ACURÁCIA E PRECISÃO: REVENDO OS CONCEITOS DE FORMA ACURADA

Accuracy and Precision: reviewing the concepts by means of an accurate procedure

JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO[1]
ALUIR PORFÍRIO DAL PÓZ[1]
MAURÍCIO GALO[1]
MARCELO CARVALHO DOS SANTOS[2]
LEONARDO CASTRO DE OLIVEIRA.[3]

[1]UNESP / FCT - Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Cartografia
{galera, aluir, galo}@fct.unesp.br
[2]Department of Geodesy and Geomatics Engineering
UNB – University of New Brunswick, Canada
msantos@unb.ca
[3]Seção de Ensino de Engenharia Cartográfica
Instituto Militar de Engenharia - IME
leonardo@ime.eb.br

RESUMO

Os conceitos de acurácia, que envolve tanto efeitos sistemáticos quanto aleatórios, e de precisão, envolvendo apenas efeitos aleatórios, são revistos neste artigo. Apresenta-se uma discussão objetiva das definições encontradas na literatura, acompanhada de alguns exemplos numéricos elucidativos, que visam clarificar os conceitos e propiciam a extensão para outras aplicações. A discussão apresentada visa levantar eventuais inconsistências nas interpretações, objetivando proporcionar melhor adequação de uso àqueles envolvidos com esse assunto, que é de importância fundamental na análise de qualidade de produtos cartográficos, geodésicos e os obtidos por imageamento, seja por fotogrametria ou sensoriamento remoto.

Palavras-chaves: Acurácia; Precisão; Tendência; Efeitos Sistemáticos e Aleatórios.

ABSTRACT

Accuracy concepts that involve systematic and random effects and precision, that involves only random ones, are reviewed in this paper. An objective discussion is presented based on the definitions that appear in the literature, followed by

examples that may be enough to clarify some concepts and allow the extension for other applications. The discussion presented aims at raising eventual inconsistencies in the interpretations so as to provide better possibilities of use for those involved with this topic, which is fundamentally important in the quality analysis of cartographic, geodetic and remote sensing or photogrammetric products.
Keywords: Accuracy; Precision; Bias; Systematic and Random Effects.

1. INTRODUÇÃO

Nas áreas de Ciências Geodésicas e Cartográficas é muito comum encontrar o termo acurácia, o qual é utilizado para indicar a qualidade de uma grandeza observada ou parâmetro estimado. Com freqüência similar comparece o termo precisão. No entanto, a interpretação dos mesmos nem sempre tem sido de acordo com suas definições, quer seja na literatura internacional, quer nacional. Por outro lado, é interessante observar que grande parte dos textos chama a atenção sobre interpretações errôneas de alguns desses conceitos. Desta forma, objetiva-se com esse artigo reapresentar as definições, acompanhadas de discussões e exemplos que procuram evidenciar algumas inconsistências, proporcionando àqueles envolvidos com o tema maior clareza na interpretação e melhor adequação no uso.

Para alcançar os objetivos propostos serão apresentadas algumas definições e diferentes exemplos, de acordo com alguns textos disponíveis, para em seguida mostrar, quando existir, as inconsistências dos mesmos. Seguindo essa linha, numa evolução natural e de forma simples, os conceitos serão apresentados e discutidos, acompanhados de exemplos para ilustração.

2. ALGUMAS DEFINIÇÕES ENCONTRADAS NA LITERATURA

Para iniciar a discussão sobre o tema, é importante lembrar que qualquer medida está sujeita aos mais variados tipos de erros, quer seja de natureza grosseira, sistemática ou aleatória (randômicos). Os erros grosseiros, em geral, podem ser eliminados quando detectados e não serão objetos de discussão neste trabalho, uma vez que sua ausência não prejudicará o propósito desse artigo. Como conseqüência dos erros sistemáticos e aleatórios, o valor verdadeiro de uma grandeza, a rigor, nunca é conhecido, muito embora a qualidade de uma medida, grandeza ou parâmetro possa ser melhor que a de outra. Pode-se afirmar então que, teoricamente, o valor verdadeiro de uma grandeza é um conceito abstrato. Na prática, no entanto, pode-se dispor de uma grandeza com qualidade superior a outra, podendo-se considerá-la como de referência (por exemplo, um valor obtido externamente ao ensaio de interesse, como os pontos de verificação em uma aerotriangulação) ou verdadeira (por exemplo, um valor teórico, em que a soma dos ângulos um triângulo plano é igual a 180º ou ainda um erro de fechamento nulo numa rede de nivelamento fechada).

Apresenta-se a seguir algumas definições e interpretações que comparecem em alguns textos relacionados com ajustamento de observações e suas aplicações.

