

COMUNICAÇÃO

UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR PARA SISTEMATIZAÇÃO DE TERRAS PARA IRRIGAÇÃO EM ÁREAS REGULARES

Nonlinear programming models for irrigation of regularly shaped areas

João Carlos Cury Saad¹, Guilherme Augusto Biscaro²

RESUMO

Objetivou-se com este trabalho, desenvolver modelos de programação não-linear para sistematização de terras, aplicáveis para áreas com formato regular e que minimizem a movimentação de terra, utilizando o software GAMS para o cálculo. Esses modelos foram comparados com o Método dos Quadrados Mínimos Generalizado, desenvolvido por Scaloppi & Willardson (1986), sendo o parâmetro de avaliação o volume de terra movimentado. Concluiu-se que, ambos os modelos de programação não-linear desenvolvidos nesta pesquisa mostraram-se adequados para aplicação em áreas regulares e forneceram menores valores de movimentação de terra quando comparados com o método dos quadrados mínimos.

Termos para indexação: sistematização, programação não-linear, gradiente continuamente variável.

ABSTRACT

The present investigation aimed at the development of nonlinear programming models applicable to regularly shaped areas, intended to minimize the impact of soil manipulation. Software GAMS was used for calculation and two models were compared to the Method of Generalized Minimum Squares, developed by Scaloppi & Willardson (1986). The evaluation parameter was the volume of soil manipulated. The study concluded that both nonlinear programming models developed during the present investigation have shown to be appropriate to practical use in regularly shaped areas. Moreover, the models presented lower volume of soil manipulated when compared to the Method of Generalized Minimum Squares.

Index terms: Land grading, non-linear programming, land movement.

(Recebido em 28 de abril de 2006 e aprovado em 8 de março de 2007)

A sistematização de terras é uma prática fundamental para que se tenha um sistema de irrigação por superfície eficiente. Em irrigação e drenagem superficiais, a sistematização de terras visa modificar a microtopografia do terreno de tal forma a promover um movimento ordenado da água sobre ele.

O primeiro procedimento analítico para determinação da equação do plano foi apresentado por Givan (1940) e tinha como objetivo a minimização da movimentação de terra em áreas regulares, tendo por princípio o método dos quadrados mínimos. Um procedimento baseado nas hipóteses de que o volume total de terra e o centro geométrico do volume de terra serão os mesmos, antes e após a sistematização, foi apresentado por Raju (1960), tendo sido por ele denominado “Método do Volume Fixo”. A hipótese assumida é necessária para que se tenha mínima movimentação de terra e relação favorável entre cortes e aterros.

A Programação Linear é a técnica de Pesquisa Operacional mais utilizada nos problemas de otimização, em decorrência de sua versatilidade e do fato de aplicar fundamentos matemáticos pouco sofisticados, ou seja, a análise e resolução de sistemas de equações lineares (LANZER, 1988).

Os cinco principais métodos de estimativa dos volumes de corte e de aterro em sistematização de terras são: prismoidal, das áreas médias, dos quatro pontos, dos planos horizontais e do somatório.

Scaloppi (1986) avaliou esses métodos em termos de suas bases teóricas, exigências computacionais, precisão de resultados e aplicações. Os resultados obtidos pelo método prismoidal e pelo método das áreas médias foram semelhantes, sendo que esse último foi assumido como o mais preciso, em função de sua base teórica. Desvios significativos foram observados nos métodos dos planos horizontais e do somatório. Por sua vez, o método dos quatro pontos apresentou variações pouco

¹Engenheiro Agrônomo, Doutor, Professor – Departamento de Engenharia Rural/DER – Universidade Estadual Paulista/UNESP – Fazenda Lageado, Rua José Barbosa de Barros, 1780 – Cx. P. 237 – 18610-307 – Botucatu, SP – joaosaad@fca.unesp.br

²Engenheiro Agrícola, Doutor, Professor Adjunto – Unidade Universitária de Cassilândia/UUC – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul/UEMS – Rodovia MS 306, Km 6.4, Zona Rural – 79540-000 – Cassilândia, MS – gbiscaro@hotmail.com

significativas em relação ao mais preciso (das áreas médias), sendo o procedimento de cálculo recomendado pelo autor em função de sua precisão, rapidez e simplicidade.

