UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA ENTRE BOBINA FIXA E IMÃ PERMANENTE FIXADO EM VIGA ENGASTADA EXCITADA POR FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA

Eduardo Abuhamad Petrocino

Bauru

2022

Eduardo Abuhamad Petrocino

INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA ENTRE BOBINA FIXA E IMÃ PERMANENTE FIXADO EM VIGA ENGASTADA EXCITADA POR FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, na Área de Concentração: Automação, Linha de Pesquisa: Mecatrônica, como parte dos requisitos necessários à obtenção de Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Coorientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset

Bauru

2022

Petrocino, Eduardo Abuhamad.
INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA ENTRE BOBINA FIXA E IMÃ PERMANENTE FIXADO EM VIGA ENGASTADA EXCITADA POR FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA / Eduardo Abuhamad Petrocino, 2022
99 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar
Coorientador: Ângelo Marcelo Tusset

Tese (Doutorado)- Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2022

1. Sistemas não ideais. 2. Dinâmica não linear. 3. Interação eletromagnética. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE EDUARDO ABUHAMAD PETROCINO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 01 dias do mês de julho do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de TESE DE DOUTORADO de EDUARDO ABUHAMAD PETROCINO, intitulada **INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA EM UMA VIGA ENGASTADA EXCITADA POR UMA FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA**. A Comissão Examinadora foi constituida pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecanica - docente voluntario / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. CLIVALDO DE OLIVEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD, Prof. Dr. EDUARDO MÁRCIO DE OLIVEIRA LOPES (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Paraná - UFPR, Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. PAULO JOSÉ PAUPITZ GONÇALVES (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP. Após a exposição pelo doutorando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final:_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Aprovada _ _ _ _ _ _ _ . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

gov.br Documento assinado digitalmente
JOSE MANOEL BALTHAZAR
Data: 02/07/2022 07:11:56-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Bauru

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO: **EDUARDO ABUHAMAD PETROCINO**

DE: **"INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA EM UMA VIGA ENGASTADA EXCITADA POR UMA FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA"**

PARA:

INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA ENTRE BOBINA FIXA E IMÃ PERMANENTE FIXADO EM VIGA ENGASTADA EXCITADA POR FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA

Bauru, 01 de julho de 2022.

gov.br Documento assinado digitalmente
JOSE MANOEL BALTHAZAR
Data: 02/07/2022 07:18:16-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Prof. Dr. Jose Manoel Balthazar
Orientador

FEB FACULDADE DE ENGENHARIA BAURU
Faculdade de Engenharia de Bauru – Pós-graduação
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01 17033-360 Bauru - SP
tel. (14) 3103-6108 spg.feb@unesp.br www.feb.unesp.br

Dedicatória...

À minha família, em especial minha esposa Rute.

Moderação na defesa da verdade é serviço
prestado à mentira.

Olavo de Carvalho

Agradecimentos

Esta longa jornada contou com o apoio direto e indireto de pessoas nas quais nunca serão esquecidas.

Primeiramente agradeço à Deus pelo tempo que me foi dado nesta terra, por ter sido presenteado pelo bom senso, força e coragem para enfrentar as dificuldades impostas nestes tempos difíceis.

Agradeço à minha família por ter tido paciência com a minha ausência necessária para me dedicar ao trabalho e estudos, minha esposa Rute, meus filhos: Norma e Fabrício e principalmente ao mais novo membro, motivo de imensa alegria e inspiração, o meu neto Lorenzo.

Agradeço ao meu amigo e orientador Prof. Dr. José Manoel Balthazar, foi uma grande honra e privilégio que eu tive na vida em tê-lo como professor e orientador.

Agradeço aos docentes da pós-graduação das engenharias elétrica e mecânica da UNESP de Bauru por ter me dado base tecnológica e conhecimento para muitas competências utilizadas neste trabalho.

Agradecimento especial ao Prof. Dr. Marcos Silveira, que além de sugerir o experimento, prontificou-se a corrigir os papers, o texto de qualificação e esta tese de doutorado com muita competência e boa vontade. Aproveito para também agradecer o Prof. Dr. Átila M. Bueno da Unesp de Sorocaba por ter avalaiado o texto da qualificação e pelas ótimas correções sugeridas.

Agradeço aos membros da equipe de pesquisa do Prof. Balthazar pela ajuda e força, principalmente ao meu co-orientador Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset.

Agradecimento ao amigo Dr. Willian M. Kuhnert por ter tido a paciência, boa vontade e gentileza em me ajudar na construção do protótipo e nos ensaios laboratoriais que possibilitou o trabalho.

Agradecimento especial ao amigo Dr. Fransber Santade, que deu o pontapé inicial à tudo isso, me ajudou nas viagens e no incentivo desde o mestrado até o término do doutorado, sem ele, com certeza, não teria chegado até aqui.

Agradeço à Dra. Simone Z. E. Panaccione por ter cuidado da minha família durante a contaminação da COVID-19, além de me ajudar com bom senso e dedicação a superar as exigências insanas e tirânicas de inoculação obrigatória de drogas experimentais impostas neste período.

Homenagem Póstuma



Durante minhas pesquisas nesta tese de doutorado, no dia 25 de maio de 2019, o Prof. Dr. Bento Rodrigues de Pontes Junior, da Faculdade de Engenharia de Bauru, nos deixou.

Sou muito grato por ter sido meu professor de Modelagem de Sistemas Mecânicos, examinador na banca de qualificação e na banca de defesa da minha dissertação de mestrado.

Resumo

PETROCINO, E. A., INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA ENTRE BOBINA FIXA E ÍMÃ PERMANENTE FIXADO EM VIGA ENGASTADA EXCITADA POR FONTE NÃO-IDEAL DE ENERGIA, Bauru: Faculdade de Engenharia, UNESP - Universidade Estadual Paulista, 2022, 99 p., Tese de Doutorado.

Esta tese de doutorado tem como alvo o estudo de um absorvedor eletromagnético em um sistema não ideal. Para isto, propõe-se uma investigação do comportamento dinâmico de uma viga engastada, com um motor de corrente contínua afixado na sua extremidade livre, tendo em seu eixo uma massa desbalanceada. Nesta mesma extremidade livre, está fixado um ímã permanente, que está imerso no interior de uma bobina fixada na base. Os ensaios experimentais são executados com a alimentação controlada do motor de corrente contínua e o monitoramento da rotação de seu eixo, aquisição de dados da aceleração da estrutura, da tensão induzida na bobina e da corrente consumida pelo motor. As sequências de testes são feitas com as condições impostas com a bobina aberta, com uma resistência e em curto-circuito. Todas estas condições são ensaiadas com a amplitude da tensão aplicada ao motor de forma crescente e decrescente. A oscilação paramétrica da viga ocorre, ao atravessar a frequência natural do sistema, aparecendo o efeito Sommerfeld. Neste contexto, os objetivos desta pesquisa são estudar a influência da interação do ímã permanente com a bobina ocorrida pela indução eletromagnética definida pela equação de força de Lorentz, e determinar, em associação, a força de amortecimento da vibração ao passar pelo efeito Sommerfeld. A metodologia baseia-se na busca de solução analítica aproximada utilizando o método da média, nas simulações computacionais pelos métodos de integração numérica de quarta-quinta ordem de Runge-Kutta com passos variáveis e tolerâncias de erros satisfatórios para processar as equações de estado que governam a dinâmica de movimento e nos dados adquiridos nos modelos experimentais obtidos por ensaios realizados em laboratório e processados por software para a exibição dos resultados. Os três métodos apresentaram resultados em consonância e o absorvedor mostrou-se eficiente em todos métodos.

Palavras-chave: sistemas não-ideais, dinâmica não-linear, interação eletromagnética.

Abstract

PETROCINO, E. A., ELECTROMAGNETIC INTERACTION BETWEEN FIXED COIL AND PERMANENT MAGNET FIXED IN CLOSED BEAM EXCITED BY NON-IDEAL SOURCE OF ENERGY, Faculty of Engineering, UNESP - São Paulo State University, 2022, 99 p., PhD. Thesis.

This thesis aims to study an electromagnetic absorber in a non-ideal system. For this, its carried out an investigation of the dynamic behavior of a cantilever beam, with a direct current motor attached to its free end, having an unbalanced mass on its axis. A permanent magnet is attached to this same free end, being then immersed inside a coil attached to the base. The experimental tests are carried out with the controlled supply of the direct current motor and the monitoring of the rotation of its axis, acquisition of data on the acceleration of the structure, the voltage induced in the coil and the current consumed by the motor. Test sequences are performed with the conditions imposed with the coil open, with a resistance and short-circuited. All these conditions are tested with the voltage amplitude applied to the motor increasing and decreasing. The parametric oscillation of the beam occurs, when crossing the natural frequency of the system, appearing the Sommerfeld effect. In this context, the objectives of this research are to study the influence of the interaction of the permanent magnet with the coil caused by electromagnetic induction defined by the Lorentz force equation, and to determine, in association, the damping force of the vibration when passing through the Sommerfeld effect. The methodology is based on the search for an approximate analytical solution using the averaging method, in computer simulations using the Runge-Kutta fourth-fifth order numerical integration methods with variable steps and satisfactory error tolerances to process the equations of state that govern the dynamics of movement and in the data acquired in the experimental models obtained by tests carried out in the laboratory and processed by software to display the results. The three methods presented consistent results and the absorber proved to be efficient in all methods.

Keywords: non-ideal systems. nonlinear dynamics. electromagnetic interaction.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

1 INTRODUÇÃO **1**

1.1 Objetivos 3

1.2 Estrutura da tese 4

1.3 Contribuições 5

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA **9**

3 MODELAGEM MATEMÁTICA **16**

3.1 Modelo físico equivalente 16

3.2 Equações Governantes de Movimento 17

3.3 Obtenção dos parâmetros utilizados 21

4 BUSCA DA SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA **23**

4.1 Movimentos estacionários 26

4.2 Estabilidade do movimento estacionário 27

4.3 Solução Analítica Aproximada do Movimento Estacionário 31

4.4 Movimentos não-estacionárioos 32

4.5 Transferência de Energia 37

5 BUSCA DA SOLUÇÃO NUMÉRICA **42**

5.1 Obtenção das equações de estado 42

5.2 Especificações do simulador 43
5.3 Resultados das simulações 43

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS 50

6.1 Procedimentos experimentais 52
6.2 Monitoramento do comportamento do motor CC 54
6.3 Monitoramento do comportamento da estrutura 58

7 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS 65

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS 70

8.1 Conclusões 70
8.2 Proposta para trabalhos futuros 72

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 73

APÊNDICES 76

A Força de origem eletromagnética 76

B Critério de Routh-Hurwitz para estado estacionário 78

ANEXOS 79

A Especificações do Acelerômetro 80

Lista de Figuras

1.1 Resumo Nodycon 2021, Resumo Icaeht 2021 6

1.2 “Explain your research in 3 minutes” 7

2.1 Método da média (a) utilizado por Kononenko para obter as soluções de problemas não ideais (b) 10

3.1 Estrutura simplificada (a) e foto do aparato experimental (b) 16

3.2 Representação do modelo físico equivalente ao primeiro modo de vibrar . 17

3.3 Curva característica do torque do motor 19

3.4 Modelo referente à uma roda subindo uma rampa com (a) sem torque resistivo e (b) com torque resistivo 19

3.5 Modelo equivalente de um motor cc com ímã permanente 20

3.6 Curva característica do torque utilizando os parâmetros construtivos do motor 20

3.7 Gráficos da curva característica do motor e da receptância da viga com a variação da resistência na bobina 22

4.1 Resposta em frequência da amplitude de deslocamento em função da frequência normalizada pela frequência natural do primeiro modo de vibrar da viga 28

4.2 Resposta em amplitude em função da frequência normalizada pela frequência naturaldo primeiro modo, registrando as condições de estabilidade com os três valores de resistências. 30

4.3 Gráficos de históricos temporais da amplitude de oscilação em função do tempo em segundos 32

4.4 Gráficos dos movimentos não estacionários com o sentido da frequência crescente em função do tempo em segundos com os três valores de resistências 34
4.5 Resposta em frequência da amplitude RMS da oscilação da estrutura em função da frequência normalizada com a frequência natural do primeiro modo de vibrar. 34
4.6 Gráficos com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos, com detalhamento do transiente 35
4.7 Gráficos dos movimentos não estacionários com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos com os três valores de resistências 36
4.8 Resposta em frequência da amplitude RMS da oscilação da estrutura em função da frequência normalizada com a frequência natural do sistema no primeiro modo de vibrar, com os três valores de resistências. 37
4.9 Transferência de potências envolvidas no sistema 37
4.10 Curva da relação de potência normalizada fornecida (N_1, N_2 e N_3), da carga (T_1), em função da frequência normalizada de rotação do eixo. . . . 38
4.11 Curva da potência total da carga em watts a ser superada em função da frequência de rotação do eixo normalizada com a frequência natural do primeiro modo, para os três valores de R 39

5.1 Apresentação da velocidade da oscilação vertical em função do tempo em segundos, com detalhe da forma de onda em um intervalo de 1 segundo . 44
5.2 Gráficos resultantes das simulações numéricas (a) velocidade, (b) deslocamento, (c) frequência e (d) corrente na bobina, todos em função do tempo em segundos, com o sentido da frequência crescente e com diversos valores de resistência 45
5.3 Amplitude eficaz do deslocamento da estrtura em função da frequência adimensional com valores de resistência de 3300 Ω, 50 kΩ e circuito-aberto e com indicação dos pontos de salto 46

5.4 Gráficos com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos, com detalhamento do transiente e da forma de onda (a) e da intermitência na frequência (b) 46
5.5 Gráficos das simulações numéricas (a) velocidade, (b) deslocamento, (c) frequência e (d) corrente na bobina, todos em função do tempo em segundos, com o sentido da frequência decrescente e com diversos valores de resistência 47
5.6 Amplitude de deslocamento eficaz (RMS) em função da frequência admensional com valores de resistência de 3300 Ω, 50 kΩ e circuito-aberto e com os pontos de salto indicados 48

6.1 Detalhe da extremidade livre da viga 51
6.2 Foto do sistema (a) lateral e (b) frontal 51
6.3 Bancada de ensaios 52
6.4 Vibração da viga no primeiro modo e indicação da indução da corrente na bobina 53
6.5 Acelerômetro utilizado no experimento 53
6.6 Monitoramento da velocidade de rotação do motor 54
6.7 Monitoramento da tensão, corrente e potência do motor 55
6.8 Monitoramento da tensão e corrente do motor em função do tempo em segundos, realizados para a tensão partindo do repouso até o máximo valor em (a) e (b), e partindo do máximo valor até o repouso em (c) e (d) 57
6.9 Monitoramento da potência elétrica do motor em função da frequência . 57
6.10 Aceleração em função do tempo em segundos, com detalhamento da forma de onda 58
6.11 Monitoramento do comportamento da estrutura com a tensão crescente e com a variação de resistências em função do tempo em segundos 59
6.12 Resposta em frequência da amplitude da aceleração RMS para a tensão aplicada ao motor no sentido crescente 60
6.13 Detalhes do transiente na amplitude com a tensão aplicada ao motor decrescente em função do tempo em segundos 61

6.14 Monitoramento do comportamento da estrutura com a tensão decrescente e com a variação de resistências em função do tempo em segundos 62
6.15 Resposta em frequência da amplitude da aceleração RMS para a tensão aplicada ao motor no sentido decrescente 62

7.1 Comparativos de resultados obtidos de amplitude (a) e frequência (b) em função do tempo e do deslocamento eficaz em função da frequência admensional (c), entre as soluções analíticas, numéricas e experimental, para o sentido da frequência crescente. 67
7.2 Comparativos de resultados obtidos de amplitude (a) e frequência (b) em função do tempo e do deslocamento eficaz em função da frequência admensional (c), entre as soluções analíticas, numéricas e experimental, para o sentido da frequência decrescente. 69

Lista de Tabelas

3.1 Parâmetros da viga com o motor e ímã 21
3.2 Parâmetros do motor e do circuito eletromagnético 22

6.1 Valores de aceleração, tensão e corrente no momento do salto com a tensão crescente para as três situações do circuito eletromagnético 61
6.2 Valores de aceleração, tensão e corrente no momento do salto com a tensão decrescente para as três situações do circuito eletromagnético 63

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Símbolos	Descrição
Símbolos latinos	
a	amplitude estacionária de oscilação
A	amplitude de oscilação
B	módulo de indução magnética
b	largura da viga
c	coeficiente de amortecimento
e	força eletromotriz induzida
E	módulo de Young
h	espessura da viga
I	intensidade de corrente elétrica
k	rigidez ou constante da mola do primeiro modo
k_t	constante do motor
J_0	momento de inércia
l	comprimento da viga
ℓ	comprimento da bobina
L	indutância da bobina
m	massa equivalente do desbalanceamento
m_i	massa do ímã
m_m	massa do motor
M	massa equivalente da estrutura do primeiro modo
Q	carga elétrica
I	corrente elétrica
r	distância do desbalanceamento
R	resistência total da bobina
R_a	resitência da armadura do motor
R_c	resistência ôhmica do fio da bobina
R_e	resistência externa aplicada na bobina

S	área de secção transversal da viga
t	tempo
T	energia cinética
U	energia potencial
V	tensão elétrica
v_a	tensão da armadura do motor
x	posição vertical da estrutura

Símbolos gregos

β	parâmetro de transdutância do circuito eletromagnético
ϵ	pequeno parâmetro pertubativo
φ	posição angular do eixo do motor
θ	velocidade de rotação do eixo do motor
Φ	pequena função periódica
ω	frequência natural da estrutura
Ω	velocidade estacionária do eixo do motor
ρ	densidade da viga
Ξ	fase angular do eixo do motor com a horizontal
ξ	fase angular estacionária do eixo do motor

Abreviaturas e Siglas

FEM	Força eletromotriz
RMS	Root mean square (Média quadrática)
USB	Universal serial bus

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O estudo de sistemas dinâmicos excitados por uma fonte de energia limitada, que sofre influência de oscilações da estrutura vem emergindo nos ramos das engenharias a fim de que se possa entender melhor estes fenômenos e obter as soluções para minimizá-los ou utilizá-los para um determinado fim. Este conjunto de fonte de energia com potência limitada influenciada pelas vibrações da estrutura é denominado de sistema não-ideal de energia (KONONENKO, 1969). Estas influências da estrutura estão ligadas às vibrações que a fonte provoca ao promover uma rotação próxima, até atravessar às frequências naturais do conjunto, aumentando significativamente as amplitudes de oscilações da estrutura, podendo levar o sistema ao colapso. Um exemplo bem característico de um sistema não ideal é a utilização de máquinas rotativas que possuem ou adquirem um desbalanceamento em seu eixo, estando o corpo do motor acoplado a uma estrutura flexível. Na engenharia, pode-se citar exemplos como uma turbina que pode estar localizada em asas de aeronaves ou em geradores eólicos sobre torres muito altas, um robô dotado de partes flexíveis e com articulações, uma perfuratriz, um pulverizador, uma grua, um pórtico com guindaste, um elevador, entre outros (GONÇALVES *et al.*, 2014; GONÇALVES; SILVEIRA, 2017).

Uma estrutura é considerada flexível quando suas mudanças na forma são suficientes para se dizer que não é um corpo rígido, ou seja, suas mudanças na forma não são desprezíveis comparadas com as mudanças da posição do corpo como um todo (MERIAM; KRAIGE, 2009). Estruturas flexíveis são passíves de várias tipos de oscilações, sendo estes sistemas são estudados com vibração livre, com excitação harmônica e com outros tipos

de excitação forçada em (RAO, 2009), (CRAIG, 1981), (JR; TIMOSHENKO; YOUNG, 1990), (MEIROVITCH, 2010) com abundâncias em modelagens e exemplos.

A estrutura com uma grande simplicidade para a construção de um protótipo e análises é uma viga com uma extremidade engastada e a outra extremidade livre (KONONENKO, 1969; FELIX; BALTHAZAR, 2009; GONÇALVES *et al.*, 2014; CVETICANIN; ZUKOVIC; BALTHAZAR, 2018), pois os componentes são fáceis de se obter, bem como não se necessita de projetos complexos nem de motores especiais para atingir a ressonância do sistema. Esta configuração possui seus modos já amplamente estudados e explorados, com muito material disponível em acervos digitais e bibliotecas.

Ao acoplar um motor de potência limitada com um desbalanceamento em seu eixo na extremidade livre de tal viga, obtém-se um sistema de uma fonte não-ideal de energia, em que, os efeitos desejados para o estudo irão ocorrer de forma previsível. Certamente que estes efeitos dependem de alguns parâmetros adequados obtê-los, como a capacidade de torque e a rotação do motor, o comprimento e a espessura da viga, e o tamanho do desbalanceamento. Este conjunto pode ser representado por um sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade ao se estudar o primeiro modo de vibração. Normalmente modela-se este sistema obtendo as equações de movimento por métodos da física clássica, como a segunda lei do movimento de Newton com o princípio de D'Alembert, ou pela mecânica lagrangeana, que utiliza equações de energia para obter o lagrangeano e, então, obtém-se as equações de interesse.

O desbalanceamento do eixo do motor funciona como uma excitação periódica aproximadamente senoidal na estrutura flexível, caso seja um motor elétrico de corrente contínua, sua rotação é facilmente controlada com variações de tensão na armadura, desta forma, o motor transfere os movimentos oscilatórios para a estrutura. À medida em que se varia o reostato e aumenta-se a tensão na armadura do motor, a velocidade de sua rotação aumenta, transferindo esse aumento de frequência para a vibração da estrutura, e ao aproximar da frequência natural do sistema, esta transferência de energia sofre alterações comportamentais, a rotação do eixo fica quase estagnada e o aumento da amplitude da tensão aumenta de forma mais severa a amplitude de vibração da estrutura. Este fenômeno de captura pela ressonância da frequência de rotação do eixo com a frequência natural da estrutura foi estudado experimentalmente por Sommerfeld

em 1904, cujo fenômeno foi denominado efeito Sommerfeld, em sua homenagem. Depois o estudo deste efeito foi aprofundado por Kononenko em 1963. As oscilações da estrutura, que é acoplada parcialmente como carga resistiva da fonte de energia, influenciam o funcionamento do motor, pois este último tem potência insuficiente para escapar da captura, caracterizando uma fonte de energia não-ideal.

As vibrações da estrutura podem ser reaproveitadas para gerar energia através de componente piezoelétrico ou através de ímã permanente para a geração de um campo magnético variável, utilizando bobina ou solenóide para sofrer a indução de uma corrente elétrica (ILIUK *et al.*, 2013; ROCHA *et al.*, 2021). Essa energia pode ser aproveitada para diversos fins, inclusive como amortecimento passivo para a própria vibração da estrutura (KUHNERT, 2020; FELIX; BALTHAZAR, 2009). Neste contexto, é adicionando na extremidade livre da viga um ímã permanente, que vibrará junto com a estrutura, proporcionando um campo magnético variável em um intervalo de espaço. Se este intervalo estiver próximo a uma bobina, será induzido nela uma força eletromotriz, que irá se opor à essa variação, fenômeno conhecido como Lei de Lenz (JR; BUCK, 2013; TIPLER; MOSCA, 2000). A interação de forças magnéticas irá proporcionar um amortecimento que reduzirá a oscilação da estrutura, assim, o controle da corrente elétrica na bobina pode permitir maior ou menor amortecimento da estrutura, caso este controle seja feito por uma resistência pura colocada na bobina, sendo o amortecimento aplicável para qualquer frequência natural. Caso seja um circuito RLC (resistência, indutância e capacitância), pode-se sintonizar a frequência desejada para o amortecimento no valor da frequência de ressonância do circuito, onde as reatâncias se anulam. Outros estudos podem ser feitos para se aproveitar estas vibrações para gerar energia elétrica nos terminais da bobina com a finalidade de armazenamento em acumuladores de energia, sendo necessários, para isto, um circuito retificador e um circuito limitador de corrente.

1.1 Objetivos

Visando estudar um sistema equivalente de muitas aplicações utilizadas na indústria com maquinas rotativas em estruturas flexíveis, os objetivos desta tese de doutorado são:

1. Desenvolver um modelo matemático das equações de movimento de um sistema composto por uma viga engastada com uma fonte não-ideal de energia acoplada e um conjunto de componentes eletromagnéticos para influenciar o comportamento dinâmico deste sistema.

2. Obter uma solução analítica aproximada para estas equações de movimento, com variações de parâmetros do circuito eletromagnético.

3. Realizar simulações numéricas através de integrações numéricas das equações de estado obtidas a partir das equações de movimento.

4. Construir um protótipo, realizar ensaios laboratoriais com a aquisição de sinais por sensores, a saber, acelerômetros, medidor de frequência e medidor de tensão, processar os dados e obter as curvas em função do tempo, ou em função da tensão aplicada ao motor, de forma a analisar a influência das interações eletromagnéticas de modo próximo à região de captura da frequência de ressonância.

5. De posse das soluções obtidas: analítica aproximada, numérica e experimental, realizar um comparativo entre as três formas de soluções para observar se há um padrão para validação dos resultados, verificar se as alterações do fator de amortecimento são correspondentes entre as soluções e analisar possíveis discrepâncias.

1.2 Estrutura da tese

A tese está estruturada em 8 capítulos, a saber:

Capítulo 1: tem-se a 1ntrodução, na qual são expostos ideia geral do trabalho, os objetivos e a estrutura do texto.

Capítulo 2: traz a Revisão Bibliográfica, cujo conteúdos foram responsáveis para o embasamento teórico deste trabalho. Neste capítulo é possível entender algumas particularidades do comportamento dinâmico de uma viga, fundamentos básicos de eletromagnetismo, interações de forças de origem magnéticas e eletromagnéticas e alguns estudos feitos com fonte de energia com potência limitada em sistemas não-ideais.

Capítulo 3: apresenta a Modelagem Matemática da estrutura investigada, partindo de um modelo equivalente, obtendo as equações de energia e finalizando com as equações de movimento.

Capítulo 4: trata da Busca da Solução Analítica Aproximada para o sistema em questão, sendo desenvolvida pelo método da média, onde consegue-se obter as equações dos movimentos estacionários e não estacionários, os pontos de equilíbrio e as relações de potência.

Capítulo 5: encontram-se as Buscas das Soluções Numéricas computacionais, com os principais gráficos que demonstram o comportamento da viga e a atuação do elemento eletromagnético externo.

Capítulo 6: possui o procedimento de testes e os dados obtidos dos Resultados Experimentais.

Capítulo 7: refere-se às comparações entre os métodos de obtenção das soluções.

Capítulo 8: traz as conclusões do trabalho, as contribuições e as propostas para futuras pesquisas sobre o tema.

Referências Bibliográficas

Apêndice A: possui informações sobre forças de origem eletromagnética, resultado de interações entre cargas elétricas e campos magnéticos, bobinas e força eletromotriz induzida.

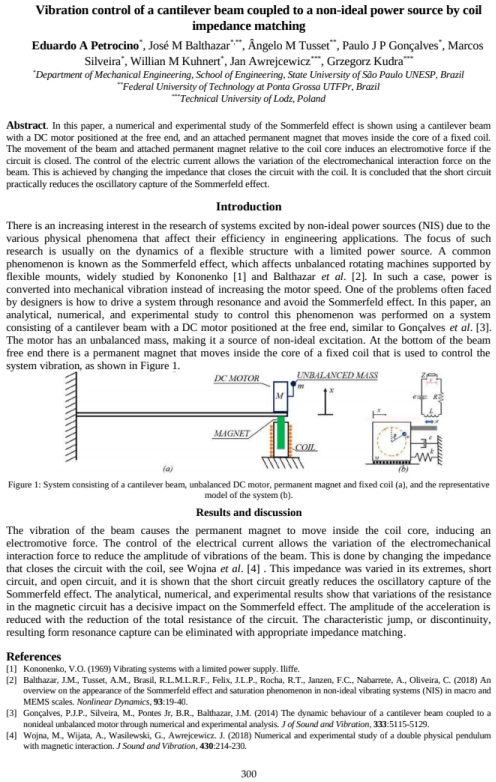
Apêndice B: demonstra o critério de Routh-Hurwitz para estado estacionário, com a obtenção da matriz e dos determinantes de Hurwitz.

Anexo A: traz as especificações do acelerômetro utilizado nos experimentos.

1.3 Contribuições

As contribuições desta tese de doutorado foram feitas a partir de dados dos elementos que compõem a estrutura e de dados obtidos nos ensaios laboratoriais, sendo, portanto, um trabalho original. Reunem-se aqui três diferentes formas de obtenção de soluções de um sistema dinâmico com excitação de um motor com energia limitada, a saber, solução analítica aproximada, solução por simulações numéricas e solução por resultados obtidos experimentalmente. Desta forma, contribui-se para o desenvolvimento de pesquisas no segmento de sistemas não ideais. O sistema de amortecimento passivo utilizado nesta tese de doutorado, demonstra a forma com que o efeito Sommerfeld pode ser reduzido proporcionalmente à sua magnitude. A atuação do absorvedor eletromagnético

contribui para as engenharias uma solução simples de se obter um controle passivo para atuar nos instantes de aumento das amplitudes de vibrações. Como resultados dessas contribuições, os seguintes trabalhos foram feitos:



Vibration control of a cantilever beam coupled to a non-ideal power source by coil impedance matching

Eduardo A Petrocino[*], José M Balthazar[*,**], Ângelo M Tusset[**], Paulo J P Gonçalves[*], Marcos Silveira[*], Willian M Kuhnert[*], Jan Awrejcewicz[***], Grzegorz Kudra[***]
[*]*Department of Mechanical Engineering, School of Engineering, State University of São Paulo UNESP, Brazil*
[**]*Federal University of Technology at Ponta Grossa UTFPr, Brazil*
[***]*Technical University of Lodz, Poland*

Abstract. In this paper, a numerical and experimental study of the Sommerfeld effect is shown using a cantilever beam with a DC motor positioned at the free end, and an attached permanent magnet that moves inside the core of a fixed coil. The movement of the beam and attached permanent magnet relative to the coil core induces an electromotive force if the circuit is closed. The control of the electric current allows the variation of the electromechanical interaction force on the beam. This is achieved by changing the impedance that closes the circuit with the coil. It is concluded that the short circuit practically reduces the oscillatory capture of the Sommerfeld effect.

