

NATHAN JOSÉ LARA CARESSATO

Análise comparativa entre metodologias de otimização de portfólio

Nathan José Lara Caressato

Análise comparativa entre metodologias de otimização de portfólio

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

Caressato, Nathan José Lara
C171a Análise comparativa entre metodologias de otimização de portfólio /
Nathan José Lara Caressato – Guaratinguetá, 2017.
48 f : il.
Bibliografia: f. 45-48

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade
Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.
Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

1. Ações (Finanças). 2. Investimentos. 3. Risco (Economia).
I. Título.

CDU 620.178.3


Luciana Máximo

Bibliotecária/CRB-8 3595


NATHAN JOSÉ LARA CARESSATO

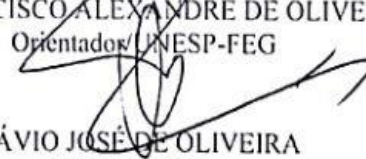
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"ENGENHARIA MECÂNICA"

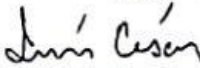
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. FRANCISCO ALEXANDRE DE OLIVEIRA
Orientador UNESP-FEG


Prof. Dr. OTÁVIO JOSÉ DE OLIVEIRA
UNESP-FEG


Prof. Dr. LUIS CESAR MENDES BARBOSA
UNESP-FEG

DADOS CURRICULARES

NATHAN JOSÉ LARA CARESSATO

NASCIMENTO 15/10/1993 – Ribeirão Preto / SP

FILIAÇÃO Sidinei Aparecido Caressato
Cecília de Fátima Lara Caressato

2013/2018 Formação acadêmica (Engenharia Mecânica Graduação)
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP FEG

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos,

ao meu orientador, *Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira* que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

aos meus pais *Cecília e Sidinei*, e minha irmã *Luryan* que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos.

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar,

aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

RESUMO

Partindo de observações empíricas do perfil de investimento de um cidadão brasileiro comum, este trabalho tem por objetivo identificar oportunidades de investimento no mercado financeiro, baseado em ações, títulos públicos lastreados pelo governo federal e moedas internacionais, alocados segundo diferentes métodos, que se intercambiam, formando 19 portfólios diferentes, cada um diferente na forma que se aloca cada ativo. Os métodos descritos são três métodos diferentes, como a Teoria Moderna do Portfólio de Markowitz (1952), depois uma proposta de alocação Multi-Objetivo proposta por Huang (2015) e por fim portfólios criados com base na equidistribuição dos ativos. Além disso também é usada uma análise envoltória de dados (DEA) para uma filtragem mais apurada das ações que compõem os portfólios. Também é usado um critério para a mensuração do apetite ao risco do investidor com base em sua idade. As análises feitas mostram que o portfólio composto de ações filtradas pelo DEA e alocadas segundo a TMP de Markowitz (1952), com a equidistribuição dos títulos e a aplicação da alocação Multi-Objetivo de Huang (2015) para moedas apresentou resultados superiores aos outros portfólios em comparação.

PALAVRAS-CHAVE: Markowitz. Teoria moderna do portfólio. DEA. Alocação de ativos.

ABSTRACT

Based on empirical observations of the investment profile of a Brazilian citizen, this paper aims to identify investment opportunities in the financial market, based on stocks, government bonds backed by the federal government and international currencies, allocated according to different methods, which are exchanged, forming 19 different portfolios, each different in the way each asset is allocated. The methods described are three different ones, such as Markowitz's Modern Portfolio Theory (1952), then a proposed Multi-Objective allocation proposed by Huang (2015) and finally portfolios created based on equidistribution of assets. In addition, a Data Envelopment Analysis (DEA) is also used for a more accurate filtering of the actions that compose the portfolios. A criterion is also used to measure the investor's risk appetite based on his or her age. The analysis showed that the portfolio composed of DEA-filtered shares and allocated according to Markowitz's TMP (1952), with equidistribution of securities and the application of Huang's Multi-Objective allocation (2015) for currencies presented higher results than other portfolios.

KEYWORDS: Markowitz. Modern portfolio theory. DEA. Asset allocation.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	08
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	09
2.1	TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO	09
2.2	O CAPM – CAPITAL ASSET PRICING MODEL	13
2.3	MEDIDAS DE RISCO	15
2.4	EFICIÊNCIA DE MERCADO	17
2.5	FINANÇAS COMPORTAMENTAIS	18
2.6	TAXA LIVRE DE RISCO BRASIL	20
2.7	AÇÕES	20
2.8	TÍTULOS PÚBLICOS	21
3	MATERIAIS E MÉTODOS	22
3.1	ESCOLHA DE AÇÕES	22
3.2	ESCOLHA DE TÍTULOS	22
3.3	ESCOLHA DE MOEDAS	22
3.4	COLETA DE DADOS	23
3.5	FILTRAGEM DE AÇÕES	23
3.6	ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS – DEA	24
3.7	MODELO DE MARKOWITZ	26
3.8	MODELO MULTI-OBJETIVO PARA TOMADA DE DECISÃO MODM	26
3.9	EQUIDISTRIBUIÇÃO	27
3.10	ALOCAÇÃO DEVIDO AO APETITE AO RISCO	28
3.11	PORTFÓLIOS CRIADOS	28
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
5	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS	43

1 INTRODUÇÃO

Empiricamente, percebe-se que a iletaridade financeira da população brasileira é preocupante. Amparada em antigas crenças de imensas crises que nosso país passou e vem passando, a grande parcela da população acredita que salvar seu dinheiro, aplicando-o majoritariamente na poupança é o mais sensato a se fazer na necessidade de recorrê-lo a um momento de crise financeira.

Muitos desconhecem a grande variedade de aplicações que dispomos no mercado financeiro brasileiro, além de que muitas podem ter seu risco reduzido a patamares que sejam aceitáveis até por aqueles que são mais avessos a perdas.

O propósito desse trabalho é demonstrar modelos de alocação de ativos financeiros de fácil operação, que apresentam ganhos reais para o investidor, acima da taxa de inflação, de forma segura.

Tratar-se-á nesse trabalho sobre a alocação de três tipos de ativos, de fácil entendimento e manipulação. Primeiramente as ações listadas na bolsa brasileira, no caso as constituintes do índice Brasil 100, IBrX 100, em seguida os títulos públicos assegurados pelo Governo Federal Brasileiro e também moedas de referência econômica mundial. Será também elucidada as crenças de investimento que podem acabar por reduzir o lucro gerado pelo portfólio de investimento, como rebalanceamento excessivo.

Com o universo de investimento escolhido, ações, títulos e moedas, utilizar-se-á métodos quantitativos de fácil manuseio para a seleção do melhor portfólio para cada tipo de investidor, baseado em sua idade como parâmetro para apetite ao risco.

Inicialmente é necessário tratar-se de questões financeiras que acabam por nortear grande parte das metodologias de investimento e que comprovadamente possuem impacto direto no mercado financeiro e no investimento pessoal.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO

A Teoria Moderna do Portfólio, TMP, nasce com Markowitz em 1952 na obra “Portfolio Selection”, o qual é usado majoritariamente como base para esse estudo.

Partindo da suposição que para medidas de curto intervalo, as taxas de retorno históricas para as ações se aproximam de uma distribuição normal, define-se que as únicas métricas necessárias para a alocação de ativos são o retorno esperado (ER) e o desvio padrão (σ).

Nessa obra, Markowitz destacou que a prática de diversificação de carteiras pode fazer com que o investidor reduza o desvio padrão do retorno de seu portfólio de ações, mediante a escolha certa destas, cujas oscilações não sejam exatamente paralelas.

Ressalva-se que para tais resultados, os retornos históricos de um ativo, no caso de Markowitz, ações, devem ser normalmente distribuídos, assim sendo a média do retorno esperado e o desvio padrão, ou variância, são as únicas medidas que necessitam ser levadas em conta. Para tal aproximação, sabe-se que “quando medidas em curto intervalos de tempo, as taxas de retorno históricas de quase todas as ações se aproximam muito de uma curva de distribuição normal” (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013).

Também chamada de Otimização de Média-Variância, na Teoria Moderna do Portfólio (TMP), foca em maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco.

Sobre a TMP algumas considerações devem ser feitas. Primeiramente ela requer que a função de utilidade do investidor seja quadrática (por exemplo $U(W) = W - bW^2$ no qual W define a “riqueza” disponível do investidor) ou que a distribuição conjunta dos ativos seja normal, como falado anteriormente; entretanto, dizer que a função de utilidade do investidor seja quadrática, implica que o investidor invista menos em ativos de risco enquanto sua fortuna cresce, diminuindo o apetite ao risco do investidor, o que contradiz observações comportamentais do investidor.

Em seguida, a TMP é um modelo de período único, que é válido em vários períodos somente se as funções de utilidade do investidor forem míopes (eles só se preocupam com o próximo período e nada além) ou se os retornos dos ativos forem independentes entre os períodos. Entretanto, funções utilidades míopes são difíceis de se acreditar, os investidores devem se preocupar hoje sobre o retorno dos meses subsequentes; além disso há uma clara evidência empírica que os retornos dos ativos não são independentes através do tempo, eles

dispõem de um autocorrelação negativa em longos períodos, como dito por Jensen, Black e Scholes (1972).

Com o desenvolvimento da TMP, abriu-se espaço para muitas pesquisas e teorias que tem por base sua estrutura principal, a relação entre retorno e risco de capital, como alguns trabalhos que seguem abaixo.

Já em 1987, French, Scwert e Stamburg (1987), examinaram a relação entre o retorno de ações e a volatilidade do mercado acionário. Encontraram evidências que o prêmio de risco esperado do mercado, ou seja, o retorno esperado de uma carteira de ações descontado o rendimento da taxa livre de risco, é positivamente relacionada à volatilidade previsível do retorno de ações, encontrando também indícios que os retornos inesperados do mercado de ações estão relacionados negativamente com a mudança inesperada na volatilidade dos retornos desses ativos, fornecendo provas indiretas de uma relação positiva entre os prêmios de risco esperados e a volatilidade do mercado.

Bensaid et al. (1992) tendo como base também a TMP de Markowitz, visando os custos de operação que não haviam sido levados em conta no trabalho de Markowitz, e já com conceitos de derivativos, abordaram o problema geral de encontrar o portfólio ideal entre aqueles que dominam o ativo derivado em maturidade. Derivaram um intervalo para seu preço, com o limite superior sendo o valor mínimo que se tem que investir inicialmente para se obter rendimentos pelo menos tão valioso como o ativo derivado; o limite superior é o montante máximo que se pode pedir inicialmente contra os rendimentos do ativo derivado; chegaram a conclusão que esse intervalo pode ser estritamente limitado pelo preço da estratégia de replicação, com o custo de transação sendo dispendioso, podendo pesar nos contra a estratégia de investimentos.

Ja tendo como base dos estudos sobre a Teoria Moderna do Portfolio e Eficiência de Mercado, Jegadeesh e Titman (1993) desenvolveram um estudo que documenta as estratégias de compra de ações que tenham bons resultados passados e a venda do ativo que tenha se desvalorizado, geraram retornos positivos significativos no período de três a 12 meses. Concluíram que a rentabilidade destas estratégias não se deve ao seu risco sistemático ou às reações de preços das ações a fatores comuns, a eficiência de mercado. No entanto, parte dos retornos anormais gerados no primeiro ano após a formação da carteira se dissipa nos dois anos seguintes.

Com estudos em 1996, Elton, Gruber e Blake (1996) examinaram a previsibilidade para ações de fundos mútuos usando o retorno de risco ajustado, encontraram que a performance passada é uma predição de um performance de risco futura. Ao aplicar a TMP a

dados de ações passadas, conseguiram que a seleção para o portfólio fosse melhorada e os permitiram construir um portfólio de fundos de ações que supera significativamente aqueles baseados apenas em classificação anterior. Adicionalmente, conseguiram criar uma combinação de portfólios ativamente gerenciados, aqueles que são feitos rebalanceamentos constantes, com o mesmo risco de portfólios baseados em fundos de índice mas com um retorno médio maior em comparação; os portfólios selecionados pelos pesquisadores tem pequenos, mas significativamente positivo retorno ao risco ajustado durante o período no qual, geralmente, fundos mútuos tiveram um retorno ao risco ajustado negativos.

