

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Interunidades**



Rudnei Barbosa

Modelagem, simulação e análise dos efeitos não lineares do atrito sobre
componentes eletromecânicos

Sorocaba

2020

Rudnei Barbosa

Modelagem, simulação e análise dos efeitos não lineares do atrito sobre
componentes eletromecânicos

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Interunidades, entre o Instituto de Ciência e Tecnologia de Sorocaba e o Campus de São João da Boa Vista da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Orientador: Prof.Dr. Átila Madureira Bueno

Sorocaba

2020

Rudnei Barbosa

Modelagem, simulação e análise dos efeitos não lineares do atrito sobre
componentes eletromecânicos

Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Elétrica, junto ao Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,
Interunidades, entre o Instituto de Ciência e
Tecnologia de Sorocaba e o Campus de São
João da Boa Vista da Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Comissão examinadora

Prof. Dr Átila Madureira Bueno

UNESP - Instituto de Ciência e Tecnologia - Câmpus de Sorocaba

Orientador

Prof. Dr André Luiz Andreoli

UNESP - Faculdade de Engenharia - Câmpus de Bauru

Prof. Dr Diego Paolo Ferruzzo Correa

UFABC - Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas - Câmpus
de São Bernardo do Campo

Sorocaba

2020

B238m	Barbosa, Rudnei Modelagem, simulação e análise dos efeitos não lineares do atrito sobre componentes eletromecânicos / Rudnei Barbosa. -- Sorocaba, 2020 75 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba Orientador: Átila Madureira Bueno 1. Automação. 2. Sistemas eletrônicos. 3. Motores elétricos de corrente contínua. 4. Dinâmica. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE RUDNEI BARBOSA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DO INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - CÂMPUS DE SOROCABA.

Aos 28 dias do mês de maio do ano de 2020, às 09:00 horas, no(a) Sala Virtual, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia - UNESP - Câmpus de Sorocaba, Prof. Dr. ANDRE LUIZ ANDREOLI do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. DIEGO PAOLO FERRUZZO CORREA do(a) Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC / UFABC, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de RUDNEI BARBOSA, intitulada **Modelagem, simulação e análise dos efeitos não lineares do atrito sobre componentes eletromecânicos**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO Prof.

Dr. ANDRE LUIZ ANDREOLI

Prof. Dr. DIEGO PAOLO FERRUZZO CORREA

*Em especial á minha esposa Neide Ferreira Barbosa e ao meu filho Vitor Henrique Ferreira Barbosa, que me acompanharam em toda a trajetória e deram sua ajuda e muita paciência para vencermos juntos as dificuldades e obstáculos que tivemos de enfrentar durante o curso...
dedico.*

“If nature were not beautiful, it would not be worth knowing, and if nature were not worth knowing, life would not be worth living.”

Henri Poincaré

Science and Method: The selection of facts

Agradecimentos

Esse trabalho não seria possível sem a ajuda de DEUS, por ser à base das minhas conquistas.

Ao meu Orientador Professor Doutor Átila Madureira Bueno pela paciência, oportunidade por confiar e me aceitar como seu orientado e ter implantado em mim a semente pelo gosto à pesquisa e por toda atenção para que este trabalho se concretizasse.

Aos professores, pela dedicação em suas orientações prestadas na elaboração deste trabalho, que em todo tempo me apoiaram e motivaram para a minha formação.

À Universidade Estadual Paulista - UNESP, em especial ao Instituto de Ciência e Tecnologia de Sorocaba - ICTS e ao Câmpus experimental de São João da Boa Vista, que proporcionaram os meios necessários para a realização e término do mestrado. Agradeço a todos que de alguma forma colaboraram para a elaboração, execução e finalização desse trabalho e também na conclusão do mestrado.

Aquelas pessoas que aqui não foram citadas, mas que de alguma forma, colaboraram para o sucesso da conclusão do mestrado, meus sinceros agradecimentos.

Encerro fazendo um agradecimento especial à banca examinadora composta pela Prof. Dr. André Luís Andreoli e o Prof. Dr. Diego Paolo Ferruzzo Correa, pela revisão e sugestões de melhorias para este trabalho.

Resumo

O fenômeno do atrito está presente em sistemas mecânicos com duas ou mais superfícies em contato, o que pode causar sérios danos em equipamentos e instalações, portanto a busca por sua compreensão em diversos problemas dinâmicos se tornou de grande importância devido ao seu comportamento não-linear. O objetivo deste trabalho é expandir os conhecimentos sobre os modelos de atrito e os métodos de resolução não-linear, sendo que os modelos estáticos são representados pelo modelo de Coulomb e modelo de Armstrong, e os modelos dinâmicos são representados pelos modelos de Stribeck, LuGre, Gomes e Rosa. De um modo geral, os dados são usados no desenvolvimento e na avaliação de curvas polinomiais nas quais se assume uma forma específica, com base na determinação dos parâmetros do servomecanismo em questão e na aproximação numérica, no ajuste de curvas, no cálculo e análise da distância euclidiana entre os sinais medidos e os sinais dos modelos provenientes dos dados, sendo que tais medições foram obtidas por intermédio de sinais de velocidade, torque e de corrente do servomotor de corrente contínua. Os resultados alcançados foram a obtenção experimental do modelo de atrito estático e dinâmico e a sua validação para a caracterização das não linearidades do atrito sobre um sistema eletromecânico através de sensores de velocidade e de corrente que permitiriam a busca de um modelo que, diante de velocidades diferentes, apresente uma resposta ótima diante das não linearidades.

Palavras-chave: não linearidades , servomotor, modelos de atrito, atrito dinâmico.

Abstract

The phenomenon of friction is present in mechanical systems containing two or more surfaces in contact, which can cause serious damage to equipment and installations. Therefore, understanding it in several dynamic problems has become something of great importance due to its nonlinear behavior. The objective of this work is to expand the knowledge about friction models and nonlinear resolution models, with the static models being represented by Coulomb's model and Armstrong's model, and the dynamic models being represented by Stribeck's model, LuGre's model and Gomes's and Rosa's model. Generally speaking, the data are used in the development or evaluation of polynomial curves which assume a specific shape, based on the determination of the parameters of the servomechanism at hand, on the numeric approximation, on the adjustment of curves and on the calculation and analysis of the Euclidian distance between the signals measured and the signals observed in the models which were obtained from the data, with such measurements coming from the velocity, torque and current signals from the DC servomotor. The result was the experimental development of the static and dynamic friction model and its validation for classifying the nonlinearities of friction acting upon an electromechanical system by using speed and current sensors which allow searching for a model which, at different speeds, presents an optimal response when faced with nonlinearities.

Keywords: nonlinearities, servomotor, friction models, dynamic friction.

Lista de Figuras

2.1	Modelos de atrito (<i>a)Atrito de Coulomb, b)Atrito estático, c) Atrito viscoso d) Atrito combinado Coulomb com viscoso</i>).	8
2.2	Curva de atrito LuGre	10
2.3	Curva de atrito Stribeck	13
2.4	Circuito da armadura do motor CC e caixa de engrenagens	14
3.1	Conjunto completo do servomecanismo	23
3.2	Diagrama do amplificador INA 141	25
3.3	Diagrama elétrico do servomecanismo	26
4.1	Momento de inercia de um cilindro.	29
5.1	Diagrama de blocos com sinal degrau para obter modelo de atrito	34
5.2	Velocidade do servomotor com sinal degrau no regime estacionário	37
5.3	Corrente elétrica do servomotor com sinal degrau no regime estacionário	37
5.4	Torque do servomotor com sinal degrau no regime estacionário	38
5.5	Curva de atrito terceira ordem torque vs velocidade angular	40
5.6	Curva de atrito sexta ordem torque vs velocidade angular	41
5.7	Curva de atrito nona ordem torque vs velocidade angular	41
5.8	Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre	42
5.9	Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 754 g baseado em Stribeck e LuGre	43

5.10	Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 1031 g baseado em Stribeck e LuGre	44
6.1	Diagrama de blocos (<i>função polinomial de 3 a 17 ordem</i>).	46
6.2	Diagrama de blocos (<i>função polinomial de 3 ordem</i>).	47
6.3	Diagrama de blocos da Planta real (<i>Medição de velocidade e de corrente elétrica da Planta real</i>).	48
6.4	Sinal de velocidade do modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 504g baseado em Stribeck e LuGre	48
6.5	Sinal de corrente do modelo com a presença do atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre	50
6.6	Sinal de torque de atrito do motor com a presença do atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre	51
A.1	Cilindro de aço para carga 1	61
A.2	Cilindro de aço para carga 2	62

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros físicos do sistema <i>Rotary Servo Unit</i>	24
3.2	Sensores do servomecanismo acoplado no motor CC	26
4.1	Parâmetros físicos de atrito viscoso e ganho de atuador	29
4.2	Valores de momentos de inércia com massas diferentes no servomecanismo	30
4.3	Engrenagens de conjunto mecânico	30
4.4	Dimensões do cilindro	30
4.5	Momento de inércia da carga parcial	31
4.6	Momento de inércia da carga total	31
5.1	Parâmetros físicos da carga cilíndrica e do motor CC	33
5.2	Fator de relação das engrenagens do servomecanismo acoplado no motor	33
5.3	Valores de torque de atrito e velocidade angular positivas com massa de 504 g no servomecanismo	36
5.4	Valores de torque de atrito e velocidade angular negativa com massa de 504 g no servomecanismos	36
6.1	Valores de distancia de sinal velocidade ω	52
6.2	Valores de distancia de sinal corrente elétrica I_a	52
6.3	Valores de distancia de sinal torque de atrito τ_l	52

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação	2
1.2	Roteiro do trabalho	4
2	Revisão Bibliográfica	6
2.1	Modelos de atrito	6
2.1.1	Modelo de atrito de Coulomb	7
2.1.2	Modelo de atrito de Stribeck	9
2.1.3	Modelo de atrito dinâmico de LuGre	9
2.1.4	Modelo de atrito dinâmico Gomes e Rosa	12
2.2	Modelo matemático do servomecanismo	13
2.2.1	Equação elétrica do servomecanismo	13
2.2.2	Equação mecânica do servomecanismo	15
2.2.3	Combinação das equações elétricas e mecânicas do servomecanismo	18
2.3	Aproximação numérica e ajuste de curvas	19
2.3.1	Interpolação numérica	20
2.3.2	Medidas de dissimilaridade	21
3	Descrição do servomecanismo	23
3.1	Sensores e sistemas de aquisição de dados	23
4	Cálculo dos parâmetros finais do servomecanismo	28

4.1	Cálculo de parâmetros de ganho do atuador e do momento de inércia e de atrito viscoso	28
5	Caracterização do modelo dinâmico de atrito	32
5.1	Ensaio e resultados para caracterização de atrito dinâmico	32
5.2	Resultados para obtenção do modelo dinâmico de atrito	38
6	Validação do modelo dinâmico do atrito	45
6.1	Resultados da validação do modelo dinâmico do atrito	45
7	Conclusões	54
8	Contribuições	56
A	Cilindros de aço para ajuste de momento de inércia	61
A.1	Desenhos CAD - Cilindros de aço	61

Capítulo 1

Introdução

Os Sistemas de movimento e posição eletromecânico têm sido amplamente utilizados em diferentes campos da engenharia sobre variadas aplicações, tais como esteiras transportadoras, posicionadores de lingotes em indústrias siderúrgicas e de metalurgia, sistemas de movimentos de máquinas operatrizes, sistemas de juntas robóticas, conjunto de sensores e outros equipamentos [1, 5].

Durante a movimentação de um elevador por exemplo, o sistema experimenta alto número de reversões de velocidade ou movimentos de baixa velocidade em que o atrito é um fator determinante de desestabilização sendo que em baixas velocidades, o atrito poderá afetar principalmente o sinal de controle (torque) e gerar alguns movimentos de rolamento indesejáveis e erros de controle [1, 2, 3, 5].

Deste modo as aplicações de movimentação e posição com alta precisão e de baixa velocidade exigem um controle robusto para minimizar os efeitos das não linearidades e em consideração o atrito em particular, caracterizando os efeitos e na busca de um modelo dinâmico que o represente [1, 2, 3, 5].

Um problema frequente encontrado na estabilidade de um sistema dinâmico suportado por uma base móvel é a rejeição de distúrbios associados com componentes móveis sendo que o atrito induz uma força desestabilizadora da base de movimento ao objeto estabilizado, que prejudica a precisão de movimento [2, 5].

Portanto, a compensação de atritos é necessária, a fim de obter uma elevada precisão no desempenho da estabilização, especialmente, quando o sistema estabilizado sofre de baixa velocidade ou movimentos de inversão em que o atrito é o fator de desestabilização [3, 5].

Os métodos de compensação são comparados em termos da sua capacidade para analisar os efeitos do atrito e sua simplicidade do modelo a ser aplicado onde o objetivo é desenvolver um modelo de atrito e realizar testes de configuração, a fim de observar o comportamento de atrito e para estimar os parâmetros do modelo [2, 3, 4].

Dessa forma, o projeto de sistemas de controle de sistemas dinâmicos confronta dificuldades adicionais sendo que muitos pesquisadores consideram o atrito em sistemas de movimentação como um dos fatores mais relevantes para problemas de desempenho em malhas de controle [4, 5, 6, 7].

1.1 Motivação

A análise dos efeitos da não linearidade do atrito sobre a dinâmica dos componentes eletromecânicos e mecânicos terá investigação inicial através dos modelos clássicos de atrito estático como Atrito de Coulomb e Atrito viscoso e suas variações [7, 8].

O modelo variante da combinação de Atrito de Coulomb com outros tipos de atrito foi pesquisado por diversos autores e será fonte de pesquisa no assunto para elaboração de um modelo de atrito e nas últimas décadas diversas pesquisas têm sido realizadas, com objetivo de alguns autores com trabalhos experimentais incluindo componentes não lineares [7, 8, 9, 10, 11].

Com o objetivo de linearizar a dinâmica de um servomotor tipo harmonic drive utilizado em juntas robóticas e sistemas de automação dinâmicos é proposto um modelo inicial baseado em resultados experimentais em malha aberta, na busca de um modelo funcional de atrito sob uma posição e velocidade angulares [8, 9].

Testes experimentais recaem sobre dois modelos; um modelo dependente da posição e outro modelo dependente da velocidade sendo que nos sistemas de controle de malha fechada geralmente são compostos por [10, 11, 12, 3]:

- Sensores: que traduzem informações como deslocamentos, velocidades e/ou acelerações de determinados pontos da estrutura;
- Controladores: que recebem as informações dos sensores e realizam o cálculo das ações de controle;
- Atuadores: que aplicam as ações de controle.

Além disso, deseja-se utilizar o método de estimação de parâmetros e que seja aplicável a dados obtidos com o processo operando em malha aberta de modo que o projeto do experimento para coleta de dados também deve considerar esta questão [1, 8].

Em diversos problemas práticos de mecânica, as equações matemáticas que descrevem o seu comportamento são equações diferenciais ordinárias não lineares e naturalmente, quando se consideram pequenas amplitudes das oscilações envolvidas, estas equações podem ser aproximadas por outras que são lineares [1, 8].

Como a prática tem demonstrado conforme trabalhos publicados, cada vez mais é necessário ter modelos mais realistas sendo que o objetivo desse trabalho é modelar e investigar o problema dos efeitos da não linearidade do atrito estático e dinâmico e da estabilidade de um sistema constituído por um objeto de massa M que está acoplado em um atuador eletromecânico e sob efeitos de tipos de atrito que serão investigados [1, 8, 13, 20].

A proposta de análise e estudo de modelos de atrito para sistemas eletromecânicos na busca dos efeitos de não linearidades do atrito e que sejam caracterizadas garantindo um desempenho melhor para o sistema de Controle [8, 13].

Tais metas podem ser desmembradas nos seguintes objetivos específicos:

- Seleção de uma estrutura conveniente para modelar certas não linearidades provenientes do atrito dos componentes mecânicos e eletromecânicos.
- Escolha de uma estrutura de modelo capaz de incorporar boa parte de eventuais comportamentos não lineares referentes ao processo.
- Desenvolvimento de curvas de aproximação polinomial para a estimação dos parâmetros de modelos não lineares, baseado em dados obtidos com o processo operando em malha fechada [14].
- Estudo de ferramentas de métodos numéricos para validação dos modelos obtidos através de software computacional [14].

No desenvolvimento de projeto de sistemas de controle para que haja uma interface entre a planta e o sistema observado e suas variáveis, é comum a aplicação de softwares de métodos numéricos e de simulação diante ao uso de software que será utilizado para a computação técnica e científica, tornando-se os cálculos e métodos numéricos acessíveis e para que haja uma interface entre a planta e o sistema observado e suas variáveis, é comum a aplicação de *softwares*, sendo que o mais utilizado é o MATLAB™/ SIMULINK™ [5, 26].

O MATLAB™ é um *software* para a computação técnica e científica, sendo sua popularidade à facilidade de utilização desse programa sendo que o nome MATLAB vem da junção das palavras *Matrix Laboratory*, isto se deve à base operacional, que são as matrizes [5, 26].

Esse software é utilizado para cálculos matemáticos, modelagens e simulações de sistemas lineares e não-lineares, discretos e contínuos no tempo, análises numéricas e processamentos, visualização de gráficos, desenvolvimentos de algoritmos [5, 14, 26].

Diante desse contexto, este trabalho tem como objetivo desenvolver modelos matemáticos para sistemas rotacionais com diferentes massas de inércia e na busca de um modelo dinâmico do atrito que represente a influência das não linearidades sobre um protótipo com atuador servomotor harmônico ,com o uso de sensores de medição de grandezas mecânicas e elétricas [1, 5, 14].

1.2 Roteiro do trabalho

No capítulo 1 começa com a parte introdutória, que possui como destaque a motivação para o estudo da não linearidade presente em estudos e pesquisas realizadas nesta área de trabalho e com foco em sistemas eletromecânicos.