Introduction

There is an increasing interest in the research of systems excited by non-ideal power sources (NIS) due to the various physical phenomena that affect their efficiency in engineering applications. The focus of such research is usually on the dynamics of a flexible structure with a limited power source. A common phenomenon is known as the Sommerfeld effect, which affects unbalanced rotating machines supported by flexible mounts, widely studied by Kononenko [1] and Balthazar *et al*. [2]. In such a case, power is converted into mechanical vibration instead of increasing the motor speed. One of the problems often faced by designers is how to drive a system through resonance and avoid the Sommerfeld effect. In this paper, an analytical, numerical, and experimental study to control this phenomenon was performed on a system consisting of a cantilever beam with a DC motor positioned at the free end, similar to Gonçalves *et al*. [3]. The motor has an unbalanced mass, making it a source of non-ideal excitation. At the bottom of the beam free end there is a permanent magnet that moves inside the core of a fixed coil that is used to control the system vibration, as shown in Figure 1.

Figure 1: System consisting of a cantilever beam, unbalanced DC motor, permanent magnet and fixed coil (a), and the representative model of the system (b).

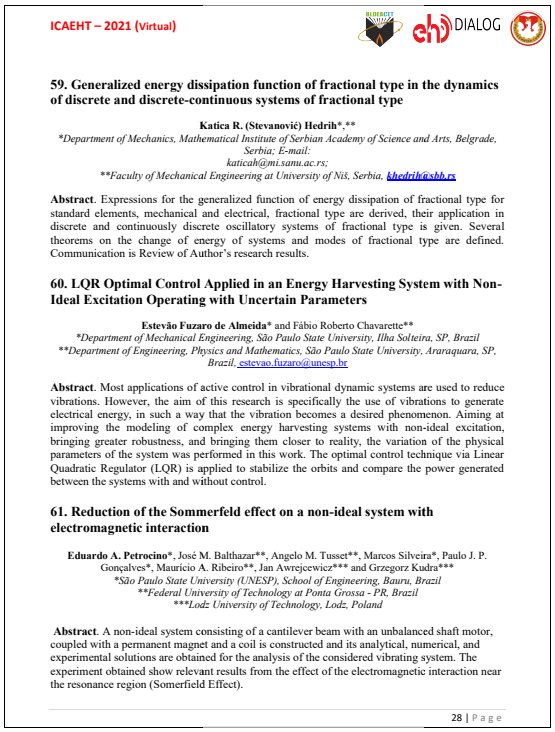
Results and discussion

The vibration of the beam causes the permanent magnet to move inside the coil core, inducing an electromotive force. The control of the electrical current allows the variation of the electromechanical interaction force to reduce the amplitude of vibrations of the beam. This is done by changing the impedance that closes the circuit with the coil, see Wojna *et al*. [4] . This impedance was varied in its extremes, short circuit, and open circuit, and it is shown that the short circuit greatly reduces the oscillatory capture of the Sommerfeld effect. The analytical, numerical, and experimental results show that variations of the resistance in the magnetic circuit has a decisive impact on the Sommerfeld effect. The amplitude of the acceleration is reduced with the reduction of the total resistance of the circuit. The characteristic jump, or discontinuity, resulting form resonance capture can be eliminated with appropriate impedance matching.

References

[1] Kononenko, V.O. (1969) Vibrating systems with a limited power supply. Iliffe.
[2] Balthazar, J.M., Tusset, A.M., Brasil, R.L.M.L.R.F., Felix, J.L.P., Rocha, R.T., Janzen, F.C., Nabarrete, A., Oliveira, C. (2018) An overview on the appearance of the Sommerfeld effect and saturation phenomenon in non-ideal vibrating systems (NIS) in macro and MEMS scales. *Nonlinear Dynamics*, **93**:19-40.
[3] Gonçalves, P.J.P., Silveira, M., Pontes Jr, B.R., Balthazar, J.M. (2014) The dynamic behaviour of a cantilever beam coupled to a nonideal unbalanced motor through numerical and experimental analysis. *J of Sound and Vibration*, **333**:5115-5129.
[4] Wojna, M., Wijata, A., Wasilewski, G., Awrejcewicz. J. (2018) Numerical and experimental study of a double physical pendulum with magnetic interaction. *J Sound and Vibration*, **430**:214-230.

(a)



ICAEHT – 2021 (Virtual)

59. Generalized energy dissipation function of fractional type in the dynamics of discrete and discrete-continuous systems of fractional type

Katica R. (Stevanović) Hedrih*,**
*Department of Mechanics, Mathematical Institute of Serbian Academy of Science and Arts, Belgrade, Serbia; E-mail: katicah@mi.sanu.ac.rs;
**Faculty of Mechanical Engineering at University of Niš, Serbia, khedrih@sbb.rs

Abstract. Expressions for the generalized function of energy dissipation of fractional type for standard elements, mechanical and electrical, fractional type are derived, their application in discrete and continuously discrete oscillatory systems of fractional type is given. Several theorems on the change of energy of systems and modes of fractional type are defined. Communication is Review of Author's research results.

60. LQR Optimal Control Applied in an Energy Harvesting System with Non-Ideal Excitation Operating with Uncertain Parameters

Estevão Fuzaro de Almeida* and Fábio Roberto Chavarette**
*Department of Mechanical Engineering, São Paulo State University, Ilha Solteira, SP, Brazil
**Department of Engineering, Physics and Mathematics, São Paulo State University, Araraquara, SP, Brazil, estevao.fuzaro@unesp.br

Abstract. Most applications of active control in vibrational dynamic systems are used to reduce vibrations. However, the aim of this research is specifically the use of vibrations to generate electrical energy, in such a way that the vibration becomes a desired phenomenon. Aiming at improving the modeling of complex energy harvesting systems with non-ideal excitation, bringing greater robustness, and bringing them closer to reality, the variation of the physical parameters of the system was performed in this work. The optimal control technique via Linear Quadratic Regulator (LQR) is applied to stabilize the orbits and compare the power generated between the systems with and without control.

61. Reduction of the Sommerfeld effect on a non-ideal system with electromagnetic interaction

Eduardo A. Petrocino*, José M. Balthazar**, Angelo M. Tusset**, Marcos Silveira*, Paulo J. P. Gonçalves*, Mauricio A. Ribeiro**, Jan Awrejcewicz*** and Grzegorz Kudra***
*São Paulo State University (UNESP), School of Engineering, Bauru, Brazil
**Federal University of Technology at Ponta Grossa - PR, Brazil
***Lodz University of Technology, Lodz, Poland

Abstract. A non-ideal system consisting of a cantilever beam with an unbalanced shaft motor, coupled with a permanent magnet and a coil is constructed and its analytical, numerical, and experimental solutions are obtained for the analysis of the considered vibrating system. The experiment obtained show relevant results from the effect of the electromagnetic interaction near the resonance region (Somerfield Effect).

(b)

Figura 1.1: Resumo Nodycon 2021, Resumo Icaeht 2021

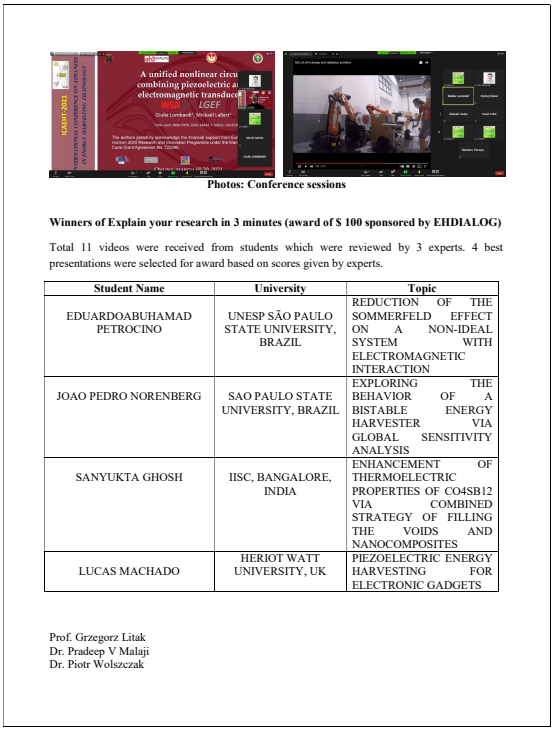
1.3.1 Resumos publicados em eventos internacionais

Petrocino, E.A, Balthazar, J. M., Tusset, A. M.,Gonçalves, P.J.P.,Silveira, M., Kuhnert, W., Kudra G., Awrejcewicz, J. **Vibration Control of a Cantilever Beam Coupled to a Non-ideal Power Source by Coil Impedance Matching**, Nodycon 2021, Roma, Italy, February/2021, "Book of Abstracts", pag 300. Figura 1.1a

Petrocino, E.A, Balthazar, J. M., Tusset, A. M., Silveira, M., Gonçalves, P.J.P.,Ribeiro, M.A., Awrejcewicz, J., Kudra G. **Reduction of the Sommerfeld Effect on a Non-ideal System with Electromagnetic Interaction**, ICAEHT 2021, Vijayapur, India, March/2021, "Book of Abstracts", pag 28. Figura 1.1b

1.3.2 Prêmios recebidos

Vencedor do prêmio "Explain your research in 3 minutes"patrocinado por EHDIALOG, durante a conferência virtual Indo-Polish International Conference on Advances in Energy Harvesting Technology - ICAEHT 2021 de 18-20 de março de 2021 com o tema: **Reduction of the Sommerfeld Effect on a Non-ideal System with Electromagnetic Interaction**, "Book of Abstracts", pag 6. Figura 1.2



Photos: Conference sessions

Winners of Explain your research in 3 minutes (award of $ 100 sponsored by EHDIALOG)

Total 11 videos were received from students which were reviewed by 3 experts. 4 best presentations were selected for award based on scores given by experts.

Student Name	University	Topic
EDUARDOABUHAMAD PETROCINO	UNESP SÃO PAULO STATE UNIVERSITY, BRAZIL	REDUCTION OF THE SOMMERFELD EFFECT ON A NON-IDEAL SYSTEM WITH ELECTROMAGNETIC INTERACTION
JOAO PEDRO NORENBERG	SAO PAULO STATE UNIVERSITY, BRAZIL	EXPLORING THE BEHAVIOR OF A BISTABLE ENERGY HARVESTER VIA GLOBAL SENSITIVITY ANALYSIS
SANYUKTA GHOSH	IISC, BANGALORE, INDIA	ENHANCEMENT OF THERMOELECTRIC PROPERTIES OF CO4SB12 VIA COMBINED STRATEGY OF FILLING THE VOIDS AND NANOCOMPOSITES
LUCAS MACHADO	HERIOT WATT UNIVERSITY, UK	PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTING FOR ELECTRONIC GADGETS

Prof. Grzegorz Litak
Dr. Pradeep V Malaji
Dr. Piotr Wolszczak

Figura 1.2: “Explain your research in 3 minutes”

1.3.3 Capítulo de livro

Petrocino, E. A. et al. (2022). **Vibration Control of a Cantilever Beam Coupled to a Non-ideal Power Source by Coil Impedance Matching**. In: Lacarbonara, W., Balachandran, B., Leamy, M.J., Ma, J., Tenreiro Machado, J.A., Stepan, G. (eds) Advances in Nonlinear Dynamics. NODYCON Conference Proceedings Series. Springer, Cham.<https://doi.org/10.1007/978-3-030-81166-2_20>. ISBN 978-3-030-81165-5, ISBN 978-3-030-81166-2 (eBook)

1.3.4 Artigo submetido aceito

Petrocino, E. A. et al. (2022). **Dynamic analysis of an electromagnetic vibration absorber in a non-ideal system**. Meccanica - An International Journal of Theoretical and Applied Mechanics AIMETA. Manuscrito número MECC-D-22-00334

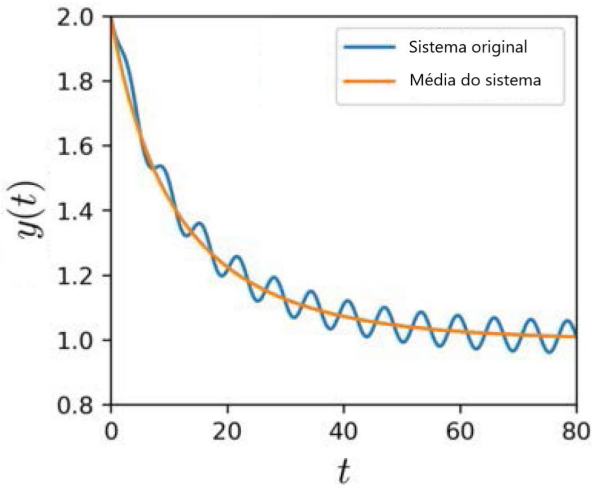
Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

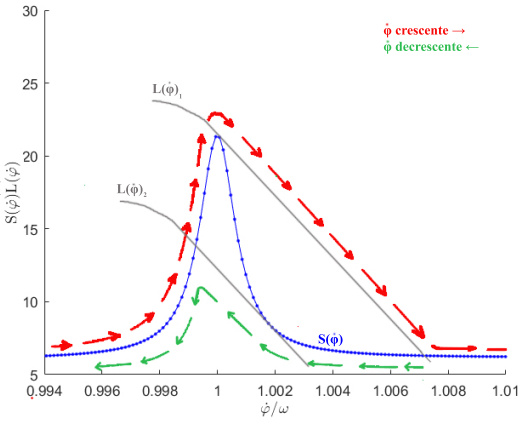
Para a elaboração deste trabalho, se fez necessário consultas à bases obtidas de diversas fontes de informação como livros, periódicos, artigos e anais de congressos na área de sistemas dinâmicos não lineares, sistemas não ideais, sistemas com geração e amortecimento por indução magnética e bases tecnológicas similares, com isso, as fontes de referências ficam dispersas ao longo do texto. Um dos primeiros trabalhos que envolvem sistemas não ideais publicado foi da turbina de estágio-único contruída pelo engenheiro sueco Carl Gustaf Patrik de Laval em 1889, relatado em (BALTHAZAR *et al.*, 2003; CVETIĆANIN, 2010; BALTHAZAR *et al.*, 2018; CVETICANIN; ZUKOVIC; BALTHAZAR, 2018), na qual os engenheiros e cientistas perceberam que as vibrações da estrutura são reduzidas quando a frequência de rotação da turbina ultrapassa a frequência natural da estrutura. Neste contexto de trabalho, em 1902, o físico alemão Arnold Sommerfeld estudou os efeitos causados na passagem da frequência natural, como a captura pela ressonância e o fenômeno do salto em (SOMMERFELD, 1902). Alguns anos depois, o engenheiro ucraniano Stephen Timoshenko, um ícone da engenharia mecânica, destaque nas áreas de elasticidade e resistência dos materiais, em (TIMOSHENKO, 1937), ao reproduzir este fenômeno estudado por Sommerfeld, o classificou como complicado demais para aquele momento.

Em 1969, o engenheiro russo Viktor Olimpanovich Kononenko em (KONONENKO, 1969) fez na Ucrânia, um profundo estudo em sistemas vibratórios com uma fonte de excitação com potência limitada, obra dividida em três capítulos, sistemas oscilatórios simples, não lineares com um grau de liberdade e não lineares com diversos graus de liber-

dade, todos com uma fonte de energia não-ideal, onde fica explícito o efeito Sommerfeld e os saltos na Figura 2.1b, esta obra é extremamente relevante para esta pesquisa, pois sua base analítica norteou as soluções aproximadas e os critérios de estabilidade utilizados deste trabalho. Estas soluções aproximadas utilizaram o Método da Média (em inglês Average Method), desenvolvido por Bogolyubov e Krylov (1947), aprimorado por Mitropolsky (1965), pode-se dizer que este método é válido para funções com oscilações rápidas que sejam variadas bem lentamente, como exemplo o gráfico mostrado na Figura 2.1a, esse método, além de estar contido em (KONONENKO, 1969) está presente também nos livros (SANDERS; VERHULST; MURDOCK, 2007; SKUBOV; KHODZHAEV, 2008; NAYFEH; MOOK, 2008; BALTHAZAR, 2022).



(a) Método da média



(b) Fonte não ideal de energia e os "saltos" com a frequência crescente e decrescente

Figura 2.1: Método da média (a) utilizado por Kononenko para obter as soluções de problemas não ideais (b)

Os trabalhos realizados com sistemas não-ideais, principlamente envolvendo interações de forças de origem eletromagnética como atuadores e modificadores de comportamento dinâmico é de certa forma recente, vários destes contribuiram para o desenvolvimento desta pesquisa, sendo citados e descritos de forma sucinta neste capítulo.

Uma análise numérica feita por (BELATO *et al.*, 2001) de um pêndulo excitado parametricamente por um pivô deslizante na horizontal, este pivô é movido por um sistema biela-manivela acoplado a um motor de corrente contínua. Fenômenos não-lineares, atrator caótico e um salto, fenômeno típico em fontes com potência limitada, ficaram evidentes, contribuindo com a familiaridade destes fenômenos, o parâmetro de controle é variado obtendo várias respostas em estados transitórios e em regime permanente e

uma análise detalhada da resposta do sistema está descrita no seu desenvolvimento.

Nos trabalhos (WARMINSKI; BALTHAZAR, 2003; ZUKOVIC; HAJRADINOVIC; KOVACIC, 2021), os autores realizam estudos de ambos sistemas: ideais e não-ideais auto-excitáveis parametricamente, o segundo em especial utilizando manivela-trilho; utilizam a técnica de (KONONENKO, 1969) clássica e modelagens eletromecânicas incluídas nas análises e com simulações numéricas, obtiveram resultados de transições para o caos no primeiro e influências do sistema de impacto no segundo trabalho. Históricos temporais e respostas em frequência resultantes demonstram as diferentes opções de análises.

O estudo de um pórtico excitado por um motor elétrico foi feito em (FELIX *et al.*, 2002), o autor utilizou em sua tese a mesma técnica analítica de (KONONENKO, 1969), utilizando o método da média para obter uma solução aproximada do sistema, algum dos valores dos parâmetros utilizados na estrutura foram bem maiores, como massa do sistema, massa do desbalanceamento, distância do desbalanceamento. Seguindo a linha de excitação paramétrica por uma fonte não-ideal, (SADO; KOT, 2007) fez um estudo numérico de um pêndulo com dois graus de liberdade excitado por um motor de corrente contínua com desbalanceamento no seu eixo de rotação, os parâmetros de controle relacionado à tensão aplicada ao motor u_1 e o parâmetro da constante do motor u_2 definem a curva característica do torque resultante $G(\dot{\varphi}) = L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi})$, que é a diferença entre o torque de acionamento com o torque de carga, resultou em muitos tipos de vibrações periódicas e respostas caóticas irregulares caracterizados por históricos temporais, densidades espectrais de potência, mapas de Poincaré e expoentes de Lyapunov.

Um estudo que teve uma boa contribuição ao trabalho desta tese é o de (FELIX; BALTHAZAR, 2009), uma viga engastada com um motor afixado na parte superior e um ímã na parte inferior da extremidade livre, na qual denominou "Linear Electromechanical Vibration Absorber - LEVA", feito o modelamento matemático e as simulações numéricas, os efeitos não-lineares estiveram presentes, o efeito Sommerfeld teve uma amplitude de deslocamento expressiva e duradoura, o salto é bem destacado, o atuador cumpriu seu papel de redução na amplitude de vibração.

Uma revisão de sistemas mecânicos não ideais, incluindo vários modelos de sistemas, desde os mais simples, semelhante ao desta pesquisa, até com várias fontes não ideais

em conjunto e com mais graus de liberdade, é encontrado em (CVETIĆANIN, 2010). O autor realizou diversas conclusões demonstrando as diferentes análises em diversos sistemas não ideais, dentre eles (BALTHAZAR *et al.*, 2003; NAYFEH; MOOK, 2008; ZUKOVIC; CVETICANIN, 2009).

Uma viga engastada excitada harmonicamente com atuadores eletromagnéticos foi investigado em (BELHAQ *et al.*, 2011) analiticamente com o método das múltiplas escalas, numericamente e experimentalmente no primeiro modo de vibrar, os atuadores eletromagnéticos (EMA´s) promoveram um amortecimento na dinâmica da viga, a proposta de variações da intensidade de corrente nos amortecedores e a possibilidade de sintonizar utilizando corrente constante,a atenuação das oscilações ficaram em 40% para as frequencias menores, a diferença neste trabalho será utilizar um atuador eletromagnético sem inserção de fonte de corrente elétrica, ela será gerada (ao fechar o circuito) a partir do movimento do íma permanente fixado na extremidade da viga.

O estudo de uma viga engastada com um motor cc com desbalanceamento no eixo foi utilizado por (GONÇALVES *et al.*, 2014), com simulações numéricas e experimentais, os resultados obtiveram os efeitos previstos, a captura pela ressonância, efeito Sommerfeld, o autor fez uma interessante definição de um motor de potência limitada baseada no torque de parada ("Stall") e na frequência de rotação sem carga, posteriormente, publicado em (GONÇALVES *et al.*, 2016), outro trabalho em um pórtico, com aprimoramentos e simulações de danos, simulações numéricas e ensaios experimentais resultaram em respostas do comportamento dinâmico do pórtico com modificações estruturais na posição de uma massa adicional simulando danos, a faixa em especial para observação foi o primeiro e o segundo modo de vibrar, onde ocorreram as capturas pela ressonância, o efeito Sommerfeld. A variação da posição da massa resultou em significativas mudanças no comportamento dinâmico do sistema. Estudo semelhante, porém com a solução aproximada analítica pelo método das médias é encontrado no livro (CVETICANIN; ZUKOVIC; BALTHAZAR, 2018), também com variações de massas e com torques não lineares.

Uma pesquisa sobre amortecimento de vibrações proporcionados por sistemas eletromecânicos foi realizado em (PONTES *et al.*, 2015), onde simulações numéricas descreveram o comportamento de um absorvedor de vibração em sistemas utlizando nos terminais da

bobina um circuito formado por capacitor, indutor e resistor. Foram variados os valores da resistência e capacitância, obtendo diversos valores de absorção com as variações dos componentes. Este trabalho sinaliza o comportamento do sistema desta tese em função dos valores de resistência nos terminais da bobina, concretizando a redução das amplitudes de vibração com a redução da resistência.

No trabalho (CVETICANIN; ZUKOVIC, 2015) realizaram estudo sobre um sistema não-ideal excitando um sistema não-linear. Uma melhoria no método da média realizada com a remodelagem do torque de acionamento, que não precisa ser necessariamente linear, o criério de estabilidade Routh-Hurwitz seguindo a mesma linha de (KONONENKO, 1969) foi implementado e discutiu-se os critérios para eliminação do efeito Sommerfeld, fornecendo os parâmetros necessarios para este fim.

No trabalho (BISOI; SAMANTARAY; BHATTACHARYYA, 2017), os autores descreveram o comportamento de três tipos de motores cc, íma permanente, com derivação e bobina em série e excitação de campo externa, todos com um desbalanceamento no eixo, os motores estão fixados em uma estrutura flexível com dois graus de liberdade, a partir dos parâmetros influenciados pela dinâmica do sistema, desenvolveram a solução para o controle de velocidade. Neste trabalho caracterizou-se o efeito Sommerfeld, obteve-se a relação de potência na região de ressonância, estimou-se a potência mínima para escapar da captura pela ressonância. As curvas de estado estacionário da frequência e amplitude em função da tensão da armadura são bem interessantes, demonstram com clareza as regiões afetadas pelo efeito Sommerfeld e contribuiram para o desenvolvimento da modelagem do motor nesta pesquisa.

Trabalhos envolvendo pêndulos com interações magnéticas com objetivos de transferência de energia foram desenvolvidos recentementes, em (CHUNAWALA; GHANDCHI-TEHRANI; YAN, 2016) realizaram uma pequisa de coleta de energia utilizando a oscilação paramétrica de um pêndulo duplo com bobinas de captação montada nas massas dos pêndulos. Uma parede magnetizada fornece o campo necessário para a indução da f.e.m.. O fato de ser duplo aumentou a capacidade de colheita de energia, pois o comprimento de um pêndulo simples é muito curto para implementação prática, as condições de transferência de energia dão uma idéia dos fenômenos que ocorrem em oscilações mecânicas de espiras condutoras imersos em campo magnético relativamente variável. Seguindo

no tema de duplo pêndulo, um estudo realizado em (WOJNA *et al.*, 2017) com interação magnética repulsiva realizado com excitação periodicamente forçada no primeiro pêndulo. Os autores realizaram modelagem simulações e ensaios laboratoriais, discutiram algumas discrepâncias causadas pela simplificação do modelo matemático. Na mesma linha, (WOJNA *et al.*, 2018) mostra, porém com duplo pêndulo, estudos numéricos e experimentais com interação magnética. Os resultados dos ensaios em sua maioria são coincidentes com a simulação, com destaque nos retratos de fase.

Uma revisão em sistemas vibratórios não-ideais, com ênfase no surgimento do efeito Sommerfeld feito em (BALTHAZAR *et al.*, 2018) em macroescalas e microescalas aborda assuntos já vistos, pórtico, viga engastada e sugestões emergentes de aplicações, facilitando as buscas de modelos para comparativos com os resultados deste trabalho.

O trabalho em (POLCZYŃSKI *et al.*, 2019) realizado experimentalmente com dois pêndulos, um com ímã permanente e outro com latão nas suas extremidades sob um campo magnético gerado por duas bobinas com núcleo de ar. Um modelamento com interação magnética repulsiva foi proposta e bem explorada, comparativos bem coincidentes com as simulações numéricas são expostas, nos diagramas históricos de tempo e de bifurcação, os resultados obtidos com diversas soluções, movimentos multi-peridódicos, quasi-periódicos e caóticos detectados, as variações periódicas de campo magnético nas bobinas com maior indutância também foram empregadas neste trabalho, permitindo uma análise qualitativa da resposta proporcionada pela interação de forças magnéticas.

Recentemente, em (VARANIS *et al.*, 2020) foi feito um trabalho para mostrar a dinâmica de um oscilador Duffing não-ideal com derivada de ordem fracionária, exemplificou com um motor cc com desbalanceamento no eixo, foi utilizado o método de transformada "wavelet" para detectar comportamentos caóticos com base no tempo de resposta, pode ser interessante para uma futura implementação no modelo desta pesquisa.

Em (KUHNERT *et al.*, 2020), realizou-se um estudo propondo a possibilidade de substituir um elemento amortecedor por um conjunto de ímã permanente com bobina. Incluiu no circuito eletromagnético variações de elementos reativos em conjunto com resistivos para os testes de vibração livre e forçada, obtendo as condições críticas de amortecimento e concluindo que um sistema eletromagnético possui características desejáveis que possa viabilizar a substituição de amortecedores de fluidos, com o aspecto construtivo simi-

lar a este trabalho, neste caso, acrescentado uma fonte não-ideal como excitação, foi explorado os fenômenos ocorridos pelas interações eletromagnéticas.

Um modelamento e análise de um duplo oscilador com amortecimento magnético feito com oscilações de baixa amplitude em (WITKOWSKI *et al.*, 2021) demonstra diversos fenômenos oscilantes com comportamentos não-lineares, quasi-periódicos e caóticos, o autor conclui que a inclusão de interação magnética pode ser ampliada para desenvolver sistemas que aumentem a suavidade de transporte de pessoas e mercadorias, o estudo de amortecimento oriundos de interação de força magnética observados são bem interessantes, contudo, a inclusão de um sistema de conversão eletromecânica forneceria um controle mais amplo deste amortecimento conforme fosse necessário.

Em (JIANG *et al.*, 2021) um estudo com dois motores de indução de potência limitada acoplados em uma viga apoiada foi realizado com simulações numéricas onde o efeito Sommerfeld esteve presente e foi implementada a autosincronização com as respostas em frequência analisadas em função das frequências de alimentação, demonstrando a importância da relação entre elas.

A partir dos experimentos realizados para o desenvolvimento desta tese, foi publicado um capítulo de livro Advances in Nonlinear Dynamics 2021 (PETROCINO *et al.*, 2022).