Com o advento maior de técnicas de programação linear e quadrática mais desenvolvidas e capacidade de processamento de dados cada vez maiores; Li e Ng (2000) partindo da formulação da seleção de portfólios pela média-variância (M-V), consideraram uma solução ideal analítica para a formulação desse modelo M-V em seleção de portfólios de multiperíodo. Especificamente, a política analítica ideal de portfólio e a expressão analítica da fronteira eficiente de média-variância são derivadas, para o trabalho de Li e Ng, para a formulação de média-variância de multiperíodo. Acabaram por propor um algoritmo eficiente para encontrar uma política de portfólio para maximizar uma função utilidade do valor esperado e a variação da riqueza terminal.

Seguindo a mesma linha de uma modelagem matemática-computacional mais agressiva, Zhou e Li (2000) se preocuparam com um modelo de seleção de portfólio de média-variância contínua formulado como um problema bicritério de otimização. Com o objetivo de maximizar o retorno final esperado, e minimizar a variância da carteira, colocaram pesos sobre os dois critérios obtendo um objetivo único do controle estocástico que não esteja ligado, entretanto, ao formulário padrão da variância. Acabaram por demonstrar que esta questão não padronizada pode ser embutida em uma classe de problemas estocásticos lineares quadráticos (QI), como chamado pela dupla de autores. Este modelo de controle QI mostrou-se ser eficaz para estudar o problema da média-variância à luz do então recente desenvolvimento de problemas gerais de QI estocásticos com matrizes de ponderação e controle indefinido, dando origem à fronteira eficiente de forma fechada para o problema original de seleção de portfólio.

Chang et al. (2000) consideraram o problema proposto por Markowitz de encontrar a fronteira eficiente associada ao modelo padrão de otimização (M-V) de carteira, acabaram por estender o modelo padrão M-V para incluir restrições de cardinalidade que limitam um portfólio afim de se ter um número específico de ativos e para impor limites à proporção da carteira detida em determinado ativo, caso sejam mantidos, ilustrando as diferenças que

surtem na forma da fronteira eficiente quando tais restrições se fazem presentes. Aplicando de forma prática, os autores acabaram por limitar o número de ativos em uma carteira bem como impor limites à proporção do portfólio dedicado a qualquer ativo em particular, tornando a busca pela fronteira eficiente mais difícil, demonstrando que a fronteira se apresenta de uma forma descontínua quando tais restrições são aplicadas.

Goldfarb e Iyengar (2003) acabaram por demonstrar como formular e resolver problemas robustos de seleção de portfólios, com o objetivo de combater sistematicamente a sensibilidade do portfólio ideal para erros estatísticos e de modelagem nas estimativas dos parâmetros relevantes do mercado. Apresentaram as “estruturas de incerteza” para os parâmetros do mercado e mostraram que os problemas robustos de seleção de portfólio correspondentes a essas estruturas de incerteza podem ser reformulados como programas de cone de segundo plano e, portanto, o esforço computacional necessário para resolvê-los é comparável ao exigido para a solução de programas quadráticos convexos. Além disso, mostraram que essas estruturas de incerteza correspondem a regiões de confiança associadas aos procedimentos estatísticos empregados para estimar os parâmetros de mercado e por fim demonstraram uma receita simples para computação eficiente de carteiras robustas, dado dados do mercado bruto e um nível desejado de confiança.

Ainda tendo como base as ideias e modelos propostos por Markowitz em 1952, a TMP ainda continua sendo base para estudos cada vez mais avançados e complexos no campo da otimização de alocação de ativos em portfólios. Zhai e Bai (2018) discutem como que essa decisão de alocação de ativos não está somente ligada ao risco do ativo financeiro em si, mas também a um chamado “background risk”, como um risco suplementar é considerado e o retorno dos ativos são fornecidos por avaliações de especialistas experientes no mercado financeiro em vez de dados históricos, um adicional a teoria proposta por Markowitz. Já Calvo, Ivorra e Liern (2018) oferecem uma visão diferente de como investir lidando com as preferências do investidor na seleção de portfólios; acabaram por propor um modelo fuzzy para lidar com a imprecisão das preferências dos investidores sobre o retorno esperado e o risco assumido e, em seguida, consideraram várias modificações para incluir restrições e objetivos adicionais, também um adicional ao modelo de Markowitz levando em conta a opinião do cliente investidor.

2.2 O CAPM – CAPITAL ASSET PRICING MODEL

O CAPM é um modelo utilizado para determinar a taxa de retorno teórica de um ativo com relação a uma carteira de mercado perfeitamente diversificada. Esse modelo considera a sensibilidade desse ativo ao risco não-diversificável, conhecido como beta (β).

O CAPM foi criado em meados de 1960 por três economistas, William Sharpe, John Litner e Jack Treynor, dizendo que em um mercado competitivo, o prêmio de risco (diferença entre o retorno de mercado e a taxa de juros) varia proporcionalmente ao beta.

O beta é dado pelo quociente entre a covariância do retorno do ativo com o retorno do portfólio composto por todos os ativos no mercado dividido pela variância do mercado (portfólio). Todos os investidores têm idênticas expectativas quanto às médias, variâncias e covariâncias dos retornos dos diferentes ativos no fim do período, isto é, têm expectativas homogêneas quanto à distribuição conjunta dos retornos.

Muitos estudos de sucederam após a definição do CAPM por Sharpe, principalmente por Fama, que se tornou um importante pesquisador e estudioso nesse campo de finanças, com também singularidade e destaque no campo das finanças comportamentais.

Apesar de o CAPM não ser uma unanimidade entre os estudiosos do mercado financeiro, muitos ainda questionam sua validade, muitos trabalhos se realizaram após a sua criação de maneira a confirmar ou corroborar sua validade.

Fama e French (1996), tendo como base trabalhos anteriores, que mostram que os retornos médios das ações ordinárias estão relacionados a características da empresa, como tamanho, lucro por preço, fluxo de caixa por preço, crescimento de vendas anteriores, retorno passado de longo e curto prazo, que aparentemente não são explicados pelo CAPM, os autores chamaram de anomalias tais retornos médios; além disso, encontraram que, exceto pela continuação de retornos de curto prazo, as anomalias desaparecem em um modelo de três fatores explicitado pelos autores no trabalho que consideraram que os preços irracionais das ações ordinárias e os problemas de dados, comuns na época, podem ter levado a esses retornos médios anormais.

Jagannathan e Wang (1996) partindo de estudos empíricos que assumem que os betas do CAPM permanecem constantes ao longo do tempo e que o retorno sobre o portfólio ponderado de valor de todas as ações é um mandante para o retorno sobre a riqueza agregada. O consenso geral, dito pelos autores, é que o CAPM estocástico é incapaz de explicar de forma satisfatória a seção transversal dos retornos médios das ações; acabaram por assumir que o CAPM mantém sentido condicional, ou seja, os betas e o prêmio de risco de mercado

variam ao longo do tempo, e incluíram o retorno do capital humano ao medir o retorno da riqueza agregada.

Relacionando seu estudo com a eficiência de mercado, Reinganum (1981) documenta as anomalias empíricas que sugerem que o modelo simples de precificação de capital de um período, o CAPM, é mal especificado ou que os mercados de capitais são ineficientes. Em particular para o autor, as carteiras de portfólios com base nos índices de tamanho das empresas, ou o pelo valor de E/P (rendimentos pelo preço) experimentam retornos médios sistematicamente diferentes dos previstos pelo CAPM; além disso, os retornos anormais persistem por pelo menos dois anos segundo o autor. Essa persistência reduz a probabilidade de esses resultados serem gerados por ineficiência de mercado, em vez disso, a evidência parece indicar que o modelo de preços de equilíbrio é mal especificado, indicando que o tamanho da empresa em grande parte subordina o efeito do E/P. A anomalia de valor existe quando cada variável é considerada separadamente, entretanto as duas anomalias parecem estar relacionadas ao mesmo conjunto de fatores ainda não descritos, e esses fatores parecem estar mais relacionados ao tamanho da empresa do que seu valor de E/P.

De Santis e Gerard (1997) testaram o CAPM para os oito maiores mercados de ações do mundo usando uma parcimoniosa parametrização de heterocedasticidade condicional autorregressiva generalizada (GARCH). Tal metodologia pode ser aplicada simultaneamente a muitos ativos e, ao mesmo tempo, acomodar a dinâmica geral dos momentos condicionais. A evidência apoia a maioria das restrições de preços do modelo, mas parte da variação nos retornos excessivos ajustados ao risco permanece previsível durante períodos de altas taxas de juros. As estimativas dos autores indicam que embora os declínios severos do mercado sejam contagiosos, os ganhos esperados da diversificação internacional para um investidor dos EUA são de 2,1% ao ano e não diminuíram significativamente nas últimas duas décadas anteriores ao estudo realizado em 1997.

Também se destacando como um importante pesquisador na área de mercado financeiro, Campbell e Vuolteenaho (2004) examinam o tamanho e o valor das anomalias nos retornos de ações usando dois betas “economicamente motivados”. Os autores dividiram o beta de uma ação com o portfólio de mercado em dois componentes, um refletindo notícias sobre os fluxos de caixa futuros do mercado e a outra refletindo as notícias sobre as taxas de desconto do mercado. A teoria sugere que o primeiro deveria ter preços de risco maiores, assim beta, associado como um colesterol, vem em variedades “ruins” e “boas”. Em termos empíricos, os autores acharam que as ações de valores altos e as ações de pequenos valores, tem betas de fluxo de caixa consideravelmente mais elevadas do que as ações de crescimento

e as ações de alto impacto o que pode indicar sua maior rentabilidade média. Os autores ainda criticam o modelo CAPM pela sua baixa performance, explicando que o fato de ações de crescimento e as ações com altos betas de retornos passados tem predominantemente bons betas com baixos preços de risco.

O modelo do CAPM, apesar de muito discutido, defendido e refutado durante todos os anos de sua criação, ainda serve de base e análise para estudos atuais do mesmo modo que a TMP. Jang e Kang (2017) propõem um novo modelo intertemporal de precificação de ativos que incorpore a preferência por momentos de “high-order” e oportunidade de investimentos estocásticos abrangendo uma ampla gama de modelos existentes e ainda fornecem evidências do apoio do mercado de ações estadunidense, descobrindo que, não apenas uma inclinação do beta sistemática com preços negativos, mas também é necessário um prêmio de retorno extra para aceitar o alto risco sistemático associado a um aumento a aversão ao risco, uma abordagem associando o modelo CAPM com os desafios de Finanças Comportamentais.

2.3 MEDIDAS DE RISCO

A fim de avaliarmos o apetite ao risco do investidor precisa-se primeiramente definir medidas de risco que sejam realmente válidas para tal propósito.

De maneira geral, usando medidas estatísticas normais de dispersão, a variância e o desvio padrão são as métricas mais utilizadas para tal fim. “A variância do retorno do mercado é o valor esperado do quadrado dos desvios relativamente ao retorno esperado” (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013). Mais convenientemente prefere-se usar o desvio-padrão devido apenas à sua similaridade dimensional com a taxa de retorno, mas ambas são permitidas, ressaltando-se apenas que tais retornos se assemelhem a uma distribuição normal.

O ideal para o investidor é conseguir gerenciar tal variação de seu portfólio. A estratégia mais difundida para tal é a diversificação de investimentos, tanto entre tipos de ativos quanto internamente a eles.

Tal estratégia funciona devido a resposta diferente que cada ativo possui com o mercado, nunca variando da mesma maneira. Campbell et al. (2001) sugerem que, com base no mercado de ações de Atenas, um aumento do benefício da diversificação em portfólio de ações devido a uma diminuição do movimento conjunto de tais ações, em contrapartida de seus níveis de risco aumentarem individualmente.

