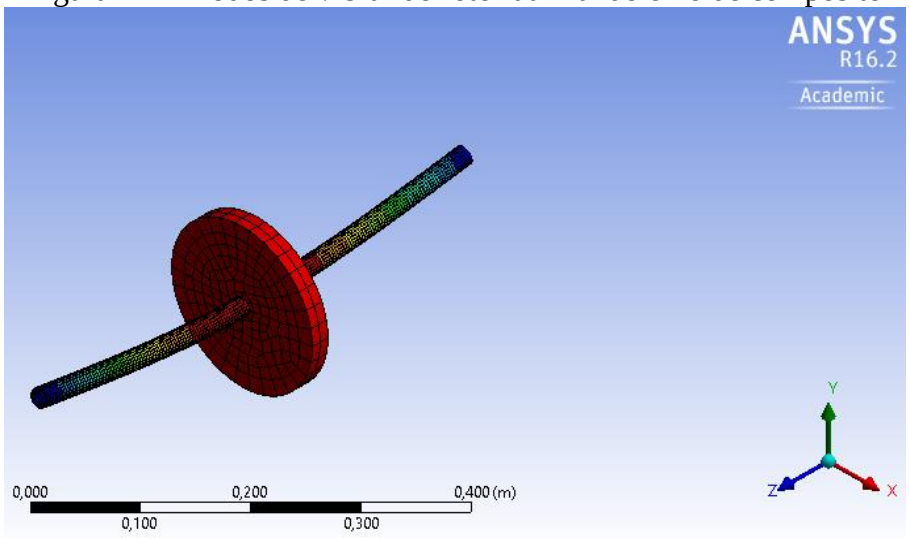
Fonte: Próprio autor

Através do diagrama de Campbell a primeira velocidade crítica ocorre na intersecção da curva da primeira frequência natural com a curva de rotação do rotor, sendo este ponto indicado por um triângulo no diagrama e o valor desta velocidade crítica será igual ao valor da primeira frequência natural de 33,94Hz.

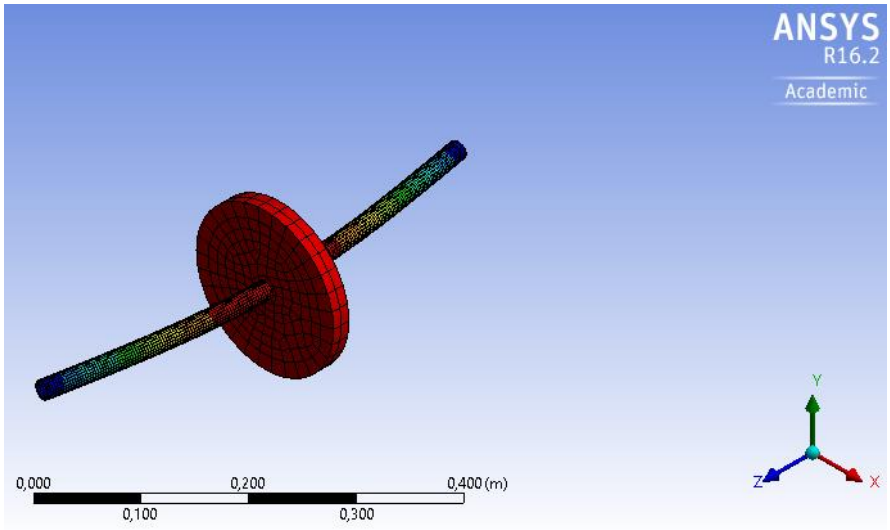
Assim como foi visto no diagrama de Campbell utilizando o eixo de aço SAE 1020, na curva da primeira frequência natural a velocidade crítica geralmente é igual a primeira frequência natural devido o efeito giroscópico não agir no sistema, porém utilizando o eixo de material compósito também não ficou evidenciado a ocorrência do efeito giroscópio na terceira e quarta frequências naturais, pois pode-se observar através do diagrama de Campbell que a segunda velocidade crítica que ocorre na rotação de 11.942,4 rpm coincidindo com a frequência natural.

Na Figura 21 estão apresentados respectivamente o primeiro, segundo, terceiro e quarto modos de vibrar do rotor para cada valor de frequência natural.

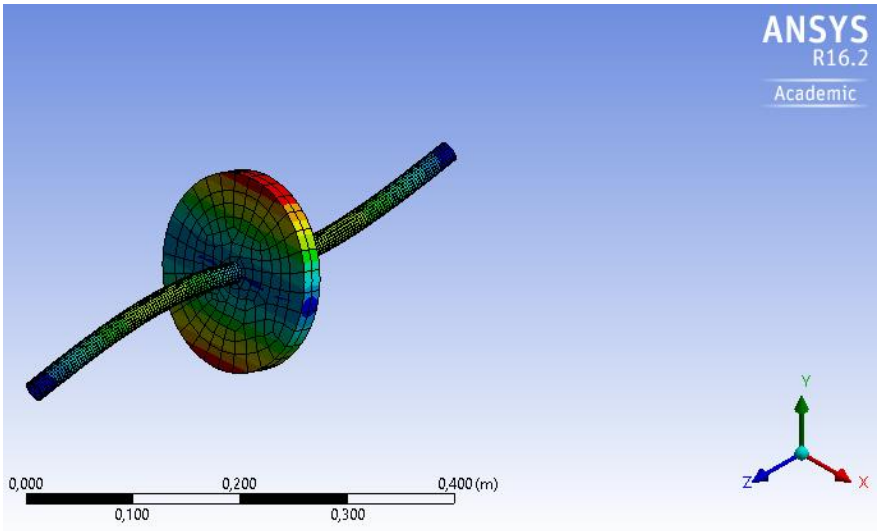
Figura 21 – Modos de vibrar do rotor utilizando eixo de compósito