O Método do Somatório, embora não tenha precisão satisfatória, tem sido muito empregado nos modelos de sistematização utilizando programação linear. Ele assume como hipótese básica que todas as alturas de corte ou de aterro representam áreas idênticas, definidas pelo espaçamento regular adotado entre as estacas. Tal premissa resulta em superestimativa dos volumes de corte e aterro, uma vez que a existência de estacas adjacentes indicando grandes variações entre os valores absolutos de cortes e de aterros compromete a veracidade da hipótese básica do método (SCALOPPI, 1986).

Matos (2000) propôs um sistema de equações não-lineares, adaptável ao modelo de programação não-linear, visando determinar o dimensionamento ótimo de um sistema de irrigação localizada, sob o enfoque de minimização de custos para a cultura da goiaba, variando a evapotranspiração, a declividade do terreno e o tamanho da área a ser irrigada. O autor verificou que a maior contribuição no custo do equipamento relacionou-se aos emissores e a evapotranspiração foi o fator que mais afetou o custo do equipamento por unidade de área.

Neste trabalho, que teve por objetivo o desenvolvimento de modelos de programação não-linear para a realização do cálculo de sistematização de terras, minimizando a sua movimentação, definiu-se um valor de R , que são os volumes de corte e de aterro estimados pelo método do somatório (aqui simbolizado por R_s), e um outro valor de relação corte/aterro para o caso dos volumes calculados pelo método dos quatro pontos, simbolizada, por sua vez, por R_4 .

Utilizou-se, nesse trabalho, os seguintes métodos de cálculo de sistematização: o modelo de programação não-linear utilizando metodologia de Hamad & Ali (1990), modificada com $R_s=1$; o modelo de programação não-linear utilizando metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada com $R_s>1$ e o Método dos Quadrados Mínimos Generalizados (SCALOPPI & WILLARDSON, 1986), que foi utilizado para avaliar os modelos de pesquisa operacional adaptados e desenvolvidos nesse estudo.

O método dos quadrados mínimos generalizados define os coeficientes a , b e c da equação do plano, de tal forma que o somatório das alturas de corte seja igual ao somatório das alturas de aterro, o que resulta em $R_s = 1$.

Utilizando o método do somatório para estimar os volumes de corte e de aterro, pode-se representar a relação corte/aterro pela expressão:

$$R_s = \frac{\text{volume total de corte}}{\text{volume total de aterro}} = \frac{L_x \cdot L_y \cdot [SC + (d \cdot N_C)]}{L_x \cdot L_y \cdot [SA - (d \cdot N_A)]} \quad (1)$$

Onde:

L_x = distância entre estações (estacas) na direção do eixo x (m);

L_y = distância entre estações na direção do eixo y (m);

SC = somatório das alturas de corte nas quatro estacas que definem a subárea (m);

SA = somatório das alturas de aterro nas quatro estacas que definem a mesma subárea(m);

d = rebaixamento no plano sistematizado (m);

R_s = relação corte/aterro desejada (utilizando o método do somatório);

N_A = número de estacas com aterro;

N_C = número de estacas com corte.

Rearranjando a equação acima, tem-se que a altura de rebaixamento requerida, d , para que se tenha o valor de R_s desejado, pode ser calculada por:

$$d = \frac{[(R_s \cdot SA) - SC]}{[(R_s \cdot N_A) + N_C]} \quad (2)$$

Esse rebaixamento do plano traduz-se, em valor absoluto, em um incremento de valor igual a “ d ” em cada altura de corte e um decréscimo de mesmo valor “ d ”, em cada altura de aterro. Obtidos os valores corrigidos de altura de corte, de aterro, ou nula em cada uma das estacas, parte-se para o cálculo dos volumes de corte e aterro. Para que se tenha uma precisão adequada na estimativa desses volumes, foi escolhido o método dos quatro pontos, com base em estudo comparativo entre as metodologias disponíveis, realizado por Scaloppi (1986).