Mikhail e Ackermann (1976, p. 64) apresentam acurácia como sendo o grau de proximidade de uma estimativa com seu parâmetro (ou valor verdadeiro), enquanto precisão expressa o grau de consistência da grandeza medida com sua média. Esses autores acrescentam que acurácia reflete a proximidade de uma grandeza estatística ao valor do parâmetro para o qual ela foi estimada e que precisão está diretamente ligada com a dispersão da distribuição das observações.

Ainda os mesmos autores discutem esses conceitos tomando como base a Figura 1 (MIKHAIL e ACKERMANN, 1976 p. 44). Eles afirmam que precisão pode ser definida como o grau de conformidade entre as séries de observações da mesma variável aleatória, e que a dispersão da distribuição de probabilidade é um indicador da precisão. Baseado na Figura 1, os mesmos autores afirmam que a estimativa p_2 é a menos precisa e que a estimativa p_3 é a mais precisa. Em termos de acurácia ratificam que ela pode ser definida como o grau de proximidade que uma estimativa tem de seu parâmetro, ou seja, proximidade do valor verdadeiro. Acrescentam que p_1 e p_2 são igualmente acurados, pois estão assumindo p como referência, mas que nenhum deles é tão preciso quanto p_3. Alguns problemas começam a comparecer a partir desta última afirmativa. Trata-se, no entanto de uma contradição fácil de ser solucionada. Problema maior ocorre com ilustrações semelhantes à mostrada na Figura 2, extraída de uma página da internet, muito popular (http://en.wikipedia.org/wiki/Accuracy_and_precision), podendo levar os seus leitores à interpretações errôneas.

Figura 1: Acurácia e Precisão (MIKHAIL e ACKERMAN, 1976).

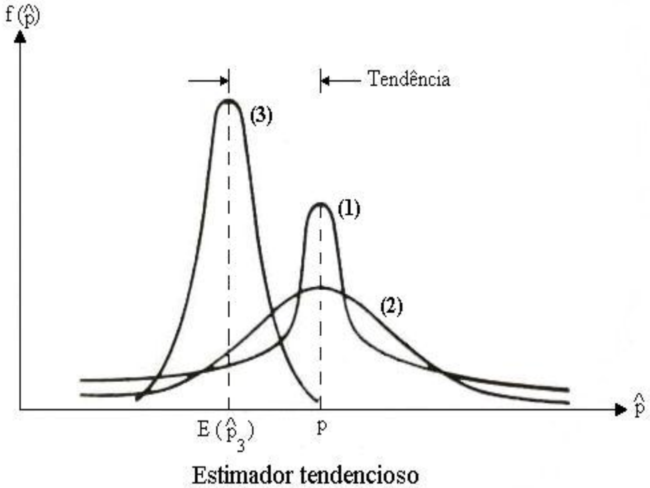
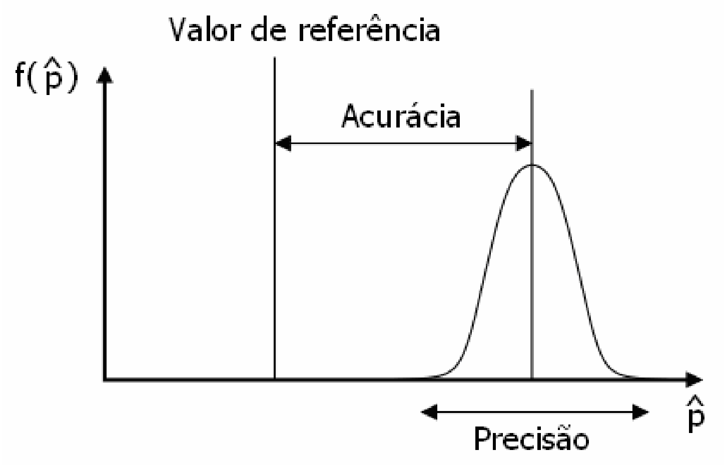


Figura 2: Acurácia e precisão (Fonte: Wikipédia).



Analisando a Figura 2 e considerando as definições apresentadas na página mencionada, observa-se que a acurácia é tomada como sendo o afastamento entre o valor de referência e o valor estimado, e a precisão a dispersão do valor estimado. O leitor deve então considerar com atenção os conceitos que permeiam essas duas figuras e confrontá-los com as definições apresentadas.