Entretanto não se pode eliminar todos os riscos de uma carteira de investimentos. De maneira muito expressiva, o risco específico, ou ainda não sistemático, residual ou único, que

“decorre do fato de muitos dos perigos de uma empresa individual está sujeita são peculiares seus, e talvez dos concorrentes mais próximos” (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013), pode ser potencialmente eliminado.

Contudo, há um risco, o risco de mercado, ou sistemático, não diversificável, que não pode ser eliminado, por mais diversificado que esses investimentos possam ser. Ele é “decorrente da existência de outros riscos relativos a toda a economia e que afetam todos os negócios” (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013). De tal forma, em uma carteira propriamente diversificada, esse risco é o único que importa ao investidor.

De tal forma, em uma carteira bem diversificada, deve-se definir uma medida para quantificar o risco de mercado, medir a sensibilidade de cada ativo correspondentemente aos movimentos de mercado, sendo tal sensibilidade definida por beta (β).

Uma maneira bem simplificada e eficaz para a determinação do beta da ação se dá pela inclinação da reta em gráficos de dispersão retorno de mercado versus retorno da ação. “A linha indica a média das alterações dos preços das ações quando o retorno do mercado era 1% maior ou menor” (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013).

Apesar do modelo M-V ainda ser bastante usado e difundido entre os pesquisadores e investidores, algumas medidas de risco surgiram durante os anos, se mostrando mais sofisticadas e até mesmo mais eficientes do que o modelo padrão M-V.

Destaca-se o modelo CVar (Conditional Value-at-Risk), como um Valor Condicional ao Risco. Rockafellar e Uryasev (2002) propõem o modelo CVar como uma medida de risco derivada para as distribuições de perdas em finanças que podem envolver discretividade, sendo tais distribuições de particular importância nas aplicações financeiras devido a prevalência de modelos baseados em cenários e amostragens finitas. O CVar fornece cortes de otimização que, através de técnicas de programação linear, torna prático muitos cálculos em larga escala que poderiam estar fora do alcance computacional disponível. Para Alexander e Baptista (2004) o modelo de gerenciamento de risco CVar é um modelo extremamente eficiente a fim de se controlar padrões de aversão ao risco. Apesar de mais eficiente e robusto do que o modelo M-V, não trataremos nesse trabalho do modelo CVaR em específico, devido a sua complexidade em cálculo ser superior ao modelo M-V, o que contrapõe o objetivo principal do trabalho que é fornecer uma proposta de investimento segura e simples ao investidor leigo.

2.4 EFICIÊNCIA DE MERCADO

A descoberta sobre a eficiência de mercado se fez de forma ocasional. Em 1953, Maurice Kendall em seu artigo para Royal Statistical Society, escreve que cada série de preços das ações parecia ser “errática, quase como se, uma vez por semana, o Demônio do Azar escolhesse um número, aleatoriamente... e o acrescentasse aos preços praticados para determinar o preço da semana seguinte”, ou seja, Kendall observava que os preços das ações obedeciam um movimento aleatório, garantindo que a variação dos preços são independentes uma das outras.

Com isso, todo o histórico dos preços de uma ação reflete nos preços dela no dia de hoje, e não no de amanhã. A eficiência de mercado impede que calculemos ou saibamos previamente o valor exato de uma ação em algum período posterior.

Segundo Brealey, Meyers e Allen (2013), em Princípios de Finanças Corporativas, o conceito de eficiência de mercado também ressalta sobre os perigos e crenças sobre os ganhos feitos acima dos ganhos de mercado, inibindo investidores profissionais e amadores a procurarem investimentos superiores, limitando-se a comprar os fundos de índice, ou ETF's, que garantam a diversificação apropriada ao investimento e acompanham os índices de mercado. Sendo assim, de forma resumida, em um mercado eficiente, não é possível encontrar retornos esperados maiores ou menores do que o custo de oportunidade de capital ajustado ao risco.

Fama (1970) classifica a eficiência de mercado em três versões principais, a forma fraca, a forma forte e a forma semiforte. A forma fraca da hipótese considera que os preços negociados dos ativos refletem toda a informação histórica disponível publicamente; a forma semiforte da hipótese afirma que além dos preços dos ativos refletirem toda a informação publicamente disponível os preços dos ativos mudam instantaneamente para refletir as novas informações públicas disponíveis; por último, a forma forte da hipótese, afirma que os preços dos ativos refletem instantaneamente essa mudança mesmo que essas informações sejam ocultas ou privilegiadas, uma forma da hipótese que ainda não é bem aceita e validada.

De Bondt e Thaler (1985) já discutiam, em estudos de psicologia experimental, a tendência da maioria das pessoas em reações exageradas para eventos de notícias inesperados ou dramáticos, e como essa reação afeta o preço das ações no mercado acionário. A evidência empírica, baseada em dados de retornos mensais do CRSP (Center for Research in Security Prices) demonstrou ser consistente para esse comportamento reacionário excessivo, descobrindo eficiências de mercado de forma fraca e substancial.

Sloan (1996) investigou se os preços das ações refletem informações sobre ganhos futuros contidos nos componentes de acumulação e nos fluxos de caixas de ganhos atualizados, mostrando que a medida em que o desempenho dos resultados atuais persiste no futuro, esses resultados dependem das magnitudes relativas do caixa e dos componentes de dependência que refletem os ganhos atuais. Entretanto, os preços das ações atuam como se os investidores fixassem os ganhos, não refletindo a totalidade da informação contida nos componentes de acumulação e fluxo de caixa dos ganhos atuais até que essa informação afete ganhos futuros.

Fama (1998) discorre sobre a eficiência de mercado e seu desafio de sobrevivência perante a literatura da época referentes aos retornos de longo prazo. Em consonância com a hipótese de eficiência de mercado, as anomalias são resultados ocasionais, a reação excessiva aparente à informação é tão comum como a falta de reação e a continuação pós-evento de retornos anormais pré-evento é tão frequente quanto a reversão pós-evento. O mais importante, consistente com a previsão de eficiência de mercado, diz que as anomalias aparentes podem ser devidas a metodologias de análise, tendendo a desaparecer, as de longo prazo, com mudanças razoáveis na técnica.

Evoluindo os conceitos e análises sobre a eficiência de mercado, Ramirez et al (2014) discutem a forma fraca hipótese da eficiência de mercado, que implica que os retornos de preços são sequências não correlacionadas em série, ou seja, os preços devem seguir um comportamento de caminhada aleatória. Os autores discutem desenvolvimentos recentes sobre a eficiência de mercado chamada de hipótese de mercado adaptativa (AMH), propondo que a eficiência de mercado não é um conceito de tudo ou nada, mas sim uma característica que varia em forma contínua ao longo do tempo e em todos os mercados, verificando também que ela varia em diferentes escalas de tempo, diária, semanal, ou anualmente. Os resultados do trabalho empírico mostram que os retornos interdiários e intradiários estão mais correlacionados do que os retornos “overnight”.

2.5 FINANÇAS COMPORTAMENTAIS

Como já foi dito, os passos básicos para investir são três, a definição do universo de investimento, a construção do portfólio otimizado e o rebalanceamento desse portfólio com o tempo. Apesar de serem passos simples, eles são cercados de crenças psicológicas e comportamentais que podem influenciar erroneamente as decisões do investidor, tanto amador quanto profissional, assuntos tratados nos estudos de Finanças Comportamentais.

No primeiro passo, de acordo com Coval (1999) quando é necessário definir o universo de investimento, ou seja, quais os tipos de ativos que serão usados na alocação, sofre-se majoritariamente de uma crença conhecida como “Home-Bias” ou a crença de se investir apenas em ativos ou companhias locais, tal tipo de crença inibe os investidores de investir em companhias nas quais não possui uma suposta familiaridade.

O segundo passo ao investir é a construção do portfólio otimizado, a estratégia de alocação desses ativos. Ao realizar tal ação, pode-se também estar sujeito a efeitos psicológicos que afetam o julgamento e a tomada de decisão. Conhecido como “Anchoring-Bias”, descrito por Cen (2013) que discorre sobre o efeito da relação entre números ou dados não relacionados quando o tomador de decisão é obrigado a realizar alguma estimativa. Outro problema que encontrado é a chamada “Confirmation-Bias”, é descrita por Nickerson (1998) como a tendência que se tem a procurar por informação que apenas confirmam aquilo que se acredita e ignora-se as informação que contrapõem o raciocínio inicial. Por fim, nesse estágio de investimento, a mais severa crença de investimento que afeta o investidor é a conhecida como “Overconfidence-Bias” descrita por Camerer (1999), a crença que o tomador de decisão se impõe sempre acima da média e acredita estar sempre certo quanto às decisões, superestimando sua performance atual, sua posição de investimento entre colegas, ou ainda subestimando o risco de seu portfólio e superestimando o retorno dele.

Por fim, o terceiro passo para investir é o rebalanceamento do portfolio através do tempo. O “Endowment Effect”, explicitado por Kahneman, Knetsch e Thaler (1991) é o principal obstáculo que se encontra nessa etapa, acredita-se que aquilo que possui vale muito mais do que realmente vale. Essa crença impede de se tomar decisões racionais quando precisa-se rebalancear o portfólio de investimentos, principalmente quando deve-se tomar a decisão de vender algum ativo por um preço menor do que foi comprado.

Com isso, Kahneman e Tversky (1979) observam que ao se tomar decisões arriscadas, os investidores são relutantes às perdas, explicado pela sua teoria da perspectiva. Segundo essa teoria, afirma-se que o valor dado pelos investidores ao ativo é determinado pelos ganhos ou perdas que esse ativo desempenhou desde que foi adquirido, e ainda diz que os investidores são totalmente avessos a perdas e que necessitam de um retorno correspondente maior para compensá-la.

O apetite ao risco também é um fator cíclico e memorizável nos investidores, variando de geração para geração. Pessoas que passaram por crises financeiras quanto crianças são mais avessas ao risco em um período posterior de sua vida do que aqueles que não sofreram tal exposição, como descrito por Malmendier e Nagel (2011).

Para cumprir o objetivo desse trabalho, o apetite ao risco do investidor será norteado unicamente pela sua idade, em proporção que será abordada posteriormente.

2.6 TAXA LIVRE DE RISCO BRASIL

De uma maneira simples a taxa livre de risco é utilizada como referência para análise de risco relativo. A taxa que se utiliza para calcular o retorno relativo do ativo financeiro.

De acordo com Da Silveira, Famá e De Campos Barros (2002) no artigo publicado no II Encontro Brasileiro de Finanças determinar a taxa de juros livre de risco para o Brasil não é um consenso entre os pesquisadores. O presente estudo sugere as taxas da Caderneta de Poupança e do Certificado de Depósito Interbancário (CDI), por mostrarem-se condizentes com a teoria do que seria uma taxa pura de juros, com correlação insignificante com o mercado e desvio padrão de retorno também desprezíveis.

Entretanto essas taxas apresentam valores de retornos médios diferentes tanto em curto como em longo prazo, dificultando e até mesmo corroborando o modelo do CAPM para a economia brasileira.

Este presente trabalho não se coube a analisar qual seria a taxa de risco mais apropriada a ser adotada, adotou-se como o CDI a taxa livre de risco usados nos modelos deste estudo.

2.7 AÇÕES

Segundo Brealey, Meyers e Allen (2013), ações são ativos que representam uma pequena parte do capital financeiro de uma empresa, ao comprar ações de uma empresa específica, o investidor se torna sócio dessa empresa, passando a ter participações, por menores que sejam, nos negócios, fazendo parte dos lucros e das perdas dela.

As ações se dividem em Ordinárias e Preferenciais. A primeira é aquela que dá ao acionista, o investidor que detém as ações, o direito ao voto nas assembleias gerais da empresa e o recebimento de lucros provenientes da empresa, na forma mais comum de dividendos. Já as preferenciais são aquelas que dão ao acionista o direito preferencial do recebimento de lucros gerados pela empresa, mas não possuem direito a voto nas assembleias gerais.

