





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.004/03

**A Fenomenologia Hadrônica e as Soluções das Equações de
Schwinger–Dyson**

Antonio Mihara

Orientador

Prof. Dr. Adriano A. Natale



Abril de 2003

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Adriano A. Natale pelos ensinamentos, orientação cuidadosa e apoio constante ao longo desta jornada.

À doutoranda Arlene C. Aguiar, pelas importantes discussões e pelo trabalho que desenvolvemos sob a orientação do Dr. Natale.

Aos amigos (alunos, funcionários, pós-doutorandos e professores) do IFT com quem aprendi muito e que, conseqüentemente, contribuíram (de algum modo) para que esta tese fosse possível.

À minha família por tudo.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Através da solução das equações de Schwinger–Dyson (ESD) é possível estudar diversos aspectos importantes da QCD não-perturbativa como confinamento e quebra de simetria quiral; desta forma as ESD são, obviamente, muito interessantes para estudo da fenomenologia das interações hadrônicas.

Após uma breve revisão sobre equações de Schwinger–Dyson (ESD) e sobre algumas soluções da ESD do propagador do glúon disponíveis na literatura, apresentamos possíveis testes fenomenológicos para estas soluções.

Observaremos que apenas uma das soluções apresentadas descreve satisfatoriamente os dados experimentais, e esta solução é compatível com uma massa dinâmica para o glúon. Finalizando, supomos que o glúon têm uma massa dinâmica e calculamos seus efeitos sobre os decaimentos de quarkônios pesados.

Palavras Chaves : QCD, Equações de Schwinger–Dyson, Glúon, Decaimentos de mésons, Produção de mésons.

Áreas do conhecimento : Física de Altas Energias, Fenomenologia.

PACS : 12.38.Lg, 13.20.Cz, 13.20.Fc, 13.20.Gd, 13.60.Le, 14.70.Dj

Abstract

Through the solution of Schwinger–Dyson equations (SDE) it is possible to study important features of nonperturbative QCD such as confinement and chiral symmetry breaking ; in this way SDE are, obviously, very interesting for the study of phenomenology of hadronic interactions.

After a brief review on SDE and some solutions of gluon propagator SDE available in literature, we present possible phenomenological tests for these solutions.

We shall observe that only one of the solutions presented describes satisfactorily the experimental data, and such solution is compatible with a dynamical mass for the gluon. Eventually, we assume that the gluon has a dynamical mass and calculate its effects on heavy quarkonia decays.

Dedico à minha irmã Paula (in memoriam).

Índice

1	Introdução	7
1.1	Métodos Não-Perturbativos	8
1.2	Fenomenologia	10
2	Equações de Schwinger–Dyson e a QCD Não-Perturbativa	12
2.1	Generalidades sobre as Equações de Schwinger–Dyson	12
2.2	As Equações de Schwinger–Dyson na QCD	13
2.2.1	Solução de Mandelstam	14
2.2.2	Solução de Alkofer <i>et al.</i>	15
2.2.3	O Modelo de Bloch para a Constante de Acoplamento . . .	18
2.2.4	Solução de Cornwall	19
2.3	Comparação com Resultados da QCD na Rede	22
2.3.1	Um pouco sobre a QCD na Rede	22
2.3.2	Resultados da QCD na Rede	23
2.4	Considerações Fenomenológicas sobre $\alpha_s(q)$ e $D(q)$ no IV	26
3	Testes Fenomenológicos da Constante de Acoplamento	30
3.1	O Decaimento do τ	31
3.1.1	O Decaimento do τ em Hádrons Não-Estranhos	31
3.2	O Fator de Forma da Transição $\gamma \rightarrow \pi_0$	33
3.3	Efeitos do “Congelamento” de α_s nas Amplitudes do Decaimento	
	$\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$	35
4	Testes Fenomenológicos do Propagador e da Constante de Aco-	
	plamento	43
4.1	O Fator de Forma do Píon	44
4.1.1	O Fator de Forma do Píon na QCD	45

4.1.2	Comparando as Constantes de Acoplamento	46
4.1.3	Efeito dos Propagadores Não-Perturbativos	47
4.2	Produção Exclusiva de ρ em Espalhamento Inelástico Profundo .	49
5	Efeitos da Massa do Glúon sobre Decaimentos de Quarkônios	
	Pesados	53
5.1	Decaimento de Quarkônios Pesados	54
5.1.1	Efeitos da Massa Dinâmica	55
5.1.2	Correções Adicionais e o Cálculo de $\alpha_s(m_c)$ e $\alpha_s(m_b)$. . .	59
6	Conclusões e Perspectivas	61

Capítulo 1

Introdução

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria quântica de campos que descreve as interações fortes entre quarks e glúons, que são as partículas constituintes dos hádrons. Esta teoria, baseada na simetria de gauge local $SU(3)$, apresenta características bastante peculiares como liberdade assintótica no limite de altas energias e o possível confinamento de quarks e glúons no limite infravermelho, ou seja, de baixas energias.

Como é bem sabido, na região de altas energias ($\gtrsim 1\text{GeV}$) é possível aplicar diretamente métodos de teoria de perturbação para a obtenção de quantidades físicas como seções de choque e larguras de decaimento. Entretanto, no limite infravermelho (IV), a constante de acoplamento e os propagadores perturbativos divergem e, conseqüentemente, falham na descrição de observáveis físicos.

Por outro lado, nos anos recentes, tem sido estudada extensivamente a possibilidade de que tanto a constante de acoplamento da QCD (α_s) quanto o propagador do glúon ($D(q)$) têm comportamentos finitos no infravermelho (IV). Esta possibilidade permitiria importantes abordagens para a fenomenologia da QCD no IV. Uma delas, defendida por Brodsky et al.[1], estabelece que um conjunto de diagramas (expansão em diagramas-esqueleto, do termo em inglês *skeleton graphs expansion*) pode ser somado em termos de uma constante de acoplamento efetiva, desde que esta última não seja “muito grande” no IV. Cada termo nesta expansão em diagramas-esqueleto (em certo sentido análoga à expansão perturbativa) representando um processo, ressuma automaticamente diagramas de renormalons para todas as ordens [1]. A utilização de tal expansão na fenomenologia está baseada na hipótese, bastante razoável, de que há uma “transição suave” da QCD perturbativa para a não-perturbativa.

Há diversos argumentos teóricos em favor do “congelamento” da constante de acoplamento em momentos baixos, em um deles, Banks e Zaks[2] afirmam que a QCD pode ter um ponto fixo IV não-trivial uniforme mesmo para um número pequeno de quarks (veja, por exemplo, Ref. [3]). Pode-se também usar argumentos de analiticidade para mostrar que a constante de acoplamento analítica se congela no valor de $4\pi/\beta_0$ [4], onde β_0 é o coeficiente em nível de 1-loop da função β da QCD. Os estudos do vácuo não-perturbativo da QCD indicam também a existência de uma constante de acoplamento finita no IV[5]. Em seus últimos trabalhos, Gribov constata que a constante de acoplamento efetiva no limite IV deve ser finita para que haja confinamento [6].

Por outro lado, as evidências fenomenológicas para “congelamento” da constante de acoplamento forte no IV são muito mais numerosas. Os modelos nos quais um potencial estático é usado para computar os espectros hadrônicos empregam uma constante de acoplamento congelada para longas distâncias [7, 8].

Os decaimentos de quarkônios pesados e as seções de choque totais de colisões hádron-hádron são influenciadas pelo congelamento da constante de acoplamento [9]. Uma análise detalhada da quantidade $R_{e^+e^-} (\equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-))$ realizada por Mattingly e Stevenson [10] mostra também sinais do congelamento da constante de acoplamento. Depois de um estudo quase similar, para diversos observáveis de jatos hadrônicos (*event shapes*), Dokshitzer e Webber obtêm os mesmos resultados [11]. Como veremos com mais detalhes adiante, os valores de $\alpha_s(0)$ “congelado”, obtidos fenomenologicamente, são $\mathcal{O}(0.1 \sim 1)$.

1.1 Métodos Não-Perturbativos

Uma maneira para se investigar o comportamento infravermelho do propagador do glúon $D(q)$ e também da constante de acoplamento $\alpha_s(q)$ é através da solução das equações de Schwinger-Dyson (ESD). As ESD podem ser consideradas como equações de movimento para funções de Green de uma dada teoria e, em tese, construindo-se as ESD do propagador do glúon e resolvendo-as, pode-se obter a forma do propagador do glúon e da constante de acoplamento da QCD para qualquer 4-momento q .

Contudo, no aspecto prático, as ESD formam um intrincado conjunto infinito de equações integrais acopladas envolvendo vértices e propagadores tanto “nus”

quanto “completos” de uma dada teoria e, deste modo, é absolutamente necessário truncá-las para se obter pelo menos uma solução aproximada. Como não há critérios *a priori* que garantam qual maneira de truncar é mais “fisicamente razoável” que outra, têm sido propostas várias maneiras de se truncar as ESD do propagador do glúon e as respectivas soluções, por sua vez, produzem os mais variados comportamentos para $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ no IV.

Outra maneira para se investigar o comportamento infravermelho(IV) de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ é através de simulações de QCD na Rede (*lattice QCD*), que representa uma abordagem completamente diferente das ESD. Em linhas gerais, nas simulações são calculados numericamente valores esperados para observáveis físicos de interesse, escritos como médias termodinâmicas na distribuição de Gibbs dada pela ação clássica (discretizada) da teoria. Nesta abordagem não são introduzidas quaisquer aproximações além da discretização do espaço-tempo, permitindo portanto um estudo não-perturbativo a partir de primeiros princípios.

Recentemente, diversos pesquisadores têm se dedicado ao estudo de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ no IV tanto pelas ESD quanto pelas simulações de QCD na Rede e os resultados de ambas abordagens têm sido amplamente comparados entre si, como descrevemos brevemente a seguir.

Os primeiros estudos das ESD para o propagador do glúon no calibre de Landau concluíram que o propagador do glúon é altamente singular no infravermelho. Entretanto, atualmente estes resultados são rejeitados por simulações de QCD na rede com 95% de nível de confiança (*confidence level*), nos quais se mostra que o propagador do glúon é provavelmente finito no infravermelho.

O resultado da QCD na rede está de acordo com duas classes de soluções de ESD. Uma proposta por Cornwall há muitos anos, na qual o glúon adquire uma massa dinâmica, e outra que foi discutida extensivamente por Alkofer, von Smekal e outros, na qual o propagador do glúon vai a zero quando $q^2 \rightarrow 0$ *. As soluções diferem devido às aproximações diferentes executadas para resolver as ESD, mas em ambos os casos há o “congelamento” da constante de acoplamento no IV. (Estes tópicos acima serão detalhados no próximo capítulo.)

Estudos sobre confinamento iniciados em fins da década de 1970 por Gribov [12] e estendidos por Zwanziger [13] no gauge de Coulomb “mínimo” (*mini-*

*Este tipo de comportamento também é obtido pelos estudos de Zwanziger, que comentamos no parágrafo seguinte.

mal Coulomb gauge) oferecem um cenário particularmente simples sobre confinamento. No referido gauge, o confinamento de cor é devido ao crescimento do potencial de Coulomb de cor $V(R)$ a grandes distâncias. Este potencial é a parte instantânea da componente 4-4 do propagador do gluon : $D_{44}(\vec{x}, t) = V(|\vec{x}|)\delta(t) + P(\vec{x}, t)$, na qual $P(\vec{x}, t)$ é o termo de polarização do vácuo. Ao mesmo tempo, o não aparecimento do gluon no espectro físico é manifestado pela supressão em $\vec{k} = \vec{0}$ do propagador $D_{ij}(\vec{k}, k_4)$ do gluon físico “tridimensionalmente” transverso, o qual é definido como :

$$D_{ij}(\vec{k}, k_4) = (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) D^{tr}(\vec{k}, k_4) \quad (1.1)$$

Os comportamentos descritos acima de $D_{44}(\vec{k})$ e $D^{tr}(\vec{k})$ foram claramente observados em simulações de teoria de gauge $SU(2)$ na rede realizadas por Cucchieri e Zwanziger [14].

Apresentamos no próximo capítulo um breve resumo sobre as ESD, QCD na Rede e os respectivos resultados destas abordagens.

Embora os resultados da QCD na Rede pareçam indicar que o propagador do gluon obtido por Cornwall é o que poderia melhor “ajustar-se” aos resultados (conforme observaremos no próximo capítulo), é correto dizer que os dados da QCD na Rede não são ainda suficientemente precisos na região IV para se afirmar com certeza qual das soluções citadas no parágrafo anterior é a mais “fisicamente razoável”. Seja qual for a solução, se o propagador do glúon apresentar uma escala de massa para o glúon, foi demonstrado que a função β de QCD terá um ponto fixo IV [15], o que realmente indica o congelamento de α_s na região de baixos momentos .

1.2 Fenomenologia

Uma possibilidade para verificar, *a posteriori*, qual solução das ESD é mais “fisicamente razoável”, é através de testes fenomenológicos, nos quais são utilizados $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ (fornecidos pelas soluções das ESD) para calcular quantidades físicas sensíveis ao comportamento IV da QCD e, então, compara-se as previsões de cada solução com os dados experimentais. Estes testes podem fazer sentido, já que estaremos analisando e comparando constantes de acoplamento finitas no IV numa abordagem baseada na expansão de diagramas-esqueleto, já mencionada

anteriormente, permitindo-nos levar em consideração, automaticamente, vários aspectos não-perturbativos (por exemplo, renormalons).

Parte dos objetivos do trabalho desenvolvido neste doutorado é precisamente realizar os testes fenomenológicos descritos acima para verificar qual é a solução mais apropriada. Nos Capítulos 3 e 4 apresentamos os testes que realizamos com vários processos fenomenológicos, tais como o decaimento do τ , o fator de forma da transição $\gamma \rightarrow \pi_0$, o decaimento $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$, o fator de forma do pión e a produção exclusiva de ρ em espalhamento inelástico profundo. Como observará o leitor, a solução de Cornwall é a mais adequada do ponto de vista fenomenológico, lembrando que esta solução é interpretada como consistente com a existência de uma massa dinâmica para os glúons.

No Capítulo 5, assumimos que o glúon tem uma massa dinâmica e estudamos seus efeitos no decaimento dos quarkônios pesados J/ψ e Υ . Finalizamos a tese no Capítulo 6 com algumas conclusões e perspectivas a respeito do trabalho apresentado.

Capítulo 2

Equações de Schwinger–Dyson e a QCD Não–Perturbativa

A partir da solução das equações de Schwinger–Dyson (ESD) é possível obter expressões para os propagadores e para a constante de acoplamento no limite de baixas energias da QCD (não–perturbativa). Graças à estrutura intrincada das ESD é necessário fazer aproximações para se obter as soluções destas equações, podemos portanto esperar soluções distintas obtidas por diferentes aproximações.

Após uma brevíssima revisão sobre as ESD apresentamos algumas das soluções existentes na literatura. Em seguida comparamos estas soluções com resultados obtidos em simulações de QCD na rede *, e observamos que apenas algumas destas soluções são compatíveis com os resultados da QCD na rede.

Nossa exposição será deliberadamente curta já que não temos como objetivo um entendimento profundo do assunto. Nosso objetivo neste capítulo é bastante modesto : apresentar ao leitor a bibliografia e descrever alguns resultados da literatura importantes para a fenomenologia que discutiremos nos capítulos posteriores.

2.1 Generalidades sobre as Equações de Schwinger–Dyson

As equações de Schwinger–Dyson são um conjunto infinito de equações integrais envolvendo funções de Green de n –pontos que, por sua vez, envolvem pelo menos uma função de N –pontos ($N > n$). Portanto, estas são equações integrais acopladas para os propagadores, vértices, etc. [16]

*Lattice QCD.

Na prática, se quisermos encontrar as soluções devemos necessariamente truncar (aproximar) o conjunto de equações integrais, fato este que proporciona vários esquemas de aproximação possíveis. Esta abordagem apresenta pelo menos um inconveniente : não há critério(s) que estabeleça(m) qual esquema de aproximação leva a resultados mais confiáveis que outro esquema. Cabe citar um outro aspecto prático relevante : quase que inevitavelmente estas equações truncadas devem ser solucionadas numericamente.

A maneira mais simples de se truncar estas equações integrais é através da expansão de acoplamento fraco. Nesta situação a constante de acoplamento é suficientemente pequena de tal modo que é possível tratar o problema do mesmo modo que se faz em teoria de perturbação. Entretanto, só saberemos se este procedimento é correto ou não quando calcularmos a ordem seguinte.

Por outro lado, é importante ressaltar que na expansão de acoplamento fraco, o comportamento das ESD é, em geral, distinto do que se espera da expansão perturbativa, visto que as ESD são intrinsecamente não–perturbativas e contêm informações que não estão presentes em teoria de perturbação e que aparecem na soma de uma classe infinita de diagramas.

2.2 As Equações de Schwinger–Dyson na QCD

Na QCD podemos construir ESD para os propagadores e vértices da teoria. Através da solução das ESD pode–se tentar entender importantes características da QCD como confinamento e quebra de simetria quiral.

Na figura 2.1 apresentamos alguns dos diagramas que contribuem para equações de Schwinger–Dyson dos propagadores completos do gluon (g), ghost (h) e do quark(q) . Os propagadores (vértices) completos são representados com círculos escuros (claros) enquanto os propagadores vértices “nus” são representados da forma usual, ou seja, sem círculos. Como podemos observar, cada equação possui um número infinito de diagramas e estas equações são intrinsecamente acopladas entre si. Cabe lembrar ainda que teríamos ESD para os vértices completos da teoria : qqq , hhg , ggg e $gggg$; e estas estariam também intrinsecamente acopladas às ESD dos propagadores.