O capítulo 2 fala sobre os tipos de atrito e os modelos já estudados e descritos em literatura, assim como ferramentas de cálculo numérico necessários para a análise e do estudo do comportamento dinâmico da não linearidade do atrito presente em sistemas eletromecânicos.

Uma apresentação inicial dos modelos de atrito e suas características e das ferramentas são apresentadas, visando ter uma visão geral e a busca de um modelo de atrito a ser adotado e como realizar uma aproximação numérica, da obtenção das curvas também é discutida na revisão bibliográfica apresentando o método dos mínimos quadrados e a sua funcionalidade sobre a obtenção das curvas diante dos dados experimentais.

No capítulo 3 ,tratamos dos materiais necessários para que seja feita os ensaios experimentais, tanto do ponto de vista de sensores analógicos para medição das grandezas como a corrente elétrica e da velocidade angular, assim como do uso do software de cálculo numérico para obtenção do torque e das curvas geradas cuja análise possa ocorrer com precisão, sendo a não linearidade do atrito presente no servomecanismo proposto utilizado.

No capítulo 4, a apresentação da não linearidade do atrito com efeitos sobre a velocidade angular ,da corrente elétrica e do torque desenvolvido no servomecanismo estudado e seus resultados são detalhados com o cálculo do momento de inércia enquanto que no capítulo 5 apresentam-se resultados da caracterização das curvas das funções polinomiais encontradas nos modelos de atrito dinâmico sendo que no capítulo 6 e 7, temos a validação do modelo dinâmico do atrito e as conclusões finais que apresentam os resultados da busca do modelo dinâmico, seguidas do capítulo 8 que retrata as contribuições e seguida das referências e anexos consultados no decorrer do trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Modelos de atrito

O atrito tem sido foco de pesquisas recentes com diferentes modelos e graus de complexidade e que se adaptam a variadas situações de acordo com os objetivos pretendidos [8, 13, 17].

Deste modo existem modelos indicados para a análise matemática e física do fenômeno do atrito, modelos orientados para a simulação off-line para uma análise comportamental qualitativa ou de alta definição, e ainda a compensação do atrito em controle sendo que neste último caso é necessário ter em consideração, na seleção de um modelo, as limitações computacionais existentes [2, 3, 16].

A primeira categoria inclui modelos capazes de fornecer uma caracterização qualitativa dos fenômenos do atrito, suficiente para uma análise global do fenômeno e a segunda categoria já inclui dinâmicas associadas ao atrito, sendo estes modelos capazes de descrever de forma mais precisa do fenômeno onde podemos ainda falar numa terceira categoria de modelos onde se incluem modelos dedicados que tratam de forma mais detalhada os fenômenos físicos associados ao atrito [2, 3, 11, 16].

Alguns modelos de atrito estáticos e dinâmicos se baseiam nos modelos clássicos apresentam diferentes composições que mudam a concepção da força de atrito e podem ser: Coulomb, Viscoso, Estático e Stribeck.

Conforme diversos pesquisadores, os modelos dinâmicos Stribeck e LuGre possui a dinâmica para capturar a complexidade do regime na região em torno da velocidade zero, e são geralmente necessários em máquinas de posicionamento de precisão com a

análise da não linearidade do atrito em atuadores do tipo Harmonic-Drive, considerando o termo do atrito no sistema do rotor [10, 11, 15].

2.1.1 Modelo de atrito de Coulomb

O atrito constitui a principal fonte de não linearidade que dificulta o tempo de resposta de um sistema que depende um valor de entrada desejado de amplitude de referência e uma maioria de trabalhos publicados que estudam o fenômeno do atrito sob sistemas de controle consideram a dinâmica de cada mecanismo como linear e um modelo linear é obtido, não levando em conta as não linearidades presentes no sistema [2, 3, 4, 15, 29].

O modelo de atrito mais conhecido e difundido é aquele desenvolvido por forças de Coulomb e não depende da velocidade e a força de atrito é representada na equação 2.1

$$f(\dot{x}) = F_c \cdot \text{sgn}(\dot{x}) \quad (2.1)$$

Os parâmetros F_c , sgn e $\dot{x}$ são, respectivamente, o atrito de Coulomb e a função sgn da velocidade, definidos nas equações (2.1) e (2.2) sendo que μ o coeficiente de atrito e N a força normal.

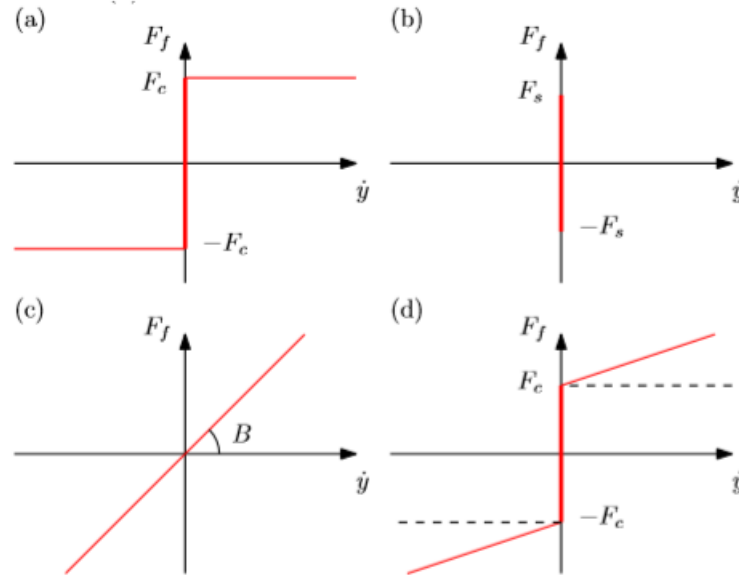
$$F_c = \mu \cdot N \quad (2.2)$$

Este modelo não demonstra o valor da força de atrito quando a velocidade é nula e pode tomar qualquer valor dentro do intervalo $-F_c$ e $+F_c$ (forças de Coulomb negativas e positivas), variando em função da forma onde a função sgn da velocidade é definida [2, 3, 8, 28].

Ilustra-se a força de atrito de Coulomb em função da velocidade sendo que o modelo proposto possui de forma mais evidente a presença do atrito de Coulomb, como pode ser visto na figura 2.1(a) onde vários autores que analisam sob o enfoque do comportamento não linear do atrito utilizam os modelos baseados no atrito de Coulomb [2, 3, 8, 9, 10, 11, 15, 28, 29].

De uma forma em geral, o atrito de Coulomb (*Dry friction*) é considerado junto com o atrito estático e atrito viscoso 2.1(d) em que a transição entre o estado estático para o estado dinâmico é obtido de forma ideal e instantâneo nos modelos da figura

Figura 2.1: Modelos de atrito (a) *Atrito de Coulomb*, b) *Atrito estático*, c) *Atrito viscoso* d) *Atrito combinado Coulomb com viscoso*.



Fonte: Adaptado de [16, 28].

2.1(b) e 2.1(c) enquanto que no modelo da figura 2.1(d) levamos em consideração a inclusão da redução do atrito para baixas velocidades [2, 3, 15, 28, 29, 38, 39].

Diversos autores tem realizados trabalhos experimentais onde adotam o modelo da figura 2.1(a) na medida que os valores de atrito seco estão muito próximos do atrito estático sendo que o principal objetivo desta pesquisa é a de caracterizar e validar o modelo dinâmico de atrito num mecanismo com controle por atuadores com servomotor CC sendo que alguns autores sugerem técnicas adaptativas de controle com a compensação de atrito [2, 3, 8, 9, 10, 15, 28, 29, 36, 37, 38, 39].

Um modelo de atrito é levado em conta por ter a presença de atrito seco, estático e viscoso e testes experimentais recaem sobre dois modelos; um modelo dependente da posição e outro modelo dependente da velocidade [2, 3, 9, 10].

O objetivo do teste de um modelo dinâmico está sempre presente durante o desenvolvimento deste trabalho, e por esta razão, todos os resultados dos experimentos são comparados com os resultados obtidos em simulações no ambiente em tempo real através dos módulos de aquisição de dados [10, 11, 20, 28, 36].

Os dados experimentais são coletados e enviados a um cartão de aquisição que captura os sinais analógicos dos transdutores de corrente elétrica da armadura do servomotor CC e dos transdutores de velocidade e torque e a busca por um modelo de atrito dinâmico dependente da velocidade e com o componente torque presente [4, 8, 10, 20, 28].

2.1.2 Modelo de atrito de Stribeck

O modelo de atrito Stribeck é um tipo de atrito que inclui o atrito de Coulomb mais o atrito viscoso e que ocorre quando um líquido ou lubrificante sólido é usado para as superfícies de contato de partes mecânicas que se movam entre si e portanto o fenômeno ocorre com a redução do coeficiente de atrito F com o acréscimo de velocidade v até a zona chamada de velocidade Stribeck v_s [8, 15, 16, 17, 20, 28, 30].

Quando esta velocidade inicia ou seja no limiar do fenômeno (prende-desliza) afeta o atrito viscoso e o efeito Stribeck decorre da função do lubrificante usado sendo que a curva Stribeck é representada por uma queda contínua da força de atrito para baixas velocidades, decorrente da transição da lubrificação limite entre a lubrificação total e a parcial [8, 10, 15, 16, 17, 24, 29, 30].

O efeito Stribeck pode ser descrito com a equação 2.3

$$\left\{ \begin{array}{l} F(v), v \neq 0 \\ Fe, v = 0 > |Fe| < Fs \\ Fs \operatorname{sgn}(Fe), \text{ senão} \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

Há diferentes modelos de atrito para descrever $F(v)$ mas a forma mais comum de não linearidade é representada pela equação 2.4.

$$F(v) = Fc + (Fs - Fc) A = e^{-|\frac{v}{v_s}|} + F_V v \quad (2.4)$$

2.1.3 Modelo de atrito dinâmico de LuGre

A denominação modelo de LuGre vem da abreviação do Instituto de Tecnologia Lund e INPG Grenoble, em que as duas universidades hospedam os cientistas cooperantes no estudo do modelo LuGre e se baseia na elasticidade do contato [11, 15, 16, 18, 19, 28, 29].

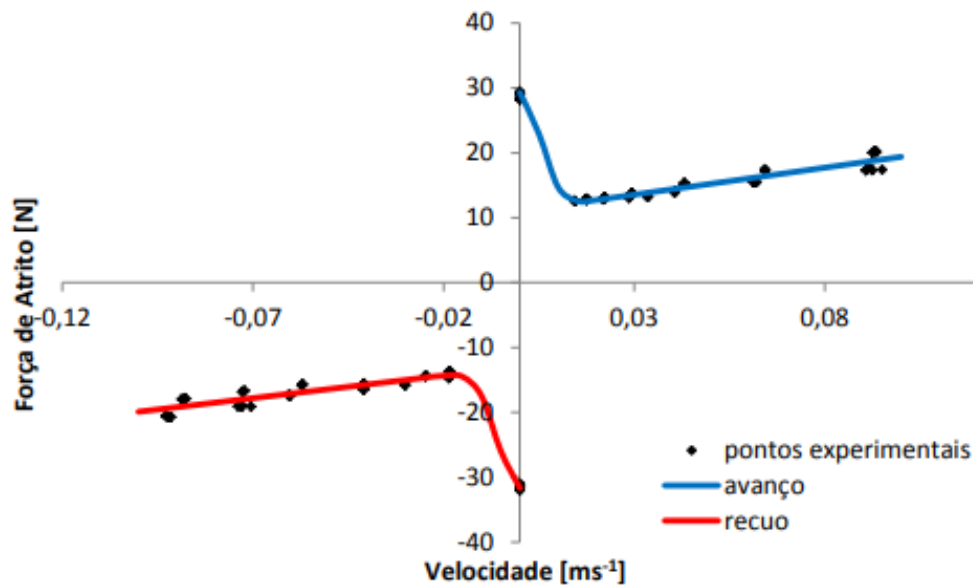
Este modelo desenvolvido nas universidades de Lund (Suécia) e Grenoble (França) e surge fundamentado em descrições experimentais do fenômeno do atrito tal como as anteriormente analisadas neste trabalho [3, 11, 15, 16, 18, 19, 28, 29, 38, 39].

O modelo de LuGre caracteriza-se pelo contato entre as rugosidades das superfícies como fibras que defletem por ação de uma força tangencial à superfície, o que dá origem a uma força de atrito e por simplificação o modelo considera as fibras de uma das superfícies rígidas [3, 11, 15, 16, 18, 19, 20, 29].

O modelo de LuGre busca capturar as características aleatórias do contato, e decorre no comportamento médio das fibras em contato e assim o comportamento de uma única fibra que representa a deflexão média de todas as fibras (pontos de contato), sendo a deflexão média modelada [3, 8, 11, 16, 18, 20, 28, 29].

Uma método dinâmico composto por LuGre e Stribeck de identificação de parâmetros de atrito será proposto neste trabalho e a busca pela identificação por intermédio de uma série de experimentos de velocidade constante, resultando em parâmetros dinâmicos obtidos diante de um processo de pré-seleção conforme figura 2.2 [3, 19, 29, 32].

Figura 2.2: Curva de atrito LuGre



Fonte: Adaptado de [19].

Resultados experimentais que forem obtidos surgirão a partir da condução de ensaios de identificação no estudo com o uso de um sistema prático de controle da planta do servomecanismo representados pelas equações 2.5, 2.6 e 2.7.

$$K_m u \approx \tau_{at} \approx \sigma_o z \quad (2.5)$$

$$\sigma_o g(\omega_m) = f_s \quad (2.6)$$

$$\dot{z} = (\omega_m) - \frac{|\omega_m|}{g(\omega_m)} z \quad (2.7)$$

Num ensaio onde iremos adotar que a velocidade inicial seja zero (*i.e.*, $z = 0$) então a equação resultante oriunda das equações 2.5, 2.6 e 2.7 resulta na equação 2.8.

$$\dot{z} = \omega_m - \frac{Tf}{f_s} - |\omega_m| \quad (2.8)$$

Onde a velocidade angular ω_m será obtido pelo tacômetro e o torque de atrito τ_{at} será pela equação 2.8

Podemos aplicar um sinal de entrada em $u(t)$ conforme a equação 2.9

$$u(t) = K_c \cdot t \quad (2.9)$$

onde K_c é um coeficiente muito reduzido e t é um valor de tempo.

Seguindo o procedimento descrito pela curva Stribeck, sua identificação consiste na inclusão da força de atrito viscoso que normalmente é encontrada nos modelos estáticos e esta parcela da força de atrito total não possui nenhuma dinâmica e pode não ser linear relativamente à velocidade sendo que no entanto, é corrente a utilização de uma parametrização linear da força de atrito viscoso relativamente à velocidade, como demonstrado na equação 2.6 onde representa o coeficiente de atrito viscoso sendo que o modelo LuGre é um modelo de atrito dinâmico integrado [2, 3, 15, 16, 30, 33, 34, 35].

O modelo de LuGre é um dos modelos de compensação de atrito aliado ao modelo dinâmico descrito na próxima seção sendo que para a obtenção dos parâmetros envolvidos e sua caracterização do modelo, serão utilizados diferentes experimentos dedicados [16, 17, 28, 34, 35].

2.1.4 Modelo de atrito dinâmico Gomes e Rosa

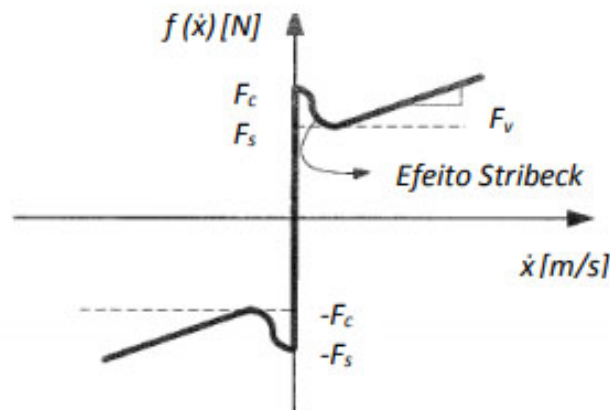
Um interesse significativo em modelos de atrito dinâmico tem fomentado o desejo de diversos pesquisadores e o seu conhecimento requer a demanda por servos de precisão e dos avanços em hardware que torna possível implementar compensadores de atrito [2, 3, 10, 28, 33].

Na literatura temos diversos exemplos que geralmente correspondem ao comportamento dos efeitos do atrito sobre os sistemas e que todos os modelos apresentados são capazes de descrever comportamentos assimétricos em função do sinal da velocidade, suficiente para que os parâmetros variem de forma independente para velocidades positivas e negativas [3, 10, 20, 28, 33, 38, 39].

- a) Modelo de atrito de Coulomb; [2, 3].
- b) Modelo de atrito de Coulomb com força de atrito estático e viscoso ; [3].
- c) Modelo de atrito com atrito de Coulomb, força de atrito estático máxima e atrito viscoso; [3, 11].
- d) Modelo de atrito com evolução contínua que possui o efeito de mola verificado em torno de velocidades nulas [3, 11].
- e) Modelo de atrito de Hess and Soom, Armstrong que estima parâmetros em velocidades diferentes [2, 3, 11].

O fenômeno de Stribeck é ilustrado na figura 2.3, focando-se a diferença na forma como ocorre e na análise do modelo de atrito que contém o fenômeno de Stribeck, sendo que a curva Stribeck é um modelo de atrito mais avançado em função da velocidade [9, 10, 11, 17, 19].

Figura 2.3: Curva de atrito Stribeck



Fonte: Adaptado de [10].

Embora ainda seja válido apenas no estado estacionário, inclui o modelo de Coulomb presente com a força F_c e a força de atrito viscoso F_v como elementos incorporados sendo que o efeito Stribeck é um tipo de atrito que ocorre quando um líquido ou lubrificante sólido é usado para as superfícies de contato de partes mecânicas que sem movam entre si e o fenômeno ocorre com a redução do coeficiente de atrito F_s com o acréscimo de v velocidade v até a zona chamada de velocidade Stribeck v_s [8, 10, 11].