Visando iniciar uma reflexão juntamente com o leitor, afirma-se inicialmente que p_1 e p_2 da Figura 1 não são igualmente acurados. Isso deverá ficar claro no transcorrer do texto, usando as próprias definições apresentadas por Mikhail e Ackermann (1976). Esses autores afirmam que a diferença entre precisão e acurácia advém da presença de erros sistemáticos, que se manifestam como uma tendência constante ou variável com tempo, afetando a estimativa (como o assunto deste artigo trata de uma tendência constante, doravante usaremos tendência apenas com esse sentido). Acrescentam que na precisão se consideram apenas efeitos aleatórios, enquanto a acurácia inclui não só os efeitos aleatórios, mas também os sistemáticos. Mikhail e Ackermann (1976) apresentam uma medida de acurácia proposta por Gauss, denominada erro quadrático médio (EQM), em inglês "mean square error" (MSE) dada por:

$$MSE = m^2 = E\left\{\left(\hat{p} - E\{\hat{p}\}^2\right)\right\} = \sigma_p^2 + (b)^2 \cong \sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i^2}{n} \quad (1),$$

onde σ_p^2 representa a dispersão das medidas (variância ou incerteza) e *b* representa a tendência ou vício do estimador. Essa expressão, para amostras grandes, é praticamente igual à média quadrática dos erros (ε), onde ε é a diferença entre um valor observado (ou medido) e o tomado como referência (conhecido). Embora essa medida de acurácia possa ser usada, uma melhor forma de avaliar a acurácia é em termos de dois parâmetros independentes, quais sejam: tendência e precisão (incerteza), possibilitando que haja discriminação entre erros aleatórios e sistemáticos. Diante do que foi exposto por Mikhail e Ackermann (1976) e pela Eq. 1, fica evidente que p_1 é mais acurada que p_2, uma vez que quando não há tendência, acurácia e precisão se confundem e a dispersão (incerteza) em p_1 é a menor.

Na Figura 2 o problema está relacionado com a interpretação errônea de que a acurácia é apenas igual à tendência, sem levar em consideração a dispersão (precisão) da mesma. Logo, essa figura, apesar de ser bastante difundida para explicar os conceitos de acurácia e precisão, leva a uma interpretação errônea do conceito, uma vez que a estimativa da acurácia envolve tanto a tendência quanto a precisão.

Andrade (2003, p. 114-117) também apresenta o conceito de precisão e exatidão, esse último tomado como o sinônimo de acurácia. Os conceitos são apresentados com exemplos clássicos de tiro ao alvo, bastante utilizados. Depreende-se do texto que acurácia está associada apenas com erros sistemáticos e precisão com a dispersão das medidas, ou seja, erros aleatórios. Logo, Andrade (2003) e (Mikhail e Ackerman, 1976) não estão totalmente concordantes. Apenas o conceito de precisão pode ser considerado consistente entre eles. A mesma observação pode ser feita ao consultar-se Wolf e Ghilani (1997).

Ainda, Gemael (1994, p. 63) apresenta o conceito de precisão, de acordo com uma das interpretações de Mikhail e Ackerman (1976), baseadas na equação (1), qual seja: precisão está vinculada apenas aos efeitos aleatórios ao passo que a acurácia vincula-se com os efeitos sistemáticos e aleatórios (tendência e sua dispersão). Essa mesma análise pode ser observada em Bussab e Morettin (1987, p. 216) onde uma equação análoga à Eq. 1 é apresentada e a tendência é denominada de viés.

3. CONSOLIDANDO A DEFINIÇÃO

Considerando-se a definição original de Gauss, não há dúvida de que o termo acurácia envolve tanto erros sistemáticos como aleatórios, enquanto precisão está unicamente vinculada com erros aleatórios. A questão que se apresenta então é como interpretar essa definição sem incorrer em contradições. Se acurácia envolve ambos os efeitos (sistemático e aleatório) e precisão somente os aleatórios, o termo acurácia por si só envolve a medida de precisão. Ou seja, para um conjunto de medidas que não apresenta erros sistemáticos, os valores de acurácia e precisão se confundem. Desta forma, a correta interpretação da Figura 1, conforme já citado e com base em Mikhail e Ackerman (1976) e Wolf e Ghilani (1997), por exemplo, é que p_1 e p_2 não são igualmente acurados. O que ocorre é que os dois parâmetros não apresentam tendência, ou se existirem, elas devem ser iguais. Além disso, p_1 e p_2

apresentam precisões distintas. Logo, para os casos em que não há tendência, a acurácia se resume à medida precisão.

Outro fato importante a acrescentar é que, teoricamente, não há necessidade de dizer análise da acurácia e da precisão, tal como comparece em muitos exemplos na literatura. Dizer apenas análise da acurácia já seria o suficiente, uma vez que engloba tanto a análise de erros sistemáticos quanto aleatórios. Um exemplo que desmistifica e consolida esse conceito, no escopo da Cartografia, como aplicada no Brasil, envolvendo a análise do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC), pode ser encontrado em Tommaselli, Monico e Camargo (1989). Outro trabalho nessa linha, e também no contexto de análise da acurácia de produtos cartográficos, pode ser visto em Merchant (1982). A partir destes exemplos pode-se notar que a análise da acurácia de um documento cartográfico é realizada em termos de tendência e precisão.