Como já dito anteriormente, deve–se truncar o lado direito das equações de Schwinger–Dyson para que se possa obter alguma solução para as mesmas. Apre-

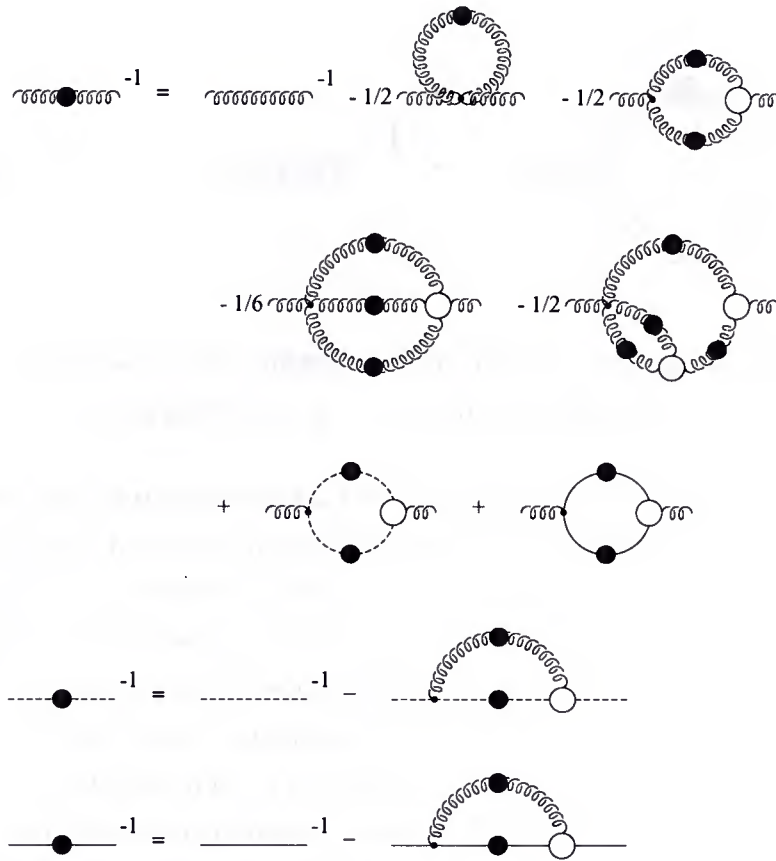


Figura 2.1: Representação dos diagramas de ordem mais baixa que contribuem para as equações de Schwinger–Dyson dos propagadores completos do gluon(“mola”), do ghost (linha tracejada) e do quark (linha sólida), respectivamente.

sentamos a seguir algumas aproximações encontradas na literatura. Tais aproximações levaram a soluções distintas e, conseqüentemente, comportamentos no infravermelho (do propagador e da constante de acoplamento) bem diferentes.

2.2.1 Solução de Mandelstam

Escolhendo o gauge de Landau, Mandelstam [17] propôs a resolução da equação truncada da figura 2.2.

Como podemos observar, na aproximação a 1-loop despreza-se a contribuição dos férmions considerando-se apenas uma teoria de Yang–Mills pura, já que acredita-se que esta reflita características fundamentais da QCD [18]. Vale res-

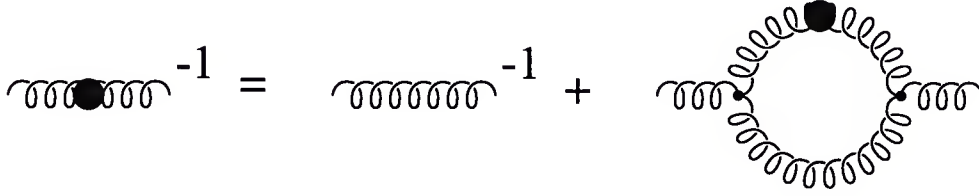


Figura 2.2: Representação dos diagramas que contribuem para a equação de Schwinger–Dyson do propagador do gluon na aproximação de Mandelstam.

saltar que a inclusão de quarks resulta em uma supressão da parte infravermelha do propagador do gluon, contudo, não são observadas mudanças qualitativas [19].

Outro diagrama que é desconsiderado nesta aproximação é o que envolve o vértice de 4 gluons (tadpole). Isto ocorre pois este diagrama é proporcional a $[\alpha_s^{(0)}]^2$, onde $\alpha_s^{(0)}$ é a constante de acoplamento “nua”. A equação é renormalizada para remoção das divergências ultravioletas e isto é feito em uma escala μ . As constantes de acoplamento “nuas” presentes na equação original serão então substituídas pela constante de acoplamento renormalizada $\alpha_s(\mu)$. Pode-se escolher μ no regime perturbativo tal que $\alpha_s(\mu) \ll 1$. Desta forma o diagrama contendo o vértice quártico é suprimido por um fator $\alpha_s(\mu)$ em relação aos termos restantes [19]. O diagrama de fantasmas é desprezado já que a contribuição deste é numericamente pequena [17, 19].

A solução para o propagador do gluon nesta aproximação foi obtida (numericamente) não apenas por Mandelstam, mas também por vários outros grupos [19, 18], e é dado por

$$D_{\mu\nu}(q^2) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) D_M(q^2) \quad (2.1)$$

onde $D(q^2) \sim q^{-4}$ no limite de $q^2 \rightarrow 0$ (veja figura 2.3). A constante de acoplamento efetiva é também divergente no infravermelho. Um propagador proporcional a $(1/q^4)$ no infravermelho é bastante interessante no contexto da QCD já que isto implicaria em um potencial linear confinante a grandes distâncias [19].

2.2.2 Solução de Alkofer *et al.*

Melhorando a aproximação de Mandelstam, Alkofer *et al.* constroem a equação

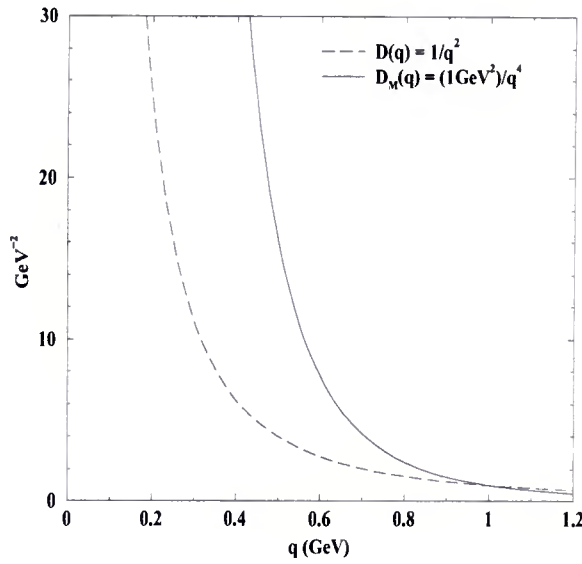


Figura 2.3: Comparação dos propagadores perturbativo e de Mandelstam na região infravermelha.

integral do gluon levando em conta o *loop* de fantasmas, e acoplando esta a uma equação integral para o fantasma. Estas equações acopladas são representadas na figura 2.4.

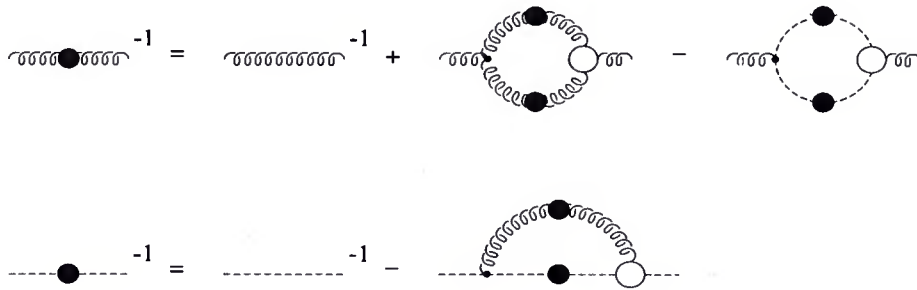


Figura 2.4: Representação dos diagramas que contribuem para as equações de Schwinger–Dyson acopladas para os propagadores do gluon e do fantasma, respectivamente.

São acrescentadas informações adicionais oriundas de identidades de Slavnov–Taylor as quais são utilizadas para expressar funções de vértice em termos de funções de Green de 2 pontos elementares, ou seja, propagadores de gluons e fantasmas [20].

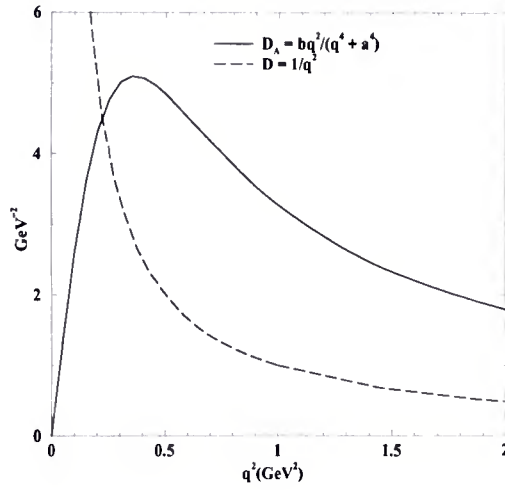


Figura 2.5: Propagadores do gluon em função do momento. Comparamos o propagador obtido por Alkofer *et al.* (linha sólida) com o perturbativo (linha tracejada). Parâmetros de $D_A(q)$: $a = 0.603\text{GeV}$ and $b = 3.707$.

Inicialmente, Alkofer *et al.* realizaram uma aproximação angular para o conjunto de equações acopladas e obtiveram numericamente as funções do propagador do gluon $D_A(q)$ e do fantasma $G(q)$ e também a constante de acoplamento $\alpha_A(q)$, uma vez que $\alpha_A(q) = \alpha_0[q^2 D_A(q)][q^2 G(q)]^2$.

A expressão ajustada para o propagador do glúon é dada por

$$D_A(q) = \frac{bq^2}{q^4 + a^4} \quad (2.2)$$

na qual $a \approx 0.603$ e $b \approx 3.707$. E a constante de acoplamento é dada pela expressão, também ajustada.

$$\alpha_A = \begin{cases} \alpha_{A1} & : q^2 < 0.31 \text{ GeV}^2 \\ \alpha_{A2} & : 0.31 < q^2 < 1.3 \text{ GeV}^2 \\ \alpha_{A3} & : q^2 > 1.3 \text{ GeV}^2 \end{cases} \quad (2.3)$$

onde

$$\begin{aligned} \alpha_{A1} &= 0.2161 + 9.2621 \exp\left(-2 \frac{(q^2 - 0.0297)^2}{(0.6846)^2}\right) \\ \alpha_{A2} &= 1.4741 + 8.6072 \exp\left(-\frac{q^2 - 0.1626}{0.3197}\right) \\ \alpha_{A3} &= \frac{1.4978}{\ln(1.8488q^2)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Os comportamentos destas funções são apresentados nas figuras 2.5 e 2.6.

Como podemos observar, nesta aproximação, os comportamentos do propagador do gluon e da constante de acoplamento são bastante diferentes dos comportamentos, das respectivas quantidades, obtidos na aproximação de Mandelstam e claramente finitos no infravermelho.

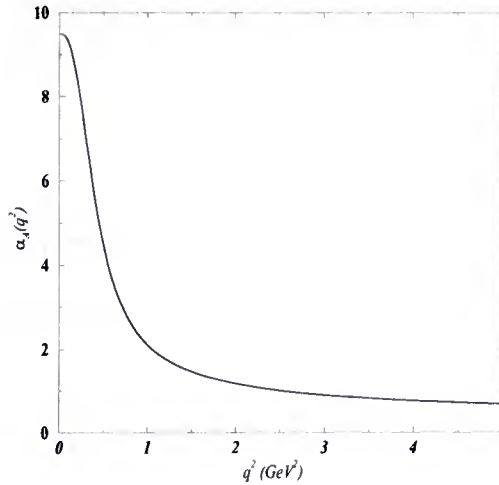


Figura 2.6: Constante de acoplamento de Alkofer em função da escala de energia.

2.2.3 O Modelo de Bloch para a Constante de Acoplamento

Na ref. [21] Bloch sugere um modelo para a constante de acoplamento, utilizando-o para estudos sobre quebra dinâmica de simetria quiral com a ESD do quark (*gap equation*) :

$$\alpha_B(q^2) = \alpha_B(t\Lambda^2) = \frac{1}{c_0 + t^2} \left[c_0 \alpha_0 + \frac{4\pi}{\beta_0} \left(\frac{1}{\log t} - \frac{1}{t-1} \right) t^2 \right] \quad (2.5)$$

na qual $t = q^2/\Lambda^2$, $c_0 = 15$ e $\alpha_0 = 2.6$.

No limite IV temos $\alpha_B(q \rightarrow 0) \rightarrow \alpha_0$ e para $q \gg \Lambda$ temos que a expressão acima tende para a constante de acoplamento perturbativa em nível de 1-loop

$$\alpha_B(q^2) \xrightarrow{q \gg \Lambda} \frac{4\pi}{\beta_0} \left[\frac{1}{\log(q^2/\Lambda^2)} \right]. \quad (2.6)$$

Este modelo de constante de acoplamento é baseado no conhecimento prévio de seu ponto fixo IV adquirido no estudo das ESD acopladas de ghost–gluon [22] e também, obviamente, do comportamento perturbativo de α_s a 1-loop. Os estudos

da ref.[22] são, na verdade, variações inspiradas nos trabalhos de Alkofer *et al.* [20] e os resultados são, qualitativamente, os mesmos no IV. A diferença mais importante entre este modelo e a solução está na imposição da Renormalizabilidade Multiplicativa, introduzida por Bloch para o estudo de ESD. A Renormalizabilidade multiplicativa assegura que a constante de acoplamento tenderá para a constante de acoplamento perturbativa no limite assintótico. No final deste capítulo comparamos os diversos modelos para a constante de acoplamento (obtidos por estudos de ESD) no IV com os valores previstos por diversos cálculos e modelos fenomenológicos.

2.2.4 Solução de Cornwall

Cornwall propôs uma aproximação para as ESD do propagador do gluon diferente das aproximações anteriores. O conjunto de diagramas escolhido para esta abordagem foi obtido através da *Pinch Technique* (PT) a qual, aliás, foi desenvolvida pelo próprio Cornwall [23].

A *Pinch Technique* é baseada na observação de que os diagramas em nível de 1-loop que contribuem “ingenuamente” para uma função de Green de N -pontos contêm, em geral, componentes com estruturas idênticas aos diagramas que contribuem para as funções de n -pontos ($n < N$) [24].

Podemos, rapidamente, descrever esta técnica como sendo um rearranjo dos diagramas de Feynman em cada ordem da expansão perturbativa, gerando conjuntos de diagramas que contribuem para a matriz- S tal que cada conjunto, separadamente, é independente de gauge. Isto é possível através de identidades de Ward envolvendo vértices e propagadores de uma dada teoria, as quais podem gerar cancelamentos entre numerador e denominador de termos presentes na equação integral.

Citando o exemplo da QCD, estes cancelamentos permitem que separemos contribuições que têm a forma de correção ao propagador, mas que estavam inicialmente “escondidos” nas contribuições de vértice e de caixa (veja figura 2.7).

Uma das características mais importantes da PT é que esta permite a construção de funções de Green de n -pontos modificadas mas independentes de gauge. Deste modo, na figura 2.7 a soma (d) + (e) + (f) resulta em uma auto-energia independente de gauge para o gluon [24].

Utilizando a PT, Cornwall obteve uma equação integral para o propagador do

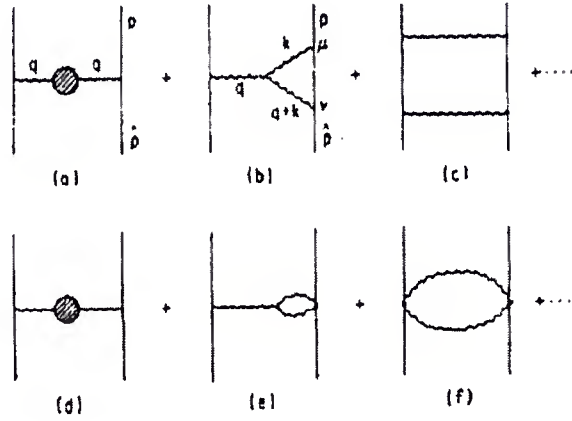


Figura 2.7: (a), (b) e (c) são os diagramas que contribuem para a matriz- S de espalhamento entre dois férmions a 1-loop. Após utilização da *Pinch Technique* obtém-se os diagramas (e) e (f), que são as contribuições (*pinch parts*) oriundas dos diagramas (b) e (c).

gluon no gauge do cone de luz, o que é conveniente pois não há fantasmas neste gauge e, de qualquer modo, o resultado final independe de gauge. O aspecto mais interessante no resultado de Cornwall é que o propagador do gluon apresenta um pólo diferente de zero, que é interpretado como uma massa dinâmica para o gluon [16].

A equação integral de Cornwall também foi resolvida numericamente, e a forma do propagador que serviu para ajustar os resultados numéricos é dada por

$$D_c^{-1}(q^2) = [q^2 + M_g^2(q^2)]. \quad (2.7)$$

A massa dinâmica do gluon é dada por

$$M_g^2(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln \left(\frac{q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2} \right)}{\ln \frac{4m_g^2}{\Lambda^2}} \right]^{-12/11}. \quad (2.8)$$

onde $\Lambda = \Lambda_{\text{QCD}} \sim 300\text{MeV}$ e a escala de massa do gluon m_g é da ordem de 300 a 600MeV.

Na eq. (2.8) podemos observar claramente que $M_g(0) = m_g$; já no limite $q^2 \rightarrow \infty$ temos $M_g \rightarrow 0$, comportamento que concorda com o esperado na QCD perturbativa.

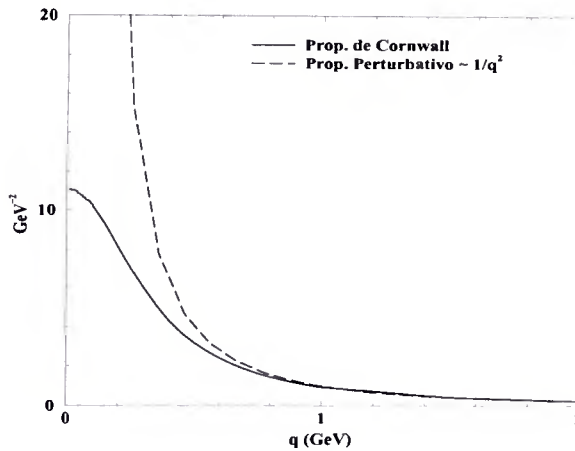


Figura 2.8: Propagador do gluon obtido na aproximação de Cornwall (linha sólida) comparado com o propagador perturbativo (linha tracejada). Parâmetros : $m_g \sim \Lambda \sim 0.3\text{GeV}$.

