



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EGÍDIO RODRIGUES MARTINS

**Possibilidades do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-
Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em
um Curso de Licenciatura Matemática na Rede Federal de
Educação Tecnológica no Estado de São Paulo**

**RIO CLARO – SP
2019**

EGÍDIO RODRIGUES MARTINS

**Possibilidades do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-
Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em
um Curso de Licenciatura Matemática na Rede Federal de
Educação Tecnológica no Estado de São Paulo**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Rio Claro/SP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática. Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lourdes de la Rosa Onuchic.

**RIO CLARO – SP
2019**

M386p Martins, Egídio Rodrigues

Possibilidades do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em um Curso de Licenciatura Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica no Estado de São Paulo / Egídio Rodrigues Martins. -- Rio Claro, 2019

220 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro

Orientadora: Lourdes de la Rosa Onuchic

1. Formação Inicial de Professores. 2. Resolução de Problemas. 3. Institutos Federais. 4. Licenciatura em Matemática. 5. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática.. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Egídio Rodrigues Martins

Formação Inicial do Professor de Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica no Estado de São Paulo fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Comissão examinadora

Prof.^a Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic (orientadora)
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Rio Claro, SP.

Prof.^a Dra. Andresa Maria Justulin
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Brasil.

Prof.^a Dra. Eliane Scheid Gazire
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, PUC Minas, Brasil.

Prof.^a Dra. Mirian Godoy Penteado
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Rio Claro, SP.

Prof.^a Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Rio Claro, SP.

Conceito: APROVADO

Rio Claro, 14 de Março de 2019

Dedico este trabalho à minha esposa Clênia que soube com maestria lidar com os desafios apresentados no decorrer da caminhada.

À minha filha Luelmy que veio ao mundo para alegrar meus dias.

Aos meus pais Jonas e Dalvina que, com sua simplicidade majestosa, ensinaram-me que para alcançar os objetivos não basta apenas ter virtudes, e sim fé, persistir e, principalmente, aprender com os erros.

Aos meus irmãos Sales, Ana Maria, José, Alberto e Luciana.

AGRADECIMENTOS

Ao encerrar esta etapa de minha vida acadêmica, agradeço a todos aqueles que, de vários modos, contribuíram para que esta tese se configurasse.

Primeiramente, a DEUS por ser fonte de toda a sabedoria.

À minha Orientadora Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic que, além de orientadora, foi companheira e conselheira, contribuindo, decisivamente, para o meu avanço intelectual e para a finalização deste trabalho.

À minha querida Esposa Clênia pela paciência e parceria em todos os momentos.

À minha filha Luelmy que sempre foi um bálsamo nos momentos mais difíceis.

Às professoras. Dra. Andresa Maria Justulin, Dra. Eliane Scheid Gazire, Dra. Mirian Godoy Penteado e Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin pelas contribuições na qualificação e na defesa.

Aos colegas e amigos do GTERP, em especial a Nilton Cezar, Márcio Pironel, Luiz Carlos, Cecília Andrade, Lilian Esquinelato, Sabrina Vallilo e Karen Valencia.

Aos amigos e colegas do Programa e, em especial aos que convivi mais de perto Alex Coelho, Bruno Leite, Maria Francisca, Jorge, Agnaldo, Domício, Ana Carolina.

Aos amigos da “Família Rioclarense” Sandro, Dete, Aysha, Anderson Luiz, Lahis Braga, Carla, Marcela e Marly.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro pelo aprimoramento de minha Formação.

Aos colegas do IFNMG Campus Januária.

Ao IFNMG Campus de Januária.

Aos amigos José Wilson Lima Vieira e sua família e Genilson Tolentino.

Ao Professor Robinson e os alunos da Licenciatura em Matemática do IFSP Araraquara.

Minha utopia, como educador, é que as novas gerações serão capazes de atingir cidadania e criatividade... Minha utopia, como matemático, é que a matemática é essencial para atingir a minha utopia como educador.

(Ubiratan D'Ambrósio)

RESUMO

Esta pesquisa de doutorado está dividida em dois momentos: o primeiro foi realizado em seis campi do IFSP e seu objetivo era o de investigar, junto aos professores que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática do IFSP, como eles percebem a possibilidade de atuação como formador e como professor de matemática em uma mesma instituição. A segunda etapa deu-se com a incorporação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas e teve como objetivo analisar a possibilidade do uso da referida metodologia na Formação de Professores de Matemática no IFSP, além de compreender como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização da referida metodologia em diferentes níveis de ensino. Esta pesquisa teve como mote uma discussão teórica acerca dos temas: Institutos Federais de Educação e Ciência e Tecnologia - IFs, formação de professores e Resolução de Problema. Realizaram-se, também, pesquisas de cunho bibliográfico para discutir os temas supracitados e trazer novos debates e diálogos para a cena, aqui, construída. Isso se fez a partir de trabalhos de referência e impacto e, também, uma análise sobre documentos oficiais tanto do cenário nacional quanto do internacional sobre os temas: IFs, Formação de Professores, Formação de Professores de Matemática, Resolução de Problemas, dentre outros. Para alcançar os objetivos propostos, adotou-se a metodologia de pesquisa de abordagem qualitativa, sendo a coleta de dados feita por meio de entrevistas e de aplicação de um projeto em um dos campi do IFSP, o campus de Araraquara. Evidenciou-se, na primeira etapa, que os professores, em sua maioria, acreditam que a modalidade de ensino que têm trabalhado possibilita muitos benefícios àqueles com quem trabalham. Emergiu, também, que o professor, ao atuar nos dois níveis de ensino, pode proporcionar melhoria em sua prática de ensino com um olhar diferente. A discussão sobre a formação inicial de Professores de Matemática apresenta, ao longo de décadas, aspectos de conservação e mudança. Ao mesmo tempo, é possível perceber o surgimento de novos temas, novas questões, que parecem apontar para novos caminhos, tanto de formação em geral como de modo específico, para os cursos de Licenciatura em Matemática. Nesse sentido, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se apresenta como um caminho possível para ser trabalhada na Formação de Professores de Matemática.

Palavras-chave: Formação Inicial de Professores. Resolução de Problemas. Institutos Federais. Licenciatura em Matemática. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática.

ABSTRACT

This PhD research is divided into two phases: The first one was carried out on six campuses of the IFSP and its objective was to investigate how teachers working in the degree courses in Mathematics of the IFSP perceive the possibility of acting as trainer and as professor of mathematics in the same institution. The second step was to incorporate the Teaching-Learning-Assessment-Mathematics Methodology through Problem Solving, which had the objective of analyzing the possibility of the use of said methodology in the Training of Mathematics Teachers in the IFSP, besides understanding how teacher trainers and mathematics graduates are affected by the possibility of using this methodology at different levels of education. This research had as motto a theoretical discussion about the themes: Federal Institutes of Education and Science and Technology - IFs, teacher training and Problem Solving. Bibliographical research was also carried out to discuss the aforementioned themes and to bring new debates and dialogues to the scene, built here. This was done from reference and impact works and also an analysis of official documents from both the national and the international scenario on the themes: IFs, Teacher Training, Mathematics Teacher Training, Problem Solving, among others. In order to achieve the proposed objectives, a qualitative approach was adopted. Data collection was done through interviews and the application of a project at one of the campuses of the IFSP, the Araraquara campus. In the first stage, it was evidenced that most of the teachers believe that the modality of teaching that they have worked on offers many benefits to their students. Also, it emerged that the teacher acting at both levels of education can provide improvement in their teaching practice with different ways of carrying out their practices. Over the decades, the discussion about the initial formation of Mathematics Teachers presents aspects of conservation of change. At the same time, it is possible to perceive the emergence of new themes, new questions, which seem to point out new paths, both in general formation and, specifically, for undergraduate courses in Mathematics. In this sense, the Methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving is presented as a possible way to be worked on in Mathematics Teacher Training.

Keywords: Problem Solving. Initial Teacher Education. Federal Institutes. Degree in Mathematics. Mathematics Teaching-Learning-Assessment.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Expansão da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica – Em unidades.....	24
Figura 2 – Quantidade de municípios atendidos com a expansão da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e tecnológica.....	25
Figura 3 – Distribuição da RETEC nos estados brasileiros.....	26
Figura 4 – Mapa da localização dos campi do IFSP no estado de São Paulo.....	27
Figura 5 – Campi do IFSP destacando os que fazem parte da pesquisa.....	28
Figura 6 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_1	81
Figura 7 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_5	81
Figura 8 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_2	81
Figura 9 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_3	82
Figura 10 – Resolução do problema 2 realizada pelo aluno A_2	83
Figura 11 – Resolução do problema 2 realizada pelo professor regente.....	84
Figura 12 – Resolução do problema 2 realizada pelo professor regente.....	84
Figura 13 – Resolução do problema 4 realizada pelo aluno A_2	86
Figura 14 – Resolução do problema 5 realizada pelo aluno A_2	87
Figura 15 – Resolução do problema 6 realizada pelos alunos.....	88
Figura 16 – Resolução do problema 6 realizada pelo professor regente.....	88
Figura 17 – Resolução do problema 7 realizada pelo aluno A_2	89
Figura 18 – Resolução do problema 6 realizada pelo professor regente.....	89
Figura 19 – Resolução do problema 8 realizada pelo aluno A_2	91
Figura 20 – Resolução do problema 8 realizada pelo professor Regente.....	91
Figura 21 – Resolução do problema 8 realizada pelo professor regente.....	91
Figura 22 – Problema Gerador 1 elaborado pelo aluno A_1	93
Figura 23 – Problema Gerador 1 elaborado pelo aluno A_1	94
Figura 24 – Problema Gerador 2 elaborado pelo aluno A_2	94
Figura 25 – Problema Gerador 2 elaborado pelo aluno A_2	95
Figura 26 – Problema Gerador 3 elaborado pelo aluno A_4	95
Figura 27 – Problema Gerador 4 elaborado pelo aluno A_3	96
Figura 28 – Problema Gerador 4 elaborado pelo aluno A_3	97
Figura 29 – Argumentação do Problema Gerador 3 apresentada pelo aluno A_4	99
Figura 30 – Argumentação do Problema Gerador 3 apresentada pelo aluno A_4	100
Figura 31 – Resolução do problema dos ovos realizada pelo aluno A_2	101
Figura 32 – Resolução do problema dos ovos realizada pelo aluno A_5	102
Figura 33 – Resolução do problema gerador 1.....	105
Figura 34 – Resolução do problema gerador 2.....	106
Figura 35 – Resolução do problema gerador 3.....	107
Figura 36 – Registro realizado na lousa pelo grupo G_1	115
Figura 37 – Anotações da resolução do problema do Grupo G_1	115
Figura 38 – Anotações da resolução do problema pelo Grupo G_5	116
Figura 39 – Registro da lousa pelo Grupo G_2	118
Figura 40 – Continuação do registro da lousa pelo Grupo G_2	118
Figura 41 – Anotações da resolução do problema do Grupo G_2	119
Figura 42 – Registro da lousa pelo Grupo G_3	120
Figura 43 – Continuação do registro da lousa pelo Grupo G_3	120
Figura 44 – Anotações da resolução do problema do Grupo G_3	121
Figura 45 – Registro realizado na lousa pelo Grupo G_4	122
Figura 46 – Anotações da resolução do problema Grupo G_4	122
Figura 47 – Resposta escolhida como consenso.....	124
Figura 48 – Definição de uma PG pelo Grupo G_3	124

Figura 49 – Definição de uma PG pelo Grupo G_4	124
Figura 50 – Definição de PG pelo Grupo G_5	125
Figura 51 – Formalização feita por um aluno da Licenciatura em Matemática	126
Figura 52 – Formalização feita por um aluno da Licenciatura em Matemática	127
Figura 53 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_1	134
Figura 54 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_5	135
Figura 55 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A_2	135
Figura 56 – Resolução do problema 2 realizada pelo aluno A_3	135
Figura 57 – Resolução do problema 5 realizada pelo aluno A_2	136
Figura 58 – Argumentação do problema gerador apresentado pelo aluno A_4	139
Figura 59 – Argumentação do problema gerador apresentado pelo aluno A_4	139
Figura 60 – Anotações da resolução do problema do grupo G_2	143
Figura 61 – Definição de uma PG apresentada na plenária pelo G_5	144
Figura 62 – Representação gráfica de uma PA	144
Figura 63 – Representação de uma PG no Plano Cartesiano	145

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	11
1	CAMINHOS DA PESQUISA.....	17
1.1	Pesquisa Qualitativa.....	17
1.2	A entrevista na Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.....	19
1.3	A Criação do Projeto 1	22
1.4	Aplicação do Projeto 1 : Cenário da Pesquisa.....	24
1.5	As visitas aos campi do IFSP	28
1.5.1	<i>Campus Araraquara</i>	<i>29</i>
1.5.2	<i>Campus Birigui</i>	<i>29</i>
1.5.3	<i>Campus São Paulo.....</i>	<i>30</i>
1.5.4	<i>Campus Guarulhos.....</i>	<i>31</i>
1.5.5	<i>Campus Caraguatatuba.....</i>	<i>31</i>
1.5.6	<i>Campus Bragança Paulista</i>	<i>32</i>
1.6	O Perfil de Professores de Cursos de Licenciatura em Matemática do IFSP.....	32
1.7	Análise do Projeto 1	34
1.8	Uma nova direção para a pesquisa.....	37
2	FORMAÇÃO DE PROFESSORES	39
2.1	Contexto histórico da formação de professores	40
2.2	Formação de professores de Matemática	43
2.3	Formação de Professores nos IFs	44
3	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	49
3.1	Caminhos para a Resolução de Problemas	49
3.2	Resolução de Problemas nas Licenciaturas em Matemática	55
3.2.1	<i>Pesquisa que utilizou conteúdos da Matemática Superior na Licenciatura em Matemática</i>	<i>61</i>
4	O CENÁRIO DA PESQUISA.....	63
4.1	A Elaboração do Projeto de Trabalho	63
4.2	Aplicação do Projeto 2	69
5	ANÁLISE DE DADOS À LUZ DO REFERENCIAL TEÓRICO.....	131
5.1	Análise dos Encontros Iniciais.....	131
5.1.1	<i>Introdução à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas</i>	<i>132</i>
5.1.2	<i>Resolvendo problemas</i>	<i>134</i>
5.1.3	<i>O Problema Gerador: criação e preparação</i>	<i>137</i>
5.2	Análise da aplicação de um Problema Gerador	141
5.3	Análise das entrevistas com os alunos	146
5.4	Análise da entrevista com o professor regente	150
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	153
	REFERÊNCIAS	156
	Apêndice A - As entrevistas com os alunos	163
	APÊNDICE B - Entrevista de pesquisa – professor da disciplina	179
	APÊNDICE C – Roteiro de entrevista de pesquisa	192
	APÊNDICE D – Quadro com os dados iniciais de 26 professores de matemática do IFSP que atuam no IFSP.....	194
	APÊNDICE E – Quadro com as respostas dos participantes	198
	APÊNDICE F – Resoluções dos alunos	202

INTRODUÇÃO

Este texto introdutório tem como propósito apresentar experiências pessoais e profissionais que me levaram a ingressar no curso de Doutorado em Educação Matemática na UNESP – Rio Claro. Nesta parte inicial, apresento treze anos de minha trajetória acadêmica e dez anos de minha trajetória profissional.

Por entendermos que a pesquisa é algo que sempre está em movimento, suscetível a constantes mudanças, a nossa não foi diferente. A princípio meu projeto de pesquisa tinha como título: *O ensino de Geometria e o uso das tecnologias na formação de professores de matemática* e, depois, *Formação de Professores de Matemática no IFSP*. Tal projeto sofreu inúmeras modificações, tanto de título, como de foco. Em julho de 2016, com a mudança de orientação, passei a fazer parte do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP – UNESP/Rio Claro - SP e a pesquisa tomou outro rumo. Na verdade, a pesquisa, apesar das muitas mudanças, continuaria falando de formação de professores na rede federal de educação tecnológica, mais especificamente do IFSP, incorporando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através de resolução de problemas.

Para apresentar melhor esse movimento, mostraremos que esta pesquisa é constituída em dois diferentes momentos. O primeiro foi realizado em seis campi do IFSP e seu objetivo era o de investigar, junto aos professores que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática do IFSP, como eles viam a possibilidade de atuação como formador e como professor de matemática em uma mesma instituição. A pesquisa foi conduzida em seis campi do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP.

A segunda etapa deu-se com a mudança de orientação e a incorporação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas. Teve como objetivo analisar os desafios e a possibilidade do uso da referida metodologia na Formação de Professores de Matemática no IFSP e saber como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização da Metodologia em diferentes níveis de ensino. Para alcançar tais objetivos, adotamos a metodologia de pesquisa de abordagem

qualitativa, sendo a coleta de dados feita através de entrevistas e da aplicação de um projeto em um dos campi do IFSP, o campus de Araraquara.

O presente trabalho está estruturado em seis seções. No preambulo, apresento minha trajetória acadêmica e profissional. Na primeira parte, que é denominada seção 1, abordamos os caminhos da pesquisa; nela discutimos a pesquisa qualitativa e as entrevistas na pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Apresentamos também a criação, a aplicação e o cenário de pesquisa do Projeto 1. Descrevemos como se deu a visita aos campi do IFSP e apresentamos o perfil dos professores do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP. Para finalizar a seção, apresentamos a Análise do Projeto em questão e como se deu uma nova direção para a pesquisa.

Na segunda parte, a seção dois, discutiremos a formação docente, o contexto histórico da formação de professores, formação de professores de matemática e a formação de professores nos Institutos Federais. Na seção três, discutiremos a Resolução de Problemas no contexto histórico e nos cursos de Licenciatura em Matemática. Na quarta seção, apresentamos a segunda fase da pesquisa e o cenário da pesquisa, a elaboração e aplicação do Projeto de Trabalho 2. Apresentamos as entrevistas com o professor e os alunos de uma turma que ocorreu a aplicação, no IFSP Campus Araraquara.

Na quinta seção, apresentamos as análises dos dados e seus desdobramentos. Abordamos as análises dos encontros, a aplicação ocorrida em uma turma do 1º Ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Informática, as entrevistas realizadas com os alunos e o professor da disciplina Prática Pedagógica III. Apresentamos o professor do IFSP e sua possibilidade de atuar nas duas modalidades de Ensino (Licenciatura em Matemática e Ensino Médio Integrado ao Técnico). Apresentamos, também, nossa metodologia para se trabalhar com Resolução de Problemas em Sala de aula em uma turma de Licenciatura em Matemática do IFSP. E na sexta seção, apresentamos as considerações que achamos relevantes para o nosso trabalho. Por fim, apresentamos as referências e os apêndices que fizeram parte deste trabalho.

Trajetória acadêmica e profissional

Em minha trajetória acadêmica, tomarei como ponto de partida o ano de 1999, quando então cursava o 3º ano do Ensino Médio (Formação Geral), no Centro Educacional João Durval Carneiro, na Cidade de Guanambi, cidade da Região Sudoeste Baiana, localizada a 800 km de Salvador. Como estava cursando o último ano do Ensino Médio, precisava decidir para qual curso iria prestar vestibular. Essa cidade possui um campus da UNEB – Universidade do Estado da Bahia – Campus XII, cujos cursos oferecidos, na época, eram Pedagogia e Educação Física, que não me agradavam.

Olhando as opções de outros campi das cidades vizinhas, constatei que no Campus VI, na cidade de Caetité-BA, havia Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática, Letras Inglês, Geografia e História. Influenciado pela afinidade com a disciplina Matemática e, incentivado por um professor dessa disciplina, prestei vestibular, em 1999, para o curso de Licenciatura em Matemática, ressaltando, contudo, que minha primeira opção teria sido Biologia, mas essa instituição, até então, não possuía tal curso. Passei nesse vestibular

Por ter estudado durante toda a Educação Básica em escola pública, tive muita dificuldade, no início do curso, devido à lacuna em muitos conteúdos básicos matemáticos. Tais desafios foram superados com um certo esforço extra de estudos individuais. Durante a graduação, alguns fatos me deixavam inquieto. Entre eles, o curso escolhido era uma Licenciatura que tinha mais formato de Bacharelado. Disciplinas como Biologia, Química e Geologia faziam parte do currículo obrigatório e disciplina como Filosofia da Matemática, por exemplo, era optativa. Percebi que a Educação Matemática não esteve tão presente durante esse período em que estive no curso. Mudanças posteriores foram feitas, o que deu um novo formato ao curso. O curso no qual me formei recebia o nome de Licenciatura *Plena em Ciências com Habilitação em Matemática*, fato que justifica a inclusão de algumas disciplinas mencionadas.

Ainda sobre as inquietações, percebia muitos discursos distantes da prática. Até então não me via atuando como Professor de Matemática. No início do ano de 2003, quando estava ainda no 5º Período do curso (de um total de 9), fui aprovado em um concurso público para Professor de Matemática da Rede Municipal de Ensino, na cidade de Urandi, Bahia. Devido à carência de professores de matemática, o edital

desse concurso previa que alunos do 5º Período poderiam concorrer. Como passei entre os três primeiros colocados, fui convocado de imediato. Contudo, nessa etapa da graduação, não me sentia preparado para atuar em uma sala de aula. Solicitei, junto à Secretaria de Educação daquele município, minha relocação para o final da classificação, podendo ser convocado posteriormente durante a vigência do concurso.

No ano de 2004, quando já estava no 7º período, no Estágio Supervisionado, fui novamente convocado e, dessa vez, aceitei o desafio de atuar como professor de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. A experiência vivenciada no Estágio Supervisionado, para muitos licenciandos, é frustrante, contudo, em meu caso funcionou como papel decisivo para a minha atuação em sala de aula.

Durante meu período acadêmico no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado da Bahia (2000-2004), houve alguns acontecimentos que me deixavam inquieto, e um deles era a forma como era trabalhada a disciplina Introdução à Informática, disciplina essa que, apesar dos esforços da professora, não fazia nenhuma ligação com os conteúdos que utilizávamos nas aulas. Percebi que os recursos da Informática não estavam sendo explorados de forma eficaz nas aulas do curso. Professores de Cálculo, por exemplo, não tinham conhecimento dos Softwares que poderiam os auxiliar e que tampouco ajudavam a professora de Informática. As aulas de informática tinham cunho de curso básico de introdução à informática.

Com o propósito de poder fazer algo nesse sentido, juntamente com mais dois colegas, começamos a estudar o tema: Informática no ensino de Matemática e a colocar em prática, com o recurso da informática, o que trabalhávamos nas aulas de Cálculo. Isso nos proporcionou uma apresentação, no I Encontro de Matemática realizado pela Universidade, com o trabalho intitulado *A Utilização de Recursos Computacionais no Aprendizado do Cálculo*. Na ocasião, foi o único trabalho apresentado por alunos da graduação.

Na sequência, nessa mesma temática, desenvolvi minha Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso), defendida em novembro de 2004, intitulada *O uso dos recursos computacionais no ensino de Matemática*, com um foco mais voltado para o aprendizado de matemática no Ensino Fundamental. Esse trabalho teve como finalidade abordar as influências dos recursos tecnológicos na educação matemática, analisando os fatores que interferem na utilização adequada dos mesmos como recursos pedagógicos. Analisei, nessa pesquisa, a infraestrutura da escola bem como a preparação dos professores para essa realidade, por meio de estudo realizado em

um Colégio Municipal, situado na cidade de Urandi – BA. Foram obtidas informações por meio da aplicação de questionários que indicaram a forma de utilização da informática educativa na unidade de ensino citada, na qual eu lecionava no período da pesquisa.

Como esse tema já me despertava interesse, resolvi explorar mais essa área. Em março de 2005, ingressei no curso de Especialização em Informática na Educação, na Universidade Federal de Lavras e, em março de 2006, conclui o curso com apresentação e Defesa do TCC intitulado *Os desafios da educação na era da tecnologia da informática*.

Nesse mesmo ano comecei a lecionar na Rede Estadual de Educação do estado da Bahia, atuando no Ensino Médio como professor contratado. Em março de 2006, fui aprovado em concurso público, como professor efetivo da Rede Estadual, sendo efetivado em abril de 2007.

Em fevereiro de 2007, resolvi retornar aos estudos. Inscrevi-me no Curso de Especialização em Matemática e Estatística na Universidade Federal de Lavras, que me despertou novamente o interesse em continuar com minha temática. Sob a Orientação do Prof. Dr. Rubem Delly defendi minha Monografia (TCC), em agosto de 2008, com o título *O Uso da Informática na Educação Matemática, com Ênfase nos Softwares Winplot e Winmat*.

Em setembro de 2007, fui convidado pela Secretaria Municipal de Educação de Urandi - BA, cidade na qual já lecionara pelo município e pelo estado, para participar do projeto Pró-Letramento, que visava à formação continuada em Português e Matemática para Professores das séries iniciais, curso oferecido em parceria entre os Governos: Federal, Estadual e Municipal. Para desempenhar tal função, fiz o curso de Formação de Tutores de Matemática em Salvador, BA, curso esse ministrado por professores da UNISINOS - Universidade Vale dos Sinos - RS. Aceitei essa proposta pelo desafio de saber que teria, pela frente, de compartilhar e contribuir, com meus colegas, experiências e práticas de ensino que visassem ao aprendizado em matemática. De todas as experiências vividas e mencionadas, essa foi a que mais me fez refletir sobre a prática da docência e, melhor ainda, sobre a prática na formação de professores. Isso me proporcionou uma melhor preparação para o que estava por vir.

Em maio de 2008, fui nomeado para o cargo de Professor Efetivo do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais Campus de Januária. Conclui o curso de Formação

de Professores que estava em andamento e, em seguida, pedi exoneração dos cargos nos quais atuava.

No IFNMG Campus Januária atuo como professor de Matemática em cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio e Licenciatura em Matemática. Atuo também como orientador de Trabalhos de Conclusão de Curso na Licenciatura em Matemática e na Especialização em PROEJA.

Movido pelo desafio de contribuir para uma discussão sobre o uso dos recursos computacionais na formação do professor de matemática, em março de 2011, ingressei no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, no Centro Universitário UNIVATES, Lajeado - RS, concluído em março de 2013. Nessa fase, procurei desenvolver a pesquisa de modo a contribuir para a melhor contextualização de conceitos matemáticos, nos Cursos de Licenciatura em Matemática, a partir de recursos tecnológicos, avaliando suas implicações para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Ao findar essa etapa da pesquisa, acredito ter contribuído para uma possível melhoria na construção de conceitos matemáticos no Curso de Licenciatura em Matemática do IFNMG a partir de recursos tecnológicos. Mesmo não sendo possível, naquele momento, avaliar suas implicações na aprendizagem da Matemática de alunos em formação, essa ideia teve um significado ímpar, uma vez que me proporcionou novos olhares investigativos sobre velhas práticas educacionais.

Em março de 2015, ingressei no curso que sempre tive como objetivo, um doutorado em Educação Matemática na UNESP de Rio Claro – SP e por ter trabalhado durante certo tempo no curso de Licenciatura em Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica, a temática formação inicial de professores de matemática sempre me despertou interesse.

1 CAMINHOS DA PESQUISA

Segundo o Dicionário Houaiss, pesquisa é um conjunto de atividades que tem por finalidade a descoberta de novos conhecimentos no domínio científico, literário, artístico, e se mostra como uma investigação minuciosa. Já, pesquisar é procurar com aplicação, com diligência, buscar informações a respeito de algo.

Santos (2007), na 7ª edição de seu livro “Metodologia Científica – a construção do conhecimento”, na página 26 diz que “A pesquisa acadêmica é uma atividade pedagógica que visa a despertar o espírito de busca intelectual autônoma”. Afirma, também, que “é necessário se aprender as formas de problematizar necessidades, solucionar problemas, indicar respostas adequadas, etc.”

A pesquisa acadêmica é, antes de tudo, exercício, preparação. O resultado mais importante não é a oferta de uma resposta salvadora para a humanidade, mas é a aquisição do espírito e do método de indagação intencional.

Esse autor ainda diz que três critérios podem ser utilizados para identificar a natureza metodológica dos trabalhos de pesquisa: segundo os objetivos, segundo as fontes utilizadas na coleta de dados e, ainda, segundo os procedimentos de coleta (SANTOS, 2007). O objetivo maior de qualquer movimento intelectual é sempre atingir a “ponta”, isto é, chegar ao estágio da oferta de respostas inéditas a uma necessidade humana. Entretanto, diz esse autor, esse estágio depende de passos intermediários em relação aos fatos e fenômenos estudados. Por isso, as pesquisas podem ser caracterizadas como exploratórias, descritivas ou analíticas.

Explorar é tipicamente fazer a primeira aproximação de um tema, e visa a criar maior familiaridade em relação a um fato, fenômeno ou processo. Descrever um fato/fenômeno/processo é interesse de quem já teve uma primeira aproximação, isto é, já fez uma pesquisa exploratória. Analisar é explicar e criar uma teoria aceitável a respeito de um fato/fenômeno/processo.

1.1 Pesquisa Qualitativa

Falamos sobre pesquisa qualitativa por entendermos que nossa pesquisa, de acordo com seus objetivos, possui aspectos que estão em conformidade com esse

modo de pesquisar. Segundo Lüdke e André (2008), a pesquisa qualitativa se caracteriza por envolver a aquisição das informações descritivas, adquiridas na relação direta do pesquisador com o objeto em estudo, dando maior ênfase ao processo do que ao resultado. Segundo Martins (2008), a pesquisa qualitativa apresenta e determina, com perfeição conceitual rigorosa, a essência genérica da percepção do objeto; contudo, a generalidade mais abrangente está na experiência como um todo, no pensamento em geral, e isso torna possível uma descrição compreensiva da natureza das coisas. Para D'Ambrósio (2006, p.10):

As pesquisas atuais são, em linhas gerais, classificadas em duas grandes vertentes: pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa. Essencialmente, a primeira delas lida com grande número de indivíduos, recorrendo aos modelos estatísticos para a análise de dados coletados de maneiras diversas, inclusive entrevistas. Chamá-la de pesquisa estatística ou pesquisa positivista é ainda comum. A pesquisa qualitativa, também chamada de pesquisa naturalística, tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes. Também chamada de método clínico, essa modalidade de pesquisa foi fundamental na emergência da psicanálise e da antropologia. Ela depende da relação observador-observado e, como não é de se estranhar, surge na transição do século XIX para o século XX. A sua metodologia por excelência repousa sobre a interpretação e várias técnicas de análise de discurso.

A investigação qualitativa é vista, por Bogdan e Biklen (1994), como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação e que partilham determinadas características que, de forma mais detalhada, seria:

Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. Ainda que os indivíduos que fazem investigação qualitativa possam vir a selecionar questões específicas à medida que recolhem os dados, a abordagem à investigação não é feita com o objetivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses. Privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação. As causas exteriores são consideradas de importância secundária. Recolhem normalmente os dados em função de um contato aprofundado com os indivíduos, nos seus contextos ecológicos naturais. (BOGDAN; BIKLEN, 1994 p.16)

A investigação qualitativa possui características bem específicas, que permitem melhor se adequar a determinadas pesquisas em Educação e em Educação Matemática. Essas tais características são elencadas a seguir:

Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal [...]. A investigação qualitativa é descritiva [...]. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos [...]. Investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva [...]. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN; BIKLEN, 1994 p.47-50).

Dessa forma, compreendemos que o método de pesquisa qualitativa contempla o propósito de nosso estudo e a coleta de dados será feita por meio de entrevistas semiestruturadas. A justificativa para o uso desse instrumento e outros detalhes serão discutidos na sequência.

1.2 A entrevista na Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática

A entrevista, na pesquisa em Educação Matemática com abordagem qualitativa, representa um dos instrumentos fundamentais para a coleta de dados. Ela exerce uma função importante não somente nas atividades científicas como também em diversas outras atividades que a coleta de informações precisas se faz necessária, segundo Ludke e André (2008).

É importante ressaltar que o termo pesquisa tem sido usado de modo abusivo de diversas formas. Também não seria diferente o uso da palavra entrevista pelos meios de comunicação em massa, especialmente a televisão, na qual podemos observar, com frequência, a falta de habilidade do entrevistador, que força e antecipa a resposta do entrevistado por meio de sua pergunta. Podem-se citar repórteres que fazem perguntas inoportunas nas mais diversas situações, por exemplo, após uma determinada tragédia. Esse importante meio de obtenção de dados, muitas vezes tão mal usados, pode ser de enorme utilidade para pesquisas em educação, conforme Ludke e André (2008). Assim, como em Educação, a entrevista é de grande utilidade em Educação Matemática. Porém, é de suma importância conhecer e respeitar suas exigências e seus limites.

De acordo com Ludke e André (2008), a princípio, é importante saber as particularidades e as características de influência mútua que permeiam a entrevista. Diferente dos demais métodos que estabelecem uma relação hierárquica entre entrevistador e entrevistado, como é o caso da observação, de questionários ou de técnicas projetistas, na entrevista o elo entre as partes é de influência recíproca, especialmente em entrevistas semiestruturadas. Nesse formato de entrevista, não há uma rigidez na ordem das questões. Em geral, o entrevistador tem um tema escolhido e, de acordo com a abordagem e a aceitação mútua, as informações fluem de forma natural e espontânea.

Segundo Ludke e André (2008), a principal vantagem é que ela permite a coleta imediata de dados com os mais diversos sujeitos e sobre os mais variados temas. Quando conduzida de forma correta, a entrevista poderá admitir a abordagem de temas de caráter pessoal e íntimo, bem como pode aprofundar pontos já levantados de forma superficial, iniciados por outras técnicas de coleta de dados.

Para as autoras, a entrevista também é sempre peculiar de acordo com cada indivíduo ou grupo. Seu formato permite alterações e adequações durante o processo para obter as informações desejadas. Diferentemente de outros métodos, que ao serem iniciados pelo pesquisador já estão definidos e não têm mais o que mudar, a entrevista ganha forma e sentido com o início do diálogo entre o entrevistador e o entrevistado. O tipo de entrevista mais apropriado para pesquisas em educação está mais próximo das mais livres e menos estruturadas. As informações, muitas vezes, são mais bem coletadas por meio de métodos mais flexíveis, conforme Ludke e André (2008).

Então, conforme afirmam essas autoras, há requisitos e cuidados a serem seguidos para a aplicação de qualquer tipo de entrevista, começando pelo cumprimento dos acordos firmados entre o entrevistador e o entrevistado, e respeitando-se horário e local apropriados para realizar a entrevista. Outro fator é o sigilo e o anonimato das informações prestadas. Um cuidado importante a ser tomado é não direcionar a pergunta de modo tendencioso para a obtenção de respostas, visando a atender ao que o entrevistador queira, pois, dessa forma, os dados não seriam transmitidos de forma fidedigna. Outro fator que Ludke e André (2008) levam em consideração é o respeito pelos valores e cultura do entrevistado.

Segundo Rosa e Arnoldi (2006), a escolha da entrevista, como método para produção de dados de uma pesquisa, deverá ocorrer quando o pesquisador necessita

de dados mais densos, para que suas análises possam ser feitas e possíveis resultados alcançados de forma mais precisa. Nesse caso, os sujeitos envolvidos estarão mais propensos, por meio da entrevista, a fornecer de forma mais concisa as informações necessárias ao tema proposto.

Há, para Rosa e Arnoldi (2006), três principais tipos de entrevistas qualitativas em Educação: a estruturada, a semiestruturada e a livre. Essa classificação é feita de acordo com o nível de estruturação e o roteiro de questões utilizadas pelo pesquisador. Essas mesmas autoras afirmam que, na entrevista estruturada, as questões são formalmente elaboradas e apresentadas em uma sequência padronizada. Em geral, usam linguagem sistêmica para a obtenção de informações curtas, sendo que, em muitas vezes, não levam a resultados comuns esperados.

As questões, em uma entrevista semiestruturada, são elaboradas de maneira a permitir que o entrevistado possa expressar verbalmente seus pensamentos, reflexões e ideias sobre o tema apresentado. Nesse tipo de entrevista, a indagação ocorre de maneira mais intensa e individual, incidindo em um relacionamento mútuo e, em muitas vezes, de confiabilidade.

Segundo Rosa e Arnoldi (2006), as entrevistas livres, em geral, ocorrem por meio de descrição oral em que o entrevistado expõe suas informações quase sem intervenção do entrevistador. Seja qual for o tipo de pesquisa, é importante que se obtenha o consentimento esclarecido do entrevistado para apresentar, de forma explícita, os motivos da pesquisa e a liberdade do participante em deixar a pesquisa a qualquer momento.

Essas autoras dizem também que a entrevista possui algumas vantagens quando comparadas com outras técnicas de coleta de dados, dentre as quais podem se evidenciar:

- a) Possibilitar a aquisição de grande quantidade de informações mais profundas e contextualizadas, uma vez que fazem uso de questões semiestruturadas.
- b) Permitir ao pesquisador uma quantidade de justificativas mais detalhadas do entrevistado no momento da interlocução e possibilitar a inclusão e alteração de indagações no roteiro, uma vez que a interação é direta, flexível e personalizada, características presentes nessa técnica.
- c) Ter uma função estratégica na antevisão de falhas, por ser flexível e direcionada, possibilitando antecipadamente a mudança de estratégia ou método utilizado para realização da entrevista.

Contudo, a entrevista possui algumas limitações como, por exemplo, o fator tempo, pois a entrevista consome um maior tempo para a coleta e a análise dos dados. Outro quesito é a informação, que é obtida somente da relação entre o entrevistador e o entrevistado. Caso a entrevista seja a única fonte de dados, ela poderá acarretar um comprometimento parcial ou total da coleta de dados caso ela tenha sido dirigida de forma equivocada. Fatores como a confiança entre o entrevistador e o entrevistado poderão comprometer o andamento da pesquisa. A entrevista também é limitada por não possuir observação direta e participante, o que muitas vezes contribui para análises e verificações, segundo Rosa e Arnoldi (2006).

1.3 A Criação do Projeto 1

A investigação é algo que sempre está em movimento e é suscetível a constantes mudanças. A nossa não foi diferente. O objetivo desta pesquisa foi o de investigar, junto a professores dos IFs, como eles viam a possibilidade de atuação como formador de professores, na Licenciatura, e como Professor de Matemática no curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em uma mesma instituição.

O projeto apresentado para a seleção de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP– Rio Claro - SP foi intitulado *O ensino de Geometria e o uso das tecnologias na formação de professores de matemática*. Esse projeto foi aceito e aprovado na seleção, fazendo parte da linha de pesquisa Novas Tecnologias em Educação Matemática.

Ao iniciar o curso de Doutorado, esse projeto sofreu alterações, tanto de título como de foco, passando a se chamar *Formação de Professores de Matemática no IFSP* e, depois, *Formação de Professores de Matemática no IFSP: um olhar para as possibilidades de atuação*.

Para descrever esse movimento, mostrar-se-á que essa pesquisa se desenvolveu em dois diferentes momentos. O primeiro momento, denominado “Projeto 1”, foi desenvolvido nos três primeiros semestres de estudo do doutorado. Foi elaborado para ser trabalhado com professores de Matemática nos Institutos Federais, em particular no Instituto Federal de São Paulo – IFSP que têm Licenciatura em Matemática. O objetivo principal desse Projeto foi o de avaliar as posições de professores de Matemática dos IFSP e suas percepções sobre a possibilidade de

atuação nas Licenciaturas em Matemática e no Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio.

Para esse Projeto foi adotada a pesquisa qualitativa e a coleta de dados foi realizada em sete campi do IFSP que possuem Licenciatura em Matemática e o Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. Buscava-se investigar, por meio de entrevistas semiestruturadas, o perfil desses professores que têm a possibilidade de atuação como Professor Formador de Professores e como Professor na Educação Básica.

Para a realização dessa etapa da pesquisa, fez-se necessária, primeiramente, uma visita ao site do IFSP para um levantamento dos campi que possuíam Licenciatura em Matemática. Naquela data, foi constatado que sete campi possuíam o referido curso: Araraquara, Birigui, Bragança Paulista, Campos do Jordão, Caraguatatuba, Guarulhos e São Paulo.

Na sequência, foi necessário visitar as páginas na internet de cada um desses campi para conhecer o histórico de cada campus e identificar o Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática. Foi elaborada uma entrevista semiestruturada a ser aplicada aos professores.

Em seguida, entrou-se em contato com os Coordenadores do Curso de Licenciatura em Matemática de todos os campi citados, via *e-mail*, informando sobre a pesquisa e solicitando, se possível, contatos com os professores de Matemática que atuavam na Licenciatura em Matemática e/ou no Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio que poderiam conceder uma entrevista para a pesquisa em questão.

Houve certa dificuldade para traçar um caminho definido para as entrevistas e, para aplicá-las, foram elaboradas as seguintes perguntas:

- 1) Qual é a sua formação acadêmica?
Qual é a sua instituição de formação?
Há quanto tempo você trabalha como professor?
Há quanto tempo você trabalha no IFSP?
Há quanto tempo você atua na Licenciatura em Matemática?
- 2) Existe alguma razão pela qual você optou por ser Professor no IFSP?
Descreva-a.
- 3) Como vocês, professores do IFSP, veem a possibilidade de atuação na Licenciatura em Matemática e no Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio?
- 4) É possível relacionar sua prática de ensino nesses dois diferentes níveis?

5) Como profissional, o que se ganha ao trabalhar a Matemática nesses dois níveis?

6) Como, a partir de sua graduação, mestrado ou doutorado, você consegue se ver como um Formador de Professores ao trabalhar na Licenciatura no IFSP?

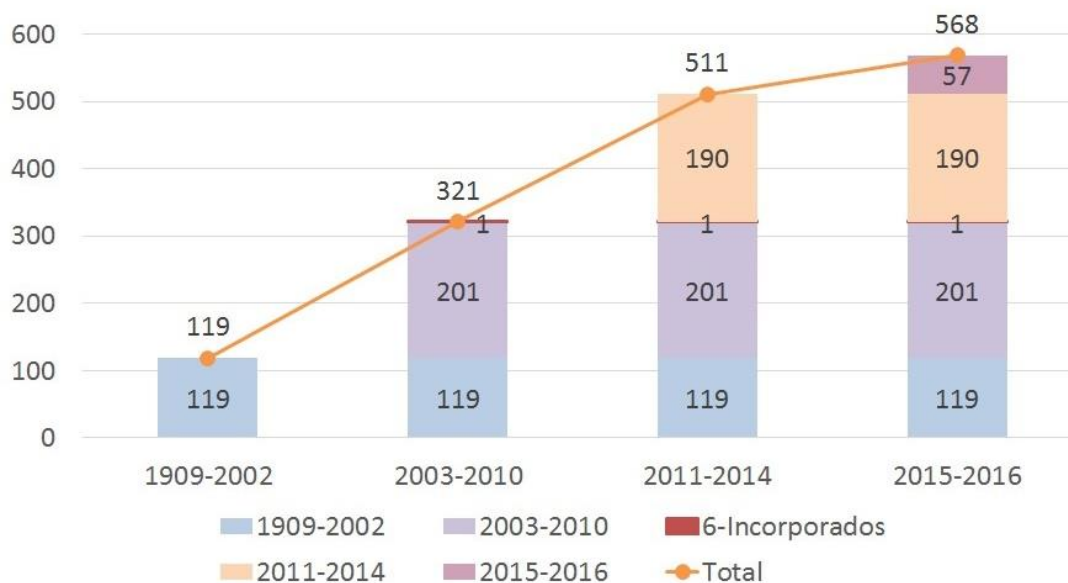
Com essas perguntas, esperava-se evidenciar as possíveis características peculiares desses professores e saber como eles se identificam atuando nessa instituição de ensino.

Dando sequência, entramos em contato com os professores informando sobre a pesquisa, seus objetivos e para saber se estavam de acordo em participar. Nesse momento, também foram enviadas as questões da entrevista semiestruturada. De acordo com as respostas afirmativas da participação dos professores, foram agendadas visitas aos campi e as entrevistas com esses professores. Como já mencionado, para atingir o objetivo desse Projeto 1, adotou-se a metodologia de pesquisa qualitativa.

1.4 Aplicação do Projeto 1: Cenário da Pesquisa

Inicialmente a pesquisa foi conduzida em seis campi do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP. Os Institutos Federais fazem parte da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica. Presentes em todos os estados brasileiros, os Institutos oferecem Cursos Técnicos, Técnicos Integrados ao Ensino Médio, Superiores em Tecnologias, Licenciaturas, Mestrados e Doutorados. A Rede Federal é composta por 38 Institutos Federais – IFs; dois Centros Federais de Educação, Ciência e Tecnologia – CEFETs; 25 Escolas Técnicas vinculadas a Universidades; uma Universidade Tecnológica; e o Colégio Pedro II. Em atividade são 640 unidades com mais de 640 mil vagas em todo o país (BRASIL, 2018).

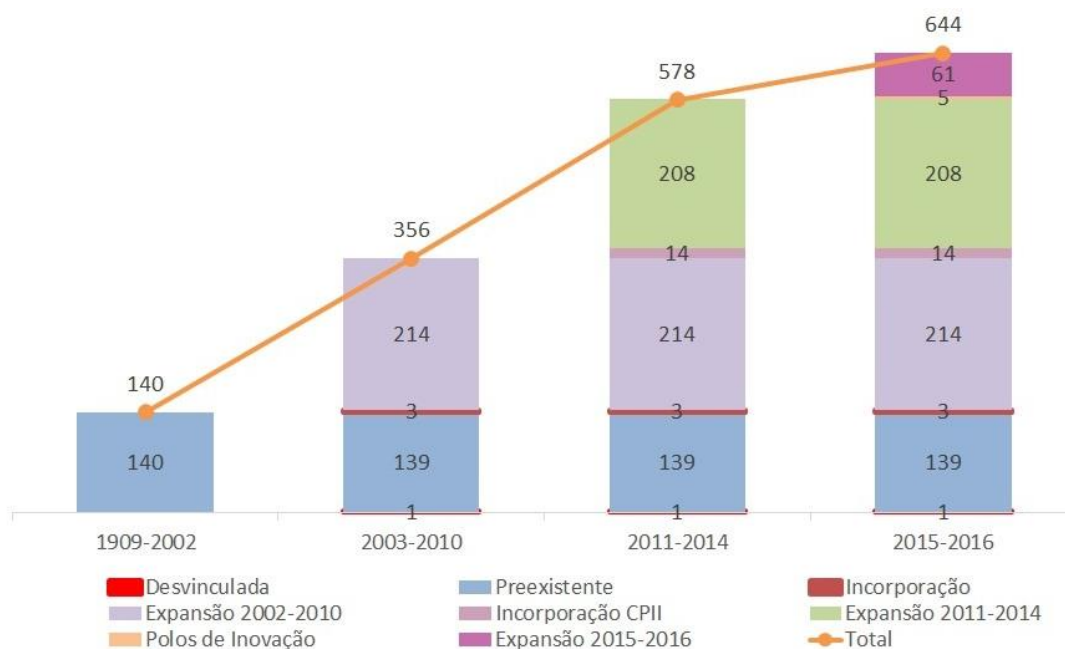
Figura 1 – Expansão da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica – Em unidades



Fonte - Disponível em <http://institutofederal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal>.
Acessado em: 15 Mai 2016.

Figura 2 – Quantidade de municípios atendidos com a expansão da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e tecnológica

Fonte: Disponível em: <http://institutofederal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal>. Acessado em:

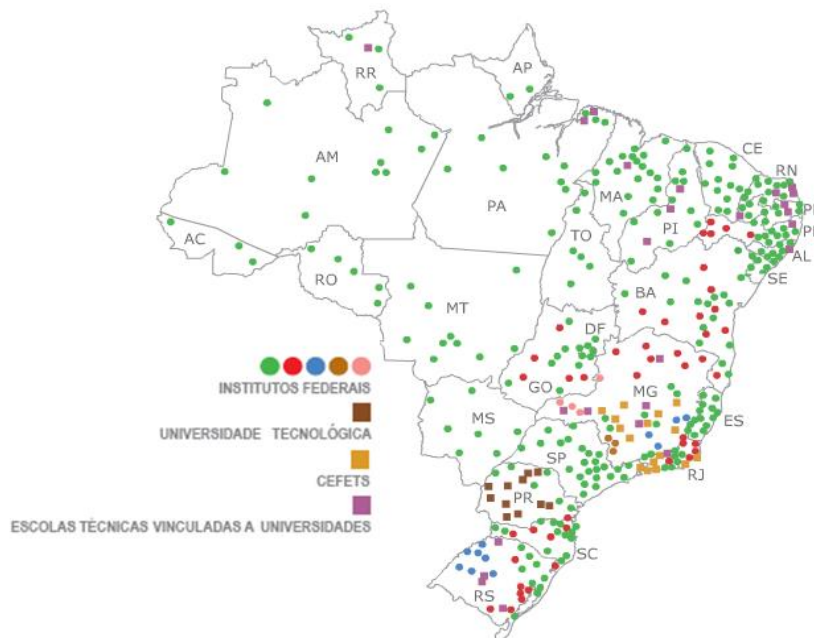


07 Jan. 2019.

A figura 3 ilustra a distribuição da Rede Federal de Educação Tecnológica no Brasil e a presença dos IFs em todos os estados brasileiros e no Distrito Federal. Nota-

se um número considerável nas regiões sul e sudeste, com destaque para o estado de Minas Gerais que possui cinco IFs e um CEFET.

Figura 3 – Distribuição da RETEC nos estados brasileiros



Fonte: Disponível em: www.retec.gov.br. Adaptado pelo autor.

A criação da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica teve seus primórdios no início do século XX, mais precisamente em 1909, com a fundação de 19 escolas de Aprendizes e Artífices nas capitais dos estados, realizada pelo então Presidente da República Nilo Peçanha. Entre essas escolas está a Escola de Aprendizes e Artífices de São Paulo (BRASIL, 2016).

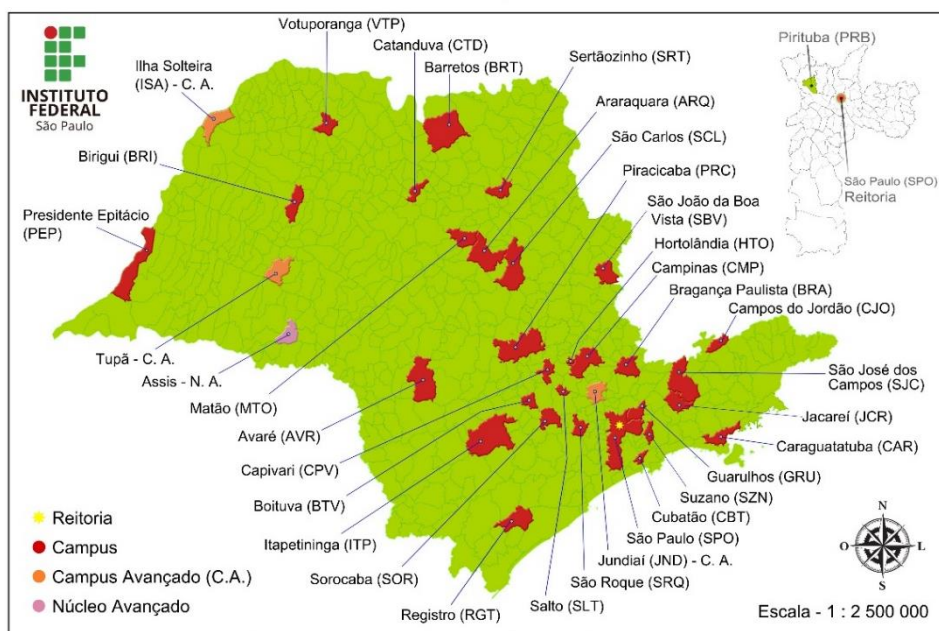
Vinculada ao Ministério de Agricultura, Indústria e Comércio, em seu início, a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica estava associada a uma política pública, com o fito de atender as classes desfavorecidas. A Escola de Aprendizes e Artífices de São Paulo iniciou suas atividades em fevereiro de 1910, visando formar operários em cursos de Tornearia, Mecânica e Eletricidade, além do ensino de Carpintaria e Artes Decorativas. Todos esses cursos atendiam a uma demanda da cidade de São Paulo (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2014).

Em 1942, a Escola de Aprendizes e Artífices de São Paulo passou a se chamar Escola Técnica de São Paulo. Já no ano de 1965, transformou-se em uma autarquia com o nome de Escola Técnica Federal de São Paulo, denominação que perdurou por aproximadamente três décadas. Entre as décadas de 1960 a 1990, a instituição teve como objetivo formar técnicos em Nível Médio em Mecânica, Edificações,

Eletrotécnica, Eletrônica, Telecomunicações e Processamento de Dados (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2014). Em janeiro de 1999, passou a ser denominada CEFET - SP, Centro Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, ampliando seu campo de possibilidades de atuação. Entre os anos 2000 e 2008, foram criados vários cursos, destinados à formação de tecnólogos, na área da Indústria e de Serviços, Licenciaturas e Engenharias (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2014).

O IFSP foi instituído em conformidade com a Lei 11.892, de 29 de dezembro de 2008, quando foram criados outros 37 Institutos em todo território nacional, integrando todos os estados brasileiros. O IFSP oferece 96 cursos distintos, que são cursos técnicos, tecnológicos, bacharelados, licenciaturas e pós-graduação. Ao todo são 36 unidades, distribuídas em diversas cidades do estado de São Paulo, sendo 30 campi e seis campi avançados. Dados de abril de 2016 listam 33.742 alunos matriculados em distintos cursos (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2016).