O leitor já deve ter percebido que em muitos textos o termo acurácia é confundido com tendência, sem considerar sua dispersão. Em diversas referências percebe-se a seguinte conclusão: se não há tendência, o parâmetro é acurado. Ora, isto vai contra a definição de acurácia, a qual envolve os dois efeitos.

3.1 Exemplos Numéricos Simulados

A seguir, são apresentados alguns exemplos visando elucidar um pouco mais sobre os conceitos apresentados relativos a acurácia e precisão. O tratamento dado nesses exemplos não é complexo, e recomenda-se aos leitores, caso desejarem ter uma visão mais abrangente, por exemplo, utilizando as ferramentas de análise estatística, que consultem os primeiros seis capítulos de Gemael (1994).

1) Uma grandeza considerada padrão para as medidas métricas é o metro. Supõe-se então que se dispõem desse padrão (tomado como valor verdadeiro) e que o mesmo foi medido com diferentes instrumentos (A, B e C), os quais apresentam diferentes níveis de qualidade, aqui denominado de precisão, já que se assume *a priori* que os instrumentos não apresentam tendência e que as medidas seguem a distribuição normal. Sejam os seguintes casos: O instrumento A apresenta precisão nominal (do fabricante) de 0,10 cm. A média amostral x, obtida a partir de 5 medidas (L_1; L_2; L_3; L_4 e L_5) foi de 100,00 cm;
2) O instrumento B apresenta precisão nominal de 0,05 cm. A média amostral obtida a partir de 5 medidas foi de 100,06 cm;
3) O instrumento C apresenta precisão nominal desconhecida. As 5 medidas coletadas durante a amostragem foram as seguintes (cm): L_1=100,06; L_2=99,95; L_3= 100,03; L_4= 99,94; L_5=100,02.

Qual desses três instrumentos apresenta melhor acurácia? A resposta para essa questão, tal como já citado, requer alguns fundamentos de estatística. Por exemplo, caso ocorra tendência, deve-se avaliar se ela é significativa ou não. Para tanto, precisa-se construir um intervalo de confiança para a média populacional μ (representando o valor verdadeiro), tomando como base a média amostral x, o desvio padrão (da população ou da amostra) e o nível de significância α considerado. Para o caso em que o desvio padrão populacional σ é conhecido, numa amostra de tamanho n, adota-se a variável aleatória z da distribuição normal, considerando um determinado valor de α. O intervalo de confiança para a média populacional μ pode ser representado matematicamente pela expressão (Gemael, 1994):

$$P\left(x - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z \le \mu \le x + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z \right) = 1 - \alpha \, . \qquad (2).$$

Se o valor estimado para a média μ estiver inserido nesse intervalo, considera-se que não há tendência ao nível de probabilidade (1 - α). Quando o desvio padrão não é conhecido, a distribuição normal é substituída pela t de Student, e o desvio padrão populacional é substituído pelo desvio padrão amostral (S_x,), além da consideração do número de graus de liberdade (pois se perde um grau de liberdade ao se utilizar S_x,).

De imediato pode-se verificar que no primeiro caso o instrumento A não apresenta tendência já que a média amostral x é igual ao valor conhecido de 100 cm. O resultado da medida apresenta acurácia igual à precisão da média amostral, dada por:

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (3).$$

Neste caso, obteve-se o valor de 0,045 cm (considerando que a precisão da média é igual a precisão do instrumento dividida pela raiz quadrada do número de medidas efetuadas, ou seja: 0,10/$\sqrt{5}$).

No tocante ao instrumento B existe uma tendência de 0,06 cm (oriunda da diferença entre a média amostral e o valor conhecido), a qual deve ser avaliada para verificar se é significativa ou não. A precisão da média amostral é dada pela Eq. 3, proporcionando o valor de 0,022 cm. Como a precisão do equipamento é conhecida (0,05 cm), pode-se construir o intervalo de confiança dentro do qual o valor médio μ deve estar contido. O intervalo de confiança será baseado na distribuição normal. Para o caso em questão, e adotando um nível de significância α de 5%, o intervalo de confiança é dado por:

$$P\left(100{,}06 - \frac{0{,}05}{\sqrt{5}} * 1{,}96 \le \mu \le 100{,}06 + \frac{0{,}05}{\sqrt{5}} * 1{,}96 \right) = 95\%$$

$$P(100{,}016 \leq \mu \leq 100{,}103) = 95\%$$

Como o valor verdadeiro (usado com referência) de 100 cm não está contido no intervalo de confiança calculado a partir do valor médio das medidas, a tendência de 0,06 cm obtida pelo instrumento B é considerada significativa para a probabilidade de 95%.