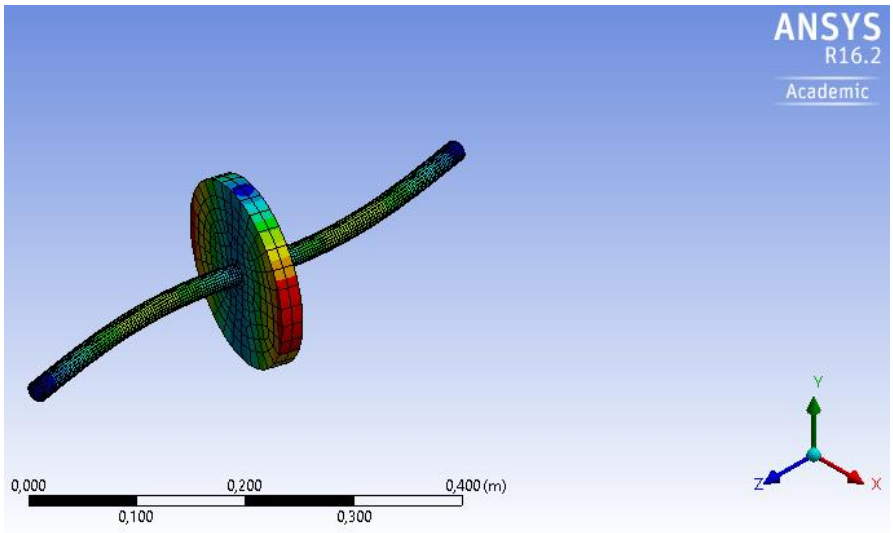
(a) 1º modo: 33,94Hz



(b) 2º modo: 33,95Hz



(c) 3º modo: 199,04Hz



(d) 4º modo: 199,06Hz

Fonte: Próprio autor

O primeiro e o segundo modo de vibrar apresentam rotação de aproximadamente 2.040 rpm e esta rotação é possível atingir na bancada experimental, já o terceiro e quarto modo de vibrar apresentam rotação de aproximadamente 12.940rpm e a rotação máxima da bancada experimental é de 6.950 rpm, portanto estas duas frequências naturais não serão identificadas na etapa de testes em laboratório.

Assim como no eixo de aço SAE 1020 os primeiros modos de vibrar estão associados à flexão do eixo pois os mancais são rigidos e os deslocamentos nos pontos de apoio do eixo são praticamente nulos dessa forma não influenciam na dinâmica do rotor.

4.6. CALCULO ANALÍTICO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL UTILIZANDO O EIXO DE COMPÓSITO

O cálculo analítico da primeira frequência natural utilizando o eixo de compósito é feito de forma análoga ao da seção 4.4, portanto através da equação (19) é calculada a rígidez do eixo de compósito, para o cálculo da rigidez do eixo é necessário primeiro calcular o momento de inércia através da equação (18), obtendo:

$$I = 4{,}64\ 10^{-9}\ m^4$$

Com o valor do momento de inécia obtido, com o comprimento (L) do eixo de 545 mm e o módulo de elasticidade (E) do matérial compósito igual a $122{,}62\ 10^3$ MPa. Obtém-se assim a rigidez do eixo através da equação (19):

$$k_{eixo} = \frac{48EI}{l^3} = \ 168.706\ N/m$$

Comparando as rigidezes do mancal com a do eixo obtém-se que $k_{mancal} \gg k_{eixo}$. Dessa forma o conjunto eixo-rotor em estudo é considerado flexível montado em mancais rígidos e o cálculo da primeira frequência natural do rotor é feito utilizando-se a equação (1), a densidade do compósito utilizada para calcular a massa utilizada na obtenção da frequência natural é 1446,2 kg/m³, portanto:

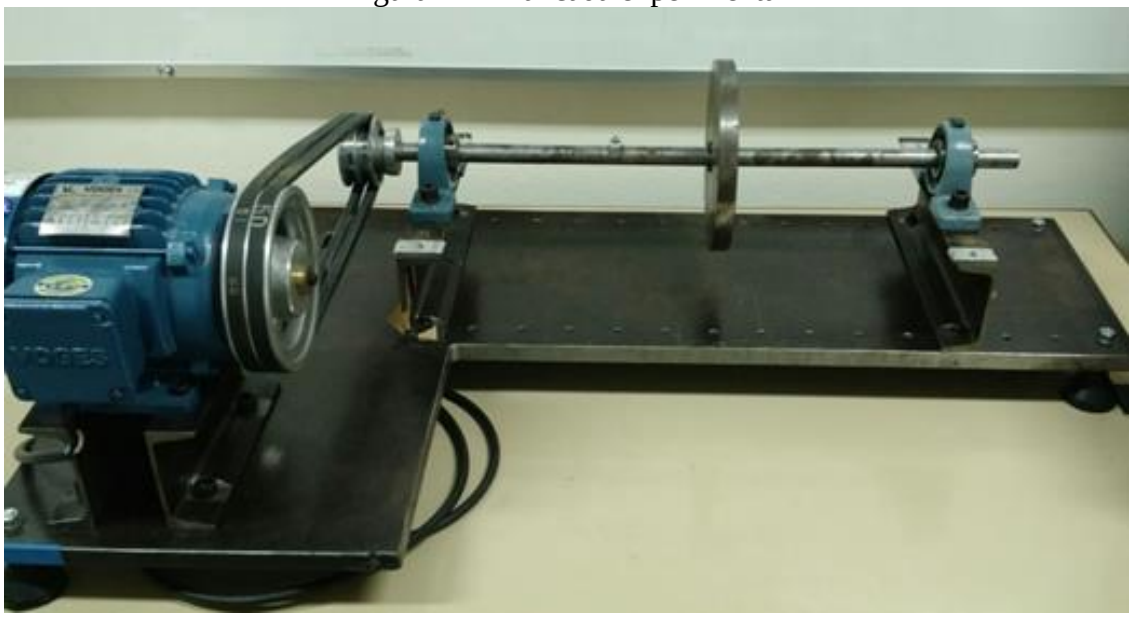
$$f_n = 32{,}3\ Hz$$

Dessa forma o valor da primeira frequência natural obtida para o eixo de compósito é de $f_n = 32{,}3\ Hz$.

5. RESULTADOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Na Figura 22 esta ilustrada a bancada de testes para avaliação experimental e obtenção dos resultados.

Figura 22 – Bancada experimental



Fonte: Próprio autor

A configuração da bancada experimental utilizada nos ensaios de laboratório com o eixo de aço SAE 1020 e o eixo de compósito foi a mesma, sendo mantida também a forma de aquisição dos dados. Em ambos os casos foram realizados os testes de partida e de parada e o teste de impacto para avaliação das frequências naturais do rotor na condição estacionária.