Uma vez que as alturas de corte e aterro inicial foram corrigidas, a relação corte/aterro, obtida pelo método dos quatro pontos, estará superestimada, em relação ao valor desejado. Isso significa que o valor de $R_s=1,3$ irá resultar em um valor de $R_4>1,3$. A solução para que se tenha o valor desejado de $R_4 = 1,3$ é um processo por tentativas, contendo as seguintes etapas: redução do valor de R_s e cálculo do rebaixamento “ d ” correspondente; correção das alturas de corte e aterro iniciais, utilizando “ d ” calculado e estimativa do valor de R_4 , para as alturas de corte e aterro corrigidas. Se R_4 for igual ao valor desejado encerra-se o processo. Caso R_4 seja, ainda, superior ao valor desejado, faz-se nova redução do valor de R_s e segue-se a seqüência apresentada.

O modelo proposto por Hamad & Ali (1990), para sistematização de terras, permite a obtenção de

conformações côncavas, convexas ou lineares do perfil do terreno, conforme os valores atribuídos aos coeficientes da equação:

$$Z_{x,y} = a + b \cdot x^r + c \cdot y^s$$

A função-objetivo do modelo original é dada por:

$$\text{MIN } K = \sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^m |E_{x,y}|$$

Onde K é a escala da função-objetivo, equivalente à soma dos valores absolutos de altura de corte e aterro nas estacas x, y, em metros e $E_{x,y}$ é a altura de corte ou de aterro na estaca x, y, em metros. A altura de corte ou de aterro ($E_{x,y}$) em qualquer estação (estaca) da grade de pontos, cujas coordenadas são x, y, é dada pela diferença entre a cota natural do terreno na estação x, y, simbolizado por $H_{x,y}$, e $Z_{x,y}$. Portanto:

$$E_{x,y} = H_{x,y} - Z_{x,y} \quad (3)$$

Os coeficientes e expoentes da equação que descreve o perfil da superfície sistematizada devem variar dentro de determinados limites, o que corresponde ao conjunto de restrições:

$$I_a \leq a \leq S_a ; |b| \leq |b| \leq |b| ; |c| \leq |c| \leq |c| \\ |r| \leq |r| \leq |r| ; |s| \leq |s| \leq |s|$$

Onde:

I = limite inferior do intervalo de variação das variáveis a, b, c, r, s ;

S = limite superior do intervalo de variação das variáveis a, b, c, r, s.

Completam o conjunto de restrições as seguintes séries de equações:

$$\text{Smax}_x \leq b \cdot r \cdot x^{r-1} \leq S_x \quad (4)$$

$$\text{Smax}_y \leq c \cdot s \cdot y^{s-1} \leq S_y \quad (5)$$

Onde:

Smax_x = declividade máxima tolerável na direção x a superfície sistematizada (m/estaca);

Smax_y = declividade máxima tolerável na direção y da superfície sistematizada (m/estaca);

S_x = declividade mínima tolerável na direção x para drenagem superficial (m/estaca);

S_y = declividade mínima tolerável na direção y para drenagem superficial, (m/estaca).

A declividade em qualquer estaca nas direções x e y, respectivamente, não será superior ao valor máximo estipulado e nem inferior ao valor mínimo necessário para que haja drenagem superficial. O conjunto de equações proposto por Hamad & Ali (1990) não considera a relação corte/aterro. Nesse estudo, foram propostas duas novas versões desse modelo.

No modelo de programação não-linear com Hamad & Ali (1990) modificada ($R_s = 1$), conforme recomendação de Brooke et al. (1992), evitou-se o uso da função valor absoluto na função-objetivo a fim que os problemas de programação não-linear possam ser solucionados pelo programa computacional "GAMS". Para isso, foram realizadas algumas modificações no modelo original de Hamad & Ali (1990), criando-se uma nova variável, W, dada por:

$$W = \sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^m |E_{x,y}|$$

W = somatório das alturas de corte e aterro nas estacas x, y, em m.

O valor W deve atender à seguinte restrição: $W \geq 0$. Nesse modelo proposto, a função-objetivo não será mais de minimização do somatório dos valores absolutos das alturas de corte e de aterro, K, e sim de minimização do somatório das alturas de corte e de aterro, W.

