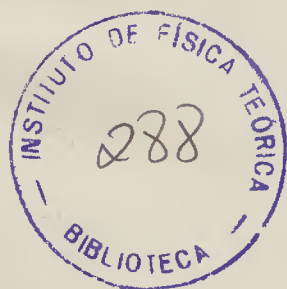


4

**REAÇÕES NUCLEON-NÚCLEO EM
TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS NUMA
APROXIMAÇÃO EIKONAL RELATIVÍSTICA**

Airton Eiras

Orientador: Profa. Dra. Maria Carolina Nemes



Tese de Doutorado
apresentada no Instituto de
Física Teórica- UNESP

IFT/TE-D-22

NOVEMBRO, 1988

"Nhô Augusto tinha falado; e sua mão esquerda acariciava a lâmina da lapiana, enquanto a direita pousava, despreocupada, no pescoço da carabina. Dera tom calmo às palavras, mas puxava forte a respiração soproza, que quase o levantava do selim e o punha no acento outra vez. Os olhos cresciam, todo ele crescia, como um touro que acha os vaqueiros excessivamente abundantes e cisma de ficar sozinho no meio do curral."....

(João Guimarães Rosa- A hora e a vez de Augusto Matraga)

AGRADECIMENTOS

- À Prof.^a Maria Carolina Nemes, que com sua juventude, fibra e competência, mostrou-se amiga e orientadora impar;
- Ao Prof. Takeshi Kodama, pela colaboração e constante interesse pelo presente trabalho;
- Ao Prof. Diógenes Galetti, pela sempre presente amizade e pelas inúmeras discussões sobre Física (com F maiúsculo!);
- Ao Grupo (Carolina, Cleide, Eder, Graciella, Luiz e Mané), em particular ao Luiz pelas constantes discussões e ajuda nos cálculos numéricos;
- À Kátia C. Kenez pela competente confecção dos gráficos deste trabalho;
- À minha família (João, Regina e Adilson), pelo todo;
- Às pessoas que mantiveram, com muita coragem, o IFT;
- e finalmente, àquelas pessoas que não conheço, mas que proporcionaram o suporte financeiro indispensável para a realização deste trabalho, por intermédio da FAPESP.

1. O trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

2. O trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

3. O trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

4. O trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

5. O trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

Este trabalho é dedicado à Kátia e a sua existência

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I	
a) Amplitude de Feynman na Aproximação Eikonal	5
b) Estudo do Limite Estático e sua Conexão com um potencial	16
CAPÍTULO II	
a) Amplitude de Feynman na Aproximação Eikonal	19
b) Estudo do Limite Estático e sua Conexão com um potencial	31
c) Cálculo da Secção de Choque Diferencial Inelástica	36
OBSERVAÇÕES FINAIS	49
APÊNDICE A	53
APÊNDICE B	57
APÊNDICE C	58
APÊNDICE D	60
REFERÊNCIAS	62

RESUMO

Obtemos neste trabalho, uma forma fechada para a secção de choque diferencial dupla para reacções nucleon-núcleo do tipo e-vento-único, tudo sob o prisma da teoria de campos. Dentro de uma aproximação eikonal deduziremos, de forma consistente, a conservação do momento linear e da energia, bem como os efeitos da estrutura nuclear. Nesta formulação, a cinemática de tais reacções não são dominadas pela secção de choque nucleon-nucleon, mas sim, por um novo fator, o qual denominaremos de secção de choque diferencial relativística na aproximação de Born.

ABSTRACT

In this work we obtain a closed form expression to the double differential cross section for one step nucleon-nucleus reaction within a field theoretical framework. Energy and momentum conservation as well as nuclear structure effects are consistently taken into account within the field theoretical eikonal approximation. In our formulation the kinematics of such reactions are not dominated by the free nucleon-nucleon cross section, but a new factor which we call relativistic differential cross section in Born Approximation.

INTRODUÇÃO

Durante muitos anos a Física Nuclear consolidou-se como uma teoria não relativística de muitos corpos puntiformes, cuja dinâmica era ditada pela equação de Schroedinger. A interação fundamental entre os constituintes do sistema baseava-se num potencial de dois corpos estático, atrativo e de curto alcance se comparado com as forças gravitacionais e eletromagnéticas. Inquestionáveis foram os avanços obtidos pelos métodos não relativísticos, entretanto algumas questões importantes mantiveram-se ausentes de uma explanação mais consistente dentro dos modelos propostos, exigindo hipóteses "ad hoc", tais como a introdução do spin das partículas na equação de Schroedinger, ou o acoplamento spin-órbita nuclear.

Surgiram, pois, modelos nucleares alternativos substanciados no formalismo lagrangeano da teoria quântica de campos. Talvez o mais famoso destes modelos nucleares cabe a J.D.Walecka ^[1], o qual propôs uma lagrangeana que essencialmente consta de uma QED massiva mais um campo escalar. Tal modelo, como sabemos, logrou resultados satisfatórios, como por exemplo, a obtenção da saturação da matéria nuclear advinda de um efeito puramente relativístico de contração entre as fontes dos campos mesônicos responsáveis pela interação nuclear. Tal feito proporcionou uma visão alternativa do fenômeno de saturação quando comparado com os métodos não relativísticos tradicionais.

Uma das vantagens relevantes contida no modelo de condensados mesônicos, reflete-se na simplicidade dos resultados obtidos, o que permite uma imediata interpretação destes. Outro caráter positivo

consta da estrutura relativística do próprio modelo, permitindo pois, a presença dos graus de liberdade de spin, bem como a obtenção do acoplamento spin-órbita nuclear proveniente do próprio aparato formal.

No caso particular dos fenômenos de espalhamento elásticos nucleon-Núcleo, o modelo de Walecka e sua generalização [2] obtiveram resultados bastante animadores. Isto posto, fomos encorajados a estudar sob o prisma relativístico os espalhamentos inelásticos nucleon-Núcleo. Cabe salientar, entretanto, que tais tipos de espalhamentos foram estudados recentemente por G.F. Bertsch e O. Scholten [3] através de um modelo fenomenológico, cujas principais características e resultados serão discutidos no decorrer do Capítulo II deste trabalho.

Este modelo possui em sua estrutura componentes fenomenológicas que evidenciam-se sempre que os ajustes não mostraram-se satisfatórios. Impusemos como objetivo central da nossa abordagem, baseando-nos nas informações contidas acima, a obtenção da secção de choque diferencial inelástica nucleon-núcleo através de uma sistemática formal mais sólida. Neste caminho, mostraremos que é possível dentro de um esquema consistente com o formalismo relativístico, obter uma secção de choque análoga àquela enunciada na referência [3], onde a principal diferença reside no fato de não termos obtido a secção de choque diferencial nucleon-nucleon como no caso do modelo Bertsch-Scholten, mas sim, uma secção de choque diferencial, cujo comportamento qualitativo trás diferenças marcantes. Apresentaremos alguns exemplos numéricos ressaltando as diferenças entre as duas abordagens, e em particular, reforçaremos

o comportamento peculiar associado aos parâmetros livres do modelo.

A estrutura do nosso trabalho está baseada no princípio de que a interação entre o nucleon incidente e o núcleo alvo, este considerado muito mais pesado do que aquele, se processa através da troca de mésons escalares e vetoriais. Tais mésons serão caracterizados através das suas respectivas massas e dos quadrimomentos

.Vamos supor durante todo o decorrer do trabalho que a magnitude dos momentos trocados, bem como a intensidade da energia transferida, sejam muito menores do que aquelas quantidades relativas a partícula incidente e ao alvo, de tal forma que uma aproximação eikonal nos moldes do que foi proposto por M.Lévy e J.Su^[4]cher seja factível de aplicação .

Destancam-se ainda outras hipóteses que nos parecem compatíveis com o processo que estamos estudando. Por exemplo, o nucleon incidente será tratado como uma partícula de Dirac, e todos os mésons, escalares ou vetoriais, serão emitidos a partir da linha desta partícula. Este detalhe, em particular, não restringe em nada o modelo, e é utilizado com o único intuito de facilitar a manipulação algébrica das nossas expressões. Quanto aos campos mesônicos, imaginaremos que eles não interagem mutuamente e também desconsideraremos a eventual produção de partículas.