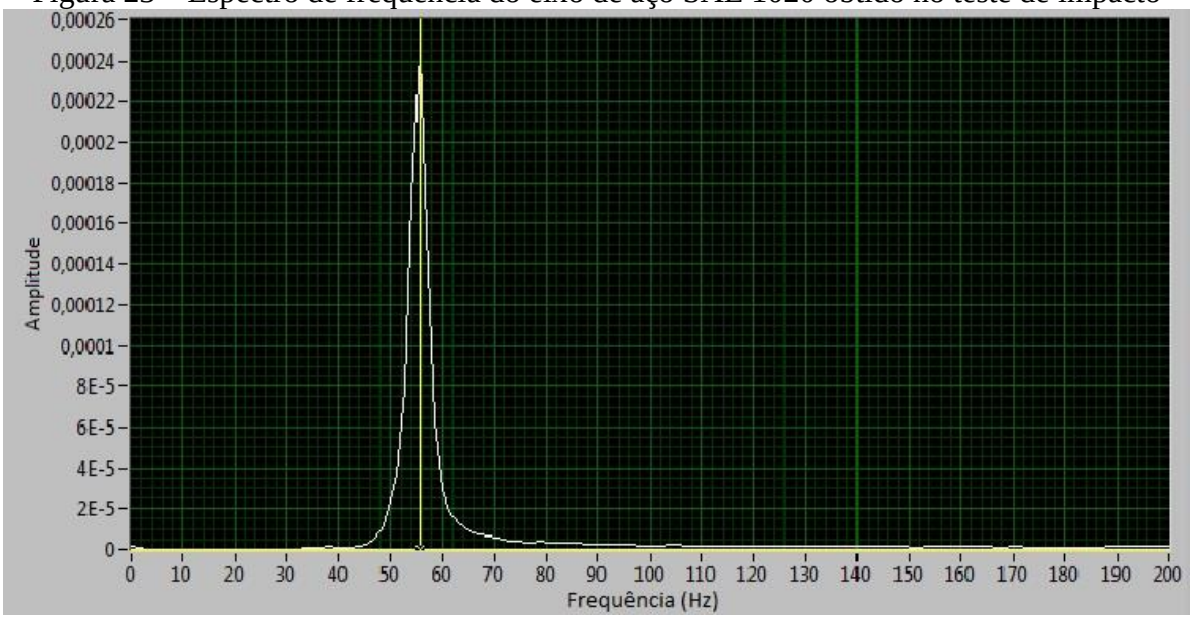
5.1. RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZANDO EIXO DE AÇO SAE 1020

A seguir estão apresentados os resultados obtidos em laboratório utilizando o eixo de aço SAE 1020.

5.1.1. Avaliação da frequência natural estacionária pelo teste de impacto utilizando eixo de aço SAE 1020

Para a realização do teste de impacto utilizando o eixo de aço SAE 1020 foi feita a medição com o acelerômetro fixo no disco e o rotor na condição estacionária. Na Figura 23 está ilustrado o espectro de frequência obtido após a aplicação do impacto no disco utilizando o martelo modal.

Figura 23 – Espectro de frequência do eixo de aço SAE 1020 obtido no teste de impacto



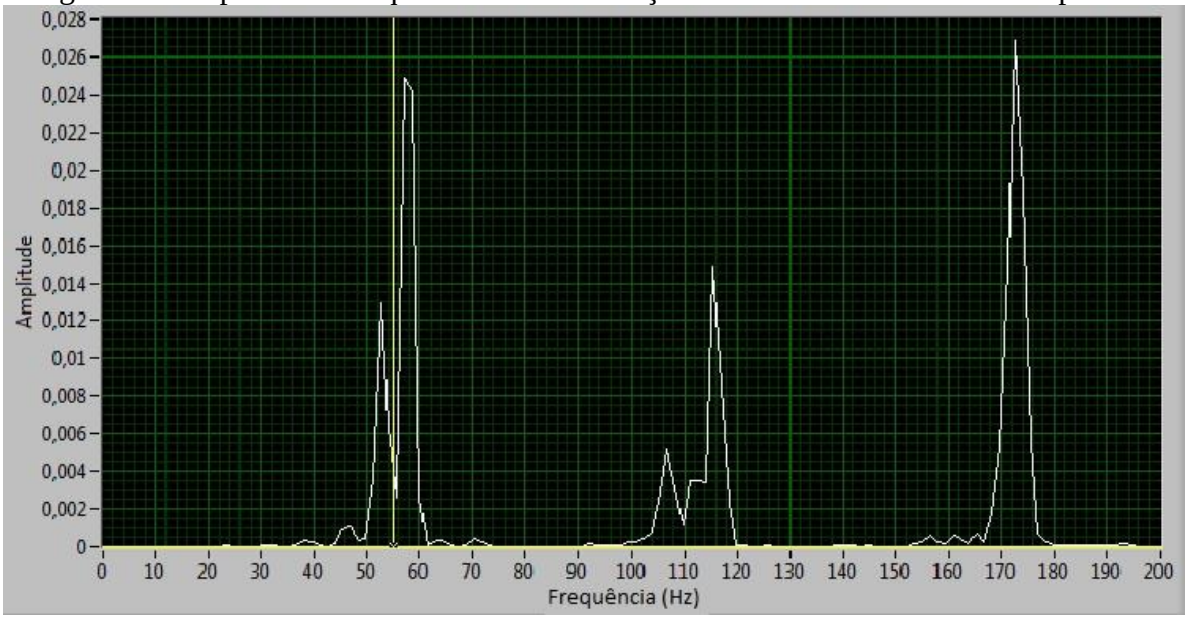
Fonte: Próprio autor

Do espectro de frequência obtido através do teste de impacto, tem-se a formação de um único pico de amplitude pois a energia gerada com impacto aplicado não foi o suficiente para excitar as demais frequências naturais estacionárias do sistema, desta forma obtendo apenas a primeira frequência natural estacinária do sistema sendo igual a 55Hz.