Quando esta velocidade inicia ou seja no limiar do fenômeno (stick-slip) e afeta especialmente o atrito viscoso e o efeito Stribeck decorre da função do lubrificante usado e a curva Stribeck é representada por uma queda contínua na força de atrito para baixas velocidades, motivo este decorrente da transição da lubrificação limite entre a lubrificação total e a parcial [8, 10, 11].

2.2 Modelo matemático do servomecanismo

2.2.1 Equação elétrica do servomecanismo

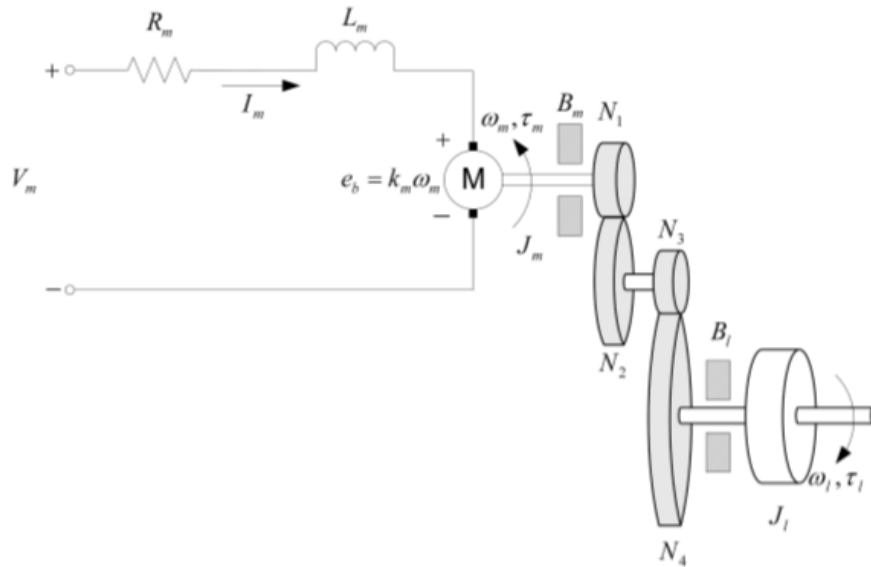
Conforme trabalhos de diversos pesquisadores, uma análise de um estudo de um sistema eletromecânico faz-se necessária para equacionar a dinâmica de um servomecanismo com o motor de corrente contínua com campo constante que possui um modelo dinâmico simples, e que é normalmente controlado com precisão através de uma eletrônica relativamente simples desde o início do controle automático e graças a esta particularidade, o motor de corrente contínua tem sido um componente muito importante nos servomecanismos, agindo de forma rápida e precisa no movimento [3, 5, 10].

Nos servomecanismos modernos geralmente é usado um servomotor CC controlado por corrente, tendo como resultado o controle do motor através do torque de forma direta, o que é uma das razões para o sucesso do servomecanismo. Recentemente a eletrônica de potência avançou e tornou possível controlar outros tipos de motores elétricos com a mesma resposta rápida que o motor CC, o que normalmente envolve algum método para controlar o torque do motor, aproximando-o assim do mesmo modelo dinâmico que o da corrente do motor CC controlado [11, 13, 16].

Motores de corrente contínua de ímã permanente são utilizados no sistema de controle e são constituídos por um circuito da corrente da armadura do motor alimentado por uma tensão de entrada V_m , resistência da armadura R_m , indutância da armadura L_m , e a corrente I_m do circuito da armadura [5, 13].

A aplicação do motor CC é usado para gerar o torque necessário sendo que o circuito da armadura do motor e a caixa de engrenagens são mostrados na Figura 2.4 [5].

Figura 2.4: Circuito da armadura do motor CC e caixa de engrenagens



Fonte: Adaptado de [5].

A força contra-eletromotriz e_b , depende da velocidade do eixo do motor ω_m e da constante de torque do motor k_m que se opõe ao fluxo da corrente sendo que a força contra-eletromotriz é dada pela equação 2.10.

$$e_b(t) = k_m \omega_m(t) \quad (2.10)$$

Usando a lei de tensão de Kirchhoff, podemos escrever a seguinte equação 2.11:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - L_m \frac{dI_m(t)}{dt} - k_m \omega_m(t) = 0 \quad (2.11)$$

No motor CC a indutância L_m da armadura é muito pequena [5].

$$L_m \frac{dI_m(t)}{dt} \ll R_m I_m(t) \quad (2.12)$$

Assim a equação 2.11 pode ser simplificada para quando a indutância do motor L_m é inferior a sua resistência R_m , pode ser ignorada. Então, obtemos a equação 2.13 [5, 12].

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0 \quad (2.13)$$

Para determinar a corrente do motor $I_m(t)$ pode ser escrito conforme a equação 2.14 [5].

$$I_m(t) = \frac{V_m(t) - k_m \omega_m(t)}{R_m} \quad (2.14)$$

Lembrando que $\omega_m = \dot{\theta}_m$, e k_m é a constante de torque do motor [5].

2.2.2 Equação mecânica do servomecanismo

O servomecanismo em análise possui um grau de liberdade e segundo a mecânica Newtoniana [10, 13].

Onde o torque τ é

$$\tau = J\alpha \quad (2.15)$$

Onde J é o momento de inércia do servomecanismo em relação ao centro de massa, α é a aceleração angular do sistema e τ é a somatória dos torques aplicados sobre o servomecanismo [5, 10, 13].

Outro parâmetro que temos é a presença do atrito viscoso B_m nas engrenagens do conjunto redutor agindo no eixo do motor.

A equação 2.16 da carga em relação ao movimento pode ser descrita como

$$\tau_l(t) = J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_l \omega_l(t) \quad (2.16)$$

Onde J_l é o momento de inércia da carga acoplada e τ_l é o torque total aplicado sobre a carga [5, 13].

O momento de inércia total inclui o momento de inércia do conjunto redutor de engrenagens somado ao momento de inércia do cilindro de aço cujas massas são de 0,504 Kg, 0,748 Kg e 1,031 Kg conforme o ensaio proposto e com o objetivo de alterar o momento de inércia final e analisar a dinâmica diante das mudanças.

Portanto a equação do motor pode ser expressa conforme a equação 2.17

$$\tau_m = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B_m(t) \omega_m(t) + \tau_{ml}(t) \quad (2.17)$$

Onde J_m é o momento de inércia no eixo do motor e τ_{ml} é o torque que é resultado do torque da carga agindo sobre o eixo do motor [5].

O torque da carga decorrente do torque do motor pode ser descrito descrito na equação 2.18.

$$\tau_l = \eta_g K_g \tau_{ml}(t) \quad (2.18)$$

Onde K_g é a relação de transmissão do conjunto de engrenagens e η_g é a eficiência da redução.

O conjunto de redução é composto por N_1 e N_2 na figura e possui uma relação de

$$K_{gi} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.19)$$

Sendo esta a relação interna de redução do servomotor com as duas primeiras engrenagens N_1 e N_2 com a engrenagem do motor N_3 e a engrenagem da carga N_4 estão associadas mecanicamente e são visíveis e pertencem ao segundo estágio de redução sendo representadas como

$$K_{ge} = \frac{N_4}{N_3} \quad (2.20)$$

Portanto o valor final do conjunto de redução do servomecanismo é

$$K_g = K_{ge}K_{gi} \quad (2.21)$$

Então o torque final do motor com a carga acoplada no eixo do motor é descrito na equação 2.22.

$$\tau_{ml}(t) = \frac{\tau_l(t)}{\eta_g K_g} \quad (2.22)$$

Pensando no movimento do motor, este deve rotacionar K_g vezes sobre seu eixo para obtermos uma revolução conforme a equação 2.23.

$$\theta_m = K_g \theta_l(t) \quad (2.23)$$

Então iremos analisar a velocidade angular da motor em relação á velocidade da carga derivando θ_l no tempo [5, 13].

$$\omega_m = K_g \omega_l(t) \quad (2.24)$$

Na busca da equação diferencial ordinária que define o sistema eletromecânico que descreve o movimento da carga acoplada em relação ao torque dado pelo motor substituímos a equação 2.20, 2.22 e 2.14 dentro da equação 2.15 e com isso temos a equação 2.25 [5, 13].

$$\tau_m(t) = J_m K_g \frac{d}{dt} \omega_l(t) + B_m(t) K_g \omega_l(t) + \frac{J_l \frac{d}{dt}(\omega_l(t)) + B_l \omega_l(t)}{\eta_g K_g} \quad (2.25)$$

Em relação á carga relacionamos com a sua velocidade e aceleração angular e conforme a equação 2.26.

$$(\eta_g K_g^2 + J_l) \frac{d}{dt} \omega_l(t) + (\eta_g K_g^2 + (B_m + B_l)) \omega_l(t) = \eta_g K_g \tau_m(t) \quad (2.26)$$

Definindo os termos como

$$J_{eq} = \eta_g K_g^2 J_m + J_l \quad (2.27)$$

$$B_{eq} = \eta_g K_g^2 B_m + B_l \quad (2.28)$$

Que simplifica a equação 2.26 e fica representada como

$$J_{eq} \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_{eq}\omega_l(t) = \eta_g K_g \tau_m(t) \quad (2.29)$$

Como $\tau_l = \eta_g K_g \tau_{ml}(t)$ temos finalmente o torque na carga τ_l [5, 13].

$$\tau_l = J_{eq} \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_{eq}\omega_l(t) \quad (2.30)$$

2.2.3 Combinação das equações elétricas e mecânicas do servomecanismo

Nesta seção as equações derivadas da subsecção 2.2.1 e 2.2.2 são levadas em consideração de forma conjunta gerando a equação que representa a velocidade no eixo do motor com a carga acoplada em função da tensão $V_m(t)$ [5, 12].

O torque do motor é proporcional á corrente da armadura e descrita com a equação 2.31 [5, 12].

$$\tau_m(t) = \eta_m K_t I_m(t) \quad (2.31)$$

Onde K_t e η_m são as constantes de torque do motor ($N.m/A$) e a eficiência do motor respectivamente e I_m é a corrente da armadura do motor.

Iremos expressar o torque do motor em relação á tensão de entrada $V_m(t)$ e a sua velocidade angular $\omega_l(t)$ substituindo a corrente de armadura I_m na equação 2.12 na seção 2.2.1 internamente na relação corrente e torque dada a equação 2.28 [5, 12].

$$\tau_m(t) = \frac{\eta_m K_t (V_m(t) - K_m(t)\omega_l(t))}{R_m} \quad (2.32)$$

Para expressar nos termos de $V_m(t)$ e $\omega_l(t)$, se substituirmos a equação 2.29 dentro da equação 2.27 substituindo os termos e obtemos a equação 2.33.

$$J_{eq} \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_{eq}\omega_l(t) = \frac{(V_m(t) - K_m K_g)\omega_l(t)}{R_m} \quad (2.33)$$

Organizando os termos, representamos na equação 2.34.

$$\frac{d\omega_l(t)}{dt} J_{eq} + \frac{(K_m \eta_g K_m^2 \eta_m K_t)}{R_m} + B_{eq}\omega_l(t) = \frac{\eta_g K_g \eta_m \eta_m K_t v_m(t)}{R_m} \quad (2.34)$$

Sendo que a equação pode ser reescrita como

$$\frac{d\omega_l(t)}{dt}J_{eq} + B_{eq,v}\omega_l(t) = A_m V_m \quad (2.35)$$

Onde o termo coeficiente de atrito viscoso B_{eq} é descrito na equação 2.36 [5, 12],

$$B_{eq,v} = \frac{\eta_g K_g^2 \eta_m K_t K_t + B_{eq}(t) R_m}{R_m} \quad (2.36)$$

Portanto o ganho dos servomecanismo é dado pela equação 2.37 [5, 12].

$$A_m = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{R_m} \quad (2.37)$$

2.3 Aproximação numérica e ajuste de curvas

As observações científicas e de engenharia são realizadas em ensaios e experimentos nos quais grandezas físicas são medidas e gravadas para análise sendo que tais registros são chamados de pontos experimentais ou dados e nesses ensaios buscamos medições que são realizadas e gravadas de forma contínua em dispositivos como sensores analógicos e discretos [14, 37].

Nos últimos anos, os computadores tem larga aplicação em seu uso e as grandezas são digitalizadas e armazenadas num conjunto de pontos discretos onde pesquisadores e engenheiros podem usar dados experimentais de diferentes maneiras sendo que de um modo em geral, os dados são usados no desenvolvimento ou na avaliação de curvas nas quais se assume uma forma específica, com base ou não em algum tipo de teoria e na determinação dos parâmetros dessa equação [14, 21, 37].

Na literatura, vários trabalhos utilizam duas classes de métodos para aproximação de dados, ou em outras palavras, a diferença entre elas está em considerarmos, ou não, se há erros nos dados sendo que no primeiro caso, consideramos que os dados são precisos e portanto pode-se exigir que a curva de ajuste passe pelos pontos dados e a sua solução decorre do uso da interpolação numérica [14, 21, 37].

Muitas vezes os pesquisadores e cientistas possuem dados em que a escolha representa uma função polinomial e desta forma resolveremos o caso com a técnica de interpolação polinomial onde sua solução decorre da busca com que as curvas são traçadas e traçada uma estimativa dos valores esperados entre os pontos medidos de um

experimento, procedimento chamado de interpolação e que podem representar a melhor forma possível da representação do conjunto de dados [14, 21, 37].

2.3.1 Interpolação numérica

A forma mais utilizada de interpolar a tabela de valores de uma função é usar uma forma de intervalar os pontos adjacentes por partes e por exemplo o uso da função $\exp(x)$ será um meio de representar os dados com o uso de uma tabela de valores em que uma curva será representada por n pontos e o pesquisador que fizer a escolha de mais que 10 pontos de interpolação deverá estar atento na análise e na possibilidade de erros na expressão do polinômio [14, 21].

Uma possibilidade de correção consiste em dividir o intervalo em vários subintervalos e construir polinômios interpoladores para cada sub intervalo onde este tipo de construção chama-se interpolação polinomial por partes [14, 21].

A desvantagem desta maneira de obter a curva é que a função não é diferenciável e quando aumentamos o grau do polinômio interpolador para uma ordem maior e a dificuldade de conseguir uma aproximação melhor e que uma das formas de realizar esta análise numérica e a da aproximação pela interpolação polinomial por partes e que será descrita na seção seguinte [14, 21].

A interpolação linear por partes é o caso mais simplificado de se achar os intervalos dos dados e esta forma é bem comum e representa uma forma bem tradicional para interpolar tabelas conforme expressão [14, 21].

$$(x_0, f_0), (x_1, f_1), \dots, (x_n, f_n)$$

A interpolação é um método pra estimação dos valores entre os pontos conhecidos de um conjunto de dados e a sua determinação de um polinômio permite encontrar o valor exato nos pontos conhecidos e com o uso desse polinômio tenhamos a possibilidade de calcular o valor entre esses pontos [14, 21].

O software de métodos numéricos possui funções que facilitam o ajuste de curvas e a interpolação e iremos descrever como usar as funções *polyfit* (para fazer ajuste de curvas) e *interp1* (para interpolação) sendo que o comando *Polyfit* será usado para realizar o ajuste das curvas em um conjunto de pontos usando polinômios de vários graus e também para achar o polinômio de ordem $n - 1$ que passa por todos os pontos [14, 21].

O comando consiste em $p = \text{polyfit}(x, y, m)$ onde p é um vetor de que contém

os coeficientes do polinômio que melhor se adapta aos dados e x e y são vetores com as coordenadas horizontal e vertical dos pontos, respectivamente m é o grau do polinômio.

A técnica do método dos mínimos quadrados tem sido de forma bem ampla utilizada na análise numérica e em problemas de ordem prática sendo que o fator relevante a esta escolha decorre da sua simplicidade e do fato em geral da busca da aproximação dos dados que são obtidos que através de medições com sensores analógicos e de sensores discretos a quem se deve certo grau de incerteza [14, 21].

O método em si foi publicado pela primeira vez, por Adrien-Marie Legendre (1752-1833) em 1805 mas já havia sido usado por Carl Friedrich Gauss (1777-1855) em seus cálculos na Astronomia desde 1795 e de forma genérica conforme caso linear, os dados são aproximados por uma função 2.38 do tipo [14, 21].

$$f(x) = g(x) = c_1\theta_1(x) + c_2\theta_2(x) + \dots + c_n\theta_n(x) \quad (2.38)$$

2.3.2 Medidas de dissimilaridade

O agrupamento é feito com base na similaridade ou distância onde itens ou objetos são agrupados e a sua proximidade de forma usual é indicada por uma medida de distância, porém por outro lado, as variáveis são usualmente agrupadas com base nos coeficientes de correlação ou outras medidas de associação.

- Similaridade: quanto maior o valor observado mais parecidos são os itens ou objetos. Ex.: o coeficiente de correlação.

- Dissimilaridade: quanto maior o valor observado menos parecidos (mais dissimilares) serão os itens ou objetos. Ex.: distância Euclidiana.

Dado um conjunto de ‘n’ unidades amostrais (tratamentos, objetos, indivíduos, ...), os quais são medidos segundo ‘p’ variáveis, obter um algoritmo que possibilite reunir os indivíduos, tal que exista homogeneidade dentro do grupo e heterogeneidade entre grupos [22].

Matematicamente, um segmento pode ser definido da seguinte forma: Se o conjunto de pontos de entrada for representado por P , então o subconjunto $O_i = \{p_i : p_i \in P\}$ é distinto de $O_j = \{p_j : p_j \in P\}$ se:

$$\min ||p_i - p_j|| \geq d_{th}, \forall i, j; \quad (2.39)$$

em que d_{th} é um limite máximo imposto de distância euclidiana [22]. A equação 2.39 traduz que, se a distância mínima entre um conjunto de pontos $p_i \in P$ e outro conjunto $p_j \in P$ é maior que um determinado valor, então os pontos que pertencem a p_i pertencem a um segmento O_i e os pontos do conjunto p_j pertencem a outro segmento O_j , distinto do anterior.

