



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PATRÍCIA FERNANDA DA SILVA FREITAS

**Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
Considerando Múltiplos Cenários de Geração**

Ilha Solteira
2018

PATRÍCIA FERNANDA DA SILVA FREITAS

Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão Considerando Múltiplos Cenários de Geração

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do
Campus de Ilha Solteira – UNESP, como
requisito para a obtenção do título de Doutora
em Engenharia Elétrica. Área de
Conhecimento: Automação

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira
2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

F866p Freitas, Patrícia Fernanda da Silva.
Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando múltiplos cenários de geração / Patrícia Fernanda da Silva Freitas. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
151 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia.
Área de conhecimento: Sistemas Elétricos de Potência, 2018

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia

1. Modelo linear disjuntivo. 2. Múltiplos cenários de geração.
3. Planejamento da expansão. 4. Sistemas de transmissão..



Sandra Maria Clemente de Souza
DSTB/STRA00
Bibliotecária
CRB 8-4740

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão Considerando Múltiplos Cenários de Geração

AUTORA: PATRÍCIA FERNANDA DA SILVA FREITAS
ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ANTONIO PADILHA FELTRIN
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA
Centro de Engenharias e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE


Prof. Dr. BENVIDO RODRIGUES PEREIRA JÚNIOR
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos - USP

Ilha Solteira, 23 de agosto de 2018

À minha mãe Nélia e minha tia
Valdioni, aos meus irmãos
Marcelo e Paulo e em especial à
minha avó Aparecida por todo
amor, compreensão e confiança.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me dar sabedoria, saúde, força e ter me abençoado com mais essa conquista.

Ao Professor Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, minha eterna gratidão pela oportunidade e confiança que me deu ao longo dos estudos e também pela amizade e paciência.

À minha querida avó Aparecida, minha mãe Nélia e minha tia Valdioni, que sempre me apoiaram em meus estudos, com compreensão e estiveram presentes nos momentos mais difíceis.

Aos meus irmãos Marcelo e Paulo Felipe.

Aos meus amigos maravilhosos: Flavilene, Julia Rivera, Lucas Arruda, Lilian, Cássia Correia, Sarita e a minha república “Cuiabá + forte em Ilha”, que compartilharam esse período de trabalho, muito obrigada pela amizade e companheirismo.

Aos colegas de laboratório LaPSEE, em especial, Eliane Vendramini, Marlon, Leonardo, Hugo, Ozy, Jeferson, Renzo, Gabriel pela convivência, pela amizade e estímulo ao trabalho, meus sinceros agradecimentos.

Aos funcionários da FEIS UNESP, professores, secretários do DEE e a secretária de pós-graduação PPGEE, que contribuíram de forma direta ou indireta para o desenvolvimento deste trabalho, dedicam meus agradecimentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo projeto temático, processo nº 2015/21972-6.

EPÍGRAFE

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.” (Arthur Schopenhauer)

RESUMO

Tradicionalmente, o problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST) é solucionado considerando apenas um único cenário de geração, embora sistemas elétricos reais operem em diferentes cenários de geração. Nessa pesquisa são propostos modelos matemáticos para resolver o problema de PEST, considerando múltiplos cenários de geração de forma que o plano de expansão obtido permita uma operação adequada do sistema. No modelo proposto, o custo de investimento é maior em relação aos planos de expansão encontrados pelo planejamento tradicional, que considera apenas um cenário de geração. Para reduzir o correspondente custo de investimento são apresentadas estratégias eficientes para encontrar planos de expansão para o problema de PEST considerando múltiplos cenários. As estratégias utilizadas foram: permitir pequenos cortes de carga; permitir o deslocamento do nível de geração em uma pequena faixa de geração mínima e máxima em relação à geração ideal e permitir pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Adicionalmente, uma combinação entre essas estratégias é apresentada e o problema PEST também foi resolvido para o planejamento multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração. O método proposto foi implementado com o uso da linguagem de modelagem algébrica AMPL e resolvido com o uso do solver comercial CPLEX. Os resultados encontrados correspondem à propostas de solução que são válidas para diferentes cenários de geração e apresentam diferentes alternativas para os investimentos que foram comparados com investimentos propostos por outros métodos encontrados na literatura especializada.

Palavras-chave: Modelo linear disjuntivo. Múltiplos cenários de geração. Planejamento da expansão. Sistemas de transmissão.

ABSTRACT

Traditionally, the Transmission Network Expansion Problem is solved considering only a single generation scenario. However, a real power system operates in different generation scenarios. This work presents the disjunctive linear model for the Transmission Network Expansion Problem considering multiple generation scenarios to provide a single expansion plan, which must operate in an appropriate way in each one of the different scenarios. The investment cost of the proposed model is greater in relation to the traditional expansion plans, that consider single generation scenario. In order to reduce the investment costs, efficient strategies are presented to find the expansion plans for multiples scenarios. Therefore those strategies are: allow small load cuts; allow generation level displacement in a narrow generation range in relation to the ideal one; and allow small overload in the transmission lines. Moreover, a combination between those strategies is shown and the Transmission Network Expansion Problem was also solved for multistage planning for multiple generation scenarios. The proposed method was implemented using A Mathematical Programming Language (AMPL) and the commercial solver CPLEX. The results were of optimal quality, considering the characteristics of the used solver, and they were compared with methods found in the specialized literature.

Keywords: Disjunctive linear model. Expansion planning. Transmission systems. Multiple generation scenarios.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema elétrico de três barras.	21
Figura 2 - Sistema elétrico IEEE 24 barras.	139
Figura 3 - Sistema elétrico de Garver de 6 barras.	145
Figura 4 - Sistema elétrico de 3 barras.	147
Figura 5 - Sistema elétrico de 3 barras.	149
Figura 6 - Modelo de CC – plano de expansão para o sistema de 3 barras.	151

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Matriz de atributos de plano de expansão - cenário de geração.....	40
Tabela 2 -	Matriz de arrependimento de plano de expansão - cenário de geração....	41
Tabela 3 -	Corte de carga do plano de expansão.....	79
Tabela 4 -	Corte de carga do plano de expansão.....	80
Tabela 5 -	Corte de carga por planos anteriores e ótimo global.....	108
Tabela 6 -	Planos de expansão encontrados.....	110
Tabela 7 -	Cortes de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ cenário s e estágio t.....	113
Tabela 8 -	Cortes de carga $\alpha = 500.000 \text{ US\$/MW}$ cenário s e estágio t.....	114
Tabela 9 -	Planos de expansão encontrados para multiestágio e cenários de geração.	130
Tabela 10 -	Geração instalada e demanda do sistema IEEE de 24 barras.....	140
Tabela 11 -	Geração e demanda do sistema IEEE de 24 barras – quatro cenários de geração.....	140
Tabela 12 -	Geração do sistema IEEE de 24 barras- - múltiplos cenários com intervalo de geração – estágio 1.....	141
Tabela 13 -	Geração e demanda do sistema IEEE de 24 barras – Quatro cenários de geração.....	142
Tabela 14 -	Geração do sistema IEEE de 24 barras- - múltiplos cenários com intervalo de geração – estágio 2.....	143
Tabela 15 -	Dados de linha do sistema IEEE de 24 barras.....	144
Tabela 16 -	Geração e demanda do sistema Garver de 6 Barras – múltiplos cenários.....	146
Tabela 17 -	Dados de linha do sistema Garver de 6 barras.....	146

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMPL	<i>A Mathematical Programming Language.</i>
B&B	<i>Branch and Bound.</i>
CA	Corrente Alternada.
CC	Corrente Contínua.
CPLEX	Solver “Algoritmo Simplex com linguagem C++”.
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure.</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers.</i>
PPEST	Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão.
PEST	Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão.
PESTM	Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão Multiestágio.
PL	Programação Linear.
PLBM	Programação Linear Binária Mista.
PLIM	Programação Linear Inteira Mista.
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista.
PSO	<i>Particle Swarm Optimization.</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search.</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

v	Investimento na construção de novas linhas – função objetivo.
ij	Caminho entre as barras i e j .
Ω_b	Conjunto de todas as barras existentes na configuração base.
Ω_l	Conjunto de todos os caminhos de expansão existentes na configuração base e de novos caminhos.
C	Conjunto $C = C^0 \cup C^1 \cup C^2$ contém três tipos de cenários diferentes.
C^0	Conjunto de cenário do caso base (sem contingências nas linhas).
C^1	Conjunto de cenário de contingências nas linhas existentes.
C^2	Conjunto de cenários de contingências nas linhas candidatas.
c_{ij}	Custo de construção de uma linha de transmissão no caminho ij .
d_i	Demanda na barra i .
$d_{i,t}$	Demanda na barra i no estágio t .
f_{ij}	Fluxo total de potência nas linhas de transmissão no ramo ij .
\bar{f}_{ij}	Fluxo máximo de potência permitido para um circuito no caminho ij .
f_{ij}^s	Fluxo total de potência ativa no caminho ij no cenário s .
$f_{ij,y}^s$	Fluxo de potência do circuito y no caminho ij e no cenário s .
$f_{ij}^{0,s}$	Fluxo de potência das linhas existentes no caso base no caminho ij e no cenário s .
$f_{ij,y}$	Fluxo total de potência no circuito y no caminho ij .
$f_{ij,t}$	Fluxo total de potência ativa no caminho ij e no estágio t .
$f_{ij,y,t}$	Fluxo de potência ativa em cada linha y no caminho ij no estágio t .
$f_{ij,t,s}$	Fluxo total de potência ativa nas linhas de transmissão no caminho ij , no cenário s no estágio t .

\bar{f}_{ij}^{cont}	Fluxo máximo de potência ativa no caminho ij para o conjunto de linhas já existentes no cenário c de contingência.
g_i	Geração na barra i .
\bar{g}_i	Valor máximo de geração na barra i .
g_i^s	Geração na barra i no cenário s .
\bar{g}_i^s	Valor máximo da geração na barra i no cenário s .
\underline{g}_i^s	Geração mínima na barra i e no cenário s .
$\bar{g}_{i,t}$	Valor máximo de geração na barra i e no estágio t .
$g_{i,t}$	Geração na barra i e no estágio t .
$g_{i,s}^{esp}$	Geração ideal na barra i e no cenário s .
$g_{i,t,s}$	Geração na barra i , no estágio t e no cenário s .
$\bar{g}_{i,t,s}$	Geração máxima na barra i no estágio t no cenário s .
$g_{i,t,s}^{cont}$	Geração máxima na barra i , no estágio t e no cenário s .
M	Parâmetro disjuntivo.
n_{ij}	Número de circuitos adicionados no caminho ij .
n_{ij}^0	Número de circuitos existentes na configuração base.
\bar{n}_{ij}	Número máximo de circuitos que podem ser adicionados no caminho ij .
$n_{ij,t}$	Número de circuitos adicionados no caminho ij no estágio t .
$\bar{n}_{ij,t}$	Número máximo de linhas que poderão ser adicionadas no ramo ij no estágio t .
N_{ij}^{cont}	Elemento da matriz N^{cont} referente ao cenário c , igual a 1 se há linha no caminho ij em contingência e zero em caso contrário.
θ_i	Ângulo de tensão na barra.
$\theta_{i,t}$	Ângulo de fase na barra i no estágio t .
$\bar{\theta}$	Ângulo máximo de tensão.
θ_i^s	Ângulo de tensão na barra i no cenário s .

θ_{ref}^s	Ângulo de referência no cenário s .
x_{ij}	Reatância do circuito ij .
γ_{ij}	Susceptância para um circuito de transmissão no ramo ij .
$w_{ij,y}$	Variáveis binárias que decidem se uma linha do tipo y será construída ou não no caminho ij .
$w_{ij,y,t}$	Variáveis binárias que decidem se uma linha do tipo y será construída ou não no caminho ij e no estágio t .
S	Conjunto de todos os cenários s .
T	Conjunto de todos os estágios.
Y	Conjunto de circuitos y a serem adicionados no sistema.
α_t	Índice de correção de preços do estágio t para valores atuais.
r_i^s	Geração fictícia correspondente ao corte de carga barra i no cenário s .
α	Fator de penalidade associada ao corte de carga na barra i .
β	Fator de penalização para o intervalo de geração no cenário s .

SUMÁRIO

1	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO.....	21
1.1	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO.....	22
1.2	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	23
1.3	MOTIVAÇÃO.....	25
1.4	OBJETIVO.....	26
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	27
2	TÉCNICAS DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PEST.....	29
2.1	MÉTODOS APROXIMADOS – HEURÍSTICA USADA NO PROBLEMA DE PEST.....	29
2.1.1	Algoritmo heurístico construtivo.....	30
2.1.2	Heurística de busca através de vizinhança.....	30
2.2	MÉTODOS APROXIMADOS – META-HEURÍSTICAS UTILIZADAS NO PROBLEMA DE PEST.....	31
2.3	MÉTODOS EXATOS - TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO CLÁSSICA USADA NO PROBLEMA PEST.....	32
2.3.1	Branch and bound – B&B.....	32
2.3.2	Decomposição de Benders.....	33
2.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	34
2.4	REFERÊNCIA PARA FORMULAR O PROBLEMA DE PEST PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	37
3	MODELAGEM MATEMÁTICA TRADICIONAL DO PROBLEMA DE PEST.....	43
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	43
3.2	MODELO DE TRANSPORTE.....	44
3.3	MODELO DE CORRENTE CONTÍNUA (CC).....	45
3.4	MODELO LINEAR DISJUNTIVO.....	46
3.5	MODELO CA – CORRENTE ALTERNADA.....	49
4	MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PESTM.....	53
4.1	MODELO DE TRANSPORTE MULTI-ESTÁGIO.....	53

4.2	MODELO CC MULTI-ESTÁGIO.....	54
4.3	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTI-ESTÁGIO.....	55
4.4	MODELO DE TRANSPORTE MULTI-ESTÁGIO E COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA (N-1)	57
5	MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PEST COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	59
5.1	INTRODUÇÃO.....	59
5.2	MODELO DE TRANSPORTE – MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO....	60
5.3	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	60
5.4	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS.....	62
5.5	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO.....	63
5.6	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO.....	65
5.7	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO.....	65
5.8	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E PEQUENOS CORTES DE CARGAS.....	66
5.9	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO	67
5.10	MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO, COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO E PEQUENOS CORTES DE CARGAS.....	67
6	MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PEST MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	68
6.1	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	68
6.2	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS.....	70
6.3	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS INTERVALOS DE GERAÇÃO.....	71

6.4	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM CORTES DE CARGAS E COM DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO.....	72
6.5	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS.....	74
6.6	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS E CORTES DE CARGAS.....	74
6.7	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS CARGA E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO.....	74
6.8	MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS E CORTES DE CARGAS COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO.....	75
6.9	CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES ENCONTRADAS.....	75
7	TESTES E RESULTADOS PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	76
7.1	TESTES USANDO O MODELO DE TRANSPORTES PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	76
7.2	TESTES USANDO O MODELO LINEAR DISJUNTIVO TRADICIONAL COM CENÁRIO ÚNICO DE GERAÇÃO.....	77
7.3	MODELO LINEAR DISJUNTIVO COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	78
7.3.1	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração - com pequenos cortes de cargas.....	79
7.3.2	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenos intervalos de variação.....	80
7.3.3	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração - com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão.....	82
7.3.4	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de carga e pequenos intervalos de variação da geração.....	85
7.3.5	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenos intervalos de variação da geração.....	87
7.3.6	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenos cortes de cargas.....	89

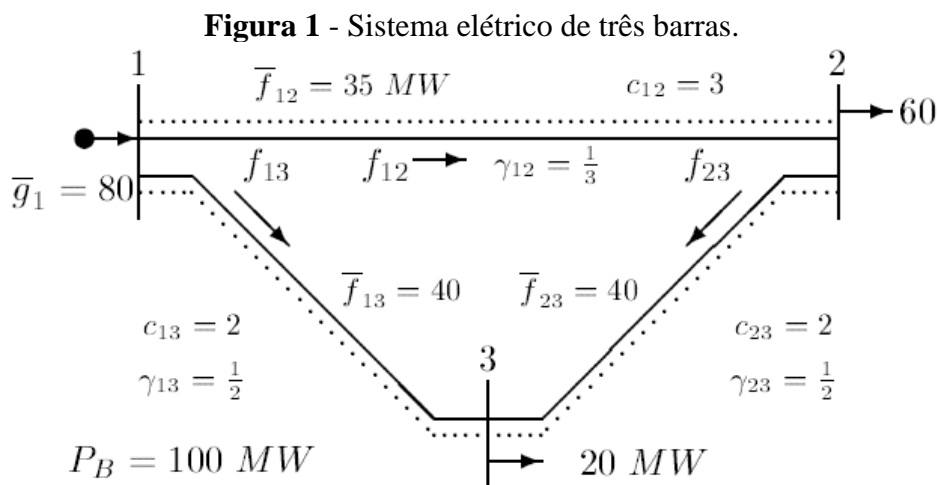
7.3.7	Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão, pequenos cortes de cargas e pequenos intervalos de variação de geração.....	92
7.4	ANÁLISE E RESULTADOS PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	108
7.5	TESTE MULTISTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO.....	112
7.5.1	Teste usando o modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas.....	112
7.5.2	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos desvios de geração.....	114
7.5.3	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas.....	116
7.5.4	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas e pequenos desvios de geração.....	118
7.5.5	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas e com pequenas sobrecargas.....	120
7.5.6	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas e pequenos desvios de geração.....	123
7.5.7	Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas, pequenos desvios de geração e com pequenos cortes de cargas.....	126
7.5.8	Análise e resultados multiestágio considerando múltiplos cenários de geração.....	129
7.6	CONCLUSÕES PARCIAIS.....	130
8	CONCLUSÕES.....	132
8.1	TRABALHOS FUTUROS.....	133
	REFERÊNCIAS.....	134
	ANEXO A.....	139
A.1	SISTEMA ELÉTRICO IEEE DE 24 BARRAS.....	139
A.1.1	Dados IEEE 24 barras – múltiplos cenários.....	139
A.1.2	Dados IEEE 24 Barras – Multiestágio e Cenários.....	141
A.1.3	Dados do sistema de Garver de 6 barras – múltiplos cenários.....	145
A.1.4	Dados do sistema de 3 barras.....	146
	ANEXO B.....	148
B.1	TESTES REALIZADOS COM MODELOS MATEMÁTICOS.....	148
B.1.1	Modelo de transporte.....	148
B.1.2	Modelo CC.....	150

B2	TESTES CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO – 151 MODELO DE TRANSPORTE.....	
B3	TESTES CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO – 152 MODELO LINEAR DISJUNTIVO.....	
	ANEXO C.....	153
C.1	ARTIGOS PUBLICADOS.....	153

1 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

O problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST) de longo prazo é considerado um problema clássico na área de sistemas de energia elétrica. O objetivo do problema é encontrar o plano ótimo da expansão do sistema a um custo de investimento mínimo, definindo quando, onde e quais linhas e/ou transformadores devem ser utilizados ao longo do horizonte de planejamento, para que se satisfaça à demanda de energia exigida pelo mercado elétrico, obedecendo às especificações de qualidade e segurança. Em geral, os dados desse problema são: a topologia base, os circuitos candidatos, a geração e a demanda para um horizonte de planejamento e as restrições de investimento.

O problema de PEST é um tema amplamente pesquisado desde a década de 1960. Cada vez mais surgem novos modelos matemáticos e técnicas de otimização para solucionar o problema. Um exemplo simples, o sistema elétrico de três barras, é apresentado na Figura 1. Neste exemplo apresenta-se uma configuração inicial para o sistema elétrico de transmissão que contém circuitos candidatos, informações de geração e demanda, limites de operação, custos e restrições de investimento no horizonte de planejamento. As linhas contínuas representam as linhas existentes e as linhas pontilhadas são as linhas que deverão ser construídas e podem também ser construídos reforços no caminho onde já existe uma linha de transmissão. A topologia base do sistema elétrico de 3 barras está presente no anexo A.1.3.



Fonte: Romero (1999).

No problema de otimização, o problema PEST é dividido em duas partes: a modelagem matemática e as técnicas de otimização utilizadas na resolução do problema. Portanto, deve haver um comprometimento do modelo matemático escolhido com a técnica de otimização a ser utilizada para resolver o problema, de forma que seja possível sua resolução. (ROMERO, 1999). Para cada tipo de modelo matemático existe uma técnica de solução mais apropriada. Essas técnicas de otimização são empregadas na resolução do problema de planejamento e podem ser divididas em dois grandes grupos: métodos exatos e métodos aproximados. Os métodos de otimização serão discutidos no Capítulo 2, apresentando as suas principais características.

Na literatura especializada encontram-se vários modelos matemáticos para resolver o problema de PEST, usando a modelagem tradicional: o modelo de transporte, o modelo de corrente contínua (CC), o modelo linear disjuntivo e o modelo de corrente alternada (CA), que serão discutidos com mais detalhes no Capítulo 3.

1.1 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO MULTIESTÁGIO

No problema PEST, o horizonte de planejamento pode ser tratado de duas formas distintas: planejamento estático e planejamento multiestágio ou dinâmico.

No planejamento estático considera-se apenas um único período no horizonte de planejamento e determina-se a quantidade de circuitos que devem ser adicionados a cada caminho no sistema elétrico. O investimento é realizado no início do horizonte do planejamento.

No planejamento multiestágio ou dinâmico, o horizonte do planejamento é dividido em vários períodos e os circuitos devem ser adicionados a cada período no horizonte de planejamento. Os investimentos são realizados em tempos mais apropriados, ou seja, no início de cada período, de modo que o crescimento contínuo da demanda e geração seja sempre assimilado pelo sistema de forma otimizada no planejamento. Este procedimento facilita a tomada de decisão em cada período e possibilita, ao final de cada estágio, a revisão do planejamento para estágios posteriores.

Ao considerar múltiplos estágios no processo de otimização, o objetivo é minimizar o custo presente da soma de todos os investimentos realizados ao longo dos anos, correspondente ao período simulado, (ESCOBAR, 2004). Vários trabalhos para resolver os problemas de PEST

multiestágio podem ser encontrados na literatura (SILVA, 2013; ZHANG et al., 2012; QIU et al. 2015).

Outras formas de resolver o planejamento multiestágio é o planejamento *backward* e planejamento *forward* (BINATO et al. 2004; VINASCO et al. 2011; LATORRE et al, 2003; SILVA, 2013; RESENDE, 2014):

- **Planejamento *forward*:** pseudo-dinâmico ou planejamento para frente, é um método para solução do problema PESTM que consiste na solução de problemas de expansão estática sequencialmente. A topologia base é considerada parte da solução (linhas) do planejamento estático. De posse disso, é possível resolver o problema estático do estágio seguinte que, caracterizado por possuir etapas, passa a ser o número de novas linhas a serem construídas com as linhas existentes e agregadas às linhas existentes nesta etapa. Diante deste contexto, essas linhas irão diminuir o número máximo de linhas a serem construídas nos caminhos correspondentes.
- **Planejamento *backward*:** Planejamento para trás, é um método de aproximação que resolve problema de PESTM, considerando o horizonte de planejamento. Consiste em resolver primeiramente o último estágio, desta forma, soluciona o estágio anterior considerando as linhas da solução final como sendo o número máximo de linhas permitidas para serem instaladas em cada caminho (antecipando-se apenas o investimento tomado para o horizonte de planejamento).

1.2 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Com a desregulamentação na indústria energética, o monopólio passou a ser discutido inserindo um novo modelo, com base na competição da atividade de geração e estrutura de mercado elétrico, em que cada país elege um modelo adequado às suas necessidades e perfil, visto que não existe um modelo padrão (HUNT, 1996). Em virtude desta reestruturação do setor elétrico, a energia passou a ser comercializada, podendo ser comprada e vendida.

A reestruturação do setor elétrico levantou novos desafios para os planejadores da expansão de sistemas de transmissão. As principais estratégias usadas pelos planejadores são basicamente: abordagem do custo e benefício ao invés da abordagem clássica de menor custo e incertezas financeiras e físicas em virtude do processo de reestruturação (WU, 2006; XU 2006; CHEN, 2014).

Existem alguns modelos matemáticos propostos na literatura para lidar com diferentes requisitos e/ou objetivos. Em sua grande maioria esses modelos são baseados em otimização, podendo ser multi-objetivos ou não, permitindo ao planejador lidar com diferentes objetivos e incerteza na geração. Isto permite encontrar um plano de expansão ótimo, utilizando como base em uma análise de custo-benefício (MAGHOULI, 2011).

Em sistemas de energia desregulamentados, os planejadores de sistemas de transmissão não possuem acesso a determinadas informações das empresas de distribuição e geração de energia por serem confidenciais. Desta forma, se deparam com incertezas extras, são elas: incertezas probabilísticas ou aleatórias; incertezas limitadas ou não aleatórias (OLOOMI, 2004; MAGHOULI, 2011)

O planejamento da expansão de sistemas de transmissão que considera incerteza na geração, apresenta um comportamento não aleatório. Este comportamento não poderá ser modelado por funções de distribuição probabilística. De acordo com a literatura especializada, (OLOOMI, 2006; OLOOMI, 2004; MAGHOULI, 2011; ANDREONI, 2007; FANG, 2003; CHEN, 2014) para lidar com incerteza na geração as técnicas de solução são classificadas em três grandes categorias:

- probabilísticas;
- *fuzzy*;
- abordagem com base em cenários.

Em sistemas de energia, a fonte e o tipo da incerteza na geração, podem comprometer a eficiência da técnica de análise desta incerteza. Para contornar esse problema, utiliza-se uma abordagem em cenários de geração, uma ferramenta eficiente para modelar incertezas não-aleatórias (MIRANDA, 1998). O planejamento da expansão em sistemas de transmissão baseado em cenários de geração, consiste em abordar grandes incertezas, apresentando um impacto significativo em tomadas de decisões. Um cenário de geração representa um conjunto de resultados e/ou a realização de todas as incertezas na geração de energia (OLOOMI, 2006). A ideia se concentra basicamente em estudar diferentes estudos de subproblemas, isto é, diferentes cenários de geração, que sejam capazes de descobrir tendências e possibilitar encontrar soluções de boa qualidade para o subproblema que cheguem o mais próximo da realidade (ROCKAFELLAR, 1991).

1.3 MOTIVAÇÃO

O planejamento da expansão de sistemas de transmissão é um problema de grande complexidade, onde a solução geralmente envolve o uso de métodos matemáticos sofisticados. A reestruturação do setor elétrico impôs novos objetivos e incertezas no problema PEST. Sendo assim, novos critérios e abordagens são necessários para o planejamento da transmissão em ambientes competitivos.

Na maioria dos artigos encontrados na literatura especializada, o problema PEST é resolvido considerando apenas um único cenário de geração e também é realizado para apenas um período, ou seja, planejamento estático. A motivação desta pesquisa está em resolver o problema PEST considerando múltiplos cenários de geração e também em estender o planejamento para multiestágio, em que o interesse não é apenas definir onde e quais linhas e/ou reforços devem ser adicionados no sistema elétrico, mas também quando as linhas serão adicionadas ao longo do horizonte de planejamento para assegurar um nível apropriado de fornecimento de energia elétrica.

Em um mercado elétrico competitivo é importante desenvolver planos de expansão de sistemas de transmissão capazes de lidar com padrões futuros de geração de energia. O desafio é propor um método para solucionar o problema PEST que atenda múltiplos cenários de geração, o que representa o comportamento de um sistema elétrico real.

O custo de investimento para o problema PEST multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração, é geralmente maior em relação aos custos dos planos de expansão tradicionais, em que se considera apenas um único período e cenário. Desta forma, há a necessidade de obter um plano de expansão para múltiplos estágios e cenários de geração que opere adequadamente para todos os cenários de geração simultaneamente e cujo custo de investimento não cresça de forma proibitiva, ou seja, com alto custo.

Com a necessidade de considerar múltiplos cenários que atendam adequadamente a todos os cenários de geração previamente definidos, esta pesquisa apresenta-se como um modelo matemático para o problema PEST, considerando múltiplos cenários de geração e também para o problema PESTM, considerando múltiplos cenários para encontrar o plano ótimo de expansão único.

1.4 OBJETIVO

O tema central da pesquisa é formular modelos de programação matemática para resolver o problema de PEST estático e PESTM, ambos considerando múltiplos cenários. Assim, o primeiro objetivo é apresentar um modelo matemático que descreva variáveis de decisão e relações matemáticas, o qual deve encontrar um plano ótimo de expansão adequado para operar em cada um dos cenários de geração previamente especificados. Outro objetivo é apresentar uma estratégia com modificação do modelo matemático proposto para encontrar soluções de boa qualidade, reduzindo os custos de investimento mesmo apresentando soluções com pequenos cortes de carga, pequenos deslocamentos do nível de geração e pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão.

A proposta desta pesquisa consiste em resolver os problemas de PEST estático e o problema PESTM, ambos considerando múltiplos cenários contendo os seguintes aspectos:

- a) A modelagem matemática utilizada é o modelo linear disjuntivo que garante a convergência para a solução ótima para encontrar um único plano de expansão que permita operar o sistema elétrico para múltiplos cenários de geração previamente definidos;
- b) Implementar as formulações matemáticas propostas usando a linguagem de programação AMPL (FOURER, 1990) e resolver o problema com o *solver* CPLEX (IBM ILOG, 2009);
- c) Encontrar soluções de boa qualidade, realizando modificações no modelo matemático proposto, considerando as seguintes possibilidades:
 - Permitir pequenos cortes de carga;
 - Permitir o deslocamento do nível de geração em uma barra geradora através de um pequeno intervalo especificado;
 - Alterar a capacidade de transmissão nas linhas de transmissão em até 5%;
 - Combinar as três estratégias anteriores simultaneamente e também considerando apenas duas mudanças por vez dentre as mencionadas anteriormente.
- d) Para testar e validar a metodologia proposta foram utilizados os sistemas elétricos de Garver de 6 barras e IEEE 24 barras.

Esta pesquisa tem por finalidade obter um plano de expansão único, o qual deve operar adequadamente para diferentes cenários de geração de longo prazo, visto que um sistema elétrico real opera em diversos cenários de geração. Este planejamento será executado considerando-se dois períodos.

A contribuição desta pesquisa consiste em apresentar um método que forneça um plano de expansão eficiente para o problema PEST multiestágio para múltiplos cenários de geração e com um custo mínimo de investimento, utilizando o modelo linear disjuntivo.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta pesquisa está estruturada da seguinte forma:

No capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica sobre os fundamentos de modelos matemáticos e as principais técnicas de otimização usadas para resolver o problema de PEST e suas perspectivas.

No capítulo 3 abordam-se os modelos matemáticos clássicos para resolver o problema de PEST tais como o modelo de transporte, correspondendo ao primeiro modelo matemático para o problema de PEST apresentado por Garver (1970), bem como os modelos CC, o modelo linear disjuntivo e o modelo completo CA.

