



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Câmpus de São José do Rio Preto

Rodrigo Koiti Ishizaka

Validação estatística da retração de Fibonacci para a
seleção de carteira

São José do Rio Preto
2023

Rodrigo Koiti Ishizaka

Validação estatística da retração de Fibonacci para a
seleção de carteira

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Nunes Silva

Financiadora: CAPES

São José do Rio Preto
2023

179v

Ishizaka, Rodrigo Koiti

Validação estatística da retração de Fibonacci para a seleção de carteira / Rodrigo Koiti Ishizaka. -- São José do Rio Preto, 2023
144 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio
Preto

Orientador: Geraldo Nunes Silva

1. Applied mathematics. 2. Algoritmos. 3. Stocks Prices. 4.
Otimização matemática. 5. Investimentos. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de
Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Rodrigo Koiti Ishizaka

Validação estatística da retração de Fibonacci para a
seleção de carteira

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CAPES

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Geraldo Nunes Silva
Orientador

Prof. Dr. Maurílio Boaventura
Departamento de Matemática - UNESP - São José do Rio Preto

Prof. Dr. Silvio Alexandre de Araujo
Departamento de Matemática - UNESP - São José do Rio Preto

Prof. Dr. Flávio Luiz de Moraes Barboza
FAGEN - UFU - Uberlândia

Prof. Dr. Vanderlei Bonato
CCMC-ICMC - USP - São Carlos

São José do Rio Preto
17 de fevereiro de 2023

Dedico aos meus pais e a mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por ter me guiado e iluminado durante toda esta jornada.

Agradeço à minha família e em especial aos meus pais, Inês e Seiji, e ao meu irmão, Renato, que sempre foram essenciais na minha vida e o principal motivo por eu ter chegado até aqui. Obrigado por sempre estarem presentes me dando todo o suporte possível para que este sonho, e não só meu, se tornasse realidade. Obrigado por não medirem esforços, apesar da distância e das minhas inseguranças, por me incentivarem e, principalmente, por acreditarem em mim.

Agradeço, em especial, ao meu orientador Dr. Geraldo Nunes Silva por todo o suporte ao longo do doutorado. Agradeço todo o conhecimento compartilhado, conversas motivadoras, disponibilidade e empenho. Obrigado por acreditar na minha capacidade e por ser uma pessoa e profissional incrível. Sempre digo que sou privilegiado e que eu não poderia ter tido orientador melhor nesta etapa da minha vida.

Agradeço ao professor Dr. Flávio Barboza, Dr. Maurílio Boaventura, Dr. Silvio Araujo e Dr. Vanderlei Bonato por aceitarem o convite para compor a banca examinadora e contribuírem para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também aos demais professores da instituição no qual tive contato e que também colaboraram com a minha formação.

Agradeço aos meus amigos da matemática aplicada e da vida por toda conversa, incentivo, desabafo e confraternizações: Eduardo Machado, Fabiola Villanueva, Gis-laine Melega, Isadora Camillo, Júnior Augusto, Luana Lima, Mijael Hancoco, Nicolas Assis, Paola Aquino, Rodrigo Barbosa, Thallis Machado, Valdir Mendes e Yen. Em especial, os meus agradecimentos ao Gustavo Marcato, Jennifer Borges e Karina Rampazzi, por confiar e sempre me apoiar em tudo, por me acolherem e por estarem presentes em todos os momentos. São pessoas incríveis que carrego em meu coração e continuarei carregando para a vida toda.

Agradeço também, e não menos importante, à minha amiga e parceira de primeiro

ano de doutorado, Camila Oliveira, que mesmo longe, teve a sua marca ao longo desses anos. Uma das primeiras pessoas a me acolher, vizinha, amiga e dona de um coração incrível, minha eterna gratidão.

Agradeço aos meus colegas e amigos, Ana Livia Roderio, Anderson Gonzaga, André Antunes, André Carvalho, Elaine Tavares, Eliton Moro, Jarne Donizetti, Heloísa Lopes, Livea Esteves, Otávio Perez, Plínio Sicuti, Ronísio Ribeiro, Samuel Paulino e Yino Carranza por todos os cafés, almoços, jogos e todo meio de distração ao longo desses anos.

Agradeço aos meus alunos e atualmente amigos, em especial à Beatriz, Eduardo, Fernanda, Larissa, Matheus, Milena, Mini, Pedro, Thaynara, Thiago e demais. Fizeram do Ibilce um lugar mais especial e acolhedor.

Agradeço aos amigos que tive o prazer de conhecer em Rio Preto, Arthur Belão e Eduardo Schaefer. Obrigado por todos os momentos fora da universidade. Foram essenciais tê-los comigo.

Agradeço aos meus amigos de mestrado Beatriz Carreira, Enrico Ambrósio, Jéssica Ventura, Leticia Berlandi, Letícia Silva, Marcos Viana, e Rafael Sterza. Agradeço, em especial, ao Laison Furlan e Maycon Calixto por todo o apoio e por sempre acreditarem quando nem eu mesmo acreditava. Palavras de incentivo nunca faltaram e se cheguei até aqui foi porque tive o prazer de conhecê-los.

Agradeço às minhas amigas de graduação que jamais me abandonaram, mesmo com toda a distância e as vendo pouquíssimo: Andressa Santos, Bruna Nascimento, Camila Leme e Elís Olivia. Grato, por tudo.

Agradeço aos meus amigos de infância e da vida: Bárbara Kushikawa, Beatriz Oliveira, Bruna Kushikawa, Caio Michelin, Camila Lima, Danilo Marcondes, Evan-der Girardi, Francieli Calderan, Francielli Okida, Igor Corrêa, Karine Calefi, Larissa Marques, Leonardo Baldim, Mirella Braga, Nathalia Fonseca, Paula Eduarda, Paula Franzini, Thaís Silvério e Yasmim Moreira por todo o apoio das mais variadas formas. Um agradecimento especial à Mayra Braga por ser a melhor, ser esse poço de intensidade e zelo e por sempre se preocupar comigo, à Luana Novais por ser essa pessoa incrível e a que mais incentiva as pessoas ao seu redor, e isso não foi diferente comigo (agradeço também a disponibilidade de sua máquina, dedico este trabalho também a você), ao João Marcelo e Tiffany Mezenes por todo o cuidado e por estarem sempre

presentes e dispostos a deixar os dias de qualquer um mais leve e, por último, ao Leonardo Mello por todos os momentos e apoio nesse período que foi tão difícil. Vocês são essenciais e agradeço todos os dias por isso.

Agradeço ao IBILCE, por me proporcionar momentos tão maravilhosos e inesquecíveis, mesmo passando por momentos difíceis. À todos os servidores que tive contato, minha gratidão.

Agradeço ao Departamento de Matemática e Computação da UNESP, campus de Presidente Prudente, pela oportunidade de atuar no meio acadêmico como professor bolsista.

Agradeço à OBMEP por possibilitar o amparo financeiro, fornecido pela CAPES, ao longo de toda a minha formação.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram, de forma direta ou indireta, para que este sonho fosse possível. Foi uma longa jornada e jamais conseguiria sem cada um de vocês.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Nesta tese é apresentado um algoritmo baseado na análise técnica, principalmente na Retração de Fibonacci, com o objetivo de comprovar a sua eficiência no mercado de ações do Brasil. Esta ferramenta tem sido utilizada com frequência por investidores, entretanto existem poucos trabalhos na literatura que a avaliam. O desenvolvimento da estratégia consiste fortemente na identificação de uma reversão de tendência, o que é muito importante dado que o mais adequado é operar no início de uma tendência, e identificação de níveis de Fibonacci, que funcionam como *stop loss* e *take profit*. A estratégia é avaliada em 50 ativos que compõem principalmente o índice Ibovespa e validada através de testes estatísticos, o que é comprovada, a nível de 5%, que esta apresenta acurácia média de 67,37%. Outra abordagem proposta aqui é resolver um problema de programação linear binária para a seleção de uma carteira com restrição de cardinalidade baseada na estratégia desenvolvida. A composição da carteira só é alterada quando ativos que a compõem atingem níveis de preços estabelecidos por níveis de Fibonacci. Resultados empíricos, fora da amostra, revelam que a estratégia apresenta uma alta rentabilidade superando o índice Ibovespa e algumas outras presentes na literatura.

Palavras-chave: Algoritmo. Retração de Fibonacci. Análise Técnica. Seleção de carteira. Índice Ibovespa.

ABSTRACT

This thesis presents an algorithm based on technical analysis, mainly Fibonacci Retracement, with the aim to prove its efficiency in the Brazilian stock market. This tool has been frequently used by investors, however there are few works in the literature that evaluate it. The strategy development consists strongly in identifying a trend reversal, which is very important given that the most appropriate is to trade at the beginning of a trend, and identifying Fibonacci levels, which work as stop loss and take profit. The strategy is evaluated in 50 assets that compose mainly the Ibovespa index and validated through statistical tests, which is proven, at the 5% level, that it presents an average accuracy of 67.37%. Another approach proposed here is to solve a binary linear programming problem for portfolio selection with cardinality restriction based on the developed strategy. The portfolio composition is only changed when the assets that compose it reach levels established by Fibonacci levels. Empirical results, out-of-sample, reveal that the strategy presents a high profitability outperforming the Ibovespa index and some others present in the literature.

Keywords: Algorithm. Fibonacci retracement. Technical analysis. Portfolio selection. Ibovespa index.

Lista de Figuras

2.1	Atributos do <i>candlestick</i>	30
2.2	Identificação de topos e fundos.	31
2.3	Rompimento de suporte.	32
2.4	Rompimento de resistência.	32
2.5	Sinal de reversão: martelo.	33
2.6	Sinal de reversão: envolvente.	33
2.7	Sinal de reversão: estrela.	34
2.8	Retração de Fibonacci.	37
2.9	Retração de Fibonacci invertida.	38
2.10	Região crítica para o teste de hipótese.	44
4.1	Fundo e topo identificados por <i>candle sticks</i>	56
4.2	Sequência de fundos e topos significativos para identificação de uma tendência de baixa.	57
4.3	Identificação de uma reversão de alta com o rompimento de um topo significativo.	58
4.4	Identificação de uma reversão de baixa com o rompimento de um fundo significativo.	58
4.5	Formação de um Fibonacci de grau 1.	60
4.6	Formação de um Fibonacci de grau 2.	62
4.7	Formação de um Fibonacci de grau 3.	62
4.8	Fibonacci de grau 3 atingindo o <i>stop loss</i>	63
4.9	Indicação da posição dos <i>candlesticks</i> para identificação de abertura de ordens.	65
5.1	Modelos de gerenciamento de ordens.	104
5.2	Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo A.	106
5.3	Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo B.	106
5.4	Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo C.	107
5.5	Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo D.	107
5.6	Comparação entre a estratégia operando em um único ativo e IBOV no intervalo II.	110
5.7	Comparação entre a estratégia operando em um único ativo e IBOV no intervalo III.	111
5.8	Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo II.	115
5.9	Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo III.	116

5.10	Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo IV.	117
5.11	Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo V.	118
5.12	Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C5 x IBOV no intervalo de forward.	121

Lista de Tabelas

2.1	Razão entre o atual e antecessor para a verificação de ϕ .	35
2.2	Tabela de erro para o teste de hipótese.	42
2.3	Conclusão do teste de hipótese.	44
4.1	Relação entre retração e alvo para a retração de Fibonacci invertida.	61
4.2	Posição de abertura de ordens para cada modelo.	66
4.3	Classificação da Tendência	69
4.4	Definição de Intervalos dos Dados.	78
5.1	Probabilidade conjunta de dois ativos.	81
5.2	$QR_{min} = 1$ para MGT1.	83
5.3	$QR_{min} = 2$ para MGT1.	83
5.4	$QR_{min} = 3$ para MGT1.	83
5.5	$QR_{min} = 4$ para MGT1.	83
5.6	$QR_{min} = 5$ para MGT1.	84
5.7	$QR_{min} = 6$ para MGT1.	84
5.8	$QR_{min} = 7$ para MGT1.	84
5.9	$QR_{min} = 8$ para MGT1.	84
5.10	$QR_{min} = 9$ para MGT1.	85
5.11	$QR_{min} = 10$ para MGT1.	85
5.12	$QR_{min} = 11$ para MGT1.	85
5.13	$QR_{min} = 12$ para MGT1.	85
5.14	$QR_{min} = 11$ para MGT2.	86
5.15	$QR_{min} = 11$ para MGT3.	86
5.16	$QR_{min} = 9$ para MGT.	87
5.17	Divisão de grupos de ativos.	87
5.18	$QR_{min} = 1$, Grupo A.	88
5.19	$QR_{min} = 2$, Grupo A.	88
5.20	$QR_{min} = 3$, Grupo A.	88
5.21	$QR_{min} = 4$, Grupo A.	88
5.22	$QR_{min} = 5$, Grupo A.	89
5.23	$QR_{min} = 6$, Grupo A.	89
5.24	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo A.	89
5.25	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para o Grupo A.	90
5.26	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para os Subgrupos de A.	90
5.27	Acurácia final de MT2 para o Grupo A.	91

5.28	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo A.	91
5.29	Comparação dos modelos de treinamento para M ativos.	92
5.30	Fase de validação para M ativos para MT2.	92
5.31	Classificação dos ativos, parte I.	93
5.32	Classificação dos ativos, parte II.	94
5.33	Classificação dos ativos, parte III.	95
5.34	Grau de Fibonacci relevantes que permite a operação para cada grupo. . .	95
5.35	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo A.	96
5.36	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para o Grupo A.	96
5.37	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para os Subgrupos de A.	97
5.38	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo A.	97
5.39	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo B.	97
5.40	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para o Grupo B	98
5.41	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para os Subgrupos de B.	98
5.42	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo B.	98
5.43	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo C.	99
5.44	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para o Grupo C.	99
5.45	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para os Subgrupos de C.	99
5.46	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo C.	100
5.47	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo D.	100
5.48	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para o Grupo D	100
5.49	Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para os Subgrupos de D.	101
5.50	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo D.	101
5.51	Comparação dos modelo de treinamento para M ativos.	101
5.52	Fase de validação para M ativos.	102
5.53	Fase de teste no intervalo III, para MT2.	102
5.54	Teste de Hipótese de acordo com os graus de Fibonacci.	104
5.55	Retorno para MGO.	105
5.56	Retorno dos ativos operados individualmente.	108
5.57	Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de um único ativo no intervalo I.	109
5.58	Análise de retorno e risco para o conjunto de dados II.	110
5.59	Análise de retorno e risco para o conjunto de dados III.	111
5.60	Análise de retorno e risco para o conjunto de dados IV e V.	112
5.61	Retorno em termos percentuais do IBOV e MGC3 para a operação de um único ativo.	112

5.62	Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de carteira no intervalo I, para CP1.	113
5.63	Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de carteira no intervalo I para CP2.	113
5.64	Retorno em termos percentuais para a operação de carteira C5.	114
5.65	Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo II.	115
5.66	Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo III.	116
5.67	Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo IV.	117
5.68	Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo V.	118
5.69	Comparação entre C1 x C5 x IBOV no período de oito anos.	119
5.70	Análise comparativa de trabalhos existentes na literatura.	119
5.71	Análise comparativa em período de pandemia COVID-19 (02/01/2020 a 17/07/2020).	120
5.72	Comparação entre C5 x IBOV para o intervalo de forward.	121
A.1	Lista de ativos para o treinamento da estratégia.	132
A.2	Divisão dos ativos em grupos de acordo com o seu desempenho na aplicação da metodologia.	133
A.3	Nomenclatura dos subgrupos de ativos.	134
A.4	Divisão dos ativos em subgrupos.	135
A.5	Relação dos ativos selecionados com bom desempenho para a metodologia divididos em subgrupos.	136
B.1	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo B.	137
B.2	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para o Grupo B	137
B.3	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para os Subgrupos de B.	138
B.4	Acurácia final de MT2 para o Grupo B.	138
B.5	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo B.	138
B.6	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo C.	139
B.7	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para o Grupo C.	139
B.8	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para os Subgrupos de C.	139
B.9	Acurácia final de MT2 para o Grupo C.	140
B.10	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo C.	140
B.12	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para o Grupo D	141
B.13	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para os Subgrupos de D.	141
B.11	Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo D.	141
B.14	Acurácia final de MT2 para o Grupo D.	142
B.15	Comparação das duas modelagens propostas para o grupo D.	142
B.16	Acurácia final de MT2 para o Grupo A após a seleção de ativos.	143
B.17	Acurácia final de MT2 para o Grupo B após a seleção de ativos.	143

B.18 Acurácia final de MT2 para o Grupo C após a seleção de ativos.	144
B.19 Acurácia final de MT2 para o Grupo D após a seleção de ativos.	144

Lista de Algoritmos

1	Algoritmo para o gerenciamento de ordens.	67
2	Algoritmo para o cálculo de retorno.	68
3	Algoritmo geral da estratégia de Fibonacci.	70
4	Algoritmo para a Carteira.	76

Lista de Siglas

CP	Conjunto de Parâmetros
CS	Critério de Seleção
ETFs	<i>Exchange Traded Funds</i>
HME	Hipótese de Mercados Eficientes
MD	Máximo <i>Drawdown</i>
MGC	Modelo de Gerenciamento de Carteira
MGO	Modelo de Gerenciamento de Ordens
MGT	Modelo de Gerenciamento de Tendência
MT	Modelo de Treinamento
PPL	Problema de Programação Linear
RC	Região Crítica

Sumário

1	Introdução	27
2	Conceitos Preliminares	29
2.1	Análise Técnica	29
2.1.1	Aplicações da Sequência de Fibonacci	35
2.2	Estatística	38
2.3	Carteira	44
3	Revisão Bibliográfica	47
3.1	Análise Técnica	47
3.2	Estratégias	50
3.3	Carteira	51
4	Metodologia	55
4.1	Metodologia Computacional.	55
4.1.1	Pré-processamento dos dados	55
4.1.2	Identificação de uma reversão	56
4.1.3	Formação de Fibonacci	59
4.1.4	Grau do Fibonacci	61
4.1.5	Abertura de ordens	63
4.1.6	Gerenciamento de tendência	68
4.1.7	Aplicação da estratégia	69
4.1.8	Otimização de carteira	71
4.1.9	Medidas de risco	77
4.2	Fundamentação Estatística	77
4.2.1	Considerações iniciais	77
4.2.2	Conjunto de variáveis aleatórias independentes	78
4.2.3	Fase de treinamento	78
4.2.4	Fase de validação	79
4.2.5	Fase de teste	80
4.2.6	Carteiras	80
5	Resultados	81
5.1	Independência das variáveis aleatórias	81
5.2	Modelo de gerenciamento de tendência	82
5.3	Classificação dos ativos	87
5.4	Teste de hipótese unilateral para a proporção	103
5.5	Modelo de gerenciamento de ordens	104

5.6	Aplicação da estratégia por ativo	105
5.6.1	Análise dos ativos individualmente	105
5.6.2	Análise da operação de um único ativo	108
5.7	Carteira	113
5.7.1	Comparação entre a estratégia e índice Ibovespa	114
5.7.2	Análise comparativa com trabalhos existentes na literatura	119
5.7.3	Forward	120
6	Conclusão	123
	Referências	125
	Apêndice A Lista de Ativos	131
	Apêndice B Resultados Complementares	137

1 Introdução

Ao longo dos anos, cada vez mais, pessoas de todas as faixas etárias, independente de gênero, etnia, religião ou status social, tem aderido ao mercado financeiro. Segundo dados da B3, a quantidade de pessoas que investem na bolsa de valores do Brasil aumentou cerca de 1,5 milhão em um período de um ano, totalizando 4,2 milhões de investidores em 2022. Com isso, segundo Edwards, Magee e Bassetti (1999), a busca para descobrir metodologias seguras para avaliar a tendência do mercado é constante, bem como descobrir qual ação comprar e qual o momento certo de fazê-la.

Após a definição da Teoria Dow, considerada um marco na área de finanças, estudos referentes ao mercado financeiro foram surgindo. De acordo com Fama (1970), dentre os estudos que já existiam, a Hipótese de Mercado Eficientes (HME), considerada um dos estudos centrais da pesquisa científica em finanças e mercado de capitais, que, por sua vez, ressurgiu sob a rubrica “*theory of random walks*”, foi resgatada e ganhou mais atenção após sessenta anos. Fama (1965) descreve esta teoria sugerindo que o preço dos ativos refletem toda informação disponível no mercado e constata que as mudanças de preços são independentes, ou seja, os preços passados não influenciam nos preços futuros. Entretanto, a HME confronta outra área de estudos, a análise técnica, e alguns autores rejeitam, sob algumas condições, esta teoria: Lo e MacKinlay (1988), Frennberg e Hansson (1993), Ayadi e Pyun (1994), Tabak (2003), Charles e Darné (2009) e Wang, Zhang e Zhang (2015).

Existem diversos estudos referentes a investimentos, basicamente divididos em duas escolas: análise técnica e análise fundamentalista. Baseando-se em uma delas ou na combinação das duas, os investidores criam as suas próprias estratégias de investimentos. Além disso, estas podem ser desenvolvidas para investimentos de curto, médio e longo prazo utilizando algoritmos de aprendizagem de máquina. Com o avanço das tecnologias de informação e a rapidez de transmissão de dados, bem como a análise destes por algoritmos computacionais, é possível implementar estratégias, que são utilizadas pelos investidores através de operações manuais, e fazê-las de forma automatizada.

Apesar de contar com uma diversidade de pessoas que apresentam um perfil de investimento diferente, todos buscam uma ponderação entre uma maior rentabilidade e menor risco. A ideia, então, é oferecer para os investidores a partir de um algoritmo, uma estratégia rentável, com suporte científico, a fim de promover segurança e satisfação dos mesmos. Aqui, é proposta uma estratégia baseada na análise técnica e trabalhos como de Brock, Lakonishok e LeBaron (1992), Osler e Chang (1995) e Neely, Weller e Dittmar (1997) apresentam suporte para esta ferramenta de estudo.

A estratégia desenvolvida, utiliza, principalmente, técnicas para a análise de alvos através da retração de Fibonacci. Tal ferramenta tem sido muito utilizada pelos investidores, entretanto não existem muitos trabalhos na literatura que comprovam a sua eficiência. Isto deve-se ao fato da retração de Fibonacci ser subjetiva, visto que depende de pontos inseridos por diferentes investidores. Tsinaslanidi, Guijarro e Voukelatos (2022) inves-

tigam esta ferramenta e fornecem evidência contra o seu uso, reforçando que diferentes abordagens devem ser adotadas. Para contornar este problema de subjetividade, aqui é proposta como alternativa uma estratégia para a identificação de uma reversão, mostrando que a retração de Fibonacci, ao contrário de Tsinaslanidi, Guijarro e Voukelatos (2022), é eficiente.

O embasamento científico para desenvolver e validar as estratégias de investimentos é realizado através de métodos e estudos estatísticos e utiliza dados históricos de ativos, principalmente de ações da bolsa de valores do Brasil que eram compreendidas no índice Ibovespa no período de estudo, para a sua validação e teste.

Além de desenvolver uma estratégia para operação no mercado financeiro, estudos são realizados através de sua aplicação para diferentes modelos de investimentos. Os estudos se estendem para o problema de seleção de carteira, onde é suposto adquirir um retorno mais alto e menor risco quando comparado com as demais alternativas. Aqui é mostrado que, de fato, isso ocorre.

Assim, o presente trabalho contribui com a criação de um algoritmo capaz de identificar a reversão de uma tendência baseado em conceitos da análise técnica e aplica estratégias para a abertura de ordens e seleção de carteira que auxiliam na tomada de decisão.

A metodologia apresenta performance satisfatória para um conjunto de ativos que foram estudados através da aplicação do algoritmo em dados passados e também para dados coletados em tempo real, sendo esta última possível através da integração entre as plataformas que disponibilizam os dados e de execução. Os resultados obtidos superam trabalhos existentes na literatura e também o *benchmark* Ibovespa, sustentando, então, a geração de um produto rentável que pode ser aplicado no mercado financeiro.

Além disso, contribui com a investigação da retração de Fibonacci no mercado de ações do Brasil cuja validação é dada através de métodos estatísticos. Tal investigação reforça a eficiência deste indicador técnico, bem como também da análise técnica.

Nesta tese, o Capítulo 2 apresenta os conceitos preliminares, principalmente referentes à análise técnica, utilizados para o desenvolvimento do trabalho. O Capítulo 3 traz uma breve revisão bibliográfica sobre o tema, desde o seu surgimento até os trabalhos atuais para a análise técnica e problema de seleção de carteira, já o Capítulo 4 trata de toda a modelagem da estratégia desenvolvida, apresentando de forma detalhada todas as ferramentas utilizadas ao longo da metodologia, principalmente de um ponto de vista computacional. O Capítulo 5 mostra como esta foi validada através de fundamentos estatísticos, bem como as suas considerações iniciais para a validação da metodologia. Além disso, apresenta os resultados obtidos através da aplicação da estratégia em dados históricos ainda não vistos dos ativos no qual foram constatados boa performance, e faz uma análise do risco e retorno anual obtido comparando com outras estratégias propostas na literatura e/ou *benchmark*. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais deste trabalho.

2 Conceitos Preliminares

Neste capítulo serão descritos os principais conceitos básicos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho. Divide-se em conteúdos voltados para a análise técnica, estatística e otimização.

2.1 Análise Técnica

Existem muitas técnicas que podem ser utilizadas para prever os preços dos ativos e auxiliar na tomada de decisão. Estas são divididas em análise fundamentalista e análise técnica e se diferem em diversos aspectos (PETRUSHEVA; JORDANOSKI, 2016). Enquanto a primeira prevê o preço futuro de um ativo a partir de mudanças e fatores econômicos como demonstrações de lucros e perdas, registros de dividendos e política da empresa em interesse, a segunda leva em consideração o histórico de negociação de um determinado ativo, bem como preços passados, que pode ser analisado através de gráficos (EDWARDS; MAGEE; BASSETTI, 1999). O gráfico é construído a partir de uma série temporal, que por sua vez, é um conjunto de dados coletados em um intervalo de tempo uniforme. Tem sido aplicada em diversas áreas, inclusive em finanças, quando os preços de um determinado ativo são amostrados em intervalos de tempos iguais (MONDAL; SHIT; GOSWAMI, 2014).

Para Murphy (2001), a análise técnica é baseada em três premissas. Estas estão descritas a seguir:

1. A ação do mercado desconta tudo, ou seja, o que pode afetar o preço de um determinado ativo já é imediatamente refletido no seu preço atual. Ainda, o preço pode variar de acordo com a oferta e demanda - quando a oferta é maior que a demanda, resulta na queda do preço e quando a demanda é maior que a oferta, resulta no aumento do preço do ativo;
2. Os preços se movem em tendência, o que indica que identificar o início de uma tendência permite operar na direção da tendência identificada;
3. A história se repete, isto porque o estudo do comportamento do mercado está ligado com o estudo da psicologia e comportamento humano. Padrões que se comportaram bem no passado, tendem a continuar se comportando bem no futuro.

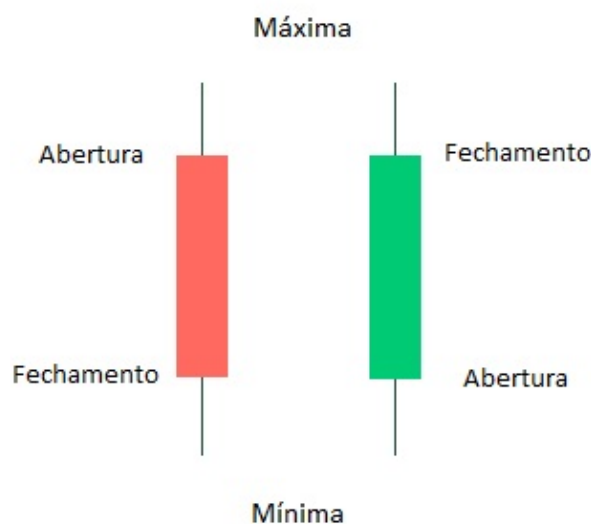
Como o gráfico é a principal ferramenta de estudo para a análise técnica, surgiram diversos indicadores técnicos e formas para representar os preços passados através deles. Os gráficos podem ser distinguidos por tempo de negociação (1 minuto, 5 minutos, 15 minutos, 30 minutos, 1 hora, 4 horas, diário, semanal, mensal e anual) e também por tipo (linhas, barras, “*point-and-figure*” e *candlesticks*)(EDWARDS; MAGEE; BASSETTI, 1999).

Gráfico de *candlesticks*

Segundo Nison (2001), o termo *candlestick* foi introduzido pelos japoneses por volta do século XVII a partir da comparação feita com os atributos necessários para vencer uma batalha e operar no mercado financeiro. Neste período, o desenvolvimento da análise técnica no Japão se deu através do crescimento da economia agrária e a expansão do comércio, principalmente de arroz. A partir daí, começaram a surgir os primeiros contratos futuros do mundo, sendo estes negociados através do *Dojima Rice Exchange*. Ainda, uma das primeiras pessoas a prever o preço futuro através dos preços passados foi Munehisa Homma, conhecido por acumular uma grande fortuna e acertar cem negociações consecutivas.

Assim como o gráfico de barras, o gráfico de *candlesticks* apresenta as mesmas informações de preços de abertura, máxima, mínima e fechamento. Enquanto o *candle* de baixa tem o corpo preenchido pela cor vermelha (ou preta), cujo preço de fechamento está abaixo do preço de abertura, o de alta tem o corpo preenchido pela cor verde (ou branca), cujo preço de fechamento está acima do preço de abertura (NISON, 2001). O tipo e atributos do *candlestick* estão expressos na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Atributos do *candlestick*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

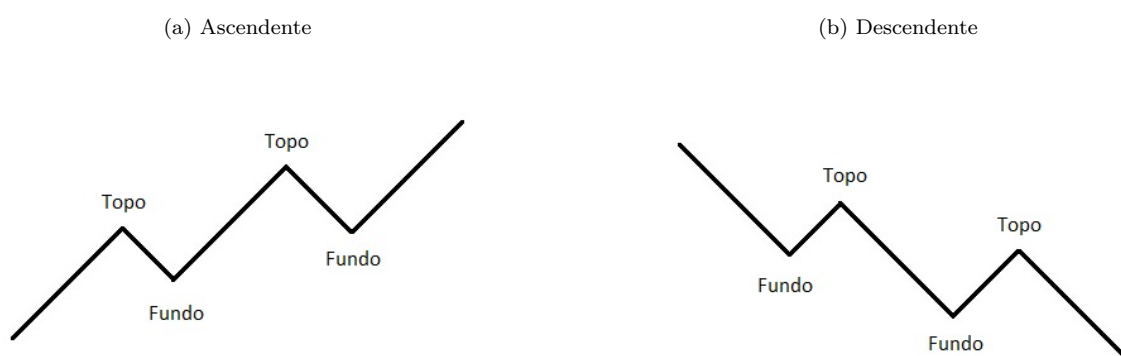
Fundos e topos

Segundo Rockefeller (2011), uma tendência de alta pode ser reconhecida através de uma série de *candlesticks* cujo preço de fechamento é maior que o preço de fechamento do *candle* anterior. Da mesma forma, outro fator analisado é se os *candles* apresentam, majoritariamente, preços de mínima e máxima maior que os preços de mínima e máxima de um *candle* anterior, respectivamente. Rockefeller (2011) ainda relata que através de uma sequência de preços de máximas, é possível verificar a formação do que é denominado pico. Já uma sequência de preços de mínimas podem resultar em vales.

Rockefeller (2011) e Murphy (2001) definem uma tendência de alta através da identificação de uma sequência de picos e vales cada vez maiores que os anteriores, resultando

no entusiasmo do mercado do respectivo ativo. Daí vem a definição de picos e vales ascendentes ou, também conhecidas como, topos e fundos ascendentes. Quando o contrário acontece é definido, então, uma tendência de baixa. Este é dado através da identificação de uma sequência de picos e vales cada vez menores que os anteriores. Da mesma forma, define-se picos e vales descendentes ou, então, topos e fundos descendentes. A Figura 2.2 mostra tais movimentos.

Figura 2.2 – Identificação de topos e fundos.



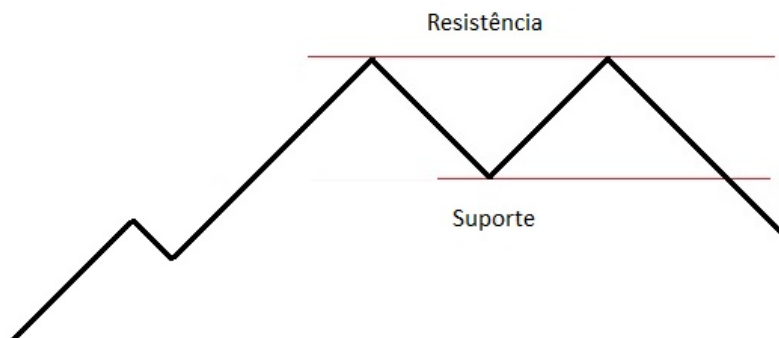
Fonte: Elaborado pelo autor.

Rockefeller (2011) ainda questiona como identificar topos e fundos que apresentam uma maior significância. Esta resposta pode ser dada a partir da visualização do gráfico ou de regras que podem ser aplicadas como um filtro para a sua identificação.