Em resumo, este trabalho constará de três capítulos. No Capítulo I aborda-se o método de obtenção da amplitude de Feynman dentro da aproximação eikonal e o limite estático da teoria. O objetivo central posta-se em enunciar os detalhes do método e suas principais características. No Capítulo II abordamos o método propriamente dito, incluindo os dois campos acima citados no desenvol

vimento formal. Este capítulo estará subdividido em três itens, quais sejam:

- a) cálculo da amplitude de Feynman na aproximação eikonal;
- b) estudo do limite estático e sua conexão com um potencial;
- c) cálculo da seção de choque diferencial inelástica.

Finalizando o trabalho, teremos as observações finais, onde faremos um resumo geral, destacando os aspectos que nos pareceram dos mais relevantes dentro do nosso modelo. Também abordaremos as extensões imediatas do trabalho, mesmo que seja de uma forma sucinta.

Ressaltamos finalmente que, durante todo o decorrer dos cálculos, utilizaremos a notação covariante de acordo com o texto [5] *Relativistic Quantum Mechanics*, Bjorken e Drell, e que os cálculos mais extensos estão separados em apêndices com o intuito de não prejudicar o ritmo de leitura.

CAPITULO I

a) Amplitude de Feynman na Aproximação Eikonal

Considere um processo de espalhamento sob o prisma relativístico envolvendo um nucleon incidente e um núcleo alvo. Com o intuito de estabelecermos lugar para que no futuro hajam condições de realizarmos um estudo mais completo deste sistema, vamos fazer algumas hipóteses de trabalho dentro de um modelo simples.

Suponha que um nucleon incidente possa ser tratado como uma partícula de Dirac, e conseqüentemente, evoluída segundo o propagador fermiônico

$$S_F(p) = \frac{\gamma^\mu p_\mu + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (1)$$

enquanto que, para o sistema nuclear, a proposta de evolução será estabelecida através de um operador de Green relativístico, definido como [6]

$$\hat{G}_N(p) = \frac{1}{\sqrt{p^2} - \hat{H}_N + i\epsilon} \quad (2)$$

onde o operador \hat{H}_N será denominado de hamiltoniano nuclear e constará de sua definição a inclusão da massa de repouso. Adicionalmente, vamos imaginar que a interação entre o nucleon incidente e o alvo nuclear conste da troca de $(n + 1)$ partículas escala-

res e neutras , as quais terão seus propagadores de Feynman escritos como:

$$\Delta_F(k) = \frac{1}{k^2 - m_s^2 + i\epsilon} \quad (3)$$

onde k e M são respectivamente, o quadrimomento e a massa associados ao quantum do citado campo escalar (FIG.1)

Talvez a mais fundamental das hipóteses feita por nós refere-se as magnitudes dos momentos e energias associados ao campo mesônico. Tais magnitudes serão consideradas muito menores do que aquelas relativas aos quadrimomentos externos, de tal forma que nos seja factível a utilização de uma aproximação eikonal quando isto se apresentar necessário. Não nos parece redundante salientar que a aproximação eikonal refere-se a possibilidade de desprezar-se os termos de segunda ordem na razão (k/p) em comparação ao produto $(p.k)$. Assim, os propagadores do nucleon incidente serão reescritos como:

$$S_F(p \pm k) = \frac{\gamma_\mu (p \pm k)^\mu + m}{(p \pm k)^2 - m^2 + i\epsilon} \sim \frac{\gamma_\mu p^\mu + m}{\pm 2pk + i\epsilon} \quad (4)$$

onde, no denominador, foram desprezados os termos $\gamma_\mu k^\mu$. É neste sentido que definiremos a aproximação eikonal para os propagadores do nucleon, seguindo a proposta feita por R.M.Woloshyn e A.D. Jackson [7]. Observe também, que nosso tratamento se restringe ao caso onde o nucleon se encontra sobre a camada de massa, ou seja, $p^2 = M^2$.

No caso do propagador nuclear, \hat{G}_N , a aproximação eikonal ocor-

re de forma um pouco mais delicada. Consideraremos, em primeiro lugar, que $P_b^2 = M^2$ e $P_b'^2 = M'^2$, onde

$$\hat{H}_N |P_b; qs\rangle = M |P_b; qs\rangle \quad (5)$$

e

$$\hat{H}_N |P_b'; f\rangle = (M + \omega) |P_b'; f\rangle \quad (6)$$

Aqui estabelecemos que $|P_b; qs\rangle$ e $|P_b'; f\rangle$ representam os estados nucleares inicial e final respectivamente, estes caracterizados, entre outras coisas, pelo quadrimomento P . A quantidade ω representará a energia de excitação.

Associado as considerações expostas acima, relaciona-se o conceito de sistema de referência próprio, ou seja, aquele onde o núcleo permanece em repouso. Em particular, a massa M' neste caso será dada por

$$M' = M + \omega \quad (7)$$

Vale ressaltar que, estamos considerando a energia incidente do projétil muito menor do que a energia de repouso associada ao núcleo alvo, fato este que nos permite desprezar o recuo deste último. Poderíamos, por outro lado, evitar tal procedimento, mas no presente caso, isto traria complicações algébricas desnecessárias. Assim, executando a aproximação eikonal, obtemos:

$$\langle P_b; qs | \hat{G}(P_b + k) | P_b; qs \rangle = \langle P_b; qs | \frac{1}{\sqrt{(P_b + k)^2} - \hat{H}_N + i\epsilon} | P_b; qs \rangle \sim \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon} \quad (8.a)$$

e

$$\langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - K) | P'_b; f \rangle = \langle P'_b; f | \frac{1}{\sqrt{(P'_b - K)^2 - \hat{H}_N + i\epsilon}} | P'_b; f \rangle \sim \frac{1}{\frac{-P'_b K}{M'} + i\epsilon} \quad (8.b)$$

onde consideramos desprezíveis os termos (K/M) quando comparados à (PK/M) .

De um modo geral, a amplitude de Feynman para processos descritos através da FIG.1, o qual denominaremos de processos de evento único, é dada por [4]

$$iM = \left[\frac{g^2}{(2\pi)^4} \right]^{n+1} (2\pi)^4 \int \prod_{j=1}^{n+1} d^4 k_j \bar{u}(p'_a) \Delta_F(k_j) \mathcal{P} u(p_a) \delta^4(q - \sum_{i=1}^{n+1} k_i) \quad (9)$$

onde $\Delta_F(k)$ representam, como dito anteriormente, os propagadores do campo mesônico escalar. O termo \mathcal{P} , por sua vez, representa um elemento de matriz da soma dos propagadores e operadores de vértices postados numa ordem apropriada entre os estados final e inicial do sistema, enquanto que, a quantidade q simboliza o quadri-momento transferido no processo, ou seja

$$q = p'_a - p_a = -(P_b - P'_b) \quad (10)$$

Seguindo o método proposto por M.Lévy e J.Sucher, escolhe-se arbitrariamente um vértice r , onde por hipótese, o méson escalar responsável pela interação inelástica é emitido (FIG.1). Posteriormente esta arbitrariedade será compensada levando-se em consideração todas as possibilidades de ocorrência da excitação nuclear nos $(n + 1)$ vértices.

Analisando mais detalhadamente a FIG.1, podemos notar que existem quatro conjuntos de diagramas a serem considerados, quais

sejam:

K1- quando a emissão e a absorção do méson ocorre antes dos vértices r e s , respectivamente;

K2- quando a emissão do méson ocorre antes e a absorção depois dos vértices r e s , respectivamente;

K3- quando a emissão do méson ocorre depois e a absorção antes dos vértices r e s , respectivamente;

K4- quando ambas, a emissão e a absorção do campo mesônico, ocorrem depois dos vértices r e s , respectivamente.