Em relação a equação que representa o quadrado da distância euclidiana pode ser definido da seguinte forma conforme a equação 2.40.

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2}, \quad (2.40)$$

Define-se por distância euclidiana d ao comprimento de um segmento de reta que une dois pontos, o que matematicamente pode ser escrito através da equação 2.40

em que $p = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ e $q = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$

Conforme a literatura, a distância euclidiana é definida como a soma da raiz quadrada da diferença entre p e q em suas respectivas dimensões e portanto na análise de agrupamento é importante saber qual o tipo de medida de distância utilizar de acordo não só com os resultados esperados, mas também analisando todo o tipo de dado que será coletado; pois, como vimos este também exerce influência no resultado final e se não levado em consideração pode tornar a análise de dados distorcida e consequentemente levando a decisões erradas [22].

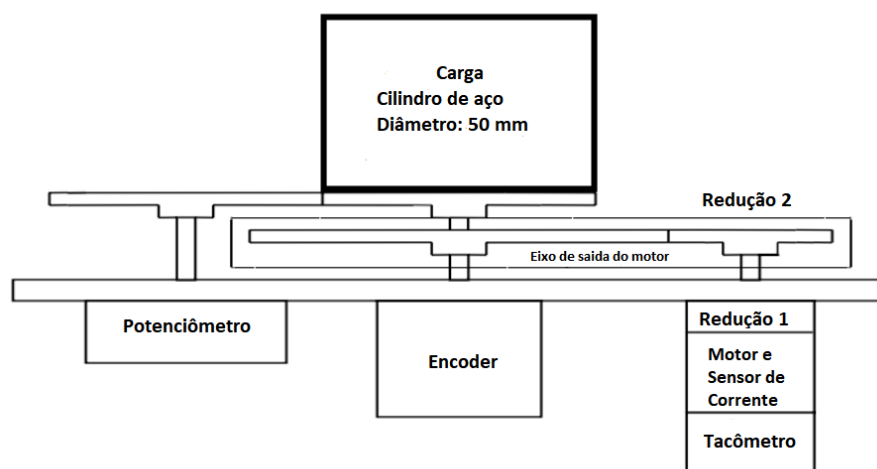
Capítulo 3

Descrição do servomecanismo

3.1 Sensores e sistemas de aquisição de dados

O equipamento pode ser dividido em dois módulos principais, sendo que o primeiro módulo é composto por um servomotor de corrente contínua em cujo eixo é acoplado um tacômetro, e o segundo módulo é composto por um conjunto de engrenagens com uma relação de redução 1 de (K_{gi}) 5:1 no primeiro estágio e com uma relação de redução 2 de (K_{ge}) 14:1 no segundo estágio, alcançando a relação final de redução (N_g) de 70 que pode ser observado na figura 3.1.

Figura 3.1: Conjunto completo do servomecanismo



Fonte: Adaptado de [23]

Os parâmetros do servomecanismo com seus valores são mencionados na Tabela 3.1 e a base dos valores para desenvolvimento das equações conforme descritas nas seções 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3 [23].

Tabela 3.1: Parâmetros físicos do sistema *Rotary Servo Unit*

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
B_m	Coeficiente de atrito viscoso	0.015	$N.m/(rad/s)$
J_m	Momento de inércia (eixo do motor)	4.6062×10^{-7}	$kg.m^2$
J_{eq}	Momento de inércia (sistema)	3.338×10^{-3}	$kg.m^2$
J_l	Momento de inércia 1 (centro de massa)	3.3372×10^{-3}	$kg.m^2$
J_2	Momento de inércia 2 (centro de massa)	3.3455×10^{-3}	$kg.m^2$
J_3	Momento de inércia 3 (centro de massa)	3.3535×10^{-3}	$kg.m^2$
K_g	Relação das engrenagens	70	
η_m	Eficiência do motor	0.69	
η_g	Eficiência da caixa de engrenagem	0.90	
k_m	Constante da força contra-eletromotriz	7.68×10^{-3}	$V/(rad/s)$
k_t	Constante de torque do motor	7.68×10^{-3}	$N.m/A$
V_{nom}	Tensão de entrada nominal no motor	6.0	V
R_m	Resistência da armadura	2.6	Ω
L_m	Indutância da armadura	0.18	mH

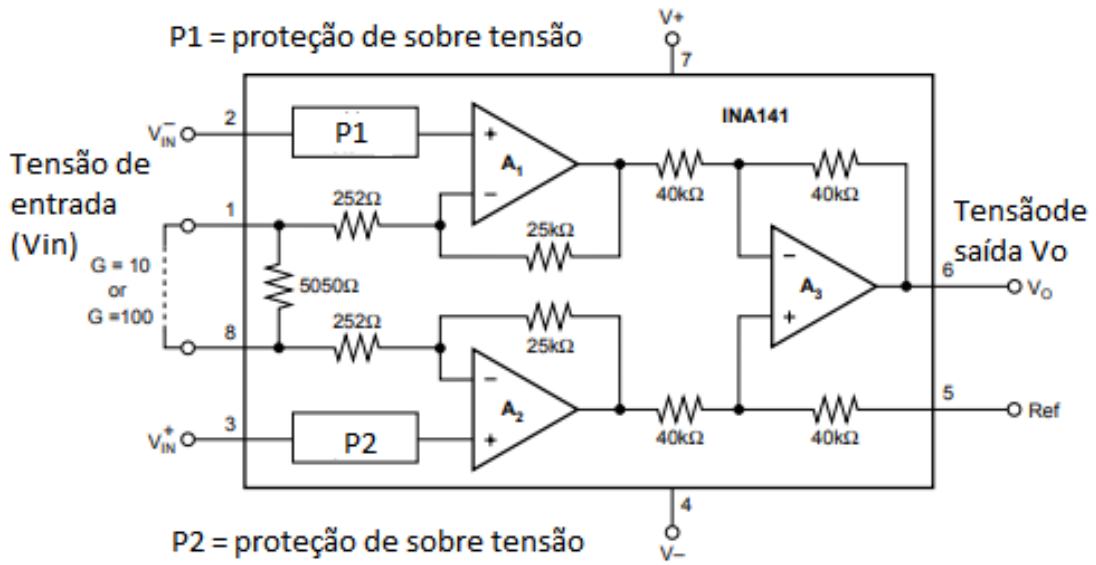
O atrito dinâmico em estudo se manifesta nos componentes mecânicos utilizados como na redução interna de uma engrenagem de um servomotor CC, além da redução composta por engrenagens externas ao servomotor CC e na carga associada ao modelo associado, e uma simplificação será feita, aproximando o sistema em estudo com um grau de liberdade [10, 23, 24].

Uma pesquisa sobre como ocorre a medição de corrente elétrica foi necessária e indica a presença de um resistor shunt para que fosse possível conhecer melhor o sinal de saída com a necessidade de um estágio de condicionador de sinal por intermédio de um amplificador de instrumentação (INA141) interno e que possibilitou amplificar o sinal vindo do resistor shunt, permitindo medir a corrente elétrica do servomotor CC e calcular o torque posteriormente [23, 25].

Na medição da corrente de armadura do servomotor de corrente contínua, o condicionador de instrumentação INA141 será fundamental para amplificar o sinal da tensão elétrica proveniente do resistor shunt e no torque do motor e da carga [23, 25].

O amplificador de instrumentação (INA141) é de uso geral e de potência baixa e oferece uma excelente precisão além de ter um design versátil para uma ampla gama de aplicações e sua localização é interna ao amplificador e podemos ver seu esquema eletrônico na figura 3.2.

Figura 3.2: Diagrama do amplificador INA 141



Fonte: Adaptado de [23].

O sinal de entrada proveniente do resistor shunt é baixo e deve ser condicionado pelo amplificador de instrumentação INA141 e está em torno de alguns milivolts e com uma resposta de $1mv/1ma$ e para que a entrada da placa de sistema de aquisição consiga ler os valores, será necessário ter um ganho do amplificador de instrumentação sem distorcer o sinal vindo do resistor shunt.

Conforme informações do componente INA141, temos um ganho de 10 sem o "jumper" conectado nos pinos (1 e 8) e de acordo com a equação 3.1, iremos encontrar o valor de tensão de saída V_o do amplificador de instrumentação INA141 [23, 24, 25, 26].

$$V_o = G(V_{In}(+) - V_{In}(-)) \quad (3.1)$$

A ideia de usar uma estação de trabalho com software dedicado foi a de otimizar a análise e o estudo de sinais não lineares e variáveis no tempo e a integração de uma única placa de aquisição e que permita transformar os valores coletados, mensuráveis e com a gravação dos dados para análise em tempo real [23, 24, 25].

A placa de aquisição de dados será utilizada para coletar e armazenar os valores dos ensaios, ou seja, medir e gravar os valores em software dedicado sendo ideal para o uso da obtenção de modelos e de controle em sistemas diversos e aplicações de medição de sinais complexos [23, 24, 25].

Uma placa de sistema de aquisição de dados que consiste em uma placa eletrônica de controle e aquisição que irá coletar o sinal do resistor shunt e do tacômetro e conforme o ganho de cada circuito eletrônico irá transferir para um conversor analógico digital, responsável pela conversão e o tratamento do sinal requisitado [23, 24, 25].

Capítulo 4

Cálculo dos parâmetros finais do servomecanismo

4.1 Cálculo de parâmetros de ganho do atuador e do momento de inércia e de atrito viscoso

O coeficiente de atrito viscoso B_m foi definido experimentalmente pela "Quanser" conforme seção anterior na tabela 3.1 ($B_{eq} = 0.015 N.m/rad/s$) na configuração engrenagem maior e iremos considerar um motor de corrente contínua com carga conectada por meio de um redutor de velocidade e do motor de corrente contínua acoplado a um redutor sendo que o motor acoplado possui internamente um conjunto de engrenagens com relação N_1 e outra engrenagem externa maior acoplada com N_2 [5, 23].

$$B_{eq} = B_m + B_l \quad (4.1)$$

$$J_{eq} = J_m + J_l \quad (4.2)$$

Os parâmetros mencionados como B_{eq} e A_m possuem os valores especificados na tabela 4.1 e a apresentação do seu valor teórico calculado de coeficiente de atrito viscoso B_m conforme a equação 2.28 e em relação ao valor teórico de ganho do atuador conforme a equação 2.37.

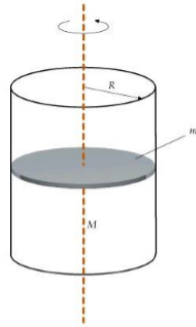
Tabela 4.1: Parâmetros físicos de atrito viscoso e ganho de atuador

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
B_{eq}	Coefficiente de atrito viscoso total	0.0844	$N.m/(rad/s)$
A_m	Ganho do atuador (servomecanismo)	0.129	$N.m/V$

Será necessário determinar por meio de cálculo, o momento de inércia de um cilindro maciço homogêneo de raio r e massa m , em relação ao seu eixo e podemos subdividir o cilindro em uma série de discos paralelos e como todos os discos são equivalentes, podemos considerar o momento de inércia do cilindro como igual ao dos discos e descrita na equação 4.3 e na figura 4.1 [23, 27]

$$J = \frac{mr^2}{2} \quad (4.3)$$

Figura 4.1: Momento de inercia de um cilindro.



Fonte: Adaptado de [27].

A busca inicial é pelo parâmetro de momento de inércia do sistema eletromecânico que consiste na somatória dos momentos de inércia do rotor mais o momento de inércia do tacômetro J_{tach} [23, 27].

A carga que consiste em cilindro de aço acoplado onde m é a massa e r é raio do cilindro de aço acoplado ao conjunto de engrenagens sendo que uma da engrenagens é de 24 dentes, a outra engrenagem é de 70 dentes e a final é de 120 dentes acoplada no eixo do motor CC e com os valores apresentados na tabela 3.1 sendo que a formula para cálculo do momento de inércia do motor é conforme a equação 4.4 [23, 27].

$$J_m = J_{tach} + J_{m_{rotor}} \quad (4.4)$$

Foram feitos de forma alternada três ensaios de carga acoplada cilíndrica de diâmetro de 50 mm no eixo do servomotor, sendo que no ensaio 1 a massa é de 0,504 Kg, no ensaio 2 a massa é de 0,754 kg, e finalmente no ensaio 3 os testes foram feitos com a massa de inércia de 1,031 kg apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Valores de momentos de inércia com massas diferentes no servomecanismo

<i>Ensaio</i>	Massa(<i>Kg</i>)	Momento de inércia(<i>kg.m</i> ²)	Faixa de velocidade (<i>rad/s</i>)
1	0,50424	0.003372	-7.4...7.80
2	0,75463	0.003455	-7.4...7.80
3	1,03131	0.003535	-7.4...7.80

Portanto o momento de inércia das engrenagens pode ser descrita na equação 4.5 e apresentado na tabela 4.3 [23, 27].

$$Jg = J_{24} + J_{72} + J_{120} \quad (4.5)$$

Tabela 4.3: Engrenagens de conjunto mecânico

Momento de inércia <i>Kgm</i> ²	Descrição	Valor (<i>Kg.m</i> ²)
J_{24}	Engrenagem 1	$1.01.10^{-7}$
J_{72}	Engrenagem 2	$5.44.10^{-6}$
J_{120}	Engrenagem 3	$4.18.10^{-5}$

Tabela 4.4: Dimensões do cilindro

Diâmetro (mm)	Peso (Kg)	Descrição
50	massa = 0,504	<i>massa1</i>
50	massa = 0,754	<i>massa2</i>
50	massa = 0,1031	<i>massa3</i>

Conforme o valor de massa de cada cilindro de aço façamos o uso da equação 4.6 para cálculo do momento de inércia parcial e da equação 4.7 para cálculo do momento de inércia total e apresentado os valores finais de momento de inércia parcial e total conforme tabela 4.5 e 4.6.

$$Jl = J_g + J_{cil(...)} \quad (4.6)$$

$$Jeq = \eta_g K_g^2 J_m + J_l \quad (4.7)$$

Tabela 4.5: Momento de inércia da carga parcial

Simbolo	Descrição	Valor ($Kg.m^2$)
$J(l)_1$	momento de inércia da carga 1, massa 504 g	$2.09.10^{-4}$
$J(l)_2$	momento de inércia da carga 2, massa 750 g	$2.93.10^{-4}$
$J(l)_3$	momento de inércia da carga 3, massa 1034 g	$3.75.10^{-4}$

Tabela 4.6: Momento de inércia da carga total

Simbolo	Descrição	Valor ($Kg.m^2$)
$J(eq)_1$	momento de inércia da carga 1, massa 504 g	$3.37.10^{-3}$
$J(eq)_2$	momento de inércia da carga 2, massa 750 g	$3.45.10^{-3}$
$J(eq)_3$	momento de inércia da carga 3, massa 1034 g	$3.53.10^{-3}$

Os resultados apresentados permitiram-nos concluir da importância que as massas influenciaram nos valores esperados teoricamente, mesmo com possíveis fontes de erros sistemáticos como a não homogeneidade da distribuição de massa, o deslocamento do furo da base dos cilindros e a não centralização perfeitamente vertical destes cilindros.

Portanto, chegamos aos valores sobre o estudo do momento de inércia, o cálculo desenvolvido permite estudar como o momento de inércia de um objeto depende de sua massa e de sua geometria de uma forma simples e, em alguns casos, estabelecer uma equação para o seu cálculo.

Capítulo 5

Caracterização do modelo dinâmico de atrito

5.1 Ensaios e resultados para caracterização de atrito dinâmico

O objetivo nesta seção é demonstrar como foram feitos os ensaios com massas inerciais de 504 g, 754 g e 1031 g com a carga cilíndrica e momentos de inércia diferentes e obter um modelo não linear de atrito por meio de experiência em que sejam coletados os pontos de velocidade angular ω e I_a e gravados no software "*Quanser*" para a elaboração de uma tabela torque τ e velocidade angular ω .

Para esta proposta usaremos o software de métodos numéricos e um cartão de aquisição de dados e o experimento representado na figura 5.1 foi realizado por meio de um diagrama de blocos em software numérico com uma variação de tensão segundo um sinal de entrada em degrau e mediante dezoito valores de amplitudes diferentes para que tenhamos em sua saída, dezoito sinais diferentes correspondentes aos valores de velocidades do servomotor em regime estacionário.

O objetivo é a de observarmos como ocorre a resposta da saída do sistema em estudo diante de um valor de amplitudes diferentes de tensão e ajustes de ganho e tempo até que o sistema tenha uma resposta ótima e um método que será empregado será o de validação por resposta ao sinal de entrada "degrau".