No capítulo 4 é elaborado o levantamento bibliográfico de modelos matemáticos clássicos para o problema PEST multiestágio.

No capítulo 5 apresenta-se a proposta de modelagem matemática e a estratégia de solução para o problema de PEST, considerando múltiplos cenários de geração.

No capítulo 6 apresenta-se o método de solução o problema PEST multiestágio considerando múltiplos cenários de geração.

No capítulo 7 são apresentadas as análises dos testes e os resultados encontrados utilizando-se o modelo linear disjuntivo e o modelo de transporte, bem como os benefícios econômicos obtidos com a metodologia proposta.

Finalmente, no capítulo 8, são apresentadas as conclusões e as sugestões de trabalhos futuros.

Os dados e as topologias dos sistemas testes utilizados estão presentes no anexo A, já no anexo B são apresentados os testes realizados com os problemas de planejamento clássicos enquanto os artigos publicados são apresentados no anexo C.

2 TÉCNICAS DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PEST

Para resolver o problema de PEST escolhe-se a modelagem matemática apropriada, como por exemplo, o modelo de transporte e o modelo linear disjuntivo. Posteriormente, escolhe-se a técnica de otimização apropriada, como por exemplo, algoritmos heurísticos, algoritmos de otimização clássica e meta-heurísticas.

Para solucionar o problema de PEST de longo prazo dois tipos de técnicas de otimização podem ser utilizadas e classificadas nos seguintes grupos: (1) métodos exatos e (2) métodos aproximados.

Nas próximas seções será apresentada uma breve descrição dos métodos aproximados e dos métodos exatos.

2.1 MÉTODOS APROXIMADOS – HEURÍSTICA USADA NO PROBLEMA DE PEST

Na tentativa de contornar as dificuldades enfrentadas para encontrar a solução para o problema de planejamento utilizando ferramentas de otimização matemática, principalmente em virtude da sua natureza não linear e não convexa, começaram a surgir os algoritmos aproximados. Esses algoritmos encontram-se separados nos seguintes grupos: algoritmos heurísticos e meta-heurísticas.

No planejamento da expansão de sistemas de transmissão, deparam-se com problemas de diversos níveis de complexidade e dificuldades para encontrar soluções de boa qualidade. Uma alternativa para trabalhar com problemas complexos desse tipo é o uso de algoritmos heurísticos, principalmente em problemas não convexos e não lineares, que são técnicas de fácil entendimento e implementação e que buscam encontrar soluções de boa qualidade, isto é, próximas da otimalidade e com um baixo tempo computacional.

As técnicas heurísticas mais utilizadas encontradas na literatura especializada para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão são: algoritmo heurístico construtivo e o algoritmo de busca através de vizinhança. Por essa razão, essas técnicas são apresentadas com mais detalhes a seguir.

2.1.1 Algoritmo heurístico construtivo

Um algoritmo heurístico construtivo (AHC) é um processo iterativo que encontra uma solução, variável por variável, encontrando apenas soluções de boa qualidade. No problema de PEST, um circuito é escolhido por meio de um índice de sensibilidade e é adicionado ao sistema em cada iteração. O processo iterativo somente é encerrado quando é encontrada uma solução de boa qualidade e não são necessárias mais adições de elementos. O AHC pode ser utilizado em problemas não lineares e lineares.

A diferença entre os AHCs existentes é o indicador de sensibilidade. No problema de PEST, os índices de sensibilidade são criados com base em critérios de ótimos locais, isto é, o circuito mais atraente é o que deverá ser adicionado ao sistema elétrico.

Em 1970, Garver propôs o algoritmo heurístico construtivo para o modelo matemático de transporte para solucionar o problema de PEST. Basicamente, a proposta de Garver foi relaxar a integralidade das variáveis inteiras de investimento e encontrar uma solução para o problema de Programação Linear (PL) que identifica o circuito mais interessante e que deverá ser adicionado ao sistema elétrico. Em cada passo, o PL identifica um novo circuito que transporta o maior fluxo de potência relacionada aos circuitos identificados pelo PL resolvido. A proposta apresentada por Garver pode ser estendida a outros modelos matemáticos, tanto para o planejamento estático, como também pode ser estendido para o planejamento multiestágio (GARVER, 1970; SILVA, 2013).

Em geral, algoritmo heurístico (AH) é ideal para sistemas de pequeno porte, portanto, é eficiente na determinação de soluções ótimas. Para este tipo de problema de médio e grande porte, o AH encontra somente soluções de boa qualidade e, em muitos casos, essas soluções estão bem distantes da solução ótima.

O AHC ainda é amplamente utilizado em pesquisas, mesmo com limitações, pois fornece soluções interessantes e que podem ser utilizadas como base para encontrar melhores soluções iniciais para outros métodos como, por exemplo, as meta-heurísticas, que exigem um maior esforço computacional e técnicas clássicas de otimização.

2.1.2 Heurística de busca através de vizinhança

No algoritmo heurístico de busca através de vizinhança, o processo é iniciado a partir de uma solução factível ou infactível e, usando mecanismos de transições apropriados, percorre-

se o espaço de busca e sempre passa para a melhor solução vizinha encontrada. O processo é repetido até que se cumpra o critério de parada estabelecido, por exemplo, caso não haja nenhuma vizinhança melhor do que a solução atual. A melhor solução encontrada é armazenada representando a solução do problema e o processo de busca é finalizado (REZENDE, 2014; ROMERO, 1999).

Para implementar a heurística de busca através de vizinhança, é preciso definir previamente a estrutura de vizinhança para possibilitar a identificação das soluções que são consideradas vizinhas (factíveis ou infactíveis) da solução corrente.

2.2 MÉTODOS APROXIMADOS – META-HEURÍSTICAS UTILIZADAS NO PROBLEMA DE PEST

As meta-heurísticas são métodos de solução que coordenam uma interação entre procedimentos de buscas locais e estratégias de alto nível, para desenvolver processos de otimização capazes de sair de ótimos locais e realizar uma busca robusta através do espaço de busca de solução do problema (GLOVER 2006).

Várias propostas de solução foram apresentadas utilizando as meta-heurísticas para resolver problemas de otimização. Exemplo: meta-heurísticas para métodos de relaxação, processos construtivos, busca através de vizinhança e procedimento evolutivo (VEGA, 2003), conforme apresentados a seguir:

- Métodos de relaxação: trata-se de procedimentos para resolver problemas que usam relaxações do modelo original, já resolvido, a solução encontrada será utilizada como uma facilitadora para a resolução do modelo original.
- Processos construtivos: referem-se a procedimentos que tentam encontrar a solução através de análise e seleção gradual dos componentes que a formam, por exemplo, o GRASP.
- Busca através de vizinhança: guia os mecanismos que utilizam transformações ou movimentos para analisar o espaço de soluções alternativas e estruturas vizinhas associadas como, por exemplo, *Variable Neighborhood Search* (VNS).
- Procedimento evolutivo: é um procedimento baseado em conjuntos de soluções que evoluem ao longo do espaço de busca como, por exemplo, Algoritmo Genético.

A grande vantagem das meta-heurísticas para resolver um determinado problema, varia muito pouco quando se alteram elementos desse problema. No problema de PEST, por exemplo, a forma de solucionar os modelos de transporte, disjuntivo, modelo CC e híbrido é quase a mesma. Em cada caso, deve-se resolver apenas um problema de programação linear de diferentes formas, porém, não é o caso quando se utiliza a decomposição de Benders e os algoritmos *Branch and Bound* (B&B). Por essa razão todas as aplicações de meta-heurísticas em PEST foram aplicadas diretamente no modelo CC.

A implementação das meta-heurísticas é relativamente fácil e geralmente fornece um bom desempenho em todo tipo de sistema elétrico. A grande desvantagem é que podem requerer tempo elevado de processamento para encontrar soluções de boa qualidade.

2.3 MÉTODOS EXATOS - TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO CLÁSSICA USADA NO PROBLEMA PEST

Os métodos exatos ou métodos de otimização clássica, em geral, usam técnicas de otimização de decomposição matemática. As técnicas de otimização clássica garantem a solução ótima para determinados tipos de problemas, porém, o esforço computacional é alto e a implementação não é fácil. Os principais métodos de otimização clássica são: o algoritmo *Branch and Bound* (B&B) e técnicas de decomposição de Benders, Balas, *Branch and Cut*, métodos de planos de corte. Os métodos mencionados são aplicados em problemas de PLIM ou também em problemas binários.

Dentre os métodos clássicos mais conhecidos aplicados à resolução do problema de PEST estão o algoritmo B&B e o método de decomposição de Benders, os quais encontram a solução ótima para o problema. Esses métodos são muito eficientes para resolver o problema de PEST de pequeno e de médio porte. Para o planejamento de sistemas elétricos de grande porte, apresentam problemas de convergência e um custo computacional elevado.

A seguir, é apresentada uma breve descrição do algoritmo B&B e do método de decomposição de Benders.

2.3.1 Branch and bound – B&B

A técnica de solução B&B é um algoritmo enumerativo, com estrutura de resolução baseada na construção de uma árvore, onde cada nó da árvore representa um problema candidato e os caminhos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Através

desta árvore, todas as soluções inteiras da região factível do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito, o que garante que todas as soluções ótimas sejam encontradas (RENDÓN, 2007).

Em geral, o método de B&B consiste em utilizar a estratégia de “dividir para conquistar”. O problema original é dividido em subproblemas menores, sucessivamente, até que esses problemas possam ser completamente resolvidos. Na primeira etapa (*branching*) é realizada a divisão da região factível de um problema em sub-regiões ou subproblemas menores. A sondagem (*fathoming*) é realizada encontrando uma limitante (*bounding*) da melhor solução que pode ter um subproblema (solução parcial ótima), garantindo que a solução ótima global não se encontre neste subproblema.

O algoritmo B&B foi pouco usado para resolução do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e muito utilizado para resolver o problema mestre do método de decomposição de Benders. Embora seja conceitualmente simples, o algoritmo B&B apresenta alta complexidade na implementação computacional. As principais pesquisas do uso do algoritmo B&B no problema de planejamento da transmissão foram propostas por Haffner et al. (2001) e Haffner et al. (2000), e nos dois casos foi usado o modelo matemático de transporte.

2.3.2 Decomposição de Benders

A decomposição de Benders é um método de decomposição matemática utilizada para resolver o problema de PEST (BENDERS, 1962; ROMERO, 1989). Este método permite decompor o problema de planejamento em subproblemas e são divididos em:

- Um subproblema de investimento ou mestre: existe somente uma variável contínua como parte da decomposição, a sua formulação matemática corresponde a um problema de PLIM.
- Um subproblema escravo ou de operação: possui como variáveis os fluxos e os ângulos de tensão de barras. O subprograma corresponde a um problema de programação linear que pode ser solucionado com o uso de algoritmos eficientes de PL.

A decomposição de Benders resolve o problema de PEST através de uma técnica iterativa dos subproblemas de operação e investimento.

2.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Abordagens de otimização para o problema PEST baseadas em meta-heurísticas demonstraram o potencial de encontrar soluções de boa qualidade e são relativamente simples. Várias meta-heurísticas foram propostas na última década para resolver os problemas PEST, como por exemplo, Maghouli et al. (2011) que soluciona o problema de PEST multiestágio baseada em risco, usando um modelo matemático multi-objetivo estocástico com análise de cenários de geração. São considerados três objetivos: (1) O custo social total; (2) o critério de arrependimento máximo e (3) o critério de confiabilidade, correspondendo ao custo máximo de ajuste. As incertezas na geração são consideradas definindo uma série de cenários. A meta-heurística algoritmo genético é usada para resolver o modelo matemático.

No artigo de Silva et al. (2011), é apresentada uma proposta para resolver o problema de PEST multiestágio, utilizando meta-heurísticas e é realizada uma comparação de desempenho entre as meta-heurísticas (Particle Swarm Optimization e Tabu Search). O objetivo final é encontrar as melhores sequências que minimizem o custo de investimentos e perdas. O desempenho das meta-heurísticas foi avaliado através de um índice que mede a qualidade das melhores sequências encontradas.

A integração de recursos de energia renovável em sistemas de energia elétrica aumentou as preocupações financeiras e técnicas relacionadas ao planejamento de expansão de transmissão baseada em mercado elétrico competitivo. Arabali et al. (2014), propõe uma estrutura estocástica para resolver o problema PEST multiestágio (geração eólica) e com modelo matemático multi-objetivo para satisfazer requisitos de confiabilidade e oferecer incentivos econômicos para investidores.

Liu-Dong et al. (2014) apresentam um método para abordar as deficiências de ignorar a correlação entre a velocidade do vento no problema PEST com parques eólicos usando um método combinado com simulação de Monte Carlo e amostragem de hipercubo que pode lidar com as dependências entre as variáveis aleatórias de entrada. Os autores focam nos efeitos da correlação entre velocidade do vento e o índice de segurança no esquema de planejamento. O modelo matemático para resolver o problema PEST considera múltiplos objetivos, sendo eles: o investimento na construção de novas linhas de transmissão e o índice de segurança como função objetivo.

Com as crescentes alterações climáticas aumentou-se a preocupação de como será gerada a energia. Uma alternativa para contornar esse problema é o uso de gás natural, um

recurso de geração limpa na indústria de energia. Neste contexto, Qiu et al. (2015) propõe um co-planejamento de expansão flexível multi-estágio considerando incertezas na geração, usando o recurso de gás natural. O processo de co-planejamento utiliza um modelo de programação não linear inteiro misto. Esta abordagem de co-planejamento de expansão fornece planos de expansão identificando onde, quando e que tipo de linhas de transmissão e tubulações de gás serão instaladas.

Zhang et al. (2017) propõe resolver o problema PEST multiestágio, usando uma extensão do modelo linear disjuntivo reduzido considerando restrições de segurança do tipo N-1. Os autores realizam uma comparação com o modelo tradicional reduzindo as variáveis e restrições binárias, o que resulta em um custo computacional significativamente menor e sem comprometer a otimalidade do problema PESTM.

Kazerooni et al. (2009), resolvem o problema PEST multiestágio de forma flexível para lidar com as incertezas na geração e com pós-contingência. Apresentam uma ação de comutação do sistema pós-contingência corretiva, permitindo que o sistema seja reconfigurado de forma eficiente em condições de contingência. Para resolver o problema foi utilizado um modelo de programação linear considerando cenários de geração, e proposto como técnica de solução a combinação de técnicas heurísticas e algoritmo genético. Esta abordagem permite aplicações futuras em redes inteligentes.

A expansão da transmissão exerce uma função fundamental na integração crescente de fontes de energia renováveis. Neste contexto, Moreira et al. (2017) apresentam um método para resolver o problema PEST sob incerteza de geração eólica, representadas em cenários de geração e utiliza o critério de minimizar o máximo arrependimento (min-max) para escolher o melhor plano de expansão e também consideram o critério de segurança do tipo N-1. Os autores propõem um modelo matemático de programação linear inteiro misto com cinco níveis para resolver o problema PEST. São eles: o 1º nível, que utiliza o critério de minimizar o máximo arrependimento para escolher o plano de expansão; o 2º, realiza a expansão da geração; o 3º, co-otimização da energia; o 4º, realização de interrupções do sistema e o 5º, que decide sobre o ótimo controle corretivo pós-contingência.

Chen et al. (2014) apresentam dois modelos de otimização para resolver o problema PEST considerando incertezas na geração. Os autores utilizam dois critérios para determinar qual plano de expansão será escolhido. O primeiro critério, minimiza o máximo custo e o

segundo, minimiza o máximo arrependimento. Ao usar os critérios mencionados é realizada uma comparação entre os critérios e avaliação do desempenho dos mesmos.

O desenvolvimento de sistemas de energia que emitem baixa emissão de gás carbônico tornou-se fundamental para lidar com o aquecimento global. Neste contexto, Lu *et al* (2013), propõem um modelo de otimização para resolver o problema PEST sob economia de baixa emissão de carbono. O modelo matemático proposto considera fatores de baixa emissão de carbono bem como seu impacto no planejamento.

Alizadeh et al. (2013) resolvem o problema PEST de longo prazo, considerando duas fontes de incerteza: o custo de investimento para construção de novas linhas e a demanda no horizonte do planejamento. A proposta dos autores emprega a formulação matemática determinística de um problema PLIM. Os resultados obtidos indicam a necessidade de uma previsão de carga precisa para um plano de expansão apropriado.

No artigo de Asadamongkol e Eua-arporn (2009), apresenta-se solução para o problema de PEST, considerando restrições de segurança baseados em um algoritmo heurístico utilizando o modelo matemático CC. Esta técnica consiste em duas fases, sendo que na primeira estabelece-se um plano inicial por um processo de busca baseado no método simplex modificado e um índice de sensibilidade e, na segunda fase, partindo do plano inicial, é realizada a busca local.

Mendonça e Dias (2017), resolvem o problema PEST estático voltado para o processo de otimização multimodal utilizando o modelo matemático DC. No método de solução para encontrar o plano de expansão foi usado o algoritmo heurístico construtivo baseado em um índice, onde as restrições de decisões de expansão são relaxadas e representadas através da função tangente hiperbólica.

Jimenez et al. (2017) propõem resolver o problema PEST utilizando o critério de otimização multi-objetivo usando algoritmo genético (GA) para encontrar o plano de expansão. A implementação do algoritmo GA permitiu realizar uma busca local e global dentro do espaço de soluções viáveis.

Zang et al. (2013), apresentam um modelo determinístico PLIM para resolver o problema PEST estático, sendo consideradas no horizonte de planejamento as perdas nas linhas e a implementação de sistemas de armazenamento de energia.

Sum-Im e Ongsakul (2012) resolvem o problema PEST considerando perdas nas linhas de transmissão, utilizando o algoritmo de evolução diferencial adaptativa modificado para o fluxo de potência DC. A técnica de solução proposta pelos autores fornece solução precisa e com características robustas.

2.4 REFERÊNCIA PARA FORMULAR O PROBLEMA DE PEST PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

A seguir, apresenta-se um resumo estendido do artigo de Fan e Hill (2003) uma importante contribuição no estudo do problema de planejamento de sistemas de transmissão de energia elétrica.

Neste artigo de Fang e Hill (2003) é proposta a resolução do problema de planejamento considerando múltiplos cenários de geração. A estratégia de Fang-Hill foi apresentar um modelo matemático capaz de considerar vários padrões de fluxo de potência (cenários) impulsionados pelo mercado elétrico competitivo. Para determinar o melhor plano de expansão foi realizada uma análise que estabelece critérios de decisão para identificar e gerenciar os riscos de cada plano. A modelagem matemática apresentada é a de um problema de Programação Não-Linear Inteiro Misto. Para validar a proposta, foi usado o sistema elétrico IEEE 24 barras composto por 5 cenários de geração.

O esquema de análise de decisão tem três passos principais:

1. O primeiro passo consiste em encontrar o valor do atributo, isto é, a qualidade de cada par de plano de expansão - cenário futuro de geração que pode ser representado pela relação:

$$a_{k,s} = a(pl_k, fu_s); a_{opt,s} = a(pl_{opt,s}, fu_s) \quad (1)$$

Onde fu_s é o cenário de geração futuro s representando a operação no cenário de geração s , pl_k é o plano de expansão k e $pl_{opt,s}$ é o plano ótimo de expansão operando com o cenário de geração futuro s , isto é, quantifica o desempenho do plano de expansão considerado ótimo e opera com o cenário de geração s (nesse caso, esse plano operando no cenário de geração s não produz corte de carga). Um atributo representa um objetivo de compromisso. Na estratégia proposta, o atributo $a_{k,s}$ é definido como a soma do custo por investimento em expansão (construção de linhas de transmissão produzido pelo plano pl_k) e o custo por corte de carga que o plano pl_k produz quando opera com os dados do cenário de geração futuro fu_s .

Portanto, $a_{opt,s}$ representa os custos de expansão e de corte de carga quando o plano ótimo de expansão do cenário de geração s opera com o cenário de geração futuro fu_s (nesse contexto não existem custos por corte de carga) e $a_{k,s}$ é igual ao custo de investimento do plano pl_k mais os custos de corte de carga que o plano pl_k produz quando opera no cenário de geração futuro fu_s .

2. Deve-se calcular o arrependimento (*regret*) para cada par de plano de expansão - cenário futuro de geração, usando a seguinte relação:

$$regret_{k,s} = a_{k,s} - a_{opt,s} \quad (2)$$

Observe que o arrependimento do plano ótimo de expansão $pl_{opt,s}$ para o cenário de geração futuro fu_s é zero. Se o arrependimento do plano de expansão pl_k é zero para todos os cenários de geração futuros (em outras palavras, o mesmo plano de expansão é ótimo para todos os cenários de geração futuros, assim como acontece com o plano de 532 milhões de dólares para o sistema elétrico IEEE 24 barras com 4 cenários futuros de geração), então esse plano de expansão é chamado de robusto.

3. Se não existe plano robusto (como acontece com todos os planos de expansão encontrados por Fang-Hill), então deve-se escolher o melhor plano de expansão dentre os planos de expansão pl_k conhecidos. O melhor plano pode ser identificado de acordo com diferentes critérios de seleção. Na maioria dos casos, a recomendação é identificar o melhor plano de expansão usando o arrependimento mínimo máximo de acordo com a seguinte relação:

$$\min_k [\max_s (regret_{ks})] \quad (3)$$

Entretanto, se a probabilidade W_s para cada cenário futuro de geração s for conhecida, logo, o melhor plano de expansão pode ser encontrado usando o arrependimento mínimo máximo modificado da seguinte forma:

$$\min_k [\max_s (W_s \cdot regret_{ks})] \quad (4)$$

A probabilidade W_s para cada cenário futuro de geração s pode ser calculada usando o simulador de mercado do tipo Monte Carlo de acordo com a frequência de ocorrência de cada cenário futuro de geração.

O artigo de Fang-Hill mostra cinco planos de expansão e cinco cenários futuros de geração. Os resultados são mostrados na Tabela 1. Nessa tabela, aparecem os custos de expansão de cada um dos cinco planos de expansão e os custos totais relacionados com cada

plano de expansão operando em um determinado cenário de geração. Assim, por exemplo, o plano de expansão pl_1 apresenta custos de expansão de 454 milhões de dólares e apresenta o seguinte comportamento quando opera com cada cenário de geração:

- Operando com o cenário de geração fu_t os custos totais estão representados apenas pelos custos de expansão (454 milhões de dólares), já que não existe corte de carga quando opera no cenário de geração fu_t .
- Operando com o cenário de geração fu_1 os custos totais estão representados apenas pelos custos de expansão (454 milhões de dólares), já que não existe corte de carga quando opera no cenário de geração fu_1 . Deve-se observar que esse plano foi gerado de forma que não apresente corte de carga para o cenário de geração fu_1 .
- Operando com o cenário de geração fu_2 os custos totais estão representados pelos custos de expansão (454 milhões de dólares), e os custos de corte de carga quando esse plano opera no cenário de geração fu_2 (47,67 milhões de dólares).
- Operando com o cenário de geração fu_3 os custos totais estão representados pelos custos de expansão (454 milhões de dólares), e os custos de corte de carga quando esse plano opera no cenário de geração fu_3 (295,92 milhões de dólares).
- Operando com o cenário de geração fu_4 os custos totais estão representados pelos custos de expansão (454 milhões de dólares), e os custos de corte de carga quando esse plano opera no cenário de geração fu_4 (84,25 milhões de dólares).

A Tabela 2 mostra os resultados da aplicação do critério de arrependimento mínimo máximo para as propostas apresentadas em (3) e (4).

Os dados da Tabela 2 são montados usando os dados da Tabela 1 e as equações (3) e (6). Assim, por exemplo, a coluna de fu_1 na Tabela 2 é montada descontando 454 do custo total de cada plano dessa coluna, isto é, $(1010,59 - 454) = 556,59$; $(454 - 454) = 0$; $(1005,17 - 454) = 551,17$; $(718,53 - 454) = 264,53$ e $(736,82 - 454) = 282,82$.

Tabela 1 - Matriz de atributos de plano de expansão - cenário de geração.

"Plano-Futuro"		Futuros				
Planos	Custos	fu_t	fu_1	fu_2	fu_3	fu_4
pl_t	Investimento	224	224	224	224	224
	Corte de carga	0	786,59	786,59	205,17	318,98
	Total	224	1010,59	1010,59	429,17	542,98
pl_1	Investimento	454	454	454	454	454
	Corte de carga	0	0	47,67	295,92	84,25
	Total	454	454	501,67	749,92	538,25
pl_2	Investimento	451	451	451	451	451
	Corte de carga	0	554,17	0	554,17	299,07
	Total	451	1005,17	451	1005,17	750,07
pl_3	Investimento	292	292	292	292	292
	Corte de carga	0	426,53	426,53	0	95,15
	Total	292	718,53	718,53	292	387,15
pl_4	Investimento	376	376	376	376	376
	Corte de carga	0	360,82	360,83	128,81	0
	Total	376	736,82	736,82	504,81	376

Fonte: Fang e Hill (2003).

Assim, os dados da penúltima coluna da Tabela 2 são encontrados de forma que cada elemento dessa coluna é o máximo dentre os cinco valores da linha da matriz de arrependimento. Assim, para pl_t temos que $\max [0 \ 556,59 \ 559,59 \ 137,17 \ 166,98] = 559,59$. Finalmente, o plano de expansão escolhido é obtido usando a equação (3), isto é, $\min [559,59 \ 457,92 \ 71,17 \ 26,53 \ 285,82] = 267,53$. Portanto, o melhor plano de expansão escolhido de acordo com o critério da equação (5) é o plano pl_3 com um custo de expansão de 292 milhões de dólares.

Outra alternativa consiste em escolher o melhor plano de expansão usando a equação (6). Para fazer isso Fang-Hill usou os seguintes valores de probabilidades para cada cenário de geração:

$$W_s \{0,1 \quad 0,1 \quad 0,6 \quad 0,1 \quad 0,1\}$$

Usando esses valores, foram encontrados os resultados mostrados na última coluna da Tabela 2. Por exemplo, para o plano de expansão pl_1 , inicialmente encontramos os elementos da matriz de arrependimento modificada usando a relação $W_s \text{ regret}_{ks}$. Esses resultados são os seguintes:

$$0,1(230) = 23; \quad 0,1(0) = 0; \quad 0,6(50,67) = 30,40; \quad 0,1(457,92) = 45,79; \quad 0,1(162,25) = 16,22.$$

Portanto, o segundo elemento da última coluna da Tabela 2 é encontrada usando a seguinte relação:

Tabela 2 - Matriz de arrependimento de plano de expansão - cenário de geração.

“Plano-Futuro”	fu_t	fu_1	fu_2	fu_3	fu_4	COM BASE EM (3)	COM BASE EM (4)
pl_t	0	556,59	559,59	137,17	166,98	559,59D	335,75E
pl_1	230	0	50,67	457,92	162,25	457,92C	45,79A
pl_2	227	551,17	0	713,17	374,07	713,17E	71,32B
pl_3	68	264,53	267,53	0	11,15	267,53A	160,52C
pl_4	152	282,82	285,82	212,81	0	285,82B	171,49D

Fonte: Fang e Hill (2003).

$$\max [23 \quad 0 \quad 30,40 \quad 45,79 \quad 16,22] = 45,79$$

Da mesma forma são encontrados todos os elementos da última coluna da Tabela 2. Neste caso, usando o critério definido na equação (6), o melhor plano é encontrado usando a seguinte relação:

$$\min [335,75 \quad 45,79 \quad 71,32 \quad 160,52 \quad 171,49] = 45,79$$

Os autores classificam os planos de expansão em A, B, C, D e E, sendo que, A é o melhor e E o pior. Desse modo, de acordo com a estratégia definida pela equação (6), o melhor plano de expansão é o plano pl_1 com um investimento de 454 milhões de dólares.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA TRADICIONAL DO PROBLEMA DE PEST

Neste capítulo são apresentados os principais modelos matemáticos encontrados na literatura especializada para resolver o problema de PEST, com o intuito de fornecer referências que contribuem para um maior entendimento dos modelos matemáticos apresentados nesta pesquisa. Na seção 3.1 são apresentados os fundamentos da modelagem matemática. A seção 3.2 apresenta o primeiro modelo matemático para o problema de PEST, o modelo de transporte. Na seção 3.3 é realizada uma breve descrição do o modelo CC. Já na seção 3.4 são descritas as características do modelo linear disjunto, modelo que deu início a este projeto de pesquisa. E por último, na seção 3.5 é apresentado o modelo AC.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Para resolver qualquer problema de engenharia é necessário que se implementem dois processos: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida para solucionar este modelo matemático. A modelagem matemática representa de forma adequada um problema real, devendo ser permitida a resolução do mesmo, por meio de técnicas de resolução disponíveis. Geralmente, à medida que se implementam melhorias no modelo matemático do problema, a técnica de solução se torna mais complexa. Portanto, deve existir um compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida para que se possa utilizar recursos computacionais aceitáveis, ou seja, dentro dos limites da máquina, e obter soluções de boa qualidade (ROMERO, 1999).

A modelagem matemática ideal para descrever as operações reais do problema de PEST seria a utilização do fluxo de carga CA, porém, atualmente são utilizados vários modelos matemáticos aproximados para realizar a modelagem do problema de PEST que, em geral, são modelos matemáticos de versões relaxadas do modelo de CA. Os principais modelos são: modelo de fluxo de carga DC, conhecido também por modelo CC, modelo de transportes e os modelos híbridos linear e não-linear.

A seguir é apresentada uma breve descrição dos principais modelos matemáticos para o problema de PEST encontrados na literatura especializada, bem como as principais características e importância de cada modelo.

3.2 MODELO DE TRANSPORTE

Em 1970, Garver apresentou o modelo de transporte, sendo a primeira proposta sistemática de modelo de PEST, tornando-se fundamental no desenvolvimento de novas pesquisas para solucionar o problema de PEST, pois era a única forma de efetuar otimização do problema com as técnicas disponíveis na época. Por ser um modelo relaxado foi denominado modelo de síntese de sistema de transmissão, em que fornece o planejamento considerando apenas o fluxo de potência ativa e conseqüentemente, resolve somente o problema de capacidade de transmissão (GARVER, 1970; SILVA 2013).

Neste modelo é considerado somente a Lei de Correntes de Kirchhoff e a capacidade de operação de circuito e geradores. A formulação matemática é representada pela equação (5).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (5a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (5b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (5c)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (5d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (5e)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (5f)$$

A equação (5a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas. A restrição expressa pela equação (5b) corresponde à primeira lei de Kirchhoff (lei das correntes), denominada equação de balanceamento de potência em cada barra do sistema elétrico. A restrição (5c) é a capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores), sendo o valor absoluto necessário, uma vez que o fluxo de potência é bidirecional. Na restrição representada por (5d), temos os limites de geração nas barras i . A restrição (5e) é a limitação do número de linhas a serem instaladas no caminho ij . Na restrição (5f), a variável n_{ij} é especificada como inteira.