Com respeito ao instrumento C, deve-se calcular a média amostral x, a precisão amostral S (ou seja, o desvio padrão das amostras) e a precisão da média S_x, uma vez que não se conhece a precisão do equipamento. Neste caso obtém-se 100,00 cm e 0,052 cm como média e desvio padrão de uma observação isolada, respectivamente. O desvio padrão da média, calculado pela Eq. 3, é igual a 0,023 cm. Dos resultados obtidos depreende-se que não há tendência e que a precisão coincide com a acurácia.

Da forma como foram apresentados os resultados, o leitor poderá observar que a medida de acurácia a pode também ser dada como a tendência b associada com sua precisão σ_x, ou seja:

$$a = b \pm \sigma_x \,. \tag{4}$$

O leitor deverá estar atento para os casos em que deverá substituir σ_x por S_x, isto é, desvio padrão populacional pelo amostral.

Outra forma de avaliar a acurácia para o caso em questão advém, conforme já apresentado, da aplicação direta da Eq. 1 (com extração da raiz quadrada). A Tabela 1 proporciona um resumo dos resultados, que permite concluir que o instrumento C é o que proporciona resultados mais acurados.

Tabela 1: Resumo das medidas de tendência, precisão e acurácia (cm) para os exemplos considerados.

Instrumento	Tendência	Precisão	Acurácia (Eq.4)	Acurácia (Eq.1)
A	0,00	0,045	0,00 ± 0,045	0,045
B	0,06	0,022	0,06 ± 0,022	0,064
C	0,00	0,023	0,00 ± 0,023	0,023

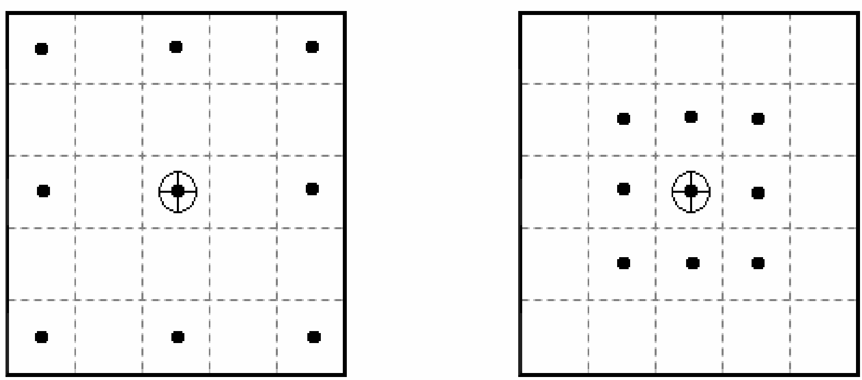
A relevância em se detectar a existência de tendência num conjunto de medidas ou num sistema está vinculada com o fato de se tornar possível identificar problemas no equipamento de medida (devido a, por exemplo: falta de calibração e desgaste natural) ou no modelo vinculado ao sistema sendo usado (por exemplo, parametrização inadequada). Isto é muito importante nas análises vinculadas ao estabelecimento de novas tecnologias e metodologias. Por exemplo, se o equipamento B fosse corrigido de sua tendência, ele proporcionaria o conjunto de medidas com melhor acurácia, tendo presente apenas erros aleatórios, caso em que a acurácia se confunde com precisão.

No entanto, na maioria dos casos cotidianos e práticos não se tem valores de referência para avaliar a tendência. Dessa forma, vários procedimentos foram desenvolvidos nas áreas de Geodésia, Cartografia, Fotogrametria e ciências correlatas, visando reduzir erros sistemáticos durante a coleta de dados, bem como durante o processamento envolvendo o ajustamento dos dados, a partir da introdução de parâmetros adicionais. Vale ressaltar que do resultado do ajustamento obtêm-se medidas de precisão, a partir da matriz variância e covariância (MVC). Se o modelo funcional adotado for adequado, sabe-se que o estimador do método dos mínimos quadrados (MMQ) não é tendencioso (Gemael, 1994, p. 73), fazendo com que os valores da acurácia e da precisão se confundam.

3.2 Exemplos para Ilustração Visual

É muito comum na literatura a apresentação do conceito de acurácia e precisão a partir de exemplos de tiros ao alvo. Para tanto, observe as Figuras 3 e 4, onde o objetivo de 4 atiradores A, B, C e D é acertar o alvo. Embora o exemplo da ilustração seja algo que dificilmente ocorreria na prática, espera-se que ele auxilie na fixação dos conceitos e discussões apresentadas. Na Figura 3, a média dos resultados advindos do atirador A coincide exatamente com o centro do alvo, caracterizando tendência nula. O mesmo acontece com o atirador B, cujos tiros apresentam menor dispersão (melhor precisão) que o atirador A. Logo, o atirador B é mais preciso que o atirador A, e também mais acurado, muito embora ambos tenham tendência nula.

