



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Felipe Alves Pires

OTIMIZAÇÃO, ANÁLISE DINÂMICA E DE INCERTEZAS
DE UMA TRELIÇA ESPACIAL UTILIZANDO O MÉTODO
DOS ELEMENTOS FINITOS

Bauru

2017

Felipe Alves Pires

OTIMIZAÇÃO, ANÁLISE DINÂMICA E DE INCERTEZAS
DE UMA TRELIÇA ESPACIAL UTILIZANDO O MÉTODO
DOS ELEMENTOS FINITOS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves

Bauru

2017

Pires, Felipe Alves.

Otimização, análise dinâmica e de incertezas de uma treliça espacial utilizando o método dos elementos finitos / Felipe Alves Pires, 2017
81 f.

Orientador: Paulo José Paupitz Gonçalves

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2017

1. Treliça espacial. 2. Controle passivo. 3. MEF. 4. Simulated Annealing. 5. Simulação de Monte Carlo I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru



ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE FELIPE ALVES PIRES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 28 dias do mês de março do ano de 2017, às 09:00 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Profa. Dra. MAIRA MARTINS DA SILVA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de FELIPE ALVES PIRES, intitulada **OTIMIZAÇÃO, ANÁLISE DINÂMICA E DE INCERTEZAS DE UMA TRELIÇA ESPACIAL UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado _____. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES

Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA

Profa. Dra. MAIRA MARTINS DA SILVA

Dedicatória...

*Dedico este trabalho a toda minha família, que sempre me incentivou e apoiou em toda
minha trajetória de estudos tornando possível a realização deste trabalho.*

A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isso fica sendo a minha última e mais elevada descoberta.

Isaac Newton

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pela saúde, entusiasmo e inspiração para a concretização deste sonho.

Aos meus pais, Valdir Wedson Pires e Elizabete Alves Pires, e ao meu irmão Rodrigo Alves Pires pelo apoio e compreensão de meus momentos de ausência do convívio familiar, sempre me incentivando para que eu pudesse realizar este sonho.

A minha namorada Livia Grandini Saraiva pela compreensão, carinho, paciência e apoio nos momentos difíceis.

Agradeço ao meu orientador Professor Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves pela orientação, conhecimentos transmitidos, atenção, incentivo, paciência e dedicação durante todo o período do mestrado, pois sem isto não seria possível a realização e elaboração deste trabalho.

Aos docentes e membros do grupo de pesquisa NDE, Professor Dr. Marcos Silveira e Professor Dr. Bento Rodrigues de Pontes Jr., com os quais tive o prazer em aprender e que, com compromisso e competência exercem a sua função.

Aos técnicos desta universidade, à seção administrativa, à fundação CAPES por financiar minhas pesquisas, aos meus amigos do grupo de pesquisa, Alexander, Lucas, Michael, Fernando, Bruno, William e em especial Julio Cesar de Moraes Fernandes e Pedro Rogério Cleto, pela ajuda e pela amizade. E a todos que, de certa forma, contribuíram para que este trabalho fosse concluído.

Resumo

PIRES F.A., OTIMIZAÇÃO, ANÁLISE DINÂMICA E DE INCERTEZAS DE UMA TRELIÇA ESPACIAL UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, Bauru: Faculdade de Engenharia, UNESP - Universidade Estadual Paulista, 2016, 65 p., Dissertação (Mestrado).

Devido à crescente demanda por sistemas de comunicação, monitoramento territorial e previsão climática, satélites foram lançados por agências espaciais e aproximadamente 2,271 orbitam a Terra. Com o objetivo de minimizar os custos de lançamento, estruturas espaciais devem possuir forma de sistemas do tipo treliça devido à considerável redução de peso por serem montadas em uma forma triangular e com materiais leves, por exemplo, alumínio. Como resultado, alguns problemas como flexibilidade e baixo amortecimento estrutural podem aparecer. Diante disso, um método de controle deve ser aplicado para manter os níveis de vibração em pequenas escalas. Neste trabalho, um método de controle passivo é aplicado a uma treliça espacial utilizando o método dos elementos finitos (MEF). MEF é uma das ferramentas computacionais mais utilizadas para analisar estruturas sujeitas a vibrações, tornando possível prever as respostas em frequência (FRFs) do sistema. Este trabalho utiliza a técnica de otimização *simulated annealing* para otimizar a norma $\mathcal{H}_2$ para os seis primeiros modos de vibrar do sistema de maneira a encontrar as coordenadas de cada nó da treliça que minimizem o valor de norma $\mathcal{H}_2$. Nota-se que, com a minimização da norma $\mathcal{H}_2$, novas coordenadas das juntas podem ser obtidas e novas FRFs podem ser estudadas. Algumas amplitudes de vibração das FRFs diminuíram, porém algumas amplitudes aumentaram. Verifica-se que houve regiões que o controle aplicado foi efetivo e outras que a técnica não mostrou eficiência. O método estatístico simulação de Monte Carlo também é aplicado para estudar as incertezas associadas ao sistema. Para isto, histogramas são utilizados para verificação das distribuições das frequências naturais. É pertinente a necessidade de avaliar se as distribuições de frequências apresentam um comportamento de curvas normais e para isso alguns parâmetros estatísticos, como *skewness*, *kurtosis* e teste de qui-quadrado, são utilizados. Observa-se que, as incertezas relacionadas à geometria da estrutura afetam mais o sistema do que as incertezas ligadas às propriedades do material.

Palavras-chave: Treliça Espacial, Controle Passivo, MEF, *Simulated Annealing*, Simulação de Monte Carlo.

Abstract

PIRES F.A., OPTIMIZATION, DYNAMIC AND UNCERTAINTY ANALYSIS OF A SPACE TRUSS UTILIZING THE FINITE ELEMENT METHOD, Bauru: College of Engineering, UNESP - São Paulo State University, 2016, 65 p., Dissertation (Master's degree).

Due to the increasing demand for monitoring for telecommunication systems, weather and territorial monitoring, satellites have been launched by space agencies and 2,271 still orbit Earth. In order to minimize rocket launch costs, space structures should have the shape of trusses because of the significant weight reduction for being assembled in a triangular form and with elements made of light materials (e.g. aluminum). As a result of it, some problems such as flexibility and low structural damping may arise. For this reason, a control method must be applied to maintain the requirements of vibration levels in these types of structures. This work applies a passive vibration control to a space truss utilizing the Finite Element Method (FEM). FEM is one of the most used computational tools to analyze structures under vibrations and is also used to predict the system's frequency response functions (FRFs). This work utilizes the optimization technique simulated annealing in order to optimize the norm $\mathcal{H}_2$ of the first six vibration modes of the system so that it's possible to find the coordinates of each node of the space truss that minimize the value of $\mathcal{H}_2$. It has been noticed that with the minimization of the $\mathcal{H}_2$ norm, new coordinates of the joints can be obtained so that new FRFs can be studied. Some amplitudes of vibration in the FRFs diminished, however, some of them rose. It is verified that there are regions where the control method applied was effective and others where the control technique was not effective. The statistical method Monte Carlo simulation is also applied to study the uncertainties associated to the system. For this study, histograms are utilized to verify the natural frequencies distributions. It is pertinent the need to evaluate whether the frequencies distributions present the behavior of normal curves and to do this, some statistical parameters such as *skewness*, *kurtosis* and chi-square test are used. It has been noticed that uncertainties related to the geometry of the structure affect the system more than uncertainties related to the material properties.

Keywords: Space Truss, Passive Control, FEM, Simulated Annealing, Monte Carlo Simulation.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Visão esquemática de uma missão de interferometria. Fonte: (PREUMONT, 2011)	2
1.2	Imagem da treliça espacial montada dentro do projeto ACCESS. (Fonte: NASA Images)	3
1.3	Foto da treliça disponível no Laboratório de Acústica e Vibrações do <i>Nucleus of Dynamics in Engineering</i>	4
1.4	Treliça utilizada no modelo de Elementos Finitos.	4
1.5	Forças de controle agindo em um membro ativo de uma treliça espacial. Fonte: (GONÇALVES; BRENNAN; ELLIOTT, 2006).	8
1.6	Modelo de treliça com modificação estrutural a) estrutura não otimizada b) estrutura otimizada. Fonte: (KEANE, 1995 <i>apud</i> MEAD, 1999).	9
1.7	Exemplo de curva normal. Fonte: Autoria própria.	12
1.8	Exemplo de histograma com uma forma de curva normal. Fonte: Autoria própria.	12
1.9	Exemplos de gráficos de probabilidades normais a) dados que seguem uma distribuição normal b) dados que não seguem uma distribuição normal. Fonte: Autoria própria.	13
2.1	Modos de vibrar da treliça espacial obtidas pelo MEF.	19
2.2	Função de custo para excitação harmônica de módulo 1 N na direção y da junta 1. (Referência dB de $1 \frac{m^2}{Ns^2}$).	21
3.1	Histogramas para as frequências naturais variando-se o módulo de elasticidade para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	30
3.2	Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando o módulo de elasticidade é considerado variável aleatória para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	31
3.3	Histogramas para as frequências naturais variando-se a densidade para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	33

3.4	Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando a densidade é considerada variável aleatória para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	34
3.5	Histogramas para as frequências naturais variando-se as coordenadas dos nós para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	36
3.6	Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando as coordenadas das juntas são consideradas variáveis aleatórias para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.	37
3.7	Variação dos histogramas para a variação aleatória dos nós da segunda torção para os desvios padrão 1%, 1.5%, 2% e 2.5%.	38
4.1	Comparação da treliça não-modificada e modificada: a) para faixa de ± 0.01 m. b) para faixa de ± 0.02 m.	41
4.2	Modos de vibrar e frequências naturais para a condição de treliça modificada para faixa de ± 0.01 m para a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.	42
4.3	Modos de vibrar e frequências naturais para a condição de treliça modificada para faixa de ± 0.02 m para a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.	43
4.4	Configurações da treliça resultantes da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ da a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.	45
5.1	Respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas dos nós modificadas para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para as 6 primeiras frequências naturais: a) para faixa de ± 0.01 m. b) para faixa de ± 0.02 m.	47
5.2	Comparação entre a função custo original e a função custo para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para a) faixa de ± 0.01 m. b) faixa de ± 0.02 m.	48
5.3	Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.01 m para a) faixa 220-320 Hz. b) faixa 480-600 Hz.	49
5.4	Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m para a) faixa 220-320 Hz. b) faixa 480-600 Hz	49

5.5	Respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas originais e com nós modificados pela minimização da norma $\mathcal{H}_2$ da a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.	51
5.6	Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m da a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.	52
5.7	Comparação por faixas de frequência entre a função custo original e a função custo da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.	53
5.8	Comparação dos modos de vibrar da treliça original com os modos de vibrar da treliça modificada obtidos pelo MEF.	54
B.1	Convergência de normas $\mathcal{H}_2$ utilizando Simulated Annealing para a a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.	65

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras latinas

Símbolo	Descrição
A	Matriz A em espaço de estados
A_{mi}	Matriz A em representação modal em espaço de estados
B	Matriz B em espaço de estados
B_{mi}	Matriz B em representação modal em espaço de estados
B₀	Vetor de forças em espaço de estados
C	Matriz C em espaço de estados
C_{mi}	Matriz C em representação modal em espaço de estados
C_q	Matriz de saída de deslocamentos
C_v	Matriz de saída de velocidades
d_m	Vetor de deslocamentos
d_m^H	Forma Hermitiana do vetor de deslocamentos
D	Matriz de amortecimento estrutural do sistema
E	Módulo de Elasticidade
ϵ	Energia
$\mathcal{E}_i$	Número de amostras esperadas
f_n	Frequência natural
F	Vetor de forças externas
G	Função transferência
h	Valor do teste se rejeita ou não a hipótese nula
H₀	Hipótese nula
H₁	Hipótese alternativa

I	Matriz identidade
J	Função custo sem controle
J_c	Função custo com controle
k	Constante de Boltzmann
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez do sistema
$\mathbf{M}$	Matriz de massa do sistema
O_i	Número de amostras observadas
p	Nível descritivo
$\mathbf{q}$	Vetor deslocamento
T	Temperatura
$\mathbf{u}$	Vetor de entrada do sistema
$\mathbf{x}$	Vetor de estados
$\mathbf{y}$	Vetor de saída do sistema

Letras Gregas

Símbolo	Descrição
α	Nível de significância
δ	Variação
ρ	Densidade
σ	Desvio Padrão
τ	Razão entre a função custo sem controle e função custo com controle
χ	Valor da estatística do teste qui-quadrado
ω	Frequência angular

Abreviações

Símbolo	Descrição
<i>ACCESS</i>	Conceito de Montagem para Construção de Estruturas Espaciais Montáveis (do inglês Assembly Concept for Construction of Erectable Space Structures)
<i>AG</i>	Algoritmo Genético
<i>EVA</i>	Extra Vehicular Activity

<i>FRF</i>	Função de Resposta em Frequência (do inglês Frequency Response Function)
<i>GDLS</i>	Graus de Liberdade
<i>ISS</i>	Estação Espacial Internacional (do inglês International Space Station)
<i>LB</i>	Limite Inferior
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>NASA</i>	Aeronáutica Nacional e Administração Espacial (do inglês National Aeronautics and Space Administration)
<i>RMS</i>	Raiz Média Quadrática (do inglês Root Mean Square)
<i>SA</i>	Recozimento Simulado (do inglês Simulated Annealing)
<i>SD</i>	Desvio Padrão
<i>SI</i>	Sistema Internacional
<i>SMC</i>	Simulação de Monte Carlo
<i>TLC</i>	Teorema do Limite Central
<i>UB</i>	Limite Superior

SUMÁRIO

Lista de símbolos

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Revisão bibliográfica	5
1.1.1	Análise dinâmica e vibrações	5
1.1.2	Treliças espaciais	6
1.1.3	Métodos de controle	8
1.1.4	Otimização por simulated annealing	10
1.1.5	Normas de estruturas	10
1.1.6	Simulação de Monte Carlo	10
1.2	Justificativa	14
1.3	Objetivos	15
1.3.1	Objetivos gerais	15
1.3.2	Objetivos específicos	15
1.4	Estrutura da dissertação	15
2	MODELAGEM DA ESTRUTURA	16
2.1	Introdução a modelagem de estruturas espaciais	16
2.2	Modelagem em elementos finitos	17
2.3	Representação em espaço de estados	21
2.3.1	Representação da treliça em espaço de estados	21
2.4	Normas de um sistema	22
2.4.1	A norma $\mathcal{H}_2$	23
2.4.2	A norma $\mathcal{H}_2$ da estrutura	23
3	ANÁLISE DINÂMICA CONSIDERANDO INCERTEZAS	25
3.1	Introdução à abordagem de incertezas atreladas ao sistema	25
3.2	Distribuição das frequências naturais	26
3.2.1	Distribuição das frequências naturais considerando o módulo de elasticidade, E , como variável aleatória	29

3.2.2	Distribuição das frequências naturais considerando a densidade, ρ , como variável aleatória	31
3.2.3	Distribuição das frequências naturais considerando as coordenadas das juntas, (x_i, y_i, z_i) , como variáveis aleatórias	34
4	OTIMIZAÇÃO DA ESTRUTURA	39
4.1	Otimização da treliça por simulated annealing	39
4.1.1	simulated annealing minimizando a soma RMS da norma $\mathcal{H}_2$ (1-6) .	40
4.1.2	simulated annealing minimizando o valor de norma $\mathcal{H}_2$ (1-6)	44
5	ANÁLISES E RESULTADOS	46
5.1	Respostas em frequência para situação de minimização da soma RMS da norma $\mathcal{H}_2$ (1-6)	46
5.2	Respostas em frequência para situação de minimização da norma $\mathcal{H}_2$ (1-6)	50
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
6.1	Trabalhos futuros	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
A	Matrizes de elementos finitos	64
B	Convergência do simulated annealing	65

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Com o objetivo de expandir os horizontes, agências espaciais e pesquisadores de diversos países vêm trabalhando juntos para que estudos sobre fenômenos naturais terrestres bem como mistérios do universo possam ser desvendados. Em mais de 50 anos de explorações espaciais, mais de 30,000 toneladas de satélites e foguetes foram enviados ao espaço (EBISUZAKI *et al.*, 2015). Um dos passos mais significantes para a exploração espacial foi a criação da Estação Espacial Internacional ou ISS (*International Space Station*) pela NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) em parceria com outras agências espaciais. Este sistema é uma plataforma espacial utilizada para pesquisa em diversos campos, por exemplo, tecnologia dos materiais, biologia, biotecnologia, ciências naturais, entre outros. A estação espacial é uma plataforma para vários experimentos científicos e tecnológicos, além de ser uma opção para eventos educacionais para gerações futuras (MAYOROVA *et al.*, 2014).

De acordo com Meguro, Ishikawa e Tsujihata (2006), grandes estruturas espaciais instaláveis como, refletores de antena, painéis e refletores solares vêm sendo desenvolvidos continuamente para o apoio de atividades espaciais futuras. Em 2006, o Japão enviou ao espaço a ETS-VII, a qual é um grande satélite com objetivos de desenvolver, testar e verificar a tecnologia de refletores instaláveis e também, a de comunicação digital devido à crescente demanda por telefones móveis (HAMADA *et al.*, 2010; NAKAMURA *et al.*, 1998).

Com o fim de situar tais estruturas espaciais montáveis em satélites, é necessário desenvolver sistemas que irão servir de base para não só refletores solares, mas também para equipamentos eletrônicos, sensores e até telescópios. Segundo Bush, Mikulas Jr e Heard Jr (1978), estas estruturas, necessitam ser montadas com componentes feitos de materiais leves como o alumínio e compósitos de grafite/epoxy, pois isso reduz o custo total para lançar o sistema ao espaço. Para Gonçalves (2007), esses componentes tendem a ser flexíveis comparados com aqueles utilizados na construção civil. A flexibilidade destes componenetes e os baixos valores de amortecimento estrutural associados estão em contraste com os requisitos para aplicações espaciais, mostrando que isso vem sendo um

grande desafio para engenheiros e cientistas (VAILLON *et al.*, 1999; BODINEAU *et al.*, 2004).

De acordo com James Jr (1980) e Ham, Greeley e Henniges (1989), missões espaciais envolvendo interferômetros óticos e também telescópios espaciais devem usar grandes estruturas espaciais na ordem de 100 metros de comprimento. Nestes tipos de estruturas espaciais, os requisitos para níveis de vibração necessitam ser em baixas escalas, tendo em vista que dispositivos altamente sensíveis serão instalados nelas. Para Fujii *et al.* (2015), tecnologias voltadas a vibração estrutural irão assumir um papel muito importante para o desempenho de tais estruturas espaciais flexíveis. Por exemplo, em um sistema de interferometria, telescópios menores seriam fixados à estrutura como um interferômetro podendo obter uma resolução muito maior do que um grande telescópio monolítico de maneira a rastrear estrelas e planetas como mostrado na figura 1.1, que é uma adaptação da obra de Preumont (2011). Nesse caso, a acuracidade do sistema óptico consideraria a vibração imposta ao sistema de movimentação dos telescópios, além de atrasos das linhas óticas.

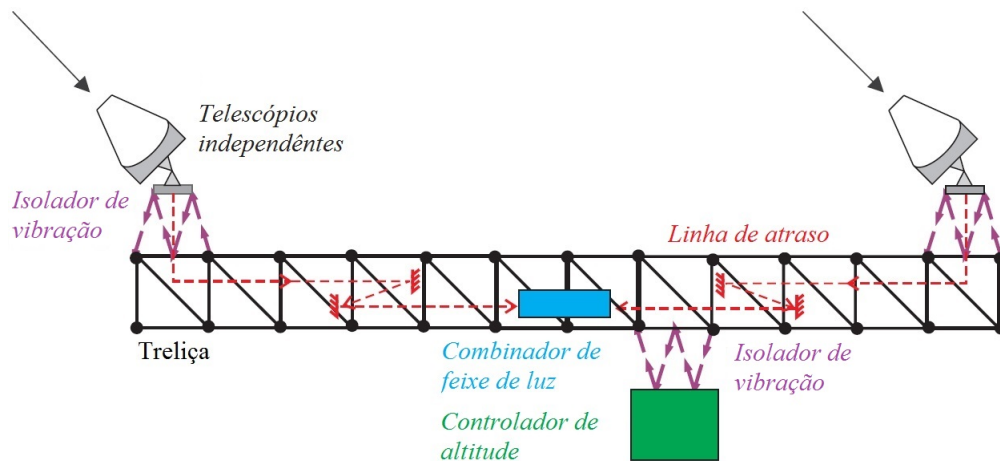


Figura 1.1: Visão esquemática de uma missão de interferometria. Fonte: (PREUMONT, 2011)

Segundo Liu *et al.* (2016a), a maioria das vibrações é causada por máquinas rotativas como, motores e volantes de inércia. Um volante de inércia, por exemplo, é utilizado para o controle de altitude em espaçonaves. Quando estruturas espaciais são submetidas a acelerações rotacionais muito grandes, uma vibração persistente deve ser causada (LIU *et al.*, 2016b), podendo até mesmo deteriorar a estabilidade da altitude e também degradar o desempenho de equipamentos de alta precisão e de sensores (HU; JIA; XU, 2014). Seguindo a premissa que dispositivos de alta sensibilidade serão embarcados em treliças espaciais, as quais servirão de base para os mesmos, será necessário aplicar uma metodologia para controlar as vibrações que, eventualmente serão geradas. Tais técnicas de controle podem ser abordadas de maneiras ativa e passiva.

A estrutura em estudo no trabalho é uma treliça espacial de menor escala baseada em estruturas espaciais utilizadas em satélites como ilustrado na figura 1.2. A estrutura espacial ilustrada é proveniente de um projeto chamado ACCESS (*Assembly Concept for Construction of Erectable Space Structures*) da NASA. Segundo Bekey (1988), ela foi montada em 1985 pelos astronautas Sherwood Spring e Jerry Ross, e foi considerada na época a maior estrutura já montada em órbita por tripulantes da EVA (*Extra Vehicular Activity*). A estrutura possuía uma seção transversal triangular além de um comprimento total de 13,7 metros.



Figura 1.2: Imagem da treliça espacial montada dentro do projeto ACCESS. (Fonte: NASA Images)

Quando propõe-se o estudo de uma treliça espacial, é comum observar o uso do tradicional método dos elementos finitos (MEF) para gerar o modelo da estrutura. O MEF teve seu início depois de uma série de artigos publicados por Turner em 1959 (TURNER, 1959 *apud* GOSZ, 2005). Uma definição moderna para o MEF diz que ele é uma ferramenta numérica para obtenção de soluções aproximadas para equações diferenciais parciais. Tal método se tornou uma poderosa ferramenta para solução numérica de uma ampla variedade de problemas na engenharia após o avanço da tecnologia computacional. Esta metodologia vem sendo bastante utilizada para análise de estruturas sujeitas a vibrações entre pesquisadores da área. Através deste método será possível avaliar as respostas em frequência (FRFs) da estrutura. Em uma análise dinâmica, é preciso selecionar qual tipo de elemento será utilizado e com isso define-se um grupo de equações. Tal grupo irá produzir um problema de autovalores e autovetores. Além disso, quando as equações são solucionadas, é possível gerar as respostas da estrutura em relação suas frequências naturais. Cada frequência natural está relacionada a um autovalor e o deslocamento de cada nó relaciona-se à matriz de autovetores, que quando associados, é possível reproduzir

os modos de vibrar da estrutura.

A estrutura utilizada neste trabalho está ilustrada na figura 1.3. Esta treliça contém 93 elementos sólidos conectados por 33 nós. Uma figura esquemática com alguns nós enumerados e uma coordenada de referência (xyz) está ilustrada na figura 1.4. O sistema possui 10 baias igualmente espaçadas e uma escala de aproximadamente 1.0/9.1 quando comparada à estrutura do projeto ACCESS. O comprimento total da treliça é de 1.5 metros. Cada elemento é feito de alumínio de maneira que o módulo de elasticidade e a densidade são de aproximadamente $70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ e $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, respectivamente. A seção transversal de cada elemento é circular com 0.0070 m de diâmetro. A massa total do modelo é aproximadamente 1.6432 kg.

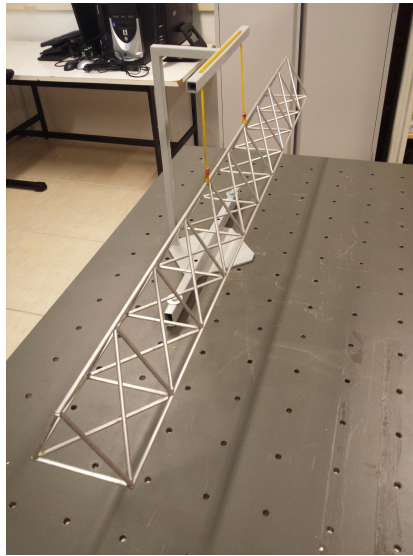


Figura 1.3: Foto da treliça disponível no Laboratório de Acústica e Vibrações do *Nucleus of Dynamics in Engineering*.