O modelo de transporte é um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), sendo utilizado em sistemas elétricos de grande porte. A solução deste tipo de modelo é complexa devido à restrição (5f), pois não é possível inserir circuitos fracionários no sistema, ou seja, se o n_{ij} , tivesse valores reais o problema seria resolvido por problema de PL, tornando assim um problema simples, mesmo para um sistema de grande porte (SILVA, 2013; ROMERO, 1999; RIDER 2006).

A principal vantagem apresentada pelo modelo de transporte é a linearização do modelo, em que se eliminam as restrições não lineares presentes na segunda Lei de Kirchhoff, característica que faz com que praticamente não exista diferença em modelar problemas conexos ou problemas ilhados, seguindo os mesmos padrões para sua resolução. Em razão do modelo ser simplificado, aponta uma desvantagem, em que a solução encontrada às vezes pode estar distante da solução real por considerar somente a primeira Lei de Kirchhoff (RIDER, 2006; ROMERO et al. 2002).

3.3 MODELO DE CORRENTE CONTÍNUA (CC)

O modelo CC é um modelo generalizado do modelo de fluxo de carga CC, por este motivo, é o modelo mais utilizado em PEST. Nesse modelo, todos os circuitos obedecem às duas leis de Kirchhoff (lei das correntes e tensão). O modelo CC corresponde a um problema de Programação Não-Linear Inteiro Misto (PNLIM) e de grande complexidade. Neste modelo é considerada apenas a potência ativa. Na literatura especializada encontram-se várias técnicas de otimização propostas para resolvê-lo.

Este modelo é considerado até o momento, o ideal a ser utilizado para resolver o problema PEST. Para sistemas complexos e de grande porte, todas as técnicas de otimização apresentam somente soluções de boa qualidade. Assim, a modelagem matemática usando o modelo CC assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (6a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (6b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (6c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (6d)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (6e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (6f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (6g)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (6i)$$

O modelo matemático (6) corresponde ao modelo de transporte apresentado pelo modelo (5). A diferença é que, no modelo CC foi acrescentado a equação (6c), que representa a não linearidade do sistema e também a diferença angular entre a barra i e j , que representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff, apresentando maior complexidade em relação ao modelo de transporte. A restrição (6i) representa o ângulo da tensão na barra i que é irrestrito.

3.4 MODELO LINEAR DISJUNTIVO

O modelo linear disjuntivo é uma generalização do modelo CC, ou seja, é um modelo matemático equivalente ao modelo CC. O modelo matemático corresponde a um problema de Programação Linear Inteiro Misto (PLIM).

Sempre é possível transformar um problema Não-Linear quadrático com variáveis inteiras e reais num problema linear com variáveis binárias e reais usando uma transformação que permite “separar” os termos quadráticos em relações lineares (RIDER, 2006).

Com base do modelo CC (6), a primeira etapa para a obtenção do modelo linear disjuntivo é representar os fluxos de potência ativa dos circuitos existentes na configuração base, conforme apresentado na equação (7).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (7a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} (f_{ji} + f_{ji}^0) - \sum_{ij \in \Omega_l} (f_{ij} + f_{ij}^0) + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (7b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7d)$$

$$f_{ij} = n_{ij} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7e)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_{ij} \in \Omega_b \quad (7g)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7h)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (7i)$$

A equação (7e) representa a não linearidade do problema, pois existe uma multiplicação de duas variáveis sendo n_{ij} variável inteira e $(\theta_i - \theta_j)$ variáveis contínuas.

Em seguida, transforma-se a variável inteira n_{ij} em um conjunto Y de variáveis binárias $w_{ij,y}$, que passa a ser representada pelo somatório de $w_{ij,y}$ pertencente ao conjunto Y . A variável binária corresponde à adição ou não de uma linha de transmissão no caminho ij , ou seja, se $w = 1$ será adicionada uma linha y no caminho ij , e, se $w_{ij,y} = 0$ não será adicionada nenhuma linha no caminho ij . O fluxo de potência ativa $f_{ij,y}$ representa o fluxo em cada linha y no caminho ij , assim, o modelo assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (8a)$$

s.a

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij}^0 \right) + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (8b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (8c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (8d)$$

$$f_{ij,y} = w_{ij,y} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (8e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (8f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_{ij} \in \Omega_b \quad (8g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (8h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \mid y > 1 \quad (8i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall_{ij \in \Omega_l, \forall_y \in Y} \quad (8j)$$

Para evitar soluções iguais é necessário adicionar a restrição (8i) que garante a alocação de sequências das linhas y do conjunto Y . A equação (8e) apresenta a não linearidade do problema, pois existe a multiplicação de duas variáveis entre $w_{ij,y}$, uma variável binária e $(\theta_i - \theta_j)$ são variáveis contínuas. Se $w_{ij,y} = 1$, as equações (8e) e (8f) assumem a forma $f_{ij,y} = \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}}$ e $|f_{ij,y}| \leq \bar{f}_{ij}$; se contrário, $f_{ij,y} = 0$. Desta forma, elas são substituídas pela seguinte restrição:

$$|x_{ij}f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij \in \Omega_l, \forall_y \in Y} \quad (9)$$

A relação (9) garante que a diferença angular fique livre se não for adicionada à linha de transmissão, por outro lado, se transforma na relação (8e) quando existe linha de transmissão. O M é um valor constante consideravelmente grande para representar o grau de liberdade da diferença angular no ramo ij . Sendo assim, o modelo linear disjuntivo assume a seguinte formulação matemática:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (10a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij}^0 \right) + g_i = d_i \quad (10b)$$

$$\forall_i \in \Omega_b$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij \in \Omega_l} \quad (10c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall_{ij \in \Omega_l} \quad (10d)$$

$$|x_{ij}f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij \in \Omega_l, \forall_y \in Y} \quad (10e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ji \in \Omega_l, \forall_y \in Y} \quad (10f)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ji,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij \in \Omega_l} \quad (10g)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij \in \Omega_l, \forall_y \in Y | y > 1} \quad (10h)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (10i)$$

A função objetivo representada pela equação (10a) é o custo de investimento da construção de linhas e $w_{ij,y}$ é a variável binária, representando a maior fonte de complexidade no problema. As restrições (10b), (10c) e (10e) são as equações linearizadas de fluxo de potência para linhas existentes e para as candidatas, respectivamente. A restrição (10h) permite a instalação sequencial das linhas novas no ramo ij e evita soluções iguais. As demais restrições representam os limites operacionais e de integralidade do sistema elétrico.

O circuito adicionado y é alocado no caminho ij se $w_{ij,y} = 1$ e também se a equação (10e) de fluxo de potência for igual a equação de fluxo de potência (10c) de um circuito existente. Por outro lado, se $w_{ij,y} = 0$ o circuito y não é alocado no caminho ij , o parâmetro M deve ser grande o bastante para não impor um limite implícito sobre as diferenças de ângulo de tensão ($\theta_i - \theta_j$) entre as barras i e j na inequação (10e).

A principal diferença entre o modelo linear disjuntivo e o modelo CC está no aumento das dimensões do problema devido a introdução de variáveis binárias w_{ij} , uma vez que no modelo CC são usadas variáveis inteiras n_{ij} , e também a escolha do parâmetro M grande em cada restrição que passa a representar o fator complexo na solução do modelo disjuntivo. A vantagem do modelo linear disjuntivo está relacionada com a modelagem linear inteira mista, que possibilita o desenvolvimento de algoritmos adequados, com propriedades de convergência interessantes do ponto de vista teórico (BINATO, 2004; SILVA, 2013).

3.5 MODELO CA – CORRENTE ALTERNADA

O modelo matemático ideal para considerar a operação adequada de um sistema elétrico, seria representar o problema por meio de relações matemáticas de fluxo de carga CA. Na realidade, há diversos motivos que impossibilitam o uso com mais frequência deste modelo para solucionar o problema de PEST, como por exemplo, o problema de planejamento de sistemas de transmissão, que resolve-se apenas com o fornecimento de potência ativa no sistema elétrico, e em uma fase posterior se resolve o problema de fornecimento de potência reativa (planejamento de reativos) (RENDÓN, 2008; ROMERO, 1999; REZENDE, 2013):

As técnicas utilizadas pelo modelo matemático dificultam a solução simultânea no problema de sistemas de transmissão (construção de linhas ou transformadores) e a alocação de reativos no sistema elétrico (ROMERO, 1999).

A modelagem matemática para o problema de PEST utilizando o modelo CA, pode ser definida como uma extensão do modelo CC, expressa pela equação (11).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (11a)$$

s.a.

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}] + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (11b)$$

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}] = e_i - q_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (11c)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{de} \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (11d)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{para} \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (11e)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (11f)$$

$$\underline{q}_i \leq q_i \leq \bar{q}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (11g)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (11h)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (11i)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (11j)$$

Em que:

q_i e e_i Valores de geração e demanda, respectivamente.

\bar{q}_i e \underline{q}_i Limite máximo de geração de potência reativa na barra i e limite mínimo de geração de potência reativa na barra i , respectivamente.

V_i , \underline{V} e \bar{V} Magnitude de tensão na barra i , limite mínimo de magnitude de tensão e limite máximo da magnitude de tensão, respectivamente.

s_{ij}^{de} , s_{ij}^{para} e \bar{s}_{ij} São fluxos de potência aparente.

A equação (11a) representa a função objetivo que é o custo de investimento pela adição de novas linhas de transmissão. As equações (11b) e (11c) são equações convencionais generalizadas de potência CA, sendo n_{ij} o número de circuitos existentes (transformador e linha) como variáveis, onde a diferença angular de fase entre as barras i e j são representadas por $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$. A restrição (11d) e (11e) são limites em MVA nos fluxos de potência aparente das linhas. Os limites de potência ativa e reativa nos geradores são dados por (11f) e

(11g), respectivamente. A magnitude de tensão representada pela equação (11h) e a equação (11i) representa o limite máximo de linhas a serem construídas em cada ramo. A restrição (11j) representa o carácter inteiro da adição de linhas de transmissão. Os complementos do modelo CA são as seguintes equações:

$$s_{ij}^{de} = \sqrt{(p_{ij}^{de})^2 + (q_{ij}^{de})^2} \quad (12a)$$

$$p_{ij}^{de} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (12b)$$

$$q_{ij}^{de} = -V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (12c)$$

$$s_{ij}^{para} = \sqrt{(p_{ij}^{para})^2 + (q_{ij}^{para})^2} \quad (12d)$$

$$p_{ij}^{para} = V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (12e)$$

$$q_{ij}^{para} = -V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (12f)$$

Em que:

s_{ij}^{de} e s_{ij}^{para} São os fluxos de potência aparente (MVA) no caminho em ambos os terminais, representados pelas equações (12a) e (12d).

p_{ij}^{de} e p_{ij}^{para} Geração de potência ativa nos caminhos ij e em ambos os terminais, presente nas equações (12b) e (12e).

q_{ij}^{de} e q_{ij}^{para} Geração de potência reativa nos caminhos ij e em ambos terminais, dados pelas equações (12c) e (12f).

A equação (13) representa os componentes da matriz de condutância e susceptância, descritas da seguinte forma:

$$\mathbf{Condutância} = \begin{cases} G_{ij} = -(n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \\ G_{ii} = \sum_{j \in \Omega_{bi}} (n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \end{cases} \quad (13)$$

$$\mathbf{Susceptância} = \begin{cases} B_{ij} = -(n_{ij} b_{ij} + n_{ij}^0 b_{ij}^0) \\ B_{ii} = b_i^{sh} + \sum_{j \in \Omega_{bi}} [n_{ij} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + n_{ij}^0 (b_{ij}^0 + (b_{ij}^{sh})^0)] \end{cases}$$

Em que:

Ω_{bi} Conjunto de barras vizinhas a barra i .

g_{ij} Condutância da linha no ramo ij .

b_{ij}^{sh} Susceptância *shunt* da linha no ramo ij (se ij é um transformador $b_{ij}^{sh} = 0$).

b_i^{sh} Susceptância *shunt* na barra i .

4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PESTM

Neste capítulo são abordados os modelos matemáticos para resolver o problema de planejamento multiestágio. O capítulo está organizado da seguinte forma: na seção 4.2 apresenta-se o modelo de transporte para multi-estágio. Na seção 4.3, apresenta-se uma breve descrição do modelo CC multi-estágio. Na seção 4.4 são descritas as características do modelo linear disjuntivo também para múltiplos estágios, e na seção final 4.5, apresenta-se o modelo de transporte para múltiplos estágios, considerando restrições de segurança.

4.1 MODELO DE TRANSPORTE MULTI-ESTÁGIO

Na modelagem matemática apresentada por Garver 1970, o modelo transporte para o problema de PEST pode ser estendido para mais de um estágio, especificando onde, quando e quantas novas linhas ou reforços devem ser realizados, determinando a construção de novas linhas ao longo do período de planejamento. O planejamento PEST multi-estágio possui as mesmas características e restrições presentes no planejamento estático. A formulação matemática é de um problema de PLIM, conforme apresentado em (14).

$$\min v = \sum_{t \in T} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij,t} \quad (14a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij,t} + g_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall t \in T, \forall i \in \Omega_b \quad (14b)$$

$$|f_{ij,t}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (14c)$$

$$0 \leq g_{i,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (14d)$$

$$0 \leq \sum_{t \in T} n_{ij,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (14e)$$

$$n_{ij,t} \quad \text{inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (14f)$$

No modelo (14) T representa um conjunto de estágio t no horizonte de planejamento. A equação (14a) representa o custo de investimento de expansão do sistema elétrico para múltiplos estágios das novas linhas de transmissão, sujeitas às restrições de planejamento, desta

forma, é considerada na formulação matemática de vários estágios com a finalidade de garantir que as soluções encontradas satisfaçam os requisitos de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Portanto, as restrições para o problema de PEST para múltiplos estágios são similares às restrições do planejamento estático. A restrição (14b) é a equação de balanço de potência ativa em cada barra i , correspondendo à primeira lei de Kirchhoff em cada estágio t . A restrição (14c) representa os limites de capacidade de transmissão dos circuitos. A utilização do valor absoluto se faz necessária, uma vez que os fluxos podem fluir nos dois sentidos das linhas, e (14d) corresponde ao limite de geração na barra i no estágio t . A restrição (14e) representa a soma de todas as linhas adicionadas em todos os estágios em cada caminho e que deve ser menor que seu valor máximo. A restrição (14f) apresenta variável $n_{ij,t}$ que deve ser inteira, representando a maior fonte de complexidade no problema.

4.2 MODELO CC MULTI-ESTÁGIO

No trabalho de Escobar em 2004, apresenta-se o modelo CC para o problema de PEST para múltiplos estágios, apresentado pelo modelo de fluxo de potência DC que corresponde a um problema de PNLIM de alta complexidade (SILVA, 2013). O modelo matemático é formulado como:

$$\min v = \sum_{t \in T} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij,t} \quad (15a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij,t} + g_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall t \in T \quad (15b)$$

$$f_{ij,t} = \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \frac{(\theta_{i,t} - \theta_{j,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15c)$$

$$|f_{ij,t}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15d)$$

$$0 \leq g_{i,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (15e)$$

$$0 \leq \sum_{t \in T} n_{ij,t} \leq \bar{n}_{ij,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15f)$$

$$n_{ij,t} \quad \text{inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15g)$$

$$\theta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T | i = ref \quad (15h)$$

O plano de investimento de expansão da transmissão é obtido com referência ao ano base, considerando uma taxa anual I , os valores presentes dos custos de investimento no ano base t_0 e ano inicial do estágio N , (t_N). Desta forma α_{tN} é dado pela equação (16):

$$\alpha_{tN} = \frac{1}{(1 + I)^{t_N - t_0}} \quad \forall_N \in N \quad (16)$$

O modelo CC multiestágio apresenta as mesmas equações do modelo de transporte multiestágio da equação (14), a diferença é que no modelo CC é acrescentada a equação (15c), que representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff em cada estágio t , representando a não linearidade do modelo e produzindo um nível maior de complexidade. Observa-se que o número total de linhas adicionadas no estágio t depende de $n_{ij,t}$ e das linhas adicionadas nos estágios anteriores

4.3 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTI-ESTÁGIO

No trabalho apresentado em Vinasco (2011) e Silva (2013), o modelo linear disjuntivo pode ser estendido para múltiplos estágios, porém, são realizadas algumas modificações nas variáveis, ou seja, as variáveis inteiras $n_{ij,t}$ (15) darão lugar às variáveis binárias $w_{ij,y,t}$, representadas pela equação (17).

$$\min: v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T/t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (17a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,d} = d_{i,t} \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T \quad (17b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = \gamma_{ij} n_j^0 (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}) \quad \forall_{ij \in \Omega_l}, \forall_t \in T \quad (17c)$$

$$|f_{ij,y,t,s} - \gamma_{ij} (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s})| \leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall_{ij \in \Omega_l}, \forall_t \in T, \forall_y \in Y \quad (17d)$$

$$-n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,t,s}^0 \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij \in \Omega_l}, \forall_t \in T \quad (17e)$$

$$-w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,y,t,s} \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij \in \Omega_l}, \forall_t \in T, \forall_y \in Y \quad (17f)$$

$$0 \leq g_{i,t,s} \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T \quad (17g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T \quad (17h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_t \quad (17i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_t, \forall t \in T, \forall y \in Y/y > 1 \quad (17j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_t, \forall t \in T, \forall y \in Y/y > 1 \quad (17k)$$

$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_t, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (17l)$$

$$\theta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T / i = ref \quad (17m)$$

A restrição (17d) representa a linearização da parte da segunda Lei de Kirchhoff, que envolve apenas as linhas novas adicionadas em cada estágio t . As equações (17e), (17f) e (17g) modelam, respectivamente, as restrições dos fluxos das linhas existentes novas e da geração em cada estágio t . A equação (17h), é a limitação do valor do ângulo de fase $\theta_{i,t}$ na barra i no estágio t . A equação (17k), chamada de restrição de acoplamento, garante que as linhas adicionadas no estágio $(t-1)$ sejam consideradas como linhas existentes para o próximo estágio t (VINASCO et al. 2011; SILVA, 2013).

A variável binária corresponde a uma linha que pode ou não ser adicionada no caminho ij no estágio t , ou seja, se $w_{ij,y,t} = 1$, será adicionado o circuito y no caminho ij no estágio t e se $w_{ij,y,t} = 0$ não será adicionado nenhum circuito y . Se o circuito y é construído no caminho ij no estágio $(t-1)$, logo, temos $w_{ij,y,t} = 1$. Desta forma, mesmo que não tenha sido construído no estágio t , temos $w = 1^1$, ou seja, o circuito y é uma linha nova no caminho ij ou seja, não será contado mais de uma vez no cálculo de custo da construção de novas linhas e o número de linhas a serem construídas no estágio t no caminho ij partindo do estágio $t = 2$ (SILVA, 2013), é representado pela equação (18).

$$\left(\sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \right) \quad (18)$$

As linhas são construídas de maneiras independente umas das outras, desta forma, o fluxo de potências $f_{ij,y,t}$ representa cada circuito y no caminho ij no estágio t e o fluxo das linhas existentes $f_{ij,t}^0$ no caminho ij dependerá do estágio t . Com a mudança de variáveis, aumenta consideravelmente o número de variáveis do problema de programação linear inteiro misto (SILVA, 2013).

4.4 MODELO DE TRANSPORTE MULTI-ESTÁGIO E COM RESTRIÇÃO DE SEGURANÇA (N-1)

Uma alternativa em solucionar o problema de PEST para múltiplos estágios é acrescentar restrições de segurança (N-1), que tem por objetivo fornecer um plano de expansão para sistemas de transmissão que permita que o sistema continue operando adequadamente, mesmo com a saída de uma linha de transmissão do sistema elétrico.

O modelo matemático para o problema de planejamento de expansão de sistemas de transmissão com restrições de segurança (N-1), utilizando o modelo de transporte, apresenta a seguinte formulação matemática expressa na equação (19):

$$\min v = \sum_{t \in T} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij,t} \quad (19a)$$

s. a

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji,t,c} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij,t,c} + g_{i,t,c} = d_{i,t} \quad \forall t \in T, \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C \quad (19b)$$

$$|f_{ij,t,c}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C^0 \quad (19c)$$

$$|f_{ij,t,c}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij}^{cont} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C^1 \cup C^2 \quad (19d)$$

$$|f_{ij,t,c}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij}^{cont} (1 - N_{ij,c}^{cont}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall c \in C^2 \quad (19e)$$

$$|f_{ij,t}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (19f)$$

$$0 \leq g_{i,t,c} \leq \bar{g}_{i,t,c} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C^0 \quad (19g)$$

$$0 \leq g_{i,t,c} \leq \bar{g}_{i,t,s}^{cont} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C^1 \cup C^2 \quad (19h)$$

$$0 \leq \sum_{t \in T} n_{ij,t} \leq \bar{n}_{ij,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (19i)$$

$$n_{ij,t} \quad \text{inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (19j)$$

Observa-se que, se $N_{ij,c}^{cont} = 1$ nas restrições (19e), então, a primeira linha candidata do caminho ij é retirada do sistema. A restrição (19f) representa os limites de capacidade de transmissão dos circuitos em cada estágio t , o uso do valor absoluto é necessário para que os

fluxos possam fluir nos dois sentidos. Já (19g) e (19h) representam o limite da geração de potência ativa na barra i , estágio t e limite da geração de potência ativa para cada barra i , estágio t e cenário c , respectivamente. Em (19i), temos a soma de todas as linhas adicionais em todos os estágios em cada caminho, que deve ser menor que seu valor máximo. A restrição (19j) apresenta a variável $n_{ij,t}$ que deve ser inteiro, correspondendo à maior fonte de complexidade do problema.

Deve-se observar que, em alguns modelos apresentados, a geração aparece como variável de decisão. Entretanto, ao analisar o problema de planejamento da expansão com múltiplos cenários de geração, o tema principal a ser abordado nesta pesquisa, a geração, é especificada, isto é, a geração é um parâmetro.

5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PEST COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Este capítulo apresenta a modelagem matemática para solucionar o problema de PEST para múltiplos cenários de geração. Como os testes mostram custos de expansão muito elevados, na sequência, são apresentados modelos matemáticos alternativos ou modificados que permitem encontrar planos de expansão com menos custos, apresentando pequenos cortes de carga ou soluções ligeiramente infactíveis, porém, com a vantagem de uma redução significativa nos custos desses planos para o problema de planejamento da expansão, considerando múltiplos cenários de geração.

5.1 INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa é abordado o problema de PEST considerando múltiplos cenários de geração. Este tipo de problema foi inicialmente proposto por Fang-Hill em 2003. Entretanto, nessa proposta não se encontra um plano de expansão que permita que o sistema opere de forma adequada para todos os cenários de geração. Na verdade, a proposta consiste em encontrar um plano de expansão considerando cada cenário de geração separadamente. De todos esses planos, é escolhido aquele que apresenta melhor desempenho dentre todos os cenários de geração. Em outras palavras, cada plano encontrado é testado para cada um dos quatro cenários diferentes de geração, onde verifica-se o corte de carga apresentado e, nesse contexto, escolhe-se o plano de expansão que apresenta melhor desempenho. Desse modo, propõe-se encontrar um único plano de expansão considerando de forma simultânea todos os cenários de geração. Em outras palavras, o plano de expansão encontrado deve permitir que o sistema opere de forma factível para cada um dos diferentes cenários de geração.

A modelagem matemática para o problema de PEST para múltiplos cenários de geração analisado neste estudo considera apenas um horizonte de planejamento, isto é, o planejamento estático. Nesse contexto, pode-se usar o modelo de transportes, o modelo linear disjuntivo ou qualquer outro modelo dos existentes na literatura especializada. O interesse principal, portanto, é usar o modelo linear disjuntivo, mas, de forma preliminar, também é apresentado o modelo de transportes.

5.2 MODELO DE TRANSPORTE – MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

O modelo de transporte básico de Garver pode ser expandido para o planejamento considerando múltiplos cenários de geração. Dessa forma, o plano de expansão encontrado deve permitir que o sistema opere sem problemas em cada um dos cenários de geração previamente especificado. A formulação matemática deste modelo assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (20a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji}^s - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij}^s + g_i^s = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (20b)$$

$$|f_{ij}^s| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (20c)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (20d)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (20e)$$

A restrição (20b), sendo g_i^s especificado, representa a primeira lei de Kirchhoff, isto é, o balanço de potência ativa em cada barra e em cada cenário s . A restrição (20c) limita os fluxos nas linhas de transmissão para a capacidade máxima de transmissão de cada linha e em cada cenário s . A restrição (20d) limita o número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij e a restrição (20e) define a variável n_{ij} como sendo de tipo inteira.

Na modelagem anterior g_i^s é especificado, isto é, é um parâmetro conhecido; g_i^s é o valor de geração na barra i e no cenário s .

5.3 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

A modelagem apresentada para o modelo linear disjuntivo foi desenvolvida a partir dos artigos apresentados por Vinasco et. al. 2011, Oliveira et. al. 2007 e Rezende 2014, onde o modelo linear disjuntivo é apresentado para múltiplos cenários de geração, modelo este que pode ser resolvido através de técnicas de otimização encontradas na literatura especializada.

O modelo linear disjuntivo para o problema de PEST com múltiplos cenários de geração deverá encontrar um plano de expansão ótimo adequado para todos os cenários de geração. O modelo, do ponto de vista de programação matemática, é um problema de programação linear binário misto, descrito da seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (21a)$$

s.a

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) + g_i^s = d_i$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (21b)$$

$$f_{ij}^{o,s} = \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^s - \theta_j^s) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (21c)$$

$$|f_{ij}^{o,s}| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (21d)$$

$$|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij} (\theta_i^s - \theta_j^s)| \leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (21e)$$

$$|f_{ij,y}^s| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (21f)$$

$$|\theta_i^s| \leq \bar{\theta} \quad \forall_{ij} \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (21g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (21h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \mid y > 1 \quad (21i)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (21j)$$

$$\theta_{ref}^s = 0 \quad \forall_s \in S \quad (21k)$$

A função objetivo representada pela restrição (21a) representa o investimento da construção de novas linhas de transmissão, sendo que g_i^s especificado. A restrição (21b), representa a primeira lei de Kirchhoff, isto é, o balanço de potência ativa em cada barra do sistema elétrico e em cada cenário s . As restrições (21c) e (21d) representam as equações correspondentes às linhas de transmissão existentes bem como a lei das tensões de Kirchhoff aplicadas para as linhas existentes e a capacidade de transmissão de cada linha, respectivamente. Cada restrição (21g) representa o limite do ângulo de tensão em cada barra i no cenário s . A restrição (21e) representa a aplicação da lei de tensões de Kirchhoff para cada linha de transmissão candidata; a restrição (21f) representa o limite de capacidade de transmissão em cada linha candidata à construção; a restrição (21h) limita o número máximo de linhas de transmissão que podem ser construídas em cada caminho ij ; a restrição (21i) exige a adição sequencial das linhas de transmissão em cada caminho. Finalmente, a restrição (21j) indica que a variável $w_{ij,y}$, que representa a possibilidade de adição de uma linha de

transmissão, deve ser do tipo binária e a restrição (21k) fixa a referência angular do sistema em cada cenário.

Nas seguintes seções serão apresentados modelos matemáticos alternativos ao modelo linear disjuntivo apresentado. A ideia central dessas propostas é gerar planos de expansão com menores custos que os encontrados com a proposta de planejamento tradicional para múltiplos cenários de geração.

5.4 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS

Neste caso, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores, mas, que apresentem cortes de carga pequenos e aceitáveis em trabalhos de planejamento da expansão de linhas de transmissão de longo prazo. Dessa forma, calibrando adequadamente o parâmetro de controle de corte de carga, podem ser encontrados planos de expansão interessantes e a qualidade e pertinência desses planos podem ser analisadas posteriormente. Assim, a modelagem matemática permite soluções com pequenos cortes de carga conforme apresentada na equação (22).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} + \alpha \sum_{k \in S} \sum_{i \in \Omega_b} r_i \quad (22a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) + g_i^s + r_i^s = d_i$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (22b)$$

$$f_{ij}^{o,s} = \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^s - \theta_j^s) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (22c)$$

$$|f_{ij}^{o,s}| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (22d)$$

$$|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij} (\theta_i^s - \theta_j^s) - w_{ij,y}| \leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (22e)$$

$$|f_{ij,y}^s| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (22f)$$

$$|\theta_i^s| \leq \bar{\theta} \quad \forall_{ij} \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (22g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (22h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \mid y > 1 \quad (22i)$$

$$0 \leq r_i^s \leq d_i \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (22j)$$

$$0 \leq g_i^s \leq g_i^{esp} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (22k)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (22l)$$

$$\theta_{ref}^s = 0 \quad \forall_s \in S \quad (22m)$$

Nesta estratégia o modelo linear disjuntivo (21) foi modificado acrescentando os custos de corte de carga em todos os cenários de geração na função objetivo presente na equação (22a). Assim, além da função objetivo, as mudanças aparecem na equação (22b) de balanço de potência ativa onde foi adicionada a variável r_i^s , que representa a geração artificial na barra i e no cenário s , isto é, de forma equivalente representa o corte de carga na barra i e no cenário s e a restrição (22j) restringe a geração artificial (o corte de carga) à um valor máximo que é a demanda na barra i . A equação (22k) representa a geração máxima apenas quando considerados cortes de carga no valor especificado de geração.

O parâmetro α na função objetivo é dado em US\$/MW e seu valor deve ser calibrado para que pequenos cortes de cargas, em determinadas condições, sejam preferíveis a construir uma linha de transmissão adicional. Deste modo, calibrando de forma adequada esse parâmetro é possível encontrar planos de expansão com custos menores e com pequenos cortes de carga nos diferentes cenários de geração.