Suporte e Resistência

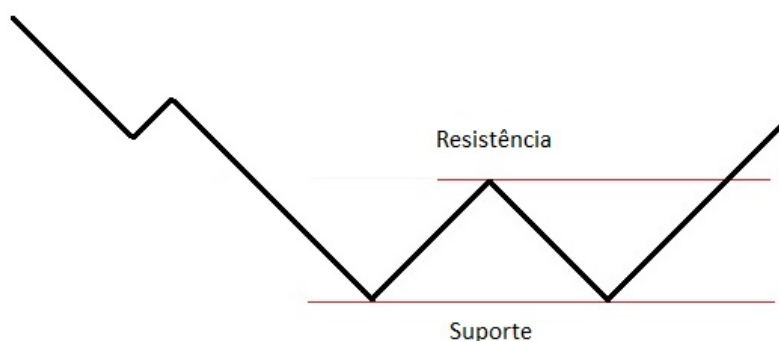
Com a definição de fundos e topos, agora estas ferramentas podem ser chamadas de suporte e resistência, respectivamente. A ideia de suportes é definir um nível de preço no qual o preço do ativo tende a subir novamente, existindo um grande interesse na compra deste. Já resistência é o oposto de suporte. Tem como objetivo definir um nível de preço no qual o preço do ativo tende a cair, favorecendo, agora, a venda deste (MURPHY, 2001). As Figuras 2.3 e 2.4 retratam o rompimento de um suporte e resistência.

Figura 2.3 – Rompimento de suporte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 2.4 – Rompimento de resistência.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Split e inplit

Um *split* consiste em substituir os papéis existentes de um determinado ativo, por uma maior quantidade de papéis com um preço menor que o anterior. Tem como objetivo aumentar a liquidez das ações (CORREIA, 2008).

Já um *inplit* consiste em substituir os papéis existentes de um determinado ativo, por uma menor quantidade de papéis, porém, agora, com um preço maior que o anterior. É conhecido também como agrupamento, onde um montante de papéis passam a ser apenas um sem que o investidor tenha alteração no capital investido. É basicamente o inverso do *split* (CORREIA, 2008).

Sinais de reversão

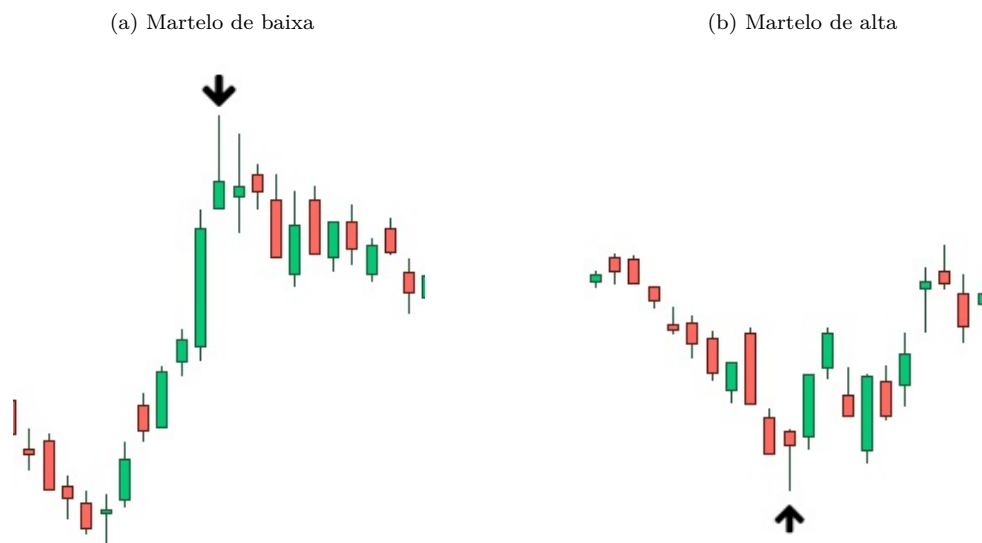
Com a introdução do gráfico de *candlesticks* apresentada por Steve Nison, foi possível verificar a relação entre a oferta e demanda, a tendência do mercado, bem como entender o seu comportamento e a psicologia dos investidores. Com isso, uma de suas principais

vantagens é detectar as tendências antes que estas ocorram a partir da identificação de padrões (CORREIA, 2008).

Os padrões podem ser classificados como de alta ou baixa. Como estes são definidos serão baseados em Jearanaitanakij e Passaya (2019) e Hu et al. (2019).

- Martelo: é composto por um único *candle* e independe do tipo. Apresenta corpo pequeno, isto é, o preço de abertura e fechamento estão situados próximos. Além disso, o corpo deve estar localizado em sua extremidade ou bem próxima desta e o pavio deve ser longo com cerca de duas vezes a altura do corpo;

Figura 2.5 – Sinal de reversão: martelo.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

- Envolvente: é composto por dois *candles*, onde o primeiro deve ser de um tipo e necessariamente o posterior deve ser do tipo oposto. O segundo deve envolver totalmente o corpo do *candle* anterior;

Figura 2.6 – Sinal de reversão: envolvente.

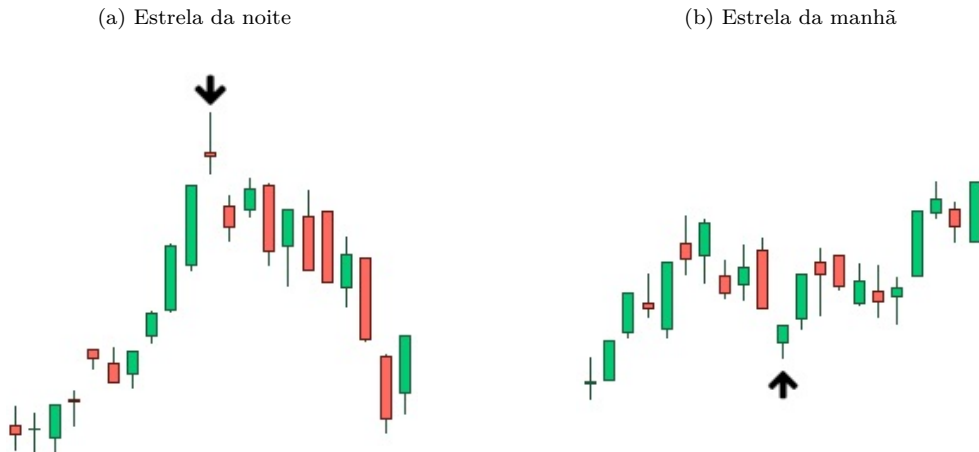


Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

¹Disponível em: <<https://br.investing.com/equities/>>. Acesso em: 17 de mar. 2021.

- Estrela: é composto por três *candles*, onde o primeiro deve respeitar a tendência a ser revertida, o segundo independe do tipo e o terceiro deve ser da tendência oposta. O segundo *candle*, chamado de estrela, deve ter corpo pequeno e, além disso, deve estar abaixo do corpo do anterior e posterior no caso da estrela da manhã ou acima do corpo do anterior e posterior no caso da estrela da noite.

Figura 2.7 – Sinal de reversão: estrela.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Fibonacci

Segundo Jardine (2003), a sequência de Fibonacci surgiu a partir da observação de que uma sequência numérica explicava a taxa de crescimento de coelhos.

Boyer (1968), apresenta o seguinte problema que a originou: um casal de coelhos pode reproduzir-se a partir de dois meses de vida, reproduzindo um novo casal a cada mês. Considerando apenas um casal recém-nascido de início, quantos casais existirão ao final de um ano?

A partir do problema representado acima, Boyer (1968) define, então, a sequência de Fibonacci como

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots$$

onde cada elemento desta sequência, com exceção dos dois primeiros que são definidos como 1, é dado pela soma dos dois elementos imediatamente anteriores a este, ou seja,

$$F(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 1, & n = 2 \\ F(n-1) + F(n-2), & n \geq 3 \end{cases} \quad (2.1)$$

Jacques Phillipe Marie Binet, matemático francês, foi responsável por redescobrir uma fórmula matemática para calcular cada elemento da sequência de Fibonacci. Isto porque para números cada vez maiores de n , encontrar um elemento da sequência pode se tornar cada vez mais difícil quando seus dois elementos anteriores são desconhecidos (LIVIO, 2006). A Fórmula de Binet é expressa pela Equação 2.2.

$$F(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \quad (2.2)$$

Relação entre a Razão Áurea e a sequência de Fibonacci

Para Livio (2006) ainda mais fascinante que o número ϕ é a Razão Áurea, também conhecida como Número de Ouro, denotado por ϕ . Através da média e extrema razão, dado um segmento $\overline{AB}$ e C um ponto de $\overline{AB}$, se

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} \quad (2.3)$$

é possível obter

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618. \quad (2.4)$$

Segundo Livio (2006), Johannes Kepler introduziu, em 1611, a relação entre a sequência de Fibonacci e a Razão Áurea. Considerando a razão entre dois números sucessivos, como expressos na Tabela 2.1, é possível se aproximar cada vez mais de ϕ . Portanto, à medida que n aumenta, a razão entre dois números consecutivos quaisquer desta sequência é a razão áurea, ou seja,

$$\phi = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(n)}{F(n-1)}. \quad (2.5)$$

Tabela 2.1 – Razão entre o atual e antecessor para a verificação de ϕ .

F(n)	F(n)/F(n-1)
1	
1	1
2	2/1 = 2
3	3/2 = 1,5
5	5/3 = 1,666...
8	8/5 = 1,6
13	13/8 = 1,625
21	21/13 = 1,615384615
34	34/21 = 1,619047619
55	55/34 = 1,617647059
89	89/55 = 1,618181818
144	144/89 = 1,617977528
233	233/144 = 1,618055556

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.1.1 Aplicações da Sequência de Fibonacci

Existe uma inter-relação entre os elementos da sequência de Fibonacci. Dado um elemento da sequência, o anterior e próximo é aproximadamente o valor obtido através

da multiplicação por 0,618 e 1,618, respectivamente (JARDINE, 2003).

Algumas relações envolvendo o Número de Ouro são chamadas de níveis de Fibonacci e estes são expressos por Gaucan (2011) da seguinte forma:

$$F_{0\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-\infty} = 0 \qquad F_{100\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^0 = 1 \qquad (2.6)$$

$$F_{61,8\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-1} \approx 0,618 \qquad F_{161,8\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^1 \approx 1,618 \qquad (2.7)$$

$$F_{38,2\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-2} \approx 0,382 \qquad F_{261,8\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^2 \approx 2,618 \qquad (2.8)$$

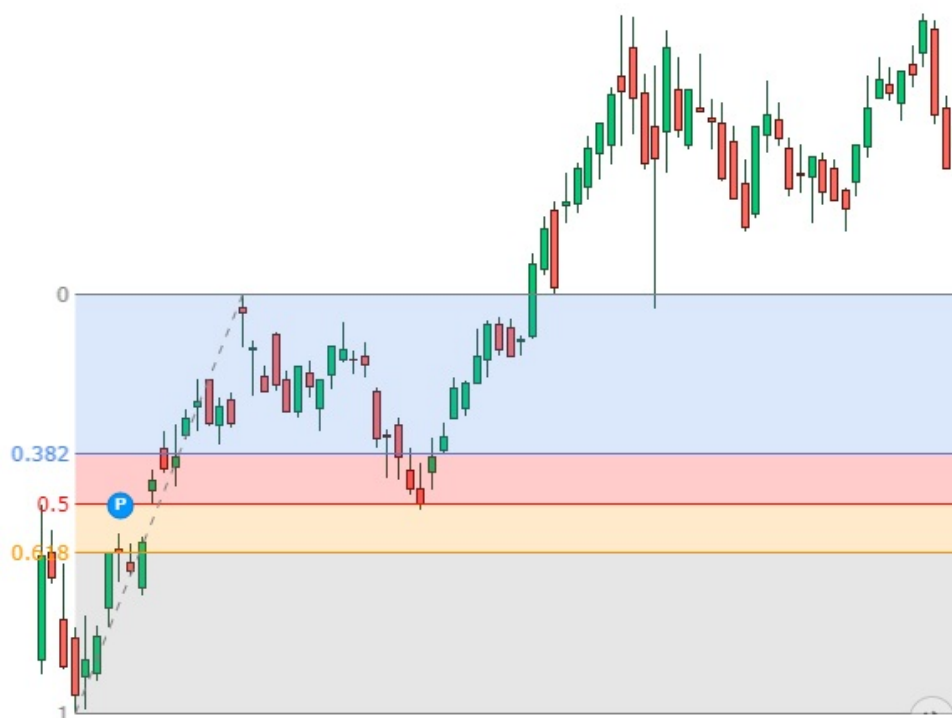
$$F_{23,6\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-3} \approx 0,236 \qquad F_{27,2\%} = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,272. \qquad (2.9)$$

Com exceção do nível de 50%, encontrado a partir da razão entre o segundo e terceiro elemento da sequência de Fibonacci, outros níveis, não menos importantes, podem ser encontrados de forma análoga, como 0,140, 0,180 e 0,786 quando o número de ouro é elevado a -4, -3,5 e -0,5, em termos percentuais, respectivamente. Além disso, pode-se encontrar níveis como de 0,860, por exemplo, através da diferença entre outros dois (1 - 0,140).

Os níveis de Fibonacci podem ser identificados em um gráfico através da divisão da distância vertical dada por dois pontos extremos, cujos níveis são 0% e 100%, e possibilita a formação da **Retração de Fibonacci**. Estes níveis são indicados por linhas horizontais e podem ser usados como possíveis suportes e resistências (GAUCAN, 2011).

A retração de Fibonacci tem como objetivo informar ao investidor o quanto espera-se retrair antes da tendência atual continuar. Esta retração, na maioria das vezes, ocorre nos níveis de 38,2%, 50% e 61,8%. Enquanto o nível de 0% é o início da retração, o nível de 100% representa o ponto no qual o movimento retrai completamente a tendência atual (GAUCAN, 2011). A Figura 2.8 apresenta estas informações, cuja retração atinge o nível de 50%.

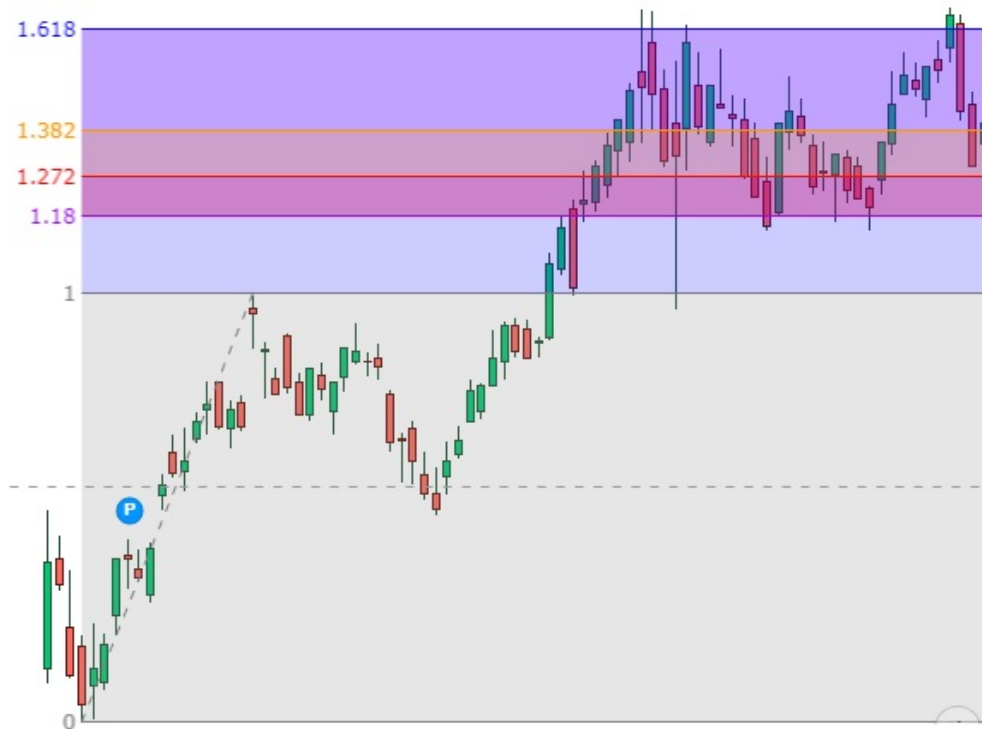
Figura 2.8 – Retração de Fibonacci.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Outra forma bastante utilizada na análise técnica é a retração de Fibonacci invertida. Esta tem como objetivo fornecer o preço que espera-se atingir de um determinado ativo através dos níveis de Fibonacci, também podendo ser chamados de alvos. Podem incluir os níveis de 38,2%, 61,8%, 161,8%, entre outros (BROWN, 2010). A Figura 2.9 apresenta este indicador.

Figura 2.9 – Retração de Fibonacci invertida.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

2.2 Estatística

Nesta seção serão definidos todos os conceitos necessários para o desenvolvimento da fundamentação estatística do trabalho.

Conceitos de probabilidade

As seguintes definições foram baseadas em Evans e Rosenthal (2009).

Definição 2.1. Um modelo de probabilidade requer uma medida de probabilidade P para cada evento A , denotado por $P(A)$. Deve satisfazer as seguintes propriedades:

- 1) $P(A)$ é sempre um número real não-negativo, entre 0 e 1;
- 2) $P(\emptyset) = 0$, isto é, se A é um conjunto vazio, então $P(A) = 0$;
- 3) $P(S) = 1$, isto é, se A é o espaço amostral S inteiro, então $P(A) = 1$;
- 4) P é aditivo, significa que $A_1, A_2, \dots$ é finito ou uma sequência contável de eventos disjuntos, então

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots \quad (2.10)$$

Definição 2.2. Seja S um espaço amostral finito com medida de probabilidade uniforme, isto é, $\frac{1}{|S|}$ e A um evento qualquer, então a probabilidade deste ocorrer será dado por

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|},$$

onde $|A|$ e $|S|$ é a quantidade que ocorre o evento A e a quantidade total da amostra, respectivamente.

Definição 2.3. (Probabilidade Condicional) Sejam A e B dois eventos, com $P(B) > 0$, a probabilidade de um evento A condicionado a B é dada por

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}. \quad (2.11)$$

Para verificar a independência de dois eventos, é preciso mostrar que a probabilidade de ocorrer um evento A não será alterada se B ocorrer, ou seja,

$$P(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}. \quad (2.12)$$

Definição 2.4. Dois eventos A e B são independentes, se

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Conceitos de variáveis aleatórias

As seguintes definições e resultados foram baseados, também, em Evans e Rosenthal (2009).

Definição 2.5. Uma variável aleatória é uma função do espaço amostral S para um conjunto $\mathbb{R}$ de todos os números reais.

Definição 2.6. Se X é uma variável aleatória, então a distribuição de X é uma coleção de probabilidades $P(X \in B)$ para todos os subconjuntos B de números reais.

Definição 2.7. Uma variável aleatória X é discreta se

$$\sum_{x \in \mathbb{R}} P(X = x) = 1. \quad (2.13)$$

Definição 2.8. Para uma variável aleatória discreta X , sua função de probabilidade é a função $p_X : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ definida por

$$p_X(x) = P(X = x). \quad (2.14)$$

Definição 2.9. (Distribuição de Bernoulli) A variável aleatória X tem **Distribuição de Bernoulli** com parâmetro p se existem duas possibilidades para a variável resposta, podendo ser 1 e 0 com probabilidades p e $1 - p$ de ocorrer ($0 \leq p \leq 1$), respectivamente, ou seja,

$$\begin{aligned} p_X(1) &= P(X = 1) = p, \\ p_X(0) &= P(X = 0) = 1 - p, \end{aligned}$$

e X pode ser escrito como $X \sim \text{Bernoulli}(p)$.

Definição 2.10. (Distribuição Binomial) A variável aleatória X tem **Distribuição Binomial** com parâmetro n e p , com $0 \leq p \leq 1$, se $x = 1, 2, \dots, n$ e

$$p_X(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}. \quad (2.15)$$

e X pode ser escrito como $X \sim \text{Binomial}(n, p)$.

Veja que, a distribuição de Bernoulli(p) é um caso especial da distribuição de Binomial(n, p). Quando $n = 1$, segue que

$$\text{Bernoulli}(p) = \text{Binomial}(1, p). \quad (2.16)$$

Teorema 2.11. *Sejam X_i variáveis aleatórias independentes com distribuição de Bernoulli com parâmetro p , com $i = 1, \dots, n$, e*

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n, \quad (2.17)$$

então Y tem Distribuição Binomial(n, p).

Definição 2.12. Uma variável aleatória X é contínua se

$$P(X = x) = 0, \quad (2.18)$$

$\forall x \in \mathbb{R}$.

Definição 2.13. (Distribuição Normal $N(0,1)$) Seja $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad (2.19)$$

e seja X uma variável aleatória com função densidade ϕ . Então, para $-\infty < a \leq b < \infty$, tem-se

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \phi(x) dx = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (2.20)$$

Portanto, a variável aleatória X é dita ter Distribuição Normal $N(0, 1)$, e pode ser escrita como $X \sim N(0, 1)$.

Definição 2.14. Uma coleção $X_1, X_2, \dots, X_n$ de variáveis aleatórias é dita independente e identicamente distribuídas (i.i.d.), se a coleção é independente e cada X_i possui a mesma distribuição.

Corolário 2.15. *Suponha que $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ e X_i são variáveis aleatórias independentes para $i = 1, \dots, n$. Se $\bar{X} = (X_1 + \dots + X_n)/n$, então $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$.*

Definição 2.16. (Distribuição χ^2) A Distribuição χ^2 com n graus de liberdade é a distribuição da variável aleatória

$$Z = \frac{X}{\sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)}}, \quad (2.21)$$

onde $X_1, \dots, X_n$ são independente e identicamente distribuídas (i.i.d.) cada uma com distribuição normal padrão $N(0, 1)$.

Teorema 2.17. *Seja $X_1, \dots, X_n$ i.i.d. de $N(\mu, \sigma^2)$. Considere*

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n), \quad (2.22)$$

e

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \quad (2.23)$$

Então $(n-1)S^2/\sigma^2 \sim \chi^2(n-1)$, onde $\chi^2(n-1)$ é a distribuição qui-quadrado de $n-1$ graus de liberdade. E mais que isso, S^2 e $\bar{X}$ são independentes.

Definição 2.18. (Distribuição t-Student) A Distribuição t-Student com n graus de liberdade é a distribuição da variável aleatória

$$Z = \frac{X}{\sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)/n}}, \quad (2.24)$$

onde $X_1, \dots, X_n$ são i.i.d. cada uma com distribuição normal padrão $N(0, 1)$. Equivalentemente, $Z = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$, onde $Y \sim \chi^2(n)$.

Definição 2.19. (Distribuição Conjunta) Se X e Y são variáveis aleatórias, então a distribuição conjunta de X e Y é uma coleção de probabilidades $P((X, Y) \in B)$, para todo subconjunto $B \subseteq \mathbb{R}^2$ de pares de números reais.

Definição 2.20. (Função de Probabilidade Conjunta) Seja X e Y variáveis aleatórias discretas. Então a função de probabilidade conjunta, é uma função de $p_{X,Y}(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$p_{X,Y}(x, y) = P(X = x, Y = y). \quad (2.25)$$

Teorema 2.21. *Sejam X e Y duas variáveis aleatórias discretas, com função de probabilidade conjunta $p_{X,Y}$. Então a função de probabilidade p_X de X pode ser computada como*

$$p_X(x) = \sum_y p_{X,Y}(x, y). \quad (2.26)$$

Da mesma forma, a função de probabilidade p_Y de Y pode ser computada como

$$p_Y(y) = \sum_x p_{X,Y}(x, y). \quad (2.27)$$

Teorema 2.22. (Teorema Central do Limite) *Sejam $X_1, X_2, \dots$ variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média μ e variância σ^2 e seja $Z \sim N(0, 1)$.*

Se $Z_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$, em que $\bar{X}_n$ é a média de $X_1, \dots, X_n$, então a sequência $\{Z_n\}$ converge para a distribuição de Z , ou seja, $Z_n \xrightarrow{D} Z$.

Teste de Hipótese

Para Evans e Rosenthal (2009), teste de hipótese é uma técnica utilizada para se fazer inferência estatística, cujo objetivo é avaliar se uma determinada amostra está ou não de acordo com a hipótese imposta. Ainda, segundo Correa (2003), a aplicação do teste de hipótese em uma amostra de dados permite inferir sobre uma população.

Correa (2003) apresenta a formulação de um teste de hipótese a partir das duas seguintes hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0: & \text{Hipótese Nula,} \\ H_1: & \text{Hipótese Alternativa.} \end{aligned}$$

Enquanto a hipótese nula é a hipótese a ser testada e expressa igualdade, a hipótese alternativa expressa desigualdade.

Após a definição das hipóteses, é necessário especificar um nível de significância α , que por sua vez, fornece uma estimativa para a incerteza da inferência. Consequentemente, calcula-se $1 - \alpha$, sendo este definido como nível de confiabilidade. A partir disso, existem dois tipos de erros ao adotar esta técnica (CORREA, 2003). Estes podem ser vistos na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Tabela de erro para o teste de hipótese.

	H_0 verdadeira	H_0 falsa
Aceitar H_0	Correto	Erro do tipo II (β)
Rejeitar H_0	Erro do tipo I (α)	Correto

Fonte: Elaborado pelo autor.

Evans e Rosenthal (2009) apresentam os seguintes testes de hipóteses:

- **z-Teste:** Seja $(x_1, \dots, x_n)$ uma amostra de variáveis aleatórias independentes de Distribuição Normal $N(\mu, \sigma_0^2)$, onde a média $\mu \in \mathbb{R}$ é desconhecida e a variância $\sigma_0^2 > 0$ é conhecida. Para que $H_0 : \mu = \mu_0$, seja verdadeira, pelo Corolário 2.15, segue que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1); \quad (2.28)$$

- **t-Teste:** Seja $(x_1, \dots, x_n)$ uma amostra de variáveis aleatórias independentes de Distribuição Normal $N(\mu, \sigma^2)$, onde a média $\mu \in \mathbb{R}$ e a variância $\sigma > 0$ são desconhecidas. Para que $H_0 : \mu = \mu_0$ seja verdadeira, pelo Teorema 2.17 e Definição 2.18, segue que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n - 1); \quad (2.29)$$

- **Teste de hipótese para a proporção:** Seja $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ uma amostra de variáveis aleatórias independentes de uma Distribuição de Bernoulli(p) com parâmetro $p \in [0, 1]$ desconhecido, onde a estimativa de sucesso da amostra é dada por

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2.30)$$

onde x_i é a quantidade de sucesso para cada X_i .

Formulando o teste de hipótese para a proporção, tem-se

$$\begin{aligned} H_0 &: p = p_0 \\ H_1 &: p \neq p_0. \end{aligned}$$

E, pelo Teorema Central do Limite (Teorema 2.22), segue que

$$Z = \frac{\bar{X} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \xrightarrow{D} N(0, 1), \quad (2.31)$$

com $n \rightarrow \infty$.

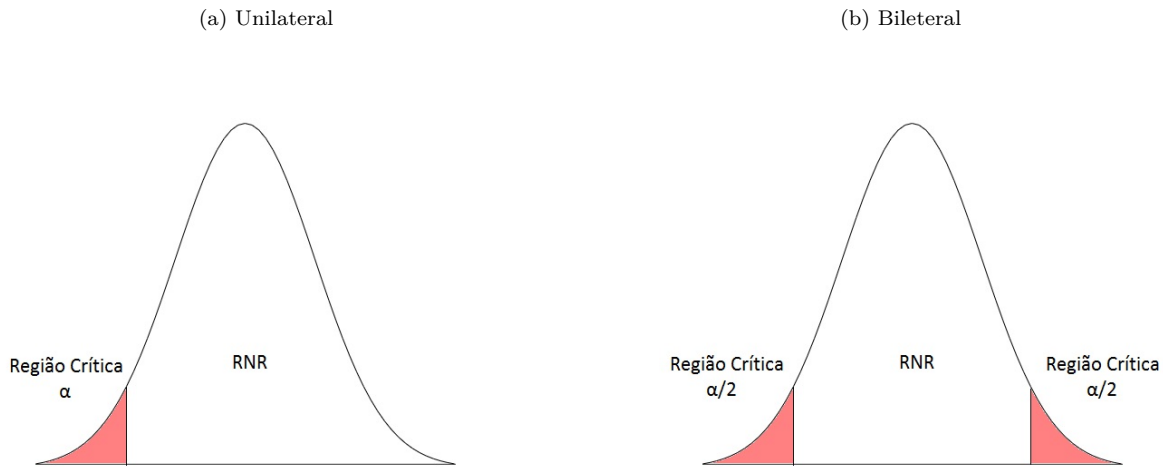
Seja $Z_{obs} \in \mathbb{R}$ o valor observado para uma amostra obtido por

$$Z_{obs} = \frac{\bar{X} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}. \quad (2.32)$$

Baseado em Correa (2003), a partir do tipo de teste de hipótese e da hipótese nula, define-se Z_c ou T_c que, por sua vez, são responsáveis por determinar a Região de Não Rejeição (RNR) e a Região Crítica (RC), para um dado α , conforme a Figura 2.10. Assim, a região crítica para cada caso é dada da seguinte maneira:

- **Unilateral à esquerda**, onde $RC =] - \infty, -Z_c]$;
- **Unilateral à direita**, onde $RC = [Z_c, \infty[$;
- **Bilateral**, onde $RC =] - \infty, -Z_c] \cup [Z_c, \infty[$.

Figura 2.10 – Região crítica para o teste de hipótese.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, a conclusão do teste de hipótese é dada a partir da comparação entre Z_{obs} e a região crítica, como mostra a Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Conclusão do teste de hipótese.

$Z_{obs} \in RC$	$Z_{obs} \notin RC$
Rejeitar H_0	Aceitar H_0

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3 Carteira

Para a construção de um carteira é necessário abordar conceitos matemáticos que envolvem otimização, e que auxiliam na escolha de ativos para compor uma carteira, e medidas para análise desta. A metodologia será exposta no capítulo seguinte.

Conceitos de otimização

A otimização discreta, também conhecida como programação inteira, apresenta variáveis que pertencem a um subconjunto dos números inteiros. Este pode ser aplicado em problemas com variáveis inteiras e reais, somente inteiras e variáveis que assumem apenas valores 0 ou 1, sendo denominados como problema de programação inteira e mista (PIM), problema de programação inteira (PI) e problema de programação binária (PB), respectivamente (ARENALES et al., 2011).

Um problema de PB, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\max \quad cx \quad (2.33)$$

$$s.a. \quad Ax \leq b \quad (2.34)$$

$$x \in B^n, \quad (2.35)$$

onde A é uma matriz $m \times n$, c um vetor $1 \times n$ e b um vetor $m \times 1$, cujos valores são parâmetros de um determinado problema e B^n é um vetor com n componentes binárias.

Desta forma, a otimização discreta será dada a partir da decisão entre duas alternativas. Seja x uma variável binária, então

$$x = \begin{cases} 1, & \text{caso um dado evento ocorra} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Medidas de análise: risco e retorno

Inúmeros trabalhos desenvolvidos na área fornecem algumas medidas de análise para que seja feita uma comparação. O retorno acumulado no tempo t , expresso por Freitas, Souza e Almeida (2009), é dado por

$$Re_{ac}(t) = \prod_{i=1}^t (1 + r(i)) - 1, \quad (2.36)$$

em que $r(i)$ são os retornos no tempo i e estes são dados por

$$r(i) = \frac{C(i) - C(i-1)}{C(i-1)}, \quad (2.37)$$

onde $C(i)$ e $C(i-1)$ é o preço de fechamento de um determinado ativo no tempo i e $i-1$, respectivamente.

Para problemas que envolvem uma carteira de ativos, Markowitz (1952) define o retorno de uma carteira r_p como sendo

$$r_p = \sum X_j \cdot r_j, \quad (2.38)$$

onde X_j é a quantidade investida em um ativo j .

Além do retorno, existem algumas medidas para a análise que avaliam o risco de um determinado investimento. Uma delas é a volatilidade que, por sua vez, pode ser introduzida como sendo o desvio padrão dos retornos expressos pela Equação 2.37.

Ambas as medidas permitem calcular uma taxa média, mais comumente encontrada na literatura como mensal ou anual na área de finanças, sendo estas definidas através da média geométrica.

Já o *drawdown* é uma medida de risco que apresenta a queda no valor de um portfólio quando comparado com o seu valor máximo alcançado no passado (CHARWAND; GITIZADEH; SIANO, 2017).

Zabarankin, Pavlikov e Uryasev (2014) considera um intervalo $[1, T]$ e supõem que $r(1), \dots, r(T)$ sejam as taxas de retorno de um determinado instrumento de risco. Seja, ainda, $W(t)$ a taxa de retorno acumulada composta em um instante t , então

$$W(t) = \prod_{i=1}^t (1 + r(i)) - 1, \quad \forall t \in [1, T]. \quad (2.39)$$

Charwand, Gitizadeh e Siano (2017) define $W(t)$ como sendo o valor do portfólio em t e assume que para todo t , existe um instante $\tau \in [1, t]$ no qual o portfólio apresenta o maior valor para W , sendo este denotado por $W(\tau)$. Desta forma, a função que define o *drawdown* é

$$\bar{f}(t) = \max_{\tau \in [1, t]} (W(\tau) - W(t)), \quad \forall t \in [1, T]. \quad (2.40)$$

E, portanto, segundo Charwand, Gitizadeh e Siano (2017), o máximo *drawdown* (MD) é a maior perda de um portfólio para um dado intervalo, e este pode ser encontrado a partir da maximização da função $\bar{f}(t)$, isto é,

$$MD = \max_{t \in [1, T]} \bar{f}(t). \quad (2.41)$$

3 Revisão Bibliográfica

3.1 Análise Técnica

Após o marco da Teoria de Dow, utilizada como referência ao longo dos anos para explicar o comportamento do mercado financeiro, estudos na área de finanças vem sendo desenvolvidos fortemente no mundo todo. Isto ocorreu por volta de 1930 após a publicação do livro de Robert Rhea (1932) em homenagem a Charles Henry Dow (1851-1902), antigo editor do jornal Wall Street, no qual é definida a Teoria Dow e são apresentados os conceitos iniciais sobre tendência.