Ações são classificadas como ativos de renda variável, com volatilidade muito maior do que os ativos de renda fixa. Elas são negociadas na bolsa de valores, como a B3, apresentam alta liquidez e são extremamente suscetíveis a eficiência de mercado.

2.8 TÍTULOS PÚBLICOS

Segundo Brealey, Meyers e Allen (2013), os títulos públicos nada mais são do que a emissão de dívida pública por parte dos governos Federal, Estadual ou Municipal, afim de que suas obras sejam financiadas ou que possam cobrir suas despesas e dívidas.

Caso o investidor seja detentor de um título, fica intitulado que ele receberá um conjunto de pagamentos fixos, a cada período se receberá um pagamento regular de juros até sua data de vencimento.

Os títulos são negociados no mercado de renda fixa, ou seja seu rendimento pode ser dimensionado no momento de sua compra, apresentam uma baixa volatilidade em comparação com outros ativos disponíveis no mercado e também um investimento inicial muito baixo.

De acordo com o portal do Tesouro Direto (<http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto>, Acesso em Primeiro de Outubro de 2016), hoje, o investimento mínimo para investimento no Tesouro Direto, mercado aonde se está disponível os títulos públicos garantidos pelo Tesouro Nacional, é de apenas 30 reais.

No mercado brasileiro de títulos pode-se escolher entre diferentes tipos de títulos que se adequam a diferentes perfis de investimento, eles são distribuídos em dois grupos distintos, os pré-fixados e os pós-fixados.

Os pré-fixados são aqueles que se sabe exatamente a rentabilidade de seu título caso ele seja levada até sua data de vencimento, são adequados para quando a taxa de juros SELIC da economia brasileira está em queda ou quando seu valor é menor do que o oferecido pelo título. Esses títulos apresentam valores de rendimento nominais, ou seja, faz-se necessário o desconto da inflação no período de investimento para que se tenha o ganho real com tal ativo.

Os pós-fixados são os títulos quais seus valores são corrigidos por um indexador. Atualmente estão presentes para negociação os indexados pela taxa SELIC e os pela taxa oficial de inflação, o IPCA.

Apesar de serem classificados como ativos de renda fixa, eles sofrem uma variação de preço juntamente com a taxa de juros do país, quanto maiores são as taxas, menores são os preços dos títulos. Os preços dos títulos e as taxas de juros devem se mover em direções opostas (BREALEY; MEYERS; ALLEN, 2013), entretanto essa mudança no valor dos títulos com a mudança na taxa de juros tem um impacto muito pequeno no curto prazo, mas seu impacto se destaca e se torna evidente em um período de investimento maior, essa relação é chamada entre os economistas de estrutura temporal das taxas de juros.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A proposta principal desse trabalho é demonstrar modelos de alocação de ativos financeiros de fácil operação, que apresentam ganhos reais para o investidor, acima da taxa de inflação, de forma segura, para isso testamos o uso de diversos portfólios com metodologias e alocações diferentes.

Entretanto, em um primeiro momento, focamos em quais ativos seriam utilizados, depois como seriam selecionados e alocados para diferentes tipos de investidores.

Nesse trabalho, focamos na mistura de duas abordagens diferentes, uma abordagem qualitativa e uma quantitativa. Escolhemos qualitativamente os ativos que serão modelados usando modelos quantitativos.

Nosso primeiro passo foi a escolha de quais classes de ativos seriam usadas nesse trabalho, dentre as várias classes disponíveis no mercado financeiro, precisávamos escolher aquelas que fossem, de certa forma, mais próximas ao público, fáceis de serem operadas e compreendidas pelos investidores. Nossa aposta recaiu em três classes, as ações, os títulos federais e as moedas.

3.1 ESCOLHA DE AÇÕES

Este trabalho limitou-se na escolha das ações que compõe o Índice Brasil 100, IBrX 100, composto pelas 100 ações listadas na B3, de maior negociabilidade e representatividade. Sendo assim, as ações que compõem o IBrX 100 são o **Universo de Ações** desse trabalho.

3.2 ESCOLHA DE TÍTULOS

Com recentes mudanças no mercado e suas instabilidades, a escolha do Título Público para compor o portfólio desse trabalho baseou-se em dois quesitos, a taxa de juros SELIC e a inflação oficial, IPCA. Como se têm muita incerteza com relação a essas taxas, com a queda de ambas, a melhor escolha para compor nosso portfólio unicamente foi o “Tesouro Prefixado 2023 (LTN)”, ou seja, um título público com vencimento em primeiro de Janeiro de 2023, que paga uma taxa de juros anual prefixada no ato da compra, no caso da compra em 03 de Outubro de 2016 de 11,76%.

3.3 ESCOLHA DE MOEDAS

Nossa escolha de Moedas Internacionais deu-se de forma qualitativa, afim de diversificarmos internacionalmente nosso portfólio, nos expondo a riscos e retornos fora de nosso mercado doméstico. Decidiu-se pela escolha das moedas mais representativas nos mercados Norte-Americano, Europeu e Asiático, representadas respectivamente pelo Dólar Americano, Euro e Yuan, a moeda Chinesa.

3.4 COLETA DE DADOS

Por serem dados públicos, todos os dados presentes nesse trabalho foram coletados de sites confiáveis comuns a investidores.

Para a coleta de dados referentes a ações e moedas, usou-se o Yahoo Finanças (<https://br.financas.yahoo.com/>) acessado e primeiro de outubro de 2016 e para os Títulos Públicos usou-se o site de Tesouro Direto Federal (<http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto>) também acessado em primeiro de outubro de 2016.

Para a coleta de dados de ações e moedas foram coletados os dados do preço de fechamento ajustado mensalmente por um período de dez anos, computando 120 amostras. Para os dados qualitativos, explicados a seguir, toda a coleta foi feita usando-se o site Fundamentus (<http://www.fundamentus.com.br/index.php>) também para a data de primeiro de outubro de 2016.

3.5 FILTRAGEM DE AÇÕES

Devido ao nosso Universo de Ações ser bem amplo, necessitou-se que houvesse primeiramente uma filtragem básicas de quais ações entrariam nos modelos matemáticos propostos no trabalho, reduzindo assim nosso tempo de análise e garantindo uma confiabilidade maior para os resultados esperados.

Em um primeiro momento, decidiu-se filtrar as ações de um modo qualitativo para este trabalho, levando como base o livro escrito por Benjamin Graham, “O Investidor Inteligente”. No capítulo 14 do livro, Graham defende que o investidor comprará “além de uma lista diversificada de ações ordinárias importantes, apenas obrigações com grau de investimento” (GRAHAM, 2015). Essas escolhas baseiam-se em seis aspectos da análise da empresa: tamanho adequado; condição financeira suficientemente forte; estabilidade dos lucros,

histórico de dividendos; razão preço por lucro moderada e uma razão preço por ativos também moderada.

Os valores de referência para esses quesitos estão listados no quadro abaixo.

Quadro 1 - Quesitos para seleção de ações por índices de fundamentos empresariais

Quesito	Resposta
Essa empresa possui histórico de boa pagadora de dividendos?	Sim
Razão P/L	Aproximadamente 15
Razão V/VP	Inferior a 1,5
Multiplicação P/L por V/VP	Inferior a 22,5
Margem de Lucro Bruta da empresa	Maior que 15%
Indicativo ROE da empresa	Maior que 15%
Crescimento da Receita Líquida nos últimos cinco anos	Maior que 5%

Fonte: Produção do próprio autor

Como dito, esses dados foram extraídos do site Fundamentus para a data de primeiro de outubro de 2016.

Para cada item positivo foi dado o valor de um ponto para a ação da empresa e no final foi computada a média simples dos resultados e escolhidas as que estavam acima. Não é do objetivo desse trabalho pormenorizar cada um dos parâmetros do Quadro 1, que envolvem uma área específica do estudo das finanças.

Posteriormente foram excluídas as ações de empresas com menos de dez anos de dados históricos disponíveis por apresentarem durante a modelagem dados muito contrastantes com o restante do grupo.

3.6 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS – DEA

A Análise Envoltória de Dados é uma técnica de programação linear não paramétrica usada para avaliar as chamadas DMU's (Decision Making Unity) ou Unidades de Tomada Decisão quando múltiplos dados de entrada (inputs) e saída (outputs) são envolvidos. Iniciado por Charnes et al. (1978) o objetivo do DEA é identificar qual DMU produz os maiores

resultados de saída consumindo o mínimo dos dados de entrada, caso isso ocorra tal DMU é considerada eficiente com o resultado de 1.

Em aplicações financeiras, usualmente usa-se o DEA para a medição da eficiência gerencial da companhia tendo em base seus fundamentos financeiros (HUANG, 2015).

Foram considerados inputs para a seleção de ações o seguinte:

- Down-side risk of return rate

O Down-side risk é a estimativa do potencial de perda que um ativo possa sofrer caso ocorra uma mudança no mercado, ou seja, quanto o investidor pode perder. É definido matematicamente por:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\text{Max} \left[0, \left(\bar{R}_i - R_t \right) \right] \right)^2} \quad (1)$$

- Coeficiente β da ação

Da mesma forma como explicado pelo CPAM, o coeficiente β da ação é expresso por:

$$\beta_j = \frac{\text{Cov}(R_j, R_m)}{\text{Var}(R_m)} \quad (2)$$

Sendo que para o esse caso específico, o cálculo do Coeficiente β foi realizado usando dispersão entre o retorno mensal da ação e o retorno mensal do índice de mercado, neste caso o IBOVESPA, de acordo com o modelo CAPM.

Para os dados de output do DEA, foram utilizados:

- Return Rate: Taxa de retorno da ação computada mensalmente.
- Sharpe Ratio (SR): Uma medida de excesso de retorno da ação por unidade de risco, também conhecida como risk premium.

$$SR = \frac{\bar{R}_j - R_f}{\sigma_j} \quad (3)$$

Para o cálculo do Sharpe Ratio a taxa livre de risco R_f adotada foi o CDI no valor de 12,13%.

O modelo DEA usado é o BCC orientado ao Output, para medir a eficiência de cada DMU. Foram selecionadas apenas as DMU's que apresentaram valor de eficiência igual a 1. Para tal cálculo, foi utilizado o Software Livre SIAD (MEZA et al, 2005).

3.7 MODELO DE MARKOWITZ

Como explicado anteriormente, Markowitz desenvolveu o conceito por trás da Teoria Moderna do Portfólio que propõe a criação de carteiras de ativos eficientes para o mercado, pela criação das fronteiras eficientes de investimento. Essa teoria pode ser matematicamente expressa pelas equações abaixo:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (4)$$

$$R = \sum R_i X_i$$

(5)

$$\text{Minimizar : } V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j \quad (6)$$

$$\text{s. t.: } \sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (7)$$

$$0 \leq X_i \leq 1 \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (8)$$

3.8 MODELO MULTI-OBJETIVO PARA TOMADA DE DECISÃO MODM

De acordo com Huang et. Al (2015) o modelo MODM (Modelo Multi-Objetivo para Tomada de Decisão) é uma metodologia apropriada para suportar e auxiliar tomadas de decisão em situações nas quais ocorram múltiplos fatores de decisão conflitivos devam ser considerados simultaneamente. Assim a solução para o MODM é a busca de uma solução satisfatória e não uma solução otimizada.