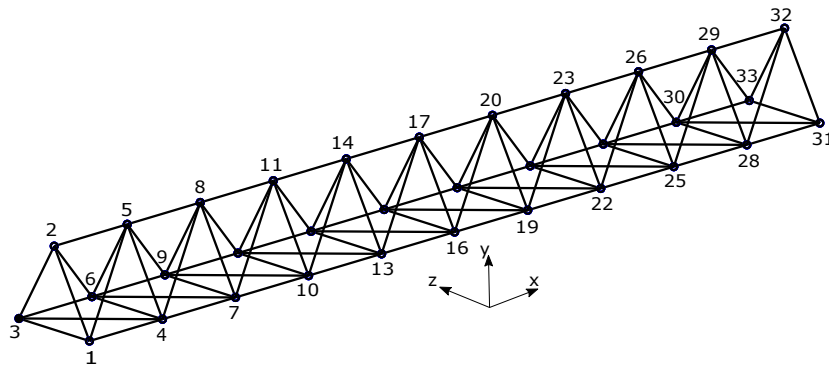


Figura 1.4: Treliça utilizada no modelo de Elementos Finitos.

Deve-se admitir que, na abordagem do MEF juntamente com controle passivo, o uso de uma ferramenta de otimização é pertinente para o estudo do comportamento das FRFs

do sistema devido a uma perturbação, ou seja, para se fazer o projeto de um determinado sistema. O uso da técnica de otimização *Simulated Annealing* (SA) é uma alternativa para tal análise. Jiang *et al.* (2015) diz que o SA é um algoritmo de otimização para procurar os parâmetros que melhor se encaixam em um grande espaço para soluções. Segundo Bennage e Dhingra (1995), tal procedimento faz uma analogia entre a minimização de energia em sistemas físicos e a minimização da função objetivo em sistemas estruturais. A ideia principal do SA é basicamente fornecer uma maneira para ignorar o valor ótimo local, sendo possível achar um valor ótimo global, pois, estatisticamente, a probabilidade de encontrar um ótimo global é grande.

Além disso, nos últimos anos, a maneira com que incertezas atreladas ao sistema são lidadas com o uso do MEF tem despertado o interesse entre os pesquisadores. Essas incertezas podem aparecer devido a valores incertos de propriedades físicas como, módulo de elasticidade, densidade e geometria. Uma maneira para levar em consideração as incertezas é com o uso da simulação de Monte Carlo, o qual tratará o sistema como uma modelagem probabilística já que essa abordagem tornou-se prática após avanços da tecnologia nos computadores. A ideia básica das simulação de Monte Carlo é realizar repetidas simulações aleatórias para se obter resultados numéricos os quais representarão as incertezas nas respostas do modelo. Esta técnica trata os parâmetros como variáveis aleatórias ao invés de considerá-los como determinísticas. Na abordagem determinística, os valores dos parâmetros são constantes de maneira que haveria apenas uma única resposta em frequência calculada para a estrutura. Porém, segundo Doebling e Farrar (2001), quando os valores das propriedades são estabelecidas aleatoriamente, o comportamento do sistema e das FRFs podem ser previstos utilizando a faixa de valores dos parâmetros.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1.1 ANÁLISE DINÂMICA E VIBRAÇÕES

Em uma análise dinâmica é comum encontrar o termo vibração. Este termo é geralmente usado para se referir a uma excitação mecânica que deve causar uma resposta dinâmica de um sistema físico. Qualquer movimento que se repete após um intervalo de tempo é chamado de vibração (RAO, 2004). Ela pode surgir como uma entrada de movimento ou uma força pontual ou até mesmo como um campo de pressão sobre a superfície exterior do sistema físico de interesse. Geralmente, um sistema vibratório inclui um meio para o armazenamento de energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para o armazenamento de energia cinética (massa ou inércia) e um meio de dissipação de energia (amortecedor). A vibração de uma sistema envolve a transferência de sua energia potencial para energia cinética e energia cinética para energia potencial, alternadamente. Se o sistema é amortecido, energia é dissipada em cada ciclo de vibração e deve ser substituída

por uma fonte externa se for preciso manter um regime permanente de vibração.

Uma vibração pode ser classificada como sendo determinística ou aleatória. Uma excitação é determinística quando usando-se cálculos analíticos baseados na física fundamental ou repetidas observações da perturbação produzida sob circunstâncias idênticas, o exato histórico no tempo de uma excitação no futuro pode ser prevista. Por exemplo, um eixo desbalanceado de alguma máquina rotacionando em uma velocidade constante produziria uma vibração determinística. Por outro lado, uma perturbação é aleatória quando não é possível prever o exato histórico no tempo no futuro nem com cálculos analíticos nem com repetidas observações da perturbação produzida sob circunstâncias idênticas. Um exemplo desta situação é a vibração em um cano devido a turbulência do líquido em escoamento.

A vibração em modelos na engenharia pode ser livre ou forçada. Na vibração livre não existe nenhuma energia que é adicionada ao sistema a não ser a vibração que é o resultado contínuo de uma perturbação inicial. Em um sistema real, amortecimento (dissipação de energia) causa a amplitude de vibração livre decair continuamente até um valor desprezível. Já a vibração forçada continua sob a condição de estado estacionário porque energia é fornecida continuamente ao sistema para compensar o que for dissipado pelo amortecimento no sistema. Ela também pode ser determinística ou aleatória. Essa teoria pode ser encontrada no livro de Harris e Piersol (2002).

Muitos pesquisadores fazem uso de análises dinâmicas em diversos campos da engenharia pelo fato de que a maioria dos sistemas reais estão sujeitos a cargas dinâmicas. Shang, Machado e Filho (2016), por exemplo, fazem uma análise dinâmica de problemas que envolvem vigas Euler-Bernoulli utilizando o método dos elementos finitos generalizado. O autor investiga o problema da viga em vibração livre, com o objetivo de avaliar a robustez e eficiência dos elementos, comparando resultados do método utilizado com o tradicional método dos elementos finitos. Já Uludamar, Tosun e Aydın (2016) fazem uma análise de ruído e vibração em um motor de ignição a compressão. O estudo analisa o efeito de vários bio diesel para o ruído e vibração do motor. Os resultados revelaram que as vibrações diminuíram ao passo que a razão do biodiesel aumentou.

1.1.2 TRELIÇAS ESPACIAIS

O escopo deste trabalho é de se fazer uma análise dinâmica devido a uma perturbação determinística em uma treliça espacial de menor escala baseada em estruturas espaciais utilizadas em satélites. O termo treliça refere-se a estruturas de duas ou três dimensões compostas por elementos de uma dimensão. Um elemento de uma dimensão é longo e fino, de maneira que todas as suas propriedades podem ser definidas por uma coordenada axial singular. Para uma treliça plana (treliça de duas dimensões), 3 variáveis são necessárias para representar o movimento de um ponto no sistema, já uma treliça espacial (treliça

de três dimensões) necessita de 6 variáveis para o fim de representar o movimento de um ponto (GONÇALVES, 2007).

De acordo com Taylor (1965) uma treliça espacial é um membro da família de estruturas articuladas. Uma estrutura articulada é composta de membros conectados por juntas. Tais juntas podem ser rígidas ou com pinos. Em uma junta com pinos, os membros podem rotacionar livremente em relação um ao outro. Já em uma junta rígida, os membros da treliça são conectados de modo que, nenhum membro pode rotacionar livremente em relação a junta de maneira que há uma propagação de momentos de um membro a outro devido a rotação da junta. Alguns autores dizem que as primeiras aplicações destas estruturas estão ligadas ao ramo da Engenharia Civil. Palladio (1965), por exemplo, publicou o livro *The Four Books of Architecture* e acredita-se que este foi o primeiro a fazer uso de treliças.

Estudos sobre dinâmica de treliças vêm sendo bastante difundidos. Zarate *et al.* (2011) fazem uma análise de vibrações em treliças de geometrias variáveis. Tal análise foi baseada nas coordenadas modais da treliça e foi validada por uma simulação de uma treliça de geometria variável de três dimensões. Koohestani e Kaveh (2010) apresentam uma análise de fadiga e vibração livre em treliças espaciais utilizando um método diferente para a solução de problemas de autovalor e autovetor. Arndt, Machado e Scremin (2010) utilizam o método dos elementos finitos generalizado adaptativo para uma análise de vibração livre em treliças. Os autores fizeram uma comparação das frequências obtidas pelo MEF generalizado com outros métodos e também com a solução analítica. Xu e Qiu (2013) aplicam uma análise de vibrações e otimização de vigas sanduíche cujo interior apresenta treliças espaciais. As frequências naturais da estrutura são investigadas a partir da combinação da teoria de vigas de Euler-Bernoulli e Timoshenko. Os autores chegaram a conclusão que o efeito das incertezas nas frequências naturais foi significativo. Neste trabalho, escolhe-se estudar um modelo de treliça espacial pouco difundido por autores na área, já que a estrutura possui propriedades físicas bem como condições de contorno específicas.

Em diversas aplicações espaciais, como por exemplo, o desenvolvimento de sistemas envolvendo painéis solares e telescópios, equipamentos de alta sensibilidade em geral, treliças espaciais são utilizadas como base para tais sistemas. Nestas condições, faz-se o uso de treliças com o objetivo de reduzir custos de lançamento. Estruturas treliçadas em geral são montadas em formas de triângulos, devido ao fato de que os ângulos de um triângulo são fixos e se algum tipo de pressão for aplicada, seus ângulos não serão alterados, dando rigidez à estrutura. Já que o centro do triângulo não contribui à rigidez geométrica e integridade da estrutura, o centro deste triângulo pode permanecer aberto. Isso faz com que a estrutura seja mais leve. De acordo com Fujii *et al.* (2015), um dos fatores predominantes de projeto para tais sistemas espaciais leves é o fato de conterem estruturas flexíveis, as quais apresentarão respostas dinâmicas em vibrações devido a baixos valores de amortecimento estrutural.

1.1.3 MÉTODOS DE CONTROLE

Sabe-se que os requisitos para níveis de vibrações necessitam ser em baixas escalas em tais estruturas espaciais, tendo em vista que dispositivos altamente sensíveis serão instalados nelas. Portanto, o controle de vibrações nessas estruturas é de fundamental importância, pois isso está diretamente ligado ao desempenho das mesmas. O controle de vibrações pode ser ativo ou passivo. Um controle ativo faz uso de sensores e atuadores inteligentes para diminuir os níveis de vibração em posições no sistema. Já um controle passivo pode ser atingido através da adição de massa, rigidez e amortecimento, instalando-se absorvedores de vibração e até mesmo fazendo-se modificações estruturais. Para Sun e Xu (2016), geralmente, a técnica de controle passivo distribui a energia de vibração através do acoplamento entre o mecanismo passivo e a estrutura mestre, enquanto que a técnica de controle ativo produz forças que neutralizam a vibração através do ajuste do mecanismo ativo de acordo com o movimento da estrutura mestre. A figura 1.5, que é uma adaptação da obra de Gonçalves, Brennan e Elliott (2006), ilustra um exemplo de controle ativo onde forças de controle estão agindo em um membro ativo de uma treliça espacial. Já a figura 1.6 mostra um exemplo de controle passivo a qual apresenta uma otimização de treliça para modificação estrutural com o objetivo de minimizar amplitudes de vibração. Nesta figura, existe uma força de excitação aplicada em uma extremidade da treliça e a resposta devido a força é verificada na outra extremidade. Segundo Mead (1999), o uso de uma otimização estrutural é uma opção para se aplicar um método de controle passivo de vibração.

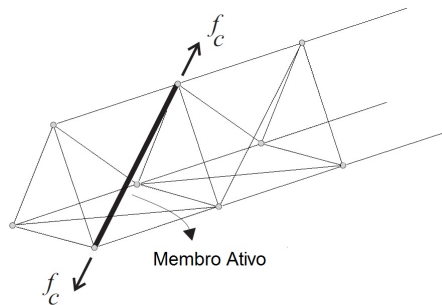


Figura 1.5: Forças de controle agindo em um membro ativo de uma treliça espacial. Fonte: (GONÇALVES; BRENNAN; ELLIOTT, 2006).

A área de controle de vibração vem sendo bastante explorada por pesquisadores. De acordo com Qiu *et al.* (2009), nas últimas décadas, vem sendo de considerável interesse o uso de um controle ativo de vibração utilizando dispositivos inteligentes como atuadores e também transdutores. Os autores fazem um estudo de um controle ativo de vibrações de uma viga flexível utilizando sensores de aceleração e atuadores piezoelétricos. Eles constatarem os problemas de histerese e atraso no tempo e, para resolvê-los, utilizaram um algoritmo de controle proporcional *feedback* para suprimir os dois modos de vibrar de flexão da viga. Moshrefi-Torbati *et al.* (2006) apresentam um controle ativo de vibração de

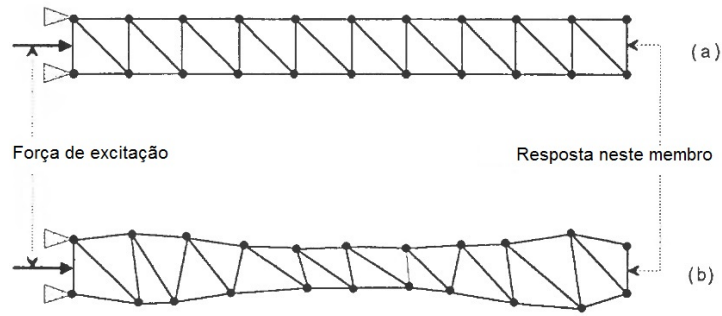


Figura 1.6: Modelo de treliça com modificação estrutural a) estrutura não otimizada b) estrutura otimizada. Fonte: (KEANE, 1995 *apud* MEAD, 1999).

uma treliça espacial utilizando atuadores piezoelétricos empilhados. Os autores aplicam um algoritmo de otimização para achar posições ótimas para os atuadores com o objetivo de atingir maior redução na transmissão das vibrações. Já Kim e Brennan (2013) utilizam um controle ressonante *feedback* em atraso para suprimir múltiplos modos de vibração. São realizados experimentos para demonstrar a eficiência da abordagem de controle de dois modos de vibrar de uma viga. O estudo mostrou que o sistema se comporta como se os modos em controle tivessem absorvedores de vibração presos a ele. Todavia, o custo e também a complexidade da abordagem do controle ativo são maiores quando comparados ao controle passivo.

A abordagem passiva é também bastante utilizada no controle de vibrações. Liu *et al.* (2015) estudam diferentes técnicas de controle passivo. Eles dizem que tais técnicas são usualmente usadas em engenharia aeroespacial fornecendo alto desempenho e estabilidade sem necessitar de forças externas. Kamesh, Pandiyan e Ghosal (2012) fazem o estudo do isolamento passivo de vibração de um volante de inércia utilizando uma plataforma espacial flexível de baixa frequência. Tal plataforma consiste em um sistema de vigas contínuas dobradas as quais servirão para isolar uma fonte de distúrbio em espaçonaves. Vaillon e Philippe (1999) usam material elastômero compatível com o ambiente espacial para projetar um isolador passivo para isolamento de 6 graus de liberdade de uma fonte de perturbação (volantes de inércia). Na obra de Steffen Jr, Rade e Inman (2000), é feito um estudo de técnicas passivas para amortecimento de vibrações em sistemas mecânicos. O estudo aborda uma técnica utilizando absorvedores de vibração dinâmica e também utilizando piezocerâmica, aplicando ambas as técnicas a uma viga Euler-Bernoulli juntamente com a técnica de otimização Algoritmo Genético (AG). Pode-se também encontrar aplicações no ramo da engenharia civil como nas obras de Curadelli e Amani (2014) e Asgarian, Salari e Saadati (2016). Na presente dissertação, opta-se por uma estratégia de controle passivo aplicado a uma treliça espacial, devido à alta complexidade de um sistema de controle ativo.

1.1.4 OTIMIZAÇÃO POR SIMULATED ANNEALING

Uma maneira de se abordar um controle passivo é fazendo-se modificações estruturais e uma forma de realizar tais modificações é com o uso de alguma ferramenta de otimização. Essa ferramenta funcionaria de maneira a achar, por exemplo, as coordenadas ótimas de cada nó da treliça que minimizem algum parâmetro. A técnica de otimização *Simulated Annealing* (SA) é muito pertinente para esta finalidade. O método faz uma analogia com a termodinâmica, mais especificamente com o processo de recozimento de um material. Uma vantagem de utilizar tal técnica é o fato de que o SA pode lidar com sistemas arbitrários e funções custo, com uma probabilidade maior de achar uma solução ótima para o problema. Entretanto, se a função custo for complexa para ser computada, o método torna-se lento para achar a solução, o que seria uma desvantagem. Segundo Sousa *et al.* (2016), esta técnica foi proposta em 1983 pelos autores Gelatt, Vecchi *et al.* (1983) e Hwang (1988), desde então, o SA vem sendo utilizado na área da engenharia para solucionar problemas complexos com sucesso. Em sua obra o autor utiliza esta técnica para lidar com gerenciamento de energia em carros elétricos comparando os resultados com uma abordagem determinística. Hasaengebi e Erbatur (2002) usam esta metodologia para achar um design ótimo de acordo com tamanho, forma e topologia para treliças. Nesta obra, os autores buscam minimizar o peso das estruturas a partir de restrições com relação ao deslocamento nodal, tensão em cada membro e estabilidade. Já Lamberti (2008) utiliza esta técnica para otimizar o design de diferentes tipos de estruturas treliçadas sob restrições de deslocamento, tensão e fadiga, minimizando-se o peso de cada membro das treliças. O autor conclui que os resultados obtidos foram significativos já que minimização de peso em treliças é uma tarefa importante no ramo da engenharia.

1.1.5 NORMAS DE ESTRUTURAS

Em várias aplicações da engenharia são encontradas aplicações de normas do sistema para estudar controle de estruturas como nas obras de Abreu e Lopes Jr (2010), Fang, Fei e Wang (2015) e Alavian e Rotkowitz (2015). As normas de um sistema são utilizadas para medir a intensidade da resposta de uma estrutura sob alguma excitação, como por exemplo, uma força, ruído branco e impulso unitário. O uso desta técnica permite a comparação entre diferentes sistemas. Os três tipos mais comuns de normas são $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{H}_\infty$ e Hankel, todas adimensionais. Esta dissertação utiliza a norma $\mathcal{H}_2$ como parâmetro para aplicação do método de otimização SA.

1.1.6 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Deve-se admitir que não só na engenharia mas também em outras áreas, há a presença de incertezas. Na engenharia, por exemplo, essas incertezas podem aparecer devido a va-

lores incertos de propriedades físicas como módulo de elasticidade, densidade e geometria. Uma técnica bastante usada para estudar a presença de incertezas é a Simulação de Monte Carlo (SMC). Este método é baseado em simulações exaustivas. Basicamente, ele é um método estatístico baseado em grandes quantidades de amostras aleatórias obtendo-se resultados numéricos. Tal método é estudado mais a fundo na obra de Landau e Binder (2014). Exemplos de aplicações podem ser encontrados na engenharia civil como no trabalho de Sgambi *et al.* (2014). Os autores aplicam a SMC para analisar um modelo 3D de uma ponte utilizando elementos finitos. Ele concluiu que as incertezas do sistema tiveram mais influência no deslocamento vertical e menos influência no deslocamento longitudinal da estrutura. Já Gao, Zhang e Ji (2009), aplicam a SMC para fazer uma análise de vibrações aleatórias de treliças. O autor considera que as propriedades físicas e a geometria são consideradas variáveis aleatórias. Para mostrar a influência da aleatoriedade dos parâmetros nas características dinâmicas do sistema, ele utiliza uma treliça e a técnica de Monte Carlo para ilustrar a eficiência do método do fator aleatório. Jalalpour, Guest e Igusa (2013) também utilizam esta ferramenta para estudar confiabilidade da otimização de treliças com imperfeições geométricas aleatórias e variabilidade de material. O autor desenvolveu um algoritmo de otimização e para verificar a precisão do mesmo, SMC foi utilizada.

Nesta abordagem é utilizado também o conceito de curvas normais, o qual pode ser melhor entendido nas obras de Brownlee e Brownlee (1965), Araujo e Giné (1980) e Smole e Kiyukawa (1998). Figura 1.7 mostra um exemplo de uma curva normal, em que μ e σ representam o valor médio e o desvio padrão de uma distribuição, respectivamente. Uma distribuição normal fica completamente definida pela média e pelo desvio padrão. Curvas normais têm a forma de um sino e geralmente simétrica em relação a μ . O ponto máximo da função corresponde a μ . O intervalo de $\mu - \sigma$ a $\mu + \sigma$, por exemplo, representa 68%, aproximadamente, dos dados da distribuição, ou seja, valores de um desvio padrão da média. Já para o intervalo de $\mu - 2\sigma$ a $\mu + 2\sigma$, são os valores que estão a dois desvios padrão da média, ou seja, 96% dos valores da distribuição estão neste intervalo. Vale mencionar que se o intervalo fosse de $\mu - 3\sigma$ a $\mu + 3\sigma$, isso representaria, aproximadamente, 99.7% dos valores da distribuição.

É importante ter em mente, o conceito de curvas normais, pois este trabalho faz um estudo das distribuições das frequências naturais dos 6 primeiros modos de vibrar flexíveis da treliça. Histogramas relativos a essas frequências naturais são computados e verificados, através de algumas técnicas, o quão próximos de uma curva normal estão estes histogramas de frequências, de maneira que será possível verificar a influência das incertezas sobre estas frequências naturais. Figura 1.8 mostra um exemplo de um histograma, em cinza. Para mostrar que o histograma possui aproximadamente o formato de uma curva normal, uma curva em vermelho foi ajustada a ele. A média e o desvio padrão dos dados relativos ao exemplo também estão ilustrados.

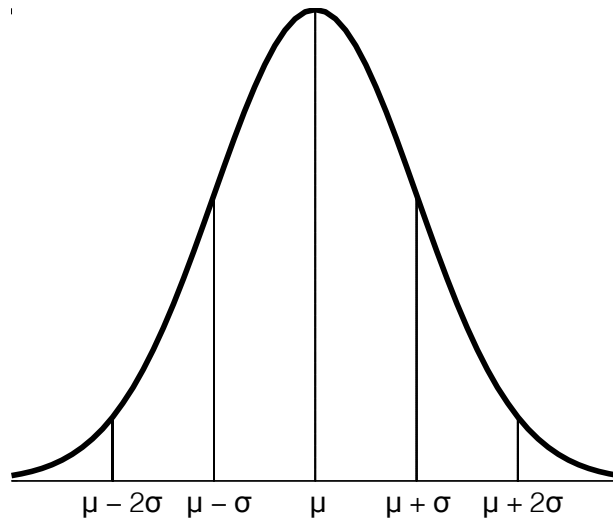


Figura 1.7: Exemplo de curva normal. Fonte: Autoria própria.

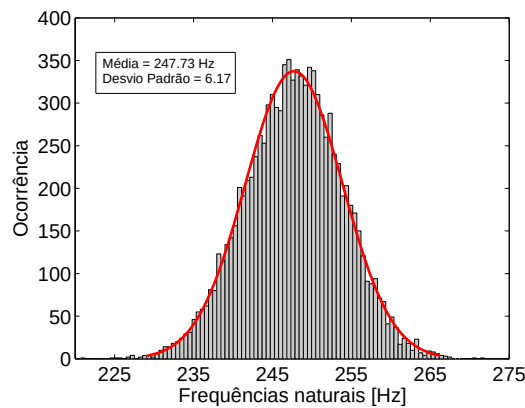


Figura 1.8: Exemplo de histograma com uma forma de curva normal. Fonte: Autoria própria.

Além disso, alguns conceitos como por exemplo, *skewness*, *kurtosis*, teste qui-quadrado e até mesmo testes de normalidade podem ser utilizados para avaliar se o formato de uma curva, ou até de um histograma se aproxima de uma curva normal. O parâmetro *skewness* é utilizado para mensurar a simetria enquanto que a *kurtosis* verifica o achatamento de um histograma, por exemplo. Já o teste de qui-quadrado é um teste de hipóteses que irá verificar se o vetor de dados vem de uma distribuição normal com média e desvio padrão estimados a partir deste vetor. Quando isto acontece é dito que a hipótese nula é válida, caso contrário, a hipótese nula é rejeitada e uma hipótese alternativa será válida, com um nível de significância de 5%. Nestas condições, é pertinente fazer uso de algum teste para verificar a normalidade de um conjunto de dados. Para isso, pode-se utilizar o gráfico de probabilidades normais, o qual ilustra graficamente se os dados seguem ou não uma distribuição normal. Exemplos de aplicações de tal método podem ser encontrados nas obras de Bortoloti, Borges e Bruns (2005) e Torman, Coster e Riboldi (2012). Figura 1.9

ilustra exemplos desses gráficos de probabilidades. Figura 1.9 a) ilustra uma distribuição cujos dados de entrada se aproximam de uma normal, já que a distribuição, em azul, acompanha a reta normal, em vermelho. Já figura 1.9 b) demonstra uma distribuição em que os dados não se aproximam de uma normal, já que os dados, em azul, não seguem a reta em vermelho.