Com isto, temos que, qualquer outro diagrama poderá ser obtido permutando-se os pontos de emissão e absorção das linhas mesônicas a partir de um gráfico padrão. No presente caso, considera-se como padrão o gráfico indicado na FIG.1, cuja amplitude de espalhamento será dada por:

$$\begin{aligned}
 iM = & \left[\frac{g^2}{(2\pi)^4} \right] (2\pi)^4 \int \prod_{j \neq r}^{n+1} d^4 k_j \bar{U}(p'_a) \Delta_F(k_{n+1}) \frac{\gamma_\mu (p'_a + k_{n+1})^\mu + m}{(p'_a + k_{n+1})^2 - m^2 + i\epsilon} \Delta_F(k_n) \times \\
 & \times \frac{\gamma_\mu (p'_a + k_{n+1} + k_n)^\mu + m}{(p'_a + k_{n+1} + k_n)^2 - m^2 + i\epsilon} \times \Delta_F(k_{n-1}) \times \dots \times \Delta_F(k_{r+1}) \frac{\gamma_\mu (p'_a + k_{n+1} + \dots + k_{r+1})^\mu + m}{(p'_a + k_{n+1} + \dots + k_{r+1})^2 - m^2 + i\epsilon} \\
 & \times \Delta_F(k_r) \times \frac{\gamma_\mu (p'_a - k_1 - \dots - k_{r-1})^\mu + m}{(p'_a - k_1 - \dots - k_{r-1})^2 - m^2 + i\epsilon} \Delta_F(k_{r-1}) \times \dots \times \frac{\gamma_\mu (p'_a - k_1)^\mu + m}{(p'_a - k_1)^2 - m^2 + i\epsilon} \Delta_F(k_1) U(p_a) \times \\
 & \times \langle P'_b; f | \hat{F}(k'_{n+1}) | P'_b; f \rangle \langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - k'_{n+1}) | P'_b; f \rangle \langle P'_b; f | \hat{F}(k'_n) | P'_b; f \rangle \times \dots \times \\
 & \times \langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - k'_{n+1} - \dots - k'_{s+1}) | P'_b; f \rangle \langle P'_b; f | \hat{F}(k_r) | P'_b; q_s \rangle \times \langle P'_b; q_s | \hat{G}(P'_b + k'_1 + \dots + k'_{s-1}) | \\
 & | P'_b; q_s \rangle \times \dots \times \langle P'_b; q_s | \hat{G}(P'_b + k'_1) | P'_b; q_s \rangle \langle P'_b; q_s | \hat{F}(k'_1) | P'_b; q_s \rangle
 \end{aligned} \tag{11}$$

onde $\{k_1, k_2, \dots, k_{n+1}\}$ é o conjunto de quadrimomentos internos referente às linhas de emissão do nucleon incidente, enquanto que $\{k'_1, k'_2, \dots, k'_{n+1}\}$ refere-se à absorção nas linhas do núcleo alvo, segundo a ordem cronológica de chegada. Os operadores de vértices nas linhas do núcleo alvo, $\hat{F}(k)$, são definidos através da transformada de Fourier do operador $\hat{p}_s = \bar{\Psi}(\xi) \Psi(\xi)$, ou seja,

$$\langle P_b; q_s | \hat{F}(k) | P_b; q_s \rangle = \int d^3 \xi e^{i \vec{k} \cdot \vec{\xi}} \langle P_b; q_s | \hat{p}_s(\xi) | P_b; q_s \rangle \quad (12)$$

onde ξ são as coordenadas internas dos nucleons [6].

Diante do exposto acima, utiliza-se a aproximação eikonal e as observações resumidas nas equações (8a) e (8b), possibilitando com isto que a expressão (12) seja reescrita como:

$$iM = \left[\frac{q^2}{(2\pi)^4} \right] (2\pi)^4 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int \prod_{i \neq r}^{n+1} d^4 k_i \Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) \langle P'_b; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) | P_b; q_s \rangle$$

$$\prod_{\alpha=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_\alpha) \langle P_b; q_s | \hat{F}(\bar{k}_\alpha) | P_b; q_s \rangle \prod_{\beta=s+1}^{n+1} \Delta_F(\bar{k}_\beta) \langle P'_b; f | \hat{F}(\bar{k}_\beta) | P'_b; f \rangle \times \frac{1}{\frac{P'_a k_{n+1}}{m} + i\epsilon} \times$$

$$\frac{1}{\frac{P'_a(k_{n+1} + k_n)}{m} + i\epsilon} \times \dots \times \frac{1}{\frac{-P_a(k_1 + k_2)}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-P_a k_1}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-P'_b k_{n+1}}{M'} + i\epsilon} \times$$

$$\frac{1}{\frac{-P'_b(k'_{n+1} + k'_n)}{M'} + i\epsilon} \times \dots \times \frac{1}{\frac{P_b(k'_1 + k'_2)}{M} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k'_1}{M} + i\epsilon} \quad (13)$$

onde utilizou-se a equação de Dirac, ou seja,

$$(\gamma_\mu p^\mu + m) u(p) = 2m u(p) \quad (14a)$$

e

$$\bar{u}(p') (\gamma_\mu p'^\mu + m) = 2m \bar{u}(p') \quad (14b)$$

nas linhas do nucleon incidente. O conjunto $\{ k_1, k_2, \dots, k_{n+1} \}$ denotam os momentos dos campos mesônicos.

Vamos supor que, do conjunto de quadrimomentos $\{ k_1, k_2, \dots, k_{r-1} \}$ emitidos a partir da linha p do nucleon incidente, uma quantidade L , denotados por $\{ k_1^a, k_2^a, \dots, k_L^a \}$ seja absorvida em $IP_b; g_s$, enquanto que o restante, ou seja, $(r-1-L)$ e denotados por $\{ k_{L+1}^a, \dots, k_{r-1}^a \}$ sejam absorvidos por $IP_b'; f$. Igualmente, consideraremos que do conjunto $\{ k_{r+1}, \dots, k_{n+1} \}$ emitidos da linha p' do nucleon, um número M destes sejam absorvidos por $IP_b; g_s$ e denotados por $\{ k_1^b, k_2^b, \dots, k_M^b \}$, enquanto que o restante serão absorvidos em $IP_b'; f$, como no caso anterior.

Os L quadrimomentos $\{ k_1^a, \dots, k_L^a \}$ formam um subconjunto do conjunto maior $\{ k_1, \dots, k_{r-1} \}$. Denominaremos, pois, este subconjunto de $R1$, enquanto que $\{ k_1^b, \dots, k_M^b \}$ receberá a nomenclatura de $R2$, lembrando todavia que este último forma um subconjunto de $\{ k_{r+1}, \dots, k_{n+1} \}$. Desta forma, para incluir todos os gráficos de Feynman topologicamente diferentes, onde L méson escalares provenientes de p e M provenientes de p' são absorvidos em $IP_b; g_s$, devemos somar sobre todos os possíveis subconjuntos, visto que estes acima descritos, tratam-se de escolhas particulares. Assim, sob tais somatórias, a expressão (13) torna-se:

$$iM = \left[\frac{g^2}{(2\pi)^4} \right]^{n+1} (2\pi)^4 \bar{u}(p_a') u(p_a) \int \prod_{j \neq r}^{n+1} d^4 k_j \Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) \langle P_b'; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) | P_b; qs \rangle \times$$

$$\times \prod_{\alpha=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_\alpha) \langle P_b; qs | \hat{F}(\bar{k}_\alpha) | P_b; qs \rangle \prod_{\beta=s+1}^{n+1} \Delta_F(\bar{k}_\beta) \langle P_b'; f | \hat{F}(\bar{k}_\beta) | P_b'; f \rangle \times \frac{1}{\frac{p_a' k_{n+1}}{m} + i\epsilon} \times \dots \times$$

$$\times \frac{1}{-\frac{p_a k_1}{m} + i\epsilon} \times \sum_{R1} \sum_{R2} \left\{ \prod_{r=1}^L \frac{1}{\frac{p_b k_r}{M} + i\epsilon} \prod_{\lambda=L+1}^{r-1} \frac{1}{\frac{p_b k_\lambda}{M} + i\epsilon} \prod_{\theta=1}^M \frac{1}{-\frac{p_b' k_\theta}{M'} + i\epsilon} \prod_{\omega=M+1}^{n-r+1} \frac{1}{-\frac{p_b' k_\omega}{M'} + i\epsilon} \right\} \quad (15)$$

onde K_r, K_λ, K_θ , e K_ω representam as somas parciais dos quadrimomentos.

Observando agora que os quadrimomentos absorvidos antes do vértice s estão definidos pelo conjunto $\{ R1 + R2 \}$, vê-se que todas as possíveis formas de absorção serão completamente descritas ao executarmos as permutações entre os diversos (k'_i) e (k''_j) , Portanto, somando sobre todas estas permutações, temos a certeza de estarmos considerando em questão todos os gráficos de Feynman topologicamente diferentes.