A constante de acoplamento *running* obtida nesta aproximação é expressa por

$$\alpha_C(q^2) = \left\{ 4\pi b \ln \left[\frac{q^2 + 4M_g^2(q^2)}{\Lambda^2} \right] \right\}^{-1} \quad (2.9)$$

na qual $b = (11N_c - 2n_f)/(48\pi^2)$ é o coeficiente da função β em ordem dominante (*leading order*).

Graças ao comportamento assintótico da massa dinâmica do gluon a constante de acoplamento acima tem o mesmo comportamento assintótico da constante de acoplamento obtida na QCD perturbativa. Por outro lado, no limite do infravermelho α_C tende a um valor finito, é o que pode-se chamar de congelamento (*freezing*) ou ainda saturação da constante de acoplamento.

Nesta seção foram apresentadas algumas soluções das ESD do propagador do gluon obtidas por diferentes abordagens e, conseqüentemente, com comportamentos bastante distintos. Na próxima seção apresentamos alguns resultados obtidos para o propagador do gluon ($D(q)$) e a constante de acoplamento ($\alpha_s(q)$) através de simulações de QCD na rede. Como observaremos, estes resultados dão fortes indícios de que tanto $D(q)$ quanto $\alpha_s(q)$ são finitos no infravermelho. Por outro lado, o comportamento finito de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ é bastante desejável do ponto de vista fenomenológico, desta forma podemos, com quase certeza absoluta, descartar a solução de Mandelstam e considerar que as soluções de Alkofer *et al.* e de

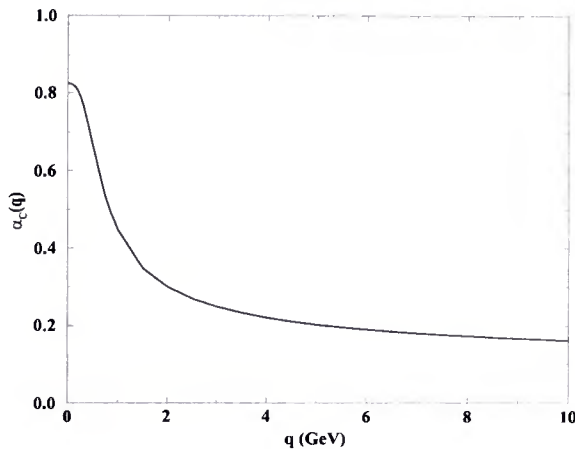


Figura 2.9: Constante de acoplamento obtida na aproximação de Cornwall. Podemos claramente perceber o congelamento (*freezing*) desta no limite infravermelho. Parâmetros : $m_g \sim \Lambda \sim 0.3\text{GeV}$.

Cornwall são mais razoáveis fisicamente.

2.3 Comparação com Resultados da QCD na Rede

2.3.1 Um pouco sobre a QCD na Rede

Neste método não-perturbativo são utilizadas simulações numéricas de Monte Carlo para obtenção de quantidades físicas. Este método, proposto por Wilson em 1974 [25] para estudo do confinamento de quarks, baseia-se nas similaridades e conexões existentes entre Teoria Quântica de Campos (TQC) e Mecânica Estatística (ME). Desta forma é possível resolver (numericamente) problemas de TQC de maneira muito parecida com a qual resolvemos problemas em ME.

Entre os métodos utilizados estão as simulações numéricas de Monte Carlo, baseadas em uma descrição estocástica dos sistemas considerados. Em linhas gerais, o método permite que sejam calculados numericamente valores esperados para as quantidades físicas de interesse, escritas como médias termodinâmicas na distribuição de Gibbs dada pela ação clássica (discretizada) da teoria. Não são introduzidas quaisquer aproximações além da discretização do espaço-tempo, permitindo portanto um estudo não-perturbativo a partir de primeiros princípios [26].

Porém, a principal desvantagem do método está na convergência dos algorit-

mos já que esta é, em geral, lenta. Isto exige que as simulações sejam executadas durante meses mesmo em supercomputadores ou em *clusters* de processamento paralelo [†]. Por outro lado, devemos ter em mente que este é, praticamente, o único método não–perturbativo eficiente e controlável que temos em mãos.

Apesar das dificuldades, este método tem desfrutado de um bom número de sucessos como, por exemplo, na descrição do espectro hadrônico e na cálculo da constante de acoplamento *running* da QCD [27].

2.3.2 Resultados da QCD na Rede

Nos anos recentes pesquisadores de QCD na rede têm se dedicado ao estudo do propagador do bóson vetorial (gluon) e da constante de acoplamento de teorias não–abelianas $SU(2)$ e $SU(3)$ no infravermelho [28]. O fato interessante é que estes resultados apontam para uma situação em que o propagador do gluon e a constante de acoplamento são finitos no infravermelho [28, 29].

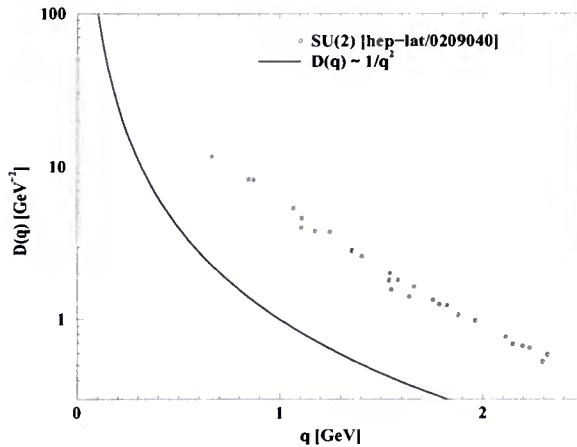


Figura 2.10: Propagador do gluon ($SU(2)$) obtido em simulações na Rede (pontos) mostrado na região infravermelha, comparado com o propagador perturbativo (linha sólida).

Apresentamos inicialmente os resultados obtidos para $SU(2)$ [29] do propagador do gluon e da constante de acoplamento.

Na fig. 2.10 [‡] podemos observar uma certa tendência de que o propagador

[†]O tempo de simulação pode ser reduzido utilizando ações discretizadas melhores (*improved actions*) e/ou algoritmos otimizados.

[‡]Agradecimentos a A. Cucchieri e T. Mendes (IFSC/USP).

do gluon seja finito no infravermelho. Contudo, são necessários mais dados para momentos menores que $\sim 0.5\text{GeV}$ para se afirmar com certeza se o propagador gluon ($SU(2)$) é finito ou não no infravermelho.

Na fig. 2.11 são apresentados os dados da constante de acoplamento $SU(2)$ obtidas em simulações de Rede. Os autores da ref. [29] acreditam que $\alpha(p)$ seja, provavelmente, finito no infravermelho e ajustaram aos dados uma função compatível com tal comportamento (linha sólida).

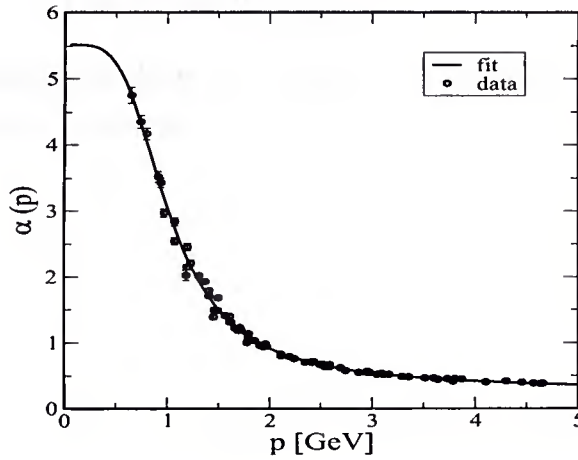


Figura 2.11: Constante de Acoplamento para teoria $SU(2)$ obtida em simulações na Rede (pontos) e mostrado na região infravermelha. Os dados foram ajustados a uma função “ansatz”(linha sólida) finita no infravermelho.

A seguir apresentamos outros resultados obtidos para o propagador do gluon na teoria $SU(3)$, na fig.2.12 temos os dados obtidos de cinco simulações (Redes) diferentes na região infravermelha (inclusive em $q = 0$) [30].

O valor do propagador a momento zero, $D(0)$, depende do volume da rede que, por sua vez, é sempre finito nas simulações numéricas. O que se pode fazer neste caso é obter o valor de $D(0)$ para redes de diferentes volumes e extrapolar o valor de $D(0)$ para o caso de volume infinito. Na ref.[30] faz-se um ajuste linear de $D(0)$ como função do inverso do volume (veja fig. 2.13) e extrapola-se o valor de $D(0)$ no limite de volume infinito : $D(0) = 7.95(13) \text{ GeV}^{-2}$.

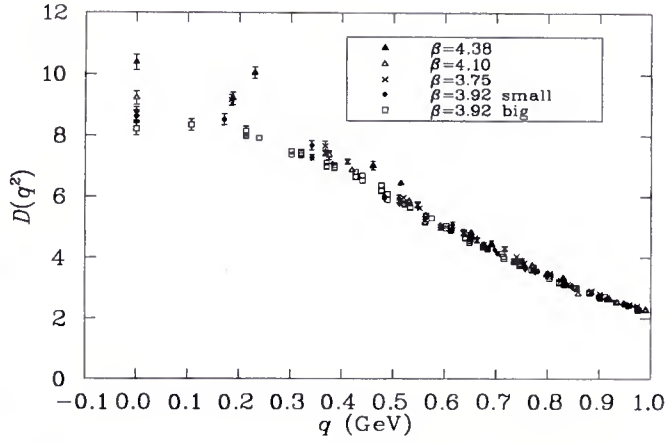


Figura 2.12: Propagador do glúon renormalizado $SU(3)$ mostrado na região infravermelha, incluindo pontos referentes a $q = 0$, de cinco redes distintas.

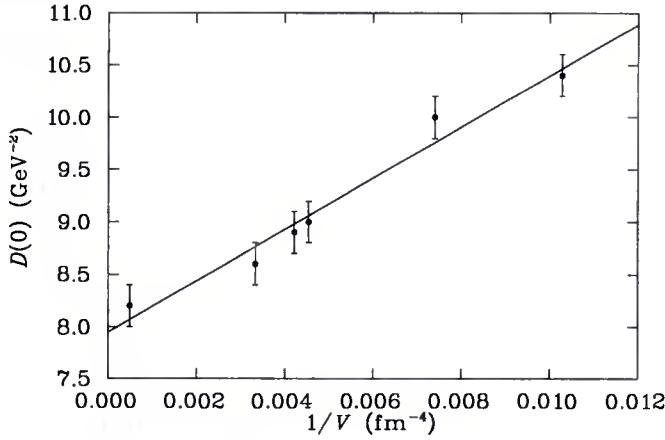


Figura 2.13: Valores do propagador do glúon $SU(3)$ em $q = 0$, $D(0)$, como função do inverso do volume da rede. A linha sólida é um ajuste linear aos resultados da rede e pode-se extrapolar o valor de $D(0)$ no limite de rede de volume infinito : $D(0) = 7.95(13) \text{ GeV}^{-2}$.

Trabalhando no gauge Laplaciano, Alexandrou, Forcrand e Follana [31] obtêm o propagador do bóson de gauge de $SU(N_c)$, $N_c = 2, 3, 4$. Segundo os autores, o uso deste gauge para os cálculos de rede se deve ao fato de que tal gauge é livre de cópias de Gribov espúrias, ao contrário do que acontece no gauge de Landau.

Os resultados obtidos por este grupo são bastante semelhantes aos dos grupos apresentados acima e, na ref.[31], estes resultados são comparados a alguns “modelos” teóricos do propagador do glúon no IV. O “modelo” que melhor se ajusta aos seus resultados é o de Cornwall que, como já vimos neste capítulo, foi obtido através da solução de uma certa ESD truncada (via *pinch technique*) e prevê a geração de uma massa dinâmica para o glúon. Os autores levam em consideração esta última característica e obtêm que a escala de massa do glúon é $600 \lesssim m_g \lesssim 800 \text{ MeV}$ para $N_c = 2, 3, 4$.

Quanto a uma possível dúvida com respeito à comparação entre resultados obtidos por diferentes gauges, devemos lembrar que o propagador e massa dinâmica do glúon obtidos por Cornwall são, segundo o próprio, invariantes de gauge. Foram apresentados também por outros autores [32], argumentos teóricos dando suporte para a invariância de gauge da massa do pólo do propagador transversal do glúon.

Observando os resultados das simulações da QCD na Rede podemos concluir que provavelmente o propagador do glúon é finito no infravermelho, de tal modo que as soluções de Alkofer *et al.* e de Cornwall são mais razoáveis. Se os propagadores indicam a existência de uma escala de massa para os glúons é natural esperarmos um ponto fixo IV e um congelamento de α_s [15]. Diversos estudos fenomenológicos indicam que este comportamento finito de $D(q)$ e de $\alpha(q)$ é também esperado neste contexto, como observaremos nos capítulos seguintes.

2.4 Considerações Fenomenológicas sobre $\alpha_s(q)$ e $D(q)$ no IV

A altas energias a liberdade assintótica nos permite executar cálculos de QCD fidedignos. Porém, o mesmo não é verdade a baixas energias, neste caso temos que fazer uso de diversos modelos fenomenológicos (“inspirados” na QCD) para calcular parâmetros da interação fortes. É exatamente o que acontece quando queremos determinar o comportamento IV da constante de acoplamento.

Apresentaremos a seguir alguns valores fenomenológicos de $\alpha_s(0)$, e o fato mais impressionante é que os valores obtidos em análises diferentes não estão separados por uma ordem de magnitude, mas eles diferem no máximo por um fator dois, fornecendo uma indicação sólida da robustez destas aproximações. Comparamos, em seguida, estes resultados com as soluções de ESD já apresentadas anteriormente.

Um dos cálculos mais detalhados de $\alpha_s(0)$ é devido a Mattingly e Stevenson [10] que utilizaram um procedimento de otimização baseado no princípio de mínima sensibilidade, para computar $R_{e^+e^-}$ até terceira ordem em α_s . Eles concluem que a constante de acoplamento efetiva “congela-se” no valor $\alpha_s(0) \approx 0.82$.

No longo trabalho desenvolvido em [11], Dokshitzer, Marchesini e Webber chegam ao valor

$$\alpha_s(0) \approx 0.63. \quad (2.10)$$

Analisando a espectroscopia hadrônica com modelos de potenciais, Godfrey e Isgur obtiveram a seguinte expressão para a constante de acoplamento

$$\alpha_s(q) = 0.25 \exp(-q^2) + 0.15 \exp(-0.1q^2) + 0.20 \exp(-0.001q^2), \quad (2.11)$$

onde q é em GeV. Da expressão acima obtém-se $\alpha_s(0) \approx 0.60$, que é consistente com estudos mais recentes sobre potenciais de QCD [33].

A análise da aniquilação e^+e^- , e também da estrutura fina do bottomônio e do charmônio no contexto da teoria de perturbação de fundo realizada por Badalian e colaboradores chegou ao seguinte valor para a constante de acoplamento “congelada” $\alpha_s(0) \approx 0.4$ [34]. Este método também explica o valor congelado de α_s resultante da simulação na rede do potencial estático de curto alcance [35], e dá

$$\alpha_B(0) \approx \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \frac{m_B^2}{\Lambda_V^2}}, \quad (2.12)$$

onde m_B é uma massa de fundo. Esta massa e Λ_V (com $m_B > \Lambda_V$) são determinados fenomenologicamente [35].

Há muitos outros resultados que poderíamos apresentar aqui, mas assumiremos que os valores de $\alpha_s(0)$ espalhados na literatura estão no intervalo

$$0.4 \lesssim \alpha_s(0) \lesssim 1.0. \quad (2.13)$$

Embora esta escolha seja arbitrária, até onde conhecemos tal intervalo abrange a maioria das determinações fenomenológicas de $\alpha_s(0)$. Na figura 2.14 a seguir comparamos o valor de $\alpha_s(0)$ obtido fenomenologicamente (2.13) com as várias previsões obtidas por diferentes aproximações das ESD (já apresentadas neste capítulo). Como se observa claramente, apenas a constante de acoplamento de Cornwall, dentre as apresentadas neste capítulo, concorda com os resultados fenomenológicos (2.13).

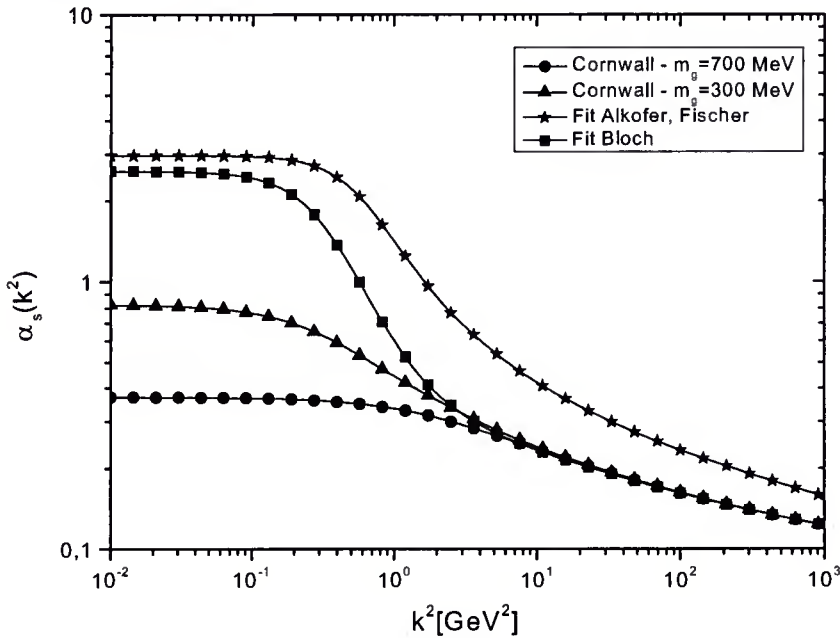


Figura 2.14: Comparação entre várias constantes de acoplamento.