Figura 4 – Mapa da localização dos campi do IFSP no estado de São Paulo



Fonte - <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/mapa-dos-campi.html>>. Acessado em 15 Dez. de 2018

Essas instituições de ensino têm por finalidade:

Ofertar educação técnica e tecnológica em todos os seus níveis e modalidades, formando e qualificando cidadãos com vistas na atuação profissional nos diversos setores da economia, com ênfase no desenvolvimento socioeconômico local, regional e nacional. (BRASIL, 2008, p. 4)

ocasião do agendamento das entrevistas essa instituição exigia um parecer do comitê de Ética do Programa de Doutorado, que, naquele momento, não havia no IGCE – UNESP.

1.5.1 Campus Araraquara

A primeira visita ocorreu no dia 14 de abril de 2016 no Campus de Araraquara. Foram entrevistados quatro professores, sendo dois no turno matutino e dois no turno vespertino. Entre os professores entrevistados, estava o Coordenador do curso de Licenciatura em Matemática. As entrevistas tiveram duração entre 15 a 60 minutos.

Situada a 270 km da capital e localizada na região central do estado de São Paulo, a cidade de Araraquara, segundo o IBGE, tem aproximadamente 226.000 habitantes. O campus do IFSP, em Araraquara, teve como objetivo inicial atender às necessidades econômicas regionais, voltadas para os setores sucroalcooleiro, agrícola e outros setores produtivos e tecnológicos regionais. Sua fundação deu-se em agosto de 2010, inicialmente com a oferta dos cursos técnicos em Mecânica e Informática. Os cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio e a Licenciatura em Matemática foram iniciados no ano seguinte (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2016).

Atualmente esse campus possui os cursos superiores de Licenciatura em Matemática, Tecnólogos em Análise e Desenvolvimento de Sistemas e Mecatrônica Industrial; cursos Técnicos em Informática, Mecatrônica e Mecânica; Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Informática e Mecânica. Seu corpo docente conta com 27 professores e 10 técnico-administrativos. De acordo com dados de abril de 2016, nesse ano foram matriculados 904 alunos, sendo 127 no curso de Licenciatura em Matemática (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2016).

1.5.2 Campus Birigui

O segundo campus a ser visitado foi o de Birigui. A visita ocorreu nos dias 18, 19 e 20 de abril de 2016. Foram entrevistados sete professores nesse período, sendo dois no dia 18, dois no dia 19 e três no dia 20. As entrevistas tiveram duração de 15 a 50 minutos. Entre os professores entrevistados, estava o Coordenador do curso de Licenciatura em Matemática. Outro fator interessante foi que uma professora de

pedagogia se prontificou e quis participar da entrevista. De início, ela faria parte da pesquisa. Achemos melhor não incluí-la por não fazer parte do escopo da pesquisa (ser professor de Matemática). A justificativa da participação da docente, a pedido do Coordenador, foi que ela fez parte da implantação do curso de Licenciatura em Matemática e teria subsídios para falar sobre esse curso.

Localizada na região oeste do estado de São Paulo, a 540 km da capital paulista, Birigui é reconhecida como a capital sul-americana do calçado infantil. Segundo o IBGE, tem uma população estimada em 120 mil habitantes. O IFSP Campus Birigui teve o início de suas atividades em agosto de 2010. Em 2016, possuía os cursos: Técnico em Administração e Automação Industrial; Técnico Integrado ao Ensino Médio em Informática e Administração; cursos superiores de Licenciatura em Matemática e Física; Tecnólogos em Sistema para Internet; e Mecatrônica Industrial. Seu grupo de servidores era composto por 43 técnicos-administrativos e 63 docentes. Em abril de 2016, estavam matriculados 967 alunos, sendo 169 no curso de Licenciatura em Matemática (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2016). Atualmente, além dos cursos mencionados, possui os cursos Técnico em Manutenção e Suporte em Informática, e Superior de Engenharia em Computação.

1.5.3 Campus São Paulo

A terceira visita ocorreu nos dias 16 e 17 de maio no campus de São Paulo. Foram entrevistados cinco professores, com entrevistas variando de 15 a 40 minutos. Entre os professores entrevistados, estava o Coordenador do curso.

Esse Campus é o que possui maior número de cursos ofertados pelo IFSP. É também o mais antigo. Tem sua história diretamente relacionada a sua fundação em 1909, que deu origem à primeira escola desse sistema educacional no estado de São Paulo. O IFSP foi criado em conformidade com a Lei 11.892, de 29 de dezembro de 2008. Oferece cursos nas áreas de Turismo, Mecânica, Informática, Elétrica, Eletrônica e Construção Civil; Licenciaturas em Matemática, Ciências Biológicas, Física, e Química. Além dos cursos superiores, oferta cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, Educação Profissional de Jovens e Adultos – PROEJA; e Mestrado Profissionalizante em Automação e Controle de Processos. Atende a um público de 7.530 alunos matriculados, sendo 463 na Licenciatura em Matemática (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2016).

1.5.4 Campus Guarulhos

Dando sequência às entrevistas, nos dias 18 e 19 de maio foi realizada a quarta visita, que ocorreu no campus de Guarulhos. Na ocasião, foram entrevistados três professores, entre eles o Coordenador do curso. As entrevistas tiveram duração de 30 a 40 minutos. Um fato curioso é que um dos professores, por questões particulares, optou em conceder a entrevista de modo escrito. Foi concedida tal possibilidade o que não afetou a produção de dados da pesquisa.

Seu funcionamento teve início em janeiro de 2006, com a oferta do curso Técnico de Programação e Desenvolvimento de Sistemas. No ano seguinte, foi incluído o curso Técnico em Automação Industrial. Esse campus oferece, atualmente, além dos citados acima, o curso PROEJA FIC em Qualidade; e os cursos superiores de Licenciatura em Matemática e Tecnologia em Automação Industrial. Seu quadro de funcionários conta com 61 professores e 35 técnico-administrativos. Nesse campus, estão matriculados 1.364 alunos, sendo 185 na Licenciatura em Matemática. O Curso de Licenciatura em Matemática na rede pública de ensino no referido município só é ofertado pelo IFSP, com ingresso de 40 alunos por semestre.

1.5.5 Campus Caraguatatuba

O campus de Caraguatatuba foi a quinta unidade visitada. A visita ocorreu nos dias 30 e 31 de maio de 2016. Foram entrevistados cinco professores, incluindo o Coordenador do curso de Licenciatura em Matemática, sendo dois no dia 30 e três no dia 31. As entrevistas tiveram a duração média de 45 min.

Situada no litoral norte do estado de São Paulo, a 182 km da capital, Caraguatatuba tem uma população, estimada em 2015, de aproximadamente 113.000 habitantes, de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A unidade de Caraguatatuba foi fundada em outubro de 2006, atendendo também aos municípios de São Sebastião e Ubatuba, no litoral Norte de São Paulo. Suas atividades tiveram início em fevereiro de 2007, com os cursos Técnico em Programação e Desenvolvimento de Sistemas; Técnico Gestão Empresarial e, no ano seguinte, o Curso Técnico de Construção Civil com habilitação em Planejamento e

Projetos. O curso de Licenciatura em matemática teve seu início em 2011 (INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO, 2011).

1.5.6 Campus Bragança Paulista

A sexta visita foi realizada no Campus de Bragança Paulista, nos dias 13 e 14 de junho de 2016. Foram entrevistados seis professores, incluindo a Coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática. As entrevistas tiveram a duração de 25 a 60 min.

A UNED - Unidade Descentralizada de Bragança Paulista, hoje IFSP Campus Bragança Paulista, iniciou sua atuação em agosto de 2007 com os cursos técnicos: Técnico em Programação e Desenvolvimento de Sistemas e Técnico em Automação de Processos Industriais (IFSP, 2016).

O IFSP - Campus Bragança Paulista possuía um quadro com 107 servidores efetivos, sendo 69 professores e 38 técnicos-administrativos. Possui os cursos: Técnico em Mecatrônica; Técnico Integrado ao Ensino Médio de Informática, Mecânica e Eletroeletrônica; cursos superiores de Licenciatura em Matemática, Tecnologias em Análise e Desenvolvimento de Sistemas, Eletrônica Industrial e Mecatrônica Industrial. Atendia a um público de 991 alunos regularmente matriculados, 207 deles na Licenciatura em Matemática (IFSP 2016). No momento da visita, esse campus oferecia os cursos Técnicos em Administração, Comércio, Informática, Informática para Internet e Edificações; Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio; cursos superiores de Licenciatura em Matemática; de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas; e Tecnologia em Processos Gerenciais. Conforme dados de abril de 2016, possuía 72 professores e 48 técnico-administrativos. São 109 alunos matriculados no curso de Licenciatura de um total de 1.423 alunos (IFSP, 2016).

1.6 O Perfil de Professores de Cursos de Licenciatura em Matemática do IFSP

Primeiramente, foi feito um levantamento, na página da internet, do IFSP para verificar quais campi possuíam Licenciatura em Matemática e Curso Técnico integrado ao Ensino Médio. Feito isso, procurou-se localizar os planos de curso de suas Licenciaturas em Matemática e identificar os coordenadores desses cursos. Na

sequência, buscou-se contato com esses coordenadores, via e-mail e/ou telefone, e eles foram informados sobre a pesquisa em questão. Solicitou-se, também, a relação dos professores de Matemática que atuavam nesses dois níveis de ensino com seus respectivos contatos de *e-mail*.

Com base nessas informações, entramos em contato com esses professores fazendo o convite para participar da pesquisa. Conforme fomos tendo retorno, agendamos com esses professores para fazer as entrevistas em seus campi de atuação, em local e horário que melhor se adequassem a cada um deles.

A estratégia metodológica para a pesquisa consistiu, primeiramente, em listar os professores que atuavam no Ensino Técnico Integrado ao Médio e na Licenciatura em Matemática no IFSP. Em seguida, foi feita a Entrevista com esses professores, pois, segundo Lüdke e André (1986), a entrevista dentro da perspectiva da pesquisa qualitativa representa um dos instrumentos básicos para a coleta de dados, sendo uma das principais técnicas de trabalho usadas nas ciências sociais. Além disso, a entrevista exerce função importante não somente em atividades científicas, mas, também, em outras atividades humanas.

Outro fator considerável, para o uso desse instrumento na pesquisa, é o fato de a entrevista possibilitar uma melhor interação entre entrevistado e entrevistador. Isso porque, segundo Rosa e Arnoldi (2006), no ambiente em que ocorrerá a entrevista, deverão ser criados mecanismos que propiciem credibilidade entre o entrevistador e o entrevistado, sendo que tal fator contribui de forma positiva para a coleta de dados.

Segundo essas autoras, existem outras vantagens no uso dessa técnica em relação a outras técnicas como questionários, formulários, leitura documentada e observação participativa. A entrevista possibilita uma maior quantidade de detalhes e, por ser no estilo aberto e semiestruturado, permite um diálogo com o entrevistado e proporciona ao entrevistador uma maior flexibilidade, podendo ser redirecionada de forma personalizada para cada entrevistado, além de ter um papel estratégico na previsão de erro, podendo, em tempo, prever a necessidade de elaboração de outras técnicas para complementar a coleta de dados.

Entretanto, essas autoras citam algumas limitações dessa técnica. Entre elas o fator tempo, a informação, a confiança e a observação. Com relação ao tempo, a entrevista requer um tempo disponível compatível entre o entrevistado e o entrevistador. A informação é obtida em um mesmo canal e, a depender da atuação

do entrevistado e do entrevistador, poderá comprometer a obtenção e a análise de dados. Para que consolide uma boa validação, é imprescindível a confiança entre ambos.

1.7 Análise do Projeto 1

As entrevistas, realizadas nesta pesquisa, aconteceram, como mencionado, em seis campi do IFSP, no primeiro semestre de 2016. Nessas entrevistas, abordaram-se as questões apresentadas na Seção 1.3. Assim, procurou-se saber de que forma os professores veem a possibilidade de atuação na Licenciatura em Matemática e no Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. Questionou-se a possibilidade de relacionar a prática nesses dois níveis de ensino. Há vantagens em atuar nos dois níveis de ensino? Há desvantagens? Qual a concepção que eles têm da Licenciatura em Matemática oferecida pelos IFs comparada à ofertada pelas Universidades em geral? Como eles se identificam atuando nesse modelo de instituição de ensino? Respostas para essas indagações podem apresentar informações que permitam alcançar nossos objetivos da pesquisa.

Essa análise foi feita tomando-se como base o objetivo do Projeto 1, a metodologia utilizada e os instrumentos que se fizeram necessários na produção de dados. Apresenta-se o tratamento de dados e busca-se, nesse contexto, expor como ocorreu esse processo de análise de dados. De acordo com Lüdke e André (2008, p. 45):

Analisar os dados qualitativos significa “trabalhar” todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e interferências num nível de abstração mais elevado.

De acordo com os dados produzidos nas entrevistas realizadas com 27 professores, buscou-se analisar aspectos como o perfil dos Professores de Matemática que atuam no IFSP, observando seu tempo de atuação e aspectos relativos a sua formação. Ficou evidente que os professores, quase em sua totalidade, tiveram sua graduação no estado de São Paulo, em sua maioria na rede pública de

ensino superior e houve apenas cinco relatos de formação na rede privada. As instituições que apareceram em destaque são: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp; Universidade de São Paulo – USP; Universidade Federal de São Carlos – UFSCar; e Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, sendo essas graduações em Licenciatura em Matemática, Licenciatura e Bacharelado em Matemática, e Bacharelado em Matemática com complementação pedagógica.

Em se tratando de Pós-Graduação, os professores entrevistados, em sua maioria, são mestres com formação em instituições do estado de São Paulo e, em grande parte, em universidades públicas: Universidade Federal do ABC, Unesp, USP, Unicamp, UFSCar e PUC, nos cursos PROFMAT; Matemática Universitária; Matemática Pura; Engenharia; Estatística; e Educação Matemática.

Com relação ao tempo de atuação, o quadro apresenta professores com no máximo 5 (cinco) anos de atuação nas Licenciaturas do IFSP, sendo que quase todos que atuam nos cursos de Licenciatura, atuam ou já atuaram na Educação Básica. O fato de pouco tempo de atuação nas Licenciaturas, para muitos deles, deve levar em consideração que a maioria dos campi e dos cursos de Licenciatura nos IFSP foi implantada há, aproximadamente, cinco anos ou menos. Esse tempo de atuação como professor é maior quando são contabilizados seus trabalhos em outros níveis e outras instituições de ensino.

Ao analisar evidências de como esses professores se sentem enquanto professores da instituição, e o que os levou a se tornarem professores do IFSP, verificamos nos relatos que os sentimentos expressos por eles são de gratificação, realização e satisfação. Em se tratando do que os levaram a se tornar professores, foram apresentados termos como: estabilidade; remuneração; a instituição ter o curso de Licenciatura em Matemática e Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio; as condições de trabalho relativas ao número de aulas, à competência dos alunos e à infraestrutura; e a possibilidade de continuidade na formação. Todos esses foram os fatores citados por eles. Outros fatores também foram mencionados: desafios, proximidade da família, contribuição como servidor público.

Outro ponto de análise refere-se aquele em que esses professores descrevem o curso de Licenciatura em Matemática no IFSP e abordam a diferença com relação às demais Licenciaturas. Em geral, os professores descrevem esse curso como algo inovador, que busca formar efetivamente o professor para a educação básica, bem como proporcionar também a possibilidade de continuação em estudos e pesquisas.

Foram apresentadas características diferenciadas para o curso, a exemplo de uma maior proximidade entre o professor e o aluno; a participação de aporte técnico de ajuda sociopedagógica o que, segundo relatos, possibilita um menor número de evasão dos alunos ingressantes, principalmente nos primeiros períodos de curso.

O ponto central desta análise, nessas entrevistas, é saber como os professores veem a possibilidade de atuação simultânea nos cursos Técnico Integrado ao Ensino Médio e Licenciatura em Matemática, querendo identificar quais os possíveis benefícios, se houver, de que esse formato de instituição pode trazer para professores, para as Licenciaturas e para a Educação Básica.

Esses professores, em sua maioria, acreditam que essa modalidade de ensino possibilita inúmeros benefícios para todos. O que ficou evidente nesse quesito é que o professor ao atuar nos dois níveis de ensino, possibilita melhora na sua prática de ensino com um diferente olhar. Como disse um dos professores entrevistados:

Eu acho riquíssimo, o professor que tem a possibilidade de estar atuando simultaneamente nesses dois níveis de ensino eu acho em termos de carreira, não tive ainda essa possibilidade, mas que sem dúvidas é algo muito rico para formação do professor, para formação continuada dele, mesmo porque na licenciatura você está formando futuros professores de matemática ao passo que no ensino médio você está vivenciando aquele ambiente no qual você está preparando seus alunos pro superior para atuar. Então você ter essa visão desses dois mundos, você está preparando o aluno para atuar no ambiente que você está atuando também, eu acho que isso faz com o que você reúna elementos para suas aulas de licenciatura que o outro professor que não tem essa possibilidade talvez não reúna, eu acho bacana nesse sentido.

Outro ponto levantado é que quando se está atuando para formar professores e, ao mesmo tempo, está trabalhando enquanto professor de educação básica, você poderá articular melhor os conteúdos matemáticos em diferentes níveis, melhorando sua didática e sua avaliação no processo de ensino-aprendizagem. Não obstante, segundo Brasil (2008), os Institutos Federais não se apresentam propriamente com a mesma configuração dos Institutos Superiores de Educação, uma vez que as premissas que norteiam o processo de formação dessas instituições diferem no campo de abrangência e nas ações de ensino. Além de integrar educação, ciência e

tecnologia, trabalho e cultura, os Institutos Federais prezam pelo princípio da investigação científica e pela indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão e difusão do conhecimento mediante a pesquisa aplicada.

O IFSP tem um relevante papel na formação de professores na rede pública. Eram, em dados de abril de 2016, mais de 40 mil alunos matriculados. De acordo com dados do MEC/INEP (2016), no estado de São Paulo, o maior número de cursos de formação de professores ocorre na rede privada de ensino, respondendo por cerca de 86% da oferta no estado. Das 600 instituições de Ensino Superior, 514 são privadas, e cerca de 82% dos professores da rede pública estadual são formados em cursos de Licenciatura em instituições privadas.

1.8 Uma nova direção para a pesquisa

O Professor que se vê como formador de professores, na Licenciatura, pode e deve ter percebido as dificuldades de seus alunos frente à formação na graduação e a perspectiva de ser um professor de matemática em sala de aula. Mas, por sua vez, esse mesmo profissional se vê na condição de um professor de Ensino Médio, com alunos carregando dificuldades em conceitos, conteúdos e procedimentos. Durante a realização do Projeto 1 surgiram algumas questões importantes:

a) O mesmo indivíduo, colocado nas duas diferentes situações (a de ser professor da Licenciatura e, simultaneamente professor da Educação Básica) teria a oportunidade de reconhecer as dificuldades encontradas pelos alunos do Ensino Médio como não dificuldades naqueles que estão se formando professor e que deverão trabalhar tais dificuldades com seus futuros alunos?

b) Como poderia o professor formador trabalhar com seus alunos, futuros professores, essas mesmas dificuldades? Eles saberiam resolver esses problemas? Eles saberiam levar seus próprios alunos a resolver essas questões?

Tais questionamentos surgiram em um momento de mudanças. No meu caso, mudança de orientação, no desenvolvimento do Doutorado. Nesse momento, tive contato inicial com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema, metodologia desenvolvida pelo GTERP – Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas da UNESP de Rio Claro, fazendo o uso de seu livro: *Resolução de Problemas: Teoria e Prática* (2014).

Na leitura do referido livro, eu, pesquisador, consegui ver possibilidade de obter respostas àqueles questionamentos. Nesse momento, início do 4º semestre do doutorado, fui aceito para dar continuidade à minha pesquisa, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na linha de pesquisa Resolução de Problemas sob a Orientação da Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Com a mudança de orientação, houve necessidade da criação de um novo projeto, O Projeto 2, para dar continuidade à pesquisa.

Após uma minuciosa leitura dos planos de curso de Licenciatura em Matemática nos campi do IFSP, Araraquara, Birigui, Bragança Paulista, Caraguatatuba, Guarulhos e São Paulo, foi constatado que o uso de Resolução de Problemas nos moldes propostos, de trabalhar a partir da Resolução de Problemas, o plano que mais se aproximou de nossa metodologia foi a do Campus de Araraquara. Apesar de não ser trabalhada exatamente a mesma metodologia, ela se apresentava, no conteúdo programático da Disciplina Prática Pedagógica III, com elementos necessários à nossa proposta.

No Projeto 2, houve a incorporação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas, tendo como objetivo analisar os desafios e a possibilidade do uso da referida metodologia na Formação de Professores de Matemática no IFSP e observar como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização dessa Metodologia em diferentes níveis de ensino. Antes de descrevermos, em detalhes, o Projeto 2, apresentaremos o nosso referencial teórico e nele abordaremos as temáticas Formação de Professores e Resolução de Problemas.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Esta Seção tem como objetivo apresentar o referencial teórico que se fez necessário para a construção desta pesquisa. Para descrever sobre Formação de Professores, tomamos como referência autores como Nóvoa, Sacristán, Schön e Saviani e para Formação de Professores de Matemática, D'Ambrósio e Fiorentini entre outros. No Livro Profissão Professor, organizado Nóvoa, em 1995 no cap. III, Sacristán em seu artigo Consciência e Ação sobre a Prática como libertação profissional dos professores, diz o seguinte:

O debate em torno do professorado é um dos polos de referência do pensamento sobre a educação, objeto obrigatório da investigação educativa e pedra angular dos processos de reforma dos sistemas educativos. Grande parte dos problemas e dos temas educativos conduzem a uma implicação dos professores, exigindo-lhes determinados atuações, desenhando ou projetando sobre a sua figura uma série de aspirações que se assumem como uma condição para a melhoria da qualidade da educação.

Em termos gerais, o discurso pedagógico e social acentua o papel dos professores talvez devido a uma certa deformação profissional, ou devido a um efeito de ocultação ideológica (consciente ou inconsciente) dos condicionalismos reais dessa prática, ou ainda devido ao fato de esta atitude encobrir o baixo estatuto social da profissão docente. O certo é que existe no discurso pedagógico dominante uma hiper-responsabilização dos professores em relação à prática pedagógica e à qualidade do ensino, situação que reflete a realidade de um sistema escolar centrado na figura do professor como condutor visível dos processos institucionalizados de educação. (SACRISTÁN, 1995 p.64)

Entendemos por profissionalidade a afirmação do que é específico na ação docente, isto é, o conjunto de comportamentos, conhecimentos, destrezas, atitudes e valores que constituem a especificidade de ser professor. O conceito de profissionalidade docente está em permanente elaboração, devendo ser analisado em função do momento histórico concreto e da realidade social que o conhecimento escolar pretende legitimar; em suma, tem de ser contextualizado. O conhecimento da prática pedagógica e a possibilidade de alterá-la implica a compreensão das interações entre três níveis ou contextos diferentes: o contexto propriamente pedagógico; o contexto profissional dos professores; e o contexto sociocultural. Sacristán (1995) define profissionalidade do professor como algo inerente e específico

na ação docente, isto é, tudo que se refere a comportamentos, conhecimentos, destrezas, atitudes, como valores que formam o professor.

2.1 Contexto histórico da formação de professores

De acordo com Saviani (2009), a primeira instituição destinada à formação de professores foi o Seminário dos Mestres, fundado em 1684, por São João Batista de La Salle, na cidade de Reims, França. O processo de criação das Escolas Normais, na Europa, deu-se após a Revolução Francesa e com o objetivo de preparar professores. Além de França e Itália, países como Alemanha, Inglaterra e Estados Unidos também foram instalando, ao longo do século XIX, suas Escolas Normais para professores.

No Brasil, a questão do preparo de professores emergiu de forma explícita após a Independência, quando se cogitava a organização da instrução popular. A partir daí, examinando-se a questão pedagógica em articulação com as transformações que se processaram na sociedade brasileira, ao longo dos últimos dois séculos, podem-se distinguir os seguintes períodos na história da formação de professores no Brasil:

1. Ensaio intermitentes de formação de professores (1827-1890). Esse período se inicia com o dispositivo da Lei das Escolas de Primeiras Letras, que obrigava os professores a se instruir no método do ensino mútuo, às próprias expensas; estende-se até 1890, quando prevalece o modelo das Escolas Normais.
2. Estabelecimento e expansão do padrão das Escolas Normais (1890-1932), cujo marco inicial é a reforma paulista da Escola Normal tendo como anexo a escola-modelo.
3. Organização dos Institutos de Educação (1932- 1939), cujos marcos são as reformas de Anísio Teixeira no Distrito Federal, em 1932, e de Fernando de Azevedo em São Paulo, em 1933.
4. Organização e implantação dos Cursos de Pedagogia e de Licenciatura e consolidação do modelo das Escolas Normais (1939-1971).
5. Substituição da Escola Normal pela Habilitação Específica de Magistério (1971-1996).
6. Advento dos Institutos Superiores de Educação, Escolas Normais Superiores e o novo perfil do Curso de Pedagogia (1996-2006). (SAVIANI, 2009; p 143-144)

A expansão da educação superior no Brasil, durante a década de 2000, evidencia sua articulação com a política de diversificação do local de formação de professores. Dentre as várias medidas que provocaram alterações na política de

formação de professores, destacam-se as ações governamentais, como o Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (REUNI), Decreto 6.096/2007, e a implantação dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia por meio da Lei 11.892/08. Tais ações proporcionaram a expansão das Licenciaturas nas instituições públicas federais.

Segundo Fiorentini (2008), a Formação de Professores é um tema que, nos últimos anos, tem sido fortemente discutido em vários segmentos de pesquisa. Tem-se debatido muito sobre a formação docente em congressos educacionais, publicações de artigos e livros. Mas o que se tem visto, nessas pesquisas, está distante de uma efetiva investigação e o que se defende tem pouca sustentação investigativa e coerência teórica. Conforme esse mesmo autor, alguns termos são comumente usados quando se refere ao professor como reflexivo de sua prática, crítico de seus métodos, construtor dos saberes, peça fundamental nas inovações curriculares na escola e responsável pelo seu desenvolvimento profissional, contudo, há uma vagueza quanto ao real sentido e significado desses termos.

Nesse mesmo sentido, percebe-se que a educação passa por um período de incertezas e complexidades. Fala-se na importância da mudança, mas, quase sempre, não se define um norte a seguir. “Há um excesso de discursos, redundantes e repetitivos, que se traduz numa pobreza de práticas” (NÓVOA, 2009, p11).

A Formação de Professores também está vulnerável a este efeito discursivo, que também vem sendo utilizado com certo modismo. As pesquisas apontam repetidamente aos mesmos conceitos, as mesmas ideias, as mesmas propostas. Segundo Nóvoa (2009, p11), “É difícil não sermos contaminados por este discurso gasoso que ocupa todo o espaço e que dificulta a emergência de modos alternativos de pensar e de agir”. Esse modismo dificulta mais os debates sobre a formação de professores. É preciso que se faça esforço para não ser viciado e, principalmente, para construir propostas que nos tirem desse círculo e permita projetar os rumos da formação de professores.

Concordando com Fiorentini (2008), para alguns pesquisadores, mesmo com essa mudança no discurso sobre a Formação de Professores, o que predomina é uma prática ainda antiga com a dicotomia teoria e prática. O desafio maior é transformar o discurso em práticas efetivas ou, como dizem, produzir discursos autênticos partindo de investigações e de experiências concretas que incorporem as novas concepções do professor como profissional autônomo e investigador de sua própria prática.

Esse mesmo autor diz que ao professor é atribuída a função de formar um indivíduo crítico e integrado de forma global para atender às demandas da sociedade e ao mercado. Para isso, é necessário desenvolver habilidades e capacidades que permitam a sobrevivência em uma sociedade na era da Informação e Comunicação. Os educadores enxergam na docência não somente uma forma para o desenvolvimento intelectual do indivíduo, mas, também, para o desenvolvimento humano e para a formação de valores. Em contraponto a toda essa valorização da figura do professor, várias atitudes demonstram o contrário, uma vez que esses professores são os primeiros a sofrerem com as políticas governamentais de corte de gastos na educação pública, passando por reduções de salários e más condições de trabalho. Perrenoud (1988), Apud (NÓVOA 2013 p.14) afirma que:

Ao longo das últimas décadas, os especialistas da educação têm-se esforçado por racionalizar o ensino, procurando controlar *a priori* os fatores aleatórios e imprevisíveis do ato educativo, expurgando o cotidiano pedagógico de todas as práticas, de todos os tempos, que não contribuem para o trabalho escolar propriamente dito.

Segundo Nóvoa (2013), no percurso evolutivo da investigação pedagógica, são referidas três grandes fases: a primeira, o “bom” professor; a segunda, o melhor método de ensino; e a terceira, a análise do ensino no contexto real da sala de aula, com base no paradigma processo-produto. Considerava-se um progresso a possibilidade de estudar o ensino, para além dos próprios professores; e reduzia-se a profissão docente a um conjunto de competências e de capacidades, realçando essencialmente a dimensão técnica da ação pedagógica.

Estamos no cerne do processo identitário da profissão docente que, mesmo nos tempos áureos da racionalização e da uniformização, cada um continuou a produzir no mais íntimo da sua maneira o ser professor.

Como é que cada um se tornou no professor que é hoje? E porquê? De que forma a ação pedagógica é influenciada pelas características pessoais e pelo percurso de vida profissional de cada professor? As respostas para tais questões nos levariam longe demais. Para isso, seria mais conveniente mencionar os três A, AAA, que sustentam o processo identitário dos professores: A de Adesão, A de Ação e A de Autoconsciência.

A de Adesão, porque ser professor implica sempre a adesão a princípios e a valores, a adoção de projetos, um investimento positivo nas potencialidades das crianças e dos jovens.

A de Ação, porque também aqui, na escolha das melhores maneiras de agir, se jogam decisões do foro profissional e do foro pessoal. Todos sabemos que certas técnicas e métodos se ajustam melhor à nossa maneira de ser do que outros. Todos sabemos que o sucesso ou o insucesso de certas experiências marcam nossa postura pedagógica, fazendo-nos sentir bem ou mal com esta ou com aquela maneira de trabalhar na sala de aula.

A de Autoconsciência porque, em última análise, tudo se decide no processo de reflexão do professor, levado a cabo sobre sua própria ação. É uma dimensão decisiva da profissão docente, na medida em que a mudança e a inovação pedagógica estão intimamente dependentes deste pensamento reflexivo. (NÓVOA, 2013 p.16)

A identidade não é um dado adquirido, não é uma propriedade, não é um produto. A identidade é um lugar de lutas e conflitos, é um espaço de construção de maneiras de ser e de estar na profissão. Por isso, é mais adequado falar em processo identitário, realçando a mescla dinâmica que caracteriza a maneira como cada um se sente e se diz professor (NÓVOA, 2013).

2.2 Formação de professores de Matemática

Como abertura, tomamos como reflexão o artigo de Beatriz D'Ambrósio em seu capítulo "Conteúdo e Metodologia na Formação de Professores" do livro *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*, organizado por Fiorentini e Nacarato (2005):

Talvez a maior dificuldade inerente à formação de professores seja a determinação do conteúdo necessário para que se obtenha o melhor desempenho possível. Na avaliação da eficácia de professores em serviço, percebemos que uma das grandes dificuldades é a sua falta de compreensão do conteúdo de matemática. Por outro lado, está claro que mais cursos tradicionais de matemática têm pouco efeito em seu nível de compreensão. Não queremos entrar num discurso conteudista, muito pelo contrário. De acordo com Ma (1999), o professor deve ter um conhecimento "profundo" de matemática para que possa tomar decisões apropriadas em sua prática de ensino. Esse conhecimento é caracterizado pela habilidade do professor em descrever a compreensão do aluno, baseando-se numa renegociação de seu próprio conhecimento de matemática. Essa habilidade requer a disposição, por parte do professor, de ouvir a voz do aluno durante o processo de ensino-aprendizagem. E essa disposição se desenvolve durante sua formação, já que, em sua experiência enquanto alunos, poucos indivíduos tiveram professores que ouviram e ajudaram a desenvolver suas vozes matemáticas. (D'AMBRÓSIO, 2005, p.20).

A disposição para ouvir a voz do aluno e examinar suas construções matemáticas é um elemento fundamental do ensino construtivista. O professor construtivista estuda as construções de seus alunos e interage com eles num espaço pedagógico que foi criado, pelo menos em parte, com base na maneira como o professor reconhece a compreensão que o aluno possui dos conceitos e ideias desenvolvidas. Essa definição exige que o professor construtivista, ao ensinar matemática, ouça a voz do aluno. Para tanto, é fundamental que tenha um conhecimento profundo dos conceitos trabalhados. Esse conhecimento não é apenas

um conhecimento operacional – é muito mais complexo do que isso. A construção do professor deve ser sólida e multidimensional. Sua disposição deve ser atenta a novas dimensões e flexível, para alterar suas próprias construções. Como formadores de professores, necessitamos explorar e investigar atividades que levem o futuro professor a se dispor a analisar o trabalho do aluno e, ao mesmo tempo, estimulá-los a desenvolver seu conhecimento matemático de maneira mais completa.

2.3 Formação de Professores nos IFs

A ideia de formar professores em instituições específicas não é nova. De acordo com Vicentini e Lugli (2009), antes da Lei Orgânica do Ensino Normal (Decreto – Lei nº 8.530 de 02/01/1946), nas reformas do ensino paulista (1892 e 1920) já se mencionava a formação de “educadores profissionais” nessas instituições. Com o advento da Lei (8.530/46), esse espaço passou a constituir um terceiro nível de formação docente que, voltado anteriormente para a formação de gestores (diretores e inspetores primários e orientadores escolares), passou a ofertar formação especializada para professores da Educação Especial, Pré-primária, Artes, Música, Desenho, e, também professores do Ensino Complementar Primário e do Ensino Supletivo.

Na reforma universitária dos anos 1930, o estatuto das universidades (Decreto 19.851/31) previu a criação das unidades universitárias em forma de institutos de ensino superior. Compunham os institutos do ensino superior: Faculdade de Direito, Faculdade de Medicina, Escola de Engenharia e Faculdade de Educação, Ciências e Letras. Posteriormente, quando transformados em departamentos/faculdades ou centros universitários com a reforma universitária nos anos de 1960, a figura dos institutos foi extinta.

Com a implementação da LDB (9.394/96), a ideia de instituto para formação de professores ressurgiu na legislação com um novo desenho, agora como lócus, dividindo com as universidades o papel pela formação dos profissionais da Educação Básica. Diante das críticas advindas da comunidade acadêmica e dos movimentos educacionais, os Institutos Superiores de Educação não prosperaram, segundo Maués e Camargo (2012), nem mesmo nas instituições privadas.

Entretanto, a partir das medidas políticas adotadas pelo governo no ano de 2007, foi decretada a reorganização e a integração das instituições federais de

educação tecnológica, Decreto nº 6.095/2007¹, na Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica – RETEC. A partir daí, há uma corrida por parte das instituições, com exceção dos CEFETS antigos (Rio de Janeiro, Minas Gerais), para a implantação dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia e para a transformação do CEFET em Universidade Tecnológica, neste caso particular, o CEFET- Paraná.

Esse movimento em torno da criação dos Institutos Federais e da Rede Federal de Educação Tecnológica causou certa apreensão e incertezas por parte dos educadores que suspeitavam da proposta, vendo nela a possibilidade de uma consolidação dos Institutos Superiores de Educação. Freitas (2007), levantando essa suspeita, afirma que:

A retomada da proposição dos Institutos Superiores de Educação e das concepções que nortearam sua criação – pela criação dos IFETs e a ampliação dos polos da UAB –, com a retirada da formação da ambiência universitária, concepção exaustivamente criticada pelas entidades da área, desde a LDB. Nesse sentido, não está descartada a possibilidade de que a formação nas licenciaturas seja revisada, à luz das proposições conceituais e metodológicas do programa Pró-Licenciatura, contribuindo para aprofundar a concepção tecnicista e pragmática que vigora nos processos formativos atuais. (FREITAS, 2007, p.16)

Fica evidente, nesse contexto, a preocupação por parte dos educadores de que a institucionalização de mais um lócus de formação de professores, principalmente os da educação básica, proporcionasse diversificação desordenada de ambientes para a formação de professores, indo, assim, de encontro à reivindicação dos movimentos educacionais, os quais sempre se mobilizaram em favor das universidades se constituírem como o único espaço de formação de professores. A Lei 11.892 de 29 de dezembro de 2008, em seus artigos 6º e 7º, diz que:

Os Institutos Federais são instituições de educação superior, básica e profissional, pluricurriculares e multicampi, especializados na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas.

Art. 6º - Os Institutos Federais têm por finalidades e características:

I - ofertar educação profissional e tecnológica, em todos os seus níveis e modalidades, formando e qualificando cidadãos com vistas na atuação profissional nos diversos setores da economia, com ênfase no desenvolvimento socioeconômico local, regional e nacional;

¹ Decreto nº 6.095, de 24 de abril de 2007 que estabelece as diretrizes para o processo de integração de instituições federais de educação tecnológica, para fins de constituição dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia - IFET, no âmbito da Rede Federal de Educação Tecnológica.

II - desenvolver a educação profissional e tecnológica como processo educativo e investigativo de geração e adaptação de soluções técnicas e tecnológicas às demandas sociais e peculiaridades regionais;

III - promover a integração e a verticalização da educação básica à educação profissional e educação superior, otimizando a infraestrutura física, os quadros de pessoal e os recursos de gestão;

IV - orientar sua oferta formativa em benefício da consolidação e fortalecimento dos arranjos produtivos, sociais e culturais locais, identificados com base no mapeamento das potencialidades de desenvolvimento socioeconômico e cultural no âmbito de atuação do Instituto Federal;

V - constituir-se em centro de excelência na oferta do ensino de ciências, em geral, e de ciências aplicadas, em particular, estimulando o desenvolvimento de espírito crítico, voltado à investigação empírica;

VI - qualificar-se como centro de referência no apoio à oferta do ensino de ciências nas instituições públicas de ensino, oferecendo capacitação técnica e atualização pedagógica aos docentes das redes públicas de ensino;

VII - desenvolver programas de extensão e de divulgação científica e tecnológica;

VIII - realizar e estimular a pesquisa aplicada, a produção cultural, o empreendedorismo, o cooperativismo e o desenvolvimento científico e tecnológico;

IX - promover a produção, o desenvolvimento e a transferência de tecnologias sociais, notadamente as voltadas à preservação do meio ambiente.

Art. 7º Observadas as finalidades e características definidas no art. 6º desta Lei, são objetivos dos Institutos Federais:

I - ministrar educação profissional técnica de nível médio, prioritariamente na forma de cursos integrados, para os concluintes do ensino fundamental e para o público da educação de jovens e adultos;

II - ministrar cursos de formação inicial e continuada de trabalhadores, objetivando a capacitação, o aperfeiçoamento, a especialização e a atualização de profissionais, em todos os níveis de escolaridade, nas áreas da educação profissional e tecnológica;

III - realizar pesquisas aplicadas, estimulando o desenvolvimento de soluções técnicas e tecnológicas, estendendo seus benefícios à comunidade;

IV - desenvolver atividades de extensão de acordo com os princípios e finalidades da educação profissional e tecnológica, em articulação com o mundo do trabalho e os segmentos sociais, e com ênfase na produção, desenvolvimento e difusão de conhecimentos científicos e tecnológicos;

V - estimular e apoiar processos educativos que levem à geração de trabalho e renda e à emancipação do cidadão na perspectiva do desenvolvimento socioeconômico local e regional; e

VI - ministrar em nível de educação superior:

a) cursos superiores de tecnologia visando à formação de profissionais para os diferentes setores da economia;

b) cursos de licenciatura, bem como programas especiais de formação pedagógica, com vistas na formação de professores para a educação básica, sobretudo nas áreas de ciências e matemática, e para a educação profissional;

c) cursos de bacharelado e engenharia, visando à formação de profissionais para os diferentes setores da economia e áreas do conhecimento;

d) cursos de pós-graduação lato sensu de aperfeiçoamento e especialização, visando à formação de especialistas nas diferentes áreas do conhecimento;

e

e) cursos de pós-graduação stricto sensu de mestrado e doutorado, que contribuam para promover o estabelecimento de bases sólidas em educação, ciência e tecnologia, com vistas no processo de geração e inovação tecnológica. (BRASIL, 2008)

Mesmo com um debate contrário, em 29 de dezembro de 2008, por meio da Lei n. 11.892, foram instituídos os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia. Essas instituições assumiram uma nova configuração entre as Instituições de Ensino Superior, deixando de ser autarquias isoladas, passaram a operar em posições estratégicas por meio das reitorias centralizadas, e, de acordo com Silveira (2013), transformando as antigas Escolas Técnicas, Agrotécnicas e CEFETs em Campi e/ou unidades avançadas. Também passaram a verticalizar o ensino ao ofertar Cursos Técnicos e Técnicos Integrados ao Ensino Médio; a Graduação em Bacharelado, Licenciaturas e as Graduações Tecnológicas, com possibilidade de ofertar ainda cursos de Pós-graduação (Especialização, Mestrado e Doutorado) “voltados principalmente para a pesquisa aplicada de inovação tecnológica” (BRASIL, 2008).

A distribuição dos Institutos Federais em todo o país constitui uma política estratégica do governo ao criar 38 Instituições multicampi, de modo a contemplar todas as unidades da Federação e cobrir todo território nacional de acordo as mesorregiões geograficamente delimitadas em cada Estado e, assim, garantir a presença mínima de um Instituto em cada unidade da Federação.

De acordo com Brasil (2016), que aponta as contribuições para a construção dos cursos de Licenciatura dos Institutos Federais, a inserção das Licenciaturas, nessas instituições, tem como premissas a integração entre ciência; tecnologia; trabalho e cultura; conhecimentos específicos; e desenvolvimento da capacidade de investigação científica, como dimensões essenciais à manutenção da autonomia e dos saberes necessários à atuação profissional, que se traduzem nas ações de ensino, pesquisa e extensão. Ainda segundo o referido documento, essas instituições buscam formar um professor destinado a atuar na Educação Básica e/ou Profissional diferindo de certa forma dos Institutos Superiores de Educação.

Entre os princípios e pressupostos pedagógicos norteadores das Licenciaturas nos IFs, esse documento destaca: a busca por uma conexão entre a formação de professores para a Educação Básica e a formação de professores para a Educação Profissional; o comprometimento com a escola pública; o reconhecimento da realidade social e da cidadania como ações educativas; o ser humano como centro do processo educativo; a formação do profissional de forma crítica, criativa e construtiva; a correlação entre áreas que se articulam umas com as outras; o professor, no magistério, considerado como base imprescindível à formação docente e pesquisador

de sua própria prática pedagógica; uma sólida base humanística, científica e tecnológica articulada com a ação pedagógica na formação docente, por meio de um processo dinâmico de apropriação e produção do conhecimento.

Indubitavelmente, no aspecto de concepções, ficam evidentes, na materialidade ideológica dos IFs, as mesmas premissas que fundamentam o discurso das políticas educacionais implementadas a partir dos anos 1990. Preservam-se ainda termos que, fora de um contexto, expressam as orientações da política hegemônica dos organismos unilaterais: diversificação, inclusão, desenvolvimento, currículo flexível, cidadania e dimensões conceitual, procedimental e atitudinal. Essas palavras denotam as contradições expressas nos documentos oficiais que regulamentam as políticas de formação de professores nos Institutos Federais de Educação.

Portanto, a expansão da educação superior no Brasil, durante a década de 2000, evidencia sua articulação à política de diversificação do local de formação de professores. Dentre as várias medidas que provocaram alterações na política de formação de professores, destacam-se as ações governamentais como o Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (REUNI), Decreto 6.096/2007, e a implantação dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia por meio da Lei 11.892/08. Tais ações proporcionaram a expansão das licenciaturas nas instituições públicas federais. Além dessas medidas, por exigências da LDB, aumentou a demanda pela profissionalização e pelo desenvolvimento profissional dos professores em exercício, fomentando a instituição de Programas como o Pró-licenciatura, que proporcionou a oferta de vagas à distância por meio da UAB (Universidade Aberta do Brasil), e programas emergenciais como o PARFOR (Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica).

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Allevato e Onuchic (2014), a Resolução de Problemas é considerada o “coração” da atividade matemática e tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, os novos conhecimentos proporcionam a proposição e a resolução de intrigantes e importantes problemas. Apesar disso, de sua presença na história antiga – egípcia, chinesa e grega -, de tantas pesquisas já realizadas envolvendo este tema e de sua inquestionável importância na formação escolar em todos os níveis de ensino, a forma de incorporá-la de modo a promover uma significativa e efetiva aprendizagem ainda não está clara para os professores de Matemática.

No prefácio do livro *Perspectivas para Resolução de Problemas*, Ubiratan D’Ambrósio, falando sobre Resolução de Problemas, afirma que:

O tema é efetivamente central na teoria do conhecimento. Tenho focalizado, nas minhas pesquisas, a Resolução de Problemas como a característica dominante da espécie humana. Desde os primeiros hominídeos, resolver problemas e lidar com questões do cotidiano têm sido essenciais para sobreviver. Com a evolução da espécie e a busca de entender, explicar e lidar com fenômenos naturais e do psicoemocional, a Resolução de Problemas adquire outra dimensão. Vai além de uma ferramenta prática, para lidar com questões materiais, e adquire características de um sofisticado exercício intelectual. Assim, nasce como uma área de pesquisa dominante desde os primórdios da filosofia. Encontramos, desde as primeiras civilizações da Antiguidade, estudos não sistematizados sobre o que é resolver problemas. A partir da Idade Média e da Renascença começam as reflexões sistemáticas sobre Resolução de Problemas e acredito que o livro *Discurso do Método*, de René Descartes, publicado em 1637, foi o primeiro a dar uma explicação sobre como resolveu problemas difíceis de matemática e de física. Três séculos depois, o destacado matemático húngaro Georg Pólya publicou o livro *How to Solve It*, que se tornou a referência essencial da área. O livro de Pólya foi amplamente estudado, discutido e ampliado. Pesquisadores em Educação Matemática em todo mundo contribuíram para estabelecer a Resolução de Problemas como uma área central, a mais importante, em Educação Matemática. (D’AMBRÓSIO, 2017 p.11- 12)

3.1 Caminhos para a Resolução de Problemas

Segundo Schroeder e Lester (1989), ao se ensinar através da Resolução de Problemas, os problemas são valorizados não apenas como um propósito para aprender Matemática, mas, também, como o primeiro passo para se fazer isso. O ensino de um conteúdo matemático, nessa abordagem, poderia começar com uma situação-problema que envolvesse os conceitos relacionados a conteúdos a serem ensinados. Eles ainda afirmam que as técnicas e a aprendizagem matemática, dessa maneira, poderiam ser vistas como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como um gerador de conceito ou técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos).

De acordo com esses mesmos autores, ao contrário das outras duas abordagens (ensino para e ensino sobre), o ensino através da resolução de problemas é uma concepção que não foi adotada de forma implícita ou explícita por muitos professores, escritores de livros didáticos e promotores de currículos, mas ela é uma abordagem para o ensino de Matemática que merece ser considerada, desenvolvida, testada e avaliada. Na verdade, o ensino através da resolução de problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações da Comissão de Padrões do NCTM, em que: (I) conceitos e habilidades de Matemática sejam aprendidos no contexto da resolução de problemas; (II) o desenvolvimento de processos de pensamento de nível superior seja promovido através de experiências de resolução de problemas; e (III) que o ensino de matemática aconteça numa investigação orientada em uma atmosfera de resolução de problemas (NCTM, 1987).

Schroeder e Lester (1989) asseguram, no artigo “Desenvolvendo a Compreensão em Matemática Via Resolução de Problemas”², do livro: *Novas Direções para a Matemática na Escola Elementar*, que o ponto principal nesse seu trabalho é o de considerar resolução de problemas como o papel mais importante para desenvolver a compreensão matemática nos estudantes. Na realidade, consideramos a expressão “através de” significando “ao longo de” ou “no decurso de” enfatizando o fato de que Matemática e Resolução de Problemas são consideradas simultaneamente e construídas mútua e continuamente. Essa perspectiva era, ainda, bastante incipiente no final da década de 1980 e se consolidou a partir de vários

² Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving publicado do livro: *New Directions For Elementary School Mathematics* NCTM, Yearbook. 1989.

trabalhos desenvolvidos pelo NCTM que culminaram com a publicação dos Standards 2000 (NCTM, 2000)

Entretanto, esses autores que falavam, em 1989, em Ensino de Matemática Via Resolução de Problemas, em 1992 passaram a usar a palavra *through*, no lugar de *via*, entendido por nós como “*através de*”, ou seja, ao longo da resolução do problema, do começo ao fim. A partir de 1992 passou-se a falar em Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Ensinar “*via*” resolução de problemas seria utilizar o problema como um caminho para a introdução de um novo conceito, conteúdo ou procedimento, entendendo *via* como *por meio de*. No ensino por meio da resolução de problemas, o professor utiliza o problema que o aluno acabou de resolver para introduzir um conceito novo, isto é, evidencia elementos que surgiram durante a resolução do problema que possuem uma relação direta com o conceito novo que se deseja introduzir, e, enfatizando esses elementos, faz uma formalização desse conceito. Por outro lado, no ensino através da resolução de problemas, o professor busca fazer com que o aluno construa um novo conceito durante a resolução do problema.

No Brasil, segundo Onuchic (1999), os primeiros trabalhos de pesquisa em resolução de problemas ocorreram na Unesp - Rio Claro com o professor Luiz Roberto Dante, em 1988, em sua Tese de Livre Docência, *Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática*, e também nas dissertações de seus orientandos: Gazire (1989), Penteado (1990) e Gustineli (1991). Segundo Fiorentini (1994), outros trabalhos já trouxeram essa temática anteriormente, contudo, não na perspectiva da resolução de problemas à qual Onuchic (1999) se refere.

Um dos grupos que trabalha Resolução de Problemas no Brasil é o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - GTERP, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, que defende fortemente o “*através de*”. Esse grupo acredita que essa forma de ensinar Matemática coloca o aluno como coconstrutor de seu próprio conhecimento. Buscando trabalhar essa abordagem em sala de aula, esse Grupo criou uma metodologia de ensino denominada Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo Allevato e Onuchic (2009;2014), a opção de utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como

coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra a concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução de problema, integra-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessária.

De acordo essas mesmas autoras (2009, 2011, 2014), nessa metodologia, o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através de resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Nela, ainda, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado a sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema, o problema gerador, que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas em busca de respostas razoáveis.

Para a aplicação dessa Metodologia, foi desenvolvido um roteiro de Atividades destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas. Esse roteiro propõe:

- 1) Formação de grupos.
- 2) Preparação do problema - selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador.
- 3) Leitura individual - entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- 4) Leitura em conjunto - solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
- 5) Resolução do problema - de posse do problema e sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- 6) Observação e incentivo - nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos membros e estimula o trabalho colaborativo.
- 7) Registro das resoluções na lousa - representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou

feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

8) Plenária - para essa etapa, são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.

9) Busca de consenso - após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e obtidas soluções para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.

10) Formalização do conteúdo - nesse momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Posteriormente, Onuchic e Allevato (2015) apresentaram uma nova etapa:

11) Proposição de problemas.

O GTERP acredita que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode ser usada para a construção de conhecimento matemático em todos os níveis de escolaridade. Esse Grupo lançou dois livros, sendo o primeiro: *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*, de 2014, que possui, além da parte teórica, uma parte de aplicações práticas com foco em conteúdos da Educação Básica. O segundo, intitulado: *Perspectivas para Resolução de Problemas*, de 2017, que, apesar de não ter como seu objetivo aspectos práticos, traz exemplos de aplicações dessa Metodologia no Ensino Superior em alguns artigos.

Muitos pesquisadores defendem essa abordagem, apontando-a, na área de resolução de problemas, como a mais indicada para a construção de conhecimento matemático, visto que ela coloca o aluno como o principal responsável pela construção de seu conhecimento. Isso vem ao encontro de diversas teorias de aprendizagem na linha construtivista, que enfatizam a necessidade de um ensino que busque fazer com que o estudante tenha uma participação mais ativa nesse processo.

Das três abordagens apontadas por Schroeder e Lester (1989), que foram apresentadas e discutidas neste capítulo, pudemos observar, em pesquisas desenvolvidas no Brasil, em nossas experiências como pesquisadores e como professores, nas observações e discussões com alunos e professores, que a

abordagem do “*para*” ainda é a mais utilizada. Acreditamos que isso se deva a uma cultura tradicionalista que se enraizou e vem passando de professor para professor por diversas gerações. Acreditamos que essa forma de ensinar ainda irá perdurar por muito tempo. Nela, o professor coloca um conteúdo na lousa e explica; o aluno aceita as afirmações do professor, muitas vezes, sem justificativa; o professor apresenta alguns exemplos com o objetivo de lhe mostrar como usar a matemática recém-apresentada para resolver certos problemas; e, por último, deixa uma lista de atividades para que o aluno a resolva, utilizando como modelo as resoluções feitas pelo professor durante as aulas.

Por outro lado, muitos educadores matemáticos defendem e buscam difundir o ensino na abordagem do “*através da*”. Esses educadores argumentam que, nessa abordagem, o estudante se torna mais ativo, participativo e reflexivo, tornando-se o protagonista de sua aprendizagem. Esse argumento é apoiado por diversas pesquisas da linha construtivista. Nesse sentido, Van de Walle (2001), ao discutir o processo de aprendizagem, faz uma comparação entre a construção de um conhecimento e uma construção no mundo físico. Ele afirma que para se construir qualquer coisa no mundo físico é preciso material, ferramenta e esforço. Da mesma forma, para a construção de uma nova ideia (conhecimento) são necessárias ferramenta, material e esforço.