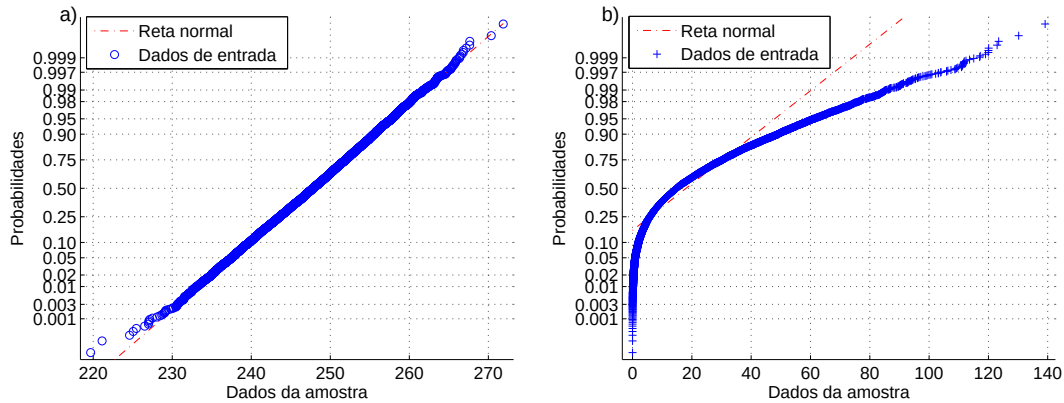


Figura 1.9: Exemplos de gráficos de probabilidades normais a) dados que seguem uma distribuição normal b) dados que não seguem uma distribuição normal. Fonte: Autoria própria.

1.2 JUSTIFICATIVA

Em virtude da crescente demanda por sistemas de telecomunicação, monitoramento climático e territorial é de fundamental importância entender como estruturas espaciais se comportam. Agências espaciais estão utilizando estruturas espaciais do tipo treliça para servir de base para não só refletores solares, mas também para equipamentos eletrônicos, sensores e até telescópios. Com o intuito de reduzir custos de lançamento, tais estruturas devem ser construídas em formas triangulares e com elementos feitos de materiais leves, como o alumínio. Entretanto, essa redução de peso traz flexibilidade ao sistema. Sabe-se ainda que os componentes contêm baixo amortecimento estrutural. Em geral, as vibrações são causadas por máquinas rotativas como, motores e volantes de inércia e levando em consideração que satélites possuem tais causadores de vibrações, é preciso aplicar métodos que as controlem, já que, os requisitos para níveis de vibração necessitam ser em baixas escalas. Sabe-se que, existem duas abordagens para o controle de vibrações, a ativa e a passiva. Um controle ativo faz uso de sensores e atuadores inteligentes para diminuir os níveis de vibração em posições no sistema. Já um controle passivo pode ser realizado através da adição de massa ou rigidez, instalando-se absorvedores de vibração e até mesmo fazendo-se modificações estruturais. Todavia, o custo e também a complexidade da abordagem do controle ativo são maiores quando comparados ao controle passivo. Em virtude disso, foi escolhido aplicar um método de controle passivo de vibrações à uma treliça espacial. Existe a necessidade de se fazer um estudo da influência das incertezas relacionadas ao sistema sobre a modelagem da estrutura. Tais incertezas podem estar relacionadas às propriedades do material como seu módulo de elasticidade e densidade bem como à geometria da estrutura como no caso de uma treliça, às coordenadas de cada nó. Estudo é justificado pelo fato de que incertezas relacionadas a tais parâmetros interferem diretamente nos parâmetros modais do sistema, por exemplo, nas frequências naturais da estrutura, por isso este trabalho faz um estudo da influência destas incertezas sobre as frequências naturais da treliça.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo principal do presente trabalho é estudar uma estrutura espacial do tipo treliça de maneira a verificar seu comportamento quando sujeita a uma vibração, já que estruturas como esta são utilizadas como base para equipamentos extremamente sensíveis a qualquer perturbação. Além disso, controlando-se tal perturbação é possível projetar estas estruturas de modo que não sofram influência da vibração. O trabalho estuda uma técnica de otimização, aplicando um método de controle passivo de vibrações.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Análise dinâmica de uma estrutura espacial do tipo treliça ilustrada na figura 1.4;
2. Otimização estrutural por *simulated annealing* como controle passivo de vibração;
3. Avaliar a influência de incertezas do sistema através da simulação de Monte Carlo;

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira: o capítulo 2 apresenta a modelagem de uma treliça espacial e tem como objetivo introduzir as equações para modelagem em elementos finitos utilizadas para o estudo da estrutura. No capítulo 3, é apresentada uma análise dinâmica da estrutura considerando incertezas com o objetivo de avaliar a influência destas incertezas na modelagem do sistema. No capítulo 4 é feito um estudo por otimização da treliça espacial. Para isso, utiliza-se a técnica de otimização *simulated annealing* para obtenção das coordenadas ótimas da treliça que são capazes de otimizar as respostas em frequência da estrutura. O capítulo 5 apresenta a análise dos resultados obtidos através do método dos elementos finitos e também da otimização por *simulated annealing*. Já o capítulo 6 apresenta as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros para o andamento da pesquisa.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DA ESTRUTURA

Este capítulo apresenta a modelagem de uma treliça espacial utilizando o método tradicional dos elementos finitos para elementos de treliça. As equações de movimento são expostas, sendo possível apresentar as frequências naturais bem como os modos de vibrar da treliça em estudo. A resposta em frequência da estrutura é simulada segundo a situação de que a condição de contorno do sistema é livre-livre, uma força de módulo 1 N atua na direção y na junta 1 e que as repostas são adquiridas nos três graus de liberdade das juntas 31, 32 e 33. O conceito de norma $\mathcal{H}_2$ é introduzido.

2.1 INTRODUÇÃO A MODELAGEM DE ESTRUTURAS ESPACIAIS

A análise de estruturas do tipo treliça é baseada na dinâmica de seus membros que são elementos de parâmetros distribuídos em uma dimensão. Um membro da treliça pode conter 4 tipos de movimentos, são eles: torcional, longitudinal e flexão em dois planos ortogonais (GONÇALVES, 2007). Em tais estruturas, é possível identificar dois tipos de modos de vibrar, os modos de vibrar de comprimento de onda curta e comprimento de onda longa. Exemplos de aplicações destes modos de vibrar podem ser encontrados nas obras de Ji, Mace e Pinnington (2006) e Rosa, Franco e Polito (2015). Gonçalves (2007) explica que, modos de vibrar de comprimento de onda curta são geralmente dominados pela flexão dos membros da estrutura. Eles ocorrem quando o comprimento de um membro estrutural é múltiplo de meio comprimento de onda de ondas de flexão propagando em membros individuais. Este trabalho de dissertação considera apenas os modos de vibrar de comprimento de onda longa. Nesta abordagem os movimentos de flexão dos elementos estruturais são desconsiderados e os membros são modelados assumindo apenas a dinâmica envolvendo movimento longitudinal, pois tais modos de vibrar ocorrem quando o comprimento da estrutura é múltiplo de meio comprimento de onda das ondas propagando longitudinalmente na estrutura inteira.

A maioria dos métodos de modelagem de estruturas espaciais do tipo treliça as consideram como um sistema de elementos discretos. Esse modelo leva em consideração apenas respostas em determinadas posições da estrutura, geralmente nas juntas, ou nós. Tais posições representam o movimento do sistema por um número finito de graus de liberdade (GDLS). Cada grau de liberdade pode representar o deslocamento, velocidade ou aceleração de cada junta. O sistema do presente trabalho é considerado como sendo um sistema contínuo de maneira que os graus de liberdade bem como as forças externas aplicadas a eles podem ser escritos na forma de vetores no modelo e, ambos estarão relacionados um ao outro devido ao fato de que o sistema é um sistema contínuo. No que diz respeito a análise dinâmica, o sistema terá equações que governarão o movimento de cada membro da estrutura, as quais serão transformadas para o domínio da frequência, de maneira que tais equações não dependerão da variável tempo. É necessário também assumir que, o sistema é linear, pois assim, os vetores de deslocamento e forças são coincidentes em um sistema de coordenadas globais e, a soma das forças internas e externas formam um vetor nulo.

Esta dissertação usa o tradicional método dos elementos finitos (MEF) para a modelagem de uma treliça espacial. O MEF é uma ferramenta numérica para obtenção de soluções aproximadas para equações diferenciais parciais. Tal método tornou-se uma poderosa ferramenta para solução numérica de uma ampla variedade de problemas na engenharia, após o avanço da tecnologia no desempenho dos computadores de maneira que, a solução de equações diferenciais que governam o movimento do sistema pelos mesmos tornou-se prática. Esta metodologia vem sendo bastante utilizada para a análise de estruturas sujeitas a vibrações. Através deste método é possível avaliar as respostas em frequência (FRFs) da estrutura. O trabalho utiliza a teoria de elementos de treliça espacial, porém, neste caso, os movimentos de torção e flexão dos membros são desconsiderados.

2.2 MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS

Considere a treliça ilustrada na figura 1.4. O sistema não será engastado em nenhuma extremidade e nem apoiado, assumindo a condição de contorno livre-livre para a estrutura. Tal estrutura possui 99 graus de liberdade (GDLS), visto que há 33 nós e cada um pode movimentar nas 3 direções do plano (x-y-z). Cada elemento da treliça é feito de alumínio de modo que o módulo de elasticidade, E , possui o valor de 70×10^9 . Considera-se também que, o valor da densidade do material possui o valor de $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

O movimento do sistema é governado pela seguinte equação do movimento na forma matricial

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

onde $\mathbf{K}$ e $\mathbf{M}$ são as matrizes de rigidez e massa da estrutura, respectivamente, e de ordem 99×99 , $\mathbf{q}$ representa o vetor deslocamento e $\mathbf{F}$ o vetor de forças externas, ambos de ordem 99×1 . A maneira com que as matrizes de rigidez e massa são calculadas estão disponíveis em livros sobre MEF, como nas obras de Kwon e Bang (2000) e Rao (2010), e estão ilustradas no apêndice A. Observa-se que o modelo da equação 2.1 não considera amortecimento, porém o sistema possui algum tipo de amortecimento. No decorrer desta dissertação será atribuído uma matriz, $\mathbf{D}$ para o amortecimento estrutural que é proporcional à matriz de rigidez, de maneira que $\mathbf{D} = 10^{-6} \times \mathbf{K}$. Tal amortecimento é escolhido após alguns testes realizados nas funções de resposta em frequência da estrutura. A abordagem sobre respostas em frequência é melhor explicada logo a frente.

Com objetivo de obter as frequências naturais bem como os modos de vibrar da estrutura sem amortecimento, assume-se movimento livre e a equação 2.1 pode ser escrita da forma

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0 \quad (2.2)$$

Uma vez que as matrizes de rigidez e massa do sistema são computadas para a treliça é possível fazer uma análise através do problema do autovalor e com o objetivo de computar as frequências naturais da estrutura, assume-se movimento harmônico para o deslocamento na forma $\mathbf{q} = \mathbf{Q} \sin(\omega t)$. A equação que resulta do problema do autovalor no domínio da frequência é dada pela equação 2.3.

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \bar{\mathbf{q}}_i = 0 \quad (2.3)$$

onde ω_i é a frequência natural e $\bar{\mathbf{q}}_i$ o vetor correspondente dos modos de vibrar. Neste caso, $\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{q}}_i$. As frequências naturais bem como os modos de vibrar da estrutura são relacionados com os autovalores e autovetores, respectivamente.

As frequências naturais podem ser adquiridas pela raiz quadrada da diagonal da matriz de autovalores e cada modo de vibrar pode ser computado pela coluna da matriz de autovetores referente à frequência natural. Por exemplo, se o objetivo é analisar a sétima frequência natural, seu modo de vibrar será representado pela sétima coluna da matriz de autovetores, em que cada linha denota o deslocamento de cada grau de liberdade. O presente trabalho estuda a treliça espacial na faixa de frequência de 100-700 Hz. Esta faixa de frequência compreende seis modos de vibrar da treliça, desconsiderando os modos de vibrar de corpo rígido, portanto os demais modos de vibrar em estudo serão identificados de 1 à 6. Tabela 2.1 mostra os valores das 6 frequências naturais em estudo, em Hz.

Percebe-se que existem frequências naturais que são iguais. A primeira e segunda frequência natural possuem o mesmo valor de frequência e representam os modos de vibrar de primeira e segunda flexão, respectivamente. Já a terceira e quarta frequências naturais representam os modos de vibrar da primeira e segunda torção. Vale notar que,

Tabela 2.1: Frequências Naturais

f_n	Valor (Hz)
f_1	231.2
f_2	231.2
f_3	251.5
f_4	500.0
f_5	555.2
f_6	555.2

para tais modos de vibrar, as frequências naturais se diferem. O quinto e sexto modos de vibrar, terceira e quarta flexão, respectivamente, possuem o mesmo valor de frequência natural. Os modos de vibrar em estudo estão ilustrados na figura 2.1.

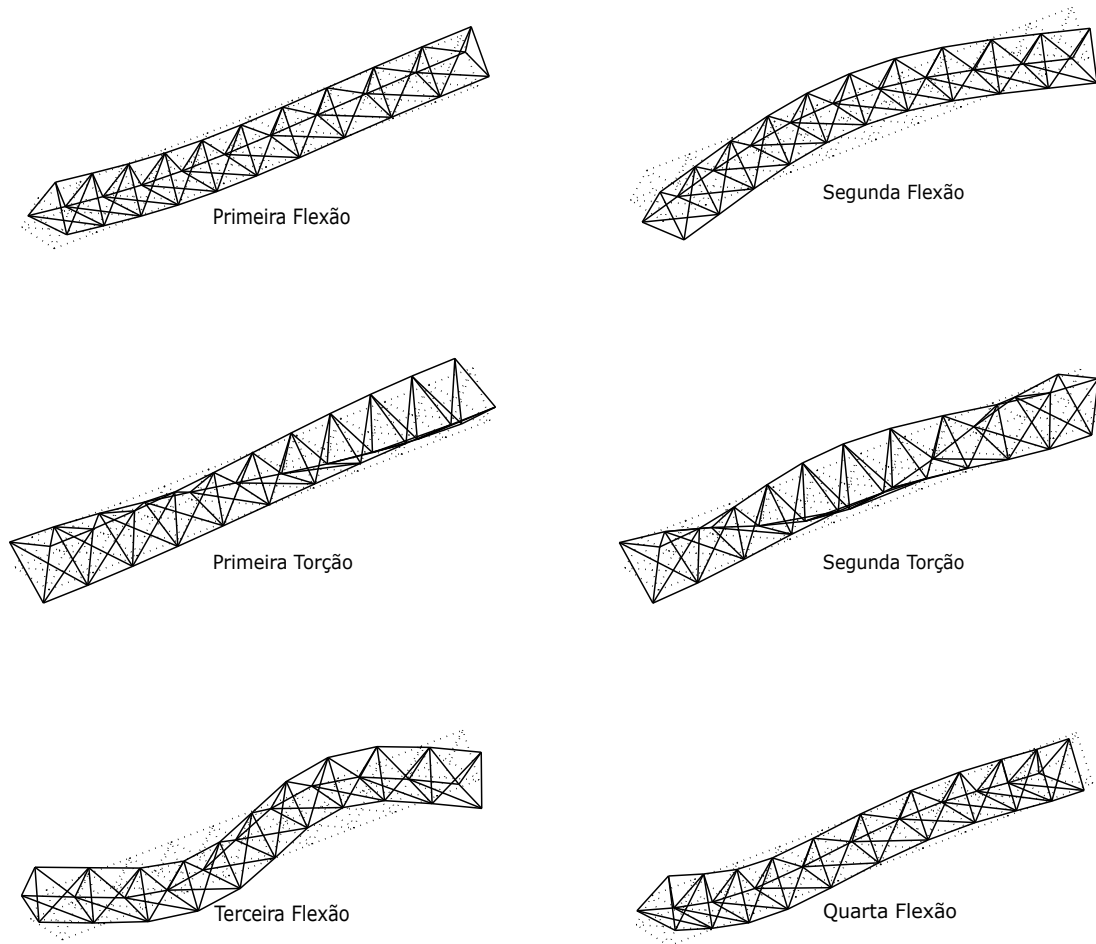


Figura 2.1: Modos de vibrar da treliça espacial obtidas pelo MEF.

Com o fim de obter as FRFs da estrutura, faz-se uso da equação 2.1. As FRFs são obtidas aplicando-se uma força harmônica de 1 N no nó 1 da treliça, na direção positiva de y . Neste caso, é utilizada uma função de custo quadrática, J , para representação das FRFs, em que o eixo das ordenadas será justamente J e o eixo das abcissas os valores de frequências correspondentes. Esta função custo ou função objetivo nada mais é que uma

composição das respostas obtidas para uma excitação harmônica aplicada em um ou mais graus de liberdade. Neste trabalho, tal função é definida como a soma dos deslocamentos lineares das juntas 31, 32 e 33 da treliça mostrada na figura 1.4. Tal função custo é calculada da seguinte maneira

$$J(\omega) = d_m^H(\omega) d_m(\omega) \quad (2.4)$$

onde, ω é a frequência angular. $d_m^H(\omega)$ é a forma Hermitiana do vetor $d_m(\omega)$ (transposto conjugado). Retirando o termo ω para simplificação, o vetor $d_m(\omega)$ é definido por

$$d_m = [d_x^{31} \ d_y^{31} \ d_z^{31} \ d_x^{32} \ d_y^{32} \ d_z^{32} \ d_x^{33} \ d_y^{33} \ d_z^{33}]^T \quad (2.5)$$

onde, por exemplo, d_x^{31} é o deslocamento da junta 31 na direção x . T representa o transposto do vetor. Para tal fim, é feita uma mudança na função custo como na obra de Gonçalves (2007), em que as amplitudes de vibração, ou seja, valores de J podem ser dados, em decibéis, como na equação 2.6. Tal formulação para se estudar as amplitudes de vibração é escolhida já que é muito comum encontrar esta metodologia em trabalhos que empregam algum método de controle, porém as amplitudes poderiam ter sido avaliadas nas unidades dos sistema internacional (*S.I.*) também.

$$Amplitudes \text{ [dB]} = 10 \log_{10} J(\omega) \quad (2.6)$$

Figura 2.2 mostra a resposta em frequência da treliça espacial em estudo na condição de que há uma força harmônica de módulo 1 N atuando na direção y da junta de número 1. A resposta é verificada então nas juntas 31, 32 e 33 utilizando a função custo explicada anteriormente. Considera-se que a estrutura possui um amortecimento estrutural, proporcional a matriz de rigidez de maneira que $\mathbf{D} = 10^{-6} \times \mathbf{K}$, em que $\mathbf{D}$ é a matriz de amortecimento viscoso, proporcional a matriz rigidez. Vale mencionar que a matriz de amortecimento pode ser proporcional, também, à matriz de massa da estrutura $\mathbf{M}$. Equação 2.1 pode ser escrita conforme equação 2.7. Nas próximas seções, em que são estudadas as FRFs do sistema forçado, é adotada esta mesma condição para a força e na qual são verificadas as respostas. Foi mencionado anteriormente a presença de frequências naturais iguais. O gráfico da figura 2.2 ilustra o fato de que teoricamente haveria 6 picos de ressonância, porém é constatado a presença de apenas 4 já que as duas primeiras se coincidem bem como as duas últimas.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2.7)$$

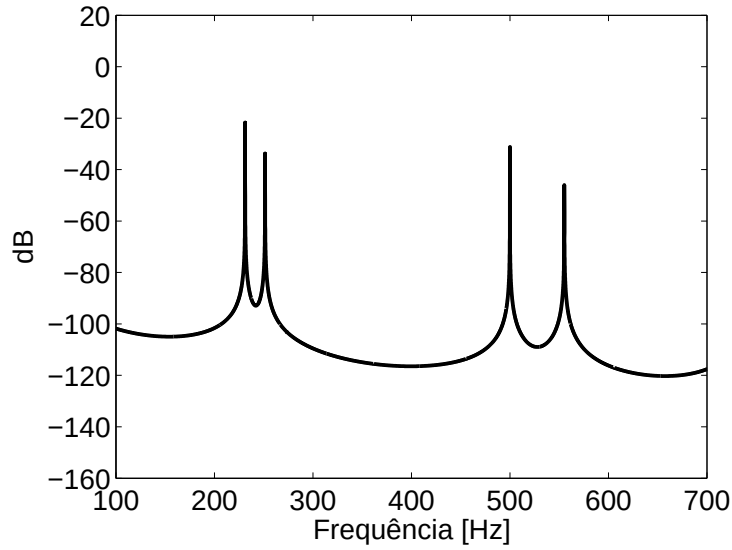


Figura 2.2: Função de custo para excitação harmônica de módulo 1 N na direção y da junta 1. (Referência dB de $1 \frac{\text{m}^2}{\text{Ns}^2}$).

2.3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Um sistema linear invariante no tempo (LIT) de dimensões finitas é descrito pelas equações abaixo

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}\end{aligned}\tag{2.8}$$

com condição de estado inicial $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$. A matriz $\mathbf{D}$, na maioria dos casos, é igual a 0. Nas equações acima, $\mathbf{x}$ é o vetor de estados de dimensão N , $\mathbf{x}_0$ é a condição inicial de estados, $\mathbf{u}$ é o vetor de entrada do sistema de dimensão s e $\mathbf{y}$ o vetor de saída do sistema com dimensão r . As matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ são matrizes reais e constantes de dimensões $N \times N$, $N \times s$ e $r \times N$, respectivamente.

Além disso, a representação em espaço de estados de um sistema pode ser representado, de maneira alternativa, por sua função de transferência. A função de transferência $G(s)$ é definida na equação 2.9

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\tag{2.9}$$

2.3.1 REPRESENTAÇÃO DA TRELIÇA EM ESPAÇO DE ESTADOS

Com o objetivo de fazer simulações de dinâmica estrutural e análise de controle é conveniente representar equações de estruturas flexíveis em espaço de estados, como na equação 2.8.

Supõe-se que, o sistema em estudo possua a equação do movimento,

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \mathbf{q} &= \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_0 \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_q \mathbf{q} + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{q}}\end{aligned}\tag{2.10}$$

Supondo que,

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix}\tag{2.11}$$

A representação em espaço de estados para o sistema é então,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \mathbf{x}_1 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \mathbf{x}_2 + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_0 \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_{oq} \mathbf{x}_1 + \mathbf{C}_{ov} \mathbf{x}_2\end{aligned}\tag{2.12}$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$ e $\mathbf{D}$ são as matrizes de massa, rigidez e amortecimento estrutural, respectivamente, representadas na equação 2.7. Já $\mathbf{C}_{oq}$ e $\mathbf{C}_{ov}$ são as matrizes de saída de deslocamentos e velocidades, respectivamente e, ambas possuem dimensão 99×99 . Tais matrizes possuem valores em suas diagonais, sendo esses valores, 0 ou 1.

Sabendo-se que $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ são os parâmetros de espaços de estados da equação 2.8 e combinando as equações acima, é possível obter as equações de estado,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_{oq} \quad \mathbf{C}_{ov}],\tag{2.13}$$

onde as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$, para o caso da estrutura em estudo possuem dimensões 198×198 , 198×1 e 99×198 , respectivamente. As matrizes $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$, são as matrizes de entradas e saídas do sistema, nesta ordem. O parâmetro $\mathbf{B}_0$ é equivalente ao vetor $\mathbf{F}$ da equação 2.1, pois no caso do sistema, a entrada será uma força.

2.4 NORMAS DE UM SISTEMA

As normas de um sistema são utilizadas para medir a intensidade da resposta de uma estrutura sob alguma excitação, como por exemplo, uma força, ruído branco e impulso unitário. O uso desta técnica permite a comparação entre diferentes sistemas. Os três tipos mais comuns de normas são: $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{H}_\infty$ e Hankel, ambos valores adimensionais. Considere a estrutura da figura 1.4. Para estruturas na representação modal, teoria demonstrada por Gawronski (2004), considerando (A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}) a representação modal em espaço de estados, cada modo de vibrar é independente de maneira que, as normas de cada modo de vibrar são independentes também.

2.4.1 A NORMA $\mathcal{H}_2$

Define-se $\Delta\omega_i$ como a frequência de meia potência na i -ésima ressonância, $\Delta\omega_i = 2\zeta_i\omega_i$, conforme estudo de Clough e Penzien (1975). Deixe $G_i(\omega) = C_{mi}(j\omega I - A_{mi})^{-1}B_{mi}$, ser a função transferência do i -ésimo modo de vibrar da estrutura, onde I é a matriz identidade. Percebe-se que, tal função transferência está no domínio da frequência. A norma $\mathcal{H}_2$ do i -ésimo modo de vibrar é dado pela equação 2.14

$$\|G_i\|_2 \cong \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{2\sqrt{\zeta_i\omega_i}} = \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{\sqrt{2\Delta\omega_i}} \cong \gamma\sqrt{2\Delta\omega_i} \quad (2.14)$$

onde A_{mi} , B_{mi} e C_{mi} representam a representação modal em espaço de estados, como visto em Gawronski (2004), considerando o modelo modal 2, tendo em vista que a norma $\mathcal{H}_2$ de um modo nada mais é que a área sob a curva de resposta em frequência referente a tal modo de vibrar.