Podemos notar também que apenas os modelos de Bloch e Cornwall tendem para a constante de acoplamento perturbativa no limite ultravioleta. Este comportamento é consequência direta da Renormalizabilidade Multiplicativa presente nestes modelos e, aparentemente, ignorada na abordagem de Alkofer *et al.*

Como dito anteriormente não há critérios *a priori* que estabeleçam qual esquema de truncamento das ESD levam a soluções “fisicamente razoáveis”. E, como vimos neste capítulo, cada aproximação leva a uma solução diferente. Estas so-

luções podem ser testadas com os resultados da rede e, desta forma, conclui-se que $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ são finitos no limite IV.

Uma outra possibilidade para se testar as soluções das ESD é através dos testes fenomenológicos, os quais passamos a descrever no próximo capítulo. Estes testes podem ser vistos como critérios *a posteriori* para se dizer se um dado esquema de truncamento das ESD produziu solução “fisicamente razoável”. Como observaremos, a solução de Cornwall é a que produziu melhor concordância entre os observáveis físicos e os dados experimentais.

Capítulo 3

Testes Fenomenológicos da Constante de Acoplamento

No capítulo anterior apresentamos algumas soluções das ESD de propagadores da QCD que nos forneceram os possíveis comportamentos da constante de acoplamento e do propagador do gluon da QCD na região infravermelha. Vimos que as simulações de QCD na Rede dão bons indícios de que a constante de acoplamento e o propagador do gluon são finitos no infravermelho e veremos que este tipo de comportamento é importante e necessário para que possamos calcular diversos observáveis fenomenológicos.

No presente capítulo são apresentados alguns testes que realizamos [36] com as constantes de acoplamento obtidas através de soluções de ESD (apresentadas no capítulo anterior). Os processos estudados aqui permitem avaliar as constantes de acoplamento em diversas escalas de momento.

Começamos com o cálculo da constante de acoplamento da QCD na escala da massa do lepton τ . Confrontamos as previsões de cada solução para o valor da constante de acoplamento na massa do τ com o valor de $\alpha_s(M_\tau)$ obtido experimentalmente no decaimento de τ em hádrons não-estranhos.

Confrontamos também com dados experimentais, as previsões, dadas por cada uma das soluções, para o fator de forma da transição $\gamma \rightarrow \pi_0$.

Nestes dois casos observaremos que a constante de acoplamento obtida por Cornwall proporciona melhor concordância entre as previsões teóricas e os dados experimentais.

Finalizando o capítulo, discutimos os efeitos do “congelamento” da constante de acoplamento nos elementos diagonais da matriz de densidade de helicidade

dos mesons vetoriais ρ produzidos no decaimento $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$.

Antes, porém, alguns comentários sobre pontos relevantes, e que podem, em certa instância, “justificar” a abordagem utilizada para os cálculos fenomenológicos que apresentaremos nas seções seguintes. Primeiro, as expressões da constante de acoplamento no IV que apresentamos no capítulo anterior foram obtidas considerando apenas a teoria de gauge $SU(N_c)$ pura, ou seja, sem férmions. Apesar disso podemos utilizar estas expressões para o cálculo de observáveis físicos, já que os efeitos de férmions são relativamente pequenos. E, embora não completamente verificado, não é errado esperar que aspectos importantes da QCD, como confinamento, são devidos principalmente à auto-interação dos glúons.

Outro aspecto importante é que para os cálculos fenomenológicos no IV estaremos seguindo, essencialmente, as idéias da expansão em diagramas-esqueleto [1], já mencionada na Introdução da presente tese. A utilização desta expansão em cálculos fenomenológicos pode ser entendida se assumimos (ingenuamente) que há uma “transição suave” da QCD perturbativa para a não-perturbativa. É importante também enfatizar que na referida expansão cada diagrama-esqueleto já ressona automaticamente infinitos diagramas de renormalons [1] contendo, portanto, alguma informação não-perturbativa. E informação não-perturbativa adicional virá também da constante de acoplamento (e/ou do propagador) efetiva no IV quando inserido(s) em um diagrama-esqueleto.

E, por fim, mesmo que certos observáveis testem a constante de acoplamento (α_s) a grandes momentos, estes podem depender fortemente da parametrização de α_s a baixos momentos, o que justificaria o uso das constantes de acoplamentos das soluções de ESD (capítulo anterior) pelo menos como *Ansätze*.

3.1 O Decaimento do τ

O lepton τ decai em um neutrino do τ (ν_τ) e em um bóson W^- que, por sua vez, dá origem a um par férmion-antiférmion ($f_1\bar{f}_2$). O par $f_1\bar{f}_2$ pode ser de leptons leves ($e\bar{\nu}_e$ ou $\mu\bar{\nu}_\mu$) ou de quarks ($\bar{u}d$ ou $\bar{u}s$), os quais dão origem a hádrons no estado final (veja figura 3.1).

3.1.1 O Decaimento do τ em Hádrons Não-Estranhos

O decaimento do lépton τ em hádrons é um processo no qual a QCD pode

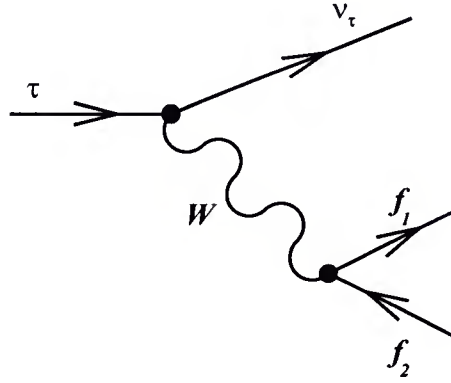


Figura 3.1: Diagrama representando o decaimento do τ no contexto do Modelo Padrão.

ser comparada com os experimentos com alta precisão. Como notará o leitor este é um teste essencialmente perturbativo das constantes de acoplamento efetivas.

A taxa de decaimento (normalizada) do τ em hádrons não-estranhos ($h_{s=0}$) é dada por [37]

$$\begin{aligned} R(\tau)|_{s=0} &= \frac{\Gamma(\tau \rightarrow h_{s=0}\nu)}{\Gamma(\tau \rightarrow l\bar{\nu}\nu)} \\ &= N_c |V_{ud}|^2 S_{ew}(1 + \delta_{ew} + \delta_P + \delta_{NP}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde N_c é o número de cores, o elemento da matriz de CKM é $|V_{ud}|^2 = 0.9511 \pm 0.0014$; $S_{ew} = 1.0194$ e $\delta_{ew} = 0.001$ são correções eletrofracas ($ew = electroweak$). As correções não-perturbativas são pequenas e seu valor é compatível com zero, $\delta_{NP} = -0.003 \pm 0.003$. O termo δ_P representa os efeitos da QCD perturbativa e seu valor pode ser calculado se conhecemos $R(\tau)|_{s=0}$.

Com o resultado experimental obtido pela colaboração ALEPH [38], $R(\tau)|_{s=0}^{expt} = 3.492 \pm 0.016$, e as outras correções citadas acima pode-se estimar o valor das correções perturbativas :

$$\delta_P^{expt} = 0.203 \pm 0.007. \quad (3.2)$$

Por outro lado δ_P pode ser calculado no contexto da QCD perturbativa e, no esquema $\overline{\text{MS}}$, é dado pela expansão :

$$\delta_P^{th} = \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right) + 5.2023 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + 26.366 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3 + \dots \quad (3.3)$$

onde α_s é a constante de acoplamento *running* da QCD tomada na massa do lépton τ , $M_\tau = 1777.0 \pm 0.3 \text{ MeV}$. Substituindo a eq. (3.2) no lado esquerdo da

eq. (3.3) e resolvendo a equação polinomial resultante em α_s obtém-se

$$\alpha_s^{expt} = 0.3404 \pm 0.0073. \quad (3.4)$$

Podemos agora comparar o resultado experimental acima com os diferentes valores da constante de acoplamento da QCD na escala da massa do τ . Usando as eqs. (2.3), (2.5) e (2.9) obtemos

$$\alpha_s^{(A)} = 0.676, \quad \alpha_s^{(B)} = 0.354, \quad \alpha_s^{(C)} = 0.348. \quad (3.5)$$

Como poderíamos esperar, somente os dois últimos resultados são compatíveis com (3.4). É bastante evidente que a imposição de renormalizabilidade multiplicativa proposta por Bloch, também presente no formalismo de Cornwall, é de fundamental importância para se obter soluções das ESD coerentes com a fenomenologia.

3.2 O Fator de Forma da Transição $\gamma \rightarrow \pi_0$

O fator de forma da transição $\gamma \rightarrow \pi_0$, $F_{\gamma\pi}(Q)$ é medido em reações $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$. A amplitude para este processo tem a forma fatorizada

$$F_{\gamma\pi}(Q^2) = \frac{4}{\sqrt{3}} \int_0^1 dx \phi_\pi(x, Q^2) T_{\gamma\pi}^H(x, Q^2), \quad (3.6)$$

na qual $T_{\gamma\pi}^H(x, Q^2)$ é a amplitude de espalhamento em nível partônico (veja fig.3.2) [39][40] e $\phi_\pi(x, Q^2)$ é a “função de onda” do pion a qual representa, essencialmente, a distribuição de probabilidade para se encontrar um quark carregando uma fração de momento x do pion.

A expressão para $T_{\gamma\pi}^H(x, Q^2)$ é dada pela expansão na constante de acoplamento da QCD :

$$T_{\gamma\pi}^H(Q^2) = \frac{C_\pi}{Q^2} \left[T_0(x) + C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} T_1(x) + \dots \right] \quad (3.7)$$

na qual a constante de normalização C_π depende do conteúdo de quarks do π_0 , ou seja, $u\bar{u} - d\bar{d}$, temos então :

$$C_\pi = \sqrt{12} (e_u^2 - e_d^2) \quad (3.8)$$

onde e_f é a carga fracionária do quark de sabor (*flavor*) f .

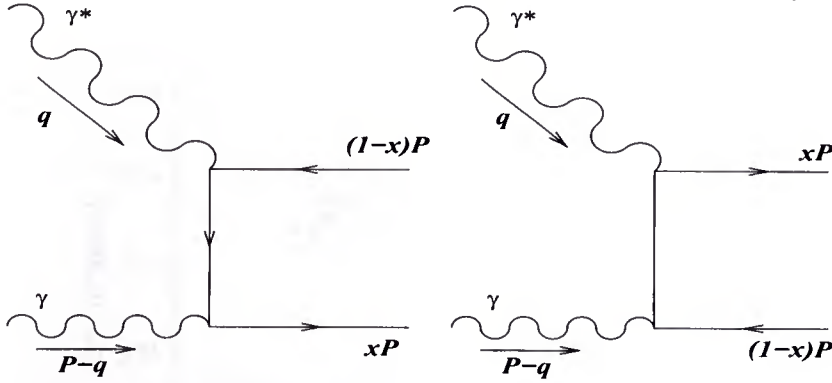


Figura 3.2: Diagrama representando a amplitude de espalhamento $T_{\gamma\pi}^H(x, Q^2)$ em nível de árvore. q é o momento do fóton virtual, P é o momento do pion e x ($1-x$) é fração de momento do pion carregada pelo quark (antiquark).

O termo em ordem dominante (*leading order*) é dado por :

$$T_0(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x} \quad (3.9)$$

e o termo em primeira ordem em α_s é dado por [40] :

$$T_1(x) = \frac{1}{2} \ln^2(1-x) - 3 \frac{1-x}{2x} \ln(1-x) - \frac{9}{2} + [x \leftrightarrow (1-x)] \quad (3.10)$$

Usando uma forma assintótica para a “função de onda” do pion : $\phi_\pi = \sqrt{3} f_\pi x(1-x)$ e a eq. (3.7) para calcular a integral em (3.6), obtém-se

$$Q^2 F_{\gamma\pi}(Q^2) = 2f_\pi \left(1 - \frac{5}{3} \frac{\alpha_s(Q^*)}{\pi} \right). \quad (3.11)$$

onde $f_\pi \approx 93\text{MeV}$ e $Q^* = \exp^{-3/2} Q$ é a escala de Brodsky–Lepage–Mackenzie para o fator de forma de transição fóton–pion, no esquema discutido na ref. [41].

Computamos $Q^2 F_{\gamma\pi}(Q^2)$ para as várias soluções de ESD apresentadas no capítulo anterior, simplesmente substituindo $\alpha_s(Q^*)$ pelas expressões das constantes de acoplamento das eqs. (2.3), (2.5) e (2.9). As previsões de cada modelo são apresentadas na fig. 3.3) juntamente com dados experimentais da colaboração CLEO [42].

Claramente observamos a concordância entre a previsão obtida com a constante de acoplamento de Cornwall e os dados experimentais. Para esta constante de acoplamento traçamos as curvas referentes a diferentes massas de gluon. Os resultados obtidos com a constante de acoplamento de Bloch estão bem distantes

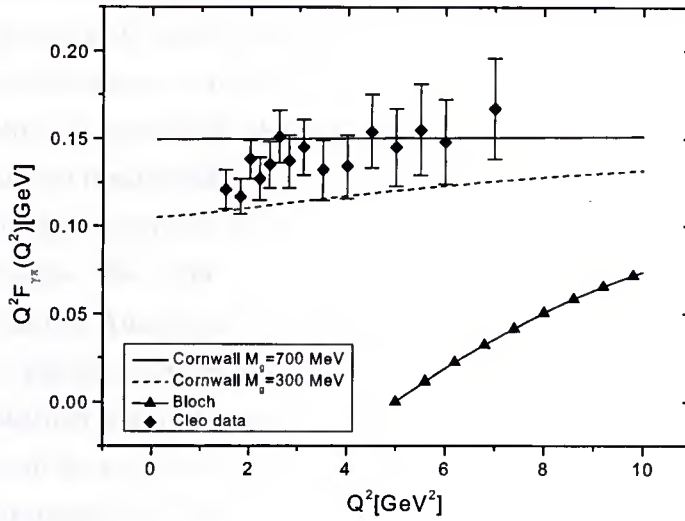


Figura 3.3: O fator de forma da transição $\gamma \rightarrow \pi$ calculado com diferentes expressões para o comportamento infravermelho da constante de acoplamento. É bastante claro que este resultado realmente seleciona aproximações e soluções. ($\Lambda = 300\text{MeV}$).

dos dados experimentais, e os resultados obtidos com a expressão de Alkofer *et al.*, não mostrados na figura, são ainda piores.

3.3 Efeitos do “Congelamento” de α_s nas Amplitudes do Decaimento $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$

A produção exclusiva de quarkonium em colisões pp ou $p\bar{p}$ e subsequente decaimento são bastante dependentes da estrutura interna dos hadrons envolvidos, os quais são descritos por suas respectivas “funções de onda” hadrônicas. No caso inclusivo, a dependência é com a função de distribuição. A QCD perturbativa fixa a forma assintótica destas funções no limite de grandes momentos e sua evolução geral, mas estas devem ser tomadas como quantidades fenomenológicas bem como determinadas experimentalmente para dado(s) processo(s) (mais conveniente(s)) e então usadas em outros processos.

Sempre que estamos lidando com quarks pesados e queremos testar a interface entre a QCD perturbativa e a não-perturbativa, observamos que não podemos

testar o comportamento infravermelho de propagadores e vértices independentemente das “funções de onda” hadrônicas ou das funções de distribuição. Na presente seção estudamos os efeitos do “congelamento” da constante de acoplamento na medida da matriz de densidade de helicidade do meson vetorial ρ , o qual é produzido no decaimento $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$. Veremos que este é um caso no qual o comportamento infravermelho do acoplamento será emaranhado com o comportamento das funções “da onda” ou de distribuição.

Há algum tempo, Anselmino e Murgia [43] consideraram o processo de decaimento de $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$ dos estados polarizados do charmonium criados em reações $p\bar{p}$ ou pp e mostraram como a observação da polarização do meson vetorial, através de uma medida de seus elementos diagonais da matriz de densidade de helicidade, depende nitidamente da “função de onda” de ρ e ajuda a discriminar entre tipos diferentes destas quantidades.

O estudo da Ref.[43] fornece uma arena interessante para introduzir os efeitos de uma constante de acoplamento “congelada”. Nosso resultado mostrará que dependendo da forma da “função de onda” nós poderíamos observar um efeito maior ou menor do “congelamento” no infravermelho, mostrando como os comportamentos não-perturbativos das “funções de onda” (ou de distribuição) podem se tornar emaranhados com os comportamentos das constantes de acoplamento efetivas.

Os processos que consideramos aqui são os de produção de um par de mesons vetoriais ρ , exclusivo

$$p\bar{p} \rightarrow \chi_{c2} \rightarrow \rho\rho \quad (3.12)$$

ou inclusivo

$$pp \rightarrow \chi_{c2} + X \rightarrow \rho\rho + X \quad , \quad (3.13)$$

com subsequente decaimento :

$$\rho \rightarrow \pi\pi, \quad (3.14)$$

e a quantidade observada experimental é a distribuição angular de qualquer um dos pions no referencial de repouso de helicidade do ρ que está decaindo.

A distribuição angular do pión depende do estado de spin do ρ através dos elementos de sua matriz de densidade de helicidade $\rho_{\lambda,\lambda'}(\rho)$:

$$\begin{aligned}
W(\Theta, \Phi) = & \frac{3}{4\pi} [\rho_{0,0} \cos^2 \Theta + (\rho_{1,1} - \rho_{1,-1}) \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi \\
& + (\rho_{1,1} + \rho_{1,-1}) \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi \\
& - \sqrt{2} \operatorname{Re}(\rho_{1,0}) \sin 2\Theta \cos \Phi],
\end{aligned} \tag{3.15}$$

onde Θ e Φ são, respectivamente, os ângulos polares e azimutal do pión que emerge do decaimento do ρ , no referencial de repouso de helicidade do ρ .