5.5 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Com o objetivo de tornar o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração para o problema de PEST mais próximo da realidade, foi realizada uma pequena modificação no modelo matemático. Assim, o modelo linear disjuntivo resultante assume a seguinte formulação matemática, expressa pela equação (23):

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} + \beta \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^{nb} |g_i^s - g_{i,s}^{esp}| \quad (23a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) + g_i^s = d_i$$

$$\begin{aligned}
f_{ij}^{o,s} &= \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^s - \theta_j^s) & \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S & \quad (23b) \\
|f_{ij}^{o,s}| &\leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S & \quad (23c) \\
|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij} (\theta_i^s - \theta_j^s)| &\leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y}) & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y & \quad (23d) \\
|f_{ij,y}^s| &\leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y & \quad (23e) \\
\underline{g}_i^s \leq g_i^s \leq \overline{g}_i^s & & \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S & \quad (23f) \\
|\theta_i^s| &\leq \bar{\theta} & \forall_{ij} \in \Omega_b, \forall_s \in S & \quad (23g) \\
\sum_{y \in Y} w_{ij,y} &\leq \bar{n}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l & \quad (23h) \\
w_{ij,y} &\leq w_{ij,y-1} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \mid y > 1 & \quad (23i) \\
w_{ij,y} &\in \{0,1\} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y & \quad (23j) \\
\theta_{ref}^s &= 0 & \forall_s \in S & \quad (23k)
\end{aligned}$$

A equação (23a) representa a função objetivo e uma penalização por deslocamento do nível de geração em relação ao valor ideal. Além da função objetivo, as mudanças aparecem na equação (23b) de balanço de potência ativa, onde a geração g_i^s na barra i e no cenário s é uma variável de decisão no novo modelo (era uma grandeza conhecida na formulação tradicional) e, a restrição (23g) é adicionada ao novo problema para restringir a geração em cada barra dentro de um pequeno intervalo de variação. É importante ressaltar que o limite máximo de geração \overline{g}_i^s não ultrapassa a capacidade máxima de geração produzida pela usina geradora, conforme estabelecido no banco de dados apresentado no anexo A.

O parâmetro β está dado em US\$/MW, mas a única finalidade desse parâmetro é penalizar o deslocamento do nível de geração ideal e, portanto, evitar deslocamentos dos níveis de geração de forma inadequada. Desta maneira, o deslocamento da geração é feito apenas quando for estritamente necessário. Portanto, o valor escolhido para β deve ser pequeno para evitar uma competição entre as duas parcelas da função objetivo. Assim, a função objetivo g_i^s representa a geração na barra i e no cenário s , enquanto g_i^{esp} representa a geração ideal.

5.6 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Nesta seção, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores permitindo que as linhas de transmissão apresentem pequenas sobrecargas. Para que essas propostas de expansão do sistema de transmissão sejam aceitáveis, os valores de sobrecarga devem ser pequenos. Assim, nesta pesquisa, foram considerados como sendo aceitáveis sobrecargas de até 5% da capacidade de transmissão de uma linha. Neste caso, na forma mais simples de implementação, não muda a modelagem matemática tradicional apresentada na equação (21). A única mudança acontece na alteração do banco de dados, onde temos $\bar{f}_{ij}^{novo} = \sigma \bar{f}_{ij}^{normal}$ para cada linha de transmissão.

5.7 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Neste caso, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores que apresentem cortes de carga pequenos e aceitáveis em trabalhos de planejamento da expansão de linhas de transmissão de longo prazo, assim como possibilitar a realização de pequenos deslocamentos dos níveis de geração em cada barra de geração e em cada cenário de geração. Nesta estratégia são permitidos dois tipos de mudanças em relação à modelagem tradicional, isto é, pequenos cortes de carga e/ou pequenas variações nos níveis de geração em cada barra. Os parâmetros α e β são calibrados de mesma forma que nos casos anteriores já detalhados. A modelagem matemática que permite soluções com pequenos cortes de carga, assume então a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} + \alpha \sum_{k \in S} \sum_{i \in \Omega_b} r_i + \beta \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^{nb} |g_i^s - g_{i,s}^{esp}| \quad (24a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) + g_i^s + r_i^s = d_i$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (24b)$$

$$f_{ij}^{o,s} = \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^s - \theta_j^s) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (24c)$$

$$|f_{ij}^{o,s}| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S \quad (24d)$$

$$|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij}(\theta_i^s - \theta_j^s)| \leq 2\bar{\theta}\gamma_{ij}(1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (24e)$$

$$|f_{ij,y}^s| \leq w_{ij,y}\bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_s \in S, \forall_y \in Y \quad (24f)$$

$$|\theta_i^s| \leq \bar{\theta} \quad \forall_{ij} \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (24g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (24h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \mid y > 1 \quad (24i)$$

$$0 \leq r_i^s \leq d_i \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S \quad (24j)$$

$$\underline{g}_i^s \leq g_i^s \leq \overline{g}_i^s \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (24k)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (24l)$$

$$\theta_{ref}^s = 0 \quad \forall_s \in S \quad (24m)$$

A equação (24a) representa a função objetivo, os custos por cortes de cargas em todos os cenários de operação da geração e os custos de deslocamento da geração a partir do nível de geração ideal. Outra mudança ocorre na equação (24b) de balanço de potência ativa, onde foi adicionada a variável r_i^s , que representa a geração artificial na barra i e no cenário s (corte de carga) e a variável g_i^s , que se torna variável de decisão (era grandeza fixada na modelagem tradicional). Também foram adicionados os limites dessas variáveis nas restrições (24j) e (24k), sendo as mesmas equações presentes no modelo 5.4 e no modelo 5.5, respectivamente.

5.8 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E PEQUENOS CORTES DE CARGAS

Neste caso, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores, e que apresentem cortes de carga pequenos e aceitáveis em trabalhos de planejamento da expansão de linhas de transmissão de longo prazo, assim como seja possível realizar pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Dessa forma, nesta estratégia são permitidos dois tipos de mudanças em relação a modelagem tradicional, isto é, pequenos cortes de carga e/ou pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Assim, como no caso apresentado na Seção 5.6, a sobrecarga de uma linha de transmissão é realizada apenas mudando o banco de dados do problema. Portanto, a modelagem matemática deste novo modelo é a mesma apresentada na Seção 5.4 (equação (22)) e com a mudança adicional do banco de dados usando a relação $\bar{f}_{ij}^{novo} = \sigma \bar{f}_{ij}^{normal}$.

5.9 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Neste caso, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores, e que sejam permitidos pequenos deslocamentos do nível de geração em cada barra de geração e em cada cenário de geração, para que seja possível realizar pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Deste modo, nesta estratégia são permitidos dois tipos de mudança em relação com a modelagem tradicional, isto é, pequenas mudanças na geração em relação aos valores considerados ideais e/ou pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Assim, como no caso apresentado na Seção 5.6, a sobrecarga de uma linha de transmissão é realizada apenas mudando o banco de dados do problema. Portanto, a modelagem matemática deste novo modelo é a mesma apresentada na Seção 5.5 (equação (23)) e com a mudança adicional do banco de dados usando a relação $\bar{f}_{ij}^{novo} = \sigma \bar{f}_{ij}^{normal}$.

5.10 MODELO LINEAR DISJUNTIVO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENAS SOBRECARGAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO, COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO E PEQUENOS CORTES DE CARGAS

Neste caso, a modelagem matemática é estendida de forma que seja possível encontrar planos de expansão com custos menores, e que sejam permitidos os três tipos de modificações mostrados anteriormente. Deste modo, em relação ao modelo tradicional, pode-se realizar pequenos deslocamentos do nível de geração em cada barra e em cada cenário de geração, assim como pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenos cortes de carga. Destarte, nesta estratégia, são permitidos os três tipos de mudança em relação a modelagem tradicional e, portanto, existe a possibilidade de aparecimento de uma maior diversidade de propostas de solução para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Portanto, como no caso apresentado na Seção 5.6, a sobrecarga de uma linha de transmissão é realizada apenas mudando o banco de dados do problema. Por isso, a modelagem matemática deste novo modelo é a mesma apresentada na Seção 5.7 (equação (24)) e com a mudança adicional do banco de dados usando a relação $\bar{f}_{ij}^{novo} = \sigma \bar{f}_{ij}^{normal}$.

6 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PEST MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

No problema PEST multiestágio de longo prazo considera-se o momento da construção de novas linhas, isto é, o horizonte do planejamento é dividido em vários períodos de estágios. No momento do planejamento é importante ter o conhecimento de quando as novas linhas deverão ser instaladas, uma vez que essa informação implica diretamente nos custos da construção de novas linhas e também implica nos recursos disponibilizados.

Na projeção da geração e demanda, pode-se considerar um conjunto de cenários de crescimento com o objetivo de modelar incerteza. O principal objetivo do problema de PEST multiestágio considerando múltiplos cenários é encontrar um plano de expansão único que atenda à todos os cenários.

Neste capítulo será apresentado um modelo linear disjuntivo para o planejamento multiestágio considerando múltiplos cenários de geração, bem como as estratégias para obter o plano de expansão único.

6.1 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Uma das dificuldades em solucionar o problema PEST multiestágio é definir o futuro do planejamento da expansão, isto é, definir a demanda de energia exigida do sistema a longo prazo. Uma estratégia que pode ser adotada para contornar esse problema da previsão é gerar diferentes cenários de geração possíveis, em que a demanda e a geração se diferenciem de um cenário para o outro. Assim, o planejamento determinará um investimento que atenda a todos os cenários previamente especificados.

Neste caso, o modelo linear disjuntivo multiestágio pode ser estendido para múltiplos cenários de geração, conforme apresentada pela equação (25).

$$\min: v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T/t>1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (25a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s}^{esp} = d_{i,t} \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S \quad (25b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = S_{base} n_j^0 \left(\frac{\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}}{x_{ij}^{pu}} \right) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_s \in S \quad (25c)$$

$$-2\bar{\theta}(1-w) \leq \frac{f_{ij,y,t,s} x_{ij}^{pu}}{S_{base}} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}) \leq 2\bar{\theta}(1-w_{ij,y,t}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S \quad (25d)$$

$$-n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,t,s}^0 \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_s \in S \quad (25e)$$

$$-w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,y,t,s} \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S \quad (25f)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S \quad (25g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T \quad (25h)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1 \quad (25i)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1 \quad (25j)$$

$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y \quad (25k)$$

$$\theta_{i,t,s} = 0 \quad \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S, \forall_t \in T / i = ref \quad (25l)$$

A função objetivo (25a) representa o custo de investimento total das linhas novas a serem adicionadas no sistema elétrico. A equação (25b) considera os fluxos das linhas existentes e novas enquanto (25c) considera apenas as linhas existentes, uma vez que os fluxos dessas linhas representam, respectivamente, a primeira e a segunda leis de Kirchhoff em cada um dos estágios t e cenário s . A equação (25d) representa a linearização da parte da segunda lei de Kirchhoff, referente apenas às linhas novas adicionadas em cada estágio t e cenário s . As equações (25e) e (25f) representam, respectivamente, as limitações dos fluxos das linhas existentes, fluxos das linhas novas. A equação (25g), que é a limitação do valor do ângulo de fase $\theta_{i,t,s}$ na barra i , estágio t , cenário s , faz com que o valor do Big M fique determinado por 2θ , ou seja, $M = 2\theta$ que é usado na equação (25d). A restrição (25h) é a limitação do número

de linhas novas a serem instaladas no ramo ij , enquanto a restrição (25i) garante a alocação sequencial de linhas y no conjunto Y e evita soluções iguais. Já a restrição (25j), chamada de restrição de acoplamento, garante que as linhas adicionadas no estágio $(t-1)$ sejam consideradas como linhas existentes para o próximo estágio t . As restrições (25k) e (25l) determinam que a variável w é binária e que precisamos de um ângulo de referência $\theta_{i,t,s} = 0$ em uma determinada barra i em cada estágio t .

6.2 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS CORTES DE CARGAS

Neste caso, são permitidos pequenos cortes de cargas. Esta estratégia permite reduzir os custos de investimentos na construção de novas linhas de transmissão. Assim, o modelo matemático assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min: v = & \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T/t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \\ & + \alpha \sum_{t \in T} \sum_{k \in S} \sum_{i \in \Omega_b} r_{i,t,s} \end{aligned} \quad (26a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s} + r_{i,t,s} = d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = S_{base} n_j^0 \left(\frac{\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}}{x_{ij}^{pu}} \right) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26c)$$

$$-2\bar{\theta}(1-w) \leq \frac{f_{ij,y,t,s} x_{ij}^{pu}}{S_{base}} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}) \leq 2\bar{\theta}(1-w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y, \forall s \in S \quad (26d)$$

$$-n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,t,s}^0 \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26e)$$

$$-w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,y,t,s} \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y, \forall s \in S \quad (26f)$$

$$0 \leq g_{i,t,s} \leq g_{i,t,s}^{esp} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (26i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y/y > 1 \quad (26j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y/y > 1 \quad (26k)$$

$$0 \leq r_{i,t,s} \leq d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (26l)$$

$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (26m)$$

$$\theta_{i,t,s} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S, \forall t \in T / i = ref \quad (26n)$$

A equação (26a) representa a função objetivo, que consiste em minimizar os custos de investimento na construção de novas linhas. Observa-se que nesta função objetivo estão presentes os custos de cortes de cargas no cenário s e no estágio de t . A restrição (26l) representa a restrição de geração artificial, referente ao corte de carga, na barra i no estágio t e no cenário s .

As demais restrições do modelo (26) são as mesmas restrições apresentadas no modelo matemático (25), entretanto, nesta proposta, são considerados alguns cenários de geração.

O parâmetro α presente na função objetivo é o mesmo do modelo matemático (22) apresentado no capítulo 5, mas, nesta estratégia, são considerados múltiplos estágios e cenários de geração.

6.3 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM PEQUENOS INTERVALOS DE GERAÇÃO

Nesta estratégia, o horizonte do planejamento é dividido em etapas, sendo permitido um pequeno desvio de geração na barra i no estágio t e no cenário s , conforme apresentado na equação (27).

$$\begin{aligned} \min: v = & \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T/t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \\ & + \beta \sum_{t \in T} \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^{nb} |g_{i,t,s} - g_{i,t,s}^{esp}| \end{aligned} \quad (27a)$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s} = d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (27b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = S_{base} n_j^0 \left(\frac{\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}}{x_{ij}^{pu}} \right) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (27c)$$

$$\begin{aligned}
-2\bar{\theta}(1-w) &\leq \frac{f_{ij,y,t,s}x_{ij}^{pu}}{S_{base}} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}) \leq 2\bar{\theta}(1-w_{ij,y,t}) & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S & (27d) \\
-n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} &\leq f_{ij,t,s}^0 \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_s \in S & (27e) \\
-w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} &\leq f_{ij,y,t,s} \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S & (27f) \\
\underline{g}_{i,t,s} &\leq g_{i,t,s} \leq \bar{g}_{i,t,s} & \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S & (27g) \\
-\bar{\theta} &\leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} & \forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S & (27h) \\
\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} &\leq \bar{n}_{ij} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T & (27i) \\
w_{ij,y,t} &\leq w_{ij,y-1,t} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1 & (27j) \\
w_{ij,y,t-1} &\leq w_{ij,y,t} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1 & (27k) \\
w_{ij,y,t} &\in \{0,1\} & \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y & (27l) \\
\theta_{i,t,s} &= 0 & \forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S, \forall_t \in T / i = ref & (27m)
\end{aligned}$$

Foram incorporados na função objetivo (27a) os custos de deslocamento do nível de geração em relação ao valor ideal no estágio t e no cenário s . Na restrição (27g) temos a geração na barra i dentro de um intervalo especificado no estágio i e no cenário s . As demais restrições são as mesmas apresentadas no modelo matemático (25).

O parâmetro β representa a penalização do deslocamento de nível de geração ideal no estágio t e no cenário s . Este parâmetro é o mesmo apresentado o modelo (23) no Capítulo 5.

6.4 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM CORTES DE CARGAS E COM DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Esta estratégia é a mesma apresentada na seção 5.7 no capítulo 5, porém, neste caso o planejamento é dividido em etapas, ou seja, em vários estágios. Desta forma, a modelagem matemática apresenta-se conforme a equação (28).

$$\begin{aligned} \min: v = & \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T/t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (28a) \\ & + \alpha \sum_{t \in T} \sum_{k \in S} \sum_{i \in \Omega_b} r_{i,t,s} + \beta \sum_{t \in T} \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^{nb} |g_{i,t,s} - g_{i,t,s}^{esp}| \end{aligned}$$

s. a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s} + r_{i,t,s} = d_{i,t} \quad (28b)$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$f_{ij,t,s}^0 = S_{base} n_j^0 \left(\frac{\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}}{x_{ij}^{pu}} \right) \quad (28c)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$-2\bar{\theta}(1-w) \leq \frac{f_{ij,y,t,s} x_{ij}^{pu}}{S_{base}} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s}) \leq 2\bar{\theta}(1-w_{ij,y,t}) \quad (28d)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S$$

$$-n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,t,s}^0 \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad (28e)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$-w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \leq f_{ij,y,t,s} \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad (28f)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y, \forall_s \in S$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad (28g)$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad (28h)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad (28i)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad (28j)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y/y > 1$$

$$0 \leq r_{i,t,s} \leq d_{i,t} \quad (28k)$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$\underline{g}_{i,t,s} \leq g_{i,t,s} \leq \bar{g}_{i,t,s} \quad (28l)$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_t \in T, \forall_s \in S$$

$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad (28m)$$

$$\forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_t \in T, \forall_y \in Y$$

$$\theta_{i,t,s} = 0 \quad (28n)$$

$$\forall_i \in \Omega_b, \forall_s \in S, \forall_t \in T / i = ref$$

Esta proposta permite encontrar planos de expansão com custo de investimento menores em relação ao modelo matemático (25). Neste caso, permitem realizar pequenos cortes de cargas bem como o deslocamento de nível de geração em relação a geração ideal na barra i , no estágio t e no cenário s , respectivamente.

São incorporados na função objetivo (28a), os custos referentes ao corte de carga e os custos de investimento no deslocamento de nível de geração de energia na barra i , no estágio t e no cenário s . As restrições (28k) e (28l) representam os limites de cortes de cargas na barra i ,

no estágio t , no cenário s e limites de geração, respectivamente. As demais restrições são as mesmas apresentadas no modelo matemático (25). Já os parâmetros α e β são os mesmos apresentados nas seções anteriores.

6.5 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTISTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS

Na tentativa de reduzir os custos de investimento para obter o plano de expansão, foi permitido pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. A mudança nessa estratégia consiste em modificar o banco de dados. Neste caso, a modelagem matemática utilizada é a mesma apresentada na seção 6.1.

A estratégia adotada nesta seção é a mesma utilizada na seção 5.6 do Capítulo 5, porém, neste caso, o planejamento da expansão é dividido em vários estágios.

6.6 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTISTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS E CORTES DE CARGAS

Nessa estratégia são permitidos dois tipos de modificações no modelo matemático (25) apresentado na seção 6.1, sendo eles:

- permitir pequenos cortes de cargas, mesma estratégia utilizada na seção 6.2, modelo matemático (26);
- permitir sobrecargas nas linhas, conforme apresentado na seção 6.6, em que a modificação acontece no banco de dados.

Essa proposta é a mesma apresentada no capítulo 5, seções 5.8, diferindo apenas no planejamento da expansão, que é executado em múltiplos estágios.

6.7 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTISTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS CARGA E COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Nessa proposta são permitidos pequenos desvios de níveis de geração em cada barra i , no estágio t , e no cenário s , além de pequenas sobrecargas nas linhas. As duas modificações no modelo possibilitam encontrar planos de expansão com custos menores em relação ao modelo matemático apresentado na seção 6.1.

Esta proposta é similar a estratégia apresentada no capítulo 5, seção 5.9, porém, neste caso, o planejamento é dividido em etapas.

6.8 MODELO LINEAR DISJUNTIVO MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM SOBRECARGAS NAS LINHAS E CORTES DE CARGAS COM PEQUENOS DESVIOS DE NÍVEIS DE GERAÇÃO

Essa estratégia consiste em considerar três tipos de modificações no modelo matemático apresentadas neste capítulo, sendo elas: permitir deslocamento do nível de geração, permitir pequenos cortes de cargas e por último, permitir pequenas sobrecargas (sobrecarga máxima de 1% a 5%). Ao permitir tais combinações e realização da calibração dos parâmetros α e β é possível encontrar vários planos de expansão atraentes do ponto de vista teórico.

Esta proposta é a mesma apresentada no capítulo 5, seção 5.10, porém, nesta seção é considerado o planejamento multiestágio.

6.9 CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES ENCONTRADAS

Foram apresentados nos capítulos 5 e 6 uma descrição de modelos matemáticos para resolver PEST para múltiplos cenários de geração, considerando o planejamento estático e dinâmico (multiestágio) respectivamente, bem como os aspectos relevantes para definir o futuro das pesquisas.

Dentre os modelos apresentados nesta pesquisa, o modelo linear disjuntivo é particularmente importante, pois é o usado como base para o desenvolvido dos modelos (5.3), (5.4), (5.5), (5.6), (6.1), (6.2), (6.3) e (6.5), que é o objetivo principal desta pesquisa.

Os planos de planejamento encontrados pelos modelos matemáticos propostos nos capítulos 5 e 6, são comparados com os mostrados na literatura especializada e, especialmente, com o artigo apresentado por Fang e Hill (2003), onde os autores resolvem o problema de PEST para múltiplos cenários de geração, conforme apresentado em detalhes no capítulo 2, na seção 2.4.

7 TESTES E RESULTADOS PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Para validar a metodologia proposta para o problema de planejamento de expansão de sistema de transmissão apresentado através dos modelos analisados no capítulo anterior, foi utilizado o sistema IEEE 24 barras. Esse modelo permite a análise detalhada do problema de planejamento da expansão considerando múltiplos cenários de geração. Nos bancos de dados apresentados no anexo A (subseção A.1.1) e idealizados por Fang e Hill, 2003, aparecem 4 cenários de geração chamados de cenários G1, G2, G3 e G4, que são os mesmos apresentados no artigo de Fang (2003). Foi considerado um número máximo de 3 adições de linhas de transmissão nos caminhos em todos os casos de testes. A implementação computacional foi realizada utilizando a linguagem de programação AMPL com o *solver* comercial CPLEX.

7.1 TESTES USANDO O MODELO DE TRANSPORTES PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Os dados do sistema elétrico IEEE 24 barras estão presentes no anexo A (subseção A.1.2) desta pesquisa. Para o modelo de transporte, o *solver* CPLEX encontrou a seguinte solução:

- Linhas adicionadas: $n_{07-08} = 2$, $n_{06-10} = 1$, $n_{10-11} = 1$, $n_{11-13} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{17-18} = 1$, $n_{16-19} = 1$.
- Custo do plano ótimo de expansão: 342 milhões de dólares.

Verifica-se que esse plano de expansão permite operações factíveis para os 4 cenários de geração do sistema IEEE 24 barras no modelo de transportes. Entretanto, para o modelo DC (ou equivalentemente para o modelo linear disjuntivo) essa proposta apresenta cortes de cargas de 12,07 MW, 217,19 MW 182,37 MW e 74,25 MW para os cenários G1, G2, G3 e G4, respectivamente. Mesmo assim, esse plano de expansão é melhor quando comparado com os planos obtidos pelo modelo DC e para cada cenário isoladamente, como pode ser verificado na subseção 7.5. Também, esse investimento é uma limitante inferior da solução ótima para o modelo linear disjuntivo.

7.2 TESTES USANDO O MODELO LINEAR DISJUNTIVO TRADICIONAL COM CENÁRIO ÚNICO DE GERAÇÃO

Os resultados de testes quando o sistema é expandido de forma independente, isto é, considerando cada plano de geração de forma individual e da mesma forma como foi realizada por Fang-Hill em 2003, indicam, obviamente, que o plano de expansão encontrado usando os dados de um cenário de geração, não opera de forma adequada para os outros cenários de geração. Adicionalmente, deve-se observar que os planos mostrados logo abaixo são ótimos para cada cenário de geração, já que foram resolvidos com o método exato de otimização.

- Linhas adicionadas G1: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 2$. Com investimento de 390 milhões de dólares.
- Linhas adicionadas G2: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$ e $n_{17-18} = 2$. Com investimento de 392 milhões de dólares.
- Linhas adicionadas G3: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{20-23} = 1$. Com investimento de 218 milhões de dólares.
- Linhas adicionadas G4: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{09-11} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 2$ e $n_{16-17} = 1$. Com investimento e 342 milhões de dólares.

Os quatro planos de expansão encontrados acima são utilizados para cada cenário de geração isoladamente, com o respectivo custo de investimento em expansão do sistema elétrico. Entretanto, cada um desses planos permite que o sistema opere de forma adequada apenas para o respectivo cenário de geração e apresentam cortes de cargas para os outros cenários de geração. Adicionalmente, deve-se indicar que Fang e Hill não encontraram esses valores ótimos, mas sim planos de expansão mostrados logo abaixo com investimentos iguais a 454, 451, 292 e 376 milhões de dólares para os cenários de geração G1, G2, G3 e G4, respectivamente.

- Linhas adicionadas G1: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 3$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-21} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 1$. Com investimento de 454 milhões de dólares.
- Linhas adicionadas G2: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-21} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{17-18} = 1$ e $n_{2-8} = 1$. Com investimento de 451 milhões de dólares.
- Linhas adicionadas G3: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{14-23} = 1$. Com investimento de 292 milhões de dólares.

- Linhas adicionadas G4: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{12-13} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$ e $n_{16-17} = 1$. Com investimento de 376 milhões de dólares.

Obviamente, cada um desses planos de expansão permite ao sistema operar de forma adequada apenas para o respectivo cenário de geração. Para os outros cenários de geração são apresentados cortes de cargas significativamente elevados.

7.3 MODELO LINEAR DISJUNTIVO COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

O plano ótimo de expansão quando são considerados os quatro cenários de geração indicados anteriormente é:

- Linhas adicionadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-11} = 1$, $n_{13-14} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 2$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 532 milhões de dólares.

Deve-se enfatizar que esse único plano de expansão encontrado é ótimo e permite que o sistema opere de forma adequada para cada um dos quatro cenários de geração analisados. Deste modo, em cada um dos quatro cenários de geração não aparecem cortes de cargas. Adicionalmente, deve-se observar que o investimento é significativamente maior quando comparado aos investimentos encontrados para os planos de geração isolados e mostrados na seção 7.2

Adicionalmente, o problema apresenta soluções ótimas alternativas. Deste modo, o plano de expansão mostrado logo a seguir também é uma solução ótima para o problema de planejamento da expansão com quatro cenários de geração. Portanto, existem duas soluções ótimas alternativas, mas, as soluções são próximas, isto é, em um caso aparece uma linha no caminho 10-11 e na outra solução aparece uma linha no caminho 10-12. Deve-se observar que, o aparecimento de soluções ótimas alternativas é frequente em problemas teóricos de otimização matemática e também aparece com certa frequência em problemas de otimização de sistemas de energia elétrica. As soluções mostradas acima e a solução que será apresentada abaixo são consideradas ótimas e ideais para efeitos de comparação com as outras soluções encontradas, usando os modelos matemáticos alternativos mostrados no capítulo anterior. O plano ótimo alternativo de expansão para os quatro cenários é:

- Linhas adicionadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{13-14} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 2$, $n_{20-23} = 1$

- Custo do plano de expansão: 532 milhões de dólares.

7.3.1 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração - com pequenos cortes de cargas

Nesse caso, foram realizados testes mudando o parâmetro α de forma a encontrar planos de expansão com investimentos menores que o investimento sem cortes de cargas, mesmo que esses planos apresentassem pequenos cortes de cargas. Assim, eventualmente, esses planos poderiam se tornar interessantes em estratégias de longo prazo e eventuais cortes de carga poderiam ser corrigidos no planejamento de curto prazo com a disponibilidade de dados mais atualizados. A ideia fundamental é encontrar planos de expansão com custos variando entre 342 milhões de dólares (uma limitante inferior informada pelo modelo de transportes) e 532 milhões de dólares (o limitante superior sem corte de carga). Os testes realizados encontraram duas soluções que podem ser consideradas de boa qualidade, sendo apresentadas adiante.

Usando o parâmetro $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$, foram encontrados os resultados mostrados a seguir, em que temos um plano de expansão com um custo significativamente menor e com cortes de cargas relativamente pequenos.

- Linhas adicionadas: $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{16-17} = 2$, $n_{6-10} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 450 milhões de dólares.

Pode-se verificar que esse plano de expansão tem um custo de 82 milhões de dólares a menos que o plano de expansão ótimo sem cortes de cargas. Na Tabela 3, apresenta-se o corte de carga para cada cenário de geração.

Tabela 3 - Corte de carga do plano de expansão.

Cenário	Valor da F.O [US\$] x 10 ⁶	Corte de carga (MW)
G ₁	450	44,33
G ₂		34,85
G ₃		0
G ₄		12,88
Total	450	92,06

Fonte: da própria autora

Na Tabela 3, pode-se verificar que aparecem pequenos cortes de carga em 3 cenários de geração, ou seja, apresenta o corte de carga total em cada cenário de geração. Os cortes de cargas apresentados na Tabela 3 podem ser considerados aceitáveis para planos de expansão de longo prazo.

Usando o parâmetro $\alpha = 600.000 \text{ US\$/MW}$, foram encontrados os resultados mostrados logo abaixo, que mostra um plano de expansão com um custo menor e com cortes de cargas relativamente pequenos.

- Linhas adicionadas: $n_{7-8} = 2$, $n_{1-5} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 2$, $n_{15-24} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{20-23} = 1$, $n_{16-17} = 2$.
- Custo do plano de expansão: 470 milhões de dólares.

Pode-se verificar que esse plano de expansão tem um custo de 62 milhões de dólares a menos que o plano de expansão ótimo sem cortes de cargas. Na Tabela 4, apresenta-se o corte de carga para cada cenário de geração. Assim, pode-se verificar que os cortes de cargas são pequenos, especialmente quando comparados com os planos gerados de forma independente para cada cenário de geração.

Tabela 4 - Corte de carga do plano de expansão.

Cenário	Valor da F.O [US\$] X 10 ⁶	Corte de carga (MW)
G ₁	470	45,18
G ₂		0
G ₃		0
G ₄		13,29
Total	470	58,47

Fonte: da própria autora.

7.3.2 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenos intervalos de variação

A geração fixa de cada cenário s na configuração base foi substituída por uma pequena variação da geração a partir da considerada ideal e , portanto, especificando esse pequeno intervalo de variação e respeitando os limites de geração em cada barra i .

Desta forma, foi fixada uma pequena faixa de geração nos cenários s , limitando a geração mínima e geração máxima em relação à geração ideal (configuração base), ao invés de

fixar uma geração em cada cenário, de modo a encontrar um plano de expansão menor em relação ao modelo linear disjuntivo tradicional.

Os valores mínimos e máximos em cada barra i e em cada cenário de geração se encontram no anexo A (subseção A.1.2).

Considerando pequenas faixas de variação da geração em torno dos valores ideais, foi usado novamente o sistema IEEE 24 barras para validar o modelo linear disjuntivo modificado, considerando múltiplos cenários de geração (G1, G2, G3, G4). O plano de expansão encontrado foi o seguinte:

- Linhas adicionadas: $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{9-11} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 500 milhões de dólares.