Diante destas considerações, simbolizaremos tais permutações como $\pi 1$, referindo-nos ao grupo de quadrimomentos contidos em $\{ R1 + R2 \}$ e por $\pi 2$ a dos quadrimomentos restantes, permitindo pois, que a equação (15) torne-se:

$$iM = \left[\frac{g^2}{(2\pi)^4} \right]^{n+1} (2\pi)^4 \bar{u}(p_a') u(p_a) \int \prod_{j \neq r}^{n+1} d^4 k_j \Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) \langle P_b'; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) | P_b; qs \rangle$$

$$\times \prod_{\alpha=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_\alpha) \langle P_b; qs | \hat{F}(\bar{k}_\alpha) | P_b; qs \rangle \prod_{\beta=s+1}^{n+1} \Delta_F(\bar{k}_\beta) \langle P_b'; f | \hat{F}(\bar{k}_\beta) | P_b'; f \rangle \times \frac{1}{\frac{p_a' k_{n+1}}{m} + i\epsilon} \times$$

$$\times \dots \times \frac{1}{-\frac{p_a k_1}{m} + i\epsilon} \times \sum_{R1} \sum_{R2} \sum_{\pi 1} \sum_{\pi 2} \left\{ \prod_{r=1}^L \frac{1}{\frac{p_b k_r}{M} + i\epsilon} \times \dots \right\} \quad (16)$$

Utilizando a identidade matemática

$$\sum_{\text{permutações}(A_i, A_j)} \frac{1}{A_1} \times \frac{1}{(A_1+A_2)} \times \dots \times \frac{1}{(A_1+A_2+\dots+A_n)} = \prod_{l=1}^n \left(\frac{1}{A_l} \right) \quad (17)$$

obtemos todos os propagadores nas linhas $IP_b ; g_s$ e $IP'_b ; f$ fatorados, ou seja:

$$iM = \left[\frac{q^2}{(2\pi)^4} \right]^{n+1} \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int \prod_{j \neq r}^{n+1} d^4 k_j \Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) \langle P'_b ; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{n+1} k_i) | P_b ; g_s \rangle$$

$$\prod_{\alpha=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_\alpha) \langle P_b ; g_s | \hat{F}(\bar{k}_\alpha) | P_b ; g_s \rangle \prod_{\beta=s+1}^{n+1} \Delta_F(\bar{k}_\beta) \langle P'_b ; f | \hat{F}(\bar{k}_\beta) | P'_b ; f \rangle \times \frac{1}{\frac{P'_a k_{n+1}}{m} + i\epsilon} \times \dots \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{-P_a k_1}{m} + i\epsilon} \times \sum_{R1} \left\{ \prod_{\alpha=1}^L \frac{1}{\frac{P_b k_\alpha}{M} + i\epsilon} \prod_{\beta=L+1}^{r-1} \frac{1}{\frac{-P'_b k_\beta}{M'} + i\epsilon} \right\} \sum_{R2} \left\{ \prod_{\gamma=1}^M \frac{1}{\frac{P_b k'_\gamma}{M} + i\epsilon} \times \prod_{\vartheta=M+1}^{n-r+1} \frac{1}{\frac{-P'_b k'_\vartheta}{M'} + i\epsilon} \right\} \quad (18)$$

Se observamos agora que as quantidades referentes aos propagadores do núcleo alvo mostram-se invariantes sob qualquer permutação simples entre os quadrimomentos $\{k_1, \dots, k_{r-1}\}$ e $\{k_{r+1}, k_{r+2}, \dots, k_{n+1}\}$ pertencentes às linhas do próton incidente, temos como consequência que o produto dos propagadores também será invariante. Isto posto, a simetrização da produtória dos propagadores do nucleon incidente será dada por:

$$[P'_a P_a]_{\text{simetrizado}} = \frac{1}{(r-1)!(n+1-r)!} \sum_{\pi_3} \sum_{\pi_4} P'_a P_a \quad (19)$$

onde π_3 e π_4 representam as permutações nos conjuntos $\{k_1, \dots, k_{r-1}\}$ e $\{k_{r+1}, \dots, k_{n+1}\}$, respectivamente. Com isto, ao aplicarmos novamente a identidade (17), ficaremos com

$$iM = \left[\frac{q^2}{(2\pi)^4} \right]^{\eta+1} (2\pi)^4 \bar{u}(p_a) u(p_a) \int \prod_{j \neq r}^{\eta+1} d^4 k_j \Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{\eta+1} k_i) \langle P_b; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{\eta+1} k_i) | P_b; q_s \rangle \times$$

$$\prod_{i=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_i) \langle P_b; q_s | \hat{F}(\bar{k}_i) | P_b; q_s \rangle \prod_{j=s+1}^{\eta+1} \Delta_F(\bar{k}_j) \langle P_b; f | \hat{F}(\bar{k}_j) | P_b; f \rangle \times \frac{1}{(r-1)!(\eta+1-r)!} \times$$

$$\prod_{\alpha=1}^{r-1} \frac{1}{-P_a k_\alpha + i\epsilon} \prod_{\beta=r+1}^{\eta+1} \frac{1}{P_a k_\beta + i\epsilon} \sum_{R1} \left\{ \prod_{\gamma=1}^L \frac{1}{P_b k_\gamma + i\epsilon} \prod_{\lambda=L+1}^{r-1} \frac{1}{-P_b k_\lambda + i\epsilon} \right\} \times \sum_{R2} \left\{ \prod_{\theta=1}^M \frac{1}{P_b k_\theta + i\epsilon} \prod_{\omega=M+1}^{\eta+1-r} \frac{1}{-P_b k_\omega + i\epsilon} \right\} \quad (20)$$

Definimos, nesta fase, uma função $\Lambda(x)$ como sendo a transformada de Fourier do produto $\Delta_F(q - \sum_{i \neq r} k_i) \langle P_b; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r} k_i) | P_b \rangle$ ou seja:

$$\Delta_F(q - \sum_{i \neq r}^{\eta+1} k_i) \langle P_b; f | \hat{F}(q - \sum_{i \neq r}^{\eta+1} k_i) | P_b; q_s \rangle = \int d^4 x \Lambda(x) \exp[-i(q - \sum_{i \neq r}^{\eta+1} k_i)x] \quad (21)$$

Assim, temos que, ao substituí-la na equação (20), determinaremos a completa fatorização das integrais em k , como pode ser verificado por simples inspeção. Desta fatorização serão obtidas quatro quantidades que sistematicamente se repetem, quais sejam:

$$U_1(x; P_a, P_b) = q^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) \langle P_b; q_s | \hat{F}(k) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{-P_a k + i\epsilon} \times \frac{1}{P_b k + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_2(x; P_a, P_b') = q^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) \langle P_b'; f | \hat{F}(k) | P_b'; f \rangle \frac{1}{-P_a k + i\epsilon} \times \frac{1}{-P_b' k + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_3(x; P_a', P_b) = q^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) \langle P_b; q_s | \hat{F}(k) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{P_a' k + i\epsilon} \times \frac{1}{P_b k + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_4(x; p'_a, p'_b) = g^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) \langle p'_b; f | \hat{F}(k) | p'_a; f \rangle \frac{1}{\frac{p'_a k + i\epsilon}{m}} \times \frac{1}{\frac{-p'_b k + i\epsilon}{M'}} \exp[ikx]$$

Portanto, a amplitude (20) torna-se:

$$iM_{L,M}^{n+1,r} = g^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int d^4 x \Lambda(x) \exp[-iqx] \frac{1}{(r-1)!} \sum_{R1} \left[U_1^L \times U_2^{r-1-L} \right] \times \frac{1}{(n+1-r)!} \sum_{R2} \left[U_3^M \times U_4^{n+1-r-M} \right] \quad (22)$$

onde os índices sobre M indicam:

- a) a existência de (n + 1) mésons trocados, sendo que um deles, o de número r, se distingue dos demais;
- b) os L mésons emitidos a partir da linha incidente do nucleon, p_a, e M emitidos da linha p'_a, são absorvidos em |P_b;gs>.