As ferramentas que usamos para construir novos conhecimentos são as ideias existentes, ou seja, conhecimentos que já possuímos. Os materiais são as coisas que vemos, ouvimos ou tocamos – os elementos que estão a nossa volta – podendo ser os nossos próprios pensamentos e ideias. E os esforços são pensamentos ativos e reflexivos, sendo este elemento o mais importante, pois as ferramentas e os materiais são coisas pré-existentes e só vão se mover e sofrer alterações por meio dos nossos esforços. Se a mente não pensar ativamente, nada acontece.

Nosso objetivo neste texto não é o de defender ou criticar nenhuma das três abordagens. Com base em nossas experiências, adquiridas durante nossas pesquisas em sala de aula, trabalhando a introdução de conceito e buscando promover a aprendizagem na abordagem através da resolução de problemas, faremos alguns apontamentos que consideramos importantes para os professores que buscam ensinar de forma diferente para promover uma aprendizagem consistente. Consideramos aprendizagem consistente aquela que, além de levar o estudante a construir seu próprio conhecimento, seja capaz de promover também o desenvolvimento cognitivo do estudante, de forma a torná-lo, cada vez mais,

independente e, ainda, fazer com que os conteúdos aprendidos sejam fixados de maneira que possam ser a base para a construção de novos conhecimentos.

3.2 Resolução de Problemas nas Licenciaturas em Matemática

A Licenciatura em Matemática tem como preocupação a formação inicial de professores de matemática. Atualmente, no Brasil, os cursos que formam professores de matemática estão passando por um processo de reformulação. Seus representantes têm sido motivados a discutir, reestruturar e implementar Projetos Pedagógicos de Cursos (PPC) “novos e diferenciados”, em virtude, principalmente, da necessidade de adequação às atuais diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores, publicadas em 2002 e 2015.

As Diretrizes Curriculares para a Formação do Professor da Educação Básica, Curso de Licenciatura, instituídas por meio da Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE 01/2002, em seu artigo 1º, afirma que eles se constituem em um conjunto de princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na reorganização institucional e curricular de cada estabelecimento de ensino e aplicam-se a todas as etapas e modalidades da educação básica. No seu Art. 2º, a referida norma diz que a organização curricular de cada instituição observará, além do disposto nos artigos 12 e 13 da Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996, outras formas de orientação inerentes à formação para a atividade docente.

O documento da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM (2003) – se apresenta com o propósito de contribuir para as discussões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Segundo a SBEM (2003), uma ação relevante seria a incorporação de atividades curriculares que possibilitem ao licenciando construir uma cultura profissional ampla, que contemple conhecimentos sobre o papel do professor de Matemática como educador, assim como as tendências da Educação Matemática.

A SBEM se posicionou a respeito da formação inicial de professores de Matemática, por meio do documento SBEM (2003), em que apresenta diversas recomendações importantes para a formação inicial de professores de matemática que corroboram o Parecer 1302/2001 do CNE/CES. Nesse Parecer, o CNE apresenta as habilidades e competências evidenciadas que devem ser adquiridas ao longo da formação nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Os cursos de Licenciatura em Matemática devem formar profissionais hábeis em criar ambientes e situações de aprendizagem matematicamente ricas e estimular a reflexão de seus estudantes por meio da formulação de questões. Além disso, devem desempenhar os seguintes papéis:

- Conceber a Matemática como um corpo de conhecimento rigoroso, formal e dedutivo, mas também como atividade humana.
- Construir modelos matemáticos para representar os problemas e suas soluções.
- Criar e desenvolver tarefas e desafios que estimulem os estudantes a coletar, organizar e analisar informações, resolver problemas e construir argumentações lógicas.
- Estimular a interação entre três componentes básicos da Matemática: o formal, o algorítmico e o intuitivo.
- Estimular seus alunos para o uso, natural e rotineiro, da tecnologia nos processos de ensinar, aprender e fazer Matemática.
- Estimular seus alunos para que busquem alcançar uma ampla e diversificada compreensão do conhecimento matemático e para vincular a Matemática com outras áreas do conhecimento humano.
- Propiciar situações ou estratégias para que seus alunos tenham oportunidade de comunicar ideias Matemáticas.
- Relacionar a Matemática com a realidade, a fim de ajudar seus alunos na tarefa de compreender como essa ciência permeia nossa vida e como os seus diferentes ramos estão interconectados.
- Utilizar diferentes representações semióticas para uma mesma noção Matemática, usando e transitando por representações simbólicas, gráficas, numéricas, entre outras. (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003. p.8)

Para formar professores aptos a exercer tais papéis, esse documento defende a necessidade de mudanças substanciais em cursos de Licenciatura em Matemática. A estrutura curricular de tais cursos está dividida basicamente em: disciplinas que contribuem para a formação e o aprofundamento teórico dos conteúdos matemáticos; disciplinas de fundamentação para as práticas pedagógicas na área de educação; e disciplinas que possibilitam ao acadêmico transitar entre as diversas áreas de pesquisa envolvendo o ensino de matemática e a vivenciar ambientes próprios da aprendizagem matemática (RODRIGUES; SILVA; FERREIRA, 2016, p. 329-330).

Em Portugal, por outro lado, a preocupação com o papel da resolução de problemas na formação de professores, em particular na formação inicial, tem caminhado junto com as preocupações curriculares sobre o tema. Numa revisão de diversos trabalhos de pesquisa sobre o papel da resolução de problemas na formação inicial de professores, Serrazina et al. (2002) concluem que existem pontos de

convergência em alguns dos estudos, como: (i) pode-se ensinar a resolver problemas aos futuros professores e estes desenvolvem uma atitude positiva em relação à resolução de problemas; (ii) são sentidas dificuldades em alguns aspectos das tarefas de resolução de problemas, como de compreensão, de generalização e de argumentação; (iii) a capacidade de resolução de problemas pode ser afetada pela pouca qualidade do conhecimento matemático dos futuros professores; e (iv) apesar de terem sido implementados módulos de ensino de resolução de problemas, isso parece não ter sido suficiente para os futuros professores alterarem as suas concepções sobre a natureza da matemática e do seu ensino e, nomeadamente, terem vontade ou capacidade para alterar as suas práticas relativamente aos modelos de ensino tradicionais, que lhe foram veiculados pelos seus professores ao longo da escolaridade.

Mais recentemente, Vale e Pimentel (2012) apresentam um estudo realizado com futuros professores - alunos da formação inicial de professores - baseado numa proposta didática que recorre a tarefas desafiantes de formulação e resolução de problemas. Estas autoras discutem a relação da resolução e formulação de problemas com o desenvolvimento da criatividade. Consideram que, se existe um ambiente de aprendizagem que dá oportunidades aos alunos para resolver problemas de matemática, utilizando estratégias de resolução diversificadas e para formular os seus próprios problemas a partir de situações que lhes são apresentadas, quer em contextos matemáticos quer não matemáticos, esse desenvolvimento acontece. Este ambiente pode envolver os alunos em explorações matematicamente ricas, aumentar a sua motivação e encorajá-los a investigar, tomar decisões, generalizar, procurar padrões e conexões, comunicar, discutir ideias e identificar alternativas (VALE; PIMENTEL, 2012). As autoras concluem que junto com a resolução de problemas, a formulação de problemas é uma atividade de importância inquestionável numa aula de matemática, dado contribuir não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução.

Diversas pesquisas mostram que a utilização da Resolução de Problemas em Cursos do Ensino Superior pode ser um diferencial no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática. Inclusive, nos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, isso já é uma realidade, não apenas como pesquisa, mas também como prática. Rodrigues, Silva e Ferreira, em seu artigo “Clássicos da

Educação Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil”, publicado em 2016, no livro *Clássicos da Educação Matemática Brasileira: múltiplos olhares*, revelam que a Resolução de Problemas aparece nas ementas dos Projetos Político-Pedagógicos de diversos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Nos cursos investigados por esses autores, a Resolução de Problemas ainda não figura como uma disciplina; aparece apenas como um recurso metodológico, inserida em outras disciplinas da área de Educação. Rodrigues, Silva e Ferreira falam que, no mapeamento que fizeram, apareceram 16 obras e 54 referências sobre Resolução de Problemas. A maioria dessas obras foram livros, como *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*, de George Polya, publicado em 1945, edição de 1977. Porém, artigos também foram referenciados, como “Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas”, de Onuchic e Allevato, publicado em 2004. Apesar disso, o uso da Resolução de Problemas no contexto didático-pedagógico ainda é bastante modesto, principalmente no Ensino Superior. Muitos grupos de pesquisa vêm trabalhando com o objetivo de mudar essa realidade.

Segundo Fiorentini (2011), a Resolução de Problemas se configurou como campo de pesquisa de forma mais sistêmica em Educação Matemática, no Brasil, a partir da segunda metade da década de 1980, em sua maioria, com estudos de mestrados e doutorados, certamente com grande influência do NCTM³. As pesquisas que apresentam propostas de Resolução de Problemas (RP) na Licenciatura em Matemática são mais frequentes em conteúdo da Educação Básica. Conforme Rodrigues, Silva e Ferreira (2016), essas aplicações ocorrem com mais frequência em disciplinas como Prática Pedagógica ou Laboratório de Ensino de Matemática. Apoiada na Metodologia de RP, Azevedo (1998) apresentou uma proposta de mudança para um Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso. Para que isso se tornasse possível, ela fez um estudo do conteúdo de logaritmos em uma turma de Licenciatura em Matemática. Segundo a autora, esse estudo teve como propósito investigar criticamente os conhecimentos dos futuros professores sobre conceitos de Matemática da Educação Básica. Ressaltou que, para isso, fez uso da “Metodologia de Ensino de Matemática via Resolução de Problemas” para possibilitar uma relação entre o conteúdo logaritmos, visto na Educação Básica

³ National Council of Teachers of Mathematics.

(na forma algébrica), e conteúdo de limites, derivadas e integrais (na forma geométrica), abordados na disciplina de Cálculo em Curso Superior.

Com esse mesmo propósito investigativo, Nunes (2010) analisou as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas nos processos de ensinar e aprender Geometria, em um curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado da Bahia, Campus X. A investigação ocorreu nas disciplinas de Didática da Matemática e Laboratório de Ensino de Matemática II. Segundo a autora, o uso da Metodologia proporciona uma reflexão na forma de se trabalhar conteúdos matemáticos, no caso, Geometria, favorecendo um melhor aprendizado do aluno.

O conceito de proporcionalidade através da Resolução de Problemas foi investigado por Costa (2012) em uma turma do 1º período de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Maranhão - UEMA. O estudo foi realizado com 19 estudantes que participavam de um programa, que leva o nome do educador brasileiro Darcy Ribeiro, para a Formação Inicial de Professores na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. O autor enfatiza que o estudo do conteúdo através da Metodologia instigou os professores a serem mais questionadores, investigativos e coconstrutores de seus próprios conhecimentos.

Há também pesquisas que utilizam a Metodologia de RP em cursos de Licenciatura em Matemática e fazem uso de múltiplos conteúdos da Educação Básica. Podemos citar Azevedo (2014) que, em seu trabalho, fez uso de vários conteúdos matemáticos da Educação Básica, como, por exemplo: Números e Operações; Razão e Proporção; Proporcionalidade; Álgebra; Geometria Plana; Geometria Espacial. A autora teve como objetivo “Investigar a formação inicial do professor de Matemática para a Educação Básica”, verificando o potencial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O estudo ocorreu com alunos do 6º semestre do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática - Habilitação em Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso UFMT - Campus Sinop. Vale ressaltar que o conteúdo de Álgebra, aqui apresentado, se refere à Educação Básica.

As pesquisas que utilizaram conteúdos da Matemática Superior em outros cursos do Ensino Superior foram as seguintes: dissertações de Ribeiro (2010), Abdelmalack (2011) e Rossi (2012) e a tese de Paulette (2003). Essas pesquisas

foram desenvolvidas dentro do ambiente de trabalho profissional dos pesquisadores, e os assuntos escolhidos para o desenvolvimento dos projetos partiram de conteúdos que os alunos tinham muita dificuldade em aprender.

Ribeiro (2010) desenvolveu um projeto pedagógico, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e utilizou a História da Integral, parte da História da Matemática, como um agente motivador no processo de ensino e aprendizagem. Como o pesquisador já lecionava na FACENS, Faculdade de Engenharia de Sorocaba, ele escolheu essa instituição para desenvolver sua pesquisa. O projeto proposto pelo pesquisador foi desenvolvido nos cursos noturnos, em 2008, em quatro turmas de Engenharias (Engenharia da Computação, Engenharia Civil, Engenharia Elétrica 1 e Engenharia Elétrica 2). Ele desenvolveu atividades que, inicialmente, envolviam problemas de Geometria, assim como haviam sido problematizados pelos gregos, até chegarem aos conceitos de Cálculo: Função, Limite, Continuidade, Diferenciabilidade e Integrabilidade. Apesar de essas atividades permearem diversos conceitos de Cálculo, o objetivo principal do pesquisador foi o de introduzir os conceitos de Integral simples e Integral dupla em coordenadas retangulares.

Abdelmalack (2011) e Rossi (2012) utilizaram a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Abdelmalack (2011) desenvolveu sua pesquisa em uma turma regular de Cálculo I, com o objetivo de verificar como se realizava a aprendizagem de derivadas através da Resolução de Problemas. Rossi (2012) objetivou investigar como se realizava a aprendizagem das Equações Diferenciais através da Resolução de Problemas a partir de aplicações da Integral Indefinida. Ela desenvolveu seu trabalho na FATEC, Faculdade de Tecnologia de São Paulo – seu ambiente profissional de trabalho. Dessa forma, o projeto pedagógico foi desenvolvido nessa instituição, em um curso de Edifícios e Processos de Produção, do 2º semestre, durante oito encontros.

Paulette (2003), em sua pesquisa, teve como fenômeno de interesse “Ensino de Matemática para o Curso de Administração da Unip”. Essa turma foi escolhida para a investigação porque o pesquisador já lecionava nesse curso e percebia as dificuldades dos alunos com essa disciplina. A finalidade básica da disciplina Matemática era a de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos do curso de Administração, em uma turma, no ano de 2001. A fim de proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa dessa disciplina, o

pesquisador buscou uma metodologia de ensino diferenciada. Para alcançar esse objetivo, ele elaborou e aplicou o projeto pedagógico, que fazia uso de uma Metodologia via Resolução de Problemas, com os seguintes conteúdos: Funções – aplicações à Administração, Economia e Ciências Contábeis – Ajustamento de curvas – Sequências – Custo marginal – Receita marginal – Custo e Receita máxima – Lucro máximo.

Nessas pesquisas, observamos que a utilização da Metodologia permitiu ao futuro profissional uma postura de trabalho em grupo. Os pesquisadores relatam que, no início do trabalho com essa Metodologia, os alunos, inicialmente, preocupavam-se em tentar resolver o problema individualmente. Mas, depois, eles perceberam a importância de trocar ideias com os colegas do grupo para a elaboração de estratégias de resolução do problema. E isso foi enriquecedor para o processo de aprendizagem dos conceitos propostos pelos pesquisadores. Um deles relatou que essa forma de abordar novos conceitos tornou os alunos mais críticos, participativos e reflexivos.

3.2.1 Pesquisa que utilizou conteúdos da Matemática Superior na Licenciatura em Matemática

Nos trabalhos que analisamos, apenas uma pesquisa trabalhou os conteúdos da Matemática superior na Licenciatura em Matemática Superior – a de Ferreira (2017). Trata-se de um trabalho recente que focou a construção de conhecimentos de uma disciplina de Graduação, considerada por muitos alunos e professores como uma das mais difíceis do curso de Licenciatura em Matemática, justamente por sua característica fundamentada no alto nível de abstração, intitulada Álgebra Abstrata ou Álgebra Moderna ou Estruturas Algébricas.

Maués (2003) afirma que, nos Cursos de Licenciatura, a “formação de conteúdo” ainda é considerada a mais importante, e continua sob a responsabilidade de especialistas, isto é, matemáticos, historiadores matemáticos, entre outros. Acreditamos que isso não tenha mudado muito. Assim, uma pesquisa como a de Ferreira (2017), além de trazer contribuições no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática, avança para um terreno, de certa forma, fora dos limites dos educadores matemáticos. Nesse trabalho, apesar de os dados apresentarem o descontentamento sobre a metodologia utilizada pela maioria de especialistas, o autor não teve o propósito de criticar a metodologia utilizada por outros professores, muito

menos buscar um confronto entre Matemáticos e Educadores Matemáticos. Mas, sem dúvida, direcionou para novos horizontes dentro da Licenciatura, que acreditamos ser um dos melhores contextos em que as mudanças possam ter uma maior abrangência. O trabalho permeou uma disciplina, em geral, de domínio de professores com pouca, ou até nenhuma, formação na área de Educação. Nesse aspecto, o trabalho de Ferreira (2017) pôde servir também para mostrar uma perspectiva de se trabalhar Resolução de Problemas nesse novo contexto e, conseqüentemente, apresentar uma proposta aos professores formadores de professores, mostrando que é possível trabalhar em disciplinas de Matemática Superior, mesmo abstratas, a construção de seus conceitos a partir do concreto, através da Resolução de Problemas.

4 O CENÁRIO DA PESQUISA

A segunda etapa de nossa pesquisa deu-se com a mudança de orientação e com a incorporação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas. Tem como objetivo analisar os desafios e a possibilidade do uso da referida metodologia na Formação de Professores de Matemática no IFSP e saber como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização da Metodologia em diferentes níveis de ensino. Para alcançar tais objetivos, adotamos a metodologia de pesquisa de abordagem qualitativa, sendo a coleta de dados feita por meio de entrevistas e a aplicação de um projeto em um dos campi do IFSP, o campus de Araraquara.

Após uma minuciosa leitura dos planos de curso de Licenciatura em Matemática nos campi do IFSP, Araraquara, Birigui, Bragança Paulista, Caraguatatuba, Guarulhos e São Paulo, foi constatado que o uso de Resolução de Problemas nos moldes propostos, em que se trabalha a partir da resolução de problemas, o plano que melhor se aproximou de nossa metodologia foi o do Campus de Araraquara. Apesar de não ser utilizada exatamente a mesma metodologia, essa Licenciatura em Matemática apresentava, no conteúdo programático da disciplina Prática Pedagógica III, elementos necessários a nossa proposta.

Para atingir os objetivos de nossa pesquisa, adotamos a metodologia de pesquisa de abordagem qualitativa, sendo a coleta de dados feita por meio de entrevistas em seis campi do IFSP com entrevistas e aplicação de um projeto em um dos campi do IFSP, o campus de Araraquara. Assim, na sequência deste trabalho, abordaremos a pesquisa qualitativa, a entrevista semiestruturada e relataremos em detalhes os procedimentos metodológicos que fazem parte da pesquisa.

4.1 A Elaboração do Projeto de Trabalho

Escolhido o IFSP- Campus de Araraquara, busquei contato, por *e-mail*, com o Coordenador do curso de Licenciatura em Matemática, procurando informações a respeito da disciplina Prática Pedagógica III e, principalmente, sobre seu Professor

Regente e o período letivo no qual ela seria ofertada. Esse contato foi feito no início do segundo semestre de 2016.

Fui informado de que a disciplina Prática Pedagógica III seria ministrada no primeiro semestre do ano seguinte, 2017, e soube o nome do professor que iria trabalhá-la, Professor Robinson. Solicitei, ao Coordenador do curso, contato com esse professor para que eu pudesse lhe apresentar minha proposta de pesquisa e pedir permissão para trabalharmos juntos nessa disciplina. Apresentei-lhe, como possível metodologia pedagógica, a metodologia sobre Resolução de Problemas usada no GTERP, e o professor, solícito ao pedido, aceitou colaborar com a pesquisa em questão.

Foi marcada, então, uma reunião com esse professor para o final do segundo semestre de 2016. Nessa ocasião, apresentei-lhe, com mais detalhes, minha proposta de parceria e, junto, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Ofereci a ele um exemplar do livro *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*, lançado em 2014, no III SERP (III Seminário em Resolução de Problemas), realizado na UNESP Rio Claro - SP.

No dia 21 de fevereiro de 2017, das 9h às 12h, me reuni, no IFSP- Campus Araraquara, com o Professor Robinson, que ministraria a Disciplina Prática Pedagógica III, para montar um plano de trabalho em conjunto. Ficou acertado que eu iria participar todas as segundas-feiras com duas horas/aula nesse semestre nessa disciplina, sendo que seriam quatro aulas semanais das quais eu participaria de duas. A disciplina Prática Pedagógica III seria trabalhada em uma turma de terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática do IFSP- Campus Araraquara, com seis alunos matriculados. Para o desenvolvimento dessa disciplina, estavam previstos 32 encontros distribuídos em grupos de oito, nos meses de março, abril, maio e junho de 2017.

As aulas obedeceriam ao seguinte horário: segundas-feiras e quartas-feiras das 9h 55min às 11h 35min, sendo que a atuação do pesquisador deste projeto seria às segundas-feiras, em 16 encontros, com participação ativa do professor Robinson e, ainda, que as aulas das quartas-feiras seriam ministradas por ele. Ficou acertado também que, nos três primeiros encontros das segundas-feiras, as atividades seriam de natureza teórica e teriam como base o livro *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Julgamos necessários esses capítulos do livro para uma fundamentação teórica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da

Resolução de Problemas. O Material seria disponibilizado com certa antecedência para que os alunos pudessem fazer sua leitura.

Os encontros planejados seriam desenvolvidos obedecendo ao seguinte cronograma:

Dia 06/03/2017

Apresentação do pesquisador e de sua proposta de trabalho.

Atividade extra 1: Capítulo I do livro - Uma abordagem Histórica da Resolução de Problemas.

Dia 13/03/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 1

Essa atividade teve como objetivo apresentar aos alunos uma abordagem teórica do contexto histórico da Resolução de Problemas como uma área da Educação Matemática.

Atividade extra 2: Capítulo II do livro – Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas?

Dia 20/03/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 2.

O objetivo proposto nesta atividade é apresentar, com uma abordagem teórica, a Resolução de Problemas como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que direciona os trabalhos desenvolvidos pelo GTERP - Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas.

Atividade extra 3: CAP III do livro - A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica.

Dia 27/03/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 3

Essa atividade teve como objetivo apresentar caminhos de pesquisa utilizados pelo GTERP em dissertações e teses. Caminhos que se apoiam na Metodologia Científica de Romberg-Onuchic e em uma Metodologia Pedagógica para trabalho em

sala de aula, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Atividade extra 4: Cap. IV – Números e Operações, pertencente à parte II - *Aspectos Práticos* do Livro.

Dia 03/04/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 4.

Neste encontro, partindo da leitura do texto pelos alunos, esperava-se recorrer a conhecimento prévio dos alunos para que eles, futuros professores de Matemática, percebessem diferentes caminhos para construir diferentes conceitos relativos ao tema Número e Operações.

Atividade extra 5: Lista de problemas sobre contagem elaborada pelo Professor Robinson.

Dia 10/04/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 5.

O objetivo do Professor Regente, ao deixar a lista de problemas, era o de motivar os alunos a buscar resoluções nas quais diferentes estratégias pudessem motivar diferentes habilidades de pensamento. Isso deveria permitir aos alunos um espaço aberto à criatividade e à resolução, em que se sentissem mais livres frente aos problemas propostos.

Atividade extra 6: Pedir aos alunos que trouxessem problemas, sobre qualquer conteúdo da Educação Básica, que se mostrassem como problemas geradores de novos conceitos ou de novos conteúdos.

Dias 17/04/2017 e 24/04/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 6.

O objetivo destes encontros é pedir que cada aluno apresente seu problema, criado como problema gerador de um novo conceito ou novo conteúdo, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Atividade extra 7: Solicitar aos alunos que elaborassem e trouxessem, para discussão na próxima aula, problemas geradores de conteúdos do 1º ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio.

Foi decidido que, por criar problemas geradores ser, por sua própria natureza, mais exigente e novo para os alunos, o tempo dedicado a ele deveria ser maior. Assim, essas atividades seriam desenvolvidas em dois encontros.

Dias 08/05/2017 e 15/05/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 7.

O objetivo dessa atividade era que os alunos pudessem criar problemas geradores de conteúdo matemático a serem aplicados em aulas, por eles dadas no 1º Ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio.

Dia 22/05/2017

Apresentação prévia, pelos alunos, dos problemas geradores criados.

O Objetivo dessa atividade é que pesquisador, alunos e Professor Regente chegassem a um consenso de qual problema gerador iria ser aplicado a uma turma do 1º Ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio.

Devido ao tratamento pretendido de fazer com que os alunos desenvolvessem uma aula seguindo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, dois encontros seriam destinados a esse trabalho.

Dia 29/05/2017

Apresentação pelos alunos, em uma turma do 1º Ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio do IFSP - Araraquara, do problema gerador escolhido, com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Visando à prática de sala de aula desses alunos, essa atividade teve como objetivo desenvolver a resolução de problemas, seguindo, inicialmente, as primeiras etapas da metodologia adotada: 1) Proposição do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observar e incentivar.

Dia 05/06/2017

Continuação da aplicação, pelos alunos, do problema gerador, com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, elaborado coletivamente.

Neste dia seriam trabalhadas as demais etapas da Metodologia: 6) Registro em lousa; 7) Plenária; 8) Busca de consenso; 9) Formalização do conteúdo; 10) Proposição e resolução de novos problemas.

Dias 12/06/2017 e 19/06/2017

Entrevistas gravadas, em áudio, com os alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFSP - Araraquara que cursaram a Disciplina Prática Pedagógica III e participaram da proposta de trabalho.

Roteiro da Entrevista que seria aplicada aos alunos.

1. A nossa formação, como professores de matemática hoje, condiz com o desejado para que possamos "bem formar" os nossos alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio?
2. Ao sair do curso de graduação, os professores recém-formados têm o conhecimento mínimo para um estudo continuado dos conteúdos que não foram abordados no curso? De que forma é vista nossa formação superior como educadores matemáticos e como cidadãos?
3. Para você, o que é ser um bom professor de Matemática?
4. Como você analisa o curso de Licenciatura em Matemática no IFSP que você estuda?
5. Como você analisa a estrutura de ensino no IFSP, em que o professor pode atuar como professor de matemática e na formação de professor de matemática? Quais suas possíveis contribuições para a Licenciatura? E quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?
6. Para você, o que é Resolução de Problemas?
7. Comente em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas.
8. De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode contribuir na Formação do Professor de Matemática?

Essas entrevistas tiveram como objetivo levantar, junto aos alunos, evidências sobre o que é ser um professor de Matemática e reconhecer quais são as contribuições que a Metodologia, apresentada durante o curso, traria a sua formação de Professor de Matemática.

Dia 26/06/2017

Entrevista com o Professor Regente da Disciplina Prática Pedagógica III.

O objetivo dessa entrevista era buscar, junto ao Professor da Disciplina, evidências das reflexões do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em suas aulas na Disciplina Prática Pedagógica III, de um curso de Licenciatura em Matemática do IFSP Campus Araraquara.

4.2 Aplicação do Projeto 2

O projeto em questão teve sua aplicação no Semestre I - 2017, como mencionado, em uma turma de seis alunos do III Período de Licenciatura em Matemática, na Disciplina Prática Pedagógica III, no Instituto Federal de São Paulo, Campus de Araraquara. A aplicação decorreu conforme o planejamento apresentado na seção 4.1, com algumas alterações necessárias.

1º Encontro - Dia 06/03/2017

Esse primeiro encontro teve como objetivo a apresentação, para a turma, do pesquisador e seu objetivo de pesquisa: analisar os desafios e a possibilidade do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema na Formação de Professores de Matemática no IFSP e reconhecer como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização dessa Metodologia em diferentes níveis de ensino.

Também foi apresentada a proposta de trabalho do GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas. Esse Grupo desenvolve suas atividades no Departamento de Educação Matemática da UNESP – Rio Claro. Foi formado em 1992, embora já se reunisse semanalmente desde 1990, sempre coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

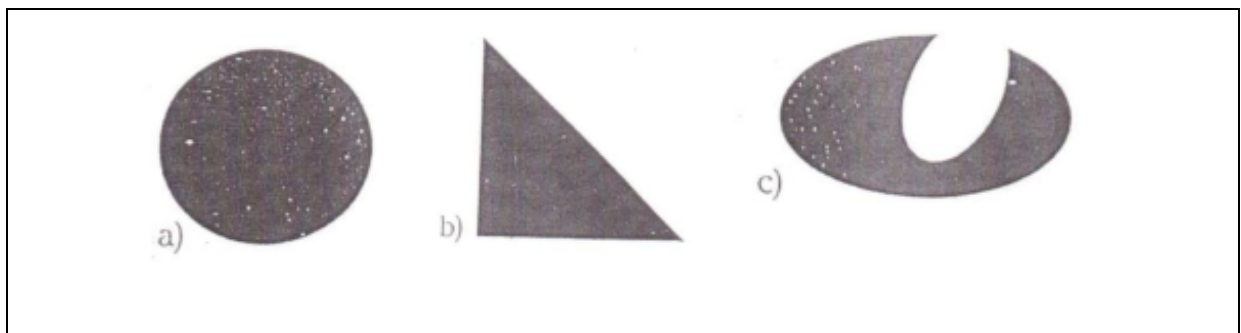
Esse grupo é constituído por alunos regulares e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEM - que têm interesse em aprofundar seus conhecimentos. Também, é aberto à participação de alunos especiais em busca de amadurecimento de seus futuros projetos de pesquisa e a professores em geral que visam aprimorar sua prática docente. O grupo tem sido o

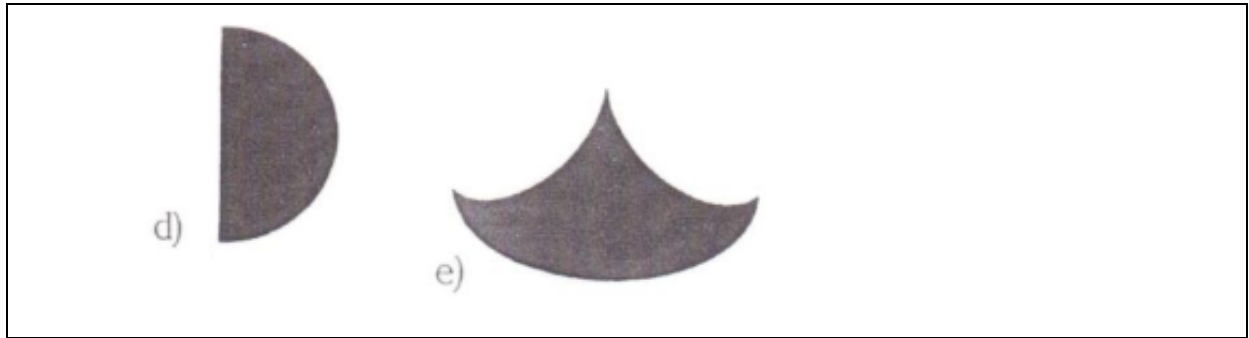
núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores. O GTERP tem, por filosofia, interesse em buscar o desenvolvimento de estudos que atinjam a sala de aula, ou seja, que estejam relacionados às questões de ensino-aprendizagem-avaliação, tanto sob a perspectiva do aluno quanto do professor, em todos os níveis de escolaridade. Ainda participa, de forma ativa, dos principais movimentos acadêmicos, nacionais e internacionais, ligados às áreas de Educação Matemática e suas relações com ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática, principalmente com os que dizem respeito à Resolução de Problemas.

Procurando estar sempre em sintonia com as atuais concepções em Educação Matemática, o GTERP se dedica atualmente a trabalhos na linha de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, agora, em setembro de 2018, defendida como uma Filosofia da Educação Matemática.

Em seguida foi aberto um espaço, aos alunos, para que pudessem sanar dúvidas e realizarem questionamentos levantados sobre o trabalho do pesquisador e sobre as atividades que seriam desenvolvidas durante aquele semestre. Inicialmente, parecia que os alunos não haviam tido dúvidas ou que ficaram com certo receio em perguntar e participar. Como ainda restava um tempo, apresentamos uma proposta de atividade formulada em ONUCHIC (2011), intitulada “Aprendendo a pensar”:

Há cinco figuras apresentadas a seguir *a*, *b*, *c*, *d*, e *e*. Selecione aquela que for diferente de todas as outras.





Essa atividade foi interessante nesse momento, pois eles começaram a expor suas respostas e seus argumentos conforme seus pontos de vista. Reflexões importantes surgiram com a aplicação dessa atividade. A maioria optou pela resposta b dizendo que todas as linhas eram retas. Entretanto um dos alunos, titubeando um pouco, disse que, para ele, todas as figuras podiam ser consideradas diferentes.

O Pesquisador apresentou uma segunda folha, relativa ao problema, que dizia: “Onde se aprende a pensar?”

“Uma fonte importante são os estudos formais na escola. Através da educação, você aprende o que é adequado e o que não é. Aprende muitas das perguntas que usa para sondar seu ambiente. Aprende onde buscar informação, a que tipo de ideias prestar atenção e como pensar sobre elas. Em suma, seu treinamento educacional fornece muitos dos conceitos que você usa para ordenar e compreender o mundo. E, por falar em educação, como foi que você se saiu no exercício das cinco figuras? Se apontou a figura b, parabéns, você escolheu a resposta certa. A figura b é a única que só tem linhas retas. Cumprimente-se com uma palmadinha nas costas. Pode ser, porém que você tenha escolhido a figura c, por ser a única assimétrica. Se for isso, também está certo. c é a resposta certa. A figura a também é defensável, pois é a única sem pontos de ruptura. Portanto, a é a resposta certa. E que tal a d? Só ela tem uma linha curva e uma linha reta. Portanto, d também é a resposta certa. E a figura e? Entre outras coisas, ela é a única que parece a projeção de um triângulo não euclidiano sobre o espaço euclidiano. Também e é a resposta certa. Em outras palavras, todas são certas, dependendo do ponto de vista”. Desse modo, confirmamos a colocação de um desses seis alunos, que dissera: “para mim, tudo parece diferente”.

“Quase todo o nosso sistema educacional, porém, objetiva ensinar às pessoas uma única resposta certa. Na época em que a média das pessoas termina a faculdade, o rapaz ou a moça terá feito mais de 2600 testes, exames e provas muito semelhantes

ao exercício que você acabou de fazer. É dessa maneira que a abordagem da “resposta certa” fica profundamente enraizada em nossa maneira de pensar. Isso pode ser ótimo em alguns problemas de matemática, que realmente só têm uma resposta certa. O problema é que a vida geralmente não é assim. A vida é ambígua. Nela existem muitas respostas certas – e todas dependem do que você está procurando. Mas, se pensar que só existe uma resposta correta, é óbvio que vai parar de procurar outras e, portanto, só vai encontrar uma”.

O objetivo dessa atividade foi o de apresentar, aos alunos, diferentes formas de pensar e de discutir a existência ou não de solução para problemas matemáticos, pois problemas podem ter uma única solução, muitas soluções ou mesmo nenhuma solução”. (ONUChic, 2011)

Ao finalizar as atividades daquele dia, foi deixada uma atividade extraclasse, a leitura do capítulo I, *Uma abordagem Histórica da Resolução de Problemas*, do livro – *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*.

A dinâmica adotada para as tarefas extraclasse foi a seguinte: os alunos receberiam o texto no fim de cada encontro para ser trabalhado. Eles deviam fazer sua leitura e levar para o encontro seguinte seus apontamentos, dúvidas e inquietações. Tal procedimento seria válido para trabalhar os capítulos teóricos desse livro.

2º Encontro - Dia 13/03/2017

Com a leitura e a discussão da tarefa extraclasse I, este segundo encontro teve como objetivo conhecer uma abordagem teórica do contexto histórico da Resolução de Problemas como uma área da Educação Matemática.

Essa atividade foi importante para que os alunos tivessem um contato inicial com a metodologia. A aula começou com a discussão do texto e teve a participação de todos os seis alunos e o Professor da disciplina.

Sabendo que esse texto foi bem lido por dois dos alunos, lido satisfatoriamente por outros dois e de modo insuficiente pelos demais, mesmo assim pudemos perceber a importância do conhecimento desse artigo. Os pontos mais relevantes, levantados pelos alunos após a leitura e discussão desse capítulo, foram: Resolução de Problemas como atividade comum da vida cotidiana; Resolução de Problemas como prática de aprendizagem significativa; e Resolução de Problemas como teoria.

Para eles, a Resolução de Problemas, como apresentada na página 18 do livro, surgiu na matemática em um contexto que espera que a escola forme cidadãos capazes para atuar numa sociedade em mudança e que, apesar de diferentes abordagens de ensino terem se apresentado como possibilidade para isso, a teoria Resolução de Problemas apresenta-se como uma delas.

No que se refere ao contexto histórico, um ponto levantado foi a TDM – Teoria da Disciplina Mental como uma teoria curricular. A TDM baseava-se na ideia de que era tarefa da escola ajudar os alunos a desenvolver faculdades mentais como percepção, memória, intuição ou razão, imaginação e compreensão (STANIC; KILPATRIC, 1990). Também foi levantado que, segundo Thorndike (1902), a influência da melhora em uma dessas funções mentais pode influenciar outra função. Outro ponto levantado foi a Teoria do Conexionismo, em que toda aprendizagem consiste de adição, de eliminação, de organização e de conexões. Essas conexões são formadas, ou quebradas, ou organizadas entre situações e respostas.

Como era de se esperar, foram apontadas também as contribuições de George Polya, com destaque ao livro, publicado em 1945, “How to Solve It” A New Aspect of Mathematical Method, traduzido para o português em 1978 como *A Arte de Resolver Problemas*. Foi apresentada também sua proposta para a resolução de problemas: 1) Compreender o problema; 2) Estabelecer um plano; 3) Executar o plano; 4) Examinar a solução obtida.

Ao finalizar as atividades desse dia, foi proposta a atividade extra que seria desenvolvida durante a semana com a leitura do Capítulo II, *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas?* do livro – *Resolução de Problemas: teoria e prática*, para discussão no próximo encontro.

3º Encontro dia 20/03/2017

Com a leitura do Capítulo II, esse encontro teve como objetivo discutir fundamentos, abordagem e possibilidades que norteiam a Resolução de Problemas como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que direciona os trabalhos desenvolvidos pelo GTERP - Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, buscando, junto aos alunos, futuros professores de Matemática, reflexos dessa leitura.

Como diz o texto, na página 36, a Resolução de Problemas é considerada o “coração” da atividade matemática, tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a proposição e a resolução de intrigantes e importantes problemas”. Dessa leitura, segundo Allevato e Onuchic (2014), pode-se perceber que as pesquisas já realizadas sobre Resolução de Problemas apontam para sua importância na formação escolar em todos os níveis de ensino. Contudo, a forma de incorporá-la de modo a promover uma significativa e efetiva aprendizagem ainda não se mostra clara para o professor de Matemática em sua sala de aula.

Um ponto importante apontado pelos alunos foi a presença dos diferentes caminhos de trabalhar resolução de problemas apresentados por Schroeder e Lester em 1989: Ensino sobre resolução de problemas; Ensino para resolução de problemas; Ensino de Matemática através de resolução de problema.

A necessidade de se superar práticas ultrapassadas no ensino-aprendizagem de Matemática tem recorrido para: jogos, tecnologias informáticas, modelagem matemática, investigações matemáticas, projetos, resolução de problemas, observando, em qualquer um deles, a ideia socioconstrutivista que se faz presente.

Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática possam se apresentar como elementos distintos, a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente e a avaliação, integrada ao ensino, durante a construção do conhecimento do aluno, deve promover a aprendizagem, sendo que nessa Metodologia, o Problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos. Contudo, para que uma situação problema seja, de fato, um problema para o aluno, o professor não deve lhe mostrar o caminho, um método ou regras para chegar ao resultado, uma vez que se ele, o aluno, já conhece ou tem memorizado o caminho, ou não está interessado na atividade, isso não será um problema para ele.

Os alunos também se manifestaram ao dizer que as tarefas matemáticas têm o potencial de proporcionar o desenvolvimento matemático do aluno. Uma sugestão para esse trabalho em sala de aula, em que a resolução do problema de Matemática deve ser a principal estratégia, indicando dez atividades organizadas, Allevato e Onuchic (2009), Onuchic e Allevato (2011, 2014), seria: (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) Resolução do problema; (5) Observar

e incentivar; (6) Registro das resoluções na lousa; (7) Plenária; (8) Busca do consenso; (9) Formalização do conteúdo; (10) Proposição e resolução de novos problemas pelos alunos.

Ao ser considerada como metodologia de ensino, a Resolução de Problemas faz da compreensão seu foco central e seu objetivo. Com isso, não se tira a ênfase dada à resolução de problema, mas amplia seu papel no currículo.

Assim como nos outros encontros, ao término deste, foi proposta a leitura do cap. 3 - *A Pesquisa Científica e a Pesquisa Pedagógica do livro - Resolução de Problemas: Teoria e Prática*, para discussão no próximo encontro.

4º Encontro - dia 27/03/2017

A leitura e a discussão do Capítulo 3 teve, como objetivo, apresentar caminhos de pesquisa utilizados pelo GTERP em dissertações e teses. Esses caminhos que se apoiam na Metodologia Científica de Romberg-Onuchic e em uma Metodologia Pedagógica, para trabalho em sala de aula, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Assim, a proposta desse capítulo é a de apresentar a Metodologia da Pesquisa Científica e a Metodologia Pedagógica que fundamentam o GTERP.

Santos (2007), em seu artigo, inicialmente pergunta: Metodologia Científica, Metodologia de Pesquisa Científica, Metodologia do Trabalho Científico e Metodologia da Pesquisa Científica, é tudo a mesma coisa?

Da discussão com os alunos, pudemos registrar as seguintes posições: a Metodologia de Pesquisa Científica, segundo Santos (2007), possibilita o desenvolvimento de autonomia intelectual, isto é, é o caminho que o pesquisador utiliza para desenvolver sua pesquisa. E a Pesquisa Pedagógica, segundo Lankshear e Knobel (2008), é a pesquisa desenvolvida por professores para atender às suas necessidades como educador e que busca contribuir com o ensino e a aprendizagem dos alunos envolvidos.

Na leitura desse capítulo, os alunos puderam perceber que a proposta metodológica de Romberg-Onuchic foi obtida a partir de contribuições do GTERP ao modelo da proposta metodológica de Romberg.

A partir da solicitação dos alunos, para atividade extra 4 foi deixado o Cap. IV – Números e Operações, pertencente à parte II - *Aspectos Práticos do Livro Resolução de Problema: Teoria e Prática*.

5º Encontro - dia 03/04/2017

Discussão e estudo da Atividade extra 4.

Neste encontro, partindo da leitura do texto pelos alunos, espera-se recorrer ao seu conhecimento prévio para que eles, futuros professores de Matemática, percebam diferentes caminhos para construir diferentes conceitos relativos ao tema Número e Operações.

Da leitura pelos alunos na Atividade extra 4, eles se mostraram interessados na sequência de atividades sugeridas: a) Ano escolar recomendado; b) Objetivos; c) Conteúdos abordados; d) Possíveis estratégias para a resolução do problema; e) Formalização; f) Comentários; g) Extensão do problema.

Embora não tenha sido apontado pelos alunos, este capítulo traz discussões importantes sobre números e operações. Apesar do tema Números e Operações ser um tema importante no currículo em toda Educação Básica, a maioria dos alunos chega ao final dessa fase sem ter conhecimento e sem reconhecer sua valorização. Isso pode ser percebido, no nosso caso, pois nenhum dos alunos dessa turma fez referências àquilo que os PCN afirmavam.

Ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente. (BRASIL, 1997 p. 54-55).

Ainda na leitura do texto os PCN se expressaram da seguinte forma.

Embora o estudo dos números e das operações seja um tema importante nos currículos do ensino fundamental, constata-se, com frequência, que muitos alunos chegaram ao final desse curso com um conhecimento insuficiente dos números, de como eles são utilizados e sem terem desenvolvido uma ampla compreensão dos diferentes significados das operações [...] Além de não saberem interpretar os números, também é comum apresentarem dificuldade para ler, escrever e comparar números com vários dígitos. Do mesmo modo, no trabalho com as operações, ao longo de todo o ensino fundamental, os professores constatarem que uma das maiores dificuldades dos alunos está em saber relacionar a situação-problema com a operação que permite obter a resposta. (BRASIL, 1998, p. 95).

Esse texto apresenta três problemas que visam explorar o ensino de Aritmética e Álgebra através da Resolução de Problemas, direcionado a professores da Educação Básica apoiados nos Parâmetros Curriculares Nacionais. A seguir, trabalharemos um dos problemas abordados no capítulo estudado.

Sabendo que “*retangularizar* um número” é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, ou seja, vê-se a multiplicação como área.

Problema 1 – A Retangularização Numérica

Como se apresenta a retangularização dos seguintes números: 9, 10, 11, 12 e 13?

Seguindo a sequência identificada pelos alunos, vamos aplicá-la neste problema:

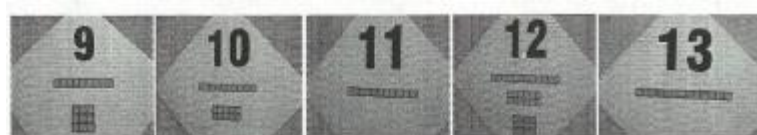
Ano escolar recomendado: Essa situação-problema pode ser trabalhada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Objetivos: compreender e saber se expressar sobre o tema Divisibilidade usando simbologia e vocabulário próprios.

Conteúdos abordados: Números pares e ímpares; Múltiplos e divisores de um número; Números primos e compostos; Singularidade do número 1.

Possíveis estratégias para a resolução

Solução Figurativa



Solução com Símbolos Numéricos

9	10	11	12	13
1×9	1×10	1×11	1×12	1×13
$3 \times 3 = 3^2$	2×5		2×6	
			3×4	

Formalização: O professor deve dar encaminhamento aos conceitos matemáticos que estejam sendo construídos e pode fazer uso das regras da divisibilidade pedindo o enunciado e a prova de cada uma delas. Notar, com ênfase, que se praticando Matemática Discreta, se está trabalhando com um número finito de elementos separados.

Comentários: em conformidade com os PCN (1997 e 1998), embora o estudo dos significados de adição e subtração, e de multiplicação e divisão, tenham se iniciado no Ensino Fundamental I, o que se tem notado, em função da variedade e da complexidade dos conceitos que integram esse tema, é que eles levam tempo para serem construídos e consolidados pelos alunos.

Extensão do problema: o professor poderá estender as ideias de divisibilidade discutindo com os alunos, no Ensino Básico, a construção de um “Pinheiro Numérico”⁴

Atividade extra 5: Entrega de uma lista de problemas sobre contagem, elaborada pelo Professor Robinson, propondo um trabalho com problemas não convencionais visando à exploração de habilidade de pensamento, entendendo-se por problemas não convencionais aqueles em que quem resolve o problema deve buscar um caminho para resolvê-lo, diferentemente dos convencionais que dizem o que fazer: faça, Efetue, calcule, resolva, ...

Lista de problemas: Como em todas as atividades apresentadas antes, para esta lista adotou-se a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas.

1º) De quantos modos diferentes podemos sentar cinco pessoas em um Pálio?

2º) Para ir de minha casa à escola, tenho três caminhos diferentes: passando pela padaria, passando pela igreja ou atravessando a ponte. Eu posso ir à escola de bicicleta ou de pé.

De quantas maneiras diferentes posso ir de cada para a escola?

3º) Durante a semana, minha mãe faz para almoço três pratos; um deles é arroz ou macarrão, outro é carne ou frango e o terceiro é salada de folhas ou salada de legumes. Quantas formas diferentes minha mãe tem para organizar o cardápio do almoço

4º) Um anagrama de uma palavra é outra palavra escrita com as mesmas letras. Por exemplo: AMOR e MORA são dois anagramas da palavra ROMA.

Quantos são os anagramas possíveis da palavra ROMA?

(Atenção! nesse caso, as palavras não precisam ter significado, por exemplo: MROA e um anagrama de ROMA).

Quantos são os anagramas da palavra BOI?

⁴ Detalhes desses diferentes passos podem ser encontrados nas páginas 74-84 do Livro Resolução de Problemas: Teoria e Prática

Quantos são os anagramas da palavra BALA? (Cuidado! a letra A aparece repetida!)
Quantos são os anagramas do seu nome?

5º) As boas notícias correm depressa. Ana poupou dinheiro suficiente para comprar uma bicicleta. Imediatamente disse a duas amigas e, dez minutos mais tarde, cada uma repetiu a novidade a duas outras amigas.

Se a novidade continuar a se espalhar dessa maneira, quantas pessoas saberão da nova bicicleta de Ana ao fim de 60 minutos?

6º) Pedro, André, Cláudio, Diego e Bernardo estão ensaiando uma peça de teatro em que há cinco personagens: um rei, um soldado, um bobo, um guarda e um prisioneiro.

Pedro, André e o prisioneiro ainda não sabem seus papéis.

No intervalo, o soldado joga cartas com Diego.

Pedro, André e Cláudio vivem criticando o guarda

O bobo gosta de ver o André, o Cláudio e o Bernardo representando, mas detesta ver o soldado.

Descubra o papel de cada um nessa peça.

7º) Numa excursão a Roma para ver o Papa, oito pessoas já haviam ido a Roma, mas não conheciam o Papa; três já conheciam o Papa, mas nunca haviam ido a Roma; ao todo, dez pessoas conheciam o Papa; ao todo, nove pessoas nunca haviam ido a Roma.

Quantas pessoas participaram dessa excursão?

8º) Esta é uma vista de uma cidadezinha do interior. Observando atentamente, pode-se saber qual a hora, o dia e o mês da cena. Como?



6º Encontro - dia 10/04/2017

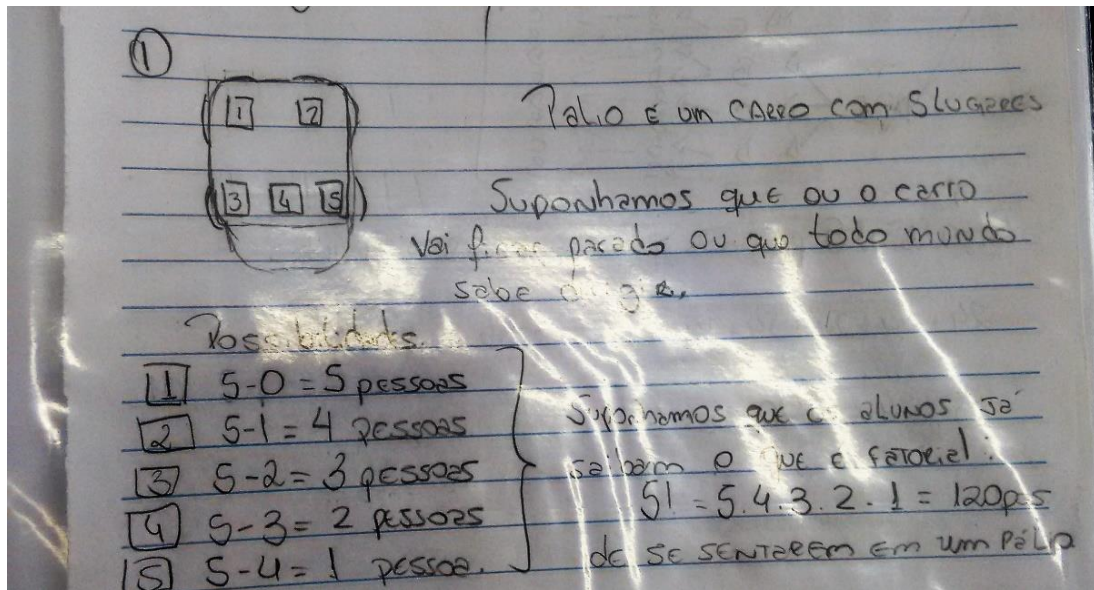
O objetivo do Professor Regente, ao deixar essa lista de problemas, foi o de motivar os alunos a buscar resoluções nas quais diferentes estratégias pudessem gerar diferentes habilidades de pensamento. Isso deveria permitir aos alunos um espaço aberto à criatividade e à resolução, dando-lhes mais liberdade frente aos problemas propostos. Para essa atividade, nesse dia, quatro alunos apresentaram suas respostas.

É muito comum os alunos, ao receberem uma lista de problemas para resolver, oferecerem apenas as respostas aos problemas dados. Para alguns deles, resolver um problema é somente dar-lhe a resposta.

Problema 1

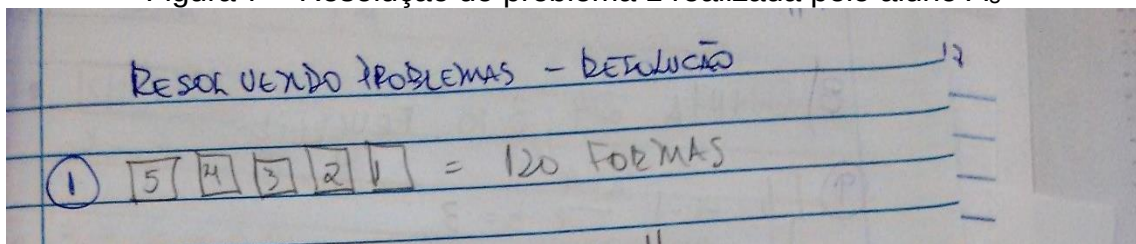
De quantos modos diferentes podemos sentar cinco pessoas em um Pálio?