Assim, os preços passaram a ser analisados e comparados com preços anteriores para a identificação de uma tendência, surgindo, a partir desta teoria, a análise técnica. Murphy (2001) descreve em seu livro, além de uma breve história sobre a Teoria Dow e seus princípios básicos, as técnicas, padrões gráficos e indicadores técnicos existentes, até então, na literatura.

Em contraste com o surgimento da análise técnica, estudos referentes ao mercado financeiro foram surgindo e/ou ganhando mais atenção. Neste último caso, segundo Fama (1970), dentre os estudos que já existiam, a Hipótese de Mercados Eficientes (HME), já citada na tese de doutorado de Louis Bachelier em 1900, foi resgatada após sessenta anos. Fama (1965) descreve esta teoria no mercado de ações, indicando que todos os investidores recebem a mesma informação e que esta é refletida no preço dos ativos, e constata que as sucessivas mudanças de preços são independentes, ou seja, os preços passados não influenciam nos preços futuros. Em 1970, Jensen e Benington (1970) enfatizaram que a HME ressurgiu sob a rubrica “*theory of random walks*” na literatura. Entretanto, muitos questionamentos surgiram se tornando um dos assuntos mais polêmicos da área, pois esta confronta outra frente que tem ganhado força, a análise técnica. Enquanto trabalhos como Shastri e Shastri (1994) sustentam a teoria de caminhos aleatórios no Japão, Karamera, Ojah e Cole (1999) no Brasil, Lee, Gleason e Mathur (2000) no mercado de derivativos na França, Lo e MacKinlay (1988), por exemplo, mostram que a teoria de caminho aleatório é rejeitada para os retornos utilizando testes de especificação baseado na variância no mercado de ações dos Estados Unidos. Posteriormente, autores apresentaram a rejeição desta teoria, como Frennberg e Hansson (1993) na Suécia, Ayadi e Pyun (1994) na Coreia do Sul, Tabak (2003) no Brasil, Charles e Darné (2009) em países da América Latina, como Argentina, Brasil, Chile e México e Wang, Zhang e Zhang (2015) em alguns países asiáticos como Tailândia, China, Japão, Coreia do Sul, Malásia e Singapura.

Entre os estudos referentes à análise técnica Brown e Jennings (1989) utilizam um modelo dinâmico de dois períodos de equilíbrio e verificam que os investidores utilizam preços passados, demonstrando o valor da análise técnica. Taylor e Allen (1992) mostram, a partir de um questionário aplicado em 1988, que 90% dos negociantes do mercado *Foreign Exchange* (FOREX) em Londres utilizam a análise técnica de forma complementar e que técnicas como as médias móveis e *trend following* são bastante usuais. Brock,

Lakonishok e LeBaron (1992), por exemplo, fornecem evidência sobre a eficiência da análise técnica através da aplicação de regras técnicas como a média móvel e *trading range break* - estratégia baseada no rompimento de linhas de suporte e resistência - no índice Dow Jones. Blume, Easley e O'Hara (1994) apresentam a importância da informação do volume no mercado financeiro e desenvolvem um modelo baseado na estatística do mercado em conjunto com a análise técnica. Neely, Weller e Dittmar (1997) utilizam programação genética para encontrar regras técnicas de negociação e demonstrar que a análise técnica aplicada no mercado FOREX é rentável, já Allen e Karjalainen (1999) fazem a mesma investigação aplicando no índice S&P 500 (*Standard & Poor's composite index*).

Park e Irwin (2004) apresentam uma revisão de literatura com o objetivo de estudar trabalhos que envolvem a análise técnica e avaliar se a aplicação desta abordagem apresentava lucratividade. Eles constatarem que trabalhos desenvolvidos entre 1960 e 1987 apresentam lucro para o mercado futuro e FOREX, enquanto trabalhos entre 1987 e 2004, que consideram, também, outras estratégias de negociações, apresentam lucro para o mercado FOREX até 1990, para o mercado futuro até meados da década de 1980 e, além disso, para a bolsa de valores dos Estados Unidos até o final da década de 1980.

Lento (2007) investiga a eficiência de regras de negociações técnicas no período de 1987 a 2005 no mercado de ações da Ásia Pacífica e faz uma comparação com a estratégia *buy and hold* dos índices para comparar a rentabilidade. Em seu trabalho, fornece evidência para seis mercados de ações: Taiwan, Singapura, Hong Kong, Indonésia, Coreia do Sul e Índia.

Recentemente, Alhashel, Almudhaf e Hansz (2018) também aplicam os indicadores técnicos nos índices da Ásia, em dados de 1995 a 2015. Além de verificar que as estratégias baseadas nestes indicadores são rentáveis nos mercados da Indonésia e Taiwan, agora inclui os mercados da Malásia e Tailândia. Picasso et al. (2019) combinam a análise técnica e fundamentalista para prever a tendência do mercado através de técnicas de aprendizado de máquina. Eles utilizam os indicadores *Relative Strength Index* (RSI), *Moving Average Convergence/Divergence* (MACD) e Bandas de Bollinger e Avramov, Kaplanski e Subrahmanyam (2021) verificam que a distância entre as médias móveis de longo e curto prazo podem prever o retorno futuro do ativo. Tais resultados apresentam rentabilidade em todo o período investigado de 2001 a 2018, incluindo no período da crise ocorrida nos anos de 2008 e 2009.

Hassanniakalager, Sermpinis e Stasinakis (2021) combinam análise técnica e estatística Bayesiana no mercado FOREX, mais especificamente nos pares de moedas EUR/USD, GBP/USD, e USD/JPY, e demonstram que a análise técnica tem relevância mesmo que fornecendo um retorno baixo. Eles aplicam o reconhecimento de padrões e tendências, e regras de negociação dados a partir de média móvel, níveis de suporte e resistência, entre outros. Em conjunto com a estatística Bayesiana apresentam resultados para uma variedade de modelos que melhoram tal resultado. Ayala et al. (2021) combinam indicadores da análise técnica, como *Triple Exponential Moving Average* (TEMA) e MACD, e *machine learning* para a tomada de decisão. Eles verificam que esta combinação gera menos, porém efetivos sinais de negociação (compra e venda) melhorando a estratégia e, ao mesmo tempo, diminuindo o risco de perdas. Trabalhos mais recentes tem aderido à aplicação de indicadores técnicos em mercado de criptomoedas, como é o caso de Anghel (2021) e Hudson e Urquhart (2021).

Trabalhos que abordam a retração de Fibonacci começaram a surgir. Gaucan (2011) descreve como utilizar este indicador para prever o preço no mercado FOREX, entretanto

não fornece resultados empíricos. Mais recentemente, Sethi et al. (2019) apresentam diversas limitações para a sua aplicação e reforçam que, para obter uma maior confiabilidade, é necessário utilizar este indicador em conjunto com outras ferramentas.

Lusindah e Sumirat (2021) implementam uma estratégia de negociação utilizando indicadores técnicos como a média móvel exponencial e retração de Fibonacci para a identificação de tendência e abertura de ordens, respectivamente, em dados do índice da Indonésia. Neste trabalho, são utilizados níveis de 1,272 e 1,618 para a extensão e 0,328, 0,50, 0,618 e 0,786 para a retração.

Tsinaslanidi, Guijarro e Voukelatos (2022) propõem uma abordagem algorítmica para a identificação da retração de Fibonacci utilizando zonas de Fibonacci e não os seus respectivos níveis. Isto porque a determinação dos pontos extremos desta técnica pode ser subjetiva, isto é, cada investidor pode selecionar pontos diferentes, e mesmo que as proporções utilizadas por todos sejam iguais, recaem em níveis diferentes. Neste trabalho, foram definidos os níveis de Fibonacci: 23.6%, 38.2%, 61.8%, e 100.0%. Além disso, trazem resultados empíricos sobre a eficiência desta ferramenta aplicada no índice DAX da Alemanha e também no Dow Jones e NASDAQ, ambos os índices dos Estados Unidos. Estes estudos foram realizados, pois enfatizam que esta ferramenta tem sido muito utilizada, entretanto não existiam muitos registros quanto à sua avaliação. Finalmente, eles mostram que a estratégia adotada falha e que os retornos acumulados, obtidos a partir da abordagem proposta para a retração de Fibonacci, não superam o *benchmark* em nenhum dos casos. Portanto, os autores fornecem evidências contra o uso do indicador, apenas contribuindo para o debate e a pesquisa acadêmica na área.

Em contrapartida, Shanaev e Gibson (2022) investigam a retração de Fibonacci através da análise do poder preditivo da ferramenta e sua capacidade de gerar retornos anormais. Os autores trazem evidências positivas sobre os níveis de retração mais importantes, como 0%, 23.6%, 38.2%, 61.8%, e 100.0%, quando aplicada no mercado de ações e FOREX. Gurrib, Nourani e Bhaskaran (2022) também aplicam a retração de Fibonacci, no mercado de ações e criptomoedas, e verificam que as estratégias que utilizam este indicador podem ser rentáveis. Já Khan, Rehman e Saif (2022) aplicam o indicador em índices dos Estados Unidos e verificam alta precisão para identificar pontos de reversão para gráficos com tempo de negociação diário, mensal e anual.

Ainda, dentre os trabalhos que envolvem a retração de Fibonacci, Cohen (2022) e Banik et al. (2022) combinam inteligência artificial e outros indicadores técnicos com o objetivo de auxiliar na tomada de decisão. Neste último trabalho foram utilizados no algoritmo os níveis da retração de Fibonacci para indicar uma região de oscilação do preço.

Roberts (1959) apresenta, em seu trabalho, sugestões para a análise do mercado financeiro realizadas a partir do reconhecimento de padrões no mercado de ações. Segundo ele, existem analistas financeiros que acreditam na importância dos padrões gráficos e que estes podem sinalizar algo para o futuro.

Osler e Chang (1995) desenvolvem um algoritmo para a identificação de *head-and-shoulders* e definem estratégias para a tomada de decisão de entrada e saída de ordens. A aplicação foi realizada no mercado FOREX e o lucro atingiu de 13% a 19% ao ano, dependendo do ativo, e, num mesmo período, a estratégia *buy and hold* obteve rentabilidade anual de 6,8%. Na mesma linha de pesquisa, Lo, Mamaysky e Wang (2000) desenvolvem um algoritmo para o reconhecimento de padrão a partir da regressão de kernel não paramétrica. A automação é dividida em três processos: definição dos padrões técnicos para alta e baixa bem como *head-and-shoulders*, triângulos, retângulos, flâmulas

e topos duplos; construção do estimador de kernel; e análise para a ocorrência de cada padrão técnico. Através desta nova abordagem é avaliada a eficiência da análise técnica utilizando ações dos Estados Unidos. Dawson e Steeley (2003), posteriormente, aplicam a mesma estratégia em ações do Reino Unido.

Zapranis e Tsinaslanidis (2012) buscam o reconhecimento de fundos arredondados e níveis de resistência aplicando em dados do mercado de ações dos Estados Unidos, e investigam se tal padrão gráfico tem relevância através dos sinais de compra gerados por ele.

Wang e Chan (2007) enfatizam o reconhecimento de outro padrão gráfico - a bandeira - a partir da técnica *template matching* para os índices *Nasdaq Composite Index* (NASDAQ) e Taiwan Weighted Index (TWI), verificando uma performance positiva para ambos, mas mais significativa para o TWI. Anos mais tarde, Cervello-Royo, Guijarro e Michniuk (2015) estudam o reconhecimento deste mesmo padrão e verificam uma performance positiva também para dados do índice *Dow Jones Industrial Average* (DJIA). Chen e Chen (2016) desenvolvem uma estratégia que busca reconhecer a bandeira para captar um ponto de reversão de alta, alinhando dois tipos de ferramentas: padrão gráfico e indicador técnico, cujos testes são aplicados em duas bases de dados, NASDAQ e TWI.

Wan e Si (2017) apresentam uma abordagem para classificar os 53 padrões gráficos listados na literatura, baseada nas formas e propriedades importantes destes, sendo aplicada ao índice NYSE, *Hang Seng Index* (HSI) e Amazon. Eles fornecem evidência de que as especificações dadas através da literatura utilizada, de fato, identificam os padrões gráficos em um conjunto de dados reais.

Jearanaitanakij e Passaya (2019) combinam rede neural com o reconhecimento de padrão de *candlestick*, bem como sinais de reversão da análise técnica, para prever tendências mais curtas do mercado e Hu et al. (2019) listam cento e três padrões gráficos propondo especificações formais para cada um deles.

3.2 Estratégias

O desenvolvimento de estratégias considerando *stop loss* já era considerado desde trabalhos como de Glynn e Iglehart (1995). Eles aplicam uma estratégia cujo *stop loss* é modificado de acordo com o preço atual de um ativo.

Zhang (2001) enfatizou a importância da definição de entrada e saída de ordens e que esta pode ser feita através de níveis pré-estabelecidos de um *stop loss* e preço alvo. Ele propõe uma regra de saída ótima com a combinação de modelos e, por fim, demonstrou a eficiência desta aplicando em um exemplo numérico.

Warburton e Zhang (2006) descrevem uma estratégia simples para obter pontos de saída de ordens, desenvolvendo um modelo computacional de tempo discreto, baseada, simultaneamente, em *stop loss* e *take profit*. É aplicada como estratégia a mudança do *stop loss*, somente se um preço alvo previamente definido seja atingido, sendo ele alterado de acordo com o preço atual quando isto ocorre. Todos estes trabalhos apresentam uma ferramenta que não era muito utilizada e que tem ganhado atenção no desenvolvimento de estratégias de operação.

3.3 Carteira

Além da análise técnica e desenvolvimento de estratégias, outro assunto que tem grande impacto na área de finanças é a seleção de carteira. Markowitz (1952) apresenta o modelo clássico de média-variância cujo objetivo é buscar a diversificação do investimento de forma a encontrar a melhor relação entre risco e retorno através da matriz de covariância.

Após o surgimento do modelo de Harry Markowitz, Tobin (1958) estuda a preferência de liquidez com aversão ao risco, onde complementa o estudo na área possibilitando ao investidor decidir quanto deverá alocar em ativos arriscados e também livres de risco. Wolfe (1959) aplica o método Simplex para resolver um problema de programação quadrática sujeita a restrição de desigualdade linear. Mais tarde, Sharpe (1964) e Lintner (1965) introduzem o Modelo de Precificação de Ativos de Capital, conhecido como *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), onde analisam o retorno de um dado ativo em relação ao retorno de mercado, o que dá origem a medida de risco beta. Deste modo, quando beta é igual a zero significa que o retorno do ativo não apresenta correlação com o mercado. Variações do CAPM, podem ser consultadas nos trabalhos de Merton (1973) e Breeden (1979).

Em meados de 90, Konno (1990) e Konno e Yamazaki (1991) propõem um modelo de programação linear com o mesmo objetivo de Markowitz, definir uma carteira através da minimização do risco a um dado retorno, utilizando a função risco linear definida por partes e o desvio médio absoluto como medida de risco, respectivamente. Konno e Yamazaki (1991) apresentam uma aplicação para ativos pertencentes ao mercado de ações de Tokyo e geram uma carteira similar ao modelo clássico de programação quadrática. Em seguida, é proposto um modelo utilizando a função risco ponderada e que consideram algumas restrições, transformando o problema em programação inteira e mista (PIM) linear, por Speranza (1993). Konno e Wijayanayake (1999) propõem o método de *branch and bound* para resolver o problema de otimização de carteira de desvio médio absoluto com custos de transação, assumindo que a função custo é côncava. Anos depois, Konno e Wijayanayake (2001) acrescentam a restrição de quantidade mínima de transação.

Ao mesmo tempo que surgiam estudos sobre o modelo de programação linear, inúmeros trabalhos que apresentam alguma variação ou aplicação a partir do modelo de Harry Markowitz, referência para a seleção de carteira e que considera o problema de programação quadrática, também começaram a surgir. Com a inclusão de restrições ao modelo clássico, aumenta-se a complexidade do problema transformando em um problema de PIM não linear, sendo necessário a introdução de métodos heurísticos. Arnone, Loraschi e Tettamanzi (1993) aplicam algoritmo genético para a seleção de carteira. Chang et al. (2000) incluem ao modelo padrão as restrições de cardinalidade com o intuito de limitar a quantidade de ativos que compõe uma carteira e também a proporção de investimento para um dado ativo. Lin e Liu (2008) acrescentam a restrição para a quantidade mínima de lotes de transação propondo três modelos para a seleção de carteira e Soleimani, Golmakani e Salimi (2009) adicionam, também, a restrição para o setor de capitalização. Deng, Lin e Lo (2012) aplicam otimização por exame de partículas para resolver o problema de otimização com restrição de cardinalidade. Já Torrubiano e Suárez (2015) aplicam algoritmo genético para resolver o mesmo problema com custos de transação.

Na literatura, existem alguns trabalhos para o problema de seleção de carteira inserindo como restrição o *drawdown*. Chekhlov, Uryasev e Zabarankin (2000), por exemplo, propõem o problema de maximizar o retorno utilizando a restrição *Conditional Drawdown-at-Risk* (CDaR), onde consideram um β de 95% para um conjunto de 5% das piores perdas.

Ver também trabalhos como Arun (2013), Jeon e Park (2021), Jeon e Oh (2021) e Li, Yu e Zhang (2023).

Outra área de estudo que envolve o reconhecimento de padrões está associada às redes neurais. Freitas, Souza e Almeida (2009) apresentam um modelo de otimização de carteira, baseado em previsão, utilizando preditores de rede neural cujo objetivo é prever os retornos e risco das ações. Eles ainda mostram que o modelo apresenta performance superior ao modelo de média-variância, modelo proposto por Markowitz (1952), e, também, ao *benchmark* dado pela estratégia *buy and hold* do índice Ibovespa. Paiva et al. (2019) aplicam uma abordagem de fusão entre *machine learning*, através do método *support vector machine* (SVM) que funciona como classificador das ações que tendem a atingir um determinado alvo para o retorno, e o problema de média-variância para a seleção da carteira ótima, também permanecendo acima do *benchmark*.

Entre os trabalhos que também incluem a aplicação de diferentes abordagens para a seleção de carteira e que fazem uma comparação com o índice Ibovespa, Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) apresentam o modelo de mínima variância impondo restrições de pesos para os ativos que compõem a carteira. Aplicam a metodologia de janeiro de 1998 até dezembro de 2008. Sant'Anna, Filomena e Caldeira (2017) investigam, no período de 2006 a 2014, o rastreamento de índice e indexação aprimorada através do método de indexação e cointegração. Mendonça et al. (2020) apresentam o problema multiobjetivo cuja função objetivo é dada pela maximização da média dos retornos históricos e a minimização do risco através do *Conditional Value-at-Risk* (CVaR). Consideram na modelagem a restrição de cardinalidade e rebalanceamento da carteira, aplicando em dados de 2011 a 2015 para diferentes perfis de investidores: conservador, moderado e agressivo. Todos apresentam uma maior rentabilidade quando comparada com o IBOV no período especificado.

Maciel (2021) propõe uma nova estratégia para o gerenciamento de uma carteira utilizando *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) para avaliar o nível de eficiência dos ativos negociados no Brasil e, em seus resultados, faz uma análise considerando duas abordagens diferentes, mínima variância e máximo índice de Sharpe. A estratégia é aplicada em intervalos que contém o período da pandemia de COVID-19 a fim de verificar o comportamento quando existe instabilidade, 02/01/2020 a 17/07/2020, e também fora deste período, 01/01/2013 a 31/12/2019, obtendo melhores resultados que o índice Ibovespa, entretanto ainda com perda do capital no período de pandemia.

Já Barroso, Cardoso e Melo (2021) apresentam uma estratégia que envolve a combinação de otimização de carteira e indicadores da Análise Técnica, como cruzamento de duas médias móveis, Índice de Força Relativa (IFR), MACD e bandas de Bollinger, sendo aplicada nos ativos existentes no Brasil. Em uma das abordagens apresentam de início uma carteira de investimento ótimo e as operações são dadas através dos indicadores. A outra proposta é aplicar otimização apenas com os ativos filtrados através dos indicadores. Em um período de quatro anos, de 2012 a 2015, o retorno acumulado obtido é de 68,09%, enquanto o índice Ibovespa, neste mesmo período, apresentava queda de 25,04%.

Fiorucci, Silva e Barboza (2022) investigam uma estratégia combinando o *Reaction Trend System* (RTS) e *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) para definir pontos de ação. Tal abordagem é aplicada em dados de 2018 a 2020. Rubesam (2022) constrói carteiras baseadas em *machine learning* onde utiliza indicadores técnicos e fundamentais como *features* do modelo, e propõe uma abordagem considerando as contribuições de risco igual. A metodologia aplicada traz evidências para a previsão dos retornos do mercado de ações do Brasil. Já Conegundes e Pereira (2020) apresentam uma estratégia utilizando *deep learning* para a negociação de ações diariamente. Com

testes realizados no período de 2017 a 2019 obtêm um resultado que, assim como nos trabalhos anteriores, superam o índice Ibovespa.

4 Metodologia

A metodologia deste trabalho será dividida em duas partes. A primeira propondo o desenvolvimento de uma estratégia, que será denominada Metodologia Computacional, e a segunda propondo a validação desta metodologia, sendo esta chamada de Fundamentação Estatística.

4.1 Metodologia Computacional

Para o desenvolvimento da metodologia computacional utiliza-se como software o GNU Octave em sua última versão, 6.4.0. A licença é livre e sua linguagem é voltada para a computação matemática, contando com diversos pacotes de grande utilidade para as áreas da matemática e finanças. Outro software utilizado neste trabalho e que será introduzido posteriormente é o Python, em sua versão 3.9. Este último teve papel fundamental para a coleta de dados em tempo real, devido à facilidade de comunicação com a plataforma MetaTrader 5 que, por sua vez, é responsável por disponibilizar os dados necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

A estratégia é desenvolvida, exclusivamente, através da análise técnica e tem como base a retração de Fibonacci. Para a formulação da metodologia, serão detalhados os processos da estratégia tendo em vista um olhar computacional, e, também, os modelos que foram considerados tanto para o gerenciamento de tendência, como para o gerenciamento de ordens.

Por fim, serão apresentadas as considerações feitas para a composição de uma carteira, através da otimização.

4.1.1 Pré-processamento dos dados

Ao se tratar de desenvolver uma estratégia de investimentos, sabe-se que a coleta de dados, ou seja, do histórico de preços dos ativos, é muito importante. O foco, neste momento, é utilizar ativos que compõem o índice Ibovespa e alguns *Exchange Traded Funds* (ETFs) para possível comparação futura. Os dados são coletados através da plataforma MetaTrader 5 e a escolha dos ativos é feita considerando a existência de uma quantidade suficiente de informações para o treinamento da estratégia. Desta forma é escolhida uma data de referência para que haja a verificação da existência de dados dos respectivos ativos escolhidos para estudo.

Com os dados coletados, sempre que é percorrida uma data de negociação deve-se analisar se existe *split* ou *inplit*. A plataforma em si não ajusta essas informações. Ao identificar estes acontecimentos, calcula-se, então, a proporção a fim de ajustar todas as informações anteriores de preços de abertura, mínima, máxima e fechamento do respectivo ativo. Como são utilizadas ferramentas para previsões de preços a partir de proporções

(como no caso a retração de Fibonacci) que tem como base preços anteriores, é de suma importância esta verificação.

4.1.2 Identificação de uma reversão

Dando ênfase, agora, na estratégia, um dos principais pontos a ser observado é a identificação de uma tendência, ou seja, a direção de preços de um determinado ativo. É muito claro que investidores querem operar no mercado comprando uma ação, por exemplo, pelo seu melhor preço. Entretanto, isso só é possível identificando o momento exato de uma reversão de tendência.

A metodologia adotada para a identificação de reversões é baseada na busca por uma sequência de fundos descendentes, no caso de uma reversão de alta, e topos ascendentes, para uma reversão de baixa. De forma teórica, topos e fundos já foram definidos anteriormente. Aqui, tratando-se de análise técnica tendo em vista a metodologia computacional, define-se um fundo em uma data de negociação t quando o preço de mínima em t é menor ou igual que dois preços de mínima anteriores e posteriores, e, da mesma forma, define-se um topo em t quando o preço de máxima em t é maior ou igual que dois preços de máxima anteriores e posteriores, como pode ser visto na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Fundo e topo identificados por *candle sticks*.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Ao pensar em uma sequência de fundos descendentes, podem existir fundos que não tem grande importância. Somente os fundos que apresentam preço de mínima menor que o anterior importam para identificar uma reversão de alta. Estes fundos serão denominados fundos significativos. Um primeiro fundo é comparado com o fundo anterior, e, se o preço de mínima deste for menor, será o primeiro fundo significativo. A partir daí, compara-se os próximos fundos somente com este último, sendo sempre atualizado quando o preço de mínima for menor. A Figura 4.2 apresenta este raciocínio.

Figura 4.2 – Sequência de fundos e topos significativos para identificação de uma tendência de baixa.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

A figura acima, demonstra um exemplo para uma reversão de alta. Desta forma, deve-se concentrar na busca por fundos cada vez menores.

Sempre que um fundo significativo é encontrado, um topo entre estes deve ser especificado. Denomina-se topo significativo o maior topo entre dois fundos significativos. Caso não exista, assumi-se o topo anterior deste intervalo. As setas vermelhas denominam estes fundos e as azuis denominam os topos. Note ainda que as setas amarelas são exemplos de fundos que não são considerados significativos, pois o primeiro não é menor que um fundo anterior e as duas últimas estão acima do último fundo significativo.

Enquanto existirem fundos com preço de mínima cada vez menores que os fundos significativos, indica que ainda está em uma tendência de baixa. Com isso, a atualização dos topos significativos é feita, apresentando preço de máxima cada vez menores. Basicamente, topos significativos funcionam como linhas de resistência, conceito bem conhecido da análise técnica. Uma vez que este se rompe, implica em um sinal de compra.

Portanto, a partir do momento que houver o rompimento de um topo significativo, nível expresso pela linha tracejada situada no preço de máxima deste, por um topo qualquer, observa-se então, uma reversão. Neste caso, a seta verde indica um topo que rompe esta linha, identificando uma reversão de alta, como mostra a Figura 4.3. O mesmo é válido para identificar uma reversão de baixa, ver Figura 4.4.

Figura 4.3 – Identificação de uma reversão de alta com o rompimento de um topo significativo.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Figura 4.4 – Identificação de uma reversão de baixa com o rompimento de um fundo significativo.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Observe que, os exemplos apresentados nas Figuras 4.3 e 4.4, indicam uma reversão de tendência ao reconhecer uma sequência de fundos e topos significativos. A quantidade destes fundos e topos necessários para identificar uma reversão de alta e baixa, são denotados por Q_R ao longo deste trabalho, é de $Q_R = 6$ fundos significativos e $Q_R = 6$ topos significativos, respectivamente.

Desta forma, é possível impor um limite mínimo Q_{Rmin} para que uma tendência seja, de fato, definida. Ou seja, se $Q_{Rmin} = 4$, logo reversões identificadas com $Q_R < 4$ serão ignoradas, continuando a busca por fundos e topos significativos até que a condição $Q_R \geq Q_{Rmin}$ seja satisfeita. Estudos sobre a variação deste parâmetro terá grande importância e será tratada mais a frente.

4.1.3 Formação de Fibonacci

Após a identificação de uma reversão, através do rompimento de um fundo ou topo significativo, é possível descrever, agora, a formação de um Fibonacci. Esta ferramenta de alta, por exemplo, é traçada a partir do último fundo significativo (FS) e topo responsável pelo rompimento (TR) do último topo significativo, como pode ser visto na Figura 4.5.

Define-se, então, tamanho do Fibonacci S como sendo a diferença entre o preço de mínima do fundo significativo e preço de máxima do topo que rompeu, isto é,

$$S = H_{TR} - L_{FS}, \quad (4.1)$$

onde H_{TR} é o preço de máxima e L_{FS} é o preço de mínima.

De forma análoga, o tamanho do Fibonacci para uma tendência de baixa, identificado por um topo significativo (TS) e fundo responsável pelo rompimento (FR) de um fundo significativo, é dado por

$$S = H_{TS} - L_{FR}, \quad (4.2)$$

onde H_{TS} é o preço de máxima e L_{FR} é o preço de mínima.

Figura 4.5 – Formação de um Fibonacci de grau 1.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

Com o Fibonacci definido utiliza-se técnicas como a retração de Fibonacci em sua forma invertida e original para denotar um alvo, ou seja, um preço no qual espera-se atingir, e um *stop loss*, respectivamente.

O alvo, inicialmente, é definido, para todo Fibonacci identificado, como sendo o preço referente ao nível de 1,618. Este poderá ser alterado caso o tamanho do Fibonacci seja considerado grande em relação ao preço de máxima que o formou, isto para uma tendência de alta. Caso seja uma tendência de baixa, deverá ser considerado o preço de mínima para tal comparação. Quando isto acontece, o alvo automaticamente é modificado para uma proporção de 1,382 do tamanho do Fibonacci. Para isto, considere S_{max} como sendo o tamanho máximo do Fibonacci, em termos percentuais, para que o alvo seja mantido em 1,618. Se um Fibonacci de alta e baixa apresentar tamanho $S > H_{TS} \cdot S_{max}$ e $S > L_{FS} \cdot S_{max}$, respectivamente, então o alvo passará a ser $1,382 \times S$.

Os níveis percentuais considerados para S_{max} são de 100%, 20%, 15%, 12,5% e 10%. Note que, para $S_{max} = 1,0$ (100%), significa que não haverá alteração do alvo, pois a chance de um Fibonacci ter tamanho igual ao preço atual que o formou, ou seja, o preço variar 100%, é muito baixa. A variação deste parâmetro será estudado também mais a frente.

Enquanto o *stop loss* é definido como sendo o preço de mínima do último fundo significativo, isto é, retração de 100% do tamanho do Fibonacci, o alvo passa a depender do quanto o preço do ativo retrai. Isto tem grande importância já que, ao considerar uma tendência de alta, valores cada vez menores de preço tendem a ter uma maior dificuldade para atingir um determinado alvo.

A Tabela 4.1 mostra a relação entre a retração e seus respectivos alvos, em termos percentuais, cujos níveis utilizados são proporções resultantes da sequência de Fibonacci e podem ser encontrados em trabalhos como de Gaucan (2011), também descritos na Subseção 2.1.1. Os níveis de retração utilizados para definir o alvo são de 0,786 e 0,860 e quando a retração é invertida estes níveis são expressos por 0,214 e 0,140, respecti-

vamente. Já o alvo para a retração invertida é dada através da soma da proporção de Fibonacci do respectivo nível e proporção de 100%. Este é alterado automaticamente assim que um preço de mínima atingir tais níveis de retração durante a série temporal, conforme a tabela abaixo.

Tabela 4.1 – Relação entre retração e alvo para a retração de Fibonacci invertida.

Níveis de Retração	Alvo do Fibonacci
Retração $> 0,214$	1,618 ou 1,382
$0,214 \leq \text{Retração} \leq 0,140$	1,270
Retração $< 0,140$	1,180

Fonte: Elaborado pelo autor.

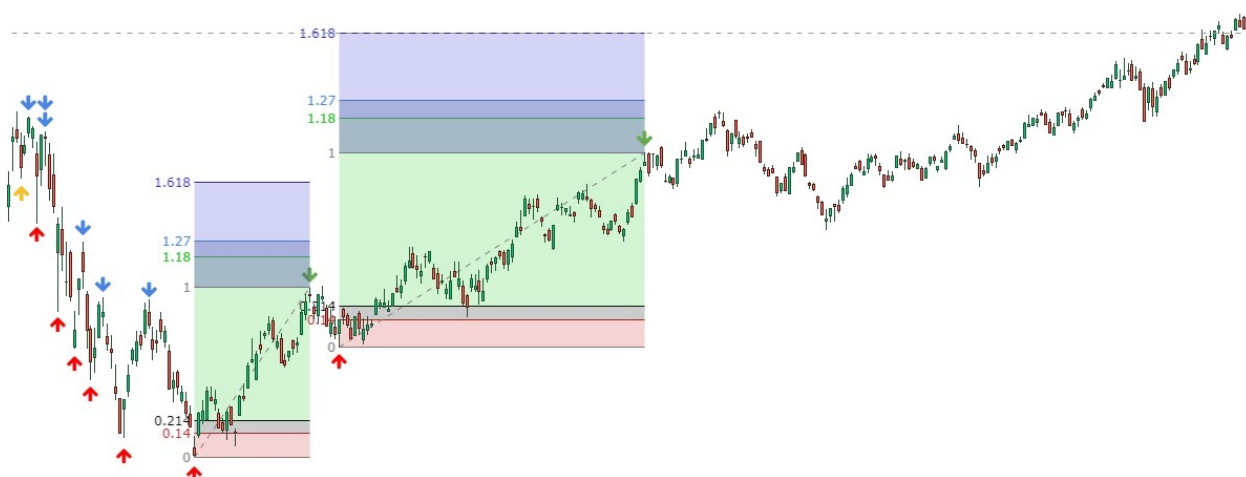
As proporções para o alvo expressas acima indicam que, para um tendência de alta, o preço de máxima deverá alcançar o valor de $1,618 \times S$ se o menor preço de mínima do período estiver acima de $0,214 \times S$, por exemplo.