Tabela 5.1: Parâmetros físicos da carga cilíndrica e do motor CC

Simbolo	Descrição	Valor
R	Resistencia da armadura do motor	2.61 ohms
L	Indutancia da armadura do motor	0.18 mH
J	Momento de inércia com carga	0.33 N.m
B_m	Coeficiente de atrito viscoso	0.015 N.m/(rad/s)
m1	Massa da carga	0.504 Kg
m2	Massa da carga	0.754 Kg
m3	Massa da carga	1.031 Kg
rd	Raio do cilindro	0.025 m
Imax	Corrente máxima do motor	1 A
ω_m	Velocidade máxima do motor	628.3 rad/s

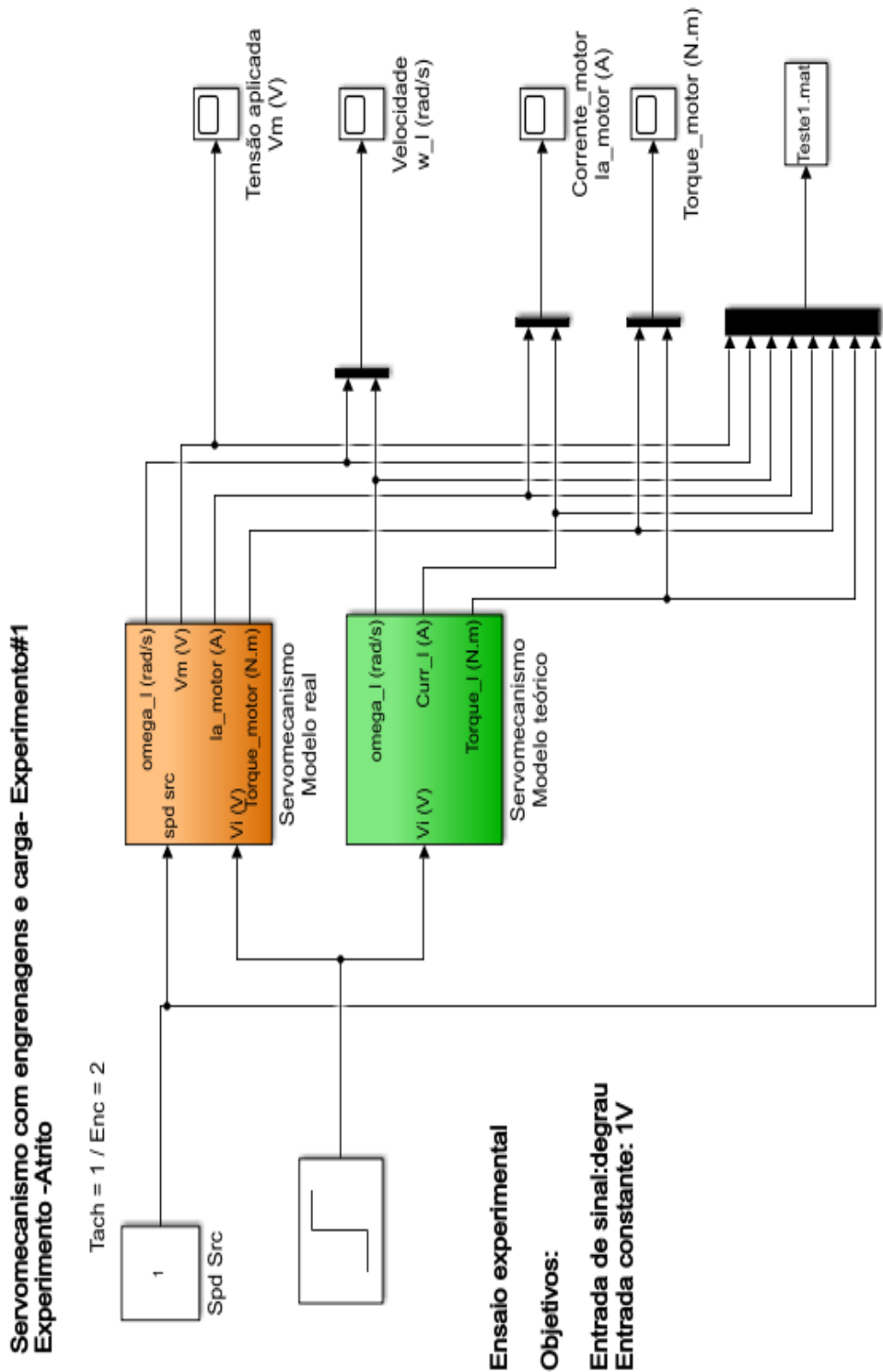
Tabela 5.2: Fator de relação das engrenagens do servomecanismo acoplado no motor

Simbolo	Descrição	Valor
Kgi	Relação de redução interna do servomotor	14
Kge,high	Relação de redução engrenagem maior	5

O teste velocidade em regime estacionário consiste 18 ensaios com o objetivo de coletar o ponto exato em que a velocidade entra em regime permanente, ponto que fará com que tenhamos aceleração igual a zero e gravamos numa tabela de ensaios com a respectiva massa inercial acoplada no eixo do servomotor CC.

Um diagrama de blocos realizado no software de simulação numérico conforme figura 5.1 em busca dos dados sendo que inicialmente injeta-se um sinal degrau de amplitude em tensão, condizente com a velocidade definida nos 18 pontos escolhidos de velocidade, na faixa de trabalho de -8 rad/s a 8 rad/s e são gerados nove pontos de velocidade positiva e nove pontos de velocidade negativa e a resposta de sua saída é gravada onde após um intervalo de tempo a velocidade entra em regime permanente ou seja constante e neste instante os sensores de corrente e de velocidade retornam o ponto no gráfico amostrado.

Figura 5.1: Diagrama de blocos com sinal degrau para obter modelo de atrito



Fonte: Autoria própria.

Os blocos com os parâmetros inseridos num diagrama de blocos serão inseridos em software gráfico que dará informações necessárias das respostas gravadas e um dos blocos do sistema será "*SignalGeneratorblock*" com os parâmetros para teste inseridos e seguem as seguintes etapas:

- 1- Inserir dados no bloco Sinal de entrada: Degrau Amplitude: 1 V.
- 2- Compilar o programa no software de simulação.
- 3- Rodar o programa e observar o resultado no gráficos.

O ensaio terá tempo médio de 2 s e com amostragem de 0.001 s que será utilizado em cada nível de torque motor a velocidade foi medida com tacômetro e o torque motor foi obtido por meio da corrente de armadura I_a multiplicada pela constante do motor k_m .

Como em cada torque motor, a velocidade é medida, o torque de atrito será igual ao torque motor aplicado, para cada velocidade em regime estacionário, devido a ausência de outros torques externos.

Diante disso, conseguimos obter um conjunto de pontos de velocidades do rotor e de torque de atrito e para cada sentido de rotação é traçada uma curva de ajuste em relação aos pontos amostrados.

O valor de velocidade angular ω_l , corrente elétrica I_a e torque de atrito τ_l foram coletados e após terem passado o regime transitório do sinal, tendo como referência o período de 0,5 á 0,9 s, encontramos a mediana conforme software numérico, tendo uma precisão maior nos pontos de velocidade ω_l , da corrente elétrica I_a e do torque de atrito τ_l e com auxílio de um software numérico, que procedimento é levado em consideração com o objetivo de ter uma melhor precisão no ponto escolhido, diminuindo as incertezas e com precisão de 99,5 % conforme software numérico.

Nove pontos da experiencia com torque de atrito e velocidade angular positiva do motor CC e nove pontos da experiencia com torque de atrito e velocidade angular negativa do motor CC com a massa de 504 g, conseguimos obter um conjunto de pontos de velocidades do rotor e de torque de atrito para cada sentido de rotação e obtemos a função polinomial que corresponde ao modelo de atrito representada na equação 5.1.

$$T_{at} = f_i + f_v i \dot{\theta} + c i \ddot{\theta} \quad (5.1)$$

Onde f_v é o coeficiente de atrito viscosos variável.

Os gráficos 5.2, 5.3 e 5.4, mostram como foram as respostas do sistema em malha aberta e os valores encontrados que estão representados nas tabelas 5.3 e 5.4 com a massa de 504 g acoplada no servomecanismo.

Tabela 5.3: Valores de torque de atrito e velocidade angular positivas com massa de 504 g no servomecanismo

Ponto	Velocidade	Unidade	Torque de atrito	Unidade
1	7.4	(<i>rad/s</i>)	0.0028	(<i>N.m</i>)
2	6.5	(<i>rad/s</i>)	0.0027	(<i>N.m</i>)
3	4.8	(<i>rad/s</i>)	0.0021	(<i>N.m</i>)
4	3.6	(<i>rad/s</i>)	0.0020	(<i>N.m</i>)
5	2.4	(<i>rad/s</i>)	0.0015	(<i>N.m</i>)
6	1.6	(<i>rad/s</i>)	0.0013	(<i>N.m</i>)
7	1.0	(<i>rad/s</i>)	0.0011	(<i>N.m</i>)
8	0.4	(<i>rad/s</i>)	0.0010	(<i>N.m</i>)
9	0.04	(<i>rad/s</i>)	0.0012	(<i>N.m</i>)

Tabela 5.4: Valores de torque de atrito e velocidade angular negativa com massa de 504 g no servomecanismos

Ponto	Velocidade	Unidade	Torque de atrito	Unidade
1	-7.8	(<i>rad/s</i>)	-0.0027	(<i>N.m</i>)
2	-6.4	(<i>rad/s</i>)	-0.0026	(<i>N.m</i>)
3	-4.9	(<i>rad/s</i>)	-0.0025	(<i>N.m</i>)
4	-4.0	(<i>rad/s</i>)	-0.0018	(<i>N.m</i>)
5	-2.4	(<i>rad/s</i>)	-0.0015	(<i>N.m</i>)
6	-1.6	(<i>rad/s</i>)	-0.0015	(<i>N.m</i>)
7	-1.0	(<i>rad/s</i>)	-0.0012	(<i>N.m</i>)
8	-0.4	(<i>rad/s</i>)	-0.0013	(<i>N.m</i>)
9	-0.04	(<i>rad/s</i>)	-0.0013	(<i>N.m</i>)

Figura 5.2: Velocidade do servomotor com sinal degrau no regime estacionário

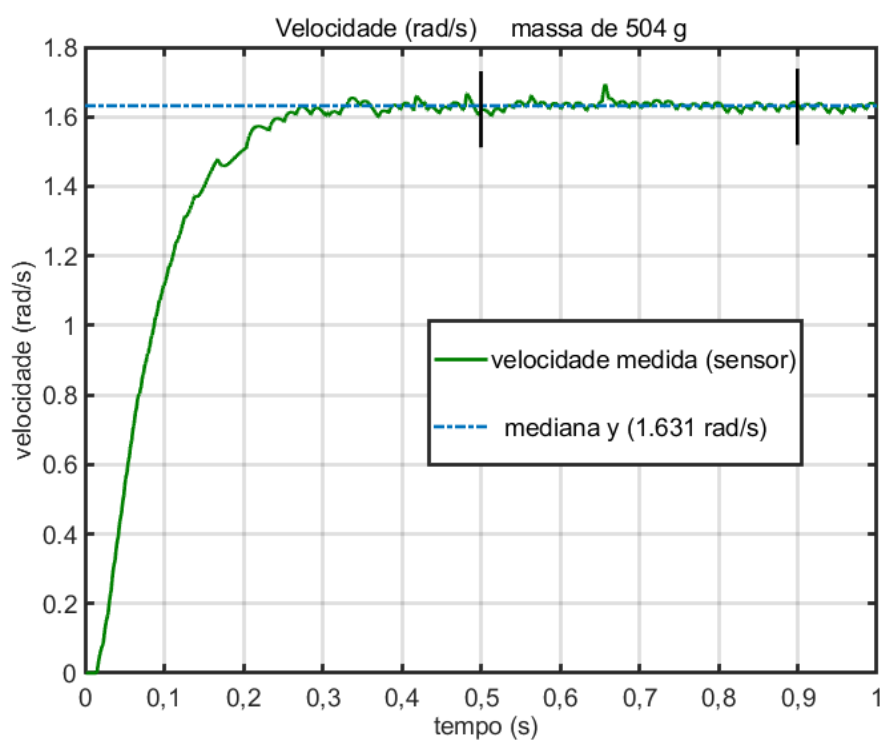


Figura 5.3: Corrente elétrica do servomotor com sinal degrau no regime estacionário

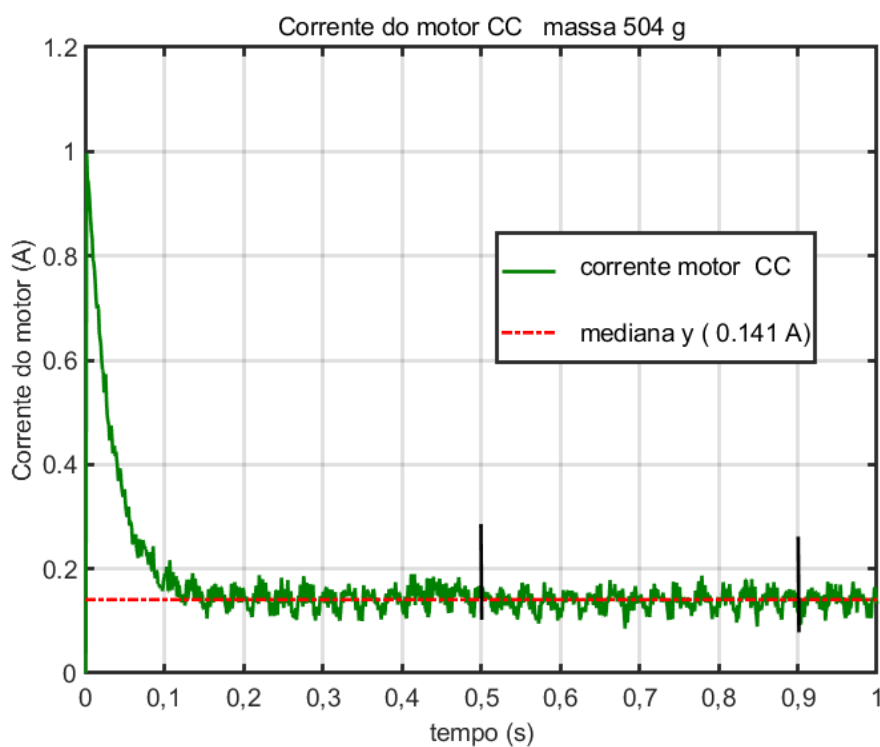
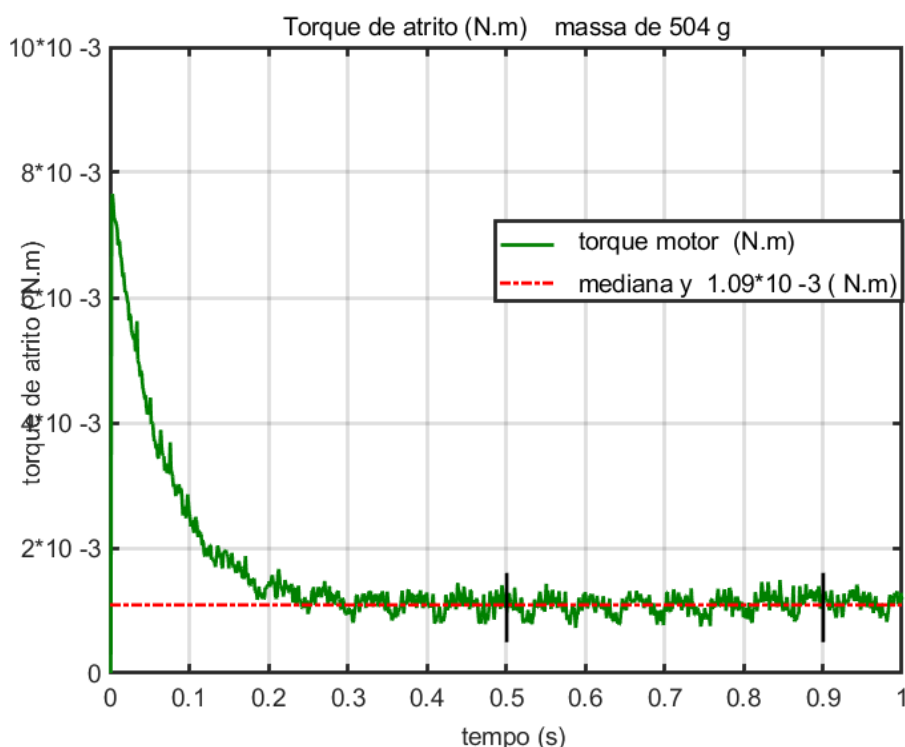


Figura 5.4: Torque do servomotor com sinal degrau no regime estacionário



Com a experimentação, resultou na caracterização do modelo dinâmico de atrito e torna-se possível e mensurável a análise para a obtenção do modelo dinâmico do atrito por intermédio da medição das grandezas velocidade angular, corrente elétrica do motor e do torque de atrito do servomecanismo que são representados pelos sinais de velocidade e de corrente elétrica. Os sensores analógicos instalados no servomecanismo e o auxílio do software numérico, encontramos os valores dos sinais medidos e gravados em sistema de aquisição de dados.

5.2 Resultados para obtenção do modelo dinâmico de atrito

Na simulação com software numérico, um "*script*" foi aplicado para gerar as curvas polinomiais com trinta e seis pontos, inicialmente com dezoito pontos amostrados e mais dezoito pontos dentro dos intervalos adjacentes a estes pontos.

Os dados experimentais de torque de atrito em função da velocidade foram coletados com a aplicação de um sinal de entrada de onda degrau com amplitude de tensão

E_b em relação às velocidades desejadas e os ensaios consistiam entre velocidade positiva em um momento aplicando tensão E_b na armadura do motor CC e em outro momento com tensões E_b negativas aplicada representando as velocidades negativas.

Usando a função *polyfit* é possível realizar uma aproximação polinomial e com isso aproximar o conjunto de pontos por um polinômio de qualquer ordem e como exemplo foi verificado a curva polinomial de terceiro grau para de forma independente do gráfico 5.5.

O recurso da função é válido para aproximações lineares e não lineares, sendo demonstrado os casos $n=3$, $n=6$ e $n=9$ onde apresentamos os coeficientes de um polinômio de terceira ordem, sexta ordem e nona ordem sendo que n é a ordem do polinômio.

As curvas traçadas de acordo aos valores amostrados são representados conforme os modelos das figuras 5.5, 5.6 e 5.7 onde foram medidos, o sinal de velocidade pelo tacômetro e o sinal de corrente pelo resistor shunt e com aplicação do amplificador de instrumentação.

A curva gerada com os pontos de velocidade e torque e massa de 504 g teve origem por intermédio das tabelas 5.3 e 5.4 e representada conforme o modelo da figura 5.5 onde foram medidos os sinais analógicos pela medição de corrente elétrica e velocidade.