Ao invés de se usar medidas tradicionais de risco, o MODM proposto para esse estudo considera tanto uma maximização do retorno esperado para o investimento, assim como uma minimização do down-side risk, as soluções do MODM foram usadas para determinar a alocação para cada ação na construção do portfólio. Seu modelo é apresentado abaixo, seguindo Huang et. Al (2015).

$$\text{Objetivo 1 : Maximização do Retorno} \begin{cases} f_1^* = \text{Max } f_1(x) = \sum_{i=1}^N \mu_i X_i & (9) \\ f_1^- = \text{Min } f_1(x) = \sum_{i=1}^N \mu_i X_i & (10) \end{cases}$$

$$\text{Objetivo 2 : Minimização do Risco} \quad \text{Min } f_2(x) = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 X_i^2 + \sum_{i,j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j$$

$$\text{Min : } d = W_1 \left(\frac{f_1^* - f_1(x)}{f_1^* - f_1^-} \right) + W_2 \left(\frac{f_2(x) - f_2^*}{f_2^- - f_2^*} \right) \quad (13)$$

$$\text{s. t. : } W_1 + W_2 = 1 \quad (14)$$

$$f_1(x) \geq R_f \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (16)$$

$$0 \leq X_i \leq 1 \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (17)$$

3.9 EQUIDISTRIBUIÇÃO

A equidistribuição de ativos é algo recorrente no mercado financeiro. Quando não se deseja calcular quais serão as alocações dadas aos ativos do portfólio, apenas os distribuem igualmente em sua carteira de investimentos. Apesar de não possuírem estudos tão consistentes sobre seu uso, vantagens e desvantagens, é uma prática corriqueira adotada por investidores. Como o universo de investimentos inicial se apresentou muito grande, causando uma grande fragmentação dos nossos ativos, foi considerado para a equidistribuição apenas o UNIVERSO DEA, de investimentos.

3.10 ALOCAÇÃO DEVIDO AO APETITE AO RISCO

A alocação de ativos devido ao apetite ao risco do investidor, é baseada unicamente no fator idade do mesmo, sendo que a medida que a idade desse investidor se eleva, o percentual de ativos de menor risco compondo o portfólio também se eleva, resultando no quadro abaixo.

Quadro 2 - Alocação em ativos devido ao apetite ao risco

Idade (Anos)	Ações (%)	Títulos (%)	Moedas (%)
25	50	25	25
35	45	30	25
45	40	35	25
55	35	40	25
65	30	55	15
70	25	60	15

Fonte: Produção do próprio autor

3.11 PORTFÓLIOS CRIADOS

Com a devida alocação proposta e nossos modelos de portfólio estabelecidos, foram criados 18 portfólios diferentes, seguindo o quadro abaixo:

Quadro 3 - Portfólios criados seguindo os modelos apresentados

Portfólio	Seleção Ações	Ações	Títulos	Moedas
1	Universo	Mark.	Equid.	Mark.
2	Universo	Mark.	Equid.	Equid.
3	Universo	Mark.	Equid.	MODM
4	Universo	MODM	Equid.	Mark.
5	Universo	MODM	Equid.	Equid.
6	Universo	MODM	Equid.	MODM
7	DEA	Mark.	Equid.	Mark.
8	DEA	Mark.	Equid.	Equid.
9	DEA	Mark.	Equid.	MODM
10	DEA	Equid.	Equid.	Mark.
11	DEA	Equid.	Equid.	Equid.
12	DEA	Equid.	Equid.	MODM
13	DEA	MODM	Equid.	Mark.
14	DEA	MODM	Equid.	Equid.
15	DEA	MODM	Equid.	MODM

Fonte: Produção do próprio autor

Com a alocação de ativos feita para esses 15 portfólios diferentes, eles serão moldados também de acordo com o apetite ao risco do investidor, como explicado anteriormente, desse modo, será levado em análise 90 portfólios diferentes.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente, com a filtragem inicial realizada para o grupo de ações compoendo o Índice Brasil 100, seguindo os preceitos expostos no Quadro 1, conseguimos reunir o grupo de ações listadas abaixo, que se enquadram em todos os quesitos mencionados.

Quadro 4 - Ações do grupo UNIVERSO

ABEV 3	EMBR3	NATU3
BBAS3	GOLL4	PSSA3
BBDC3	GRND3	RADL3
BRFS3	HGTX3	SBSP3
BRKM5	ITSA4	SUZB5
CCRO3	ITUB4	VALE3
CMIG4	LAME3	VALE5
CPLE6	LIGT3	VIVT4
CYRE3	LREN3	WEGE3
ELET3	MYPK3	

Fonte: Produção do próprio autor

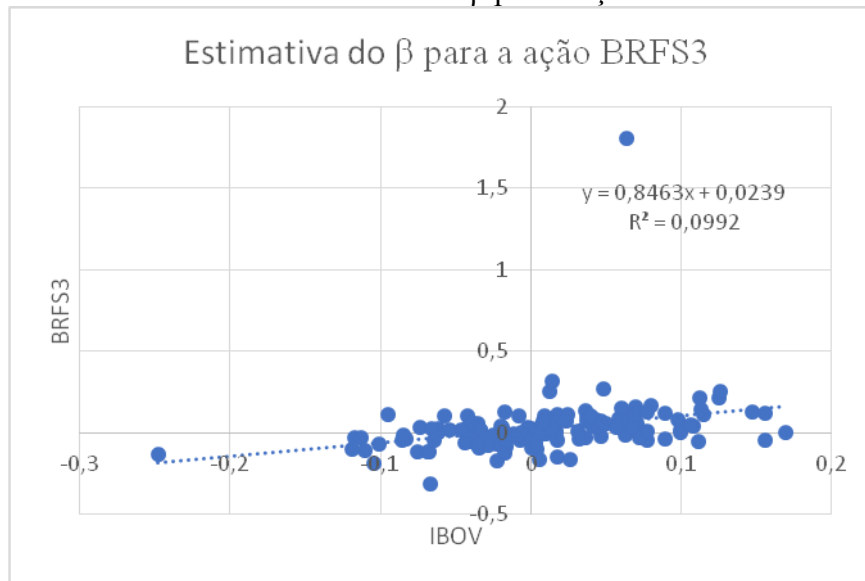
Com esse grupo de ações filtradas, que foi denominado de **UNIVERSO**, calculou-se os valores de Input e Output necessários para a Análise Envoltória de Dados, esses resultados são apresentados abaixo.

Tabela 1 - Dados de Input e Output para o DEA

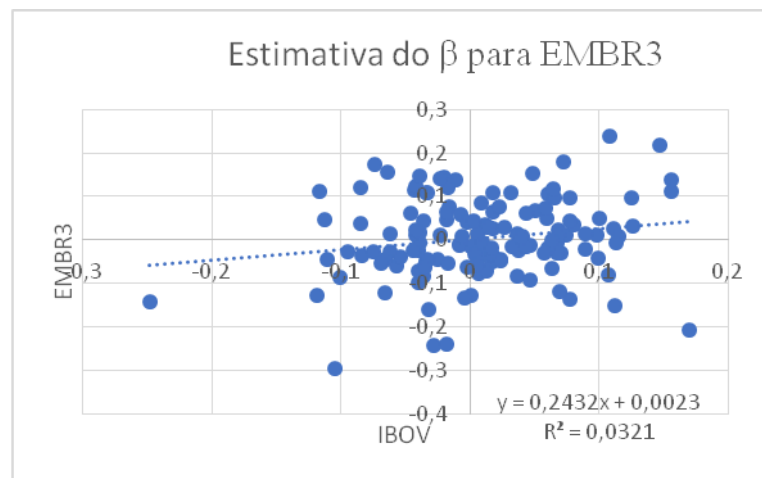
*	Input		Output			
	DMU	BETA	DSR	MÉDIA ANUAL	M.A. NORMAL	SHARPE RATIO
ABEV3	0,4207	0,112963	23,77%	34,44%	31,62%	78,77%
BBAS3	1,4246	0,070336	19,85%	29,98%	19,37%	65,33%
BBDC3	1,018	0,046139	21,37%	31,71%	30,65%	77,71%
BRFS3	0,8463	0,060583	37,80%	50,43%	41,77%	89,91%
BRKM5	0,5773	0,063462	10,36%	19,16%	-4,35%	39,30%
CCRO3	0,6579	0,049241	25,62%	36,55%	46,58%	95,19%
CMIG4	0,6365	0,121021	17,54%	27,35%	8,27%	53,15%
CPLE6	0,7363	0,050701	15,41%	24,92%	10,75%	55,87%
CYRE3	1,3409	0,077834	27,93%	39,18%	29,74%	76,71%
ELET3	0,8894	0,07289	14,07%	23,39%	4,24%	48,73%
EMBR3	0,2432	0,060427	5,37%	13,47%	-21,79%	20,16%
GOLL4	1,2463	0,086537	1,35%	8,89%	-18,77%	23,47%
GRND3	0,6317	0,054076	16,30%	25,93%	12,83%	58,15%
HGTX3	1,075	0,08928	38,13%	50,81%	50,96%	100,00%
ITSA4	0,8198	0,055915	15,78%	25,34%	12,46%	57,75%
ITUB4	1,0031	0,053668	13,06%	22,24%	3,22%	47,61%
LAME3	0,8294	0,06313	22,15%	32,59%	30,17%	77,18%
LIGT3	0,7558	0,088254	5,18%	13,26%	-16,62%	25,84%
LREN3	1,0074	0,221863	26,86%	37,97%	10,71%	55,83%
MYPK3	0,937	0,132086	11,69%	20,68%	-0,80%	43,20%
NATU3	0,5769	0,044601	14,72%	24,13%	8,91%	53,85%
PSSA3	0,7114	0,073067	23,57%	34,22%	30,34%	77,37%
RADL3	0,9119	0,106854	81,30%	100,00%	45,24%	93,73%
SBSP3	0,1617	0,243257	-6,45%	0,00%	-22,72%	19,14%
SUZB5	0,6688	0,066692	8,36%	16,88%	-9,93%	33,17%
VALE3	1,1932	0,063115	10,34%	19,14%	-4,86%	38,74%
VALE5	1,1833	0,063252	11,10%	20,00%	-2,76%	41,05%
VIVT4	0,272	0,119569	-2,37%	4,66%	-40,16%	0,00%
WEGE3	0,6426	0,070203	25,97%	36,95%	32,02%	79,22%

Fonte: Produção do próprio autor

Como dito anteriormente, o Coeficiente β da ação foi calculado por dispersão entre o retorno da ação e o retorno do índice de mercado, o IBOVESPA, como pode ser notado pelos exemplos abaixo.

Gráfico 1- Estimativa do β para a ação BRFS3

Fonte: Produção do próprio autor

Gráfico 2 - Estimativa do β para a ação EMBR3

Fonte: Produção do próprio autor

Nota-se a diferença nitidamente entre os dois ativos, primeiro a BRFS3, com um valor de β de 0,8463 e depois o valor de 0,2432 para a EMBR3, com erros padrão R^2 muito baixos, e que mostram como que diferentes ativos de diferentes setores reagem de maneira totalmente diferente relativo ao mercado.

Usando o Software Livre SIAD (MEZA et al, 2005), conseguiu-se que as ações, para o DEA, DMU's, fossem selecionadas de acordo com os dados de Input e Output estabelecidos, inseridos no modelo DEA – BCC Orientado ao Output, originando um novo universo de ações, sendo nomeado de UNIVERSO DEA, como pode ser observado pela tabela 2.