Esse plano foi encontrado com um valor de $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$. Pode-se verificar que foi encontrado um plano de expansão 32 milhões de dólares mais barato que o plano original de 532 milhões de dólares. Esse plano de expansão exige uma operação das geradoras em valores ligeiramente diferentes dos considerados como sendo ideais, além desse tipo de operação ser totalmente possível.

A variação do nível de geração, ocorreu em algumas barras em 3 cenários de geração. No total, foram modificados 8 pontos:

- Cenário G2: na barra 1: 470 MW (geração ideal: 465 MW); barra 7: 747,9 MW (geração ideal 722 MW); barra 21: 1169,1 MW (geração ideal: 1200 MW).
- Cenário G3: barra 13: 1406,4 MW (geração ideal: 1457 MW); barra 15: 350 MW (geração ideal 325 MW); barra 21: 976,6 MW (geração ideal 951 MW).
- Cenário G4: barra 7: 824,5 MW (geração ideal: 812 MW); barra 13: 1586,5 MW (geração ideal: 1599 MW).

A mudança mais significativa aconteceu no cenário G3 e na barra 13 (a geração ideal nesse cenário era de 1457 MW e foi alterada para 1406,4 MW sendo que a geração máxima possível nessa barra é de 1773 MW). Deve-se observar ainda que, a proposta implica em uma redução da geração, algo bem possível de acontecer. O tempo computacional para encontrar essa solução foi de 58,3 segundos.

7.3.3 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração - com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão

Nesse tipo de teste foi permitida que cada linha operasse com até 5% de sobrecarga. Esse valor pode ser considerado aceitável para planejamento da expansão de longo prazo, sendo também possível corrigir essa consideração implementando o planejamento de curto prazo. Portanto, em cada cenário de geração foi permitida uma sobrecarga pequena nas linhas de transmissão.

Os testes mostram planos de expansão quando uma linha de transmissão pode ter uma sobrecarga de 2%, 3%, 4% e 5%. Quando é permitida uma sobrecarga de 2% em uma linha de transmissão, o plano ótimo de expansão é:

- Linhas adicionadas: $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-11} = 1$, $n_{11-13} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 516 milhões de dólares.

Analisando-se os fluxos de potência nas linhas de transmissão, verificam-se os seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1: todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais;
- Cenário G2: a linha de transmissão 15-21 leva um fluxo de 509,51 MW violando levemente seu limite superior de 500 MW;
- Cenário G3: todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais;
- Cenário G4: todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais.

Portanto, na proposta de solução encontrada existe apenas um caminho sobrecarregado em um único cenário de geração, sendo essa sobrecarga de 1,90% no caminho 15-21.

Quando é permitida uma sobrecarga de 3% em uma linha de transmissão, o plano ótimo de expansão é:

- Linhas adicionadas: $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-11} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$, $n_{13-14} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 512 milhões de dólares.

Analisando-se os fluxos de potência nas linhas de transmissão temos os seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1: a linha de transmissão 15-21 leva um fluxo de potência de 500,91 MW violando levemente seu limite superior de 500 MW;
- Cenário G2: a linha 15-21 leva um fluxo de potência igual a 510,41 MW violando levemente seu limite superior de 500 MW;
- Cenário G3: todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais;
- Cenário: G4 todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais.

Logo, na proposta de solução encontrada, apenas o caminho 15-21 se encontra sobrecarregado nos cenários de geração G1 e G2. Assim, no cenário G1, existe uma sobrecarga de 0,18% e no cenário de geração G2, uma sobrecarga de 2,08% no mesmo caminho.

Quando é permitida uma sobrecarga de 4% em uma linha de transmissão, o plano ótimo de expansão é:

- Linhas adicionadas: $n_{1-5} = 2$, $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 472 milhões de dólares.

A análise dos fluxos de potência nas linhas de transmissão mostra os seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1: a linha de transmissão 12-13 possui um fluxo de potência de 519,55 MW, violando razoavelmente o seu limite superior de 500 MW, enquanto a linha de transmissão 15-21 transporta um fluxo de 500,76 MW, violando de forma insignificante seu limite superior de 500MW;
- Cenário G2: a linha de transmissão 15-21 transporta um fluxo de potência igual a 511,45 MW, violando levemente seu limite superior de 500 MW;
- Cenário G3: todas as linhas estão operando dentro de seus limites originais;
- Cenário G4: a linha de transmissão 12-13 transporta um fluxo de potência igual a 505,18 MW.

Na proposta de solução encontrada existem 4 casos de violação do limite de operação (duas no cenário de geração G1, uma no cenário de operação G2 e outra no cenário de operação G4). Dentre os quatro casos, a sobrecarga mais significativa acontece no cenário G1 e no

caminho 12-13 com um excesso de 19,55 MW, o que representa uma sobrecarga de 3,91%. Entretanto, esse plano de expansão produz uma redução do investimento de 60 milhões de dólares quando comparado com o plano ótimo sem sobrecarga.

Quando é permitida uma sobrecarga de 5% em uma linha de transmissão, o plano ótimo de expansão produz um investimento de 450 milhões de dólares. Essa solução tem a mesma topologia de custo de expansão mostrada na estratégia, quando permite pequenos cortes de carga (subseção 7.3.1, com $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$, solução que apresenta um corte de carga de 92,06 MW).

Analisando-se os fluxos de potência nas linhas de transmissão, verifica-se os seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1: a linha de transmissão 12-13 conduz um fluxo de potência de 520,56 MW violando levemente seu limite superior de 500 MW, enquanto a linha de transmissão 15-21 transporta um fluxo de potência de 500,35 MW, violando de forma insignificante seu limite superior de 500MW;
- Cenário G2: a linha 15-21 transporta um fluxo de potência igual a 511,09 MW violando levemente seu limite superior de 500 MW;
- Cenário G3: todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais;
- Cenário G4 a linha de transmissão 12-13 transporta um fluxo de 506,00 MW, violando levemente seu limite superior de 500 MW.

Na proposta de solução encontrada existem 4 casos de violação do limite de operação (duas no cenário de geração G1, uma no cenário de operação G2 e outra no cenário de operação G4). Dentre os quatro casos, a sobrecarga mais significativa acontece no cenário G1 e no caminho 12-13 com um excesso de 20,56 MW, o que representa uma sobrecarga de 4,11%. Entretanto, esse plano de expansão produz uma redução do investimento de 82 milhões de dólares quando comparado com o plano ótimo sem sobrecarga. Deve-se observar que esta proposta de expansão já foi encontrada na seção 6.4 quando foram procuradas soluções com pequenos cortes de carga.

7.3.4 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de carga e pequenos intervalos de variação da geração

Neste caso, foram executados testes considerando duas possibilidades de mudança, isto é, foram permitidos pequenos deslocamentos do nível de geração em relação ao seu ponto ideal e bem como pequenos cortes de carga em cada um dos cenários de geração. Assim, foi permitida uma variação da geração para ambos os lados do ponto ideal de geração desde que a mudança fosse válida (se a geração considerada ideal já se encontra em seu nível máximo, então a variação de geração pode ser apenas na diminuição de seu nível). Dessa forma, são mostrados os resultados encontrados pelo modelo linear disjuntivo generalizado.

Quando usado o parâmetro de corte de carga igual $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, foi encontrada a seguinte solução:

- Linhas adicionadas: $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 428 milhões de dólares.

O plano de expansão apresenta um investimento de 428 milhões de dólares, representando uma excelente proposta de expansão. Também, deve-se observar que, esse plano de expansão apresenta um custo de expansão de 104 milhões de dólares mais baixo que a do plano ótimo ideal.

Adicionalmente, a proposta de expansão produz uma mudança do nível de geração quando $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$. No total, foram modificados 17 pontos de geração, sendo que houve alteração de geração nos quatros cenários de geração:

- Cenário G1: barra 1: 544,2 MW (geração ideal: 576 MW); barra 13: 1720 MW (geração ideal 1773 MW); barra 23: 322,2 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 430 MW (geração ideal 465 MW); barra 2: 573,9 MW (geração ideal 576 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal: 722); barra 13: 1450 MW (geração ideal: 1424 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 898,7 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 987,4 (geração ideal 953 MW);

- Cenário G3: barra 1: 530 MW (geração ideal 576); barra 2: 563,1 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1500 MW (geração ideal 1457 MW) e barra 16: 297,9 MW (geração ideal: 282 MW);
- Cenário G4: barra 2: 520,2 MW (geração ideal 520 MW); barra 7: 830 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1580,8 MW (geração ideal 1599 MW).

A mudança mais significativa aconteceu no cenário G1 e na barra 13 com uma variação de 53 MW (a geração ideal nesse cenário era de 1773 MW e foi alterada para 1720 MW, representando uma diminuição de 53 MW). Deve-se observar ainda que, a proposta implica em uma redução da geração, o que a torna muito possível.

Em relação ao corte de carga, o plano de expansão produz apenas um corte de carga de 77,5 MW no cenário G1 e na barra 5. O tempo computacional para encontrar essa solução foi de 40 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga igual a $\alpha = 450.000 \text{ US\$/MW}$ e um parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ foi encontrada uma solução que produz um investimento de 450 milhões de dólares.

Essa solução tem a mesma topologia e custo de expansão na estratégia quando permite pequenos cortes de cargas para a $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$, solução que apresenta um corte de carga de 92,06 MW, presente na subseção 7.3.1.

O plano de expansão apresenta um investimento de 450 milhões de dólares, representando uma excelente proposta de expansão. Também deve-se observar que esse plano de expansão apresenta um custo de expansão de 82 milhões de dólares a menos que o plano ótimo ideal. Essa proposta é diferente do plano encontrado quando $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, apenas na adição de uma linha no caminho 1-5. Adicionalmente, a proposta de expansão produz uma mudança do nível de geração mostrada na Tabela 19.

As mudanças de níveis de geração em relação a geração ideal, são as seguintes:

- Cenário G1: barra 13: 1720 MW (geração ideal 1773 MW); barra 21: 1198,6 MW (geração ideal 1200) e barra 23: 338,8 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13 1439,8 MW (geração ideal 1424 MW) e barra 21: 1151,2 MW (geração ideal 1200 MW);

- Cenário G3: não houve alteração de geração;
- Cenário G4: barra 7: 825,7 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1585,3 MW (geração ideal 1599 MW).

No total, foram modificados nove pontos de geração (3 no cenário G1, 4 no cenário G2 e 2 no cenário G4). A mudança mais significativa aconteceu no cenário G1 e na barra 13 com uma variação de 53 MW (a geração ideal nesse cenário era de 1773 MW, sendo alterada para 1720 MW, o que representa uma diminuição de 53 MW). Deve-se observar ainda que, da mesma forma que no teste anterior, a proposta implica em uma redução da geração, o que significa uma proposta muito possível.

Quanto ao corte de carga, o plano de expansão produz apenas um corte de carga de 30,6 MW no cenário G1 e na barra 10 (um corte de carga de 5,2% nessa barra). O tempo computacional para encontrar essa solução foi de 43 segundos.

7.3.5 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenos intervalos de variação da geração

Neste caso, foram feitos testes considerando duas possibilidades de mudança, isto é, foram permitidos pequenos deslocamentos do nível de geração em relação ao ponto ideal de geração e também foram permitidas pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Assim, é permitida uma variação da geração para ambos os lados do ponto ideal de geração desde que seja uma mudança válida (se a geração considerada ideal já se encontra no nível máximo de geração, então a variação de geração pode ser apenas na diminuição de seu nível). Adicionalmente, foi permitida uma sobrecarga de até 5% em cada linha de transmissão e não é permitido corte de carga. Dessa forma, são mostrados os resultados encontrados pelo modelo linear disjuntivo generalizado. Os intervalos de geração válidos para cada gerador e cada cenário são mostrados no anexo A.

Quando usado o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrada a mesma solução de 472 milhões de dólares mostrada pela estratégia 7.3.3 (com pequenas sobrecargas de 4%), ou seja, mesmo com os mesmos custos de expansão em linhas de transmissão, uma visão diferente se apresenta, já que se mostra uma excelente proposta de solução em termos de investimento. Esse plano de

expansão foi encontrado quando era possível realizar pequenos deslocamentos do nível de geração em relação aos valores ideais em cada barra e em cada cenário de geração.

Adicionalmente, a proposta de expansão produz uma mudança do nível de geração e apresenta também pequenas sobrecargas em algumas linhas de transmissão e pequenos deslocamentos em algumas barras de geração.

Houve alteração de geração em apenas dois cenários, sendo eles:

- Cenário G1: barra 13: 1739,6 MW (geração ideal: 1773 MW) e barra 23: 348,4 MW (geração ideal: 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal: 465 MW); barra 7: 723,1 MW (geração ideal: 722 MW) e barra 21: 1193,9 MW (geração ideal: 1200 MW).

No total, foram modificados 5 pontos de geração (2 no cenário G1 e 3 no cenário G2). A mudança mais significativa aconteceu no cenário G1 e nas barras 13 e 23, que tiveram uma variação de 33,4 MW.

Em relação às sobrecargas nas linhas de transmissão, a proposta de expansão gera as seguintes sobrecargas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 510 MW (sobrecarga de 2% em relação com o máximo original de 500 MW) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 501,07 MW (sobrecarga de 0,21% em relação ao máximo original de 500 MW);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta um fluxo de 510 MW (sobrecarga de 2% em relação ao máximo original de 500 MW);
- Cenário G3: não existe sobrecarga nas linhas de transmissão;
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 505,18 MW (sobrecarga de 1,04% em relação com o máximo original de 500 MW).

Portanto, a solução encontrada apresenta sobrecargas muito pequenas e representa uma solução que pode ser implementada na prática e com uma diminuição do investimento de 60 milhões de dólares quando comparada ao plano ótimo ideal. O tempo de processamento foi de 137 segundos.

Quando usado o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões

de dólares encontrada pela estratégia apresentada na subseção 7.3.1 ($\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$), onde a formulação matemática permite pequenos cortes de cargas.

Assim, o plano de expansão apresenta um investimento de 450 milhões de dólares, representando uma excelente proposta de expansão. Adicionalmente, essa proposta de expansão produz uma mudança do nível de geração apenas em um cenário:

- Cenário G1: barra 13: 1753,6 (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 334,4 MW (geração ideal 315 MW).

Assim, apenas as barras 13 e 23 mudam a geração em 19,4 MW em relação à geração ideal. Com relação às sobrecargas nas linhas de transmissão, a proposta de expansão gera as seguintes sobrecargas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 515 MW (sobrecarga de 3% em relação ao máximo original de 500 MW) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,53 MW (sobrecarga de 0,11% em relação ao máximo original de 500 MW);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta um fluxo de 511,09 MW (sobrecarga de 2,2% em relação ao máximo original de 500 MW);
- Cenário G3: não existe sobrecarga nas linhas de transmissão;
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 506 MW (sobrecarga de 1,2% em relação com o máximo original de 500 MW).

Portanto, a solução encontrada apresenta sobrecargas pequenas e representa uma solução que pode ser implementada na prática com uma diminuição do investimento de 82 milhões de dólares quando comparado ao plano ótimo ideal. O tempo de processamento foi de 48 segundos.

7.3.6 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenos cortes de cargas

Neste caso, foram realizados testes considerando duas possibilidades de mudanças, isto é, foram permitidos pequenos cortes de cargas e também foram permitidas pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão. Assim, foi permitida uma sobrecarga de até 5% em cada linha de transmissão e foi calibrado o parâmetro de controle de corte de carga. Dessa forma, são mostrados os resultados encontrados pelo modelo linear disjuntivo generalizado. Obviamente, a geração foi fixada nos valores ideais em cada cenário de geração.

Quando usado parâmetro de corte de carga $\alpha = 350.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 1%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões de dólares mostrada também pela estratégia apresentada na subseção 7.3.1 ($\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$, solução que apresenta um corte de carga de 92,06 MW).

O plano de expansão apresenta um investimento de 450 milhões de dólares, representando uma excelente proposta de expansão. Adicionalmente, a proposta de expansão produz um corte de carga de 33,6 MW na barra 10 e no cenário G1, um corte de carga de 19,18 MW na barra 15 e no cenário G2 e um corte de carga de 2,16 MW na barra 10 e no cenário G4. Assim, o corte de carga total é igual a 54,94 MW. Adicionalmente, a proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,06 MW (0,01% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga).

Existem sobrecargas muito pequenas apenas em duas linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. O tempo de processamento foi de 32 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 350.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões de dólares encontrada no teste anterior. Essa solução tem a mesma topologia e custo de expansão mostrada na estratégia 7.3.1 com pequenos cortes de cargas (para $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$, solução que apresenta um corte de carga de 92,06 MW). Entretanto, os valores de cortes de cargas são menores desde que se permite uma sobrecarga nas linhas de transmissão de 2%.

A proposta de expansão produz corte de carga de 22,8 MW na barra 10 no cenário G1 e corte de carga de 3,44 MW na barra 15 e no cenário G2. Assim, o corte de carga total é igual a 26,24 MW. Adicionalmente, a proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,15 MW (0,03% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 506 MW (1,2% de sobrecarga).

Assim, existem sobrecargas ainda pequenas em apenas duas linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado tecnicamente viável do ponto de vista prático. O tempo de processamento foi de 46 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MWe}$ a sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões de dólares do teste anterior. Essa solução tem a mesma topologia e de custo de expansão mostrada na estratégia apresentada na subseção 7.3.1 ($\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ - solução que apresenta um corte de carga de 92,06 MW). Entretanto, os valores de corte de carga são menores, desde que se permite uma sobrecarga nas linhas de transmissão de 3%.

A proposta de expansão produz apenas um corte de carga de 12 MW na barra 10, no cenário G1. A proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- No cenário G1: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga); e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,25 MW (0,05% de sobrecarga);
- No cenário G2: a linha 15-21 apresenta um fluxo de 511,09 MW (2,22% de sobrecarga);
- No cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 506 MW (1,2% de sobrecarga).

Assim, existem sobrecargas pequenas dentro do limite especificado e em apenas duas linhas de transmissão constata-se as mesmas linhas mostradas em testes anteriores. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. O tempo de processamento foi de 33 segundos.

Quando usado um parâmetro de corte de carga de $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MWe}$ uma sobrecarga das linhas de transmissão de 4%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões de dólares do teste anterior. Essa solução tem a mesma topologia e custo de expansão mostrada na que foi encontrada pela estratégia apresentada na subseção 7.3.1 ($\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$). Entretanto, os valores de corte de carga são menores, desde que se permite uma sobrecarga nas linhas de transmissão de 4%.

A proposta de expansão produz apenas um corte de carga muito pequeno de 1,2 MW na barra 10 e no cenário G1. A proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,34 MW (0,07% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 511,09 MW (2,22% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 506 MW (1,2% de sobrecarga).

Assim, existem sobrecargas pequenas em apenas duas linhas de transmissão, sendo as mesmas linhas mostradas nos testes anteriores. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. O tempo de processamento foi de 33 segundos.

7.3.7 Testes usando o modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão, pequenos cortes de cargas e pequenos intervalos de variação de geração

Neste caso, foram realizados testes considerando as três possibilidades de mudança, isto é, foram permitidos pequenos cortes de cargas, pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão e pequenas variações da geração em relação ao seu ponto ideal. Assim, foi permitida uma sobrecarga de até 5% em cada linha de transmissão, o parâmetro de controle de corte de carga foi calibrado e pequenos deslocamentos do nível de geração nas barras de geração em todos os cenários foram permitidos. A seguir, são mostrados os resultados encontrados pelo modelo linear disjuntivo generalizado. Em todos os testes foi usado um parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ suficientemente pequeno para não conflitar com os outros parâmetros, mas, diferente de zero para evitar deslocamento não necessário do nível de geração ideal.

Quando usando o parâmetro de corte de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga das linhas de transmissão de 1%, foi encontrada a solução de 428 milhões de dólares referentes à estratégia apresentada na subseção 7.3.4 (quando era permitido cortes de cargas e deslocamentos dos níveis da geração, $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$). Obviamente, os cortes de cargas devem ser menores, já que neste teste é permitida a sobrecarga das linhas de transmissão em 1%. Essa proposta de expansão produz um corte de carga de 62,42 MW na barra 5 no cenário G1. A proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 176,75 MW (1% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta um fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga);

- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 176,75 MW (1% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta fluxo de 176,75 MW (1% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga).

Assim, existem sobrecargas muito pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Deve-se observar que esse plano de expansão pode ser considerado de grande interesse prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz uma mudança dos níveis de geração conforme abaixo:

- Cenário G1: barra 1: 540 (geração ideal 576 MW); barra 2: 565,6 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1722 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 432,3 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 21: 1173,8 MW (geração ideal 1200 MW) e barra 23: 957,9 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 1: 530 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 570 MW (geração ideal 576); barra 13: 1500 MW (geração ideal 1457 MW) e barra 16: 291 MW (geração ideal 282 MW);
- Cenário G4: barra 7: 818,8 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1592,2 MW (geração ideal 1599 MW).

Dos resultados apresentados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 15 barras, sendo mais significativa a variação de 51 MW na geração da barra 13 no cenário G1 (a geração foi deslocada de 1773 MW para 1722 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 42 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 1%, foi encontrada a solução de 450 milhões já obtida anteriormente em vários testes na estratégia 7.3.1 (considerando pequenos cortes de cargas, para $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$). Essa proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- No cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,56 MW (0,11% de sobrecarga);
- No cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga);
- No cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 505 MW (1% de sobrecarga).

Existem sobrecargas muito pequenas em apenas duas linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz a seguinte mudança dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13: 1726 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal: 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 743,2 MW (geração ideal 722 MW) e barra 21: 1173,8 MW (geração ideal 1200 MW);
- Cenário G3: não houve mudança na geração;
- Cenário G4: barra 7: 814,3 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1596,7 MW (geração ideal 1599 MW).

De acordo com os resultados apresentados acima, verifica-se que existem pequenas alterações de geração em apenas 7 barras, sendo mais significativa a variação de 47 MW na geração da barra 13 no cenário G1 (a geração foi deslocada de 1773 MW para 1726 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 36 segundos.

Essa proposta de expansão produz um corte de carga de 11,97 MW na barra 10 e no cenário G1, e pode ser considerada de grande interesse prático.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrada a solução:

- Linhas adicionadas: $n_{3-24} = 1$, $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$;
- Custo do plano de expansão: 356 milhões de dólares.

O plano de expansão apresenta um investimento de 356 milhões de dólares, representando uma excelente proposta de expansão com relação aos custos, mas, apresenta cortes de cargas relativamente elevados. Essa proposta de expansão produz um corte de carga de 22,39 MW na barra 3 e 67,97 MW na barra 5 para o cenário G1; 156,30 MW na barra 3 e

17,65 MW na barra 5 para o cenário G2. Assim, o corte total de carga para os quatro cenários é de 264,31MW. Tal proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga), e a linha 15-24 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático especialmente na análise comparativa. Adicionalmente, a proposta de expansão produz uma mudança dos níveis de geração conforme segue:

- Cenário G1: barra 13: 1730,3 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 982,4 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 350 (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 925 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 1: 557,3 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1475,7 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: barra 1: 560 MW (geração ideal 520 MW); barra 2: 534,8 MW (geração ideal 520 MW); barra 7: 812,9 MW (geração ideal 812 MW); barra 13: 1594 MW (geração ideal 1599 MW); barra 15: 550 MW (geração ideal 581 MW) e barra 21: 1057,3 MW (geração ideal 1077 MW).

De acordo com os resultados apresentados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 21 pontos, sendo mais significativa a variação de 50 MW na geração da barra 21 nos cenários G1 e G2 (a geração foi deslocada de 1200 MW para 1150 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 31 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 350.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrada a mesma solução de 428 milhões de dólares já mostrada na estratégia 7.3.4 com pequenos cortes de cargas e pequenos intervalos de geração ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$). Essa proposta de expansão produz cortes de cargas de 54,90 MW na barra 5 e apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta um fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga), e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,5 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 507,95 MW (1,59% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 1: 540 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 561,7 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1733,4 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 435,7 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1427,9 MW (geração ideal 1424 MW) e barra 21: 1197,4 MW (geração ideal 1200 MW);
- Cenário G3: barra 1: 530,8 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1500 MW (geração ideal 1457 MW) e barra 16 (geração ideal 284,2 MW);
- Cenário G4: não houve modificação na geração.

De acordo com resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em apenas 11 barras de geração sendo mais significativa a variação de 43

MW na geração na barra 13 no cenário G3 (a geração foi deslocada de 1457 MW para 1500 MW, um aumento na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 36 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrada a mesma solução de 450 milhões de dólares já mostrada na estratégia apresentada na subseção 7.3.1 com pequenos cortes de cargas ($\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$).

Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13: 1736,8 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 469,6 MW (geração ideal 465 MW) e barra 21: 1195,4 MW (geração ideal 1200 MW);
- Cenário G2 e G3: não houve modificação na geração.

Conforme resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em apenas 4 barras, sendo mais significativa a variação de 36,2 MW na geração da barra 13 no cenário G1 (a geração foi deslocada de 1773 MW para 1736,8 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 35 segundos.

Essa proposta de expansão produz um corte de carga de 1,18 MW na barra 10 e no cenário G1 e apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,66 MW (0,13% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 510 MW (2% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 506 MW (1,2% de sobrecarga).

Assim, existem sobrecargas pequenas em apenas duas linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 350.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, foi encontrada a mesma solução mostrada na estratégia 7.3.7 com pequenos cortes de cargas, pequenos intervalos de geração e pequenas

sobrecargas nas linhas ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$, $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga de 2%), com um investimento de 356 milhões de dólares.

Essa proposta de expansão produz cortes de cargas de 14,01 MW na barra 3 e 61,45 MW na barra 5 para o cenário G1, 148,71 MW na barra 3 e 11,49 MW na barra 5 para o cenário G2. Assim, o corte total de carga para os quatro cenários é de 235,66 MW. A proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 513,94 MW (2,8% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático, especialmente na análise comparativa. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13: 1741,9 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 895,7 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW); barra 23: 938,8 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 1: 562,8 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1470,2 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: barra 1: 557,7 MW (geração ideal 520 MW); barra 15: 550 MW (geração ideal 581 MW) e barra 21: 1070,3 MW (geração ideal 1077 MW).

Dos resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 18 barras, sendo mais significativa a variação de 50 MW na geração da barra 21 nos cenários G1 e G2 (a geração foi deslocada de 1200 MW para 1150 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 34 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MWe}$ a sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, foi encontrada a mesma solução de 428 milhões de dólares já mostrada na estratégia 7.3.4, quando permite pequenos cortes de carga e pequenos intervalos da geração ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MWe}$ e $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$).

Essa proposta de expansão produz cortes de cargas de 47,37 MW na barra 5 e apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta um fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,20 MW (0,04% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 510,5 MW (2,1% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta fluxo de 180,25 MW (3% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 507,95 MW (1,59% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas apenas em três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 1: 540 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 557,8 MW (geração ideal 576); barra 13: 1744,9 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 440,9 MW (geração ideal 465 MW) e barra 7: 746,1 MW (geração ideal 722 MW);
- Cenário G3: barra 1: 536,5 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1496,5 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: não houve mudança na geração.

Dos resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em apenas 8 barras, sendo mais significativa a variação de 39,5 MW na geração das barras 1 e 13 no cenário G3 (existe uma transferência de geração de uma barra para a outra). O tempo de processamento foi de 44 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 450.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, foi encontrada a mesma solução mostrada na estratégia 7.3.1 (com pequenos cortes de cargas $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$) com um investimento de 450 milhões de dólares, representando assim uma excelente proposta de expansão. Tal proposta não produz cortes de cargas e apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 12-13 apresenta fluxo de 515 MW (3% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,53 MW (0,11% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 15-21 apresenta fluxo de 511,09 MW (2,2% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta fluxo de 506 MW (1,2% de sobrecarga).

Existem sobrecargas muito pequenas em apenas duas linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração, sendo apenas duas barras no cenário G1 (as barras 13 e 23 trocam 19,4 MW de geração). Dessa forma, essa proposta de expansão é uma das mais interessantes dentre as encontradas, já que sobrecarrega apenas uma linha em 3% e outras 3 sobrecargas muito menores, e gera uma redução do plano de expansão de 82 milhões de dólares em relação ao plano de expansão ideal. O tempo de processamento foi de 37 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 4%, foi encontrada a mesma solução mostrada na estratégia 7.3.7 ($\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga de 2%) com um investimento de 356 milhões de dólares.

Essa proposta de expansão produz corte de carga de 54,93 MW na barra 5 para o cenário G1; 141,11 MW na barra 3 e 5,32 MW na barra 5 para o cenário G2. Assim, o corte total de carga para os quatro cenários é de 201,36 MW. Tal proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta um fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 515,87 MW (3,2% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13 1753,5 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW), barra 22: 898,9 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 350MW (geração ideal);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW); barra 23: 947,8 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 1: 568,3 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1464,7 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: barra 1: 543,2 MW (geração ideal 520 MW) e barra 15: 557,8 MW (geração ideal 581 MW).

De acordo com os resultados exibidos acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 18 barras, sendo mais significativa a variação de 50 MW na geração da barra 21 nos cenários G1 e G2 (a geração foi deslocada de 1200 MW para 1150 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 39 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga de $\alpha = 450.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 4%, foi encontrada a mesma solução de 428 milhões de dólares já mostrada na estratégia 7.3.4 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$). Essa proposta

de expansão produz um corte de carga de 39,85 MW na barra 5 no cenário G1 e apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta um fluxo de 520 MW (4% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,41 MW (0,08% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 510,44 MW (2,1% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 182 MW (4% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 507,95 MW (1,59% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 1: 540 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 553,9 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1756,3 MW (geração ideal 1773 MW);
- Cenário G2: barra 1: 446,3 MW (geração ideal 576 MW) e barra 7: 740,7 MW (geração ideal 722 MW);
- Cenário G3: barra 1: 542,1 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1490,9 MW (geração ideal 1457 MW).

Verifica-se que existem pequenas alterações de geração em apenas 7 barras. A modificação mais significativa foi a variação de 36 MW na geração nas barras 1 e no cenário G1 (diminuição da geração de 576 MW para 540 MW). O tempo de processamento foi de 48 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 5%, tem-se o seguinte plano de expansão:

- Linhas adicionadas: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$.
- Custo do plano de expansão: 276 milhões de dólares.

Essa proposta de expansão produz corte de carga de 70,08 MW na barra 3 e 33,59 MW na barra 5 no cenário de geração G1; 196,15 MW na barra 3 no cenário G2 e 91,10 MW no cenário G3. Assim, o corte total de carga é de 390,92 MW.