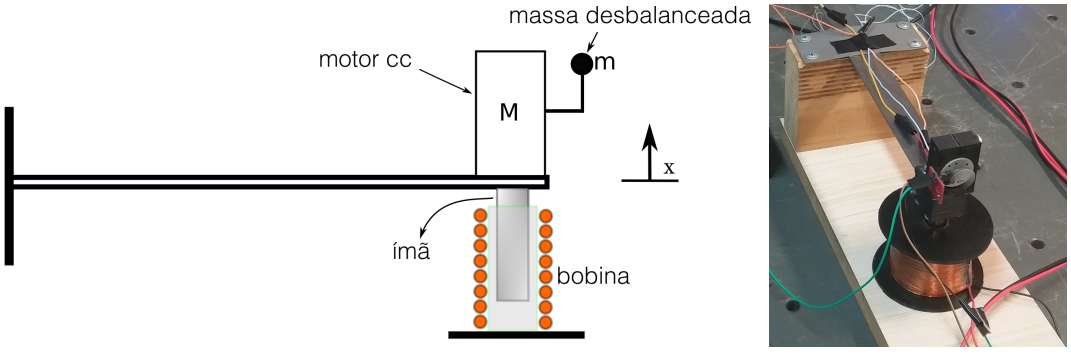
Capítulo 3

MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Modelo físico equivalente

A estrutura utilizada nesta pesquisa é composta por uma viga de aço inoxidável, uma base de madeira com um suporte de fixação para a viga, um motor de corrente contínua (cc) com uma massa assimétrica em seu eixo para promover um desbalanceamento, um ímã permanente na forma cilíndrica, um suporte para o motor e para o ímã, e uma bobina, ambos fabricado no laboratório de acústica e vibrações da Faculdade de Engenharia de Bauru <https://www.feb.unesp.br/>. Para obter os dados, foi utilizado um conjunto de monitoramento, aquisição e processamento de dados da National Instruments e controle de tensão por microcontrolador Arduino.

A viga é fixada na base em uma das extremidades, na extremidade livre, foi afixado na sua parte superior o motor cc e na sua parte inferior o ímã permanente, que ficará imerso no interior da bobina, o diagrama representativo é exibido na Figura 3.1a



(a) Representação

(b) Foto

Figura 3.1: Estrutura simplificada (a) e foto do aparato experimental (b)

Um modelo físico simplificado, considerando somente o primeiro modo de vibrar da viga, com três graus de liberdade é proposto para esta estrutura. Uma massa concentrada M em um bloco com elementos mola-amortecedor, um motor acoplado ao bloco, o eixo do motor desbalanceado é representado por uma pequena massa m à uma distância r de seu centro. O conjunto eletromagnético está representado pelo circuito com a força eletromotriz induzida e, a resistência ôhmica da bobina Rc, a resistência externa R e pela bobina ideal L acoplada ao sistema de amortecimento, conforme ilustrado na Figura 3.2 e foto do aparato na Figura 3.1b.

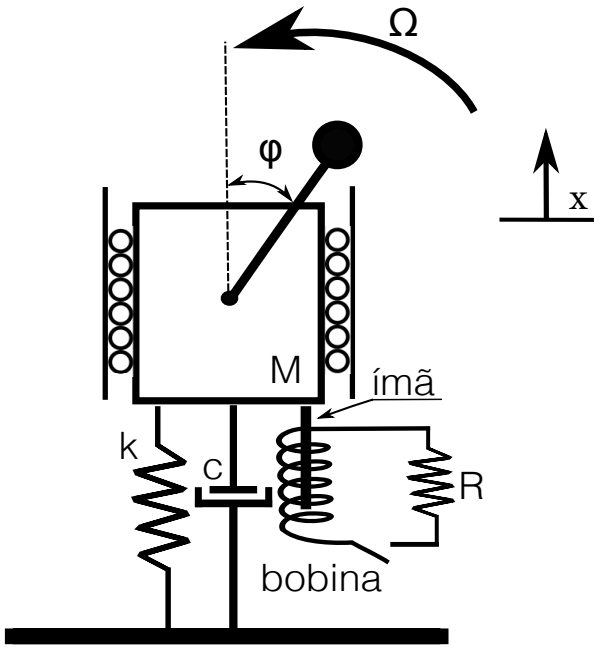


Figura 3.2: Representação do modelo físico equivalente ao primeiro modo de vibrar

3.2 Equações Governantes de Movimento

Considerando J_0 o momento de inércia do rotor, φ a posição angular da eixo, x a posição vertical do carro, r a distância da massa desbalanceada para o centro do eixo, L a indutância da bobina e $\dot{Q}$ a corrente elétrica, expressão da energia cinética T é obtida

$$T = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(J_0 + mr^2)\varphi^2 + mr\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi + \frac{1}{2}\mathsf{L}\dot{Q}^2 \tag{3.1}$$

A energia potencial U é

$$U = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}B\ell\dot{Q}x \tag{3.2}$$

onde k é a constante da mola, B é o módulo de indução magnética e ℓ é o comprimento da bobina

As equações de Lagrange possuem a forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= -c\dot{x} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} &= L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi}) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Q}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} &= -R\dot{Q} \end{aligned} \tag{3.3}$$

O termo c representa o amortecimento viscoso, os termos $L(\dot{\varphi})$ e $H(\dot{\varphi})$ representam o torque de acionamento e o torque resistivo do sistema respectivamente, são obtidos de forma experimental e o termo R representa a resistência total do circuito eletromagnético.

O Lagrangeano sendo $\mathcal{L} = T - U$, substituindo em Eq 3.3, considerando $\beta = B\ell$, $\mathfrak{M}(\dot{\varphi}) = L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi})$ e V como a diferença de potencial aplicada ao circuito eletromagnético, obtém-se as equações de movimento

$$\begin{aligned} (M+m)\ddot{x} + c\dot{x} + kx - \beta\dot{Q} &= mr(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi) \\ (J_0 + mr^2)\ddot{\varphi} &= \ddot{x}mr\sin\varphi + \mathfrak{M}(\dot{\varphi}) \\ \mathsf{L}\ddot{Q} + R\dot{Q} + \beta\dot{x} &= V \end{aligned} \tag{3.4}$$

O termo $\ddot{x}mr\sin\varphi$ representa a ação do sistema oscilatório influenciando na fonte de energia e o termo $\mathfrak{M}(\dot{\varphi})$ define a curva de torque de um motor com potência limitada. Um modelo desenvolvido em (GONÇALVES *et al.*, 2014) conforme Eq 3.5, é descrito seguindo a curva de torque do motor em função da velocidade angular, mostrada na Fig 3.3. O autor desenvolveu uma analogia de modelo para o sistema da equação do rotor vista na Eq3.4 com uma roda com um certo torque subindo uma rampa até atingir a frequência máxima (Ω_0), instante na qual o torque do motor é desligado, mostrado na Fig 3.4(a). Esta subida possui uma aceleração angular constante para sistema sem torque resistivo, o que não ocorre ao receber um torque resistivo, pois o declive da rampa já não é mais

uma reta, conforme Fig 3.4(b)

$$\mathfrak{M}(\dot{\varphi}) = M_0 \left(1 - \frac{\dot{\varphi}}{\Omega_0}\right) \tag{3.5}$$

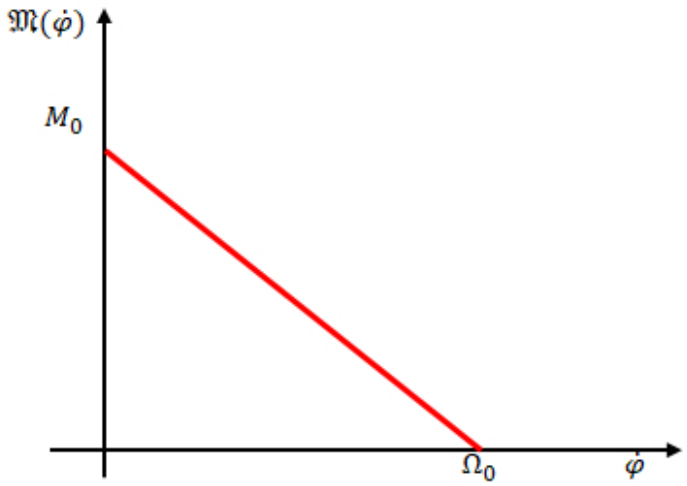


Figura 3.3: Curva característica do torque do motor

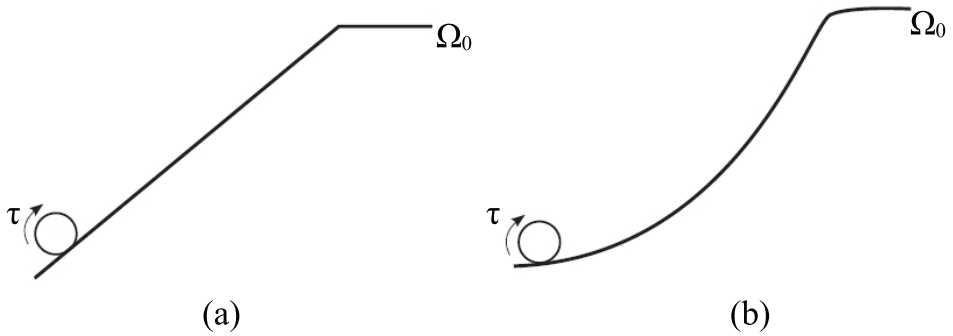


Figura 3.4: Modelo referente à uma roda subindo uma rampa com (a) sem torque resistivo e (b) com torque resistivo

Para uma análise envolvendo o modelo elétrico equivalente do motor, a constante de proporcionalidade feita por propriedades construtivas, como a quantidade de circuitos, de condutores e de pólos, define a constante do motor k_t. A tensão aplicada na armadura é v_a e a resistência da armadura é R_a, como pode ser observado na Fig 3.5.

Assim, a corrente de armadura é obtida

$$i_a = \frac{v_a - k_t \cdot \dot{\varphi}}{R_a} \tag{3.6}$$

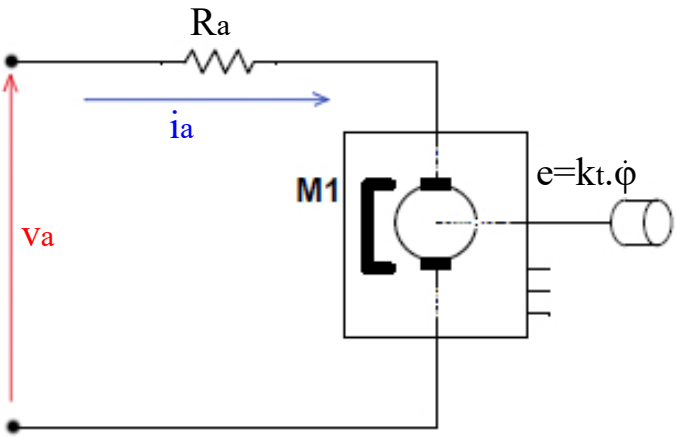


Figura 3.5: Modelo equivalente de um motor cc com ímã permanente

O torque de acionamento no eixo do motor pode ser obtido por

$$\tau = k_t \cdot i_a \tag{3.7}$$

Para a frequência nula, o torque é o máximo, conhecido como torque de bloqueio, dado por $\tau = k_t \cdot v_a / R_a$, a força eletromotriz é $e = k_t \cdot \dot{\varphi}$, caso o torque seja zero, consequentemente a frequência é a máxima, a tensão da armadura resume-se a $v_a = \dot{\varphi}_{max} \cdot k_t$. Deste modo, obtém-se a Fig 3.6.

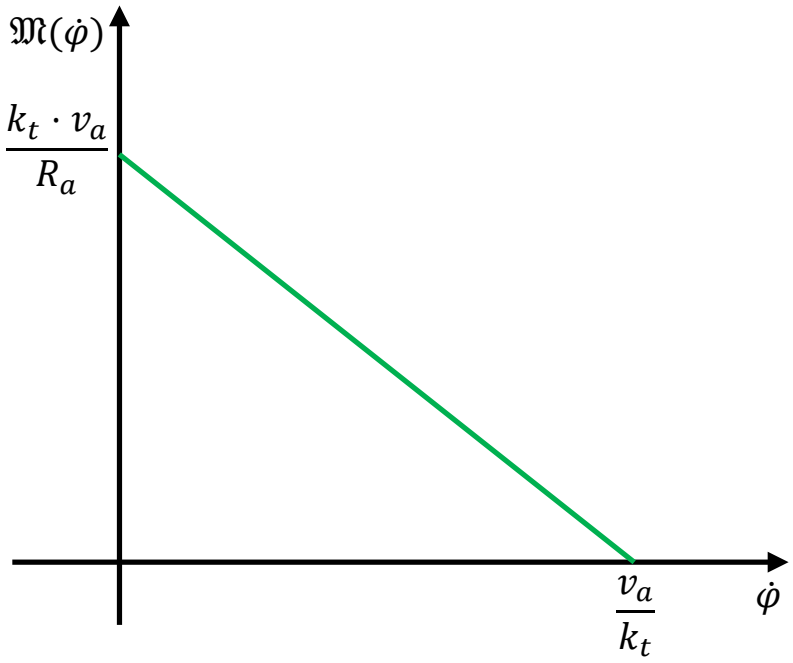


Figura 3.6: Curva característica do torque utilizando os parâmetros construtivos do motor

3.3 Obtenção dos parâmetros utilizados

Os parâmetros que são utilizados nas soluções aproximada analítica e solução numérica foram extraídos a partir dos elementos envolvidos experimentalmente, como dimensões da viga, massas da viga, do ímã, do motor e do desbalanceamento, indutância da bobina e a transdutância ocorrida entre a interação bobina-campo magnético produzido pelo ímã. Os valores da rigidez equivalente e massa equivalente para o primeiro modo de vibrar, são obtidos pelas Equações 3.8 e 3.10, assim como foi utilizado em (KUHNERT, 2020; CVETICANIN; ZUKOVIC; BALTHAZAR, 2018) com a particularidade de acréscimo da dimensão da viga e da massa do ímã permanente e da massa do motor $m_T = m_i + m_m$.

$$k_{eq} = \frac{3EI_{zz}}{l^3} \tag{3.8}$$

onde I_{zz} é o momento de inércia da seção transversal da viga, E é o módulo de Young e l, b e h são o comprimento, a largura e espessura da viga respectivamente, assim

$$I_{zz} = \frac{bh^3}{12} \tag{3.9}$$

Considerando m_T como a soma das massas do ímã e do motor, a massa equivalente m_{eq} resulta em

$$m_{eq} = \frac{33\rho Sl}{140} + \frac{3l^2 m_T}{4l^2} + m_T \tag{3.10}$$

Os valores dos parâmetros obtidos estão na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2, e serão utilizados nas simulações.

Tabela 3.1: Parâmetros da viga com o motor e ímã

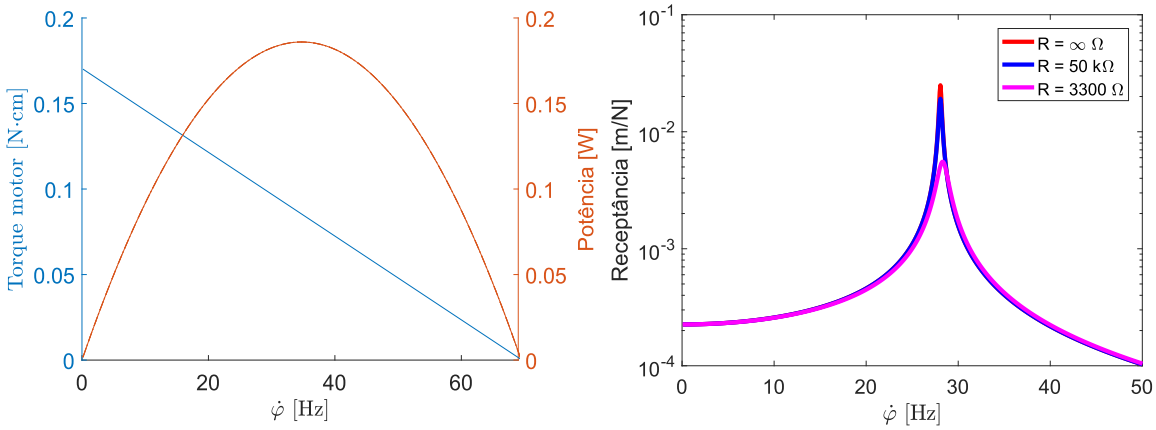
Descrição dos parâmetros	**Simbologia**	**Valor**	**Unidade**
Módulo de Young da viga	E	210×10^9	N/m
Densidade da viga	ρ	8500	kg/m^3
Largura da viga	b	25×10^{-3}	m
Espessura da viga	h	1.5×10^{-3}	m
Área de seção transversal da viga	S	3.45×10^{-5}	m^2
Comprimento da viga	l	9.9×10^{-2}	m
Massa do ímã	m_i	63.8×10^{-3}	kg
Coeficiente de amortecimento equivalente	c	0.2	Ns/m
Massa equivalente do primeiro modo	M	120.3×10^{-3}	kg
Rigidez equivalente do primeiro modo	k	3.7117×10^3	N/m

Tabela 3.2: Parâmetros do motor e do circuito eletromagnético

Descrição dos parâmetros	**Simbologia**	**Valor**	**Unidade**
Massa do motor	m_m	25.1×10^{-3}	kg
Massa do desbalanceamento do motor	m	4.8×10^{-3}	kg
Distância do desbalanceamento	r	0.02	m
Momento de Inércia	J_0	8×10^{-6}	Nm^2
Constante do motor	k_t	11.46×10^{-3}	Nm/A
Resistência da armadura	Ra	33.6	Ω
Tensão máxima na armadura	va	5	V
Parâmetro de transdutância da bobina	β	59	Wb/m
Indutância da bobina	L	10.8	H
Fonte de tensão externa na bobina	V	0	V
Resistência elétrica total na bobina	R	*variável*	Ω

A partir dos parâmetros do motor de torque de bloqueio e frequência máxima com torque nulo, fornecidos pelo fabricante, obtém-se o valor da constante do motor através de $k_t = \frac{v_a}{\dot{\varphi}_{max}}$, a resistência da armadura foi medida e calculada, apresentando valores bem próximos. A curva característica do torque e da potência em função da frequência de rotação está demonstrada na Figura 3.7a, a curva de eficiência não pode ser estimada por não constar nos dados do fabricante.

Admitindo que o dado de entrada é a força de excitação provocada pelo motor e o dado de saída é a aceleração, com os valores obtidos na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2, pode-se observar na Fig 3.7b a receptância da viga com a influência do circuito eletromagnético ao inserir uma resistência de 50 kΩ e em curto-circuito e prever como será sua resposta no primeiro modo de vibrar à essas variações.



(a) Torque de acionamento e potência no eixo

(b) Receptância

Figura 3.7: Gráficos da curva característica do motor e da receptância da viga com a variação da resistência na bobina

Capítulo 4

BUSCA DA SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA

Para se obter uma solução analítica aproximada do conjunto de Equações 3.4, reescreve-se em termos de um pequeno parâmetro ϵ (KONONENKO, 1969; NAYFEH; MOOK, 2008)

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega^2 x &= \epsilon(q_2\ddot{\varphi}\sin\varphi + q_2\dot{\varphi}^2\cos(\varphi) - h\dot{x} + q_4 g\dot{x}) \\ \ddot{\varphi} &= \epsilon(q_3\ddot{x}\sin(\varphi) + \mathfrak{M}) \\ \ddot{Q} &= \epsilon(q_7 - q_5 g\dot{x} - q_6\dot{x}) \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde

$\omega^2 = \frac{k}{m+M}$; $\epsilon q_2 = \frac{mr}{m+M}$; $\epsilon q_3 = \frac{mr}{J}$; $\epsilon h = \frac{c}{m+M}$; $\epsilon q_4 = \frac{\beta}{m+M}$; $\epsilon q_5 = \frac{R}{L_i}$; $\epsilon q_6 = \frac{\beta}{L_i}$; $\epsilon q_7 = \frac{V}{L_i}$; $\epsilon\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{M}(\dot{\varphi})}{J}$; $\dot{Q} = -\frac{\beta}{R}\dot{x}$; $g = -\frac{\beta}{R}$.

O parâmetro perturbativo ϵ na Equação 4.1, caso seja nulo, resulta-se em uma oscilação harmônica de frequência ω e $d\varphi/dt$ =constante, contudo, sendo $\epsilon \neq 0$, as oscilações serão aproximadamente harmônicas e a rotação varia muito lentamente, podendo ser considerada com frequência aproximadamente constante. A corrente não será gerada por uma tensão externa, sendo somente gerada em função das outras variáveis. Transforma-se a variável x nas novas variáveis A e Ξ e a variável φ na nova variável θ. As novas variáveis possuem variação lenta em função do tempo, A é a amplitude da oscilação, Ξ o deslocamento da fase angular entre x e a força de excitação e θ a velocidade angular

da rotação do eixo do motor, sendo assim é conveniente escrevê-las

$$x = A\cos(\varphi + \Xi); \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\varphi + \Xi); \dot{Q} = -gA\omega\sin(\varphi + \Xi); \frac{d\varphi}{dt} = \theta \tag{4.2}$$

Derivando a equação dadireita da Equação 4.2

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dA}{dt}\cos(\varphi + \Xi) - A\left(\theta - \frac{d\Xi}{dt}\right)\sin(\varphi + \Xi) \tag{4.3}$$

Igualando com a segunda equação

$$\frac{dA}{dt}\cos(\varphi + \Xi) - \frac{d\Xi}{dt}A\sin(\varphi + \Xi) = (\theta - \omega)A\sin(\varphi + \Xi) \tag{4.4}$$

Derivando a equação do meio da Equação 4.2

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{dA}{dt}\omega\sin(\varphi + \Xi) - \left(\theta + \frac{d\Xi}{dt}\right)A\omega\cos(\varphi + \Xi) \tag{4.5}$$

Adota-se $\dot{Q}$=I (corrente elétrica). Utilizando a Equação 4.5 juntamente com a Equação 4.2 para substituir na Equação 4.1 obtém-se

$$\begin{aligned}
\frac{dA}{dt}\omega\sin(\varphi + \Xi) + \frac{d\Xi}{dt}A\omega\cos(\varphi + \Xi) - A\omega(\omega - \theta)\cos(\varphi + \Xi) = \\
= \epsilon[q_2(\theta)\sin(\varphi) + q_2\theta^2\cos(\varphi) - Ah\omega\sin(\varphi + \Xi) - q_4gA\omega\sin(\varphi + \Xi)] \\
\frac{d\theta}{dt} = \epsilon\left[q_3\left(-\frac{dA}{dt}\omega\sin(\varphi + \Xi) - \left(\theta - \frac{d\Xi}{dt}\right)A\omega\cos(\varphi + \Xi)\right)\sin(\varphi) + \mathfrak{M}(\theta)\right] \\
\frac{dI}{dt} = \epsilon\left[q_7 + q_5gA\omega\sin(\varphi + \Xi) + q_6A\omega\sin(\varphi + \Xi)\right]
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Resolvendo os termos do sistema de equações 4.6 paras as derivadas $\frac{dA}{dt}$, $\frac{d\Xi}{dt}$, $\frac{d\theta}{dt}$ e $\frac{dI}{dt}$, considerando os termos de primeira ordem de ϵ, o sistema de equações na forma padrão

é obtido

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \epsilon\left[\mathfrak{M}(\theta) - q_3\theta A\omega\cos\left(\varphi+\Xi\right)\sin\left(\varphi\right)\right] \\
\frac{dA}{dt} &= -\frac{\epsilon}{\omega}\left[\left(hA\omega+\epsilon g\omega q_4 A\right)\sin\left(\varphi+\Xi\right)+q_2\cos\left(\varphi\right)\theta^2\right]\sin\left(\varphi+\Xi\right) \\
\frac{d\Xi}{dt} &= \epsilon\left\{\alpha_0 - \frac{1}{A\omega}\left[\left(\epsilon hA\omega+\epsilon g\omega q_4 A\right)\sin\left(\varphi+\Xi\right)+q_2\cos\left(\varphi\right)\theta^2\right]\cos\left(\varphi+\Xi\right)\right\} \\
\frac{dI}{dt} &= \epsilon\left[q_7 + q_5 gA\omega\sin\left(\varphi+\Xi\right)+q_6 A\omega\sin\left(\varphi+\Xi\right)\right]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

onde $\alpha_0 = \omega - \theta$. Aplica-se a pertubação com a forma $\varphi = \Omega t + \epsilon\Phi(t)$ onde $\epsilon\Phi(t)$ é uma pequena função periódica de t.

$$\theta = \Omega + \epsilon U_1(t,\Omega,a,\xi); \quad A = a + \epsilon U_2(t,\Omega,a,\xi); \quad \Xi = \xi + \epsilon U_3(t,\Omega,a,\xi) \tag{4.8}$$

Substituindo φ por Ωt nos termos de primeira ordem em ϵ, obtem-se as equações pela média dos lados direitos das Equações 4.7 que contém t explicitamente

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\epsilon}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[\mathfrak{M}(\Omega) - q_3\Omega a\omega\cos\left(\varphi+\xi\right)\sin\left(\varphi\right)\right]d\varphi \\
\frac{da}{dt} &= -\frac{\epsilon}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}\left[\left(ha\omega+g\omega q_4 a\right)\sin\left(\varphi+\xi\right)+q_2\cos\left(\varphi\right)\Omega^2\right]\sin\left(\varphi+\xi\right)d\varphi \\
\frac{d\xi}{dt} &= \epsilon\alpha - \frac{\epsilon}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{1}{a}\left[\left(ha\omega+g\omega q_4 a\right)\sin\left(\varphi+\xi\right)+q_2\cos\left(\varphi\right)\Omega^2\right]\cos\left(\varphi+\xi\right)\right\}d\varphi \\
\frac{dI}{dt} &= \frac{\epsilon}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[q_7 + q_5 ga\omega\sin\left(\varphi+\xi\right)+q_6 a\omega\sin\left(\varphi+\xi\right)\right]d\varphi
\end{aligned} \tag{4.9}$$

onde $\epsilon\alpha = \omega - \Omega$, após a média obtem-se

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega}{dt} &= \epsilon\left(\mathfrak{M}(\Omega) + \frac{1}{2}q_3\omega a\Omega\sin\left(\xi\right)\right) \\
\frac{da}{dt} &= -\frac{\epsilon}{2}\left(ha + agq_4 + \frac{q_2\Omega^2\sin\left(\xi\right)}{\omega}\right) \\
\frac{d\xi}{dt} &= \epsilon\left(\alpha - \frac{\Omega^2 q_2\cos\left(\xi\right)}{2a\omega}\right) \\
\frac{dI}{dt} &= \epsilon q_7
\end{aligned} \tag{4.10}$$

O sistema de equações 4.10 obtido após a realização da média proporciona os seguintes tópicos que serão descritos na sequência:

- Seção 4.1 demonstra a obtenção da amplitude e fase dos movimentos estacionários;
- Seção 4.2 mostra a análise de estabilidade utilizando-se a matriz de Hurwitz e aplicando-se o critério de Routh-Hurwitz;
- Seção 4.3 descreve como obter a solução aproximada de amplitude para os movimentos estacionários, determinando os valores das pequenas funções periódicas que constam na Eq 4.8 e obtendo o gráfico do histórico temporal da amplitude;
- Seção 4.4 mostra que ao adotar valores para as condições iniciais, o processo de integração dessas equações resulta nos movimentos não estacionários;
- Seção 4.5 demonstra que ao utilizar a equação 4.16 do torque resultante entre o torque de acionamento e o torque de carga, que indica a oscilação forçada, multiplicando-a pela frequência resulta na equação de potência, com este procedimento é possível determinar as curvas de potência.
- Seção 4.5 traz as considerações sobre este capítulo

4.1 Movimentos estacionários

As condições necessárias para a existência de movimentos estacionários são

$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = 0;\ \frac{da}{d\varphi} = 0;\ \frac{d\xi}{d\varphi} = 0;\ \frac{dI}{d\varphi} = 0 \tag{4.11}$$

Assim, das Equações (4.10) e (4.11) tem-se para $\Omega \neq 0$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}(\Omega) + \frac{1}{2} q_3 \omega a \Omega \sin(\xi) &= 0 \\ ha + agq_4 + \frac{q_2 \Omega^2 \sin(\xi)}{\omega} &= 0 \\ \omega - \Omega - \frac{\Omega^2 q_2 \cos(\xi)}{2a\omega} &= 0 \\ q_7 &= 0 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Substituindo as variáveis auxiliares

$$\begin{aligned}
\frac{\mathfrak{M}(\Omega)}{J} + \frac{1}{2}\frac{mr}{J}\omega a\Omega\sin(\xi) &= 0 \\
\frac{c}{m_0}a + ag\frac{\beta}{m_0} + \frac{\frac{mr}{m_0}\Omega^2\sin(\xi)}{\omega} &= 0 \\
\omega - \Omega - \frac{\Omega^2\frac{mr}{m_0}\cos(\xi)}{2a\omega} &= 0 \\
\frac{V}{L_i} &= 0
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Obtem-se então a equação da amplitude de oscilação.

$$a = \frac{\Omega^2 mr}{\omega\sqrt{4m_0^2(\omega-\Omega)^2 + (\beta g + c)^2}} \tag{4.14}$$

a expressão da fase de oscilação

$$\tan(\xi) = \frac{\beta g - c}{2m_0(\Omega - \omega)} \tag{4.15}$$

O gráfico da amplitude da oscilação (a) em função da velocidade angular do rotor (Ω) é mostrado na Figura 4.1, com diversos valores de resistência no circuito eletromagnético. e a equação da frequência de oscilação forçada.

$$L(\Omega) - H(\Omega) - \frac{a^2\omega^2(\beta g + c)}{2\Omega} = 0 \tag{4.16}$$

As variações de resistência mostradas na Figura 4.1, indicam a redução da amplitude de oscilação do estado estacionário para as resistências menores.