As somas R1 e R2 introduzem os fatores

$$\sum_{R1} = \frac{(r-1)!}{(r-1-L)!L!} \quad e \quad \sum_{R2} = \frac{(n-r+1)!}{(n-r+1-M)!M!}$$

esclarecendo, pois, que tais números na verdade, são fatores que descontam os gráficos topologicamente equivalentes obtidos quando do processo de simetrização. Assim, temos que:

$$iM_{L,M}^{n+1,r} = g^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int d^4 x \Lambda(x) \exp[-iqx] \frac{U_1^L}{L!} \times \frac{U_2^{(r-1-L)}}{(r-1-L)!} \times \frac{U_3^M}{M!} \times \frac{U_4^{(n+1-r-M)}}{(n+1-r-M)!} \quad (23)$$

Finalizando, somaremos sobre a equação (23) todas as possibilidades referentes aos números L e M, mantendo r e n fixos. Portanto, com a ajuda da identidade

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \quad (24)$$

obtemos:

$$iM = \sum_{L=0}^{n+1,r} \sum_{M=0}^{(r-1)(n-r+1)} iM_{L,M}^{n+1,r} = g^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int d^4x \Lambda(x) e^{-iqx} \frac{[U_1+U_2]^{r-1}}{(r-1)!} \frac{[U_3+U_4]^{n+1-r}}{(n+1-r)!}$$

e se eliminarmos a arbitrariedade na escolha do vértice r , ficaremos com

$$iM^{n+1} = \sum_{r=1}^{n+1} iM^{n+1,r} = g^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int d^4x \Lambda(x) e^{-iqx} \frac{[i\chi(x)]^n}{n!}$$

onde $\chi(x)$ é denominado de fator de fase eikonal relativístico, e dado por :

$$\chi(x) = -i [U_1 + U_2 + U_3 + U_4] \quad (25)$$

Segue portanto, por definição, que a amplitude de Feynman na aproximação eikonal será obtida quando o número de mésons trocados for infinito ($n \rightarrow \infty$). Desta feita, finalmente obtém-se

$$iM^{uk} = g^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int d^4x \exp[-iqx] \Lambda(x) \exp[i\chi(x)] \quad (26)$$

onde $\Lambda(x)$, como exposto anteriormente, é dado pela equação (21).

b) Estudo do Limite Estático e sua Conexão com um Potencial

Define-se como limite estático deste modelo a aproximação na

qual consideraremos a energia de repouso da partícula alvo muito maior do que a energia transferida, de tal forma que os efeitos de recuo sejam totalmente desprezíveis. Manteremos ainda a hipótese inicial de que a magnitude dos momentos transferidos sejam muito menores do que a dos momentos externos. Adicionalmente, consideraremos que a excitação nuclear não seja quantitativamente importante quando comparada ao estado fundamental, de tal forma que uma aproximação do tipo

$$\langle P_b; q_s | \hat{F}(k) | P_b; q_s \rangle \sim \langle P_b'; f | \hat{F}(k) | P_b'; f \rangle \quad (27)$$

se mostre adequada para os cálculos ulteriores.

Como consequência das citadas hipóteses, teremos as funções $U(x; p_a, P_b)$ reescritas na forma:

$$U_1 = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \Delta_F(k) F_{qs}(k) \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_2 = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \Delta_F(k) F_{qs}(k) \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P_b' k}{M} + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_3 = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \Delta_F(k) F_{qs}(k) \frac{1}{\frac{P_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon} \exp[ikx]$$

$$U_4 = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \Delta_F(k) F_{qs}(k) \frac{1}{\frac{P_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P_b' k}{M} + i\epsilon} \exp[ikx]$$

onde $F(k)$ simboliza a hipótese ditada pelos elementos de matrizes (27)^{gs}. Além disso, devido a ausência de recuo do núcleo alvo, juntamente com a condição associada a magnitude da energia de excitação, ou seja, $\omega \ll M$, surge a aproximação $M' \sim M$ exposta na redefinição das funções $U(x; p_a, p_b)$.

Sob estas considerações, não é difícil mostrar que o fator de fase eikonal relativístico torna-se (Apêndice A)

$$\chi_{L.E.} = - \int_0^{\infty} d\xi \left[V(\vec{r} - \frac{\vec{p}_a}{m} \xi) + V(\vec{r} + \frac{\vec{p}_b}{m} \xi) \right] \quad (28)$$

onde

$$V(\vec{r} \pm \frac{\vec{p}}{m} \xi) = -g^2 \frac{\exp[-m_s |\vec{r} - \vec{r} \pm \frac{\vec{p}}{m} \xi|]}{|\vec{r} - \vec{r} \pm \frac{\vec{p}}{m} \xi|} \quad (29)$$

Finalizamos salientando que as discussões acerca do comportamento geral do fator de fase eikonal relativístico no limite estático serão expostas no próximo capítulo, onde calcularemos sua forma para dois campos de interação.

a) Amplitude de Feynman na Aproximação Eikonal

Exatamente como expusemos na Introdução, o objetivo deste capítulo presta-se a apresentar um processo de espalhamento envolvendo um nucleon incidente e um núcleo alvo, sendo que no presente caso reside uma diferença essencial se comparado com o anterior, qual seja, a presença de dois campos mesônicos no processo de interação. Em outras palavras, consideraremos que o campo bariônico, ψ , interage simultaneamente com um campo escalar neutro, ϕ , e um vetorial, V_μ , também neutro, seguindo o que J.D. Walecka propôs no seu famoso modelo relativístico ^[1], onde a lagrangeana de interação é dada por:

$$\mathcal{L} = g_s \bar{\psi} \psi \phi - g_v \bar{\psi} \gamma^\mu \psi V_\mu \quad (1)$$

Aqui, g_s e g_v são as constantes de acoplamento escalar e vetorial, respectivamente. Vale salientar que todas as hipóteses anteriores continuam válidas, tanto no que diz respeito a magnitude dos momentos trocados, possibilitando assim, a utilização da aproximação eikonal, quanto a desconsideração da estrutura do nucleon incidente.

Vamos imaginar que no processo de espalhamento, n mésons escalares e m vetoriais sejam trocados entre o nucleon incidente e o núcleo alvo, sendo que apenas um deles será responsável pela excitação nuclear. Associado a isto, calcularemos a amplitude

$M_{n,m}$, a qual corresponde a soma sobre todos os diagramas topologicamente diferentes provenientes do gráfico padrão indicado na FIG.2, ou seja

$$i M_{n,m} = \left[\frac{1}{(2\pi)^4} \right] (2\pi)^4 \int \prod_{j=1}^{N=n+m+1} d^4 k_j \mathcal{P} \delta^4 \left[q - \sum_{i=1}^N k_i \right] \quad (2)$$

onde q , como no caso anterior, simboliza o quadrimomento transferido no processo.

O termo \mathcal{P} novamente representará um elemento de matriz da soma dos produtos dos propagadores e operadores de vértices colecionados numa ordem apropriada entre os estados final e inicial do sistema.

A função δ na Eq.(2) será utilizada para eliminar uma das integrais em k . Assim, seguiremos de perto o método apresentado no Capítulo I, escolhendo arbitrariamente o quadrimomento k_r ,

$$k_r = q - \sum_{i \neq r}^N k_i \quad (3)$$

como sendo aquele responsável pela excitação nuclear, ressaltando entretanto, que esta arbitrariedade será eliminada através do processo de simetrização já apresentado.