O valor de W deve ser o menor possível, não podendo ser um valor negativo. Portanto, o menor valor possível de W é zero. Quando W for zero, significa que o somatório das alturas de corte é igual ao somatório das alturas de aterro ($R_s = 1$).

Porém, é possível obter valores nulos de W para vários valores de K. A solução ótima deve corresponder a $W=0$, com o menor valor possível de K. Consequentemente, o processo de solução é por tentativas, ou seja, vai se reduzindo o valor de K até que não seja mais possível solucionar o problema. A última solução possível é a solução ótima. Para fazer esse processo, necessita-se de uma restrição do tipo:

$$K \leq Q$$

Onde:

Q = valor arbitrário que vai sendo diminuído a cada resolução do modelo, até que a solução não seja mais possível, (m).

Nesse caso, após encontrar a solução ótima, deve-se calcular o rebaixamento que irá resultar em uma relação corte/aterro igual ao valor desejado (neste caso, $R_4 = 1,3$), com base no método dos quatro pontos. Esse procedimento é feito por tentativas.

No modelo de programação não-linear com Hamad & Ali (1990) modificada ($R_s > 1$), ocorre uma formulação mais abrangente que a anterior, uma vez que permite solucionar o problema para qualquer valor maior que 1 de relação corte/aterro (R_s). A restrição que trata da relação corte/aterro baseia-se no método do somatório, ou seja:

$$W \cdot (1 + R_s) + K \cdot (1 - R_s) = 0 \quad (6)$$

Podem-se obter os valores do somatório das alturas de corte (SC) e do somatório das alturas de aterro (SA) utilizando as seguintes equações:

$$SA = \frac{K}{(R_t + 1)} \quad (7)$$

$$SC = K - SA \quad (8)$$

Nesse modelo, sendo a relação corte/aterro maior que 1, o menor valor possível de W não será mais zero, e sim um valor positivo. Novamente, o processo de solução é por tentativas. A última solução possível é a solução ótima.

Por tentativas, também, é o processo que visa obter as alturas de corte e aterro que correspondam à relação corte/aterro desejada, com base no método dos quatro pontos. Isso é feito reduzindo-se o valor de R_s e, com as alturas de corte e aterro resultantes, estimando-se o valor de R_4 . O processo é finalizado quando se obtém o valor esperado de R_4 (neste caso, 1,3).

Os modelos de Programação Não-Linear foram solucionados utilizando o programa computacional GAMS ("General Algebraic Modeling System") com o "solver" MINOS, sendo que os algoritmos básicos adotados são o de Newton, o do Gradiente Reduzido e o de Lagrange, conforme descrito em Brooke et al. (1992).

Para aferir a consistência do sistema de equações dos modelos desenvolvidos, adotou-se a seguinte estratégia: obter a equação do plano e as alturas de corte e de aterro pelo método dos quadrados mínimos generalizado; fixar estes valores de altura de corte e de aterro na formulação de cada modelo desenvolvido; verificar se reproduzem os coeficientes e expoentes originais da equação do plano, gerados pelo método dos quadrados mínimos generalizado.

Para avaliar os modelos existentes e os modelos propostos foi selecionada uma área de formato retangular, com 0,8 ha, espaçamento entre estacas de 20m x 20m, retirada de Scaloppi (1986). Quando os limites da área não são fornecidos, assume-se que tais limites sejam paralelos às linhas e colunas marginais da grade regular de estacas e que estejam à metade do espaçamento regular entre as mesmas. Dessa forma os limites da área estão a 10 metros das linhas e colunas marginais da grade regular de pontos e na área 3 a 15 metros. As cotas originais, em centímetros, encontram-se na Figura 1.