2.4.2 A NORMA $\mathcal{H}_2$ DA ESTRUTURA

A norma $\mathcal{H}_2$ de uma estrutura é expressa em termos de normas de cada modo de vibrar, mostradas na seção anterior. Seguindo a teoria apresentada por Gawronski (2004), a norma $\mathcal{H}_2$ do sistema é aproximadamente a soma do valor médio quadrático, RMS , das normas de cada modo de vibrar, mostrada na equação 2.15.

$$\|G\|_2 \cong \sqrt{\sum_{i=1}^n \|G_i\|_2^2} \quad (2.15)$$

onde n é o número de modos de vibrar. Neste caso, a equação 2.15 representa a área sob curva de resposta em frequência do sistema.

Para tal simulação, os modos de vibrar de corpo rígido da treliça não são considerados. Nesta seção, o sistema passa a ser um sistema forçado de maneira que seja possível obter a resposta em frequência da estrutura. Considera-se que existe uma força externa de magnitude 1 N atuando no nó 1 da treliça na direção positiva de y, ou seja, $\mathbf{B}_0(2,1) = 1$ (ver equação 2.13). Além disso, a matriz de saídas $\mathbf{C}$ é configurada de uma maneira que a resposta devido a força aplicada no nó 1 é verificada nos 3 últimos nós da treliça, nós 31, 32 e 33. Como o trabalho pretende apenas obter a resposta em deslocamentos, C_{ov} é uma matriz de zeros, 99×99 . Já C_{oq} é montada de tal maneira que só terá valores nas diagonais referentes aos graus de liberdade dos 3 nós que se quer verificar a resposta.

A norma $\mathcal{H}_2$ do sistema, conforme excitação de 1 N na direção positiva de y do nó 1, considerando somente os modos de vibrar flexíveis, consequentemente desconsiderando os modos de corpo rígido, possui o valor de $\mathcal{H}_2^{sistema} = 4.8259 \cdot 10^{-4}$. Esse valor de norma é referente aos 93 modos de vibrar da estrutura, ou seja, sem os modos de corpo rígido.

Como mencionado anteriormente, o estudo faz uma análise dinâmica de uma treliça

espacial na faixa de frequência entre 100 Hz e 700 Hz, a qual contém as 6 frequências naturais de interesse. Portanto, a norma $\mathcal{H}_2$ relativa à esta faixa de frequência, que representam os modos de vibrar de 1 à 6, possui o valor de $\mathcal{H}_2^{(1-6)} = 4.8091 \cdot 10^{-4}$. Esse valor de norma é referente aos seis primeiros modos de vibrar flexíveis da estrutura.

É importante mencionar que, o valor da norma $\mathcal{H}_2$ do sistema e aquele relacionado aos 6 modos de vibrar em estudo são próximos. Isso mostra que os modos de vibrar escolhidos são os que possuem os maiores valores modais de norma $\mathcal{H}_2$. Logo, isso os caracteriza como os mais relevantes para o sistema. Desta forma, escolhe-se para o estudo a faixa de frequência 100-700 Hz justamente por conter tais modos de vibrar.

Desse modo, é possível também encontrar os valores de norma $\mathcal{H}_2$ para cada um destes modos de vibrar. Tabela 2.2 ilustra os valores de norma $\mathcal{H}_2$ dos modos de vibrar flexíveis compreendidos na faixa de frequência em estudo. Tais modos de vibrar são os 6 primeiros modos de vibrar flexíveis da estrutura.

Tabela 2.2: Norma $\mathcal{H}_2$ de cada modo de vibrar

Modo de Vibrar	Norma $\mathcal{H}_2$
1	$3.3024 \cdot 10^{-4}$
2	$2.2875 \cdot 10^{-4}$
3	$2.5137 \cdot 10^{-4}$
4	$6.3553 \cdot 10^{-5}$
5	$2.3521 \cdot 10^{-5}$
6	$4.5917 \cdot 10^{-5}$

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DINÂMICA CONSIDERANDO INCERTEZAS

Este capítulo apresenta uma introdução à abordagem de incertezas associadas à modelagem da estrutura. Tais incertezas podem aparecer devido à valores incertos de propriedades físicas como módulo de elasticidade, densidade e geometria do sistema. Uma maneira de levá-las em consideração é com o uso do método estatístico simulação de Monte Carlo. É feito um estudo da influência destas incertezas sobre as frequências naturais da estrutura. Para a obtenção dos histogramas deste capítulo utiliza-se a função do Matlab® `histc` e para computar os gráficos de probabilidades normais, a função `normplot`. Cada simulação para obtenção dos dados levou aproximadamente 2 horas.

3.1 INTRODUÇÃO À ABORDAGEM DE INCERTEZAS ATRELADAS AO SISTEMA

A maneira com que incertezas atreladas ao sistema são lidas com o uso do MEF tem despertado o interesse de muitos pesquisadores. Essas incertezas podem aparecer devido a valores incertos de propriedades físicas como, módulo de elasticidade, densidade e geometria do sistema. Em elementos finitos, quando os parâmetros do modelo são constantes, pode-se dizer que o modelo é determinístico de modo que a resposta do sistema será também sempre a mesma. Neste caso as incertezas não estão sendo levadas em consideração.

Com o objetivo de estudar a influência das incertezas do sistema adequadamente, pode-se considerar que as entradas do sistema são variáveis aleatórias de maneira que as saídas do modelo também são variáveis aleatórias. Com a faixa de soluções obtida, aplicam-se métodos estatísticos e o resultado do problema é uma distribuição de probabilidades dos resultados. Este capítulo estuda a propagação de incertezas através do modelo de elementos finitos para caracterizar a distribuição das frequências naturais da estrutura.

Uma solução para este problema é com o uso da simulação de Monte Carlo, a qual tratará o sistema como uma modelagem probabilística já que essa abordagem tornou-se viável após o avanço dos computadores. Esta técnica trata os parâmetros como variáveis aleatórias ao invés de considerá-los como determinísticas. Neste caso, um vasto número de amostras é obtido de uma certa distribuição de entradas executando o modelo para cada configuração amostrada de entrada. O resultado é uma grande amostra de saídas em que pode-se estimar a distribuição de incertezas utilizando técnicas estatísticas.

Este estudo é justificado pelo fato de que a estrutura em estudo, ilustrada na figura 1.4, é baseada em uma estrutura real, à qual está sendo mostrada na figura 1.3. Esta abordagem leva em consideração que o modelo em elementos finitos está próximo do modelo real da treliça, porém existem incertezas relativas ao material da estrutura, que certamente não é homogêneo, sequer isotrópico, ou seja, não apresenta propriedades idênticas ao longo de seu volume. Outro fato é que as coordenadas de cada junta da treliça real certamente não são aquelas adotadas no modelo em elementos finitos. Então, existe também a necessidade de levar em consideração as incertezas relacionadas à coordenadas das juntas tendo em vista que, o modelo de elementos finitos tem a premissa de chegar o mais perto possível da solução real. É importante que se leve em consideração as incertezas no modelo pois a probabilidade do valor das coordenadas das juntas, bem como as FRFs da estrutura real estarem dentro da faixa gerada é alta.

3.2 DISTRIBUIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

Nesta seção é feito um estudo do efeito das incertezas das propriedades físicas da estrutura sobre as frequências naturais da treliça espacial. O módulo de elasticidade e densidade do material bem como as coordenadas das juntas, ou nós, da estrutura são consideradas variáveis aleatórias seguindo alguns valores de desvios padrão (SD) para obtenção das faixas de valores. Para este estudo, considera-se que, as faixas de valores para as variáveis aleatórias seguem uma distribuição normal, pois, de acordo com Montgomery, Runger e Calado (2000) e Lyon (2014), propriedades físicas, as quais são esperadas que sejam a soma de um grande número de processos independentes, tais como erro de leitura, variações no ângulo de corte, variações na montagem e fixação e variações nas inúmeras características das matérias-primas, apresentam geralmente distribuições que são aproximadamente normais. Neste caso, como o modelo da treliça é baseado em uma estrutura real é pertinente considerar que tais propriedades são variáveis aleatórias que seguem uma distribuição normal, já que, a estrutura está sujeita aos processos independentes citados acima. Existem outros tipos de distribuições, como a distribuição uniforme, a qual assume somente um número de valores possíveis, cada um com igual probabilidade. Outro exemplo seria a distribuição binomial, que é baseada em tentativas e cada uma possui apenas duas possibilidades (sucesso ou fracasso). Ambas não se adequariam ao problema desta

dissertação, já que o estudo trabalha com a ideia de que as propriedades são consideradas como sendo a soma de vários processos independentes, os quais apresentam inúmeras probabilidades distintas de ocorrer.

Curvas normais são importantes em estatística e são geralmente empregadas na representação de variáveis aleatórias reais cujas distribuições não são conhecidas. Distribuições normais são úteis devido ao teorema do limite central (TLC). Este teorema diz que a soma de variáveis aleatórias independentes se tornam normais quando o número de termos desta soma de variáveis aleatórias se torna suficientemente grande (BULMER, 2012). Para o estudo deste trabalho, é fundamental entender o conceito de curvas normais, pois para o estudo e verificação da influência das incertezas sobre as frequências naturais da estrutura em estudo, utiliza-se histogramas, os quais são analisados de maneira a observar se apresentam ou não um formato aproximado de uma curva normal. Com o objetivo de estudar tais histogramas, as definições de *skewness*, *kurtosis*, teste de qui-quadrado e teste de normalidade (gráfico de probabilidades ou *Normal probability plots*) são utilizadas.

O parâmetro *skewness* serve para medir a simetria da curva ou do histograma. Sabe-se que, uma distribuição normal é simétrica. Tal parâmetro pode ser interpretado da seguinte maneira, segundo Bulmer (2012):

1. Se $skewness = 0$, a curva ou histograma são perfeitamente simétricos;
2. Se $skewness < -1$ ou $skewness > 1$, a curva ou histograma são altamente assimétricos;
3. Se $-1 < skewness < -\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2} < skewness < 1$, a curva ou histograma são moderadamente assimétricos;
4. Se $-\frac{1}{2} < skewness < \frac{1}{2}$, a curva ou histograma são aproximadamente simétricos, ;

Já o parâmetro *kurtosis* é usado para avaliar o achatamento dos histogramas. A maneira com que ele pode ser interpretado está também mostrada no texto de Bulmer (2012):

1. Se $K = 3$, a curva ou histograma tem o mesmo achatamento de uma distribuição normal e estas distribuições são chamadas de mesocúrticas;
2. Se $K < 3$, a curva ou histograma é mais achatada que uma distribuição normal e a distribuição é chamada de platicúrtica;
3. Se $K > 3$, a curva ou histograma é mais alta e concentrada que uma distribuição normal e a distribuição é chamada de leptocúrtica;

O teste de qui-quadrado é um teste de hipóteses que irá verificar se o vetor das frequências naturais vem de uma distribuição normal com média e desvio padrão estimados a

partir deste vetor. Quando isto acontece é dito que a hipótese nula é válida, caso contrário, a hipótese nula é rejeitada e uma hipótese alternativa será válida, com um nível de significância, $\alpha = 5\%$. As hipóteses para o teste estão mostradas a seguir:

- **H₀ (Hipótese nula):** Os dados seguem uma distribuição normal.
- **H₁ (Hipótese alternativa):** Os dados não seguem uma distribuição normal.

O valor da estatística do teste qui-quadrado é dado pela equação 3.1

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{\mathcal{E}_i} \quad (3.1)$$

onde O_i é o número de amostras observadas, $\mathcal{E}_i$ o número de amostras esperadas e N o número total de amostras.

Existe um processo estatístico por trás desta metodologia, em que há a necessidade não só do uso da equação 3.1 mas também do uso de tabelas e algumas comparações de valores. Porém, o trabalho faz uso da função do Matlab® `chi2gof`. Tal função possui, de maneira intrínseca, a metodologia estatística citada acima. Basicamente, a função retorna um valor $h = 0$, para o caso em que não se rejeita a hipótese nula, ou seja, a distribuição é normal, ou $h = 1$, para caso em que se rejeita a hipótese nula e uma hipótese alternativa passa a reger o problema. Além disso, a função também retorna um valor $p \geq 0.05$ (nível de significância - valor entre 0 e 1) para caso $h = 0$ e um valor $p \approx 0$ para o caso $h = 1$. Tal parâmetro p pode ser chamado de nível descritivo, e pode ser descrito como a probabilidade de observar um teste estatístico tão extremo quanto ou mais extremo que o valor observado na hipótese nula (valor de $\alpha = 0.05$).

Já o gráfico de probabilidades normais serve para avaliar se um conjunto de dados de uma variável aleatória é proveniente de uma distribuição normal ou não, ou seja, tal teste irá ilustrar graficamente se os dados seguem ou não uma distribuição normal. Sabe-se que, vários procedimentos estatísticos assumem que uma distribuição é normal e tais gráficos podem garantir se a hipótese é justificada ou não. Nesses gráficos, o eixos das ordenadas são valores de probabilidades que variam de 0 a 1, porém a escala é não linear. A distância entre cada 'marca' do eixo y corresponde a distância entre os quantis de uma distribuição normal. Em um gráfico de probabilidade normal, se os dados ficarem perto da reta, pode-se dizer que, a hipótese de normalidade é justificada. Caso contrário, se os pontos se afastarem da reta, a hipótese de normalidade não é justificada, ou seja, os dados não seguem uma distribuição normal. Tais gráficos mostram o acúmulo de dados em relação à reta.

Para obter os dados deste capítulo, utiliza-se o conceito da simulação de Monte Carlo. Cada simulação é rodada dez mil vezes, obtendo-se uma grande amostra de entradas do sistema e gerando, conseqüentemente, uma grande amostra de saídas do sistema. O eixo

das abscissas representa o valor das frequências naturais, em Hz, e o eixo das ordenadas refere-se à ocorrência dos valores de frequências naturais em cada simulação. Três situações são estudadas. A primeira trata como variável aleatória o módulo de elasticidade do material da estrutura. A segunda considera como variável aleatória a densidade do material da estrutura. Já a terceira situação adota as posições das juntas da treliça como variáveis aleatórias. Verifica-se que, para o caso em que se considera as propriedades do material, E e ρ , como variáveis aleatórias, a distribuição das frequências naturais representadas neste capítulo se mostram normais. Entretanto, quando considera-se a geometria da estrutura como variável aleatória, a distribuição das frequências naturais não se apresentam como normais.

3.2.1 DISTRIBUIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS CONSIDERANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE, E , COMO VARIÁVEL ALEATÓRIA

Figura 3.1 ilustra os histogramas das frequências naturais dos seis modos de vibrar flexíveis em estudo quando o valor do módulo de elasticidade é tratado como variável aleatória. Para a geração dos valores aleatórios para o módulo de elasticidade, define-se uma faixa de valores possíveis baseados nos desvios padrão, σ_E , de 1% e 2% de modo que a média dos valores do módulo de elasticidade é igual ao valor da propriedade encontrado na literatura, 70 GPa. Tais representações evidenciam a maneira com que as distribuições de frequências naturais se comportam quando há esta variação no desvio padrão. Existem dois histogramas para cada situação, um referente a cada valor de desvio padrão, sendo que tais histogramas estão sobrepostos.

As figuras relatam que ao passo que se aumenta o valor do desvio padrão para esta situação, o número de ocorrências das médias dessas frequências naturais diminuem. Porém, o valor dessas médias não se altera, o qual se fixa como sendo o próprio valor das frequências naturais dos modos de vibrar em estudo, mostrados na tabela 2.1. Constata-se que, para todas as simulações, à medida que o desvio padrão aumenta, a faixa de valores que os histogramas englobam, aumenta. Isso ocorre porque as possibilidades de valores para o módulo de elasticidade aumentam quando o desvio padrão cresce, portanto o número de frequências naturais possíveis também aumenta. Já que o valor dos parâmetros *skewness* e *kurtosis*, para todas as situações, possuem valores que uma distribuição normal possui, de acordo com seção 3.2, pode-se dizer que os dados seguem distribuições normais. Além disso, para todas as representações, a hipótese nula do teste qui-quadrado não é rejeitada.

Figura 3.2 apresenta os gráficos de probabilidades normais para o caso em que o módulo de elasticidade do alumínio foi considerado uma variável aleatória. Visto que, os dados, em azul, seguem as retas, em vermelho, pode-se dizer que os dados seguem uma distribuição normal.

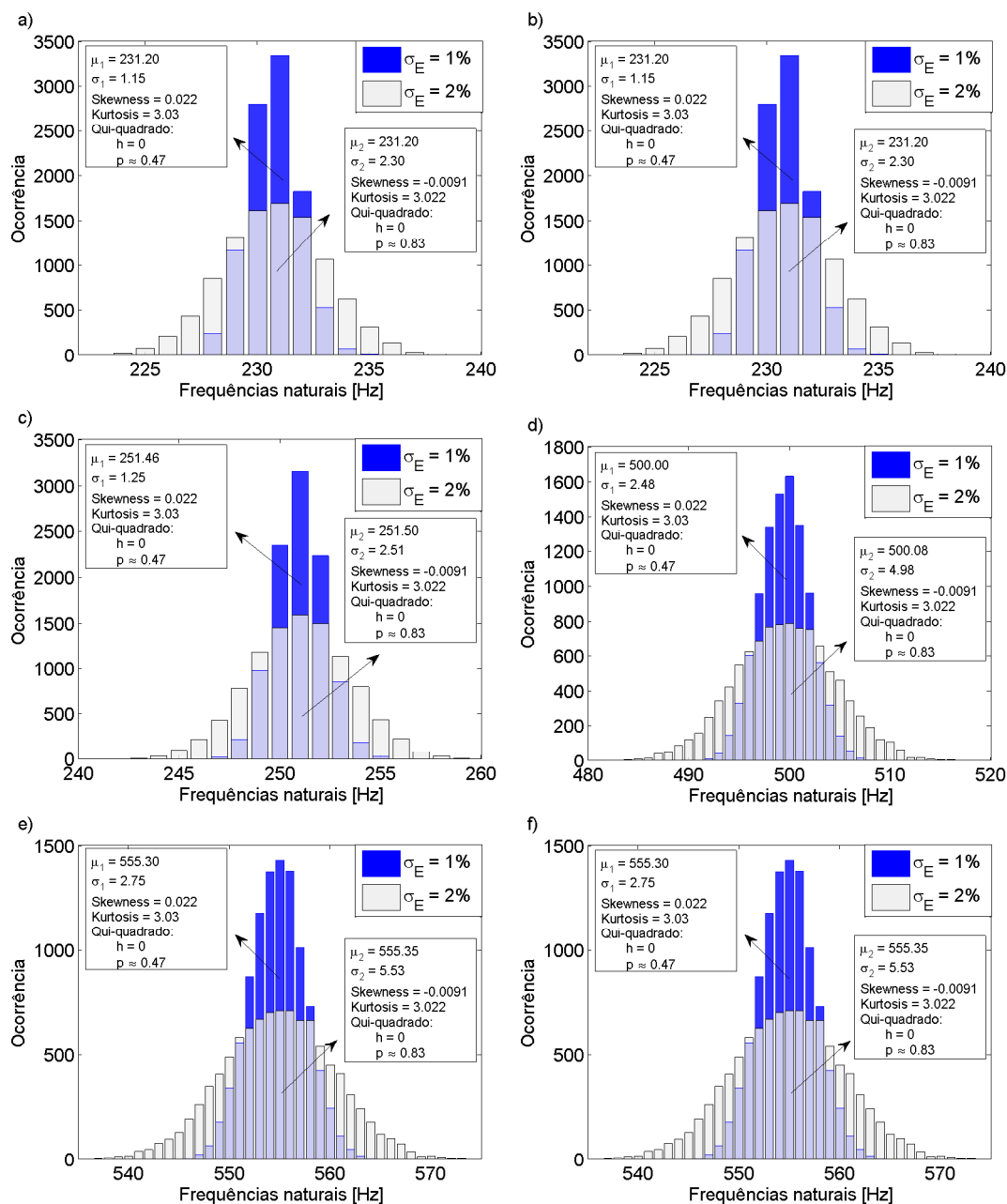


Figura 3.1: Histogramas para as frequências naturais variando-se o módulo de elasticidade para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

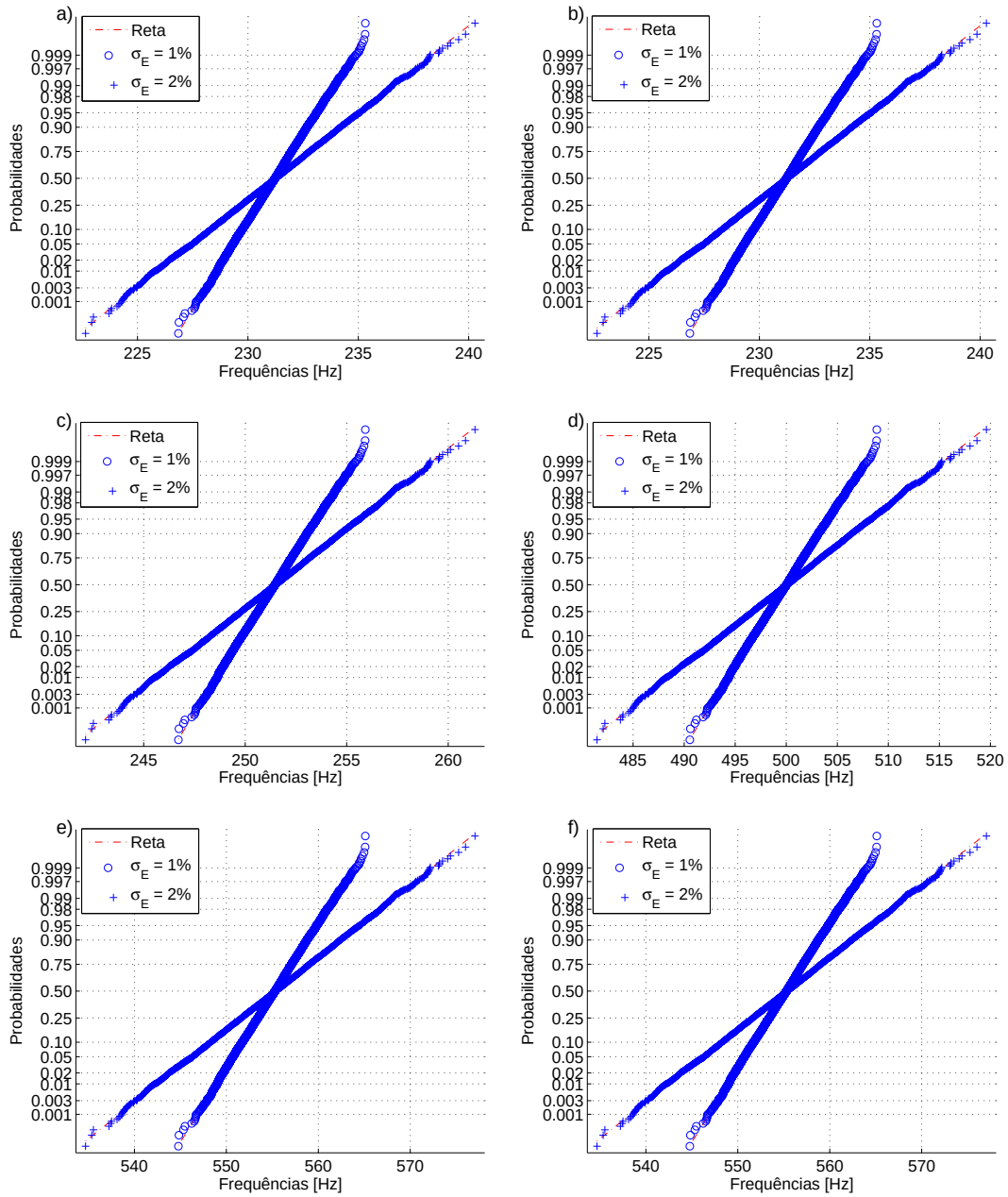


Figura 3.2: Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando o módulo de elasticidade é considerado variável aleatória para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

3.2.2 DISTRIBUIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS CONSIDERANDO A DENSIDADE, ρ , COMO VARIÁVEL ALEATÓRIA

Figura 3.3 demonstra os histogramas das frequências naturais dos seis modos de vibrar flexíveis em estudo quando o valor da densidade é tratada como variável aleatória. Para a geração dos valores aleatórios para a densidade, define-se uma faixa de valores possíveis baseados nos desvios padrão, σ_ρ , de 1% e 2% de modo que a média dos valores da densidade

é igual ao valor da propriedade encontrado na literatura, 2700 kg/m^3 . Os histogramas mostram a maneira com que as distribuições de frequências naturais se comportam quando há esta variação no desvio padrão. Existem dois histogramas para cada situação, um referente a cada valor de desvio padrão, sendo que tais histogramas estão sobrepostos.