A eq. (3.15) pode ser integrada sobre Θ ou Φ gerando distribuições polares e azimutal, que podem ser medidas e dão informações sobre $\rho_{\lambda,\lambda'}(\rho)$. Os detalhes deste procedimento (isto é, o cálculo da matriz de densidade de helicidade do meson vetorial para quarks sem massa) pode ser encontrado em ref. [43] e nas referências contidas nesta. A matriz de densidade de helicidade do meson de ρ é [43]

$$\rho_{\lambda,\lambda'} = 0, \quad \lambda \neq \lambda', \quad \rho_{0,0} = 1 - 2\rho_{1,1} \tag{3.16}$$

$$\rho_{1,1} = \rho_{-1,-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + 3 \frac{|\tilde{A}_{0,0}|^2}{|\tilde{A}_{1,-1}|^2} F(\theta)}, \tag{3.17}$$

onde as amplitudes reduzidas $\tilde{A}_{\lambda,\lambda'}$ são dadas em Eqs. (2.10), (2.11) e (2.14), (2.15) da Ref.[44] e não dependem dos ângulos θ e ϕ da produção de ρ , mas dependem das “funções da onda”. Eq. (3.17) tem a mesma forma para a produção exclusiva e inclusiva de ρ , mas a dependência com o ângulo θ da produção é diferente nos dois casos

$$F^{\text{ex}}(\theta) = \frac{\cos^2(\theta)}{1 + \cos^2(\theta)}, \tag{3.18}$$

$$F^{\text{in}}(\theta) = \frac{\sin^4(\theta)}{1 + 6 \cos^2(\theta) + \cos^4(\theta)}. \tag{3.19}$$

A razão das amplitudes reduzidas $|\tilde{A}_{0,0}|^2/|\tilde{A}_{1,-1}|^2$ que aparecem em Eq. (3.17) são computados como função do meson vetorial ρ polarizado longitudinalmente ($L, \lambda = 0$) e transversalmente ($T, \lambda = \pm 1$), que são indicadas, respectivamente, por φ_L e φ_T , e as constantes de decaimento correspondentes dadas por f_L e f_T . Esta relação é igual a [43]

$$\frac{|\tilde{A}_{0,0}|}{|\tilde{A}_{1,-1}|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{f_L}{f_T} \right)^2 \frac{|I_{0,0}|}{|I_{1,-1}|} \quad (3.20)$$

onde

$$I_{1,-1} = -\frac{1}{32} \int_0^1 dx dy \varphi_T(x, \tilde{Q}_x^2) \varphi_T(y, \tilde{Q}_y^2) \frac{\alpha_s(xy M_\chi^2) \alpha_s[(1-x)(1-y) M_\chi^2]}{xy(1-x)(1-y)(2xy-x-y)} \quad (3.21)$$

$$I_{0,0} = -\frac{1}{32} \int_0^1 dx dy \varphi_L(x, \tilde{Q}_x^2) \varphi_L(y, \tilde{Q}_y^2) \times \frac{\alpha_s(xy M_\chi^2) \alpha_s[(1-x)(1-y) M_\chi^2]}{xy(1-x)(1-y)(2xy-x-y)} \left[1 + \frac{(x-y)^2}{2xy-x-y} \right]. \quad (3.22)$$

Nas equações acima $M_\chi = 3.6 \text{ GeV}$ é a massa do χ_{c2} e $\tilde{Q}_x = \min(x, 1-x)Q$.

Para calcular o elemento de matriz de densidade de helicidade $\rho_{1,1}$ escolhemos dois conjuntos diferentes de φ_L and φ_T : um conjunto de amplitudes de distribuição simétricas

$$\varphi_L = \varphi_T = 6x(1-x) \quad (3.23)$$

e as amplitudes (“funções de onda”) oriundas das regras de soma da QCD[45]

$$\varphi_L(x, \tilde{Q}_x^2) = 6x(1-x) \left\{ 1 + \frac{1}{5} C_2^{3/2} (2x-1) \left[\frac{\alpha_s(\tilde{Q}_x^2)}{\alpha_s(\mu_L^2)} \right]^{2/3} \right\} \quad (3.24)$$

$$\varphi_T(x, \tilde{Q}_x^2) = 6x(1-x) \left\{ \left[\frac{\alpha_s(\tilde{Q}_x^2)}{\alpha_s(\mu_T^2)} \right]^{4/25} - \frac{1}{6} C_2^{3/2} (2x-1) \left[\frac{\alpha_s(\tilde{Q}_x^2)}{\alpha_s(\mu_T^2)} \right]^{52/75} \right\} \quad (3.25)$$

na qual $\mu_L^2 = 0.5 (\text{GeV}/c)^2$, $\mu_T^2 = 0.25 (\text{GeV}/c)^2$, e C_z denota os polinômios de Gegembauer. Para ambos os casos assumimos $f_L = f_T$.

Nossos resultados para o processo exclusivo (eq. (3.12)) são indicados na fig. 3.4 e fig. 3.5. A fig. 3.4 mostra $\rho_{1,1}$ em função do ângulo θ da produção de meson ρ , computado com a “função de onda” simétrica enquanto que as curvas da fig. 3.5 foram calculadas com as “funções de onda” obtidas a partir das regras de soma da QCD. Ambas as figuras mostram curvas para comportamentos

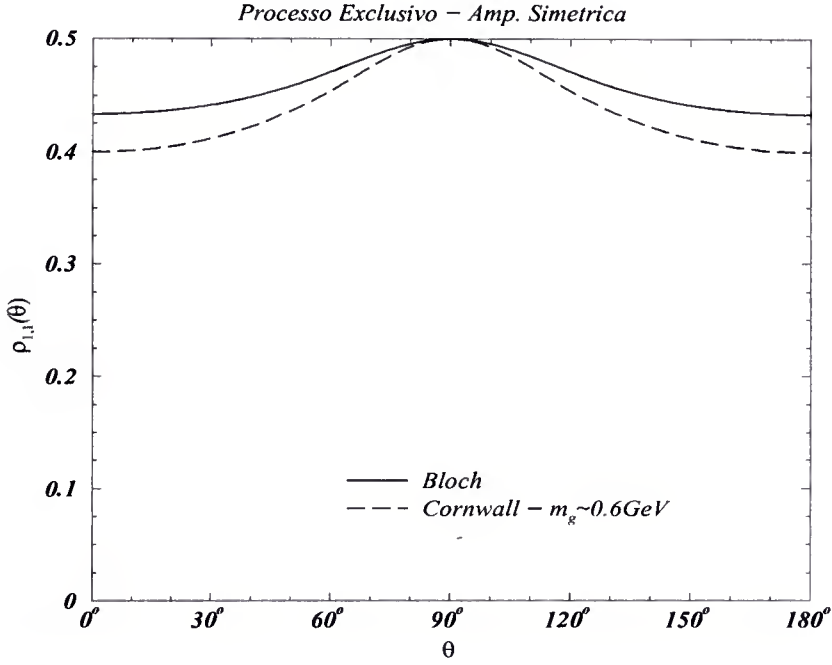


Figura 3.4: Valores do elemento da matriz de helicidade $\rho_{1,1}$ como função do ângulo θ de produção do meson ρ . O processo exclusivo é calculado com as amplitudes de distribuição (“funções de onda”) simétricas para as constantes de acoplamento efetivas.

diferentes da constante de acoplamento. Os parâmetros utilizados em eq. (2.5) e eq. (2.9) são $m_g = 600\text{MeV}$ e $\Lambda = 300\text{MeV}$.

Como afirmado por Anselmino e Murgia[43], a medida do elemento $\rho_{1,1}$ da matriz de helicidade do meson vetorial χ_{c2} no decaimento $\chi_{c2} \rightarrow \rho\rho$ pode certamente discriminar diferenças entre “funções de onda” (ou de distribuição), mas o efeito de constantes de acoplamento diferentes não é insignificante e um efeito pode mascarar o outro. Naturalmente, esta não é uma experiência fácil, mas é factível. Se a medida for executada com precisão elevada pode fornecer alguma informação sobre o comportamento infravermelho da constante do acoplamento. As curvas para o processo inclusivo (eq. (3.13)) são indicadas na fig. 3.6 e fig. 3.7. A fig. 3.6 mostra $\rho_{1,1}$ em função do ângulo θ de produção do meson ρ , computado com a amplitude de distribuição simétrica, enquanto que na fig. 3.7 foram calculadas com as amplitudes dadas pelas regras de soma da QCD.

As diferenças nas curvas são da mesma ordem que no caso exclusivo. Note que

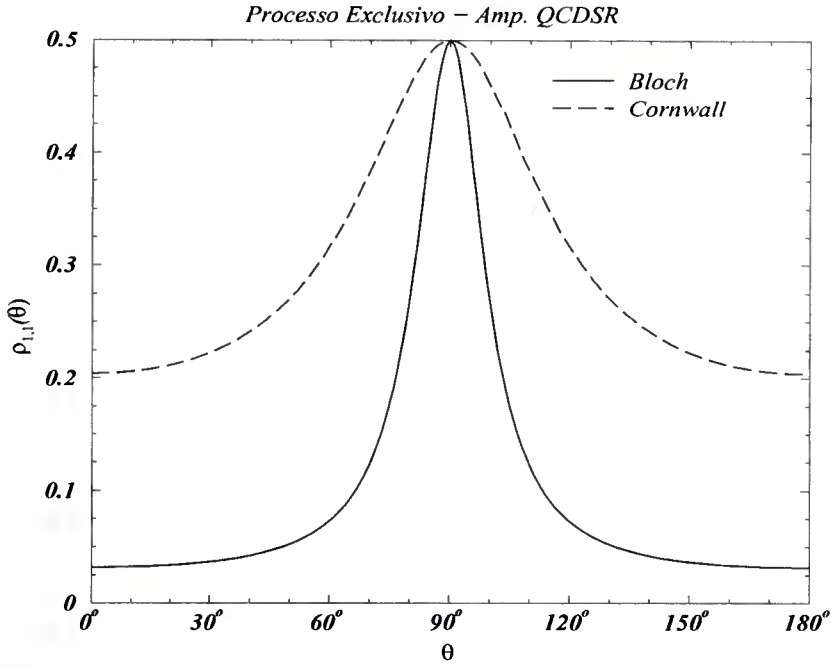


Figura 3.5: Mesma notação da figura 3.4 mas calculada com amplitudes de distribuição obtidas a partir das regras de soma da QCD.

em ambos os casos (exclusivos ou inclusivos) os valores de $\rho_{1,1}$ são modificados por um fator de $\mathcal{O}(2 - 3)$ quando usamos as “funções de onda” obtidas com as regras de soma da QCD. Isto é esperado porque há uma dependência mais forte destas “funções de onda” com $\alpha_s(q^2)$. A diferença ocorre em ângulos diferentes para a produção exclusiva e inclusiva de χ_{c2} . Realmente, é surpreendente que em uma experiência tão delicada, onde os efeitos da constante de acoplamento aparecem em uma razão tal como descrita pela eq. (3.20), há ainda um sinal claro da dependência do valor da constante do acoplamento no infravermelho.

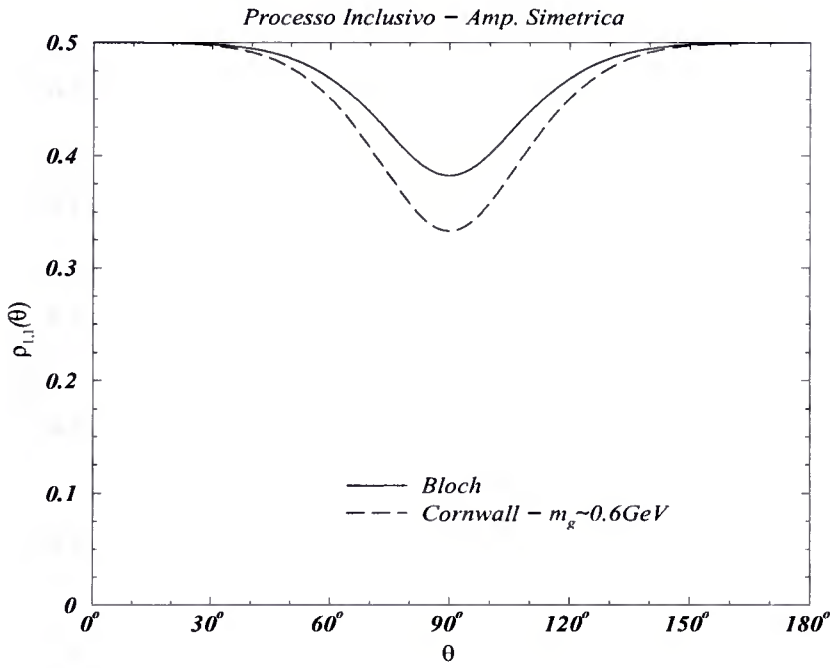


Figura 3.6: Valores do elemento da matriz de helicidade $\rho_{1,1}$ como função do ângulo θ de produção do meson ρ . O processo inclusivo é calculado com as amplitudes de distribuição (“funções de onda”) simétricas para as constantes de acoplamento efetivas.

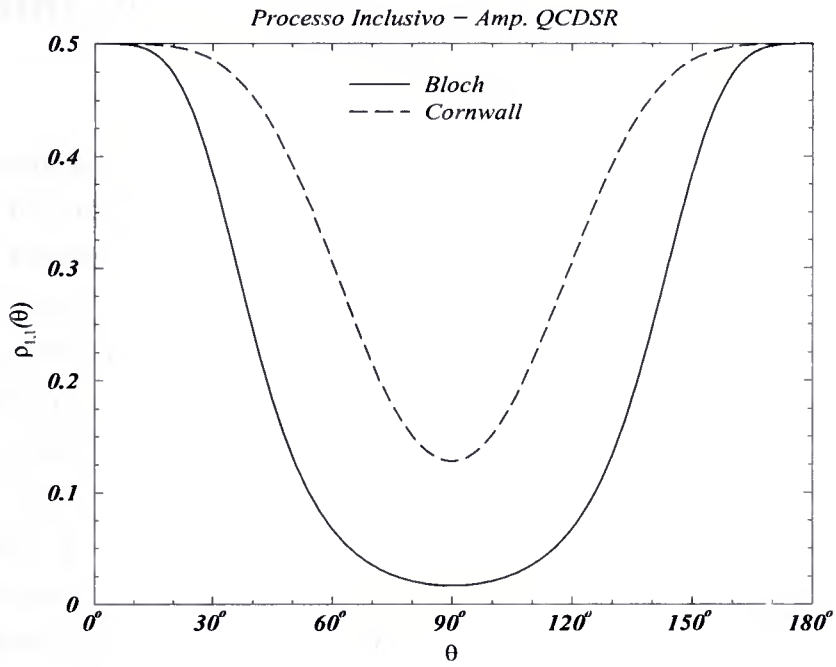


Figura 3.7: Mesma notação da fig. 3.6 mas calculada com amplitudes de distribuição (“funções de onda”) obtidas através das regras de soma da QCD.

Capítulo 4

Testes Fenomenológicos do Propagador e da Constante de Acoplamento

Prosseguindo com os testes fenomenológicos, apresentaremos duas situações nas quais há necessidade de se conhecer o comportamento IV do propagador do glúon. A utilização do propagador do glúon não-perturbativo deve ocorrer em casos nos quais o propagador do glúon aparece em diagramas de ordem mais baixa (*leading order*) e o referido glúon pode carregar baixo momento. Apresentaremos inicialmente o cálculo de fator de forma do pión e, em seguida, analisamos a produção exclusiva de méson ρ em colisões inelásticas profundas.

O fator de forma do pión F_π , como veremos a seguir, é uma quantidade bastante sensível ao comportamento da Cromodinâmica Quântica (QCD) no regime de baixas energias. Esta característica pode ser explorada a fim de verificar se as soluções das equações de Schwinger–Dyson (ESD), apresentadas anteriormente, estão coerentes com a fenomenologia e dados experimentais.

Apresentamos inicialmente como é calculado o fator de forma do pión no contexto da QCD. Seguindo a mesma abordagem da ref.[46] calculamos o fator de forma do pión com as constantes de acoplamento oriundas de diferentes soluções das ESD, comparando com resultados experimentais. Claramente pode-se observar que apenas uma das soluções é consistente com os resultados experimentais.

E, finalmente, repetimos o cálculo de F_π mas desta vez considerando também os propagadores oriundos das soluções das ESD. Os resultados são alterados mas, novamente, apenas uma das soluções(a mesma) concorda com os resultados experimentais [47]. Abordagem semelhante, utilizando propagadores não

Capítulo 4

Testes Fenomenológicos do Propagador e da Constante de Acoplamento

Prosseguindo com os testes fenomenológicos, apresentaremos duas situações nas quais há necessidade de se conhecer o comportamento IV do propagador do glúon. A utilização do propagador do glúon não-perturbativo deve ocorrer em casos nos quais o propagador do glúon aparece em diagramas de ordem mais baixa (*leading order*) e o referido glúon pode carregar baixo momento. Apresentaremos inicialmente o cálculo de fator de forma do pión e, em seguida, analisamos a produção exclusiva de méson ρ em colisões inelásticas profundas.

O fator de forma do pión F_π , como veremos a seguir, é uma quantidade bastante sensível ao comportamento da Cromodinâmica Quântica (QCD) no regime de baixas energias. Esta característica pode ser explorada a fim de verificar se as soluções das equações de Schwinger–Dyson (ESD), apresentadas anteriormente, estão coerentes com a fenomenologia e dados experimentais.

Apresentamos inicialmente como é calculado o fator de forma do pión no contexto da QCD. Seguindo a mesma abordagem da ref.[46] calculamos o fator de forma do pión com as constantes de acoplamento oriundas de diferentes soluções das ESD, comparando com resultados experimentais. Claramente pode-se observar que apenas uma das soluções é consistente com os resultados experimentais.

E, finalmente, repetimos o cálculo de F_π mas desta vez considerando também os propagadores oriundos das soluções das ESD. Os resultados são alterados mas, novamente, apenas uma das soluções(a mesma) concorda com os resultados experimentais [47]. Abordagem semelhante, utilizando propagadores não

perturbativos, também foi utilizada para obter o fator de forma do kaon [48].