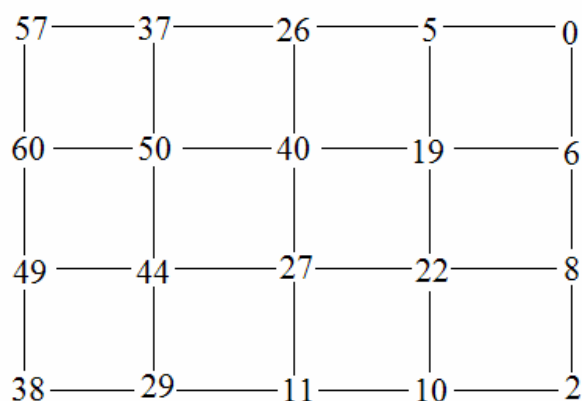


FIGURA 1 – Cotas originais da área (em cm), com espaçamento regular entre estacas de 20m x 20m.

Os pontos que definem o limite da área não são computados nos procedimentos de cálculo que determinam equação da superfície sistematizada, porém são utilizados nos cálculos para estimativa do volume total de corte e do volume total de aterro.

Na aplicação dos modelos, o método dos quadrados mínimos forneceu a seguinte equação do plano, correspondente a uma relação corte/aterro (R_s) igual a 1: $h(x, y) = 69,5 - 12x - 2,6y$. Os coeficientes de x e y estão em cm/estaca. Para se obter o valor desejado de relação corte/aterro igual a 1,3, com base no método dos quatro pontos, há necessidade de se realizar um rebaixamento uniforme do plano. Uma vez que o cálculo da altura de rebaixamento tem por base o método do somatório, recorre-se a um processo por tentativas para se obter o valor de R_s que resulta em $R_4 = 1,3$. O Quadro 1 apresenta os valores finais das variáveis envolvidas no processo por tentativas que resultou em $R_4 = 1,3$, e a sua equação do plano é equação inicial com o coeficiente a diminuído de um valor "d".

QUADRO 1 – Valores finais das variáveis.

Variável	Unidade	Valor
d	cm	0,66
SA	cm	60,7
SC	cm	60,7
N _A	--	9
N _C	--	11
R _S	--	1,24
Equação	cm	$h(x, y) = 68,8 - 12x - 2,6y$

O Quadro 2 apresenta um resumo dos resultados obtidos com esse modelo, que são os somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R₄) e no método do somatório (R_S).

QUADRO 2 – Resultados obtidos com este modelo.

Variável	Unidade	Método dos Quadrados Mínimos
Σ vol. de corte	m ³	227,7
Σ vol. de aterro	m ³	174,9
R ₄	--	1,3
Σ alturas de corte	cm	68
Σ alturas de aterro	cm	54,8
R _S	--	1,24

Para o modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificada (R_S=1), a equação final, com Z_{x,y} em cm, da superfície sistematizada obtida por este modelo é dada por: $Z_{x,y} = 82,675 - 29,66x^{0,545} - 0,161y^3$. Para se obter a relação corte/aterro de 1,3, com base no método dos quatro pontos há necessidade de um rebaixamento da superfície sistematizada. Novamente, utilizou-se um processo por tentativas para se obter o valor de R_S que resulta em R₄ = 1,3. Nesse caso, isso ocorreu para: d = 0,6 cm e R_S = 1,26. O Quadro 3 apresenta os somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R₄) e no método do somatório (R_S).

Para o modelo de programação não-linear de Hamad & Ali (1990) modificada (R_S>1), a equação final da superfície sistematizada obtida por este modelo, com Z_{x,y} em cm é dada por: $Z_{x,y} = 70,956 - 16,287x^{0,82} - 0,206y^3$. O modelo forneceu valores de altura de corte e de aterro, correspondentes a R_S = 1,3. Porém, quando esses valores foram empregados na estimativa dos volumes de corte e de aterro pelo método dos quatro pontos, verificou-se um

QUADRO 3 – Resultados obtidos com este modelo.

Variável	Unidade	Hamad & Ali (1990) modificada (R _S =1)
Σ vol. de corte	m ³	202,8
Σ vol. de aterro	m ³	154,8
R ₄	--	1,3
Σ alturas de corte	cm	58,7
Σ alturas de aterro	cm	46,7
R _S	--	1,26

valor de R₄ superior a 1,3. Portanto, recorreu-se a um processo de tentativas, que identificou como sendo 1,24 o valor de R_S que resulta em R₄ = 1,3. O Quadro 4 apresenta os somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro com base no método dos quatro pontos (R₄) e no método do somatório (R_S).