Desde que existe a possibilidade de que a excitação nuclear ocorra em qualquer um dos $N = (n + m + 1)$ vértices, vamos desde já proceder a soma sobre todas as possíveis contribuições pertinentes a este processo, ou seja,

$$\mathcal{P} = \sum_{r=1}^N \mathcal{P}_r \quad (4)$$

onde \mathcal{P}_r é dado por :

$$Q_r = \sum_D \prod_{j=1}^N \Delta_F(k_j) \left[\bar{u}(p'_a) \Gamma_N S_F(p'_a + k_N) \Gamma_{N-1} S_F(p'_a + k_N + k_{N-1}) \dots \Gamma_{r+1} \times \right.$$

$$\left. S_F(p'_a + k_N + \dots + k_{r+1}) \Gamma_r S_F(p'_a - k_{r-1} - k_{r-2} - \dots - k_1) \dots \Gamma_2 S_F(p'_a - k_1) \Gamma_1 u(p'_a) \right] \times$$

$$\times \left[\langle P'_b; f | q \hat{F}(k'_N) | P'_b; f \rangle \langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - k'_N) | P'_b; f \rangle \times \langle P'_b; f | q \hat{F}(k'_{N-1}) | P'_b; f \rangle \times \right.$$

$$\times \langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - k'_N - k'_{N-1}) | P'_b; f \rangle \times \dots \times \langle P'_b; f | \hat{G}(P'_b - k'_N - \dots - k'_{s+1}) | P'_b; f \rangle \times$$

$$\times \langle P'_b; f | q \hat{F}(k_r) | P'_b; q_s \rangle \times \langle P'_b; q_s | \hat{G}(P'_b + k'_1 + \dots + k'_{s-1}) | P'_b; q_s \rangle \times \dots \times$$

$$\times \langle P'_b; q_s | \hat{G}(P'_b + k'_1) | P'_b; q_s \rangle \quad (5)$$

sendo pois, que as diversas quantidades que aqui aparecem já foram definidas na Capítulo I. Resta, todavia, mencionarmos algumas palavras acerca da somatória \sum_D . Simbolicamente ela condensa a soma sobre todos os diagramas de Feynman topologicamente diferentes, ou seja, de acordo com um diagrama particular D , exposto por exemplo, pela FIG.2, o conjunto $\{k'_1, \dots, k'_N\}$ estabelece uma das possíveis permutações do conjunto inicial $\{k_1, \dots, k_N\}$.

Os operadores de vértices na linha do núcleo alvo, $F(k)$ e $F^\mu(k)$ são definidos como:

$$\hat{F}_s(k) = \int d^3\xi \exp[i\vec{k} \cdot \vec{\xi}] \bar{\psi}(\xi) \psi(\xi) \quad (6a)$$

e

$$\hat{F}_\nu^\mu(k) = \int d^3\xi \exp[i\vec{k} \cdot \vec{\xi}] \bar{\psi}(\xi) \gamma^\mu \psi(\xi) \quad (6b)$$

para os vértices escalar e vetorial, respectivamente. O parâmetro ϵ , como antes, é definido como coordenada dos nucleons no sistema de repouso do núcleo alvo [6].

O próximo passo consta em utilizar-se a aproximação eikonal nos propagadores referentes ao nucleon incidente e ao núcleo alvo. Tal aproximação já foi estabelecida na Capítulo I através das equações (I.4), (I.8a) e (I.8b). Entretanto, no presente caso existe a necessidade da distinção entre os dois campos no que se refere aos vértices. Observe que as matrizes Γ contidas na expressão (II.5) são dadas por $\Gamma_s = g_s \mathbf{1}$ ou $\Gamma_v = g_v \gamma^\mu$ para os campos escalar e vetorial, respectivamente. Posto desta forma, com o intuito de isolar o vértice r onde, por hipótese está definido o quadrimomento k , o qual provoca a excitação nuclear, devemos comutar as funções de onda espinoriais, $U(p)$ e $\bar{U}(p')$, através de toda a série dos propagadores do nucleon incidente até o citado vértice, de onde resultará o termo $\bar{U}(p') \Gamma_r U(p)$, o qual será generalizado posteriormente. Assim, se nós restringirmos nosso problema ao caso onde o nucleon se encontra sobre a camada de massa, como antes, temos, auxiliados pela equação de Dirac, que

$$S_F(p \pm k) \Gamma_s U(p) \sim \frac{\gamma^\mu p_\mu + m}{\pm 2pk + i\epsilon} \Gamma_s U(p) = g_s \frac{1}{\pm \frac{pk}{m} + i\epsilon} U(p)$$

para o caso escalar, e

$$S_F(p \pm k) \Gamma_v U(p) \sim \frac{\gamma^\mu p_\mu + m}{\pm 2pk + i\epsilon} \Gamma_v U(p) = g_v \frac{(\not{p}/m)}{\pm \frac{pk}{m} + i\epsilon} U(p)$$

para o caso vetorial. Consequentemente, podemos estabelecer as seguintes regras práticas:

$$\Gamma S_F(p+k) = \frac{\lambda'}{\frac{p'k}{m} + i\epsilon} \quad (7.a)$$

e

$$S_F(p-k) \Gamma = \frac{\lambda}{-\frac{pk}{m} + i\epsilon} \quad (7.b)$$

onde

$$\lambda = \lambda' = g_s \mathbb{1} \quad (8)$$

quando as matrizes Γ originam-se da interação escalar, e

$$\lambda = g_v \left(\frac{p_\mu}{m} \right) \quad (9.a)$$

ou

$$\lambda' = g_v \left(\frac{p'_\mu}{m} \right) \quad (9.b)$$

quando tais matrizes provêm da interação vetorial.

Retornando então à expressão (II.5), ao introduzirmos (7a) e (7b), \mathcal{P}_r será reescrito como

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_r = & \sum_D \bar{u}(p'_a) \Gamma_r u(p_a) \Delta_F(k_r) \langle P'_b; f | g \hat{F}(k_r) | P_b; q_s \rangle \prod_{i=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_i) \times \\ & \langle P_b; q_s | g \hat{F}(\bar{k}_i) | P_b; q_s \rangle \prod_{j=s+1}^N \Delta_F(\bar{k}_j) \langle P'_b; f | g \hat{F}(\bar{k}_j) | P'_b; f \rangle \times \frac{\lambda_N}{\frac{p'_a k_N}{m} + i\epsilon} \times \\ & \times \frac{\lambda_{N-1}}{\frac{p'_a (k_N + k_{N-1})}{m} + i\epsilon} \times \dots \times \frac{\lambda_1}{-\frac{p_a k_1}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{p'_b k_N}{M'} + i\epsilon} \times \dots \times \frac{1}{\frac{p_b k_1}{M} + i\epsilon} \end{aligned} \quad (10)$$

A soma sobre todos os diagramas de Feynman sera'organizada da seguinte forma. Primeiro definiremos uma classe de diagramas caracterizados pelo conjunto de números $\{ C \} = \{ \alpha_{11}', \alpha_{12}', \alpha_{21}', \alpha_{22}', \beta_{11}', \beta_{12}', \beta_{21}', \beta_{22}' \}$ os quais simbolicamente representam:

$\alpha_{1,1}'$ - número total de mésons escalares emitidos antes do vértice r e absorvidos antes do vértice s ;

$\alpha_{1,2}'$ - número total de mésons escalares emitidos antes do vértice r e absorvidos depois do vértice s ;

$\alpha_{2,1}'$ - número total dos mésons escalares emitidos depois do vértice r e absorvidos antes do vértice s ;

$\alpha_{2,2}'$ - número total de mésons escalares emitidos depois do vértice r e absorvidos depois do vértice s ,

e de maneira análoga para os mésons vetoriais, os quais são representados por β_{ij} (FIG.3). Tais números satisfazem as seguintes relações:

$$\eta = \alpha_{11}' + \alpha_{12}' + \alpha_{21}' + \alpha_{22}'$$

$$m = \beta_{11}' + \beta_{12}' + \beta_{21}' + \beta_{22}'$$

$$[(r-1)] = \alpha_{11}' + \alpha_{12}' + \beta_{11}' + \beta_{12}'$$

$$[\eta+m-(r-1)] = \alpha_{21}' + \alpha_{22}' + \beta_{21}' + \beta_{22}'$$

$$(s-1) = \alpha_{11}' + \alpha_{21}' + \beta_{11}' + \beta_{21}'$$

$$[\eta+m-(s-1)] = \alpha_{12}' + \alpha_{22}' + \beta_{12}' + \beta_{22}'$$

Denotaremos os conjuntos de vértices postados na linha do nucleon incidente, antes e depois do vértice r por π_1 e π_2 , respectivamente. Da mesma forma, π_3 e π_4 corresponderão àqueles conjuntos associados a linha do núcleo alvo, respectivamente, antes e depois do vértice de excitação s . Com isto, para um dado conjunto de números $\{C\}$, qualquer outro diagrama que se distingue daquele que, a principio, classificamos de padrão, poderá ser obtido permutando-se os pontos de emissão e absorção das linhas mesônicas contidas nos conjuntos π_1 , π_2 , π_3 e π_4 . Como consequência, a soma sobre todos os diagramas pertencentes a esta classe será alcançada de realizarmos a completa permutação em π_1 , π_2 , π_3 e π_4 , independentemente.