Finalizando o capítulo, analisamos a produção exclusiva de méson ρ em colisões inelásticas profundas. Este processo pode ser bem descrito pela troca de um Pomeron. E a troca de Pomeron, por sua vez, é considerada como a troca de dois glúons não-perturbativos. Tanto neste caso como no do fator de forma do pión, é absolutamente necessário utilizar propagador do glúon e/ou constante de acoplamento forte finita no IV, pois estes aparecerão em integrais de momentos nas quais um dos limites de integração é momento zero. Para estudo deste processo estaremos seguindo uma abordagem idêntica à apresentada na referência [49]. Em ambos os processos observaremos que a solução de Cornwall é a que melhor descreve os dados experimentais.

4.1 O Fator de Forma do Pión

O fator de forma do pión $F_\pi(Q^2)$ “mede” a distribuição de cargas elétricas no interior do pión [50].

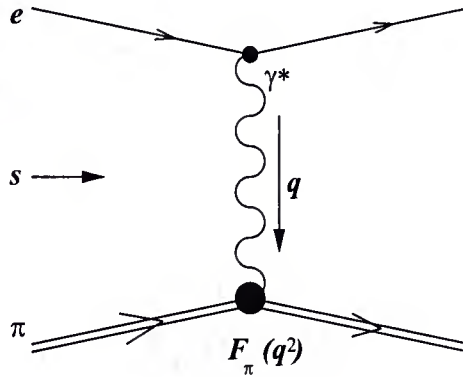


Figura 4.1: Fator de forma do pión.

Se os pions não decaíssem tão rapidamente, poderíamos observar a seção de choque diferencial para o espalhamento elástico elétron-pión (figura 4.1) e comparar o resultado com a seção de choque conhecida de espalhamento de elétrons por uma carga pontual, a fórmula de Mott

$$\frac{d}{d\Omega}\sigma(e\pi \rightarrow e\pi) = |F_\pi(Q^2)|^2 \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{Mott}} \quad (4.1)$$

onde $Q^2 = -q^2$.

Para um alvo estático, o fator de forma é a transformada de Fourier da distribuição de cargas

$$F_\pi(\vec{q}) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3r, \quad (4.2)$$

com a condição

$$\int \rho(\vec{r}) d^3r = 1, \quad (4.3)$$

que, para um π^+ , significa $F_{\pi^+}(0) = 1$.

4.1.1 O Fator de Forma do Píon na QCD

Na Cromodinâmica Quântica (QCD) o cálculo do fator de forma do píon é expresso pela integral [50]

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \phi^*(y, \tilde{Q}_y) T_H(x, y, Q^2) \phi(x, \tilde{Q}_x), \quad (4.4)$$

conforme o diagrama da figura 4.2, onde $\tilde{Q}_x = \min(x, 1-x)Q$, Q é o 4-momento no espaço Euclideo transferido pelo fóton e x e $(1-x)$ são as frações de momento do píon carregadas pelo quark e antiquark, respectivamente.

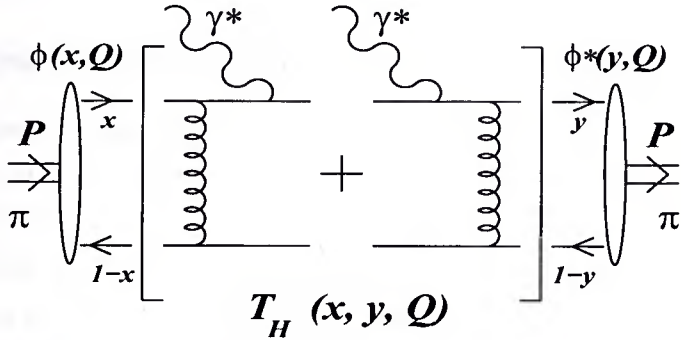


Figura 4.2: Diagramas em nível de árvore que contribuem para o fator de forma do píon. O fóton transfere momento q para o par $q\bar{q}$, cujo momento total é P , produzindo um par $q\bar{q}$ com momento final P' .

Relacionada com a função de onda do píon, a função $\phi(x, Q)$ representa a amplitude de se encontrar um quark com fração de momento x e o antiquark com fração de momento $(1-x)$ dentro do píon. Esta função fornece ao $F_\pi(Q^2)$ o conteúdo puramente não-perturbativo da QCD. Utilizamos aqui a amplitude de distribuição proposta por Chernyak e Zhitnitsky [51], e foi obtida das regras de

soma da QCD

$$\phi(x, Q) = \frac{f_\pi}{2\sqrt{3}} x(1-x) \left\{ 6 + [30(2x-1)^2 - 6] \left(\frac{\alpha_s(Q)}{\alpha_s(\mu)} \right)^{\gamma_2} \right\}, \quad (4.5)$$

com $\mu = 500\text{MeV}$ e

$$\gamma_2 = \frac{50}{99 - 6n_f}. \quad (4.6)$$

A função $T_H(x, y, Q)$ é a amplitude do processo partônico subjacente : um fóton virtual interage com um dos quarks do pión e os quarks trocam um glúon (veja Braaten *et al.*[52])

$$T_H(x, y, Q) = \frac{64\pi}{3Q^2} \left\{ \frac{2}{3} \frac{\alpha_s[(1-x)(1-y)Q^2]}{(1-x)(1-y)} + \frac{1}{3} \frac{\alpha_s(xyQ^2)}{xy} \right\}. \quad (4.7)$$

Como podemos observar na integral (4.4) $0 < x, y \leq 1$, o que significa que tomaremos, durante a integração, valores de α_s tanto na região de baixos momentos (não-perturbativa) quanto na região de altos momentos (perturbativa). Daí podemos ver a importância de se ter o *congelamento* (*freezing*) da constante de acoplamento na região de baixos momentos.

4.1.2 Comparando as Constantes de Acoplamento

A fim de comparar as soluções no aspecto fenomenológico, calculamos $F_\pi(Q^2)$ usando apenas as constantes de acoplamento de Alkofer *et al.*, eq. (2.3), e a de Cornwall, eq. (2.9).

Os resultados de $F_\pi(Q^2)$ para as diferentes constantes de acoplamento são apresentados na figura 4.3. Usamos para a constante de Cornwall o menor (300MeV) e o maior (700MeV) valor para a massa do glúon e um valor fixo para $\Lambda = 300\text{MeV}$.

Na mesma figura apresentamos também uma curva que foi ajustada [53] aos dados experimentais [54] por χ^2 mínimo ($\chi^2_{min} = 7.96742$)

$$F_\pi^{fit} = \frac{0.46895}{Q^2} \left(1 - \frac{0.3009}{Q^2} \right). \quad (4.8)$$

Como podemos observar, os resultados obtidos com a constante de acoplamento de Cornwall concordam razoavelmente bem para uma massa de glúon da ordem de 700MeV. Por outro lado, os cálculos realizados com a constante de Alkofer *et al.* sobrestimam F_π em, pelo menos, uma ordem de grandeza.

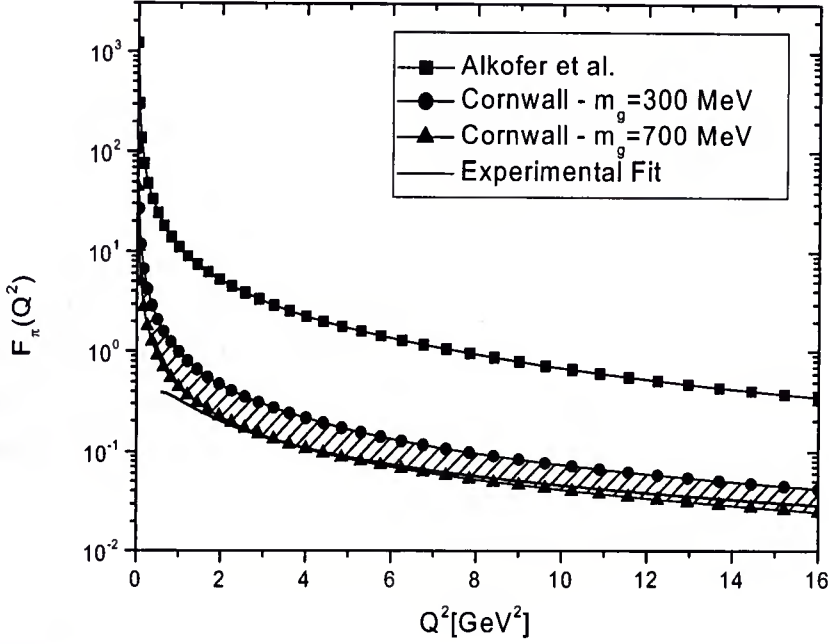


Figura 4.3: Fator de forma do pión calculado com diferentes constantes de acoplamento. A linha sólida é uma curva ajustada aos dados experimentais.

4.1.3 Efeito dos Propagadores Não-Perturbativos

Consideramos na seção anterior apenas as formas distintas das constantes de acoplamento não-perturbativas, entretanto o glúon trocado pelo par quark-antiquark (veja diagrama da figura 4.2) é tomado como perturbativo na eq. (4.7). Por outro lado, as equações de Scwinger-Dyson fornecem não apenas as constantes de acoplamento não-perturbativas, mas também os propagadores não-perturbativos do glúon.

Os propagadores não-perturbativos coincidem com o perturbativo no limite de altos momentos, contudo são bastante diferentes deste último na região de baixos momentos. Devemos então, por consistência, usar para cada solução considerada o propagador não-perturbativo além da respectiva constante de acoplamento não-perturbativa.

Para introduzir esta modificação, lembremos que na eq. (4.7) foi usado o

propagador perturbativo que, no gauge de Landau, é dado por

$$D_{\mu\nu}(q^2) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) D(q^2), \quad D(q^2) = \frac{1}{q^2}. \quad (4.9)$$

Podemos fatorar $D(q^2)$ na eq. (4.7) e reescrevendo-a como

$$T_H(x, y, Q^2) = \frac{64\pi}{3} \left[\frac{2}{3} \alpha_s(K^2) D(K^2) + \frac{1}{3} \alpha_s(P^2) D(P^2) \right], \quad (4.10)$$

na qual $K^2 = (1-x)(1-y)Q^2$ e $P^2 = xyQ^2$.

Vejamos agora os diferentes propagadores não-perturbativos que utilizaremos nesta seção. O primeiro deles foi obtido por Alkofer *et al.* e pode ser ajustado pela expressão ($\chi^2 = 0.016$)

$$D^{(A)}(q^2) = \frac{bq^2}{q^4 + a^4}, \quad (4.11)$$

na qual $a = 0.603$ e $b = 3.707$.

O outro propagador que utilizamos foi o de Cornwall

$$D^{(C)}(q^2) = \frac{1}{q^2 + M_g^2(q^2)}, \quad (4.12)$$

no qual $M_g^2(q^2)$ é a massa dinâmica do glúon dada pela eq. (2.8).

Como consideraremos os propagadores dados pelas eqs. (4.11) e (4.12), T_H será alterado para

$$T_H(x, y, Q^2) = \frac{64\pi}{3} \left[\frac{2}{3} \alpha_s^{(A,C)}(K^2) D^{(A,C)}(K^2) + \frac{1}{3} \alpha_s^{(A,C)}(P^2) D^{(A,C)}(P^2) \right]. \quad (4.13)$$

Realizando as integrações da eq. (4.4) com as eqs. (4.11), (4.12) e (4.13) obtivemos os resultados apresentados na figura 4.4.

Comparando estes novos resultados com os da seção anterior podemos perceber uma forte atenuação de F_π no limite $Q^2 \rightarrow 0$ e é bastante claro também que $F_\pi(0)$ é finito para ambas as soluções. Este novo comportamento a baixos momentos pode ser explicado pelo comportamento dos propagadores no limite $Q^2 \rightarrow 0$

$$D^{(A)}(Q^2) \rightarrow 0 \quad (4.14)$$

$$D^{(C)}(Q^2) \rightarrow \text{finito}, \quad (4.15)$$

lembrando que o propagador perturbativo é divergente neste limite.

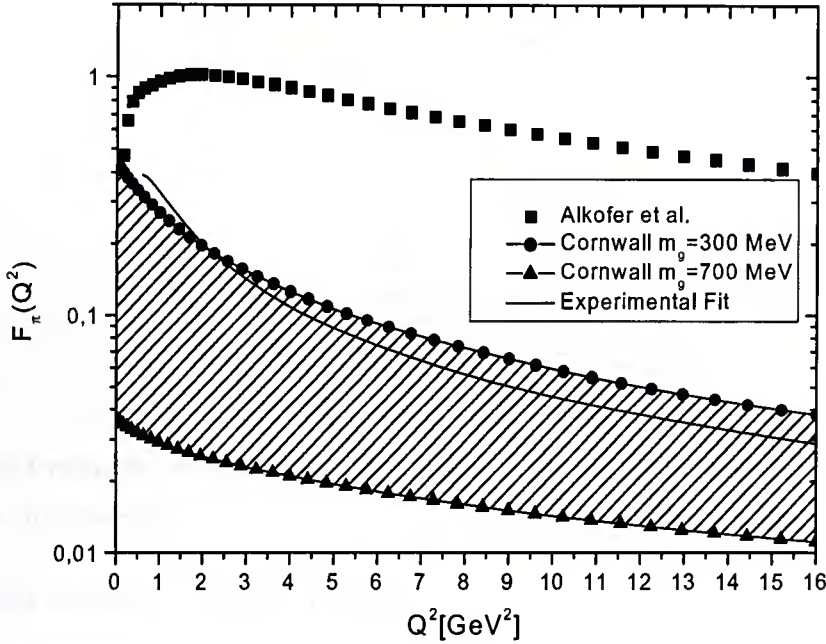


Figura 4.4: Fator de forma do pión calculado com diferentes constantes de acoplamento e propagadores não-perturbativos. A linha sólida é uma curva ajustada aos dados experimentais.

Utilizando o propagador e a constante de acoplamento de Alkofer *et al.* obtemos uma predição do fator de forma do pión que também discorda dos dados experimentais. Neste caso temos também que $F_\pi^{(A)}(0) = 0$. Por outro lado, a solução de Cornwall é ainda compatível com os dados experimentais, mas desta vez favorecendo valores menores para a massa do glúon.

4.2 Produção Exclusiva de ρ em Espalhamento Inelástico Profundo

Foram propostos vários modelos para descrever o processo $\gamma^*(q) p(P) \rightarrow \rho(r) p(P')$. Donnachie e Landshoff [55] descreveram tal processo como a troca de um Pomeron “suave” (*soft Pomeron*).

Algum tempo depois eles [56] consideraram a troca de Pomeron como sendo a troca de dois glúons. Seguindo esta idéia Cudell [57] propôs a seguinte expressão

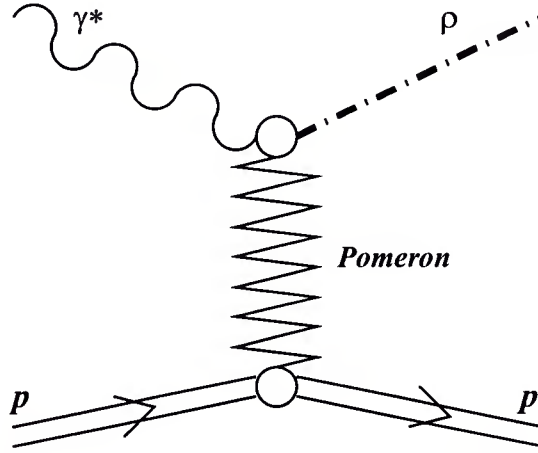


Figura 4.5: Produção exclusiva de ρ em Espalhamento Inelástico Profundo, com a troca de um Pomeron.

para a seção de choque diferencial polarizada

$$\frac{d\sigma_j}{dt} = \left(\frac{\alpha_{elm}}{4w^4} |A_j|^2 \Phi^2 \right) Z^2 [3F_1(t)]^2, \quad j = T, L \quad (4.16)$$

onde $\alpha_{elm} \simeq 1/137$ é a constante de acoplamento eletromagnética e $w^2 = (q+P)^2$.

O fator Φ é definido como

$$\Phi = \sqrt{\frac{f_\rho m_\rho}{24}} \quad (4.17)$$

onde $f_\rho \simeq 30\text{MeV}$ é a constante de decaimento do meson ρ e $m_\rho \simeq 770\text{MeV}$ é a massa do ρ .

$$Z = \left(\frac{w^2}{w_0^2} \right)^{0.08 + \alpha' t}, \quad (4.18)$$

com $w_0^2 = 1/\alpha' \simeq 4\text{GeV}^2$. O fator de forma de Dirac do próton é

$$F_1(t) = \frac{4m_p^2 - 2.79t}{4m_p^2 - t} \frac{1}{(1 - t/0.71)^2}, \quad (4.19)$$

onde m_p é a massa do próton.

A amplitude é

$$A_j = i \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} m_\rho P_j \int_{-\infty}^0 \frac{dk^2 (t - 4k^2)}{(\mu_Q^2 - t)(\mu_Q^2 - 4k^2)} \left[4\pi\alpha_n D \left(k^2 + \frac{t}{4} \right) \right]^2, \quad (4.20)$$

$$\mu_Q^2 = m_\rho^2 + Q^2, \quad j = T, L$$

onde $P_T = w^2/2$; $P_L = P_T \cdot (m_\rho^2 + Q^2 + t)/(2m_\rho Q)$. No último termo do integrando temos a constante de acoplamento “congelada” $\alpha_n = \alpha_s(0)$ e o propagador não-perturbativo do gluon $D(p^2)$.