Já com as características do Fibonacci definidas, existem duas formas deste finalizar - quando atinge o *stop loss* ou quando atinge o alvo. A primeira ocorre prejuízo e finaliza a tendência sendo necessário a identificação de outra reversão. É importante frisar que, quando este primeiro Fibonacci atinge o *stop loss*, indica que a reversão não foi identificada e a tendência de baixa continua, e, conseqüentemente, a sequência de fundos significativos também, não descartando a contagem anterior. A segunda fornece lucro e possibilita a continuação da tendência com a abertura de outro Fibonacci, sendo estes classificados por grau.

4.1.4 Grau do Fibonacci

O conceito de grau é introduzido para denotar uma sequência desta ferramenta que será formada após a identificação de uma reversão. O primeiro, como visto anteriormente na Figura 4.5, será chamado de Fibonacci de grau 1 sendo este formado logo após a reversão de uma tendência. A formação de Fibonacci de graus maiores será dada sempre que o de grau anterior atingir o seu alvo.

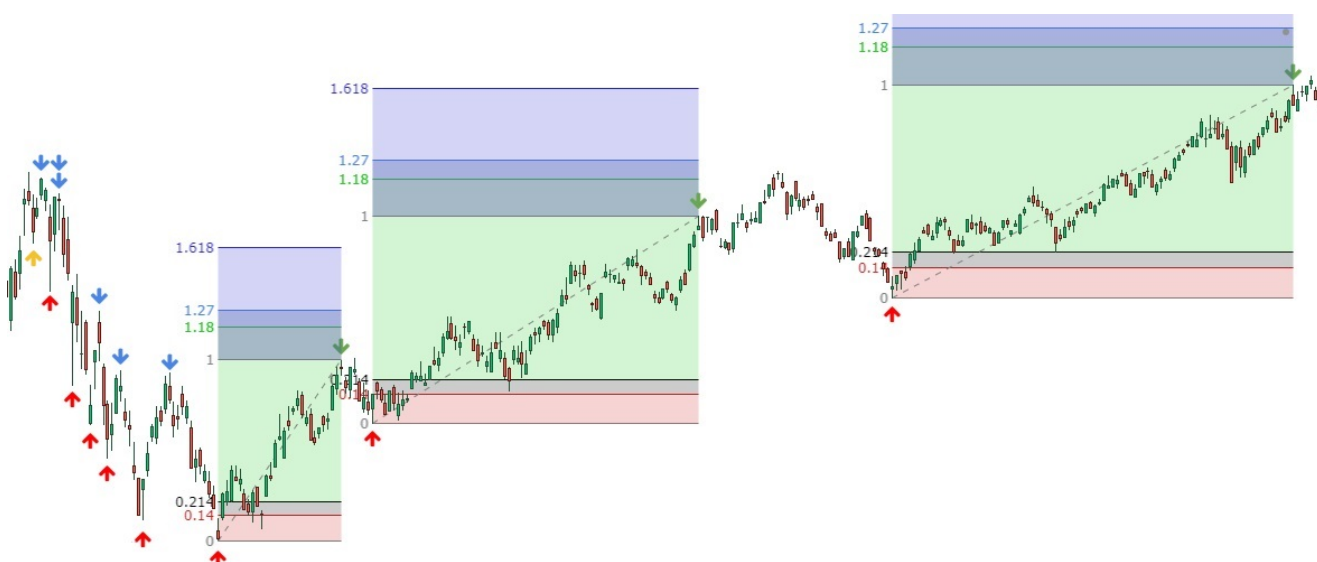
Figura 4.6 – Formação de um Fibonacci de grau 2.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

A figura acima mostra um Fibonacci de grau 1, cuja retração está acima do nível 0,214, sendo concluído atingindo o seu alvo de 1,618, possibilitando, agora, a formação de um Fibonacci de grau 2. Este é traçado a partir do próximo topo que formar, indicado pela seta verde, e o menor fundo entre este e o topo que formou a Fibonacci de grau anterior, indicado pela seta vermelha na Figura 4.6. Da mesma forma, vale para a tendência de baixa. Caso o Fibonacci de grau 2 fechar atingindo o alvo, um de grau 3 será aberto (ver Figura 4.7), e assim sucessivamente. O grau máximo permitido será de 9.

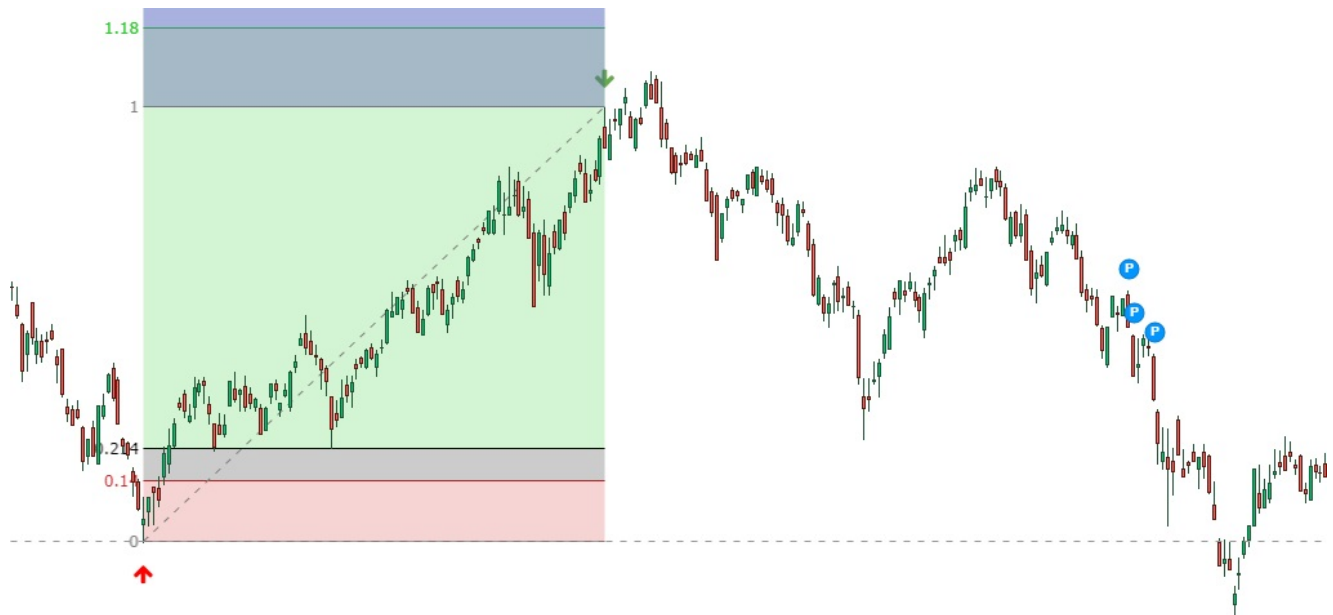
Figura 4.7 – Formação de um Fibonacci de grau 3.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

A Figura abaixo apresenta o Fibonacci de grau 3 sendo concluído atingindo o seu *stop loss*, não permitindo a abertura de um de grau 4.

Figura 4.8 – Fibonacci de grau 3 atingindo o *stop loss*.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

4.1.5 Abertura de ordens

Com uma tendência definida e um Fibonacci desenvolvido, se torna possível a abertura de ordens. Diversas metodologias podem ser adotadas aqui, entretanto o foco será nas variações de modelagens utilizando os sinais da análise técnica e alguns níveis de retração. Estes podem ser consultados em Jearanaitanakij e Passaya (2019), Hu et al. (2019) e Gaucan (2011).

Os sinais da análise técnica, também conhecidos como sinais de reversão, que serão utilizados para possível abertura de ordens em uma tendência de alta são: martelo de alta, envoltente de alta e estrela da manhã. Já para uma tendência de baixa são: martelo de baixa, envoltente de baixa e estrela da noite. Após o reconhecimento destes sinais, ainda deve ser analisado onze *candles* anteriores. Pelo menos metade deverá ser de baixa, caso o sinal de reversão seja de alta e assim vice-versa. Se isto ocorrer, então haverá a abertura de uma ordem.

Seja t a data de negociação atual, C o preço de fechamento, O o preço de abertura, H o preço de máxima e L o preço de mínima. Os sinais de reversão da análise técnica são identificados através das seguintes condições:

1. Martelo de alta

$$\bullet \quad |C(t) - O(t)| \leq \frac{H(t) - L(t)}{3}.$$

2. Envoltente de alta

- $C(t) > O(t)$;
- $O(t - 1) > C(t - 1)$;
- $C(t) \geq O(t - 1)$.

3. Estrela da manhã

- $C(t) > O(t)$;
- $O(t) \geq C(t-1)$;
- $O(t) \geq O(t-1)$;
- $O(t-1) \leq C(t-2)$;
- $C(t-1) \leq C(t-2)$;
- $O(t-2) > C(t-2)$;
- $C(t) \geq H(t-2) - 0,4 \cdot (H(t-2) - L(t-1))$;
- $L(t-2) \geq L(t-1)$;
- $C(t) > C(t-2)$;
- $|C(t-1) - O(t-1)| \leq \frac{|C(t-2) - O(t-2)|}{3}$.

Outra forma de abrir ordens é considerando o nível de 100% e/ou nível em que o Fibonacci acabou de se formar. Note que estes dois níveis são diferentes, pois um Fibonacci somente é reconhecido dois *candles* após o topo que rompeu o TS. Isto porque, para o reconhecimento de um topo, é necessário analisar dois *candles* posteriores.

Enquanto a ordem do nível de 100% apenas será aberta caso o preço de máxima de alguma data de negociação atinja o topo novamente, a outra já é aberta assim que o Fibonacci surge.

Existem duas formas de finalizar uma ordem:

- i) se o Fibonacci fechar atingindo o alvo;
- ii) se o Fibonacci fechar atingindo o *stop loss*.

Desta forma, o lucro ou prejuízo g será dado pela diferença entre o preço de fechamento em que a ordem foi aberta C_o e o preço de fechamento em que o Fibonacci foi concluído C_c e, consequentemente, a ordem também, ou seja,

$$g = C_o - C_c. \quad (4.3)$$

Para este trabalho, considera-se os seguintes Modelos para o Gerenciamento de Ordens (MGO):

- MGO1.** abrir uma ordem com o capital em sua totalidade assim que o Fibonacci surgir;
- MGO2.** abrir uma ordem com o capital em sua totalidade quando o preço de máxima de uma barra atingir o nível de 100% do Fibonacci;
- MGO3.** abrir uma ordem com o capital em sua totalidade quando identificado um sinal de reversão ou o nível de 100% do Fibonacci;
- MGO4.** abrir três ordens utilizando um terço do capital para cada uma, quando identificar os três primeiros sinais seja de reversão ou nível de 100% do Fibonacci;
- MGO5.** abrir duas ordens utilizando metade do capital para cada uma, sendo uma no nível que formou o Fibonacci e outra quando identificar o primeiro sinal de reversão ou nível de 100% do Fibonacci.

Seja Ct o capital total disponível para o investimento em um determinado ativo e n a quantidade total de ordens que podem ser abertas para os respectivos modelos de gerenciamento de ordens, então a quantidade de papéis de um respectivo ativo que serão comprados quando identificada uma ordem é dada por

$$lotes = \frac{Ct}{n \cdot C(t)}, \quad (4.4)$$

onde $C(t)$ é o preço de fechamento atual no qual a ordem, que pode ser de compra ou venda dependendo da tendência identificada, está sendo aberta.

A Figura 4.9 apresenta um Fibonacci desenvolvido e aberto, no qual permite a abertura de ordens. Nesta, estão referenciadas as posições dos *candlesticks*.

Figura 4.9 – Indicação da posição dos *candlesticks* para identificação de abertura de ordens.



Fonte: Captura de tela do site Investing¹.

A Tabela 4.2 apresenta a posição das ordens que seriam abertas para cada um dos modelos propostos acima, de acordo com o exemplo de Fibonacci, expresso pela Figura 4.9.

Tabela 4.2 – Posição de abertura de ordens para cada modelo.

Modelo	Posição das ordens
MGO1	2
MGO2	21
MGO3	2
MGO4	2, 11 e 21
MGO5	2 e 2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que o Fibonacci é identificado dois *candles* posteriores ao topo e que o topo é atingido novamente no vigésimo primeiro dia de negociação. Para os sinais de reversão da análise técnica é identificado envelopes de alta na posição dois, sete, onze, vinte e dois e trinta e nove, entretanto o sétimo *candle* não satisfaz a condição de abertura de ordens, diferentemente dos demais.

Algoritmo computacional

Seja M a quantidade de ativos no qual o algoritmo é aplicado e $m(j, t)$, um vetor que denota a quantidade de ordens que encontram-se abertas para cada ativo j , com $j = 1, \dots, M$ no tempo t . O Algoritmo 1 apresenta como funciona o MGO.

Algoritmo 1: Algoritmo para o gerenciamento de ordens.

Entrada: Dados dos ativos: $C(j, t)$, $O(j, t)$, $H(j, t)$ e $L(j, t)$, $j = 1, \dots, M$;
 $MGO \in \mathbb{N}$, $Ct(j, t)$ e $m(j, 0)$, $j = 1, \dots, M$.

Saída: Preço de fechamento no qual cada ordem m foi aberta $C_o \in \mathbb{R}^{m \times M}$ e
quantidade de papéis comprados $lotes \in \mathbb{R}^{m \times M}$.

```

1 início
2   chame  $n$  de acordo com MGO;
3   para cada tempo  $t$  faça
4     para cada ativo  $j$  faça
5       se Fibonacci está aberto então
6         se  $MGO \geq 3$  então
7           se  $m(j, t) < n$  e existe sinal de reversão então
8             faça  $m(j, t) = m(j, t) + 1$ ;
9             calcule  $lotes(m(j, t), j) = \frac{Ct(j, t)}{n \cdot C(j, t)}$ ;
10            faça  $C_o(m(j, t), j) = C(j, t)$ ;
11            retorne  $C_o(m(j, t), j)$  e  $lotes(m(j, t), j)$ .
12          fim
13        fim
14        se  $MGO == 2$  ou  $MGO == 4$  ou  $MGO == 5$  então
15          se  $m(j, t) < n$  e  $H(t) \geq H_{TS}$  então
16            faça  $m(j, t) = m(j, t) + 1$ ;
17            calcule  $lotes(m(j, t), j) = \frac{Ct(j, t)}{n \cdot C(j, t)}$ ;
18            faça  $C_o(m(j, t), j) = C(j, t)$ ;
19            retorne  $C_o(m(j, t), j)$  e  $lotes(m(j, t), j)$ .
20          fim
21        fim
22        se  $MGO == 1$  ou  $MGO == 5$  então
23          se  $m(j, t) < n$  então
24            faça  $m(j, t) = m(j, t) + 1$ ;
25            calcule  $lotes(m(j, t), j) = \frac{Ct(j, t)}{n \cdot C(j, t)}$ ;
26            faça  $C_o(m(j, t), j) = C(j, t)$ ;
27            retorne  $C_o(m(j, t), j)$  e  $lotes(m(j, t), j)$ .
28          fim
29        fim
30      fim
31    fim
32  fim
33 fim

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considere, agora, que o capital total Ct é dado pela soma de duas parcelas

$$Ct(t) = Cn(t) + Ci(t); \quad (4.5)$$

onde $Cn(t)$ é a parcela que ainda não foi investida, já que modelos com abertura de mais de uma ordem apresentam investimentos em diferentes momentos, e $Ci(t)$ é o capital investido em um instante t .

Desta forma, com a abertura de ordens é possível calcular $Cn(t)$ e $Ci(t)$ de cada ativo e também o retorno, pois o preço de fechamento é dado para cada dia de negociação t . O Algoritmo 2 apresenta este processo.

Algoritmo 2: Algoritmo para o cálculo de retorno.

Entrada: Dados dos ativos: $C(j, t)$, $j = 1, \dots, M$;
 $Ct(j, t - 1)$, $Cn(j, 0)$, $Ci(j, 0)$, $m(j, t)$, $j = 1, \dots, M$;
 $C_o \in \mathbb{R}^{m \times M}$ e lotes $\in \mathbb{R}^{m \times M}$.

Saída: Retorno $Re(j, t)$.

```

1  início
2  para cada ativo  $j$  faça
3      para cada ordem  $m(j, t)$  aberta faça
4          se Fibonacci é de alta então
5              calcule  $Ci(j, t) = Ci(j, t) + C(j, t) \cdot \text{lotes}(m(j, t), j)$ 
6          fim
7          se Fibonacci é de baixa então
8              calcule  $Ci(j, t) = Ci(j, t) + \text{lotes}(m(j, t), j) \cdot C_o(m(j, t), j) +$ 
9                   $\text{lotes}(m(j, t), j) \cdot (C_o(m(j, t), j) - C(j, t))$ 
9          fim
10     fim
11     calcule  $Cn(j, t) = Ct(j, 0) - \sum_{i=1}^{m(j, t)} \text{lotes}(i, j) \cdot C_o(i, j)$ 
12 fim
13 calcule  $Ct(j, t) = Cn(j, t) + Ci(j, t)$ ;
14 calcule  $Re(j, t) = \frac{Ct(j, t) - Ct(j, t - 1)}{Ct(j, t - 1)}$ ;
15 retorne  $Re(j, t)$ .
16 fim
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.6 Gerenciamento de tendência

Ao longo da metodologia, muito foi dito sobre tendência de alta e baixa. O mercado financeiro apresenta muita oscilação e, por conta disso, identificar a tendência exata a todo momento pode ser uma tarefa difícil.

Como a forma de verificar a existência de uma tendência é diferente para alta e baixa, estas são analisadas separadamente. Isto permite que ambas as direções sejam identificadas em um mesmo período, sendo uma delas uma pequena retração do movimento principal, por exemplo. Entretanto, não é muito vantajoso operar em ambas tendências

ao mesmo tempo, já que uma terá um movimento mais curto e, conseqüentemente, o Fibonacci alcança graus menores em uma destas direções.

O gerenciamento de tendência tem como objetivo permitir a operação de ordens apenas em Fibonacci de uma única tendência com o objetivo de evitar perdas. Assim, toda data de negociação terá uma classificação de tendência, como expresso na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Classificação da Tendência

Tendência	Classificação
Caso não exista Fibonacci aberto	0
Alta	1
Baixa	-1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com isso, é possível definir o que será chamado de Modelo de Gerenciamento de Tendência (MGT). Um primeiro modelo é dado da seguinte forma:

MGT1. A operação da tendência de alta e baixa será realizada ao mesmo tempo.

Os seguintes modelos baseiam-se na operação de uma única tendência por vez, levando em consideração que a inicialização é dada por 0 até identificar uma primeira tendência e, ao finalizá-la, deve-se

MGT2. retornar para 0 e aguardar uma próxima tendência ser identificada;

MGT3. alterar automaticamente para a tendência oposta, por exemplo, de 1 para -1 e vice-versa.

4.1.7 Aplicação da estratégia

A estratégia pode ser aplicada para os mais variados tipos de ativos, desde que estes apresentem informações suficientes para executar o treinamento do modelo. Desta forma, seleciona-se os ativos, cuja aplicação do algoritmo é feita de forma individual.

Para isto, define-se NF como sendo uma variável responsável por fornecer um sinal para a abertura de um novo Fibonacci de grau $k + 1$ e CT o classificador de tendência que define se a tendência atual é de alta ou baixa, ambas sendo variáveis binárias. Note que, $CT(0) = 0$ para MGT2 e MGT3, pois uma tendência só é definida quando identificada uma primeira reversão. Já para MGT1, desconsidere CT , já que este modelo não requer gerenciamento de tendência, operando em todo Fibonacci de alta e baixa.

A seguir, o Algoritmo 3 apresenta o procedimento adotado para a identificação de uma reversão de tendência de alta para a estratégia de Fibonacci.

Algoritmo 3: Algoritmo geral da estratégia de Fibonacci.

Entrada: $C(j, t)$, $O(j, t)$, $H(j, t)$, $L(j, t)$, $j = 1, \dots, M$;

$L_{FS}(j)$, $Q_R(j, t)$, $Q_{Rmin}(j)$, $CT(j, t)$, $NF(j, 0)$, $j = 1, \dots, M$.

Saída: Retorno $Re(j, t)$ e Classificação de Tendência $CT(j, t)$, $j = 1, \dots, M$.

```

1  início
2  para cada ativo  $j$  faça
3      se possui split ou inplit então
4          atualize os dados anteriores
5      fim
6      se  $L(j, t - 2)$  é um fundo então
7          se  $L(j, t - 2) < L_{FS}(j)$  então
8              atualize o fundo significativo  $L_{FS}(j) = L(j, t - 2)$ ;
9              atualize o topo significativo  $H_{TS}(j)$ ;
10             atualize  $Q_R(j, t) = Q_R(j, t) + 1$ .
11         fim
12     fim
13     se  $H(j, t - 2)$  é um topo então
14         se  $H(j, t - 2) > H_{TS}(j)$  and  $Q_R(j, t) \geq Q_{Rmin}(j)$  and  $CT(j, t) == 0$  então
15             se não existe Fibonacci aberta então
16                 construa o Fibonacci de grau 1;
17                 calcule o tamanho  $S$ , o alvo e stop loss;
18                 atualize  $CT(j, t) = 1$ .
19             fim
20         fim
21         se  $NF(j, t) == 1$  and  $CT(j, t) == 1$  então
22             calcule o menor fundo entre os topos  $L_{FS}(j)$ ;
23             construa o Fibonacci de grau  $k + 1$ ;
24             calcule o tamanho  $S$ , o alvo e stop loss;
25             atualize  $NF(j, t) = 0$ .
26         fim
27     fim
28     se Fibonacci está aberto então
29         chame Algoritmo 1 para a abertura de ordens;
30         se  $L(j, t) < L_{FS}(j)$  então
31             fechar Fibonacci e suas respectivas ordens;
32             calcule o prejuízo  $g = \text{lotes}(m(j, t), j) \cdot (C_o(m(j, t), j) - C_c(j, t))$ ;
33             atualize  $CT(j, t)$  de acordo com MGT.
34         fim
35         se  $H(j, t) > \text{alvo}$  então
36             fechar Fibonacci e suas respectivas ordens;
37             calcule o lucro  $g = \text{lotes}(m(j, t), j) \cdot (C_o(m(j, t), j) - C_c(j, t))$ ;
38             atualize  $NF(j, t) = 0$ .
39         fim
40     fim
41     chame Algoritmo 2 para o cálculo do retorno  $Re(j, t)$ ;
42     retorne  $Re(j, t)$ .
43 fim
44 fim

```

4.1.8 Otimização de carteira

Seja $\mathcal{U}$ o conjunto de todos os ativos observados que pertencem ao índice Ibovespa e que tenham informações a partir de uma mesma data, então M é a quantidade de ativos selecionados que fazem parte de $\mathcal{U}$ e que satisfazem as condições do algoritmo aptos a serem operados. Além disso, é necessário especificar as seguintes informações:

- quantidade de barras B (datas de negociação) para trás a partir da data atual;
- capital total a ser investido Ct ;
- quantidade máxima $\bar{k}$ de ativos que compõem carteira;
- valor do retorno equivalente por Fibonacci Re , acurácia Acc e máximo drawdown MD do histórico dos M ativos selecionados;
- tolerâncias para o máximo drawdown, mínimo retorno equivalente e mínima acurácia, definidos por MD_{tol} , Re_{tol} e Acc_{tol} , respectivamente.

Seja G_k conjunto de ativos que apresentam Fibonacci aberto de grau k em uma determinada data de negociação, define-se

$$G := \bigcup_{k=k_{min}}^{k_{max}} G_k,$$

onde G é conjunto de todos os Fibonacci abertos que podem ser operados, sendo k_{min} o grau mínimo e k_{max} o grau máximo permitido, e

$$P := \left\{ A_1, \dots, A_i | i \leq \bar{k} \right\}, i \in \mathbb{N}$$

sendo P o conjunto dos melhores ativos que são selecionados para carteira e i a cardinalidade de P . Portanto,

$$F := G \setminus P$$

é o conjunto dos ativos que tem Fibonacci aberto e que não foram selecionados para a carteira e $l \in \mathbb{N}$ é a cardinalidade de F .

Observe que os conjuntos $G = G(t)$, $P = P(t)$ e $F = F(t)$ são dependentes do tempo e que alguns ativos deixam o conjunto F ou P de forma que suas cardinalidades $l = l(t)$ e $i = i(t)$ também dependem do tempo.

Em um primeiro momento, identifica-se os ativos que tem Fibonacci aberto analisando B dias de negociação para trás. Isto identificará uma tendência que supostamente já estaria ocorrendo, e, conseqüentemente, sequências de dispositivos de Fibonacci para cada ativo no qual a estratégia é aplicada. Assim, para $t = 1$, é feita a verificação se estes permanecem abertos ou se existe a abertura de um novo Fibonacci. Se o Fibonacci de grau k , satisfaz $k_{min} \leq k \leq k_{max}$, então este passa a compor o conjunto F . Desta forma, se $l(1) \leq \bar{k}$, então todos os ativos vão compor a carteira, isto é, $P = F$ e F é atualizado passando a ser vazio, $F = \{\emptyset\}$. Se $l(1) > \bar{k}$, então os $\bar{k}$ ativos que irão compor P devem ser escolhidos aleatoriamente ou por otimização, resultando em $i(t) = \bar{k}$ e $l(t) = l(1) - \bar{k}$, com $l(t) \neq 0$.

A seguir, serão apresentados os Modelos de Gerenciamento de Carteira (MGC), para a escolha dos ativos que estão em $F(t)$ para compor $P(t)$. Ainda, para os modelos de otimização, será proposto algumas variações do problema.

A primeira variação, chamando de V1, é a aplicação do problema sem impor restrições sobre alguns parâmetros. Apenas considera-se a quantidade de ativos que deve ser realocada para a carteira P , resultando em um problema de ordenação, cujas escolhas seria apenas analisando os

ativos pela função objetivo. A segunda variação V2 seria considerando algumas restrições sobre a acurácia, risco e retorno.

Para resolver o problema de programação linear é aplicado a função *glpk*, disponível no Octave. Esta resolve, tanto problemas de minimização, como também problemas de maximização.

Dentre os MGC considerados neste trabalho estão:

MGC1. Aleatório: A escolha deve ser feita de forma aleatória e uniforme, especificando o intervalo $[a, b]$, onde $a = 0,5$ e $b = l(t) + 0,4999999$. A função utilizada *rand* fornece um número aleatório de 0 a 1 e, quando aplicado no intervalo especificado, o arredondamento deste resultará no ativo N que entrará em $P(t)$. Será dado por

$$N = \text{round}(a + (b - a) \cdot \text{rand}), \quad (4.6)$$

onde *round* é a função do Octave que faz o arredondamento.

Caso seja mais de um ativo a ser realocado de $F(t)$ para $P(t)$, N será retirado e $l(t)$ é atualizado, aplicando este mesmo processo até que a quantidade de ativos que compõe $P(t)$ seja igual a quantidade máxima de ativos que foi definida para compor a carteira, isto é, $i(t) = \bar{k}$.

MGC2. Otimização:

- V1: Problema de maximização de retorno.

$$\max \sum_{j=1}^n Re_j x_j \quad (4.7)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.8)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.9)$$

- V2: Problema de maximização de retorno, com restrições sobre o risco e acurácia.

$$\max \sum_{j=1}^n Re_j x_j \quad (4.10)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n MD_j x_j \leq MD_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.11)$$

$$\sum_{j=1}^n Acc_j x_j \geq Acc_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.13)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.14)$$

MGC3. Otimização:

- V1: Problema de maximização da acurácia.

$$\max \sum_{j=1}^n Acc_j x_j \quad (4.15)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.16)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.17)$$

- V2: Problema de maximização da acurácia, com restrições sobre o risco e retorno.

$$\max \sum_{j=1}^n Acc_j x_j \quad (4.18)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n MD_j x_j \leq MD_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.19)$$

$$\sum_{j=1}^n re_j x_j \geq Re_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.20)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.21)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.22)$$

MGC4. Otimização:

- V1: Problema de minimização de risco.

$$\min \sum_{j=1}^n MD_j x_j \quad (4.23)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.24)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.25)$$

- V2: Problema de minimização de risco, com restrições sobre o retorno e acurácia.

$$\min \sum_{j=1}^n MD_j x_j \quad (4.26)$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n Acc_j x_j \geq Acc_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.27)$$

$$\sum_{j=1}^n Re_j x_j \geq Re_{tol} \cdot (\bar{k} - i(t)), \quad (4.28)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = \bar{k} - i(t), \quad (4.29)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.30)$$

Entretanto, o problema de otimização para V2 pode ser infactível. Note que, os ativos que pertencem a $F(t)$ podem ser alterados a todo instante de tempo, contendo ativos que podem

não satisfazer as tolerâncias definidas nas restrições. Com isso, é adotada uma metodologia para que selecione, ainda assim, algum ativo de $F(t)$, pois é necessária a realocação para a carteira.

Caso o problema de otimização seja infactível, a tolerância da segunda restrição vai sendo alterada, por um passo de comprimento ϵ . E, se ainda assim não existir ativos que satisfaçam o problema, altera-se a tolerância da primeira restrição, de forma que ambas estejam em seus valores extremos e qualquer ativo em $F(t)$ satisfaça o problema, recaindo em V1.

Após a escolha, os ativos que pertencem a carteira P são operados com o capital Ct distribuído uniformemente para $\bar{k}$ ativos de acordo com as regras estabelecidas para o melhor modelo de abertura de ordens, descritas na Subseção 4.1.5. Serão feitas operações de compra e venda, dependendo da tendência identificada, até que o Fibonacci de grau k_{max} em P atinja o alvo ou o Fibonacci de grau k atinja o *stop loss*, onde $k_{min} \leq k \leq k_{max}$. Assim, ativos pertencentes ao conjunto P o deixam quando satisfazem uma dessas duas possibilidades, saindo também de G . Caso o Fibonacci de grau k de um ativo que pertença ao conjunto P , com grau $k_{min} \leq k \leq k_{max} - 1$, seja concluído atingindo o alvo, este permanecerá com o lugar reservado na carteira até que o Fibonacci de grau $k + 1$ seja aberto.

Como os lucros e prejuízos são contabilizados somente no fechamento de um Fibonacci, estes são impossibilitados de já serem investidos ou penalizados nos ativos que ainda compõem P . Isto porque todo o capital destinado àquele ativo pode estar investido em ordens já abertas.

Assim, define-se capital excedente Ce como sendo o capital que ainda não foi investido. E, seja, ainda, $Ci \in \mathbb{R}^{\bar{k}}$ vetor de capital investido, distribuído uniformemente, no momento em que um determinado ativo passar a compor P . Em um primeiro momento $Ce = Ct$ e $Ci(p) = 0$, para $p = 1, 2, \dots, \bar{k}$. Estes serão atualizados sempre que um ativo entrar ou sair do conjunto P .

Quando um ativo entrar em P na posição $\hat{p}$, tem-se que

$$Ci(\hat{p}) = \frac{Ce + \sum_{p=1}^{\bar{k}} Ci(p)}{\bar{k}}, \quad (4.31)$$

e, então

$$Ce = Ce - Ci(\hat{p}). \quad (4.32)$$

Por outro lado, se um ativo na posição $\hat{p}$ sair de P , então

$$Ce = Ce + Ci(\hat{p}) + g(\hat{p}), \quad (4.33)$$

onde g é o lucro ou prejuízo do respectivo ativo e, então

$$Ci(\hat{p}) = 0. \quad (4.34)$$

Note que, se o último Fibonacci do ativo que deixou P tem lucro, ou seja, $g(\hat{p}) > 0$, então o valor que deveria ser investido em $\bar{k} - 1$ ativos será reservado e permanecerá em Ce . Se $g(\hat{p}) < 0$ e $Ci(\hat{p}) > Ce$, então $Ci(\hat{p}) = Ce$. Entretanto, isto nem sempre acontece, já que Ce pode conter algum valor que ainda não foi investido nas outras posições da carteira.

Os ativos que estão em $G \setminus P$, embora não estejam sendo operados na carteira, são atualizados pelo algoritmo a todo instante de tempo, usando as mesmas regras. Entretanto, ainda há uma outra forma de $G \setminus P$ perder ativos, pois alguns são deslocados para o conjunto P , cuja discussão vem a seguir.

A partir de $t = 2$, o algoritmo passa a analisar a cardinalidade de $P(t)$ a cada instante, verificando se a quantidade de ativos sendo operados é igual a quantidade máxima de ativos que podem compor a carteira, ou seja, $i(t) = \bar{k}$. Se $i(t) < \bar{k}$, então deve-se adicionar $\bar{k} - i(t)$

ativos em $P(t)$ escolhidos a partir de $F(t)$ de forma aleatória ou por otimização, toda vez que a cardinalidade for reduzida.

Desta forma, os conjuntos G , F e P podem ser atualizadas a todos instante de tempo t , iniciando uma nova iteração. Segue abaixo o algoritmo para a composição e cálculo do retorno da carteira.

Algoritmo computacional

Algoritmo 4: Algoritmo para a Carteira.

Entrada: Dados $F(0) \in \mathbb{R}^l$, $P(0) \in \mathbb{R}^i$ e $Re_C(0) \in \mathbb{R}$.