5.1.2. Teste de partida para o eixo de aço SAE 1020

No teste de partida, o rotor da bancada de testes partiu do estado estacionário até atingir a rotação de 6.840 rpm, na Figura 24 está ilustrado o espectro de frequência deste experimento.

Figura 24 – Espectro de frequência do eixo de aço SAE 1020 obtido no teste de partida



Fonte: Próprio autor

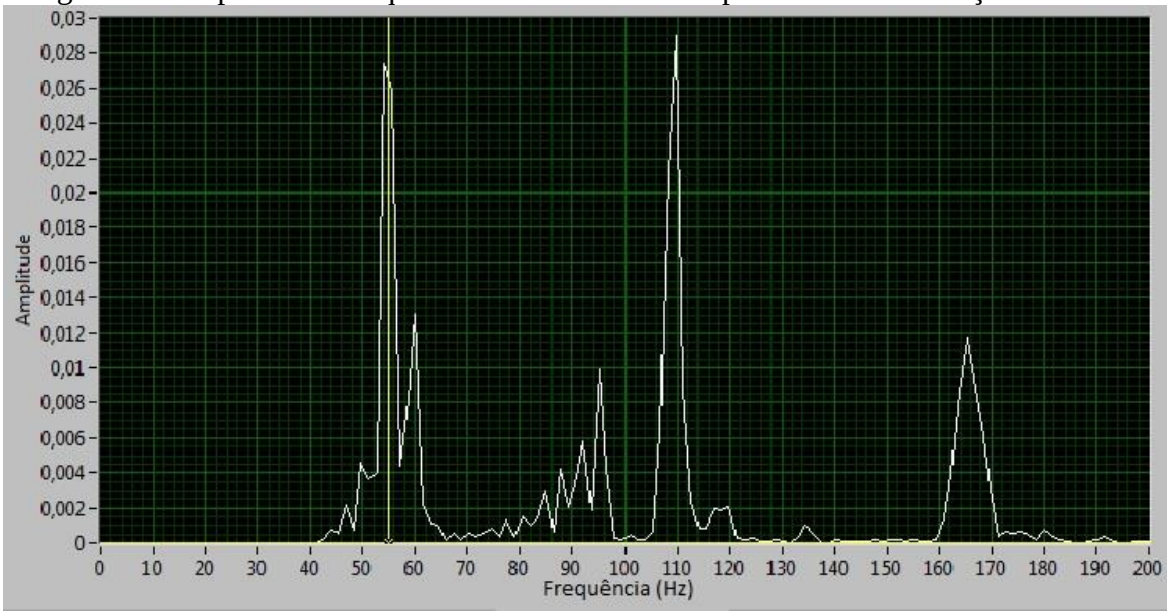
Através do espectro de frequência obtido pode-se constatar a presença de três picos de amplitude de maiores destaques, sendo estes as frequências naturais do sistema, com os valores encontrados de 55,6Hz, 116,0Hz e 172,5 Hz que correspondem a primeira, segunda e terceira frequência natural respectivamente.

Durante a realização do procedimento experimental, foi verificado o comportamento da bancada de testes apenas na primeira frequência natural pois as outras duas frequências naturais estão acima da rotação do motor elétrico de acionamento do rotor.

5.1.3. Teste de parada para o eixo de aço SAE 1020

No teste de parada, ao contrário do teste de partida o rotor da bancada de testes partiu da rotação inicial de 6.840 rpm até atingir seu estado estacionário. Na Figura 25 está ilustrado o espectro de frequência deste experimento.

Figura 25 – Espectro de frequência obtido no teste de parada do eixo de aço SAE 1020



Fonte: Próprio autor

Através do espectro de frequência obtido pode-se constatar a presença de três picos de amplitude de maiores destaques, sendo estas as frequências naturais do sistema, com os valores encontrados de 54,0Hz, 109,9Hz e 165 Hz que correspondem a primeira, segunda e terceira frequência natural respectivamente.

Durante a realização do procedimento experimental, foi necessário passar de forma rápida pela primeira frequência natural de 54,0Hz devido a grande dissipação de energia nessa rotação, já nas outras duas frequências obtidas no teste de parada não foi possível visualizar o comportamento da bancada experimental nesta rotação devido a potência do motor elétrico.

Na Tabela 6 estão apresentados os valores das frequências naturais obtidas nos três testes realizados na bancada experimental com o eixo de aço SAE 1020.

Tabela 6 – Frequências naturais (FN) obtidas nos testes experimentais com eixo de aço SAE 1020

Teste	1ª FN (Hz)	2ª FN (Hz)	3ª FN (Hz)
Impacto	55,0	-	-
Partida	55,6	116,0	172,5
Parada	54,0	109,9	165,0

Não foi possível obter a segunda e a terceira FN para o teste de impacto pois a energia do impacto aplicada não foi suficiente para excitar estas frequências naturais com a utilização do martelo modal.

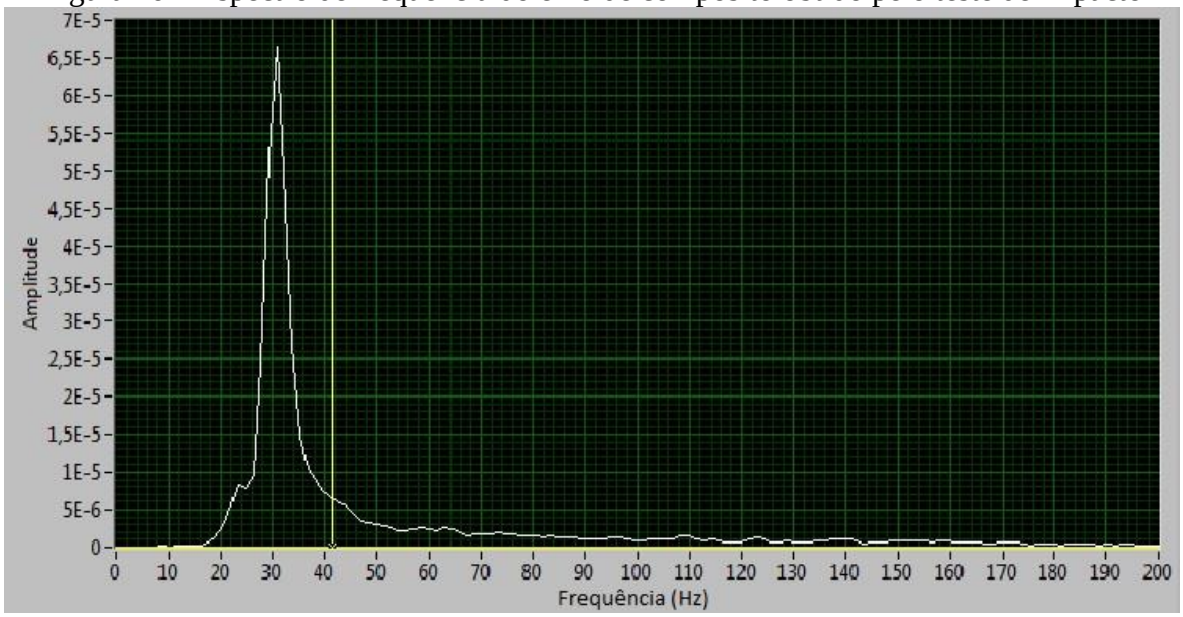
5.2. EXPERIMENTOS UTILIZANDO EIXO DE COMPÓSITO