A seção de choque total pode ser obtida pela integral

$$\sigma_{total}(Q^2) = \int dt \left(\frac{d\sigma_T}{dt} + \varepsilon \frac{d\sigma_L}{dt} \right), \quad \varepsilon \approx 0.85 \quad . \quad (4.21)$$

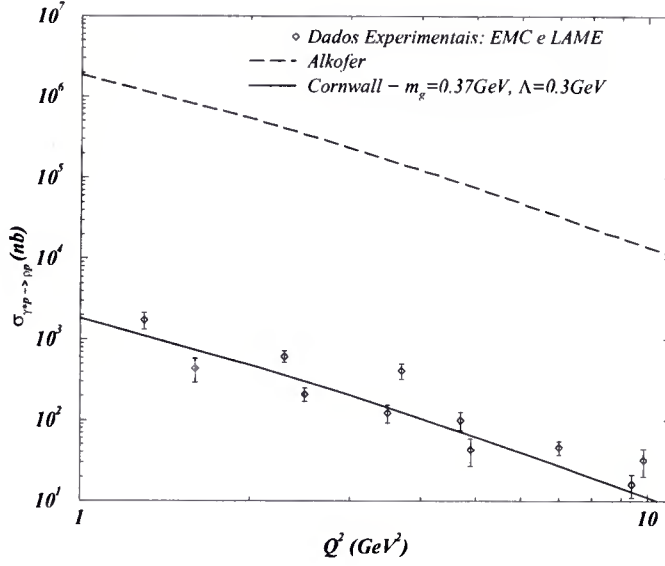


Figura 4.6: Seção de choque total para produção exclusiva de ρ em Espalhamento Inelástico Profundo.

Nós comparamos as soluções de Alkofer *et al.* e de Cornwall, usando suas respectivas constantes de acoplamento (eqs. (2.3) e (2.9)) e também seus propagadores (eqs. (2.2) e (4.12)) os resultados são mostrados na figura 4.6 e comparados com dados experimentais de EMC[58] e LAME[59]. Podemos observar claramente a concordância apenas com a solução de Cornwall.

Neste capítulo utilizamos as diferentes expressões de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ para obter previsões de alguns observáveis e comparamos as previsões de cada solução com os dados experimentais. Tal como ocorreu no capítulo anterior as previsões da solução de Cornwall foi a que melhor concordou com os dados experimentais.

Tendo em vista todas as evidências fenomenológicas e da QCD na rede em favor desta solução não é absurdo considerar uma possível massa para os glúons. No

capítulo seguinte, consideramos os efeitos desta possível massa nos decaimentos de quarkônios pesados.

Capítulo 5

Efeitos da Massa do Glúon sobre Decaimentos de Quarkônios Pesados

Nos capítulos precendentes observamos que, dentre as soluções de ESD apresentadas, a solução de Cornwall é a que melhor descreve os vários processos fenomenológicos que foram aqui analisados. Vimos também que esta solução é a que melhor se ajusta aos resultados do propagador do glúon obtidos pelas simulações de QCD na rede.

Seria uma atitude precipitada e simplista afirmar que a solução de Cornwall é a única solução correta e deste modo concluir diretamente que o glúon tem uma massa dinâmica. Contudo, as evidências apresentadas não podem ser simplesmente ignoradas e, se há de fato uma solução única * para a ESD do propagador do glúon, parece-nos que tal solução não deve ser tão distante da solução de Cornwall.

Por outro lado, no que diz respeito à massa do glúon, os estudos de Cornwall não foram os únicos a apontar esta possibilidade, podemos citar alguns exemplos como os estudos de Lavelle [60] os quais, através da expansão de produto de operadores (OPE), levaram a uma expressão assintótica da massa *running* do glúon em termos do condensado de glúons : $M_g^2(p^2) \sim \langle \alpha_s G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle / p^2$.

Outro exemplo, bastante recente, é o estudo desenvolvido por Philipsen que obtém uma massa da ordem de centenas de MeV's para o glúon através de simulações de QCD na rede [61].

A hipótese de uma massa para o glúon, dinâmica ou não, é um pouco incômoda do ponto de vista formal. Mas vimos que as evidências para esta suposta massa do

*No sentido matemático : existência e unicidade da solução de uma equação.

glúon não podem ser simplesmente ignoradas. Tal controvérsia só seria esclarecida se pudéssemos medir diretamente a massa do glúon, o que parece ser praticamente impossível devido ao confinamento.

Neste capítulo consideramos que o glúon possui uma massa dinâmica e analisamos seus efeitos no decaimento de quarkônios pesados. Utilizamos a expressão para a massa dinâmica do glúon obtida por OPE analisando seus efeitos nos decaimentos $V \rightarrow$ hádrons ($V = J/\psi, \Upsilon$). Introduzimos também correções radiativas e relativísticas para calcular os valores da constante de acoplamento nas escalas de massa do quarks c e b , e comparando com valores encontrados na literatura. Como observaremos, e podemos esperar, os efeitos de massa dinâmica do glúon são, praticamente, desprezíveis no caso de Υ mas bastante importantes no caso do decaimento do J/ψ .

5.1 Decaimento de Quarkônios Pesados

Desde a sugestão original de Appelquist e Politzer [62], a aniquilação de pares $q\bar{q}$ pesados em glúons ou glúons mais um fóton têm sido reconhecida como uma maneira aparentemente excelente para testar as idéias básicas de QCD e para medir a constante de acoplamento α_s com bastante precisão. Os diagramas que contribuem em ordem mais baixa da QCD são apresentados na figura 5.1

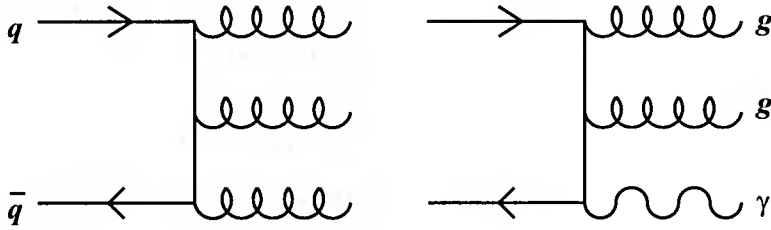


Figura 5.1: Alguns diagramas, em ordem mais baixa da QCD, representando o decaimento de quarkônio pesado (J/ψ ou Υ) em glúons ou glúons + fóton.

Pode-se determinar α_s a baixas energias comparando-se os dados experimentais das razões de ramificações do J/ψ e do Υ

$$R_V = \frac{\Gamma(V \rightarrow ggg)}{\Gamma(V \rightarrow ee)} , \quad V = \Upsilon, J/\psi. \quad (5.1)$$

com a previsão teórica que, em ordem mais baixa da teoria de perturbação, é dada por :

$$R_V = \frac{10 (\pi^2 - 9)}{81\pi e_q^2 \alpha(M_V)} \alpha_s^3, \quad (5.2)$$

na qual e_q é a carga do quark, α é a constante de acoplamento eletromagnética e M_V é a massa do quarkônio.

Um fato interessante de ser citado é que os dados experimentais para o processo $V \rightarrow \gamma + X$ representam uma fonte importante de informações sobre a dinâmica da QCD, a qual prediz um espectro do fóton aproximadamente linear com relação a $z = 2E_\gamma/M_V$, e E_γ é a energia do fóton.

5.1.1 Efeitos da Massa Dinâmica

A não concordância entre as determinações experimentais e teóricas de α_s e do espectro do fóton, originou uma longa série de discussões desde o trabalho pioneiro da Ref. [62]. Correções devido a efeitos relativísticos e radiativos da QCD foram acrescentadas à expressão Eq.(5.2). Outros efeitos, como a existência de uma massa efetiva do gluon ou contribuições além do modelo padrão, são também explicações possíveis para as diferenças observadas entre a teoria e dados experimentais.

Parisi e Petrosio [63] foram os primeiros a discutir algumas discrepâncias entre resultados de QCD e os obtidos do decaimento do J/ψ . Introduziram uma massa efetiva do gluon para melhorar a comparação entre a experiência e a teoria no caso do decaimento do J/ψ . Esta não é a alternativa original usada para resolver os problemas neste contexto mas esta linha do pensamento dá resultados razoáveis, e os efeitos possíveis de uma massa do gluon no decaimento de quarkônios foram considerados diversas vezes na literatura (veja [64]-[66] e em referências contidas nestas).

Nas Refs. [63, 64, 65] o valor da massa do gluon foi determinado calculando-se o espectro de energia de CM dos fótons diretos produzidos por decaimentos do J/ψ e do Υ $J/\psi, \Upsilon \rightarrow gg\gamma$. Os espectros foram comparados mais tarde com os dados experimentais, que favoreceram claramente o exemplo de um gluon com massa e fixaram seu valor. É interessante anotar que para a descrição do espectro do fóton no decaimento do J/ψ era necessária uma massa do glúon $M_g \simeq 0.66$ GeV, enquanto que no decaimento do Υ o valor mais apropriado seria $M_g \simeq 1.20$ GeV.

GeV [64, 65]. Há alguns pontos que podem ser criticados nestes resultados. Com o conhecimento que temos sobre a teoria das interações fortes é um consenso que não podemos ter uma massa “nua” para o glúon em QCD. Na abordagem das refs. [64, 65] as massas do glúon diferem nos dois casos de uma maneira não-natural : aumentando-se a massa do quarkônio a massa do glúon necessária para descrever o espectro do fóton é aumentada também.

Poderíamos esperar, até intuitivamente, que aumentando a escala de momentos do processo (ou, no caso, a massa do quarkônio decaindo) a massa *running* do glúon diminui, de modo análogo ao que acontece com as massas *running* dos quarks. Este comportamento esperado é claramente observado na expressão assintótica da massa efetiva do glúon $M_g(P)$, obtida através da expansão em produto de operadores :

$$M_g^2(P^2) \approx \frac{34N_c\pi^2}{9(N_c^2 - 1)} \frac{\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle}{P^2}, \quad (5.3)$$

onde $\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ é o condensado de glúons [67], e $N_c = 3$ no caso da QCD. Neste ponto podemos ver a diferença com relação ao trabalho das refs. [64, 65] : a massa dinâmica do glúon é conectada com o condensado de glúons e decresce com a energia. Podemos esperar, portanto, resultados bastante diferentes daqueles obtidos nas refs. [64, 65].

Entretanto, a expressão (5.3) acima dá apenas o comportamento no limite de altas energias, precisamos definir ainda o comportamento da massa dinâmica do glúon na região IV. Recentemente, foi verificado que o valor da massa do glúon no IV é bem descrito pelo valor da OPE “congelado” na escala m_g [68], onde

$$m_g^2 \equiv \left(\frac{34N_c\pi^2}{9(N_c^2 - 1)} \langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle \right)^{1/2}, \quad (5.4)$$

Desta forma, podemos considerar o seguinte *Ansatz* para a massa dinâmica do glúon

$$M_g^2(P^2) = m_g^2 \theta(m_g^2 - P^2) + \frac{m_g^4}{P^2} \theta(P^2 - m_g^2). \quad (5.5)$$

Esta é a expressão que utilizaremos para calcular as razões de ramificações dos decaimentos de quarkônios pesados.

A massa do glúon implica que [63] R_V deve ser alterado para $R_V \cdot f_3(\eta)$, onde

$$f_3(\eta) = \frac{\Gamma(V \rightarrow ggg)|_{m_g}}{\Gamma(V \rightarrow ggg)|_{m_g=0}}, \quad (5.6)$$

é uma função de $\eta \equiv 2m_g/M_V$. Esta fatorização simples é uma consequência do fato que a maioria das contribuições de massa de glúon no cálculo de $\Gamma(V \rightarrow ggg)$ vêm da integração do espaço de fase [63, 66]. Portanto, procedemos da mesma maneira como em [63] para computar f_3 , com a diferença de que a massa é agora uma função de momento do estado final de glúons.

Para calcular f_3 como uma função de η fizemos uso do pacote COMPHEP [69]. Inicialmente consideramos o caso no qual uma massa de glúon “nua” foi introduzida no elemento de matriz e no espaço de fase. O resultado é determinado pela linha sólida na Fig.5.2 que é idêntica à da ref.[63]. Introduzimos então uma massa “nua” somente na integração de espaço de fase e obtemos a linha tracejada fina da Fig.5.2 (compatível com Ref. [64]). Estes resultados mostram como efeitos da massa do glúon podem ser considerados dentro desta aproximação simples.

Uma vez que verificamos que esta aproximação reproduz os efeitos de massa considerados em [63, 64], o cálculo para obter $f_3(\eta)$ foi executado através da integração por Monte Carlo considerando a contribuição da massa dinâmica do glúon (Eq. (5.5)) somente no espaço de fase. O resultado obtido é apresentado pela linha tracejada espessa na Fig.5.2.

Como já discutido acima, o valor da massa “nua” do glúon foi obtido, nas Refs. [63] e [64], analisando o espectro da energia de CM dos fótons diretos produzidos pelos decaimentos de J/ψ e Υ ($J/\psi, \Upsilon \rightarrow gg\gamma$), resultando em valores bastante diferentes em cada caso. Com a massa do glúon obtida do ajuste dos decaimentos radiativos dos quarkônios, o valor de f_3 determinado de uma curva similar à da fig.5.2, levando a uma nova determinação de α_s . Aqui consideraremos a massa do glúon m_g dada pela Eq. 5.4). Se consideramos o valor do condensado de glúons dado na ref. [67, 70], e a massa do glúon obtida nas Refs. [23, 49, 72], podemos assumir que

$$m_g \approx (0.64 \pm 0.20)\text{GeV} \quad (5.7)$$

onde a incerteza estimada é suficientemente grande para expressar as várias limitações presentes nas estimativas da massa dinâmica do glúon. É interessante ver que o valor central é praticamente da mesma ordem do valor determinado por

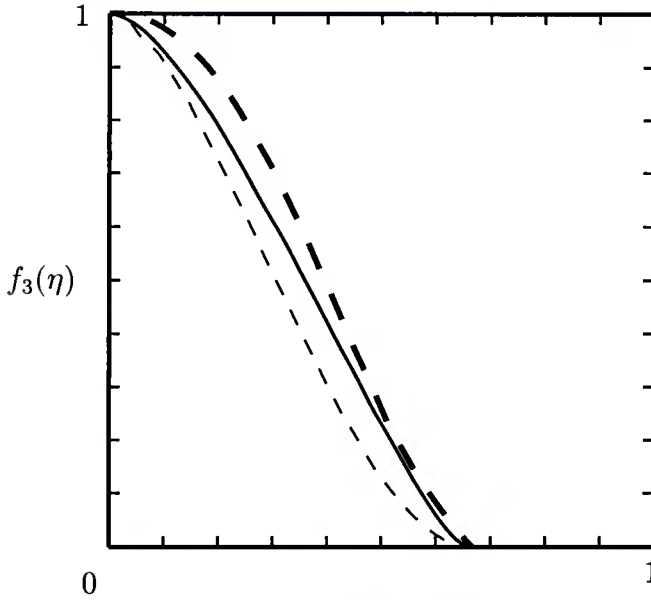


Figura 5.2: Função $f_3(\eta)$ representando as correções de massa do glúon. A linha sólida representa estas correções quando considera-se o efeito de massa “nua” de glúon no elemento de matriz e no espaço de fase [63]. A linha tracejada fina é obtida considerando o efeito de massa “nua” de glúon somente no espaço de fase [64]. A linha tracejada espessa é nosso resultado obtido levando-se em conta uma massa dinâmica do glúon dada pela Eq. (5.5) [71].

Consoli e Field [64, 65] para descrever o decaimento $J/\psi \rightarrow X + \gamma$ ($m_g \approx 0.66$ GeV).

Como pode ser notado na fig.5.2, a nova curva (a linha tracejada espessa) é mais “plana” do que as curvas das Refs. [63, 64] para pequenos valores de η . Isto não deve ser surpresa já que f_3 tende a 1 conforme m_g diminui. Mas esta característica é reforçada no caso de uma massa dinâmica cuja dependência com momentos é dada pela Eq.(5.5), pois para valores pequenos de η (que significa massa do glúon pequena em relação à massa do quarkônio) o espaço de fase a ser integrado é maior do que no caso de uma massa “nua”.

Usando os valores de f_3 da fig.5.2 podemos calcular $\alpha_s(m_c)$ e $\alpha_s(m_b)$. Supondo $m_g = (0.64 \pm 0.20)$ GeV, temos ($\eta = 2m_g/M_V$)

$$\eta^{(J/\psi)} = (0.41 \pm 0.13), \quad (5.8)$$

e

$$\eta^{(\Upsilon)} = (0.14 \pm 0.04), \quad (5.9)$$

e da curva da fig.5.2 obtemos $f_3(\eta)$, i.e. os fatores de correção devidos à massa do glúon

$$f_3(\eta^{(J/\psi)}) = 0.47 \pm 0.30, \quad f_3(\eta^{(\Upsilon)}) = 0.94 \pm 0.03. \quad (5.10)$$

Nosso valor de $f_3(\eta^{(J/\psi)})$ é consistente com o valor obtido na Ref.[64, 65], mas o nosso valor de $f_3(\eta^{(\Upsilon)})$ é aproximadamente 30% maior e quase igual a 1, ou seja, quase não há efeitos da uma suposta massa de glúon. Se a massa fosse introduzida também no elemento de matriz, f_3 aumentaria uma pequena porcentagem e, provavelmente, nenhum sinal da massa do glúon apareceria para $f_3(\eta^{(\Upsilon)})$.

Podemos agora calcular α_s dos decaimentos do J/ψ e do Υ mas para isso precisamos levar em consideração correções relativísticas e de QCD.

5.1.2 Correções Adicionais e o Cálculo de $\alpha_s(m_c)$ e $\alpha_s(m_b)$

As correções de QCD são introduzidas através do fator (veja [73])

$$\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} b_V\right) \quad (5.11)$$

onde $b_V = 1.6, 0.43$ para J/ψ e Υ , respectivamente.

A expressão (5.2) é obtida considerando que a aniquilação do par $q\bar{q}$ ocorre em um ponto. As correções relativísticas (ou de tamanho finito) aparecem quando consideramos que o processo de aniquilação ocorre em um volume finito de raio $\simeq 1/m_q$. Diversos artigos espalhados na literatura abordam esta questão, seguimos essencialmente a Ref. [74] usando seu fator de correção de tamanho finito : $\gamma^{(c)} = (0.31 \pm 0.03)$ para o J/ψ e $\gamma^{(b)} = (0.69 \pm 0.07)$ para o Υ .