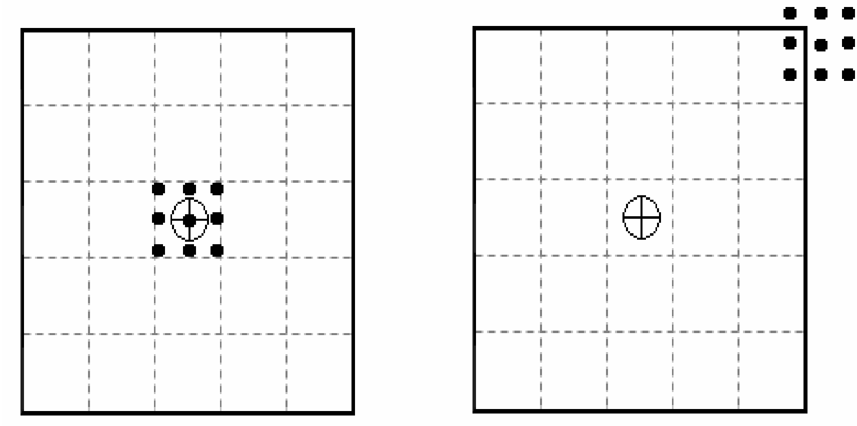
Figura 3: Tiro ao alvo para ilustrar acurácia e precisão – sem tendência.



Atirador A Atirador B

A Figura 4 ilustra o caso de dois atiradores, um sem tendência (atirador C) e outro com tendência (atirador D). Os dois apresentam nível de precisão semelhante, mas o atirador C é mais acurado que o atirador D. Isto porque, como já citado, a acurácia leva em consideração efeitos sistemáticos e aleatórios e, deste modo, a tendência do atirador D deteriora a qualidade de seus resultados.

Figura 4: Tiro ao alvo para ilustrar acurácia e precisão – com e sem tendência.



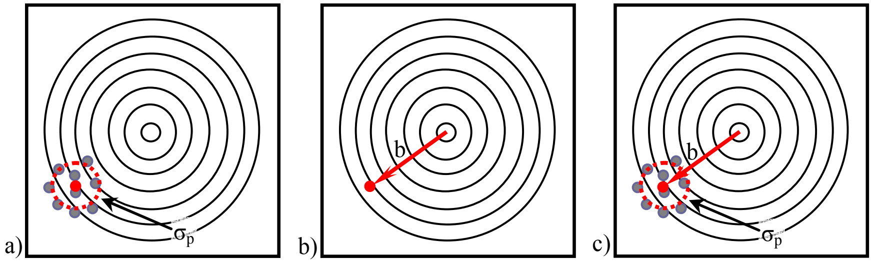
Atirador C Atirador D

Da análise das Figuras 3 e 4, e com base na medida de acurácia proposta por Gauss (Eq. 1), pode-se dizer que o atirador mais acurado é o C. A tendência presente nos tiros do atirador D pode advir de problema com a mira do equipamento com o qual foram realizados os disparos, podendo ela ser eventualmente corrigida. Se tal correção for possível, e o atirador D manter a mesma dispersão nos tiros, C e D seriam igualmente acurados. Mas, da forma como mostram as Figuras 3 e 4, entre os 4 atiradores, C e D são, respectivamente, os que apresentam a melhor e pior acurácia. Intermediariamente tem-se os atiradores B e A. Em termos de precisão, tem-se a seguinte ordem em termos da melhor (menor dispersão) para a pior precisão (maior dispersão): C=D, B e A

A Figura 5, mostrada na seqüência, procura ratificar para o leitor, ainda de modo gráfico, os efeitos de precisão, tendência e a combinação deles.

Como pode ser observado na Fig. 5a, é mostrada a dispersão dos dados amostrais, representado por σ_p na Eq. 1. Na Figura 5b é dado destaque à tendência (termo b na Eq. 2) e em (5c) o efeito conjunto, que é associado a acurácia. Deste modo, pode-se notar novamente que na ausência de tendência, a acurácia se confunde com a precisão, ou seja, assumindo que b=0, pela Eq. 1 tem-se que a acurácia se reduz a $MSE = m^2 = \sigma_p^2$.

Figura 5: a) Dispersão (σ_p) dos dados disponíveis; b) Valor médio representativo da amostra disponível e tendência (b - *bias*) e c) Acurácia, incorporando os efeitos de tendência (b) e a precisão da amostra (σ_p). Figura baseada em Bussab e Morettin (1987).



4. USANDO OS CONCEITOS NA PRÁTICA

Nessa seção é apresentado um exemplo que envolve a análise de qualidade de um conjunto de coordenadas (componentes E e N) obtidas a partir do posicionamento com GNSS no modo DGPS (*Diferential* GPS) (Monico, 2008), sobre uma estação de interesse para a qual se conhecem suas coordenadas de referência. A estação base localiza-se numa distância da ordem de 80 km. Um exemplo dessa natureza é importante, pois pode servir como referência para outros trabalhos similares que freqüentemente comparecem na literatura, muitas vezes relatados de forma não rigorosa.