Figura 6 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A1



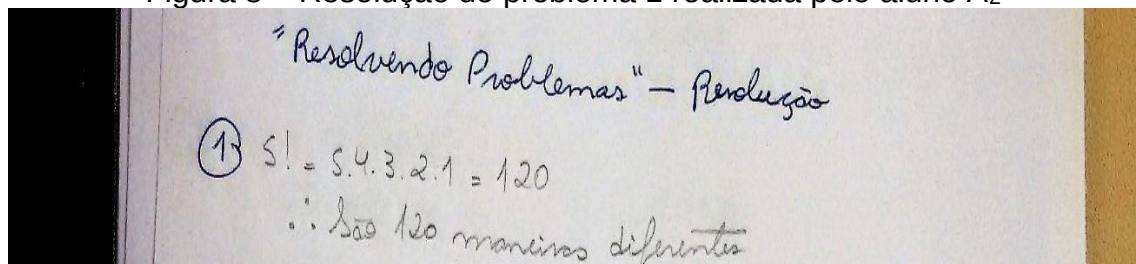
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 7 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A5



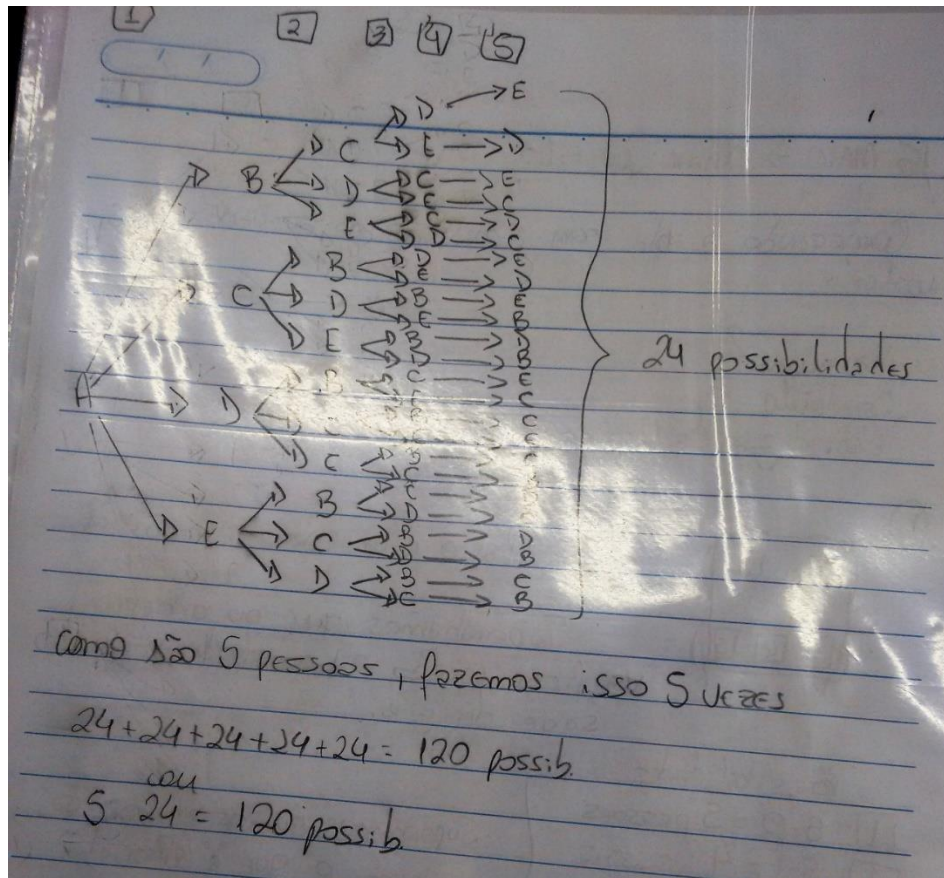
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 8 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A2



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 9 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Como podemos perceber, metade das resoluções dos alunos não apresentam sua forma de resolver os problemas, deixando de atender aos objetivos do Professor Regente. Esses trabalhos apresentam apenas as respostas, isto é, suas soluções. Por outro lado, outras duas delas apresentam-se dando a entender que os alunos compreenderam nosso propósito nessa Disciplina que é o de fazer com que os alunos, depois da leitura e da interpretação de cada enunciado, buscassem uma estratégia, um caminho que fizesse uso de diferentes habilidades do pensamento, ou seja, que respondesse aos seguintes questionamentos:

- Depois de identificar os dados dos problemas, de que forma posso ir a busca da solução?
- O que devo fazer para isso?
- Como devo fazer isso?

Resolver um problema com conhecimento e dar significado às ações desenvolvidas, mostra ter sido adotada uma estratégia que as explicasse no

desenrolar de um processo, isto é, durante o período em que o resolvidor do problema, envolvido em suas próprias ideias, pudesse percorrê-lo e, assim, chegar à resposta.

Problema 2

Para ir de minha casa à escola tenho três caminhos diferentes: passando pela padaria, passando pela igreja ou atravessando a ponte. Eu posso ir à escola de bicicleta ou a pé.

- De quantas maneiras diferentes posso ir de casa para a escola?

Esse problema não apresentou dificuldades. A maioria dos alunos usou o princípio multiplicativo da contagem como mostra a Figura 10:

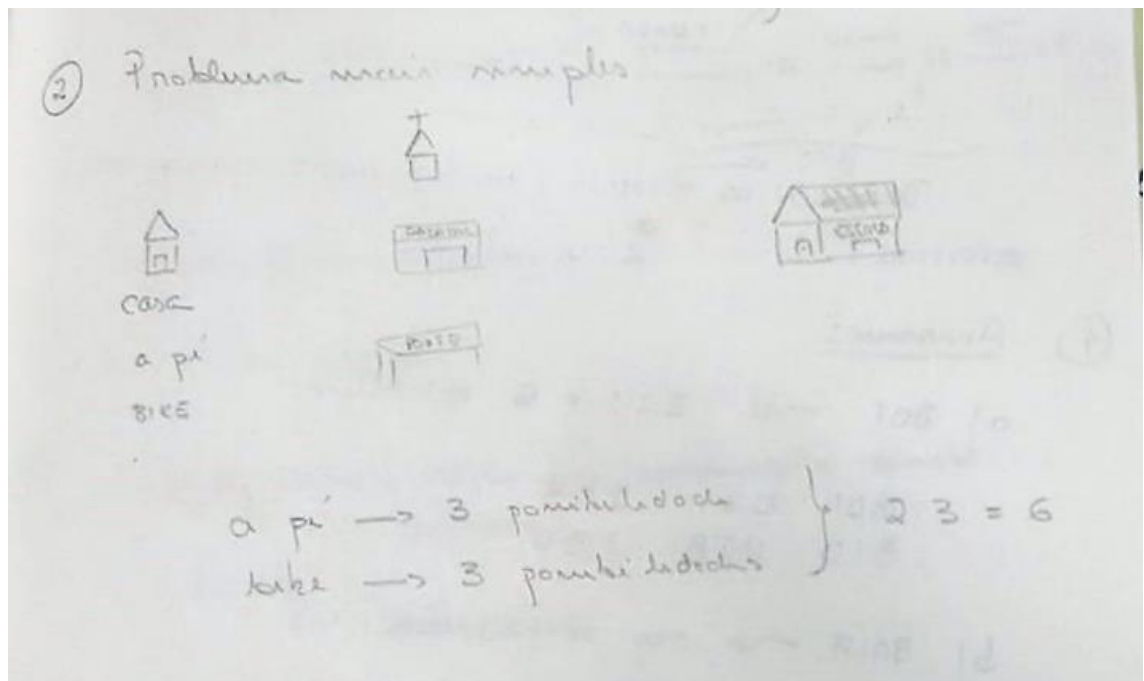
Figura 10 – Resolução do problema 2 realizada pelo aluno A₂

2 2 · 3 = 6 maneiras diferentes.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

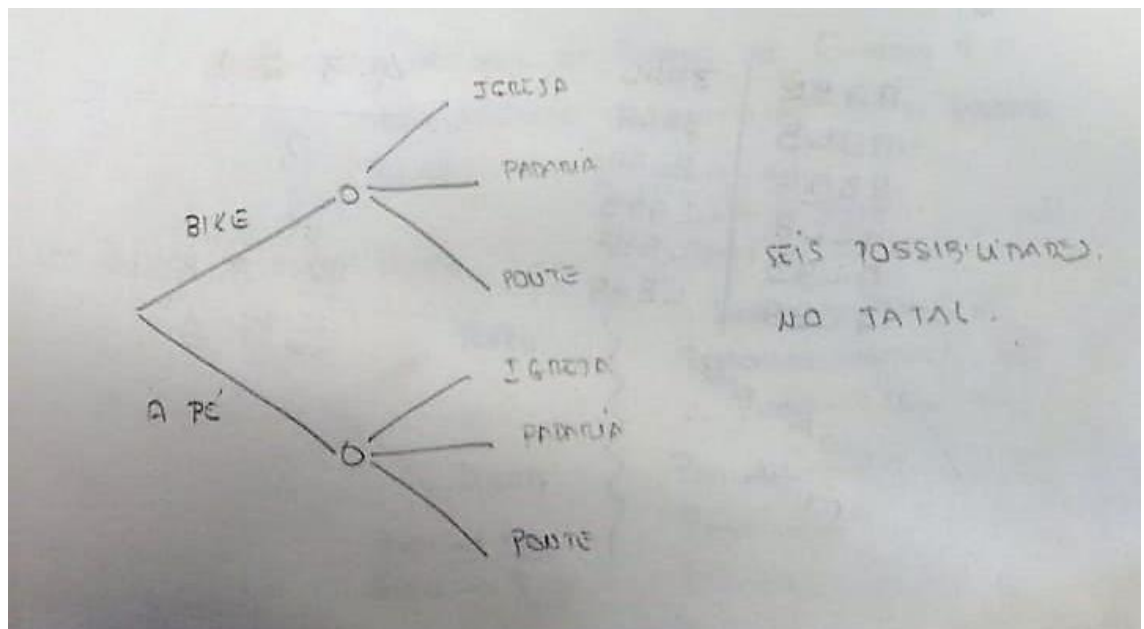
Além da resolução apresentada pela maioria dos alunos, o Professor Regente apresentou uma outra forma de resolução, em que ele fez uma representação pictórica de modo a identificar as hipóteses do problema e, a partir delas, ele desenvolveu a árvore de possibilidades, chegando à resposta. Essa forma de resolver poderia ser usada para os professores trabalharem até com os alunos dos primeiros anos Ensino Fundamental.

Figura 11 – Resolução do problema 2 realizada pelo professor regente



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 12 – Resolução do problema 2 realizada pelo professor regente



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Problema 3

Durante a semana, minha mãe faz para almoço três pratos: um deles é arroz ou macarrão, outro é carne ou frango e o terceiro é salada de folhas ou salada de legumes.

- Quantas formas diferentes minha mãe tem para organizar o cardápio do almoço?

Para esse problema, assim como o problema 2, as resoluções foram feitas usando o princípio multiplicativo da contagem.

Problema 4

Um anagrama de uma palavra é outra palavra escrita com as mesmas letras. Por exemplo, AMOR e MORA são dois anagramas da palavra ROMA.

- Quantos são os anagramas possíveis da palavra ROMA? (Atenção! nesse caso, as palavras não precisam ter significado, por exemplo: MROA é um anagrama de ROMA).
- Quantos são os anagramas da palavra BOI?
- Quantos são os anagramas da palavra BALA? (Cuidado! a letra A aparece repetida!)
- Quantos são os anagramas do seu nome?

Parece que os alunos, em geral, desde o início, apresentaram a resolução do problema com anagrama usando diretamente o Fatorial. Como mostra a Figura 13. Lembrando que um anagrama é obtido pelo número de permutações, entendemos por permutações uma sequência ordenada, construída por elementos disponíveis. O número de permutações de n elementos é dado pelo fatorial de n , isto é, basta calcularmos o fatorial do número de elementos do conjunto fornecido.

$$P_n = n!$$

Figura 13 – Resolução do problema 4 realizada pelo aluno A₂

Handwritten calculations for problem 4:

$$\textcircled{4} \quad \begin{aligned} \text{ROMA: } 4! &= 24 \\ \text{BOI: } 3! &= 6 \\ \text{BALA: } \frac{4!}{2} &= 12 \\ \text{JOÃO: } \frac{4!}{2} &= 12 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Ao se resolver problemas com anagramas, deve-se levar em consideração não somente o número de letras de uma palavra, mas também é preciso verificar se possuem letras repetidas e quantas vezes elas se repetem. A permutação de elementos repetidos deve seguir uma forma diferente da permutação.

7º Encontro - dia 17/04/2017

O objetivo deste encontro foi trabalhar as resoluções dos problemas 5, 6, 7 e 8 constantes na lista entregue aos alunos.

Os problemas 5, 6, 7 e 8 foram trabalhados na aula de quarta-feira dia 12/04 com o Professor Regente e discutidos posteriormente no encontro 7.

O Professor Regente e o Pesquisador houveram por bem que os problemas 5, 6, 7 e 8 deixados aos alunos, fossem devidamente trabalhados no próximo encontro pelo Professor regente, com algumas contribuições do pesquisador. Sendo sua discussão também ocorrida no encontro 7.

Problema 5

As boas notícias correm depressa. Ana poupou dinheiro suficiente para comprar uma bicicleta. Imediatamente disse a duas amigas e, dez minutos mais tarde, cada uma repetiu a novidade a duas outras amigas.

- Se a novidade continuar a se espalhar dessa maneira, quantas pessoas saberão da nova bicicleta de Ana ao fim de 60 minutos?

Os alunos resolveram esse problema fazendo uso de potências de 2.

Figura 14 – Resolução do problema 5 realizada pelo aluno A2

The image shows a handwritten solution on a piece of paper. On the left, the number '5' is circled. To its right, the equation $2^7 = 128$ is written, followed by the word 'pessoas' in cursive.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Esse problema poderia ter sido pensando da seguinte forma:

$$\text{Ana} = 2^0 = 1$$

$$\text{Duas amigas} = 2^1 = 2$$

$$\text{ao fim de 10 min} = 2^2 = 4$$

$$\text{ao fim de 20 min} = 2^3 = 8$$

$$\text{ao fim de 30 min} = 2^4 = 16$$

$$\text{ao fim de 40 min} = 2^5 = 32$$

$$\text{ao fim de 50 min} = 2^6 = 64$$

$$\text{ao fim de 60 min} = 2^7 = 128$$

Resposta: 128 pessoas ao final de 60 minutos

A resposta acima leva em consideração as novas pessoas que souberam da novidade de Ana nos últimos dez dos 60 minutos. Se levarmos em consideração o número total de pessoas que souberam da novidade no decorrer dos 60 minutos, teríamos 127 pessoas anteriores que, junto com essas 128 pessoas, perfazem 255 pessoas que souberam da novidade de Ana.

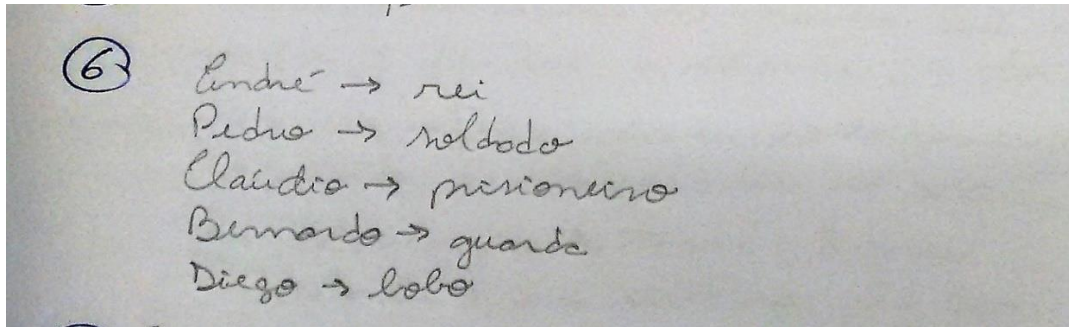
Problema 6

Pedro, André, Cláudio, Diego e Bernardo estão ensaiando uma peça de teatro em que há cinco personagens: um rei, um soldado, um bobo, um guarda e um prisioneiro.

- Pedro, André e o prisioneiro ainda não sabem seus papéis.
- No intervalo, o soldado joga cartas com Diego.
- Pedro, André e Cláudio vivem criticando o guarda.
- O bobo gosta de ver o André, o Cláudio e o Bernardo representando, mas detesta ver o soldado.
- Descubra o papel de cada um nessa peça.

Para esse problema, só foi apresentada uma resposta pelos alunos. Apesar de os alunos terem apresentado somente uma resposta, o Professor Robinson os conduziu, questionando-os, para que chegassem à resposta correta.

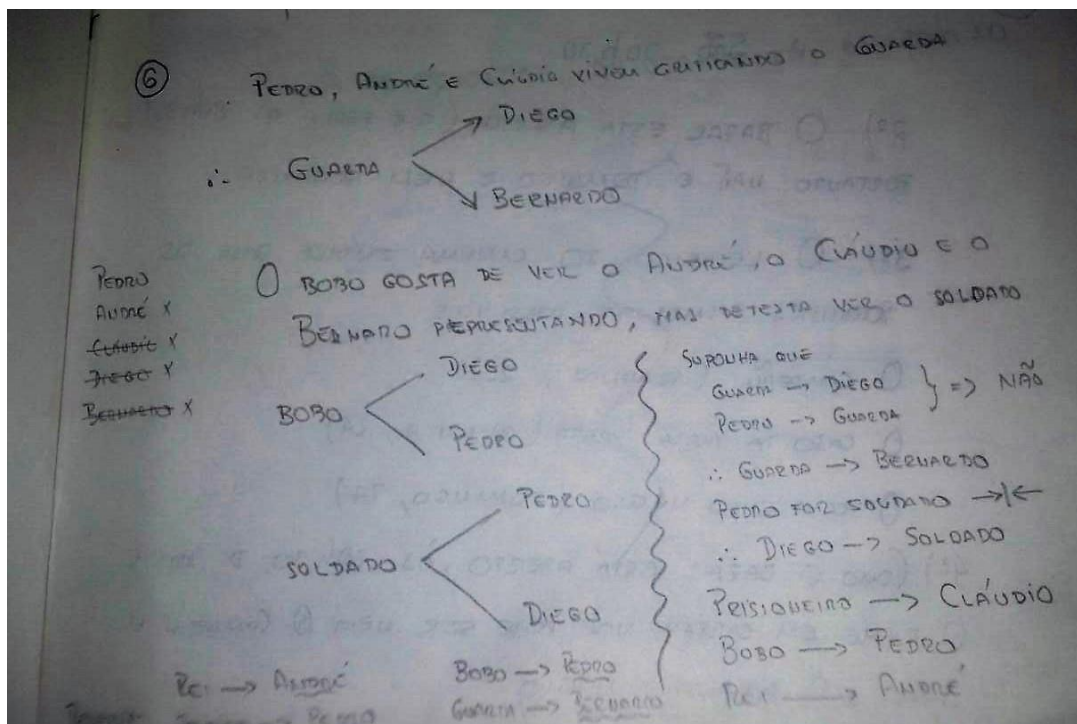
Figura 15 – Resolução do problema 6 realizada pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Para esse problema, uma boa resolução foi apresentada pelo professor Robinson.

Figura 16 – Resolução do problema 6 realizada pelo professor regente



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Problema 7

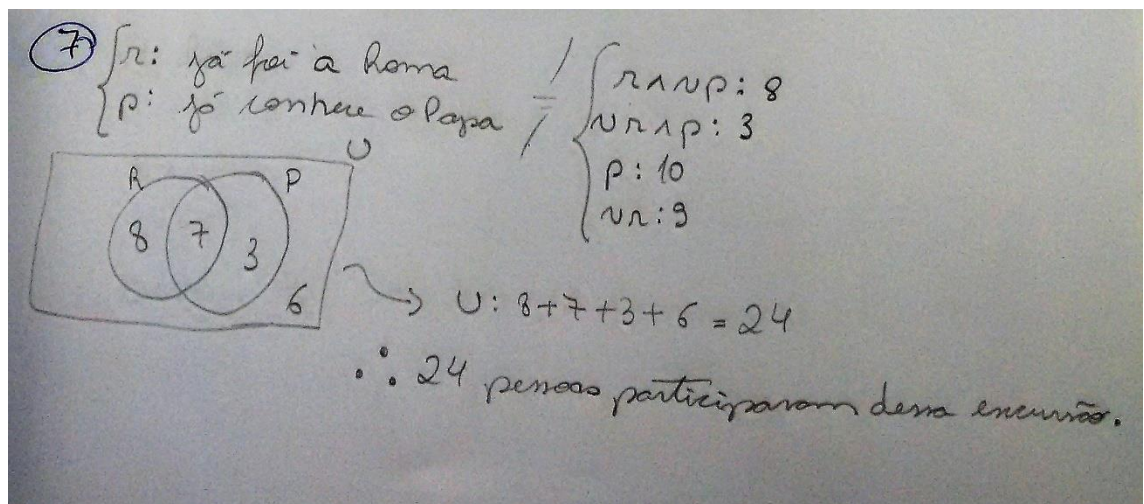


Numa excursão a Roma para ver o Papa, oito pessoas já haviam ido a Roma, mas não conheciam o Papa; três já conheciam o Papa, mas nunca haviam ido a Roma; ao todo, dez pessoas conheciam o Papa; ao todo, nove pessoas nunca haviam ido a Roma.

- Quantas pessoas participaram dessa excursão?

Para esse problema, os alunos apresentaram uma resposta, usando o princípio, quer se apoiando na Lógica quer se apoiando no Diagrama Venn.

Figura 17 – Resolução do problema 7 realizada pelo aluno A₂



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Para esse problema também foi apresentada outra forma de resolução com o uso de uma tabela, fazendo o uso do princípio do terceiro excluído e do princípio da não contradição.

Figura 18 – Resolução do problema 6 realizada pelo professor regente

⑦	ROMA	N ROMA	TOTAL
PAPA	7	3	10
~ PAPA	8	6	14
TOTAL	15	9	24

24 pensas

Princípio do terceiro excluído

" da mas conhecidas

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Problema 8

Esta é uma vista de uma cidadezinha do interior. Observando atentamente, pode-se saber qual a hora, o dia e o mês da cena. Como?

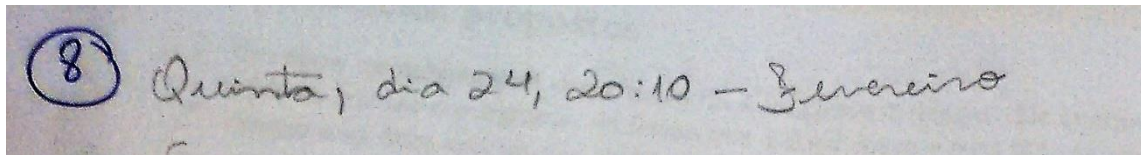


Retirado da revista Isto é, São Paulo, Editora Três

Para esse problema os alunos apresentaram a resposta correta, apesar de não apresentarem o caminho o qual percorreram para chegar à resposta. Notamos que o

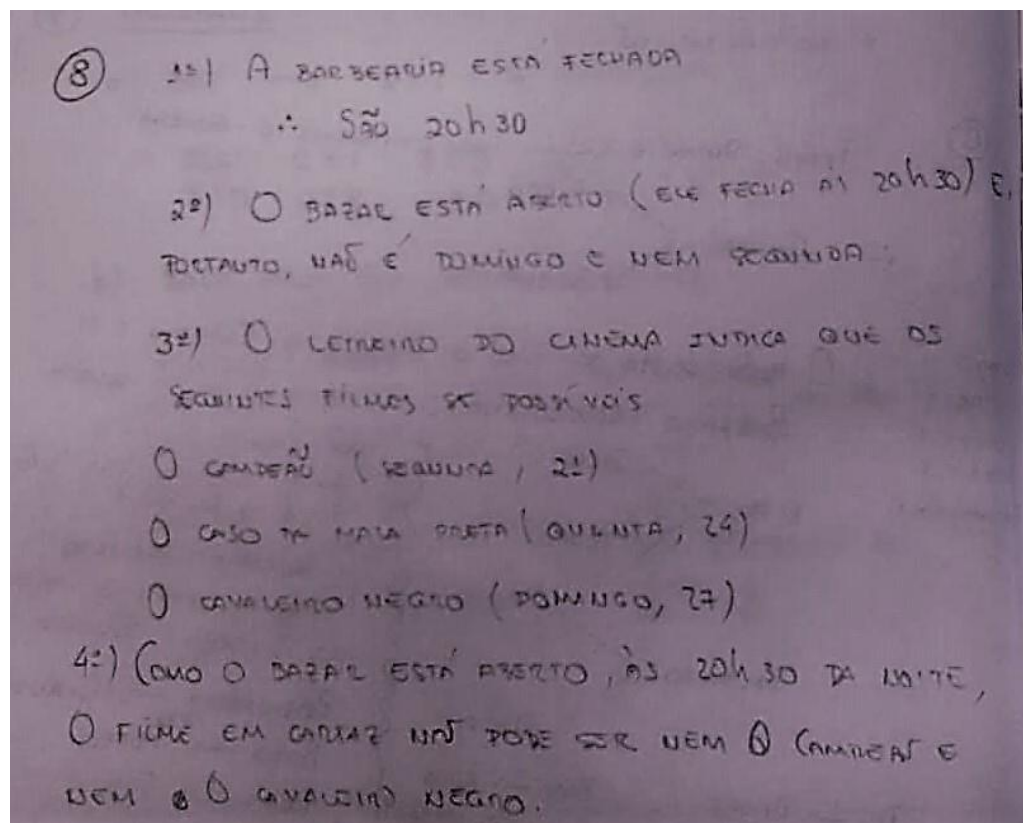
professor Robinson apresentou todos os caminhos para se chegar à resposta para o problema.

Figura 19 – Resolução do problema 8 realizada pelo aluno A2



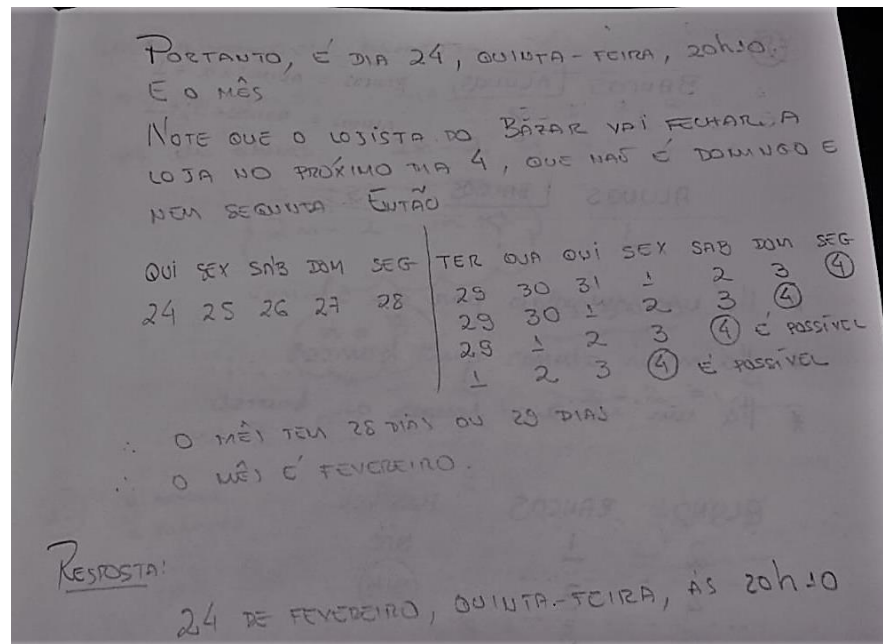
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 20 – Resolução do problema 8 realizada pelo professor Regente



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 21 – Resolução do problema 8 realizada pelo professor regente



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Ao findar a aula, foi deixada a atividade extra 7: Pedir aos alunos que trouxessem problemas, sobre qualquer conteúdo da Educação Básica, que se mostrassem como problemas geradores de novos conceitos ou de novos conteúdos.

8º Encontro 24/04/2017

Entendendo problema gerador como aquele problema responsável pela criação de novos conteúdos, conceitos, procedimentos, técnicas operatórias e corroborando com Allevato (2014), o problema gerador visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema que ainda não foi trabalhado em sala de aula. O objetivo deste encontro era pedir que cada aluno apresentasse seu problema, criado como problema gerador de um novo conteúdo ou conceito, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Para esse encontro, cada um dos quatro alunos presentes trouxe um problema gerador, que seria apresentado por ele e resolvido coletivamente. Para sua apresentação, por sugestão dos próprios alunos e concordância do pesquisador, poderia ser adotada a sequência de atividades apresentada no Encontro 5: a) Ano

Escolar; b) Objetivos; c) Conteúdos; d) Possíveis Estratégias de Resolução; e) Formalização; f) comentários; g) Extensão do Problema.

Figura 22 – Problema Gerador 1 elaborado pelo aluno A₁

a) Ano Escolar $\rightarrow$ 6º ano mais ou menos

b) objetivo $\rightarrow$ ensinar o princípio de multiplicação e se for mais avançado, ensinar o princípio de fatorial.

c) conteúdos $\rightarrow$ árvore de possibilidades

d) Soluções $\rightarrow$ não há

e) formalização $\rightarrow$ utilização da árvore de possibilidades

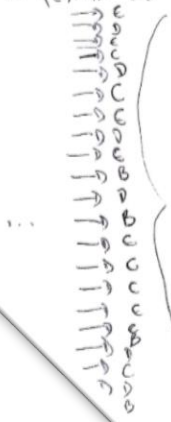
f) comentários $\rightarrow$ os alunos não tem uma noção da multiplicação a partir das somas. Se já for em um ano que já saibam multiplicação; aprenderão o princípio de fatorial a partir das multiplicações.

Exercício de lista.

Quantas formas se podem sentar 5 pessoas em um palco.

1	2	1) $5-0 = 5$ pessoas	$\left. \begin{array}{l} \text{Suponhamos que o aluno já saiba} \\ \text{fatorial} \end{array} \right\} 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ possib.}$
3	4	2) $5-1 = 4$ pessoas	
		3) $5-2 = 3$ pessoas	
		4) $5-3 = 2$ pessoas	
		5) $5-4 = 1$ pessoa	

A partir da árvore de possibilidades encontramos para cada pessoa:



24 possibilidades

Figura 23 – Problema Gerador 1 elaborado pelo aluno A1.

Como são 5 pessoas:

$$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$$

ENCONTRAMOS O PRINCÍPIO DE MULTIPLICAÇÃO.

g) EXPANSÃO DO PROBLEMA:

Se colocarmos que são menos ou mais pessoas, ou que apenas algumas sabem dirigir e eles não precisam sair com o carro.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 24 – Problema Gerador 2 elaborado pelo aluno A2

* Problema Gerador

- Numa excursão a Roma para ver o Papa, oito pessoas já haviam ido a Roma, mas não conheciam o Papa, três já conheciam o Papa, mas nunca haviam ido a Roma; ao todo, dez pessoas conheciam o Papa; ao todo, nove pessoas nunca haviam ido a Roma.

Quantas pessoas participaram desta excursão?

- Ano escolar: 3º ano

- Objetivos: fixar o conceito e apresentar uma aplicação para operações entre conjuntos.

- Conteúdos: Conjuntos e Operações entre conjuntos.

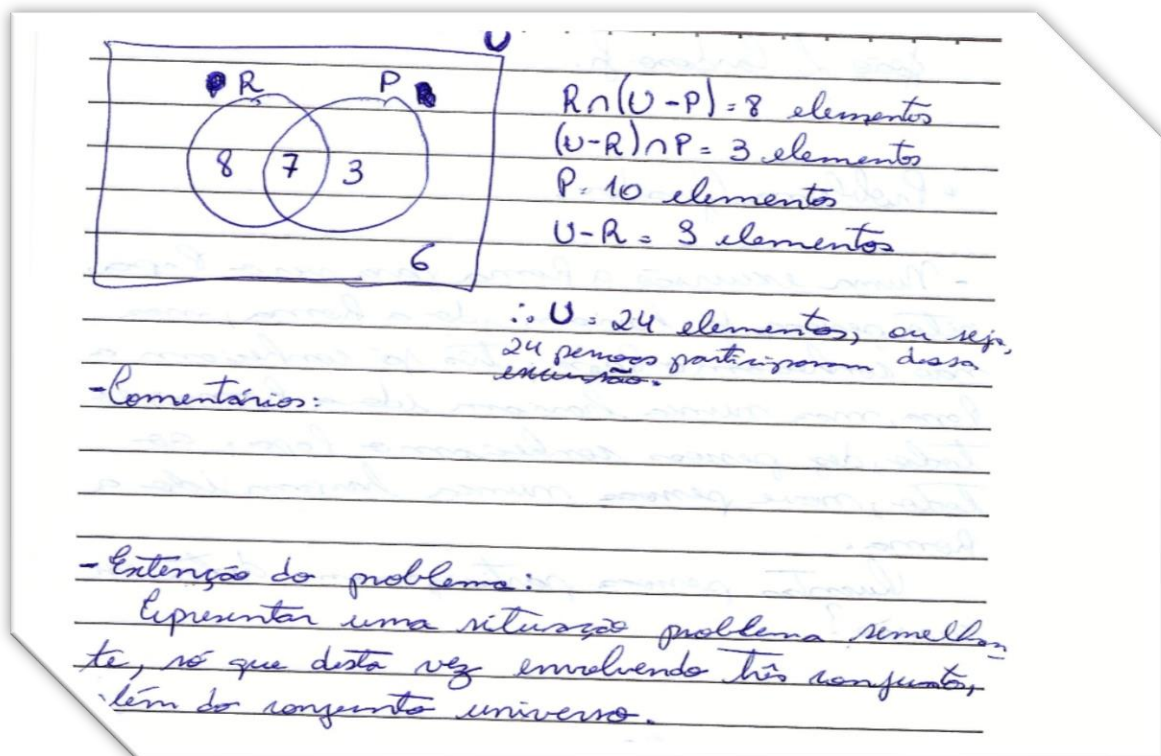
- Possíveis estratégias de resolução: Diagrama de Venn.

- Formalização:

$U = \{x \mid x \text{ é } \text{pessoa que foi à excursão}\}$
 $P = \{x \in U \mid x \text{ conhece o Papa}\}$
 $R = \{x \in U \mid x \text{ foi à Roma}\}$

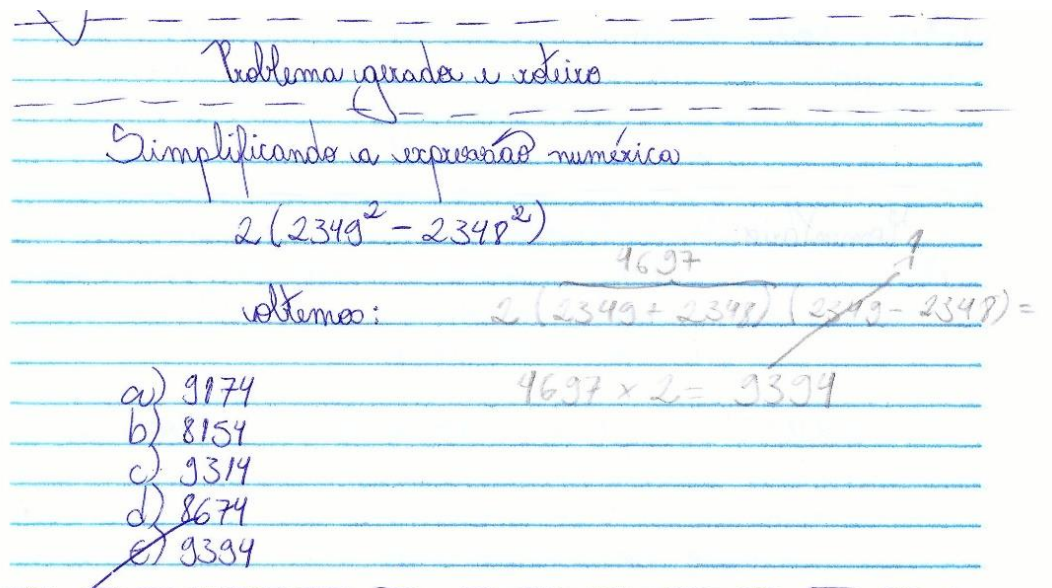
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 25 – Problema Gerador 2 elaborado pelo aluno A2



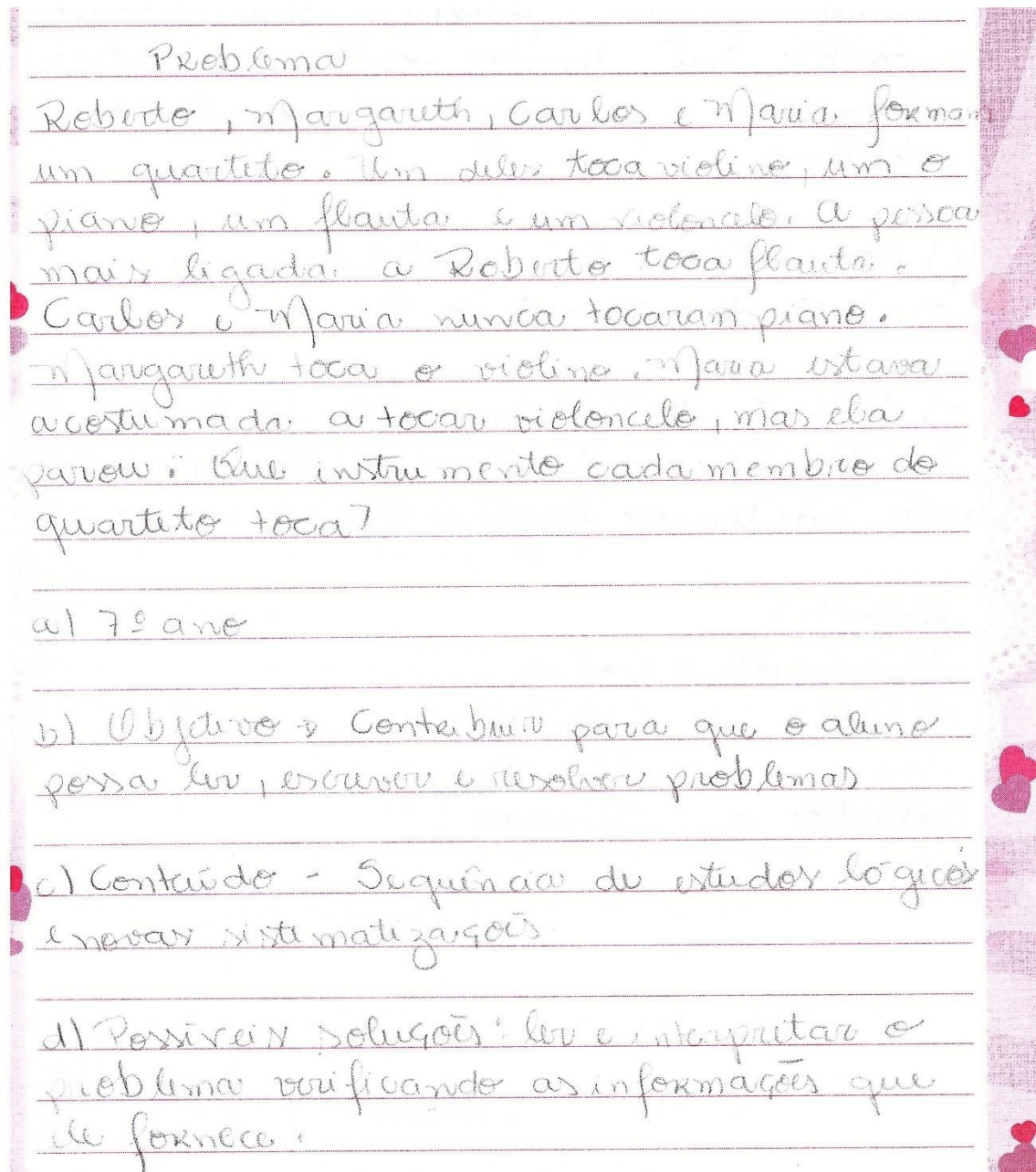
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 26 – Problema Gerador 3 elaborado pelo aluno A4



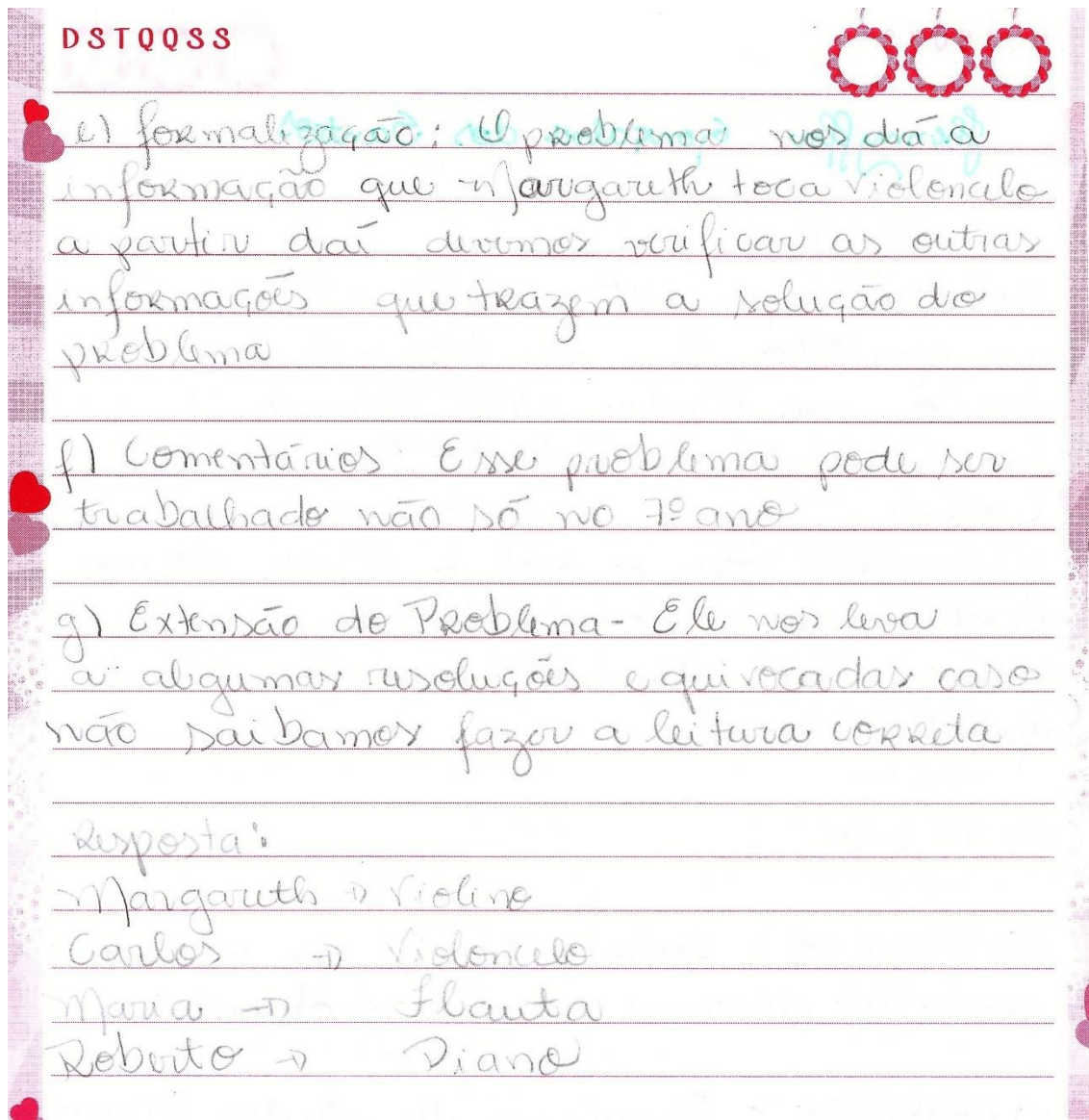
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 27 – Problema Gerador 4 elaborado pelo aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 28 – Problema Gerador 4 elaborado pelo aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Nesse encontro, foi trabalhado o Problema 3 do Aluno AM2 e, em um determinado momento, o Professor Robinson apresentou um novo problema – O problema dos ovos – que foi resolvido e discutido, em conjunto, por professores e alunos.

Dos quatro problemas apresentados, um deles foi discutido pelo proponente.

Simplificando a expressão: $2(2349^2 - 2348^2)$, temos:

- a) 9174 b) 8154 c) 9314 d) 8674 e) 9394

Resolução: fazendo uso do produto notável, temos: $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$,

$$\text{logo } \Rightarrow 2 \times (2349 + 2348) \times (1) \Rightarrow 2 \times 4697 = \boxed{9394, \text{ alternativa e}}$$

Uma resolução detalhada seria: fazendo uso do produto notável: $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$, onde $a = 2359$ e $b = 2358$, chega-se a : $2(2349^2 - 2348^2) = 2(2349 + 2348)(2349 - 2348)$, ou seja, $= 2(4697)(1) = 9394$

Assim vale a alternativa e.

Para se caracterizar um possível problema gerador, o problema precisaria atender algumas questões como:

- a) Para que ano escolar é recomendado?
- b) Quais são seus objetivos?
- c) Que conteúdos seriam nele trabalhados?
- d) Quais suas possíveis estratégias de resolução?
- e) Como você formalizaria os conceitos?
- f) Que comentários você teceria sobre o referido problema?
- g) Quais as possíveis extensões para esse problema?

Depois de apresentado o problema pelo aluno, o pesquisador lhe perguntou e aos demais presentes se esse problema apresentava argumentos para todos esses questionamentos, e se, de fato, podia ser considerado um problema gerador.

Os alunos, exceto o proponente desse problema, afirmaram que o problema apresentado não se caracterizava como um problema gerador. Na verdade, diziam, tratar-se de uma atividade de simplificação que faz uso de um procedimento matemático que facilita sua operação e faz chegar à resposta solicitada. Entretanto, o criador desse problema argumentou, por escrito, que seu problema atendia a todos os requisitos colocados de modo a torná-lo um problema gerador.

Figura 29 – Argumentação do Problema Gerador 3 apresentada pelo aluno A4

✓ Problema gerador e solução:

Simplificando a expressão numérica:

$$2(2349^2 - 2348^2)$$

voltemos: $2(2349 + 2348)(2349 - 2348) =$

$4697 \times 2 = 9394$

a) 9174
b) 8154
c) 9314
d) 8674
e) 9394

Conteúdo: conteúdo referente aos alunos do 5º ano de ensino fundamental

Objetivo: desenvolver produtos notáveis, os quais têm a intenção de facilitar a resolução de equações algébricas

Conteúdo: Fatoração de expressões algébricas com diversos casos nela envolvidos

Estratégia de resolução: Nesse caso, primeiramente devemos efetuar os parênteses e depois a multiplicação

Generalização: A matemática utilizada para esse momento é a saída dessa expressão numérica

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 30 – Argumentação do Problema Gerador 3 apresentada pelo aluno A4

de dois "termos" para uma expressão de dois fatores com este caso de fatoração: diferença entre dois quadrados, fazendo o caminho contrário:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Comentário: No interior dos parênteses temos duas potências com expoentes iguais a dois. Alguns alunos podem pensar que potenciação é simplesmente a multiplicação da base pelo expoente!

$$2349^2 = 2349 \times 2349 \text{ e não } 2349 \times 2$$

Um quadrado é o produto de um número por ele mesmo

Exercício: Dessa maneira fica totalmente inviável resolver, uma a uma, as duas potências, por serem números muito grandes, lembrando-se deste simples conceito de potenciação, um produto de "n" fatores repetidos

É importante termos um domínio completo, ou seja, um bom conhecimento acerca das operações elementares e, ao mesmo tempo, dos ordens de prioridade nas expressões numéricas.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Na sequência o professor Robinson, apresentou o seguinte problema para a turma:

Problema dos Ovos

Dona Alvina tem três filhos. Todo fim de semana ela visita os três. Nessas ocasiões ela distribui ovos para seus filhos, ovos que leva numa cesta. Para o primeiro filho ela deixa a metade dos ovos e mais meio ovo. O segundo filho recebe metade dos ovos que restaram na cesta e mais meio ovo. Para o terceiro filho, ela deu metade dos ovos da cesta e mais meio ovo. Todos os ovos foram distribuídos e Dona Alvina voltou para casa com a cesta vazia mas contente. Quantos ovos havia na cesta inicialmente?

Esse foi um problema que permitiu uma discussão bastante interessante. Os alunos, que estavam meio desestimulados na aula, ao se depararem com o problema, se animaram e apresentaram suas resoluções. Como podemos ver a seguir nas figuras 31 e 32:

Figura 31 – Resolução do problema dos ovos realizada pelo aluno A2

Resolução:

x : número inicial de ovos na cesta.
 F_1 : número de ovos que o 1º filho recebe.
 F_2 : " " " " 2º filho recebe.
 F_3 : " " " " 3º filho recebe.
 $F_1 + F_2 + F_3 = x$ (são entregues todos os ovos iniciais)

$$F_1 = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$$

$$F_2 = \frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right) + 1}{2} = \frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$$

$$F_3 = \frac{x - \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4}\right) + 1}{2} = \frac{x-3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} = \frac{7x+7}{8}$$

$$x - F_1 - F_2 - F_3 = x \Rightarrow \frac{7x+7}{8} = x \Rightarrow x = 7$$

$\therefore$ Havia 7 ovos inicialmente na cesta.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 32 – Resolução do problema dos ovos realizada pelo aluno As

$X = \text{Nº INICIAL DE OVOS NA CESTA}$
 $F_1 = \text{Nº DE OVOS QUE O 1º FILHO RECEBE}$
 $F_2 = \text{Nº DE OVOS QUE O 2º FILHO RECEBE}$
 $F_3 = \text{Nº DE OVOS QUE O 3º FILHO RECEBE}$
 $F_1 + F_2 + F_3 = X$

$$F_1 = \frac{X}{2} + \frac{1}{2} = \frac{X+1}{2}$$

$$F_2 = X - \left(\frac{X+1}{2} \right) + \frac{1}{2} = \frac{X-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{X+1}{4}$$

$$F_3 = X - \left(\frac{X+1}{2} + \frac{X+1}{4} \right) + \frac{1}{2} = \frac{X-3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{X+1}{8}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{X+1}{2} + \frac{X+1}{4} + \frac{X+1}{8} = \frac{7X+7}{8}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = X \Rightarrow \frac{7X+7}{8} = X \Rightarrow \boxed{X=7}$$

R: HAVIAM 7 OVOS INICIALMENTE NA CESTA

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Atividade extra 8: Solicitar aos alunos a elaboração de problemas geradores de conteúdo do 1º ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do IFSP Campus Araraquara.

9º Encontro - dia 08/05/2017 – A criação do Problema Gerador

Em razão de que esse assunto - criar problemas geradores - seja, por sua própria natureza, mais exigente e novo para os alunos, foi decidido que o tempo dedicado a ele deveria ser maior. Assim, essas atividades seriam desenvolvidas em dois encontros, o 9º Encontro e o 10º Encontro.

O objetivo da Atividade extra 8 é que os alunos possam criar problemas geradores de conteúdo matemático, a serem aplicados em aulas por eles dadas, no 1º Ano do Curso

Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio. A oportunidade de ocorrer a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em uma turma da Educação Básica, aconteceu porque o professor Robinson, responsável pela Disciplina Prática Pedagógica III, também é responsável pela disciplina Matemática no 1º Ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, fato que facilitou o acesso à ementa dessa disciplina ao conteúdo novo a ser trabalhado. Desse modo, soube-se que o conteúdo novo a ser trabalhado seria Progressões Geométricas – PG. Então, nesse momento de criação de problemas geradores, os alunos teriam que criar novos problemas em que, a partir deles, fosse possível a introdução de um conteúdo novo, nesse caso Progressões Geométricas – PG.

Diferente de outros encontros nos quais os alunos trouxeram problemas apresentados pelo Professor Regente e já trabalhados na disciplina, esse encontro foi, de fato, um momento de criação propriamente dita. O encontro contou com a presença de quatro alunos e foram criados três problemas geradores que seriam apresentados no encontro seguinte, o Encontro 10.

Problema gerador 1

Em um programa de televisão, o participante ganha uma certa quantia de dinheiro para cada resposta certa, observando as seguintes condições:

- 1ª certa R\$ 150,00
- 2ª certa R\$ 300,00
- 3ª certa R\$ 600,00.
- Qual será o valor recebido pela décima pergunta certa?

Problema gerador 2

Os números que expressam as medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado podem estar, nessa ordem, em uma PG? Em caso afirmativo, qual deve ser a medida do lado do quadrado?

Problema gerador 3

Um automóvel é vendido em sete prestações, de modo que a primeira prestação seja de R\$ 100,00, e cada uma das seguintes seja o dobro da anterior. Qual o valor da última prestação? Qual o preço final do automóvel?

10º Encontro - 15/05/2017 – Apresentação dos Problemas Geradores

O objetivo deste encontro é que os alunos apresentem os problemas geradores criados por eles e os ponham em discussão em busca da solução.

Nesse encontro, houve a presença de quatro alunos e foram apresentados os três problemas geradores criados no encontro anterior pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O Aluno AA1 apresentou o **Problema Gerador 1** e o submeteu à resolução de seus colegas.