4.2 Estabilidade do movimento estacionário

A análise de estabilidade, será considerado o sistema de equações 4.10, estas equações são lineares com coeficientes constantes, permitindo que se utilize o critério de Routh-Hurwitz (RH). A representação será simplificada, assim como feito em (KONONENKO,

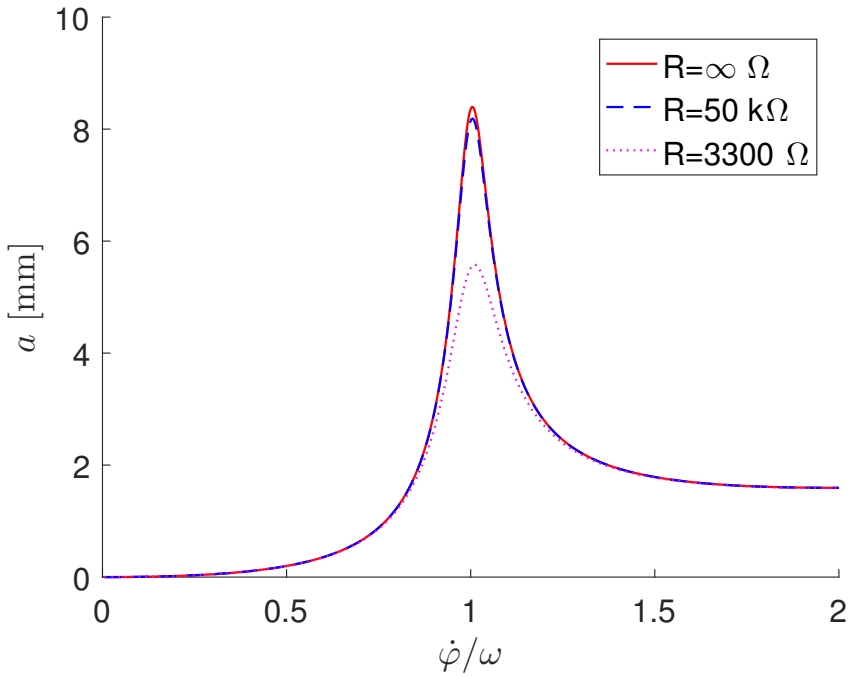


Figura 4.1: Resposta em frequência da amplitude de deslocamento em função da frequência normalizada pela frequência natural do primeiro modo de vibrar da viga

1969), considerando o termo da corrente nulo, na seguinte forma

$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = \Phi_1(\Omega, a, \xi); \quad \frac{da}{d\varphi} = \Phi_2(\Omega, a, \xi); \quad \frac{d\xi}{d\varphi} = \Phi_3(\Omega, a, \xi) \tag{4.17}$$

Onde as funções Φ_1, Φ_2 e Φ_3 representam o lado direto das Equações 4.10

$$\Omega = \Omega_c + \Omega_1, \quad a = a_c + a_1, \quad \xi = \xi_c + \xi_1 \tag{4.18}$$

onde Ω_c, a_c e ξ_c são os valores de Ω, a e ξ para o movimento estacionário, obtido pela raiz das Equações 4.13 e Ω_1, a_1 e ξ_1 são perturbações pequenas de Ω, a e ξ. Para o sistema estacionário, o ponto da derivada particular é calculada para os valores de $\Omega = \Omega_c$, $a = a_c$ e $\xi = \xi_c$.

$$\|b_{rs}\| = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial\Omega}\Phi_1(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial a}\Phi_1(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial\xi}\Phi_1(\Omega,a,\xi) \\ \frac{\partial}{\partial\Omega}\Phi_2(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial a}\Phi_2(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial\xi}\Phi_2(\Omega,a,\xi) \\ \frac{\partial}{\partial\Omega}\Phi_3(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial a}\Phi_3(\Omega,a,\xi) & \frac{\partial}{\partial\xi}\Phi_3(\Omega,a,\xi) \end{vmatrix} \tag{4.19}$$

A matriz 4.19 fornece os termos para obter os coeficientes que serão utilizados para calcular as condições necessárias e suficientes para o movimento estacionário ser estável, de acordo com a equação 4.20, característica do sistema, possuir a parte real de suas raízes negativas.

$$\lambda^3 + B_1\lambda^2 + B_2\lambda + B_3 = 0 \tag{4.20}$$

Sendo assim, os termos de b_{rs} $(r, s = 1, 2, 3)$ são obtidos das equações 4.10 que fornecem os valores estacionários de a, Ω, ξ.

$$\begin{array}{lll} b_{11} = \frac{1}{J_0}\left(N - \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a^2}{2\Omega^2}\right) & b_{12} = -\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a}{2J_0\Omega} & b_{13} = \frac{(M+m)}{J_0\Omega}\omega^2 a^2(\omega - \Omega) \\ b_{21} = \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})a}{(M+m)\Omega} & b_{22} = -\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})}{2(M+m)} & b_{23} = a(\Omega - \omega) \\ b_{31} = 1 - 2\frac{\omega}{\Omega} & b_{32} = \frac{1}{a}(\omega - \Omega) & b_{33} = -\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})}{2(M+m)} \end{array}$$

onde $N = \frac{d}{d\Omega}\left[L(\Omega) - H(\Omega)\right]$.

Assim o critério de Routh-Hurwitz é atendido pelas seguintes condições.

$$B_1 > 0, \quad B_3 > 0, \quad B_1B_2 - B_3 > 0 \tag{4.21}$$

Os coeficientes B_1, B_2 e B_3 são expressos nos termos de b_{rs} de acordo com a Eq. 4.22, obtidos pelos determinantes de Hurwitz.

$$\begin{aligned} B_1 &= -(b_{11} + b_{22} + b_{33}), \\ B_2 &= b_{11}b_{33} + b_{11}b_{22} + b_{22}b_{33} - b_{32}b_{23} - b_{12}b_{21} - b_{13}b_{31} \\ B_3 &= b_{11}b_{23}b_{32} + b_{12}b_{21}b_{33} + b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{22}b_{33} - b_{12}b_{23}b_{31} - b_{13}b_{22}b_{32} \end{aligned} \tag{4.22}$$

Substituindo os termos que satisfazem as condições, após obter os termos da matriz

4.19, os coeficientes B_1, B_2 e B_3 são obtidos.

$$
\begin{aligned}
B_1 &= \frac{1}{J_0}\left(\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a^2}{2\Omega^2} - N\right) + \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})}{M+m}, \\
B_2 &= \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})^2}{4(M+m)} + (\omega-\Omega)^2 + \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})}{J_0(M+m)}\left(\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a^2}{2\Omega^2} - N\right) + \\
&\quad + \frac{(M+m)\omega^2 a^2}{J_0\Omega^2}\left[(2\omega-\Omega)(\omega-\Omega) + \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})^2}{2(M+m)^2}\right] \\
B_3 &= \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a^2}{J_0\Omega^2}\left[(2\omega-\Omega)(\omega-\Omega) + \frac{3(c+\frac{\beta^2}{R})^2}{8(M+m)^2}\right] - \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})^2 N}{4J_0(M+m)^2} - \\
&\quad - \frac{1}{J_0}\left(\frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\omega^2 a^2}{2\Omega^2} + N\right)(\omega-\Omega)^2
\end{aligned}
\tag{4.23}
$$

Aplicando-se os critérios RH descritos em 4.21, obtém-se os gráficos da curva de ressonância, cujo traçado da amplitude de deslocamento em função da frequência indica as condições de estabilidade para $R = \infty\,\Omega$, $R = 50\,k\Omega$ e $R = 3300\,\Omega$ na Fig 4.2. Com a viga livre, circuito aberto, a região instável é maior, esta região diminui à medida que se diminui a resistência.

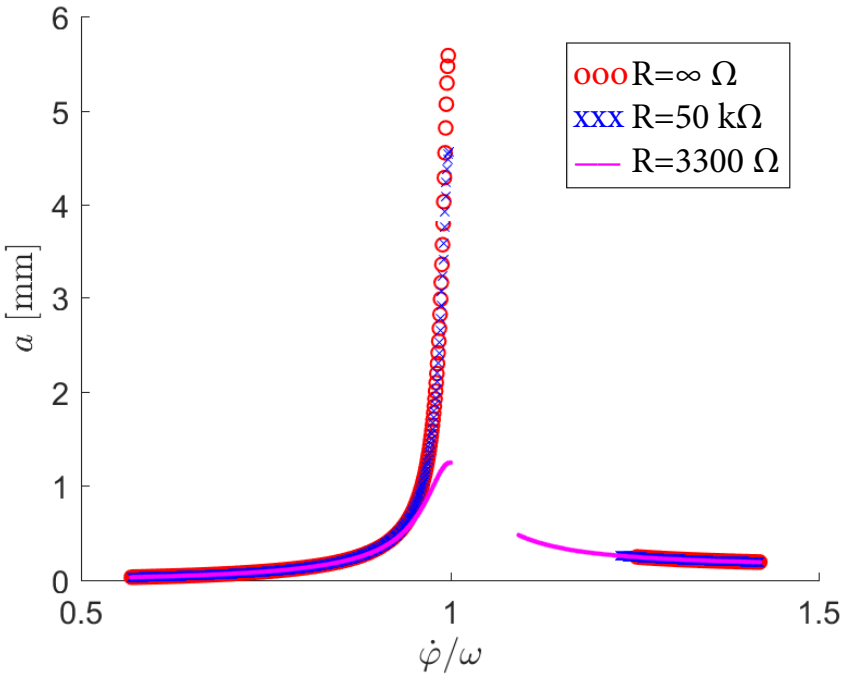


Figura 4.2: Resposta em amplitude em função da frequência normalizada pela frequência naturaldo primeiro modo, registrando as condições de estabilidade com os três valores de resistências.

4.3 Solução Analítica Aproximada do Movimento Estacionário

Para concluir a solução aproximada do movimento em regime permanente, falta obter os termos $\epsilon U_1(t,\Omega,a,\xi)$, $\epsilon U_2(t,\Omega,a,\xi)$ e $\epsilon U_3(t,\Omega,a,\xi)$ da Equação 4.8. Será substituído θ, A e Ξ pelos valores aproximados Ω, a e ξ nas Equações 4.7. Expandindo o lado direito em uma série de Fourier, Ω, a e ξ sendo considerados constantes tem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega}{dt} &= \epsilon\left[\mathfrak{M}(\Omega) + \frac{1}{2}q_3 a\omega\Omega\sin(\xi) - \frac{1}{2}q_3 a\omega\Omega\sin(\xi)\right] \\
\frac{da}{dt} &= -\frac{\epsilon}{2\omega}[q_2\Omega^2\sin\xi + (ah\omega + \epsilon g\omega q_4 a) + q_2\Omega^2\sin(2\Omega t+\xi) \\
&\quad -(ah\omega + \epsilon g\omega q_4 a)\cos(2\Omega t+\xi)] \\
\frac{d\xi}{dt} &= \epsilon[\alpha - \frac{1}{2\omega a}((q_2\Omega^2\cos(\xi) + q_2\Omega^2\cos(2\Omega t+\xi) \\
&\quad +a\omega(h+gq_4)\sin(2\Omega t+\xi))]
\end{aligned} \tag{4.24}$$

utilizando os termos com o t explícito e realizando a integral em função do respectivo t obtém-se

$$\begin{aligned}
\epsilon U_1(t,\Omega,a,\xi) &= \frac{\epsilon}{4}q_3 a\omega\cos(2\Omega t+\xi) \\
\epsilon U_2(t,\Omega,a,\xi) &= \frac{\epsilon}{4}\left[\frac{\Omega}{\omega}q_2\cos(2\Omega t+\xi) + \frac{a(h+gq_4)\sin(2(\Omega t+\xi))}{2}\right] \\
\epsilon U_3(t,\Omega,a,\xi) &= \frac{\epsilon}{4}\left[\frac{\Omega q_2\sin(2\Omega+\xi)}{\omega a} - \frac{(gq_4+h)\cos(2\Omega t+\xi)}{2}\right]
\end{aligned} \tag{4.25}$$

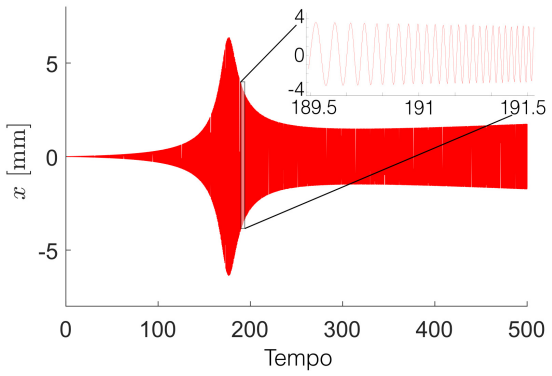
assim a Equação 4.8 pode ser reescrita

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi}{dt} &= \Omega + \frac{mra\omega}{4J}\cos(2\Omega t+\xi) \\
A &= a + \frac{1}{4}\left[\frac{\Omega mr}{(M+m)\omega}\cos(2\Omega t+\xi) + \frac{a(c-\frac{\beta^2}{R})\sin(2(\Omega t+\xi))}{2(M+m)}\right] \\
\Xi &= \xi - \frac{1}{4}\left[\frac{\Omega mr}{(M+m)a\omega}\sin(2\Omega t+\xi) - \frac{(c+\frac{\beta^2}{R})\cos(2\Omega t+\xi)}{2(M+m)}\right]
\end{aligned} \tag{4.26}$$

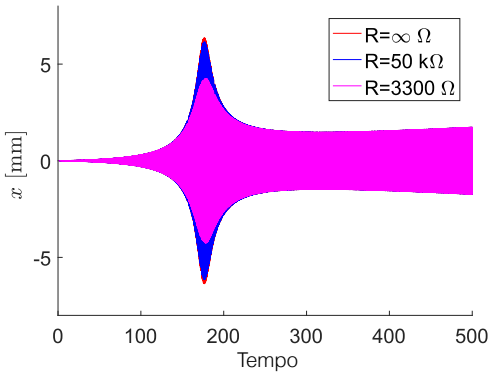
Revertendo as variáveis x e dx/dt dada na Equação 4.2 tem-se

$$x = a\cos(\Omega t + \xi) + \frac{\Omega m r}{4\omega(M+m)}\left(1 - \frac{(M+m)\omega^2 a^2}{2J_0\Omega^2}\right)\cos(\Omega t) \tag{4.27}$$
$$+\frac{a(c+\frac{\beta^2}{R})}{4\Omega(M+m)}\sin(\Omega t + \xi) + \frac{mr\omega a^2}{8J_0\Omega}\cos(3\Omega t + 2\xi)$$

Desta forma, o histórico temporal é obtido ao aumentar a frequência de rotação e mostrado na Figura 4.3a para detalhar a forma de onda do sinal, é possível notar uma onda senoidal com a frequência crescendo linearmente no seu detalhe. É apresentado na figura 4.3b os históricos da influência do absorvedor magnético com diversos valores de resistência elétrica. Neste gráfico, não há o salto de frequência ao atravessar a ressonância, o aumento e a redução da amplitude são de forma abrupta na vizinhança da frequência natural, porém de modo contínuo, a forma de onda com a frequência decrescente possui o mesmo formato porém espelhado horizontalmente.



(a) Detalhes da forma de onda em um intervalo de 2 s



(b) Oscilograma com variações de resistências

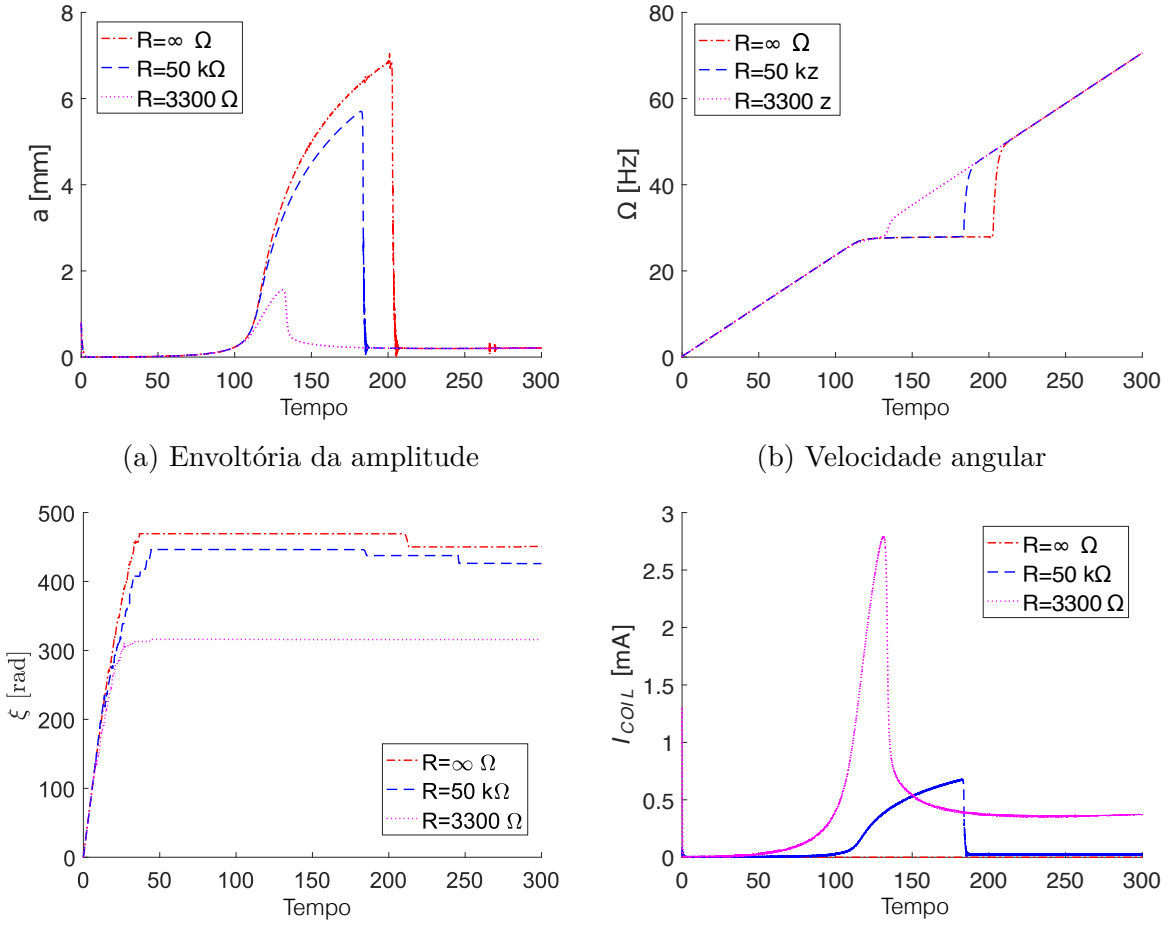
Figura 4.3: Gráficos de históricos temporais da amplitude de oscilação em função do tempo em segundos

4.4 Movimentos não-estacionárioos

Integrando as Equações 4.10, utilizando o aplicativo de computação numérica Matlab, com os valores de tolerância de erro relativa e absoluta de $1 \cdot 10^{-10}$, tamanho passo inicial e tamanho do passo final de integração respectivamente de $1 \cdot 10^{-12}$ e $1 \cdot 10^{-3}$, exceto a variação da corrente gerada (I) por uma tensão externa que é sempre nula, sendo o lado direito das equações diferente de zero, a partir de condições iniciais adotadas,

obtém-se as condições não-estacionárias ao passar pela ressonância, o comportamento da envoltória da amplitude da oscilação vertical (a) ilustrado na Figura 4.4a, tem-se a variação do valor médio da velocidade angular do rotor (Ω) cujo gráfico é mostrado na Figura 4.4b e a variação da fase inicial da rotação (ξ) visto na Figura 4.4c, todos os gráficos feitos com as variações da resistência, o valor de 3300 Ω foi escolhido para simbolizar a resistência externa nula, contabilizando somente a resistência ôhmica do condutor da bobina. A análise deve ser feita de modo simultâneo para a melhor visualização do fenômeno, no início da captura pela ressonância, observa-se na Figura 4.4a um aumento severo da amplitude da oscilação à medida que se aproxima da frequência de ressonância, simultâneamente verifica-se na Figura 4.4b uma quase estagnação na velocidade angular do motor e após o ponto de escape, salta-se para uma amplitude bem mais baixa e a frequência, após o salto muito rápido para um valor bem maior, retorna a subir normalmente. O gráfico da fase mostrado na Figura 4.4c pode ser analisado individualmente, pois sua indicação revela que após a aceleração inicial, onde o rotor avança seu giro e a estrutura ainda não está sofrendo vibração paramétrica, o momento em que a estrutura começa a vibrar na mesma fase tornando o traço quase estável na horizontal. A envoltória da corrente produzida na bobina pela movimentação da estrutura é mostrada na Figura 4.4d, observa-se que a corrente de maior amplitude é a com a bobina em curto, reduzindo com uma resistência de $50k\Omega$ e tornando-se nula com o circuito aberto.

Para analisar o comportamento da amplitude em função da frequência crescente, foram obtidos as curvas mostradas na Figura 4.5. Para essas amplitudes, foram calculadas o seu valor pela média quadrática, e em segui aplicado um filtro passa-baixas para eliminar as oscilações que provocam ruidos, suavizando os contornos dos gráficos. O gráfico possui indicações onde ocorre os saltos, para a bobina aberta, a movimentação do ponto a para o ponto b ocorre em um intervalo de tempo muito curto, assim como nos pontos c para o ponto d para o circuito fechado com R=50 $k\Omega$ e do ponto e para o ponto f para a bobina em curtocircuito. O início da captura, indicados pelos pontos a, c, e está com o valor de frequência em aproximadamente 172 a 173 rad/s (27,37 a 27,53 Hz), os pontos após o salto estão b em 316 rad/s (50,29 Hz), d em 276,2 rad/s (43,96 Hz) e f em 198,6 rad/s (31,61 Hz).



(a) Envoltória da amplitude

(b) Velocidade angular

(c) Fase

(d) Corrente produzida na bobina

Figura 4.4: Gráficos dos movimentos não estacionários com o sentido da frequência crescente em função do tempo em segundos com os três valores de resistências

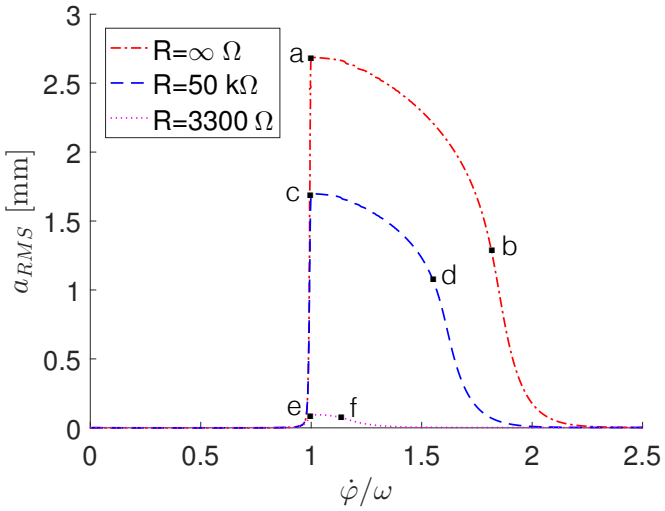
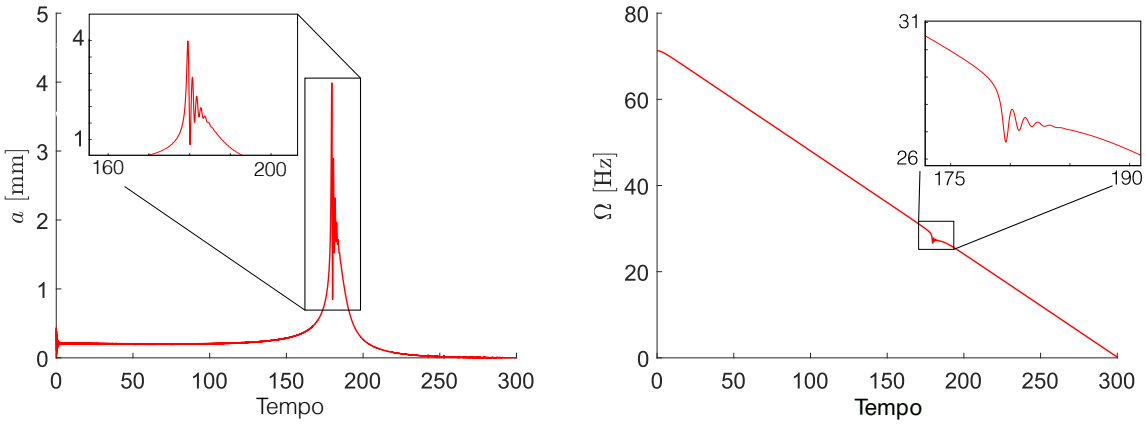


Figura 4.5: Resposta em frequência da amplitude RMS da oscilação da estrutura em função da frequência normalizada com a frequência natural do primeiro modo de vibrar.

A análise com a frequência decrescente permite observar na Figura 4.6a e na Figura 4.6b um transiente na amplitude e na frequência dos movimentos não estacionários

respectivamente. O instante em que ocorre a captura pela ressonância, a estrutura salta de oscilações rápidas de baixa amplitude para uma oscilação mais lenta de alta amplitude, sofrendo uma intensa transferência de energia ocorrida em um curto intervalo de tempo, com isto, a movimentação da estrutura recebe um fenômeno de "overshoot"que possui uma estabilização (mesmo que estacionasse a frequência neste instante) da oscilação, retornando à posição média de equilíbrio assintoticamente à medida que esta energia transferida é dissipada, pode-se fazer uma analogia à uma excitação com função impulso.

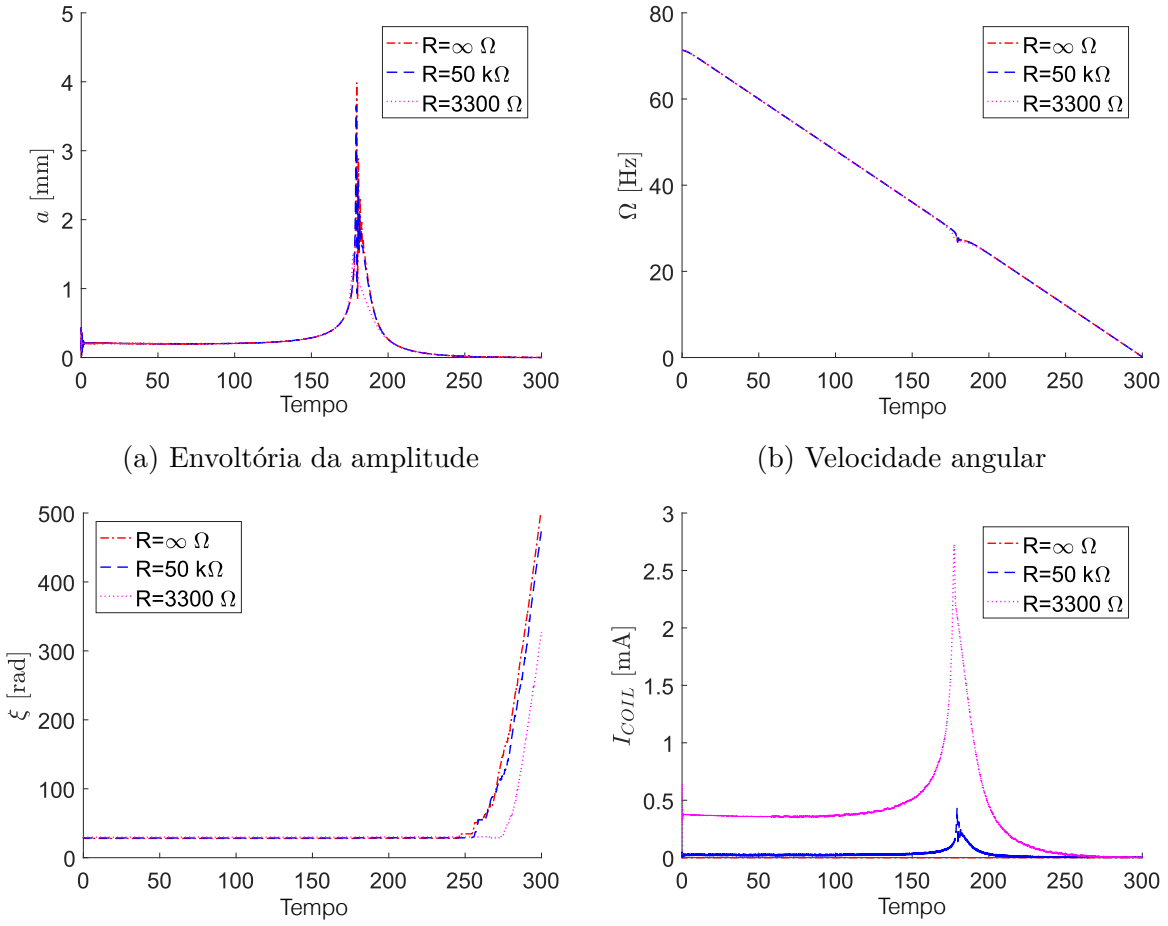


(a) Amplitude (b) Velocidade angular

Figura 4.6: Gráficos com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos, com detalhamento do transiente

As variações da amplitude em função do tempo é mostrada na Figura 4.7a, com as atuações do circuito eletromagnético, para a bobina em curto houve uma redução de 62% na amplitude de oscilação média, com a resistência de 50 kΩ a redução foi de 10%. As variações da frequência em função do tempo, conforme exibido na Figura 4.7b, não possuem mudanças tão significativas de uma variação de resistência para outra, para a frequência decrescente este salto é bem menor que para crescente, e a sensibilidade às variações tornam-se bem menores também, nota-se que para a bobina em curto, assim como na amplitude, o transiente é bem reduzido. A fase do rotor em relação ao eixo x da estrutura vista na Figura 4.7c, começa sincronizada com a alta rotação, ao reduzir a rotação, após o tempo de 275 segundos, a estrutura começa a vibrar mais lentamente e a defasagem fica mais evidente até a parada do rotor, nota-se que a resistência inserida no circuito eletromagnético pouco influencia nas curvas. A envoltória da corrente produzida

na bobina é demonstrada na Figura 4.7d para vários valores de resistência acoplada nela, pelo fato do deslocamento menor em relação à frequência crescente, para uma mesma velocidade angular, a força eletromotriz gerada é menor e a corrente terá sua amplitude reduzida.