Tabela 2 - Resultados do DEA

DMU	Eficiência
ABEV3	1
BBAS3	0,75409
BBDC3	1
BRFS3	1
BRKM5	0,632148
CCRO3	1
CMIG4	0,695266
CPLE6	0,725242
CYRE3	0,837363
ELET3	0,627429
EMBR3	1
GOLL4	0,429966
GRND3	0,753649
HGTX3	1
ITSA4	0,707165
ITUB4	0,632115
LAME3	0,849643
LIGT3	0,459545
LREN3	0,679341
MYPK3	0,583058
NATU3	1
PSSA3	0,85963
RADL3	1
SBSP3	1
SUZB5	0,523416
VALE3	0,556893
VALE5	0,574353
VIVT4	0,55137
WEGE3	0,896673

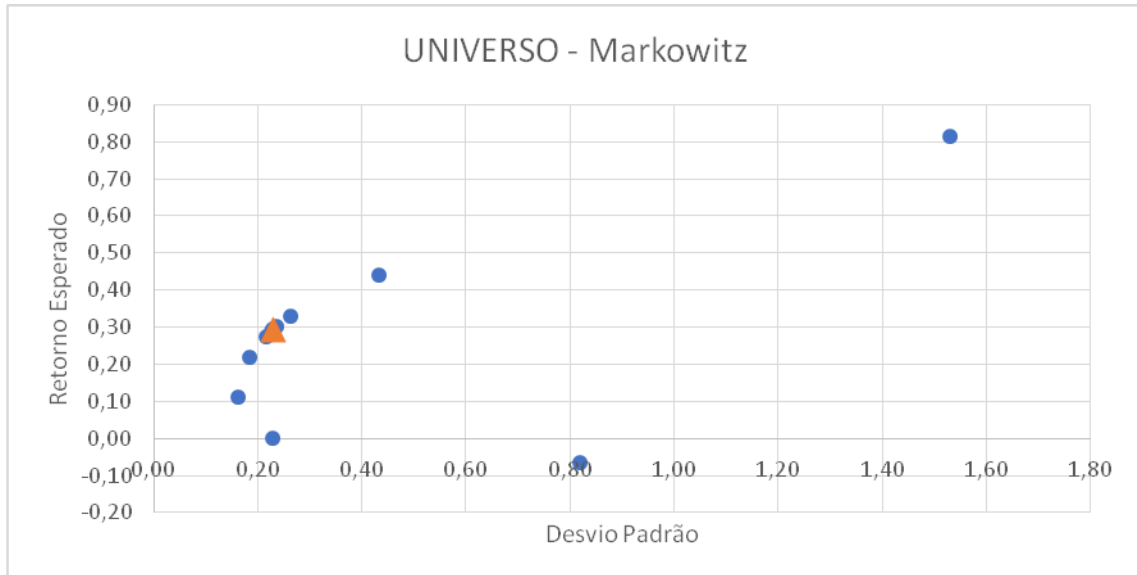
Fonte: Produção do próprio autor

Foram selecionadas apenas as DMU's com valor de Eficiência igual a 1 para compor o **UNIVERSO DEA**.

Com tais dois universos de ações, foram aplicados os modelos de Markowitz e o MODM a fim de se construir fronteiras eficientes para esses dois universos, como demonstradas a seguir para cada portfólio. O ponto em destaque demonstra o ponto de otimização do portfólio, apresentando também sua composição eficiente como os valores do Retorno Esperado e Desvio Padrão para tal alocação. Não foram geradas fronteiras eficientes para os portfólios de Equistribuição pois estes não obedecem um modelo matemático específico para tal.

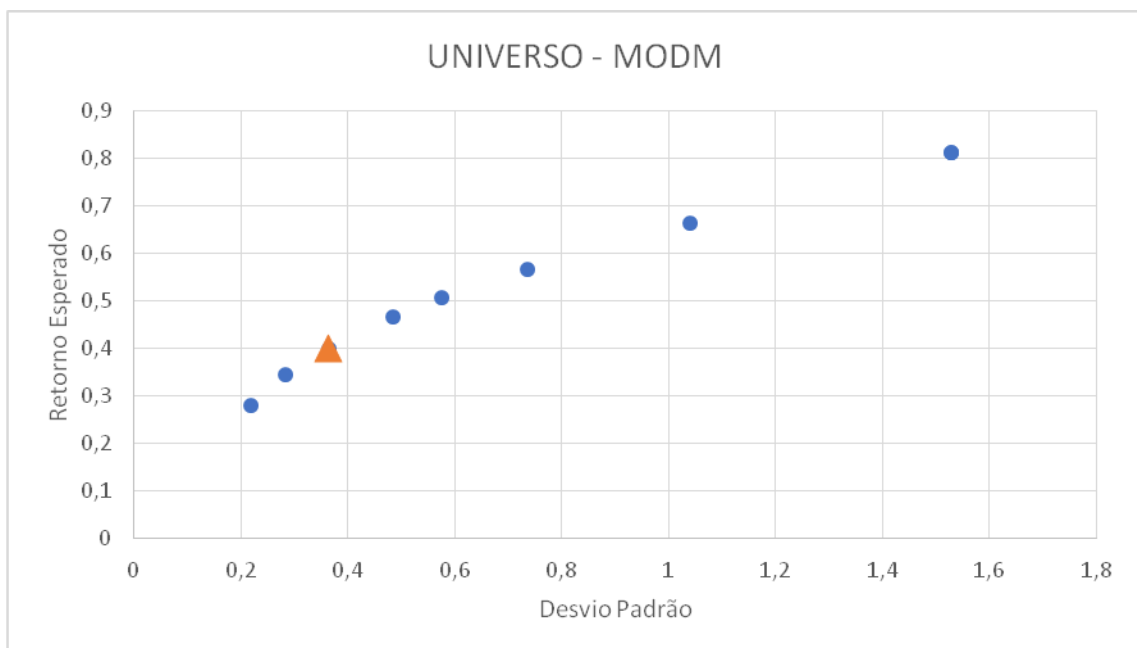
Para as alocações referentes ao MODM, foi adotado como otimizado o resultado para o modelo (3:7) para W_1 igual a 3 e W_2 igual a 7.

Gráfico 3 - Fronteira Eficiente para o portfólio de ações UNIVERSO alocado segundo o teorema de Markowitz



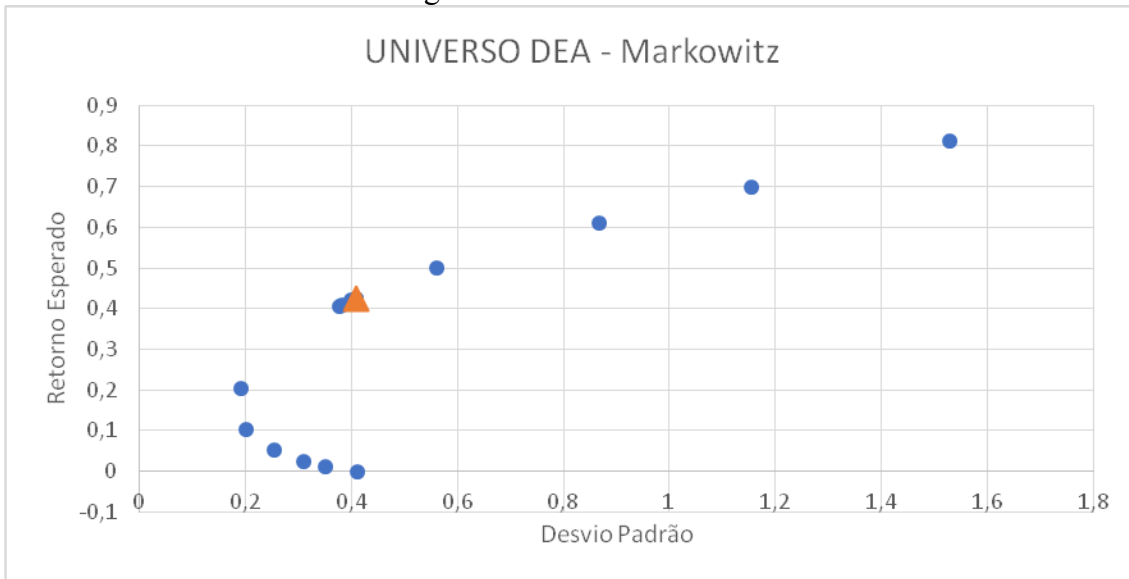
Fonte: Produção do próprio autor

Gráfico 4 - Fronteira Eficiente para o portfólio de ações UNIVERSO alocado segundo o modelo MODM



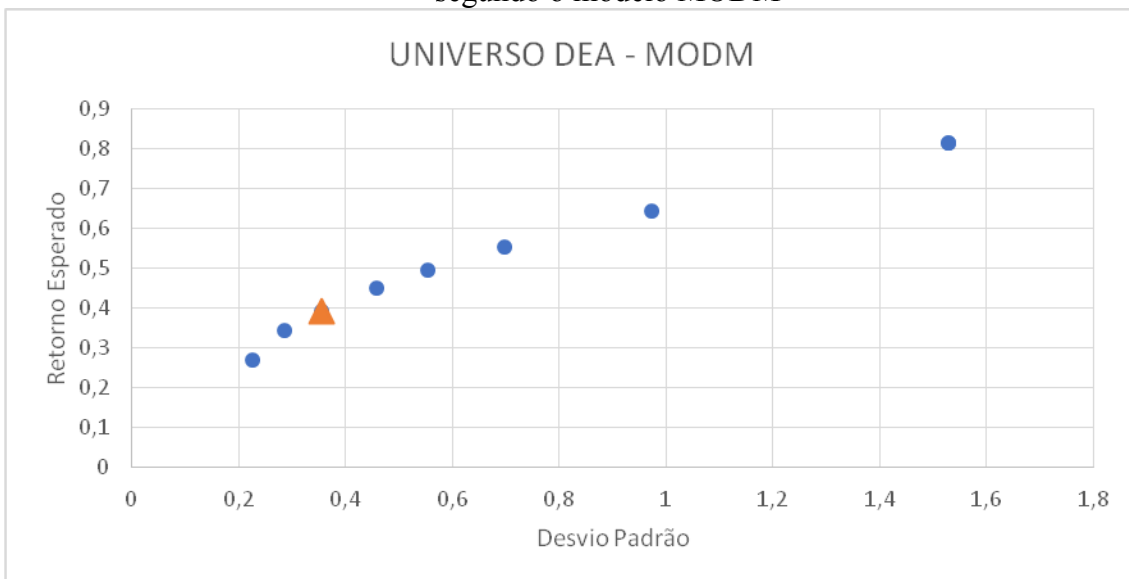
Fonte: Produção do próprio autor

Gráfico 5 - Fronteira Eficiente para o portfólio de ações UNIVERSO DEA alocado segundo o modelo de Markowitz



Fonte: Produção do próprio autor

Gráfico 6 - Fronteira Eficiente para o portfólio de ações UNIVERSO DEA alocado segundo o modelo MODM



Fonte: Produção do próprio autor

Tabela 3 - Alocação em ações para os diferentes modelos adotados

UNIVERSO – Markowitz		UNIVERSO - MODM		UNIVERSO DEA - Markowitz		UNIVERSO DEA - MODM		UNIVERSO DEA - Equidistribuído	
STDV	23%	STDV	36%	STDV	41%	STDV	35%	STDV	28%
ER	29%	ER	40%	ER	43%	ER	39%	ER	27%
ABEV3	14%	BRFS3	26%	BRFS3	30%	ABEV3	3%	ABEV3	11%
BRFS3	12%	CCRO3	21%	CCRO3	18%	BBDC3	0%	BBDC3	11%
CCRO3	29%	CYRE3	2%	HGTX3	37%	BRFS3	26%	BRFS3	11%
CMIG4	4%	HGTX3	31%	RADL3	16%	CCRO3	28%	CCRO3	11%
CYRE3	1%	RADL3	13%			EMBR3	0%	EMBR3	11%
HGTX3	11%	WEGE3	7%			HGTX3	31%	HGTX3	11%
LAME3	7%					NATU3	0%	NATU3	11%
PSSA3	8%					RADL3	12%	RADL3	11%
RADL3	3%							SPSP3	11%
WEGE3	11%								

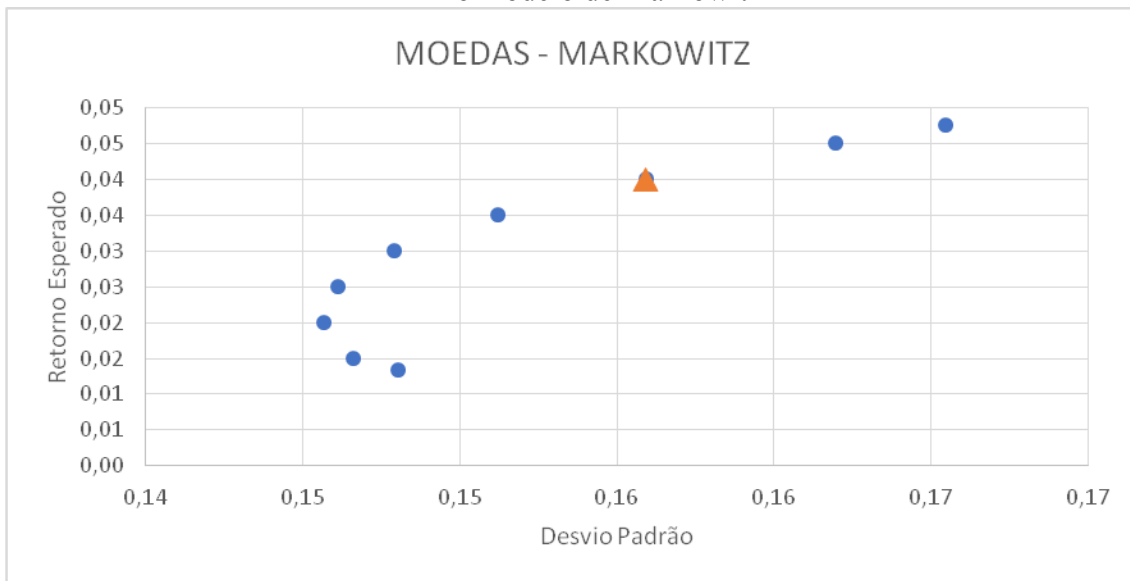
Fonte: Produção do próprio autor

Inicialmente pode-se notar que não houve necessariamente o uso de todas as ações dispostas no modelo para serem usadas na alocação, tal qual pois não foi adotada nenhuma restrição quanto a isso para que o modelo fosse executado.