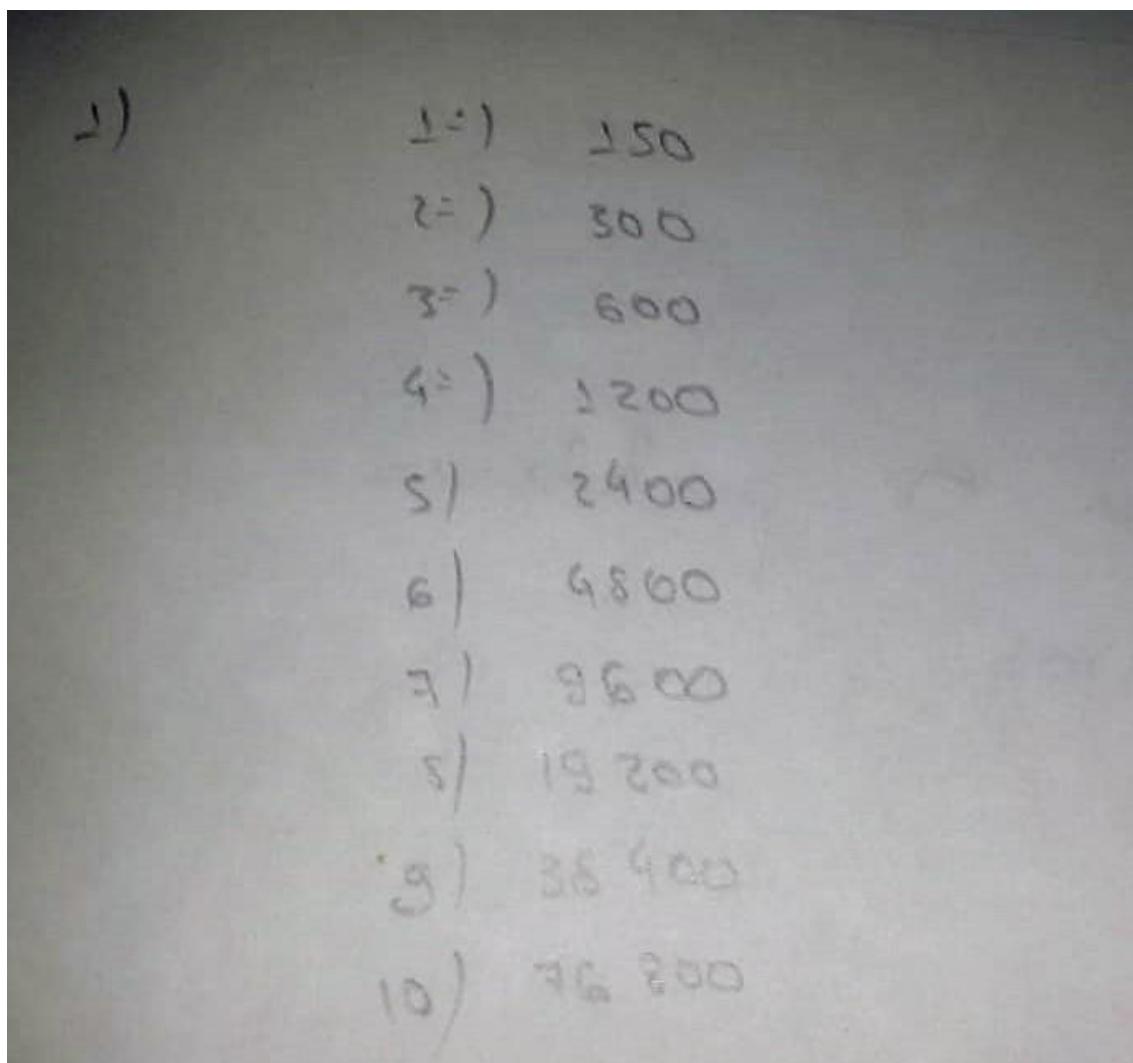
1º) Em um programa de televisão, o participante ganha uma certa quantidade de dinheiro para cada resposta certa.

Observando as seguintes condições:

- 1ª certa R\$ 150,00
- 2ª certa R\$ 300,00
- 3ª certa R\$ 600,00.
- Qual será o valor recebido pela décima pergunta certa?

Para esse problema, apresentou-se a seguinte resolução:

Figura 33 – Resolução do problema gerador 1



A photograph of a handwritten table on a piece of paper. The table lists 10 terms of a geometric progression. The first term is 150, and each subsequent term is double the previous one. The terms are written in a cursive, handwritten style.

1)	150
2)	300
3)	600
4)	1200
5)	2400
6)	4800
7)	9600
8)	19200
9)	38400
10)	76800

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Sabendo que o problema criado se referia a uma PG, os alunos, desde o início, sabiam qual conteúdo teriam que trabalhar. Logo, eles, futuros professores de matemática, já conheciam esse assunto e, portanto, conheciam as fórmulas para o termo geral a_n e para a soma dos termos S_n .

Sendo o termo geral de uma PG $a_n = a_1 \times q^{n-1}$, tem-se que:

$$a_1 = \text{R\$ } 150,00$$

$$q = 2$$

$$a_{10} = \text{R\$ } 150,00 \times 2^9$$

$$a_{10} = \text{R\$ } 150,00 \times 512$$

$$a_{10} = \text{R\$ } 76.800,00$$

Entretanto, o que se esperava deles, neste trabalho, é que pudessem operar com alunos que não haviam ainda trabalhado PG e a resolução de um deles foi a apresentada na Figura 33.

Problema Gerador 2 elaborado pelo Aluno AJ1.

Os números que expressam as medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado podem estar, nessa ordem, em uma PG? Em caso afirmativo, qual deve ser a medida do lado do quadrado?

Para esse problema gerador, apresentamos a seguinte resolução:

Figura 34 – Resolução do problema gerador 2

Handwritten solution for the problem generator 2:

$$2) \quad (l, 4l, l^2) \text{ pode ser PG n:}$$

$$\frac{4l}{l} = \frac{l^2}{4l} \Rightarrow \frac{l}{4} = 4 \Rightarrow \boxed{l = 16}$$

$$16l^2 = l^3$$

$$\cancel{l=0} \text{ ou } l = 16$$

$$(16, 64, 256)$$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Pode-se ver que se colocasse na lousa ou na tela essa apresentação, muitos alunos poderiam perguntar: Por que se fez isso? O que me levou a escrever essa proporção? O que significa que os números do lado, do perímetro e da área estão em PG.

Podemos perceber que esse problema, no caso de o número encontrado ser 16, nos leva a:

$$\text{Lado} = l = 16u$$

$$\text{Perímetro} = 4l = 4 \cdot 16u = 64u$$

$$\text{Área} = l^2 = l \times l = 16u \times 16u = 256u^2$$

Logo, neste caso em particular, com $l = 16u$, os números que medem o lado, o perímetro e área do quadrado (16, 64, 256) formam uma PG.

Observamos que é comum, ao resolver problema em Matemática, não se fazer uso das medidas das grandezas expressas no problema. Desse modo, mais uma vez destacamos a importância do uso de grandezas e medidas.

Problema Gerador 3 elaborado pelo aluno AM1

3º) Um automóvel é vendido em sete prestações, de modo que a primeira prestação seja R\$ 100,00, e cada uma das seguintes seja o dobro da anterior. Qual o valor da última prestação? Qual o preço final do automóvel?

Um dos alunos apresentou a seguinte resolução:

Figura 35 – Resolução do problema gerador 3

1º	100
2º	200
3º	400
4º	800
5º	1600
6º	3200

$$100 + 200 + 400 + 800 + 1600 + 3200$$

$$= 6.300$$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Fruto de uma leitura não cuidadosa, esse aluno não considerou o número de prestações corretamente; ele considerou 6 e não 7. Assim, isso o levou a respostas incorretas para o valor da última prestação e o preço final do automóvel. A resolução desse problema nos chamou a atenção para um fator que ocorre com frequência que

é o fato de não se ler o problema com a devida atenção não permitindo uma boa interpretação na busca da resposta. Também, mais uma vez, deixou-se de usar a unidade de medida, o real.

Podemos observar que os problemas geradores 1 e 3 apresentam semelhança na estrutura da resolução e traz a ideia de PG fazendo uso da multiplicação sucessiva por 2, ou seja, a ideia de dobrar. A diferença é que o enunciado do problema 1 pede o termo naquela posição; já o problema 3 solicita também a soma dos termos.

11º Encontro - Dia 22/05/2017

O objetivo desta atividade foi que pesquisador, alunos e professor regente chegassem a um consenso de qual dos três problemas geradores iria ser aplicado. Após a discussão desses três problemas geradores apresentados, foi escolhido, de forma coletiva, aquele problema que seria aplicado.

O escolhido foi o **Problema Gerador 1**. Houve algumas mudanças na sua forma escrita visando a uma melhor compreensão na leitura.

Problema Gerador:

Participando do programa de televisão “Responda e Ganhe”, o participante ganha uma quantia em dinheiro para cada resposta certa. Pela primeira certa, o participante ganha R\$ 150,00; pela segunda, R\$ 300,00; na terceira R\$ 600,00; e assim sucessivamente.

- a) Qual será o valor recebido pela décima pergunta respondida corretamente?
- b) Quanto receberia o participante se respondesse corretamente a vigésima?

Como já falamos anteriormente, o fato de o professor regente ser professor da Licenciatura e do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio possibilitou que tivesse acesso a informações importantes da turma a ser trabalhada, como, por exemplo, em qual turma seria feita essa aplicação, qual conteúdo novo seria abordado e qual seria a data para a aplicação. Tendo isso como base, ficou acertado que a atividade seria aplicada em quatro aulas de 50 min, divididas em dois dias de duas aulas cada, em duas segundas-feiras no turno vespertino.

Para atender o horário do Professor Robinson, em sua turma do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio, foi necessário que os alunos da Licenciatura em

Matemática fossem, em contra turno, ou seja, no horário vespertino, nos dias 29/05/2017 e 05/06/2017, das 13h e 30min às 15h e 10min.

Essa turma tinha 28 alunos matriculados e pensou-se em formar sete grupos de quatro alunos cada. Para definir a data dessa aplicação e o conteúdo a ser trabalhando, o professor Robinson disse que já havia trabalhado Progressões Aritméticas – PA - e que uma avaliação estava agendada para depois desse tópico. Assim, foi possível marcar as datas para ser trabalhado, pelos alunos da Licenciatura, o tópico Progressões Geométricas - PG.

Para a aplicação do Problema Gerador, usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os alunos, futuros professores de Matemática, foram orientados a colocar em prática a metodologia adotada para desenvolver essa atividade em uma turma do Ensino Médio. Para tanto, os licenciandos deveriam ficar atentos às etapas apresentadas por Allevato e Onuchic (2014):

- 1) proposição do problema;
- 2) leitura individual;
- 3) leitura em conjunto;
- 4) resolução do problema;
- 5) observar e incentivar;
- 6) registro das resoluções na lousa;
- 7) plenária;
- 8) busca de consenso;
- 9) formalização do conteúdo;
- 10) proposição e resolução de novos problemas pelos alunos.

Assim, essas etapas foram utilizadas para trabalhar esse problema em sala de aula, acrescidas de um passo inicial em que ocorreu a formação de grupos e a entrega de uma atividade - a proposição de problemas. O acréscimo do passo inicial, formar grupos, veio com base na ideia apresentada por Onuchic (1999).

no mundo real, aprender é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente. É preciso que os estudantes experimentem este processo cooperativo e que lhes dê a oportunidade de aprender uns com os outros.

Sentimos que muito da aprendizagem em sala de aula será feita no contexto de pequenos grupos. (ONUChic, 1999 p.216)

Um de nossos objetivos, nesse encontro, foi preparar os alunos da licenciatura para a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em uma turma de alunos do Ensino Médio. Sabendo que nessa turma do Ensino Médio havia 28 alunos, os licenciandos, futuros professores de Matemática, decidiram formar com eles sete grupos de quatro alunos.

Com o problema escolhido em mãos e discutido, pressupôs-se uma leitura individual, uma leitura em conjunto nos grupos e, se necessário, perdurando ainda alguma dúvida, uma leitura com a ajuda do professor e do pesquisador. Frente a essas colocações, o pesquisador chamou a atenção dos quatro alunos da Licenciatura para as três atividades trabalhadas, dizendo que, por se tratar de um momento importante em que alunos do Ensino Técnico Integrado ao Médio terão contato inicial e alguma familiarização com o problema proposto, o professor deverá observar os grupos, quer individualmente, quer coletivamente, para que possa tirar possíveis dúvidas sobre a leitura e a interpretação do problema, isto é, saber o que o problema dá e o que problema pede. Segundo Allevato e Onuchic:

Na quarta etapa inicia-se a resolução do problema propriamente dita. Os alunos, em seus grupos, tentam resolver o problema gerador, que os conduzirá à construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado para a aula. A ação dos alunos volta-se à expressão escrita, pois, para resolver o problema, precisarão da linguagem matemática ou de outros recursos de que dispõem: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas. (ALLEVATO; ONUChic, 2014 p. 45)

Para a quinta etapa, as mesmas autoras continuam dizendo:

O professor age, enquanto isso, observando o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, e incentivando a troca de ideias. Auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos. (ALLEVATO; ONUChic, 2014 p. 45-46)

Durante as observações, o professor identifica diferentes estratégias adotadas pelos alunos. Seleciona algumas que deverão ser expostas na lousa, ou na tela, escolhendo um dos membros de cada grupo para ser o expositor.

Para a **plenária** são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca

como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é momento bastante rico para a aprendizagem. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011 p.84, grifo)

Esses licenciandos, lembrando-se de quando, após terem seus trabalhos registrados na lousa, de formas certas, erradas ou por diferentes processos tinham lido em Allevato e Onuchic (2014) que:

Diante desse “painel de soluções”, o professor estimula os alunos a compartilhar e justificar suas ideias, defender pontos de vista, comparar e discutir as diferentes soluções, isto é, avaliar as próprias resoluções de modo a aprimorar a apresentação (escrita) da resolução. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014 p. 46)

O professor e os demais alunos acompanham o trabalho do expositor, as dúvidas de todos devem ser discutidas e necessariamente levadas à busca de esclarecimento. Essa busca vai conduzir a um consenso, isto é, ao reconhecimento de quais soluções estão corretas ou não. Aquela que identificada e aceita como certa é assumida como a solução do problema.

Tudo que os alunos escreveram ou disseram, durante a plenária, o professor deve considerar de modo que possa ser utilizado na formalização do conteúdo; segundo Onuchic e Allevato (2011 p.85), “o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos na resolução do problema”. A formalização é de autoria do professor que, no nosso caso, será um dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Assim, na lousa, conceitos discutidos, técnicas operatórias conduzidas e procedimentos adotados devem formar um contexto dedicado aos novos tópicos construídos.

Como uma atividade interessante, também, resta a etapa de Proposição de novos problemas com a devida ajuda do professor e até uma extensão do problema original, e assim, Allevato e Onuchic (2014) afirmam que:

Após a etapa de formalização novos problemas relacionados ao problema gerador são propostos aos alunos. Eles possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014 p. 46)

Para a apresentação desse trabalho, seriam destinados dois encontros de duas aulas cada. No primeiro encontro, 29/05/2017, seriam trabalhadas as cinco primeiras etapas da Metodologia e as demais etapas (6 a 10) seriam trabalhadas no encontro seguinte, dia 05/06/2017. Desse modo, concluímos esse encontro de preparação para aplicação do problema gerador.

12º Encontro - dia 29/05/2017

Neste primeiro encontro, ocorreu a primeira parte da apresentação, pelos licenciandos do IFSP Araraquara, em uma turma do 1º Ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio dessa Instituição, do problema gerador escolhido, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A aula começou com o professor Robinson fazendo a apresentação do pesquisador e dos quatro licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP – Araraquara. Ele fez um breve comentário para que a turma soubesse qual seria a dinâmica adotada para o desenvolvimento dessa aula, informando que eles seriam os responsáveis pela condução da aula, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Nessa metodologia, o problema é ponto de partida para a construção de um conhecimento novo.

Foi informado também que a aula, ministrada pelos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, fazendo uso dessa metodologia, é parte da Pesquisa de Doutorado, do pesquisador, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro/SP.

Visando à prática de sala de aula desses alunos, essa atividade teve como objetivo desenvolver a resolução de um problema gerador escolhido, dentro do conteúdo Progressões Geométricas – PG, seguindo as cinco primeiras etapas da metodologia adotada. Essa metodologia, de acordo com Allevato e Onuchic (2018), está organizada em dez etapas:

1. proposição do problema;
2. leitura individual;
3. leitura em conjunto;
4. resolução do problema;

5. observar e incentivar;
6. registro das resoluções na lousa;
7. plenária;
8. busca de consenso;
9. formalização do conteúdo;
10. proposição e resolução de novos problemas.

Essa turma tinha 28 alunos matriculados de idades entre 14 e 16 anos. Nesse dia, estavam presentes 25 alunos. Para a aplicação da atividade, a turma foi dividida em cinco grupos com cinco alunos cada: G1, G2, G3, G4, G5. Após informar o propósito dessa atividade, foi apresentado o problema gerador escolhido, conforme sugere a metodologia.

Problema gerador:

- 1º) Participando do programa de televisão “Responda e Ganhe”, o participante ganha uma quantia em dinheiro para cada resposta certa. Pela primeira certa, o participante ganha R\$ 150,00; pela segunda, R\$ 300,00; na terceira, R\$ R\$ 600,00; e assim sucessivamente.
- a) Qual será o valor recebido pela décima pergunta respondida corretamente?
- b) E se o participante respondesse corretamente a vigésima?

Os alunos do Ensino Médio Integrado ao Ensino Técnico dos Institutos Federais são alunos diferenciados, seu ingresso nessa instituição é feito por um processo seletivo. Por essa razão, eles não tiveram nenhuma dificuldade na leitura individual e em grupos.

Recebido o problema impresso, cada aluno fez sua leitura. A ação, nessa etapa, é do aluno. Ao ler individualmente, ele pôde refletir, colocar-se em contato com as linguagens vernácula e matemática e desenvolver sua própria compreensão, conforme Allevato e Onuchic (2014).

Depois, os alunos fizeram, nos grupos, uma nova leitura e deram início a uma possível discussão do problema. Se necessário, o professor ajudaria os alunos na compreensão do problema e na resolução de problemas secundários (dúvidas referentes à notação, à passagem da linguagem vernácula para a linguagem

matemática, conceitos relacionados e a técnicas operacionais). Desse modo, essas ações foram realizadas essencialmente pelos alunos. Nessa fase, eles exercitam a expressão de ideias e, para isso, necessitam utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender.

Em um dos grupos, um dos alunos, durante a leitura do problema, levantou o seguinte questionamento: Que conteúdo matemático novo poderia ser construído a partir desse problema?

Esse aluno não se interessou somente em encontrar uma resposta para o problema, mas, também, queria saber o que o problema poderia oferecer além da resposta. Muitos deles o resolveram apenas dobrando, dobrando, ... o valor. Contudo alguns queriam saber se haveria alguma forma de construir aquela sequência e a que conhecimento pertenceria.

Proposto o problema, passou-se a sua resolução na busca da solução. Os alunos, em seus grupos, passaram a resolver o problema dado que deveria conduzi-los à construção de um novo conhecimento matemático, planejado pelos professores para essa aula. A ação dos alunos voltou-se à expressão escrita, pois, para resolver o problema, precisariam da linguagem matemática ou de outros recursos de que dispunham: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas.

Enquanto isso, o professor e o pesquisador agiam observando o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas e incentivando a troca de ideias nos grupos. Segundo Allevato e Onuchic (2014), os professores os auxiliavam nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança no trabalho dos alunos.

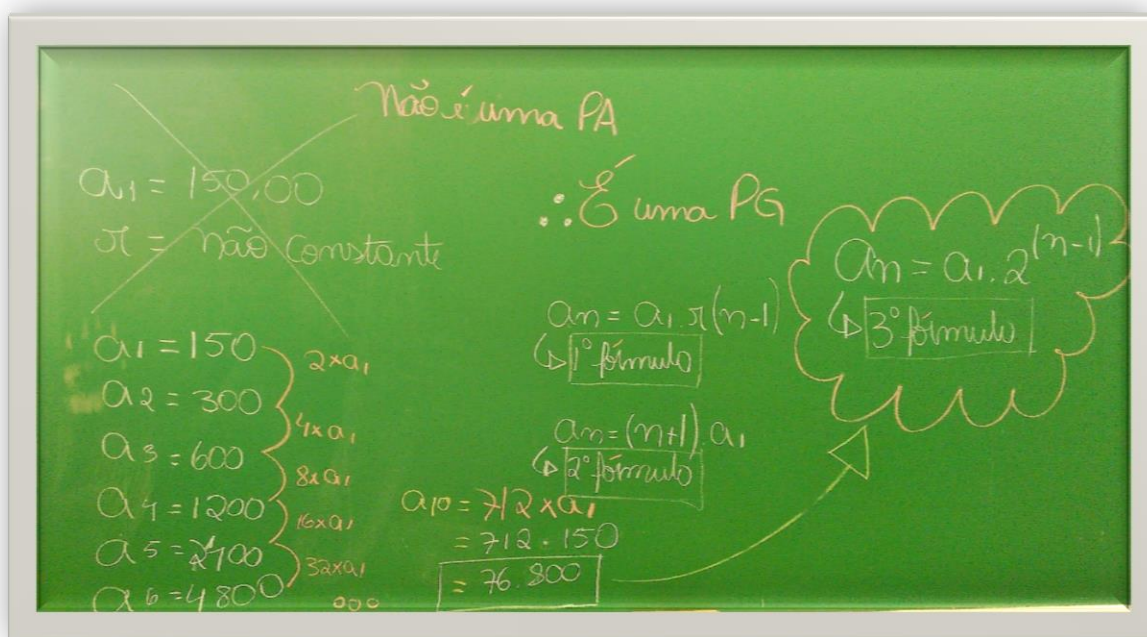
O problema gerador proposto, possuindo um pequeno grau de dificuldade, foi resolvido em todos os grupos, cada um no seu tempo, utilizando diferentes estratégias de resolução. Mesmo não fazendo parte da metodologia adotada, os graduandos, o pesquisador e o professor regente resolveram solicitar as anotações da resolução do problema dos diferentes dos grupos, visando orientar os licenciandos na forma de se comportarem da hora da plenária, após a exposição das resoluções do problema na lousa.

Já haviam sido trabalhadas no 12º encontro as etapas 1) proposição do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em grupos, 4) resolução do problema e 5) Observar e incentivar; neste dia, foram trabalhadas as demais etapas dessa Metodologia:

- 6) registro das resoluções na lousa;
- 7) plenária;
- 8) busca de consenso;
- 9) formalização do conteúdo;
- 10) proposição e resolução de novos problemas.

Dando início a esse encontro, um representante de cada um dos cinco grupos fez a exposição do trabalho do grupo. Iniciou-se pelo G1.

Figura 36 – Registro realizado na lousa pelo grupo G1



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Observamos que esta solução também foi encontrada pelo grupo G5. O registro na lousa foi apresentado pelo grupo G1, contudo, apresentamos as resoluções dos dois grupos.

Figura 37 – Anotações da resolução do problema do Grupo G1

$150,00$
 $a_2 = a_1 + 2\pi = 300$
 $a_3 = 3\pi + a_2 = 600$
 $a_{10} = 10\pi + a_9 = ?$
 $a_{10} = 1.500 + a_9 = ?$

$a_4 = 4.150 + a_3 = ?$
 $450 + 600 = 1.050$

$a_1 = 150,00$
 $a_2 = 2a_1$
 $a_{10} = 150 \cdot \pi \cdot (10-1)$
 $a_{10} = 150 \cdot 9$
 $a_{10} =$

$a_n = a_1 \cdot 2^{(n-1)}$

$a_n = (n+1) \cdot a_1$
 $a_{10} = 11 \cdot a_1$
 $a_{10} =$

$a_n = a_1$

$a_{20} = a_1 \cdot 2^{(20-1)}$
 $a_{20} = 150 \cdot 524.288$
 $a_{20} = 78.643.200$

$a_{10} = 150 \cdot 2^{(10-1)}$
 $a_{10} = 150 \cdot 2^9$
 $a_{10} = 150 \cdot 512$
 $a_{10} = 76.800$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 38 – Anotações da resolução do problema pelo Grupo G₅

1 - 150	$a_2 = 3.01$
2 - 300	$a_3 = 6.01$
3 - 600	$a_4 = 8.01$
4 - 1200	$a_5 = 16.01$
5 - 2400	$a_6 = 32.01$
6 - 4800	$a_7 = 64.01$
7 - 9600	$a_8 = 128.01$
8 - 19.200	
9 - 38.400	$Q_n = a_1 \cdot 2^n$
10 - 76.800 →	$a_n = 150 \cdot 2^{(n-1)}$
11 - 153.600	$a_{10} = 150 \cdot 2^9$
12 - 307.200	$a_{10} = 150 \cdot 512$
13 - 614.400	$a_{10} 76.800$
14 - 1.228.800	
15 - 2.457.600	
16 - 4.915.200	
17 - 9.830.400	
18 - 19.660.800	
19 - 39.321.600	
20 - 78.643.200 →	

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Como podemos perceber na resolução inicial feita pelos grupos, muitas vezes eles o processo de resolução adotado foi realizado, simplesmente, fazendo a multiplicação por 2, sucessivamente, até o termo desejado (décimo e vigésimo).

Figura 39 – Registro da lousa pelo Grupo G2

~~$a_1 = 150$~~

$r = \text{NÃO é constante}$

$a_1 = 150$
 $a_2 = 300$
 $a_3 = 600$

$An = a_1 \cdot 2^{(n-1)}$

$a_2 = 150 \cdot 2$
 $a_3 = 150 \cdot 4$
 $a_4 = 150 \cdot 8$
 $a_5 = 150 \cdot 16$

$a_{10} = 76\,800$
 $a_{10} = 150 \cdot 2^9$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

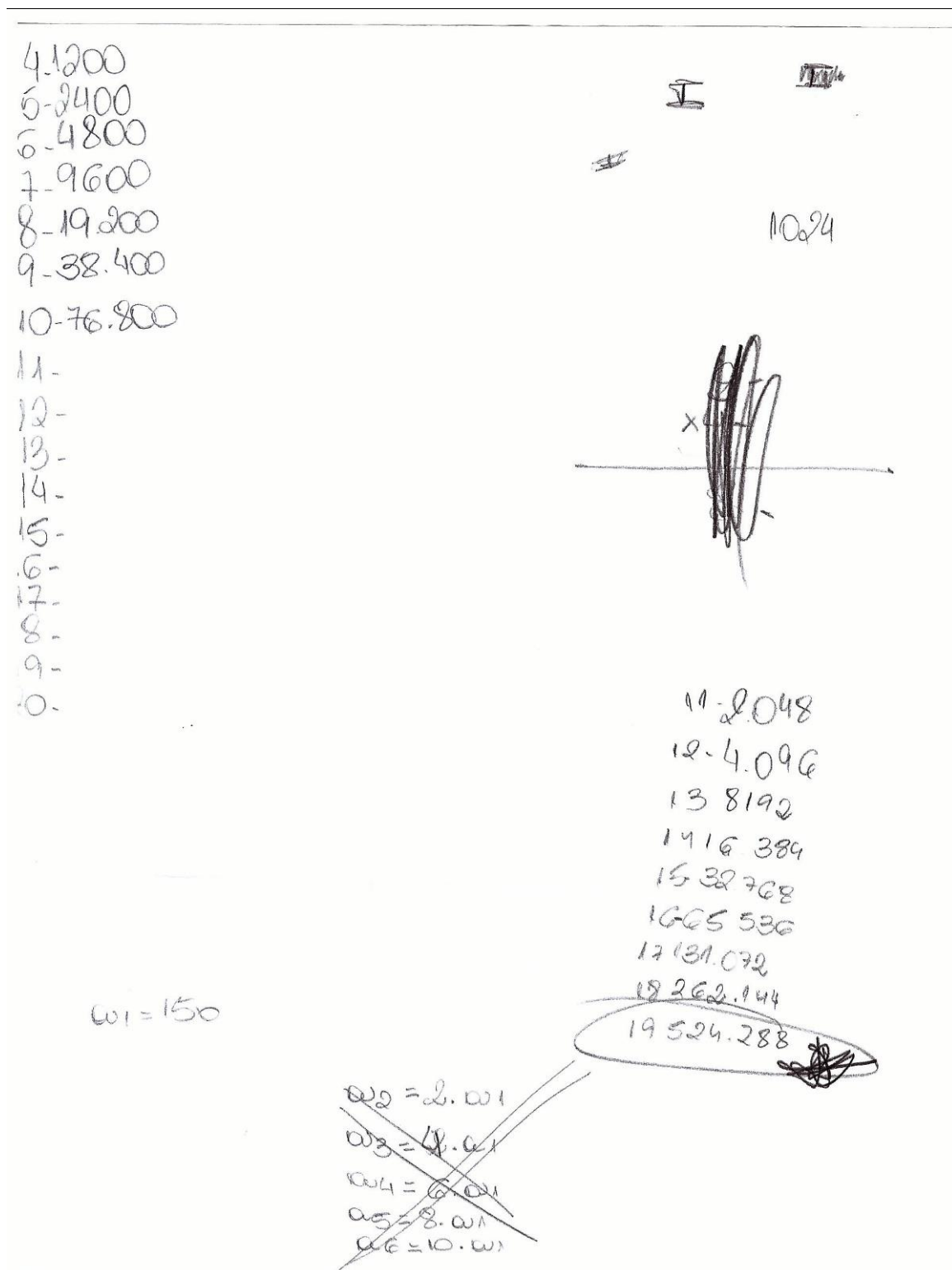
Figura 40 – Continuação do registro da lousa pelo Grupo G2

$a_2 = 150 \cdot 2$
 $a_3 = 150 \cdot 4$
 $a_4 = 150 \cdot 8$
 $a_5 = 150 \cdot 16$

$a_{10} = 76\,800$
 $a_{10} = 150 \cdot 2^9$

$a_3 = 150 \cdot 2^2$
 $a_4 = 150 \cdot 2^3$
 $a_5 = 150 \cdot 2^4$
 $\vdots$
 $a_{20} = 150 \cdot 2^{19}$
 $a_{20} = 150 \cdot 524\,288$
 $a_{20} = 78.643.200$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 41 – Anotações da resolução do problema do Grupo G₂

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Um aluno, nesse grupo (G2), disse ao pesquisador: “Olha professor, se $a_1 = 150$, o $a_2 = 2.a_1$, $a_3 = 4.a_1$, $a_4 = 6.a_1...$, parece uma PA... “Não!!!! Aqui está multiplicando e não somando”, ao olhar as respostas que tinha. E cortou tudo.

Figura 42 – Registro da lousa pelo Grupo G₃

1ª possibilidade:

$$\begin{array}{l} 1 = 150 \\ 2 = 300 \\ 3 = 600 \\ 4 = 750 \\ 5 = 1050 \\ 6 = 1200 \\ 7 = 1500 \\ 8 = 1650 \\ 9 = 1950 \\ 10 = 2100 \end{array} \begin{array}{l} +150 \\ +300 \\ +300 \\ +150 \\ +300 \\ +150 \\ +300 \\ +150 \\ +300 \\ +150 \end{array}$$

2ª possibilidade:

$$\begin{array}{l} 1 = 150 \\ 2 = 300 \\ 3 = 600 \\ 4 = 1200 \\ 5 = 2400 \\ 6 = 4800 \\ 7 = 9600 \\ 8 = 19200 \\ 9 = 38400 \\ 10 = 76800 \end{array} \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \\ \times 2 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 43 – Continuação do registro da lousa pelo Grupo G₃

3ª possibilidade:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$150 \cdot (20-1) \cdot 2 \cdot 150$$

$$150 \cdot (19) \cdot 2 \cdot 150$$

$$2,850 \cdot 2 \cdot 150$$

$$5,700 \cdot 150$$

$$n = 855,000$$

Não é uma PA

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 44 – Anotações da resolução do problema do Grupo G3

1ª possibilidade:

$$\begin{aligned} 1 &= 150 \\ 2 &= 300 \\ 3 &= 600 \\ 4 &= 750 \\ 5 &= 900 \\ 6 &= 1200 \\ 7 &= 1500 \\ 8 &= 1650 \\ 9 &= 1950 \\ 10 &= 2100 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &+150 \\ &+300 \\ &+150 \\ &+300 \\ &+150 \\ &+300 \\ &+150 \\ &+300 \\ &+150 \end{aligned}$$

2ª possibilidade:

$$\begin{aligned} 1 &= 150 \\ 2 &= 300 \\ 3 &= 600 \\ 4 &= 1200 \\ 5 &= 2400 \\ 6 &= 4800 \\ 7 &= 9600 \\ 8 &= 19200 \\ 9 &= 38400 \\ 10 &= 76800 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \\ &\times 2 \end{aligned}$$

11 = 153,600
12 = 307,200
13 = 614,400
14 = 1,228,800
15 = 2,457,600
16 = 4,915,200
17 = 9,830,400
18 = 19,660,800
19 = 39,321,600
20 = 78,643,200

$2400 \div 150 = 360000$
 $7200 \div 150 = 180000$
 $19,200 \div 150 = 128$

$a_n = a_1 \cdot (n-1) \cdot r$
 $150 \cdot (20-1) \cdot 2 \cdot 150$
 $150 \cdot (19) \cdot 2 \cdot 150$
 $2,850 \cdot 2 \cdot 150$
 $9,700 \cdot 150$
 $n = 855,000$

$2^{10} =$

$2^0 = 150$
 $2^1 = 300$
 $2^2 = 600$
 $2^3 = 1200$
 $2^4 = 2400$
 $2^5 = 4800$
 $2^6 = 9600$
 $2^7 = 19200$
 $2^8 = 38400$
 $2^9 = 76800$
 $2^{10} = 153600$

$4800 \div 150 = 32$
 $9600 \div 150 = 64$
 $19200 \div 150 = 128$
 $38400 \div 150 = 256$
 $76800 \div 150 = 512$
 $153600 \div 150 = 1024$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Esse grupo apresentou uma resolução com diferente entendimento. As somas da sequência iriam se alternando entre R\$ 150,00 e R\$ 300,00. Ou seja, $a_1 = \text{R\$}150,00$; $a_2 = a_1 + \text{R\$}150,00 = \text{R\$}300,00$; $a_3 = a_2 + \text{R\$}300,00 = \text{R\$}600,00$; $a_4 = a_3 +$

R\$150,00 = R\$750,00... e assim por diante. Essa resolução apresenta uma sequência que não atende aos critérios de PA, nem de PG.

Figura 45 – Registro realizado na lousa pelo Grupo G₄

Handwritten mathematical derivation on a green chalkboard:

Left side:

$$P.G.$$

$$a_1 \xrightarrow{\times q} a_2 \xrightarrow{\times q} a_3 \dots$$

$$a_m = q \cdot a_{m-1}$$

Right side:

$$a_1$$

$$a_2 = q \cdot a_1$$

$$a_3 = q \cdot a_2 = q(q \cdot a_1) = q^2 \cdot a_1$$

$$a_4 = q \cdot a_3 = q(q^2 \cdot a_1) = q^3 \cdot a_1$$

$$a_n = q^{n-1} \cdot a_1$$

Termo geral da P.G.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 46 – Anotações da resolução do problema Grupo G₄

Handwritten mathematical calculations and sequences on a white background:

Top left:

$$150,00 / 300,00 / 600,00 = 2 \cdot x$$

$$a_1 = 150$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot x$$

Top right:

$$150, 300, 600, 1200, 2400$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$150 \quad 300 \quad 600 \quad 1200 \quad 2400$$

Middle left:

$$1 = 150,00 \cdot 2$$

$$2 = 300,00 \cdot 2$$

$$3 = 600,00 \cdot 2$$

$$4 = 1200,00 \cdot 2$$

$$5 = 2400,00 \cdot 2$$

$$6 = 4800,00 \cdot 2$$

$$7 = 9600,00 \cdot 2$$

$$8 = 19200,00 \cdot 2$$

$$9 = 38400,00 \cdot 2$$

$$10 = 76800,00 \cdot 2$$

Middle right:

$$a_{10} = 150 \cdot (2^{10-1})$$

$$150 \cdot (2^9)$$

$$150 \cdot 2^9$$

Bottom left:

$$Q_n = a_1 \cdot (2^{n-1})$$

$$a_{20} = 150 \cdot (2^{20-1})$$

$$a_{20} = 150 \cdot (2^{19})$$

$$2) a_{20} = 150 \cdot 2^{19}$$

Bottom right:

$$2^{19} = 524,288$$

$$150 \cdot 524,288$$

$$78,643,200$$

Fonte: dados da pesquisa

Este grupo, ao qual pertence o aluno que levantou a questão sobre o conteúdo novo a ser criado, junto com o grupo G1, foram os únicos a se referir a PG, sendo que o G4 fez de saída e fez a representação do crescimento dos termos, indo além, chegando ao termo geral de uma Progressão Geométrica.

Durante a Plenária, um momento propício à discussão e ao debate no qual todos participam, o que foi comum, em muitos casos, foi o de os alunos tentarem resolver o problema fazendo uso apenas de conceitos que eles já conheciam, por exemplo, a multiplicação sucessiva por dois, ou seja, dobra, dobra, dobra..., Aqui, os alunos entenderam o enunciado, procuraram estratégias para a resolução do problema gerador e buscaram obter a resposta. Primeiramente, eles resolveram, para depois procurarem algum padrão na sequência que os conduziria a uma possível fórmula para resolução.

O grupo G2 apresentou, inicialmente, assim como outros grupos, uma tentativa de resolução usando os conceitos de PA. Depois, percebendo que não se tratava de uma PA, eles apresentam uma fórmula que atende ao termo geral dessa questão em particular.

$a_n = a_1 \cdot 2^{n-1}$

Com essa fórmula, foi possível chegar ao termo geral da PG em questão, como mostra as resoluções dos grupos G1 e G2

O grupo G3 apresentou, além da resolução usual, a fórmula de uma Progressão Geométrica, contudo, ele só apresentou essa possibilidade depois de resolver o problema como a maioria dos grupos resolveu, por meio do processo de multiplicação sucessiva por dois, a ideia de dobrar. Verifica-se também que eles, antes de chegarem à fórmula de PG, tentaram usar a fórmula de PA, que era conteúdo que eles já tinham conhecimento. Então, era natural que eles procurassem buscar um padrão matemático, fazendo uso dos conhecimentos prévios deles. Contudo, ao perceberem a sequência, esse grupo também viu que o comportamento era outro, enquanto a PA traz o princípio aditivo, a PG traz o princípio multiplicativo. Eles chegaram a essa conclusão ao compararem as respostas.

Depois da plenária, os grupos chegaram a um consenso, para o qual adotaram a resposta do grupo G4. Logo em seguida, eles tentaram chegar à definição de uma PG:

Figura 47 – Resposta escolhida como consenso

$P.G.$
 $a_1, a_2, a_3, \dots$
 $a_m = q \cdot a_{m-1}$
 a_1
 $a_2 = q \cdot a_1$
 $a_3 = q \cdot a_2 = q(q \cdot a_1) = q^2 \cdot a_1$
 $a_4 = q \cdot a_3 = q(q^2 \cdot a_1) = q^3 \cdot a_1$
 $a_n = q^{n-1} \cdot a_1$ Termo geral da P.G.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 48 – Definição de uma PG pelo Grupo G₃

PG é uma sequência
 crescente ou decrescente ou constante.
 O termo seguinte é multiplicado
 pelo produto do termo anterior

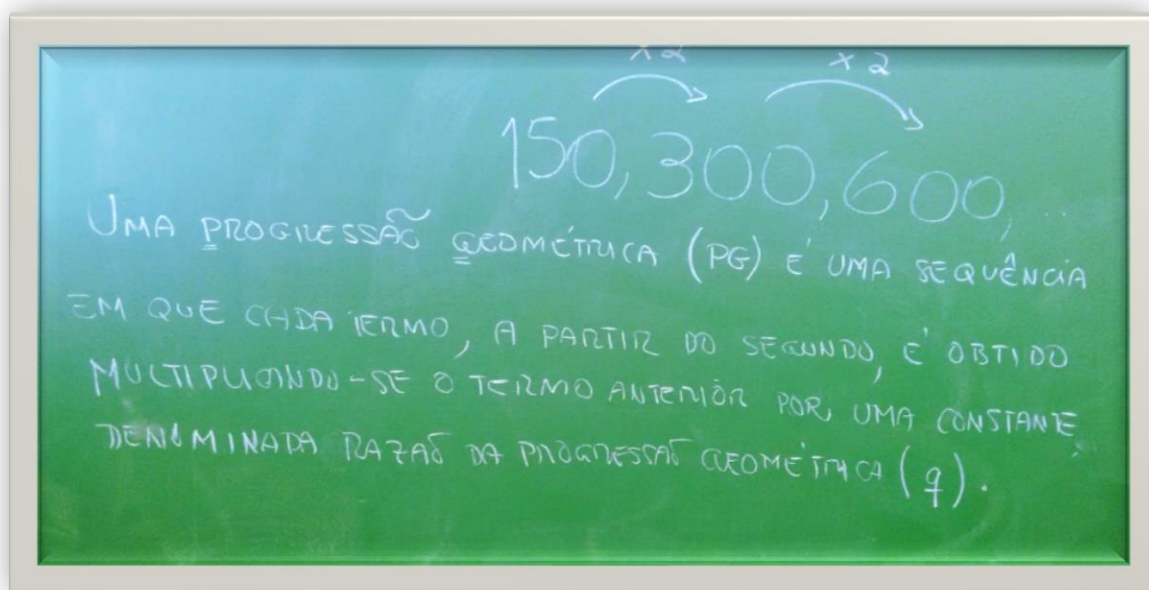
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 49 – Definição de uma PG pelo Grupo G₄

P.G. é toda sequência
 que tem como razão
 uma multiplicação em comum
 ao contrário da P.A., que tem como
 razão uma soma em comum

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 50 – Definição de PG pelo Grupo G5



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A formalização é de autoria do professor, no nosso caso foi um dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Assim, na lousa, conceitos distintos, técnicas operatórias conduzidas, procedimentos adequados devem formar um contexto dedicado aos tópicos novos construídos. Tudo que os alunos escreveram ou disseram durante a Plenária deve ser considerado pelo professor de modo que na Formalização seja utilizado.

Figura 51 – Formalização feita por um aluno da Licenciatura em Matemática

É observado que, todo o valor recebido pela primeira pergunta respondida corretamente, o valor recebido por toda uma das demais é o dobro do que foi recebido pela anterior, ou seja, o valor recebido pela segunda é o dobro da primeira, o recebido pela terceira é o dobro da segunda, e assim por diante.

É dado que o valor recebido pela primeira pergunta (p_1) é R\$ 150,00, o valor ~~da~~ ^{pela} segunda (p_2) é R\$ 300,00 e o pela terceira (p_3) é R\$ 600,00.

Assim obtemos a sequência:
(150, 300, 600, ...)

Seguindo esse mesmo padrão teríamos que:

$$p_4 = 2p_3 = 1200$$

$$p_5 = 2p_4 = 2400$$

$$p_6 = 2p_5 = 4800$$

$$p_7 = 2p_6 = 9600$$

$$p_8 = 2p_7 = 19200$$

$$p_9 = 2p_8 = 38400$$

$$p_{10} = 2p_9 = 76800$$

p_{10} é a solução da questão (a).

Dado o esforço necessário para obter cada termo dessa sequência, verifica-se a necessidade de uma "fórmula" para obtê-los, uma vez que a questão (b) pede o vigésimo termo.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

NO PROBLEMA

Seamos que $p_n = 2p_{n-1}$

$$p_1 = p_1$$

$$p_2 = 2p_1$$

$$p_3 = 2p_2 = 2(2p_1) = 2^2 p_1 \Rightarrow$$

$$p_4 = 2p_3 = 2(2^2 p_1) = 2^3 p_1$$

$$p_5 = 2p_4 = 2(2^3 p_1) = 2^4 p_1$$

$$p_1 = 2^0 p_1$$

$$p_2 = 2^1 p_1$$

$$p_3 = 2^2 p_1$$

$$p_4 = 2^3 p_1$$

$$p_5 = 2^4 p_1$$

Conclui-se que $p_n = 2^{n-1} \cdot p_1$

GENERALIZANDO PARA UMA P.G. QUALQUER TERMO GERAL

Seamos que ~~$p_n = q \cdot p_{n-1}$~~ $a_n = q \cdot a_{n-1}$

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = q a_1$$

$$a_3 = q a_2 = q(q a_1) = q^2 a_1 \Rightarrow$$

$$a_4 = q a_3 = q(q^2 a_1) = q^3 a_1$$

$$a_5 = q a_4 = q(q^3 a_1) = q^4 a_1$$

$$a_1 = q^0 a_1$$

$$a_2 = q^1 a_1$$

$$a_3 = q^2 a_1$$

$$a_4 = q^3 a_1$$

$$a_5 = q^4 a_1$$

Conclui-se que $a_n = q^{n-1} a_1$

SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G. $S_n \rightarrow$ soma dos n primeiros termos da P.G.

$$S_n = a_1 + q a_1 + q^2 a_1 + \dots + q^{n-2} a_1 + q^{n-1} a_1$$

$$q \cdot S_n = q a_1 + q^2 a_1 + \dots + q^{n-1} a_1 + q^n a_1$$

$$q S_n - S_n = q^n a_1 - a_1$$

$$S_n(q-1) = a_1(q^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Figura 52 – Formalização feita por um aluno da Licenciatura em Matemática

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Dando sequência à Metodologia, como etapa 10, a proposição de novos problemas, foi apresentado aos alunos pelos licenciandos o problema gerador 2, que havia sido apresentado no Encontro 10:

Os números que expressam as medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado podem estar, nessa ordem, em uma PG? Em caso afirmativo, qual deve ser a medida do lado do quadrado?

Por falta de tempo não foi possível fazer a discussão desse problema. Foi deixado para que os alunos resolvessem em momento posterior.

14º e 15º Encontros - dias 12/06/2017 e 19/06/2017

Nesta etapa, apresentamos as entrevistas gravadas em áudio, com os alunos A₁, A₂, A₃, A₄ e A₅ do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP – Araraquara, que cursaram a Disciplina Prática Pedagógica III e participaram da proposta de trabalho.

Roteiro da entrevista aplicada aos alunos.

Pergunta 1. A nossa formação, como professores de Matemática hoje, condiz com o desejado para que possamos "bem formar" os nossos alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio?

Pergunta 2. Ao sair do curso de graduação, os professores recém-formados têm o conhecimento mínimo para um estudo continuado dos conteúdos que não foram abordados no curso? De que forma é vista nossa formação superior como educadores matemáticos e como cidadãos?

Pergunta 3. Para você o que é ser um bom professor de Matemática?

Pergunta 4. Como você analisa o curso de Licenciatura em Matemática no IFSP em que você estuda?

Pergunta 5. Como você analisa a estrutura de ensino no IFSP, em que o professor pode atuar como professor de matemática e na formação de professor de matemática? Quais suas possíveis contribuições para a Licenciatura? E quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?

Pergunta 6. Para você o que é Resolução de Problemas?

Pergunta 7. Em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução da Problemas?

Pergunta 8. De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode contribuir na Formação do Professor de Matemática?

Essas entrevistas tiveram como objetivo levantar, junto aos alunos, evidências do que é ser um professor de Matemática e reconhecer quais são as contribuições que essa Metodologia, apresentada durante o curso, traria a sua formação de Professor de Matemática.

16º Encontro - dia 26/06/2017

A entrevista com o Professor Robinson foi realizada nas dependências do IFSP campus Araraquara e ocorreu durante 16º Encontro. Teve como objetivo buscar, junto ao Professor da Disciplina, evidências das reflexões a respeito do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em suas aulas na Disciplina Prática Pedagógica III, de um curso de Licenciatura em Matemática do IFSP Campus Araraquara.

Roteiro da entrevista aplicada ao Professor.

Pergunta 1. Em que Instituição ocorreu sua formação de professor?

Pergunta 2. Qual seu tempo de atuação como professor?

Pergunta 3. E no Instituto, qual o seu tempo de atuação?

Pergunta 4. Como você se vê sendo professor do Instituto Federal de São Paulo?

Pergunta 5. Existe algum fator especial, que o levou a ser professor do Instituto?

Pergunta 6. Como você vê o curso de Licenciatura aqui no Instituto?

Pergunta 7. Como você analisa a estrutura de ensino do IFSP, em que o professor poderá atuar como professor de matemática e na formação de professor de matemática? Quais as possíveis contribuições para a Licenciatura? Quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?

Pergunta 8. Você tem preferência de atuação no Ensino Médio Integrado ou na Licenciatura?

Pergunta 9. A nossa formação, como professores de Matemática hoje, condiz com o desejado para que possamos "bem formar" os nossos alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio?

Pergunta 10. Ao sair do curso de graduação, os professores recém-formados têm o conhecimento mínimo para um estudo continuado dos conteúdos que não foram abordados no curso? De que forma é vista nossa formação superior como educadores matemáticos e como cidadãos?

Pergunta 11. Para você o que é ser um bom professor de Matemática?

Pergunta 12. Para você o que é Resolução de Problemas?

Pergunta 13. Em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Pergunta 14. De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode contribuir na Formação do Professor de Matemática?

5 ANÁLISE DE DADOS À LUZ DO REFERENCIAL TEÓRICO

Tendo como base os objetivos do estudo, a metodologia e os instrumentos que se fizeram necessários na produção de elementos da pesquisa, apresentamos aqui o tratamento dos dados, no qual buscamos expor como foi conduzido o processo de análise de dados produzidos na pesquisa. De acordo com Ludke e André (1986), analisar os dados qualitativos significa “trabalhar” todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento, essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e interferências num nível de abstração mais elevado.

Fazem parte desta seção as análises dos dados produzidos na pesquisa. Para facilitar nossas discussões, as dividimos em quatro etapas. A primeira trata dos encontros realizados na turma de Licenciatura em Matemática, onde foi discutida a parte teórica da Resolução de Problemas; a segunda refere-se à análise da aplicação ocorrida em uma turma do Ensino Médio, a terceira trata da análise das entrevistas com os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP Campus Araraquara, e a quarta trata da entrevista com o professor da disciplina. Para melhor compreensão, a seguir, são descritas as quatro etapas da análise dos dados.

5.1 Análise dos Encontros Iniciais

Para a produção de dados, foram realizados, na Disciplina Prática Pedagógica III, no 1º Semestre de 2017, um total de 16 encontros de 2h aula cada. Os primeiros onze encontros foram realizados com os alunos do III Período do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP – Araraquara, com discussões teóricas sobre a Resolução de Problemas. Os encontros 12 e 13 foram destinados à aplicação prática da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em uma turma do 1º Ano do Curso de Informática Integrado

ao Ensino Médio. Os três últimos foram utilizados para entrevistas: dois com os alunos e um com o professor regente da Disciplina.

5.1.1 Introdução à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Esta etapa foi composta pelos cinco primeiros encontros realizados. Eles tiveram como objetivo principal trabalhar, com os alunos da Disciplina Prática Pedagógica III, a parte teórica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Nela, foram trabalhados os quatro primeiros capítulos do livro “Resolução de Problemas: Teoria e Prática” (ONUICH et. al., 2014).

O primeiro encontro teve a apresentação do pesquisador e de seu objetivo de pesquisa de Doutorado: *analisar os desafios e a possibilidade do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na Formação de Professores de Matemática no IFSP procurando reconhecer como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização dessa Metodologia nos dois diferentes níveis de ensino*. No segundo encontro, destinado a uma abordagem teórica do contexto histórico da Resolução de Problemas como uma área da Educação Matemática, o tema parece não ter chamado muito a atenção desses alunos, visto que eles só se referiram à resolução de problemas como uma atividade comum da vida cotidiana. Outra coisa que lhes chamou atenção e precisou de discussão para que houvesse mais compreensão foi o que estava escrito no livro “Resolução de Problemas: Teoria e Prática” e eles foram levados a querer entender o que dizia: “Resolução de Problemas surgiu na matemática em um contexto que espera da escola formar cidadãos para atuar numa sociedade em mudança. Apesar de diferentes abordagens de ensino terem se apresentado como possibilidades para isso, a teoria Resolução de Problemas apresenta-se como uma delas”.

O terceiro encontro pretendeu discutir fundamentos, abordagem e possibilidades que norteiam a Resolução de Problemas como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que direciona os trabalhos desenvolvidos pelo GTERP.

O ponto mais evidenciado pelos alunos foi que a Resolução de Problemas é considerada o “coração” da atividade matemática, tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, os novos conhecimentos proporcionam a proposição e a resolução de intrigantes e importantes problemas. Outro ponto levantado foi a necessidade de se superar práticas ultrapassadas no ensino-aprendizagem de Matemática recorrendo a jogos, tecnologias informáticas, modelagem matemática, investigações matemáticas, projetos, resolução de problemas, observando em qualquer um deles a ideia socioconstrutivista que se faz presente.

Com muito cuidado, procurou-se colocar para os alunos que a palavra composta Ensino-Aprendizagem-Avaliação tem o objetivo de expressar uma compreensão de que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento do aluno, deve promover a aprendizagem, sendo que na nessa Metodologia, o Problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos.