Saída: Ativos da carteira $P(t) \in \mathbb{R}^i$ e retorno da carteira $Re_C(t) \in \mathbb{R}$.

```

1  início
2  para toda data de negociação  $t$  faça
3      para  $j = 1, \dots, M$  faça
4          chame Algoritmo 1 para operar ativos em  $P(t)$  com capital  $Ci$ ;
5          se existe abertura ou fechamento de Fibonacci em  $t$  então
6              atualize  $F(t)$  e/ou  $P(t)$ ;
7              atualize  $l(t)$  e/ou  $i(t)$ ;
8              se Fibonacci sair de  $P$  então
9                  calcule o lucro ou prejuízo  $g$ ;
10                 atualize  $Ce = Ce + Ci(\hat{p}) + g(\hat{p})$ ;
11                 atualize  $Ci = 0$ ;
12             fim
13         fim
14     fim
15     se  $l(t) > 0$  e  $\bar{k} - i(t) \neq 0$  então
16         se  $l(t) \leq \bar{k} - i(t)$  então
17             complete a carteira  $P(t)$  com  $l(t)$  ativos em  $F(t)$ ;
18             atualize  $i(t)$ ;
19             atualize  $F(t) = \emptyset$  e  $l(t) = 0$ ;
20         senão
21             resolva o PPL completando a carteira  $P(t)$  com  $\bar{k} - i(t)$  ativos em  $F(t)$ ;
22             atualize  $F(t) = F(t) \setminus P(t)$ ;
23             atualize  $l(t)$  e  $i(t) = \bar{k}$ ;
24         fim
25         para todo ativo  $\bar{k} - i(t)$  faça
26             atualize  $Ci(\hat{p}) = \frac{Ce + \sum_{p=1}^{\bar{k}} Ci(p)}{\bar{k}}$ ;
27             atualize  $Ce = Ce - Ci(\hat{p})$ ;
28         fim
29     senão
30         mantém  $P(t)$ ;
31     fim
32     para todo  $j \in P(t)$  faça
33         chame Algoritmo 2 para o cálculo de  $Re(t)$  para cada  $j$  em  $P(t)$ ;
34         atualize  $Re_C(t) = Re_C(t) + Re(t)$ ;
35     fim
36     retorne  $P(t)$  e  $Re_C(t)$ .
37 fim
38 fim

```

4.1.9 Medidas de risco

As medidas de risco adotadas para análise são:

- a) máximo *drawdown* (MD);
- b) volatilidade.

Enquanto o máximo *drawdown* é calculado através dos retornos obtidos com a aplicação da estratégia, a volatilidade será o desvio padrão dos preços de fechamento dos ativos. Em um primeiro momento, calcula-se o risco dos ativos individualmente, e, posteriormente, aplica-se para a composição de uma carteira. Os investidores buscam este tipo de informação a fim de conhecer o quão exposto estão e o quanto toleram perder ao investir em uma determinada estratégia e/ou ativo.

4.2 Fundamentação Estatística

Nesta seção será introduzido todo o procedimento, de forma detalhada, das análises realizadas para a obtenção dos resultados que serão descritos no Capítulo 5. Baseados na estatística, é proposto os melhores modelos para todos os processos, desde a escolha dos ativos até a etapa de validação da metodologia.

A fundamentação estatística será dada através de teste de hipótese e, para isto, é necessário especificar uma amostra de dados passados, sendo subdivididos em conjunto de treinamento, validação e teste.

4.2.1 Considerações iniciais

Para o desenvolvimento deste trabalho, são considerados M ativos pertencentes ao índice Ibovespa e ETFs. A coleta de dados destes foi realizada no dia 01 de junho de 2021, através da plataforma Metatrader 5. Isto deve-se ao fato da plataforma disponibilizar dados de até dez anos para a maior parte dos ativos.

Como a estratégia pode demorar para desenvolver um Fibonacci, é necessário que tenha uma quantidade significativa de dados. Desta forma, a escolha do tempo gráfico foi fixada em 15 minutos.

A disponibilidade de dados pela plataforma para a maior parte dos ativos eram de dez anos, quantidade de informações suficientes para o treinamento da estratégia. Com isso, os ativos passam a ser selecionados desde que apresentem dados desde 01 de junho de 2011. A relação de ativos que satisfazem esta condição pode ser consultada no Apêndice A.

Embora existam dados para dez anos, não são utilizados em sua totalidade para o treinamento. Os intervalos foram subdivididos em períodos de dois anos, como segue a Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Definição de Intervalos dos Dados.

Fase	Intervalo	Período
Treinamento	I	01/08/2011 - 31/07/2013
Validação	II	01/08/2013 - 31/07/2015
Teste	III	01/08/2015 - 31/07/2017
Teste	IV	01/08/2017 - 31/07/2019
Teste	V	01/08/2019 - 01/06/2021

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que, a data de início do intervalo I é dada dois meses após a condição imposta para a seleção de ativos. Isto deve-se ao fato da estratégia ser aplicada B datas de negociações anteriores à data inicial para identificar um suposto movimento que já poderia estar ocorrendo. Aqui, considera-se $B = 1000$ datas de negociações e, contando que os dados são coletados em gráfico de 15 minutos, isto resulta em informações de pouco menos de dois meses.

4.2.2 Conjunto de variáveis aleatórias independentes

Após introduzir a metodologia computacional, sua aplicação será dada para M ativos de $\mathcal{U}$. Esta fornece a quantidade total de Fibonacci formado ao longo de um período e, consequentemente, a probabilidade de acerto para cada ativo j , com $j = 1, 2, \dots, M$.

Para o processo de validação, cujo objetivo é mostrar que a metodologia é relevante independentemente do ativo para cada grau k de Fibonacci, é necessário fazer algumas considerações. Como são amostras de dados de ativos diferentes e cada ativo ainda apresentará diferentes graus de Fibonacci, deve-se mostrar os ativos são independentes entre si.

Desta forma, considere dois eventos como sendo a formação de Fibonacci atingindo o alvo em dois ativos diferentes. Para mostrar que estes eventos são independentes, aplicando a Definição 2.4, observe-se que o fato de um ativo atingir o alvo de Fibonacci não interfere na probabilidade de outro ativo também atingir o alvo.

Apresentando este resultado, se torna possível somar os eventos ocorridos em todos os ativos de cada grau de Fibonacci. Isto tem grande importância, já que a quantidade de Fibonacci formada com a aplicação da metodologia pode ser pequena considerando os ativos de forma individual.

4.2.3 Fase de treinamento

A fase de treinamento para M ativos, cujo período é especificado na Tabela 4.4, tem como objetivo buscar os parâmetros a fim de obter os melhores resultados para a metodologia.

A variação de parâmetro é realizada para QR_{min} , para permitir a abertura de Fibonacci para reversões identificadas acima deste, e S_{max} , tamanho permitido de Fibonacci para que não haja alteração de alvo. O parâmetro $QR_{min} = q$ poderá assumir valores de $q = 1, 2, \dots, q_{max}$, onde q_{max} é a quantidade de fundos ou topos significativos em que a metodologia começa a apresentar um pior desempenho, e $S_{max} = s$ poderá assumir valores de $s = 1, 0, 0, 2, 0, 15, 0, 125$ e $0, 1$.

Assim, primeiro define-se o melhor MGT, aplicando a metodologia para um $S_{max} = 1, 0$ fixo e variando QR_{min} . Isto para verificar como o modelo se comporta para diferentes QR_{min} .

Posteriormente, análises são feitas através do desempenho individual de cada ativo com o objetivo de obter uma melhor classificação de acordo com os melhores parâmetros obtidos. Como

cada ativo tende a se comportar de uma maneira diferente, é necessária tal classificação. Esta será feita organizando grupos, sendo determinados por QR baixo, intermediário e alto, sem uma quantidade mínima de ativos.

Muitas situações podem ocorrer neste processo. Alguns ativos podem apresentar um treinamento muito bom para mais de um modelo, por exemplo. Com isso, são aplicados na fase de validação e escolhidos da melhor forma.

4.2.4 Fase de validação

A fase de validação é a aplicação da metodologia no intervalo II, expresso na Tabela 4.4, considerando os parâmetros definidos na fase de treinamento. O melhor dos casos seria se fosse possível a obtenção de uma ferramenta que apresentaria um bom desempenho para todos os ativos, entretanto na prática isto nunca acontece.

Portanto, o objetivo é buscar a maior quantidade de ativos no qual a estratégia se mostra relevante. Através da análise do comportamento e desempenho de cada ativo, é possível verificar àqueles que apresentam um desempenho bom ou ruim na validação. Neste último caso, ativos que não apresentam boa performance são excluídos da lista de ativos.

Seja $Qa_t(k)$ e $Qa_v(k)$ a quantidade de Fibonacci de grau k que atinge o alvo e $Qe_t(k)$ e $Qe_v(k)$ a quantidade de Fibonacci de grau k que atinge o *stop loss* no treinamento e validação, para $k_{min} \leq k \leq k_{max}$. Define-se então a acurácia de treinamento como

$$Acc_t = \frac{\sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} Qa_t(k)}{\sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} Qa_t(k) + Qe_t(k)}, \quad (4.35)$$

e, da mesma forma, aplica-se para a acurácia de validação Acc_v .

Assim, a seleção de ativos é dada desde que satisfaçam pelo menos uma das seguintes condições:

- i. A acurácia de validação deve ser maior ou igual a $\frac{2}{3}$, ou seja,

$$Acc_v \geq 0,6666\dots \quad (4.36)$$

- ii. Caso não apresente formação de Fibonacci no intervalo de validação. Isto é adotado já que não houve informações para que este ativo seja avaliado como bom ou ruim, e isso pode ser dado por

$$Acc_v = 0, \text{ com } \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} Qe_v(k) = 0. \quad (4.37)$$

- iii. Apresentar um desempenho maior ou igual a 70% quando considerado o intervalo de treinamento e validação. Isto porque em um intervalo maior de tempo o ativo ainda apresenta uma boa performance. Assim,

$$\frac{\sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} Qa_t(k) + Qa_v(k)}{\sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} Qt_t(k) + Qt_v(k)} \geq 0,7, \quad (4.38)$$

onde $Qt_t(k) = Qa_t(k) + Qe_t(k)$ e $Qt_v(k) = Qa_v(k) + Qe_v(k)$.

4.2.5 Fase de teste

Nesta fase, é atingida a maior quantidade possível de ativos para a aplicação da metodologia no Intervalo III. Alguns ativos que foram excluídos por não satisfazerem ao menos um dos critérios estabelecidos pelas Equações 4.36-4.38, são treinados novamente, utilizando os intervalos I e II e aplicados com o objetivo de validar em III. Esta alternativa foi adotada a fim de encontrar mais ativos que apresentem boa performance e incluí-los na lista, o que colabora também com o estudo e desenvolvimento de carteiras mais a frente.

Ao satisfazer um dos critérios, o respectivo ativo passa a compor o grupo de ativos no qual a metodologia será validada. Para isto, aplica-se o teste de hipótese em resultados obtidos nos Intervalos II e III.

Para os intervalos IV e V, ainda da fase de teste, são aplicados a metodologia via *backtest* para analisar o seu comportamento.

4.2.6 Carteiras

O estudo referente à carteiras é dado a partir da aplicação da metodologia para uma quantidade M de ativos. Nesta são operados 5 ativos por vez, com capital total $Ct = 10000,00$ distribuído uniformemente.

O objetivo de operar em uma carteira utilizando a metodologia de Fibonacci é operar todo o capital a todo instante com uma grande probabilidade de acerto, promovendo uma maior rentabilidade.

Os resultados para este estudo estão subdivididos em

- Melhor Modelo de Gerenciamento de Carteira (MGC);
- Análise de retorno e risco;
- Comparação com as variações da estratégia, incluindo a operação em um único ativo;
- Comparação com *benchmark*, o índice Ibovespa, e também com resultados obtidos através de outras metodologias propostas por trabalhos que serão citados ao longo da revisão bibliográfica.

5 Resultados

Neste capítulo será descrito todos os resultados obtidos, análises e as considerações feitas para a escolha dos modelos que a estratégia apresenta o melhor desempenho. Após a aplicação da estratégia e obtenção dos resultados é feita, também, uma comparação com trabalhos já existentes e com a estratégia *buy and hold* aplicada no *benchmark* do Brasil, o índice Ibovespa. Por fim, é proposta a aplicação da estratégia em tempo real, sendo estes resultados descritos na Seção 5.7.3.

Entretanto, antes de aplicar a metodologia, é necessário mostrar a independência das variáveis aleatórias, isto é, mostrar que os ativos, para cada grau de Fibonacci, são independentes entre si. Isto porque a série temporal de um único ativo fornece uma pequena quantidade de eventos - formação de Fibonacci - e para que seja possível a aplicação de métodos estatísticos considera-se aqui eventos de diferentes ativos para determinar a acurácia e validar a metodologia.

5.1 Independência das variáveis aleatórias

Considere que para cada ativo existirá uma variável aleatória $Y_j \sim \text{Binomial}(n_{jk}, p)$, onde n_{jk} é a quantidade total que um evento ocorre em cada ativo, neste caso Fibonacci de grau k , e p é a probabilidade de sucesso deste evento, para $j = 1, 2, \dots, M$.

Seja o evento definido como sendo a formação de Fibonacci. Assume-se que a probabilidade de sucesso deste será de 50%, ou seja, $p = 0,5$. Isto porque o Fibonacci tem apenas duas saídas como resposta, a de concluir com sucesso, atingindo o alvo, ou concluir com fracasso, atingindo o *stop loss*.

Suponha que existam apenas dois ativos com a formação de um Fibonacci de grau $k \in \{1, 2, \dots, 9\}$, isto é, $Y_j \sim \text{Bernoulli}(p)$, pois $n_{jk} = 1$, para $j = 1, 2$ e k fixo. É necessário provar a independência destes. O espaço amostral S é definido como

$$S = \{S_1 S_2, S_1 F_2, F_1 S_2, F_1 F_2\},$$

onde S_j e F_j é o sucesso e fracasso, para $j = 1, 2$, respectivamente.

A Tabela a seguir mostra a probabilidade para cada uma das intersecções dos eventos.

Tabela 5.1 – Probabilidade conjunta de dois ativos.

$i \setminus j$	0	1	$P(Y_1 = i)$
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$P(Y_2 = j)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Se $P(Y_1 \cap Y_2) = P(Y_1) \cdot P(Y_2)$, então dizemos que as variáveis aleatórias Y_1 e Y_2 são independentes. E, de fato,

$$\frac{1}{4} = P(Y_1 = i, Y_2 = j) = P(Y_1 \cap Y_2) = P(Y_1) \cdot P(Y_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Portanto, $Y_j \sim \text{Bernoulli}(p)$, para $j = 1, 2$, são independentes, o que também é válido para $j = 1, 2, \dots, M$.

Seja X_k variável aleatória para a ocorrência de Fibonacci de Grau k . Pelo Teorema 2.11, se $X_k = \sum_{j=1}^M Y_j$, com Y_j i.i.d. e $Y_j \sim \text{Binomial}(n_{jk}, 0, 5)$, então $X_k \sim \text{Binomial}\left(\sum_{j=1}^M n_{jk}, 0, 5\right)$, para $k = 1, \dots, 9$.

5.2 Modelo de gerenciamento de tendência

Para os resultados a seguir, considere a aplicação da metodologia para o intervalo I e M ativos, cuja relação pode ser consultada no Apêndice A.1. Os resultados abaixo são referentes ao MGT1, modelo que considera a operação de todo Fibonacci identificado na tendência de alta e baixa, com a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1, 0$.

A primeira coluna refere-se ao grau do Fibonacci, a segunda e terceira coluna referem-se à quantidade, tanto de alta como de baixa, que concluíram atingindo o alvo e *stop loss*, respectivamente. Já a última, expressa a probabilidade de sucesso para cada grau k de Fibonacci.

Veja ainda que é apresentado o desempenho geral de todos os M ativos para a operação em todos os graus de Fibonacci. As Tabelas 5.2-5.13 mostram que esta conduta não seria adequada, visto que a probabilidade de sucesso para alguns graus de Fibonacci é considerada baixa, próximo de 50%. Desta forma, a última linha apresenta resultados somente para os graus k que apresentam melhor performance, neste caso $4 \leq k \leq 8$.

Tabela 5.2 – $QR_{min} = 1$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	2614	3096	45,78%
2	1329	1257	51,39%
3	709	601	54,12%
4	396	299	56,98%
5	227	159	58,81%
6	137	83	62,27%
7	76	54	58,46%
8	42	32	56,76%
9	17	24	41,46%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	5547	5605	49,74%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	878	627	58,34%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.3 – $QR_{min} = 2$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	2589	3063	45,81%
2	1313	1249	51,25%
3	703	590	54,37%
4	395	293	57,41%
5	225	160	58,44%
6	135	83	61,93%
7	76	52	59,38%
8	42	32	56,76%
9	17	24	41,46%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	5495	5546	49,77%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	873	620	58,47%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.4 – $QR_{min} = 3$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	2532	3096	44,99%
2	1285	1257	50,55%
3	673	601	52,83%
4	374	299	55,57%
5	215	159	57,49%
6	129	83	60,85%
7	73	54	57,48%
8	40	32	55,56%
9	17	24	41,46%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	5338	5405	49,69%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	831	595	58,27%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.5 – $QR_{min} = 4$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	2397	2794	46,18%
2	1201	1167	50,72%
3	636	550	53,63%
4	349	274	56,02%
5	204	136	60,00%
6	120	76	61,22%
7	68	45	60,18%
8	35	31	53,03%
9	15	19	44,12%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	5025	5092	49,67%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	776	562	58,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.6 – $QR_{min} = 5$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	2135	2511	45,95%
2	1065	1042	50,55%
3	553	499	52,57%
4	310	234	56,99%
5	179	123	59,27%
6	102	71	58,96%
7	63	34	64,95%
8	31	30	50,82%
9	14	16	46,67%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	4452	4560	49,40%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	685	492	58,20%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.7 – $QR_{min} = 6$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	1780	2112	45,73%
2	883	873	50,28%
3	467	404	53,62%
4	268	190	58,52%
5	152	106	58,91%
6	87	61	58,78%
7	54	30	64,29%
8	28	25	52,83%
9	14	13	51,85%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	3733	3814	49,46%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	589	412	58,84%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.8 – $QR_{min} = 7$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	1423	1665	46,08%
2	706	698	50,28%
3	375	323	53,72%
4	219	150	59,35%
5	125	86	59,24%
6	75	46	61,98%
7	49	23	68,06%
8	26	21	55,32%
9	13	12	52,00%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	3011	3024	49,89%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	494	326	60,24%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.9 – $QR_{min} = 8$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	1062	1296	45,04%
2	522	524	49,90%
3	277	239	53,68%
4	170	103	62,27%
5	101	65	60,84%
6	60	38	61,22%
7	38	20	65,52%
8	18	19	48,65%
9	7	10	41,18%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	2255	2314	49,35%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	387	245	61,23%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.10 – $QR_{min} = 9$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	701	861	44,88%
2	351	341	50,72%
3	181	166	52,16%
4	113	63	64,20%
5	67	43	60,91%
6	43	21	67,19%
7	26	16	61,90%
8	13	12	52,00%
9	5	7	41,67%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	1500	1530	49,50%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	262	155	62,83%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.11 – $QR_{min} = 10$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	451	526	46,16%
2	235	210	52,81%
3	120	111	51,95%
4	73	45	61,86%
5	49	23	68,06%
6	33	14	71,21%
7	20	12	62,50%
8	11	8	57,89%
9	3	7	30,00%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	995	956	51,00%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	186	102	64,58%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.12 – $QR_{min} = 11$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	296	325	47,67%
2	154	140	52,38%
3	82	69	54,30%
4	50	31	61,73%
5	34	15	69,39%
6	23	9	71,88%
7	16	7	69,57%
8	8	7	53,33%
9	1	6	14,29%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	664	609	52,16%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	131	69	65,50%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.13 – $QR_{min} = 12$ para MGT1.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	185	178	50,96%
2	99	85	53,80%
3	53	45	54,08%
4	27	25	51,92%
5	17	9	65,38%
6	11	5	68,75%
7	8	3	72,73%
8	4	4	50,00%
9	0	3	0,00%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	404	357	53,09%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	67	46	59,29%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que, o aumento de QR_{min} implica em uma quantidade menor de Fibonacci, pois isto restringe cada vez mais a identificação de uma reversão, e, conseqüentemente, a formação de Fibonacci.

Veja ainda que o melhor resultado é obtido para $QR_{min} = 11$, alcançando uma acurácia de 65,50%. Fixado estes parâmetros, aplica-se para MGT2 e MGT3, modelos que consideram o gerenciamento com operação de uma única tendência por vez. Os resultados são expressos nas Tabelas 5.14 e 5.15.

Tabela 5.14 – $QR_{min} = 11$ para MGT2.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	245	269	47,67%
2	133	111	54,51%
3	71	59	54,62%
4	46	24	65,71%
5	31	14	68,89%
6	21	8	72,41%
7	15	6	71,43%
8	7	7	50,00%
9	1	5	16,67%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	570	503	53,12%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	120	59	67,04%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.15 – $QR_{min} = 11$ para MGT3.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	244	269	47,56%
2	132	112	54,10%
3	72	62	53,73%
4	46	27	63,01%
5	31	14	68,89%
6	23	8	74,19%
7	16	7	69,57%
8	8	7	53,33%
9	1	6	14,29%
$\sum_{k=1}^9 F(k)$	573	512	52,81%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	124	63	66,31%

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível notar, através destes resultados, que nem todos os graus de Fibonacci são relevantes para esta estratégia, considerando estes modelos de gerenciamento de tendência. Isto faz sentido, pois o mercado financeiro apresenta muita oscilação e além de existir retrações que são movimentos menores, a reversão pode ser identificada antes do momento certo. A introdução do procedimento para continuar a contagem de fundos e topos significativos caso isto aconteça, faz com que a reversão maior seja identificada. Entretanto, a quantidade de Fibonacci de graus menores formados errados pode ser maior.

Portanto, diante destes motivos, a operação de Fibonacci de grau k maiores, quando existe uma tendência já definida, apresenta melhor resultado.

Os resultados obtidos para o gerenciamento de tendência, demonstra que o melhor modelo é MGT2, cuja metodologia é operar em uma única tendência por vez e, quando esta finalizar, aguardar que outra tendência seja identificada. Para $QR_{min} = 11$ apresenta acurácia de 67,04%, com um total de 179 Fibonacci de grau 4 a 8 sendo operados.

Entretanto, essa quantidade de Fibonacci pode ser considerada baixa quando o objeto de estudo passar a ser carteiras de ativos.

A nível de curiosidade, para $QR_{min} = 9$, também apresenta MGT2 como melhor modelo de tendência, com acurácia de 65,49% e 368 Fibonacci sendo operados. Estas informações podem ser vistas na Tabela 5.16.

Tabela 5.16 – $QR_{min} = 9$ para MGT.

Modelo	Acerto	Erro	Acurácia
MGT1	262	155	62,83%
MGT2	241	127	65,49%
MGT3	242	134	64,36%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como o objetivo mais a frente será operar vários ativos a todo momento, é importante que a estratégia reconheça a maior quantidade de Fibonacci sem que a acurácia da metodologia seja muito afetada. Portanto, são dois fatores que devem ser ponderados ao escolher os modelos.

É muito difícil encontrar um único modelo no qual todos os M ativos tenham um bom desempenho. Desta forma, com MGT2 já definido e com o intuito de melhorar ainda mais a acurácia e buscar uma maior quantidade de Fibonacci para a operação, a solução foi fazer uma classificação dos ativos.

5.3 Classificação dos ativos

Fase de treinamento

Dado que os ativos se comportam de formas diferentes com a aplicação da metodologia, para diferentes QR_{min} , estes podem ser organizados em grupos para buscar o melhor modelo.

Tabela 5.17 – Divisão de grupos de ativos.

Grupo	Condição
1	$1 \leq QR_{min} \leq 4$
2	$5 \leq QR_{min} \leq 8$
3	$9 \leq QR_{min} \leq 12$

Fonte: Elaborado pelo autor.

O critério para dividir os M ativos em grupos é de acordo com o QR_{min} no qual o ativo apresenta um bom desempenho. Tais critérios são expressos na Tabela 5.17. Ressalta-se, ainda, que estes ativos podem ser realocados de grupos quando apresentam mais de um modelo bom para o treinamento ou quando a validação para o melhor modelo não é satisfatória, sendo necessário a busca por algum outro.

Além disso, os ativos pertencentes ao grupo 1, ainda poderão ser divididos em dois grupos, denotados por A e B . Isto porque parte destes se comportam melhor para QR_{min} inferior e outra parcela para QR_{min} superior do grupo. Consequentemente, os grupos 3 e 4, são agora os grupos C e D, respectivamente. Desta forma, a disposição dos ativos nos grupos é dada pela Tabela A.2, apresentada no Apêndice A.

Os seguintes resultados, expressos nas Tabelas 5.18-5.23, são obtidos através da variação de QR_{min} , com $S_{max} = 1,0$ fixo, para o grupo A.

Tabela 5.18 – $QR_{min} = 1$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	180	244	42,45%
2	88	110	44,44%
3	53	42	55,79%
4	24	29	45,28%
5	19	5	79,17%
6	16	2	88,89%
7	8	7	53,33%
8	6	2	75,00%
9	4	2	66,67%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	53	18	74,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.19 – $QR_{min} = 2$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	191	247	43,61%
2	86	119	41,95%
3	55	40	57,89%
4	27	29	48,21%
5	17	9	65,38%
6	15	1	93,75%
7	8	6	57,14%
8	6	2	75,00%
9	4	2	66,67%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	46	18	71,88%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.20 – $QR_{min} = 3$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	179	233	43,45%
2	89	113	44,06%
3	55	43	56,12%
4	23	32	41,82%
5	16	6	72,73%
6	14	0	100,00%
7	7	6	53,85%
8	5	2	71,43%
9	4	1	80,00%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	46	15	75,41%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.21 – $QR_{min} = 4$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	194	260	42,73%
2	89	122	42,18%
3	55	40	57,89%
4	21	34	38,18%
5	16	5	76,19%
6	11	3	78,57%
7	6	5	54,55%
8	3	2	60,00%
9	3	0	100,00%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	39	15	72,22%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.22 – $QR_{min} = 5$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	210	254	45,26%
2	103	121	45,98%
3	54	51	51,43%
4	21	33	38,89%
5	18	3	85,71%
6	12	5	70,59%
7	9	3	75,00%
8	4	4	50,00%
9	4	0	100,00%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	47	15	75,81%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.23 – $QR_{min} = 6$, Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	198	235	45,73%
2	100	104	49,02%
3	52	52	50,00%
4	21	29	42,00%
5	15	5	75,00%
6	9	6	60,00%
7	5	4	55,56%
8	3	2	60,00%
9	3	0	100,00%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	35	17	67,31%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Através das tabelas acima é possível notar que o Fibonacci de grau k , para $5 \leq k \leq 9$, apresenta maior relevância para este conjunto de ativos. Quando considerado apenas estes graus, um melhor modelo é encontrado para $QR_{min} = 5$.

Tabela 5.24 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo A.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1	71	53	18	74,65%
2	64	46	18	71,88%
3	61	46	15	75,41%
4	54	39	15	72,22%
5	62	47	15	75,81%
6	52	35	17	67,31%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 5.24 mostra que, embora o modelo para $QR_{min} = 5$ apresente maior acurácia, $QR_{min} = 1$ apresenta uma quantidade de Fibonacci maior sem que haja muita alteração de sua acurácia. Portanto, para o Grupo A define-se $QR_{min} = 1$ e, desta forma, aplica-se a variação para S_{max} , cujos resultados podem ser vistos na Tabela 5.25.

Tabela 5.25 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para o Grupo A.

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	71	53	18	74,65%
0,2	68	48	20	70,59%
0,15	70	51	19	72,86%
0,125	54	36	18	66,67%
0,1	59	36	23	61,02%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste caso, vê-se que para os ativos pertencentes ao grupo A, apresentam melhor resultado para $QR_{min} = 1$ e $S_{max} = 1,0$, com acurácia de 74,65%. Embora já seja um resultado bastante relevante, busca-se melhorar ainda mais. A ideia é subdividir os ativos de A de acordo com o seu desempenho no treinamento, para cada S_{max} .

A Tabela 5.26 apresenta os resultados para três subgrupos de A, considerando $QR_{min} = 1$. A variação de S_{max} mostra que cada subgrupo de ativos de A apresenta um melhor desempenho para diferentes valores de S_{max} , destacados em azul.

Tabela 5.26 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para os Subgrupos de A.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃
1,0	27	9	75,00%	11	5	68,75%	15	4	78,95%
0,2	25	12	67,57%	8	4	66,67%	15	4	78,95%
0,15	28	15	65,12%	9	0	100,00%	14	4	77,78%
0,125	19	14	57,58%	3	1	75,00%	14	3	82,35%
0,1	19	15	55,88%	3	2	60,00%	14	6	70,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.27 – Acurácia final de MT2 para o Grupo A.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	195	267	42,21%
2	99	122	44,80%
3	54	50	51,92%
4	23	29	44,23%
5	17	4	80,95%
6	13	2	86,67%
7	8	3	72,73%
8	7	1	87,50%
9	5	2	71,43%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	50	12	80,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

É introduzido desta forma, o que será chamado de Modelo de Treinamento (MT). Os resultados obtidos na Tabela 5.25, onde todos os ativos do grupo A terão um único parâmetro, será MT1, e os resultados obtidos na Tabela 5.27 será MT2.

Veja que, a subdivisão dos ativos em subgrupos tendem a melhorar o resultado (ver Tabela 5.28). Portanto, o grupo A apresenta uma acurácia para a fase de treinamento de 80,65%.

Tabela 5.28 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo A.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	71	53	18	74,65%
MT2	62	50	12	80,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma análoga, obtêm-se os resultados para os demais grupos. Para o grupo B, considera-se a operação de Fibonacci de grau $k_{min} = 5$ e $k_{max} = 8$, já para os grupos C e D $k_{min} = 4$ e $k_{max} = 8$. A Tabela 5.29 apresenta os resultados para todos os grupos e faz uma comparação entre os diferentes modelos de treinamento. Como estes foram obtidos podem ser consultados no Apêndice B.

Tabela 5.29 – Comparação dos modelos de treinamento para M ativos.

Subgrupo	MT1				MT2			
	Qt_t	Qa_t	Qe_t	Acc_t	Qt_t	Qa_t	Qe_t	Acc_t
A	71	53	18	74,65%	62	50	12	80,65%
B	65	45	20	69,23%	68	51	17	75,00%
C	230	154	76	66,96%	219	154	65	70,32%
D	128	93	35	72,66%	99	77	22	77,78%
Total	494	345	149	69,84%	448	332	116	74,02%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Veja que MT2 apresenta um melhor resultado na fase de treinamento, e este será aplicado no intervalo de validação.

Fase de validação

Na fase de validação, será aplicado o melhor modelo de treinamento no conjunto de dados II. A Tabela 5.30 apresenta o comportamento de MT2, considerando todos os ativos, obtendo uma acurácia final de 70,16%.

Tabela 5.30 – Fase de validação para M ativos para MT2.

Subgrupo	Qt_v	Qa_v	Qe_v	Acc_v
A	101	70	31	69,31%
B	88	66	22	75,00%
C	227	160	67	70,48%
D	80	52	28	65,00%
Total	496	348	148	70,16%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar de apresentar uma boa acurácia para a fase de validação, é importante destacar que alguns ativos não se comportaram bem com a aplicação da estratégia. Desta forma, aplica-se um critério de seleção (CS) com o objetivo de selecionar os ativos que adequam-se melhor à metodologia, sendo este dado pelas Equações 4.36-4.38.

As tabelas seguintes apresentam a aplicação do critério de seleção para todos os ativos, sendo necessário que pelo menos um destes seja satisfeito. O CS 1 refere-se às condições dadas pelas Equações 4.36 e 4.37 e CS 2 à condição dada por 4.38. A cor verde representa que o critério foi satisfeito, e caso contrário é representado pela cor vermelha.

Tabela 5.31 – Classificação dos ativos, parte I.

Ativos	Subgrupo	Qa_t	Qe_t	Qa_v	Qe_v	CS 1	CS 2
ABEV3	B1	6	2	1	0	100,00%	77,78%
ARZZ3	C1	3	3	2	3	40,00%	45,45%
B3SA3	C1	11	4	4	5	44,44%	62,50%
BBAS3	C4	7	3	18	6	75,00%	73,53%
BBDC4	C1	6	2	9	4	69,23%	71,43%
BEEF3	B1	2	0	5	1	83,33%	87,50%
BOVA11	C1	12	6	9	2	81,82%	72,41%
BRAP4	D1	5	0	12	5	70,59%	77,27%
BRFS3	A1	5	1	4	2	66,67%	75,00%
BRKM5	B1	0	1	8	4	66,67%	61,54%
BRML3	A1	5	0	5	5	50,00%	66,67%
BTOW3	A1	5	2	5	4	55,56%	62,50%
CIEL3	A4	4	1	2	0	100,00%	85,71%
CMIG4	C4	4	3	6	3	66,67%	62,50%
COGN3	A3	5	0	5	2	71,43%	83,33%
CPFE3	C4	10	3	6	2	75,00%	76,19%
CPLE6	C4	10	5	7	2	77,78%	70,83%
CSAN3	A1	1	0	3	3	50,00%	57,14%
CSNA3	C5	11	4	8	2	80,00%	76,00%
CYRE3	D1	2	2	4	3	57,14%	54,55%
ECOR3	C4	3	1	12	3	80,00%	78,95%
EGIE3	B1	7	2	1	1	50,00%	72,73%
ELET3	C1	11	2	5	2	71,43%	80,00%
ELET6	C5	5	2	10	4	71,43%	71,43%
EMBR3	B4	4	1	2	1	66,67%	75,00%
ENBR3	C1	2	3	2	2	50,00%	44,44%
ENEV3	D4	4	0	0	0	0,00%	100,00%
EQTL3	C1	1	1	9	2	81,82%	76,92%
EZTC3	D3	8	2	7	3	70,00%	75,00%
FLRY3	C1	3	1	3	4	42,86%	54,55%
GGBR4	B4	5	2	8	1	88,89%	81,25%
GOAU4	A4	2	1	15	2	88,24%	85,00%
GOLL4	B1	4	4	5	1	83,33%	64,29%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.32 – Classificação dos ativos, parte II.