(a) Envoltória da amplitude

(b) Velocidade angular

(c) Fase

(d) Corrente produzida na bobina

Figura 4.7: Gráficos dos movimentos não estacionários com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos com os três valores de resistências

A resposta de frequência para os valores eficazes das amplitudes de oscilação é mostrada na Figura 4.8, eliminando assim um termo variável, o tempo. Os intervalos de tempo que levam dos pontos b (183,5 rad/s ou 29,2 Hz) para a (171,3 rad/s ou 27,26 Hz)), d (183.3 rad/s ou 29,17 Hz) para c (171.3 rad/s ou 27,26 Hz) e f (185 rad/s ou 29,44 Hz) para e (174,4 rad/s ou 27,76 Hz) são pequenos, as frequências entre as curvas com variações de resistências são muito próximas.

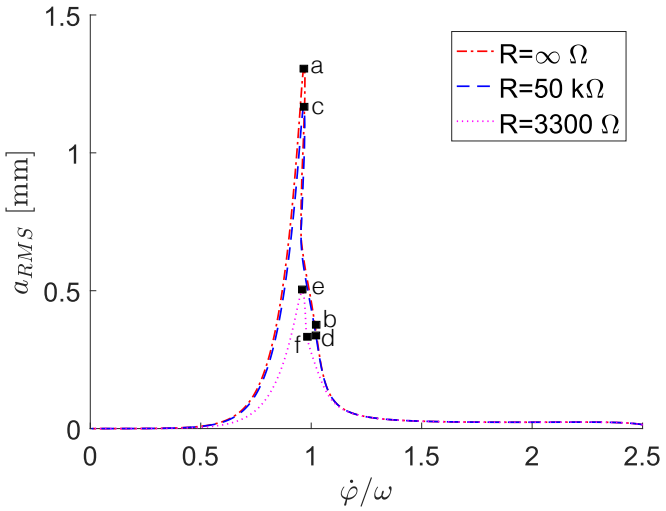


Figura 4.8: Resposta em frequência da amplitude RMS da oscilação da estrutura em função da frequência normalizada com a frequência natural do sistema no primeiro modo de vibrar, com os três valores de resistências.

4.5 Transferência de Energia

De forma simplificada, tem-se na Figura 4.9 as formas de transferências de potências que ocorrem na sistema motor-viga-bobina.

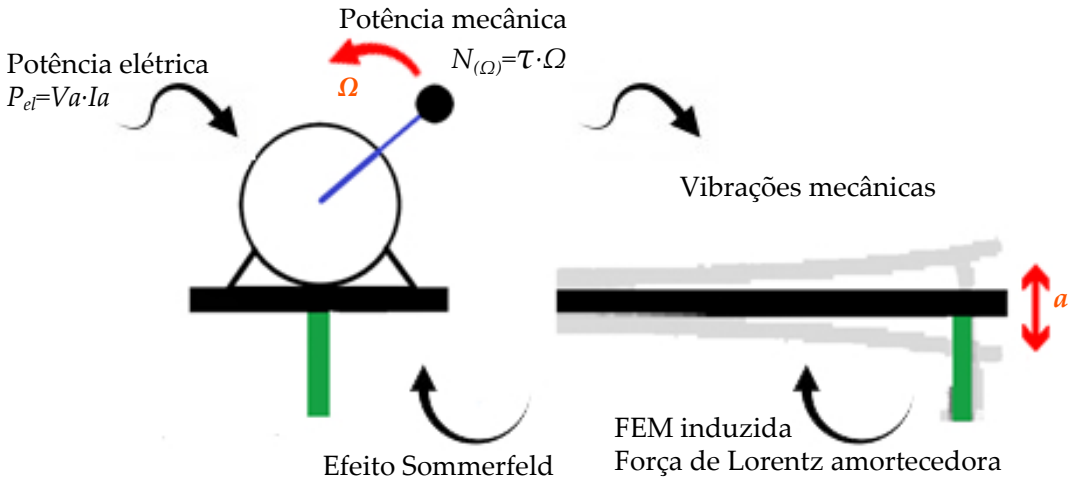


Figura 4.9: Transferência de potências envolvidas no sistema

A Equação 4.16 para qualquer Ω pode ser considerada como uma equação de equilíbrio entre o torque de acionamento e o torque resistivo, multiplicando por Ω obtém-se a Equação 4.28 de potência mecânica.

$$N(\Omega) - T(\Omega) - \frac{1}{2}(\beta g + c)\omega\Omega a^2 = 0 \tag{4.28}$$

Onde considera-se o termo $N(\Omega) = L(\Omega)\Omega$ como a potência desenvolvida, o termo $T(\Omega) = H(\Omega)\Omega$ como a potência usada para superar a resistência de rotação e o termo $\frac{1}{2}(\beta g + c)\omega\Omega a^2$ como a potência utilizada para superar o amortecimento. Assim a expressão da potência absorvida pela carga é reproduzida de forma ilustrativa no gráfico da Figura 4.10, onde observa-se que as variações de frequência de forma crescente, entre os pontos 1 e 2, se dá de forma lenta ao subir a potência de N_1 para N_3. Assim que atingido o ponto limiar da estabilidade no ponto 2, onde se dá a máxima amplitude de oscilação do sistema, a alteração da frequência para o ponto 3 se dá de forma muito rápida. A potência fornecida N_2 indica a rápida variação de frequência do ponto 4 para o ponto 5, na qual é um intervalo de instabilidade, ao variá-la de forma decrescente, observa-se que neste salto, a amplitude que vinha sendo reduzida de forma linear até o ponto 4, sofreu um grande aumento ao longo desta variação rápida (salto para o ponto 5), e após o ponto 5 sua queda é feita de forma mais acentuada que do início.

$$T_1(\Omega) = T(\Omega) + \frac{1}{2}(\beta g + c)\omega\Omega a^2 \tag{4.29}$$

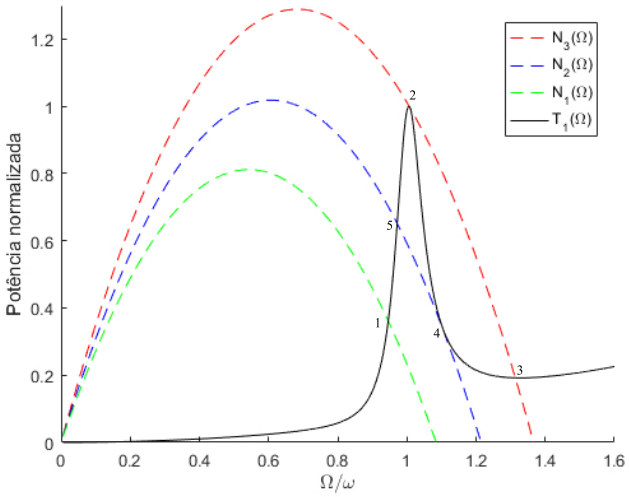


Figura 4.10: Curva da relação de potência normalizada fornecida (N_1, N_2 e N_3), da carga (T_1), em função da frequência normalizada de rotação do eixo.

Aplicando os diversos valores de resistência na bobina na Equação 4.29, cujo termo g é afetado inversamente proporcional, obtém-se os gráficos das potências de carga demonstrados na Figura 4.11.

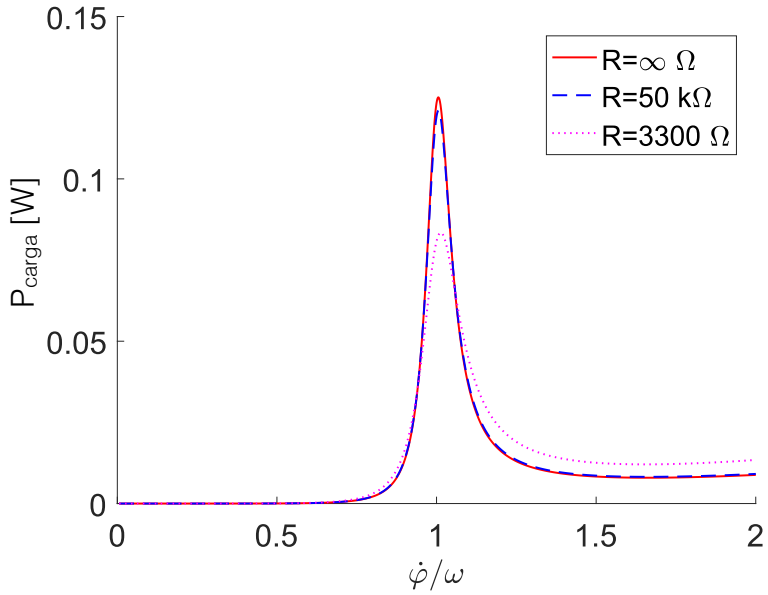


Figura 4.11: Curva da potência total da carga em watts a ser superada em função da frequência de rotação do eixo normalizada com a frequência natural do primeiro modo, para os três valores de R

Considerações sobre o Capítulo 4

Segue um resumo das ações e resultados deste capítulo:

- As equações que governam o movimento foram reescritas na seguinte forma introduzindo uma pequena pertubação: $\ddot{x} + \omega x = \epsilon f(x, \dot{x})$, onde ϵ é uma pequena constante muito menor que 1. O método da média foi realizado resultando em um sistema de equações denominado de Equações na Forma Padrão, da qual realiza-se a média, através do sistema obtido pela média, com suas raízes permitem obter a amplitude e fase média dos movimentos em regime permanente.

- A matriz jacobiana obtida deste sistema permite que se obtenha as determinantes de Hurwitz, através dela podemos obter as raízes da equação característica determinando a estabilidade do sistema para a condição estacionária utilizando o critério de Routh-Hurwitz.

- Após calcular os termos pertubativos, que são pequenas funções periódicas, obtém-se a solução analítica para o regime permanente onde foi traçado um histórico temporal das amplitudes.

- Ao adotar valores iniciais para o sistema de equações médio acima descrito, obtém-

se por meio de integração numérica o histórico temporal dos movimentos não-estacionários, donde foi extraído os gráficos da envoltória da amplitude, da frequência média, das variações de fase entre o eixo do motor e a referência horizontal do sistema e a corrente produzida na bobina.

- Uma análise das transferências de energia foi realizada caracterizando a oscilação paramétrica do motor desbalanceado influenciado pela oscilação da estrutura, com uma absorção da vibração causada pela interação de força magnética entre o ímã e o campo induzido na bobina.

Em relação as ações acima realizadas, foram desenvolvidas as análises com a frequência do rotor partindo do repouso até o valor máximo e no sentido reverso, do valor máximo até o repouso, os resultados demonstram que os saltos são maiores com o sentido da frequência crescente, consequentemente menores com o sentido da frequência decrescente, conforme previsto nas literaturas citadas.

Em todas as ações, fora feitas as variações de resistência nos terminais da bobina, tanto para o sentido da frequência crescente como para o sentido da frequência decrescente, sendo elas: aberta , resistência de 50 $k\Omega$ e em curto-circuito obtendo os seguintes resultados:

1. Bobina aberta é equivalente à estrutura livre, sem componentes extras de amortecimento, ocasionando maiores amplitudes de vibração ao passar pela frequência natural do sistema, um tempo maior de captura pela ressonância, consequentemente um salto maior de frequência ao escapar da captura.

2. Introduzindo uma resistência de 50 $k\Omega$ na bobina propicia o fechamento do circuito eletromagnético, permitindo a circulação de corrente, em decorrência disto, um campo magnético é gerado e interage com o ímã, se opondo ao movimento de vibração. A amplitude de oscilação, o tempo de captura e o tamanho do salto são menores que o sistema livre.

3. Para a bobina em curto-circuito, devido à sua quantidade de espiras (bobina real utilizada no experimento) sua resistência ohmica equivalente é relativamente alta, resultando em 3300 Ω, por esse motivo, foram simulados com este valor neste método. Os resultados obtidos revelam uma significativa redução da amplitude de vibração, do

tempo de captura pela ressonância e no tamanho do salto de frequência.

Pelos resultados de potência de carga obtidos, percebe-se que necessita-se de menos energia com o a bobina em curto-circuito, aumentando conforme aumenta-se a resistência na bobina.

Não foram consideradas as perdas no motor, portanto adotado com rendimento em 100%, a viga foi considerada com densidade homogênea e isométrica, com engaste perfeito e também foi negligenciado eventuais não linearidades que poderiam compor a dinâmica da viga, a eletrodinâmica nos condutores e na interação magnética da estrutura com a bobina.

Capítulo 5

BUSCA DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

5.1 Obtenção das equações de estado

É mantido as nomenclaturas das variáveis dos capítulos anteriores, x é o deslocamento vertical da estrutura, φ é a posição angular do eixo do motor e q é a carga elétrica. Para a redução de ordem sistema, reescreve-se as variáveis de estado da Equação 3.4, adotando $y_1 = x$, $y_2 = \dot{x}$, $y_3 = \varphi$, $y_4 = \dot{\varphi}$, $y_5 = q$ e $y_6 = \dot{q}$, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_3 &= y_4 \\ \dot{y}_5 &= y_6 \end{aligned} \tag{5.1}$$

A forma matricial das acelerações é obtida

$$\begin{bmatrix} M + mr & -mr\sin(y_3) & 0 \\ -mr\sin(y_3) & mr^2 + J0 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{y}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -cy_2 - kx + mr\cos(y_3)y_4^2 r + By_6 \\ \mathfrak{M}(y_4) \\ -By_2 - Ry_6 + V \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Invertendo a matriz do lado esquerdo e multiplicando pela matriz do lado direito na Equação 5.2, obtém-se as equações de estado na Equação 5.3 apropriado para a utilização

do método computacional de integração

$$\begin{aligned}
\dot{y}_2 &= \frac{L(mr^2+J_0)(-cy_2-kx+m\cos(y_3)y_4^2r+\beta y_6)+Lm\mathfrak{M}(y_4)\sin(y_3)r}{L(m+M)(mr^2+J_0)-Lm^2\sin(y_3)^2r^2} \\
\dot{y}_4 &= \frac{Lm\sin(y_3)r(-cy_2-kx+m\cos(y_3)y_4^2r+\beta y_6)+L(m+M)\mathfrak{M}(y_4)}{L(m+M)(mr^2+J_0)-Lm^2\sin(y_3)^2r^2} \\
\dot{y}_6 &= \frac{\left((m+M)(mr^2+J_0)-m^2\sin(y_3)^2r^2\right)(-\beta y_2-Ry_6+V)}{L(m+M)(mr^2+J_0)-Lm^2\sin(y_3)^2r^2}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

5.2 Especificações do simulador

A partir dos parâmetros contidos na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2, são realizadas as simulações numéricas com a frequência de rotação do motor crescente, de 1 rad/s até 448 rad/s (ponto de frequência máxima e torque nulo), para cada valor de resistência variada na bobina e são realizadas as simulações numéricas com a frequência de rotação do motor decrescente, do ponto de frequência máxima, 448 rad/s até 1 rad/s, da mesma forma, para cada valor de resistência na bobina.

As simulações numéricas são realizadas com o método de integração Runge-Kutta de quarta/quinta ordem utilizando o comando ODE45, as propriedades da estrutura de integração foram ajustadas de forma que obtivesse uma boa relação de processamento por tempo com uma precisão otimizada, são os valores de tolerância de erro relativa e absoluta de $1 \cdot 10^{-10}$, tamanho passo inicial e tamanho do passo máximo de integração respectivamente de $1 \cdot 10^{-12}$ e $1 \cdot 10^{-3}$, o processamento demorou em média 600 segundos. Os valores iniciais serão considerados zeros para todas as variáveis com a frequência crescente, e a partir do resultado final desta medida obtém-se os valores iniciais para as medidas com frequência decrescente, os resultados são apresentados com três valores de resistência do circuito eletromagnético, circuito aberto $R = \infty\ \Omega$, com resistência total de 50 $k\Omega$ e com resistência total de 3300 Ω.

5.3 Resultados das simulações

A apresentação dos históricos temporais possuem um período muito pequeno em relação ao tempo de observação, fazendo com que o sinal tenha aparência sólida, para

demonstrar o contexto real da imagem, a Figura 5.1 detalha o formato do sinal que será exibido nos históricos temporais de aceleração, velocidade e deslocamento.

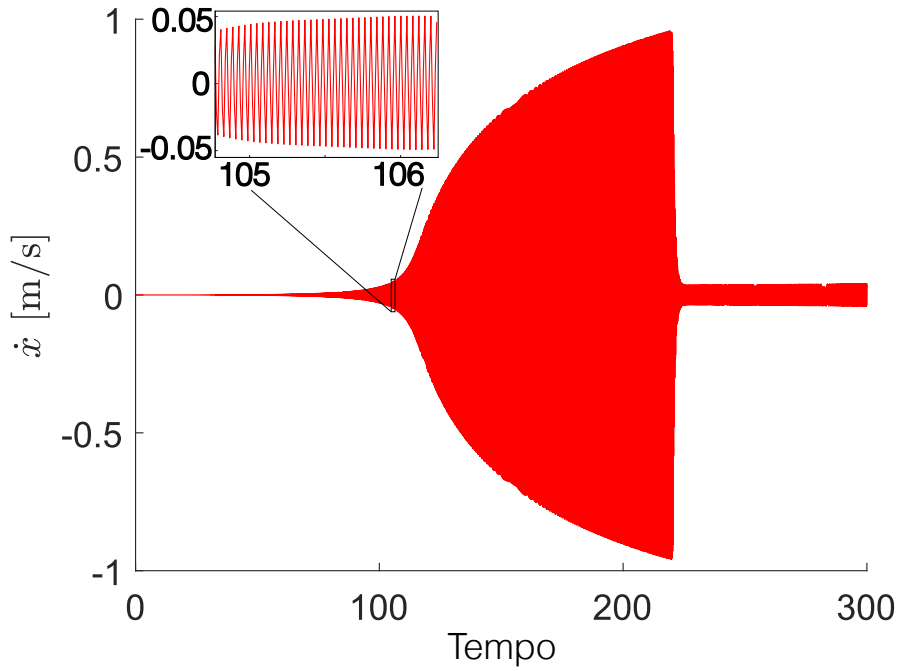
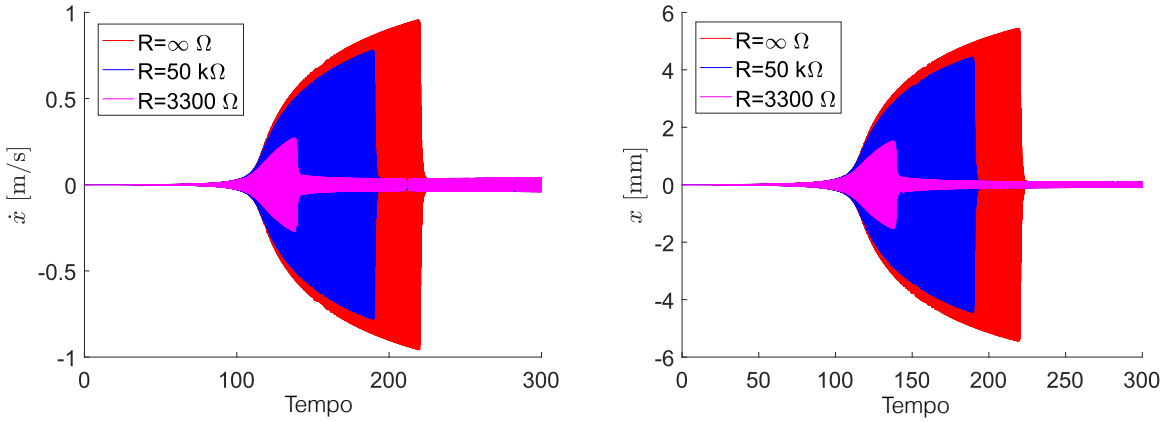


Figura 5.1: Apresentação da velocidade da oscilação vertical em função do tempo em segundos, com detalhe da forma de onda em um intervalo de 1 segundo

Primeiramente é apresentado o histórico de tempo com a frequência crescente, é traçado os gráficos das oscilações da estrutura, as velocidades no sentido vertical constam na Figura 5.2a, os deslocamentos verticais são apresentados na Figura 5.2b.

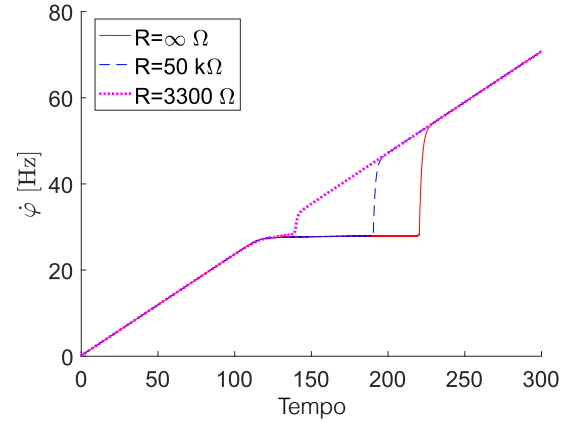
A resposta em frequência dos valores RMS das oscilações estão mostradas na Figura 5.3. Os valores foram calculados pela média quadrática e em seguida um filtro passa-baixas delineou a envoltória para uma melhor visualização. Neste gráfico, também tem-se indicações onde ocorre os saltos, para a bobina aberta, a movimentação do ponto a para o ponto b ocorre em um intervalo de tempo muito curto, assim como nos pontos c a d para o circuito fechado com R=50 $k\Omega$ e nos pontos e a f para a bobina em curtocircuito, assim como feito no capítulo anterior. O início da captura, indicado pelos pontos a, c, d possuem o valor de frequência entre 172 a 173 rad/s (27,37 a 27,53 Hz), após o salto, os pontos b, d, f possuem respectivamente, 329 rad/s (52,36 Hz), 290 rad/s (46,15 Hz), 207 rad/s (32,95 Hz).

Observa-se na Figura 5.2c as velocidades angulares do eixo do motor em função do tempo para os diversos valores de resistências. Em todos os gráficos, o efeito Som-

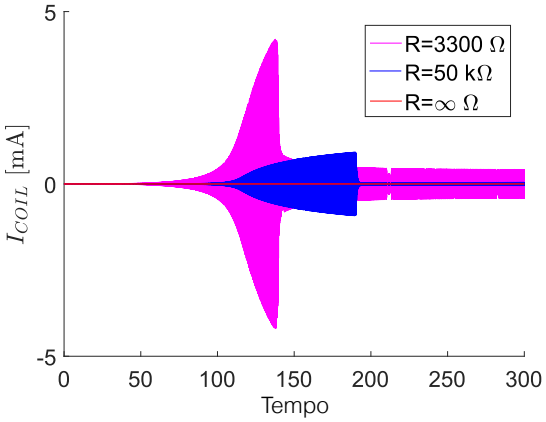


(a) Velocidade da oscilação da estrutura

(b) Deslocamento da estrutura



(c) Velocidade angular



(d) Corrente na bobina

Figura 5.2: Gráficos resultantes das simulações numéricas (a) velocidade, (b) deslocamento, (c) frequência e (d) corrente na bobina, todos em função do tempo em segundos, com o sentido da frequência crescente e com diversos valores de resistência

merfeld teve seu inicio em aproximadamente t=116 s, os resultados mostram o efeito Sommerfeld com bastante clareza, as oscilações provocadas pela captura na ressonância tiveram suas amplitudes de deslocamento e velocidade com um rápido crescimento até o salto, percebe-se a nítida influência da resistência na redução destas amplitudes, no estreitamento da captura, tornando o salto de frequência menor, causado pelo controle da corrente induzida na bobina, quando existente, indicada na Figura 5.2d.