As figuras relatam que ao passo que se aumenta o valor do desvio padrão para esta situação, os números de ocorrência das médias dessas frequências naturais diminuem. Entretanto, o valor dessas médias não se altera, o qual se fixa como sendo o próprio valor das frequências naturais dos modos de vibrar em estudo, mostrados na tabela 2.1. Constatase que, para todas as simulações, à medida que o desvio padrão aumenta, a faixa de valores que as curvas normais englobam, aumenta. Isso acontece devido a fato de que as possibilidades de valores para a densidade aumentam ao passo que o desvio padrão aumenta, portanto o número de frequências naturais possíveis também aumenta. Esse comportamento dos histogramas é observado também para o caso em que se considerou o módulo de elasticidade como variável aleatória. Neste caso, o valor dos parâmetros *skewness* e *kurtosis*, para todas as situações, também possuem valores que uma distribuição normal possui, segundo seção 3.2. Além disso, para todas as representações, não se rejeita a hipótese nula do teste qui-quadrado.

Figura 3.4 apresenta os gráficos de probabilidades normais para o caso em que a densidade do alumínio foi considerada uma variável aleatória. Visto que, os dados, em azul, seguem as retas em vermelho. Pode-se dizer que, os dados seguem uma distribuição normal.

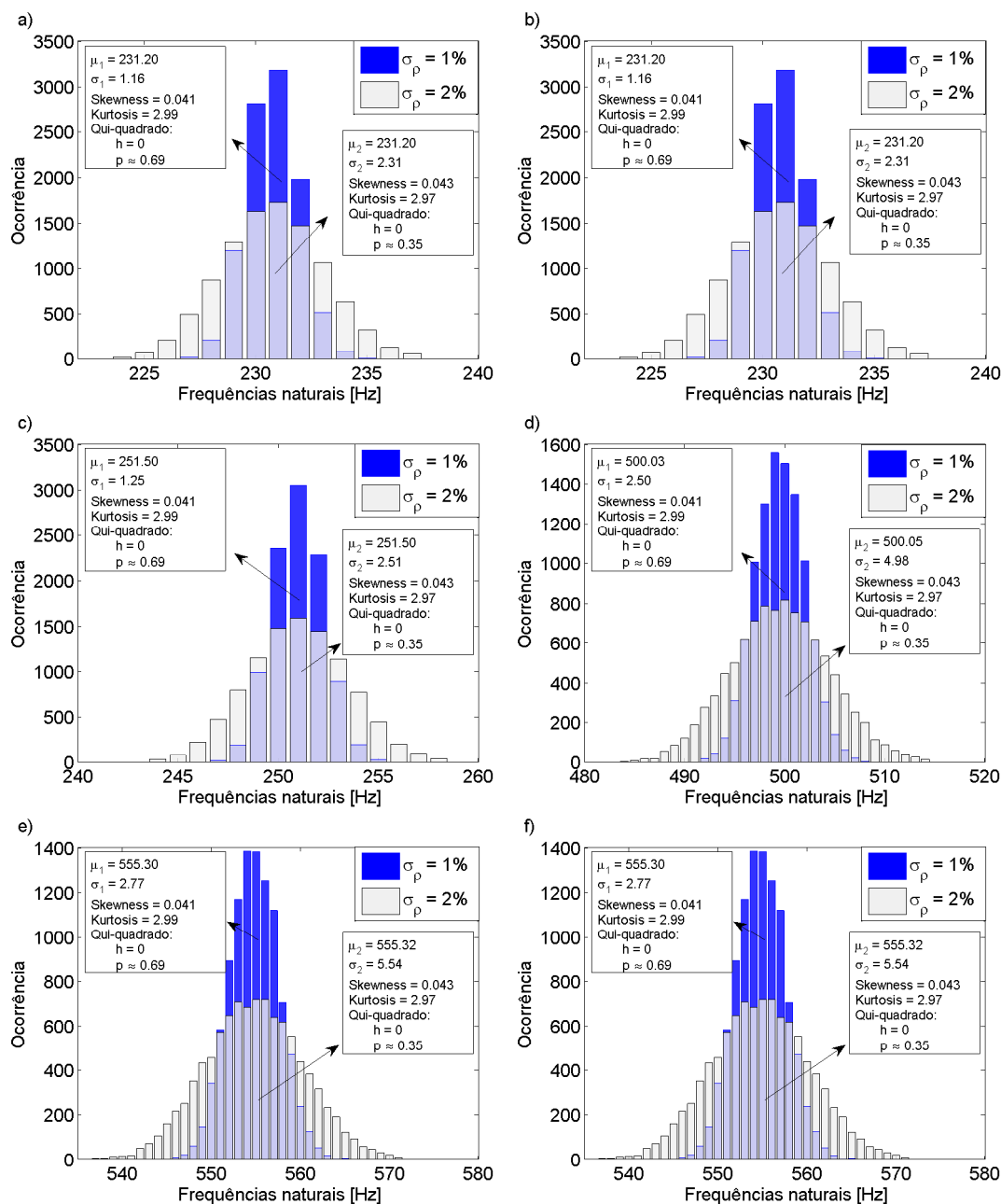


Figura 3.3: Histogramas para as frequências naturais variando-se a densidade para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

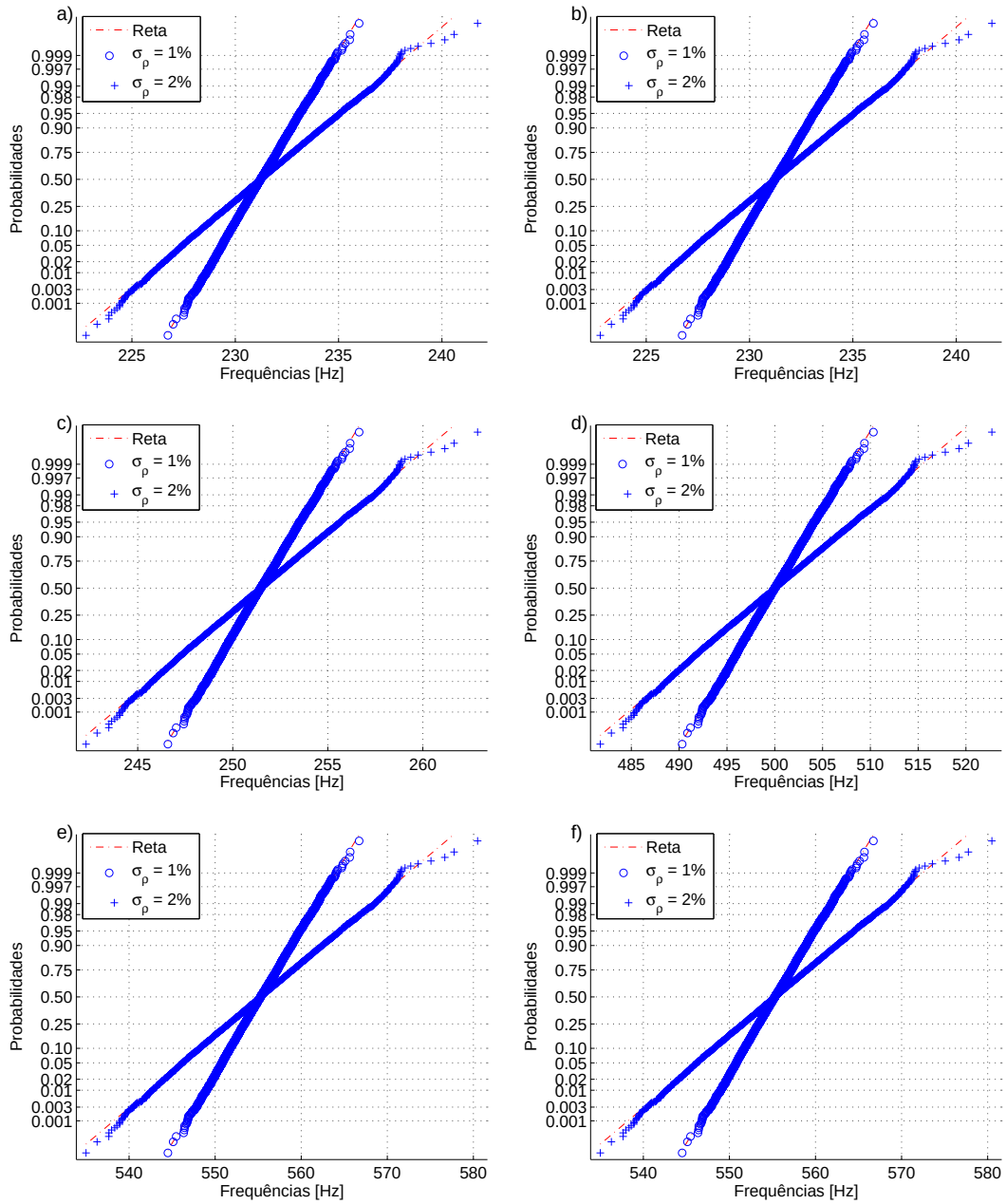


Figura 3.4: Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando a densidade é considerada variável aleatória para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

3.2.3 DISTRIBUIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS CONSIDERANDO AS COORDENADAS DAS JUNTAS, (x_i, y_i, z_i) , COMO VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Figura 3.5 demonstra os histogramas das frequências naturais dos seis modos de vibrar flexíveis em estudo quando as coordenadas da juntas (geometria) são tratadas como variáveis aleatórias. Para a geração dos valores aleatórios para as coordenadas da juntas, define-se uma faixa de valores possíveis baseados nos desvios padrão, $\sigma_{\text{nós}}$, de 1% e 2%,

de forma que a média das coordenadas das juntas é igual as coordenadas originais da estrutura mostrada na figura 1.4. Tais representações apresentam a maneira com que as distribuições de frequências naturais se comportam quando há uma variação de desvio padrão. Existem dois histogramas para cada situação, um referente a cada valor de desvio padrão, sendo que tais histogramas estão sobrepostos.

Os histogramas relatam que ao passo que se aumenta o valor do desvio padrão para esta situação há não só uma mudança nos números de ocorrência do valor médio das frequências naturais, mas também um deslocamento dos valores médios das frequências naturais de cada simulação. Os histogramas de cada um dos modos de vibrar se comportam diferentemente em cada simulação. Para todas as situações, os valores médios de frequências naturais são deslocados para a esquerda, com alguns até mesmo possuindo frequências naturais perto de 0 Hz. Constata-se que, para todas as simulações, à medida que o desvio padrão aumenta, a faixa de valores que as curvas normais englobam, aumenta. Porém, não é possível observar um padrão para tais mudanças nas ocorrências destas médias. Para este caso, o valor dos parâmetros *skewness* e *kurtosis*, para todas as situações menos para os casos de $\sigma_{\text{nós}} = 1\%$ da primeira torção e quarta flexão, não possuem valores que uma distribuição normal possui, segundo seção 3.2. Além disso, para todas as representações, a hipótese nula do teste qui-quadrado é rejeitada. Por exemplo, na figura 3.5 a), para $\sigma_{\text{nós}} = 1\%$, o valor de *skewness* = -1.28 < -1.00 (altamente assimétrica) e *kurtosis* = 7.97 > 3.00 (leptocúrtica). Além disso, neste caso, no teste qui-quadrado $h = 1$ (hipótese nula foi rejeitada) e consequentemente $p \approx 0$, o que mostra que os dados não seguem uma distribuição normal.

Figura 3.6 apresenta os gráficos de probabilidades normais para o caso em que as coordenadas da juntas são consideradas como variáveis aleatórias. Visto que, os dados em azul não seguem as retas, em vermelho, pode-se dizer que, os dados não seguem uma distribuição normal. Há a exceção dos gráficos de $\sigma_{\text{nós}} = 1\%$ da primeira torção e quarta flexão. Nestes dois casos, os dados seguem as retas em vermelho, mostrando que para estes dois casos os dados seguem uma distribuição normal.

Nesta análise, chega-se à conclusão que, ao passo que os valores de frequências naturais se deslocam para a esquerda, ou seja, ao passo que os desvios padrão aumentam, a estrutura perde cada vez mais rigidez. O que não é observado para quando as propriedades do material da estrutura são tratadas como variáveis aleatórias.

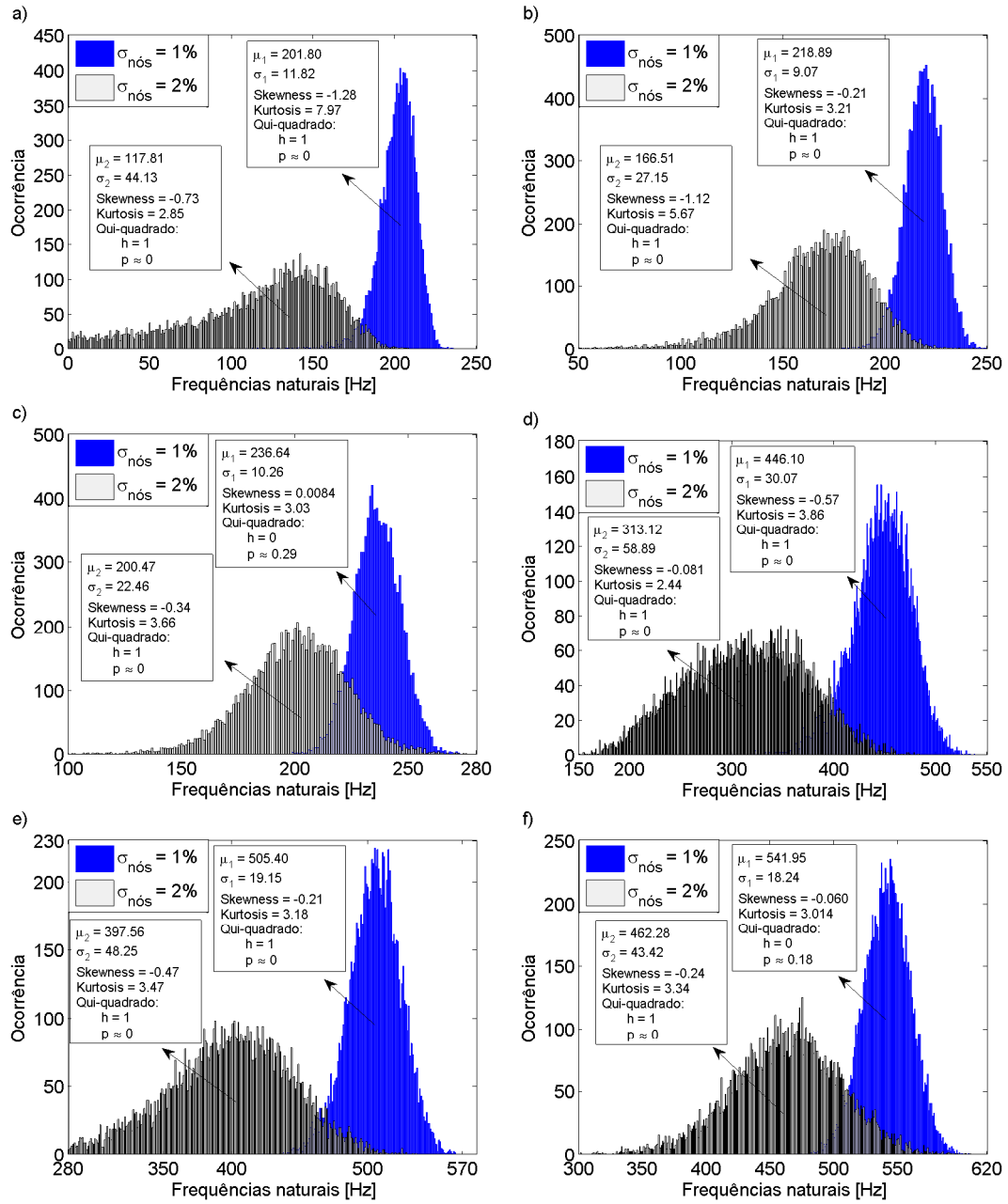


Figura 3.5: Histogramas para as frequências naturais variando-se as coordenadas dos nós para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

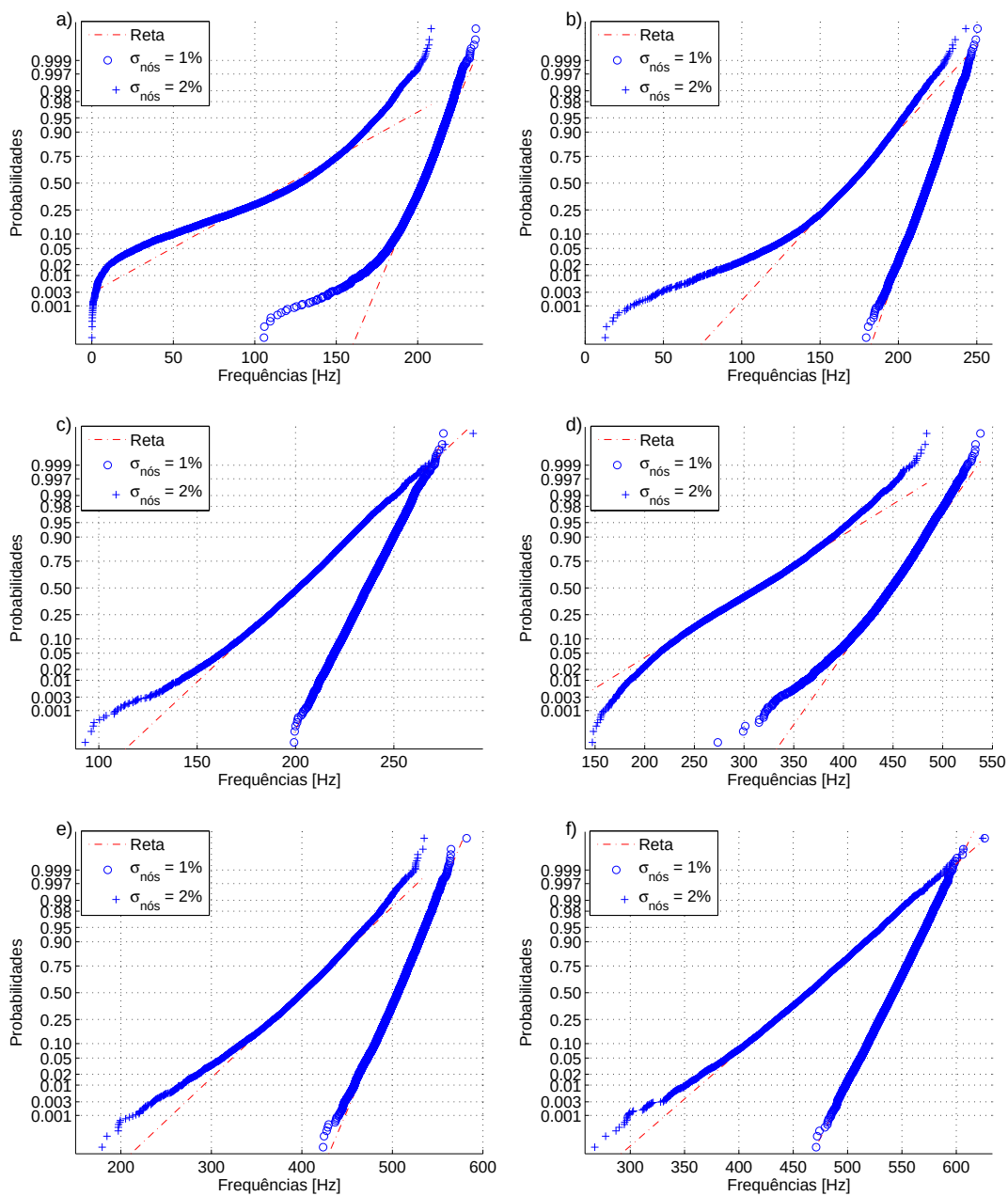


Figura 3.6: Probabilidades normais para verificação da normalidade das frequências naturais quando as coordenadas das juntas são consideradas variáveis aleatórias para a) primeira flexão b) segunda flexão c) primeira torção d) segunda torção e) terceira flexão f) quarta flexão.

É possível observar pela figura 3.5 que houve uma significativa mudança nos valores médios de cada curva ao passo que, os valores de desvios padrão mudaram. Com o objetivo de mostrar como as curvas variam ao passo que aumenta os valores de desvio padrão, dois outros valores para desvio padrão foram escolhidos, 1.5% e 2.5%, juntamente com 1% e 2%. Como exemplo, opta-se por utilizar as curvas da segunda torção, e uma superfície foi obtida, mostrada na figura 3.7, ilustrando que realmente os valores médios de frequências naturais mudam e que ao passo que aumenta os desvios padrão, as curvas se achatam. O eixo das abscissas é representado pelos desvios padrão e o eixo das ordenadas é representado pelas frequências naturais. Já o eixo z, opta-se por utilizar valores das estimativas de densidade de Kernel para cada curva deste exemplo, pois de acordo com Bowman e Azzalini (1997), histogramas indicam a forma da função densidade e sabendo que a estimativa da densidade de Kernel é uma maneira não paramétrica de se estimar a função densidade de uma variável aleatória, tal conceito é escolhido, já que as curvas apresentam as mesmas formas dos histogramas do exemplo.

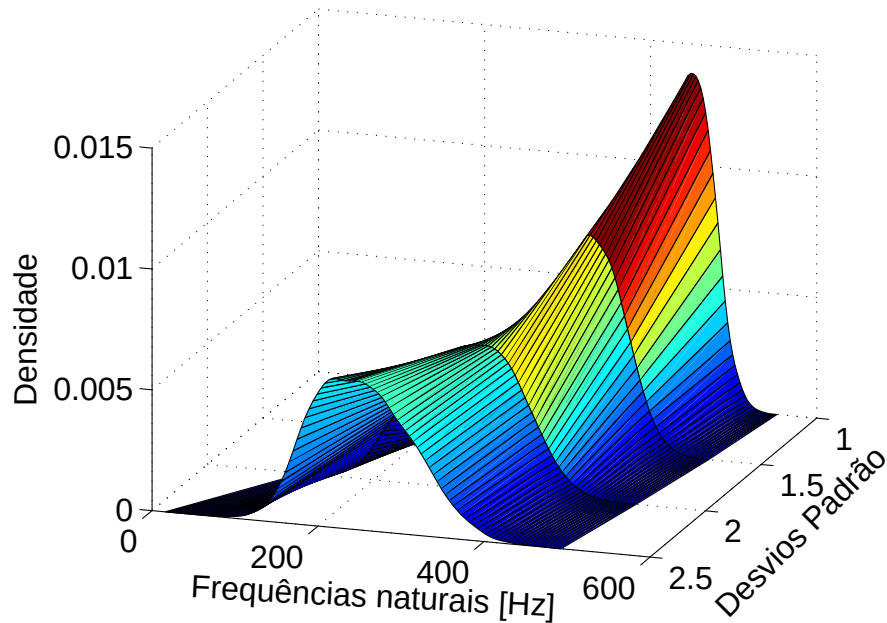


Figura 3.7: Variação dos histogramas para a variação aleatória dos nós da segunda torção para os desvios padrão 1%, 1.5%, 2% e 2.5%.

CAPÍTULO 4

OTIMIZAÇÃO DA ESTRUTURA

Neste capítulo é feito um estudo por otimização da treliça especial. O objetivo é aplicar a técnica de otimização *simulated annealing* para achar as coordenadas ótimas das 33 juntas da treliça para minimização do parâmetro norma $\mathcal{H}_2$ da estrutura considerando os 6 modos de vibrar, escopo do trabalho. Essa abordagem é verificada de duas maneiras. A primeira investiga a otimização nodal minimizando o valor da soma *RMS* da norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 modos de vibrar flexíveis em estudo, considerando diferentes valores para os limites inferior e superior. São eles ± 0.01 m e ± 0.02 m, os quais são adotados após alguns testes, já que, com apenas estas faixas, os valores de norma $\mathcal{H}_2$ variavam. Então, decide-se por assumir tais valores para os limites. A segunda abordagem analisa a otimização das juntas, porém minimizando os valores de norma $\mathcal{H}_2$ para cada modo de vibrar separadamente, considerando apenas como limites inferior e superior ± 0.02 m. As simulações deste capítulo são realizadas por meio da função do Matlab ® `simulannealbnd` e cada uma levou aproximadamente 3 horas e meia para serem executadas. Neste trabalho, escolhe-se utilizar a técnica de otimização *simulated annealing* pois, tal técnica é mais simples e mais rápida que a técnica do algoritmo genético, por exemplo, levando em consideração as quantidades de variáveis que o problema possui.

4.1 OTIMIZAÇÃO DA TRELIÇA POR SIMULATED ANNEALING

Segundo a teoria encontrada na obra de Wah, Wang e Chen (2008), um problema de otimização é geralmente formulado da seguinte maneira

$$\begin{aligned} & \underset{z}{\text{minimizar}} && f(z), \\ & \text{sujeito à} && h_j(z) = 0 \text{ e } g_j(z) \leq 0, \quad \text{para } j = 1, \dots, J \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde $z = (x, y)^T$, $x \in \mathbb{R}^v$ e $y \in \mathbb{D}^w$, são, respectivamente, variáveis discreta e contínua com limitações; $f(z)$ é a função objetivo com limitação inferior, ou seja ela não vai para

$-\infty$; $g(z) = (g_1(z), \dots, g_r(z))^T$ é um vetor de r inequações e $h(z) = (h_1(z), \dots, h_m(z))^T$ é um vetor de m equações.