Feito o processo descrito acima, verifica-se que vários diagramas se repetirão, fato este que pode ser contornado ao introduzirmos o fator

$$Z = \frac{1}{\alpha_{11'}! \alpha_{12'}! \alpha_{21'}! \alpha_{22'}! \beta_{11'}! \beta_{12'}! \beta_{21'}! \beta_{22'}!} \quad (11)$$

Finalmente, a soma sobre todos os distintos diagramas será obtida ao executarmos a somatória sobre todas as diferentes classes $\{C\}$, denotada, por sua vez, como $\sum_{\{C\}}$. Desta forma, \sum_D explicitamente será dada por:

$$\sum_D = \sum_{S,V} \sum_{\{C\}} Z \sum_{\pi_1} \sum_{\pi_2} \sum_{\pi_3} \sum_{\pi_4} \quad (12)$$

onde $\sum_{S,V}$ simboliza a soma sobre as duas distintas possibilidades de excitação nuclear associadas aos campos mesônicos escalar e ve

torial.

Cabe observar que a expressão (12) é aplicada somente aos produtos dos propagadores do nucleon e do núcleo, visto que todos os outros fatores postam-se de forma invariante sob quaisquer permutações envolvidas numa dada classe $\{C\}$. Assim, com a ajuda da identidade (I.17), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P_r = & \sum_{s,v} \sum_{\{c\}} z \bar{u}(p'_a) \Gamma_r u(p_a) \Delta_F(k_r) \langle P'_b; f | g \hat{F}(k_r) | P_b; g_s \rangle \times \\
 & \times \prod_{i=1}^{s-1} \Delta_F(\bar{k}_i) \langle P_b; g_s | g \hat{F}(\bar{k}_i) | P_b; g_s \rangle \prod_{j=s+1}^N \Delta_F(\bar{k}_j) \langle P'_b; f | g \hat{F}(\bar{k}_j) | P'_b; f \rangle \times \\
 & \times \prod_{\alpha=1}^{r-1} \frac{\lambda_\alpha}{\frac{-p_a k_\alpha}{m} + i\epsilon} \times \prod_{\beta=r+1}^N \frac{\lambda_\beta}{\frac{p'_a k_\beta}{m} + i\epsilon} \times \prod_{\gamma=1}^{s-1} \frac{1}{\frac{P_b k_\gamma}{M} + i\epsilon} \times \prod_{\theta=s+1}^N \frac{1}{\frac{-P'_b k_\theta}{M} + i\epsilon} \quad (13)
 \end{aligned}$$

A próxima etapa consta da definição dos operadores de transição, os quais trazem, inerentemente, as características dos campos mesônicos em questão. Tais operadores serão dados por:

$$\hat{T}_s(x) = g_s^2 \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F^{(s)}(k) \hat{F}_s(k) \exp[ikx] \quad (14.a)$$

e

$$\hat{T}_v(x) = g_v^2 \bar{u}(p'_a) \gamma_\mu u(p_a) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F^{(v)}(k) \hat{F}_v^\mu(k) \exp[ikx] \quad (14.b)$$

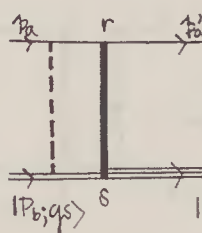
Estas definições, cabe ressaltar, estão de acordo com aquilo que dita a identidade (12) quando aventa a possibilidade de que a excitação nuclear venha a ser causada, com a mesma probabilidade, por um dos dois campos e simbolicamente representada por $\sum_{s,v}$. Portanto, ao utilizarmos a expressão (3) que define o quadrimomento k , as equações acima tornam-se:

$$g_s^2 \bar{u}(p_a') u(p_a) \Delta_F^s(q - \sum_{i \neq r} k_i) \hat{F}_s^s(q - \sum_{i \neq r} k_i) = \int d^4x \hat{T}_s(x) \exp[-i(q - \sum_{i \neq r} k_i)x] \quad (15.a)$$

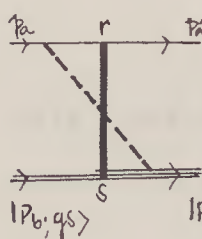
e

$$g_v^2 \bar{u}(p_a') \gamma_\mu u(p_a) \Delta_F^v(q - \sum_{i \neq r} k_i) \hat{F}_v^\mu(q - \sum_{i \neq r} k_i) = \int d^4x \hat{T}_v(x) \exp[-i(q - \sum_{i \neq r} k_i)x] \quad (15.b)$$

Ao substituirmos (15a) e (15b) na equação (13), determinaremos a completa fatorização das integrais em k , sendo que, o fato marcante nesta fatorização se traduz através da possibilidade de se classificar as integrais resultantes em oito diferentes tipos de acordo com a natureza dos campos mesônicos e de onde estes são emitidos ou absorvidos. Tais integrais serão representadas como segue



$$I_1^s = g_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^s(k) \langle P_{b,qs} | \hat{F}_s^s(k) | P_{b,qs} \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{p_b k}{M} + i\epsilon}$$



$$I_2^s = g_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^s(k) \langle P_{b',f} | \hat{F}_s^s(k) | P_{b',f} \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{p_b' k}{M} + i\epsilon}$$

$$I_3^S = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^S(k) \langle P_b; q_s | \hat{F}_S^S(k) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{\frac{p_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{p_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$I_4^S = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^S(k) \langle P_b'; f | \hat{F}_S^S(k) | P_b'; f \rangle \frac{1}{\frac{p_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-p_b' k}{M} + i\epsilon}$$

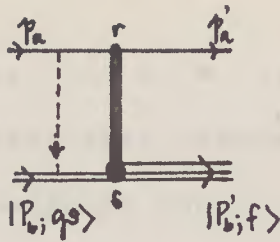
$$I_1^V = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m}\right)_\mu \langle P_b; q_s | \hat{F}_V^\mu(k) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{\frac{-p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{p_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$I_2^V = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m}\right)_\mu \langle P_b'; f | \hat{F}_V^\mu(k) | P_b'; f \rangle \frac{1}{\frac{-p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-p_b' k}{M} + i\epsilon}$$

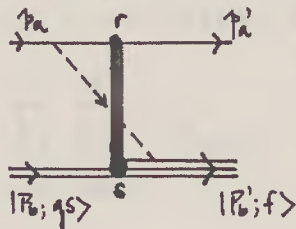
$$I_3^V = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a'}{m}\right)_\mu \langle P_b; q_s | \hat{F}_V^\mu(k) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{\frac{p_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{p_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$I_4^V = q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a'}{m}\right)_\mu \langle P_b'; f | \hat{F}_V^\mu(k) | P_b'; f \rangle \frac{1}{\frac{p_a' k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-p_b' k}{M} + i\epsilon}$$

Note que nesta representação gráfica, verifica-se que a Eq. (13) possui um número $\alpha 11'$ de integrais do tipo



ou, um número α_{12}' daquelas do tipo



e assim sucessivamente.

É importante reforçar o fato de que a escolha do vértice r como sendo aquele onde ocorre a emissão do méson que efetivamente causa a excitação nuclear, foi feita de forma totalmente arbitrária, e isto nos conduz a utilizar a Eq.(4) com o objetivo de sanar esta escolha aleatória. Desta forma, colecionando as diversas integrais I obtidas do processo de fatorização acima apresentando juntamente com a Eq.(4), teremos $M_{n,m}$ reescrita como:

$$iM_{n,m} = \int d^4x \exp[-iqx] \langle P_b; f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b; q_s \rangle \sum_{r=1}^N \sum_{\{c\}} \left\{ \frac{(I_1^S)^{\alpha_{11}'}}{\alpha_{11}'!} \times \frac{(I_2^S)^{\alpha_{12}'}}{\alpha_{12}'!} \times \frac{(I_3^S)^{\alpha_{21}'}}{\alpha_{21}'!} \times \frac{(I_4^S)^{\alpha_{22}'}}{\alpha_{22}'!} \times \frac{(I_1^V)^{\beta_{11}'}}{\beta_{11}'!} \times \frac{(I_2^V)^{\beta_{12}'}}{\beta_{12}'!} \times \frac{(I_3^V)^{\beta_{21}'}}{\beta_{21}'!} \times \frac{(I_4^V)^{\beta_{22}'}}{\beta_{22}'!} \right\} \quad (16)$$

Agora, utilizando-nos da fórmula binomial de Newton, a última expressão torna-se (Apêndice B):

$$iM_{n,m} = \int d^4x \exp[-iqx] \langle P_b; f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b; q_s \rangle \frac{1}{n!} \left[I_1^S + I_2^S + I_3^S + I_4^S \right]^n \times \frac{1}{m!} \left[I_1^V + I_2^V + I_3^V + I_4^V \right]^m \quad (17)$$

onde, como já dissemos, n e m correspondem ao número total de mésons escalares e vetoriais, respectivamente.