A seguir serão apresentados os resultados obtidos em laboratório utilizando o eixo de material compósito.

5.2.1. Avaliação da frequência natural estacionária pelo teste de impacto utilizando o eixo de compósito

Assim como no experimento utilizando eixo de aço SAE 1020 para a realização do teste de impacto utilizando o eixo compósito também foi feita a medição com o acelerômetro fixo no disco e o rotor na condição estacionária. Na Figura 26 está ilustrado o espectro de frequência obtido após a aplicação do impacto no disco utilizando o martelo modal.

Figura 26 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido pelo teste de impacto



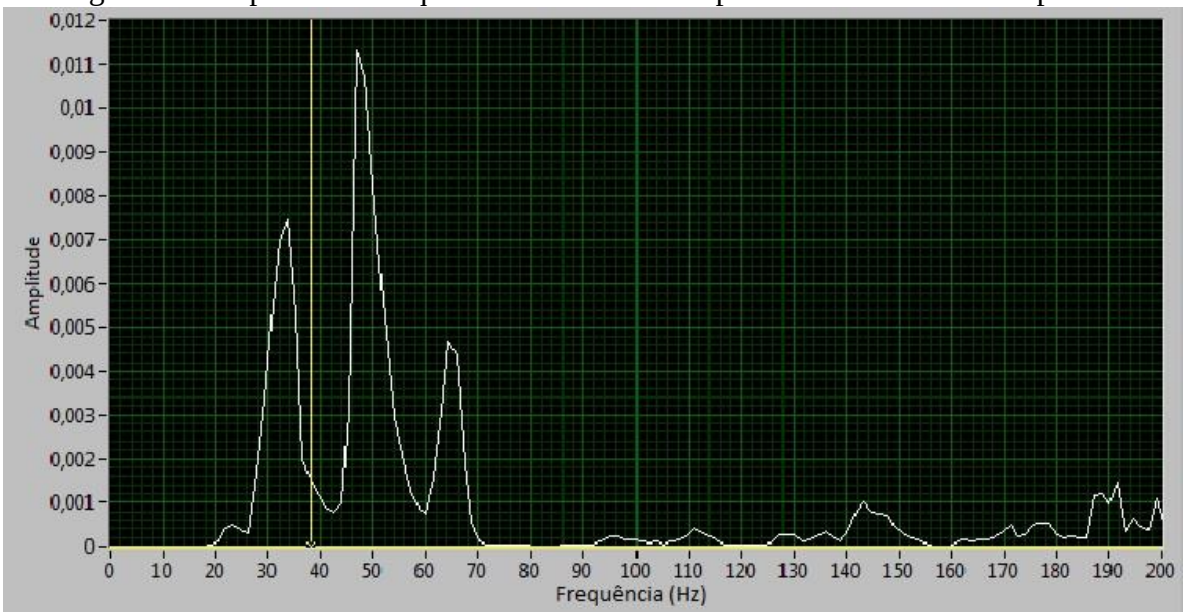
Fonte: Próprio autor

Do espectro de frequência obtido através do teste de impacto, tem-se apenas a formação de um único pico de amplitude desta forma obtendo apenas a primeira frequência natural estacionária do sistema e sendo igual a 31,4Hz.

5.2.2. Teste de partida para o eixo de compósito

No teste de partida foram utilizadas as mesmas rotações do rotor da bancada de testes com eixo de aço SAE 1020, partindo da condição estacionário até atingir a rotação de 6.840 rpm. Na Figura 27 está ilustrado o espectro de frequência gerado neste experimento.

Figura 27 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido no teste de partida



Fonte: Próprio autor

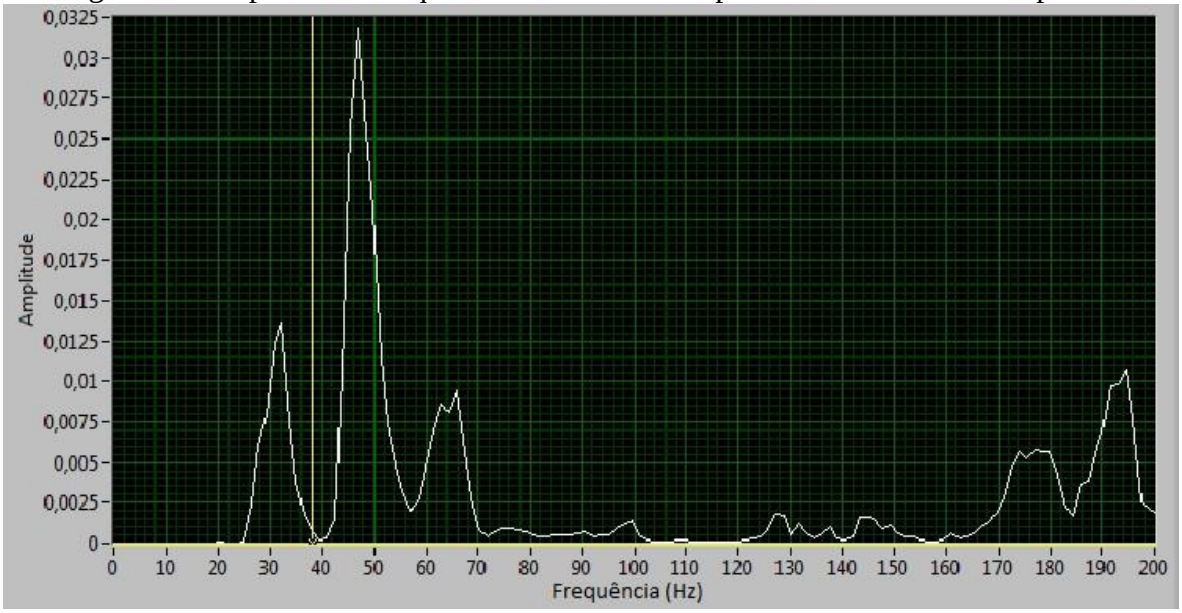
Através do espectro de frequência obtido pode-se verificar a presença de três picos de amplitudes de maiores destaques, sendo que destes três picos apenas o primeiro e o segundo correspondem as frequências naturais do sistema, com os valores encontrados de 33,8Hz e 46,9Hz.