O torque foi modelado por intermédio dos blocos de software de simulação numérico por meio da equação 5.2.

$$T(t) = \eta K_m i_a(t) \quad (5.2)$$

Onde η é o rendimento do servomotor de corrente contínua.

Nos gráficos seguintes, representamos as curvas polinomiais de ordem : $n = 3$, $n = 6$ e $n = 9$ e os coeficientes dos polinômios respectivos, com carga acoplada de 504 g.

ModelPoly3 :

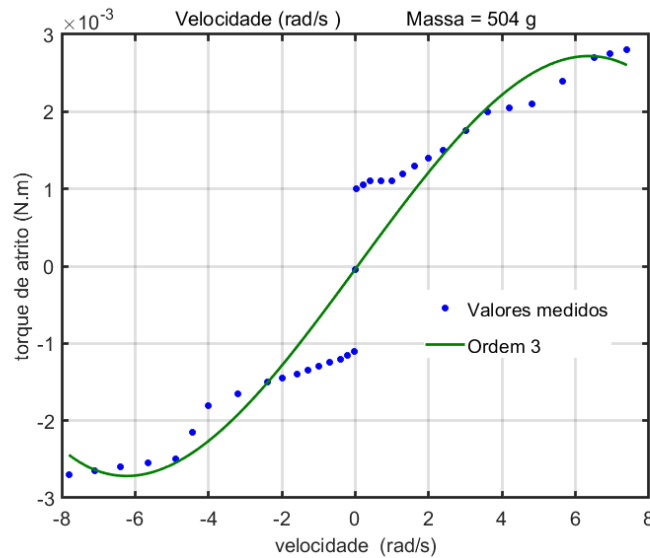
$$f(x) = p1x^3 + p2x^2 + p3x + p4$$

Portanto os coeficientes de terceira ordem são:

$$p1 = -5.147e - 006 \quad p2 = 9.764e - 007 \quad p3 = 0.0006409 \quad p4 = -3.846e - 005$$

Na figura 5.5 temos a apresentação da curva polinomial de ordem : $n = 3$ com carga acoplada de 504 g.

Figura 5.5: Curva de atrito terceira ordem torque vs velocidade angular



Na sequência, apresenta-se a fig 5.6 e os coeficientes de um polinômio de sexta ordem:

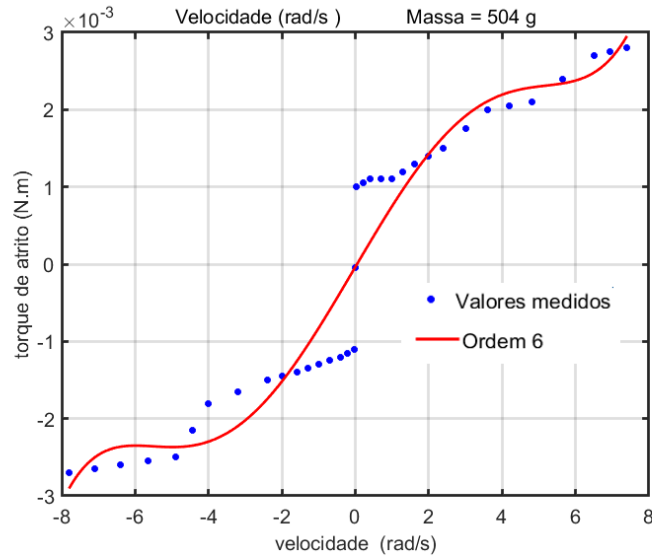
ModelPoly6 :

$$f(x) = p1x^6 + p2x^5 + p3x^4 + p4x^3 + p5x^2 + p6x + p7$$

A seguir, apresenta-se os coeficientes de um polinômio de sexta ordem:

$$p1 = 1.097e - 008 \quad p2 = 1.918e - 007 \quad p3 = -7.836e - 007 \quad p4 = -1.835e - 005 \\ p5 = 1.414e - 005 \quad p6 = 0.0008054 \quad p7 = -6.87e - 005$$

Figura 5.6: Curva de atrito sexta ordem torque vs velocidade angular



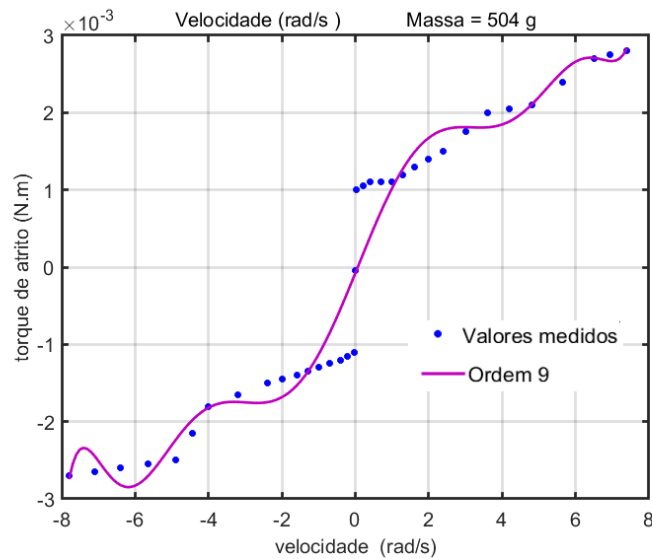
ModelPoly9 :

$$f(x) = p1x^9 + p2x^8 + p3x^7 + p4x^6 + p5x^5 + p6x^4 + p7x^3 + p8x^2 + p9x + p10$$

Os coeficientes de um polinômio de nona ordem são apresentados

$$\begin{aligned} p1 &= 1.425e-009 & p2 &= -7.055e-010 & p3 &= -1.867e-007 & p4 &= 1.052e-007 \\ p5 &= 8.206e-006 & p6 &= -4.301e-006 & p7 &= -0.0001418 & p8 &= 5.229e-005 & p9 &= 0.001278 \\ p10 &= -0.0001029 \end{aligned}$$

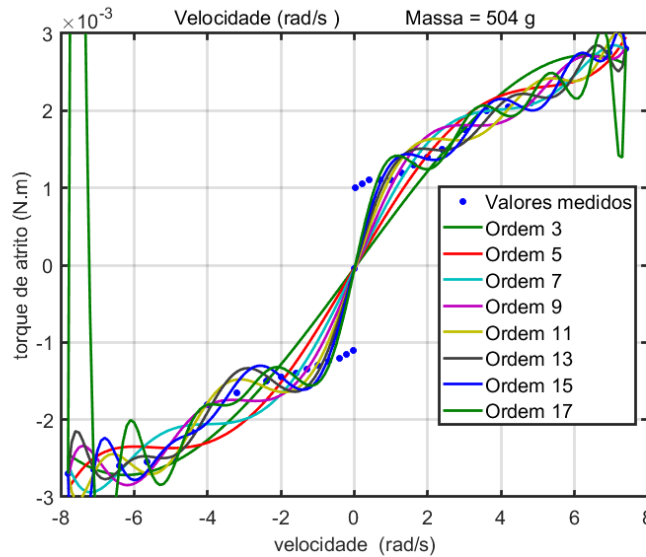
Figura 5.7: Curva de atrito nona ordem torque vs velocidade angular



Na curva de aproximação polinomial de nona ordem, notamos que os valores dos extremos tendem a não convergir o que conforme aumentamos a ordem aproxima-se cada vez mais da convergência dos pontos porém em alguns polinômios de ordem elevada acima da nona ordem começa a ter dificuldade na convergência dos pontos nos extremos.

Na sequência da análise, há a representação de mais curvas polinomiais de ordem ímpar (3,5,7,9,11,13 e 17) para avaliar o comportamento não linear do atrito dinâmico demonstrado nas figuras 5.8, 5.9 e 5.10 e que representam diferentes modelos de atrito dinâmicos conforme a ordem citada e os polinômios distintos fossem conhecidos e extraídos dos pontos amostrados.

Figura 5.8: Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre

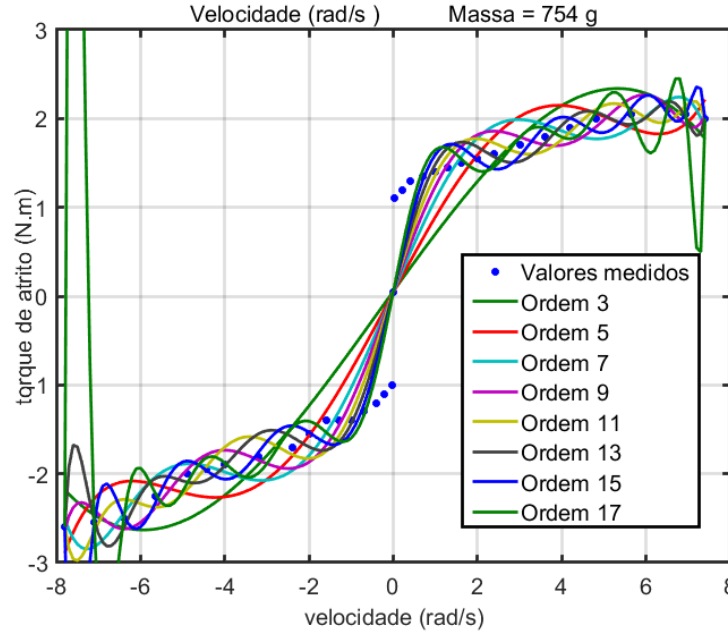


Para que tenhamos uma maior precisão, houve a necessidade de aumentar os pontos amostrados e por intermédio de interpolação numérica conseguimos ter mais pontos intermediários para melhorar a aproximação em busca dos polinômios que representam o comportamento não linear do atrito de Stribeck e LuGre.

No uso do software numérico para a aproximação das curvas polinomiais, o comando *polyfit* foi utilizado e conforme a execução, gera as curvas polinomiais que representam os modelos de atrito dinâmico da ordem de 3 a 17 e são mostrados nos gráficos 5.8, 5.9 e 5.10.

Em continuidade aos ensaios, houve a substituição da massa de 504g pela massa cilíndrica de 754g e finalmente pela massa cilíndrica de 1031g com o objetivo de avaliar

Figura 5.9: Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 754 g baseado em Stribeck e LuGre



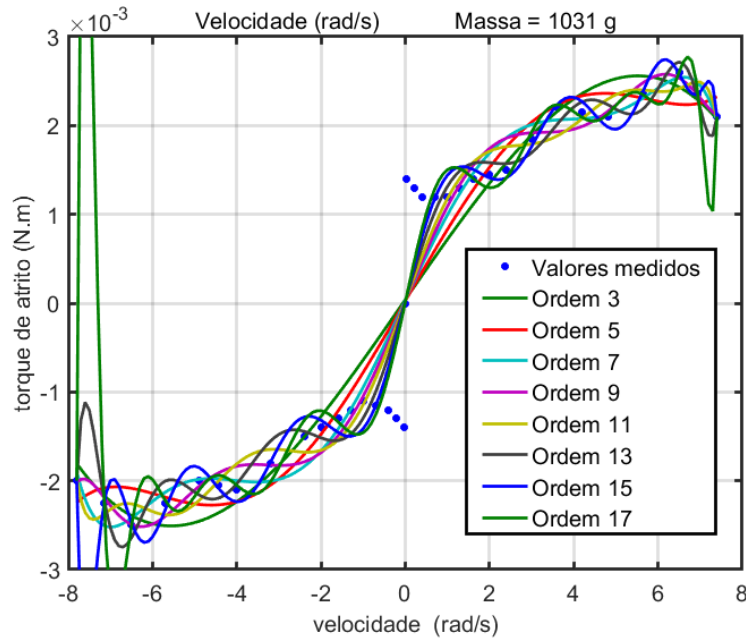
a influência do momento de inércia total quando ocorre a alteração da massa respectiva acoplada no conjunto do servomecanismo.

No ensaio com a massa de 754 g nota-se uma influência do aumento do momento de inércia que reflete nos pontos e que traduz um comportamento não linear um pouco mais acentuado em relação ao momento de inércia com a massa de 504 g, em comparação ao gráfico anterior.

No ensaio experimental final, a influência do momento de inércia maior presente no ensaio com massa de 1031 g, reflete de forma mais acentuada nos pontos e se aproxima muito mais e se identifica com mais notoriedade com o comportamento não linear desejado e de forma mais precisa do que os outros dois modelos, observação esta que ao aumentar o momento de inércia dentro da faixa de carga, consegue-se um modelo dinâmico de boa precisão para uma compensação de atrito visando um modo de controle de velocidade ou posição.

Com isto obtemos três gráficos nas figuras 5.8, 5.9 e 5.10 que mesmo substituindo as massas 504 g para 754 g e finalmente para 1031 g, e com os valores de momentos de inércia calculados anteriormente, observamos que há similaridades entre os três modelos e que podemos assumir que o terceiro modelo possui uma curva polinomial característica aos modelos dinâmicos propostos e pode ser adotado para uso em compensação de atrito.

Figura 5.10: Modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 1031 g baseado em Stribeck e LuGre



Uma observação importante pode ser feita é que no modelo de atrito dinâmico de 1031 g, o modelo dinâmico do atrito em si aproxima-se mais dos modelos dinâmicos estudados e que uma compensação do atrito dinâmico deve ser feita em continuidade aos efeitos que a não linearidade provoca em um sistema.

Capítulo 6

Validação do modelo dinâmico do atrito

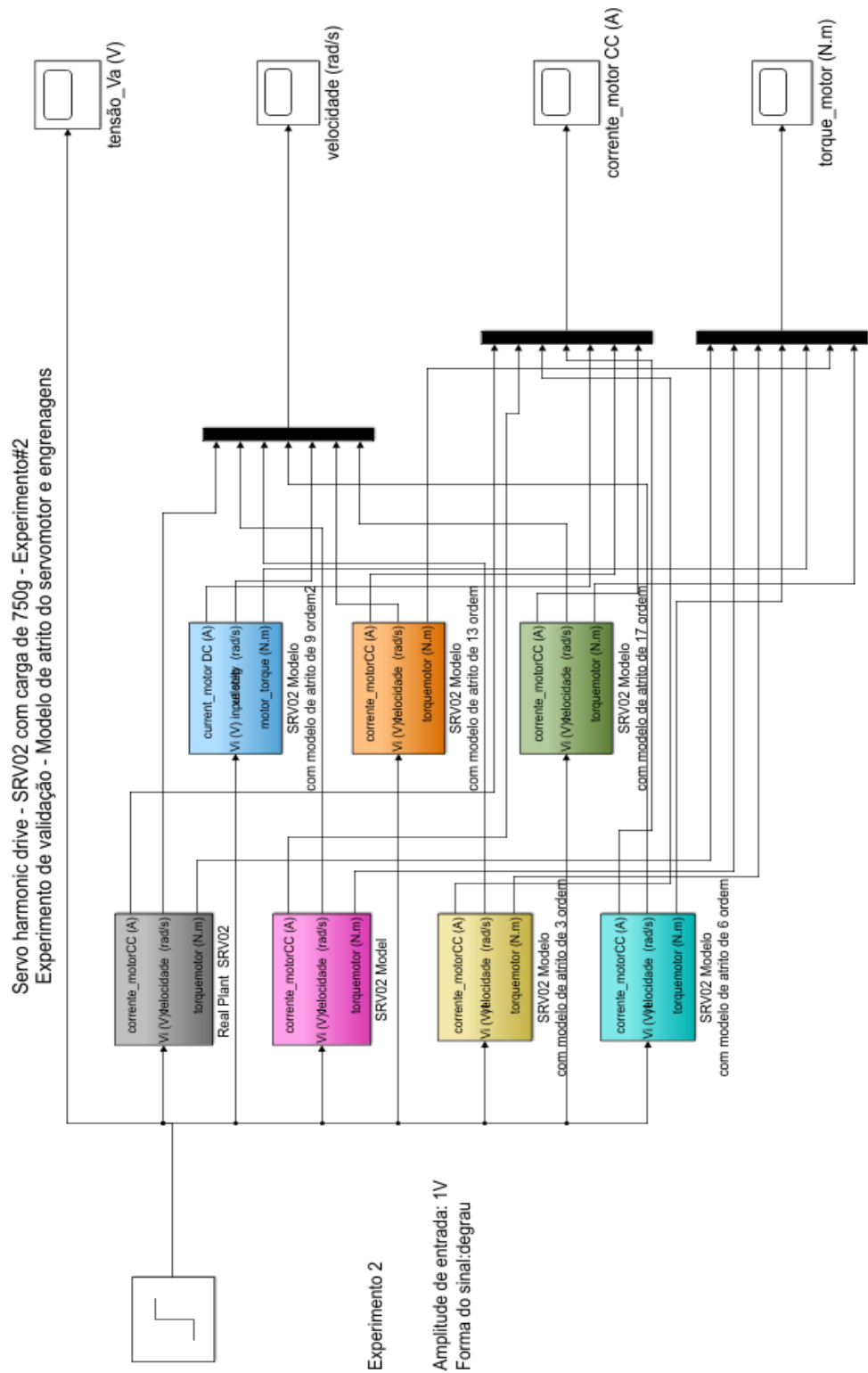
6.1 Resultados da validação do modelo dinâmico do atrito

Finalizado o processo de estudo e análise dos parâmetros do modelo de atrito dinâmico que caracterizam o sistema em análise, é de suma importância efetuar a devida validação dos resultados obtidos portanto no presente capítulo pretende-se efetuar um teste ao modelo encontrado, de forma a verificar se este descreve ou não os fenômenos descritos anteriormente, e que são o comportamento de pré-deslizamento e a dependência da velocidade angular ω_l com a amplitude de sinal de entrada de tensão aplicada e outros comportamentos já abordados nas seções anteriores.