Ativos	Subgrupo	Qa_t	Qe_t	Qa_v	Qe_v	CS 1	CS 2
HGTX3	D5	8	2	1	1	50,00%	75,00%
HYPE3	D5	4	1	3	2	60,00%	70,00%
IGTA3	C4	3	2	1	2	33,33%	50,00%
ITSA4	B5	6	3	11	2	84,62%	77,27%
ITUB4	D4	3	2	5	4	55,56%	57,14%
JBSS3	D1	8	1	0	0	0,00%	88,89%
JHSF3	D1	5	2	8	3	72,73%	72,22%
LAME4	A1	4	3	2	3	40,00%	50,00%
LREN3	B5	2	1	6	2	75,00%	72,73%
MGLU3	B1	0	0	4	1	80,00%	80,00%
MRFG3	C4	14	5	16	7	69,57%	73,08%
MRVE3	C1	8	4	1	2	33,33%	60,00%
MULT3	C1	6	2	3	3	50,00%	64,29%
NTCO3	B4	5	0	2	2	50,00%	77,78%
PETR3	D3	13	4	2	3	40,00%	68,18%
PETR4	A4	2	1	11	2	84,62%	81,25%
PIBB11	B1	2	1	3	3	50,00%	55,56%
PRI03	B1	4	0	6	2	75,00%	83,33%
QUAL3	D3	4	1	1	2	33,33%	62,50%
RADL3	B2	4	0	4	0	100,00%	100,00%
RAIL3	C1	6	5	6	1	85,71%	66,67%
RENT3	A1	0	1	3	1	75,00%	60,00%
SANB11	D1	4	3	0	0	0,00%	57,14%
SBSP3	A4	6	0	3	3	50,00%	75,00%
SULA11	D4	5	1	3	1	75,00%	80,00%
SUZB3	D1	8	3	3	2	60,00%	68,75%
TIMS3	C1	7	1	4	1	80,00%	84,62%
TOTS3	C1	2	2	2	3	40,00%	44,44%
UGPA3	A1	7	2	5	0	100,00%	85,71%
USIM5	C1	15	5	6	1	85,71%	77,78%
VALE3	D5	6	2	4	3	57,14%	66,67%
WEGE3	C1	5	1	10	0	100,00%	93,75%
YDUQ3	A3	4	0	3	3	50,00%	70,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Alguns ativos que não satisfizeram o CS com o conjunto de dados acima, foram treinados, agora, com o intervalo I e II, e para a validação considerou-se o intervalo III. Os resultados estão expressos na Tabela 5.33.

Tabela 5.33 – Classificação dos ativos, parte III.

Ativos	Subgrupo	Qa_t	Qe_t	Qa_v	Qe_v	CS 1	CS 2
ARZZ3	C3	6	6	11	0	100,00%	73,91%
MULT3	C1	9	5	9	3	75,00%	69,23%
PIBB11	B1	5	4	6	2	75,00%	64,71%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os ativos selecionados estão listados, de acordo com o seu respectivo subgrupo, na Tabela A.5 localizada no Apêndice A. Desta forma, aplica-se novamente a fase de treinamento utilizando apenas estes ativos.

Fase de treinamento

Agora, contando apenas com $M = 50$ ativos selecionados através do critério acima, é refeito o processo anterior. Considerando a operação de Fibonacci de grau k para cada grupo, com $k_{min} \leq k \leq k_{max}$, expressos na Tabela 5.34, cujos resultados podem ser vistos no Apêndice B.

Tabela 5.34 – Grau de Fibonacci relevantes que permite a operação para cada grupo.

Grupo	k_{min}	k_{max}
A	5	9
B	5	8
C	4	8
D	4	8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dada a tabela anterior, levando-se em conta que $5 \leq k \leq 9$, para o grupo A obtêm-se os resultados expressos nas Tabelas 5.35-5.38 para os modelos de treinamento MT1 e MT2.

Tabela 5.35 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo A.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1	51	38	13	74,51%
2	48	35	13	72,92%
3	41	31	10	75,61%
4	42	31	11	73,81%
5	38	29	9	76,32%
6	34	21	13	61,76%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar de apresentar uma melhor acurácia para $QR_{min} = 5$, será escolhido $QR_{min} = 1$ para o grupo A já que este apresenta acurácia bastante próxima com uma maior quantidade de Fibonacci desenvolvido. A Tabela 5.36 apresenta a variação de S_{max} , obtendo para $S_{max} = 0,15$ uma acurácia de 80,00% para MT1.

Tabela 5.36 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para o Grupo A.

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	51	38	13	74,51%
0,2	47	35	12	74,47%
0,15	45	36	9	80,00%
0,125	39	27	12	69,23%
0,1	43	26	17	60,47%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o objetivo de tentar melhorar a acurácia, subdivide-se A em subgrupos obtendo os resultados apresentados na Tabela 5.37 para MT2. Já a Tabela 5.38 faz a comparação dos resultados dos respectivos modelos de treinamento.

Tabela 5.37 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 1$ para os Subgrupos de A.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃
1,0	12	4	75,00%	11	5	68,75%	15	4	78,95%
0,2	12	4	75,00%	8	4	66,67%	15	4	78,95%
0,15	13	5	72,22%	9	0	100,00%	14	4	77,78%
0,125	10	8	55,56%	3	1	75,00%	14	3	82,35%
0,1	9	9	50,00%	3	2	60,00%	14	6	70,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.38 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo A.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	45	36	9	80,00%
MT2	42	35	7	83,33%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Aplicando o mesmo procedimento para o grupo B, C e D, obtêm-se os seguintes resultados expressos nas Tabelas 5.39-5.50.

Para o grupo B considera-se $QR_{min} = 4$, pois apresenta uma maior quantidade de Fibonacci com acurácias próximas, cuja diferença é de aproximadamente 2% (ver Tabela 5.39).

Tabela 5.39 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo B.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1	55	39	16	70,91%
2	52	35	17	67,31%
3	48	34	14	70,83%
4	62	43	19	69,35%
5	57	41	16	71,93%
6	54	39	15	72,22%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para MT1 considera-se $S_{max} = 0,2$ com acurácia de 68,18%, seguindo o mesmo critério anterior, cujos resultados são vistos na Tabela 5.40.

Tabela 5.40 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para o Grupo B

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	62	43	19	69,35%
0,2	66	45	21	68,18%
0,15	66	42	24	63,64%
0,125	61	42	19	68,85%
0,1	47	30	17	63,83%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.41 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para os Subgrupos de B.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃	Qa ₄	Qe ₄	Acc ₄
1,0	23	9	71,88%	0	0	0,00%	12	5	70,59%	8	5	61,54%
0,2	20	10	66,67%	4	0	100,00%	12	5	70,59%	9	6	60,00%
0,15	20	11	64,52%	0	1	0,00%	13	6	68,42%	9	6	60,00%
0,125	19	9	67,86%	0	1	0,00%	14	3	82,35%	9	6	60,00%
0,1	15	10	60,00%	0	1	0,00%	7	2	77,78%	8	4	66,67%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.42 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo B.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	66	45	21	68,18%
MT2	65	49	16	75,38%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o grupo C, considera-se $QR_{min} = 7$, apresentando uma maior quantidade de Fibonacci e para MT1 considera-se $S_{max} = 0,15$ cuja acurácia é de 67,61%.

Tabela 5.43 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo C.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
5	164	104	60	63,41%
6	161	107	54	66,46%
7	174	118	56	67,82%
8	138	95	43	68,84%
9	101	69	32	68,32%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.44 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para o Grupo C.

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	174	118	56	67,82%
0,2	180	119	61	66,11%
0,15	176	119	57	67,61%
0,125	173	118	55	68,21%
0,1	143	98	45	68,53%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.45 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para os Subgrupos de C.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃
1,0	63	23	73,26%	36	23	61,02%	19	10	65,52%
0,2	65	29	69,15%	35	22	61,40%	19	10	65,52%
0,15	65	27	70,65%	36	21	63,16%	18	9	66,67%
0,125	64	30	68,09%	37	15	71,15%	17	10	62,96%
0,1	47	23	67,14%	35	16	68,63%	16	6	72,73%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.46 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo C.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	176	119	57	67,61%
MT2	160	116	44	72,50%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o grupo D, considera-se $QR_{min} = 9$. Através da Tabela 5.47 é possível notar que este apresenta uma quantidade de Fibonacci maior que $QR_{min} = 11$ e acurácia maior do que a apresentada por $QR_{min} = 7$. Já para MT1 considera-se $S_{max} = 1,0$ cuja acurácia é de 76,00%.

Tabela 5.47 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo D.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
7	79	55	24	69,62%
8	67	48	19	71,64%
9	75	57	18	76,00%
10	84	57	27	67,86%
11	34	26	8	76,47%
12	31	20	11	64,52%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.48 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para o Grupo D

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	75	57	18	76,00%
0,2	75	57	18	76,00%
0,15	71	54	17	76,06%
0,125	59	45	14	76,27%
0,1	45	33	12	73,33%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.49 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para a variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para os Subgrupos de D.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃	Qa ₄	Qe ₄	Acc ₄
1,0	22	6	78,57%	9	3	75,00%	13	4	76,47%	13	5	72,22%
0,2	22	6	78,57%	9	3	75,00%	13	4	76,47%	13	5	72,22%
0,15	21	7	75,00%	8	2	80,00%	9	3	75,00%	16	5	76,19%
0,125	20	6	76,92%	3	2	60,00%	8	1	88,89%	14	5	73,68%
0,1	14	6	70,00%	3	2	60,00%	4	1	80,00%	12	3	80,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.50 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo D.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	75	57	18	76,00%
MT2	62	50	12	80,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Segue na Tabela 5.51 a comparação dos modelos de treinamento MT1 e MT2. Veja que a acurácia de MT2, independente do grupo, é maior que a acurácia de MT1, e consequentemente a acurácia final também. Enquanto MT1 tem acurácia de 70,99%, MT2 tem de 75,99%, apresentando uma diferença de 5%.

Tabela 5.51 – Comparação dos modelo de treinamento para M ativos.

Subgrupo	MT1				MT2			
	Qt _t	Qa _t	Qe _t	Acc _t	Qt _t	Qa _t	Qe _t	Acc _t
A	45	36	9	80,00%	42	35	7	83,33%
B	66	45	21	68,18%	65	49	16	75,38%
C	176	119	57	67,61%	160	116	44	72,50%
D	75	57	18	76,00%	62	50	12	80,65%
Total	362	257	105	70,99%	329	250	79	75,99%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora a quantidade de Fibonacci total Qe_t de MT1 seja maior que MT2, a quantidade de Fibonacci que foi concluído atingindo o *stop loss*, Qe_t , obteve um aumento considerável,

diferente de Qa_t . Isso reflete diretamente na acurácia do modelo. Portanto, MT2 apresenta um melhor desempenho.

Fase de validação

A verificação dos modelos de treinamento é realizada na fase de validação. Utilizando o conjunto de dados II, obtém-se os seguintes resultados para ambos os modelos de treinamento.

Tabela 5.52 – Fase de validação para M ativos.

	MT1				MT2			
Subgrupo	Qt _v	Qa _v	Qe _v	Acc _v	Qt _v	Qa _v	Qe _v	Acc _v
A	64	50	14	78,13%	71	55	16	77,46%
B	74	50	24	67,57%	82	63	19	76,83%
C	179	130	49	72,63%	183	141	42	77,05%
D	54	37	17	68,52%	49	36	13	73,47%
Total	371	267	104	71,97%	385	295	90	76,62%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 5.52 mostra que, de fato, MT2 apresenta um melhor desempenho, contando com uma acurácia bastante significativa de 76,62%, e também uma maior quantidade de Fibonacci quando comparado com MT1.

Fase de teste

Agora que MT2 foi validado, este será aplicado na fase de teste. Para isto, considere o conjunto de dados III. A Tabela 5.53 apresenta tais resultados.

Tabela 5.53 – Fase de teste no intervalo III, para MT2.

Subgrupo	Qt _v	Qa _v	Qe _v	Acc _v
A	63	45	18	71,43%
B	65	49	16	75,38%
C	167	121	46	72,46%
D	18	12	6	66,67%
Total	313	227	86	72,52%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Veja que o comportamento da estratégia ainda se mantém, apresentando uma boa acurácia.

5.4 Teste de hipótese unilateral para a proporção

Para a aplicação do teste de hipótese, considere $X_k \sim \text{Binomial} \left(\sum_{I=2}^3 \sum_{j=1}^M n_{kj}, 0,5 \right)$, para $k = 4, 5, \dots, 8$, onde n_{kj} é a quantidade de Fibonacci de grau k formados no ativo j no intervalo de conjunto de dados I . Devido à ocorrência de uma pequena quantidade para Fibonacci de grau 9, esta não será avaliada aqui. Para demonstrar que a estratégia tem validade com nível de significância de 5%, deve-se aplicar o teste para cada grau de Fibonacci. Primeiro, considerando $k = 4$, suponha que a probabilidade de sucesso desta seja superior a 64,84%.

Formulando o teste de hipótese, segue que

$$H_0 : p \leq 0,6484$$

$$H_1 : p > 0,6484.$$

Desta forma, a quantidade total de Fibonacci n é dada por

$$\begin{aligned} n &= \sum_{I=2}^3 \sum_{j=1}^M n_{4j} \\ &= 159, \end{aligned}$$

cuja estimativa é

$$\bar{X} = \frac{n_a}{n} = \frac{113}{159} \approx 0,7107, \quad (5.1)$$

onde n é composto pela soma de n_a e n_e que, por sua vez, é a quantidade de Fibonacci que atingiram o alvo e *stop loss*, respectivamente.

Deve-se mostrar, primeiro, que $n \cdot p \geq 5$ e $n \cdot q \geq 5$. De fato,

$$n \cdot p = 159 \cdot 0,6484 = 103,10;$$

$$n \cdot q = 159 \cdot 0,3516 = 55,90.$$

E, calculando Z_{obs} , obtem-se

$$Z_{obs} = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{0,7107 - 0,6484}{\sqrt{\frac{0,6484(1 - 0,6484)}{159}}} = 1,6453. \quad (5.2)$$

Sabendo que $\alpha = 0,05$ e que o teste de hipótese é unilateral à direita, então, pela Tabela da Distribuição Normal, $Z_c = 1,645$, o que implica que $RC = [1,645, \infty[$.

Como $Z_{obs} \in RC$, a hipótese nula é rejeitada. Portanto, ao nível de 5% é possível afirmar que a acurácia da estratégia, quando considerado Fibonacci de grau 4, é maior que 64,84%.

De forma análoga, a Tabela 5.54 expressa os resultados para os demais graus de Fibonacci, cujo $Z_{obs} \in RC$.

Tabela 5.54 – Teste de Hipótese de acordo com os graus de Fibonacci.

grau (k)	n	n_a	n_e	$\bar{X}$	H_a
5	221	176	45	79,64%	74,83%
6	153	108	45	70,59%	64,21%
7	96	74	22	77,08%	69,34%
8	61	45	16	73,77%	63,63%

Fonte: Elaborado pelo autor.

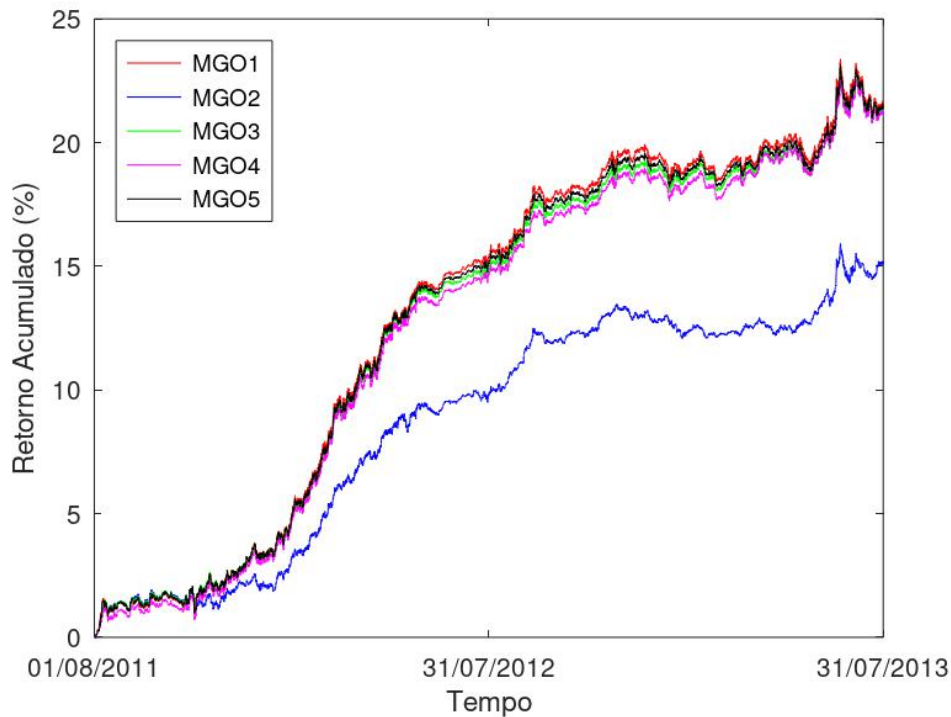
Portanto, ao adotar estratégias que incluem a operação destes graus k de Fibonacci, obtem-se uma acurácia média de 67,37%

5.5 Modelo de gerenciamento de ordens

Os resultados para o modelo de gerenciamento de ordens serão baseados na definição do melhor MGO, como proposto na Subseção 4.1.5.

Os diferentes modelos são aplicados no conjunto de treinamento I, considerando um capital total dividido uniformemente para cada ativo. Tais resultados podem ser vistos na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Modelos de gerenciamento de ordens.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como esperado, todos os modelos apresentam um comportamento similar, já que é operado sempre o mesmo Fibonacci. O tanto que diverge depende do momento da abertura da ordem, isto é, do preço de fechamento em que a ordem foi aberta.

Apesar dos modelos, com exceção de MGO2, apresentarem pouca diferença para o retorno acumulado ao longo do intervalo, a Tabela 5.55 apresenta MGO3 e MGO5 como os melhores modelos de gerenciamento de ordens. Entretanto será utilizado MGO3 ao longo deste trabalho, já que muitos ativos poderão ser operados quando um Fibonacci já tiver sido desenvolvido.

Tabela 5.55 – Retorno para MGO.

Modelo	Re
MGO1	21,15%
MGO2	15,15%
MGO3	21,18%
MGO4	21,03%
MGO5	21,18%

Fonte: Elaborado pelo autor.

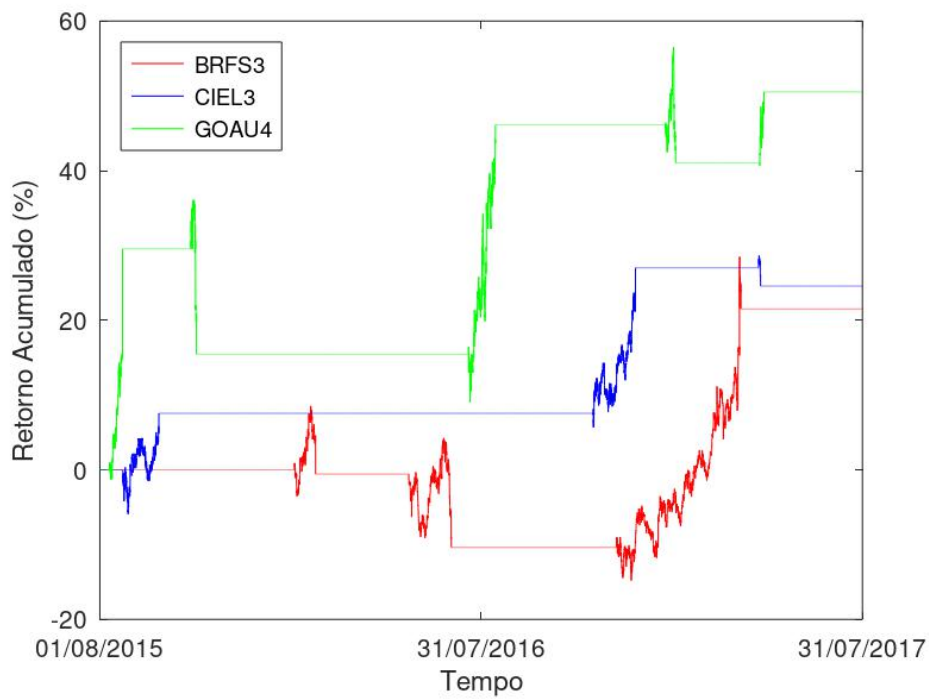
5.6 Aplicação da estratégia por ativo

5.6.1 Análise dos ativos individualmente

Após a definição do melhor MGO, são escolhidos alguns ativos de forma aleatória de cada grupo. Com isso, aplica-se a estratégia para os ativos que são analisados individualmente, com capital inicial de R\$10.000,00 para cada ativo.

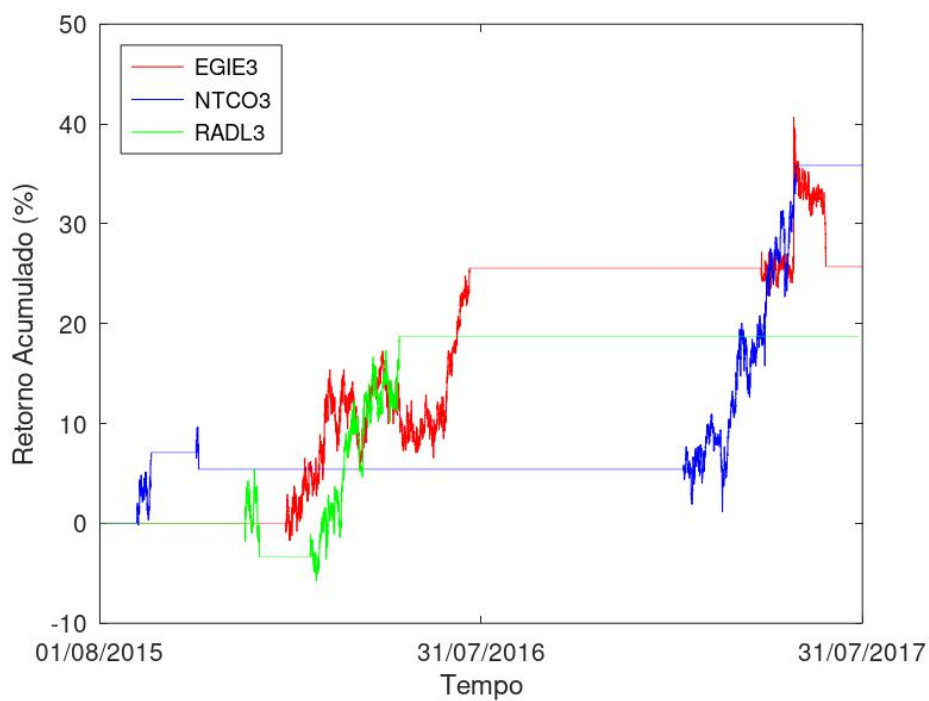
A aplicação é realizada no primeiro conjunto teste, isto é, no intervalo III, como definido pela Tabela 4.4. As Figuras 5.2-5.5 apresentam os resultados obtidos para o retorno acumulado ao longo do intervalo.

Figura 5.2 – Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo A.



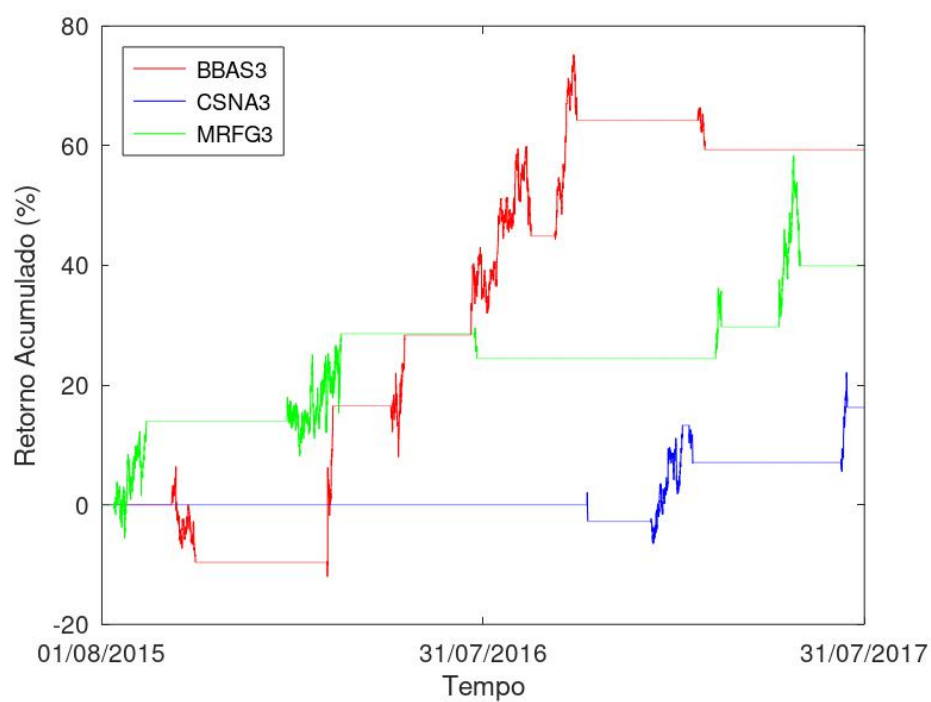
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.3 – Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo B.



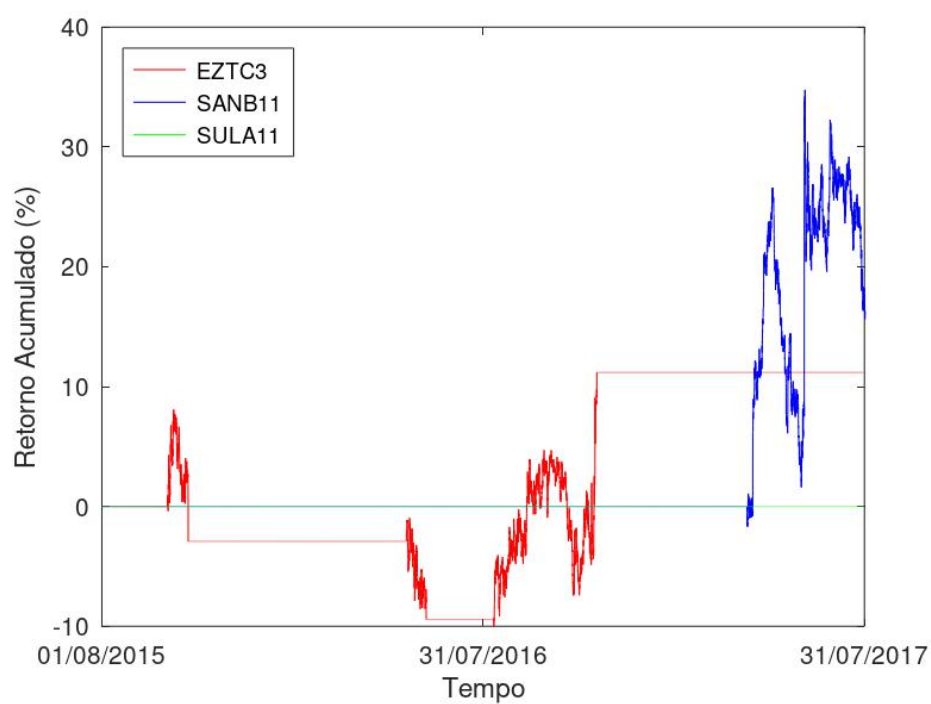
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.4 – Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo C.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.5 – Retorno acumulado dos ativos pertencentes ao grupo D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.56 – Retorno dos ativos operados individualmente.

	Ativos	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Vol. Ativo	Vol. Estratégia
Grupo A	BRFS3	28,28%	19,06%	33,20%	16,69%
	CIEL3	25,07%	5,64%	34,48%	11,26%
	GOAU4	51,91%	19,52%	73,69%	17,40%
Grupo B	EGIE3	26,98%	9,60%	32,81%	20,27%
	NTCO3	33,08%	7,21%	41,03%	12,57%
	RADL3	20,16%	8,58%	32,89%	12,58%
Grupo C	BBAS3	48,95%	15,05%	50,13%	19,64%
	CSNA3	12,28%	8,40%	69,90%	10,34%
	MRFG3	27,14%	11,65%	45,95%	20,92%
Grupo D	EZTC3	4,84%	20,32%	41,24%	16,59%
	SANB11	17,12%	19,95%	43,01%	20,59%
	SULA11	0,00%	0,00%	44,08%	0,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A tabela acima apresenta o retorno final dos ativos e uma análise de risco, considerando o máximo *drawdown* e a volatilidade do ativo e da estratégia. Com exceção de SANB11, todos apresentaram abertura de Fibonacci e, conseqüentemente, abertura de ordens fornecendo um retorno positivo ao final do intervalo analisado.

Com a aplicação da estratégia nos ativos selecionados, é possível ver que o capital não é investido a todo instante. Isto é expresso em todos os ativos nos momentos em que o retorno acumulado encontra-se constante. Portanto, operar desta forma pode não ser muito interessante para o investidor, já que o retorno, em muitos destes ativos, pode não ser tão alto.

Uma alternativa para aumentar o retorno é operar a todo instante em um único ativo com o capital total disponível sendo investido.

5.6.2 Análise da operação de um único ativo

Considere, agora, a estratégia permanecendo sempre operado com o capital total em algum ativo que apresenta Fibonacci de grau k aberto, para $k_{min} \leq k \leq k_{max}$. Desta forma, sempre que este finalizar, um novo ativo é escolhido e passa a ser operado.

A atualização dos ativos que serão operados é realizada de duas formas. A primeira tem a escolha de ativos de forma aleatória, onde foram geradas 160 e 117 amostras para o segundo e terceiro intervalo, respectivamente, e a segunda tem a escolha do ativo a partir de otimização. Neste caso, é necessário definir um melhor modelo. Para isto, considere as tolerâncias como sendo o piso ou teto da média de seus respectivos parâmetros no intervalo de treinamento (conjunto de dados I), isto é,

$$Acc_{tol} = \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Acc_j \right] = 73\%; \quad (5.3)$$

$$MD_{tol} = \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M MD_j \right] = 14\%; \quad (5.4)$$

$$Re_{tol} = \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Re_j \right] = 2\%. \quad (5.5)$$

Levando em consideração todos os ativos que estavam disponíveis para a operação, para os diferentes modelos de otimização, um melhor resultado pode ser verificado, na Tabela 5.57, para MGC2 e MGC3, ambas em V2. Aqui, será escolhido MGC3 para a análise de resultados.

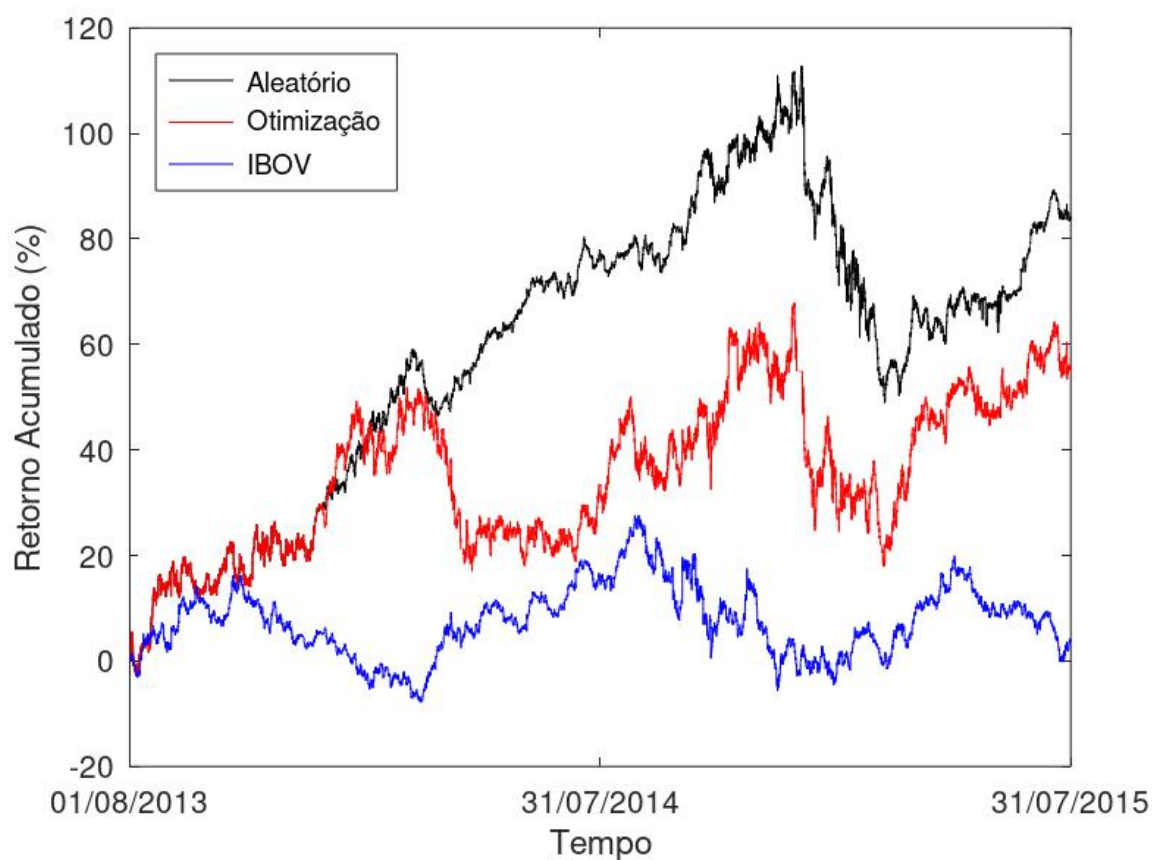
Tabela 5.57 – Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de um único ativo no intervalo I.