Como o teste ocorreu até a rotação de 6.840rpm, as duas primeiras frequências naturais do sistema foram detectadas sendo visto a dissipação de energia na forma de vibração ao passar por estas duas rotações. O terceiro pico com frequência de 64Hz não é considerado uma frequência natural do sistema pois nada se observou ao passar por esta frequência no teste de laboratório, indicando que o pico gerado nessa frequência é devido a ação de outros elementos do sistema como por exemplo o conjunto de polias e a correia de acionamento.

5.2.3. Teste de parada para o eixo de compósito

No teste de parada foram utilizadas as mesmas rotações do rotor da bancada de testes com a utilização do eixo de aço SAE 1020, partindo da rotação inicial de 6.840 rpm até atingir o estado estacionário, na Figura 28 está ilustrado o espectro de frequência deste experimento.

Figura 28 – Espectro de frequência do eixo de compósito obtido no teste de parada



Fonte: Próprio autor

Através do espectro de frequência obtido pode-se verificar a presença de três picos de amplitude de maiores destaques, assim como no teste de partida utilizando o eixo de compósito, sendo que apenas o primeiro e o segundo correspondem às frequências naturais do sistema, com os valores encontrados de 32,0Hz e 47,1Hz.

Neste experimento foi verificada a mesma ocorrência do teste de partida, onde as duas primeiras frequências naturais são vistas na prática e o terceiro pico de amplitude também é gerado devido a presença de outros elementos do sistema e não é perceptível durante a realização do experimento.

Na Tabela 7 estão apresentados os valores das frequências naturais obtidas nos três testes realizados na bancada experimental com a utilização do eixo de compósito.

Tabela 7 – Frequências naturais obtidas nos testes experimentais com eixo de compósito

Teste	1ª FN (Hz)	2ª FN (Hz)
Impacto	31,4	-
Partida	32,0	47,1
Parada	33,8	46,9

Assim como na utilização do eixo de aço SAE 1020 a energia do impacto aplicada não foi suficiente para excitar outras frequências naturais além da primeira com a utilização do martelo modal.

5.3. COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS OBTIDAS DE FORMA EXPERIMENTAL

Na Tabela 8 estão apresentados de forma comparativa os resultados obtidos nos três testes experimentais para o eixo de aço SAE 1020 e o eixo de compósito.

Tabela 8 – Comparação entre as frequências naturais (FN) obtidas

Teste	1ª FN Aço SAE 1020 (Hz)	1ª FN Compósito (Hz)	2ª FN Aço SAE 1020 (Hz)	2ª FN Compósito (Hz)
Impacto	55,0	31,4	-	-
Partida	52,8	32,0	115,0	47,1
Parada	54,0	33,8	109,9	46,9

Comparando as frequências obtidas para os dois eixos, temos a 1ª FN do eixo de aço SAE 1020 na ordem de 20Hz acima da 1ª FN do eixo de compósito, já para a 2ª FN esta diferença entre as FN é maior, na ordem de 65Hz.

5.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO MEF COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na Tabela 9 estão representados os valores obtidos da primeira frequência natural para os eixos de aço SAE 1020 e o eixo de compósito utilizando o MEF e as análises experimentais.

Tabela 9 – Comparação do resultado MEF com os resultados experimentais

Teste	1ª FN eixo aço SAE 1020 (Hz)	1ª FN eixo compósito (Hz)
MEF	52,3	33,9
Método Analítico	50,9	32,3
Impacto	55,0	31,4
Partida	55,6	32,0
Parada	54,0	33,8

Para o eixo de aço SAE 1020 a primeira frequência natural obtida pelo método dos elementos finitos está entre a frequência obtida pelo método analítico e os testes de laboratório, comprovando dessa forma a eficácia no método e a importância de o utilizar na fase inicial de projetos de máquinas rotativas. Fazendo um comparativo da FN analítica com a FN do MEF esta diferença é de 2,6%, comparando com a FN do teste de partida do rotor que foi a maior obtida em laboratório esta diferença é de 8,9%. Já a diferença da FN do MEF em relação a FN do teste de partida é de 5,9%.

Para o eixo de compósito a eficácia do método dos elementos finitos também é comprovado quando comparado à FN encontrada por este método em relação as outras frequências naturais obtidas. Comparando a FN analítica com a FN do MEF a diferença é de 4,7%, comparando com a FN do do teste de parada que foi a maior FN obtida nos testes

experimentais esta diferença é de 4,4%. Já a diferença da FN do MEF em relação a FN do teste de impacto é de 7,3%.