O mesmo princípo é executado para as simulações com a frequência descrescente, nesta situação, as simulações também demonstraram o mesmo transiente dos gráficos das condições não estacionárias realizadas no capítulo anterior, como pode ser observado na Figura 5.4, que contém o transiente e a forma de onda detalhada do deslocamento na Figura 5.4a, e o detalhe do transiente da captura da frequência detalhado na Figura 5.4b. Os mesmos parâmetros de opções de integração foram utilizados na excecução do soft-

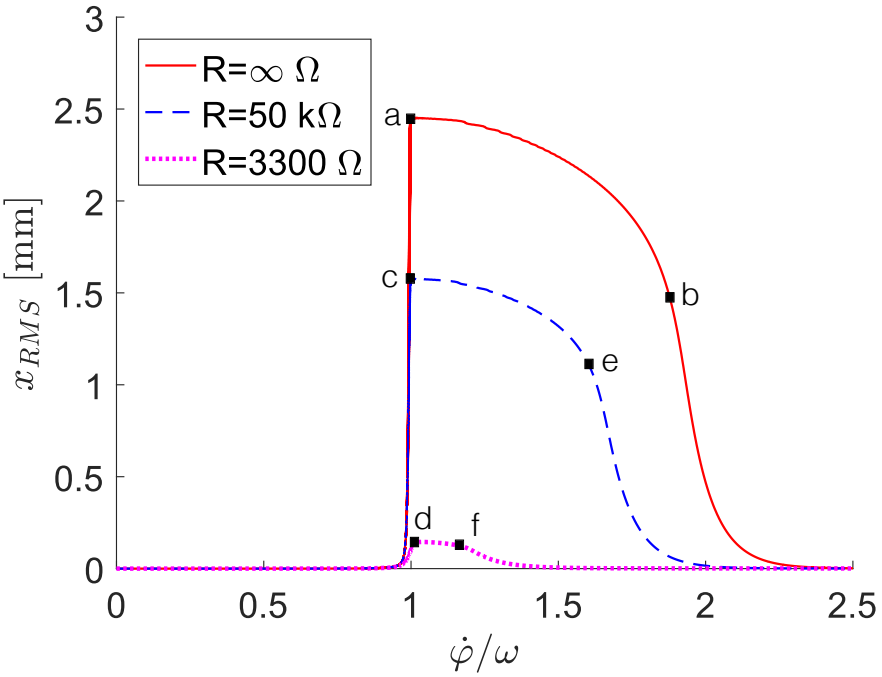
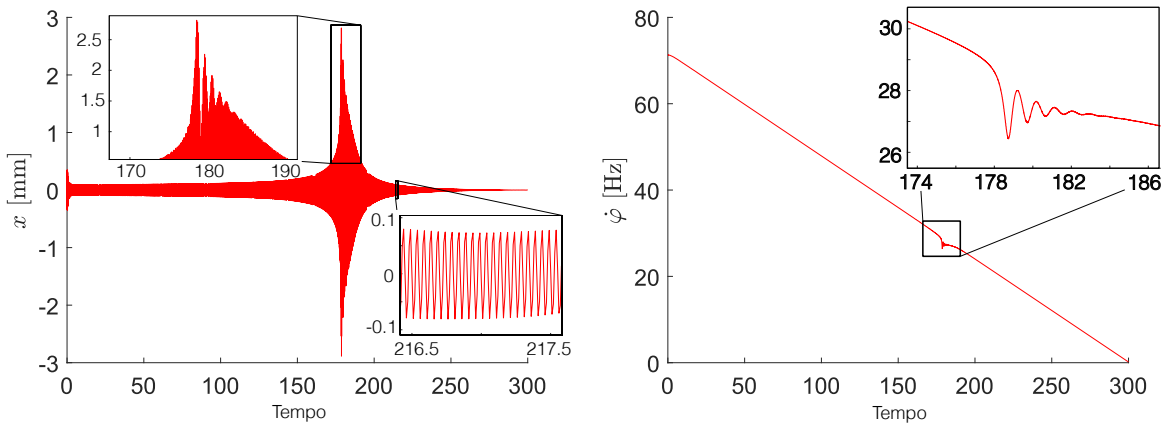


Figura 5.3: Amplitude eficaz do deslocamento da estrtura em função da frequência adimensional com valores de resistência de 3300 Ω, 50 kΩ e circuito-aberto e com indicação dos pontos de salto

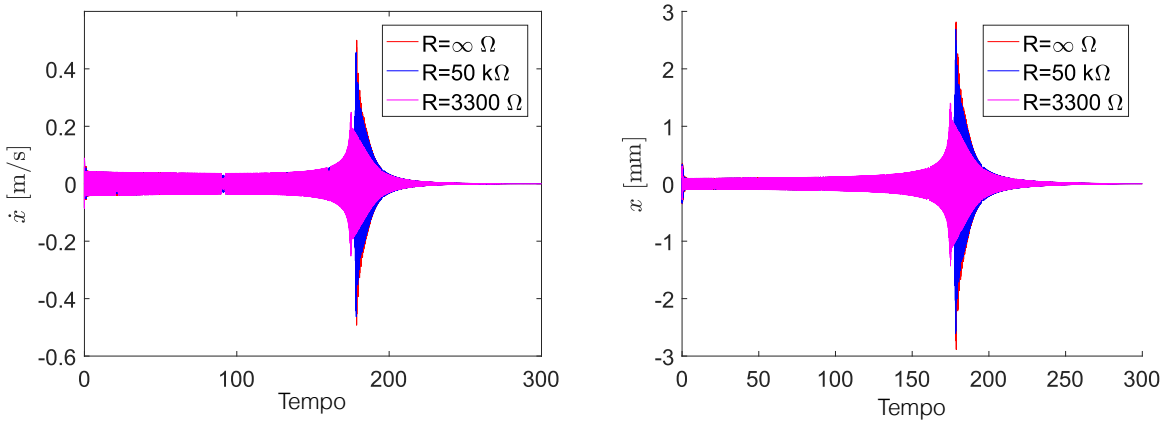


(a) Amplitude

(b) Velocidade angular

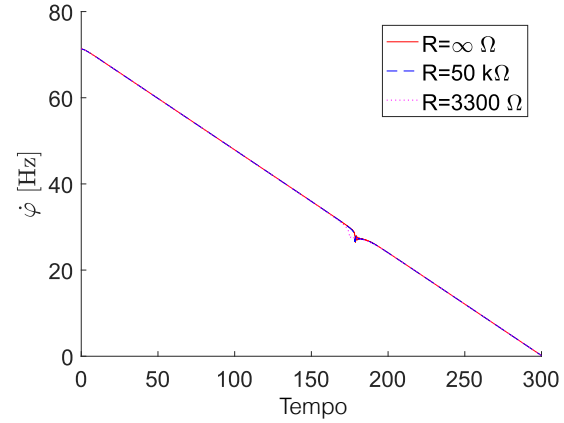
Figura 5.4: Gráficos com o sentido da frequência decrescente em função do tempo em segundos, com detalhamento do transiente e da forma de onda (a) e da intermitência na frequência (b)

ware, as mesmas resistências inseridas no circuito eletromagnético, as condições iniciais foram alteradas de forma que correspondesse aos valores condizentes com os valores finais da simulação com frequência crescente. Assim tem-se na Figura 5.5a as velocidades, que após a captura, voltam para o regime estacionário, o mesmo acontece com os deslocamentos mostrados na Figura 5.5b, a frequência do eixo do motor é apresentado na Figura 5.5c onde o salto é claramente muito menor que a frequência crescente e por

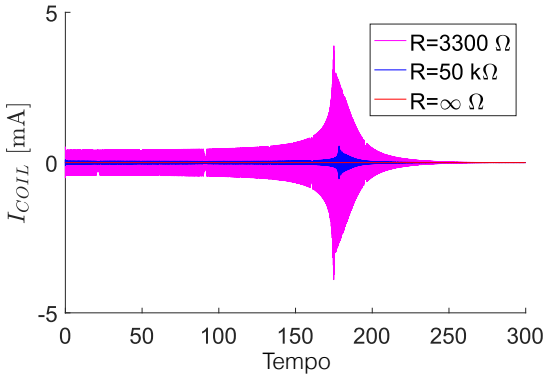


(a) Velocidade da estrutura

(b) Deslocamento da estrutura



(c) Velocidade angular



(d) Corrente na bobina

Figura 5.5: Gráficos das simulações numéricas (a) velocidade, (b) deslocamento, (c) frequência e (d) corrente na bobina, todos em função do tempo em segundos, com o sentido da frequência decrescente e com diversos valores de resistência

fim, tem-se na Figura 5.5d a corrente na bobina. Nesta situação, não há uma grande diferença nos intervalos em que ocorrems os fenômenos de salto, apesar de ser perceptível a queda das amplitudes para a bobina em curto, em relação à frequência crescente os efeitos foram bem menores. Observa-se na Figura 5.6 os valores da amplitude RMS em função da frequência, correspondendo aos gráficos anteriores, sem incluir o tempo. Tem-se os saltos do ponto b em 177,3 rad/s (28,22 Hz) para o ponto a em 170,3 rad/s (27.10 Hz) para a bobina aberta, do ponto d em 183,1 rad/s (29,14 Hz) para o ponto c em 170,1 rad/s (27,07 Hz) com o circuito fechado com uma resistência de 50 kΩ e do ponto f em 188,9 rad/s (30,06 Hz) para o ponto e em 170,7 rad/s (27,17 Hz) com a bobina em curto. Estes saltos ocorrem em um intervalo de tempo muito curto.

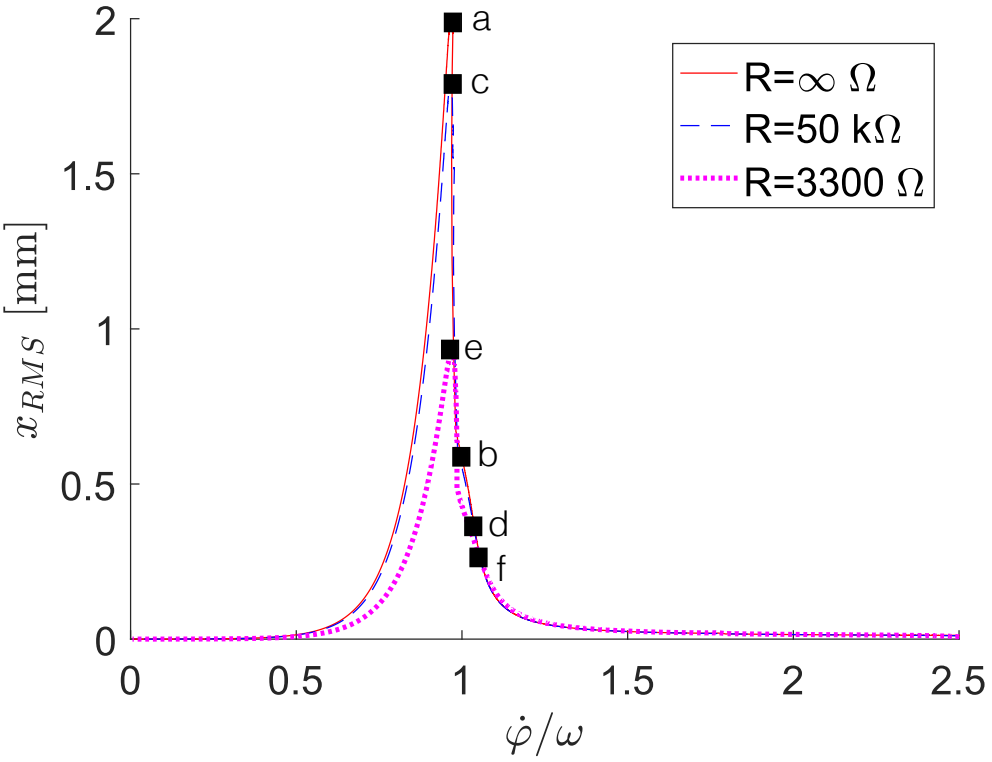


Figura 5.6: Amplitude de deslocamento eficaz (RMS) em função da frequência admensional com valores de resistência de 3300 Ω, 50 kΩ e circuito-aberto e com os pontos de salto indicados

Considerações sobre o Capítulo 5

As equações que governam o movimento foram reescritas com a redução de ordem obtendo as equações de estado. O processo de integração numérica feita no Matlab utilizando o ODE45 com especificações de passos e tolerância citadas no capítulo, foi suficiente para obter os históricos temporais e respostas em frequência com uma boa relação processamento/tempo. Os valores iniciais foram adotados conforme descrito no capítulo, nulos para frequência crescente e a partir dos valores finais destas medidas, são os iniciais para frequência decrescente, em média.

O resultado das simulações numéricas foram exibidos em gráficos de deslocamento, velocidade da oscilação da estrutura, velocidade angular do eixo do motor e intensidade da corrente na bobina.

Uma resposta em frequência foi feita a partir das amplitudes eficazes do deslocamento. Estas simulações foram realizadas com a frequencia do eixo do motor partindo do repouso (tensão na armadura nula) até a máxima rotação (tensão na armadura igual

a 5 V), e também no sentido inverso.

Para todas as simulações, foram realizadas variações de resistência nos terminais da bobina, tanto para frequência no sentido crescente quanto para frequência no sentido decrescente. Para as simulações feitas com a frequência no sentido decrescente, os valores dos fenômenos do efeito Sommerfeld ficaram consideravelmente menores en relação ao sentido de frequência crescente, entre eles a amplitude de oscilação e o salto de frequência. Observa-se que quanto menor a resistência nos terminais da bobina, maior é o amortecimento, independentemente do sentido da frequência, sendo assim, menor é a amplitude de oscilação, menor é o tempo de captura pela ressonância e menor é o tamanho do salto.

Não foram consideradas as perdas no motor, portanto adotado com rendimento em 100%, a viga foi considerada com densidade homogênea e isométrica, também foi negligenciado eventuais não linearidades que poderiam compor a dinâmica da viga, a eletrodinâmica nos condutores e na interação magnética da estrutura com a bobina.

Capítulo 6

ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os ensaios experimentais foram realizados no Laboratório de Acústica e Vibração da Faculdade de Engenharia de Bauru <https://www.feb.unesp.br/>. O conjunto é formado por uma base de madeira para fixação e suporte dos elementos dos ensaios, a base encontra sobre uma mesa inercial sem fixação adicional, somente com seu peso, uma viga de aço inoxidável com as especificações descritas na Tabela 3.1. Sua fixação foi feita de modo a reduzir o comprimento para manter a amplitude de oscilação dentro de uma faixa mensurável. Dois suportes foram fabricados para sustentar a fixação de um motor de corrente contínua na parte superior da extremidade livre da viga, e para a fixação de um ímã permanente da parte inferior da mesma extremidade. O motor utilizado é o modelo KR300-09550B-228, o ímã permanente é do tipo neodímio no formato cilíndrico. Uma bobina constituída de 27000 espiras é colocada na base, sob a extremidade livre da viga, fazendo que o íma permanente seja parte integrante do núcleo de forma parcial.

A viga com o suporte, motor, ímã permanente e chave optoeletrônica são mostrados na Figura 6.1, a chave optoeletrônica é destinada a contar os ciclos desenvolvido pela massa desbalanceada, podendo assim mensurar a velocidade de rotação do eixo.

O sistema completo é mostrado nas Figuras 6.2(a) e (b), observa-se que o ímã permanente está quase todo imerso no núcleo da bobina. A bobina foi enrolada em suporte impresso no laboratório, possui 27000 espiras, resultando na indutância de 10,8 H.

Na sequência, tem-se as ações tomadas para a execução dos ensaios.

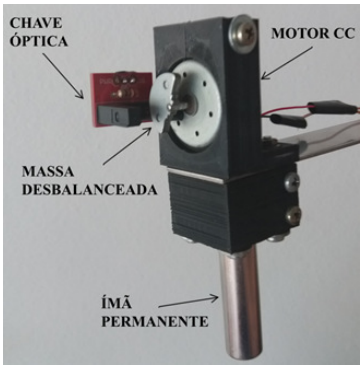


Figura 6.1: Detalhe da extremidade livre da viga

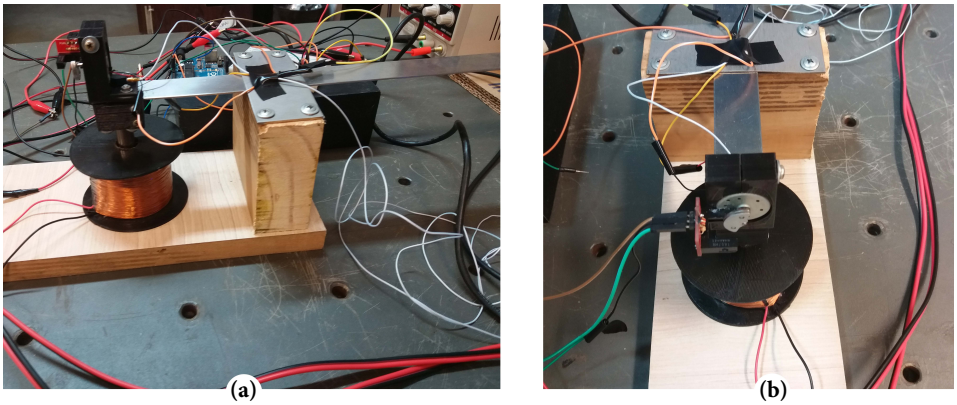


Figura 6.2: Foto do sistema (a) lateral e (b) frontal

- Seção 6.1 descreve os materiais e métodos utilizados para realizar os procedimentos experimentais. Os componentes utilizados, a forma como foram montados, os equipamentos utilizados para controle de atuação, aquisição, sensores e processamento dos dados obtidos foram detalhados nesta seção.

- Seção 6.2 traz o monitoramento dos parâmetros do motor de corrente contínua como tensão, corrente e potência consumida ao longo do tempo de observação. Observa-se que no intervalo da captura pela ressonância houve significativas variações nos seus parâmetros supracitados.

- Seção 6.3 refere-se ao monitoramento do comportamento dinâmico da estrutura. Foram registrados os históricos temporais da aceleração e deslocamento da estrutura e da velocidade angular do eixo do motor. Também foi registrado a aceleração eficaz em função da tensão aplicada ao motor e em função da frequência admensionalizada. Foram realizados os ensaios com a tensão aplicada ao motor partindo de 0 V até 5 V com modulação por largura de pulso (PWM) controlada pelo Arduíno, com passos estipulados no capítulo e na sequência foi feito no sentido contrário,

de 5 V para 0 V. Todos os ensaios foram repetidos para cada valor de resistência conectada na bobina.

- Seção 6.3 traz as considerações sobre este capítulo

6.1 Procedimentos experimentais

O conjunto de sensores, processamento de sinais e atuador PWM pode ser observado de forma geral na Figura 6.3.

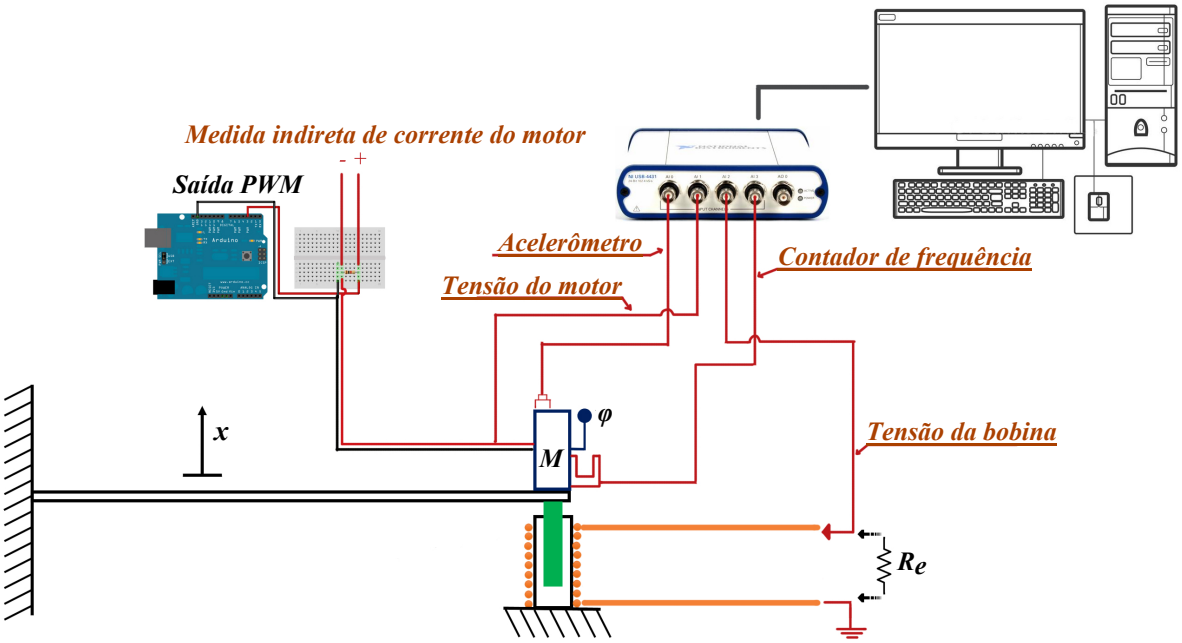


Figura 6.3: Bancada de ensaios

O controle de tensão fornecida ao motor é realizado pela saída PWM do controlador Arduino UNO. A limitação da quantidade de amostras por segundo pelo sistem de aquisição e a necessidade de se variar lentamente a tensão média de saída foram determinantes na configuração da faixa e dos passos do controlador. A saída PWM possui amplitude média de tensão elétrica na faixa de 0 a 5 V, o tratamento de valores é feito em porcentagem do tempo do ciclo de trabalho, "Duty Cicle", do sinal PWM, onde a amplitude de 5 V corresponde a 100%. A faixa utilizada neste experimento é de 18% até 60%, com passos de 0.8%, a duração de cada passo é de 5 s, resultando em cada série de medidas 53 passos executados em 265 segundos.

O processo foi realizado com o acréscimo e decréscimo da amplitude da tensão aplicada ao motor. O motor com uma massa desbalanceada no seu eixo provoca uma

oscilação paramétrica na viga, cujo primeiro modo está ilustrado na Figura 6.4. A osci-

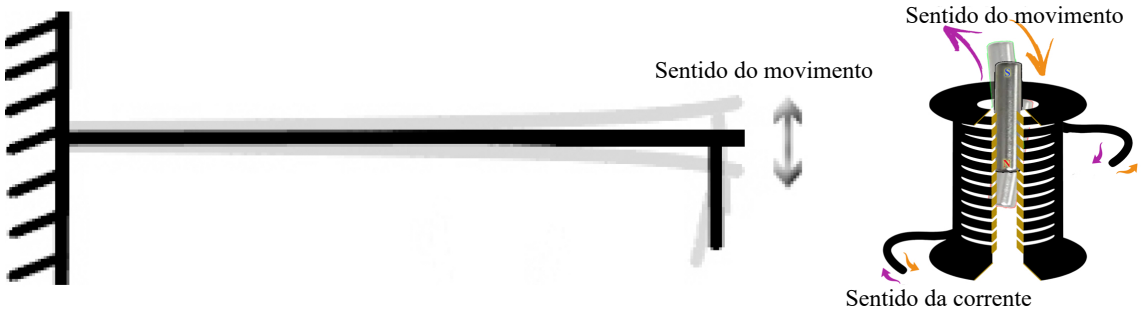
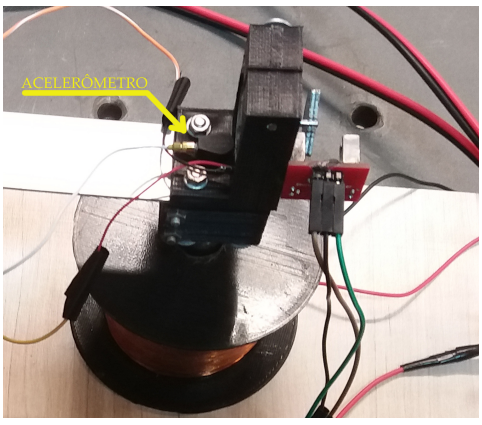


Figura 6.4: Vibração da viga no primeiro modo e indicação da indução da corrente na bobina

lação da extremidade livre da viga com o ímã permanente imerso no núcleo da bobina acarreta de forma relativa, na variação do campo magnético dentro da bobina, uma variação de campo magnético em condutores, produz uma corrente elétrica, estando o circuito fechado, isso ocorre pela indução de uma força eletromotriz nas extremidade dos condutores ou da bobina. Essa tensão induzida é "N" vezes maior proporcionalmente à quantidade de espiras condutoras que formam a bobina. Uma vez o circuito da bobina estando fechado, uma corrente induzida circula, indicada na Figura 6.4 ao lado direito, e um campo magnético é criado de forma que a força se opoõe à variação do campo magnético que criou essa corrente, fenômeno conhecido com Lei de Lenz. A força que criou o campo magnético, resultado do movimento da viga terá então uma oposição, ou um amortecimento, proporcional ao campo induzido gerado.



(a) Acelerômetro afixado na estrutura



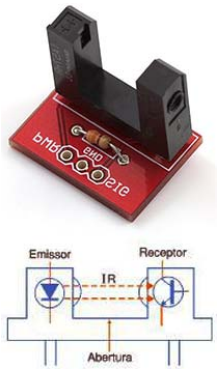
(b) Acelerômetro PCB

Figura 6.5: Acelerômetro utilizado no experimento

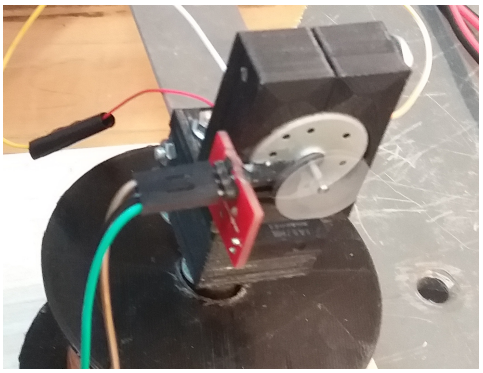
O equipamento de aquisição de dados é o da marca National Instruments, modelo USB-4431, que possui quatro entrada de dados simultâneas. A primeira entrada é utili-

zada para monitorar um acelerômetro da PCB Piezotronics, modelo 352A59 mostrado na Figura 6.5a, a segunda entrada monitora a tensão produzida na bobina, a terceira entrada monitora a tensão aplicada ao motor e a quarta entrada monitora a chave optica, os testes foram feitos em várias baterias para incluir a medida da corrente elétrica consumida pelo motor de forma indireta. O equipamento de aquisição está conectao ao computador com o software para processamento de dados National Instruments LabView, em seus parâmetros para análises, a taxa de amostragem ajustada é de 5kHz com 1.325.00 amostras em um período de 265 segundos. O Labview é encarregado de receber os dados do equipamento de aquisição e gerar o arquivo, neste caso com a extensão *lvm*, para depois processá-lo no MATLAB

O método de monitoramento de rotação do motor foi realizado por uma chave óptica simples mostrada na figura 6.6a. A massa no eixo ao girar, ora bloqueia a passagem do feixe de luz, ora deixa passar, a velocidade determina o período e frequência da rotação, sua ação é vista na Figura 6.6b.



(a) Chave óptica



(b) Chave óptica na estrutura

Figura 6.6: Monitoramento da velocidade de rotação do motor

6.2 Monitoramento do comportamento do motor CC

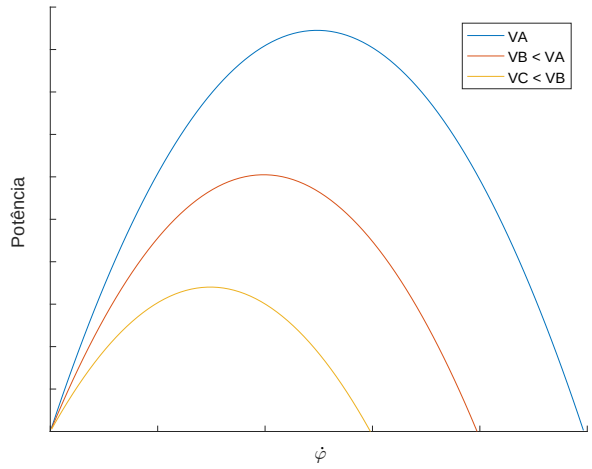
O motor de corrente contínua de forma isolada, ou fixado em estruturas rígidas, tem sua rotação proporcional à tensão de entrada, a potência dispendida depende do torque resistivo oferecido pela carga. O torque máximo de um motor, ocorre para rotação zero, é conhecido como torque de parada (ou binário de bloqueio), em inglês “Stall torque”,

o torque terá o valor nulo quando o motor atingir sua rotação máxima, o percurso entre o torque máximo depende das suas características contrutivas.

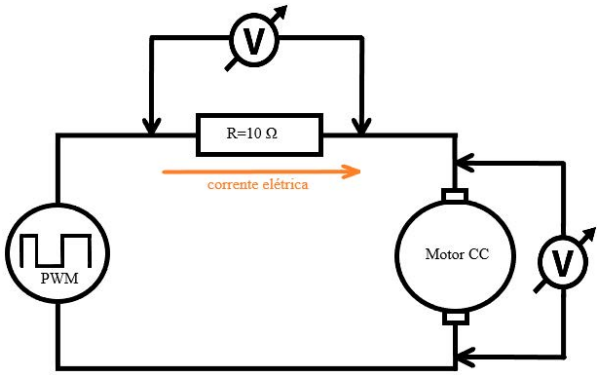
A potência fornecida ao motor é $P_{el} = v_a \cdot i_a$, considerando um motor com rendimento de 100%, a potência desenvolvida é $P_{mec} = \tau \cdot \dot{\varphi}$ e combinando com as Eq. 3.6 e Eq. 3.7 resulta em

$$P_{mec} = k_t \left(\frac{v_a - k_t \dot{\varphi}}{R_a} \right) \dot{\varphi} \tag{6.1}$$

A Eq. 6.1 produz os gráficos mostrados na Figura 6.7a para os diversos valores de tensão de armadura, observa-se quando a frequência está na metade entre o seu valor inicial e o seu valor máximo, ocorre a máxima amplitude de potência, cujo pico pode ser obtido pela Equação 6.2.



(a) Curva típica de potência de motor cc com várias tensões de armadura



(b) Procedimento de monitoramento

Figura 6.7: Monitoramento da tensão, corrente e potência do motor

$$P_{max} = \frac{V_m^2}{4R_A} \tag{6.2}$$

Neste experimento, devido à estrutura ser flexível, a oscilação da estrutura afeta o comportamento do motor, caracterizando um sistema não-ideal.

Para o monitoramento da corrente pelo método indireto, foi colocado um resistor de R=10 Ω em série entre a fonte de tensão PWM e o motor cc. Dois medidores de tensão, Fig 6.7b, um sobre o resistor e outro sobre o motor foram utilizados para monitorar respectivamente a corrente utilizando o modo indireto (para isso utiliza-se a lei de Ohm, a corrente será a amplitude da tensão sobre o resistor dividida pelo valor da resistência

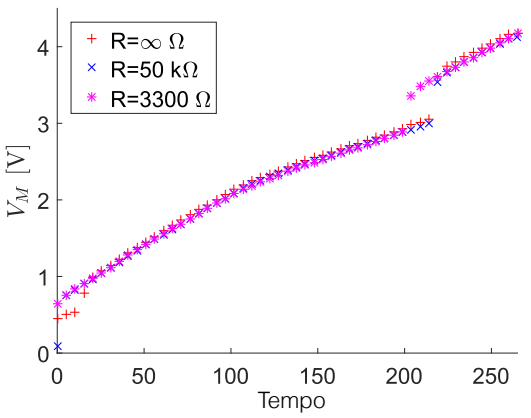
do resistor) e a tensão sobre o motor. Admite-se que a amplitude da tensão média do PWM é incrementada com passos constantes ao longo dos 265 segundos.

A tensão no motor cc foi monitorada ao longo de toda a aceleração angular, para cada valor de resistência acoplada à bobina, como pode ser visto na Fig 6.8a. A sua tendência natural em superfícies rígidas seria uma reta cuja inclinação seria determinada pela carga, porém percebe-se que em aproximadamente em 107 s após o início da análise, que é o começo da captura pela ressonância em aproximadamente 176 rad/s ou 28 Hz, há uma redução no coeficiente angular, inclinando para baixo até o momento do salto, de onde ela retorna à sua inclinação inicial.

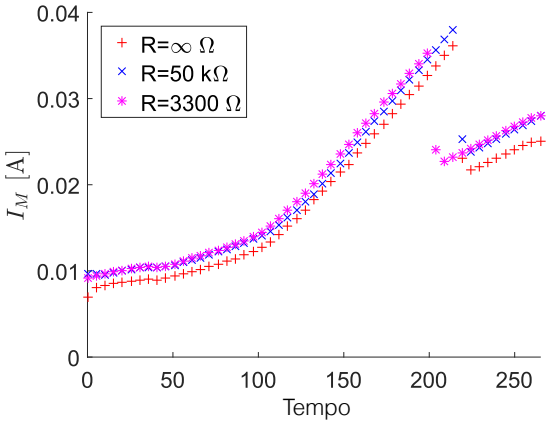
A corrente no motor, medida indiretamente pela tensão sobre o resistor de 10 Ω, tem seu crescimento aumentado fortemente a partir da captura, retornando à sua inclinação mais suave após o salto, visto na Fig 6.8b. A potência consumida pelo motor, mostrada na Figura 6.9a, foi exibida em função da frequência, assim pode-se correlacionar o consumo com o efeito Sommerfeld com uma melhor clareza.