De acordo com Press *et al.* (1992), o método *simulated annealing* é uma analogia com a termodinâmica, mais especificamente com o processo de recozimento, o qual consiste em aquecer um material e deixá-lo resfriar lentamente. Ele é baseado na distribuição probabilidade de Boltzmann

$$\text{Prob}(\epsilon) \sim \exp(-\epsilon/kT) \quad (4.2)$$

e expressa a ideia que o sistema em um equilíbrio térmico em uma temperatura T , tem sua energia distribuída de maneira probabilística entre todos os diferentes estados de energia. Mesmo a uma temperatura baixa, há uma chance, embora muito pequena, de um sistema estar em um estado de alta temperatura. Portanto, há uma chance para o sistema sair de um mínimo local de energia com o objetivo de encontrar um mais global. A constante de Boltzmann, k , relacionada temperatura a energia. Em outras palavras, os valores podem subir bem como descer, mas quanto menor a temperatura, menor é a probabilidade do valor variar muito.

Tal método é utilizado para resolver problemas de otimização de sistemas livres e sistemas com restrições. A cada iteração do algoritmo desse método, um novo ponto é aleatoriamente gerado. O algoritmo aceita todos os novos pontos que diminuem a função objetivo, mas também, com uma certa probabilidade, aceita pontos que aumentam tal objetivo. Aceitando-se pontos que aumentam a função objetivo, o algoritmo evita ficar preso em pontos de mínimo local e é capaz de procurar globalmente por mais soluções. O procedimento programa uma maneira de sistematicamente diminuir a função objetivo ao passo que o programa é rodado. À medida que o objetivo diminui, o algoritmo reduz a extensão da busca de modo a convergir para um valor mínimo.

Este método é utilizado neste trabalho de maneira que se pudesse obter um valor mínimo da norma $\mathcal{H}_2$ dos 6 modos de vibrar citados acima, variando-se as coordenadas dos 33 juntas da treliça. Isso é possível, atribuindo-se um valor inicial, além de um limite inferior (LB) e superior (UB) para cada coordenada nodal. Simulações foram realizadas utilizando diferentes valores para os limites inferior e superior. Considerando-se que X_0 seja a matriz das coordenadas dos nós da treliça original mostrada na figura 1.4.

4.1.1 SIMULATED ANNEALING MINIMIZANDO A SOMA RMS DA NORMA $\mathcal{H}_2$ (1-6)

Aplicando-se a equação 4.1 ao problema, tem-se

$$\begin{array}{ll}
\underset{x_i, y_i, z_i}{\text{minimizar}} & \text{soma } RMS \mathcal{H}_2, \\
\text{sujeito a} & x_i - 0.01 \text{ m} \leq \bar{x}_i \leq x_i + 0.01 \text{ m} \\
& y_i - 0.01 \text{ m} \leq \bar{y}_i \leq y_i + 0.01 \text{ m} \\
& z_i - 0.01 \text{ m} \leq \bar{z}_i \leq z_i + 0.01 \text{ m},
\end{array} \tag{4.3}$$

e,

$$\begin{array}{ll}
\underset{x_i, y_i, z_i}{\text{minimizar}} & \text{soma } RMS \mathcal{H}_2, \\
\text{sujeito a} & x_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{x}_i \leq x_i + 0.02 \text{ m} \\
& y_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{y}_i \leq y_i + 0.02 \text{ m} \\
& z_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{z}_i \leq z_i + 0.02 \text{ m},
\end{array} \tag{4.4}$$

onde x_i, y_i, z_i são as coordenadas de cada uma das 33 juntas da treliça original. Já $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$ são as coordenadas nominais da estrutura.

Na primeira simulação, usa-se um limite inferior igual à $LB = X_0 - 0.01 \text{ m}$ e um limite superior igual à $UB = X_0 + 0.01 \text{ m}$. O valor minimizado da soma RMS da norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 modos de vibrar flexíveis em estudo para esta situação é de $\mathcal{H}_2 = 3.4316 \cdot 10^{-4}$. Com isso, uma nova matriz de coordenada dos nós é obtida. Na segunda simulação, utiliza-se um limite inferior igual à $LB = X_0 - 0.02 \text{ m}$ e um limite superior igual à $UB = X_0 + 0.02 \text{ m}$. O valor minimizado da soma RMS da norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 modos de vibrar flexíveis em consideração para a segunda situação é de $\mathcal{H}_2 = 3.0871 \cdot 10^{-4}$. Dessa maneira, uma segunda matriz para as coordenadas nodais é obtida para cada situação. Verificou-se que ao passo que, a faixa de valores para cada coordenada dos nós aumenta devido aos limites inferior e superior, o valor da norma $\mathcal{H}_2$ é cada vez mais minimizado.

Figura 4.1 compara a treliça não-modificada com a treliça de coordenadas dos nós otimizadas para minimização da norma $\mathcal{H}_2$ das duas simulações. As linhas sólidas representam a treliça modificada e as linhas pontilhadas a não-modificada.

a)

b)

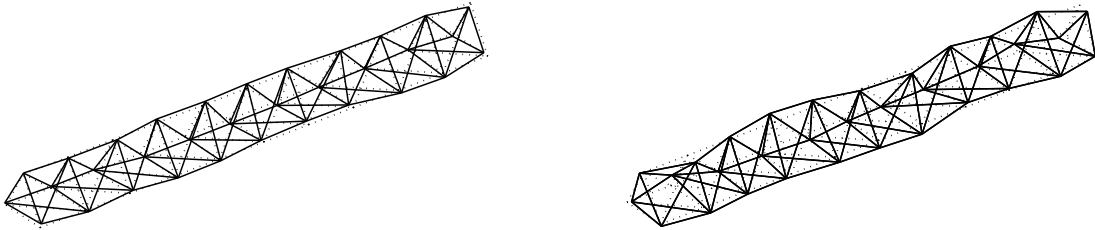


Figura 4.1: Comparação da treliça não-modificada e modificada: a) para faixa de $\pm 0.01 \text{ m}$. b) para faixa de $\pm 0.02 \text{ m}$.

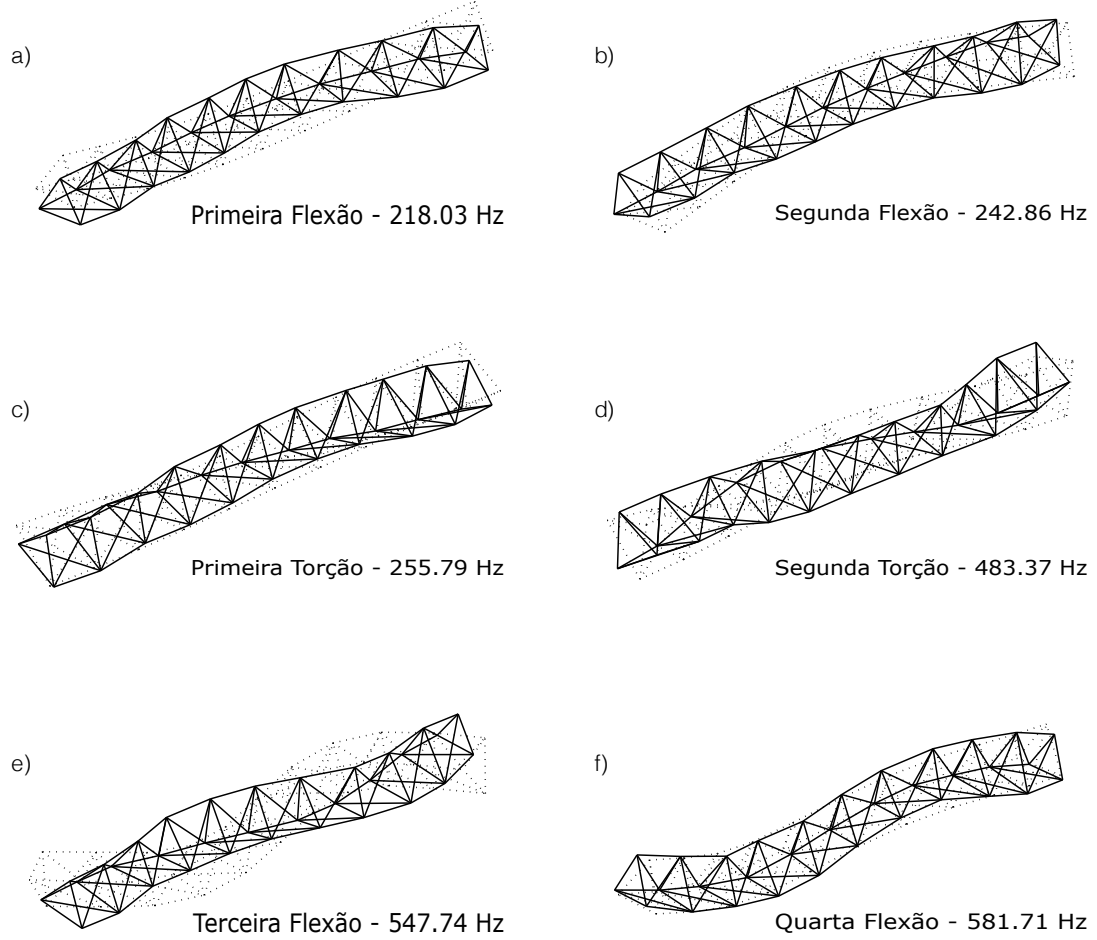


Figura 4.2: Modos de vibrar e frequências naturais para a condição de treliça modificada para faixa de ± 0.01 m para a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.

Percebe-se que, de fato, conforme aumenta-se a faixa de valores, a treliça se deforma cada vez mais. Figuras 4.2 e 4.3 comparam os modos de vibrar da treliça não-modificada com aqueles da treliça modificada para as faixas de ± 0.01 m e ± 0.02 m, respectivamente. As linhas pontilhadas representam os modos de vibrar da treliça não-modificada enquanto que as linhas sólidas representam os modos de vibrar da treliça modificada.

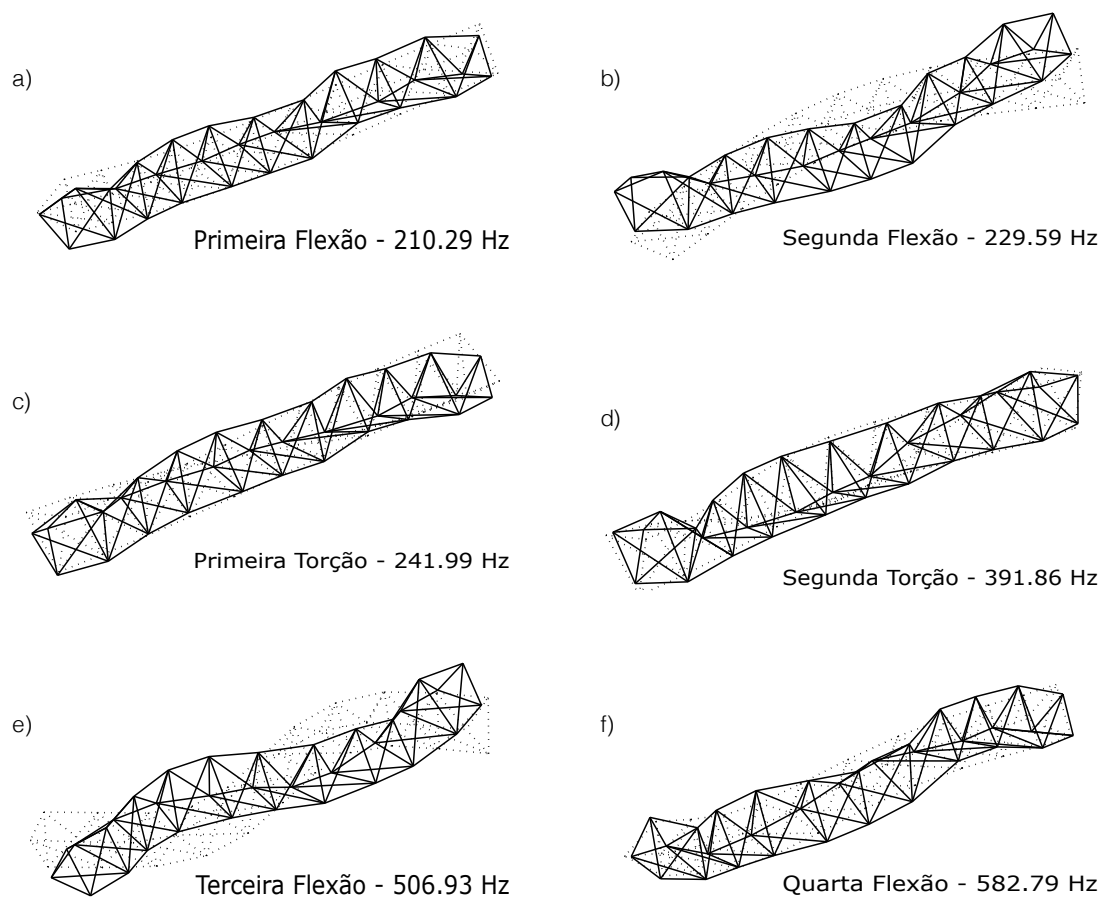


Figura 4.3: Modos de vibrar e frequências naturais para a condição de treliça modificada para faixa de ± 0.02 m para a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.

Pode-se verificar que para ambas as condições, não há mudanças muito significativas nos modos de vibrar. Porém, para a primeira torção de ambas, é possível identificar que o modo não parece exatamente torção, mas sim algo mais parecido com flexão. Comparando as frequências naturais da tabela 2.1, a qual mostra as frequências naturais da treliça original, é possível observar que após as modificações estruturais, tais frequências naturais também se modificaram. Além disso, a massa da estrutura não se altera drasticamente quando as modificações são realizadas. A massa original do modelo é de 1.6432 kg. Para a primeira simulação (± 0.01), a massa passa a ser 1.6486 kg e para a segunda (± 0.02), a massa da treliça passa a ser 1.7238 kg. Na primeira simulação, a massa praticamente não se altera, porém quando os limites aumentaram para ± 0.02 , a massa se altera um pouco mais.

4.1.2 SIMULATED ANNEALING MINIMIZANDO O VALOR DE NORMA $\mathcal{H}_2$ (1-6)

É possível aplicar a equação 4.1 neste caso, portanto a equação 4.1 se transforma na equação 4.5

$$\begin{aligned}
& \underset{x_i, y_i, z_i}{\text{minimizar}} && \mathcal{H}_2, \\
& \text{sujeito a} && x_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{x}_i \leq x_i + 0.02 \text{ m} \\
& && y_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{y}_i \leq y_i + 0.02 \text{ m} \\
& && z_i - 0.02 \text{ m} \leq \bar{z}_i \leq z_i + 0.02 \text{ m},
\end{aligned} \tag{4.5}$$

onde x_i, y_i, z_i são as coordenadas de cada junta da estrutura original. Já $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$ são as coordenadas nominais da treliça.

Nesta segunda simulação, é utilizado como limites superior e inferior $LB = X_0 - 0.02$ m and $UB = X_0 + 0.02$ m. Este valor de ± 0.02 m é escolhido para esta análise, pois para ± 0.01 m, as modificações são relativamente pequenas e não seria possível verificar grandes modificações nas FRFs quando estas fossem analisadas. Se os limites fossem ± 0.03 m, a estrutura iria se modificar demais e perderia as características de uma treliça.

Os valores de norma $\mathcal{H}_2$ minimizados de cada modo de vibrar está representado na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores de norma $\mathcal{H}_2$ minimizados de cada modo de vibrar.

Modo de Vibrar	Norma $\mathcal{H}_2$
1	$1.2923 \cdot 10^{-8}$
2	$3.6975 \cdot 10^{-9}$
3	$3.9707 \cdot 10^{-10}$
4	$6.8149 \cdot 10^{-9}$
5	$5.4778 \cdot 10^{-10}$
6	$7.9643 \cdot 10^{-10}$

A seguir estão representadas na figura 4.4 as configurações da treliça que resultam da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ de cada um dos seis modos de vibrar pelo algoritmo de otimização. A linha sólida de cor preta representa a treliça modificada e a linha sólida em vermelho a treliça no estado original.

Apêndice B mostra a convergência do algoritmo implementado em Matlab ® do *simulated annealing* para cada valor da tabela 4.1.

Em relação a massa da estrutura, como dito anteriormente, a massa original possui um valor de 1.6432 kg. Tabela 4.2 mostra a relação entre a massa original da estrutura pela massa da estrutura modificada para cada simulação desta seção. Percebe-se que, para tais situações, a mudança mais significativa de massa é para a primeira situação, em que

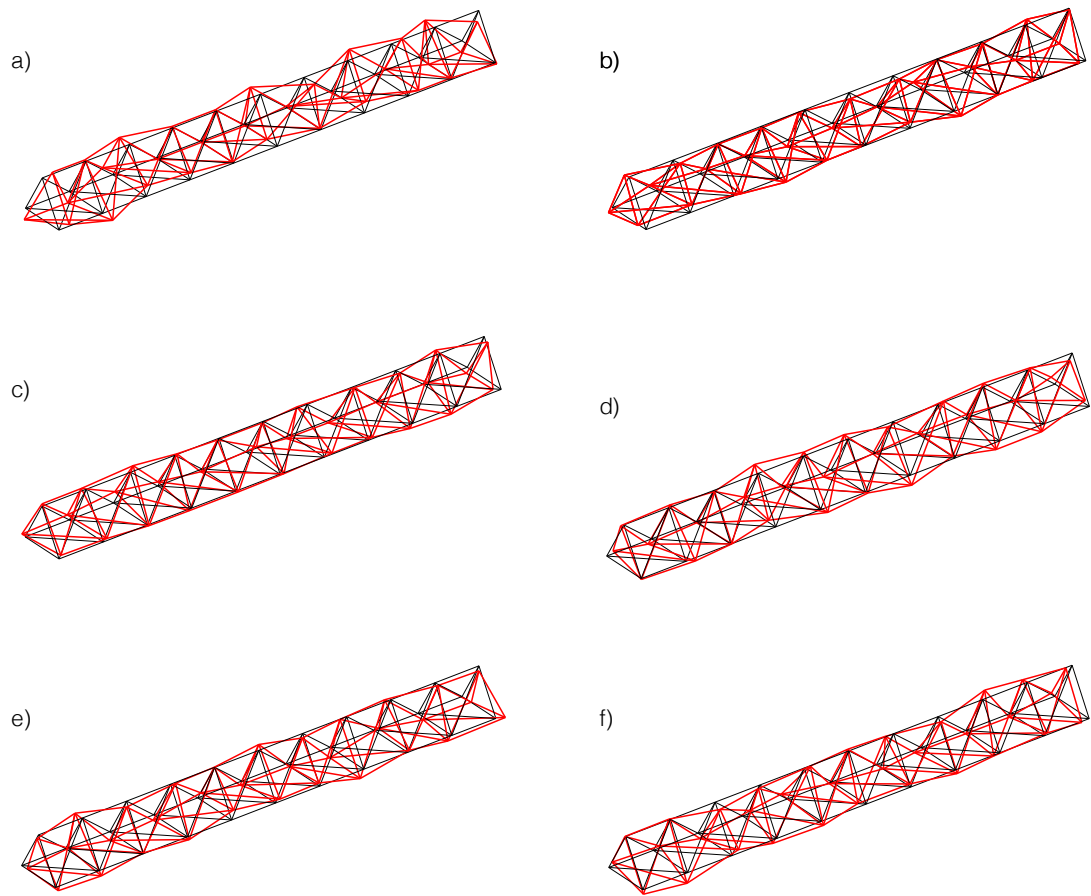


Figura 4.4: Configurações da treliça resultantes da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ da a) Primeira Flexão b) Segunda Flexão c) Primeira Torção d) Segunda Torção e) Terceira Flexão f) Quarta Flexão.

o aumento é de aproximadamente 4 % da massa total. Vale ainda mencionar que, para a segunda situação, uma pequena diminuição de aproximadamente 1.6 % é observada.

Tabela 4.2: Relação de massas da treliça para cada simulação de *simulated annealing* considerando os modos de vibrar separadamente.

Modo de Vibrar	Relação de massas
1	0.9614
2	1.0168
3	0.9866
4	0.9857
5	0.9742
6	0.9892

CAPÍTULO 5

ANÁLISES E RESULTADOS

Este capítulo faz uma análise das FRFs, comparando a curva da treliça não-modificada com aquelas encontradas para as coordenadas dos nós em cada simulação na minimização da norma $\mathcal{H}_2$ realizada pelo algoritmo de otimização simulated annealing. Tais curvas de resposta em frequência são obtidas a partir do modelo de elementos finitos na mesma condição para obtenção da FRF mostrada na figura 2.2, em que uma força harmônica de módulo 1 N age na junta 1 e que as respostas são estudadas nas três direções das três últimas juntas do lado oposto, 31, 32 e 33, respectivamente. Essas respostas são computadas por meio da resposta em frequência em deslocamento. As FRFs são então geradas utilizando uma função custo, como mostrada na equação 2.4. Esta função custo é calculada pela soma dos quadrados das respostas dos graus de liberdade dos nós que se quer verificar a resposta. Os valores da função custo, para melhor verificação do gráfico, são convertidos para a escala em decibéis dB e então são geradas as curvas de frequência. O eixo das ordenadas representa os valores de amplitude em dB e o eixo das abscissas os valores de frequência, que no caso utiliza-se a faixa de frequências de 100-700 Hz.

Com o objetivo de comparar tais respostas em frequência, equação 5.1 é utilizada. O termo τ é um vetor que contém valores em decibéis [dB] da razão entre o vetor de função custo para a treliça sem controle (J) e o vetor de função custo para a treliça com controle (J_c). Neste caso, uma curva em função da frequência é obtida de maneira que seja possível observar em quais faixas de frequência a técnica de controle é efetiva.

$$\tau \text{ [dB]} = 10 \log_{10} \frac{J(\omega)}{J_c(\omega)} \quad (5.1)$$

5.1 RESPOSTAS EM FREQUÊNCIA PARA SITUAÇÃO DE MINIMIZAÇÃO DA SOMA *RMS* DA NORMA $\mathcal{H}_2$ (1-6)

Esta seção considera as duas situações criadas para estudar uma treliça espacial da seção 4.1.1 do capítulo 4. Aqui considerada-se as simulações em que busca-se achar o

valor mínimo da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ dos 6 modos de vibrar de maneira a achar as coordenadas ótimas das juntas, supondo que cada junta varia ± 0.01 m e ± 0.02 m.

Figura 5.1 apresenta as respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas das juntas modificadas para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para as 6 primeiras frequências naturais para as duas faixas de limites inferior e superior: 0.01 e 0.02. A linha sólida representa a resposta em frequência da treliça não-modificada, já as linhas pontilhadas representam a resposta em frequência da treliça com coordenadas das juntas modificadas e otimizadas para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 primeiros modos de vibrar da estrutura.

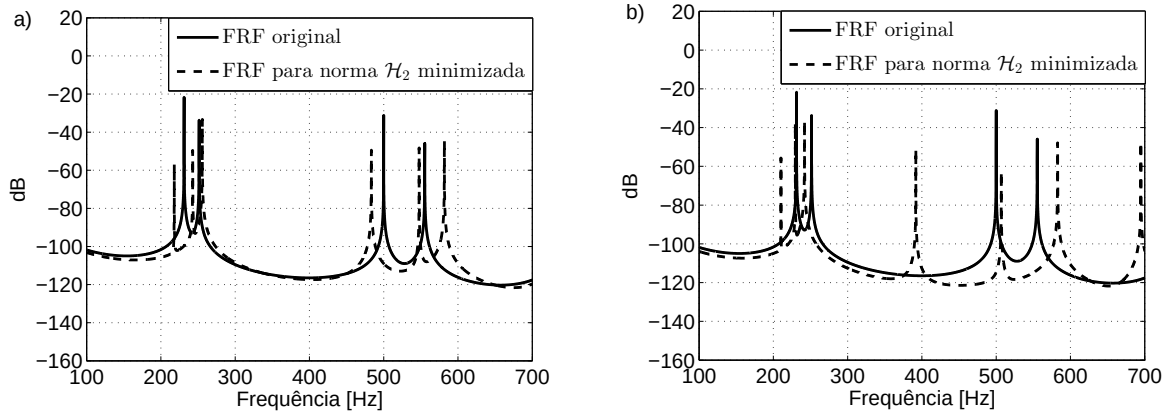


Figura 5.1: Respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas dos nós modificadas para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para as 6 primeiras frequências naturais: a) para faixa de ± 0.01 m. b) para faixa de ± 0.02 m.