	MGC2	MGC3	MGC4
V1	270,12%	246,03%	250,68%
V2	277,29%	277,29%	244,02%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.8 mostra a comparação entre a estratégia adotada, para o modelo aleatório (MGC1) e otimização (MGC3), e o índice Ibovespa (IBOV) para um segundo conjunto de dados.

Figura 5.6 – Comparação entre a estratégia operando em um único ativo e IBOV no intervalo II.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.58 – Análise de retorno e risco para o conjunto de dados II.

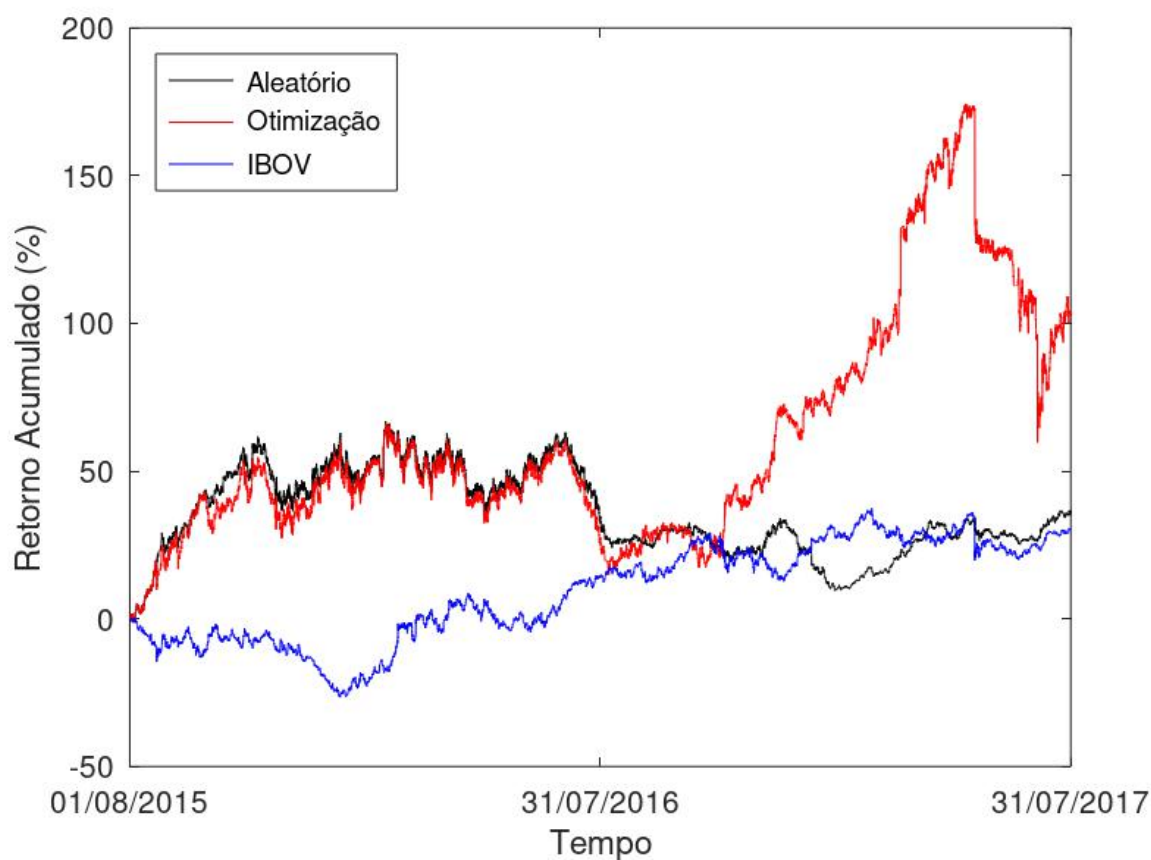
	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
IBOV	4,30%	26,09%	22,62%
Aleatório	84,18%	30,01%	24,38%
Otimização	55,86%	29,82%	35,31%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Através da Figura 5.8 e da Tabela 5.58 é possível notar que a estratégia, em ambas as modelagens, apresenta uma maior rentabilidade quando comparada com o índice Ibovespa. Estas encontram-se acima do IBOV quase em sua totalidade do tempo do período analisado, e é obtida uma diferença para o retorno final superior a 50%.

A Figura seguinte mostra a comparação de forma análoga, agora, para o terceiro conjunto de dados.

Figura 5.7 – Comparação entre a estratégia operando em um único ativo e IBOV no intervalo III.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.59 – Análise de retorno e risco para o conjunto de dados III.

	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
IBOV	30,49%	26,89%	24,37%
Aleatório	36,90%	34,37%	28,60%
Otimização	103,24%	41,78%	42,54%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma, a estratégia para MGC3 permanece com o retorno acumulado acima do índice quase em sua totalidade do tempo e ambos os modelos fecham acima do índice Ibovespa - enquanto o IBOV apresenta uma rentabilidade de 30,49%, a estratégia de Fibonacci para MGC1 e MGC3 apresentam rentabilidade de 36,90% e 103,24%, respectivamente.

Apesar de MGC1 obter uma melhor performance para o segundo intervalo, MGC3 também se mostra relevante, e não somente neste intervalo. Quando comparado o retorno final, considerando ambos os intervalos, MGC3 obtém um melhor desempenho.

Assim, aplica-se MGC3 nos seguintes conjuntos de dados para a comparação com o índice Ibovespa. A Tabela 5.60 apresenta tais resultados.

Tabela 5.60 – Análise de retorno e risco para o conjunto de dados IV e V.

Intervalo	Modelo	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
IV	IBOV	54,12%	21,59%	19,44%
	Otimização	19,64%	36,18%	36,40%
V	IBOV	26,67%	44,44%	34,77%
	Otimização	-4,68%	43,38%	46,73%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A comparação do retorno da estratégia e IBOV podem ser vistas na Tabela 5.61. Veja que o retorno da estratégia ao longo de todos os anos analisados é maior, com uma diferença considerável de aproximadamente 96%.

Tabela 5.61 – Retorno em termos percentuais do IBOV e MGC3 para a operação de um único ativo.

Intervalo	Otimização	IBOV
II	55,86%	4,30%
III	103,24%	30,49%
IV	19,64%	54,12%
V	-4,68%	26,67%
Final	261,25%	165,75%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como $t = 8$ anos, o retorno anual Ra é dado por

$$Ra_{MGC3} = (1 + i)^{\frac{1}{t}} - 1 = (1 + 2,6125)^{\frac{1}{8}} - 1 \approx 0,1742 \text{ a.a.}, \quad (5.6)$$

e

$$Ra_{IBOV} = (1 + i)^{\frac{1}{t}} - 1 = (1 + 1,6575)^{\frac{1}{8}} - 1 \approx 0,1299 \text{ a.a.} \quad (5.7)$$

Portanto, a estratégia para operação de um único ativo se mostra eficiente, e, embora esta não esteja acima do Ibovespa em todos os intervalos quando estes são analisados individualmente, o valor final encontra-se acima do IBOV, com uma taxa de retorno anual de 17,42%.

Ainda, de acordo com as Tabelas 5.58-5.60, é possível ver que a estratégia tem apresentado um risco mais alto em quase todos os intervalos. Para contornar este problema e também tentar aumentar a rentabilidade da estratégia, uma alternativa é operar em mais de um ativo,

resultando na estratégia para a composição de uma carteira cujos resultados serão descritos a seguir.

5.7 Carteira

Através das informações descritas na Subseção 4.1.8, a carteira será composta por no máximo cinco ativos, cujo capital total disponível é distribuído uniformemente dentre os ativos que a compõem. A aplicação da estratégia segue o Algoritmo 4.

De forma análoga à aplicação da estratégia em um único ativo, define-se o melhor modelo de gerenciamento de carteira utilizando o conjunto de dados I. Como $\bar{k} = 5$, o conjunto de parâmetros (CP) definidos anteriormente, sendo este denotado por CP1, pode restringir muito o problema. Desta forma, a estratégia é aplicada para este conjunto de parâmetros e também para um segundo conjunto de modo a restringir menos, sendo CP2 dado por $Re_{tol} = 2,0$, $MD_{tol} = 0,2$ e $Acc_{tol} = 0,6$.

Tabela 5.62 – Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de carteira no intervalo I, para CP1.

	MGC2	MGC3	MGC4
V1	214,22%	211,63%	188,22%
V2	204,76%	204,76%	209,45%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.63 – Retorno em termos percentuais dos modelos de otimização para a operação de carteira no intervalo I para CP2.

	MGC2	MGC3	MGC4
V1	214,22%	211,63%	188,22%
V2	214,22%	203,91%	211,28%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Um melhor desempenho é obtido para MGC2 para V1 e V2, considerando CP2. Desta forma, define-se MGC2 para V2, que por sua vez será denotado por C5, para a aplicação da estratégia nos demais intervalos de teste. Os resultados obtidos estão descritos na Tabela 5.64.

Tabela 5.64 – Retorno em termos percentuais para a operação de carteira C5.

Intervalo	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
II	77,39%	28,76%	25,47%
III	124,22%	10,37%	18,20%
IV	108,39%	14,86%	17,84%
V	34,49%	32,16%	24,47%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao longo de oito anos, isso equivale a um retorno acumulado de 1014,73% do capital investido inicialmente. Portanto, o retorno mensal Rm é dado por

$$Rm_{C5} = (1 + i)^{\frac{1}{t \cdot 12}} - 1 = (1 + 10.14731697)^{\frac{1}{8 \cdot 12}} - 1 \approx 2,54\% \text{ a.m.}, \quad (5.8)$$

e o retorno anual Ra é

$$Ra_{C5} = (1 + i)^{\frac{1}{8}} - 1 = (1 + 10.14731697)^{\frac{1}{8}} - 1 \approx 35,17\% \text{ a.a.} \quad (5.9)$$

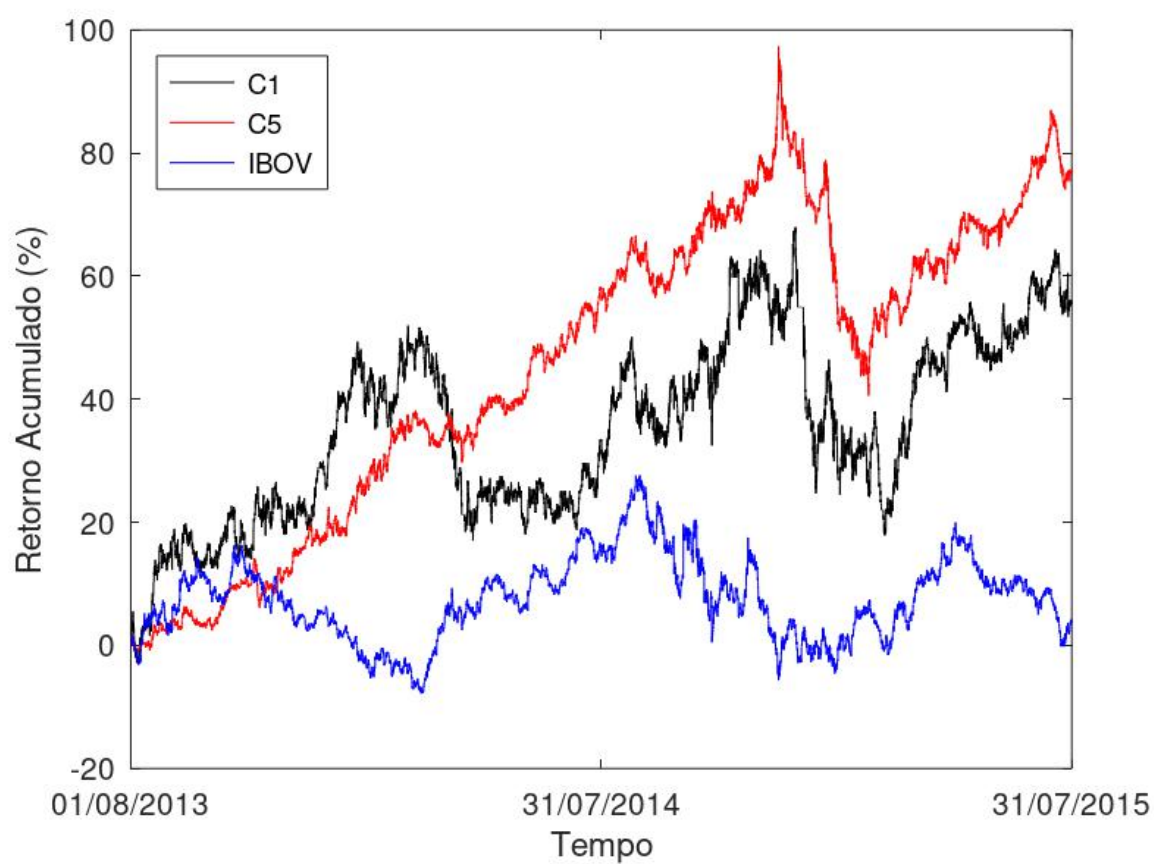
5.7.1 Comparação entre a estratégia e índice Ibovespa

Os seguintes resultados expressam a comparação entre as duas propostas de investimentos da estratégia, C1 e C5, e do índice Ibovespa, nos respectivos intervalos.

Veja, através das figuras e tabelas a seguir, que C5 quando comparado com C1, apresenta um melhor retorno com um menor risco em todos os intervalos. Isso faz com que seja mais vantajosa a operação da estratégia considerando uma carteira de ativos distribuindo uniformemente o capital disponível do que o investimento total em um único ativo.

Já a comparação com o índice Ibovespa, C5 ainda supera o retorno do IBOV em todos os intervalos e obtém um menor risco, exceto no intervalo II.

Figura 5.8 – Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo II.



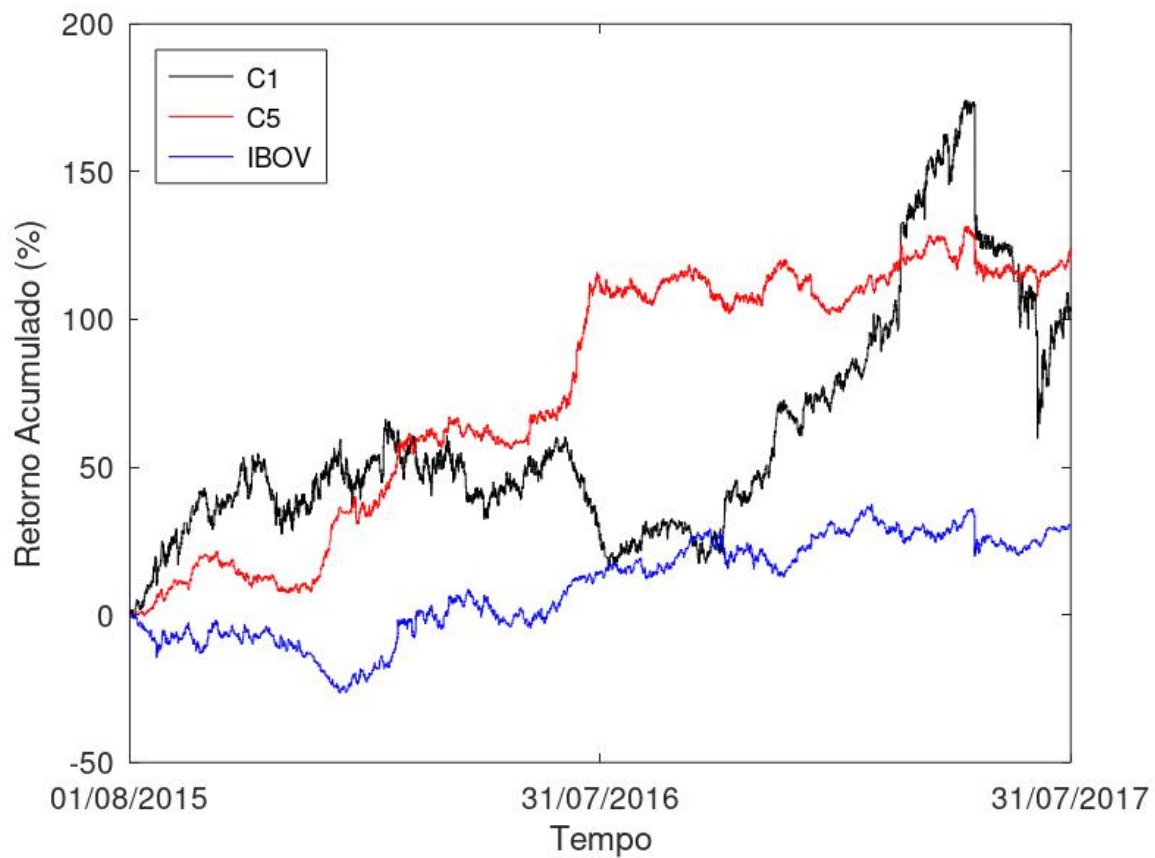
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.65 – Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo II.

	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
C1	55,86%	29,82%	35,31%
C5	77,39%	28,76%	25,47%
IBOV	4,30%	26,09%	22,62%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.9 – Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo III.



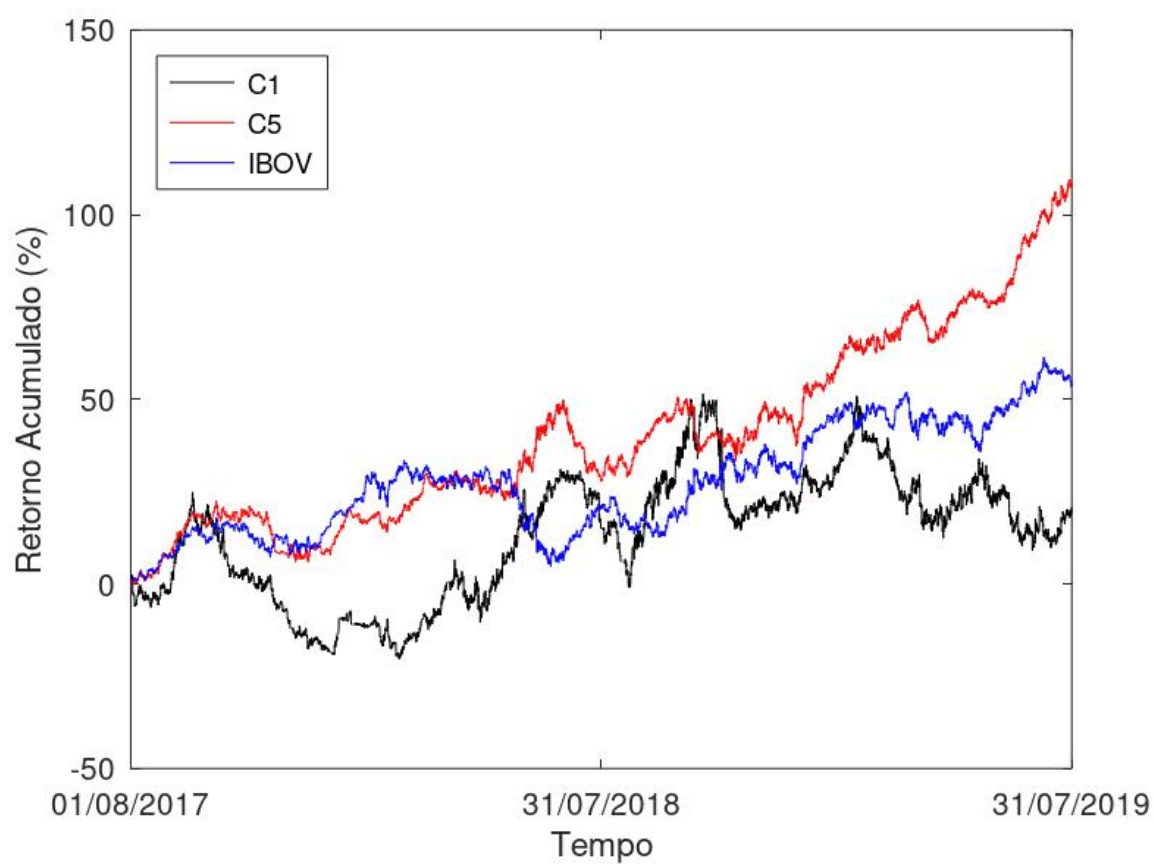
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.66 – Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo III.

	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
C1	103,24%	41,78%	42,54%
C5	124,22%	10,37%	18,20%
IBOV	30,49%	26,89%	24,37%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.10 – Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo IV.



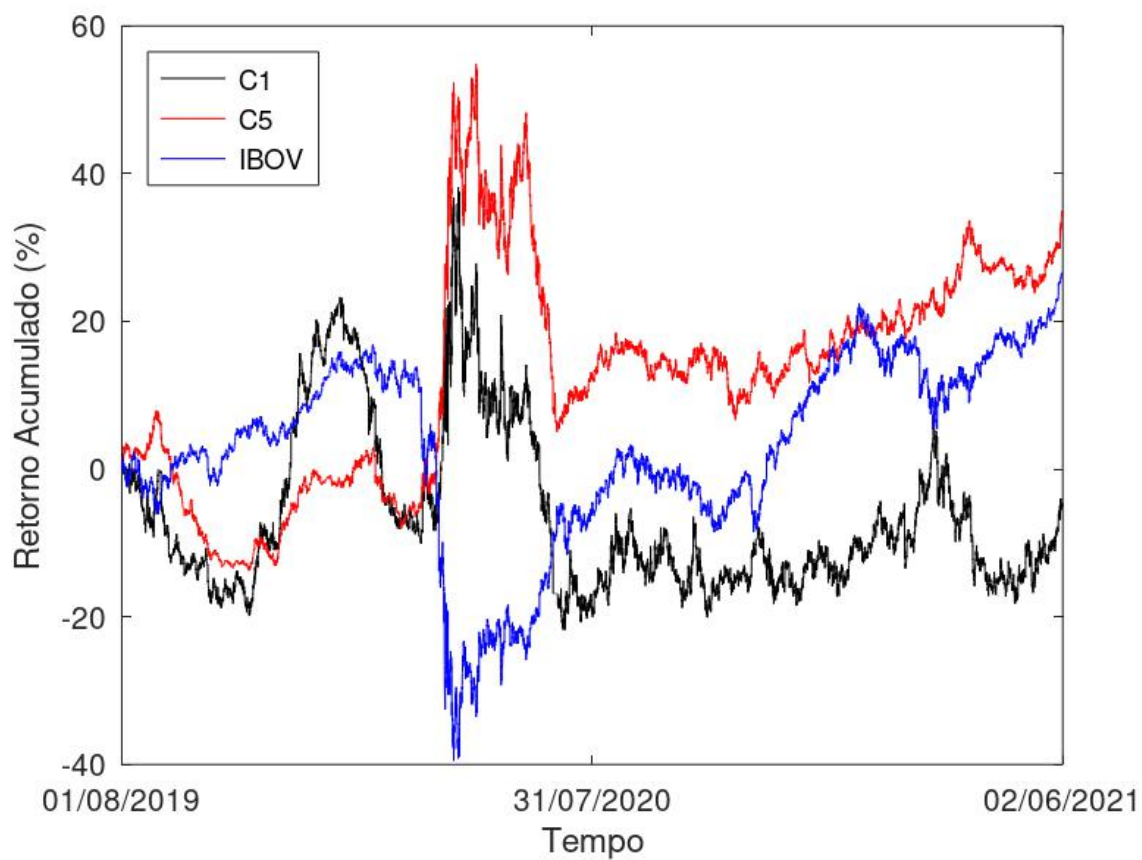
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.67 – Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo IV.

	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
C1	19,64%	36,18%	36,40%
C5	108,39%	14,86%	17,84%
IBOV	54,12%	21,59%	19,44%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.11 – Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C1 x C5 x IBOV no intervalo V.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.68 – Comparação entre C1 x C5 x IBOV para o Intervalo V.

	Retorno	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
C1	-4,68%	43,38%	46,73%
C5	34,49%	32,16%	24,47%
IBOV	26,67%	44,44%	34,77%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da comparação por intervalos no qual a estratégia foi aplicada, pode-se analisar o desenvolvimento da estratégia ao longo do período todo. A Tabela 5.69 apresenta estes resultados.

Tabela 5.69 – Comparação entre C1 x C5 x IBOV no período de oito anos.

	Retorno Anualizado	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anualizada
Fibonacci C1	17,42%	43,38%	40,17%
Fibonacci C5	35,17%	32,16%	21,44%
IBOV	12,99%	44,44%	25,17%

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.7.2 Análise comparativa com trabalhos existentes na literatura

Trabalhos anteriores têm investigado diferentes abordagens aplicando em dados de ativos do mercado de ações do Brasil para a validação de suas metodologias através da comparação com o índice Ibovespa. Alguns autores apresentam como resultado o retorno acumulado para um determinado período no qual a estratégia foi aplicada. Para efeitos de comparação, utiliza-se principalmente o retorno anualizado e, em alguns casos, a medida de risco como o máximo *drawdown* e a volatilidade anualizada, desde que apresentada.

Tabela 5.70 – Análise comparativa de trabalhos existentes na literatura.

	Retorno Anual.	Vol. Anual.	Máx. <i>Drawdown</i>
Fibonacci C5	35,17%	21,44%	32,16%
Freitas, Souza e Almeida (2009) I	34,84%	19,37%	-
Freitas, Souza e Almeida (2009) II	56,24%	31,77%	-
Freitas, Souza e Almeida (2009) III	77,45%	43,96%	-
Thomé Neto, Leal e Almeida (2011)	18,26%	26,19%	-
Sant'Anna, Filomena e Caldeira (2017)	7,75%	29,19%	-
Paiva et al. (2019)	33,90%	53,36%	-
Mendonça et al. (2020) conservador	18,12%	-	-
Mendonça et al. (2020) moderado	21,35%	-	-
Mendonça et al. (2020) agressivo	24,43%	-	-
Conegundes e Pereira (2020)	60,19%	-	23,2%
Maciel (2021)	9,97%	14,82%	33,24%
Barroso, Cardoso e Melo (2021)	13,86%	-	-
Fiorucci, Silva e Barboza (2022)	29,05%	-	7,47%
Rubesam (2022)	20,73%	19,12%	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dos autores citados acima, todos aplicaram a estratégia considerando o período especificado como um intervalo único de teste ou períodos subsequentes, o que possibilita a obtenção do retorno acumulado e volatilidade que, posteriormente, podem ser anualizados através de média geométrica, com exceção de Paiva et al. (2019) que aplica em intervalos considerando um mesmo período para diferentes amostras de teste. Ainda assim, estes parâmetros, obtidos através da média aritmética, são anualizados para efeitos de comparação.

A Tabela 5.70 mostra alguns resultados existentes na literatura. Veja que o retorno anualizado alcançado pela estratégia e a seleção de ativos para compor uma carteira proposta aqui, é maior que boa parte dos trabalhos citados. Exceto Conegundes e Pereira (2020), que apresentam resultados difíceis de serem superados, e Freitas, Souza e Almeida (2009) que, por sua vez, apresenta duas modalidades de investimento mais agressivas que a primeira, entretanto verifica-se um risco maior.

Tabela 5.71 – Análise comparativa em período de pandemia COVID-19 (02/01/2020 a 17/07/2020).

	Retorno	Volatilidade Anualizada	Máx. <i>Drawdown</i>
Fibonacci C5	29,27%	41,21%	31,36%
IBOV	-19,37%	58,65%	50,35%
Maciel (2021)	-10,22%	52,02%	49,27%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Maciel (2021) apresenta em seu trabalho resultados também para o período inicial da pandemia de COVID-19, onde o mercado financeiro sofreu grande impacto. Maciel mostra que a sua abordagem foi melhor quando comparada ao *benchmark*, entretanto ainda apresentou perdas. Aqui, foram gerados resultados para a estratégia de Fibonacci e seleção de carteira considerando o período especificado. É possível notar que esta se torna relevante, até mesmo em um período de crise mundial (ver Tabela 5.71). Além de superar o índice Ibovespa, apresenta um risco menor e retorno acumulado atrativo de 29,27% para um curto período de tempo, o que significa uma taxa de juros mensal próxima de 3,5%.

5.7.3 Forward

Agora, com a estratégia de operação definida, a aplicação será dada para uma carteira de cinco ativos considerando a operação com a coleta de dados em tempo real. Os dados coletados são referentes ao tempo de negociação de 15 minutos, através da integração entre as plataformas Metatrader 5, Python e Octave.

Para a coleta de dados uma conta de negociação deve ser criada para acessar as informações dos ativos no Metatrader 5. A implementação em Python foi realizada para que estes dados sejam verificados a cada minuto, e caso haja alteração um novo arquivo contendo as informações necessárias é gerado. Por fim, o Octave é responsável por executar o algoritmo proposto.

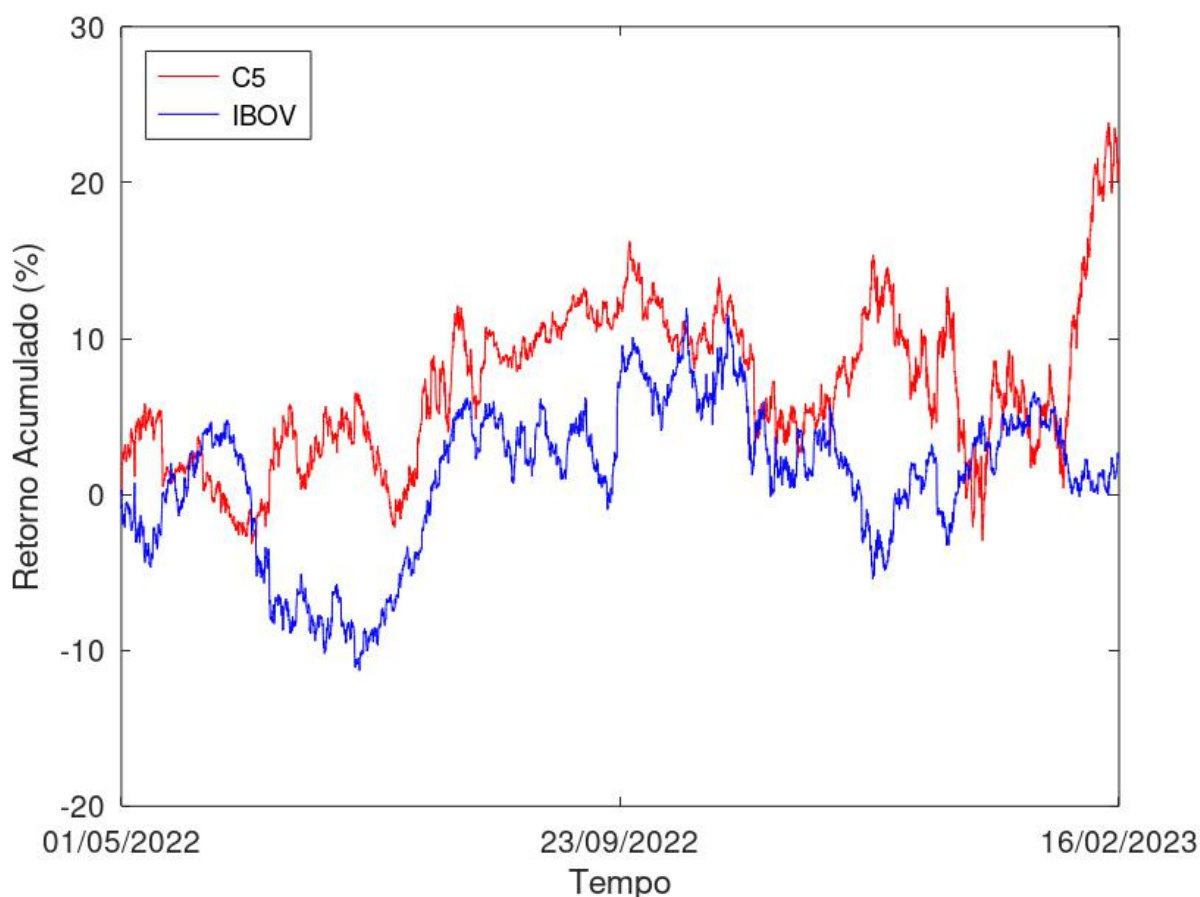
As ordens poderão ser de compra ou venda, dependendo do Fibonacci identificado, e a estratégia, no momento, é definida somente para os investidores que desejam investir um capital de até novecentos mil reais, devido a coleta de dados também em *after market*.

Os ativos que podem ser operados encontram-se na Tabela A.5, com exceção de HGTX3, cujo ativo deixou de ser negociado na Bolsa de Valores no Brasil em 20 de setembro de 2021, e

SULA11, que deixou de ser negociada no dia 26 de dezembro de 2022 devido à sua incorporação pela SOMA3 e RDOR3, respectivamente.

O algoritmo passou a ser executado assim que a integração entre as plataformas foi finalizada, ou seja, a partir do primeiro dia útil de maio de 2022 até dia 16 de fevereiro de 2023, data anterior à defesa deste trabalho. A Figura 5.12 apresenta a comparação entre a estratégia e o índice Ibovespa ao longo do período especificado e a Tabela 5.72 apresenta as informações das medidas de análise para cada estratégia. Veja que a estratégia adotada fornece um retorno maior, superando o índice Ibovespa, com medidas de risco próximas.

Figura 5.12 – Comparação do retorno acumulado entre a estratégia C5 x IBOV no intervalo de forward.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.72 – Comparação entre C5 x IBOV para o intervalo de forward.