A Resolução de Problemas, ao ser considerada como metodologia de ensino, faz da compreensão seu foco central e seu objetivo. Com isso, não se tira a ênfase dada à resolução de problemas, mas amplia-se seu papel no currículo.

O quarto encontro apresentou caminhos de pesquisa utilizados pelo GTERP em suas dissertações e teses: a científica - Metodologia de Romberg-Onuchic – para o desenvolvimento da pesquisa e a Pedagógica - Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema Introdução - para trabalho em sala de aula, a – A proposta desse capítulo foi a de apresentar a Metodologia da Pesquisa Científica e a Metodologia Pedagógica que fundamentam o GTERP.

Nesse encontro abordando o capítulo do livro, foram trabalhados três problemas. O primeiro aborda o tema divisibilidade a partir do problema da retangularização de números naturais. O segundo problema trata da introdução do conceito de variável através da generalização de padrões. O terceiro tem como objetivo principal desenvolver o conceito de polinômio a partir da construção de caixas de papel, considerando os conhecimentos prévios de que dispõem os alunos sobre área de polígono regulares.

Embora não tenha sido apontado pelos alunos, o quarto capítulo do livro traz discussões importantes sobre números e operações. Apesar do tema Números e

Operações ser importante no currículo em toda Educação Básica, a maioria dos alunos chega ao final dessa fase sem ter conhecimento e sem reconhecer sua valorização.

Mas o que é número? Essa pergunta é simples, mas, na maioria das vezes que é feita para alunos e alguns professores, não há uma boa resposta.

Entretanto, no livro “A Matemática do Ensino Médio Volume 1” Elon Lima (ANO, p. 25) nos diz que: “Números são entes abstratos, desenvolvido pelo homem como modelos que permitem contar e medir, portanto avaliar as diferentes quantidades de uma grandeza”.

Nesse encontro, partindo da leitura do texto pelos alunos, esperava-se recorrer ao conhecimento prévio dos alunos para que eles, futuros professores de Matemática, percebessem diferentes caminhos para construir diferentes conceitos relativos ao tema Número e Operações.

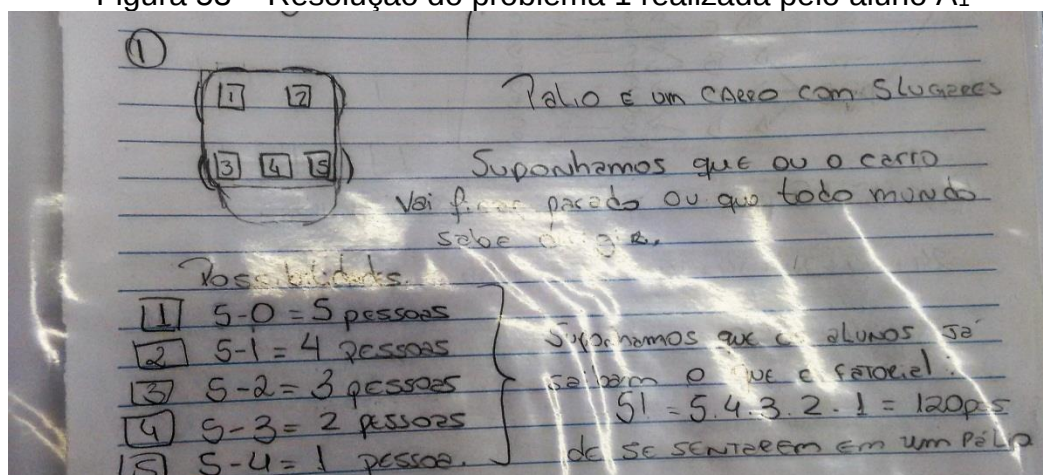
5.1.2 Resolvendo problemas

Nos 6º e 7º encontros, foi discutida a resolução dos problemas da lista aplicada pelo professor Robinson e discutidos os principais pontos pelos alunos da Licenciatura em Matemática. Os problemas 1 e 5, constantes na lista, foram resolvidos por todos alunos e permitiram maior participação.

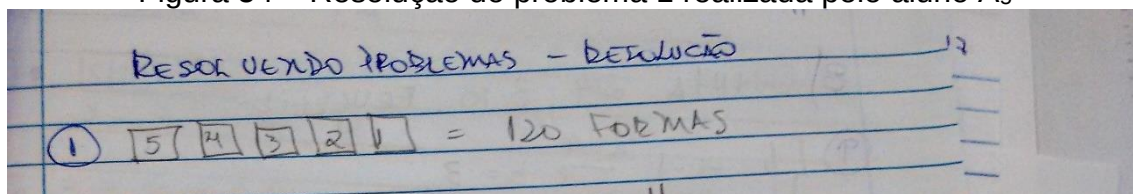
Problema 1

De quantos modos diferentes podemos sentar cinco pessoas em um Pálio?

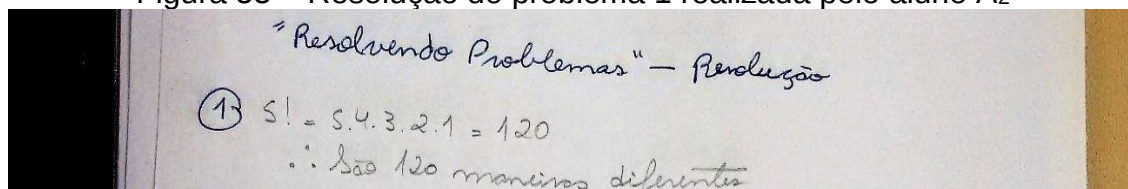
Figura 53 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A₁



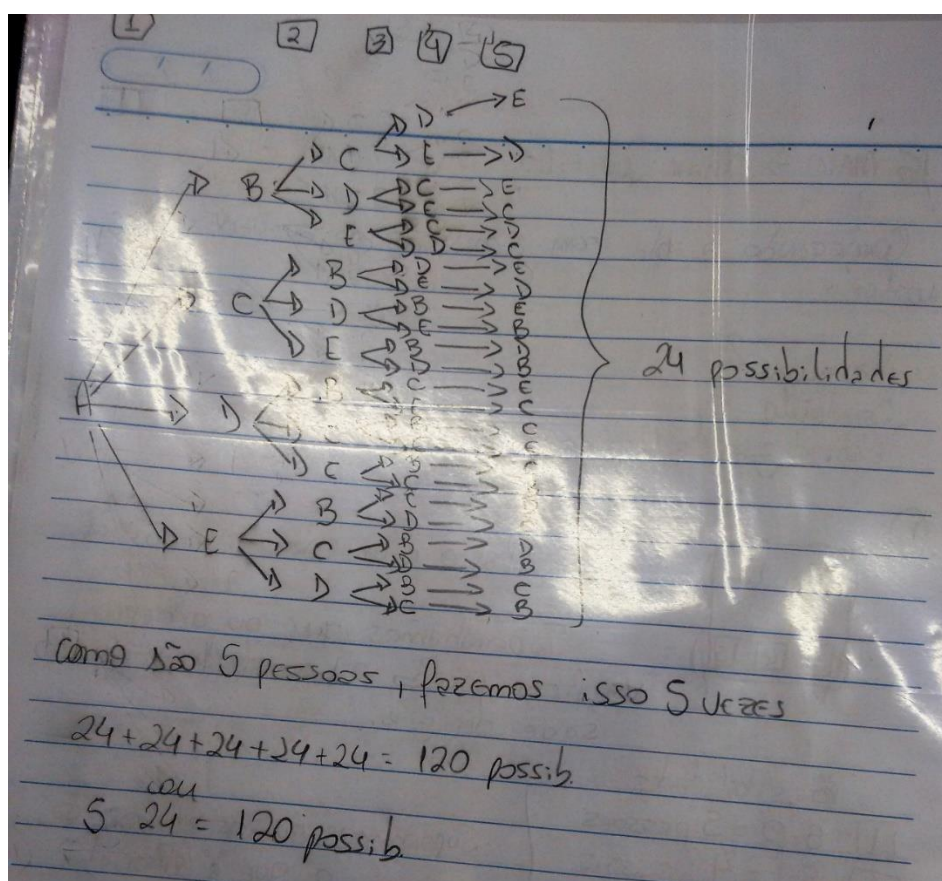
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 54 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A₅

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 55 – Resolução do problema 1 realizada pelo aluno A₂

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 56 – Resolução do problema 2 realizada pelo aluno A₃

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Como podemos perceber, metade das resoluções apresentadas pelos alunos não expressam sua forma de resolução, não indicam quais estratégias foram

adotadas para se resolver os problemas, deixando de atender aos objetivos do professor. Esses trabalhos apresentam apenas respostas, isto é, as soluções. Por outro lado, outras duas delas apresentam-se dando a entender que os alunos compreenderam o propósito da Disciplina que era o de fazer com que os alunos, depois da leitura e da interpretação do cada enunciado, buscassem uma estratégia, um caminho que fizesse uso de diferentes habilidades do pensamento, ou seja, que respondesse aos seguintes questionamentos:

- Depois de identificar os dados do problema, de que forma posso ir a busca da solução?
- O que devo fazer para isso?
- Como devo fazer isso?

Resolver um problema com conhecimento e dar significado às ações desenvolvidas mostra ter sido adotada uma estratégia que explicasse o caminho percorrido no desenrolar do processo, isto é, durante o período em que o resolvidor do problema, envolvido em suas próprias ideias, pudesse percorrê-lo e, assim, chegasse à resposta.

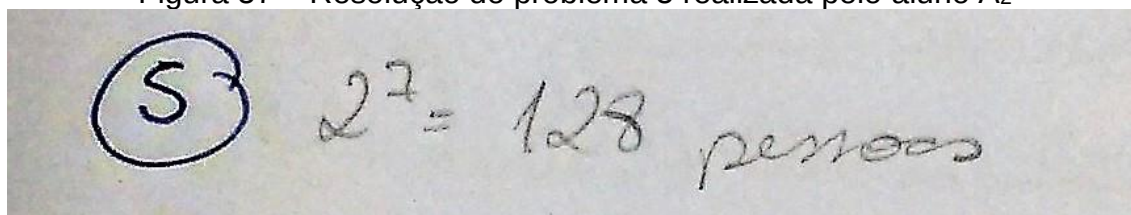
O Problema 5 foi escolhido para notícia

As boas notícias correm depressa. Ana poupou dinheiro suficiente para comprar uma bicicleta. Imediatamente disse a duas amigas e, dez minutos mais tarde, cada uma repetiu a novidade a duas outras amigas.

- Se a novidade continuar a se espalhar dessa maneira, quantas pessoas saberão da nova bicicleta de Ana ao fim de 60 minutos?

Os alunos resolveram esse problema fazendo uso de potências de 2.

Figura 57 – Resolução do problema 5 realizada pelo aluno A₂



Handwritten solution for Problem 5. It shows a circled number 5, followed by the equation $2^7 = 128$, and the word "pessoas" written in cursive.

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Esse problema poderia ter sido pensando da seguinte forma:

$$\text{Ana} = 2^0 = 1$$

$$\text{Duas amigas} = 2^1 = 2$$

$$\text{ao fim de 10 min} = 2^2 = 4$$

$$\text{ao fim de 20 min} = 2^3 = 8$$

$$\text{ao fim de 30 min} = 2^4 = 16$$

$$\text{ao fim de 40 min} = 2^5 = 32$$

$$\text{ao fim de 50 min} = 2^6 = 64$$

$$\text{ao fim de 60 min} = 2^7 = 128$$

Resposta: 128 pessoas ao final de 60 minutos

A resposta acima considerou, em cada passo, o número de pessoas que passou a saber da novidade de Ana nos últimos dez dos 60 minutos. Se levarmos em consideração o número total de pessoas que souberam da novidade, no decorrer dos 60 minutos, teríamos 127 pessoas anteriores que, junto com essas 128 pessoas, perfariam 255 pessoas que souberam da novidade de Ana.

É interessante perceber que há duas formas de entender o que pede o problema: a primeira, a mais comum, é dizer quantas pessoas passaram a saber nos últimos dez minutos, embora o problema esteja pedindo quantas pessoas saberão ao fim de 60 minutos. Assim, saberão todas as que foram notificadas, isto é, $1+2+4+8+16+32+64+128 = 255$.

5.1.3 O Problema Gerador: criação e preparação

Aqui apresentamos os encontros que se configuraram como elementares para a criação do problema gerador. Fazem parte desse tópico os encontros 8, 9, 10 e 11.

O objetivo do Encontro 8 era o de solicitar que cada aluno apresentasse seu problema, criado como problema gerador de um novo conteúdo ou novo conceito, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Dos quatros problemas geradores apresentados pelos alunos nesse encontro, metade deles eram semelhantes aos problemas da lista deixada pelo professor Robinson. Porém, eles apresentaram argumentos que atenderiam a uma possível sequência de ações, objetivando a criação de algo novo. Assim, o problema precisaria atender a algumas questões como:

- a) Para que ano escolar é recomendado?
- b) Quais são seus objetivos?
- c) Que conteúdos seriam nele trabalhados?
- d) Quais suas possíveis estratégias de resolução?
- e) Como você formalizaria os conceitos?
- f) Que comentários você teceria sobre o referido problema?
- g) Quais as possíveis extensões para esse problema?

Dos quatro problemas apresentados, um deles foi discutido pelo seu proponente:

Simplificando a expressão: $2(2349^2 - 2348^2)$, temos:

- a) 9174 b) 8154 c) 9314 d) 8674 e) 9394

O proponente desse problema ofereceu a seguinte resolução, fazendo uso do produto notável, $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$.

$$\text{Então} = 2 \times (2349 + 2348) \times (1) \Rightarrow 2 \times 4697 = \boxed{9394 \text{ alternativa e}}$$

Esse aluno é um futuro professor. Será que um seu futuro aluno entenderia, de saída, essa resolução?

Contudo, fazendo uso do produto notável: $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$, onde $a = 2359$ e $b = 2358$, chega-se a :

$$2(2349^2 - 2348^2) = 2(2349 + 2348)(2349 - 2348) = 2(4697)(1) = 9394$$

Configurando a alternativa e.

Depois que esse problema foi apresentado pelo aluno, o pesquisador perguntou a ele e aos demais presentes se esse problema continha justificativas para todos aqueles questionamentos elencados, e se, de fato, ele podia ser considerado um problema gerador.

Os alunos, exceto o proponente do problema, disseram que o problema apresentado não se caracterizava como um problema gerador. Na verdade, diziam, tratar-se de uma atividade de simplificação que faz uso de um procedimento matemático que facilita chegar à resposta solicitada.

Entretanto, o criador desse problema apresentou, por escrito, sua resolução e argumentou, que sua resolução problema atendia a todos os requisitos colocados de modo a torná-lo um problema gerador.

Figura 58 – Argumentação do problema gerador apresentado pelo aluno A₄

Problema gerador e solução

Simplificando a expressão numérica

$$2(2349^2 - 2348^2)$$

alternando: $2(2349 + 2348)(2349 - 2348) =$

4697 $\times$ 2 = 9394

a) 9174
b) 8154
c) 9314
d) 8674
e) 9394

Justificativa: conteúdo referente aos alunos do último ano de ensino fundamental

Objetivo: desenvolver produtos notáveis, os quais tem a intenção de facilitar a resolução de equações algébricas

Conteúdo: Fatoração de expressões algébricas com diversos casos nela envolvidos

Estratégia de resolução: Nesse caso, primeiramente devemos efetuar os parênteses e depois a multiplicação

Generalização: A matemática utilizada para esse momento é a saída dessa expressão numérica

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 59 – Argumentação do problema gerador apresentado pelo aluno A₄



de dois "termos" para uma expressão de dois fatores com este caso de fatoração: diferença entre dois quadrados, fazendo o caminho contrário:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Comentário: No interior dos parênteses temos duas potências com expoentes iguais a dois. Alguns alunos podem pensar que potenciação é simplesmente a multiplicação da base pelo expoente!

$$2349^2 = 2349 \times 2349 \text{ e não } 2349 \times 2$$

Um quadrado é o produto de um número por ele mesmo

Observação: Dessa maneira fica totalmente inviável resolver, uma a uma, as duas potências, por serem números muito grandes, lembrando-se deste simples conceito de potenciação, um produto de "n" fatores repetidos

É importante termos um domínio completo, ou seja, um bom conhecimento acerca das operações elementares e, ao mesmo tempo, dos ordens de prioridade nas expressões numéricas.

Fonte: Dados da pesquisa do autor

Nota-se que, apesar de se tratar de um problema não considerado por muitos como um problema gerador, o proponente apresentou argumentos suficientes para que ele possa, sim, ser considerado um problema gerador.

5.2 Análise da aplicação de um Problema Gerador

Essa aplicação foi desenvolvida nos encontros 12 e 13, momento em que ocorreu a aplicação da metodologia. Nesses encontros, deu-se a apresentação pelos alunos da Licenciatura em Matemática, em uma turma do 1º Ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio do IFSP - Araraquara, do problema gerador escolhido, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Esse momento foi um momento muito rico, pois, visando à prática de sala de aula desses alunos licenciandos, essa atividade teve como objetivo desenvolver a resolução do problema gerador escolhido, seguindo as etapas da metodologia adotada. Os quatro alunos, A_1 , A_2 , A_3 , A_5 , do Curso de Licenciatura participaram ativamente da aplicação, sempre com a supervisão do pesquisador e do professor. Para um melhor andamento das atividades, eles se dividiram em duplas (A_1 e A_2) e (A_3 e A_5), sendo que cada dupla ficou responsável por determinadas etapas, e podendo algumas delas serem realizadas pelas duas duplas em conjunto.

Tendo sido formado cinco grupos (G_1 , G_2 , G_3 , G_4 , G_5), o problema gerador, em folha impressa, foi entregue a cada um dos 25 alunos. Essa distribuição foi realizada pela dupla 1 enquanto a dupla 2 passava instruções aos grupos informando que, a leitura seria feita primeiro individualmente e na sequência coletivamente nos grupos, pois, segundo Allevato e Onuchic (2014), a ação, nessa etapa, é do aluno. Ao ler individualmente, ele pode refletir, colocar-se em contato com as linguagens vernácula e matemática e desenvolver sua própria compreensão.

A dupla 1 relatou que, no grupo G_2 , um dos alunos, durante a leitura do problema, levantou o seguinte questionamento: Que conteúdo matemático novo poderia ser construído a partir desse problema? Esse aluno não se interessou somente em encontrar uma resposta para o problema, mas, também, queria saber o que o problema poderia oferecer além da resposta.

Proposto o problema, passou-se a sua resolução na busca da solução. Os alunos, em seus grupos, começaram a trabalhar nessa resolução que deveria conduzi-los à construção de um novo conhecimento matemático, planejado pelos professores (alunos da licenciatura em matemática) para essa aula. A ação dos alunos voltou-se à expressão escrita, pois, para resolver o problema, precisariam da

linguagem matemática ou de outros recursos de que dispunham: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas.

Enquanto isso, as duplas agiam observando o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas e encorajando a troca de ideias nos grupos. Segundo Allevato e Onuchic (2014), o papel do professor é os auxiliar nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança no trabalho dos alunos.

Dando sequência, sempre sob o comando das duplas, os grupos começaram a trabalhar na resolução do problema, buscando chegar à solução. Para isso, deu-se um tempo para a resolução. Enquanto os alunos resolviam o problema, as duplas observavam os grupos procurando incentivar os alunos nesse trabalho.

As duas duplas orientaram como seriam desenvolvidas as duas etapas seguintes: a resolução do problema na lousa e a plenária. Durante as observações, elas identificaram diferentes estratégias adotadas pelos alunos, selecionaram algumas que deveriam ser expostas na lousa, ou na tela, escolhendo um dos membros de cada grupo para ser o expositor.

Para a **plenária** são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.84)

Esses licenciandos, lembrando-se de quando, nas aulas da Disciplina, após terem seus trabalhos registrados na lousa, de formas certas, erradas ou por diferentes processos tinham lido em Allevato e Onuchic (2014) que:

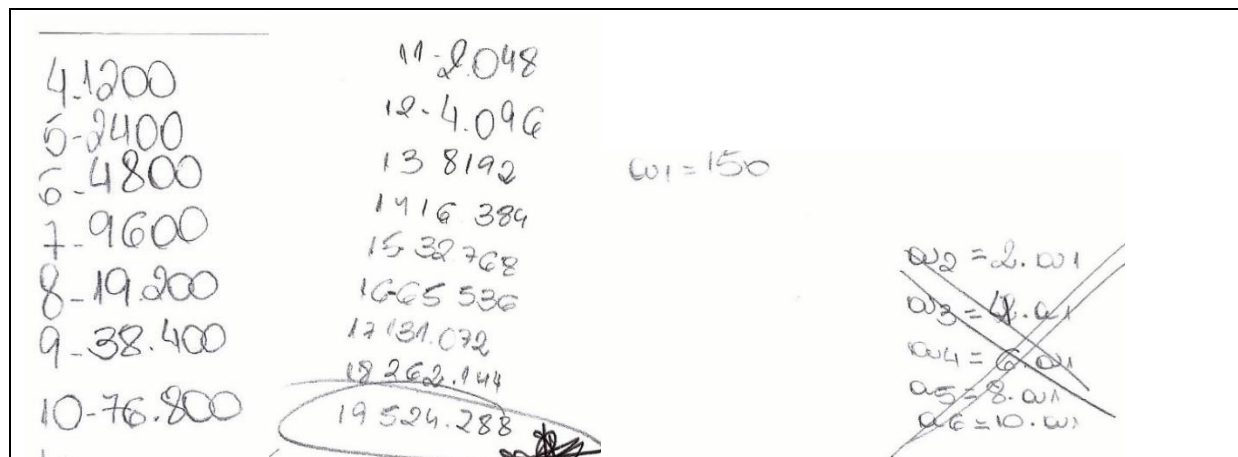
Diante desse “painel de soluções”, o professor estimula os alunos a compartilhar e justificar suas ideias, defender pontos de vista, comparar e discutir as diferentes soluções, isto é, avaliar as próprias resoluções de modo a aprimorar a apresentação (escrita) da resolução. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014 p. 46).

As duplas observaram que os grupos G_1 e G_5 apresentavam respostas iguais, então ficou decidido que seriam registradas na lousa as resoluções dos grupos G_1 , G_2 , G_3 e G_4 .

As duas figuras a seguir tratam de momentos que emergiram da resolução do problema com a participação ativa dos Licenciandos em Matemática.

Embora não tenha sido colocada na lousa esta resolução, achamos por bem registrá-la aqui:

Figura 60 – Anotações da resolução do problema do grupo G₂



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Segundo relatou a dupla 2, um aluno, do grupo G₂ disse ao pesquisador: “Olha professor, se $a_1 = 150$, $a_2 = 2.a_1$, $a_3 = 4.a_1$, $a_4 = 6.a_1$, ..., parece uma PA... “Não!!!!... aqui está multiplicando e não somando”, ao olhar as respostas que tinha. E cortou tudo que havia escrito.

O grupo G₂, ao qual pertence o aluno que levantou a questão sobre o conteúdo novo a ser criado ... junto com o grupo G₁ ... foram os únicos a se referir à PG, sendo que o grupo G₄ fez, de saída, a representação do crescimento dos termos e, indo além, chegando ao termo geral de uma Progressão Geométrica: $a_n = a_1.q^{n-1}$

Durante a Plenária, um momento propício à discussão e ao debate no qual todos participam, o que foi comum, em muitos casos, foi o de os alunos tentarem resolver o problema fazendo uso apenas de conceitos que eles já conheciam, por exemplo, a multiplicação sucessiva por dois, ou seja, dobra, dobra, dobra

Os alunos entenderam o enunciado, procuraram estratégias para a resolução do problema gerador e de modo a obter a resposta. Primeiramente, eles resolveram para depois procurarem algum padrão na sequência que os conduziria a uma possível fórmula para resolução.

O grupo G₂ apresentou inicialmente, assim como os outros grupos, uma tentativa de resolução, usando conceitos de PA. Depois, percebendo que não se

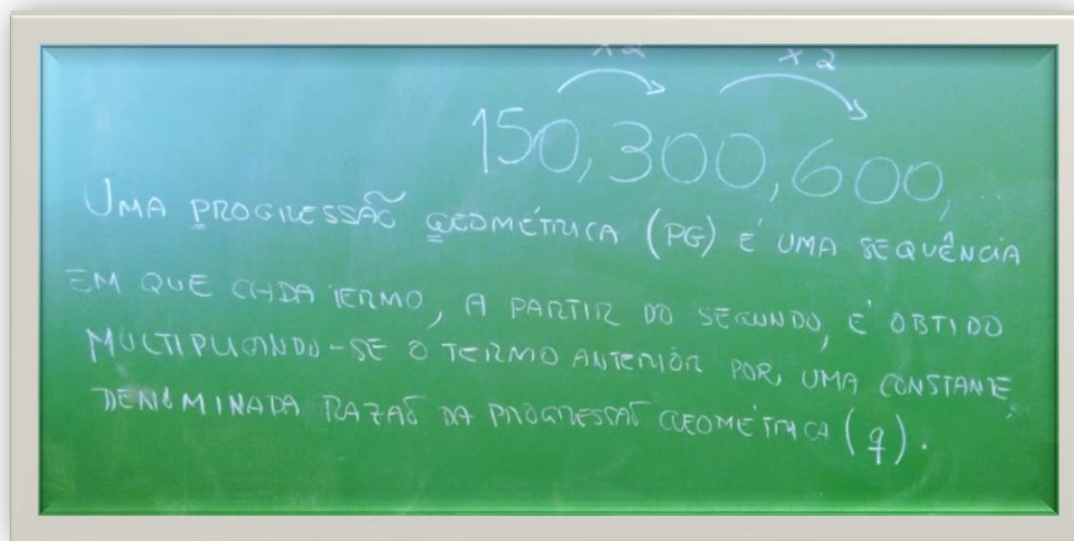
tratava de uma PA, apresentam uma fórmula que atende ao termo geral dessa questão.

$$a_n = a_1 \cdot 2^{n-1}$$

Com essa fórmula foi possível chegar ao termo geral da PG em questão, como mostra as resoluções dos grupos G_1 e G_2

O grupo G_3 apresentou, além da resolução usual, a fórmula de uma Progressão Geométrica. Contudo, ele só apresentou essa possibilidade depois de resolver o problema como a maioria dos grupos resolveu, o processo de multiplicação sucessiva por dois, a ideia de dobrar. Verifica-se também que eles, antes de chegarem à fórmula de PG, tentaram usar a fórmula de PA, que era conteúdo que eles já conheciam. Então, era natural que eles procurassem buscar um novo padrão matemático, fazendo uso de conhecimentos prévios. Ao perceberem a sequência, esse grupo também viu que o comportamento era outro, enquanto a PA traz o princípio aditivo a PG traz o princípio multiplicativo. Durante a plenária esses próprios alunos, gradativamente, chegaram à definição do que viria a ser, para eles, uma PG.

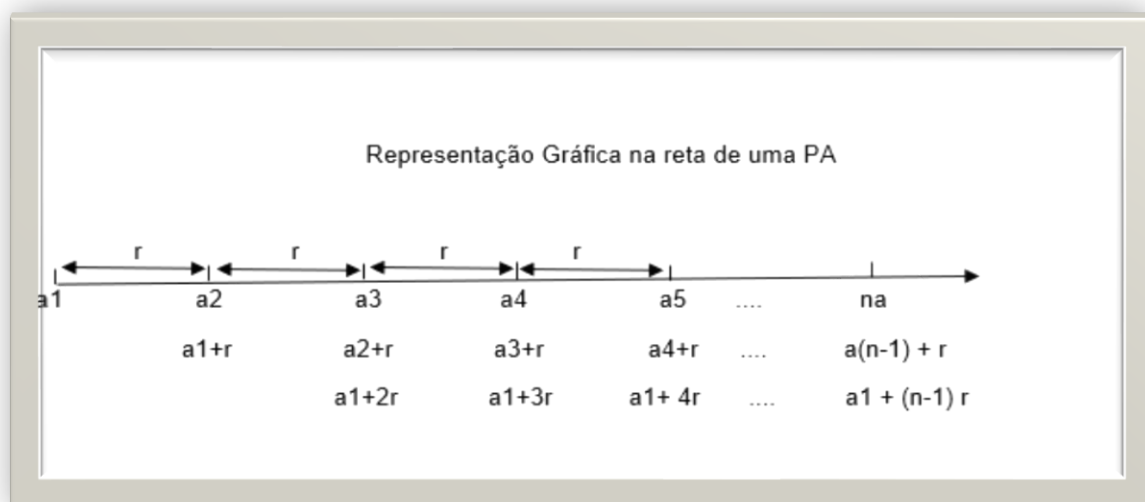
Figura 61 – Definição de uma PG apresentada na plenária pelo G_5



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

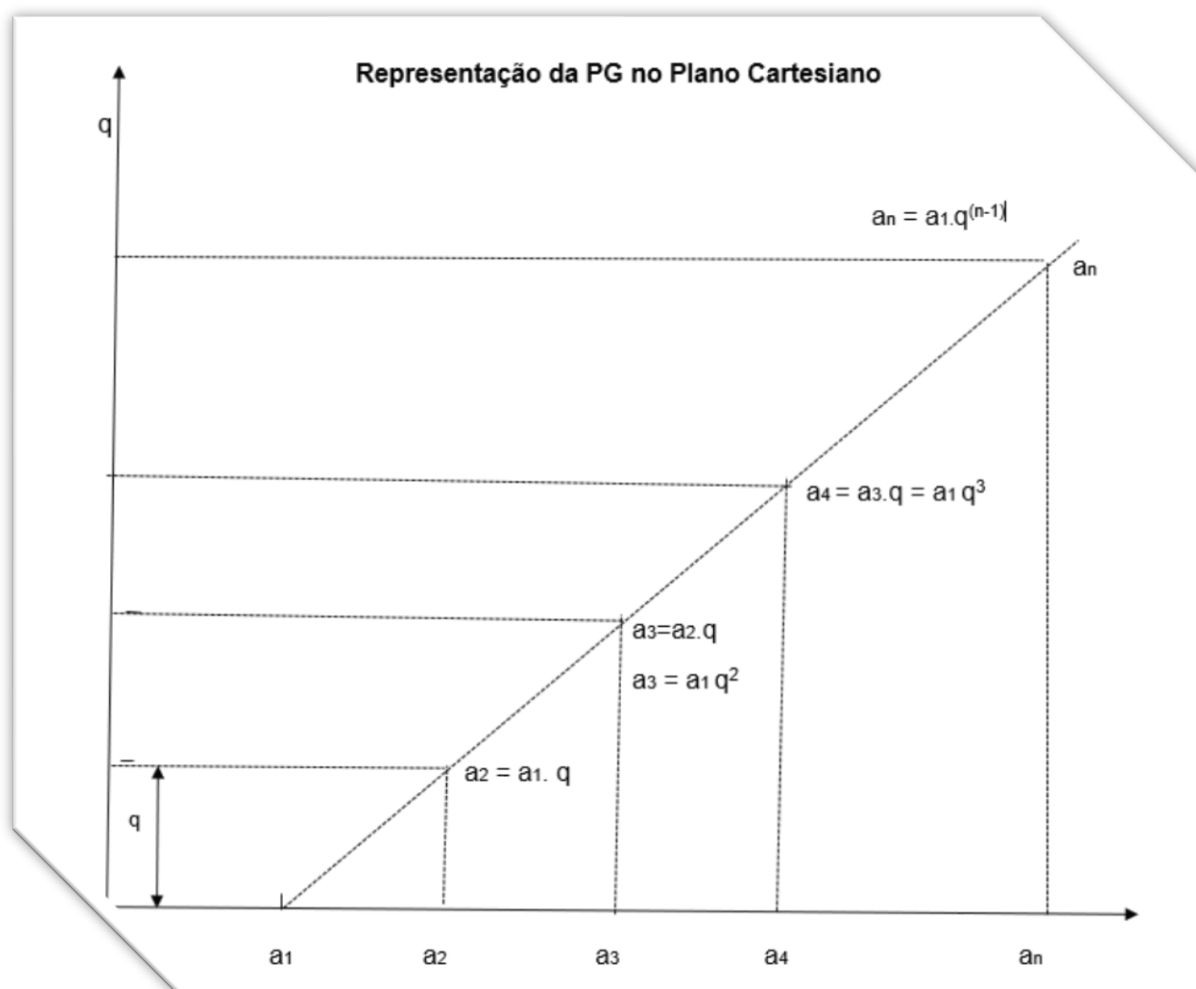
Quando analisávamos as respostas dos alunos do Ensino Médio, diante da dificuldade de alguns em perceber a diferença entre PA e PG, surgiu-nos uma possibilidade de mostrar isso geometricamente.

Figura 62 – Representação gráfica de uma PA



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 63 – Representação de uma PG no Plano Cartesiano



Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.3 Análise das entrevistas com os alunos

As entrevistas foram realizadas com cinco alunos, que denominamos A₁, A₂, A₃, A₄, e A₅, do curso de Licenciatura em Matemática. Ocorreram nos encontros 14 e 15, sendo dois alunos no encontro 14 e três no encontro seguinte. Eles sugeriram que as entrevistas fossem realizadas para cada aluno separadamente, uma vez que eles, sem interferência dos colegas, se sentiriam mais à vontade para se expressarem.

As entrevistas com esses alunos foram realizadas nas dependências do Instituto Federal de São Paulo - Campus Araraquara e buscou-se, a partir das perguntas já conhecidas por eles, levantar, na entrevista, evidências que poderiam responder aos seus questionamentos.

Os alunos entrevistados são uma turma pequena, de cinco estudantes, heterogênea, têm idades entre 22 e 35 anos, sendo quatro do sexo masculino e uma do sexo feminino. A turma é pequena, mesmo sendo do terceiro período. O motivo para esse pequeno número de alunos é que os demais, estavam cursando outras disciplinas e optaram por não se matricular nessa disciplina Prática Pedagógica III.

Do roteiro apresentado, discutiremos as seguintes perguntas:

Pergunta 3. Para você, o que é ser um bom professor de Matemática?

Para responder essa pergunta, três dos quatro alunos indicaram que, para ser um bom professor de Matemática, seria necessário saber bem os conteúdos a serem trabalhados.

A1 ... pra mim, um bom professor de matemática é aquele que **sabe o conteúdo matemático, que domina esse conteúdo e, além disso, tenha capacidade de expressar esse conteúdo pra que todos o entendam** e, como já foi discutido, que isso venha a partir das experiências já vividas. Então, pra mim, como professor, tenho que saber o conteúdo, tenho que saber expor esse conteúdo e, além de tudo, entender o contexto da sala de aula pra que possa transmitir melhor esse conteúdo.

A2 - Ter domínio total dos conteúdos, tem que ter didática, tem que ter uma empatia com os alunos e tem que conquistar a sala de aula.

A3 - Eu acho que um bom professor de Matemática é aquele que inspira os alunos a aprender matemática.

A4 - Domínio sólido e completo do conteúdo matemático e exercícios capazes de transmitir conhecimento aos educandos.

A5 - Um bom professor tem que conhecer e dominar conteúdo.

Pergunta 5. Como você analisa a estrutura de ensino no IFSP, em que o professor pode atuar como professor de matemática e na formação de professor de Matemática? Quais suas possíveis contribuições para a Licenciatura? E quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?

A1 - Os alunos do Ensino Médio estão sendo muito favorecidos porque as escolas aí pelo Brasil afora não têm professores tão especializados, não têm professores que saibam tanto quanto os professores daqui.

A2 - Eu acho bem diferente. Porque o professor acaba sendo multifuncional. Ele acaba tendo que ter domínio sobre várias situações. É muito diferente você estar em uma turma de Ensino Médio ou você estar em uma turma de formação de professores... E têm professores que não conseguem fazer essa diferenciação. Essa transição, entre Médio e Superior, acredito que profissionalmente é bom, mas a prática em si para os alunos eu já não acho tão interessante. Eu acho que ele passa uma experiência diferente. Está dentro do Ensino Médio mas, também, na formação de alunos, futuros professores de Matemática. Creio que seja possível fazer uma junção igual nas disciplinas de Práticas Pedagógicas, em que o professor abre espaço para nós, que estamos cursando a Licenciatura de estar ali em contato com os alunos da Educação Básica... E isso é bem interessante.

Pergunta 6. Para você o que é Resolução de Problemas?

A1 - Eu vejo que é muito válida essa prática de resolução de problemas pela aula de segunda feira a gente viu quanto que os alunos ficaram motivados em fazer. Eu já tinha a experiência, eu já via que era uma motivação grande em que a gente pega, cria um exercício e o aplica na sala de aula. A gente ver o que o aluno está querendo fazer a gente ver aquela vontade do aluno vir a entender e encontrar a resposta do problema ali de vários métodos diferentes, e motiva mais ainda, então eu vejo a resolução de problemas muito válida.

A2 - A Resolução de Problemas eu via como um problemão! Até conhecer esse método e a forma de como deve ser introduzido... porque, se você passa as informações pros alunos isso acaba se tornando um exercício, mas se você entrega pros alunos sem eles

terem o conhecimento do conteúdo ele passa ser um problema a ser resolvido. Então, hoje eu tenho uma visão totalmente diferente acerca de Resolução de Problema. Foi uma área que eu gostei muito e da qual eu não tinha conhecimento disso, né? Até para questão de pesquisa eu gostei muito dessa área e vi que é um campo muito além daquilo que a gente imagina, daquilo que a gente tem visão, até conhecer esses métodos de Resolução de Problemas.

A3 - Propriamente dito, antes dessa disciplina, pra mim seria o que é feito com a gente na matemática: passando um conteúdo e um monte de problemas pra fixar o conteúdo. Antes, pra mim, era só isso.

A5 - Me mantive treze anos praticamente afastado de qualquer instituição de ensino. Na minha época de aluno do Ensino Médio, não se ouvia falar... Me formei em 2003, não se ouvia falar de Resolução de Problemas e, até então, não conhecia... Antes desse contato aqui no Instituto eu não conhecia.

Pergunta 7 Em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução da Problemas?

A1 - O ensino a partir da resolução de problemas, a gente não pode focar só pra resolução de problema. A gente tem que ir no conteúdo também, mas eu acho que, a partir dessa motivação que o aluno tem pela resolução de problema, o ensino-aprendizagem vai ser um pouquinho melhor com a gente ensinando através de resolução, a aprendizagem do conteúdo acredito que será maior e melhor.

A2 - Como eu falei, essa parte das Resolução de Problemas foi uma parte que eu desconhecia. Porque eu achava que é simplesmente a gente entregar uma lista pros alunos e os alunos tinham que resolver e "quebrar a cabeça" ali. Muitas vezes não sabiam o conteúdo.

A3 - Eu acho mais interessante a questão da introdução de um problema para construção de um conteúdo. A gente tá fazendo isso na sala de Ensino Médio, agora em que o conteúdo, quando ele é construído na cabeça do aluno, ele é melhor fixado, não apenas decorou, ele aprendeu o conteúdo.

A4 - Independente do nosso nível de informação, é muito difícil, num primeiro momento, introduzir o processo de avaliação e ao mesmo tempo estarmos querendo perceber onde o aluno está errando ou se lhe falta alguma informação.

Pergunta 8 De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode contribuir na Formação do Professor de Matemática?

A1- Eu acho que contribui muito porque como a gente vê nas escolas... de vez em quando, eu vou a algumas escolas no Caíque... Ali onde minha mãe trabalha. Eu acabo indo lá de vez em quando e vejo o desinteresse que os alunos têm em Matemática. Como eu falei da motivação, da resolução de problemas, então, para mim, na formação do professor conhecer essa metodologia vai ser muito valido para, talvez, mudar esse desinteresse dos alunos mais para a frente. Porque, a partir formação do professor, a gente vai ser educador e, então, pra mim, o que é mais importante dentro da sala de aula, de eu ter aprendido ou não, a questão é eu saber para passar para os alunos depois. Então, pra mim, isso importante para talvez motivar mesmo esses alunos e, além de motivar, a resolução de problemas que chega nos conteúdos de uma maneira mais contextualizada. Então, eu acho que se vai estar mais dentro do convívio do aluno, da vivência do aluno.

A2 - Muita coisa, porque ela te traz uma ampliação de conteúdo, te dá uma visão e, às vezes, a gente acha que tem um norte dentro da Matemática. Mas, com a Resolução de Problemas a gente vê que isso é construído. Então, é porque se acaba trabalhando com a questão de tudo ser exato, de tudo ser muito certinho e a Resolução de Problemas entra para desconstruir tudo isso ... que não há uma única forma certa, que você pode ter uma metodologia. Mas, como eu falei, existem várias formas de se conseguir chegar nesse mesmo resultado.

A5 - Mais uma carta na manga para, na hora que a gente estiver na sala de aula, a gente conseguir passar o conteúdo de uma forma mais efetiva, mais completa, mas conhecendo a definição, o conteúdo completo e agregando na resolução de problemas. Imagino que a resolução de problema não age sozinha também. Então, acho que agrega muito e tem um fator que é importante. Assim, como a definição a resolução do problema também é importantíssima para a aplicação do conteúdo.

5.4 Análise da entrevista com o professor regente

A entrevista com o Professor Robinson foi realizada nas dependências do IFSP campus Araraquara e ocorreu durante 16º Encontro. Teve como objetivo buscar, junto ao Professor da Disciplina, evidências das reflexões do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em suas aulas na Disciplina Prática Pedagógica III, de um curso de Licenciatura em Matemática do IFSP Campus Araraquara.

O Professor da Disciplina Prática Pedagógica III é licenciando em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos e tem Mestrado pelo ProfMAT. Atua como professor há 25 anos, sendo 10 anos como professor particular e servidor do INSS, 12 como professor da rede estadual do estado de São Paulo. É Professor de Educação Básica Técnica e Tecnológica – EBTT – há três anos no IFSP campus Araraquara, atua na Licenciatura em Matemática e no curso Técnico Informática Integrado ao Ensino Médio. Assim, destacamos as perguntas em negrito e a resposta do professor seguida a cada uma delas

Para você, o que é ser um bom professor de Matemática?

Essa pergunta é muito difícil de ser respondida, ou você é um professor tradicional, aquele professor que faz sua aula expositiva, ou você é um professor inovador, no ponto de vista da questão metodológica. O que eu acho que seja um bom professor? Quando você consegue estabelecer uma relação de confiança com seus alunos, de tal ordem que você estimule seus alunos a pesquisar, a entrar numa aula e sair diferente daquela aula, criar um conjunto de ações em que o aluno tenha participado e sair, naquele momento, não sendo o mesmo que entrou ... você é um bom professor... e aí você não precisa ser muito elegante ao falar... você não precisa ser bonitão... o que você precisa é causar empatia e não se achar infalível. Isso é muito importante. Para

você ser um bom professor de matemática você precisa gostar de matemática. O bom professor é aquele que não se conforma. O conformismo é aquela coisa de aceitar o que não entenderam porque isso é muito complicado.

Na matemática há um monte de coisas que só são possíveis porque você as trabalhou como coisas abstratas e que certas coisas, que podem acontecer, se você tem um grau de liberdade que dá margem a pensar quase tudo o que você quiser, você pode ver o que é razoável e o que não é.

Em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Metodologia de Resolução de Problemas... Há seis meses atrás se você tivesse me feito essa pergunta eu não sei se eu daria a mesma resposta que vou dar agora, vou ser bem sincero. Pra mim, uma coisa que eu sempre quis, por exemplo, aquela questão de saber o que é um problema? Isso é uma coisa que, na minha prática, sempre ficou muito patente. Assim, às vezes, o que é problema para um pode não é problema pra outro. Essa questão do que é um problema é relativo.

De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a Formação do Professor de Matemática?

Essa é uma questão interessante. Normalmente o professor em sua formação inicial, tende imitar seus próprios professores o que é muito comum nas aulas de Matemática, onde se avaliam provas e listas de exercícios. O que a Metodologia EAA proporciona nessa formação? Ela proporciona um ambiente em que se analisa a produção do aluno, seu registro, o pensamento que ele traz, da evolução do pensamento, da questão do seu conhecimento prévio e o que ele deve saber depois.... Essas coisas não ocorrem separadamente. Elas ocorrem todas ao mesmo tempo.

Uma coisa que a Resolução de Problemas me ensinou na prática, é a de não subestimar os conhecimentos dos alunos. Eles têm conhecimento, têm o poder

de questionamento, de arguição muito grande. É só lhes dar oportunidade para que se isso possa acontecer.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Respondendo aos questionamentos da primeira etapa da pesquisa e ao analisar evidências de como esses professores se sentem como professores da Instituição, este estudo procurou saber o que os levou a se tornarem professores do IFSP. No que se refere ao como se sentem, o que ficou fortemente evidenciado nos relatos foi: gratificação, realização e satisfação. Em se tratando do que os levou a se tornar professores, foram apresentados termos como estabilidade; remuneração; a instituição ter o curso de Licenciatura em Matemática e Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio; condições de trabalho relativas ao número de aulas, à competência dos alunos e à infraestrutura da Instituição; e a possibilidade de continuidade na formação foram os fatores mais citados por eles. Outros fatores também foram mencionados: desafios, proximidade da família, contribuição como servidor público.

Outro ponto de análise é aquele em que esses professores descrevem o curso de Licenciatura em Matemática no IFSP e falam sobre a diferença com relação às demais Licenciaturas. Em geral, os professores descrevem esse curso como algo inovador, que busca formar efetivamente o professor para a Educação Básica, bem como proporcionar a possibilidade de continuação em estudos e pesquisas. Foram apresentadas características diferenciadas para o curso, a exemplo de uma maior proximidade entre o professor e o aluno; a participação de aporte técnico de ajuda sociopedagógica que, segundo relatos, possibilita um menor número de evasão dos alunos ingressantes, principalmente nos primeiros períodos do curso.

O ponto central desta análise, nas entrevistas do 1º Projeto, foi o de saber como os professores veem a possibilidade de atuação simultânea nos cursos Técnico Integrado ao Ensino Médio e Licenciatura em Matemática, querendo identificar quais os possíveis benefícios, se houver, de que esse formato de instituição pode trazer para professores, para as Licenciaturas e para a Educação Básica. Os professores, em sua maioria, acreditam que essa modalidade de ensino, possibilita inúmeros benefícios para todos. O que ficou evidente nesse quesito é o fato de o professor, ao atuar nos dois níveis de ensino, lhe possibilitar melhora em sua prática de ensino com um diferente olhar. Outro ponto levantando é que quando se está atuando para formar professores e, ao mesmo tempo, se está trabalhando enquanto professor de Educação Básica, você poderá articular melhor os conteúdos matemáticos em

diferentes níveis, melhorando sua didática e sua forma de avaliação no processo de ensino-aprendizagem.

A discussão sobre a formação inicial de Professores de Matemática apresenta, ao longo de décadas, aspectos de conservação e de mudança. A recorrência de alguns temas nos dá a impressão de estarmos discutindo os mesmos problemas durante anos e até mesmo durante décadas sem, no entanto, conseguir solucioná-los. Essa sensação parece ser ainda mais angustiante no debate sobre a problemática das licenciaturas como um todo. Ao mesmo tempo, é possível perceber o surgimento de novos temas, novas questões, novas colocações de estudiosos, que parecem apontar para novos caminhos, tanto de formação em geral, como, particularmente, para os Cursos de Licenciatura em Matemática. Nesse sentido, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se apresenta como um caminho possível.

As mudanças na maneira de pensar a Formação de Professores não garantem, porém, mudanças, alterações e inovações imediatas na formação docente, especificamente, nas Licenciaturas em Matemática. A efetivação e as mudanças nesse âmbito parecem ser mais lentas e mais complexas. Dessa forma, a dificuldade de implementar modificações imediatas, nos cursos de formação de professores, alterando substancialmente sua estrutura, abre espaço para outras questões neste debate: Por que é tão difícil conseguir inovações substanciais nos Cursos de Licenciatura no âmbito das Instituições de Ensino Superior? Quais os limites de uma reforma curricular nos Cursos de Formação de Professores de Matemática? Como as reformas curriculares garantem ou não mudanças práticas na forma de conceber a formação do Professor de Matemática? Quais as diferenças entre o que está previsto em um currículo formal e o que se desenvolve na formação inicial de professores de Matemática?

Os questionamentos apresentados servem para reforçar que toda mudança necessita de uma reforma que, por sua vez, necessita de pesquisa. O GTERP vem trabalhando com a Metodologia apresentada nos últimos 30 anos. E, hoje, tem ramificações em várias Instituições em muitos estados do Brasil.

As evidências apontaram que a Rede Federal de Educação Tecnologia, em especial os IFs, se apresenta como um campo muito rico para a aplicação, pelo fato de que muitos professores que atuam na Licenciatura em Matemática também atuam nos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio na mesma instituição. Isso permite

que a Metodologia se apresente como um recurso bastante forte, na formação de professores e na construção de conhecimento novo pelos alunos do Ensino Médio. Essa metodologia faz com que ensino-aprendizagem sejam trabalhados simultaneamente e a avaliação seja integrada à aprendizagem.

Como possível limitação de nossa pesquisa, podemos apontar o fato de que a aplicação da Metodologia, realizada pelos alunos da Licenciatura em Matemática, ocorreu em apenas dois encontros com duas aulas cada. Esse tempo foi suficiente para uma só aplicação. Para ser mais eficaz, poderia precisar de mais tempo e de outras aplicações. Contudo, essa aplicação foi o suficiente para que a metodologia se apresentasse como uma boa possibilidade de trabalho em sala de aula.

Assim, acreditamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas se apresentou como uma forte possibilidade para que os professores atuem nas duas modalidades de ensino. Visto que por meio dela um mesmo problema, o problema gerador, poderá ser aplicado em diferentes níveis de ensino.

O motivo pelo qual ingressei no doutorado em Educação Matemática, por trabalhar no curso de Licenciatura em Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica, foi o desafio de provocar discussões sobre a temática formação inicial de professores de matemática nos Institutos Federais. Ao findar da pesquisa, vejo que essa temática quando incorporada à Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas cria novas perspectivas para que essas discussões ocorram de forma mais eficaz.

Durante os trabalhos, também, surgiu a oportunidade de trabalhar, a convite de um aluno da licenciatura que estava estagiando e de um professor da rede estadual, a Metodologia em duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental em uma Escola da Rede Estadual, situada na cidade de Araraquara. Os encontros ocorreram em duas semanas, sendo um total de oito aulas, quatro aulas em cada turma. Optamos por não incluir no corpo desse trabalho os desdobramentos dessa aplicação, que serão desenvolvidos, por nós, em trabalhos futuros.

Ao finalizar esta pesquisa e retornar ao meu local de trabalho, vejo como uma continuidade a possibilidade de atuar na Licenciatura em Matemática e no Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio, incorporando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para desenvolvermos futuras pesquisas com essa temática.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

ABDELMALACK, A. O ensino-aprendizagem-avaliação da derivada para o curso de engenharia através da resolução de problemas. 2011. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.

AZEVEDO, L. L. Uma Proposta de Mudança na Licenciatura em Matemática do ICLMA, apoiada na Metodologia de Ensino de Matemática via Resolução de Problemas. 1998. 220f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 1999.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Portugal: Editora Porto, 1994.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 3 Matemática. MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> Acesso em: 20 Set. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>> Acesso em: 20 Set. 2017.

BRASIL. **Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008**. Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília, 2008. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-010/2008/Lei/L11892.htm>. Acesso em: 20 Set. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Índice de Desenvolvimento da Educação - IDEB**. 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb>>. Acesso em: 20 Fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Histórico da Rede Federal de Educação e Tecnologia**. Brasília SETEC/MEC. 2016. Disponível em: <<http://redefederal.mec.gov.br/historico>>. Acesso em: 21 Fev. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Institutos Federais**. Disponível em: <<http://institutofederal.mec.gov.br>>. Acesso em 15 de Mai de 2016.

D`AMBRÓSIO, Ubiratan: Prefácio In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola (orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

D'AMBRÓSIO, B.S. Conteúdo e Metodologia na Formação de Professores. In: FIORENTINI D; NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPPFM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. 1988. 192 p. Tese (Livre Docência)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro: 1988.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**, e suas contribuições para a formação inicial de professores de matemática. 2017. 281 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2017.

FERREIRA, N. C.; SILVA, L. E; MARTINS, E. R. Resolução de problemas no Ensino Superior. In: ONUCHIC, L. R; LEAL JR, L. C; PIRONEL, M (Orgs.). **Perspectiva para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017 cap. 7, p. 189-2019.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. 1994. 425 fl.(Tese de doutorado)- Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 1994.

FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de Professores de Matemática**: Explorando novos caminhos com outros olhares. 1ª reimp. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2008.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. Conferência Interamericana de Educação Matemática, CIBEM. Anais...13., Recife, 2011.