Em relação às sobrecargas nas linhas de transmissão, a proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga), a linha 3-24 apresenta um fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta um fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 178,22 MW (1,84% de sobrecarga) e a linha 3-24 apresenta um fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 12-23 apresenta fluxo de 521,49 MW (4,3% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 3-24 apresenta fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta um fluxo de 522,04 MW (4,4% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em quatro linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão é interessante, mas, de pouca utilidade do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13: 1731,8 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 877,5 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1447,8 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 900 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 2: 532,9 MW (geração ideal 576 MW); barra 7: 860 MW (geração ideal 900 MW); barra 13: 1400 MW (geração ideal 1457 MW); barra 15: 350 MW (geração ideal 325 MW); barra 16: 310 MW (geração ideal 282 MW); barra 18: 640 MW (geração ideal 603 MW); barra 21: 990 MW (geração ideal 951 MW) e barra 23: 1900 MW (geração ideal 1980 MW);

- Cenário G4: barra 1: 560 MW (geração ideal 520 MW); barra 2: 560 MW (geração ideal 520MW); barra 7: 830 MW (geração ideal 812 MW); barra 13: 1611,6 MW (geração ideal 1599 MW); barra 15: 550 MW (geração ideal 581 MW); barra 21: 1000 MW (geração ideal 1077 MW) e barra 22: 897,4 MW (geração ideal 900 MW).

Conforme resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 29 barras, sendo mais significativa a variação de 77 MW na geração da barra 21 e no cenário G4 (diminuição da geração de 1077 MW para 1000 MW). O número elevado de variações dos níveis de geração se deve à necessidade de redirecionar fluxos em linhas com pequena sobrecarga e também pelo corte de carga relativamente elevado. O tempo de processamento foi de 34 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 350.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 5%, encontra-se a seguinte solução:

- Linhas adicionadas: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{20-23} = 1$;
- Custo do plano de expansão: 306 milhões de dólares.

Foi encontrada uma solução de 306 milhões de dólares. Essa proposta de expansão produz um corte de carga de 71,17 MW na barra 3 e 34,16 MW na barra 5 no cenário de geração G1 e 201,11 MW na barra 3 no cenário G2. Assim, o corte total de carga é de 306,44 MW.

Em relação à sobrecarga nas linhas de transmissão, a proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga), a linha 3-24 apresenta fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta fluxo de 179,10 MW (2,34% de sobrecarga) e a linha 3-24 apresenta fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 3-24 apresenta fluxo de 420 MW (5% de sobrecarga) e a linha 12-13 apresenta fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão é interessante, mas também de pouca utilidade do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 13: 1732,6 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 875,1 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1442,9 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW) e barra 23: 900 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: não houve mudança na geração;
- Cenário G4: barra 1: 560 MW (geração ideal 520 MW); barra 2: 560 MW (geração ideal 520 MW); barra 7: 830 MW (geração ideal 812 MW); barra 13: 1621,6 MW (geração ideal 1599 MW); barra 15: 550 MW (geração ideal 581 MW); barra 18: 704,4 MW (geração ideal 718 MW); barra 21: 1000 MW (geração ideal 1077 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900MW) e barra 23: 1445 MW (geração ideal 1404 MW).

Conforme os resultados apresentados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 23 barras, sendo mais significativa a variação de 77 MW na geração da barra 21 e no cenário G4 (diminuição da geração de 1077 MW para 1000 MW). Em relação ao teste anterior, pode-se verificar que a adição da linha no caminho 20-23 resolveu o problema no cenário de geração G3 (nesse cenário não existe corte de carga nem deslocamento da geração). O tempo de processamento foi de 32 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 5%, foi encontrada a mesma solução mostrada na estratégia 7.3.7 ($\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga de 2%) com um investimento de 356 milhões de dólares. Essa proposta de expansão produz corte de carga de 46,87 MW na barra 5 para o cenário G1; 130,01 MW na barra 3 e 2,39 MW na barra 5 para o cenário G2. Assim, o corte total de carga para os quatro cenários é de 179,27 MW. A proposta apresenta as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1 a linha 1-5 apresenta fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga).
- Cenário G2 a linha 1-5 apresenta fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta um fluxo de 525 MW (4% de sobrecarga).
- Cenário G3 a linha 1-5 apresenta fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga).
- Cenário G4 a linha 12-13 apresenta fluxo de 517,71 MW (3,5% de sobrecarga) e a linha 15-24 apresenta fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga).

Deste modo, existem sobrecargas pequenas apenas em três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 1: 573,1 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1763,6 MW (geração ideal 1773 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 21: 1155,5 MW (geração ideal 1200 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 15: 620 MW (geração ideal 645 MW); barra 16: 420 MW (geração ideal 465 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 18: 1160 MW (geração ideal 1200 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 860 MW (geração ideal 900 MW); barra 23: 961,6 MW (geração ideal 953 MW);
- Cenário G3: barra 1: 573,8 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1459,2 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: barra 1: 529,8 MW (geração ideal 520 MW) e barra 15: 571,8 MW (geração ideal 581 MW).

Diante dos resultados apresentados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em 18 pontos, sendo mais significativa a variação de 50 MW na geração

da barra 21 no cenário G2 (a geração foi deslocada de 1200 MW para 1150 MW, uma diminuição na estratégia de geração). O tempo de processamento foi de 44 segundos.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 500.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 5%, foi encontrada a mesma solução de 428 milhões de dólares já mostrada na estratégia 7.3.4 ($\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$).

Essa proposta de expansão produz corte de carga de 32,32 MW na barra 5 no cenário G1. A proposta apresenta também as seguintes linhas sobrecarregadas:

- Cenário G1: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga), a linha 12-13 apresenta um fluxo de 525 MW (5% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 500,63 MW (0,13% de sobrecarga);
- Cenário G2: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga) e a linha 15-21 apresenta um fluxo de 510,38 MW (2,1% de sobrecarga);
- Cenário G3: a linha 1-5 apresenta um fluxo de 183,75 MW (5% de sobrecarga);
- Cenário G4: a linha 12-13 apresenta um fluxo de 507,95 MW (1,59% de sobrecarga).

Existem sobrecargas pequenas em apenas três linhas de transmissão. Portanto, o plano de expansão também pode ser considerado interessante do ponto de vista prático. Adicionalmente, a proposta de expansão produz as seguintes mudanças dos níveis de geração:

- Cenário G1: barra 1: 540 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 550 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1767,7 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 451,8 MW (geração ideal 465 MW) e barra 7: 735,2 MW (geração ideal 722 MW);
- Cenário G3: barra 1: 547,6 MW (geração ideal 576 MW) e barra 13: 1485,4 MW (geração ideal 1457 MW);
- Cenário G4: não houve modificação na geração.

Segundo os resultados mostrados acima, pode-se verificar que existem pequenas alterações de geração em apenas 8 barras, sendo mais significativa a variação de 36 MW na

geração da barra 1 e no cenário G1 (diminuição da geração de 576 MW para 540 MW). O tempo de processamento foi de 44 segundos.

7.4 ANÁLISE E RESULTADOS PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

Nessa parte da pesquisa é realizada uma análise preliminar dos resultados encontrados usando testes com os dados do sistema IEEE de 24 barras. A Tabela 5 apresenta os resultados conhecidos para o sistema de 24 barras antes do desenvolvimento dessa pesquisa. A Tabela 5 mostra, para cada proposta de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o custo de investimento em expansão, o corte de carga em cada cenário de geração e o corte de carga total considerando todos os cenários de geração.

Os planos G1-FH, G2-FH, G3-FH e G4-FH são os planos encontrados considerando o planejamento de apenas um cenário de geração isoladamente, e não são ótimos. Portanto, os cortes de cargas indicados correspondem à operação de cada plano de expansão quando operam em cada um dos quatro cenários de geração. Assim, por exemplo, G1-FH apresenta um custo de expansão de 454 milhões de dólares e foi encontrado considerando apenas o cenário de geração G1. Portanto, esse plano operando com os outros 3 cenários de geração apresentam cortes de cargas de 118,56, 395, 84 e 164,33 MW, respectivamente, totalizando um corte de carga de 678,73 MW.

Tabela 5 - Corte de carga por planos anteriores e o ótimo global.

Plano	Custo (M US\$)	G1(MW)	G2(MW)	G3(MW)	G4(MW)	Corte total (MW)
G1-FH	454	0	118,56	395,84	164,33	678,73
G2-FH	451	380,57	0	352,64	93,97	827,18
G3-FH	292	659,89	659,89	0	120,08	1439,86
G4-FH	376	359,29	357,65	240,50	0	957,44
G1-L	390	0	124,96	387,15	167,45	679,56
G2-L	392	371,96	0	352,20	95,90	819,86
G3-L	218	479,88	385,96	0	132,71	998,55
G4-L	342	361,54	357,64	276,08	0	995,26
T-L	342	121,07	217,19	182,37	74,25	594,88
LD-L	532	0	0	0	0	0

Fonte: da própria autora e LaPSEE.

Os planos G1-L, G2-L, G3-L e G4-L são os planos encontrados considerando também o planejamento de apenas um cenário de geração isoladamente. Entretanto, esses planos são

ótimos para o modelo linear disjuntivo (e também para o modelo DC) e foram obtidos nessa pesquisa usando a formulação apresentada e codificada no ambiente AMPL usando o *solver* CPLEX. Um exemplo é o G1-L, que apresenta um custo de expansão de 390 milhões de dólares e foi encontrado considerando apenas o cenário de geração G1 (64 milhões de dólares mais barato que a solução G1-FH, já que estamos resolvendo o mesmo problema). Da mesma forma, esse plano operando com os outros 3 cenários de geração, apresenta cortes de cargas de 124,96, 387,15 e 167,45 MW, respectivamente, totalizando um corte de carga de 679,56 MW. Um fato muito importante é que esse plano, mesmo apresentando um custo menor que 64 milhões de dólares, apresenta um corte de carga total de quase o mesmo valor que o plano G1-FH.

O plano T-L foi obtido nessa pesquisa considerando o modelo apresentado no capítulo anterior para o modelo de transportes e resolvido usando o CPLEX. Nesse caso, foi encontrada solução ótima para o modelo de transportes, levando em conta os quatro cenários de geração. Pode-se verificar que o custo de expansão é muito menor que os apresentados quando se considera os planos de expansão para cada cenário de geração analisando-os isoladamente (exceto o plano G3-l, que apresenta um corte de carga total inaceitável). O corte de carga é relativamente elevado, mas muito menor que os outros planos mencionados anteriormente.

Finalmente, LD-L é o plano ótimo de expansão considerando o modelo linear disjuntivo bem como os quatro cenários de geração. Obviamente, não apresenta corte de carga, mas apresenta custos de expansão elevados, especialmente quando comparado com os planos de expansão ótimos G1-L, G2-L, G3-L e G4-L.

Na Tabela 6 são mostrados os planos de expansão encontrados usando os modelos apresentados no capítulo 5. Esses planos foram ordenados por custos de expansão decrescentes. Para cada plano é mostrado o custo de expansão em linhas de transmissão, a porcentagem máxima de sobrecarga de uma linha de transmissão, o corte de carga total obtido somando os cortes de cargas dos quatro cenários de geração e o máximo desvio de uma unidade geradora considerando os quatro cenários de geração. Assim, a indicação “-“ indica que essa opção não era possível de se aplicar.

Os resultados mostrados na Tabela 6 são muito interessantes e, pode-se verificar que aparece uma variedade de planos de expansão que podem ser analisados com maior precisão usando alguma métrica de desempenho.

Na Tabela 6 os planos de expansão com os mesmos valores de investimento, na verdade, representam o mesmo plano de expansão e, portanto, a tabela permite verificar as

diferentes formas em que podem ser contornadas soluções de qualidade, mas, que não permitem que o sistema opere sem cortes de cargas, ou, sem sobrecarga ou sem deslocamento da geração em torno dos valores ideais. Assim, 11 planos de expansão com investimento de 450 milhões de dólares (planos 8 a 18) representam planos de expansão que indicam a construção das mesmas linhas de transmissão. Logo, esses planos são diferentes apenas na estratégia escolhida para contornar as infactibilidades desse plano de expansão. Entretanto, a forma em que foram contornadas essas infactibilidades permite ver cada proposta de expansão por uma ótica diferente. Como exemplo, os planos 9 e 11 podem levar à avaliações diferentes. O plano 9 indica que esse plano apresenta um corte de carga de 92,06 (muito boa) e o plano 11 indica que esse plano não apresenta corte de carga se for permitida uma sobrecarga de 3% nas linhas de transmissão (excelente).

Tabela 6 - Planos de expansão encontrados.

(continua)

Plano	Custos (MUS\$)	Parâmetros			Sobrecarga máxima nas linhas (%)	Corte de carga total (MW)	Desvio máximo da geração (%)
		σ %	α x 10 ⁴	β x 10 ⁴			
1	532	–	–	–	–	–	–
2	516	2	–	–	1,91	–	–
3	512	3	–	–	2,08	–	–
4	500	–	–	1	–	–	7,69
5	472	4	–	–	3,91	–	–
6	472	2	–	1	2,00	–	10,59
7	470	–	60	–	–	58,63	2,55
8	450	5	–	–	4,11	–	–
9	450	–	40	–	–	92,29	2,91
10	450	–	45	1	–	30,58	7,56
11	450	3	–	0.001	3,00	–	6,17
12	450	1	35	–	1,00	54,95	1,90
13	450	2	35	–	2,00	26,25	1,29
14	450	3	40	–	3,00	12,01	0,68
15	450	4	40	–	4,00	1,21	0,07
16	450	1	40	1	1,00	11,98	11,11
17	450	2	40	1	2,00	1,18	11,11
18	450	3	45	1	3,00	0,00	6,17
19	428	–	30	1	–	77,48	7,99
20	428	1	30	1	1,00	62,42	11,11
21	428	2	35	1	2,00	54,90	11,11
22	428	3	40	1	3,00	47,37	11,11
23	428	4	45	1	4,00	39,85	11,11

(continuação)

Plano	Custos (MUS\$)	Parâmetros			Sobrecarga máxima nas linhas (%)	Corte de carga total (MW)	Desvio máximo da geração (%)
		σ %	α x 10 ⁴	β x 10 ⁴			
24	428	5	50	1	5,00	32,32	11,11
25	356	2	30	1	2,00	264,31	11,11
26	356	3	35	1	3,00	235,66	11,11
27	356	4	40	1	4,00	206,74	11,11
28	356	5	40	1	5,00	179,27	11,11
29	306	5	35	1	5,00	306,44	11,11
30	276	5	30	1	5,00	390,93	11,11

Fonte: da própria autora.

O raciocínio do parágrafo anterior vale para todos os planos de expansão com os mesmos valores de investimento (e a construção das mesmas linhas de transmissão) como acontece com os planos com investimentos de 428 e 356 milhões de dólares. Entretanto, deve-se lembrar que existem duas soluções ótimas alternativas (dois planos de expansão distintos do ponto de vista topológico) para o caso com investimento de 532 milhões de dólares.

7.5 TESTE MULTIESTÁGIO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

O modelo linear disjuntivo multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração, foi implementado em AMPL e solucionado pelo *solver* comercial CPLEX. Os testes foram realizados com o sistema elétrico IEEE de 24 barras. O planejamento da expansão do sistema elétrico é realizado em dois estágios. No modelo matemático proposto, considera-se o parâmetro α_t que representa o fator de conversão para o valor presente, sendo $\alpha_1=1.00$ e $\alpha_2=0,7835$, ambos calculados usando a equação 18 no capítulo 4, considerando o valor $t_0=0$ e $t_N=5$ e $I=5\%$. Abaixo, segue o plano ótimo encontrado:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$;
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{17-18}=1$, $n_{20-23}=1$, $n_{13-14}=1$;
- Custo do plano de expansão: 468,78 milhões de dólares.

Acima mostra o plano ótimo para a expansão de sistema elétrico considerando múltiplos cenários de geração, isto é, para os quatro cenários. Entretanto, neste caso, o horizonte do planejamento é dinâmico no período de 5 anos. É importante ressaltar que, este plano de expansão opera adequadamente para os quatro cenários de geração, sem que apresente cortes de cargas.

Outro detalhe importante a ser observado são os dados obtidos ao comparar o planejamento estático para múltiplos cenários, que obteve um plano de 532 milhões dólares, enquanto que com o planejamento dinâmico, encontrou-se um plano de 468,78 milhões de dólares, implicando em uma redução nos custos de investimento de 63,22 milhões de dólares. O tempo computacional para encontrar a solução foi de 70,86s.

7.5.1 Teste usando o modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas

Essa estratégia é a mesma apresentada na seção 7.3.1, porém, o planejamento da expansão é para múltiplos estágios. Foram realizados os testes calibrando o parâmetro α para encontrar planos de expansão com custos de investimentos menores em relação ao plano de expansão multiestágio tradicional apresentado na seção 7.5. Encontrou-se uma solução de boa

qualidade com o uso do parâmetro $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ apresentando pequenos cortes de cargas, conforme o plano de expansão abaixo:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$.
- Custo do plano de expansão: 404,53 milhões de dólares.

O custo de investimento desse plano de expansão é menor em relação ao plano sem cortes de cargas mostrada na seção 7.5, cuja diferença é de 64,25 milhões de dólares, valor menor encontrado pelo planejamento multiestágio tradicional. O custo computacional para encontrar este plano foi de 37,01 segundos. A Tabela 7 apresenta os cortes de cargas em cada cenário de geração e em cada estágio.

Tabela 7 - Cortes de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ cenário s e estágio t .

Cenário – estágio 1	Corte de carga (MW) – estágio 1	Corte de carga (%) – estágio 1	Cenário – estágio 2	Corte de carga (MW) – estágio 2	Corte de carga (%) – estágio 2
G 1	0	0	G 1	44,40	7,59
G 2	0	0	G 2	34,92	3,67
G 3	0	0	G 3	0	0
G 4	0	0	G 4	12,95	2,21
Total	0	0	-	92,27	13,47

Fonte: da própria autora

Na Tabela 7, observa-se que no estágio 1 não houve cortes de cargas. Apresentaram cortes de cargas apenas o estágio 2 nos seguintes cenários de geração:

- Cenário G1: 44,4 MW, na barra 10, representando 7,59%;
- Cenário G2: 34,92 MW na barra 15, representando 3,67%;
- Cenário G3: não houve cortes de carga;
- Cenário G4: 12,95 MW na barra 10, correspondendo a 2,21 %.

O corte de carga mais significativo ocorreu no cenário G1, com 44,40 MW na barra 10, representando 7,59 %. O total de cortes de cargas é de 92,27 MW, correspondendo a 13,47%.

Com o uso do parâmetro $\alpha = 500.000 \text{ US\$/MW}$, obteve-se o seguinte plano de expansão:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$;

- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{17-18}=1$, $n_{20-23}=1$;
- Custo do plano de expansão: 420,20 milhões de dólares.

É possível verificar uma economia de 48,58 milhões em relação ao plano de expansão tradicional sem cortes de cargas. O tempo computacional para obtenção deste plano de expansão é de 42,30 segundos. A Tabela 8 mostra em qual cenário e estágio houve cortes de cargas. Observa-se que, os cortes de cargas são pequenos.

Tabela 8 - Cortes de carga $\alpha = 500.000 \text{ US\$/MW}$ cenário s e estágio t .

Cenário – estágio 1	Corte de carga (MW) – estágio 1	Corte de carga (%) – estágio 1	Cenário – estágio 2	Corte de carga (MW) – estágio 2	Corte de carga (%) – estágio 2
G ₁	0	0	G ₁	45,25	7,73
G ₂	0	0	G ₂	13,36	2,28
G ₃	0	0	G ₃	0	0
G ₄	0	0	G ₄	0	0
Total	0	0	-	58,61	10,01

Fonte: da própria autora

Na Tabela 8, observa-se que no estágio 1 não foram realizados cortes de carga, houve apenas cortes de cargas no estágio 2, sendo eles:

- Cenário G1: 45,25 MW, na barra 10, representando 7,73%;
- Cenário G2: 13,36 MW na barra 10, representando 2,28%;
- Cenário G3 e G4: não houve cortes de cargas.

O corte de carga mais significativo ocorreu no cenário G1 na barra 10 com 45,25 MW, representando 7,73%. Os cortes de cargas apresentados nesta subseção são relativamente pequenos, portanto, podem ser considerados aceitáveis no planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

7.5.2 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos desvios de geração

Esta estratégia é semelhante a estratégia apresentada na seção 7.3.2, porém, neste caso, o planejamento é realizado em múltiplos estágios. A geração fixa de cada cenário s e no estágio t especificado na configuração base, foi substituída por uma faixa de variação de geração a partir da geração ideal. Portanto, foi fixada uma pequena faixa de geração no cenário de geração s e no estágio t , limitando a geração mínima e máxima em relação a geração ideal especificada

da configuração base. É importante ressaltar que a alteração de geração não ultrapassa o limite da capacidade máxima gerada pela usina geradora, apresentada no anexo A.

Ao serem realizados com pequenos desvios de geração, os testes, nesta subseção e nas demais subseções, são submetidos à um parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ suficientemente pequeno para não conflitar com os outros parâmetros, mas, diferente de zero para evitar deslocamento não necessário do nível de geração ideal.

O plano de expansão encontrado, com um valor de $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, é:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{9-11}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$.
- Custo do plano de expansão: 443,71 milhões de dólares.

O custo do plano de expansão encontrado é 25,07 milhões menor em relação ao plano tradicional para múltiplos estágios apresentado ao plano tradicional para multiestágio presente na seção 7.5. O tempo computacional foi de 36,39 segundos para encontrar este plano de expansão.

Os valores de geração deste plano de expansão são ligeiramente diferentes dos valores de geração considerados ideais, uma estratégia aceitável em planejamento a longo prazo. Esta solução não apresentou alteração na geração no estágio 1, apenas no estágio 2, somando um total de 8 alterações na geração em apenas 3 dos 4 cenários seguintes:

- Cenário G1: não houve modificação na geração.
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 747,9 MW (geração ideal 722 MW) e barra 21: 1169,09 MW (geração ideal 1200 MW).
- Cenário G3: barra 13: 1406,42 MW (geração ideal 1457 MW); barra 15: 350 MW (geração ideal 325 MW) e barra 21: 976,57 MW (geração ideal 951 MW).
- Cenário G4: barra 7: 824,45 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1586,54 MW (geração ideal 1599 MW).

As modificações mais significativas deste estágio 2 ocorreu no cenário G3 na barra 15 com alteração de 7,69% em relação a geração ideal.

7.5.3 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas

Nesse tipo de teste foi utilizada a mesma estratégia apresentada na subseção 7.3.3, em que permitiu-se que cada linha de transmissão aceitasse até 5% de sobrecarga, estratégia aceitável em planejamento da expansão de sistemas de transmissão,. Contudo, neste caso, além de considerar múltiplos cenários de geração o horizonte do planejamento é dividido em estágios, sendo permitido em cada cenário de geração uma pequena sobrecarga nas linhas de transmissão e o plano de expansão executado em dois estágios.

Os testes mostram planos de expansão quando uma linha de transmissão pode ter uma sobrecarga de 3% e 4%

Quando é permitida uma sobrecarga de 3% em uma linha de transmissão o plano ótimo de expansão é:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{10-11}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$, $n_{13-14}=1$.
- Custo do plano de expansão 453,11 milhões de dólares.

Com esta estratégia, houve uma redução dos custos de investimentos em 15,67 milhões de dólares em relação ao plano de expansão apresentado na seção 7.5. O tempo computacional para encontrar esta solução foi de 100,53 segundos.

Ao realizar a análise dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, verifica-se os seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1 na linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma leve violação de 1,82 MW, ou seja, após a permissão de 3% de sobrecarga o fluxo naquela linha foi de 501,82 MW.
- Cenário G2 a linha de transmissão 15-21 que transporta o fluxo máximo de 500 MW violou seu limite superior de 20,82 MW, ou seja, o fluxo nesta linha de transmissão foi de 520,82 MW.
- Cenário G3 e G4 todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais.

Na proposta de solução encontrada existe sobrecarga apenas no estágio 2, nos cenários G1 com 0,18% de sobrecarga e G2 com 2,08% de sobrecarga, totalizando 2,26%, no caminho 15-21.

Quando é permitida uma sobrecarga de 4% em uma linha de transmissão o plano ótimo de expansão é:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{3-24}=1$, $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=2$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$.
- Custo do plano de expansão: 421,77 milhões de dólares.

O custo de investimento dessa estratégia é de 47,01 milhões de dólares menor em relação ao plano de expansão encontrado pelo modelo tradicional para múltiplos estágios, sem modificações no modelo, apresentado na seção 7.5. O tempo computacional para encontrar este plano de expansão foi de 28,61 segundos.

Ao realizar uma análise dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, encontram-se seguintes níveis de sobrecarga:

- Cenário G1 na linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo 500 MW, houve uma violação de 19,54 MW, ou seja, após a permissão de 4% de sobrecarga o fluxo naquela linha é de 519,54 MW, representando 3,90%. Na linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma leve violação de 1,53, em seu limite superior, totalizando o fluxo de 501,53 MW, representa 0,15%.
- Cenário G2: a linha de transmissão 15-21 que transporta o fluxo máximo 500 MW viola seu limite superior de 22,91 MW, ou seja, o fluxo nesta linha de transmissão é de 522,91 MW, que representa 2,29%. Na linha de transmissão 12-13 que transporta o fluxo máximo 500 MW, permitindo a sobrecarga de 4%, houve uma violação leve de 5,18. Desta forma, leva o fluxo de 505,18 MW, que representa 1,03%;
- Cenário G3 e G4 todas as linhas se encontram operando dentro de seus limites originais.

Nesta estratégia de solução encontrada existe sobrecarga apenas no segundo estágio, nos cenários de geração G1 com 4,05% de sobrecarga e G2 com 3,32% de sobrecarga, totalizando 7,37%.

7.5.4 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas e pequenos desvios de geração

Nesta estratégia, os testes são realizados considerando duas possibilidades de mudança: 1^a) permitir pequenos deslocamentos do nível de geração em relação ao ponto ideal de geração; 2^a) permitir pequenos cortes de cargas em cada estágio e em cada cenário de geração. Portanto, foi permitida uma variação da geração para ambos os lados do ponto ideal de geração desde que seja uma mudança válida. Esta estratégia é semelhante a estratégia apresentada na 7.3.4, porém, neste caso, o sistema elétrico deverá ser expandido em múltiplos estágios, mais precisamente, em dois estágios.

Quando é usado o parâmetro de corte de carga igual $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, foi encontrada a solução abaixo:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{3-24}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$.
- Custo do plano de expansão: 376,47 milhões de dólares.

O plano de expansão apresentado acima, com custo de investimento de 376,47 milhões de dólares, apresenta uma redução de 92,31 milhões de dólares em relação ao plano de expansão ótimo ideal encontrado na seção 7.5. O tempo computacional é de 20,45 segundos. Nesta estratégia são apresentadas modificações do nível de geração, conforme segue:

Estágio 1:

- Cenário G2: barra 1: 368 MW (geração ideal 364 MW); barra 7: 588 MW (geração ideal 566 MW); barra 13: 1136 MW (geração ideal 1116 MW); barra 15: 486 MW (geração ideal 505 MW); barra 18: 929,42 MW (geração ideal 940 MW); barra 21: 901 MW (geração ideal 940 MW); barra 22: 674 MW (geração ideal 705 MW) e barra 23: 776 MW (geração ideal 748 MW)

- Cenário G1, G3 e G4: não houve modificação na geração.

De acordo com os resultados apresentados acima, houve modificações dos níveis de geração apenas no estágio 1. Observa-se que houve 8 modificações apenas no estágio G2 na barra 1 com diferença de 4 MW, o que representa 1,09%; na barra 7 com diferença de 22 MW, correspondendo a 3,88% de alteração na geração; na barra 13 com diferença de 20 MW, correspondendo a 1,79% de alteração; na barra 15 com diferença de 19 MW, representando 3,76% de alteração; na barra 18 com diferença de 10,57 MW, um percentual de 1,12% de alteração; na barra 21 com diferença de 39 MW, representando 4,14 % de alteração; na barra 22 com diferença de 31 MW, representando 4,39% de alteração e por último, na barra 23 com diferença de 28 MW com percentual de 3,74 % de alteração.

Estágio 2:

- Cenário G1: barra 1: 544,25 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1720 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 322,26 MW (geração ideal 315 MW).
- Cenário G2: barra 1: 430 MW (geração ideal 465 MW); barra 2: 573,86 MW (geração ideal 576 MW); barra 7: 750 MW (geração ideal 722 MW); barra 13: 1450 MW (geração ideal 1424 MW); barra 21: 1150 MW (geração ideal 1200 MW); barra 22: 898,70 MW (geração ideal 900 MW) e barra 22: 987,42 MW (geração ideal 953 MW).
- Cenário G3: barra 1: 530 MW (geração ideal 576 MW); barra 2: 563,07 MW (geração ideal 576 MW); barra 13: 1500 MW (geração ideal 1457 MW); barra 16: 297,92 MW (geração ideal 292MW);
- Cenário G4: barra 2: 520,18 MW (geração ideal 520 MW); barra 7: 830 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1580,81 MW (geração ideal 1599 MW)

Quanto às modificações de geração no estágio 2, foram 17 modificações em todos os cenários de geração. A alteração mais significativa ocorreu no estágio 2 no cenário G3 da barra 1, com 7,98% de alteração de geração em relação ao nível de geração ideal. Observa-se que esta estratégia implica em uma redução da geração, o que significa uma proposta muito possível.

Essa estratégia apresentou pequenos cortes, sendo um corte de carga de 77,47 MW no estágio 1, no cenário G1 e na barra 5, o que representa 36,37 % de cortes de cargas.

Quando é usado o parâmetro de corte de carga igual $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ se encontra a mesma solução mostrada na estratégia 7.5.1 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$) com o custo de investimento de 404,53 milhões de dólares, representando um plano de expansão de boa qualidade. O tempo computacional para encontrar este plano foi de 22,86 segundos.

Não houve modificação na geração no estágio 1 em relação ao nível de geração ideal. As modificações ocorreram apenas no estágio 2, totalizando 8 alterações:

- Cenário G1: barra 13: 1720 MW (geração ideal 1773 MW); barra 21: 1198,61 MW (geração ideal 1200 MW) e barra 23: 338,80 MW (geração ideal 315 MW).
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 13: 1439,79 MW (geração ideal 1424 MW) e barra 21: 1151,20 MW (geração ideal 1200 MW).
- Cenário G4: barra 7: 825,72 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1585,27 MW (geração ideal 1599 MW)

Não houve alteração de geração em relação ao nível ideal no cenário G3, sendo possível observar que a mudança mais significativa foi de 7,55% e ocorreu no cenário G1 da barra 23.

Essa proposta de solução produz pequenos cortes de cargas apenas no estágio 2, no cenário G1 da barra 10, sendo cortes de cargas relativamente pequenos de 30,57 MW, isto é, 5,22% de cortes de cargas.