A Tabela 2 mostra alguns valores das componentes horizontais estimadas (N_E e E_E) com os respectivos desvios padrão amostral S_N e S_E (precisão ao nível de um sigma, ou seja, com 68,3% de probabilidade de ocorrência) advindos da MVC resultante do ajustamento dos dados. As discrepâncias (ΔN e ΔE para cada componente) obtidas a partir da diferença entre os valores estimados e os considerados como referências (quais sejam: N_R=7553868,467 m e E_R=457916,843 m) também são apresentadas. Ao final da tabela são apresentados os valores médios e os desvios padrão (DP) de todas as grandezas obtidas.

Os resultados apresentados na Tabela 2 refletem uma situação normal do processamento de dados GPS com o método denominado DGPS (MONICO, 2008).

Tabela 2: Coordenadas e DP estimados com DGPS e discrepâncias em relação à referência.

Dias	N_E (m)	E_E (m)	S_N (m)	S_E (m)	ΔN (m)	ΔE (m)
1	7553868.269	457917,153	0,222	0,223	-0,198	0,310
2	7553868,742	457916,901	0,222	0,224	0,275	0,058
3	7553868,708	457916,815	0,223	0,223	0,241	-0,028
4	7553868,604	457916,888	0,223	0,223	0,137	0,045
5	7553868,610	457916,891	0,223	0,223	0,143	0,048
6	7553868,718	457916,810	0,223	0,223	0,251	-0,033
7	7553868,792	457916,761	0,223	0,223	0,325	-0,082
8	7553868,848	457916,804	0,224	0,224	0,381	-0,039
9	7553868,882	457916,734	0,224	0,224	0,415	-0,109
10	7553868,952	457916,761	0,224	0,224	0,485	-0,082
11	7553868,871	457916,881	0,224	0,224	0,404	0,038
12	7553868,854	457916,883	0,224	0,224	0,387	0,040
13	7553868,761	457916,797	0,224	0,224	0,294	-0,046
14	7553868,670	457916,812	0,225	0,226	0,203	-0,031
15	7553868,754	457916,878	0,225	0,226	0,287	0,035
16	7553868,848	457916,845	0,225	0,226	0,381	0,002
17	7553868,779	457916,712	0,226	0,226	0,312	-0,131
18	7553868,628	457916,712	0,226	0,226	0,161	-0,131
19	7553868,538	457916,732	0,226	0,226	0,071	-0,111
20	7553868,528	457916,714	0,226	0,226	0,061	-0,129
21	7553868,449	457916,745	0,228	0,225	-0,018	-0,098
22	7553868,452	457916,695	0,228	0,225	-0,015	-0,148
Média	7553868,694	457916,815	0,224	0,224	0,227	-0,028
DP	0,170	0,102	0,002	0,001	0,170	0,102

Pode-se observar que a média da precisão das coordenadas, advinda do processamento dos dados, ou seja, a partir da raiz quadrada da diagonal da MVC de cada uma das componentes, dadas por S_N e S_E, é da ordem de 0,224 m (colunas 4 e 5 da linha “Média”), com pequena variabilidade entre os 22 dias de coleta. É importante frisar que, caso as coordenadas de referência não fossem conhecidas, esse valor seria interpretado como a acurácia proporcionada pelo sistema, pois seria a única informação disponibilizada sobre o mesmo para esse fim, ou seja, a precisão de cada componente (precisão de uma observação isolada). Neste exemplo a precisão obtida é 0,224 m, tanto para N como para E, valor esse que equivale ao σ da Eq. 3 (ou similarmente S). Como o resultado final de cada uma das componentes é obtido a partir da média dos 22 valores que constam da Tabela 2, tem-se então σ_N e σ_E igual ao valor de $0{,}224/(22)^{1/2} = 0{,}048$ m.

Como as coordenadas da estação em análise são conhecidas com qualidade superior às coordenadas proporcionadas pelo DGPS, torna-se possível avaliar a qualidade das coordenadas obtidas pelo DGPS. As discrepâncias refletem a tendência do sistema (DGPS) que, na média, são iguais a 0,227 e -0,028 m para as componentes N e E, respectivamente (colunas 6 e 7 da linha “Média”). Uma dúvida que poderá surgir diz respeito a qual valor deve ser utilizado para representar a precisão das tendências (Eq. 4) em N e E. Enquanto a precisão da média de cada uma das componentes, que coincide com a precisão das discrepâncias, resultaram nos valores 0,170 e 0,102 m, respectivamente para N e E (compare colunas 2 e 3 com colunas 6 e 7 da linha “DP”), a média da precisão proporcionada pelo sistema, resultante do processamento dos dados foi de 0,224 m em cada uma delas (colunas 4 e 5 da linha “Média”). O usuário, objetivando correr menor risco, deverá optar pelo valor maior, ou seja, 0,224 m. Aplicando a Eq. 3 e considerando $\alpha = 5\%$, tem-se (após subtração dos valores 7553860,000 m e 457910,000 m dos valores médios em N e E, respectivamente):

$$P(8{,}600 \leq \mu_N \leq 8{,}788) = 95\%$$
$$P(6{,}721 \leq \mu_E \leq 6{,}909) = 95\%$$