Ao aumentar a tensão aplicada ao motor, com a frequência de rotação do eixo subindo bem mais devagar do que deveria nas proximidades da ressonância, segundo (KONONENKO, 1969), o torque é reduzido neste intervalo, sendo assim, sua compensação é através do aumento da intensidade da corrente, pois a potência entregue ao motor é diretamente proporcional à corrente, à constante do motor e à velocidade angular, $P_M = k_t I \omega$, sendo que esta última ficou estagnada.

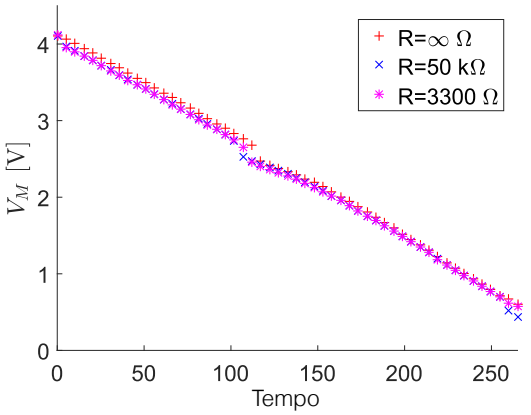
O monitoramento foi repetido para o processo de tensão decrescente, observa-se na Figura6.8c a tensão sobre a armadura do motor com um salto bem menor que a tensão crescente, o mesmo para a corrente exibida na Figura6.8d, cujo valores ficaram muito próximos para diferentes resistências, em decorrência disso a potência elétrica consumida pelo motor mostrada na Figura6.9b teve um comportamento semelhante.



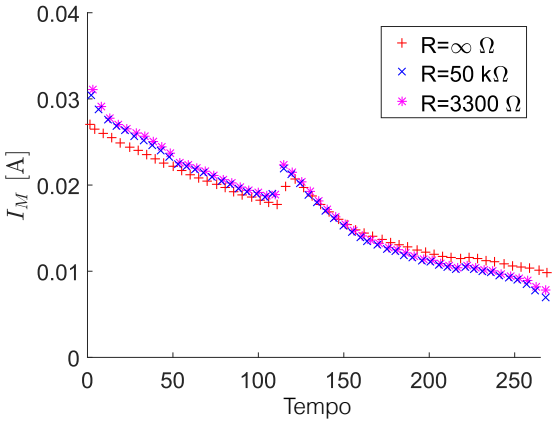
(a) Tensão sobre o motor com tensão aplicada crescente



(b) Corrente do motor com tensão aplicada crescente

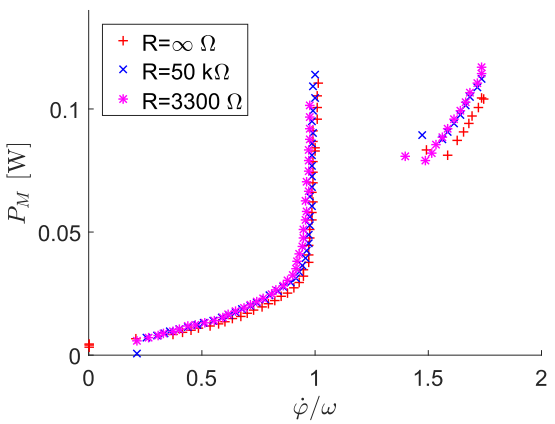


(c) Tensão sobre o motor com tensão aplicada decrescente

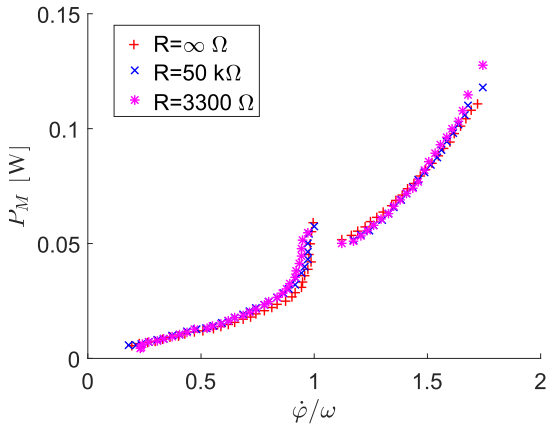


(d) Corrente do motor com tensão aplicada decrescente

Figura 6.8: Monitoramento da tensão e corrente do motor em função do tempo em segundos, realizados para a tensão partindo do repouso até o máximo valor em (a) e (b), e partindo do máximo valor até o repouso em (c) e (d)



(a) Potência do motor com tensão crescente



(b) Potência do motor com tensão decrescente

Figura 6.9: Monitoramento da potência elétrica do motor em função da frequência

6.3 Monitoramento do comportamento da estrutura

A aquisição de dados do acelerômetro para a tensão crescente, em função do tempo, resulta na Figura 6.10 onde está detalhada a forma de onda do sinal, na qual possui um período muito menor que o tempo de observação, dando a forma sólida. O aspecto em degrau é oriundo dos intervalos dos passos de acréscimo de tensão do controlador PWM, conforme explicado em 6.1 Procedimentos Experimentais.

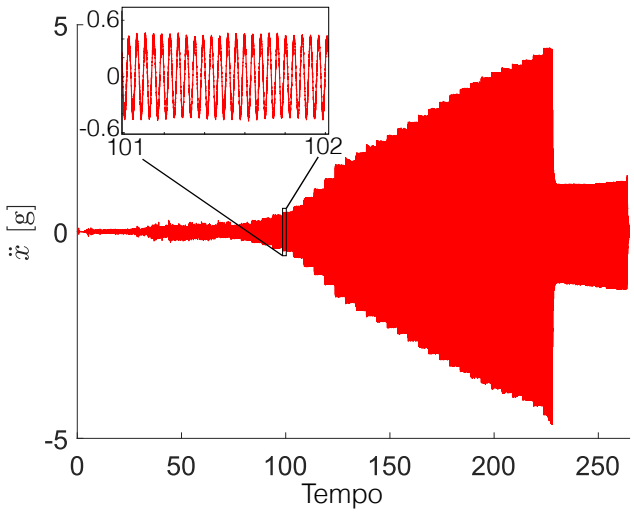
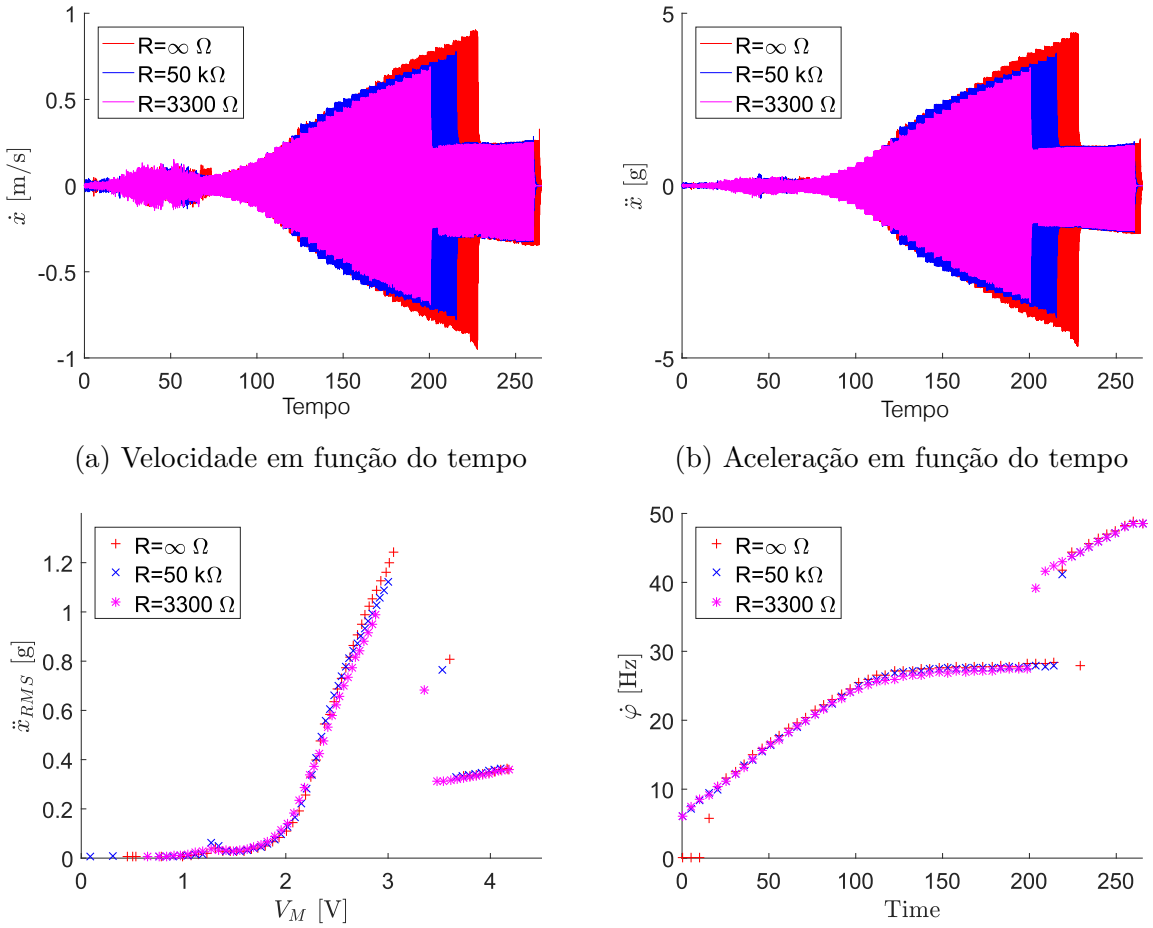


Figura 6.10: Aceleração em função do tempo em segundos, com detalhamento da forma de onda

As acelerações em função do tempo para várias resistências com a tensão aplicada ao motor crescente são apresentadas na Figura 6.11b, percebe-se que cada gráfico com sua respectiva resistência acoplada, inicia-se praticamente no mesmo instante, tendo o salto, no fim da captura, determinado pelo valor da resistência. De forma muito semelhante, os gráficos da velocidade, mostrados na Figura 6.11a, são parecidos, pois são obtidos da aceleração. Com o ojetivo de conhecer a aceleração em função da tensão do motor, foi calculado o valor eficaz da onda e mostrado na Figura 6.11c. Uma comparação pode ser feita ao confrontar comportamento da tensão sobre o motor contido na Figura 6.8a com a Figura 6.11c, podendo assim, corresponder a tensão e corrente do motor com os instantes absolutos de tempo dos fenômenos de salto de frequência, conforme a Tabela 6.1. Os históricos temporais das frequências, com as variações das resistências e com a tensão aplicada ao motor crescente, são mostrados na Figura 6.11d. Ratificando que o efeito de

captura inicia-se praticamente no mesmo instante, percebe-se que a duração do efeito econsequentemente o tamnho do salto depende dos valores das resistências, de forma inversamente proporcional.



(a) Velocidade em função do tempo

(b) Aceleração em função do tempo

(c) Aceleração RMS em função de V_M

(d) Frequência do rotor em função do tempo

Figura 6.11: Monitoramento do comportamento da estrutura com a tensão crescente e com a variação de resistências em função do tempo em segundos

Para uma melhor clareza nas análises do comportamento dinâmico, foi calculado o valor eficaz da amplitude da aceleração e traçado o gráfico em função da frequência, mostrado na Figura 6.12.

Um aumento nas amplitudes de velocidade e aceleração estão presentes em torno de 50 segundos conforme visto nas Figuras 6.11a e 6.11b respectivamente e na resposta em frequência na Figura 6.12 pode-se observar que ocorre na metade da frequência natural da estrutura, levantando a hipótese de ser uma sub-harmônica causada por parâmetros estruturais reais. Por não ser objeto de estudo, este fenômeno não sofreu uma pesquisa aprofundada.

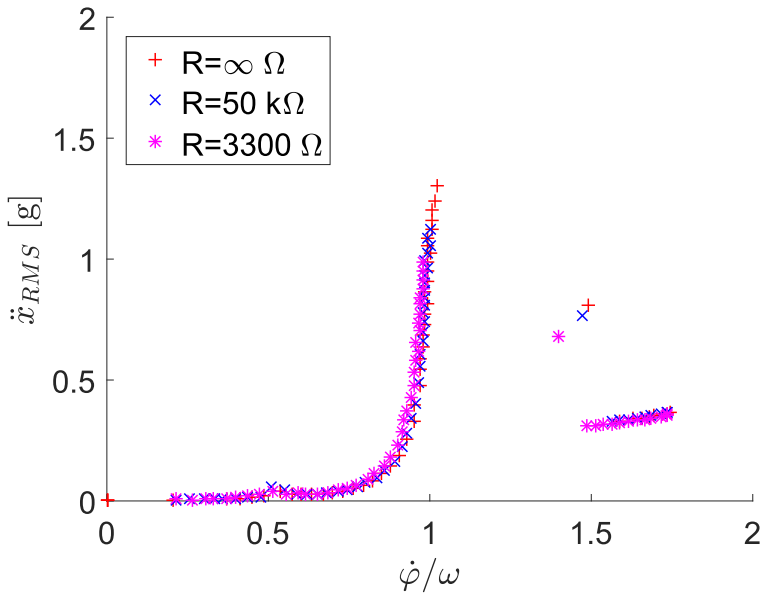


Figura 6.12: Resposta em frequência da amplitude da aceleração RMS para a tensão aplicada ao motor no sentido crescente

O mesmo processo foi realizado com a tensão aplicada ao motor decrescente. Assim como nas soluções analíticas e numéricas, um transiente causado pelo repentino aumento de amplitude aparece no momento da captura, detalhado na Figura6.13. Observa-se que, como nos outros gráficos da aceleração medida experimentalmente, a aparência sólida é causada pelo fato do sinal de forma senoidal possuir um período muito menor que o tempo de observação.

Os históricos das acelerações para várias resitências são encontradas na Figura 6.14b, percebe-se que agora o início da captura não é no mesmo instante, dependendo dos valores das resistências, entretanto o fim das oscilações excedentes do modo estacionário se igualam em amplitude por volta de 180 s, as velocidades em função do tempo mostradas na Figura 6.14a, possuem a forma semelhante. A aceleração eficaz de cada valor de resistência é mostrada na Figura 6.14c, para esta curva deve-se observar que temporalmente o fenômeno ocorre com a tensão decrescente, sendo assim, o sentido de observação é da direita para a esquerda. Os históricos das frequências para várias resistências são vistos na Figura 6.14d, pode-se observar que os saltos são bem menores que a tensão crescente, tendo pouca influência das resistências, valendo a mesma observação quanto ao sentido de observação. O comportamento do motor em função da variação da tensão incidente também pode ser comparado pela Figura 6.8c e pela Figura 6.14c.

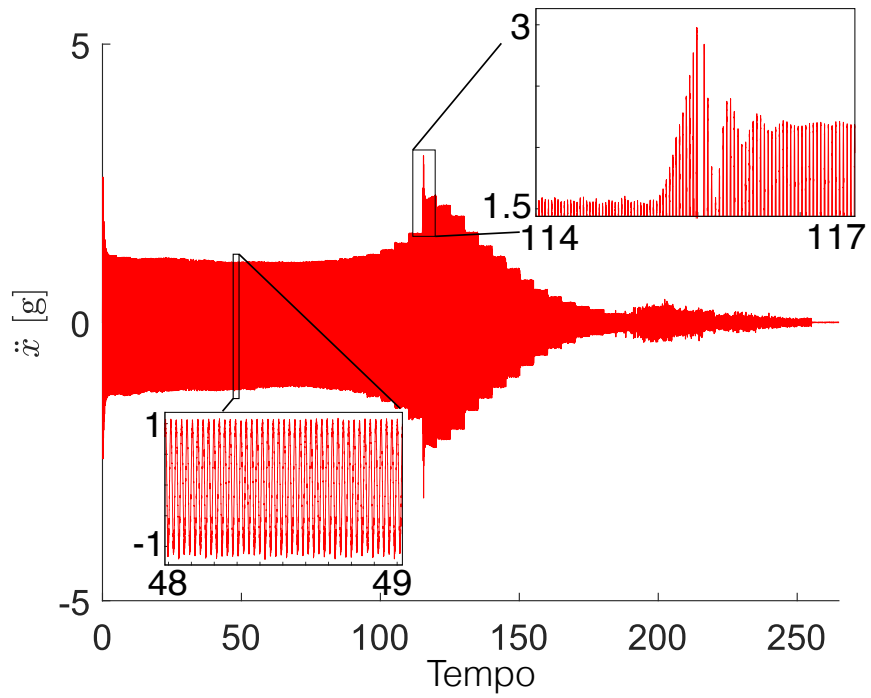


Figura 6.13: Detalhes do transiente na amplitude com a tensão aplicada ao motor decrescente em função do tempo em segundos

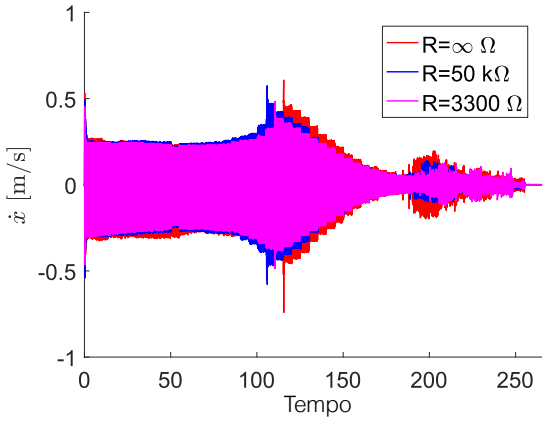
Os valores eficazes da aceleração em função da frequência é mostrado na Figura 6.15. Observa-se que o sentido do salto é da direita para a esquerda, ou seja a acelerção move-se rapidamente para um valor maior, onde ocorreram os transientes indicados na Figura 6.10.

Assim como na tensão crescente,

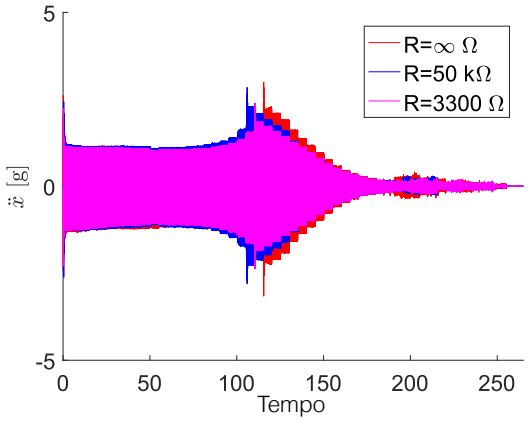
Seguindo a linha de detalhamento das amostras para tensão crescente, foi elaborada a Tabela 6.2 para a tensáo decrescente.

Tabela 6.1: Valores de aceleração, tensão e corrente no momento do salto com a tensão crescente para as três situações do circuito eletromagnético

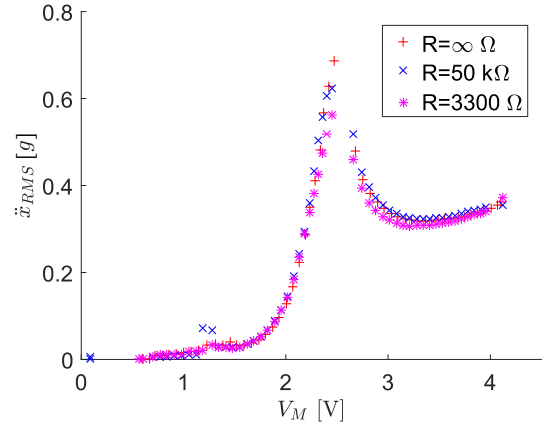
Situação bobina	Tempo [s]	Aceleração RMS [g]	Tensão do motor [V]	Corrente elétrica no motor [mA]
Aberta	227	1,24	3,05	36,16
Aberta	229	0,80	3,60	23,10
Aberta	234	0,33	3,74	21,69
R=50 $k\Omega$	214	1,12	3,08	37,96
R=50 $k\Omega$	219	0,33	3,37	25,30
R=50 $k\Omega$	224	0,34	3,81	23,83
Curto-circuito	198,8	0,99	2,88	35,24
Curto-circuito	203,8	0,68	3,35	24,00
Curto-circuito	208,9	0,31	3,48	22,68



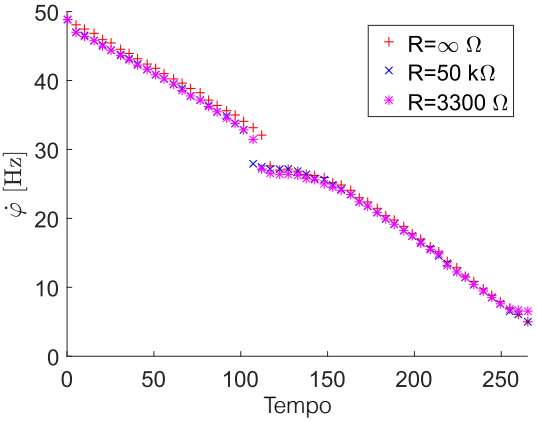
(a) Velocidade em função do tempo



(b) Aceleração em função do tempo



(c) Aceleração RMS em função de V_M



(d) Frequência do rotor em função do tempo

Figura 6.14: Monitoramento do comportamento da estrutura com a tensão decrescente e com a variação de resistências em função do tempo em segundos

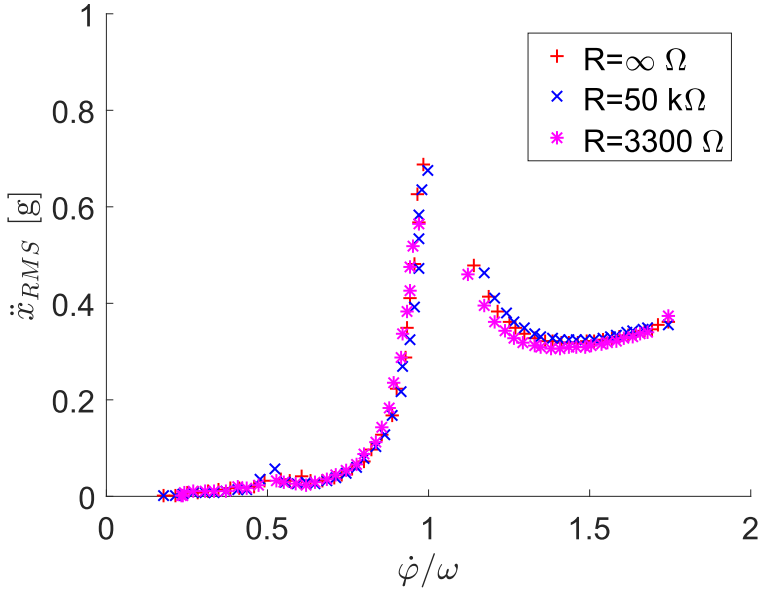


Figura 6.15: Resposta em frequência da amplitude da aceleração RMS para a tensão aplicada ao motor no sentido decrescente

Tabela 6.2: Valores de aceleração, tensão e corrente no momento do salto com a tensão decrescente para as três situações do circuito eletromagnético

Situação bobina	Tempo [s]	Aceleração RMS [g]	Tensão do motor [V]	Corrente elétrica no motor [mA]
Aberta	112	0,45	2,70	15,12
Aberta	117	0,66	2,54	18,45
Aberta	122	0,65	2,42	18,02
R=50 $k\Omega$	102	0,46	2,74	18,80
R=50 $k\Omega$	107	0,67	2,53	22,77
R=50 $k\Omega$	112	0,63	2,47	22,00
Curto-circuito	102	0,39	2,74	18,65
Curto-circuito	107	0,46	2,66	18,83
Curto-circuito	112	0,56	2,45	22,26

Considerações sobre o Capítulo 6

Inicialmente foi contruído uma bancada com uma viga de aço inox, um sistema de fixação feito de madeira e chapa de alumínio, dois suportes construidos na impressora 3D pertecenete ao laboratório de Acústica e Vibração do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Bauru na qual acoplam um motor de corrente contínua (com uma massa desbalanceada no seu eixo) na parte superior da viga e um ímã permanente na parte inferior. Junto á base, foi colocada uma bobina com 27000 espiras na qual o íma fica imerso em seu núcleo. Um arduíno foi programado para realizar a rampa de tensão de 0 V a 5 V e no sentido oposto de 5 V a 0 V, ele alimenta o motor de corrente contínua e é monitorado pelo sistema de aquisição de dados, inclusive sua corrente de forma indireta. O sistema de aquisição também monitora a rotação do motor utilizando uma chave óptica, monitora a aceleração através de um acelerômentro acoplado atrás na extremidade livre da viga e monitora a tensão na bobina. A formatação dos sinais é feita utilizando o LabView da National, que os salva em formato apropriado para o Matlab. O processamento feito pelo Matlab fornece os gráficos que descrevem o comportamento dinâmico da viga e elétrico do motor.

Ao longo da execução dos testes, algumas interferências em decorrência de acionamento e desligamento de condicionador de ar ou outros equipamentos na edificação do laboratório e ruído causados por alterações de temperatura, folga no eixo do motor, vibrações causadas pela movimentação dos fios dos sensores, podem ter ocorridos sem ter afetado de forma significativa as medições.

O monitoramento da tensão e corrente do motor mostra que há um aumento muito forte de consumo de corrente elétrica durante a captura pela ressonância e uma ligeira queda na taxa de crescimento da tensão, resultando de forma expressiva neste intervalo o aumento de potência consumida.

O comportamento dinâmico da viga foi exposto nos gráficos temporais da aceleração e velocidade da vibração e da velocidade angular do eixo do motor, foi obtido o gráfico da acelerção eficaz em função da tensão aplicada ao motor e da aceleração eficaz em função da frequência admensional, tanto no sentido da tensão aplicada no motor crescente, quanto no sentido decrescente.

Observa-se que estes resultado, semelhantes as soluções anteriores em sua forma de onda, mostram a atuação do absorvedor com maior intensidade nas resistências mais baixas, assim como nas simulações, houve redução na amplitude de oscilação, no tempo de captura pela ressonância e no tamanho do salto. Estas comparações entre as soluções obtidas são mais detalhadas no Capítulo 7.

Capítulo 7

COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS

As soluções aproximadas analíticas apresentada no Capítulo 4, as soluções por simulações numéricas apresentadas no Capítulo 5 e os resultados obtidos experimentalmente no Capítulo 6 tratam de comparações com a variação de resistência no circuito eletromagnético isoladamente entre elas. Neste capítulo, será feita uma análise comparativa de resultados entre as três soluções apresentadas e para isto será adotado primeiramente a utilização da frequência crescente e de uma única condição de resistência, no caso, o circuito aberto. O intervalo de tempo de observação está determinado pelo menor valor, utilizado no experimental de 265 s.

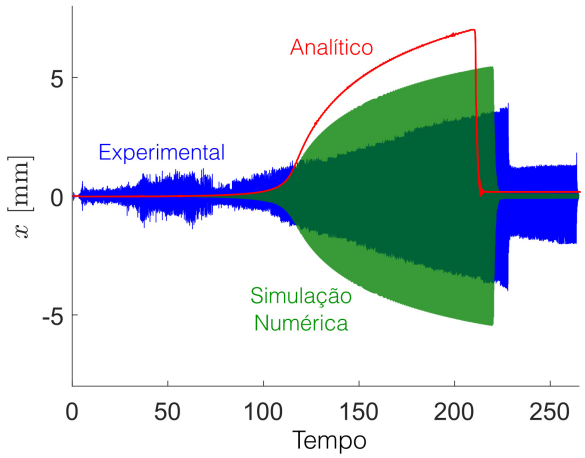
Inicialmente, é comparado a amplitude de oscilação da estrutura durante o intervalo de observação. Para a solução analítica, utiliza-se a envoltória obtida pela integração da equação do movimento não estacionário da amplitude, para a solução numérica utiliza-se a forma de onda obtida para o deslocamento em x e para a solução experimental realiza-se uma dupla integração na aceleração medida para obter a amplitude de deslocamento da estrutura. Para uma melhor visualização, foi feito na Figura 7.1a uma superposição dos resultados das amplitudes. Existe um pequeno ruído no resultado experimental, entretanto a leitura não é comprometida, outro ponto a se considerar na onda medida experimentalmente, é a discretização ocorrida na tensão aplicada na armadura em pequenos passos causados pela resolução do PWM, conforme já mencionado no Capítulo 6, dando o aspecto de degraus.

É possível observar que em todas as formas de onda, o início da captura está ocorrendo em instantes bem próximos, aproximadamente em 106 segundos, fica mais claro essa observação na Figura 7.1b, já o término da captura na qual resulta no salto de frequência ocorre primeiro na solução analítica, seguida pela solução numérica e a última a encerrar a captura é o resultado experimental. Em termos da amplitude do deslocamento, a solução analítica possui um valor maior de amplitude que da solução numérica e esta maior que a experimental. As curvas obtidas pelas soluções analíticas e numéricas utilizaram o valor de placa do motor, entretanto, não foi fornecido pelo fabricante o seu rendimento, sendo assim, o rendimento do motor foi considerado 100%. Percebe-se que por ter um rendimento menor, o motor real, utilizado na experiência, teve sua amplitude menor, pois uma parte da energia perdeu-se no entreferro, na dissipação de calor, atrito, entre outras perdas comuns em motores. Pelos mesmos motivos de perdas nos motor, houve uma maior dificuldade de escapar da captura pela ressonância.