QUADRO 4 – Somatórios dos volumes e alturas de corte e aterro e a relação corte/aterro.

Variável	Unidade	Hamad & Ali (1990) modificada (R _S >1)
Σ vol. de corte	m ³	197,6
Σ vol. de aterro	m ³	152,8
R ₄	--	1,3
Σ alturas de corte	cm	58,4
Σ alturas de aterro	cm	47,2
R _S	--	1,24

Os modelos que fornecem a equação da superfície sistematizada com expoentes das variáveis x e y podendo assumir valores diferentes de 1 foram aqueles que resultaram em menor movimentação de terra, ou seja, em menor volume de corte (e de aterro). Dentre eles o modelo de programação não-linear utilizando metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada, com R_S > 1, foi aquele que apresentou menor valor de volume total de corte (197,6 m³) e de volume total de aterro (152,8 m³).

Os modelos que utilizam a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada, com R_S=1 e com R_S >1, e que permitem que a equação da superfície possa apresentar expoentes diferentes de 1 para as variáveis x e y, resultaram em valores de volume total de corte 10,9% e 13,2% menores, respectivamente, que aquele fornecido pelo método dos quadrados mínimos.

Portanto, podem-se dividir os resultados obtidos em dois grupos: o primeiro grupo, com menor movimentação de terra, envolve os modelos que utilizam a equação da superfície sistematizada com expoentes das variáveis x e y podendo assumir valores diferentes de 1; o segundo grupo, envolvendo o método dos quadrados mínimos, utilizado como referencial, e o modelo de programação não-linear de minimização dos volumes de corte. O modelo que utiliza a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada gerou na direção y um perfil côncavo, ao definir como sendo 3 o valor do expoente da variável y . Por sua vez, na direção x o perfil foi suavemente convexo, pois o expoente da variável x foi de 0,82.

Em decorrência dos resultados apresentados, verifica-se que os modelos que possibilitam que a superfície sistematizada assuma perfis não-lineares (expoentes diferentes de 1 para as variáveis x e y), que resultam em menores valores de volume de terra movimentada, quando comparados ao método que sempre fornecem a equação do plano (perfil linear nas duas direções ; expoentes de x e y iguais a 1). Os sulcos, porém, terão declividade uniforme nessa superfície sistematizada com perfil côncavo ou convexo.

Os modelos de programação não-linear, adaptados e desenvolvidos nesse trabalho, mostraram-se adequados para aplicação em áreas regulares. Verificou-se que ambos os modelos de programação não-linear utilizando a metodologia de Hamad & Ali (1990) modificada forneceram menores valores de movimentação de terra quando comparados com o método dos quadrados mínimos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROOKE, A.; KENDRICK, D.; MEERAUS, A. **GAMS: a user's guide**. Redwood City: The Scientific, 1992. 289 p.

GIVAN, C. V. Land grading calculations. **Agricultural Engineering**, Amsterdam, v. 21, n. 1, p. 11-12, 1940.

HAMAD, S. N.; ALI, A. M. Land-grading design by using nonlinear programming. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v. 116, n. 2, p. 219-226, 1990.

LANZER, E. A. **Programação linear: conceitos e aplicações**. 2. ed. Rio de Janeiro: IPEA/INPES, 1988. 270 p.

MATOS, J. de A. de. **Aplicação da programação não linear no dimensionamento de projetos de irrigação localizada**. 2000. 89 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Botucatu, 2000.

RAJU, V. S. Land grading for irrigation. **Transactions of the ASAE**, Saint Joseph, v. 3, n. 1, p. 38-41, 1960.

SCALOPPI, E. J. Comparação de métodos para estimativa dos volumes de cortes e aterros em sistematização. In: CONGRESSO NACIONAL DE IRRIGAÇÃO E DRENAGEM, 7., 1986, Brasília, DF. **Anais...** Brasília, DF: ABID, 1986. v. 3, p. 1101-1117.

SCALOPPI, E. J.; WILLARDSON, L. S. Practical land grading based upon least squares. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v. 112, n. 2, p. 98-109, 1986.