Como os valores de referência são $N_R = 8{,}467$ m e $E_R = 6{,}843$ m, concluí-se que a tendência na componente N é significativa, algo que não ocorre com a componente E. A Tabela 3 traz um resumo da análise da acurácia para esse caso.

Tabela 3: Resumo das medidas de tendência, precisão e acurácia (m) para o DGPS.

Componente	Tendência	Precisão	Acurácia (Eq.4)	Acurácia ou EQM (Eq. 1)
N	0,227	0,048	0,227 ± 0,048	0,232
E	-0,028	0,048	-0,028 ± 0,048	0,056

Enquanto o valor da acurácia expressa a partir da Eq. 4 (coluna 4 da Tabela 3) pode ser mais importante para aqueles que desenvolvem sistemas, calibram equipamentos, aplicam e testam modelos, pois proporciona indicativos de problemas de modelagem (valor médio e dispersão), aquele advindo da Eq. 1 (coluna 5) é mais interessante para usuários em geral, por oferecer um único valor representativo da acurácia. Outro fato interessante em se notar é que o valor único oferecido pela Eq.1 fica de acordo com a incerteza expressa pela Eq. 4.

5. COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÕES

O conceito de acurácia foi revisto e discutido neste artigo. A acurácia incorpora tanto tendência (erros sistemáticos) quanto precisão (erros aleatórios), cuja interpretação tem causado, em algumas situações, algum tipo de confusão. Duas definições equivalentes, bem como exemplos tratados de modo a elucidar com clareza os conceitos envolvidos foram discutidos. Os exemplos apresentados são gerais o suficiente para clarificar os conceitos e podem ser expandidos para outras aplicações.

Um fator importante que advém da discussão é que quando existir a possibilidade de se estimar a tendência, por ser conseqüência de um ou mais efeitos sistemáticos, todos os resultados afetados podem, em decorrência, serem corrigidos desse efeito. Logo, os resultados terão valores de precisão similares aos de acurácia. Na ausência de uma referência para avaliar a tendência, situação comum na maioria das aplicações, a única alternativa que existe é a utilização do valor da precisão como um indicativo da acurácia, o que não significa que a tendência seja nula, mas apenas que ela é desconhecida. No entanto, vale ressaltar que no contexto do ajustamento pelo MMQ, quando os modelos funcional e estocástico são adequados ao problema tratado, a estimativa dos parâmetros é não tendenciosa. Logo, é de se esperar que a MVC dos parâmetros permita obter um indicativo representativo da acurácia do ajustamento, situação que requer muito cuidado do usuário, pois, se não existirem valores de referência para a tendência, a acurácia não pode, a rigor, ser avaliada.

Das discussões e resultados apresentados, algumas considerações podem ser feitas:

1) Dois valores médios iguais podem ter precisões diferentes;
2) Não faz sentido dizer que um valor acurado é preciso ou não, pois a precisão faz parte da própria definição de acurácia;
3) Dada a precisão de uma grandeza, o valor de sua acurácia é no mínimo igual a ela;
4) Conhecido o valor da tendência, a acurácia é, no mínimo, igual a ela.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, J. B. *Fotogrametria*, 2ª Edição. SBEE, 2003. 274 p.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. *Métodos Quantitativos – Estatística Básica*. São Paulo: Editora Atual, 1987. 321 p.

GEMAEL, C. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas.* Curitiba: Editora UFPR, 1994. 319 p.

MERCHANT, D. C. Spatial Accuracy Standards for Large Scale Line Maps. In.: *Technical Papers of the American Congress on Surveying and Mapping* (1), 222-231, 1982.

MIKHAIL, E.; ACKERMAN, F. *Observations and Least Squares*. University Press of America, 1976. 497 p.

MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações*. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476 p.

TOMMASELLI, A. M. G.; MONICO, J. F. G.; CAMARGO, P. O. Análise da Exatidão Cartográfica da Carta Imagem São Paulo. In: 5º, Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 1988, Natal, *Anais do 5º, Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*, São José dos Campos: INPE, 1988, v, 1, p. 253-257.

WOLF, P. R.; GHILANI, C. D. *Adjustment computations: Statistics and least squares in surveying and GIS.* New York: Wiley Series in Surveying and Boundary Control, 1997. 564 p.

(Recebido em abril / 2009. Aceito em junho / 2009.)