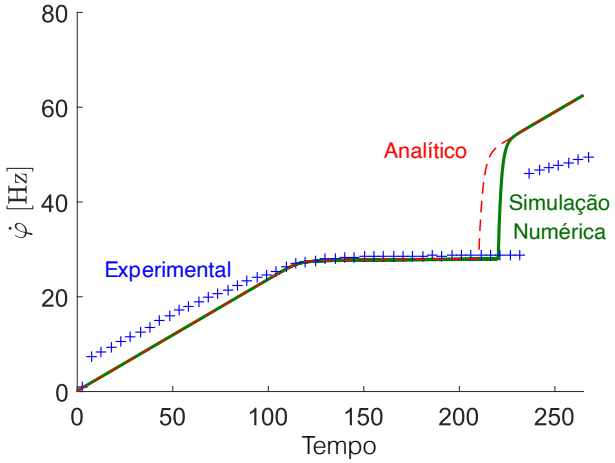
As formas de ondas possuem boa semelhança entre elas, além da amplitude já mencionada, fica bem exposta na Figura 7.1b, na qual é mostrada a rotação do motor em função do tempo. Observa-se que nas três soluções, o início da captura é basicamente no mesmo instante. Os saltos, conforme descritos nas formas de onda da amplitude, ocorreram na mesma sequência, primeiramente no gráfico da média das variações da frequência obtida pela integração das equação das ondas não estacionárias, seguida do gráfico obtido pela integração numérica daa equação de estado e por fim, dos dados obtidos experimentalmente. Os gráficos das soluções teóricas possuem a mesma inclinação, a integração numérica teve alguns instantes a mais de captura pela ressonância do que a solução analítica, ao que indica causada pela aproximação desta última e o gráfico da experimental possui uma inclinação mais suave sendo mais reduzida com a rotação mais alta, indicando uma eficiência menor causada pelo rendimento do motor.

As respostas em frequência dos valores eficaz (RMS) das amplitudes de deslocamento podem ser comparadas na Figura 7.1c. Para os cálculos teóricos, foi acrescentado um filtro passa-baixas para refinar os traços, permitindo uma melhor visualização. A frequência de captura é praticamente a mesma para todas as respostas.

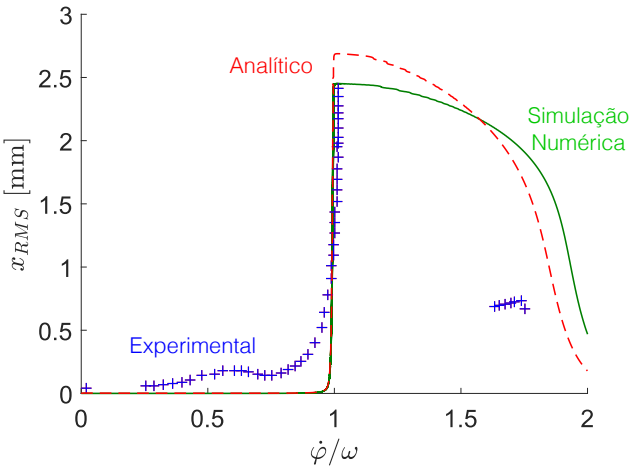
Para a análise com o sentido da frequência decrescente com a condição aberto, foram sobrepostas os gráficos de amplitude de deslocamento das três soluções na Figura7.2a,



(a) Comparativo entre as amplitudes



(b) Comparativo entre as velocidades angulares do eixo do motor



(c) Comparativo entre as amplitudes eficazes (RMS) de deslocamento

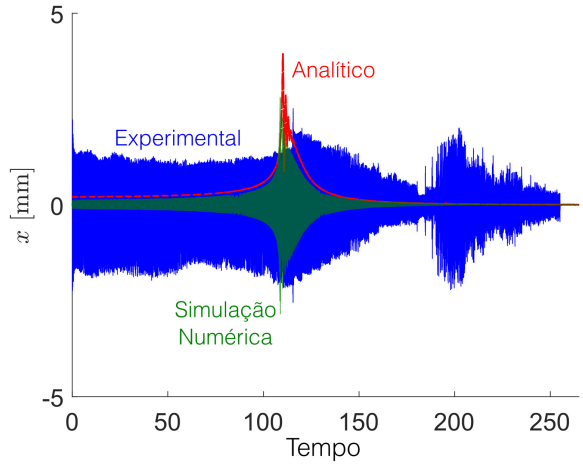
Figura 7.1: Comparativos de resultados obtidos de amplitude (a) e frequência (b) em função do tempo e do deslocamento eficaz em função da frequência admensional (c), entre as soluções analíticas, numéricas e experimental, para o sentido da frequência crescente.

como feito para a frequência crescente. A vibração da estrutura nos ensaios laboratoriais causaram um ruído um pouco acima do esperado, entretanto a comparação não é muito prejudicada. Percebe-se que o salto para a captura ocorreu um pouco atrasado nos experimentos, causados pelo baixo rendimento do motor, tendo em mente que os gráficos teóricos consideram o motor ideal. As curvas teóricas começam em 448 rad/s, para adequá-las à realização da comparação entre os gráficos, teve-se que realizar a diferença de tempo (aproximadamente 124,25 s) em que os 448 rad/s chegaria aos 305 rad/s, valor inicial dos ensaios laboratoriais.

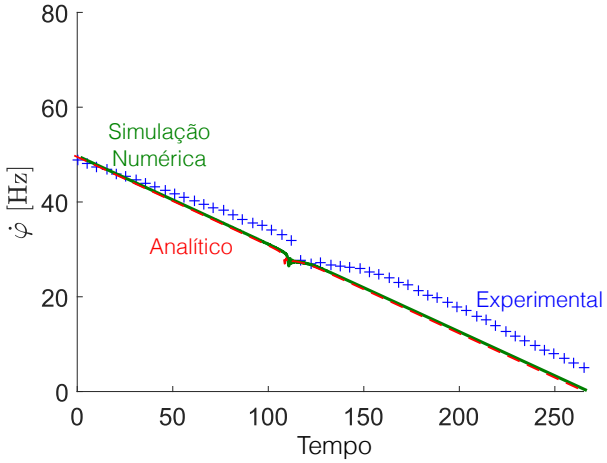
As medidas de velocidade angular do eixo do motor para a situação de frequência decrescente são mostradas na Figura 7.2b. As velocidades angulares teóricas, ou seja, solução aproximada analítica e solução numérica estão praticamente sobrepostas, e para uma melhor comparação, a rotação que inicialmente começava em 448 rad/s foi reduzida proporcionalmente à diferença de tempo, assim pode-se comparar essas duas curvas com a experimental. Os ensaios experimentais indicam que em alta rotação, o motor acompanha as curvas teóricas, tendo inclusive seu salto ligeiramente atrasado, após o salto da volta, com rotação menor, a inclinação acentua-se um pouco, com uma tendência a parar mais rápido, devido à maior influência de perdas com o atrito.

Da mesma maneira, as amplitudes de deslocamento eficazes em função da frequência podem ser comparadas na Figura 7.2c, observando que o sentido de desenvolvimento da frequência é da direita para a esquerda (decrescente).

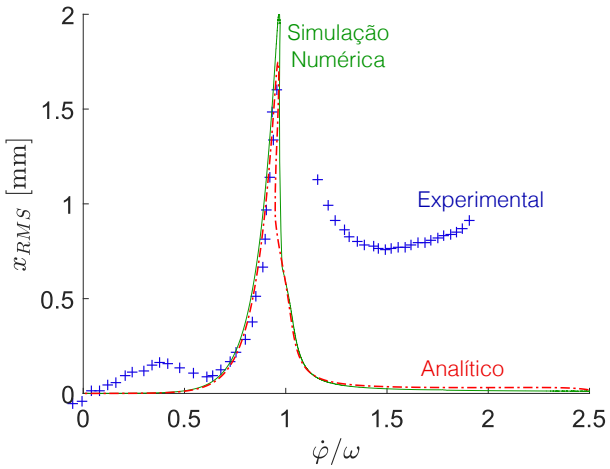
Considerando as diferentes formas de obtenção das curvas, pode-se dizer que na região da ressonância, houve uma boa semelhança entre os valores de cada curva, assim como nas suas formas de ondas, um pouco acima da ressonância, como foi considerado apenas um grau de liberdade para o movimento da estrutura, nos valores obtidos experimentalmente diferiram pela harmônicas existentes de vários graus de liberdades que o aparato possui. Colabora-se para as pesquisas de sistemas excitados por fontes de energia limitada (sistemas não ideais), já que não é muito trivial conter em um único trabalho os resultados obtidos: de forma aproximada analítica, através de simulação numérica e de dados adquiridos experimentalmente.



(a) Comparativo entre as amplitudes



(b) Comparativo entre as velocidades angulares do eixo do motor



(c) Comparativo entre as amplitudes eficazes (RMS) de deslocamento

Figura 7.2: Comparativos de resultados obtidos de amplitude (a) e frequência (b) em função do tempo e do deslocamento eficaz em função da frequência admensional (c), entre as soluções analíticas, numéricas e experimental, para o sentido da frequência decrescente.

Capítulo 8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1 Conclusões

Um sistema composto por uma viga engastada com um motor afixado na extremidade livre juntamente com um íma permanente, que fica imerso em um núcleo de uma bobina, é estudado. O modelamento matemático deste sistema é desenvolvido e as equações de movimento são obtidas. Nesta aparecem os termos da influência da oscilação do sistema na fonte de energia, caracterizando um sistema não-ideal. Para demonstrar a efetividade do amortecedor dinâmico e as variações dos efeitos causados por diversas correntes controladas por resistências externas propositalmente adicionadas, realiza-se o estudo de modo próximo à frequência de ressonância, pois os fenômenos que ocorrem nesta faixa do espectro oferecem um comportamento não-linear interessante, causado pelo efeito Sommerfeld.

Uma solução analítica aproximada, aplicando a mesma técnica de (KONONENKO, 1969), que é o método de pertubação de Bogoliubov, utilizando a teoria da média, é obtida. Um parâmetro resistivo variável externamente ao circuito é implementado para promover amortecimentos proporcionais à amplitude e à velocidade da vibração do sistema. Várias curvas são obtidas desta solução analítica com diversos valores de resistência inserida no circuito eletromagnético, separadas em movimentos estacionários e não-estacionários. A influência do valor desta resistência torna-se evidente nestas curvas, sendo inversamente proporcional à atuação do amortecimento.

Simulações são realizadas através da integração numérica pelo método de Runge-

Kutta de quarta e quinta ordens. São feitas simulações com a rotação do eixo do rotor crescente e decrescente, com variações nos valores de resistência do circuito eletromagnético. Os históricos temporais de velocidade, deslocamento vertical e frequência exaltam o efeito Sommerfeld, enquanto que o histórico da corrente na bobina mostra que durante este efeito ela circula com mais intensidade. Com a frequência decrescente os efeitos são menores, pois o tempo de captura é mais curto e o salto é menor. Ao fechar o circuito e variar as resistências na bobina, a corrente atua na criação do campo magnético que contribui no amortecimento do sistema. Quanto menor a resistência, maior a corrente e maior o amortecimento.

Ensaios experimentais foram realizados no Laboratório de Acústica e Vibração da Engenharia Mecânica, da Faculdade de Engenharia de Bauru. Os resultados experimentais atendem às expectativas em relação aos teóricos, sendo que o gráfico da aceleração demonstra bem o efeito Sommerfeld, assim como as medidas de frequência e da tensão na bobina. Os testes são realizados com a amplitude de tensão aplicada ao motor de corrente contínua de forma crescente e decrescente. Os gráficos com a tensão decrescente também correspondem à expectativa de menor amplitude de vibração durante à captura e o menor salto. As variações de resistência têm o mesmo efeito citado nas soluções aproximadas analíticas e numéricas, fechando o circuito, quanto menor a resistência maior é o amortecimento.

Uma análise do comportamento do motor é realizada pelas amostras adquiridas de tensão fornecida e corrente circulante no motor, onde constata-se que, durante o intervalo do efeito Sommerfeld, ocorre uma queda no torque desenvolvido, ocasionado pelo aumento do torque de carga. Verifica-se que a adição do acoplamento eletromagnético reduz perceptivelmente os desvios causados pelo estado estacionário e os efeitos causados pelo estado não estacionário, como o salto.

Todos os resultados atendem à expectativa em relação ao comportamento dinâmico do sistema, ao surgimento dos efeitos não-lineares causados pela fonte com potência limitada de energia e às variações do valor da resistência do circuito eletromagnético, influenciando de forma inversamente proporcional ao amortecimento. Os históricos no tempo dos resultados das simulações numéricas e experimentais têm grandes semelhanças nas formas de onda e valores, tanto para aceleração, quanto para a velocidade angular

do eixo do motor, as medições da corrente na bobina nos ensaios experimentais foram canceladas, pois os métodos de medidas disponíveis no momento influenciaram na sua atuação de forma significativa.

8.2 Proposta para trabalhos futuros

Para uma melhor comparação dos sinais obtidos experimentalmente, sugere-se a aplicação de tratamento dos sinais com filtros para a eliminação de supostos ruídos, classificando as amplitudes que interessam, para uma melhor comparação.

Sugere-se, na sequência, um estudo incluindo um motor de qualidade superior, com especificações completas e detalhadas fornecidas pelo fabricante, proporcionando um modelo matemático com maior exatidão. Uma vez de posse, com maior exatidão, das constantes construtivas do motor, pode-se prever e comparar com os valores dos parâmetros de tensão e corrente, preferencialmente medidos com sensores que não influenciem as amplitudes das variáveis. Pelas dimensões maiores, os ruídos serão menos significativos. Entende-se que um estudo sobre o comportamento do motor pode promover soluções de prevenção de instabilidade e efeitos indesejados, associadas a eventuais indicações de possíveis alterações estruturais.

Como melhoria do aparato, sugere-se também, uma nova forma de fixação mais firme da viga e da base, para assim, observar a existência ou ausência de harmônicos e ruídos causados pela estrutura.

Sugere-se, técncias para implantação de controle para sair da captura, com aplicações de tensão na bobina e no motor.

Referências Bibliográficas

BALTHAZAR, J. M. **Nonlinear Vibrations Excited by Limited Power Sources**. Springer International Publishing: Springer, 2022.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* An overview on non-ideal vibrations. **Meccanica**, Kluwer Academic Publishers, v. 38, n. 6, p. 613–621, 2003.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* An overview on the appearance of the sommerfeld effect and saturation phenomenon in non-ideal vibrating systems (nis) in macro and mems scales. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 93, n. 1, p. 19–40, 2018.

BELATO, D. *et al.* Chaotic vibrations of a nonideal electro-mechanical system. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 38, n. 10-13, p. 1699–1706, 2001.

BELHAQ, M. *et al.* Effect of electromagnetic actuations on the dynamics of a harmonically excited cantilever beam. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 46, n. 6, p. 828–833, 2011.

BISOI, A.; SAMANTARAY, A.; BHATTACHARYYA, R. Control strategies for dc motors driving rotor dynamic systems through resonance. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 411, p. 304–327, 2017.

CHUNAWALA, T.; GHANDCHI-TEHRANI, M.; YAN, J. An optimum design of a double pendulum in autoparametric resonance for energy harvesting applications. **Vibroengineering PROCEDIA**, JVE International Ltd., v. 8, p. 163–168, 2016.

CRAIG, R. R. Structural dynamics: An introduction to computer methods. **Editora John Wiley&sons, Pag**, v. 527, 1981.

CVETIĆANIN, L. Dynamics of the non-ideal mechanical systems: A review. **Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics**, v. 4, n. 2, p. 75–86, 2010.

CVETICANIN, L.; ZUKOVIC, M. Motion of a motor-structure non-ideal system. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, Elsevier, v. 53, p. 229–240, 2015.

CVETICANIN, L.; ZUKOVIC, M.; BALTHAZAR, J. M. **Dynamics of mechanical systems with non-ideal excitation**. [S.l.]: Springer, 2018.

FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M. Comments on a nonlinear and nonideal electromechanical damping vibration absorber, sommerfeld effect and energy transfer. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 55, n. 1, p. 1–11, 2009.

FELIX, J. L. P. *et al.* **Teoria de sistemas vibratorios aporticados não-lineares e não-ideais**. Tese (Doutorado), 2002.

GONÇALVES, P. *et al.* The dynamic behavior of a cantilever beam coupled to a non-ideal unbalanced motor through numerical and experimental analysis. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 333, n. 20, p. 5115–5129, 2014.

GONÇALVES, P. *et al.* Double resonance capture of a two-degree-of-freedom oscillator coupled to a non-ideal motor. **Meccanica**, Springer, v. 51, n. 9, p. 2203–2214, 2016.

GONÇALVES, P. J. P.; SILVEIRA, M. Condition monitoring of structures under non-ideal excitation using low cost equipment. In: **Probabilistic Prognostics and Health Management of Energy Systems**. [S.l.]: Springer, 2017. p. 241–261.

ILIUK, I. *et al.* On non-ideal and chaotic energy harvester behavior. **Differential Equations and Dynamical Systems**, Springer, v. 21, n. 1, p. 93–104, 2013.

JIANG, J. *et al.* Dynamic and stability analysis of a cantilever beam system excited by a non-ideal induction motor. **Meccanica**, Springer, v. 56, n. 7, p. 1675–1691, 2021.

JR, W. H. H.; BUCK, J. A. **Eletromagnetismo**. [S.l.]: Bookman Editora, 2013.

JR, W. W.; TIMOSHENKO, S. P.; YOUNG, D. H. **Vibration problems in engineering**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1990.

KONONENKO, V. O. **Vibrating systems with a limited power supply**. [S.l.]: Iliffe, 1969.

KUHNERT, W. M. On the design of electromechanical vibration isolators and energy harvesters. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2020.

KUHNERT, W. M. *et al.* Optimum design of electromechanical vibration isolators. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, p. 1077546320925362, 2020.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. [S.l.]: Waveland Press, 2010.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. **Mecânica para engenharia: Dinâmica**. [S.l.]: LTC, 2009.

NAYFEH, A. H.; MOOK, D. T. **Nonlinear oscillations**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

PETROCINO, E. *et al.* Vibration control of a cantilever beam coupled to a non-ideal power source by coil impedance matching. In: **Advances in Nonlinear Dynamics**. [S.l.]: Springer, 2022. p. 221–231.

POLCZYŃSKI, K. *et al.* Numerical and experimental study of dynamics of two pendulums under a magnetic field. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 233, n. 4, p. 441–453, 2019.

PONTES, B. R. *et al.* Contribution of electrical parameters on the dynamical behaviour of a nonlinear electromagnetic damper. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 79, n. 3, p. 1957–1969, 2015.

PREUMONT, A. **Mechatronics**. [S.l.]: Springer, 2006.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas .** [S.l.]: Pearson Educación, 2009.

ROCHA, R. T. *et al.* Remarks on energy harvesting of nonlinear charge and voltage piezoelectric models in a two-degrees-of-freedom nonlinear portal frame model. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 235, n. 20, p. 4760–4767, 2021.

SADO, D.; KOT, M. Chaotic vibration of an autoparametrical system with a non-ideal source of power. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 45, n. 1, p. 119–131, 2007.

SANDERS, J. A.; VERHULST, F.; MURDOCK, J. **Averaging methods in nonlinear dynamical systems**. [S.l.]: Springer, 2007. v. 59.

SKUBOV, D.; KHODZHAEV, K. S. **Non-linear electromechanics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.

SOMMERFELD, A. Beiträge zum dynamischen ausbau der festigkeitslehe. **Physikal Zeitschr**, v. 3, p. 266–286, 1902.

TIMOSHENKO, S. **Vibration problems in engineering**. [S.l.: s.n.], 1937.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física–Eletricidade e Magnetismo, Ótica**. [S.l.]: LTC, 2000. v. 4.

VARANIS, M. V. *et al.* Dynamics and control of periodic and non-periodic behavior of duffing vibrating system with fractional damping and excited by a non-ideal motor. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier, v. 357, n. 4, p. 2067–2082, 2020.

WARMINSKI, J.; BALTHAZAR, J. Vibrations of a parametrically and self-excited system with ideal and non-ideal energy sources. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, SciELO Brasil, v. 25, n. 4, p. 413–420, 2003.

WITKOWSKI, K. *et al.* Modeling and dynamics analysis of a forced two-degree-of-freedom mechanical oscillator with magnetic springs. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 148, p. 107138, 2021.

WOJNA, M. *et al.* Dynamics of a double physical pendulum with magnetic interaction. **Vib. Control Stab. Dyn. Syst., DAB&M of TUL Press, Lodz**, p. 559e570, 2017.

WOJNA, M. *et al.* Numerical and experimental study of a double physical pendulum with magnetic interaction. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 430, p. 214–230, 2018.

ZUKOVIC, M.; CVETICANIN, L. Chaos in non-ideal mechanical system with clearance. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 15, n. 8, p. 1229–1246, 2009.

ZUKOVIC, M.; HAJRADINOVIC, D.; KOVACIC, I. On the dynamics of vibro-impact systems with ideal and non-ideal excitation. **Meccanica**, Springer, v. 56, n. 2, p. 439–460, 2021.

Apêndice A

Força de origem eletromagnética

O conhecimento dos efeitos produzidos pelo campo magnético foram adquiridos basicamente de forma empírica, tendo mais tarde associado às cargas elétricas, conforme visto no Cap 9 de (JR; BUCK, 2013) e Seção 2 e 3 de (PREUMONT, 2006) a força sobre uma carga em movimento em um campo elétrico é dada por

$$F = QE \tag{A.1}$$

onde Q é a carga e E é o campo elétrico, a força tem a mesma direção do campo elétrico. Já uma partícula movimentando-se no campo magnético B com uma velocidade v produz uma força expressa como

$$F = Qv \times B \tag{A.2}$$

Combinados os campos elétricos e magnético, pela superposição dos efeitos, obtém-se a equação da força de Lorentz

$$F = Q(E + v \times B) \tag{A.3}$$

Considerando um elemento diferencial de carga expresso em em termos de densidade volumétrica de carga $dQ = \rho dv$, um diferencial de força é obtido $dF = \rho dv \times B$, sendo a densidade de corrente quanto à velocidade volumétrica de carga dada por $J = \rho v$ pode-se dizer que

$$dF = J \times B dv \tag{A.4}$$

Sendo que Jdv pode ser entendido como um diferencial de corrente, um diferencial de força em um filamento ℓ tem-se $dF = Id\ell \times B$, assim a força é a integral fechada $F = \oint Id\ell \times B$. Considerando um campo magnético uniforme e um condutor retilíneo tem-se $F = I\ell \times B$, sabendo o ângulo θ entre os vetores da direção fluxo de corrente e da direção da densidade de fluxo magnético, obtem-se a expressão:

$$F = B\ell I \sin\theta \tag{A.5}$$

A indutância em uma bobina pode ser definida pela quantidade de fluxo pela amplitude de corrente, aumenta N vezes conforme a quantidade de espiras, ou seja

$$L = \frac{N\Phi}{I} \tag{A.6}$$

Com isso, define a energia potencial produzida em uma bobina, ou indutor, como

$$W_m(x, i) = \frac{1}{2}L(x)i^2 \tag{A.7}$$

Considerando um fluxo magnético variável em uma bobina, obtém-se uma força eletromotriz (fem) que pode fornecer, em circuitos fechados, uma corrente elétrica, tal fenômeno é conhecido como Lei de Faraday, a fem possui um sinal negativo, indicando que a tensão induzida age de modo a produzir um fluxo que irá se opor ao fluxo que a gerou, este fenomeno de oposição é conhecido como Lei de Lenz, assim tem-se

$$fem = -N\frac{d\Phi}{dt} \tag{A.8}$$

Se considerar que o fluxo Φ que atravessa um circuito fechado condutor x de comprimento ℓ em um dado intervalo de tempo t, ou seja $\Phi = Bx\ell$ a fem de movimento, como pode ser vista no Cap. 30 de (TIPLER; MOSCA, 2000) pode ser escrita como

$$fem = -B\ell\frac{dx}{dt} = -B\ell v \tag{A.9}$$

Apêndice B

Critério de Routh-Hurwitz para estado estacionário

A matriz fundamental de Jacob com seus elementos calculados para o estado estacionário tem a seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{B.1}$$

O critério de Routh-Hurwitz descreve a equação característica como sendo

$$\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + \Gamma = 0 \tag{B.2}$$

onde

$$A = -(a_{11} + a_{22} + a_{33}) \tag{B.3}$$

$$B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{32} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \tag{B.4}$$

$$\Gamma = -\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{B.5}$$

A matriz de Hurwitz é dada por

$$\begin{bmatrix} A & 1 & 0 \\ \Gamma & B & A \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \tag{B.6}$$

Para que o estado estacionário seja estável, ou seja, todas as raízes tem a parte real negativa, os menores membros da diagonal principal sejam positivos, considerando Δ_i como os determinantes de Hurwitz, tem-se

$$\Delta_1 = A \tag{B.7}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A & 1 \\ \Gamma & B \end{vmatrix} \tag{B.8}$$

$$\Delta_3 = \Gamma\Delta_2 \tag{B.9}$$

portanto

$$A > 0, \quad AB - \Gamma > 0, \quad \Gamma > 0 \tag{B.10}$$

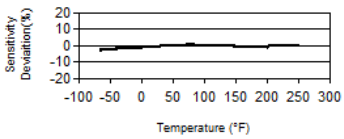
Anexo A

Especificações do Acelerômetro

Model Number	ICP® ACCELEROMETER	Revision: B
352A59		ECN #: 48707

Performance	**ENGLISH**	**SI**	
Sensitivity(± 15 %)	10 mV/g	1.0 mV/(m/s²)	
Measurement Range	± 500 g pk	± 4900 m/s² pk	
Frequency Range(± 5 %)	1.0 to 10,000 Hz	1.0 to 10,000 Hz	
Frequency Range(± 10 %)	0.7 to 20,000 Hz	0.7 to 20,000 Hz	
Frequency Range(± 3 dB)	0.5 to 30,000 Hz	0.5 to 30,000 Hz	
Resonant Frequency	≥ 65 kHz	≥ 65 kHz	
Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz)	.005 g rms	.05 m/s² rms	[1]
Non-Linearity	≤ 1 %	≤ 1 %	[2]
TEDS Compliant(Per IEEE 1451.4)	Yes	Yes	[3]
Transverse Sensitivity	≤ 5 %	≤ 5 %	
Environmental			
Overload Limit(Shock)	± 10,000 g pk	± 98,000 m/s² pk	
Temperature Range(Operating)	-65 to +250 °F	-54 to +121 °C	
Temperature Response	See Graph	See Graph	
Electrical			
Excitation Voltage	18 to 30 VDC	18 to 30 VDC	
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA	
Output Impedance	≤ 50 Ohm	≤ 50 Ohm	
Output Bias Voltage	7 to 12 VDC	7 to 12 VDC	
Discharge Time Constant	1.0 to 3.5 sec	1.0 to 3.5 sec	
Settling Time(within 10% of bias)	<3.5 sec	<3.5 sec	
Spectral Noise(1 Hz)	225 µg/√Hz	2205 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise(10 Hz)	50 µg/√Hz	490 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise(100 Hz)	10 µg/√Hz	98 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise(1 kHz)	8 µg/√Hz	78 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Spectral Noise(10 kHz)	5 µg/√Hz	49 (µm/sec²)/√Hz	[1]
Physical			
Size (Height x Length x Width)	.22 in x 0.48 in x 0.25 in	5.6 mm x 12.2 mm x 6.4 mm	
Weight	.03 oz	.9 gm	[1]
Sensing Element	Ceramic	Ceramic	
Sensing Geometry	Shear	Shear	
Housing Material	Titanium	Titanium	
Sealing	Hermetic	Hermetic	
Electrical Connector	M3 Coaxial Jack	M3 Coaxial Jack	
Electrical Connection Position	Side	Side	
Mounting	Adhesive	Adhesive	

Typical Sensitivity Deviation vs Temperature



CE[4]

All specifications are at room temperature unless otherwise specified.
In the interest of constant product improvement, we reserve the right to change specifications without notice.

ICP® is a registered trademark of PCB Group, Inc.

OPTIONAL VERSIONS

Optional versions have identical specifications and accessories as listed for the standard model except where noted below. More than one option may be used.

TLA - TEDS LMS International - Free Format

TLB - TEDS LMS International - Automotive Format

TLC - TEDS LMS International - Aeronautical Format

NOTES:
[1] Typical.
[2] Zero-based, least-squares, straight line method.
[3] TEDS Capable Digital Memory and Communication, compliant with IEEE P1451.4
[4] See PCB Declaration of Conformance PS023 for details.

SUPPLIED ACCESSORIES:
Model 030B10 Miniature low-noise PTFE cable, 10-ft, M3 plug to 10-32 plug (1)
Model 039A38 One-piece removal tool for model 352A71 (1)
Model 080A109 Petro Wax (1)
Model ACS-1 NIST traceable frequency response (10 Hz to upper 5% point). (1)

Entered: LK	Engineer: LM	Sales: WDC	Approved: JJB	Spec Number:
Date: 9/25/2018	Date: 9/25/2018	Date: 9/25/2018	Date: 9/25/2018	**68012**

PCB PIEZOTRONICS
3425 Walden Avenue, Depew, NY 14043
Phone: 716-684-0001
Fax: 716-684-0987
E-Mail: info@pcb.com