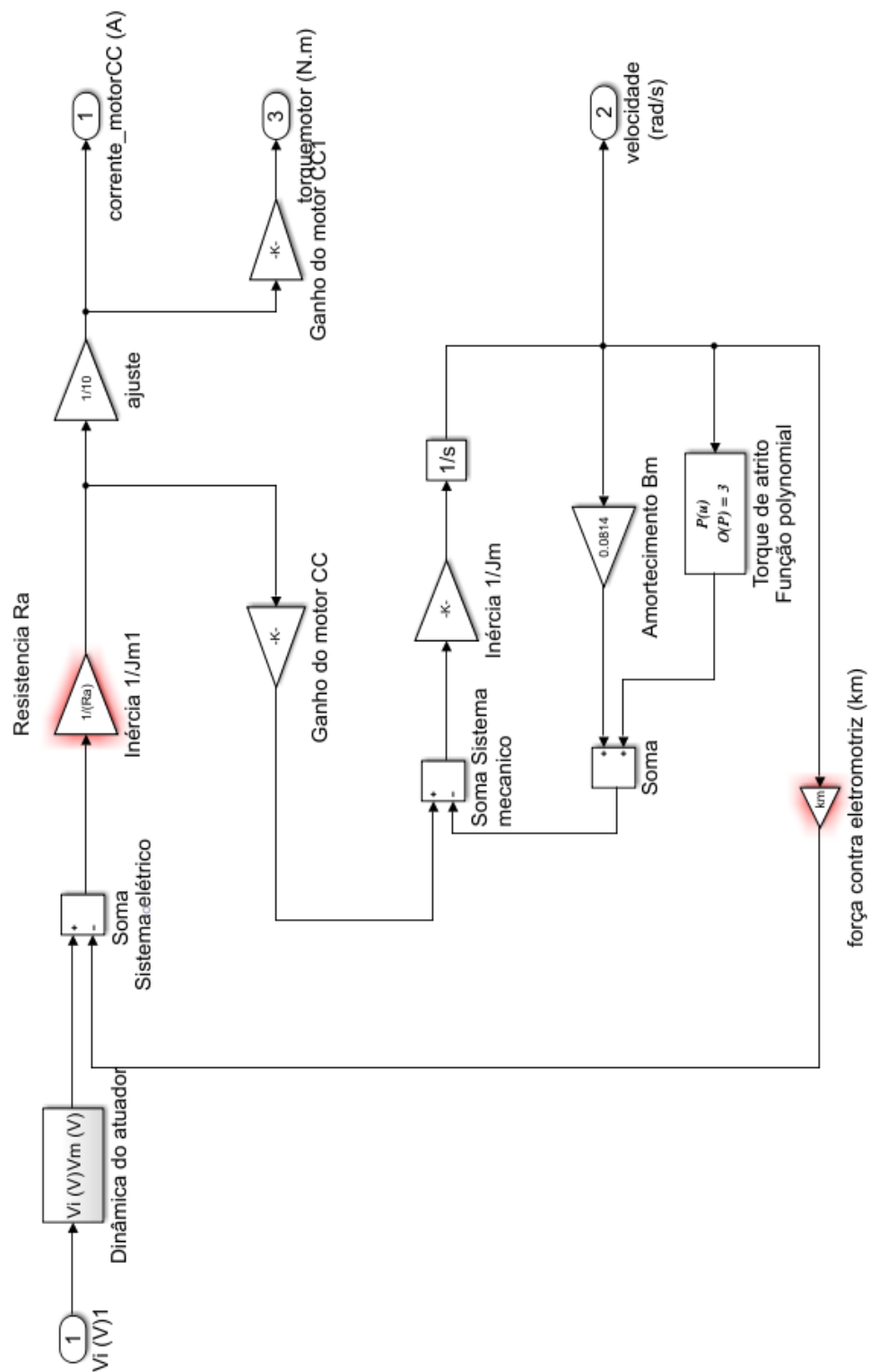
A seguir são mostrados resultados de um ensaio para validação do modelo de atrito encontrado e que foram apresentados de forma experimental nos tópicos anteriores sendo que um diagrama de blocos do sistema eletromecânico real e do sistema eletromecânico com o modelo de atrito com diferentes funções polinomiais servem para confirmar a aproximação do modelo do servomecanismo com a função polinomial do atrito para que tenhamos uma análise do comportamento sobre a dinâmica do sistema estudado.

As simulações numéricas das funções polinomiais de ordem 3, ordem 6 , ordem 9, ordem 13, ordem 17 foram todas realizadas com auxílio do software numérico de forma simultânea conforme figura 6.1, 6.2 e 6.3.

Figura 6.1: Diagrama de blocos (*função polinomial de 3 a 17 ordem*).

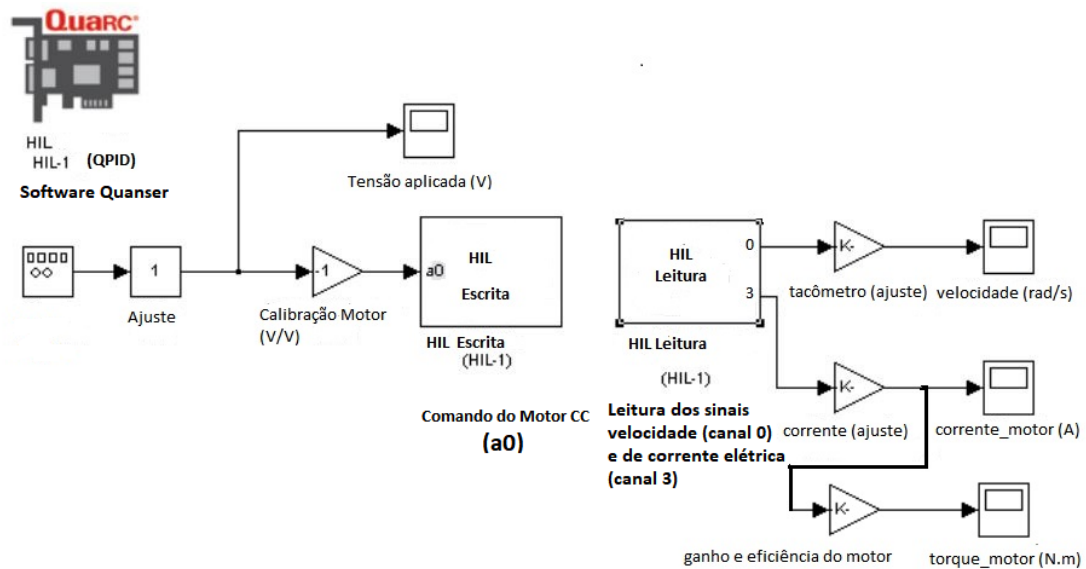


Fonte: Autoria própria.

Figura 6.2: Diagrama de blocos (*função polinomial de 3 ordem*).

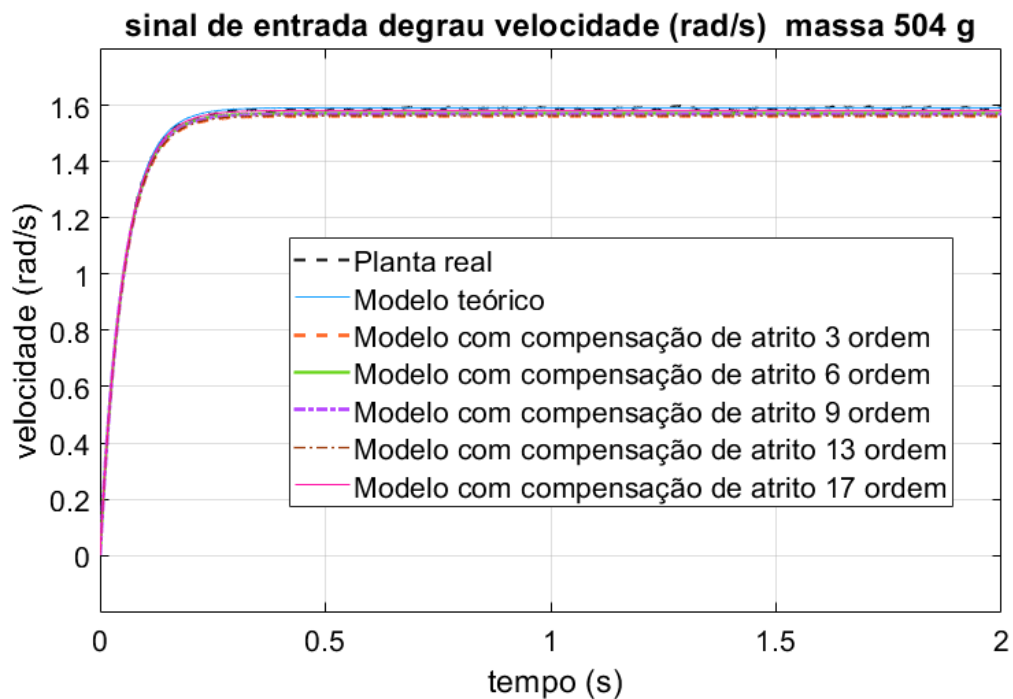
Fonte: Autoria própria.

Figura 6.3: Diagrama de blocos da Planta real (*Medição de velocidade e de corrente elétrica da Planta real*).



Fonte: Autoria própria.

Figura 6.4: Sinal de velocidade do modelo de atrito dinâmico com ensaio de massa de 504g baseado em Stribeck e LuGre



O sinal de entrada escolhido foi o degrau nos experimentos e foram estabelecidos de modo a proporcionar uma resposta na saída de velocidade angular ω , corrente elétrica I_a e do torque τ do sistema eletromecânico que pode ser observado na figura 6.1 com destaque pela inclusão do bloco com a função polinomial que neste exemplo é de terceira ordem e pela figura 6.2 detalhando o bloco que internamente possui blocos de sensores de velocidade representado pelo tacômetro no canal 0 e pelo bloco de medição da corrente representado pelo canal 3.

Conforme mencionado em seções anteriores, para obter o comportamento do atrito dinâmico presente no servomecanismo com carga acoplada foi aplicado um degrau de 1 Volt e com base nos resultados obtidos, foi possível gerar os resultados apresentados nas figuras 6.4, figura 6.5 e 6.6 permitem a comparação do modelo real do servomecanismo com os modelos dinâmicos de atrito de acordo com a função polinomial da ordem escolhida para o ensaio sendo que a velocidade angular ω , corrente elétrica I e do torque τ são influenciados pelo atrito viscoso e seco e são visíveis nos gráficos conforme as curvas apresentadas.

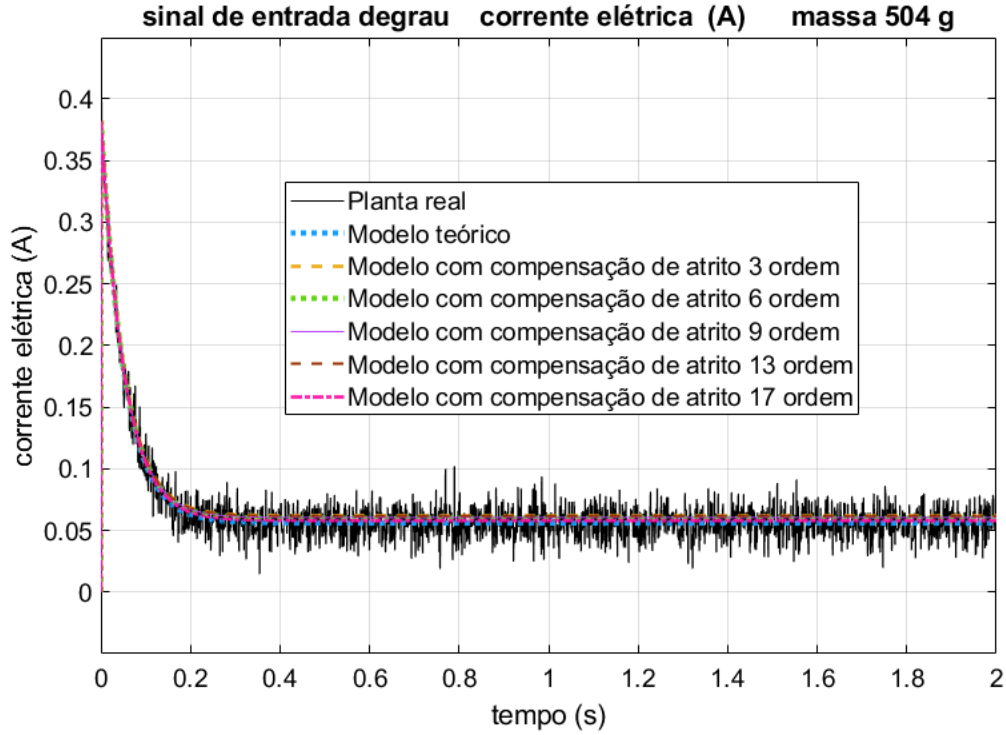
Uma das principais contribuições do modelo é a representação do fenômeno "stick" "slip", ou seja, um comportamento não-linear comum em atuadores eletromecânicos e robóticos operando em baixas velocidades.

"Stickslip" significa um efeito do fenômeno prende-desliza, no qual a velocidade rotórica vai a zero quando o torque resultante da rotação é inferior ao atrito estático, permanecendo assim até o momento em que o torque sai da zona morta e faz com que a velocidade atinja um certo limite, a partir do qual ocorrerá o deslizamento.

A maioria dos algoritmos de análise de agrupamento têm como base as medidas de similaridade ou dissimilaridade que são observadas nos sinais de velocidade, corrente elétrica e de torque de atrito e o uso de análise por medidas de dissimilaridade através da medição da distância diz que quanto maior for a medida de dissimilaridade menor será a semelhança entre os elementos sendo que a distância euclidiana é a distância euclidiana ao quadrado que são as medidas de dissimilaridade utilizadas neste estudo da dinâmica do atrito.

Existem várias formas de medir similaridade ou dissimilaridade e depende do critério a ser considerado. Através do auxílio do software numérico foi feita uma análise de distância euclidiana dos sinais de velocidade, corrente elétrica e do torque de atrito para facilitar qual dos sinais está mais próximo do sinal medido.

Figura 6.5: Sinal de corrente do modelo com a presença do atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre



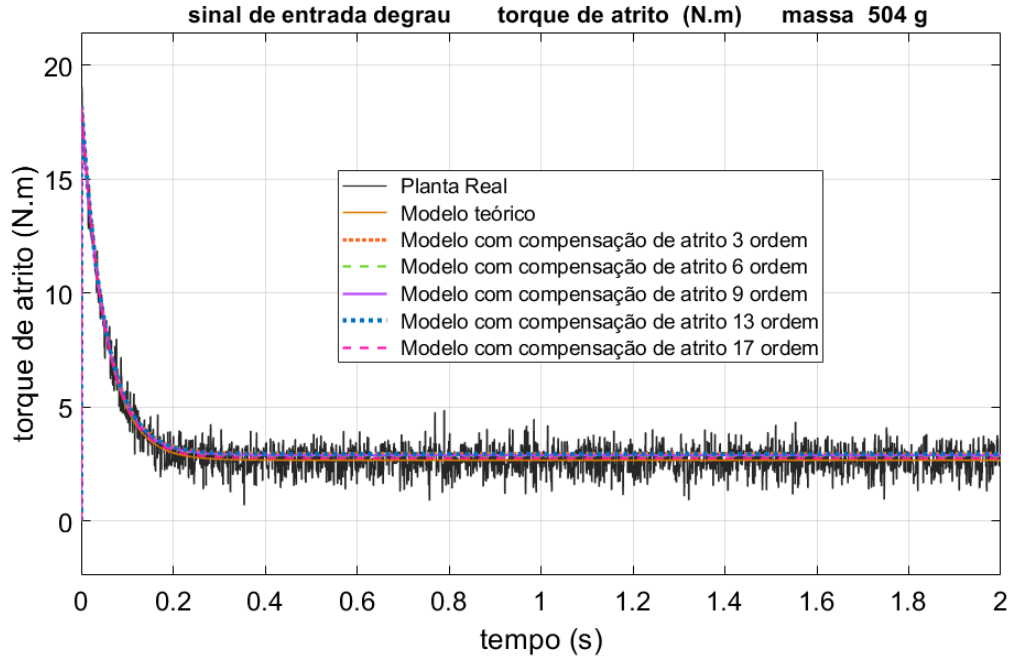
A formula matemática que será utilizada na análise de agrupamento e avaliação da distancia dos sinais elétricos dos modelos de atrito dinâmico deste trabalho está representada na raiz quadrada euclidiana conforme a equação 6.1.

$$d = \sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2, \quad (6.1)$$

A definição dos conceitos de distância euclidiana é de especial importância para a compreensão do algoritmo e o desenvolvimento e a implementação do algoritmo, é necessário ser feita e recorrer à análise de vizinhança de pontos.

A maioria dos algoritmos de análise de agrupamento têm como base estas medidas de dissimilaridade, ou seja, quanto maior for a medida de dissimilaridade menor será a semelhança entre os indivíduos sendo que a distância euclidiana provavelmente é a mais conhecida e usada sendo que a medida de distância por sua definição é a distância geométrica no espaço multidimensional e de uma forma geral, o sistema tem de detectar segmentos e distingui-los portanto um programa foi elaborado no software de calculo numérico.

Figura 6.6: Sinal de torque de atrito do motor com a presença do atrito dinâmico com ensaio de massa de 504 g baseado em Stribeck e LuGre



A busca pelo cálculo e análise das distâncias diretamente entre todos os pontos numa nuvem de pontos, pode ser encarada como uma tarefa bem exigente a nível computacional e será obtido os resultados, com isto seguimos com a fase adiante inserindo os valores nas tabelas 6.1, 6.2 e 6.3.

As tabelas apresentam os valores das variáveis velocidade ω_l , corrente elétrica I_a e torque τ_l para os cinco modelos dinâmicos de atrito conforme sua ordem polinomial e injetando na entrada um sinal degrau de 1 V de amplitude conseguimos obter os sinais elétricos do modelo dinâmico adequado e que mais se aproxima do sinal de referência que no caso é o sinal do sensor escolhido.