FREITAS, Helena Costa Lopes de. A (nova) política de formação de professores: a prioridade postergada. **Educação e sociedade**. Campinas, vol. 28, n. 100 - Especial, p. 1203-1230, out. 2007

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas e a modelização matemática no processo de ensino-aprendizagem-avaliação**: uma contribuição para a formação continuada do professor de Matemática. 2014. 315 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2014.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto do Curso de Formação de Professores da Educação Básica**: Curso Licenciatura em Matemática. São Paulo, 2007. Documento digital. Disponível

em: <[http://www.ifsp.edu.br/index.php?option=com_content &view=article&id=140](http://www.ifsp.edu.br/index.php?option=com_content&view=article&id=140)>. Acesso em: 22 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO.. **Projeto do Curso de Formação de Professores da Educação Básica:** Curso Licenciatura em Matemática. Caraguatatuba SP, 2010a. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/10-caraguatatuba.html>>. Acesso em: 22 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática.** Guarulhos SP, 2010b. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/13-guarulhos.html>>. Acesso em: 25 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto do Curso Superior de Licenciatura em Matemática.** Campos do Jordão SP, 2011. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/08-campos-do-jordao.html>>. Acesso em: 28 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto do Curso Superior de Licenciatura em Matemática.** Birigui SP, 2012. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/04-birigui.html>>. Acesso em: 15 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto do Curso Superior de Licenciatura em Matemática.** Bragança Paulista SP, 2013. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/06-braganca-paulista.html>>. Acesso em: 23 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Plano de Desenvolvimento Institucional - PDI 2014-2018.** São Paulo, 2014a. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/documentos-institucionais/pdi.html>>. Acesso em: 20 Set. 2017.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Projeto do Curso Superior de Licenciatura em Matemática.** Araraquara SP, 2014b. Documento digital. Disponível em: <<http://www.ifsp.edu.br/index.php/01-araraquara.html>>. Acesso em: 20 Fev. 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO. **Alunos Matriculados Abril 2016.** Disponível em: <<http://pre.ifsp.edu.br/dados-alunos>> acesso em: 20 Mai. 2016.

JUSTULIN, A. M. **A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas.** 2014. 254 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2014.

LESTER, F. K. Jr. Musings about Research on Mathematical Problem Solving: 1970-1994. **Journal for Research in Mathematics Education.** (25th anniversary special

issue), v.25, p.660-675, 1994. Mathematics Education Development Center. School Education, Indiana University.

LUDKE, M; BOING, A. L. Caminhos da Profissão e da Profissionalidade Docente. **Educação e Sociedade**. Campinas, vol. 25, n. 89, p. 1159-1180, Set./Dez. 2004.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. **A Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas, 11ª reimp. São Paulo: EPU, 2008.

MARTINS, E. R; ANDRADE, C. P; FERREIRA, N.C. **Formação de Professores de Matemática no Instituto Federal de São Paulo e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas**: possibilidades de atuação. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7.2017, Canoas. **Anais...** Canoas. Formação de Professores que Ensinam Matemática. Ulbra. 2017.

MARTINS, J. A pesquisa Qualitativa. In: FAZENDA, I. (Org.) **Metodologia da pesquisa educacional**. 11ª ed. São Paulo. Cortez, 2008. Cap. 4, p. 49-48.

MAUÉS, O. C. Reformas Internacionais da Educação e Formação de Professores. **Caderno de Pesquisa**, São Paulo, n. 118, 2003. p. 89-117.

NOGUTI, F. C. H. **Um curso de Matemática Básica através da Resolução de Problemas para alunos ingressantes da Universidade Federal do Pampa – Campus Alegrete**. 2014. 370 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2014.

NOVOA A. **Profissão Professor**. (Org.) Porto: Porto editora. 1995.

NOVOA, A. **Professores imagens do futuro presente**. (Org.) Lisboa, Educa, 2009.

NÓVOA, A. **Vidas de Professores**. (Org.) Porto: Porto editora. 2013.

NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas**: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. 430 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2010.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. 313p.

ONUCHIC, L. R. **Tópicos Especiais**: Resolução de Problemas - Teoria e Prática: Disciplina de Pós-graduação, 28 fev. – 30 jun. de 2011. 5f. Notas de Aula. Impresso.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N.S.G HÖPNER, F.C; JUSTULIN, A.M (Orgs.) **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Pacco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisas em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA** - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011.

PAULETTE, W. **Novo enfoque da disciplina Matemática e suas Aplicações, no Curso de Administração de Empresas da Universidade Paulista- Unip.** 2003. 398f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2003.

PIMENTA, S. G. Para uma ressignificação da didática: ciência da educação, pedagogia e didática. In: PIMENTA, S. G. (Org.). **Didática e formação de professores:** percursos e perspectiva no Brasil e em Portugal – 3ª Ed – São Paulo, Cortez, 2000.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** 1945. Título em inglês: “How to solve it: a new aspect of mathematical method”. Tradução de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

REIS FILHO, Casemiro. **A educação e a ilusão liberal.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 1995.

RODRIGUES, M. U.; SILVA, L. D; FERREIRA, N. C. Clássicos da Educação Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. In: DAMBRO-SIO, B. S.; MIARKA, R. (Org(s)). **Clássico da Educação Matemática Brasileira: múltiplos olhares.** Campinas – SP: Mercado de Letras. 2016. 301 – 346.

ROSA, M. V. F. P. C.; ARNOLDI, M. A. G. C. **A Entrevista na Pesquisa Qualitativa:** mecanismos para validação dos resultados. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ROSSI, M. I. A aprendizagem das aplicações das integrais indefinidas em equações diferenciadas através da resolução de problemas. 2012. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

SACRISTÁN, J.G. Consciência e Ação Sobre a Prática Como Libertação Profissional dos Professores. In: NOVOA A. (Org.). **Profissão Professor.** Porto: Porto ed. 1995.

SÃO PAULO. **Decreto 27, de 12/03/1890.** In: Coleção das Leis e Decretos do Estado de São Paulo. Tomo I – 1889-1891. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 1909.

SANTOS, A. R. **A Metodologia Científica:** a construção do conhecimento. 7. Ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2007.

SAVIANI, D. **A pedagogia no Brasil:** história e teoria. Campinas: Autores Associados, 2008.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14, n. 40 jan./abr. 2009.

SCHROEDER, T. L., LESTER Jr., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R., SHULTE, A. P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, 1989. (Year Book).

SERRAZINA, L.; CANAVARRO, A. P.; GUERREIRO, A.; ROCHA, I. & PORTELA, J. O programa de formação contínua em Matemática: Contributos da investigação. In SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 22, Lisboa. **Actas do XXII SIEM**, Lisboa: APM. 2011, p. 595-608

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Havard Educational Review**, v. 57, n. 1. p 1-21, February 1987.

SHULMAN L.S. Conocimiento y Enseñanza: fundamentos de la Nueva Reforma. **Revista de currículum y formación del professorando**, v.9, n. 2, 2005.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBM (2003). **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática**: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo: SBEM.

TERESA, Maria. **Metodologias da resolução de problemas**. UFPR. 2009.

THORNDIKE, E. L. **The new methods in Aritmetic**. 1921. Disponível em: <<http://archive.org/stream/newmethodsinarit00thor-goog#page/n136/mode/2up>>. Acesso em: 01 mai. 2017.

TRAVASSOS, M. L. G. L; et al. Números e Operações In. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G; NOGUTI, F. C. H; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí, Paco. 2014. Cap. 4 p, 71 - 99.

VALE, I., ; PIMENTEL, T. Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em Matemática. In SANTOS, L. et al. (Orgs.). **Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática**. Lisboa: SPIEM. 2012. p. 347-360.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.

VICENTINI, Paula Perin; LUGLI, Rosário Genta. Como se preparavam os professores para o ensino? In: **As instituições em formação**. História da profissão docente no Brasil: representações em disputa. São Paulo: Editora Cortez, 2009. p. 27-66.

VIDAL, Diana Gonçalves. **O exercício disciplinado do olhar**: livros, leituras e práticas de formação docente no Instituto de Educação do Distrito Federal (1932-1937). Bragança Paulista: EDUSF, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A - As entrevistas com os alunos

As entrevistas tiveram como objetivo levantar, junto aos alunos, do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP – Araraquara, evidências do que é ser um professor de Matemática e reconhecer quais são as contribuições que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, traria à sua formação de Professor de Matemática. Para manter o anonimato descreveremos os alunos entrevistados como A₁, A₂, A₃, A₄ e A₅.

1ª Pergunta

Nossa formação, como professores de Matemática hoje, condiz com o desejado para que possamos "bem formar" nossos alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio?

A1 - Na minha opinião sim. Esse sistema agora, por exemplo, em que o IF está mesclando as matérias entre parte pedagógica e parte matemática, já está favorecendo a formação do professor para que nós, no futuro, estejamos mais aptos a formar as crianças. Então, na minha opinião creio que sim.

A2 - Eu acho que faltam algumas questões práticas, questões de conteúdo, porque tem algumas disciplinas que passam muito rápido pra gente. Como alunos graduandos da Licenciatura em Matemática, poderiam ter um aprofundamento um pouco melhor dentro do que propõe o currículo. Assim eu acho que deixa a desejar.

A3 - Eu acho que em partes. O conteúdo pra gente é bem passado mas não é muito mesclado com o ensino dele. A gente aprende muita teoria de ensino mas, às vezes, não muito em cima de Matemática e nem muito como seria passado esse conteúdo. Fica muito em teoria, eu acho.

No nosso curso, pelo menos a gente começa os estágios, que seriam a prática, do meio pra frente do curso. Acho que seria mais interessante se eles fossem feitos junto com a teoria dada nas disciplinas de práticas pedagógicas, não no primeiro semestre, mas a partir do segundo semestre, para termos experiência desse tipo.

A4 - Da educação básica, como tudo plenamente, em virtude da aptidão que os professores conseguem pra que os alunos possam evoluir.

A5 - Eu acredito que sim, professor. A formação aqui no Instituto acho que é suficiente pra formar nossos alunos sim. O que diferencia um professor do outro é o empenho, a dedicação, é o amor pela profissão. A experiência qualifica o profissional, mas acho que o curso em sí, é suficiente... encaminha bem, entendeu? O restante é a gente que vai procurar agregar na nossa aula, na nossa vivência com nossos alunos.

2ª Pergunta

Ao sair do Curso de Graduação, os professores recém-formados têm o conhecimento mínimo para um estudo contínuo dos conteúdos que não foram abordados no curso? Como está nossa formação superior como educadores e como matemáticos e cidadãos?

A1 - Pela ementa do curso sim, mas na prática nem sempre. Porque muitos professores, por exemplo, já não passam toda a matéria que precisariam passar. Então, aí acredito que não seja pra tudo que a gente tenha base. Sim, se for do aluno, da pessoa que quiser buscar, acho que sim.

Como educadores matemáticos ... acredito que está sendo importante a formação nossa ... porque o que a gente aprende aqui, a entender como está sendo, não como a gente saiba qual é o meio vivido da pessoa mas a gente está aprendendo por exemplo a entender esse meio da pessoa. Então, eu acredito que como educador isso já é muito importante.

Como cidadão aprendendo com isso ... acredito que como cidadão a gente vai ser um pouquinho melhor também.

A2 - Sim, com esse mínimo sai pra correr atrás!

Com relação ao curso ... como eu já tenho uma graduação, não tem como comparar uma universidade com a outra. Vejo que o Instituto cobra coisas assim ... ele volta mais para o método tradicional, ele não prepara o aluno pra essa questão de sala de aula ... pra essa formação. Sinto que falta alguma coisa, com relação ao Instituto, nessa parte da formação e aquilo que ele propõe, porque tem professores que aplicam

determinados conteúdos e na prova cobram outros. Então, se você está formando um profissional, você tem que ser ético. Então acho essa parte ética porque eles acham que se estamos fazendo o curso de Licenciatura de Matemática a gente tem que ter o domínio de todos os conteúdos ... mas a gente está ali pra aprender muitas vezes.

A3 - Depende muito do professor que é recém-formado. Nem sempre por ter sido aprovado na disciplina isso quer dizer que se aprendeu direito ... depende bastante ... Mas, o que é passado pra gente é suficiente para se entender alguma coisa a mais, mas nem sempre o professor que foi formado tem o conhecimento total desse conteúdo que foi passado.

Como educador matemático está sendo bem interessante porque, desde que eu entrei aqui e sabendo que ia ser professor, eu não tinha noção de certas coisas que poderiam acontecer em uma sala de aula de Matemática. Sempre fui bom de Matemática. A matemática nunca me intimidou, mas achei interessante, numa disciplina que a gente discutiu, é que certos alunos têm medo de Matemática. Essa questão de pensar no aluno que a gente vai ensinar, por exemplo, é que, quando se pede pra ir na lousa tem que conhecer o aluno, saber se ele tem medo de ir pra lousa, se os outros alunos irão tirar sarro dele, eram coisas que eu não pensava antes. Para mim, era só ir lá e passar o conteúdo.

Como cidadão, essas questões se estendem para a vida, né? Essa questão de ver o ponto de vista do outro.

A4 - Plenamente Ótima formação e como cidadãos, cada vez mais bem formados.

A5 - Acho que sim, acho me preparado da mesma forma se tiver interesse e dedicação, estar preparado pra estudar e continuar estudando assuntos que não foram abordados no curso.

A formação como cidadão ... acho que como eu já tenho 31 anos, da formação aqui não sinto muita influência na minha formação como cidadão. É lógico, que um pouco de influência sempre se tem ... a gente sempre acaba vendo e aprendendo. Como eu já tenho mais ou menos uma base preestabelecida, acho que essa parte da formação do cidadão ... eu acho que não tem muita interferência.

Como educador, eu praticamente saí do zero. Estou aprendendo aqui. Não tenho um critério avaliativo se é para ver se boa ou ruim é essa formação como educador. Mas eu acho que é bom. Os professores aqui têm um comprometimento.

3ª Pergunta

Para você o que é ser um bom professor de Matemática?

A1 - Como eu disse outro dia, na segunda, pra mim um bom professor de matemática é aquele que sabe o conteúdo matemático, que domina esse conteúdo e, além disso, tenha capacidade de expressar esse conteúdo pra que todos o entendam e, como já foi discutido, que isso venha a partir das experiências já vividas. Então, pra mim, como professor, tenho que saber o conteúdo, tenho que saber expor esse conteúdo e, além de tudo, entender o contexto da sala de aula pra que possa transmitir melhor esses conteúdos.

A2 -Ter domínio total dos conteúdos, tem que ter didática, tem que ter uma empatia com os alunos e tem que conquistar a sala de aula.

A3 - Eu acho que um bom professor de Matemática é aquele que inspira os alunos a aprender matemática. É isso o que vejo bastante. Acabei de sair da escola básica faz dois anos. Vejo que muita gente não quer aprender Matemática ou, simplesmente acha que Matemática não serve pra muita coisa, que nunca vai usar ... ou porque elas não entendem, em seu ponto de vista, que ela é necessária para continuação dos estudos. Elas não entendem e isso serve como desânimo pra elas não continuarem aprendendo. Eu não gostava das aulas de Artes. Para mim, Artes não servia pra nada. Eu nunca me interessei por isso. Mas, por outro lado, Química que também não me interessava por que eu não conseguia aprender ... até aprendia algumas coisas ... mas chegava no pedaço que eu não pegava eu não me interessava mais. O resto já não fazia mais sentido pra mim. Acho que Matemática vai nesses dois casos. O professor bom é aquele que dá um jeito de fazer os alunos quererem aprender pois, sem querer, ninguém vai aprender também.

A4 - Domínio sólido e completo do conteúdo matemáticos e exercícios capazes de transmitir conhecimento aos educandos.

A5 - Um bom professor tem que conhecer o conteúdo e dominar o conteúdo. Acho que se ele participar de todas as atividades que o curso, aqui na Licenciatura, oferece ele vai sair com um pouco de bagagem e, também um mínimo de experiência pra assumir uma sala de aula sozinho. Mas eu acho que, para qualificar ainda mais sua formação, ele teria que ter experiência profissional pois, depois de algum tempo lidando e entrando em contato com as dificuldades que a sala de aula apresenta, acho que isso vai diferenciar, vai qualificar o professor pra se tornar um bom professor. Ele pode sair do Instituto um bom professor, mas acho que, no decorrer dos anos, se ele tiver comprometimento, se ele for sério, se ele gostar da profissão, ele pode sair um bom professor. Com o passar do tempo ele vai melhorando com certeza e a experiência vai ajudar muito na qualidade da aula do professor e na relação com os alunos.

Nesse momento, uma questão levantada pelo pesquisador foi: O que o levou a escolher a Licenciatura em Matemática?

A1 - Porque no ensino médio nem sempre fui muito de estudar. Só que eu já conseguia assimilar matemática e gostava de ajudar meus amigos dentro da sala de aula. Isso me trouxe pra Licenciatura de Matemática

A2 - Essa é uma grande questão. O curso dos meus sonhos é Engenharia Elétrica. Fazia esse curso. Só que eu tive um problema de saúde e acabei tendo que voltar pro estado de São Paulo. A Matemática sempre foi, para mim, o plano B: se não desse certo Engenharia eu iria fazer Licenciatura em Matemática. E como eu não consegui transferência em engenharia ... eu queria ir pra UFSCar ... acabei conseguindo vaga na Licenciatura em Matemática. Então como era meu plano B, eu para Matemática. Sou também formada em Pedagogia há quatro anos.

A5 Então professor, o que me levou a escolher Licenciatura? Tenho 31 anos. Saí do Ensino Médio faz uns treze anos e, até aí, eu não tinha mais pensado em estudar. Um dia meu irmão me falou: Porque você não faz a prova do ENEM?

Eu falei assim, ué, vou fazer então!

Eu prestava uns concursos, eu estudo em casa pra prestar concurso, mas fazer curso superior eu sonhava mas muito distante ... porque eu tenho dois filhos, tenho família,

o curso exige bastante tempo e tenho que me virar, tenho que trabalhar. Então, eu sonhava, mas bem distante.

Ele falou : - Porque você não presta o ENEM? Quem sabe não acontece uma coisa e tal? Aí, ele me ... fui lá e prestei o ENEM. Aí, ele falou, que curso você quer fazer? Falei .. me inscreve no Instituto Federal no Curso de Matemática que eu sempre gostei. Até o Ensino Médio eu sempre tive facilidade, né? Então o meu interesse veio pra cá nessa situação, entendeu? Fiz o ENEM meio de paraquedas. Na hora de escolher o curso, que pretensão? Achava que ia ter que continuar trabalhando. Se eu quisesse um dia fazer o curso superior ia ser à noite, ia ser trabalhando e estudando e sofrendo como está a maioria ... Foi meio assim ... para falar que eu sonhava em ser professor em estudar Matemática ... não foi. Foi assim e as coisas estão acontecendo estão sendo assim ate hoje.

O pesquisador interferindo nessas falas, perguntou: Agora, qual seu objetivo ao entrar no Curso de Licenciatura de Matemática? Você tem algum proposito para quando terminar o curso? O que você pensa fazer?

A1 – Então ... A princípio, quando eu entrei no curso de Licenciatura em Matemática, pensava em ser professor de Ensino Superior, de ser Doutor! Essas coisas assim. Mas, depois que entrei aqui, comecei a mudar e vi agora que quero atuar no Ensino Fundamental, na Educação Básica.

Diante disso o pesquisador perguntou: O que o levou a fazer essa mudança?

A1 - É que aqui a gente vê as muitas dificuldades que o professor tem durante a carreira, né? No Ensino Básico a gente vê a defasagem de conteúdo, a gente vê tudo o que anda ocorrendo. Aqui, no estado de São Paulo, ainda é menos, mas fica vago o aprendizado de Matemática. Então, aí eu quero ser professor na Educação Básica justamente pra tentar ajudar a melhorar essa situação.

A5 - Eu penso , eu quero ser professor, quero ir pra sala de aula, quero participar da formação de alunos. Acho que tenho ... Falando por mim, e o que vivo, acho que tenho uma boa influência para passar para os alunos e eu quero ter esse contato quero me formar. Mas, assim, já pensando futuramente gosto bastante de política, sou um cara

bastante interessado em política. Esse é um outro sonho que tenho: o de um dia viver a política, entrar na política.

Indagando o Pesquisador pergunta: Você vê a Matemática importante para a política? Talvez você almeje ser professor, mas ao mesmo tempo, você gosta de política. Você acha que a Matemática irá o ajudar nisso também? Ou são duas coisas diferentes para você?

A5 – Minha formação é a de vir a ser um professor, se Deus quiser. Acho que vai influenciar com certeza no possível ingresso à política. Assim, eu pensava de n dia tiver a oportunidade de me filiar a um partido, mas nunca tive essa oportunidade de entrar. A cada dia que passa aqui, na formação de professores, parece que está mais próximo, entendeu? Parece que o meu ingresso de repente eu goste, me torne professor e acabo achando que gosto mais de ser professor, entendeu? Pode ser até que eu nem tenha mais interesse pela política.

4ª Pergunta:

Como você analisa o Curso de Licenciatura em Matemática no IFSP em que você estuda?

A1 - Como um curso bom. A formação, como eu falei ... Além da formação para o conteúdo matemático, aqui a gente tem a formação de cidadão também. Além de ser um educador em matemática aprendemos a ser cidadão nas aulas das disciplinas de Prática Pedagógica e nas aulas de História da Matemática. Nessas aulas aprendemos, além disso tudo, como é ser professor e qual é a realidade dentro das salas de aula. Então, o Instituto aqui eu avalio como bom.

A2 - O curso tem bons professores, mas eu vejo que falta muita coisa, como por exemplo, incentivo e maior divulgação. No curso de Licenciatura em Matemática tem muita desistência de alunos. Ao chegar ao sexto período diminuem as turmas como um todo, as salas ficam com poucos alunos. Eu acho que isso também é característica das exatas. Penso que deveria ter uma maior divulgação e mais incentivos para os alunos nele permanecerem.

A3 - A Matemática é a única coisa que eu sei, do restante das matérias não sei nada. Nunca fui bom em nada, só em Matemática. Nunca pensei em fazer nada com a Matemática. Pensei em ensinar Matemática porque eu acabava fazendo isso, como aluno, em minha sala para meus colegas que não sabiam matemática. Eu acabava ajudando e, aí peguei gosto por ensinar Matemática.

A4 – Vejo como um curso completo em relação à grade curricular antiga, conteúdos separados, distintos, pegando uma coisa comum entre eles, no caso da grade antiga, fundamentos, geometria, etc.

A5 - Não tenho critério avaliativo. Meu primeiro contato com o Curso Superior está sendo aqui. E vejo que posso responder essa pergunta. Vejo comprometimento do coordenador e dos professores em tudo. Se for para dar uma nota, eu dou uma nota máxima. Vejo que eles se dedicam, têm interesse, têm preocupação com nossa formação... Para avaliar, tenho que falar isso, que o comprometimento deles é total para o curso. Então, só posso avaliá-lo como bom.

O que não entendo e que me deixa insatisfeito é quanto ao setor sócio pedagógico e ao processo avaliativo para a distribuição dos auxílios. Não sei, não entendo muito, como são os critérios avaliativos deles na distribuição desses auxílios.

5ª) Pergunta

Como você analisa a estrutura de ensino do IFSP em que o professor poderá atuar como professor de Matemática e também na formação de professor de matemática? Quais as possíveis contribuições para a Licenciatura? E quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?

A1- Em relação à Educação Básica a gente vê que para o Ensino Médio, os professores, para entrarem aqui, têm que atender a alguns pré-requisitos na sua formação. Os alunos do Ensino Médio estão sendo muito favorecidos porque as escolas aí pelo Brasil afora não têm professores tão especializados, não têm professores que saibam tanto quanto os professores daqui.

Justamente é pra saber a realidade em que o que muitos lugares, por exemplo na USP, eu sei que não tem nada de ligação com o curso de Ensino Médio ... Não têm nada lá. Os professores eles são focados pra jogar matéria. Lógico... tem a parte prática, só que não é a mesma coisa daqui. Porque aqui o professor convive com essa realidade diariamente. Lá, eles vão para a prática teórica. Acredito que aqui é bem mais favorecido.

A2 - Eu acho bem diferente. Porque o professor acaba sendo multifuncional. Ele acaba tendo que ter domínio sobre várias situações. É muito diferente você estar em uma turma de Ensino Médio ou você estar em uma turma de formação de professores... E têm professores que não conseguem fazer essa diferenciação. Essa transição, entre Médio e Superior, acredito que profissionalmente é bom, mas a prática em si para os alunos eu já não acho tão interessante. Porque é aquela questão de que quem é mais antigo na Instituição acaba tendo prioridade para algumas coisas e, às vezes, a pessoa que tem essa prioridade não é uma pessoa que tem uma didática legal para formar matemáticos... ele não tem uma bagagem para poder dar uma formação melhor para os estudantes da Licenciatura.

Eu acho que ele passa uma experiência diferente. Está dentro do Ensino Médio mas, também, na formação de alunos, futuros professores de Matemática. Creio que seja possível fazer uma junção igual nas disciplinas de Práticas Pedagógicas, em que o professor abre espaço para nós, que estamos cursando a Licenciatura de estar ali em contato com os alunos da Educação Básica... E isso é bem interessante.

A3 - O curso, eu acho bem completo. Mesmo para a gente, que ainda está na grade antiga, algumas coisas estão meio fora de ordem. Em umas disciplinas, se alguma coisa passada a gente ainda não viu, vai ver bem mais pra frente. Depois, ela vem, e vem bem vista, bem completa... as matemáticas né? As pedagógicas também. Mais interessante é o empenho dos professores para ensinar... Simplesmente, eles não passam um conteúdo e saem da sala ... Eles se preocupam em saber se os alunos estão aprendendo. Estão sempre à disposição pra tirar dúvidas repetir e explicar qualquer coisa.

Professor e formador de professor de matemática contribui bastante para a gente, porque nós não somos muito diferentes dos alunos do Ensino Médio que tem aqui.

Muita coisa que vimos no Fundamental e no Médio, às vezes não sabemos, não lembramos mais e tem que ser passado tudo de novo... O professor, passando esses conteúdos para os alunos mais novos, tem a ideia de como alguém que não sabe esse conteúdo vai interpretar o que foi passado. Esse seria o ponto importante para nós do curso superior.

Para o aluno do Ensino Médio, acho que a questão de o professor ter maior conhecimento,... se a sala for uma sala boa com aprendizado mais rápido.. ele tem oportunidade de passar mais conhecimento, para os alunos para eles irem melhorando.

A4 - No caso da Educação Básica tem que ser vista a matemática escolar, concorda?...pausa longa...O professor, com suas qualidades individuais e culturais, deve levar os alunos a trabalhar essa Matemática.

A5 - Eu acho normal aqui. Já, em outras Universidades, públicas ou não, não acho. Por exemplo, professores da UNESP não dão aulas no Ensino Médio e isso também não acontece nas universidades particulares. Eu não vejo problemas nisso... Aqui, em nossa Instituição, o professor está conhecendo e lidando com o aluno em um ambiente que a gente do curso de Licenciatura vai lidar, quer dizer, ele está vivendo o que a gente vai viver ... Ele está nos formando para conviver e, em um determinado momento, vai viver uma situação que ele está vivendo agora. Eu acho que ele está mais a par da situação, mais inteirado sobre o que a gente vai viver com essa situação no ambiente que a gente vai viver depois que se formar e já estar vivendo essa experiência e, como formador de professor eu acho que isso é uma vantagem.

Acredito que, como professor universitário, eu não tenho muita experiência pra falar disso. Acho que um professor universitário será bem qualificado se ele tiver qualidades para dar aulas no Ensino Superior. Ter um professor desses dentro de uma escola de Ensino Médio, acho que é vantagem para os alunos do Ensino Médio. Além disso, aqui no Instituto, é oferecida monitoria. A experiência que tivemos, a aplicação do problema gerador, com os alunos do Ensino Técnico eu acho vantajoso. Se eu tivesse tido isso no médio, eu iria ver como vantagem. Estar tendo esse contato é valido para nós alunos da Licenciatura e, também, para os alunos do Ensino Médio. Na situação de um aluno ir para lá participar com os alunos na aula, acho vantagem.

6ª Pergunta:

Para você o que é Resolução de Problemas?

A1 - *Eu vejo que é muito válida essa prática de resolução de problemas pela aula de segunda-feira a gente viu quanto que os alunos ficaram motivados em fazer. Eu já tinha a experiência, eu já via que era uma motivação grande em que a gente pega, cria um exercício e o aplica na sala de aula. A gente vê o que o aluno está querendo fazer a gente vê aquela vontade do aluno de vir a entender e encontrar a resposta do problema ali de vários métodos diferentes, e motiva mais ainda, então eu vejo a resolução de problemas muito válida.*

A2 - *A Resolução de Problemas eu vejo como um problema! Até conhecer esse método e a forma de como deve ser introduzido... porque, se você passa as informações para os alunos isso acaba se tornando um exercício, mas se você entrega para os alunos sem eles terem o conhecimento do conteúdo ele passa a ser um problema a ser resolvido. Então, hoje eu tenho uma visão totalmente diferente acerca de Resolução de Problema. Foi uma área que eu gostei muito e da qual eu não tinha conhecimento disso, né? Até para questão de pesquisa eu gostei muito dessa área e vi que é um campo muito além daquilo que a gente imagina, daquilo que a gente tem visão,... até conhecer esses métodos de Resolução de Problemas.*

A3 - *Propriamente dito, antes dessa disciplina, para mim seria o que é feito com a gente na matemática: passando um conteúdo e um monte de problemas para fixar o conteúdo. Antes, para mim, era só isso.*

A4 - *Resolução de problemas tem várias estratégias de resolução com dados.*

A5 - *Me mantive treze anos praticamente afastado de qualquer instituição de ensino. Na minha época de aluno do Ensino Médio, não se ouvia falar... Me formei em 2003, não se ouvia falar de Resolução de Problemas e, até então, não conhecia... Antes desse contato aqui no Instituto eu não conhecia.*

7ª Pergunta

Comente em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas?

A1 - O ensino a partir da resolução de problemas, a gente não pode focar só pra resolução de problema. A gente tem que ir no conteúdo também, mas eu acho que, a partir dessa motivação que o aluno tem pela resolução de problema, o ensino-aprendizagem vai ser um pouquinho melhor com a gente ensinando através de resolução, a aprendizagem do conteúdo acredito que será maior e melhor.

Já a avaliação, é assim, eu nos projetos de aula, penso sempre nesse método de avaliar dentro da sala de aula. Não só em avaliações escritas, provas em si. Então, avaliar o aluno a partir da Resolução de Problemas, igual a gente fez segunda, é muito válido porque aí a gente vai ver, né? Que além da capacidade do aluno que isso aí acredito que seja de menos, mas a vontade e a dedicação do aluno acredito ser mais importante do que o conceito mesmo em si, da capacidade do aluno em si.

A2 - Como eu falei, essa parte da Resolução de Problemas foi uma parte que eu desconhecia. Porque eu achava que é simplesmente a gente entregar uma lista pros alunos e os alunos tinham que resolver e “quebrar a cabeça” ali. Muitas vezes não sabiam o conteúdo. Então, assim, o que pra mim é saber o que eu vou poder utilizar ... que se eu passo um problema igual aquele envolvendo uma cesta de ovos, eu tenho que saber que conteúdo ele engloba. Saber que pode ter vários métodos de se resolver e encontrar um resultado. Com a Resolução de Problemas não existe uma única forma certa de se resolver. Porque alguns professores de matemática ... eles são acostumados assim, que só sabe aquele aluno que chegou no resultado e teve um passo a passo de acordo com aquilo que ele esperava. Só que, na verdade, com a Resolução de Problemas a gente vê que tem várias formas de se chegar àquele resultado, independente da maneira que eu sei. Então, que a gente tem que saber aceitar a metodologia que o outro utilizou pra chegar naquele resultado.

A3 - Eu acho mais interessante a questão da introdução de um problema para construção de um conteúdo. A gente tá fazendo isso na sala de Ensino Médio, agora em que o conteúdo, quando ele é construído na cabeça do aluno, ele é melhor fixado,

não apenas decorou ... ele aprendeu o conteúdo. Na matemática também, que observei como aluno no médio e fundamental, todo mundo quer decorar a fórmula mas ninguém quer saber de onde veio a fórmula. Isso, que eu acho mais interessante ... ensinar a fórmula aos alunos, lógico, mas saber de onde ela veio e como ela foi construída.

A Resolução de problemas pra aprendizagem de matemática como introdução de um conteúdo é válida por isso. Os alunos, a partir de um problema que eles não sabem como resolver, eles devem construir um conteúdo que serve de maneira melhor que fica fixado nas cabeças deles e não apenas decorar.

A4 - Independente do nosso nível de informação, é muito difícil, num primeiro momento, introduzir o processo de avaliação e ao mesmo tempo estarmos querendo perceber onde o aluno está errando ou se lhe falta alguma informação.

- Como resolver controlar a aprendizagem significativa e, ao mesmo tempo conseguir reaplicar a matemática que eles estudam?...

A5 - Dessa resolução de problemas, desse estudo aí, o conteúdo é apresentado para os alunos através de um problema, através da contextualização de um conteúdo... e eu acho isso válido. Contudo, acho bacana e necessário até para a aplicação do conteúdo.... e, para uma melhor fixação do conteúdo, acho bem relevante.

O pesquisador, depois de ouvir esses alunos, disse: No que trabalhamos aqui, nas segundas-feiras, sobre resolução de problemas, na perspectiva de Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, quais os pontos que você considera como pontos fortes? E como desafios nas aplicações de sala de aula?

O aluno A1, respondendo, colocou: *O que mais me marcou foi esse negócio de a gente, além de criar o exercício, de criar um problema gerador, a gente descobrir maneiras diferentes de trabalhar esse exercício, de passar esse exercício pra que todos consigam entender... porque tudo bem... a gente joga o problema gerador pra eles, eles resolvem, alguns podendo até chegar à conclusão do que a gente quer e*

alguns não.. essa é a maneira como a gente, durante as aulas, vem aplicando os problemas que fizemos. As maneiras de fazer isso aí foi, para mim, o ponto que foi meio difícil, porque eu estou acostumado a ir direto... pego meu exercício, resolvo, e vou, em três ou quatro linhas, e já acabou. Eu nunca tinha pensado desse jeito, de talvez facilitar para os alunos. Então, isso foi o que mais me marcou.

O aluno A3, por sua vez, disse: O desafio, para essas resoluções de problemas, acho que seria o de pensar como o aluno interpretaria o problema que você passou para ele, como fixaria essas ideias e como desenvolveria essa questão.

8ª Pergunta

De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a Formação do Professor de Matemática?

A1- Eu acho que contribui muito porque como a gente vê nas escolas... de vez em quando, eu vou a algumas escolas no Caíque... Ali onde minha mãe trabalha. Eu acabo indo lá de vez em quando e vejo o desinteresse que os alunos têm em Matemática. Como eu falei da motivação, da resolução de problemas, então, para mim, na formação do professor conhecer essa metodologia vai ser muito válido para, talvez, mudar esse desinteresse dos alunos mais para a frente. Porque, a partir formação do professor, a gente vai ser educador e, então, pra mim, o que é mais importante dentro da sala de aula, de eu ter aprendido ou não, a questão é eu saber para passar para os alunos depois. Então, pra mim, isso importante para talvez motivar mesmo esses alunos e, além de motivar, a resolução de problemas que chega nos conteúdos de uma maneira mais contextualizada. Então, eu acho que se vai estar mais dentro do convívio do aluno, da vivência do aluno.

A2 - Muita coisa, porque ela te traz uma ampliação de conteúdos, te dá uma visão e, às vezes, a gente acha que tem um norte dentro da Matemática. Mas, com a Resolução de Problemas a gente vê que isso é construído. Então, é porque se acaba trabalhando com a questão de tudo ser exato, de tudo ser muito certinho e a Resolução de Problemas entra para desconstruir tudo isso ... que não há uma única

forma certa, que você pode ter uma metodologia. Mas, como eu falei, existem várias formas de se conseguir chegar nesse mesmo resultado.

A3 - A questão de o professor ter que se preocupar com o aluno interpretar o problema e o conteúdo ... mas, nem sempre, o aluno interpreta o que o professor quer também. Para o professor formado a resolução, para ele, se dá em poucas linhas, porque ele já conhece e entende os passos. Mas o aluno não entende o que está sendo feito... Tem que ser explicado e melhor detalhado para ele que não está acostumado com certo conteúdo.

A4 - Acontece uma sistematização de conteúdos com abordagens diferenciadas usadas pelos educadores.

A5 - Mais uma carta na manga para, na hora que a gente estiver na sala de aula, a gente conseguir passar o conteúdo de uma forma mais efetiva, mais completa, mas conhecendo a definição, o conteúdo completo e agregando na resolução de problemas. Imagino que a resolução de problema não age sozinha também. Então, acho que agrega muito e tem um fator que é importante. Assim, como a definição a resolução do problema também é importantíssima para a aplicação do conteúdo.

A5 - Contextualizar o conteúdo acho tão importante quanto demonstra-lo quanto falar da definição.

Eu acho que as reuniões que a gente faz aqui, às segundas-feiras bacana, um ponto alto. É bom ter nossas experiências, e isso está sendo uma parte importante para nossa formação. Quando o professor Robinson traz as listas de problemas e nos passa a forma de resolver... acho isso bacana de mais. Eu até falo para ele, nossa! da hora isso aí, professor!. As formas.. isso aí... eu não tinha isso... Não sabia, até então, que tem muita coisa que eu não sei e acaba sendo como um desafio também, conhecer formas diferentes para resolver problemas, sabe? Enfim consegui resolver os problemas mesmo e, também, contextualizar aquele exercício que você passou pra gente.. pra gente fazer uma PG, onde contextualização do conteúdo foi difícil pensar. Assim, em trabalhar isso, porque foi um trabalho só foi difícil também, saber contextualizar o conteúdo pra um problema e também foi um desafio.... é mais ou menos por aí.

A5- Foi válida essa experiência da semana passada na sala de aula, tomara, dê certo de eu ir próximas vezes, porque acho bacana isso. Acho legal e acaba sendo experiência nossa também com a sala de aula, com problemas que os alunos apresentam. Acho isso bacana e essa parte da resolução de problemas é essencial. Então, esse curso aí do qual a gente participou nessa disciplina foi bacana, foi importante para a nossa formação.

APÊNDICE B - Entrevista de pesquisa – professor da disciplina

Esta entrevista teve como objetivo coletar dados junto ao Professor Regente de uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática do IFSP Campus de Araraquara, para a pesquisa de Doutorado, desenvolvida pelo doutorando Egídio Rodrigues Martins com a Orientação da Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – UNESP – Rio Claro - SP.

Entrevista com o Professor

1) Em que Instituição ocorreu sua formação de professor?

Sou formado pela Universidade Federal de São Carlos. Fiz uma parte junto ao Bacharelado, mas me decidi pela Licenciatura Plena em Matemática. Hoje faço Mestrado em Matemática, pelo PROFMAT, no ICMC – USP - São Carlos.

2) Qual seu tempo de atuação como professor?

Oficialmente 15 anos, mas, considerando ao todo, são 25 anos. Houve um período em que eu, servidor público federal no INSS, também dava aulas particulares de Matemática e Física.

3) E no Instituto, qual o seu tempo de atuação?

Tenho, no Instituto, um ano como professor efetivo. Houve um período (2012 a 2014) que trabalhei aqui como professor temporário. Ao todo são três anos.

4) Como você se vê sendo professor do Instituto Federal de São Paulo?

Como professor minha vida mudou muito, porque aqui trabalhamos em regime de dedicação exclusiva. Esse regime permite que você desenvolva uma relação com a Instituição que é muito diferente daquela em que você atua como professor do estado ou do município, em que você tem que ter outras atividades para complementar seu salário. E essa questão salarial é uma questão importante. Exemplo, eu ganho hoje, em regime de dedicação exclusiva, o mesmo que trabalhasse, às vezes, em dois ou três estabelecimentos diferentes. Além disso, essa relação é muito mais forte, é mais

legal. Você também tem uma relação com ela em que você pode participar de uma série de comissões, o que torna essa relação bem mais profunda do que trabalhar em uma empresa privada ou municipal, ou estadual, porque você participa da gestão. Hoje eu participo de várias comissões aqui.

5) Existe algum fator especial, que o levou a ser professor do Instituto?

Além da questão salarial, neste momento minha situação aqui é ideal. Eu atuo no Ensino Médio que é Médio Integrado ao Ensino Técnico e na Licenciatura. Eu tenho um pé na formação de professores e um pé na educação básica... e isso eu acho uma experiência muito rica.

6) Como você vê o curso de Licenciatura aqui no Instituto?

Bom, o curso de Licenciatura aqui é... por exemplo... é diferente do curso de matemática de um departamento tradicional porque o objetivo nosso aqui é formar professores. Então, o nosso foco está na Licenciatura. Muito embora a gente tenha, às vezes, um aluno e outro que aconteceu de sair daqui e ir para Matemática Aplicada ou ir pra área de Matemática Pura... reconhecer que a formação desse aluno é diferente. Duas coisas aqui são características da Licenciatura: é o currículo e a grade curricular do curso que é destinada mesmo para formação de professor. Exemplo, o curso de Álgebra que a gente vê aqui é um curso que dá fundamentação teórica voltada para a atuação na Licenciatura. Se o aluno quiser ver algo de Álgebra que é voltado para o Bacharelado... não vai ver... não vai ver Teoria Elementar de Galois, Extensões de Corpos.. nada disso. Vai ver aquilo que é essencial pra formação do professor. Vai ver Aritmética, Características de Aritmética dos Números Inteiros, isso que ele vai aplicar em regras de sinal com aluno de sétimo ano que está aprendendo números inteiros com características mais algébricas e também questões de divisibilidade. Então, esse é o objetivo do curso: formar o aluno e dar uma formação de professores. Logico... tem uma parte que é o conteúdo formal do professor de matemática e tem a outra parte pedagógica. E isso aí é uma coisa que também é um diferencial na Instituição. Aqui eu atuo em área na qual um professor da Matemática Pura pode não se sentir bem trabalhando. Por exemplo, na Disciplina Prática Pedagógica III, para a qual esse professor que nem conhece suficientemente seu

referencial teórico... como dar essa disciplina? Assim ele vai dar aula achando que, trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas é você oferecer uma lista de problemas e o aluno resolver aquela lista, e a gente sabe que não é isso que se quer. Então, essas características são pontuais e isso é muito marcante, pois o nosso objetivo é formar bons professores de matemática, colocar gente no mercado e uma valorização do ensino público, gratuito e de qualidade.

Hoje as universidades ... falando das que eu conheço, não poso generalizar... pode ser que haja alguma que não se encaixa no que vou falar... mas, para mim, elas são extremamente preconceituosas para quem opta por Licenciatura. Lembro-me quando eu estava na época de fazer essa opção... Adiei ao máximo possível escolher entre o Bacharelado e a Licenciatura. Praticamente fiz isso no último ano ... Lembro, também, de que todos os professores me criticaram, dizendo: imagina!! Você que teria um futuro como pesquisador em Matemática, você ir pra área de docência, isso vai ser um desperdício! Mas eu não vejo assim. Isso é uma contradição né? Uma pessoa que forma docente não se ver como docente. Ele não se enxergar como docente, na acepção mais radical da palavra, aquele que compartilha seu conhecimento vendo a docência, principalmente na educação básica, como uma coisa supérflua .

Ontem, no nosso Instituto, foi realizada uma prova das Olimpíadas de Matemática. Dos cerca de 120 alunos do Ensino Médio de nossa Instituição, somente três se apresentaram. Isso é preocupante. Só três se apresentarem para essa prova... Se você pensar bem, daqui a dez anos, se as coisas continuarem como estão, quem é que vai querer ser professor de Matemática? Quem vai querer ser matemático? Não vai ter nem pesquisador em Matemática nem professor de Matemática. Porque, se você não tiver quem lhe dê aulas, com quem você vai aprender? Assim, para mim, existe um preconceito intrínseco à questão. Ouve-se muito, sou pesquisador, entretanto dou aulas porque sou obrigado a dar aulas... é uma atividade que é inerente à pesquisa mas sou obrigado a dar aulas! Muitos professores, de cursos hoje nas universidades, não se veem como formador de professor, tendo isso uma ligação direta com a educação básica.

- 1) Como você analisa a estrutura de ensino do IFSP, em que o professor poderá atuar como professor de matemática e na formação de professor de

matemática? Quais as possíveis contribuições para a Licenciatura? Quais as possíveis contribuições para a Educação Básica?

Formei-me na Universidade Federal de São Carlos. No Departamento de Matemática, os cursos de Matemática para a formação do Bacharel e a formação do Licenciado foram trabalhados da forma tradicional. Sinto que os cursos de Licenciatura, e isso não vou generalizar... estão meio largados, no sentido de as atividades docentes estarem sendo tratadas como algo de segunda mão, como se pesquisadores em Matemática, aqueles que vão fazer pesquisas em Matemática Pura ou Matemática Aplicada, tivessem um valor social maior do que quem sai pra docência. Esse é um aspecto que, no Instituto Federal, procura-se fazer contraponto a essa situação ... que aqui a gente procura valorizar mesmo a formação daquele indivíduo que vai ser docente e, em particular na docência de Matemática. Nosso curso é um curso de Licenciatura para formação de professores.

Essa experiência de ter o Ensino Médio junto ao Ensino Superior é muito enriquecedora porque, num momento você está no Ensino Médio e em outro está na Licenciatura. Neste semestre trabalhei com a disciplina Prática Pedagógica III, que tem em sua ementa, Resolução de Problemas. Não só tenho oportunidade de desenvolver a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como tenho possibilidade de trazer meus alunos da Licenciatura a interagir com alunos do Ensino Médio. Talvez essa seja uma experiência que um aluno da UFSCar ou USP não tenha. Já para meus alunos, eles nem precisam sair do ambiente que estão. É só se deslocar pra outra sala em outro horário. Temos uma mescla de alunos, uns que são adolescentes e outros alunos que já estão numa formação de nível superior. E isso é extremamente enriquecedor. Mais uma coisa ainda, é importante o aluno da Licenciatura ver você atuar como professor sendo formador de professores.

2) Você tem preferência de atuação no Ensino Médio Integrado ou na Licenciatura?

Sinceramente hoje não. Quando entrei aqui a Instituição não tinha Ensino Médio, só Licenciatura e os Cursos Tecnólogos. Havia um Ensino Médio que era uma parceria

da Secretaria Estadual de Educação com o Instituto Federal que deu origem ao Ensino Médio Integrado. Eu não atuava nessa frente porque as aulas de Matemática eram atribuídas pela Secretaria de Educação do Estado. E aqui só tinham as aulas técnicas. Toda vez que aparecia uma oportunidade de eu entrar numa sala de aula eu entrava ... faltou professor, havia alguém que podia ficar lá, eu já era o primeiro a me oferecer. Várias fiquei com esses alunos, pois me sinto completamente à vontade e é uma coisa que eu gosto de fazer.

Já ouvi muitos alunos falando assim: pretendo continuar meus estudos aqui no Instituto Federal. Perguntei: mas por quê? Em função do relacionamento que a gente tem com os professores. Então isso é uma marca, uma identidade. Assim, acho isso interessante e é o que eu queria concluir na outra fala e acabei me emocionando. Que é assim, que é uma criação de uma identidade, essa identidade da Licenciatura nossa aqui, tanto na parte de Matemática como em outros campi que tem Licenciatura em Física, em Química e em Biologia, que é a de formar professor para atuar na Educação Básica e que precisa ser valorizada.

O pesquisador, nesse momento, lhe pergunta: Em sua concepção, o IFSP tem respondido bem ao propósito, apresentado em seus documentos, que é o de formar bem o professor para atuar na Educação Básica?

Sim, tem respondido bem e tem uma certa evolução, por exemplo, neste momento, existe um grupo de surdos que vai implantar um curso de pós graduação, uma especialização que é um ensino multidisciplinar de ciências e isso é uma evolução natural, um curso de pós graduação mas que, também, vai atuar na formação de professores. Então, para aquele professor que quiser ter uma formação interdisciplinar em Matemática, Física, Química e Biologia vai ser oferecida aqui e isso está dentro da nova identidade que se está criando.

- 3) A nossa formação, como professores de matemática hoje, condiz com o desejado para que possamos "bem formar" os nossos alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio?

Isso é uma questão na qual tenho pensado muito e tenho, para isso, o seguinte ponto de vista, que está ligado a essa divisão entre Matemática e diferentes formas

de ver e ensinar Matemática. Há uma Matemática que é digna e que produz conhecimento, e há outra que serve como “perfumaria”. Então, uma coisa é essencial e eu acho, eu acredito nisso, o aluno que está saindo hoje de qualquer Licenciatura... não estou falando só do Instituto... de qualquer uma... ele não está pronto pra entrar numa sala de aula e atuar sozinho sem um tipo de tutoria, sem ter alguém mais experiente para o acompanhar. É uma tradição nossa... aquele negócio assim de que o professor que está atuando na escola e que recebe um monte de alunos, um monte de orientações mas, no final das contas ele atua sozinho ... ele aprende sozinho, ele toma as cacetadas sozinho... o que deu certo, deu!... o que as vezes não deu, ele não tem quem o oriente, ele não tem com quem trocar ideias. Por exemplo, se hoje você for no Estado e assistir uma reunião do HTPC⁵ você que não tem aquele momento do professor discutir a prática ou fazer uma reunião da área de matemática com os professores de matemática. Por exemplo – eu estou usando a metodologia de Resolução de problemas com meus alunos – mas o que é isso? Como se faz essa aula? Como você produz conhecimento com esse tipo de aula? Não há esse tipo de discussão e esse tipo de discussão também não existe durante a formação do aluno de Licenciatura. Então, ele sai com uma formação que eu acho inadequada quanto à parte pedagógica e sai com uma formação inadequada no ponto de vista de domínio de conteúdo. Peça a um aluno que acabou de sair da universidade, por exemplo, que entre no terceiro ano do ensino médio e dê uma aula de Geometria Espacial. Dificilmente ele vai dar uma aula boa. . E ele vai seguir às vezes até corretamente uma pergunta, uma indagação que o aluno fizer, não no sentido, de você saber tudo. mas de você saber onde encontrar aquela resposta e você, pelo menos, ter noção de que está indo na direção certa .Então , a gente precisa dos cursos de formação de conteúdo, você não pode nem desvalorizar a formação pedagógica e nem supervalorizar a formação de conteúdo, mas precisa ter um equilíbrio maior nessa parte.

O aluno da Licenciatura em Matemática às vezes tem uma disciplina inteirinha de Didática , uma História da Didática. E você pergunta o que é Didática, e as vezes ele não tem nem uma aula de Didática da Matemática. O que é dar aula de matemática? O que é um exercício de aplicação? O que é um exercício motivador?

⁵Horário de trabalho pedagógico coletivo.

O que é um exercício de prospecção? O que é um exercício de investigação? Não tem isso. Essas perguntas teriam que ser repensadas. A formação do aluno, do professor de matemática, também tinha que ser mais humanística. O professor de matemática não é aquele professor infalível, entendeu?

- 4) Ao sair do curso de graduação, os professores recém-formados têm o conhecimento mínimo necessário para o estudo contínuo dos conteúdos que não foram abordados no curso? Como está nossa formação superior como educadores matemáticos e cidadãos?

A Matemática que a gente ensina na Educação Básica é a Matemática que eu chamo pra exercer a cidadania, entendeu? É aquela Matemática em que o cara olha para um artigo de uma revista ou alguma outra coisa e fala assim: Não, mas o que o cara escreveu não está de acordo com o que o gráfico está falando. Isso que ele escreveu, de onde ele tirou essa conclusão? entendeu? De você pegar determinados jargões que são utilizados e você fala: não, isso aqui, do meu ponto de vista não tem sentido, onde se está fazendo essa conexão? a de usar a Matemática como instrumento de conhecimento e de exercício da cidadania. Então, é essa formação que falta e que eu acho que tem que ser uma coisa menos ligada a Gauss e a Galois. É lógico que eles produziram Matemática, mas não aquela que a gente precisa para o dia-a-dia, aquela que vai gerar aprendizado, que vai criticar, que vai gerar questionamentos, que vai estar lá na Educação Básica.

- 5) Para você, o que é ser um bom professor de Matemática?

Essa pergunta é muito difícil de ser respondida, ou você é um professor tradicional, aquele professor que faz sua aula expositiva, ou você é um professor inovador, no ponto de vista da questão metodológica. Tive professores maravilhosos de Matemática e Física. Mas, também, tive professores, na universidade, que suas aulas até que tinham um objetivo, mas, sem uma exposição sequencial na lousa, parecendo não ter nem começo, nem meio, nem fim.

O que eu acho que seja um bom professor? Quando você consegue estabelecer uma relação de confiança com seus alunos, de tal ordem que você estimule seu alunos a

pesquisar, a entrar numa aula e sair diferente daquela aula, criar um conjunto de ações em que o aluno tenha participado e sair, naquele momento, não sendo o mesmo que entrou ... você é um bom professor... e aí você não precisa ser muito elegante ao falar... você não precisa ser bonito... o que você precisa é causar empatia e não se achar infalível. Isso é muito importante. Para você ser um bom professor de matemática você precisa gostar de matemática.

O bom professor é aquele que não se conforma. O conformismo é aquela coisa de aceitar o que não entenderam porque isso é muito complicado. Eu não me vejo assim, nem sei se sou um bom professor, procuro ser honesto com minha profissão, dedico-me ao estudo, gosto muito de ler, não gosto só de Matemática, mas gosto de dar aula de Matemática.

6) Para você o que é Resolução de Problemas?