6. CONCLUSÃO

Nesta dissertação foi apresentado o estudo da dinâmica de rotores modelo Jeffcott, utilizando eixo de aço SAE 1020 e eixo de compósito, sendo feito, para ambos os materiais dos eixos, a modelagem do sistema rotativo em elementos finitos e foram obtidas as frequências naturais, os modos de vibrar e o diagrama de Campbell. Calculou-se de forma analítica a primeira frequência natural de cada sistema. O desenvolvimento do método dos elementos finitos foi realizado inteiramente no software Ansys. A Metodologia de elementos finitos aplicada à modelagem de rotores trata de uma ferramenta de extrema importância na fase de desenvolvimento do projeto de máquinas rotativas, pois, permite fazer análise dinâmica identificando as frequências naturais e as velocidades críticas de operação do rotor na qual podem ocorrer grandes amplitudes de vibração.

Utilizando ainda o software Ansys, através de análise estrutural foi obtido o deslocamento sofrido pelo mancal ao receber uma força conhecida e com o deslocamento obtido, foi feito o cálculo da rigidez dos mancais. Foi calculada a rigidez dos dois eixos e comparou-se com a rigidez do mancal, concluindo que o sistema em estudo tanto com a utilização do eixo de aço SAE 1020 quanto com a utilização do eixo de compósito se trata de eixo flexível suportado por mancais rígidos.

Como esperado, os primeiros modos de vibrar obtidos para os diferentes materiais do eixo utilizado na bancada experimental correspondem à flexão do eixo devido a rigidez dos mancais em relação aos dois tipos dos materiais dos eixos.

Os resultados obtidos da modelagem por elementos finitos foram validados com os resultados obtidos experimentalmente utilizando bancada de testes e também com o valor obtido analiticamente. Para o eixo de aço SAE 1020, o erro relativo do MEF em comparação ao cálculo analítico é de 2,6%, ao comparar com o teste de partida, que foi o teste que apresentou a maior FN, este valor é de 8,9%. Para o eixo de compósito, o erro relativo do MEF em comparação ao cálculo analítico é de 4,7%, ao comparar com o teste de impacto, o erro relativo foi de 7,3%, porcentagem essa que representa a maior diferença obtida entre os testes realizados na bancada experimental.

7. SUGESTÕES TRABALHOS FUTUROS

Estudar a influência da base (fundação) no sistema, tendo em vista que a base pode influenciar no comportamento dinâmico de rotores.

Realizar testes de laboratório no eixo de material compósito para se determinar as propriedades não informadas pelo fabricante para que se obtenha melhor precisão na modelagem por elementos mesmo o resultado já estando muito próximo do valor teórico.

Estudar o comportamento dinâmico do rotor através da análise das órbitas de rotação nas frequências naturais. Estudar o amortecimento do eixo de compósito, pois, o amortecimento influencia diretamente na amplitude de vibração do sistema.

Alterar o motor elétrico da bancada experimental de forma a se obter outras frequências naturais, principalmente para o eixo de aço SAE 1020 onde foi identificada apenas a primeira frequência natural nos testes de laboratório.

REFERÊNCIAS

ACPT Advanced Composite Products & Technologies; disponível em <www.acpt.com> acesso em: 27 de maio de 2016.

ALMEIDA, M. T., Vibrações Mecânicas para Engenheiros, Edgard Blucher, São Paulo, 1987.

American Petroleum Institute (API), First edition, February 1996.

BUCHER, I.; EWINS, D.J. Modal analysis and testing of rotating structures, v.359, p.61-96, 2001.

Boukhalfa, A.; Hadjoui, A.; Cherif, S. M. Hamza. 2008 Free Vibration Analysis of a Rotating Composite Shaft Using the -Version of the Finite Element method. International Journal of Rotating Machinery 2008, 1-10.

CASTILHO, A. Uma Visão Global da Rotordiâmica de Turbomáquinas: Ênfase no Método de Elementos Finitos e na Propriedade dos Autovetores Giroscópios Desacoplarem as Equações de Movimento. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, RJ, 2007.

CHANG, M.Y.; CHEN, J.K.; CHANG, C.Y. A simple spinning laminated composite shaft model. International Journal of Solids and Structures, v. 41, p. 637-662, 2004.

CHOUKSEY, M.; DUTT, J.K.; MODAK, S.V. Modal analysis of rotor-shaft system under the influence of rotor-shaft material damping and fluid film forces. Mechanism and Machine Theory Journal, 2012.

COTA, R. E. Análise Dinâmica de Rotores em Balanço Utilizando Procedimentos Computacionais e Experimentais. 2008. Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.

DANIEL, I.M.; ISHAI, O. Engineering Mechanics of Composite Materials. Oxford University Press, Oxford, New York, 1994. 395 p.

FILHO, A. A.; Elementos Finitos – A Base da Técnologia CAE. 6ª editora Saraiva 2013.

FRISWELL, M. I. *et al.* Dynamics of Rotating Machines. 1st. ed. New York: Cambridge University Press, 2010.

GHONEAM, S.M.; HAMADA, A.A.; EL-ELAMY, M.I. Dynamic analysis of a rotating composite shaft. Department of Production Engineering and Mechanical Design, Faculty of Engineering, Menoufiya University, Shebin El-Kom, Egito.

GUPTA, A.; SEKHAR, A. S. Damping estimation and dynamic analysis of a composite shaftrotor system. 16th International Congress on Sound and Vibration, Kraków, 2009.

KIROVSKI, D.; LEE, C.; HONG, I. and POTKONJAK, M. Dsp quant: Design, Validation, and Applications of dsp Hard Real-time Benchmark. In IEEE International Conference on Acoustics,Speech, and Signal Processing, v olume 1, pages 679 – 682, 1997.

LALANNE, M.; FERRARIS, G . Rotordynamics Prediction in Engineering. John Wiley & Sons, 1990.

LEE, H.H. Finite Element Simulations with Ansys Workbench 12, Theory-Applications- Case Study. SDC Publications, 2012.

LI, Z.; GARINEWALA, S. Effects of Clearance on Damping in Fluid Film Bearing, SpectraQuest Tech Note, June 2007.

LIU, L.; GARINEWALA, S. Dynamic Behaviors of Rotor With Fluid Film Journal and Rolling Element Bearings, SpectraQuest Tech Note, November 2005.

MADEIRA, I.M. Modelagem em Elementos Finitos de Máquinas Rotativas com Efeitos Não-Lineares, 2003.