Comparando a FRF em linha pontilhada com a FRF em linha sólida, percebe-se que houve uma diminuição das amplitudes de vibração. Isso mostra que para a metodologia adotada de controle passivo, que é encontrar as coordenadas nodais otimizadas para minimização da soma RMS do parâmetro norma $\mathcal{H}_2$, foi efetiva. Sabe-se que, o valor da soma RMS das normas $\mathcal{H}_2$ para a estrutura original é de $\mathcal{H}_2^{(1-6)} = 4.8091 \cdot 10^{-4}$, e os valores minimizados para a primeira e segunda situações são $\mathcal{H}_2 = 3.4316 \cdot 10^{-4}$ e $\mathcal{H}_2 = 3.0871 \cdot 10^{-4}$, respectivamente, portanto, ao passo que os limites inferior e superior aumentaram, o valor da soma RMS das normas $\mathcal{H}_2$ foi minimizado cada vez mais. Para ambos os casos, verifica-se que houve uma maior diminuição dos picos de vibração para as 3 primeiras frequências naturais mostradas do gráfico. Observa-se também que há um deslocamento das frequências naturais dos 6 modos de vibrar em estudo. Vale observar também que, um sétimo modo de vibrar aparece na faixa de frequência estudada. Tal modo possui um valor de frequência de aproximadamente 700 Hz, como mostrado na figura 5.1 b). Tabela 5.1 mostra os valores das frequências naturais para os dois casos mostrados na figura 5.1.

Figura 5.2 ilustra em quais faixas de frequência (dentro da faixa 100-700 Hz), as amplitudes de vibração são suprimidas e em quais faixas em que as amplitudes são amplificadas, fazendo uso da equação 5.1. Sabe-se que, a parte da curva que fica acima da reta $\tau = 1$,

Tabela 5.1: Frequências naturais da treliça com nós otimizados para faixa de valores de ± 0.01 m e ± 0.02 m.

f_n	Range ± 0.01 (Hz)	Range ± 0.02 (Hz)
f_1	218.0	210.3
f_2	242.9	229.6
f_3	255.8	242.0
f_4	483.4	391.9
f_5	547.7	507.0
f_6	581.7	582.8

em vermelho, mostra as faixas em que as amplitudes sofrem atenuação, enquanto que a parte da curva que fica abaixo da reta, mostra as faixas em que as amplitudes são amplificadas.

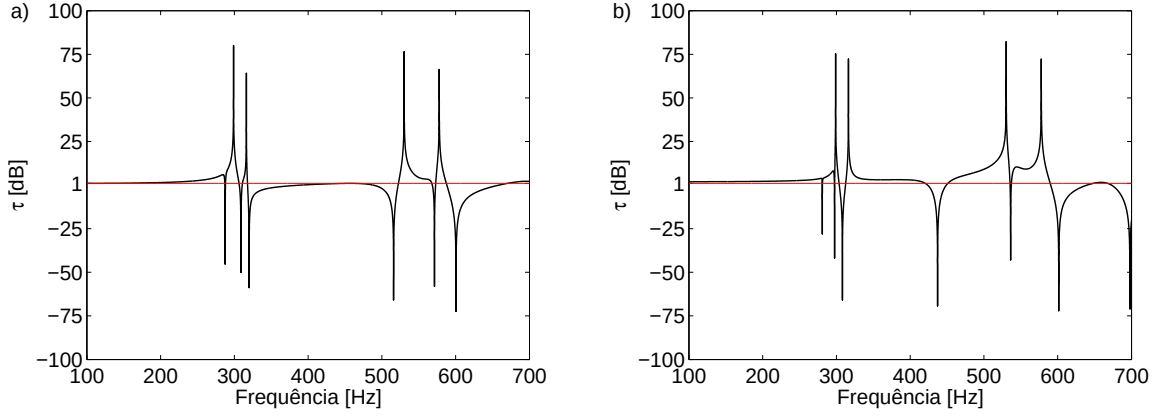


Figura 5.2: Comparação entre a função custo original e a função custo para minimização da soma RMS de norma $\mathcal{H}_2$ para a) faixa de ± 0.01 m. b) faixa de ± 0.02 m.

Figuras 5.3 e 5.4 mostram a comparação das funções custo para as situações em que os limites inferior e superior da otimização são ± 0.01 m e ± 0.02 m, respectivamente. Vale lembrar que, tais figuras são as mesmas mostradas na figura 5.2, porém mostradas em faixas e evidenciando as frequências naturais de cada modo de vibrar em estudo.

Para a primeira situação, as frequências naturais originais ficaram na parte de cima da reta, com exceção para a quarta frequência natural (segunda torção) que ficou dentro de uma faixa abaixo da reta, em vermelho.

Já na figura 5.4, que se refere à segunda situação, todas os modos de vibrar em estudo se situaram em faixas que ficaram acima da reta, em vermelho. Isso mostra que, ao passo que se aumenta o valor dos limites, isso fez com que todas os modos ficassem dentro das faixas em que o controle passivo aplicado foi efetivo.

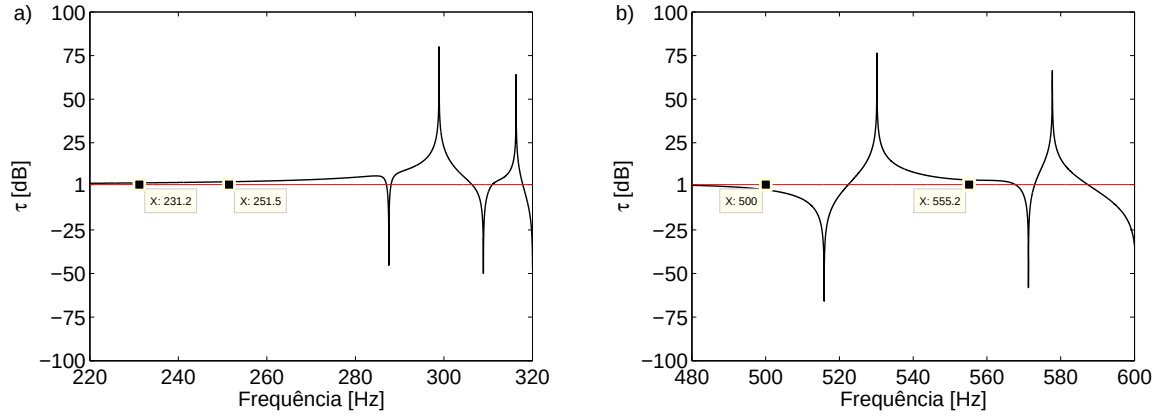


Figura 5.3: Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da soma *RMS* de norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.01 m para a) faixa 220-320 Hz. b) faixa 480-600 Hz.

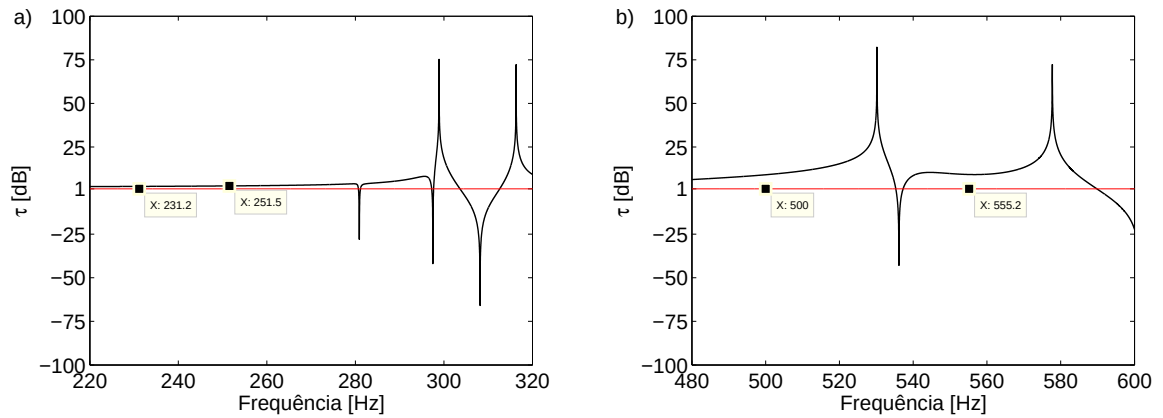


Figura 5.4: Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da soma *RMS* de norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m para a) faixa 220-320 Hz. b) faixa 480-600 Hz.

5.2 RESPOSTAS EM FREQUÊNCIA PARA SITUAÇÃO DE MINIMIZAÇÃO DA NORMA $\mathcal{H}_2$ (1-6)

Esta seção considera as situações criadas para estudar uma treliça espacial da seção 4.1.2 do capítulo 4. Aqui são consideradas as simulações em que se busca achar o valor mínimo da norma $\mathcal{H}_2$ considerando os 6 modos de vibrar separadamente de modo a achar as coordenadas das juntas ótimas, supondo que cada junta pode variar ± 0.02 m.

Figura 5.5 apresenta as respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas das juntas modificadas para minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para as 6 primeiras frequências naturais segundo uma variação de limites inferior e superior ± 0.02 . A linha sólida representa a resposta em frequência da treliça não-modificada, já as linhas pontilhadas em vermelho, representam a resposta em frequência da treliça com coordenadas das juntas modificadas e otimizadas para minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 primeiros modos de vibrar da estrutura em estudo, individualmente.

As figuras mostram que alguns picos de ressonância da FRF original dentro da faixa entre 100 Hz e 700 Hz atenuaram, porém, outros se amplificaram, quando comparados com as FRFs obtidas a partir da minimização de norma $\mathcal{H}_2$ de cada modo de vibrar individualmente. É válido observar também, um padrão de comportamento de cada curva. Quando o valor de norma $\mathcal{H}_2$ da primeira flexão é minimizado, esse mesmo modo é o que é mais otimizado. Quando o valor de norma $\mathcal{H}_2$ da segunda flexão é minimizado, é tal modo que é otimizado. O mesmo aconteceu com a primeira torção, segunda torção, terceira flexão e quarta flexão, como observado na figura 5.5.

Figura 5.6 mostra em quais faixas de frequência (dentro da faixa 100-700 Hz), as amplitudes de vibração são suprimidas e em quais faixas em que as amplitudes são amplificadas, fazendo uso da equação 5.1. Sabe-se que, a parte da curva que fica acima da reta $\tau = 1$, em vermelho, mostra as faixas em que as amplitudes sofrem atenuação, enquanto que a parte da curva que fica abaixo da reta, mostra as faixas em que as amplitudes são amplificadas.

Figura 5.7 ilustra a comparação das funções custo para as situações em que os limites inferior e superior da otimização são de ± 0.02 m. Vale lembrar que, tais figuras são as mesmas mostradas na figura 5.6. Entretanto, elas são mostradas em faixas, evidenciando as frequências naturais de cada modo de vibrar em estudo. Assim, é possível dizer se o modo de vibrar da treliça é atenuado ou amplificado com a aplicação do controle passivo.

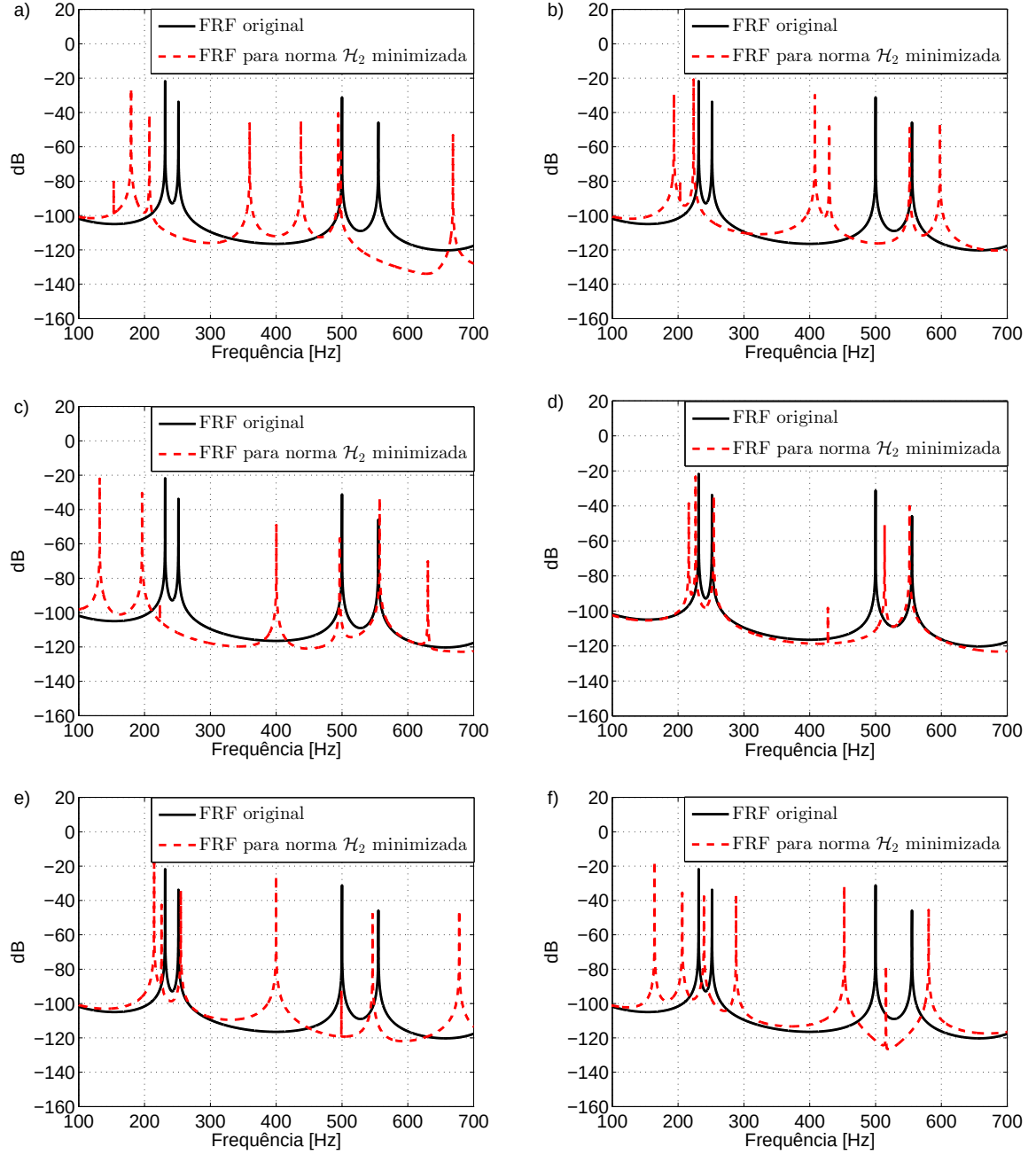


Figura 5.5: Respostas em frequência das funções custo da treliça com coordenadas originais e com nós modificados pela minimização da norma $\mathcal{H}_2$ da a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.

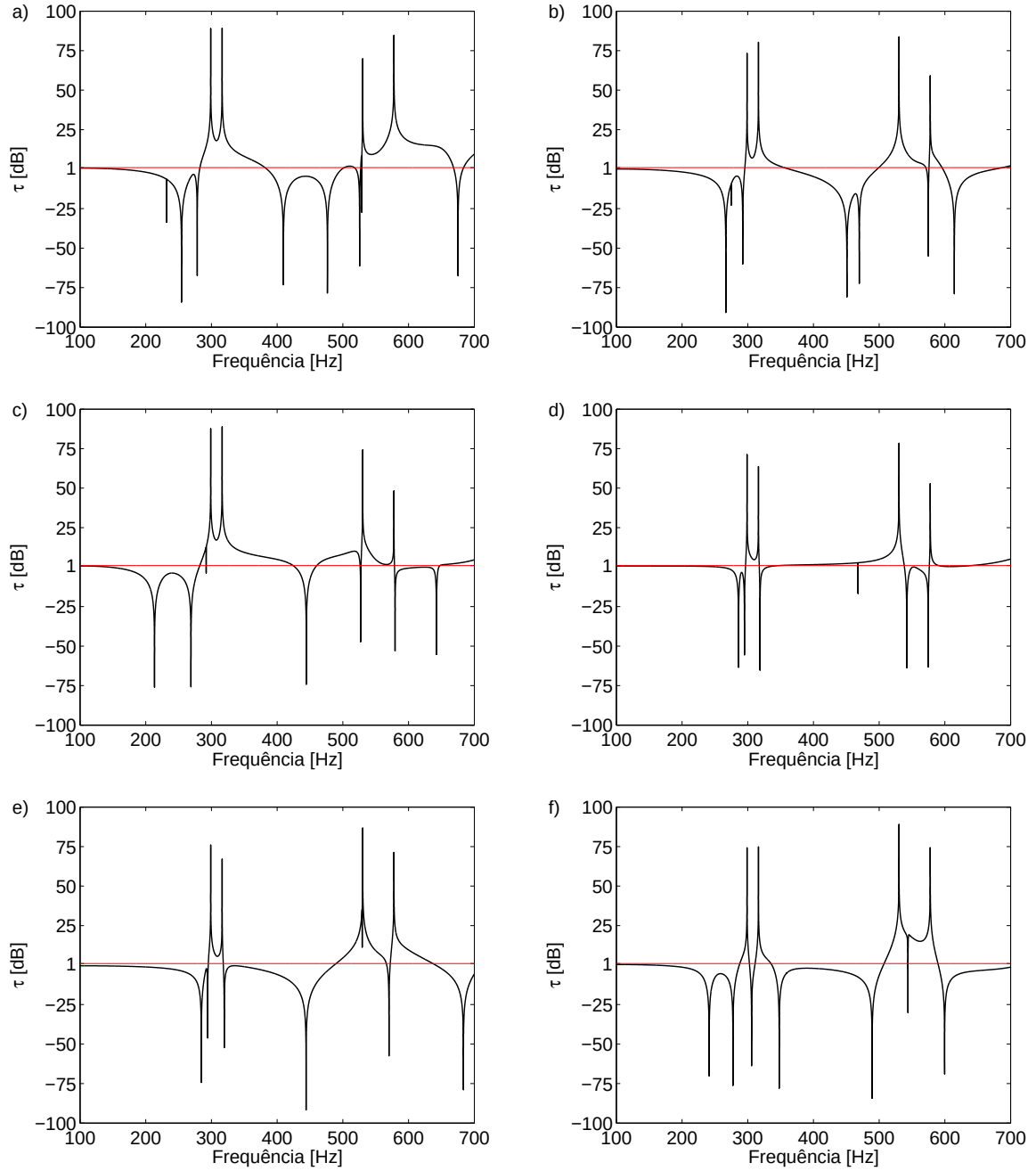


Figura 5.6: Comparação entre a função custo original e a função custo da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m da a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.

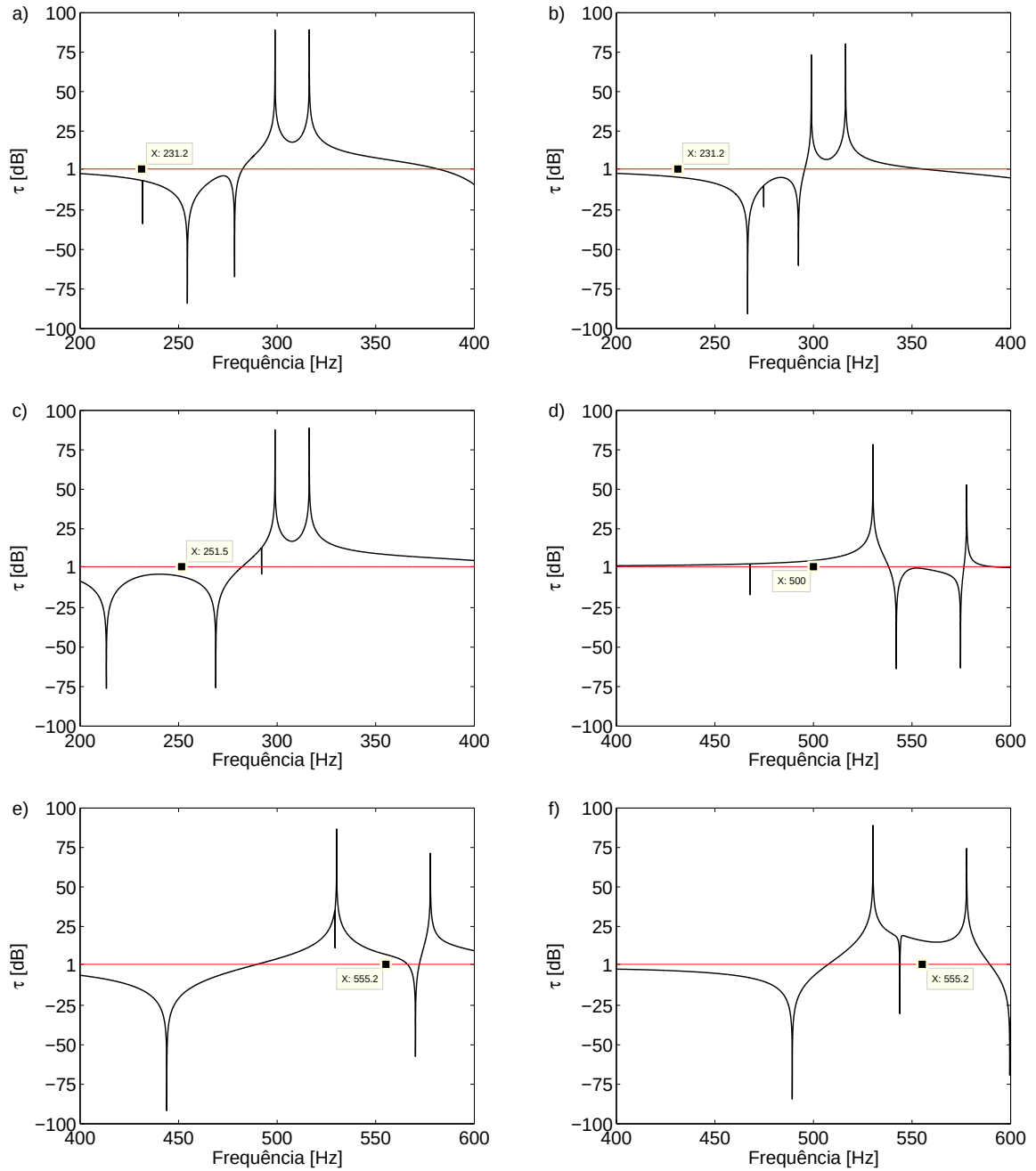


Figura 5.7: Comparação por faixas de frequência entre a função custo original e a função custo da minimização da norma $\mathcal{H}_2$ para limites inferior e superior de ± 0.02 m a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.

Na figura 5.7, é evidenciado os 3 primeiros modos em estudo, são eles: primeira flexão, segunda flexão e primeira torção, ficaram em regiões abaixo da reta em vermelho, ou seja, tais modos se apresentaram em regiões que sofreram amplificação das amplitudes e consequentemente, tiveram suas amplitudes amplificadas. Já a segunda torção, terceira flexão e quarta flexão, ficaram em regiões onde as amplitudes sofreram atenuação, portanto, tiveram suas amplitudes atenuadas.

Escolhe-se verificar o comportamento destes modos de vibrar na determinada faixa de frequência com o objetivo de investigar se os modos sofreram alguma modificação significativa após a aplicação do controle passivo que foi fazer modificações estruturais. Figura 5.8 faz uma comparação entre os modos de vibrar originais e os modos de vibrar após as modificações estruturais, que foi modificar as coordenadas de cada nó da treliça, através do algoritmo de otimização simulated annealing. Pode-se dizer que não houve modificações significativas, pois não houve troca de modos de vibrar, como por exemplo, a primeira torção virar segunda flexão e vice versa. Aparentemente, os modos permaneceram os mesmos, apenas com mudanças nas coordenadas nodais.