Como começou minha relação com Resolução de Problemas? Eu tive essa disciplina na graduação e ela se chamava exatamente Resolução de Problemas. Foi uma disciplina ministrada praticamente no final do curso, segundo semestre de 2002. Foi assim era aquele professor que não havia conseguido, em função da própria forma como eram atribuídas as aulas na universidade, dar aulas em disciplinas que gostava, sendo ele aquele professor mais ligado à área de bacharelado e que, depois, atuou no Mestrado e no Doutorado em Matemática Pura. Aí, um cara desses por esse motivo vai e pega Resolução de Problemas. Ele nem se preocupou em examinar a ementa da disciplina e conhecer a bibliografia desse curso. Sem reconhecer que aquela disciplina naquele curso era importante na formação de um professor. Assumiu e ministrou essa disciplina e, por se achar autossuficiente trabalhou Resolução de Problemas elaborando uma lista de exercícios que apresentavam uma ordem de dificuldade crescente, oferecer aquela lista para os alunos resolverem os problemas e acreditando que isso era Resolução de Problemas. Foi isso que eu trabalhei nessa disciplina. Era uma lista com 25 problemas mais ou menos. Os alunos tinham que resolver aqueles problemas durante o semestre, havia uns problemas que eram mais difíceis ... mas lembro que resolvi a lista ,a entreguei e, pra mim, a disciplina morreu ali. Ela foi na verdade pautada nisso e o professor tinha por metodologia o fato de resolver toda essa lista. A frequência às aulas era obrigatórias. Resolvi a lista

inteirinha, mas eu não tinha interesse de ir às aulas, porque, pra mim, era apenas resolver a lista. De vez em quando, eu não ia. Era casado e tinha filho ... quatro aulas seguidas... às vezes eu tinha que ficar lá a noite inteira. Passei com 80% de frequência e ele me deu nota 7. Resolvi as listas, mas eu nem sempre ia às aulas, porque elas consistiam apenas em resolver os problemas das listas.

Eu gosto muito de dar aula e não tenho muita preferência, mas gosto muito de trabalhar com o sexto ano. É nesse ano que se começa a formar o estudante, não só de matemática, mas o estudante em geral. O que é característico para esses alunos e que, se gostou do problema, ele vai tentar resolvê-lo de várias formas. Ele não tem ainda um método pra resolver. Ele quer mesmo resolver o problema. E isso é muito rico num ambiente de ensino.

Então há uma coisa que é característica do professor, não sei se apenas do brasileiro mas, em geral, que o professor não escreve o que pesquisa ou cria. Mas, com a prática, a gente desenvolve um conhecimento que é chamado conhecimento tácito, ou seja, aquele conhecimento que se adquire ao longo da vida pela experiência, um conceito de filosofia da práxis baseado na sua prática. Essas coisas eu comecei a fazer por minha conta...

Qual seria uma bibliografia de Resolução de Problemas? George Polya e só ele? Era essa a referência básica do meu curso. Você busca essa bibliografia de resolução de problemas e vê lá, George Polya. Então, é aquela coisa da Heurística de George Polya, daquela metodologia de você ler o problema, interpretar o problema, elaborar uma estratégia para a resolução do problema, resolver um problema, fazer aquele retorno da solução obtida ao problema original e, durante muito tempo, pra mim era isso, de. Mas o que foi marcante? Li um artigo, acho que foi de professor de matemática ele fazia um tratamento para você descobrir que a soma de n números Impares era igual a n^2 . Ele fazia todo um procedimento como os alunos em que, usando papel quadriculado, descobria-se isso. Aí, planejei uma aula para os alunos do sétimo ano, pra eles fazerem aquela questão de generalização: sair de um caso particular, fazer um raciocínio dedutivo e deduzir a fórmula a partir de casos particulares estudando papel quadriculado papel quadriculado. O aluno pintava um quadradinho, depois três quadradinhos, ... mas eu também não falava como ele tinha que pintar.

Foram fazendo e, no fim, o negócio deu certo, rapaz!. Ai eu falei: é isso que eu quero fazer!

Sempre que havia possibilidade de trabalhar Resolução de Problemas, eu fazia por minha conta e, aí, para minha surpresa, conheci você, Egídio, e aquele livro da professora Dona Lourdes, que você me mostrou. Eu não conhecia. Vi que tinha muitas coisas que eu fazia em minhas aulas e que estavam todas escritas ali. Esse livro podia ser meu ... risos ... porque tudo que eu fazia e faço ainda hoje está nele, né? Então, para mim, essa foi uma experiência muito enriquecedora. Para os alunos eu acho que também foi muito bom e eu vou falar uma coisa pra você: Esta experiência de trabalharmos juntos nesse semestre, no ponto de vista do conhecimento que eu tinha da teoria, é um Robinson antes e um depois. Hoje me sinto mais preparado, muito mais e aí eu falo que não posso me conformar, não posso achar que está tudo pronto e acabado, entendeu? eu tenho 55 anos, se eu achasse isso, será que estaria tudo pronto e acabado?

7) Em linhas gerais o que você entende por Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Metodologia de Resolução de Problemas... Aá seis meses atrás se você tivesse me feito essa pergunta eu não sei se eu daria a mesma resposta que vou dar agora, vou ser bem sincero. Pra mim, uma coisa que eu sempre quis, por exemplo, aquela questão de saber o que é um problema? Isso é uma coisa que, na minha pratica, sempre ficou muito patente. Assim, às vezes, o que é problema pra um pode não é problema pra outro . Essa questão do que é um problema é relativo.

Outra questão, as vezes um problema gera um outro problema, igual a história das mil e uma noites que tem uma história dentro da outra, da outra, da outra ... e você vai fazendo ligações, você pode estabelecer uma rota que não estava especificada nisso, que não era o que você projetara e, de repente, surge uma frente nova, uma forma nova de você resolver um problema e pode explorar de um novo modo um determinado conteúdo que já explorou tantas vezes. Ele vem e mostra um caminho que você não havia pensado. Então, primeira coisa, o que é um problema? O problema pode ser qualquer coisa, dependendo de como você o olha. Às vezes, você

pode fazer um problema de dobradura num papel e aquele problema vai dar surgimento a uma construção geométrica ... ou, na hora que você falou para o aluno dobrar a folha daquele jeito, você não pensou como ele. Aí tem outra coisa, também, que é assim: a gente vê possibilidades quando está fazendo resolução de problemas de Matemática e as crianças gostam disso, ou seja, ver você trabalhar no mundo em que ele também existe no ponto de vista físico. O que você falou em dobrar um papel infinitas vezes vale na Matemática, mas, você consegue dobrar apenas algumas vezes, isso porque fazer fisicamente é impossível.

Na matemática há um monte de coisas que só são possíveis porque você as trabalhou como coisas abstratas e que certas coisas, que podem acontecer, se você tem um grau de liberdade que dá margem a pensar quase tudo o que você quiser, você pode ver o que é razoável e o que não é. Essa ligação de Matemática e filosofia, com outras ciências, com outras áreas de conhecimento, de uma situação comum tiram-se n reflexões, n situações, criam-se n outros problemas de uma forma nova de se encarar uma situação que já existe. Como naquele problema dos ovos que trabalhamos, pudemos ver que tinha gente que estava meio inconformada porque se falava em meio ovo. Não existe meio ovo, mas, então, porque a pessoa colocou que não sobrava ovo inteiro.

Outra coisa da resolução de problemas, quando se trabalha com ela, é o fato de você ver os alunos perderem o medo de se manifestar em aula, frente ao professor e seus colegas, nos momentos de acertos ou de erros. Ou seja, mesmo quando não estiverem com o problema bem resolvido, terem a oportunidade de defender suas ideias, levando mesmo o aluno, que não gosta de se expor, a defender seus pontos de vista, participando de um momento de criação coletiva de compartilhamento.

O pesquisador, ainda se referindo a Resolução de Problemas, perguntou ao professor Robinson: De que forma a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a Formação do Professor de Matemática?

Essa é uma questão interessante. Normalmente o professor em sua formação inicial, tende imitar seus próprios professores o que é muito comum nas aulas de Matemática, onde se avaliam provas e listas de exercícios. O que a Metodologia EAA proporciona nessa formação? Ela proporciona um ambiente em que se analisa a

produção do aluno, seu registro, o pensamento que ele traz, da evolução do pensamento, da questão do seu conhecimento prévio e o que ele deve saber depois.

Essas coisas não ocorrem separadamente. Elas ocorrem todas ao mesmo tempo. Então ao mesmo tempo que você fala: Ó fulano, por favor, eu quero dar uma olhada no seu caderno. Você pode me dar seu caderno? Ao ver a nota de aula dele, você fala, você consegue estudar nesse caderno?... Ahh professor acho que não! ... é porque suas anotações aqui estão muito confusas... e, quando você vai ver, é aquele aluno que está com dificuldade, entendeu? A gente faz a separação das coisas pra ser didático, pra ficar mais fácil, mas, quando você vai avaliar um aluno ou uma situação, essas coisas acontecem tudo ao mesmo tempo. Ao mesmo tempo você está ensinando, você está avaliando e você está aprendendo em conjunto. Os meninos ali, eu tenho certeza que eles têm um conceito de PG agora. Então, se a gente precisasse fazer uma avaliação agora seria muito simples desde que já ocorreu. Não aplicou prova e nem um instrumento tradicional e ao final eles conseguiram dizer o que era uma PG, e, no final, eu não sei se você percebeu fiz uma pergunta: o que vocês acharam do uso dessa metodologia? Eles gostam porque para eles aquilo já é usual.

Uma coisa que a Resolução de Problemas me ensinou na prática, é a de não subestimar os conhecimentos dos alunos. Eles têm conhecimento, têm o poder de questionamento, de arguição muito grande. É só lhes dar oportunidade para que se isso possa acontecer.

Se eu observar minha carreira, talvez me veja em uma evolução de uns quatro a cinco professores. Hoje sou um professor muito melhor do que era há algum tempo atrás porque, também, a gente precisa procurar evoluir e ir melhorando. Isso caracteriza a questão do não conformismo de você não se achar pronto e acabado. Caso contrário, você acaba fazendo uma disciplina rica se transformar em roteirinho e, pior ainda, achar que é suficiente, não é?... Não é isso. Mas, uma coisa eu vou dizer: Essa metodologia pode se apresentar como uma Filosofia da Educação Matemática, porque existe um princípio da Resolução de Problemas que é você considerar o seu aluno um indivíduo capaz de resolver problemas, pois ele tem condições de resolver problemas. Ele é uma pessoa, um indivíduo que tem que suas características e que você tem que respeitar. Ele vai ter uma velocidade de aprendizado que, às vezes, é

diferente da de outro aluno. Então, tem todo um conjunto de situações que vão se consolidando.

APÊNDICE C – Roteiro de entrevista de pesquisa



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JULIO DE MESQUITA FILHO”

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Programa de Pós-Graduação em Educação
Matemática



ROTEIRO DE ENTREVISTA DE PESQUISA

Esta entrevista tem como objetivo coletar dados juntos aos professores de Matemática do IFSP Campi de Araraquara, Birigui, Bragança Paulista, Campos Jordão, Caraguatatuba, Guarulhos e São Paulo, para a pesquisa de Doutorado intitulada: “Atuação do professor de matemática nas licenciaturas de matemática e no ensino médio técnico: apontamento de identidades no IFSP”. Desenvolvida pelo Doutorando Egídio Rodrigues Martins com a Orientação da Prof.^a Dr.^a **Lourdes de la Rosa Onuchic** no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – UNESP – Rio Claro – SP.

Identificação: Formação instituição. Tempo de atuação, tempo de atuação no IFSP.

- a) Como você se vê sendo professor do IFSP?
- b) Existe algum fator que o levou a tornar-se professor(a) do IFSP? Conte-nos.
- c) Você teve alguma referência do IFSP antes de trabalhar aqui?
- d) Possui quanto tempo de atuação como professor nas Licenciaturas no IFSP?
- e) Qual sua concepção da Licenciatura em Matemática no IFSP no Campus em que atua?

- f) Qual a sua concepção de Ensino Integrado no IFSP?
- g) A respeito das suas concepções ou referências acerca do IFSP antes de seu ingresso, como professor, sofreu alguma mudança?
- h) Na sua concepção, qual diferencial, se houver, entre a formação de professores de Matemática ofertada nos IFs e àquela promovida nas Universidades?
- i) Como você ver a possibilidade de atuação na Formação do professor de Matemática, bem como no ensino médio/técnico?
- j) Qual pergunta relevante julgas necessário para esclarecimentos da sua atuação como professor(a) de Matemática no IF. E qual uma possível resposta para tal pergunta?
- k) Finalizamos. Fique à vontade para acrescentar alguma contribuição/ informação que julgar relevante no contexto da pesquisa e que não foi citado anteriormente.

APÊNDICE D – Quadro com os dados iniciais de 26 professores de matemática do IFSP que atuam no IFSP

Formação	Tempo de atuação como prof e no IFSP	Como se sente sendo Prof e o q levou ser prof do IFSP	Diferencial nas Licenciatura	Possibilidade de Atuação na Licenciatura e na Ed. Básica
1. Bacharel e Lic em Matemática/ Mestrado Profmat, Univ São Judas Tadeu, UFABC	11 anos como docente ,1 ano e 8 meses no IFSP e licenciatura, rede pública e estadual	Realização, estabilidade	Licenciatura moderna, que trabalha integrado teoria com prática	
2. Lic em Mat e Mestrado em Mat Unesp Rio Preto	10 anos de atuação como prof 1 ano e meio no IFSP na Lic em Mat e no Ensino Medio/tec	Possibilidade de formação.		
3. Lic e Bach em Mat / Mestrado USP São Carlos	8 anos geral e 2 anos no IFSP, e na Licenciatura	Gratificação	O curso de Licenciatura focado em forma o professor para atuar na Ed Básica	Como algo enriquecedor tanto para o Professor quanto par a licenciatura
4. Graduação em Mat Mestrado em Mat Universitária Unesp Rio Claro	No IF 6 anos, 1 ano no IFSP. Antes, 14 anos na ed básica na rede estadual de, 20 anos no total	Estabilidade		
5. Lic em Mat Unesp Ilha Solteira, Mestrado e Dout em Mat. Pura Unicamp	6 anos, 2 como estagio docente, 4 anos e meio no IFSP e Lic	Renumeração		

6. Lic em Mat Ufscar, Mestrado em ed Mat Unesp Rio Claro, Doutadando em Ed Mat	6 anos como docente. 3 Meses no IFSP e nas Lic em Matemática	Possibilidade de formação		
7. Lic em Mat Ilha Solteira, Mestrado em automação	5 anos como prof. 2 anos na Lic em Mat, 6 meses no IFSP			
8. Bacharel /Lic Ufscar Mestrado	13 anos, 7 anos Lic em Mat, 1 ano e meio no IFSP	Satisfação		
9. Lic em Mat e Profmat Unesp S.J Rio Preto	14 anos, 1 ano e meio no IFSP e na Lic			
10. Lic em Mat Unesp Ilha Solteira, Mestrado em Mat. Univ. Unesp Rio Claro	8 anos na ed básica, 3 anos e meio no IFSP Lic e Integrado	Motivo familiares a vinda do IFMG para o IFSP, e possuir Lic em Mat		
11. Licenciatura USP – Mestrado Profmat ABC Santo Andre	8 anos, 5 meses IFSP , Lic e integrado	Possibilidade de retornar para local		
12. Lic. Bacharel e Mestrado em Ensino de Mat. PUC SP	14 anos no estado e 25 anos Mackenzie, 20 anos na Lic em Matemática e 8 meses no IFSP	Estabilidade		
13. Lic. Univ. Tupã-SP	40 anos, 26 anos no IFSP, 1 ano na Lic	Contribuir como servidor público, possibilidades de atuação		
14. *Unesp Guaratinguetá – Mestrado mat univ e Doutorado em Ed	7 anos, 5 anos no IFSP e Lic em /mat	Privilegiada		

Matemática Unesp Rio Claro				
15. Bacharel e Lic em Mat Unesp rio preto Mestrado Mat prof. Unesp Rio Claro	6 anos, 5,5 anos no IFSP e na 4 anos na Lic em Matemática	Não exigência de Doutorado		
16. Graduação USP, PROFMAT UF ABC	6 anos, e 2 meses no IFSP	Proximidade da Familia		
17. **Graduação, mestrado e Doutorado pela USP São Paulo	30 anos de docência sendo 8 de IFSP	Privilegiado Condições de trabalho. Oportunidade		
18. Graduação Universidade Santa Cecilia, Mestrado em Ed Matemática PUC SP	Mais 33 anos, Lic em matemática 30 anos, 8 anos de IFSP e 5 de Lic em Matemática	Não exigência de Dr		
19. *Lic pela UFSCar, Esp em Computação, Mestrado em Engenharia, USP São Carlos	25 anos de docência, sendo 18 Educação Básica na rede estadual, 7 anos no IFSP,			
20. Lic em Mat e Mestrado em Educação USP São Paulo	13 anos, sendo 8 anos em escola e 1 ano e meio no IFSP	Legal, Oportunidade		
21. Graduação pela UPS São Paulo, Metrado pelo PROFMAT UFABC	5 anos de Docência, e 1 ano no IFSP	Questões financeira, gostar de ser docente		
22. * Lic em Mat Fundação Sto André, Esp, Mestrado e Doutorado em Estatística, na	15 anos, sendo 9 anos na ed Básica 6 anos de IFSP	Possibilidade de atuação em ambas. Estabilidade		

USP São Paulo				
23. Unesp Bauru, Graduação em Mat. Mestrado e Doutorado Ciencia e Tec de Materiais	10 anos, sendo 6 na ed básica 5 na rede privada, 4 no IFSP, 3 anos na Licenciatura	Oportunidade		
24. Licenciatura em Matemática e Mestrado Profmat Unicamp	4 anos, com aulas eventuais e 2 anos no IFSP	Possibilidade de continuidade na formação		
25. Lic em Matemática URI, RS, Mestrado PUC RS e Doutoranda	3 anos, sendo 1 ano e meio no IFSP (temporária)			
26. Matemática Aplicada, Lic em Matemática e PROFMAT UNICAMP	8 anos, 2 meses de IFSP,	Relacionamento com alunos		

APÊNDICE E – Quadro com as respostas dos participantes

Perguntas	Respostas A1	Respostas A2	Respostas A3	Respostas A4	Respostas A5
Idade, sexo, trajetória	20 anos, sexo masculino		19 anos, masculino	Sou Arthur de Freitas Marcatto, tenho 20 anos de idade	Meu nome é Jhennyffer, tenho 34 anos, sexo feminino. Já sou licenciada em Pedagogia, mas ao terminar cursei alguns semestres nas Engenharia de Alimentos e Elétrica na UFT.
Como você se vê sendo aluno do IFSP?	Aluno motivado e autoestimado, na licenciatura como um todo	Me sinto privilegiado, pois tenho interação com excelentes professores e também por ter oportunidade de uma formação acadêmica, o que já tinha como uma situação muito difícil.	Não sei.	No início, pela falta de valor, por minha parte, em relação as matérias pedagógicas, eu não focava muito e não fazia muito as coisas. Com o passar desses 2 semestres e meio, eu mudei minha visão e me vejo um pouco mais aplicado, mesmo achando que ainda posso ser mais.	Foi um processo de aceitação muito difícil e agora estou começando a me sentir aluna IFSP
Existe algum fator que te levou a ser tornar aluno(a) do IFSP ? Conte-nos.	Boas influências sobre habilidade para resolver problemas matemáticos e disciplina positiva	Não conhecia o instituto até procurar na internet e fazer a inscrição a partir da nota do enem.	Sim, ser a faculdade publica que oferece o curso que escolhi o mais perto da cidade onde morava.	Soube da existencia do campus a partir de um amigo, como eu queria cursar matemática e tinha preferencia em ficar na cidade ou no maximo nas cidades proximas, eu me inscrevi para a Licenciatura e entrei.	Sim, como não saiu processo de transferência na UFSCAR, optei por entrar no IFSP como portadora de diploma.

O que te levou a escolher o curso de Licenciatura em Matemática?	Conseguir uma apresentação e habilidade com cálculos manuais e conjuntos quaisquer, aprofundando constantemente meus conhecimentos	Gosto por matemática e também pela nobreza da profissão de professor.	Escolhi matemática porque é a área em que me destaco, mas nem sabia o que era licenciatura.	Porque desde o ensino médio eu me via ensinando. Meus professores me diziam que eu tinha cara de quem fazia matemática e quando vi eu já estava com uma vontade imensa de ser professor.	Era a minha segunda opção caso não passasse em engenharia.
Como você vê o curso Licenciatura em Matemática no IFSP aqui no campus? (corpo docente, disciplinas, grande curricular, ementa)	Desenvolvimento da relação entre professor e aluno: autoridade nos professores e receptividade nos alunos, conteúdos e disciplinas, como um todo; ementas, contidas nos planos de ensino semestrais, bem sequenciais	O curso todo é excelente, bons professores, grade, emenda, a meu ver, tudo com muita qualidade. O que não consigo entender é o critério avaliativo do setor socio-pedagógico no repasse dos auxílios.	Não sei como é esse curso em outras faculdades, mas o considero bom, bem completo, além de ter ótimos professores e que se preocupam com os alunos.	Aqui no campus vejo que é diferente das demais universidades. Ao contrario de muitos lugares, os professores estão dispostos, estão sempre querendo ajudar. As aulas são sempre mais didáticas, são sempre discutidas e os professores, mesmo fora dos horários de atendimento, estão dispostos a ajudar e tirar dúvidas. As disciplinas, principalmente após a nova grade, está bem estruturada. Estão separadas de maneira a favorecer os alunos, a qual tem grande qualidade em formar e criar novos professores.	Gostei da grade curricular aqui do curso, o ementário é cumprido conforme proposto. O que complica é a mudança de grade porque afeta diretamente os alunos que não optaram pela mudança da grade.
Suas concepções do IFSP antes de ser	Em termos de concepções anteriores	Como disse não conhecia o instituto até o ingresso.	Sim. Antes nem sabia que existia. Agora não	Sim. Antes de entrar, por o campus não ser tão conhecido, eu	Não tinha nenhuma concepção formada acerca do IFSP, mas

aluno aqui, teve alguma mudança?	ao ingresso, permaneceram todas		trocara o curso aqui por nenhum outro.	acreditava que o campus não fosse bom. Ou até mesmo os professores não fossem motivados e consequentemente os alunos não seriam bem formados. Após eu estar matriculado no IFSP, eu tive uma visão melhor e hoje indico a todos.	algumas coisas deixam a desejar como o caso dos estágios obrigatórios pois o IFSP não tem parceria com escolas e empresas.
Na sua concepção, qual diferencial, se houver, entre a formação de professores de Matemática nos IFs e nas Universidades?	Formados em Matemática podem executar especializações ou pós-graduação quando dão seguimento nos estudos	Não tenho informação sobre outras instituições para fazer essa comparação	Não sei como é nas universidades, mas pelo menos nesse IF eu acho que o diferencial está na atenção que os professores dão aos alunos.	Por o que ouço falar, a formação de professores nos Ifs é mais completa. Enquanto nas outras universidades costuma-se utilizar o método 3+1, aqui possui uma grade curricular mais ampla, o que favorece a formação dos professores. Outro ponto é por ouvir que em outras universidades não deixam os alunos tão a vontade e não possui tanto o dialogo entre professor e aluno, diferente aqui do IF.	Pra mim os professores de Universidades principalmente as públicas são voltados para a pesquisa e sinto falta disso aqui no IF
Nesse tempo de estudo aqui no IF, suas concepções iniciais sobre o curso teve mudança? Conte-nos	Gradualmente chegando a coisas cada vez mais complexas (como mudança de concepção): isso é lembrar uma	Em relação ao curso, as concepções estão em constante mudanças, no sentido que enquanto o conteúdo, agregado com a qualidades das	No começo não esperava muito do curso por ser em uma faculdade que nunca tinha ouvido falar antes, mas mudei de ideia rápido.	No inicio não gostava das matérias pedagógicas, não acreditava na necessidade das mesmas, mas com o passar do tempo tenho	Sim, pois não me aceitava na licenciatura pelo fato de ter vindo da Engenharia e com os estágios e alguns professores comecei a ter um novo olhar.

	aprendizagem significativa	aulas despertam cada vez mais interesse e desejo pelo conhecimento, o corte de recursos pelo governo (auxílios) e a distribuições dos mesmos pelo setor responsável me faz pensar em parar o curso para poder trabalhar e dar condições melhores para minha esposa e meus filhos.		aumentado o valor para essas disciplinas. O que eu não acreditava, hoje tenho acreditado.	
Qual pergunta relevante julgas necessário para esclarecimentos da sua formação como professor(a) de Matemática. E qual uma possível resposta para tal pergunta?	Há boas oportunidades de emprego como um licenciado em Matemática? / Centros de processamento de dados, por exemplo				Como fazer os alunos gostarem de matemática?
Informe algo que julgue relevante sobre o tema, Formação de Professores no IFSP, que não foi citado.	Interdisciplinaridade e formação sólida nas licenciatura	acredito que consegui falar um pouco de tudo que considero importante a cerca do curso e instituto.			Alguns professores muitas vezes esquecem que estão formando novos professores e querem utilizar métodos arcaicos de ensino como a “decobera”, isso é algo que me desmotiva muito.

APÊNDICE F – Resoluções dos alunos

22/02/20



INSTITUTO
FEDERAL
São Paulo
Câmpus
Araraquara

Licenciatura em Matemática
Prática pedagógica III - 1º semestre de 2017
Primeira lista de problemas

Professor Robinson Antão

1. Camila visitou as igrejas da Bahia, deixando um donativo de R\$ 100,0 em cada uma, e ainda lhe sobraram R\$ 400,00. Se tivesse deixado R\$ 150,00 em cada igreja, teria gasto R\$ 800,00 a mais do que possuía para as contribuições. Quantas igrejas Camila visitou e quanto gastou?
2. Fernanda resolve problemas de Matemática e ganha R\$ 10,00 por problema certo e paga multa de R\$ 7,00 por problemas errado. Resolveu 20 problemas e recebeu R\$ 132,00. Quantos problemas acertou e quantos errou?
3. Um pecuarista comprou 25 bois e 8 novilhos pela importância de R\$ 18.200,00. Calcule o preço de um boi e de um novilho sabendo que o preço de um boi mais o preço de um novilho é de R\$ 1.000,00.
4. De duas cidades, Bauru e São Paulo, que distam 315 Km, partem ao mesmo tempo dois trens. O de Bauru se dirige a São Paulo e o de São Paulo se dirige a Bauru; o primeiro com velocidade média de 60 Km por hora e o segundo, 45 Km por hora. Depois e quanto tempo os dois trens se cruzarão? E a que distância de Bauru?
5. Hoje, a soma das idades de um pai e de seu filho é 72 anos. Há 12 anos passados, a idade deste pai era 7 vezes a idade deste seu filho. Quais são as suas idades do pai e do filho hoje?
6. Durante uma viagem, um ônibus parou em um hotel para que seus ocupantes pernoitassem. A diária dos homens custou o dobro da diária das mulheres, e estas pagaram o triplo da diária as crianças. A despesa final foi de R\$ 195.000,00. Sabendo que eram 20 homens, 15 senhoras e 30 crianças, descubra o valor de cada diária (homem, mulher e criança).
7. De uma estação parte um trem de carga com velocidade média de 50 Km por hora. Após 3 horas, parte, da mesma estação e no mesmo sentido, um segundo trem, mais rápido, que alcança o primeiro após 5 horas de percurso. Qual é a velocidade média do segundo trem?
8. Eu tenho notas de R\$ 10,00, R\$ 5,00 e R\$ 50,00. Ao todo tenho R\$ 520,00 e as quantidades de moedas de cada espécie são iguais. Quantas notas tenho de cada valor?
9. Querendo distribuir uma caixa de laranjas entre vários meninos, uma pessoa calculou que poderia dar 11 laranjas para cada um e ainda lhe sobriam 4. Porém, um menino foi embora antes e assim cada uma recebeu 14 laranjas e ainda sobraram 3. Quantos eram os meninos e quantas as laranjas?
10. Duas torneiras despejam água num mesmo tanque. Funcionando sozinha, a primeira torneira enche o tanque em 2 horas, e a segunda, em 3 horas. Abertas simultaneamente, quanto tempo levam para encher o tanque?

JOÃO

3

Resolução - Lista 1

- 1) Se 100,00 em cada
400,00 sobram
Se 150,00
800,00 a mais do que promui

$$\begin{array}{r} 400 \\ + 800 \\ \hline 1200 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \\ 200 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ 24 \end{array}$$

$\therefore$ Gastou R\$240,00 e visitou 24 igrejas.

- 2) Resolheu 20 problemas = 200,00
Recebeu 132,00 $\begin{array}{r} - 132,00 \\ \hline 68,00 \end{array}$

Como a diferença do que ele teria ganhado com o que ele recebeu resulta na quantia que ele deixou de ganhar:

$$\begin{array}{r} 68 \overline{) 17} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \end{array}$$

$\therefore$ 4 erros e 16 acertos

- 3) 1 boi + 1 novilha = 1000,00
25 bois + 8 novilhas = 8000,00

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 8 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{l} 18200 - 8000 = 10200 \rightarrow 10 = \text{bois} \\ 10200 \div 17 = 600 \end{array}$$

17 bois a mais que novilhas

$$\therefore \begin{cases} \text{boi} = \text{R\$ } 600,00 \\ \text{novilha} = \text{R\$ } 400,00 \end{cases}$$

22/02/2017

4) Bauru — 315 km — São Paulo

Sem A Bauru $\rightarrow$ 60 km/h $\rightarrow$ São Paulo

Sem B São Paulo $\rightarrow$ 45 km/h $\rightarrow$ Bauru

Em uma hora andarão juntos 105 km.
Para que se cruzem, levarão 3 horas.

5) $x + y = 72$
 $7(x - 12) = y - 12 \Rightarrow x = \frac{y + 72}{7} \Rightarrow y = 7x - 72$

$$\begin{array}{rcl} x + (7x - 72) & = & 72 \\ 8x & = & 144 \\ x & = & 18 \end{array} \quad \begin{array}{l} / \\ y = 72 - 18 \\ y = 54 \end{array}$$

6) $\begin{cases} criança = x \\ homem = 6x \\ mulher = 3x \end{cases}$

despesa total = 195 000,00

20 homens	120x	} 195x
15 mulheres	45x	
30 crianças	30x	

$195.000 \div 195 = 1000$

$\therefore \begin{cases} homem = 6000,00 \\ mulher = 3000,00 \\ criança = 1000,00 \end{cases}$

22/02/2017

$$\begin{aligned} 7) \quad 150 + 250 &= 400 \\ 400 \div 5 &= \underline{80 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad 10 + 5 + 50 &= 520 \\ \frac{520}{65} &= 8 \end{aligned}$$

$\therefore$ São 8 notas de cada tipo.

$$\begin{aligned} 9) \quad 11x + 4 &= 14(x-1) + 3 & / & \quad 11 \cdot 5 + 4 = \underline{59 \text{ laranjas}} \\ 11x &= 14x - 14 - 1 & / & \\ -3x &= -15 & / & \\ x &= \underline{5 \text{ meninos}} & / & \end{aligned}$$

$\therefore$ São 5 meninos e 59 laranjas

$$10) \quad 1^a \rightarrow 2h = 1x \Rightarrow 1h = \frac{1}{2}x$$

$$2^a \rightarrow 3h = 1x \Rightarrow 1h = \frac{1}{3}x$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 1$$

$$\frac{3+2}{6}x = 1$$

$$\frac{5}{6}x = 1$$

$$\underline{x = 1,2}$$

$$1,2h = \underline{1h 12m}$$

$\therefore$ Levam 1 hora e 12 minutos.

29/03/2017.

22/02/2017

08/03/2017

Lista 2

Problema 1:

Seja $d(n)$ o número de divisores de inteiro n .
 Prove que $d(n)$ é ímpar se, e somente se, n é um quadrado perfeito.

n é quadrado perfeito
 $n = k^2; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \mathbb{N}$

k , sendo inteiro, pode ser escrito na forma:

$$k = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$$

Logo

$$n = k^2 = (p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n})^2 = p_1^{2\alpha_1} \cdot p_2^{2\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{2\alpha_n}$$

$$d(n) = \underbrace{(2\alpha_1 + 1)(2\alpha_2 + 1) \dots (2\alpha_n + 1)}_{n \text{ vezes}} \Rightarrow d(n) \text{ é ímpar}$$

$\therefore d(n)$ é ímpar, se n é quadrado perfeito.

Problema 2:

Quais são os números inteiros positivos que têm um número ímpar de divisores?

Os inteiros n , tal que n é quadrado perfeito.
 (como visto no problema 1).

08/03/2017

Problema 3:

Imagine n armários, todos inicialmente fechados, e n pessoas. A primeira pessoa abre todos os armários. A segunda fecha todos os ~~armários~~ armários que são múltiplos de 2. A terceira ~~pessoa~~ pessoa, por sua vez, altera o ~~estado~~ estado de todos os armários que são múltiplos de 3. De esse procedimento continuar até que n esgote as n pessoas, quais armários permanecerão abertos?

Todos os armários inicialmente estão fechados, logo para que um certo armário esteja aberto ao final, seu estado deve ser alterado um número ímpar de vezes.

Cada pessoa r altera o estado dos armários múltiplos de r .

Um armário k será alterado quando r for divisor de k .

Ao final um armário k terá sido alterado um número ímpar de vezes se o número de divisores de k ($d(k)$) for ímpar.

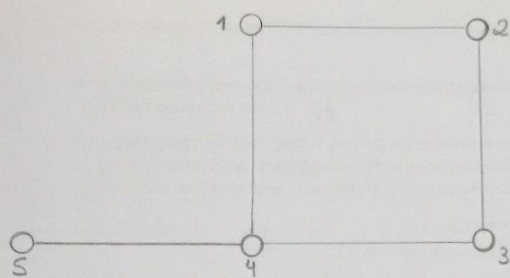
Como visto no Problema 1 $\rightarrow d(k)$ é ímpar $\Leftrightarrow k$ é quadrado perfeito.

$\therefore$ Ao final de todas as alterações estarão abertos os armários de número k , tal que k é quadrado perfeito.

29/03/2017-

Lina quer colorir as bolinhas da figura de azul, preto ou vermelho de modo que as bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes.

De quantas maneiras diferentes ~~uma~~ Lina pode colorir a figura?



Resolução:

3 cores

* Caso 1 e 3 sejam da mesma cor:

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{array} = 24 \text{ possibilidades}$$

↳ mesma cor que ①

* Caso 1 e 3 sejam de cores distintas:

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{array} = 12 \text{ possibilidades}$$

↳ qualquer cor, menos a cor de ①

∴ Lina pode pintar as bolinhas de $24 + 12 = 36$ maneiras diferentes.

29/03/2017

6 Termos esquecidos da P.A.

Uma *progressão aritmética*, costumeiramente chamada de P.A., é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com um valor fixo r chamado de diferença comum ou razão da progressão. Por exemplo, a sequência abaixo é uma progressão aritmética com termo inicial 3 e diferença comum 4.

$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 11, a_4 = 15, a_5 = 19, a_6 = 23, a_7 = 27, a_8 = 31, a_9 = 35, \dots$$

Veja que estamos denotando o número da posição i pelo símbolo a_i .

- a) Se o primeiro termo de uma progressão aritmética é 2 e sua diferença comum é 3, qual é o valor do quarto termo? **11**
- b) A professora de João pediu que ele calculasse o décimo primeiro termo de uma progressão aritmética. Infelizmente ele esqueceu qual era o termo inicial e a diferença comum. As únicas informações das quais ele lembrava eram:

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 207$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 553.$$

Quanto vale o décimo primeiro termo?

~~$a_{11} = a_1 + 10r$~~

109

~~$$a_4 + a_7 + a_{10} = 207 \Rightarrow a_1 + 3r + a_1 + 6r + a_1 + 9r = 207$$~~

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 207 \Rightarrow a_1 + 3r + a_1 + 6r + a_1 + 9r = 207$$

$$\begin{aligned} 3a_1 + 18r &= 207 \\ a_1 + 6r &= 69 \end{aligned}$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 553$$

$$a_1 + 4r + a_1 + 5r + a_1 + 6r + a_1 + 7r + a_1 + 8r + a_1 + 9r + a_1 + 10r = 553$$

$$7a_1 + 49r = 553$$

$$a_1 + 7r = 79$$

$$\begin{cases} a_1 + 7r = 79 \\ a_1 + 6r = 69 \end{cases} \Rightarrow r = 10$$

$$\hookrightarrow r = 10 \Rightarrow a_1 + 60 = 69 \Rightarrow a_1 = 9$$

~~$$a_{10} = a_1 + 9r \Rightarrow a_{10} = 9 + 9 \cdot 10 = 99$$~~

$$a_{11} = a_1 + 10r \Rightarrow a_{11} = 9 + 10 \cdot 10 = \mathbf{109}$$

29/03/2017

"Termos Esquecidos da P.A." - Resolução

$$\textcircled{a} \begin{cases} a_1 = 2 \\ n = 3 \end{cases} \quad a_4 = ?$$

$$a_2 = a_1 + r \Rightarrow a_2 = 2 + 3 = 5$$

$$a_3 = a_2 + r \Rightarrow a_3 = 5 + 3 = 8$$

$$a_4 = a_3 + r \Rightarrow a_4 = 8 + 3 = 11$$

$$\therefore a_4 = 11$$

$$\textcircled{b} \begin{cases} a_4 + a_7 + a_{10} = 207 \quad \textcircled{I} \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 553 \quad \textcircled{II} \end{cases} \quad a_{11} = ?$$

$$a_m = a_1 + (m-1)r$$

$$\textcircled{I} \Rightarrow a_1 + 3r + a_1 + 6r + a_1 + 9r = 207 \Rightarrow 3a_1 + 18r = 207 \Rightarrow a_1 + 6r = 69$$

$$\textcircled{II} \Rightarrow 7a_1 + 49r = 553 \Rightarrow a_1 + 7r = 79$$

$$\begin{cases} a_1 + 6r = 69 \\ a_1 + 7r = 79 \end{cases} \quad \textcircled{-}$$

$$r = 10 \Rightarrow a_1 = 9$$

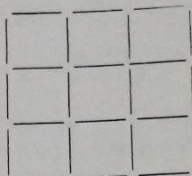
$$a_{11} = a_1 + 10r \Rightarrow a_{11} = 9 + 10 \cdot 10 \Rightarrow a_{11} = 109$$

$$\therefore a_{11} = 109$$

03/04/2017

9 Palitos formando quadrados

Na figura abaixo, Maria arrumou 24 palitos e formou um quadrado 3×3 .



$$2((3+1)3)$$

$$2n(n+1)$$

$$2n^2 + 2n$$

- a) Quantos palitos ela precisaria usar para formar um quadrado 4×4 ?

$$2 \cdot (4+1) \cdot 4 = 85 - 40$$

- b) Qual o lado do maior quadrado que ela conseguiria formar com 100 palitos? Se sobraem palitos, determine quantos.

$$2n^2 + 2n \leq 100$$

$$n^2 + n \leq 50$$

$$n^2 \leq 49$$

$$n \leq 7$$



~~resolva 4 palitos~~

6, sobraem 16 palitos

$$2n^2 + 2n \leq 100$$

$$n^2 + n \leq 50$$

$$n^2 + n - 50 \leq 0$$

$$n^2 + n - 50 = 0$$

$$\Delta = 1 + 200 = 201$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{201}}{2}$$

$$\frac{201}{67} \approx 3$$

$$201 \div 67 = 3$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{201}}{2}$$

$$n = \frac{-1 \pm 14, \dots}{2}$$

$$n = \frac{-1 \pm 15, \dots}{2}$$

$$n_1 = \frac{-1 \pm 13, \dots}{2}$$

$$2(7+1)7$$

$$14 \cdot 8 = 112$$

$$26$$

$$12 \cdot 8 = 96$$

$$2(6+1)6$$

$$12 \cdot 7 = 84$$

03/04/2017

"Palitos formando quadrados" - Resolução

$$(a) \quad 2(4+1) \cdot 4 = 8 \cdot 5 = 40 \text{ palitos}$$

$$(b) \quad p = 2n^2 + 2n$$

$$n=4 \Rightarrow 40 \text{ palitos}$$

$$n=5 \Rightarrow p = 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 \Rightarrow p = 60 \text{ palitos}$$

$$n=6 \Rightarrow p = 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 \Rightarrow p = 84 \text{ palitos } n=6$$

$$n=7 \Rightarrow p = 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7 \Rightarrow p = 112 \text{ palitos}$$

$\therefore$ Com 100 palitos pode formar um quadrado de lado igual a 6, e sobrarão 16 palitos.

17/04/2017

Dona Celina tem três filhos. Todo fim de semana ela visita os três. Nessas ocasiões ela distribui ovos frescos para seus filhos, ovos que tem₂ posta em uma cesta. A cesta nunca está vazia e nem carrega quantidades de ovos que não existem. Para o primeiro filho ela deixa metade dos ovos e mais meio ovo. O segundo filho recebe metade dos ovos que restam na cesta e mais meio ovo. Para o terceiro filho, metade dos ovos que restam na cesta e mais meio ovo. Todos os ovos da cesta são distribuídos e Dona Celina volta para a casa ~~com~~ com a cesta vazia. Quantos ovos haviam na cesta inicialmente?

Resolução:

$$\begin{cases} x: \text{número inicial de ovos na cesta.} \\ F_1: \text{número de ovos que o 1º filho recebe.} \\ F_2: \text{" " " " 2º filho recebe.} \\ F_3: \text{" " " " 3º filho recebe.} \\ F_1 + F_2 + F_3 = x \text{ (são entregues todos os ovos iniciais)} \end{cases}$$

$$F_1 = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$$

$$F_2 = \frac{x - \left(\frac{x+1}{2}\right) + \frac{1}{2}}{2} = \frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$$

$$F_3 = \frac{x - \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4}\right) + \frac{1}{2}}{2} = \frac{x-3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} = \frac{7x+7}{8}$$

$$x = F_1 + F_2 + F_3 = x \Rightarrow \frac{7x+7}{8} = x \Rightarrow x = 7$$

$\therefore$ Havia 7 ovos inicialmente na cesta.

1.4 Exercícios propostos

Resolvendo problemas

19/04/2017

Em todas as atividades deste material adotamos a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, propondo além disso um trabalho com problemas não-convencionais para a exploração de habilidades de pensamento.

A função desses problemas é motivar os alunos e garantir um espaço aberto à criatividade e à resolução mais livre. Propomos então que, ao planejar suas aulas para o volume 1, você selecione um ou dois desses problemas a cada semana e se lembre de estimular os alunos a discutir entre eles, trocar opiniões e sugestões, encontrar diferentes formas de resolução, finalizando o trabalho com uma discussão das diferentes soluções.

Entre as sugestões de problemas você vai encontrar:

- problemas de contagem (1 a 5), que envolvem o raciocínio combinatório e podem ser resolvidos pela contagem direta, por desenhos, ou diagramas de possibilidades;
- problemas de lógica (6 a 8), enigmas que devem envolver raciocínio lógico dedutivo e, em geral, se resolvem através da organização de uma tabela ou um esquema;
- outros problemas de texto (9 a 12) que exigem estratégias informais de resolução.

Se você quiser mais problemas desse tipo, procure nos livros didáticos acima indicados as seções intituladas: Super legal, Brincando com números, Calculando, Desafio, Seção livre.

Sugestões de problemas

- 1 De quantos modos diferentes podemos sentar cinco pessoas em um Pálio? $5! = 120$
- 2 Para ir de minha casa à escola, tenho três caminhos diferentes: passando pela padaria, passando pela igreja ou atravessando a ponte. Eu posso ir à escola de bicicleta ou a pé.
 - De quantas maneiras diferentes posso ir de casa para a escola? $2 \times 3 = 6$ maneiras
- 3 Durante a semana, minha mãe faz para o almoço três pratos; um deles é arroz ou macarrão, outro é carne ou frango e o terceiro é salada de folhas ou salada de legumes.
 - Quantas formas diferentes minha mãe tem para organizar o cardápio do almoço?

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

19/04/2017

8) Quinta, dia 24, 20:10 - Janeiro

$$\begin{cases} b = a - 1 \xrightarrow{a=4} b = 3 \\ L = 2b \rightarrow L = 2(a-1) \Rightarrow L = 2a - 2 \\ L = a + 2 \end{cases}$$

$$2a - 2 = a + 2 \Rightarrow a = 4$$

$\therefore$ São 4 alunos e 3 bancos.

10)

11) 29 dias
chove manhã $\rightarrow$ chove tarde

$\neg$ choveu 7 manhãs $\Rightarrow$ choveu 22 manhãs

$\neg$ choveu 4 tardes $\Rightarrow$ choveu 25 tardes

choveu 22 manhãs $\Rightarrow$ choveu 22 tardes $\Rightarrow$ 22 dias inteiros de chuva

choveu 25 tardes $\Rightarrow$ choveu 3 dias 16 tarde

$\therefore$ choveu 16 tarde : 3 dias

choveu o dia inteiro : 22 dias

12) $45 \rightarrow 2$

$x \rightarrow 3$

$3x = 30$

$x = 30$

$\therefore$ Devem ser libertados 15 homens.

Exercícios propostos

1. Um show de música será constituído de 3 canções e 2 danças. De quantas maneiras distintas pode-se montar o programa, de forma que o show comece com uma canção, termine com uma canção e as duas danças não sejam uma imediatamente seguida da outra?
2. Antigamente, as placas dos automóveis constavam de duas letras e quatro algarismos. Quantas placas podiam ser fabricadas com as letras P, Q e R e os algarismos 0, 1, 7 e 8?
3. Sabendo-se que o segredo de um cofre é uma sequência de 4 algarismos distintos e o primeiro algarismo é igual ao triplo do segundo, qual o maior número de tentativas diferentes que devemos fazer para conseguir abri-lo?

17/05/2017

① $\boxed{C} \boxed{D} \boxed{C} \boxed{D} \boxed{C}$
 $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$

② LL-AAAA
 $3L, 4A$
 $3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 9 \cdot 16 \cdot 16 = 2304$

③ $\boxed{3x} \boxed{x} \boxed{y} \boxed{z}$
 $0 \rightarrow 9$
 $3x < 9$
 $x < 3 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$

$4 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10 = 16 \cdot 100 = 1600$

④ $\boxed{3} \boxed{5} \boxed{7}$
 $\boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1}$
 $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 15 \cdot 24 = 360$

⑤ $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \boxed{d}$ 1, 2, 3, 4, 5, 6
 $a \neq b \neq c \neq d$
 $d = 5$
 $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 5 \cdot 12 = 60$

⑥ $\boxed{\uparrow} \boxed{\uparrow} \boxed{\uparrow} \boxed{\uparrow} \boxed{\uparrow}$
 $\boxed{\downarrow} \boxed{\downarrow} \boxed{\downarrow} \boxed{\downarrow} \boxed{\downarrow}$
 $\boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1}$
 $\boxed{3} \boxed{2} \boxed{1}$
 $24 \cdot 6 \cdot 6 = 24 \cdot 36 = 864$

⑦ $1 \rightarrow 9$

$\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c}$
 $9 \geq a \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ a=6 \\ a=7 \\ a=8 \\ a=9 \end{cases}$
 $5 \cdot 8 \cdot 7 = 40 \cdot 7 = 280$

⑧ $4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 \cdot 24 \cdot 9 = 32 \cdot 216 = 6912$

⑨ $\begin{cases} 10b \\ 7a \\ 12c \end{cases}$ $\boxed{x} \boxed{y} \rightarrow \begin{cases} 3b+ \\ 2a+ \\ 4c+ \end{cases}$

$2 \cdot 3b = 6b \rightarrow 10b - 6b = 4b$
 $2 \cdot 2a = 4a \rightarrow 7a - 4a = 3a$
 $1 \cdot 4c = 8c \rightarrow 12c - 8c = 4c$

X $\begin{array}{ccc|c} 3b & 2a & 4c & 3b \cdot 2a \cdot 4c = 24abc \\ 4b & 3a & 5c & 4b \cdot 3a \cdot 5c = 60abc \\ 5b & 4a & 6c & 5b \cdot 4a \cdot 6c = 120abc \\ 6b & 5a & 7c & 6b \cdot 5a \cdot 7c = 210abc \\ 7b & 6a & 8c & 7b \cdot 6a \cdot 8c = 336abc \\ \hline S. 4 \cdot S = 100 \end{array}$

Problema gerador (P.G.) - 1º ano: informática

05/06/2017

Participando do programa de televisão "Responde e Ganha", o participante ganha uma quantidade de dinheiro para cada resposta certa. Pela primeira certa o participante ganha R\$ 150,00; pela segunda R\$ 300,00; e na terceira R\$ 600,00 e assim sucessivamente.

a) Qual será o valor recebido pela décima pergunta respondida corretamente?

b) E pela vigésima respondida corretamente?

Resolução:

$$\textcircled{a} \quad (150, 300, 600, \dots) \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \quad \xrightarrow{\times 2} \\ a_1 = 150 \\ a_2 = 2a_1 = 300 \\ a_3 = 2a_2 = 2(2a_1) = 2^2 a_1 \\ \vdots \\ a_n = 2^{n-1} a_1 \end{array}$$

$$\therefore a_{10} = a_1 \cdot 2^9 = 150 \cdot 512 = 76.800$$

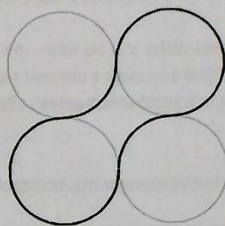
$\therefore$ Recebe R\$ 76.800,00 pela décima pergunta.

$$\textcircled{b} \quad a_{20} = a_1 \cdot 2^{19} = 150 \cdot 524288 = 76.643.200$$

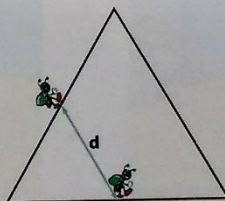
$\therefore$ Recebe R\$ 76.643,00 pela vigésima pergunta

Tarefa 7 – relação de problemas

1. Ao prolongar, em ambas as direções, os lados de um quadrado de comprimento igual ao raio da circunferência circunscrita ao quadrado, serão obtidos os vértices de um novo polígono. Esse polígono é regular? Qual é a expressão que relaciona as áreas dos dois polígonos?
2. Na figura os quatro círculos são tangentes e seus centros são vértices de um quadrado de lado a . Qual é o comprimento da linha destacada?



3. Considere todos os triângulos com área A , verifique o que possui o menor perímetro é o triângulo equilátero. Quais são as dimensões do triângulo que possui o maior perímetro? Qual é a função que representa essa variação geométrica?
4. Duas formigas partiram ao mesmo tempo e em direções diferentes de um mesmo vértice de um triângulo equilátero de lado 2 cm . Elas caminharam sobre os lados do triângulo à velocidade de 1 cm/s , até retornar ao vértice inicial. Construa o gráfico que descreve a distância d entre as duas formigas em função do tempo.

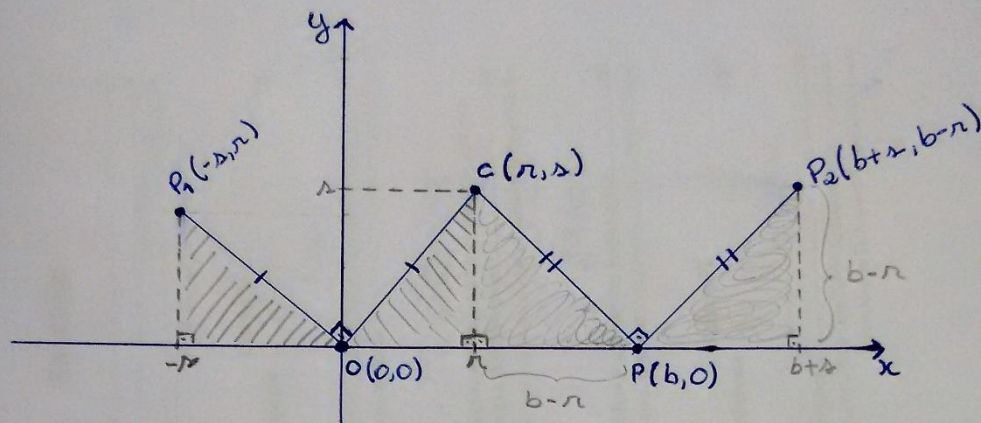


Resolva esse mesmo problema considerando um polígono regular de n lados.

5. Um quadrado 11×11 pode ser decomposto em cinco retângulos cujos lados devem ser medidas da lista: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Porém, cada número só pode ser usado para a medida de um retângulo. Encontre uma solução para a decomposição do quadrado.
6. Quatro homens que possuem cavalos de corrida moram em casas situadas em A, B, C e D de tal maneira que ABCD é um trapézio escaleno. Eles resolveram construir uma pista circular para realizar corridas a cavalo de tal maneira que a pista fique a igual distância da casa de cada um deles. Desenhe essa pista situando as quatro casas dos quatro homens.

14/06/2017

O Geogebra: Problema 11 - Resolução



- O: laverna
- P: pedra
- C: coqueiro
- P₁: marcação 1
- P₂: marcação 2

T: tesouro $\rightarrow$ T é ponto médio de P₁ e P₂.

Logo $T = \frac{P_1 + P_2}{2} \Rightarrow T = \frac{(-s, n) + (b+s, b-n)}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2} \right)$

$\therefore$ O tesouro $T = \left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2} \right)$ não depende das coordenadas do coqueiro (C(n,s)).

1 - 150	$a_2 = 1.01$
2 - 300	$a_3 = 4.01$
3 - 600	$a_4 = 8.01$
4 - 1200	$a_5 = 16.01$
5 - 2400	$a_6 = 32.01$
6 - 4800	$a_7 = 64.01$
7 - 9600	$a_8 = 128.01$
8 - 19,200	
9 - 38,400	
10 - 76,800 →	
11 - 153,600	
12 - 307,200	
13 - 614,400	
14 - 1,228,800	
15 - 2,457,600	
16 - 4,915,200	
17 - 9,830,400	
18 - 19,660,800	
19 - 39,321,600	
20 - 78,643,200 →	