7.5.5 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenos cortes de cargas e com pequenas sobrecargas

Esta estratégia é semelhante à estratégia apresentada nas subseções 7.3.6, porém, o sistema elétrico será expandido para dois estágios. Para obter os planos de expansão foram consideradas duas possibilidades de mudanças: 1ª) permitir pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão de até 5% em cada linha de transmissão; 2ª) permitir pequenos cortes de cargas.

Quando é usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 3%, apresenta-se o seguinte plano de expansão:

- Linhas adicionadas – estágio 1: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$.
- Linhas adicionadas – estágio 2: $n_{1-5}=1$, $n_{3-24}=1$, $n_{10-12}=1$, $n_{15-24}=1$, $n_{16-17}=1$, $n_{20-23}=1$

- Custo do plano de expansão: 393,71 milhões de dólares.

O plano de expansão encontrado acima corresponde a uma economia de 75,7 milhões de dólares em relação ao plano encontrado na estratégia apresentada na seção 7.5, considerado o ideal, com tempo computacional de 28,28 segundos.

Tal proposta de solução apresenta pequenos cortes de cargas no estágio 1, no cenário G2 da barra 3 de 23,59 MW, representando 5,57%, enquanto no estágio 2, na barra 10 de 12 MW, representa 2,05%. A solução apresenta um corte de carga total de 35,59 MW, ou seja 7,62%.

Através das análises dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, é possível observar os seguintes níveis de sobrecarga no estágio 1:

- Cenário G1 na linha de transmissão 3-24, que transporta o fluxo máximo de 400 MW, houve uma violação de 12 MW correspondendo a 3%, sobrecarregando a linha na capacidade máxima permitida, o fluxo atual nesta linha é de 412 MW.
- Cenários G2, G3 e G4, os fluxos de potência encontram opera dentro de seus respectivos limites operacionais.

Estágio2:

- Cenário G1 na linha de transmissão 12-13 que transporta o fluxo máximo de 500 MW violou seu limite superior de 15 MW, ou seja, o fluxo nesta linha de transmissão é de 515 MW. Na linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma leve sobrecarga de 0,49 MW, totalizando 500,49 MW.
- Cenário G2 na linha de transmissão 12-13 que transporta o fluxo máximo de 500 MW violou seu limite superior de 5,99 MW, ou seja, o fluxo nesta linha de transmissão é de 505,99 MW. Na linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma pequena sobrecarga de 22,18 MW, totalizando 522,18 MW
- Cenários G3 e G4 operaram dentro dos limites preestabelecido das linhas de transmissão.

No estágio 2, houve sobrecarga nas linhas de transmissão nos cenários G1 no caminho 12-13, sobrecarregando o máximo permitido de 3%, porém no ramo 15-21, houve uma ligeira sobrecarga de 0,49%. No cenário G2 houve sobrecarga em houve sobrecarga também no caminho 12-13 com sobrecarga de 1,99% e no ramo 15-21 com sobrecarga com percentual de 2,21%, totalizando 7,69 % de sobrecarga no estágio 2.

Quando usado o parâmetro de corte de carga $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 2%, foi encontrado o plano de expansão de 404,53, a mesma estratégia apresentada na subseção 7.5.1 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$).

Nesta estratégia, houve pequenos cortes de cargas apenas no estágio 2. No cenário G1 houve corte de carga na barra 10 de 22,80 MW, o que corresponde a 3,89%. O cenário G2, apresentou um pequeno corte de carga na barra 15 com 3,44 MW, representando um percentual de 0,36 %. O total de cortes de cargas foi de 26,24 MW, correspondendo a 4,25%. Portanto, os cortes de cargas são relativamente pequenos, correspondendo um ótimo plano de expansão. Não houve cortes de cargas no estágio 1.

Quanto aos fluxos de potência, apresentaram sobrecargas apenas no estágio2, conforme segue:

- Cenário G1: a linha de transmissão 12-13 que transporta o fluxo máximo de 500 MW, violou seu limite superior de 10 MW, ou seja, o fluxo nesta linha de transmissão foi de 510 MW. Na linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma leve sobrecarga de 0,30 MW, totalizando 500,30 MW;
- Cenário G2: linha de transmissão 15-21, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma pequena sobrecarga de 20 MW, totalizando 520 MW;
- Cenário G4: a linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, apresentou uma ligeira sobrecarga de 5,99 MW, com o fluxo atual de 505,99 MW;
- Cenário G3: operou dentro dos limites originais.

Nesta estratégia, com permissão de 2% de sobrecarga nas linhas de transmissão, houve pequenas sobrecargas apenas no estágio 2. As sobrecargas ocorreram no cenário G1 no caminho 12-13, correspondendo a 2%, e na linha 15-21 com percentual de 0,03 %. No cenário G2 houve

uma pequena sobrecarga na linha 15-21, representando 2%. O cenário G4 apresentou uma ligeira sobrecarga na linha 12-13 correspondendo a 1,19%. O total de sobrecarga foi de 5,22%.”

7.5.6 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas e pequenos desvios de geração

Esta proposta de solução é semelhante a proposta de solução apresentada na subseção 7.3.5, porém, neste caso o planejamento da expansão de sistema de transmissão não é estático e sim dinâmico, ou seja, o sistema elétrico foi expandido em dois estágios. Para obter o plano de expansão foram consideradas duas possibilidades de mudanças: 1^a) permitir pequenas sobrecargas de até 5% em cada linha de transmissão; 2^a) permitir pequenas sobrecargas nas linhas de transmissão, limitadas em uma faixa de geração mínima e uma faixa de geração máxima em relação à geração ideal. Os intervalos de geração válidos para cada gerador e cada cenário são mostrados no anexo A.1.2. O limite máximo de geração estabelecido não ultrapassa a capacidade máxima gerada pela usina geradora.

Quando usado o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e a sobrecarga das linhas de transmissão de 1%, foi encontrada a mesma solução de 443,71 milhões de dólares mostrada na estratégia 7.5.2 ($\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$), e o tempo computacional estimado foi de 98,38 segundos. Nesta proposta de solução, não houve sobrecarga no estágio 1, portanto, todas as linhas de transmissão devem operar dentro dos limites especificados na configuração inicial.

Quanto aos fluxos de potência nas linhas de transmissão no estágio 2, provocaram uma pequena sobrecarga de 1%, nas seguintes linhas:

- No cenário G1: a linha de transmissão 11- 13, com fluxo máximo de 500 MW, teve uma pequena sobrecarga de 5 MW, sendo que o novo fluxo na linha foi de 505 MW. Já na linha de transmissão 15-21, com fluxo máximo de 500 MW, houve uma sobrecarga de 10 MW, totalizando 510 MW;
- No cenário G2: houve uma leve sobrecarga na linha de transmissão 11-13 de 5 MW, que leva o fluxo máximo de 500 MW, totalizando 505 MW;
- Cenários G3 e G4: os fluxos de potência operaram dentro de seus limites operacionais.

Nesta estratégia, com permissão de 1% de sobrecarga nas linhas de transmissão, houve pequenas sobrecargas apenas no estágio 2. As sobrecargas ocorreram no cenário G1 no ramo 11-13, correspondendo a 1% e no ramo 15-21, também a 1%. No cenário G2 houve uma pequena sobrecarga no ramo 11-13, representando 1%. As linhas de transmissão sobrecarregadas nos cenários G1 e G2, atenderam o limite máximo permitido de sobrecarga de 1%. O total de sobrecargas para esta estratégia foi de 3%.

Esta proposta de solução produz deslocamento de nível de geração, quando usado um parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 1%. Não houve alteração na geração no estágio 1, apenas no estágio 2, totalizando 7 alterações, conforme apresentado abaixo:

- Cenário G1: não houve modificação na geração;
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 726,01 MW (geração ideal 722 MW) e barra 21: 1190,98 MW (geração ideal 1200 MW);
- Cenário G3: barra 13: 1418,83 MW (geração ideal 1457 MW) e barra 21: 964,16 MW (geração ideal 951 MW);
- Cenário G4: barra 7: 812,58 MW (geração ideal 812 MW) e barra 1: 1598,41 MW (geração ideal 1599 MW).

Nota-se, nesta estratégia, pequenas modificações na geração, cujo deslocamento mais significativo ocorreu no cenário G3 da barra 15 com 7,69% de alteração de geração em relação ao nível ideal.

Quando usado o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e uma sobrecarga das linhas de transmissão de 4%, foi encontrada a mesma solução de 393,71 milhões de dólares apresentada pela estratégia 7.5.5 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga de 3%), e o tempo computacional estimado foi de 110,37 segundos.

A proposta de expansão para o sistema de transmissão gerou as seguintes sobrecargas no estágio 1:

- Cenário G2: houve uma pequena sobrecarga na linha de transmissão 3-24 de 16 MW, que transportou o fluxo máximo de 400 MW, totalizando 416 MW;

- Cenários G1, G3 e G4: os fluxos de potência operaram dentro dos limites preestabelecidos na configuração base.

No estágio 2, os fluxos de potência nas linhas de transmissão geraram as seguintes sobrecargas:

- Cenário G1: na linha de transmissão 12-13 com fluxo de potência inicial de 500 MW, houve uma pequena sobrecarga de 20 MW. Com a permissão de sobrecarga, o fluxo de potência nesta linha foi de 520 MW. Na linha de transmissão 15-21, que leva o fluxo de potência 500 MW, houve uma ligeira sobrecarga de 0,73 MW, totalizando 500,73 MW;
- Cenário G2: houve apenas uma linha de transmissão sobrecarregada, a 15-21, com fluxo de potência inicial de 500 MW. Essa linha foi sobrecarregada em 22,18 MW, portanto, o novo fluxo dessa linha de transmissão foi de 522,18 MW;
- Cenário G3: os fluxos de potência operaram dentro de seus limites operacionais;
- Cenário G4: foi apresentado apenas uma sobrecarga na linha de transmissão 12-13, com fluxo inicial de 500 MW, e uma pequena sobrecarga de 5,99 MW, totalizando um fluxo em 505,99.

Na proposta de solução apresentada, com permissão de 4% de sobrecarga nas linhas de transmissão, houve pequenas sobrecargas apenas no estágio 1. As sobrecargas ocorreram no cenário G2 no ramo 3-24, correspondendo a 4%, sobrecarregando a linha ao máximo permitido. No estágio 2, houve sobrecarga no cenário G2 nos ramos 12-13 e 15-21, com percentual de sobrecarga de 4% e 0,73%, respectivamente. Já no cenário G2, houve apenas uma sobrecarga no ramo 15-21, representando 2,21% e por último, no cenário G4, houve uma sobrecarga no ramo 12-13 com percentual de 1,99%. A sobrecarga total nos dois estágios corresponde a 8,93%. A seguir são apresentados os deslocamentos de níveis de geração ocorridos:

Estágio 1:

- Cenário G2: barra 1: 368 MW (geração ideal 364 MW); barra 7: 588 MW (geração ideal 566 MW); barra 13: 1132,41 MW (geração ideal 1116 MW); barra 15: 486 MW (geração ideal 505 MW) e barra 21: 916,58 MW (geração ideal 940 MW).

Conforme resultados apresentados acima, é possível observar que houve 5 modificações no total e apenas no cenário G2.

Estágio 2:

- Cenário G1: barra 13: 1771,04 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 326,95 MW (geração ideal 315 MW).

Neste caso houve deslocamento do nível de geração em relação ao nível ideal apenas no cenário G1.

Quando usado um parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecargas das linhas de transmissão de 4%, produzem-se 7 deslocamentos de níveis de geração em relação a geração ideal. O deslocamento mais significativo ocorreu no estágio 1, no cenário G2 da barra 7, e correspondeu a 3,88%.

7.5.7 Modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração com pequenas sobrecargas, pequenos desvios de geração e com pequenos cortes de cargas

Nesta estratégia foi adotada a mesma estratégia apresentada na subseção 7.3.7, porém, neste caso o sistema elétrico foi expandido em múltiplos estágios, especificamente em dois estágios. Para obter os planos de expansão foram considerados três possibilidades de mudanças: 1^a) permitir pequenos cortes de carga; 2^a) permitir sobrecarga de no máximo 5%; 3^a) permitir deslocamentos dos níveis de geração nas barras de geração em todos os cenários.

Quando usado um parâmetro de corte de carga igual $\alpha = 400.000 \text{ US\$/MW}$ e o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, a permissão de sobrecarga das linhas de transmissão de 3% foi a mesma solução encontrada de 393,71 milhões de dólares apresentada na estratégia 7.5.5 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$ e sobrecarga de 3%). O tempo estimado para encontrar esta proposta de solução foi de 20,82 segundos.

Esta proposta de solução apresentou cortes de cargas muito pequenos somente no estágio 1, cenário G2 e na barra 3 no valor de 2,28 MW, correspondendo a 0,53%. Adicionalmente, esta estratégia forneceu as seguintes modificações dos níveis de geração:

Estágio 1:

- Cenário G2: barra 1: 368 MW (geração ideal 364 MW); barra 7: 588 MW (geração ideal 566 MW); barra 13: 1136 MW (geração ideal 1116 MW); barra 15: 486 MW (geração ideal 505 MW); barra 21: 901 MW (geração ideal 940 MW) e barra 22:

686,71 MW (geração ideal 705MW) e barra 23: 776 MW (geração ideal 748 MW).

Os resultados apresentados acima mostraram as alterações na geração no estágio 1, somando 7 alterações na geração no cenário G2.

Estágio 2:

- Cenário G1: barra 13: 1424 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 334,42 MW (geração ideal 315 MW).

Ocorreram duas alterações de geração no estágio 2, no cenário G1.

Analisando as alterações de geração é possível observar que houve pequenas modificações de geração em relação ao nível de geração ideal, no total de 9 alterações. A modificação mais significativa ocorreu na barra 23 de 6,16% no estágio 2.

Ao realizar uma análise dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, foram apresentados os seguintes níveis de sobrecarga, no estágio 1:

- Cenário G1: na linha de transmissão 3-24, que transporta o fluxo máximo de 400 MW, houve uma leve violação de 12 MW, ou seja, após a permissão de 3% de sobrecarga o fluxo naquela linha foi de 412 MW;
- Cenários G2, G3 e G4: todas as linhas operaram dentro dos limites previamente especificados na configuração base.

Estágio 2:

- Cenário G1: a linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, teve uma pequena violação de 15 MW, ou seja, após a permissão de 3% de sobrecarga o fluxo nesta linha foi de 515 MW, enquanto na linha de transmissão 15-21 com fluxo inicial sem sobrecarga de 500 MW, houve uma leve violação de 1,05 MW;
- Cenário G2: a linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, foi levemente sobrecarregada com 5,99 MW, portanto, o fluxo atual foi de 505,99 MW. Já a linha de transmissão 15-21 que transporta o fluxo máximo de 500 MW, apresentou uma sobrecarga de 22,18 MW, totalizando 522,18 MW;

- Cenários G3 e G4: todas as linhas operaram dentro dos limites previamente especificados na configuração base.

Nessa proposta de solução existe sobrecarga no estágio 1 apenas no cenário de geração G1 com 3%, sobrecarregando o máximo permitido. No estágio 2, houve sobrecarga em dois cenários de geração. No cenário G1, a linha de transmissão 12-13 teve 3% sobrecarregando o máximo permitido e a linha de transmissão 15-21 foi levemente sobrecarregada com percentual de 0.10%. No cenário G2, a linha de transmissão 12-13 e a linha 15-21, apresentaram uma pequena sobrecarga de 1,99% e 2,21%, respectivamente. O total de sobrecarga no estágio 1 e 2 foi de 9,5%.

Quando usado o parâmetro de corte de carga igual a $\alpha = 600.000 \text{ US\$/MW}$ e o parâmetro de controle de variação da geração $\beta = 10.000 \text{ US\$/MW}$, a permissão de sobrecarga das linhas de transmissão foi de 1%, sendo encontrada a solução de 404,53 milhões apresentada pela estratégia 7.5.1 ($\alpha = 300.000 \text{ US\$/MW}$). O tempo estimado para encontrar esta solução foi de 17,03 segundos.

Esta estratégia produz pequenos cortes de cargas somente no estágio 2, no cenário G1 de 11,97 MW na barra 10, representando 2,04% de cortes de cargas. Adicionalmente, a estratégia apresenta alterações na geração em relação ao nível ideal de geração no total de 6 modificações, porém, essas alterações ocorreram apenas no estágio 2:

- Cenário G1: barra 13: 1726,02 MW (geração ideal 1773 MW) e barra 23: 350 MW (geração ideal 315 MW);
- Cenário G2: barra 1: 470 MW (geração ideal 465 MW); barra 7: 743,2 MW (geração ideal 722 MW) e barra 21: 1173,79 MW (geração ideal 1200 MW);
- Cenário G3: não houve alteração do nível de geração;
- Cenário G4: barra 7: 814,28 MW (geração ideal 812 MW) e barra 13: 1596,71 MW (geração ideal 1599 MW).

A alteração mais significativa foi no cenário G1, na barra 23 com 11,11% de alteração na geração.

Ao realizar a análise dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, mostraram os seguintes níveis de sobrecarga, no estágio2:

- Cenário G1: na linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma pequena violação de 5 MW, o fluxo atual correspondeu a 505 MW e na linha de transmissão 15-21 que transporta o fluxo máximo de 500 MW, apresentou uma leve sobrecarga de 1,13 MW, apresentando fluxo atual de 501,13 MW;
- Cenário G2: na linha de transmissão 12-13, que transporta o fluxo máximo de 500 MW, houve uma pequena violação de 5 MW, o fluxo atual correspondeu a 505 MW e na linha de transmissão 15-21 que transporta o fluxo máximo de 500 MW, apresentou uma leve sobrecarga de 10 MW;
- Cenários G3 e G4: todas as linhas se encontraram operando dentro dos limites previamente especificados na configuração base.

Não houve sobrecarga no Estágio 1, portanto, todos os cenários de geração operaram dentro dos limites originais.

Nesta estratégia, existiu sobrecarga apenas estágio 2, nos cenários de geração G1 na linha de transmissão 12-13 com 1%, o que significa que esta linha sobrecarregou o máximo permitido enquanto na linha de transmissão 15-21 foi 0,11% de sobrecarga, um percentual pequeno. O cenário G2 apresentou sobrecarga nas linhas de transmissão 12-13 e 15-21, tendo sobrecarregado 1% cada uma, portanto, houve uma sobrecarga máxima permitida para ambas as linhas, num total de 2% de sobrecarga nesse cenário. A sobrecarga total da solução encontrada foi de 3,011%.

7.5.8 Análise e resultados multiestágio considerando múltiplos cenários de geração

Nesta subseção foi realizada uma análise dos resultados obtidos com o modelo linear disjuntivo multiestágio considerando múltiplos cenários de geração. O sistema elétrico usado para os testes foi o IEEE 24 barras.

Na Tabela 9 apresenta-se todos os planos de expansão encontrados para o planejamento para multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração. O “-” significa que naquele plano de expansão, aquele parâmetro não foi considerado. O plano de expansão ótimo de 468,75 milhões de dólares (plano de expansão 1), não apresentou nenhuma modificação, isto é, não apresentou cortes de cargas, deslocamento de geração e sobrecarga nas linhas. Para essa análise foram desenvolvidas estratégias para tentar reduzir os custos de

investimento, tais como: permitir cortes de cargas, alteração da geração e pequenas sobrecargas, sendo possível encontrar planos de expansão de boa qualidade e de diferentes formas.

Foram encontrados planos de expansão com os mesmos custos de investimento, como por exemplo, o plano de expansão 3 e 4, com custos de investimentos de 443,71 milhões de dólares, representando os mesmos planos de expansão, no entanto, foram usadas estratégias diferentes; no plano 3 foi permitido apenas deslocamento do nível de geração e no plano 4 foram permitidas duas mudanças, tais como: sobrecarga nas linhas e deslocamento de nível de geração. Os planos e custos de investimento iguais, como por exemplo, o de 443,71, 404,53 e 393,71 milhões de dólares, apresentaram soluções ótimas alternativas, ou seja, apresentaram planos de expansão iguais, mas, com pontos de operação diferentes. Portanto, utilizando diferentes estratégias para encontrar soluções, foi possível reduzir os custos de investimentos em relação ao plano ótimo, conforme ilustrado na Tabela 9.

Tabela 9 - Planos de expansão encontrados para multiestágio e cenários de geração.

Plano	Custo (US\$) x 10 ⁶	Parâmetros			Sobrecarga máxima nas linhas (%)	Corte de carga total (MW)	Desvio máximo da geração (%)
		σ %	α x 10 ⁴	β x 10 ⁴			
1	468,75	-	-	-	-	-	-
2	453,11	3	-	-	2,08	-	-
3	443,71	-	-	1	-	-	7,69
4	443,71	1	-	1	1	-	7,69
5	421,77	4	-	-	3,91	-	-
6	420,00	-	50	-	-	58,61 (10,01%)	-
7	404,53	-	30	-	-	92,27 (13,47%)	-
8	404,53	-	40	1	-	30,57 (5,22%)	7,55
9	404,53	2	40	-	2	26,24 (4,25%)	-
10	404,53	1	60	1	1	11,97 (2,04)	11
11	393,71	4	-	1	4	-	3,88
12	393,71	3	40	1	4	2,28 (0,53%)	6,16
13	393,71	3	30	-	3	35,59 (7,62%)	-
14	376,47	-	30	1	-	77,47 (36,37%)	7,99

Fonte: da própria autora.

7.6 CONCLUSÕES PARCIAIS

Conclui-se, a partir dos resultados obtidos através das modificações aplicadas ao modelo linear disjuntivo multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração para o

problema de PEST, que este modelo apresenta planos de expansão muito interessantes, quando comparados ao plano ótimo ideal.

A generalização do modelo linear disjuntivo multiestágio, considerando múltiplos cenários de geração, permitiu encontrar muitos planos alternativos que podem se tornar muito interessantes e de aplicação prática após uma análise criteriosa dos dados apresentados nos planos de expansão.

8 CONCLUSÕES

Inicialmente, esta pesquisa apresentou o modelo matemático linear disjuntivo considerando múltiplos cenários de geração. Foi utilizado um conjunto com quatro cenários de geração que representaram incertezas de geração, conforme as práticas do mercado elétrico competitivo. A solução encontrada foi comparada com o artigo apresentado por Fang e Hill de 2003. A estratégia apresentada nesta pesquisa superou a proposta apresentada pelos autores, sendo que foi obtido um único plano de expansão que operou adequadamente e simultaneamente para diferentes cenários de geração previamente especificados.

Considerar múltiplos cenários de geração no problema em questão forneceu um grande custo de investimento, e em virtude deste alto custo, foram incorporadas modificações ao modelo linear disjuntivo, permitindo-se pequenos cortes de cargas, deslocamento de níveis de geração e pequenas sobrecargas nas linhas. Calibrando os parâmetros de controle foi possível encontrar soluções de excelente qualidade.

Outra estratégia adotada nesta pesquisa foi apresentar uma formulação para solucionar o problema de planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica, considerando múltiplos cenários de geração, obtendo-se um único plano de expansão que também operou adequadamente para diferentes cenários de geração. O custo de investimento obtido pelo modelo linear disjuntivo dinâmico foi menor do que o plano de expansão encontrado pelo modelo linear disjuntivo estático.

Foram utilizadas as mesmas estratégias do planejamento estático anteriormente mencionado, sendo que os planos de expansão encontrados apresentaram um alto custo de investimento. Os planos de expansão obtidos foram promissores e operaram adequadamente em todos os cenários de geração previamente especificados.

Os planos de expansão encontrados utilizando o modelo linear disjuntivo apontaram uma significativa redução dos custos de investimento. Assim, para cada mudança presente no modelo matemático proposto, variando-se os parâmetros de controle, foi possível encontrar soluções ótimas alternativas e com os custos de investimento menores em relação ao modelo ideal, onde não existiu nenhuma modificação no modelo matemático. Os planos encontrados permitiram realizar modificações na formulação matemática original e forneceram soluções possíveis e de grande interesse prático.

Os tempos computacionais para todas as execuções para obtenção dos planos de expansão foram pequenos, levando em conta que foram realizados trabalhos de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de longo prazo.

Foram realizados estudos complementares presentes no anexo B, o planejamento da expansão de sistemas de transmissão com o modelo de transporte, modelo linear disjuntivo e modelo CC. Os testes foram realizados com dados dos sistemas elétricos de 3 barras, Garver 6-barras e IEEE 24 barras. Para o planejamento da expansão com múltiplos cenários de geração com o modelo linear disjuntivo, os testes foram realizados com sistema elétrico de Garver de 6-barras. A implementação computacional foi desenvolvida usando a linguagem de modelagem matemática AMPL, e resolvidos com o uso do *solver* comercial CPLEX. Os resultados encontrados atestaram a validade dos modelos, mostrando que os sistemas elétricos testados operam de forma adequada nos diferentes cenários de geração apresentados.

8.1 TRABALHOS FUTUROS

Entre as pesquisas futuras que podem ser desenvolvidos a partir desta pesquisa, destacam-se:

- a) Incorporar restrições de segurança ao modelo linear disjuntivo para múltiplos cenários de geração;
- b) Realizar testes com outros sistemas elétricos e de grande porte;
- c) Usar uma estratégia de avaliação da qualidade das soluções encontradas de maneira parecida com a estratégia proposta por Fang e Hill;
- d) Desenvolver a proposta para o modelo AC.

REFERÊNCIAS

- ALIZADEH, B.; DEHGHAN, S.; AMJADY, N.; JADID, S.; KAZEMI, A. Robust transmission system expansion considering planning uncertainties. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Tehran, v. 7, n. 11, p. 1318-1331, 2013.
- ANDREONI A. M.; AGREDA A. G.; STRADA T. J.; SARAIVA J. T. Strategies for power systems expansion planning in a competitive electrical market, *Electrical. Engineering*, Houston, v. 89, n. 5, p. 433–441, 2007.
- ARABALI, A.; GHOFRANI, M.; ETEZADI-AMOLI, M.; FADALI, M. S.; MOEINI-AGHTAIE, M. A multi-objective transmission expansion planning framework in deregulated power systems with wind generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, Nevada, v. 29, n. 6, p. 3003-3011, 2014.
- ASADAMONGKOL, S.; EUA-ARPORN, B. Transmission system expansion planning with consideration of n-1 security constraint. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL ENGINEERING/ELECTRONICS, COMPUTER, TELECOMMUNICATIONS AND INFORMATION ECHNOLOGY, 6., 2009, Pattaya. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2009. p. 218–221.
- BENDERS J. F. Partitioning methods for solving mixed variables programming problems. *Numerische Mathematik*, New York, v. 4, n. 1, p. 238-252, 1962.
- BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M. V.; THOMÉ, L. M. Multi-stage transmission expansion planning considering multiple dispatches and contingency criterion. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 15., 2004, Gramado. *Anais...* Gramado: CBA, 2004. p. 21–24.
- CHEN, B.; WANG, J.; WANG, L.; HE, Y.; WANG, Z. Robust optimization for transmission expansion planning: Minimax cost vs. minimax regret. *IEEE Transactions on Power Systems*, Hefei, v. 29, n. 6, p. 3069-3077, 2014.
- LIU-DONG, Z.; PEI, P. Transmission expansion planning considering safety index for power systems with wind farms have related wind speed. In: INTERNATIONAL ELECTRICITY ON DISTRIBUTION - CICED; CONFERENCE ELECTRICITY DISTRIBUTION,1., 2014 China. *Proceedings...* China: IEEE, 2014. p. 1582-1588.
- ESCOBAR A. H.; GALLEGO R. A.; ROMERO R. Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Pereira-Risaralda, v. 19, n. 2 p. 735–744, 2004.
- FANG R.; HILL. D. J. A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Sydney, v. 18, n. 1, p. 374–380, 2003.

FOURER, R.; GAY, D.M.; KERNIGHAN, B.W. A modeling language for mathematical programming. *Management Science*, New York v. 36, n. 5, p. 519-554, 1990.

GARVER L. Transmission network estimation using linear programming, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. 7, n. 1, p. 1688–1697, 1970.

GLOVER F. W.; KOCHENBERGER G. A. *Handbook of metaheuristics*. New York: Springer Science & Business Media, 2006. v. 57, p. 648.

HAFFNER, S.; MONTICELLI, A.; GARCIA A.; MANTOVANI, J. R.S.; ROMERO, R. Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 147, n. 3, p. 149–156, 2000.

HAFFNER S.; MONTICELLI A.; GARCIA A. V.; ROMERO R. Specialized branch and bound algorithm for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, New York, v.148, n. 5, p.482–488, 2001.

HUNT, S. *Competition and choice in electricity*. New York: Wiley, 1996. v. 7, p. 20-31. IEEE Spectrum.

IBM ILOG CPLEX v.12.1 user's manual for CPLEX, CPLEX Division. Nevada: ILOG, 2009. Disponível em <
https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.6.2/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf>. Acesso em: 5 out 2015.

JIMENEZ, J. T.; GUARDADO J. L.; CABRERA, N. G.; RODRÍGUEZ J. R.; FIGUEROA F. Transmission expansion planning systems using algorithm genetic with multi-objective criterion. *IEEE Latin America Transactions*, Morelia, v. 15, n. 3, p. 563-568, 2017.

KAZEROONI, A. K.; MUTALE, J. Flexible transmission network planning with post-contingency network switching. In: INTERNATIONAL UNIVERSITIES POWER ENGINEERING CONFERENCE UPEC, 44., 2009, Glasgow. *Proceedings...* Glasgow: IEEE, 2009. p.1-5.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP. *Laboratório de planejamento de sistemas de energia elétrica-LAPSEE: transmission expansion planning test systems*. Ilha Solteira: UNESP, 2015. Disponível em: <
<http://feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/>>. Acesso em: 1 fev 2015.

LATORRE, G.; CRUZ, R. D.; AREIZA, J. M.; VILLEGAS, A. Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 18, n. 2, p. 938–946, 2003.

LU, S.; WU, Y.; LOU, S.; YIN, X. A model for power system transmission network expansion planning under low-carbon economy. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING PES, 50., 2013, Vancouver. *Proceedings...* Vancouver: IEEE, 2013. p. 1-5.

MAGHOULI, P.; HOSSEINI, S. H.; BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M. A scenario-based multi-objective model for multi-stage transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Tehran, v. 26, n. 1, p. 470-478, 2011.

MENDONÇA, I. M.; IVO, C. S.; DIAS, B. H.; MARCATO, A. L.; DE OLIVEIRA, E. J. Static expansion planning of electric power transmission systems using sensitivity indice. In: IEEE MANCHESTER POWER TECH. CONFERENCE ON IEEE MANCHESTER POWER TECH, 1., 2017, Manchester. *Proceedings...* Manchester: IEEE, 2017 p. 1-5.