Com um olhar teórico temos com o maior retorno esperado (ER) o portfólio produzido pelo UNIVERSO DEA alocado segundo o modelo de Markowitz, com um valor de 43% na média, podendo variar, segundo o seu desvio padrão, de 2% até 84%, o maior valor entre todas as alocações, e o mais arriscado também, com uma alocação pequena, minimamente diversificada, com apenas quatro ações. O menor retorno esperado foi encontrado pelo uso da equidistribuição no UNIVERSO DEA de ações, atribuído a falta de rigor matemático-analítico a tal modelo; coincidentemente ele apresenta um risco maior do que o estimado para o modelo Markowitz no UNIVERSO geral de ações, para um retorno menor do que o dele, invalidando o modelo de equidistribuição para ações neste caso específico.

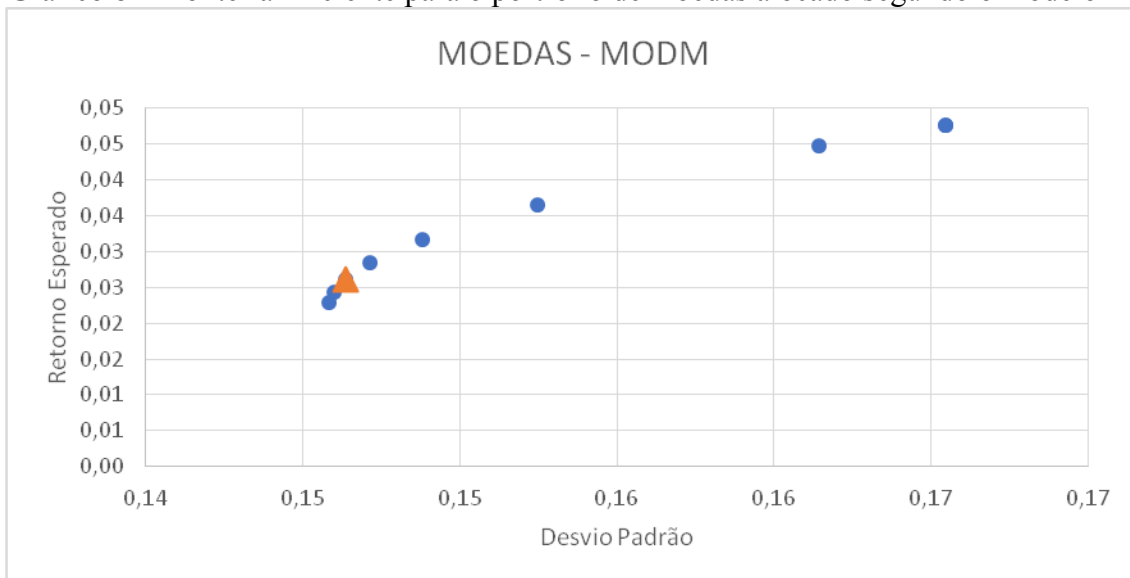
Para a alocação de moedas, foram construídas as fronteiras eficientes das alocações seguindo os mesmos modelos adotados para as ações. Como apenas três tipos de moedas foram escolhidos, como explicado anteriormente, não foi necessário adotar o modelo DEA para uma seleção quantitativa de tais ativos.

Gráfico 7 - Fronteira Eficiente para o portfólio de moedas alocado segundo o modelo de Markowitz



Fonte: Produção do próprio autor

Gráfico 8 - Fronteira Eficiente para o portfólio de moedas alocado segundo o modelo MODM



Fonte: Produção do próprio autor

Tabela 4 - Alocação em moedas para os diferentes modelos adotados

	Markowitz	MODM	Equidistribuído
STDV	16%	15%	15%
ER	4%	3%	3%
DÓLAR	0%	0%	33%
EURO	22%	63%	33%
YUAN	78%	37%	33%

Fonte: Produção do próprio autor

As moedas apresentaram resultados muito semelhantes, com relação ao retorno esperado (ER) e ao desvio padrão (STDV), com um risco muito alto em relação ao retorno que se espera de tais ativos, podendo até, estatisticamente, apresentarem perdas de 12% para as três distribuições. Nos dois modelos quantitativos, o Dólar Americano não foi enquadrado em nenhum e a quantidade dos outros dois ativos se inverteu com relação ao de maior peso no portfólio, primeiramente com o modelo de Markowitz dando destaque à moeda Chinesa, e o modelo MODM para o Euro. Não houve estudo maior nesse trabalho para identificar a causa de tal mudança.

Com relação ao Título Público escolhido, não houve a formação de fronteira eficiente, já que 100% da alocação para esse tipo é composto apenas pelo Título descrito anteriormente. Com os modelos e alocações criados, foi possível computar os valores reais do portfólio no período de um ano, e notar seu desempenho real para os 15 portfólios gerados. A tabela abaixo mostra os valores, seguindo a alocação para o investidor de 25 anos, como mostrado no quadro 2.

Tabela 5 - Resultado para o Portfólio para o investidor de 25 anos

Portfólios	AÇÕES	TÍTULOS	MOEDAS	TOTAL
1	R\$ 5.830,69	R\$ 2.794,00	R\$ 2.612,27	R\$ 11.236,96
2	R\$ 5.830,69	R\$ 2.794,00	R\$ 2.597,56	R\$ 11.222,25
3	R\$ 5.830,69	R\$ 2.794,00	R\$ 2.675,52	R\$ 11.300,20
4	R\$ 6.113,75	R\$ 2.794,00	R\$ 2.612,27	R\$ 11.520,02
5	R\$ 6.113,75	R\$ 2.794,00	R\$ 2.597,56	R\$ 11.505,31
6	R\$ 6.113,75	R\$ 2.794,00	R\$ 2.675,52	R\$ 11.583,27
7	R\$ 6.139,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.612,27	R\$ 11.545,32
8	R\$ 6.139,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.597,56	R\$ 11.530,61
9	R\$ 6.139,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.675,52	R\$ 11.608,56
10	R\$ 5.649,81	R\$ 2.794,00	R\$ 2.612,27	R\$ 11.056,08
11	R\$ 5.649,81	R\$ 2.794,00	R\$ 2.597,56	R\$ 11.041,37
12	R\$ 5.649,81	R\$ 2.794,00	R\$ 2.675,52	R\$ 11.119,32
13	R\$ 6.018,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.612,27	R\$ 11.424,33
14	R\$ 6.018,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.597,56	R\$ 11.409,61
15	R\$ 6.018,05	R\$ 2.794,00	R\$ 2.675,52	R\$ 11.487,57

Fonte: Produção do próprio autor

O maior resultado encontrado, com dados de crescimento reais, foi o do portfólio número 9, alocado para ações seguindo o modelo de Markowitz para o UNIVERSO DEA, e moedas adotado o modelo MODM, com a equidistribuição padrão para os títulos. O resultado final apresentado, representa o resultado computado após um ano de investimento, sem

rebalancement e não computando taxas de manutenção de carteira ou outra taxa bancária envolvida.

Os outros portfólios, mesmo com a mudança de valor adotada para os ativos, também apresentaram o mesmo resultado com relação a melhor combinação de alocação desses ativos, como visto na tabela 6.

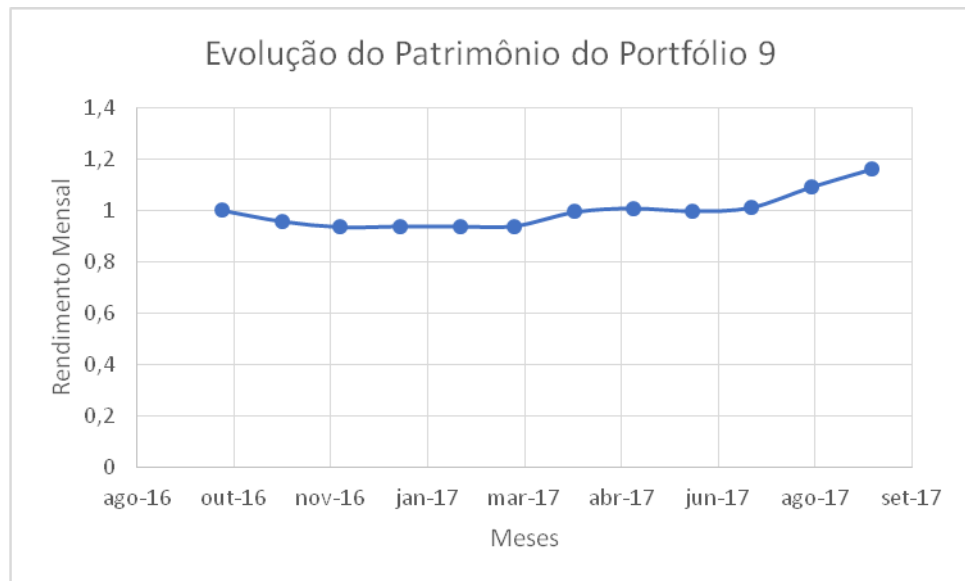
Tabela 6 - Resultados dos portfólios em diferentes valores de alocação

Idade	25	35	45	55	65	75
Portfólios	TOTAL	TOTAL	TOTAL	TOTAL	TOTAL	TOTAL
1	R\$ 11.236,96	R\$ 11.212,69	R\$ 11.188,42	R\$ 11.164,16	R\$ 11.212,58	R\$ 11.188,31
2	R\$ 11.222,25	R\$ 11.197,98	R\$ 11.173,71	R\$ 11.149,44	R\$ 11.203,75	R\$ 11.179,48
3	R\$ 11.300,20	R\$ 11.275,93	R\$ 11.251,67	R\$ 11.227,40	R\$ 11.250,52	R\$ 11.226,25
4	R\$ 11.520,02	R\$ 11.467,45	R\$ 11.414,87	R\$ 11.362,30	R\$ 11.382,41	R\$ 11.329,84
5	R\$ 11.505,31	R\$ 11.452,73	R\$ 11.400,16	R\$ 11.347,58	R\$ 11.373,58	R\$ 11.321,01
6	R\$ 11.583,27	R\$ 11.530,69	R\$ 11.478,12	R\$ 11.425,54	R\$ 11.420,36	R\$ 11.367,78
7	R\$ 11.545,32	R\$ 11.490,22	R\$ 11.435,11	R\$ 11.380,01	R\$ 11.397,59	R\$ 11.342,49
8	R\$ 11.530,61	R\$ 11.475,50	R\$ 11.420,40	R\$ 11.365,29	R\$ 11.388,76	R\$ 11.333,66
9	R\$ 11.608,56	R\$ 11.553,46	R\$ 11.498,36	R\$ 11.443,25	R\$ 11.435,54	R\$ 11.380,43
10	R\$ 11.056,08	R\$ 11.049,90	R\$ 11.043,72	R\$ 11.037,54	R\$ 11.104,05	R\$ 11.097,87
11	R\$ 11.041,37	R\$ 11.035,18	R\$ 11.029,00	R\$ 11.022,82	R\$ 11.095,22	R\$ 11.089,04
12	R\$ 11.119,32	R\$ 11.113,14	R\$ 11.106,96	R\$ 11.100,78	R\$ 11.141,99	R\$ 11.135,81
13	R\$ 11.424,33	R\$ 11.381,32	R\$ 11.338,32	R\$ 11.295,31	R\$ 11.325,00	R\$ 11.281,99
14	R\$ 11.409,61	R\$ 11.366,61	R\$ 11.323,60	R\$ 11.280,60	R\$ 11.316,17	R\$ 11.273,16
15	R\$ 11.487,57	R\$ 11.444,56	R\$ 11.401,56	R\$ 11.358,55	R\$ 11.362,94	R\$ 11.319,94

Fonte: Produção do próprio autor

Analisando os resultados referentes ao portfólio 9, para a distribuição do investidor referente a idade de 25 anos, usando base 1 para tal, como se tivéssemos investido apenas 1 real e trazendo isso durante os meses subsequentes, temos o gráfico abaixo.