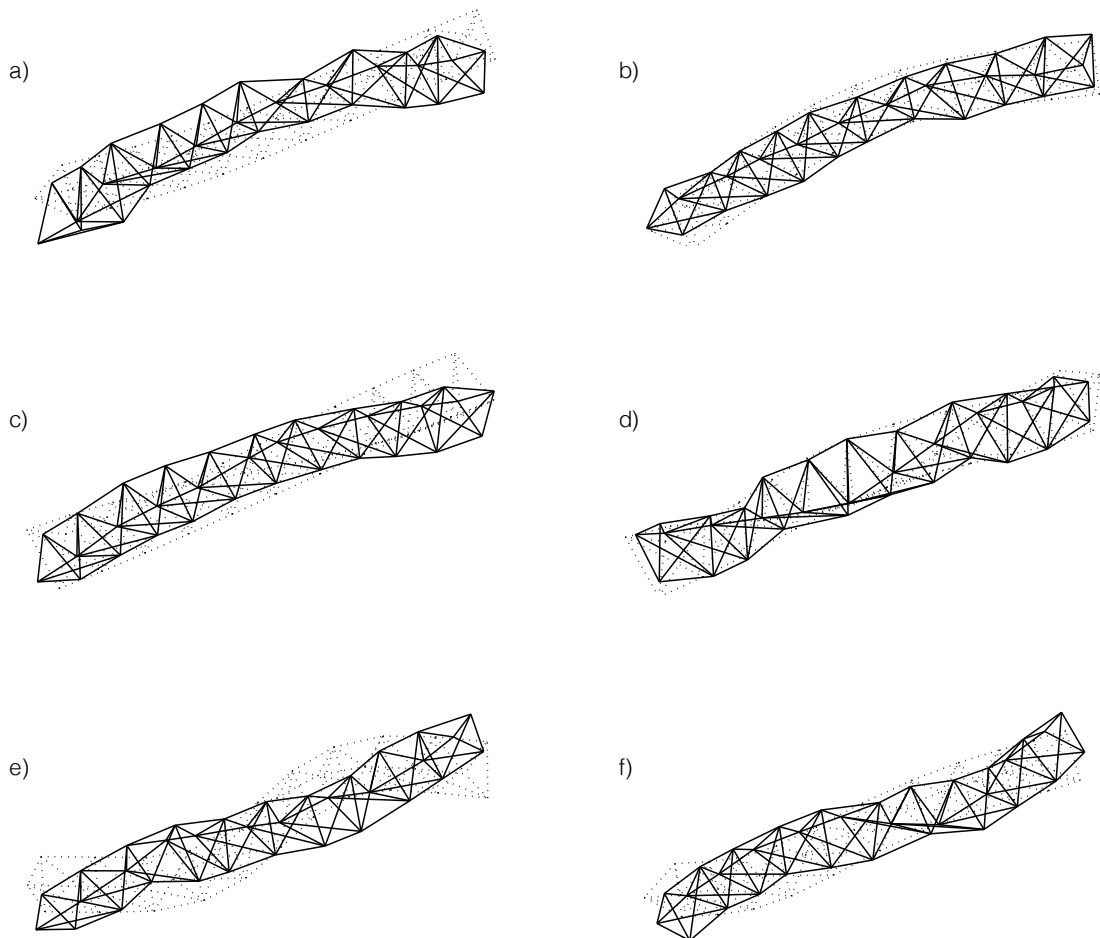


Figura 5.8: Comparação dos modos de vibrar da treliça original com os modos de vibrar da treliça modificada obtidos pelo MEF.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, é feita uma introdução ao uso de estruturas espaciais do tipo treliça bem como uma revisão bibliográfica com o intuito de explicar as principais ferramentas e métodos utilizados para a elaboração desta dissertação. O modelo da estrutura utilizada é apresentado. Basicamente, três métodos são usados para a análise da estrutura, são eles: método do elementos finitos (MEF), técnica de otimização simulated annealing (SA) e simulação de Monte Carlo (SMC).

O trabalho propõe o estudo de um controle passivo aplicado a uma treliça espacial. É feita uma introdução à modelagem utilizando o método dos elementos finitos. Realiza-se uma análise de 6 modos de vibrar da estrutura, são eles: primeira flexão, segunda flexão, primeira torção, segunda torção, terceira flexão e quarta flexão. É introduzido o conceito de norma $\mathcal{H}_2$, a qual consiste em um parâmetro para medir intensidade da resposta de uma estrutura sob alguma excitação. Juntamente com o MEF, a técnica de otimização simulated annealing é utilizada para encontrar as coordenadas ótimas de cada junta da treliça que minimizam o valor da norma $\mathcal{H}_2$ de 6 modos de vibrar da treliça em estudo, visto que, cada modo possui um valor de norma. Duas situações são estudadas na otimização. Uma considerando a minimização da soma *RMS* de norma $\mathcal{H}_2$ para os 6 modos de vibrar e outra minimizando o valor da norma $\mathcal{H}_2$ de cada modo individualmente.

A primeira realiza duas simulações, uma utilizando uma faixa de valores para as coordenadas nodais de ± 0.01 m e outra para uma faixa de ± 0.02 m. Com isso, são encontradas duas novas coordenadas nodais da estrutura que minimizam o valor da soma *RMS* da norma $\mathcal{H}_2$. Observa-se que, para a faixa de ± 0.02 m, o valor encontrado para a norma $\mathcal{H}_2$ dos 6 modos de vibrar em estudo é o menor. Então, para cada uma das novas coordenadas nodais, são obtidas FRFs, comparando-as com a FRF original da treliça. Percebe-se que, as amplitudes de vibração diminuíram ao passo que o valor da norma $\mathcal{H}_2$ diminuiu para ambos os casos. Vale mencionar que, curvas de comparação das funções custo foram obtidas. Para a primeira situação, as frequências naturais originais ficaram na parte de cima da curva, com exceção para a quarta frequência natural (segunda torção) que ficou dentro de uma faixa abaixo da reta, em vermelho.

A segunda simulação considera que na otimização, a faixa de valores que as coordenadas das juntas apenas podiam variar ± 0.02 m. Com isso, foram obtidas 6 novas coordenadas das juntas da treliça para cada minimização de norma $\mathcal{H}_2$ dos modos individualmente. Logo, para cada uma das 6 novas coordenadas das juntas, FRFs foram obtidas de modo a compará-las com a FRF obtida com as coordenadas nodais originais da treliça. Admite-se que, as amplitudes de vibração diminuíram de maneira mais significativa para o próprio modo cujo valor de norma $\mathcal{H}_2$ foi otimizado. Além disso, quando foi feita a comparação das funções custo é evidenciado os 3 primeiros modos em estudo, são eles: primeira flexão, segunda flexão e primeira torção, tais modos se apresentaram em regiões que sofreram amplificação das amplitudes e consequentemente, tiveram suas amplitudes amplificadas. Já a segunda torção, terceira flexão e quarta flexão, ficaram em regiões onde as amplitudes sofreram atenuação, portanto, tiveram suas amplitudes atenuadas.

A partir dos resultados é possível dizer que a técnica de controle passivo é efetiva apenas em algumas regiões da faixa estudada para cada situação. Além disso, observa-se que as amplitudes de vibração se deslocam para a esquerda, mostrando que a treliça perdeu rigidez quando as modificações estruturais são realizadas. Ainda, é possível concluir que, a técnica de controle passivo apenas pega a energia de um modo e joga em outro, fazendo com que aquele modo que doou energia fique com uma amplitude menor e aquele que ganhou energia fique com uma amplitude maior. Para evitar tal comportamento das amplitudes, pode-se fazer uso de uma técnica de controle ativa. Vale lembrar que, a técnica de controle passivo aplicada não inclui a adição de amortecimento à estrutura, o que seria também uma outra opção para diminuição de amplitudes.

Além disso, o trabalho considera que existem incertezas atreladas à estrutura. Para levá-las em consideração, é aplicado a simulação de Monte Carlo. Tais incertezas podem estar associadas às propriedades físicas do sistema como, propriedades do material, bem como geometria da estrutura. É feito um estudo da influência de incertezas sobre os valores das frequências naturais do sistema. Verifica-se que, incertezas ligadas à geometria do sistema afetam mais as frequências naturais do que aquelas associadas às propriedades do material. Isso acontece porque, fisicamente, as modificações na geometria têm um maior impacto na estrutura em si do que modificações nas propriedades do material como, por exemplo, o módulo de elasticidade e a densidade. Este estudo também foi importante para verificar quanto as coordenadas nodais poderiam variar na otimização sem que a treliça variasse muito pouco ou ficasse muito deformada a ponto de perder muita rigidez.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, tem-se a ideia de utilizar também as normas $\mathcal{H}_\infty$ e Hankel como parâmetros a serem minimizados na otimização por *simulated annealing*. Pode-se, também, aplicar uma otimização robusta na estrutura estudada nesta dissertação, sabendo que uma otimização robusta consiste em minimizar a variância da função objetivo, ou seja, alterações aleatórias nas variáveis e/ou parâmetros do problema pouco alteram a função objetivo desejada. Outro trabalho pertinente seria um estudo sobre flambagem da treliça. Neste caso, a estrutura é estudada na vertical, sendo possível verificar, por exemplo, como a treliça espacial deste trabalho se comporta quando submetida a situações de flambagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, G. L. C. M. D.; LOPES JR, V. H2 optimal control for smart truss structure. 2010.
- ALAVIAN, A.; ROTKOWITZ, M. C. On a hankel-based measure of decentralized controllability and observability. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 48, n. 22, p. 227–232, 2015.
- ARAÚJO, A.; GINÉ, E. *The central limit theorem for real and Banach valued random variables*. [S.l.]: Wiley New York, 1980. v. 431.
- ARNDT, M.; MACHADO, R.; SCREMIN, A. An adaptive generalized finite element method applied to free vibration analysis of straight bars and trusses. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 329, n. 6, p. 659–672, 2010.
- ASGARIAN, B.; SALARI, N.; SAADATI, B. Application of intelligent passive devices based on shape memory alloys in seismic control of structures. In: ELSEVIER. *Structures*. [S.l.], 2016. v. 5, p. 161–169.
- BEKEY, I. Space construction results: The ease/access flight experiment. *Acta Astronautica*, Elsevier, v. 17, n. 9, p. 987–996, 1988.
- BENNAGE, W. A.; DHINGRA, A. K. Single and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using simulated annealing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 38, n. 16, p. 2753–2773, 1995.
- BODINEAU, G.; BOULADE, S.; FRAPARD, B.; CHEN, W.; SALEHI, S.; ANKERSEN, F. Robust control of large flexible appendages for future space missions. In: *Proceedings of 6th International Conference on Dynamics and Control of Systems and Structure in Space*. [S.l.: s.n.], 2004.
- BORTOLOTTI, J. A.; BORGES, C. N.; BRUNS, R. E. Split-plot designs and normal probability graphs for the optimization of chemical systems. *Analytica chimica acta*, Elsevier, v. 544, n. 1, p. 206–212, 2005.
- BOWMAN, A. W.; AZZALINI, A. *Applied smoothing techniques for data analysis: the kernel approach with S-Plus illustrations*. [S.l.]: OUP Oxford, 1997. v. 18.
- BROWNLEE, K. A.; BROWNLEE, K. A. *Statistical theory and methodology in science and engineering*. [S.l.]: Wiley New York, 1965. v. 150.
- BULMER, M. G. *Principles of statistics*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

- BUSH, H. G.; MIKULAS JR, M. M.; HEARD JR, W. L. Some design considerations for large space structures. *AIAA Journal*, v. 16, n. 4, p. 352–359, 1978.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. [S.l.], 1975.
- CURADELLI, O.; AMANI, M. Integrated structure-passive control design of linear structures under seismic excitations. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 81, p. 256–264, 2014.
- DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R. Estimation of statistical distributions for modal parameters identified from averaged frequency response function data. *Journal of Vibration and Control*, Sage Publications, v. 7, n. 4, p. 603–624, 2001.
- EBISUZAKI, T.; QUINN, M. N.; WADA, S.; PIOTROWSKI, L. W.; TAKIZAWA, Y.; CASOLINO, M.; BERTAINA, M. E.; GORODETZKY, P.; PARIZOT, E.; TAJIMA, T. *et al.* Demonstration designs for the remediation of space debris from the international space station. *Acta Astronautica*, Elsevier, v. 112, p. 102–113, 2015.
- FANG, Y.; FEI, J.; WANG, S. H-infinity control of mems gyroscope using ts fuzzy model. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 48, n. 14, p. 241–246, 2015.
- FUJII, H.; SUGIMOTO, Y.; WATANABE, T.; KUSAGAYA, T. Tethered actuator for vibration control of space structures. *Acta Astronautica*, Elsevier, v. 117, p. 55–63, 2015.
- GAO, W.; ZHANG, N.; JI, J. A new method for random vibration analysis of stochastic truss structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 190–199, 2009.
- GAWRONSKI, W. *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004.
- GELATT, C.; VECCHI, M. *et al.* Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.
- GONÇALVES, P. J. P. *Dynamic analysis and active control of lattice structures*. Tese (Doutorado) — University of Southampton, 2007.
- GONÇALVES, P. J. P.; BRENNAN, M. J.; ELLIOTT, S. Active Vibration Control of Space Truss Structures: Power Analysis and Energy Distribution. In: *Proceedings of ISMA-International Conference on Noise and Vibration*. [S.l.: s.n.], 2006.
- GOSZ, M. R. *Finite element method: Applications in solids, structures, and heat transfer*. [S.l.]: CRC Press, 2005.
- HAM, F. M.; GREELEY, S. W.; HENNIGES, B. L. Active vibration suppression for the mast flight system. *Control Systems Magazine, IEEE*, IEEE, v. 9, n. 1, p. 85–90, 1989.
- HAMADA, Y.; OHTANI, T.; KIDA, T.; NAGASHIO, T.; YAMAGUCHI, I.; KASAI, T.; IGAWA, T.; MITANI, S.; SUNAGAWA, K.; IKEDA, M. Orbital experiments of linearly interpolated gain scheduling attitude controller using ets-viii spacecraft. In: *Automatic Control in Aerospace*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 18, n. 1, p. 193–197.
- HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G. *Harris' shock and vibration handbook*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2002. v. 5.

- HASANÇEBİ, O.; ERBATUR, F. Layout optimisation of trusses using simulated annealing. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, v. 33, n. 7, p. 681–696, 2002.
- HU, Q.; JIA, Y.; XU, S. Dynamics and vibration suppression of space structures with control moment gyroscopes. *Acta Astronautica*, Elsevier, v. 96, p. 232–245, 2014.
- HWANG, C.-R. Simulated annealing: theory and applications. *Acta Applicandae Mathematicae*, Springer, v. 12, n. 1, p. 108–111, 1988.
- JALALPOUR, M.; GUEST, J. K.; IGUSA, T. Reliability-based topology optimization of trusses with stochastic stiffness. *Structural Safety*, Elsevier, v. 43, p. 41–49, 2013.
- JAMES JR, R. L. Large space systems technology overview. In: *NASA Conference publication*. [S.l.: s.n.], 1980. v. 2168, p. 1.
- JI, L.; MACE, B.; PINNINGTON, R. A mode-based approach for the mid-frequency vibration analysis of coupled long-and short-wavelength structures. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 289, n. 1, p. 148–170, 2006.
- JIANG, C.; YANG, G.; LAN, T.; ZHU, P.; SONG, H.; ZHOU, C.; CUI, X.; ZHAO, Z.; ZHANG, Y. Improvement of automatic scaling of vertical incidence ionograms by simulated annealing. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, Elsevier, v. 133, p. 178–184, 2015.
- KAMESH, D.; PANDIYAN, R.; GHOSAL, A. Passive vibration isolation of reaction wheel disturbances using a low frequency flexible space platform. *Journal of sound and Vibration*, Elsevier, v. 331, n. 6, p. 1310–1330, 2012.
- KEANE, A. Passive vibration control via unusual geometries: the application of genetic algorithm optimization to structural design. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 185, n. 3, p. 441–453, 1995.
- KIM, S. M.; BRENNAN, M. J. Active vibration control using delayed resonant feedback. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 22, n. 9, p. 095013, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/>>.
- KOOHESTANI, K.; KAVEH, A. Efficient buckling and free vibration analysis of cyclically repeated space truss structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 46, n. 10, p. 943–948, 2010.
- KWON, Y. W.; BANG, H. *The Finite Element Method Using MATLAB*. [S.l.]: CRC press, 2000.
- LAMBERTI, L. An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 86, n. 19, p. 1936–1953, 2008.
- LANDAU, D. P.; BINDER, K. *A guide to Monte Carlo simulations in statistical physics*. [S.l.]: Cambridge university press, 2014.
- LIU, C.; JING, X.; DALEY, S.; LI, F. Recent advances in micro-vibration isolation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, v. 56, p. 55–80, 2015.

- LIU, J.; CHEN, X.; GAO, J.; ZHANG, X. Multiple-source multiple-harmonic active vibration control of variable section cylindrical structures: A numerical study. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, 2016.
- LIU, X.; XIN, X.; LI, Z.; CHEN, Z.; SHENG, Y. Near minimum-time feedback attitude control with multiple saturation constraints for agile satellites. *Chinese Journal of Aeronautics*, Elsevier, 2016.
- LYON, A. Why are normal distributions normal? *The British Journal for the Philosophy of Science*, Br Soc Philosophy Sci, v. 65, n. 3, p. 621–649, 2014.
- MAYOROVA, V.; SAMBUROV, S.; ZHDANOVICH, O.; STRASHINSKY, V. Utilization of the international space station for education and popularization of space research. *Acta Astronautica*, Elsevier, v. 98, p. 147–154, 2014.
- MEAD, D. J. *Passive vibration control*. [S.l.]: John Wiley & Sons Inc, 1999.
- MEGURO, A.; ISHIKAWA, H.; TSUJIHATA, A. Study on ground verification for large deployable modular structures. *Journal of spacecraft and rockets*, v. 43, n. 4, p. 780–787, 2006.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000.
- MOSHREFI-TORBATI, M.; KEANE, A. J.; ELLIOTT, S. J.; BRENNAN, M. J.; ANTHONY, D. K.; ROGERS, E. Active vibration control (avc) of a satellite boom structure using optimally positioned stacked piezoelectric actuators. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 292, n. 1, p. 203–220, 2006.
- NAKAMURA, K.; TSUTSUMI, Y.; UCHIMARU, K.; TSUJIHATA, A.; MEGURO, A. Large deployable reflector on ets-viii. *18th ICSSC, AIAA-98-1229*, 1998.
- PALLADIO, A. *The four books of architecture*. [S.l.]: Courier Corporation, 1965. v. 1.
- PRESS, W.; TEUKOLSKY, S.; VETTERLING, W.; FLANNERY, B. *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing, 933 pp*. [S.l.]: Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
- PREUMONT, A. *Vibration Control of Active Structures: An Introduction*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. v. 179.
- QIU, Z.; ZHANG, X.; WANG, Y.; WU, Z. *et al.* Active vibration control of a flexible beam using a non-collocated acceleration sensor and piezoelectric patch actuator. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 326, n. 3, p. 438–455, 2009.
- RAO, S. S. *Mechanical Vibrations*. Pearson/Prentice Hall, 2004. ISBN 9780130489876. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=BM22QgAACAAJ>>.
- RAO, S. S. *The finite element method in engineering*. [S.l.]: Elsevier, 2010.
- ROSA, S. D.; FRANCO, F.; POLITO, T. Partial scaling of finite element models for the analysis of the coupling between short and long structural wavelengths. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, v. 52, p. 722–740, 2015.

- SGAMBI, L.; GARAVAGLIA, E.; BASSO, N.; BONTEMPI, F. Monte carlo simulation for seismic analysis of a long span suspension bridge. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 78, p. 100–111, 2014.
- SHANG, H.; MACHADO, R.; FILHO, J. A. Dynamic analysis of euler–bernoulli beam problems using the generalized finite element method. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 173, p. 109–122, 2016.
- SMOLE, K. C. S.; KIYUKAWA, R. *Matemática: ensino médio*. [S.l.]: Saraiva, 1998.
- SOUSA, T.; SOARES, T.; MORAIS, H.; CASTRO, R.; VALE, Z. Simulated annealing to handle energy and ancillary services joint management considering electric vehicles. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 136, p. 383–397, 2016.
- STEFFEN JR, V.; RADE, D. A.; INMAN, D. J. Using passive techniques for vibration damping in mechanical systems. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, SciELO Brasil, v. 22, n. 3, p. 411–421, 2000.
- SUN, X.; XU, J. Vibration control of nonlinear absorber–isolator–combined structure with time-delayed coupling. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Elsevier, v. 83, p. 48–58, 2016.
- TAYLOR, J. R. *Design for modular space truss slab*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1965.
- TORMAN, V. B. L.; COSTER, R.; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação normality of variables: diagnosis methods and comparison of some nonparametric tests by. *Revista HCPA*, v. 32, n. 2, p. 227–234, 2012.
- TURNER, M. *The direct stiffness method of structural analysis*. [S.l.]: Boeing Airplane Company, 1959.
- ULUDAMAR, E.; TOSUN, E.; AYDIN, K. Experimental and regression analysis of noise and vibration of a compression ignition engine fuelled with various biodiesels. *Fuel*, Elsevier, v. 177, p. 326–333, 2016.
- VAILLON, L.; PETITJEAN, B.; FRAPARD, B.; LEBIHAN, D. Active isolation in space truss structures: from concept to implementation. *Smart materials and structures*, IOP Publishing, v. 8, n. 6, p. 781, 1999.
- VAILLON, L.; PHILIPPE, C. Passive and active microvibration control for very high pointing accuracy space systems. *Smart materials and structures*, IOP Publishing, v. 8, n. 6, p. 719, 1999.
- WAH, B. W.; WANG, T.; CHEN, Y. *Theory and Applications of Simulated Annealing for Nonlinear Constrained Optimization*. [S.l.]: Citeseer, 2008.
- XU, M.; QIU, Z. Free vibration analysis and optimization of composite lattice truss core sandwich beams with interval parameters. *Composite Structures*, Elsevier, v. 106, p. 85–95, 2013.

ZARATE, I. O. D.; AGUIRREBEITIA, J.; AVILÉS, R.; FERNÁNDEZ, I. A finite element approach to the inverse dynamics and vibrations of variable geometry trusses. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 47, n. 3, p. 220–228, 2011.

APÊNDICE A

MATRIZES DE ELEMENTOS FINITOS

Este apêndice ilustra as matrizes de rigidez e massa da estrutura para os elementos finitos para elementos de treliça, o qual considera somente movimento longitudinal dos membros, e são dadas por

$$\mathbf{K} = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \frac{\rho SL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

onde $\mathbf{K}$ e $\mathbf{M}$ são as matrizes de rigidez e massa respectivamente, E é o módulo de elasticidade, ρ é a densidade, L é o comprimento do elemento e S a área da seção transversal.

APÊNDICE B

CONVERGÊNCIA DO SIMULATED ANNEALING

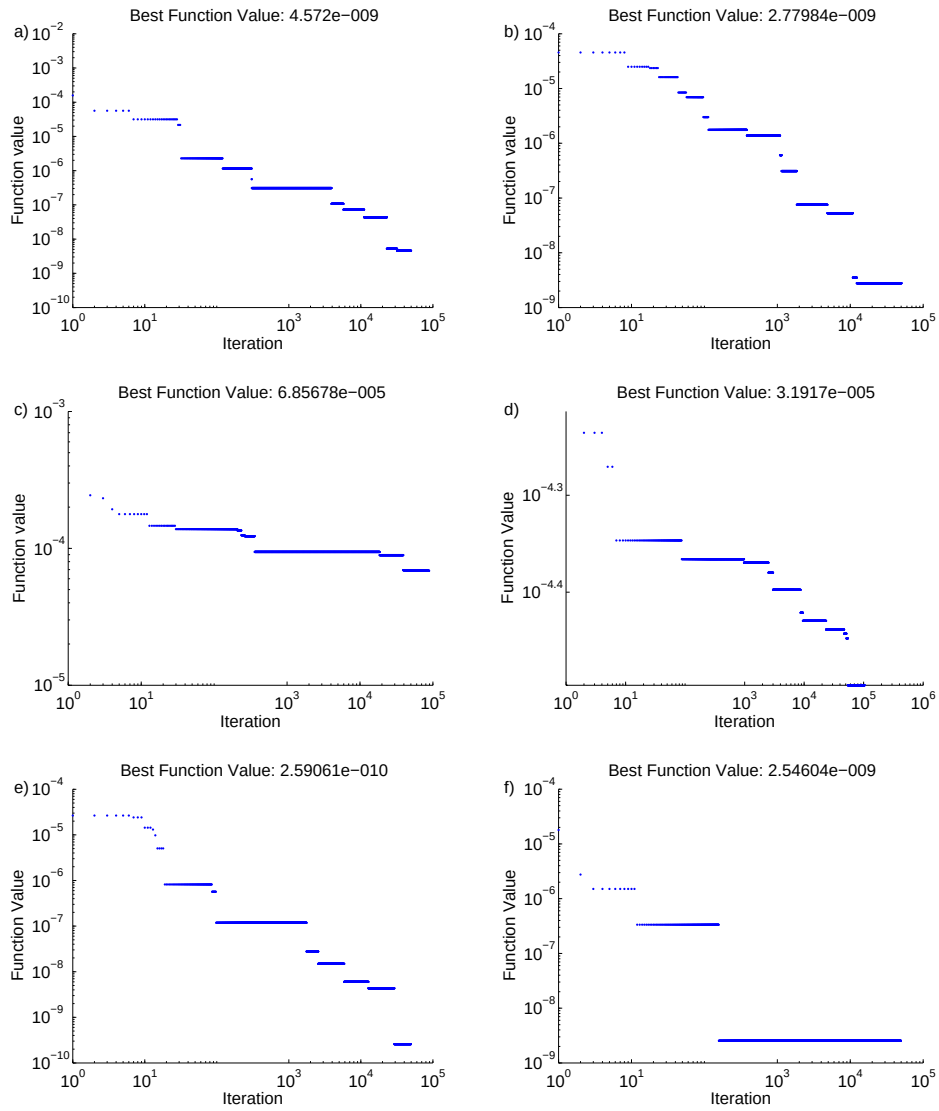


Figura B.1: Convergência de normas $\mathcal{H}_2$ utilizando Simulated Annealing para a a) Primeira Flexão. b) Segunda Flexão. c) Primeira Torção. d) Segunda Torção. e) Terceira Flexão. f) Quarta Flexão.