MAZER, T. T.; Cálculo em Elementos Finitos das Frequências Naturais dos Modos de Flexão de uma Linha de Eixo de Unidade Geradora Hidráulica em Escala. - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

MENDONÇA, W. R. P. Otimização dinâmica de rotores com eixos em compósitos. 168 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

MONTAGNIER, O.; HOCHARD, C. Dynamics os a supercritical composite shaft mounted on viscoelastic supports. Journal of Sound and Vibration, v. 333, p. 470-484, 2014.

MUSZYNSKA, A. Rotordynamics, first edition, Boca Raton: CRC Press 2005.

NAKHAEINEJAD, M.; GANERIWALA, S.; Critical speeds in rotating machinery. 2008.

NOGUEIRÃO, L.F.; WATANABE; F.Y. Modelagem e simulação dinâmica de rotores flexíveis pelo método dos elementos finitos, 2012.

OLIVEIRA, T.S. Análise do comportamento dinâmico do eixo de uma bancada eperimental para estudo de rotores – Trabalho de graduação, Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

PEREIRA, J.C. Introdução à Dinâmica de Rotores, 2005.

RAMESHKUMAR, G. R., RAO, B. V. A., RAMACHANDRAN, K. P. Condition Monitoring of Forward Curved Centrifucal Blower Using Coast Down Time Analysis. International Journal of Rotating Machinery. Volume 2010, 12p., 2010.

SUDHAKAR, G.N.D.S., SEKHAR, A.S. "Identification of unbalance in a rotor bearing system" Journal of Sound and Vibration, v. 330, issue 10, p 2299-2313, 2011.

VANCE, J.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. *Machinery Vibration and Rotordynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.

VANSTEENKISTE, A.; LOCCUFIER, M.; VERVISCH, B.; BAETS, P. Modal analysis and testing of rotating machines for predictive maintenance: effect of gyroscopic forces, Ghent University, v. 3, p. 116-122, 2012.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ADAMS, R.D.; MAHERI, M.R. Dynamic flexural properties of anisotropic fibrous composite beams. Composites Science and Technology, v. 50, p. 496-514, 1994.

ALAMO, J.F.C., Dinâmica de um Rotor Vertical em Balanço com Impacto, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2003.

ASSIS. A. C. Medição de Fase no Simulador de Máquinas Rotativas - Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2014.

BODE, H. A., MENEZES, J. C., 2005, Dynamic Analysis of a Rotor-Bearing System by Finite Elements, 18th International Congress of Mechanical Engineering, COBEM 2005 (ABCM), Brazil.

FARIA, M. T. C., Estudos de comportamento dinâmico de rotores flexíveis assimétricos através do método de elementos finitos, Dissertação de Mestrado, Florianópolis, SC, 1990.

GUILLAUME, P. Modal Analysis. Encyclopedia of Life Support Systems, Oxford (UK), 2002.

MATHIAS, M. H.; MEDEIROS, E. C. ; GONÇALVES, V. D. "Design of a LabVIEW System Applied to Predictive Maintenance", Applied Mechanics and Materials, Vols. 249-250, pp. 208-212, 2013.

MICHALSKI, M. A. C. Análise Teórico-Experimental do Comportamento dinâmico de um Rotor Horizontal Suportado por Mancais Hidrodinâmicos [Rio de Janeiro] 2004.

MOREIRA, A. Characterization and dynamic analysis of damping effects in composite materials for high-speed flywheel applications, Dissertation, Auburn University, Alabama, 113 f., 2007.

NELSON, H.D., McVAUGH, J.M., The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements, ASME J Eng of Ind, 1976, pp.593-600.

RAO, S. Singiresu (2009). Vibrações Mecânicas, Pearson Prentice Hall, 4ª Edição, São Paulo.

ROCHA, R. O. Modelagem e Simulação Computacional em Dinâmica de Rotores via Métodos dos Elementos Finitos. Tese M. Se. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1992.

SOUTO, C.A., Estudo do Comportamento Dinâmico de Máquinas Rotativas através da Análise Modal Complexa, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2000.

TREBUNA, F.; FRANKOVSKY, P.; GUL'a, M.; HUDÁK, P. Numerically Computed Dynamics Rotor Using Ansys Software, 2011.

WILSON, Vibration, Griffin (London) 1959, pp;155-160.

ZORZI, E.S.; NELSON, H.D. Finite element simulation of rotor-bearing systems with internal damping. Journal of Engineering for Power, p.71-76, 1977.

APÊNDICE A – Alinhamento do eixo da bancada experimental

Alinhamento é uma condição na qual os eixos dos componentes de uma máquina são referidos a uma relação conhecida como, por exemplo, coincidentes, paralelos ou perpendiculares. No alinhamento dos eixos da bancada experimental foi utilizado o relógio comprador da marca Starrett conforme ilustrado na figura 29, seguindo os passos detalhados a seguir.

Figura 29 – Relógio comparador



Fonte: Próprio autor

- Passo 1: Fixou-se o mancal de rolamentos do lado acoplado ao motor e liberou-se o mancal do lado não acoplado.
- Passo 2: Colocou-se a base do relógio comparador alinhada com a base da bancada experimental, colocando a ponteira do relógio comparador no eixo.
- Passo 3: Zerou-se o relógio comparador e o trasferiu para o eixo próximo ao mancal de rolamento do lado não acoplado.
- Passo 4: Após o alinhamento do eixou fixou-se o mancal de rolamento.

APÊNDICE B – Alinhamento do disco em relação ao eixo

Assim como descrito no apêndice A para alinhamento dos mancais também foi necessário deixar o disco alinhado de forma perpendicular com o eixo e também foi feito utilizando relógio comparador, o alinhamento do disco em relação ao eixo é feito para minimizar a ocorrência dos efeitos giroscópicos. O alinhamento foi realizado seguindo os passos detalhados a seguir.

Passo 1: Fixou-se o disco no eixo, apertando os parafusos de forma cruzada.

Passo 2: Colocou-se o relógio comparador na lateral do rotor conforme figura 30 e girou-se o eixo para vizualizar a deflexão do relógio comparador.

Figura 30 – Alinhamento do rotor



Fonte: Próprio autor

Passo 3: Apertou-se os parafusos nos pontos de deflexão do relógio comparador até deixar o disco perpendicular em relação ao eixo.