Conforme estudo inicial do modelo dinâmico e com a obtenção da curva característica estática do atrito dinâmico com as componentes do atrito seco, viscoso e de Coulomb, representados pelos modelos de Stribeck e LuGre foram aplicados diversos torques ao rotor do atuador com o objetivo de medir a velocidade após o regime estacionário.

Portanto o torque de atrito é igual ao torque motor aplicado para cada velocidade estacionária, já que não existem outros torques externos além do motor. A seguir os valores das tabelas 6.1, 6.2 e 6.3.

Tabela 6.1: Valores de distancia de sinal velocidade ω

Modelo de atrito dinâmico	Ordem polinômio	Distância euclidiana	Velocidade sinal medido pelo sensor (rad/s)	Velocidade sinal conforme modelo (rad/s)
1	3	1.7785	0.0...1.5908	0.0...1.5625
2	6	1.0496	0.0...1.5908	0.0...1.5729
3	9	1.2518	0.0...1.5908	0.0...1.5700
4	13	1.6689	0.0...1.5908	0.0...1.5641
5	17	0.4439	0.0...1.5908	0.0...1.5826

Tabela 6.2: Valores de distancia de sinal corrente elétrica I_a

Modelo de atrito dinâmico	Ordem polinômio	Distância euclidiana	Corrente sinal medido pelo sensor (A)	Corrente sinal conforme modelo (A)
1	3	0.9846	0.0...0.0373	0.0...0.0619
2	6	0.9246	0.0...0.0373	0.0...0.0597
3	9	0.9392	0.0...0.0373	0.0...0.0603
4	13	0.9743	0.0...0.0373	0.0...0.0616
5	17	0.8898	0.0...0.0373	0.0...0.0578

Tabela 6.3: Valores de distancia de sinal torque de atrito τ_l

Modelo de atrito dinâmico	Ordem polinômio	Distância euclidiana	Torque de atrito sinal medido ($N.m$)	Torque de atrito sinal conforme modelo ($N.m$)
1	3	0.0047	0.0...0.00017796	0.0...0.00029535
2	6	0.0044	0.0...0.00017796	0.0...0.00028509
3	9	0.0045	0.0...0.00017796	0.0...0.00028797
4	13	0.0046	0.0...0.00017796	0.0...0.00029382
5	17	0.0042	0.0...0.00017796	0.0...0.00027559

Como se verifica por análise das distâncias nas tabelas 6.1 e 6.2, o modelo com função polinomial de ordem 6 e de ordem 17 possuem a menor distância comparada as demais curvas, porém a de ordem 17 é a que tem a menor distância nas três medições de velocidade, corrente elétrica e de torque de atrito, observa-se uma instabilidade

em seus extremos e portanto a curva polinomial de ordem 6 possui os requisitos de distância reduzida e boa estabilidade nos extremos e com uma boa aproximação da curva de referência (Planta Real), analisando as três grandezas medidas.

O modelo com função polinomial de ordem 6 é bem interessante porque possui uma distância também baixa e tem oscilação menor comparativamente com a de ordem 17 que deve ser levada em consideração em projetos de controle com compensação de atrito dinâmico.

Continuando a análise, observa-se na tabela 6.3, o modelo de atrito dinâmico com uma função polinomial de ordem mais alta e uma observação pode ser feita da evidente aproximação da velocidade que inclui o modelo com a compensação de atrito em relação ao sinal de velocidade do modelo real do sistema em cada ciclo de variação da velocidade angular ω de acordo com a tensão de entrada de grau.

Desta simulação resultaram os dados apresentados no gráfico das figuras 6.1, 6.2 e 6.3 observa-se que a função polinomial tende a aproximação não linear do sinal real medido pela medição de velocidade e de corrente conforme os gráficos apresentados.

Com esta simulação e experimentação resultou a validação do modelo dinâmico de atrito e nota-se que as grandezas velocidade, corrente elétrica do motor e do torque de atrito do servomecanismo são representados pelos diferentes modelos de atrito dinâmico e diante da análise com o uso do método dos mínimos quadrados, encontramos os respectivos coeficientes das funções polinomiais.

Capítulo 7

Conclusões

O problema na busca de um eficiente modelo de atrito dinâmico em sistemas autônomos e automatizados e de juntas robóticas tem em sua grande maioria um impacto muito relevante nos trabalhos propostos, resultados obtidos por meio de simulações.

Após o estudo dos mecanismos do atrito e dos fenômenos experimentais na literatura e das metodologias de estimação de parâmetros utilizadas e foi possível realizar um conjunto de testes experimentais que permitiram a escolha dos dados com vista à estimação dos parâmetros do modelo de atrito de Stribeck e LuGre.

O modelo de Stribeck, o modelo de LuGre e o estudo do modelo de Gomes e Rosa foram essenciais para que os coeficientes fossem determinados e inseridos nos blocos respectivos, tornasse viável a validação muito próxima do atrito presente no servomecanismo e representando as não linearidades que o atrito representa ao sistema estudado.

Para além da determinação de parâmetros, as experiências realizadas permitiram ainda a verificação da existência das não linearidades presentes no servomecanismo em estudo e descritos na literatura.

O comportamento do efeito prende e desliza do atrito foi comprovado por meio das experimentações com o uso do servomecanismo e os resultados convergiram próximos à região de velocidade zero e que deixou evidências das não linearidades no estudo do modelo de atrito dinâmico.

A escolha de um atuador convencional ou de um atuador específico e com redutor de velocidade interfere na busca de um modelo de atrito dinâmico e a importância no estudo dos parâmetros para compensar o comportamento não linear presente neste tipo de atuador elétrico e da carga aplicada ao mesmo.

O atuador servo CC apesar de ser muito preciso possui atritos internos altamente não lineares e que foram levados em consideração e um modelo dinâmico estudado e que apresentou de forma aproximada uma significativa zona morta em torque e que caso não seja compensado degrada o desempenho de controle (normalmente entre 10 a 20 de seu torque máximo).

Porém, a característica de ter em mente a sua compensação nas leis de controle e uma maior autonomia e confiabilidade em torque, possibilita sua utilização em aplicações reais.

Diversos resultados experimentais foram obtidos durante a realização do presente trabalho, sempre com o servomecanismo em questão utilizado para esta finalidade com resultados bem satisfatórios para a carga acoplada em questão.

Parte destes resultados se concentram na identificação de parâmetros e de funções polinomiais com seus coeficientes e na posterior validação do modelo dinâmico, pois a obtenção de um modelo dinâmico realista é uma base importante para um projeto de controle eficiente.

Capítulo 8

Contribuições

A contribuição principal desta dissertação é a união entre uma proposta de caracterização e a validação de um modelo de atrito dinâmico em que o estudo inicial de um servomecanismo foi observado levando em consideração as grandezas como a velocidade angular e a corrente de armadura de um motor de corrente contínua e conforme ensaios experimentais e parametrização realizadas foram eficientes quanto aplicados á pratica.

Em resumo, as contribuições propostas no estudo:

- Propor um procedimento sistemático e experimental para a obtenção de um modelo dinâmico de atrito realístico em torno da velocidade angular de sistemas eletromecânicos de rotação.
- Apresentar resultados experimentais de um servomecanismo rotativo em que são caracterizadas as não linearidades do atrito sob um servomecanismo , apresentando um modelo dinâmico que servirá para uma compensação em sistemas de controle de velocidade ou posição.
- Permitir a representação de um modelo dinâmico de atrito que demonstre o fenômeno prende e desliza, ou seja, um comportamento não-linear comum em atuadores eletromecânicos e robóticos operando em baixas velocidades.
- Permitir a continuidade da pesquisa que pode ser a elaboração de um sistema de compensação de atrito baseado em métodos de controle, como controle ótimo ou controle robusto que tenha a caracterização do atrito dinâmico proposto nesta dissertação que pode ter o propósito de compensar as não linearidades de atrito dinâmico num sistema eletromecânico de maior porte.

Referências Bibliográficas

- [1] Garcia, C. (2005). Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos Vol. 1. Edusp.
- [2] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., De Wit, C. C. (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7), 1083-1138.
- [3] De Wit, C. C., Olsson, H., Astrom, K. J., Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3), 419-425.
- [4] Iskandar, M., Wolf, S. (2019). Dynamic friction model with thermal and load dependency: modeling, compensation, and external force estimation. In 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA) (pp. 7367-7373). IEEE.
- [5] Daltin, D. C. (2017). Controle de vibrações em estruturas flexíveis utilizando observador de estados. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia (FEB),Bauru,SP,Brazil.
- [6] Bueno, Á. M., Ferreira, A. A., Piqueira, J. R. C. (2010). Modeling and filtering double-frequency jitter in one-way master–slave chain networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 57(12), 3104-3111.
- [7] Felix, R. O. (2018). Identificação automática de atrito em atuadores pneumáticos utilizando equipamento de baixo custo. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia (FEB),Bauru,SP,Brazil.
- [8] Lopes, R. A., Carrara, V., Kuga, H. K. (2019). Stepwise modeling with friction/inertia effects separation and velocity control with dynamic compensation of a reaction wheel. *Computational and Applied Mathematics*, 38(1), 20.

- [9] De Wit, C. C., Lischinsky, P. (1997). Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *International journal of adaptive control and signal processing*, 11(1), 65-80.
- [10] Gomes, S. C. P., Da Rosa, V. S. (2003). A new approach to compensate friction in robotic actuators. In *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Cat. No. 03CH37422) (Vol. 1, pp. 622-627). IEEE.
- [11] Al-Bender, F., Swevers, J. (2008). Characterization of friction force dynamics. *IEEE Control Systems Magazine*, 28(6), 64-81.
- [12] Ogata, K. (2011). *Engenharia de controle moderno*. Pearson Prentice Hall, 5th Ed. 801p.
- [13] Wolf, S., Iskandar, M. (2018). Extending a dynamic friction model with nonlinear viscous and thermal dependency for a motor and harmonic drive gear. In *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (pp. 783-790). IEEE.
- [14] Gilat, A. (2009). *MATLAB com aplicações em engenharia*. Bookman Editora.
- [15] Svendenius, J., Wittenmark, B. (2003). Review of Wheel Modeling and Friction Estimation. (Technical Reports TFRT-7607). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).
- [16] Olsson, H., Åström, K. J., De Wit, C. C., Gäfvert, M., Lischinsky, P. (1998). Friction models and friction compensation. *Eur. J. Control*, 4(3), 176-195.
- [17] Kabziński, J. (2014). Adaptive servo control with polynomial approximation of Stribeck curve. *Przegląd Elektrotechniczny*, 90(4), 20-24.
- [18] Sanca, A. S., Cerqueira, J. J., Dórea, C. E. (2006). Controle com compensação de atrito para estruturas de base móveis de robôs manipuladores.
- [19] Wang, X., Wang, S. (2012). High performance adaptive control of mechanical servo system with LuGre friction model: identification and compensation. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 134(1).
- [20] Laura, T. L., Cerqueira, J. J. F., Paim, C. C., Pomílio, J. A., Madrid, M. K. (2006). Modelo dinâmico da estrutura de base de robôs móveis com inclusão de não linearidades - o desenvolvimento do modelo. In *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Sociedade Brasileira de Automática. Salvador, Bahia (pp. 2879-2884).

- [21] Lynch, S. (2004). Dynamical systems with applications using MATLAB. Boston: Birkhäuser.
- [22] Khattree, R., Naik, D. N. (2000). Multivariate data reduction and discrimination with SAS software. John Wiley Sons, Inc.
- [23] *** Quanser Consulting Inc., SRV-02 series, User Manual.
- [24] Reşceanu, F., Călugăru, G. C., Reşceanu, C. F. (2009). New Smith predictor structure used for the control of the Quanser SRV-02 Plant. Annals of the University of Craiova, 2, 7.
- [25] Tietze U., Schenk C., Gamm E. (2008) Measurement Circuits. In: Electronic Circuits. Springer, Berlin, Heidelberg
- [26] Nicolescu, G., Mosterman, P. J. (2018). Model-based design for embedded systems. Crc Press.
- [27] Beer, F., Johnston, E. R., Cornwell, P. J., Self, B. P., Sanghi, S. (2019). Mecânica Vetorial para Engenheiros-: Dinâmica. Bookman Editora.
- [28] Casanova, C. C. (2007). Modelagem e compensação de atrito em robôs manipuladores com flexibilidades nas juntas: identificação, análise e resultados experimentais.
- [29] Johanaström, K., Canudas-De-Wit, C. (2008). Revisiting the LuGre friction model. IEEE Control systems magazine, 28(6), 101-114.
- [30] Nilkhamhang, I., Sano, A. (2006). Adaptive friction compensation using the GMS model with polynomial Stribeck function. In 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control (pp. 1085-1090). IEEE.
- [31] Shitole, C., Sumathi, P. (2015). Sliding DFT-based vibration mode estimator for single-link flexible manipulator. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 20(6),3249-3256.
- [32] De Wit, C. C., Tsotras, P. (1999). Dynamic tire friction models for vehicle traction control. In Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control (Cat. no. 99CH36304) (Vol. 4, pp. 3746-3751). IEEE.

- [33] Roldán, C., Campa, F. J., Altuzarra, O., Amezua, E. (2014). Automatic identification of the inertia and friction of an electromechanical actuator. In *New advances in mechanisms, transmissions and applications* (pp. 409-416). Springer, Dordrecht.
- [34] Teixeira, H. T., de Mattos Siqueira, V. S., Munaro, C. J. (2013). Closed-loop quantification and compensation of friction in an inverted pendulum. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24(6), 794-805.
- [35] Tjahjowidodo, T., Al-Bender, F., Van Brussel, H. (2005). Friction identification and compensation in a DC motor. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1), 554-559.
- [36] Balthazar M.J., Tusset, M. A., Ribeiro A. M., Lenz B.W. (2019). Booklet of abstracts, 15th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery Vectomac XV.
- [37] Grimbale, M. J. (2006). *Robust industrial control systems: optimal design approach for polynomial systems*. John Wiley Sons.
- [38] Boegli, M., De Laet, T., De Schutter, J., Swevers, J. (2012). A Smoothed GMS friction model for Moving Horizon friction state and parameter estimation. In *2012 12th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)* (pp. 1-6). IEEE.
- [39] Casanova, C. C., De Pieri, E. R., Moreno, U. F., Castelan, E. B. (2008). Friction compensation in flexible joints robot with GMS model: Identification, control and experimental results. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 11793-11798.

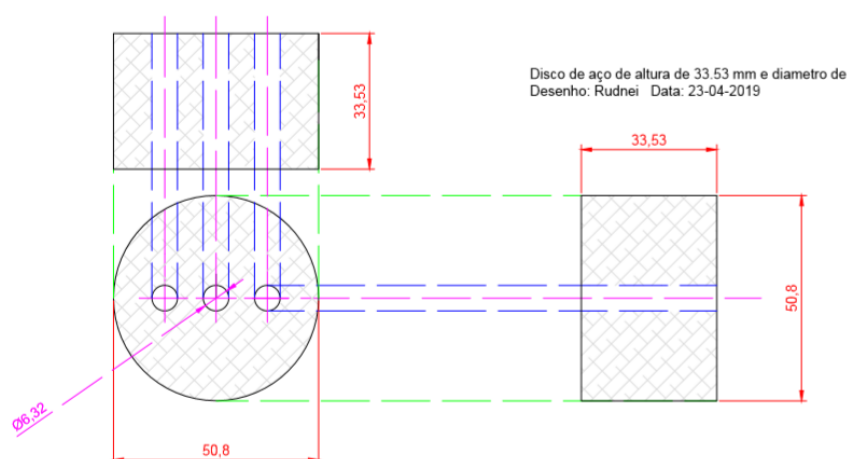
Apêndice A

Cilindros de aço para ajuste de momento de inércia

A.1 Desenhos CAD - Cilindros de aço

O Apêndice A.1 mostra o desenho CAD dos cilindros de aço com diâmetro 50 mm e altura de 33 mm e massa de 0,504 kg conhecidas para ensaios experimentais, com objetivo de mudança do momento de inércia da carga acoplada no conjunto do servomecanismo.

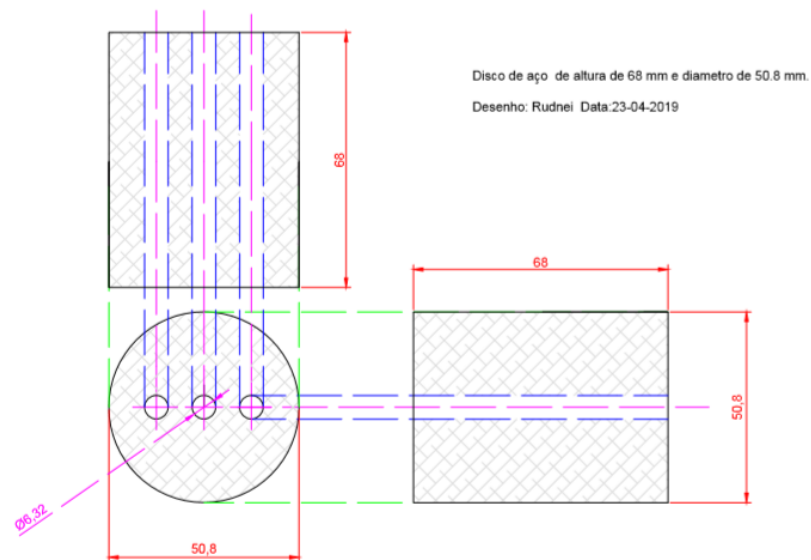
Figura A.1: Cilindro de aço para carga 1



Fonte: Autoria própria.

O Apêndice A.2 mostra o desenho CAD do cilindros de aço com diâmetro de 50 mm e altura de 68 mm e massa de 0,750 kg para ensaios experimentais, com objetivo de mudança do momento de inércia da carga acoplada no conjunto do servomecanismo.

Figura A.2: Cilindro de aço para carga 2



Fonte: Autoria própria.