Gráfico 9 - Evolução do Patrimônio do Portfólio 9 para investidor de 25 anos



Fonte: Produção do próprio autor

Pelo gráfico é possível notar que houve uma queda significativamente importante desde outubro de 2016, quando o portfólio foi montado, se mantendo até maio de 2017 quando começou-se a esboçar uma recuperação e depois despontando até a data final de setembro de 2017. Não é intenção desse trabalho identificar as causas de tais quedas ou ganhos de riqueza, mas podemos compreender que de fato, pela crise sistêmica que o país atravessou nesse período, fica evidente o papel da eficiência de mercado aos olhos do mercado brasileiro.

Os valores encontrados estão de acordo com o esperado para o investimento em ações, já que esse modelo foi o que apresentou o maior valor de retorno esperado, correspondendo realmente esses valores. Quanto às moedas, por apresentarem valores muito próximos de retorno esperado e desvio padrão, pode-se dizer que está correto também, com uma maior valorização do Euro em comparação ao Yuan no período deste trabalho.

Dessa maneira conseguimos calcular os valores de análise reais para o portfólio 9, no período de um ano. Com relação às ações, o crescimento real foi de 22,78%, dentro do valor esperado para tal modelo; o título cresceu 11,76% como esperado na data de sua compra, e a alocação em moedas cresceu 7,02% também dentro da faixa estatística e mais do que o esperado pelo modelo.

Entretanto, é de importância fundamental salientar que o período de estudo, de Outubro de 2016 a Outubro de 2017, o Brasil passou por diversas turbulências políticas e econômicas

que podem ter influenciado positivamente ou negativamente o comportamento dos ativos no mercado financeiro, mas de qualquer maneira, como notado pelas tabelas apresentadas, durante esse período, nossos portfólios não apresentaram perda ao final do período de um ano, apenas perdas durante o intervalo de tempo, que devido ao peso majoritário das ações, compondo ativos de renda variável, é extremamente compreensível, validando de forma positiva este trabalho.

5 CONCLUSÃO

O objetivo desse trabalho foi demonstrar modelos de alocação de ativos financeiros de fácil operação, que apresentam ganhos reais para o investidor, acima da taxa de inflação, de forma segura, mostrando que um investidor comum, com o mínimo de preparo e conhecimento de mercado financeiro pode investir seu dinheiro e se preparar para um momento de crise como a qual estamos passando.

Os resultados das diversas alocações seguindo diferentes modelos foram todas positivas no período de um ano, validando o trabalho e seu objetivo, apresentando resultados maiores do que o principal modo de investimento do brasileiro atualmente que é a caderneta de poupança.

Não foram considerados nesse trabalho as taxas bancárias e de custódia de valores aplicadas pela B3, abrindo espaço para trabalhos futuros, assim como o da expansão do universo de ações originais não se restringindo apenas às ações que compõe o índice Brasil 100; do mesmo modo também não foram realizados rebalancimentos na carteira de investimentos no período de estudo, o que poderia ter causado algum impacto no rendimento da carteira, também abrindo espaço para futuros estudos.

O melhor resultado foi dado pelo portfólio 9, composto por ações do UNIVERSO DEA, alocados segundo o modelo de Markowitz, sugerindo que uma filtragem a mais nas ações, que representam o maior risco do investimento é de grande valia, além disso o portfólio 9 usa o modelo Multi objetivo para alocação de moedas, evidenciando que um modelo mais robusto pode ser favorável a esse tipo de ativo financeiro.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, Gordon J.; BAPTISTA, Alexandre M. A comparison of VaR and CVaR constraints on portfolio selection with the mean-variance model. **Management science**, Providence, v. 50, n. 9, p. 1261-1273, 2004.
- BANKER, Rajiv D.; CHARNES, Abraham; COOPER, William Wager. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management science**, Providence v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.
- BENSAID, Bernard et al. Derivative asset pricing with transaction costs. **Mathematical Finance**, Oxford, v. 2, n. 2, p. 63-86, 1992.
- BONDT, Werner FM; THALER, Richard. Does the stock market overreact? **The Journal of finance**, Nova York, v. 40, n. 3, p. 793-805, 1985.
- BREALEY, Richard A.; MYERS, Stewart C.; ALLEN, Franklin. **Princípios de finanças corporativas**. Porto Alegre: AMGH Editora, 2013.
- CALVO, Clara; IVORRA, Carlos; LIERN, Vicente. Fuzzy portfolio selection models for dealing with investor's preferences. In: **Soft computing based optimization and decision models**. Cham: Springer, 2018. p. 119-136.
- CAMERER, Colin; LOVALLO, Dan. Overconfidence and excess entry: an experimental approach. **The American Economic Review**, Nashville, v. 89, n. 1, p. 306-318, 1999.
- CAMPBELL, John Y. et al. Have individual stocks become more volatile? an empirical exploration of idiosyncratic risk. **The Journal of Finance**, Nova York, v. 56, n. 1, p. 1-43, 2001.
- CAMPBELL, John Y.; VUOLTEENAHU, Tuomo. Bad beta, good beta. **The American Economic Review**, Nashville, v. 94, n. 5, p. 1249-1275, 2004.
- CEN, Ling; HILARY, Gilles; WEI, KC John. The role of anchoring bias in the equity market: Evidence from analysts' earnings forecasts and stock returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Seattle, v. 48, n. 1, p. 47-76, 2013.
- CHANG, T. J. et al. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. **Computers and Operations Research**, Nova York, v. 27, n. 13, p. 1271-1302, 2000.
- COVAL, Joshua D.; MOSKOWITZ, Tobias J. Home bias at home: local equity preference in domestic portfolios. **The Journal of Finance**, Nova York, v. 54, n. 6, p. 2045-2073, 1999.
- DIMSON, Elroy; MARSH, Paul; STAUNTON, Mike. **Triumph of the optimists: 101 years of global investment returns**. Princeton University Press, 2009.
- ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BLAKE, Christopher R. **The persistence of risk-adjusted mutual fund performance**. [S.l.]: [S.n.], 1995.

FAMA, Eugene F. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. **Journal of financial economics**, Lausanne, v. 49, n. 3, p. 283-306, 1998.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. **The journal of finance**, Nova York, v. 51, n. 1, p. 55-84, 1996.

FRENCH, Kenneth R.; SCHWERT, G. William; STAMBAUGH, Robert F. Expected stock returns and volatility. **Journal of financial Economics**, Lausanne v. 19, n. 1, p. 3-29, 1987.

GINO, Francesca; PIERCE, Lamar. The abundance effect: unethical behavior in the presence of wealth. **Organizational Behavior and Human Decision Processes**, San Diego v. 109, n. 2, p. 142-155, 2009.

GOLDFARB, Donald; IYENGAR, Garud. Robust portfolio selection problems. **Mathematics of operations research**, Providence, v. 28, n. 1, p. 1-38, 2003.

GRAHAM, Benjamin. O investidor inteligente: atualizado com novos comentários de Jason Zweig. **Rio de Janeiro: Nova Fronteira**, 2007.

HUANG, Chun-Ying et al. An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization. **Operational Research**, Berlim, v. 15, n. 1, p. 115, 2015.

JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Zhenyu. The conditional CAPM and the cross-section of expected returns. **The Journal of finance**, Nova York, v. 51, n. 1, p. 3-53, 1996.

JANG, Jeewon; KANG, Jangkoo. An intertemporal CAPM with higher-order moments. **The North American Journal of Economics and Finance**, Nova York, v. 42, p. 314-337, 2017.

JEGADEESH, Narasimhan; TITMAN, Sheridan. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. **The Journal of finance**, Nova York, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JENSEN, Michael C.; BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron S. **The capital asset pricing model: Some empirical tests**. [S.l.]: [S.n.], 1972.

KAHNEMAN, Daniel; KNETSCH, Jack L.; THALER, Richard H. Anomalies: the endowment effect, loss aversion, and status quo bias. **The journal of economic perspectives**. Nashville, v. 5, n. 1, p. 193-206, 1991.

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Prospect theory: an analysis of decision under risk. In: **Handbook of the fundamentals of financial decision making: part I**. 2013. p. 99-127.

KENDALL, Maurice George; HILL, A. Bradford. The analysis of economic time-series-part i: Prices. **Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)**, Londres, v. 116, n. 1, p. 11-34, 1953.

LI, Duan; NG, Wan-Lung. Optimal dynamic portfolio selection: multiperiod mean-variance formulation. **Mathematical Finance**, Oxford v. 10, n. 3, p. 387-406, 2000.

MALKIEL, Burton G.; FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The journal of Finance**, Nova York, v. 25, n. 2, p. 383-417, 1970.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The journal of finance**, Nova York, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

NICKERSON, Raymond S. Confirmation bias: a ubiquitous phenomenon in many guises, **Review of general psychology**, v. 2, n. 2, p. 175, 1998.

REINGANUM, Marc R. Misspecification of capital asset pricing: Empirical anomalies based on earnings' yields and market values. **Journal of financial Economics**, Lausanne, v. 9, n. 1, p. 19-46, 1981.

ROCKAFELLAR, R. Tyrrell; URYASEV, Stanislav. Conditional value-at-risk for general loss distributions. **Journal of banking & finance**, Amsterdam, v. 26, n. 7, p. 1443-1471, 2002.

RODRIGUEZ, E. et al. US stock market efficiency over weekly, monthly, quarterly and yearly time scales. **Physica A: statistical mechanics and its applications**, v. 413, p. 554-564, 2014.

SANTIS, Giorgio; GERARD, Bruno. International asset pricing and portfolio diversification with time-varying risk. **The Journal of Finance**, Nova York, v. 52, n. 5, p. 1881-1912, 1997.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **The journal of finance** Nova York, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SILVEIRA, Héber Pessoa; FAMÁ, Rubens; BARROS, Lucas Ayres Barreira Campos. Conceito de taxa livre de risco e sua aplicação no capital asset pricing model: um estudo exploratório para o mercado brasileiro. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 2., 2002, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBFIn, 2002.

SLOAN, R. G. **Do stock prices fully reflect information in accruals and cash**. 1996.

ZHAI, Jia; BAI, Manying. Mean-risk model for uncertain portfolio selection with background risk. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Antwerpen v. 330, p. 59-69, 2018.

ZHOU, Xun Yu; LI, Duan. Continuous-time mean-variance portfolio selection: a stochastic LQ framework. **Applied Mathematics and Optimization**, Nova York, v. 42, n. 1, p. 19-33, 2000.