A expressão (5.2) reescrita com os fatores de correções (da massa do glúon, de tamanho finito e de QCD) relacionados acima, torna-se

$$R_V = f_3(\eta) \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} b_V\right) \gamma \frac{10 (\pi^2 - 9)}{81\pi e_q^2 \alpha(M_V)} \alpha_s^3. \quad (5.12)$$

Usamos então os valores experimentais de R_V do *Particle Data Group* [75] e da ref.[65] para calcular $\alpha_s(m_c)$ e $\alpha_s(m_b)$: $R_{J/\psi} = 10.1 \pm 0.9$ e $R_\Upsilon = 32.6 \pm 0.8$. Nossos resultados são :

$$\alpha_s(m_c) = 0.35 \pm 0.07, \quad (5.13)$$

e

$$\alpha_s(m_b) = 0.206 \pm 0.008. \quad (5.14)$$

Os valores das Eqs. (5.13) (5.14) são compatíveis com os das Refs. [65, 74]. Note que Ref. [65] não considera as correções relativísticas da Ref. [74]. Por outro lado, nosso resultado para $f_3(\eta^{(\Upsilon)})$ é cerca de 1.6 vezes maior do que o das Refs.[64, 65]. Observamos que a determinação de $\alpha_s(m_b)$ através do decaimento do Υ não é muito afetada pelos efeitos da massa dinâmica do glúon e, considerando as correções relativísticas, é totalmente consistente com a da Ref.[64] (na qual correções relativísticas não foram consideradas).

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

Neste texto apresentamos brevemente como a Cromodinâmica Quântica (QCD), a teoria quântica de campos que descreve as interações fortes, pode ser abordada no infravermelho (IV) através das equações de Schwinger–Dyson (ESD) do propagador do glúon $D(q)$. A ESD do propagador do glúon permitiria, em tese, obter o comportamento IV do propagador do glúon e também da constante de acoplamento forte $\alpha_s(q)$.

Como vimos, as ESD formam um conjunto infinito de intrincadas equações integrais acopladas envolvendo os propagadores e vértices da teoria. Na prática, trunca-se o conjunto de equações e tenta-se obter a solução para o conjunto truncado de equações. Como não há critérios *a priori* que determinem como deve ser feito o truncamento a fim de se obter uma solução “fisicamente razoável”, há na literatura diversas abordagens (com diferentes truncamentos) às ESD do propagador do glúon, proporcionando as mais variadas soluções (as quais implicam em consequências fenomenológicas bastante diversificadas).

Uma maneira de se testar as soluções de ESD, espalhadas na literatura, é comparando-se estas soluções com os resultados obtidos para $D(q)$ e $\alpha_s(q)$, no IV, através de simulações de QCD na rede. Embora não plenamente satisfatórios por questões de precisão, os resultados da QCD na rede apontam claramente que tanto $D(q)$ quanto $\alpha_s(q)$ são finitos e bem comportados no limite infravermelho, eliminando soluções divergentes no IV *. $D(q)$ divergente no infravermelho seria bastante conveniente no aspecto teórico pois corresponderia a um potencial linear a grandes distâncias e daria uma explicação mais direta para o confinamento. Mas no caso de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ finitos no infravermelho, o confinamento seria explicado

* Como a solução de Mandelstam, rapidamente apresentada no capítulo 2.

de outra maneira menos direta.

Contudo, no contexto fenomenológico, o comportamento finito de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ no IV chega a ser quase que uma necessidade para que se possa calcular corretamente observáveis sensíveis ao comportamento IV da QCD. E, assim sendo, uma possibilidade natural de relacionar estes tópicos é tentar aplicar as soluções de ESD aos cálculos de observáveis fenomenológicos, comparando com os dados experimentais. De certo modo, esta seria uma maneira de se verificar *a posteriori* se determinado truncamento da ESD produziu uma solução “fisicamente razoável”.

Ao longo desta tese apresentamos alguns processos físicos nos quais aplicamos certas soluções de ESD para obter as previsões dos observáveis associados a estes processos. As previsões de cada solução foram comparadas com os resultados experimentais e, dentre todos os processos apresentados aqui, a solução de Cornwall foi a que melhor concordou com os dados experimentais. Importante enfatizar que a solução de Cornwall também se ajusta muito bem aos dados obtidos nas simulações de QCD na rede. Se a ESD do propagador do glúon tem uma solução única, esta não parece ser muito diferente da solução obtida por Cornwall.

A solução de Cornwall foi obtida através de uma ESD truncada segundo as regras da *pinch technique* (PT). A PT, desenvolvida pelo próprio Cornwall, utiliza identidades de Ward estabelecendo um rearranjo de diagramas que contribuem para uma função de Green em uma certa ordem da expansão perturbativa, fazendo com que esta função seja independente de gauge. Esta técnica, apesar de poderosa, não tem sua validade completamente demonstrada no contexto da teoria quântica de campos (TQC). Por outro lado, todas as evidências fenomenológicas e também das simulações de QCD na rede em favor da solução de Cornwall não são desprezíveis e podem de certa forma justificar estudos mais aprofundados da PT tanto no contexto fenomenológico quanto no teórico (TQC).

Quanto aos testes fenomenológicos das ESD que apresentamos aqui, uma extensão natural deste tipo de abordagem seria tentar obter previsões de observáveis físicos com os resultados da QCD na rede no limite IV. Esta seria mais uma possível maneira de se avaliar a precisão dos resultados da rede. E, como vimos, certos processos que são bem descritos pela troca de Pomeron podem ser interpretados como processos em que há troca de dois glúons não-perturbativos, segundo o modelo de Landshoff–Nachtmann. Os propagadores de glúons e constantes de acoplamento que seriam inseridos nas amplitudes (do processo) poderiam ser

funções ajustadas aos resultados da QCD na rede.

Uma outra possibilidade envolvendo tanto resultados das ESD quanto da QCD na rede seria o estudo sobre comportamento de funções de estrutura para baixos valores de x (*small- x*), já que estas dependem do comportamento IV da constante de acoplamento a qual, por sua vez, deve ser finita no limite IV para descrever satisfatoriamente os dados experimentais.

Um outro aspecto interessante da solução de Cornwall é o fato de que esta prevê a possível existência de uma massa dinâmica para o glúon. Esta massa é importante por, pelo menos, um motivo : seria um regulador IV natural já que “congelaria” tanto $D(q)$ quanto $\alpha_s(q)$ na região IV. No capítulo anterior vimos a possibilidade de uma massa para o glúon foi também estudada no contexto da OPE, e esta massa é diretamente proporcional ao condensado de glúons. Calculamos os efeitos desta massa nos decaimentos de quarkônios pesados e observamos que quanto maiores os momentos envolvidos nos processos menores são os efeitos da massa do glúon, como é mais ou menos de se esperar.

É importante enfatizar que a abordagem fenomenológica apresentada nesta tese é ainda, de certo modo, ‘experimental’ no sentido de que não é uma abordagem bem testada e bem estabelecida do ponto de vista formal. Isto ocorre pois as evidências mais convincentes em favor de $D(q)$ e $\alpha_s(q)$ finitos no IV são relativamente recentes : a maioria dos artigos que concluem isto são de, no máximo, 10 anos. Em um de seus mais recentes artigos [76] J. C. R. Bloch, um especialista em soluções das ESD, cita alguns de nossos trabalhos [36, 47] em uma frase dizendo que as soluções de ESD acopladas para glúon e ghost foram testadas na fenomenologia hadrônica inas conclui a frase com “...*but more investigation is needed to conclude about their validity*.”. É exatamente desta maneira que vemos esta abordagem : uma abordagem ‘experimental’ mas que produz resultados (fenomenológicos) satisfatórios e que, portanto, merece mais investigações tanto fenomenológicas quanto formais.

Referências

- [1] S. J. Brodsky, E. Gardi, G. Grunberg e J. Rathsmann, Phys. Rev. **D63** (2001) 094017.
- [2] T. Banks e A. Zaks, Nucl. Phys. **B196** (1982) 189.
- [3] G. Grunberg, hep-ph/9911299;
P. M. Stevenson, Phys. Lett. **B331** (1994) 187.
- [4] D. V. Shirkov e I. L. Solovtsov, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1209;
A. V. Nesterenko, Phys. Rev. **D62** (2000) 094028; hep-ph/0106305.
- [5] Yu. A. Simonov, Proc. of Schlading Winter School, March 1996, Springer, v. 479, p. 139 (1997); hep-ph/0109081.
- [6] V. Gribov, Eur. Phys. J. C **10** (1999) 71-90 (hep-ph/9807224) e 91-105 (hep-ph/9902279).
- [7] E. Eichten *et al.*, Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 369; Phys. Rev. **D21** (1980) 203;
J. L. Richardson, Phys. Lett. **B82** (1979) 272;
T. Barnes, F. E. Close e S. Monaghan, Nucl. Phys. **B198** (1982) 380.
- [8] S. Godfrey e N. Isgur, Phys. Rev. **D32** (1985) 189.
- [9] G. Parisi e R. Petronzio, Phys. Lett. **94B** (1980) 51;
M. Anselmino e F. Murgia, Phys. Rev. **D53** (1996) 5314;
- [10] A. C. Mattingly e P. M. Stevenson, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 1320; Phys. Rev. **D49** (1994) 437.
- [11] Yu. L. Dokshitzer e B. R. Webber, Phys. Lett. **B352** (1995) 451;
Yu. L. Dokshitzer, G. Marchesini e B. R. Webber, Nucl. Phys. **B469** (1996) 93.
- [12] V. N. Gribov, Nucl. Phys. B **139**, 1 (1978).
- [13] D. Zwanziger, Nucl. Phys. **B518** (1998) 237.

- [14] A. Cucchieri e D. Zwanziger, Phys. Lett. B **524** (2002) 123.
- [15] A. C. Aguilar, A. A. Natale e P. S. Rodrigues da Silva, hep-ph/0212105, a ser impresso em Phys. Rev. Lett.
- [16] P. S. Rodrigues da Silva, *Consequências Fenomenológicas de um Propagador de Gluons com Massa Dinâmica*, tese de doutorado IFT-D.005/98.
- [17] S. Mandelstam, Phys. Rev. **D20** (1979) 3223.
- [18] A. Hauck, L. von Smekal, R. Alkofer, Comput. Phys. Commun. , **112** (1998) 149.
- [19] N. Brown e M. R. Pennington, Phys. Rev. **D38** (1988) 2266 e Phys. Rev. **D39** (1989) 2723.
- [20] R. Alkofer, A. Hauck e L. von Smekal, Phys. Rev. Lett. **79** (1979) 3591 e Comput. Phys. Commun. **112** (1998) 166.
- [21] J. C. Bloch, Phys. Rev. D **66** (2002) 034032.
- [22] J. C. Bloch, Phys. Rev. D **64** (2001) 116011 ;
D. Atkinson e J. C. Bloch, Mod. Phys. Lett. **A13** (1998) 1055.
- [23] J. M. Cornwall, Phys. Rev. **D26** (1982) 1453.
- [24] N. J. Watson, hep-ph/9912303 ;
M. Passera e K. Sasaki, Phys. Rev. **D54** (1996) 5763.
- [25] K. G. Wilson, Phys. Rev. **D10** (1974) 2445.
- [26] *Lattice gauge theories. An introduction*, H.J. Rothe, (World Scientific, Cingapura, 1997).
- [27] G. Münster e M. Walzl, hep-lat/0012005 ; R. Gupta, hep-lat/9807028 ;
M. Lüscher, hep-ph/0211220.
- [28] A. Cucchieri, Nucl. Phys. **B508** (1997) 353 ;
A. Cucchieri e T. Mendes, Phys. Rev. **D57** (1998) 3822 ;
F. D. Bonnet, P. O. Bowman, D. B. Leinweber e A. G. Williams,
Phys. Rev. **D62** (2000) 051501(R).
- [29] J. C. R. Bloch, A. Cucchieri, K. Langfeld e T. Mendes, hep-lat/0209040 ;
K. Langfeld, J. C. R. Bloch, J. Gattnar, A. Cucchieri e T. Mendes,
hep-lat/0209173.
- [30] F. D. Bonnet, P. O. Bowman, D. B. Leinweber, A. G. Williams and J. M. Zanotti, Phys. Rev. **D64**, 034501 (2001) [arXiv :hep-lat/0101013].

- [31] C. Alexandrou, Ph. de Forcrand e E. Follana, Phys. Rev. **D65** (2002) 114508 e 117502.
- [32] R. Kobes, G. Kunstatter e A. Rebhan, Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 2992 e Nucl. Phys. **B355** (1991) 1.
- [33] M. Jezabek, M. Peter e Y. Sumino, Phys. Lett. **B428** (1998) 352.
- [34] A. M. Badalian e Yu. A. Simonov, Phys. At. Nucl. **60** (1997) 630; A. M. Badalian e V. L. Morgunov, Phys. Rev. **D60** (1999) 116008; A. M. Badalian e B. L. G. Bakker, Phys. Rev. **D62** (2000) 094031.
- [35] A. M. Badalian e D. S. Kuzmenko, hep-ph/0104097.
- [36] A. C. Aguilar, A. Mihara e A. A. Natale, hep-ph/0208095.
- [37] J. G. Koerner, F. Krajewski e A. A. Pivovarov, Phys. Rev. **D63** (2000) 036001 e referências contidas nesta.
- [38] ALEPH Collaboration, Z. Phys. **C76** (1997) 15; Eur. Phys. J. **C4** (1998) 409.
- [39] G. P. Lepage e S. J. Brodsky, Phys. Rev. **D22** (1980) 2157.
- [40] E. Braaten, Phys. Rev. **D28** (1983) 524.
- [41] S. J. Brodsky, C. Ryong Ji, A. Pang e D. G. Robertson, Phys. Rev. **D57** (1998) 245.
- [42] CLEO Collaboration, Phys. Rev. **D57** (1998) 33.
- [43] M. Anselmino e F. Murgia, Phys. Rev. **D53** (1996) 5314.
- [44] M. Anselmino e F. Murgia, Phys. Rev. **D47** (1993) 3977.
- [45] V. L. Chernyak e A. R. Zhitnitsky, Phys. Rep. **112** (1984) 173.
- [46] C. R. Ji e F. Amiri, Phys. Rev. **D42** (1990) 3764;
S. J. Brodsky, C. R. Ji, A. Pang e D. G. Robertson, Phys. Rev. **D57** (1998) 245.
- [47] A. C. Aguilar, A. Mihara e A. A. Natale, Phys. Rev. **D65** (2002) 054011.
- [48] M. B. Gay Ducati e W. K. Sauter, Phys. Rev. **D67** (2003) 014014.
- [49] F. Halzen, G. Krein e A. A. Natale, Phys. Rev. **D47** (1993) 295; M. B. Gay Ducati, F. Halzen e A. A. Natale, Phys. Rev. **D48** (1993) 2324.
- [50] R. D. Field, *Applications of Perturbative QCD*, Addison-Wesley Pub. Co. , Inc. (1989).

- [51] V. L. Chernyak e I. R. Zhitnitsky, Phys. Rep. **112** (1984) 173.
- [52] E. Braaten e S. -M. Tse, Phys. Rev. **D35** (1987) 2255.
- [53] T. -W. Yeh, hep-ph/0107192, Phys. Rev. **D65** (2002) 074016.
- [54] C. J. Bebek *et al.* , Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 1525; C. J. Bebek *et al.* , Phys. Rev. **D17** (1978) 1693; S. R. Amendolia *et al.* , Nucl. Phys. **B 277** (1986) 168.
- [55] A. Donnachie e P. Landshoff, Phys. Lett. **B185** (1987) 403.
- [56] A. Donnachie e P. Landshoff, Phys. Lett. **B348** (1995) 213.
- [57] J. R. Cudell, Nucl. Phys. **B336** (1990) 1.
- [58] EMC Collaboration, Phys. Lett. **B161** (1985) 203.
- [59] LAME Collaboration, Phys. Rev. **D25** (1982) 634.
- [60] M. Lavelle, Phys. Rev. **D44** (1991) R26.
- [61] O. Philipsen, Nucl. Phys. B **628** (2002) 167 [arXiv :hep-lat/0112047].
- [62] T. Appelquist e H. D. Politzer, Phys. Rev. **D12** (1975) 1404.
- [63] G. Parisi e R. Petronzio, Phys. Lett. **94B** (1980) 51 .
- [64] M. Consoli e J. H. Field, Phys. Rev. **D49** (1994) 1293; J. H. Field, "Perturbative QCD phenomenology with massive gluons", University of Geneva Report No. UGVA-DPNC 1993/2-155 (1993) (unpublished); idem, Int. J. Mod. Phys. **A9** (1994) 3283 .
- [65] M. Consoli e J. H. Field, J. Phys. **G23** (1997) 41 .
- [66] M. L. Mangano e A. Petrelli, Phys. Lett. **B351** (1995) 445.
- [67] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, M. B. Voloshin e V. I. Zakharov, Phys. Lett. **B77** (1978) 80; A. Vainshtein, V. Zakharov e M. Shifman, JETP Lett. **27** (1978) 55; M. A. Shifman, A. I. Vainshtein e V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147** (1979) 385, 448 .
- [68] E. V. Gorbar e A. A. Natale, Phys. Rev. **D61** (2000) 054012.
- [69] E. E. Boos, M. N. Dubinin, V. A. Ilyin, A. E. Pukhov and V. I. Savrin, COMPHEP : *Specialized Package for Automatic Calculations of Elementary Particle Decays and Collisions*, SNUTP-94-116 (hep-ph/9503280).
- [70] S. Narison, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **54A** (1997) 238 .

- [71] A. Mihara e A. A. Natale, Phys. Lett. **B482** (2000) 378.
- [72] J. C. Montero, A. A. Natale and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Lett. **B406** (1997) 130 .
- [73] W. Kwong, P. B. Mackenzie, R. Rosenfeld e J. L. Rosner, Phys. Rev. **D37** (1988) 3210 .
- [74] H. C. Chiang, J. Hüfner e H. J. Pirner, Phys. Lett. **B 324** (1994) 482 .
- [75] Particle Data Group, Phys. Rev. **D45** (1992) 1 .
- [76] J. C. R. Bloch, hep-ph/0303125.