	Ret. Acumulado	Ret. Mensal	Ret. Anual	Máx. <i>Drawdown</i>	Volatilidade Anual
C5	21,29%	2,03%	27,29%	16,53%	23,81%
IBOV	2,33%	0,24%	2,92%	15,53%	21,76%

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 Conclusão

Nesta tese é apresentada como principal contribuição a implementação de um algoritmo capaz de identificar a reversão de uma tendência através de dados do mercado de ações do Brasil, aplicando diferentes estratégias baseadas em conceitos da análise técnica que auxiliam na tomada de decisão. O algoritmo, ainda, contribui para os estudos de seleção de carteira, propondo novas estratégias para a escolha de ativos, apresentando performance satisfatória em dados passados através da aplicação do algoritmo via *backtest* e também para dados coletados em tempo real. Com resultados que superam trabalhos existentes na literatura e também o *benchmark*, fornece ainda um produto que pode ser aplicado no mercado financeiro.

Outra contribuição está na aplicação de indicadores técnicos como a Retração de Fibonacci. Existem muitos trabalhos que relatam e comprovam a relevância da análise técnica, entretanto trabalhos que investigam este indicador são pouco encontrados na literatura. Uma das principais dificuldades de avaliar os níveis de Fibonacci é que estes são subjetivos, isto porque cada investidor pode propor diferentes pontos iniciais para traçar esta técnica e encontrar diferentes níveis de preços para uma mesma proporção de Fibonacci. Para contornar este problema é proposta uma metodologia baseada na identificação de reversão de tendência, no qual tendem a encontrar pontos específicos que, de fato, podem ocorrer uma reversão.

Com a aplicação da estratégia em dados de ações do mercado do Brasil, selecionados em sua maior parte por ativos que compõem o índice Ibovespa, é possível notar um desempenho satisfatório para 50 ativos, dado que a operação é realizada somente quando existe uma consolidação na tendência identificada. A estratégia é validada através de testes estatísticos, provando, a nível de significância de 5%, uma acurácia média de 67,37%. Portanto, o trabalho contribui também com estudos na área da análise técnica, principalmente referente à retração de Fibonacci, considerando o mercado de ações do Brasil para dados de tempo de negociação de 15 minutos.

A partir do desenvolvimento da estratégia, a sua aplicação pode ser realizada de diversas formas. São expostos neste trabalho os seguintes resultados: i) a aplicação de todo o capital disponível em apenas um ativo ao longo de um período especificado; ii) a aplicação de todo o capital disponível em apenas um ativo, sendo este alternado quando um ativo atingir os níveis de Fibonacci definidos como *stop loss* ou alvo do Fibonacci de grau k_{max} de cada ativo; iii) a aplicação de todo o capital distribuídos em cinco ativos que podem ser substituídos da mesma forma que o item anterior, o que formaliza o problema de seleção de carteira. Os dois últimos casos consistem em resolver um problema de programação linear binária com restrição de cardinalidade.

No primeiro caso, verifica-se que pode não haver investimento em todo o período especificado e a rentabilidade pode ser baixa. Diferente do item ii) onde existe investimento em todo o período e com uma rentabilidade maior que i), entretanto o investidor está exposto a um maior risco. Uma forma de contornar este problema é investigar o problema de seleção de carteira. Através dos resultados obtidos em iii) é possível notar que a rentabilidade é ainda maior e pode alcançar um retorno anualizado de 35,17% sendo exposto a um menor risco, como visto na Subseção 5.7.1.

Além disso, a estratégia proposta para o problema de seleção de carteira quando comparada com o índice Ibovespa, supera o *benchmark* em todos os períodos de teste analisados, com

exceção do risco no intervalo II. Embora este seja menor do que o risco obtido pela estratégia, ambos encontram-se bem próximos. E mais, de acordo com trabalhos encontrados na literatura e que envolviam a aplicação de diferentes abordagens utilizando o mercado de ações do Brasil, a estratégia supera todos os trabalhos apresentando uma rentabilidade maior, exceto quando comparada a duas abordagens de Paiva et al. (2019), que por sua vez apresentam um risco maior para ambas, e Conegundes e Pereira (2020).

Portanto, além de propor o desenvolvimento de um algoritmo para operação e seleção de carteira que apresenta alta rentabilidade, este trabalho também contribui na investigação da Retração de Fibonacci no mercado de ações do Brasil, fornecendo evidência, também, para a análise técnica.

Como sugestões de trabalhos futuros destacam-se:

- Busca por uma maior quantidade de ativos para a aplicação da metodologia e aumento da quantidade de ativos que compõem a carteira;
- Aplicação de diferentes problemas de otimização para a seleção de carteira;
- Aplicação e validação da estratégia para diferentes mercados de ações;
- Implementação de *trailing stops*, onde o *stop loss* é modificado quando um dado preço é atingido, com o objetivo de limitar as perdas;
- Aplicação de *deep learning* como proposto por Conegundes e Pereira (2020) para melhorar ainda mais a rentabilidade da metodologia.

Referências

- ALHASHEL, B.; ALMUDHAF, F.; HANSZ, J. Can technical analysis generate superior returns in securitized property markets? evidence from east asia markets. *Pacific-Basin Finance Journal*, v. 47, p. 92–108, 2018.
- ALLEN, F.; KARJALAINEN, R. Using genetic algorithms to find technical trading rules. *Journal of Financial Economics*, v. 51, p. 245–271, 1999.
- ANGHEL, D. A reality check on trading rule performance in the cryptocurrency market: Machine learning vs. technical analysis. *Finance Research Letters*, v. 39, n. 101655, 2021.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2011.
- ARNONE, S.; LORASCHI, A.; TETTAMANZI, A. A genetic approach to portfolio selection. *Neural Network World*, v. 3, n. 6, p. 597–604, 1993.
- ARUN, M. The merton problem with a drawdown constraint on consumption. *working paper*, 2013.
- AVRAMOV, D.; KAPLANSKI, G.; SUBRAHMANYAM, A. Moving average distance as a predictor of equity returns. *Review of Financial Economics*, v. 39, n. 2, p. 127–145, 2021.
- AYADI, O.; PYUN, C. An application of variance ratio test to the korean securities market. *Journal of Banking and Finance*, v. 18, n. 4, p. 643–658, 1994.
- AYALA, J. et al. Technical analysis strategy optimization using a machine learning approach in stock market indices. *Knowledge-Based Systems*, v. 255, p. 107119, 2021.
- BANIK, S. et al. Lstm based decision support system for swing trading in stock market. *Knowledge-Based Systems*, v. 239, n. 107994, 2022.
- BARROSO, B.; CARDOSO, R.; MELO, M. Performance analysis of the integration between portfolio optimization and technical analysis strategies in the brazilian stock market. *Expert Systems With Applications*, v. 186, n. 115687, 2021.
- BLUME, L.; EASLEY, D.; O'HARA, M. Market statistics and technical analysis: The role of volume. *The Journal of Finance*, v. 49, n. 1, p. 153–181, 1994.
- BOYER, C. *A history of mathematics*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc, 1968.
- BREEDEN, D. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of Financial Economics*, v. 7, n. 3, p. 265–296, 1979.
- BROCK, W.; LAKONISHOK, J.; LEBARON, B. Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns. *Journal of Finance*, v. 47, p. 1731–1764, 1992.
- BROWN, C. *Fibonacci Analysis: bloomberg market essentials*. United States of America: Bloomberg Press, 2010.

- BROWN, D.; JENNINGS, R. On technical analysis. *Review of Financial Studies*, v. 2, p. 527–551, 1989.
- CERVELLO-ROYO, R.; GUIJARRO, F.; MICHNIUK, K. Stock market trading rule based on pattern recognition and technical analysis: forecasting the djia index with intraday data. *Expert Systems with Applications*, v. 42, n. 14, p. 5963–5975, 2015.
- CHANG, T.-J. et al. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers Operations Research*, v. 27, p. 1271–1302, 2000.
- CHARLES, A.; DARNÉ, O. Variance ratio tests of random walk: An overview. *Journal of Economics Surveys*, v. 23, n. 3, p. 503–527, 2009.
- CHARWAND, M.; GITIZADEH, M.; SIANO, P. A new active portfolio risk management for an electricity retailer based on a drawdown risk preference. *Energy*, v. 118, n. 1, p. 387 – 398, 2017.
- CHEKHLOV, A.; URYASEV, S.; ZABARANKIN, M. Portfolio optimization with drawdown constraints. *Research report, Department of Industrial and Systems Engineering, University of Florida*, 2000.
- CHEN, T.-L.; CHEN, F.-Y. An intelligent pattern recognition model for supporting investment decisions in stock market. *Information Sciences*, v. 346–347, p. 261–274, 2016.
- COHEN, G. Algorithmic trading and financial forecasting using advanced artificial intelligence methodologies. *Mathematics*, 10: 3302, 2022.
- CONEGUNDES, L.; PEREIRA, A. Beating the stock market with a deep reinforcement learning day trading system. In *Proceedings of the 2020 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, p. 1–8, 2020.
- CORREA, S. *Probabilidade e Estatística*. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003.
- CORREIA, J. *Operando na Bolsa de Valores utilizando análise técnica*. Brasil: Novatec Editora Ltda, 2008.
- DAWSON, E.; STEELEY, J. On the existence of visual technical patterns in the UK stock market. *Journal of Business Finance Accounting*, v. 30, p. 263–293, 2003.
- DENG, G.; LIN, W.; LO, C. Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, v. 39, n. 4, p. 4558–4566, 2012.
- EDWARDS, R.; MAGEE, J.; BASSETTI, W. *Technical analysis of the financial markets*. United States of America: CRC Press LLC, 1999. ISBN 0-7352-0066-1.
- EVANS, M.; ROSENTHAL, J. *Probability and Statistics: The Science of Uncertainty*. Toronto: University of Toronto, 2009.
- FAMA, E. The behavior of stock-market prices. *Journal of Business*, v. 38, n. 1, p. 34–105, 1965.
- FAMA, E. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, v. 5, p. 383–417, 1970.
- FIORUCCI, J.; SILVA, G.; BARBOZA, F. Reaction trend system with garch quantiles as action points. *Expert Systems With Applications*, v. 198, n. 116750, 2022.

- FREITAS, F.; SOUZA, A.; ALMEIDA, A. Prediction-based portfolio optimization model using neural networks. *Neurocomputing*, v. 72, n. 10–12, p. 2155–2170, 2009.
- FRENNBERG, P.; HANSSON, B. Testing the random walk hypothesis on swedish stock prices: 1919-1990. *Journal of Banking and Finance*, v. 17, n. 1, p. 175–191, 1993.
- GAUCAN, V. How to use fibonacci retracement to predict forex market. *Journal of Knowledge Management, Economics and Information Technology*, v. 1, n. 2, p. 2 – 12, 2011.
- GLYNN, P.; IGLEHART, D. Trading securities using trailing stops. *Management Science*, v. 41, p. 1096–1106, 1995.
- GURRIB, I.; NOURANI, M.; BHASKARAN, R. Energy crypto currencies and leading us energy stock prices: are fibonacci retracements profitable? *Financial Innovation*, v. 8, n. 1, p. 1–27, 2022.
- HASSANNIAKALAGER, A.; SERMPINIS, G.; STASINAKIS, C. Trading the foreign exchange market with technical analysis and bayesian statistics. *Journal of Empirical Finance*, v. 63, p. 230–251, 2021.
- HU, W. et al. A formal approach to candlestick pattern classification in financial time series. *Applied Soft Computing*, v. 84, n. 105700, 2019.
- HUDSON, R.; URQUHART, A. Technical trading and cryptocurrencies. *Annals of Operations Research*, v. 297, n. 1, p. 191–220, 2021.
- INVESTING. Investing.com. c2007-2023. Disponível em: <<https://br.investing.com/equities/>>. Acesso em: 17 de mar. 2021.
- JARDINE, M. *Charting Techniques, Strategies and Simple Applications*. Columbia: Marketplace Books, 2003. ISBN 1-59280-061-0.
- JEARANAITANAKIJ, K.; PASSAYA, B. Predicting short trend of stocks by using convolutional neural network and candlestick patterns. In: 2019 4th international conference on information technology (InCIT). IEEE, p. 159–162, 2019.
- JENSEN, M.; BENINGTON, G. Random walks and technical theories: Some additional evidence. *Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 469–482, 1970.
- JEON, J.; OH, J. Finite horizon portfolio selection problem with a drawdown constraint on consumption. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 506, n. 125542, 2021.
- JEON, J.; PARK, K. Portfolio selection with drawdown constraint on consumption: a generalization model. *Mathematical Methods of Operations Research*, v. 93, n. 1, p. 243–289, 2021.
- KARAMERA, D.; OJAH, K.; COLE, J. Random walks and market efficiency tests: evidence from emerging equity markets. *Review of Quantitative Finance Accounting*, v. 13, p. 171–188, 1999.
- KHAN, K.; REHMAN, W.; SAIF, O. Predicting key reversal points through fibonacci retracements. *Journal of Management Info*, v. 9, n. 3, p. 299–310, 2022.
- KONNO, H. Piecewise linear risk function and portfolio optimization. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, v. 33, n. 2, p. 139–156, 1990.

- KONNO, H.; WIJAYANAYAKE, A. Mean-absolute deviation portfolio optimization model under transaction costs. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, v. 42, n. 4, p. 422–435, 1999.
- KONNO, H.; WIJAYANAYAKE, A. Portfolio optimization problem under concave transaction costs and minimal transaction unit constraints. *Mathematical Programming*, v. 89, p. 233–250, 2001.
- KONNO, H.; YAMAZAKI, H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to tokyo stock market. *Management Science*, v. 37, n. 5, p. 519–531, 1991.
- LEE, C.; GLEASON, K.; MATHUR, I. Efficiency tests in the french derivatives market. *Journal of Banking and Finance*, v. 24, p. 787–807, 2000.
- LENTO, C. Tests of technical trading rules in the asian-pacific equity markets: A bootstrap approach. *Academy of Financial and Accounting Studies Journal*, v. 11, n. 2, 2007.
- LI, X.; YU, X.; ZHANG, Q. Optimal consumption and life insurance under shortfall aversion and a drawdown constraint. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 108, n. 2, p. 25–45, 2023.
- LIN, C.; LIU, Y. Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, v. 185, p. 393–404, 2008.
- LINTNER, J. Security prices, risk and maximal gains from diversification. *Journal of Finance*, v. 20, n. 4, p. 587–615, 1965.
- LIVIO, M. *Razão áurea, a história de phi, um número surpreendente*. Rio de Janeiro: Record, 2006.
- LO, A.; MACKINLAY, A. Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test. *The Review of Financial Studies*, v. 1, n. 1, p. 41–66, 1988.
- LO, A.; MAMAYSKY, H.; WANG, J. Foundations of technical analysis: computational algorithms, statistical inference, and empirical implementation. *The Journal of Finance*, v. 55, n. 4, p. 1705–1765, 2000.
- LUSINDAH, L.; SUMIRAT, E. Implementation of fibonacci retracements and exponential moving average (ema) trading strategy in indonesia stock exchange. *European Journal of Business and Management Research*, v. 6, n. 4, p. 402–408, 2021.
- MACIEL, L. A new approach to portfolio management in the brazilian equitymarket: Does assets efficiency level improve performance? *The Quarterly Review of Economics and Finance*, v. 81, p. 38–56, 2021.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MENDONÇA, G. et al. Multi-attribute decision making applied to financial portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications* 11, v. 158, n. 113527, 2020.
- MERTON, R. An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, v. 41, n. 5, p. 867–887, 1973.
- MONDAL, P.; SHIT, L.; GOSWAMI, S. Study of effectiveness of time series modeling (arima) in forecasting stock prices. *International Journal of Computer Science, Engineering and Applications*, v. 4, n. 2, p. 13–29, 2014.

- MURPHY, J. *Technical analysis of stock trends*. United States of America: New York Institute of Finance, 2001. ISBN 1-57444-292-9.
- NEELY, C.; WELLER, P.; DITTMAR, R. Is technical analysis in the foreign exchange market profitable? a genetic programming approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 32, p. 405–426, 1997.
- NISON, S. *Japanese candlestick charting techniques: a contemporary guide to the ancient investment techniques of the Far East*. New York: New York Institute of Finance, 2001. ISBN 0-7352-0181-1.
- OSLER, C.; CHANG, P. Head and shoulders: Not just a flaky pattern, Staff Report N° 4. *Federal Reserve Bank of New York*, 1995.
- PAIVA, F. et al. Decision-making for financial trading: A fusion approach of machine learning and portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, v. 115, p. 635–655, 2019.
- PARK, C.; IRWIN, S. The profitability of technical analysis: A review. *University of Illinois at Urbana-Champaign*, 2004.
- PETRUSHEVA, N.; JORDANOSKI, I. Comparative analysis between the fundamental and technical analysis of stocks. *Journal of Process Management and New Technologies*, v. 4, n. 2, p. 26–31, 2016.
- PICASSO, A. et al. Technical analysis and sentiment embeddings for market trend prediction. *Expert Systems with Applications*, v. 135, p. 60–70, 2019.
- ROBERTS, H. Stock-market "patterns" and financial analysis: methodological suggestions. *The Journal of Finance*, v. 14, n. 1, p. 1–10, 1959.
- ROCKEFELLER, B. *Technical analysis for dummies*. Indiana: Wiley Publishing, Inc, 2011. ISBN 978-0470-88800-1.
- RUBESAM, A. Machine learning portfolios with equal risk contributions: Evidence from the brazilian market. *Emerging Markets Review*, v. 51, n. 100891, 2022.
- SANT'ANNA, L.; FILOMENA, T.; CALDEIRA, J. Index tracking and enhanced indexing using cointegration and correlation with endogenous portfolio selection. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, v. 65, p. 146–157, 2017.
- SETHI, N. et al. Fibonacci retracement in stock market. In: *5th International conference on next generation computing technologies (NGCT)*, 2019.
- SHANAEV, S.; GIBSON, R. Can returns breed like rabbits? econometric tests for fibonacci retracements. *SSRN Electronic Journal*, 2022.
- SHARPE, W. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.
- SHASTRI, K.; SHASTRI, K. Do stock prices follow random walks: an analysis of the tokyo stock exchange. *Working Paper Series Carnegie Mellon H. John Heinz III School*, v. 41, 1994.
- SOLEIMANI, H.; GOLMAKANI, H.; SALIMI, M. Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, v. 36, p. 5058–5063, 2009.
- SPERANZA, M. Linear programming models for portfolio optimization. *Finance*, v. 14, p. 107–123, 1993.

TABAK, B. The random walk hypothesis and the behaviour of foreign capital portfolio flows: The brazilian stock market case. *Applied Financial Economics*, v. 13, n. 5, p. 369–378, 2003.

TAYLOR, M.; ALLEN, H. The use of technical analysis in the foreign exchange market. *Journal of International Money and Finance*, v. 11, p. 304–314, 1992.

THOMÉ NETO, C.; LEAL, R.; ALMEIDA, V. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. *Economia Aplicada*, v. 15, n. 4, p. 535–557, 2011.

TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk. *The Review of Economic Studies*, v. 25, n. 2, p. 65–86, 1958.

TORRUBIANO, R.; SUÁREZ, A. A memetic algorithm for cardinality-constrained portfolio optimization with transaction costs. *Applied Soft Computing*, v. 36, p. 125–142, 2015.

TSINASLANIDI, P.; GUIJARRO, F.; VOUKELATOS, N. Automatic identification and evaluation of fibonacci retracements: Empirical evidence from three equity markets. *Expert Systems with Applications*, v. 187, n. 115893, 2022.

WAN, Y.; SI, Y. A formal approach to chart patterns classification in financial time series. *Information Sciences*, v. 411, p. 151–175, 2017.

WANG, J.; CHAN, S. Stock market trading rule discovery using pattern recognition and technical analysis. *Expert Systems with Applications*, v. 33, p. 304–315, 2007.

WANG, J.; ZHANG, D.; ZHANG, J. Mean reversion in stock prices of seven asian stock markets: Unit root test and stationary test with fourier functions. *International Review of Economics and Finance*, v. 37, p. 157–164, 2015.

WARBURTON, A.; ZHANG, Z. A simple computational model for analyzing the properties of stop-loss, take-profit, and price breakout trading strategies. *Computers Operations Research*, v. 33, p. 32–42, 2006.

WOLFE, P. The simplex method for quadratic programming. *Econometrica*, v. 27, p. 382–398, 1959.

ZABARANKIN, M.; PAVLIKOV, K.; URYASEV, S. Capital asset pricing model (capm) with drawdown measure. *European Journal of Operational Research*, v. 234, n. 2, p. 508 – 517, 2014.

ZAPRANIS, A.; TSINASLANIDIS, P. A novel, rule-based technical pattern identification mechanism: Identifying and evaluating saucers and resistant levels in the us stock market. *Expert Systems with Applications*, v. 39, p. 6301–6308, 2012.

ZHANG, Q. Stock trading: an optimal selling rule. *SIAM Journal on Control and Optimization*, v. 40, n. 1, p. 64–87, 2001.

Apêndice A - Lista de Ativos

Tabela A.1 – Lista de ativos para o treinamento da estratégia.

Ativo	Sigla	Ativo	Sigla
Arezzo	ARZZ3	Hypera	HYPE3
Ambev	ABEV3	Iguatemi	IGTA3
B2W Digital	BTOW3	Ishares Ibovespa FI	BOVA11
B3	B3SA3	It Now Pibb Ibrx-50 FI	PIBB11
Banco Bradesco	BBDC4	Itaú Unibanco Holding	ITUB4
Banco do Brasil	BBAS3	Itaúsa	ITSA4
Banco Santander	SANB11	JBS	JBSS3
BR Malls	BRML3	JHSF	JHSF3
Bradespar	BRAP4	Localiza Rent a Car	RENT3
Braskem	BRKM5	Lojas Americanas	LAME4
BRF	BRFS3	Lojas Renner	LREN3
CCR	CCRO3	Magazine Luiza	MGLU3
Cia Energética de MG	CMIG4	Marfrig Global Foods	MRFG3
Cia Hering	HGTX3	Metalúrgica Gerdau	GOAU4
Cia SABESP	SBSP3	Minerva	BEEF3
Cia Siderúrgica Nacional	CSNA3	MRV Engenharia	MRVE3
Cielo	CIEL3	Multiplan	MULT3
Cogna Educação	COGN3	Natura & Co Holding	NTCO3
COPEL	CPLE6	Petro Rio	PRIO3
Cosan	CSAN3	Petrobrás	PETR3
CPFL Energia	CPFE3	Petrobrás	PETR4
Cyrela Brasil Realty	CYRE3	Qualicorp Consultoria	QUAL3
Eco Rodovias	ECOR3	Raia Drogasil	RADL3
EDP - Energias do Brasil	ENBR3	Rumo	RAIL3
Eletrobrás	ELET3	Sul América	SULA11
Eletrobrás	ELET6	Suzano	SUZB3
Embraer	EMBR3	TIM	TIMS3
Eneva	ENEV3	TOTVS	TOTS3
Engie Brasil Energia	EGIE3	Ultrapar	UGPA3
Equatorial Energia	EQTL3	Usinas Siderúrgicas de MG	USIM5
EZTEC	EZTC3	Vale	VALE3
Fleury	FLRY3	WEG	WEGE3
Gerdau	GGBR4	Yduqs	YDUQ3
Gol	GOLL4		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A.2 – Divisão dos ativos em grupos de acordo com o seu desempenho na aplicação da metodologia.

Grupo	A	B	C	D
Ativos	BRFS3	ABEV3	ARZZ3	BRAP4
	BRML3	BEEF3	B3SA3	CYRE3
	BTOW3	BRKM5	BBAS3	ENEV3
	CIEL3	CCRO3	BBDC4	EZTC3
	COGN3	EGIE3	BOVA11	HGTX3
	CSAN3	EMBR3	CMIG4	HYPE3
	GOAU4	GGBR4	CPFE3	ITUB4
	LAME4	GOLL4	CPLE6	JBSS3
	PETR4	ITSA4	CSNA3	JHSF3
	RENT3	LREN3	ECOR3	PETR3
	SBSP3	MGLU3	ELET3	QUAL3
	UGPA3	NTCO3	ELET6	SANB11
	YDUQ3	PIBB11	ENBR3	SULA11
		PRI03	EQTL3	SUZB3
		RADL3	FLRY3	VALE3
			IGTA3	
			MRFG3	
			MRVE3	
			MULT3	
			RAIL3	
			TIMS3	
			TOTS3	
			USIM5	
			WEGE3	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela A.3 indica a nomenclatura dos subgrupos através dos parâmetros QR_{min} e S_{max} , cujos ativos estão listados em A.4.

Tabela A.3 – Nomenclatura dos subgrupos de ativos.

$S_{max} \backslash QR_{min}$	1	4	7	9
1, 0	A1	B1	C1	D1
0, 2	A2	B2	C2	D2
0, 15	A3	B3	C3	D3
0, 125	A4	B4	C4	D4
0, 1	A5	B5	C5	D5

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A.4 – Divisão dos ativos em subgrupos.

A1	A3	A4	B1	B2	B4	B5	C1	C4	C5	D1	D3	D4	D5
BRFS3	COGN3	CIEL3	ABEV3	RADL3	EMBR3	ITSA4	ARZZ3	BBAS3	CSNA3	BRAP4	EZTC3	ENEV3	HGTX3
BRML3	YDUQ3	GOAU4	BEEF3		GGBR4	LREN3	B3SA3	CMIG4	ELET6	CYRE3	PETR3	ITUB4	HYPE3
BTOW3		PETR4	BRKM5		NTCO3		BBDC4	CPFE3		JBSS3	QUAL3	SULA11	VALE3
CSAN3		SBSP3	CCRO3				BOVA11	CPLE6		JHSF3			
LAME4			EGIE3				ELET3	ECOR3		SANB11			
RENT3			GOLL4				ENBR3	IGTA3		SUZB3			
UGPA3			MGLU3				EQTL3	MRFG3					
			PIBB11				FLRY3						
			PRI03				MRVE3						
							MULT3						
							RAIL3						
							TIMS3						
							TOTS3						
							USIM5						
							WEGE3						

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A.5 – Relação dos ativos selecionados com bom desempenho para a metodologia divididos em subgrupos.

A1	A3	A4	B1	B2	B4	B5	C1	C3	C4	C5	D1	D3	D4	D5
BRFS3 RENT3 UGPA3	COGN3	CIEL3	ABEV3	RADL3	EMBR3	ITSA4	BBDC4	ARZZ3	BBAS3	CSNA3	BRAP4	EZTC3	ENEV3	HGTX3
	YDUQ3	GOAU4	BEEF3		GGBR4	LREN3	BOVA11		CMIG4	ELET6	JBSS3		SULA11	HYPE3
		PETR4	BRKM5		NTCO3		ELET3		CPFE3		JHSF3			
		SBSP3	EGIE3				EQTL3		CPLE6		SANB11			
			GOLL4				MULT3		ECOR3					
			MGLU3				RAIL3		MRFG3					
			PIBB11				TIMS3							
			PRI03				USIM5							
							WEGE3							

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apêndice B - Resultados Complementares

Os seguintes resultados são referentes à aplicação da estratégia no intervalo de treinamento para os subgrupos.

Fase de treinamento antes da classificação dos ativos

As tabelas abaixo, expressam a comparação entre os modelos de treinamento propostos, MT1 e MT2, para os subgrupos B, C e D.

Tabela B.1 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo B.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1	59	41	18	69,49%
2	56	37	19	66,07%
3	48	34	14	70,83%
4	65	45	20	69,23%
5	58	41	17	70,69%
6	55	39	16	70,91%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.2 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para o Grupo B

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	65	45	20	69,23%
0,2	69	47	22	68,12%
0,15	69	44	25	63,77%
0,125	64	44	20	68,75%
0,1	51	32	19	62,75%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.3 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 4$ para os Subgrupos de B.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃	Qa ₄	Qe ₄	Acc ₄
1,0	25	10	71,43%	0	0	0,00%	12	5	70,59%	8	5	61,54%
0,2	22	11	66,67%	4	0	100,00%	12	5	70,59%	9	6	60,00%
0,15	22	12	64,71%	0	1	0,00%	13	6	68,42%	9	6	60,00%
0,125	21	10	67,74%	0	1	0,00%	14	3	82,35%	9	6	60,00%
0,1	17	12	58,62%	0	1	0,00%	7	2	77,78%	8	4	66,67%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.4 – Acurácia final de MT2 para o Grupo B.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	235	234	50,11%
2	137	121	53,10%
3	72	75	48,98%
4	33	37	47,14%
5	22	8	73,33%
6	15	2	88,24%
7	8	5	61,54%
8	6	2	75,00%
9	1	4	20,00%
$\sum_{k=5}^8 F(k)$	51	17	75,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.5 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo B.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	65	45	20	69,23%
MT2	68	51	17	75,00%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.6 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo C.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
5	231	144	87	62,34%
6	217	143	74	65,90%
7	230	154	76	66,96%
8	186	124	62	66,67%
9	136	87	49	63,97%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.7 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para o Grupo C.

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	230	154	76	66,96%
0,2	236	155	81	65,68%
0,15	237	156	81	65,82%
0,125	228	152	76	66,67%
0,1	196	129	67	65,82%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.8 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 7$ para os Subgrupos de C.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃
1,0	98	42	70,00%	37	24	60,66%	19	10	65,52%
0,2	100	48	67,57%	36	23	61,02%	19	10	65,52%
0,15	99	49	66,89%	39	23	62,90%	18	9	66,67%
0,125	95	49	65,97%	40	17	70,18%	17	10	62,96%
0,1	75	43	63,56%	38	18	67,86%	16	6	72,73%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.9 – Acurácia final de MT2 para o Grupo C.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	303	345	45,76%
2	160	157	50,47%
3	94	64	59,49%
4	72	17	80,90%
5	39	26	60,00%
6	20	15	57,14%
7	14	3	82,35%
8	9	4	69,23%
9	5	4	55,56%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	154	65	70,32%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.10 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo C.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	230	154	76	66,96%
MT2	219	154	65	70,32%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.12 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para o Grupo D

S_{max}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
1,0	128	93	35	72,66%
0,2	128	93	35	72,66%
0,15	118	87	31	73,73%
0,125	103	76	27	73,79%
0,1	82	58	24	70,73%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.13 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de S_{max} e $QR_{min} = 9$ para os Subgrupos de D.

S_{max}	Qa ₁	Qe ₁	Acc ₁	Qa ₂	Qe ₂	Acc ₂	Qa ₃	Qe ₃	Acc ₃	Qa ₄	Qe ₄	Acc ₄
1,0	24	8	75,00%	26	9	74,29%	17	7	70,83%	18	8	69,23%
0,2	24	8	75,00%	26	9	74,29%	17	7	70,83%	18	8	69,23%
0,15	23	9	71,88%	24	6	80,00%	13	6	68,42%	22	8	73,33%
0,125	22	8	73,33%	18	6	75,00%	11	3	78,57%	20	8	71,43%
0,1	16	8	66,67%	12	6	66,67%	7	3	70,00%	18	5	78,26%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.11 – Acurácia e quantidade de Fibonacci para variação de QR_{min} e $S_{max} = 1.0$ para o Grupo D.

QR_{min}	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
7	161	106	55	65,84%
8	141	97	44	68,79%
9	128	93	35	72,66%
10	121	84	37	69,42%
11	66	49	17	74,24%
12	55	37	18	67,27%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.14 – Acurácia final de MT2 para o Grupo D.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	114	112	50,44%
2	70	47	59,83%
3	37	31	54,41%
4	27	7	79,41%
5	21	4	84,00%
6	16	4	80,00%
7	9	4	69,23%
8	4	3	57,14%
9	1	3	25,00%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	77	22	77,78%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.15 – Comparação das duas modelagens propostas para o grupo D.

Modelo	Total de Fibonacci	Acerto	Erro	Acurácia
MT1	128	93	35	72,66%
MT2	99	77	22	77,78%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Fase de treinamento após a classificação dos ativos

A seguir serão apresentados os resultados após a classificação dos ativos para a acurácia final quando considerado o modelo MT2 para os diferentes grupos. É possível verificar os graus de Fibonacci de maior relevância para cada grupo.

Tabela B.16 – Acurácia final de MT2 para o Grupo A após a seleção de ativos.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	125	176	41,53%
2	65	84	43,62%
3	36	33	52,17%
4	16	18	47,06%
5	12	2	85,71%
6	9	2	81,82%
7	5	2	71,43%
8	5	0	100,00%
9	4	1	80,00%
$\sum_{k=5}^9 F(k)$	35	7	83,33%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.17 – Acurácia final de MT2 para o Grupo B após a seleção de ativos.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	215	215	50,00%
2	126	112	42,94%
3	67	69	49,26%
4	31	34	47,69%
5	21	8	72,41%
6	14	2	87,50%
7	8	4	66,67%
8	6	2	75,00%
9	1	4	20,00%
$\sum_{k=5}^8 F(k)$	49	16	75,38%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.18 – Acurácia final de MT2 para o Grupo C após a seleção de ativos.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	212	254	45,49%
2	116	108	51,79%
3	68	46	59,65%
4	53	11	82,81%
5	30	17	63,83%
6	16	11	59,26%
7	10	3	76,92%
8	7	2	77,78%
9	3	4	42,86%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	116	44	72,50%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B.19 – Acurácia final de MT2 para o Grupo D após a seleção de ativos.

Grau	Acerto	Erro	Acurácia
1	67	75	47,18%
2	45	25	64,29%
3	21	20	51,22%
4	17	2	89,47%
5	13	3	81,25%
6	10	3	76,92%
7	7	2	77,78%
8	3	2	60,00%
9	1	2	33,33%
$\sum_{k=4}^8 F(k)$	50	12	80,65%

Fonte: Elaborado pelo autor.