MIRANDA V.; PROENCA L. M. Why risk analysis outperforms probabilistic choice as the effective decision support paradigm for power system planning, *IEEE Transaction on Power Systems.*, Macau, v. 13, n. 2, p. 643–648, 1998.

MOREIRA, A.; STRBAC, G.; MORENO, R.; STREET, A.; KONSTANTELOS, I. A five-level MILP model for flexible transmission network planning under uncertainty: a min–max regret approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 33, n. 1, p. 486-501, 2017.

OLIVEIRA, G. C.; BINATO, S.; PEREIRA, M. V. F. Value-based transmission expansion planning of hydrothermal systems under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 22, n. 4, p. 1429–1435, 2007. ISSN 0885-8950.

OLOOMI, M; G. BALZER, H.M.; SHANECHI ; SHAHIDEHPOUR, M. Market based transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*. Washington, v. 19, n. 4, p. 2060–2067, 2004.

OLOOMI, M.; SHANECHI, H. M.; BALZER G.; SHAHIDEHPOUR, M.; PARIZ, N. Network planning in unbundled power system. *IEEE Transaction on Power Systems*. New York, v. 21, n. 3, p. 1379–1387, 2006.

QIU, J.; DONG, Z. Y.; ZHAO, J. H.; XU, Y.; ZHENG, Y.; LI, C.; WONG, K. P. Multi-stage flexible expansion co-planning under uncertainties in a combined electricity and gas market. *IEEE Transactions on Power Systems*, Nevada, v. 30, n. 4, p. 2119-2129, 2015.

RESENDE A. S. *Particle swarm optimization aplicada ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão* - 2014. 161f. Tese (Doutorado)-Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2014.

RENDÓN, R. A. G.; ZULUAGA, A. E.; OCAMPO, E. M. T. *Técnicas meta-heurísticas de optimización*. Pereira: [s.n.], 2008. 200 p.

RENDÓN, R. A. G.; ZULUAGA, A. E.; LAZARO R. A. R. *Programación lineal entera*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2007. 261 p.

RIDER, M. J. *Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando os modelos CC – CA e técnicas de programação não – linear*. - 2006. 236 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

ROCKAFELLAR R. T.; WETS R. J. B. Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Math. Oper. Res.*, California, v. 16, n. 1, p. 119–147, 1991.

ROMERO, R. A. *Planejamento a longo prazo da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. 1999. 138 f. Doutorado (Livre docência)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 1999.

ROMERO, R.; ROCHA, C.; MANTOVANI, J. R. S.; SÁNCHEZ, I. G. Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. *IEEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 277–282, 2005.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; HAFFNER, S. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 149, n. 1, p. 27-36, 2002.

ROMERO R. *Planejamento da expansão de sistemas de transmissão por decomposição de Benders hierarquizad*. 1989. 147 f. Dissertação (Mestrado)-Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

SILVA E. F da. *Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança*, 2013. 179 f. Tese (Doutorado), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2013.

SILVA, A. L D.; REZENDE, L. S.; HONÓRIO, L. M.; MANSO, L. A. F. Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion planning problem. *IET generation, transmission & distribution*, New Your, v. 5, n. 3, p. 360-367, 2011.

SUM-IM, T.; ONGSAKUL, W. A self-adaptive differential evolution algorithm for transmission network expansion planning with system losses consideration. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER AND ENERGY PECon, 1., Kota Kinabalu: [s.n.] *Proceedings...* Kota Kinabalu, 2012. p. 151-156.

VEGA, M.; MARCOS, J.; BATISTA, M. B. M.; PÉREZ, J. A. M. Metaheurísticas: una visión global. *Inteligencia artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, Valencia, v. 7, n. 19, p. 7–28, 2003.

VINASCO, G.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 26, n. 4, p. 2574-2576, 2011.

XU Z.; DONG Z. Y.; WONG K. P. Transmission planning in a deregulated environment. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, Brisbane, v.153, n. 3, p. 326–334, 2006.

WU F. F.; ZHENG F. L.; WEN F. S. Transmission investment and expansion planning in a restructured electricity market. *Energy*, Hong Kong, v. 31, n. 6-7, p. 954–966, 2006.

ZHANG, F.; HU, Z.; SONG, Y. Mixed-integer linear model for transmission expansion planning with line losses and energy storage systems. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Pequim, v. 7, n. 8, p. 919-928, 2013.

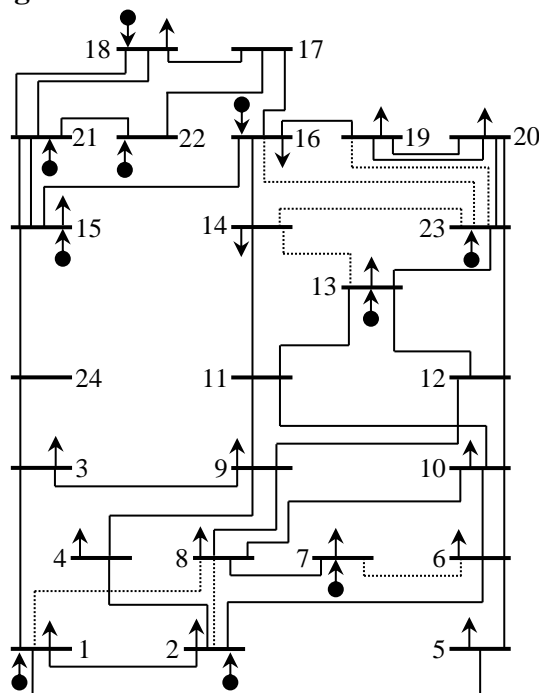
ZHANG, Y.; WANG, J.; LI, Y.; WANG, X. An extension of reduced disjunctive model for multi-stage security-constrained transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Xi'an, v. 33, n. 1, p. 1092-1094, 2017.

ANEXO A

A1 SISTEMA ELÉTRICO IEEE DE 24 BARRAS

O sistema IEEE 24 barras é muito utilizado na literatura especializada em solução de problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A Figura 2 mostra a topologia inicial do sistema elétrico.

Figura 2 - Sistema elétrico IEEE 24 barras.



Fonte: Romero et al. (2005).

O sistema elétrico IEEE é composto por 24 barras com 41 circuitos, conforme apresentado na Figura 2

A.1.1 Dados IEEE 24 barras – múltiplos cenários

A Tabela 10 mostra os dados de geração instalada e da demanda na formulação mais utilizada.

Tabela 10 - Geração instalada e demanda do sistema IEEE de 24 barras.

Barras	Demanda (MW)	Geração instalada (MW)
1	324	576
2	291	576
3	540	0
4	222	0
5	213	0
6	408	0
7	375	900
8	523	0
9	525	0
10	585	0
11	0	0
12	0	0
13	795	1773
14	582	0
15	951	645
16	300	465
17	0	0
18	999	1200
19	543	0
20	384	0
21	0	1200
22	0	900
23	0	1980
24	0	0

Fonte: Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015)

A Tabela 11 mostra os dados de demanda e de geração ideal em cada barra geradora para cada um dos quatro cenários de geração.

Tabela 11 - Geração e demanda do sistema IEEE de 24 barras – quatro cenários de geração. (continua)

Barras	Demanda (MW)	Cenário de Geração 1	Cenário de Geração 2	Cenário de Geração 3	Cenário de Geração 4
1	254	452	364	451	407
2	228	452	451	451	407
3	423	0	0	0	0
4	174	0	0	0	0
5	167	0	0	0	0
6	320	0	0	0	0
7	294	705	566	705	636
8	402	0	0	0	0
9	411	0	0	0	0
10	458	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

(continuação)

Barras	Cenário de Geração 1		Cenário de Geração 2		Cenário de Geração 3		Cenário de Geração 4	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
15	486	505	486	505	227	274	431	486
16	329	364	329	365	196	243	0	353
17	0	0	0	0	0	0	0	0
18	909	940	909	940	431	501	533	588
19	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
21	901	940	901	940	705	776	784	870
22	674	705	674	705	674	705	674	705
23	227	274	705	776	1489	1552	1058	1136
24	0	0	0	0	0	0	0	0

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

A Tabela 13 mostra os dados de demanda e de geração ideal em cada barra geradora para cada um dos quatro cenários de geração quando se considera planejamento multiestágio. Nesse caso, os dados da Tabela 13 mostram dados dos estágios intermediários:

Tabela 13 - Geração e demanda do sistema IEEE de 24 barras – Quatro cenários de geração. (continua)

Barras	Demanda (MW)	Cenário de Geração 1	Cenário de Geração 2	Cenário de Geração 3	Cenário de Geração 4
1	324	576	465	576	520
2	291	576	576	576	520
3	540	0	0	0	0
4	222	0	0	0	0
5	213	0	0	0	0
6	408	0	0	0	0
7	375	900	722	900	812
8	513	0	0	0	0
9	525	0	0	0	0
10	585	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	795	1773	1424	1457	1599
14	582	0	0	0	0
15	951	645	645	325	581
16	300	465	465	282	419
17	0	0	0	0	0
18	999	1200	1200	603	718
19	543	0	0	0	0
20	384	0	0	0	0
21	0	1200	1200	951	1077
22	0	900		900	900

(continuação)

Barras	Demanda (MW)	Cenário de Geração 1	Cenário de Geração 2	Cenário de Geração 3	Cenário de Geração 4
23	0	315	900	1980	1404
24	0	0	953	0	0

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

A Tabela 13 apresenta os dados do sistema elétrico de IEEE 24 barras para o caso em que são permitidas pequenas variações do ponto de geração ideal para o estágio intermediário de geração e de demanda. Assim, apresentam-se os valores mínimos e máximos permitidos em cada barra de geração. As tabelas 13 e 14 são complementares.

Tabela 14 - Geração do sistema IEEE de 24 barras- - múltiplos cenários com intervalo de geração – estágio 2.

Barras	Cenário de Geração 1		Cenário de Geração 2		Cenário de Geração 3		Cenário de Geração 4	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
1	540	576	430	470	530	576	480	560
2	540	576	540	576	530	576	480	560
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	860	900	690	750	860	900	770	830
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1720	1773	1380	1450	1400	1500	1540	1640
14	0	0	0	0	0	0	0	0
15	620	645	620	645	290	350	550	620
16	420	465	420	465	250	310	400	450
17	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1160	1200	1160	1200	550	640	680	750
19	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
21	1150	1200	1150	1200	900	990	1000	1110
22	860	900	860	900	860	900	860	900
23	290	350	900	990	1900	1980	1350	1450
24	0	0	0	0	0	0	0	0

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

Na Tabela 15 aparecem os dados das linhas. Adicionalmente, para o planejamento multiestágio considera-se um horizonte de 10 anos. Isso significa que, no ano base se faz planejamento com correção de custo 0 e 5 anos depois se faz o planejamento do estágio intermediário com correção de custo de 0.7835.

Tabela 15 - Dados de linha do sistema IEEE de 24 barras.

(continua)

Ramos	Fluxo máximo MW	Reatância P. U	Custo US\$ x 10⁶	Linhas existentes	Número máximo de linhas
1 - 2	175	0.0139	3.00	1	3
1 - 3	175	0.2112	55.00	1	3
1 - 5	175	0.0845	22.00	1	3
2 - 4	175	0.1267	33.00	1	3
2 - 6	175	0.1920	50.00	1	3
3 - 9	175	0.1190	31.0	1	3
3 -24	400	0.0839	50.00	1	3
4 - 9	175	0.1037	27.00	1	3
5 - 10	175	0.0883	23.00	1	3
6 - 10	175	0.0605	16.00	1	3
7 - 8	175	0.0614	16.00	1	3
8 - 9	175	0.1651	43.00	1	3
8 - 10	175	0.1651	43.00	1	3
9 - 11	400	0.0839	50.00	1	3
9 - 12	400	0.0839	50.00	1	3
10 - 11	400	0.0839	50.00	1	3
10 - 12	400	0.0839	50.00	1	3
11 - 13	500	0.0476	66.00	1	3
11 - 14	500	0.0418	58.00	1	3
12 - 13	500	0.0476	66.00	1	3
12 - 23	500	0.0966	134.00	1	3
13 - 23	500	0.0865	120.00	1	3
14 - 16	500	0.0389	54.00	1	3
15 - 16	500	0.0173	24.00	1	3
15 - 21	500	0.0490	68.00	2	3
15 - 24	500	0.0519	72.00	1	3
16 - 17	500	0.0259	36.00	1	3
16 - 19	500	0.0231	32.00	1	3
17 - 18	500	0.0144	20.00	1	3
17 - 22	500	0.1053	146.00	1	3
18 - 21	500	0.0259	36.00	2	3
19 - 20	500	0.0396	55.00	2	3
20 - 23	500	0.0216	30.00	2	3
21 - 22	500	0.0678	94.00	1	3
1 - 8	500	0.1344	35.00	0	3
2 - 8	500	0.1267	33.00	0	3

(continuação)

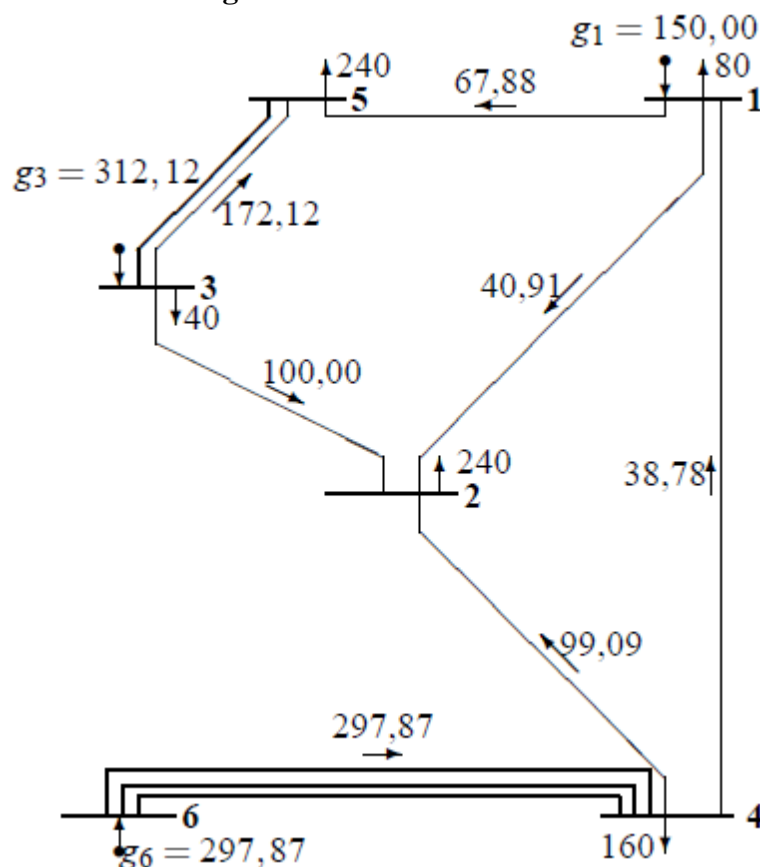
Ramos	Fluxo máximo MW	Reatância P. U	Custo US\$ x 10 ⁶	Linhas existentes	Número máximo de linhas
6 - 7	500	0.1920	50.00	0	3
13 - 14	500	0.0447	62.00	0	3
14 - 23	500	0.0620	86.00	0	3
16 - 23	500	0.0822	114.00	0	3
19 - 23	500	0.0606	84.00	0	3

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

A1.3 Dados do sistema de Garver de 6 barras – múltiplos cenários

O sistema de Garver de 6 barras possui 15 ramos, 3 geradores, cargas em 5 barras com uma demanda total de 760 MW e permite construir no máximo 3 novas linhas por ramo, conforme Figura 3.

Figura 3 - Sistema elétrico de Garver de 6 barras.



Fonte: Romero e Monticelli (1994).

Na Tabela 16, são apresentados os dados de barras.

Tabela 16 - Geração e demanda do sistema Garver de 6 Barras – múltiplos cenários.

Barras	Demanda (MW)	Geração 1	Geração 2
1	80	50	120
2	240	0	0
3	40	165	360
4	160	0	0
5	240	0	0
6	0	545	280

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

Os dados de linha estão presentes na tabela 17.

Tabela 17 - Dados de linha do sistema Garver de 6 barras.

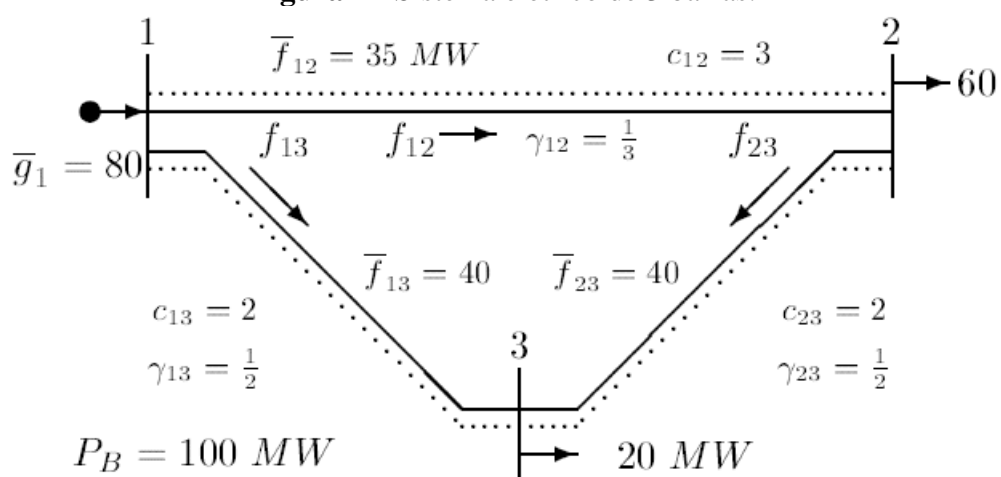
Ramo	Fluxo máximo MW	Reatância P. U	Custo US\$ - 10 ⁶	Linhas existentes	Número máximo de linhas
1-2	100	0.4	40.00	1	3
1-3	100	0.38	38.00	0	3
1-4	80	0.6	60.00	1	3
1-5	100	0.2	20.00	1	3
1-6	70	0.69	68.00	0	3
2-3	100	0.2	20.00	1	3
2-4	100	0.4	40.00	1	3
2-5	100	0.31	31.00	0	3
2-6	100	0.3	30.00	0	3
3-4	82	0.59	59.00	0	3
3-5	100	0.2	20.00	1	3
3-6	100	0.48	48.00	0	3
4-5	75	0.63	63.00	0	3
4-6	100	0.3	30.00	0	3
5-6	78	0.61	61.00	0	3

Laboratório de Pesquisas de Sistemas de Energia Elétrica LaPSEE (2015).

A.1.4 Dados do sistema de 3 barras

O Sistema elétrico de 3 barras é composto por 3 circuitos (linhas de transmissão). Os demais dados que compõe o sistema estão presentes na figura 4.

Figura 4 - Sistema elétrico de 3 barras.



Fonte: Romero (1999).

Onde:

\bar{f}_{ij} Fluxo máximo no ramo ij .

c_{ij} Custo de cada circuito ij .

\bar{g}_i Geração máxima da barra i .

γ_{ij} Susceptância no ramo ij .

f_{ij} Fluxo das linhas no ramo ij .

A demanda da barra 2 é de: 60 MW e da barra 3 é de: 20 MW. O número máximo permitido por ramo são 2 linhas.

ANEXO B

B.1 TESTES REALIZADOS COM MODELOS MATEMÁTICOS

No capítulo 3 desta pesquisa, foram apresentados os principais modelos matemáticos para o planejamento de expansão de redes de transmissão. Nas subseções a seguir, serão apresentados planos de expansão usando o sistema elétrico IEEE 24 barras possuem 41 ramos candidatos. Para este sistema elétrico são apresentados quatro cenários de geração, portanto, foi obtido quatro planos de expansão independentes, operando adequadamente apenas para o cenário de geração em questão. Foi realizado teste também com o sistema elétrico de Garver de 6 barras, com dois cenários de geração, possuindo 15 caminhos candidatos. Considerou-se o número máximo de adição permitida para cada ramo como sendo de 3 linhas para ambos os sistemas elétricos e implementou-se na linguagem de programação AMPL (linguagem de modelagem matemática). Os dados são encontrados no anexo A.1.1 e A.1.2.

B.1.1 Modelo de transporte

Para validar o modelo, utilizou-se o *solver* comercial CPLEX, obtendo a seguinte solução para o sistema elétrico IEEE 24 barras. Os planos de expansão encontrados foram:

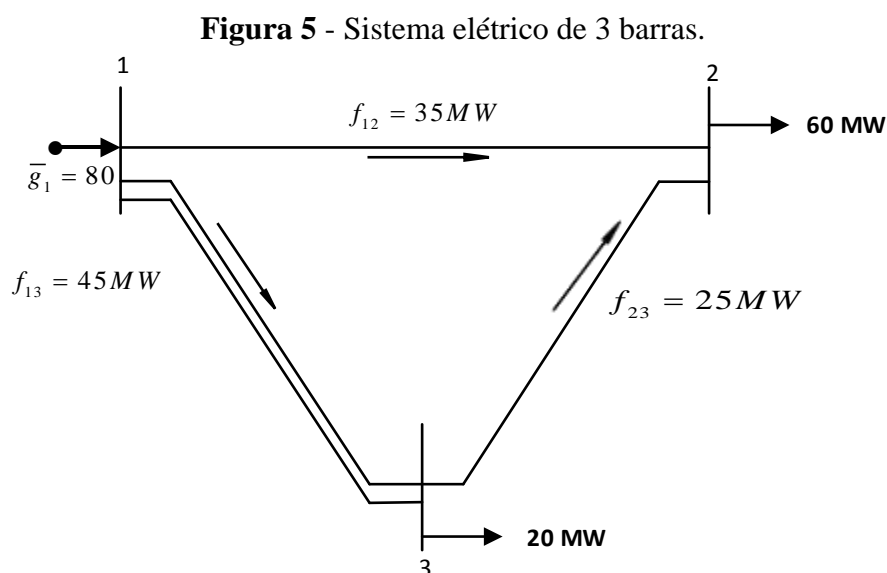
- Linhas adicionadas G1: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=2$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$, com investimento de 226 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G2: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{10-12}=1$, $n_{14-16}=1$, $n_{16-17}=2$, $n_{16-19}=1$, $n_{17-18}=1$, com investimento de 276 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G3: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{13-14}=1$, com investimento de 110 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G4: $n_{6-10}=1$, $n_{7-8}=2$, $n_{10-12}=1$, $n_{14-16}=1$, com investimento de 152 milhões de dólares.

Os planos de expansão foram encontrados para cada cenário de geração individualmente com seus respectivos valores de investimento para a construção de novas linhas de transmissão. O sistema elétrico foi expandido de forma que o sistema operasse adequadamente nos 4 cenários de geração.

O sistema de Garver de 6 barras foi utilizado também por pesquisadores para encontrar planos de expansão de sistemas de transmissão, desta forma, expandiu-se o sistema para os dois cenários de geração separadamente usando o *solver* CPLEX. Os planos encontrados foram:

- Linhas adicionadas G1: $n_{1-5} = 1$, $n_{2-6} = 3$ e $n_{4-6} = 3$, com investimento de 200 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G2: $n_{2-3} = 1$, $n_{2-6} = 3$ e $n_{3-5} = 1$, com investimento de 130 milhões de dólares.

A Figura 5 mostra o plano de expansão do sistema elétrico encontrado pelo modelo de transporte para o sistema elétrico de três barras, utilizando o *solver* CPLEX.



Fonte: Adaptado Romero (1999).

O plano de expansão encontrado para o sistema de 3 barras foi a construção de apenas uma única linha no caminho 1-3. São apresentados os fluxos em cada caminho ij . Estima-se que o investimento para a construção desta linha seja de US\$ 2 unidades monetárias. A topologia deste sistema elétrico está no anexo A.1.3.

O plano de expansão encontrado pelo modelo de transporte possui equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff (lei das correntes) empregadas para cada barra i , considerando positivo o fluxo que entra na barra.

B.1.2 Modelo CC

Para validar o modelo CC, foi utilizado o *solver* comercial *KNITRO*. Os planos de expansão encontrados para o sistema elétrico IEEE 24 barras, foram:

- Linhas adicionadas G1: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 2$, com investimento de 390 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G2: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$ e $n_{17-18} = 2$, com investimento de 392 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G3: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{20-23} = 1$, com investimento de 218 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G4: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{09-11} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 2$ e $n_{16-17} = 1$, com investimento de 342 milhões de dólares.

Os planos de expansão apresentados acima foram encontrados de forma isolada. Ao comparar os custos de investimento com o modelo de transporte, obteve-se um custo de investimento maior. Vale ressaltar que, o modelo CC obedece às duas leis de Kirchhoff e soluciona problemas não lineares inteiros mistos com maior complexidade; o modelo de transporte, por sua vez, é um modelo relaxado que considera apenas a 1ª lei de Kirchhoff, visto que foi um dos primeiros modelos a serem desenvolvidos em planejamento da expansão de sistemas de transmissão e técnicas de otimização as quais eram disponíveis naquela época.

Os planos de expansão para o sistema de Garver 6 barras, usando o *solver* *KNITRO* foram:

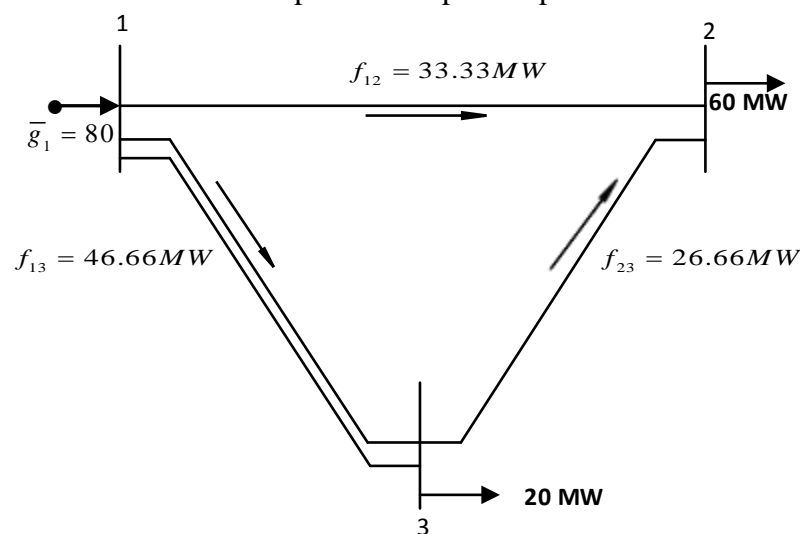
- Linhas adicionadas G1: $n_{2-6} = 3$, $n_{3-5} = 1$, $n_{4-6} = 2$ e $n_{5-6} = 1$, com investimento de 231 milhões de dólares;
- Linhas adicionadas G2: $n_{2-3} = 1$, $n_{3-5} = 1$, $n_{4-6} = 3$, com investimento de 231 milhões de dólares.

Os planos de expansão apresentados acima são adequados para cada cenário isoladamente e com os respectivos custos para a execução na construção de novas linhas de transmissão.

O problema de PEST foi resolvido com o modelo CC, que utilizou o sistema elétrico de três barras, com três circuitos (Figura 4, presente no anexo A, Seção A.1.3) (ROMERO, 1999).

Após resolver o sistema de três barras utilizando o *solver* *KNITRO*, foi encontrada a seguinte solução, conforme Figura 6.

Figura 6 - Modelo de CC – plano de expansão para o sistema de 3 barras.



Fonte: Adaptado Romero (1999).

Verifica-se que, na proposta apresentada pelo modelo CC é possível a adição de apenas uma linha no sistema elétrico de três barras no caminho 1-3, apresentando também o fluxo corrente entre os ramos. O custo para a construção da nova linha foi de: $v = 2$ unidades monetárias.

B.2 TESTES CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO – MODELO DE TRANSPORTE

Foi implementado o modelo de transporte proposto por Garver (1970), considerando múltiplos cenários de geração, sendo G1 e G2, respectivamente. O modelo matemático de transporte está presente no capítulo 5 na seção 5.2. Realizou-se os testes com os sistemas elétricos de Garver de 6 barras. O número máximo de adição permitida para cada caminho ij foi de 3 linhas para ambos os sistemas elétricos. Para validação, foi utilizada a linguagem de programação algébrica AMPL com o *solver* CPLEX.

Os dados do sistema Garver de 6 barras estão presentes no anexo A.1.2. O sistema elétrico foi expandido considerando 2 cenários de geração:

- Linhas adicionadas: $n_{02-06} = 3$, $n_{03-05} = 1$, $n_{03-06} = 1$, $n_{04-06} = 2$.
- Custo do plano de expansão: 218 milhões de dólares.

O plano encontrado opera adequadamente nos dois cenários de geração simultaneamente, desta forma é necessário mais a construção de mais linhas elevando o custo

de investimento, conseqüentemente considerando múltiplos cenários de geração será sempre maior do que considerar cenário de geração separadamente.

B.3 TESTES CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO – MODELO LINEAR DISJUNTIVO

No capítulo 5, apresentou-se o planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando múltiplos cenários de geração. Foi realizado teste com o modelo linear disjuntivo apresentado na seção 5.3, uma vez que um único cenário de geração pode ser estendido para o planejamento com múltiplos cenários de geração, portanto, o sistema deve ser expandido para que opere adequadamente para o horizonte de planejamento e para cada um dos cenários de geração previamente especificados.

A linguagem de programação utilizada para validar os testes foi AMPL e o *solver* CPLEX (ILOG, 2008).

O plano de expansão encontrado pelo modelo linear disjuntivo foi:

- Linhas adicionadas: $n_{6-2} = 2$, $n_{6-3} = 1$, $n_{6-4} = 2$, $n_{5-3} = 2$;
- Custo de investimento: 238 milhões de dólares.

O plano ótimo de expansão encontrado pelo modelo linear disjuntivo para o sistema de Garver de 6 barras, considerou os dois cenários de geração simultaneamente. Nota-se que o plano de expansão operou de forma adequada nos dois cenários de geração.

ANEXO C

C.1 ARTIGOS PUBLICADOS

FREITAS P. F. S.; REZENDE A.; ROMERO R. Estratégia de planejamento ótimo da expansão de sistemas de transmissão para múltiplos cenários de geração. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS – SBSE, 6. 2016, Natal. *Anais...* Natal: [s.n], 2016. p.1-6.

FREITAS P. F. S.; ROMERO R. Critical analysis of the transmission systems expansion planning problem considering multiple generation scenarios. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS – SBSE, 7. 2018, Niterói. *Anais...* Niterói:[s.n], 2018. p.1-6.

FREITAS P. F. S.; MACEDO L. H.; ROMERO R. Uma estratégia para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão multiestágio com múltiplos cenários de geração. In CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA – CBA, 22. 2018, João Pessoa. *Anais...* João Pessoa: [s.n], 2018. p.1-6.