Finalmente, ao somarmos sobre o número de mésons escalares e vetoriais, considerando todavia, o limite onde $n \rightarrow \infty$ e $m \rightarrow \infty$, a amplitude de Feynman na aproximação eikonal torna-se:

$$iM^{eik} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} iM_{n,m} \quad (18)$$

amplitude esta, que explicitamente é dada por

$$iM^{eik} = \int d^4x \exp[-iqx] \langle P'_b; f | \hat{T}_V(x) + \hat{T}_S(x) | P_b; qs \rangle \exp[i\chi(x)] \quad (19)$$

O termo $\chi(x)$, como no caso estudado no Capítulo I, é definido como fator de fase eikonal relativístico

$$\chi(x) = -i [U_1 + U_2 + U_3 + U_4] \quad (20)$$

onde as funções $U(x; p_a, P_b)$ são dadas por

$$U_1(x; p_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle qs | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | qs \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_2(x; p_a, P'_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle f | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | f \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P'_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_3(x; p'_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle qs | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p'_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | qs \rangle \frac{1}{\frac{p'_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_4(x; p'_a; p'_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle f | \left[q_v^2 \Delta_F^v(k) \left(\frac{p'_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_v^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^s(k) \hat{F}_s(k) \right] | f \rangle \frac{1}{\frac{p'_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{-p'_b k}{M} + i\epsilon}$$

Gostaríamos de ressaltar que a função eikonal acima obtida possui uma dependência com a energia, a qual está ausente dos resultados provindos da teoria de Glauber. Na próxima seção, mostraremos que tal dependência será muito importante para reforçar as características relativísticas do sistema.

b) Estudo do Limite Estático e sua Conexão com um Potencial

Considerando que o processo de espalhamento ocorra entre um nucleon incidente e um núcleo relativamente pesado quando comparado com aquele, se traduz como uma boa aproximação o fato de desprezarmos o recuo do alvo nuclear. Em outras palavras, consideraremos que a energia cinética de recuo de sistema nuclear seja desprezível no fator de fase eikonal relativístico, $\chi(x)$. Além disso, admitiremos que o movimento dos nucleons dentro do núcleo alvo se processe segundo uma cinemática não relativística, de tal forma que os termos da ordem (v/c) possam ser desprezados quando comparados com a unidade. Com isto, tais considerações nos levam a seguinte aproximação

$$\hat{F}_v^\mu(k) \sim \delta^{\mu 0} \hat{F}_s(k) \quad (21)$$

Outra simplificação adicional que faremos diz respeito a deformação nuclear, a qual consideraremos que não seja quantitativa

vamente importante, aos moldes descritos no Capítulo I. Assim

$$\langle P_b; q_s | \hat{F}_s(k) | P_b; q_s \rangle \sim \langle P_b'; f | \hat{F}_s(k) | P_b'; f \rangle \equiv F_{qs}(k) \quad (22)$$

onde $F(k)$ é definido como fator de forma nuclear do estado fundamental g_s .

As funções $U(x; p_a, P_b)$ definidas anteriormente, com a ajuda das aproximações (21) e (22) tornam-se:

$$U_1(x; p_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikx} \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{1}{k^2 - m_v^2} + q_s^2 \frac{1}{k^2 - m_s^2} \right] F_{qs}(k) \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_2(x; p_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikx} \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{1}{k^2 - m_v^2} + q_s^2 \frac{1}{k^2 - m_s^2} \right] F_{qs}(k) \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_3(x; p_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikx} \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{1}{k^2 - m_v^2} + q_s^2 \frac{1}{k^2 - m_s^2} \right] F_{qs}(k) \frac{1}{\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U_4(x; p_a', P_b') = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikx} \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{1}{k^2 - m_v^2} + q_s^2 \frac{1}{k^2 - m_s^2} \right] F_{qs}(k) \frac{1}{\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

onde consideramos $E_a \sim E_a'$. Em particular, esta aproximação em nada restringe o nosso modelo, visto que em se tratando de núcleos pesados e dentro do intervalo de energia que estamos traba-

lhando no que se refere a partícula incidente, é fato que $E \gg \omega$, onde ω é a energia de excitação. Vale lembrar ainda, que neste modelo estamos desprezando a energia cinética de recuo do alvo nuclear.

[4]

Seguindo, então, o método proposto por M. Lévy e J. Sucher, obtém-se o fator de fase eikonal relativístico na forma (Apêndice A)

$$\chi_{L.E.}(\vec{r}) = - \int_0^{\infty} d\xi \left[V(\vec{r} + \frac{\vec{p}_a \xi}{m}) + V(\vec{r} - \frac{\vec{p}_a \xi}{m}) \right] \quad (23)$$

onde

$$V(\vec{r} \pm \frac{\vec{p}_a \xi}{m}) = \int d^3 r' \rho(r') \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{e^{-m_v |\vec{r}' - (\vec{r} \pm \frac{\vec{p}_a \xi}{m})|}}{|\vec{r}' - (\vec{r} \pm \frac{\vec{p}_a \xi}{m})|} - q_s^2 \frac{e^{-m_s |\vec{r}' - (\vec{r} \pm \frac{\vec{p}_a \xi}{m})|}}{|\vec{r}' - (\vec{r} \pm \frac{\vec{p}_a \xi}{m})|} \right] \quad (24)$$

Por consequência, a amplitude eikonal \mathcal{M}^{eik} torna-se:

$$i\mathcal{M}^{eik} = \int d^4 x e^{-iqx} \langle P_b; f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b; qs \rangle e^{-i \int_0^{\infty} d\xi \left[V(\vec{r} + \frac{\vec{p}_a \xi}{m}) + V(\vec{r} - \frac{\vec{p}_a \xi}{m}) \right]} \quad (25)$$

Note, por sua vez, que a equação (24) carrega em seu bojo as características da estrutura nuclear através da densidade $\rho(r)$, a qual é dada por

$$\rho(r) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} F_{qs}(k) \exp[i\vec{k} \cdot \vec{r}] \quad (26)$$

Além disso, a constante de acoplamento da parte repulsiva do potencial vem reescalada através do fator de Lorentz

$$\gamma = \frac{E_a}{m} = \left[1 - \left(\frac{v_a}{c} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

onde c é a velocidade da luz. Em última instância, retrata-se nestes resultados as características relativísticas inerentes ao sistema físico tratado, as quais manifestam-se através da dominância da contribuição vetorial do potencial em relação a escalar quando a energia da partícula incidente aumenta (FIG.4).

Vamos retomar a equação (25). Podemos notar que o comportamento global do fator de fase eikonal é dominado, essencialmente, pela distribuição do estado fundamental do sistema, ou seja, por $\rho(r)$, cujas dimensões são da ordem do raio nuclear, R . Por outro lado, a matriz de transição $\langle P'_b ; f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b ; g_s \rangle$ pode ser pensada como referente à densidade de transição de um estado coletivo (uma ressonância gigante, por exemplo). Esta hipótese fundamenta-se na estrutura formal desenvolvida até aqui, a qual apontou sempre o sistema nuclear como um objeto ligado passível de absorver a energia transferida como um todo, excitando-se eventualmente. Consta também de fato bem conhecido, que muitas destas matrizes possuem características qualitativas que se assemelham à uma função gaussiana, cuja largura é da ordem da difusividade nuclear, t ($t \ll R$), e que o ponto de máximo desta curva encontra-se nas regiões da superfície do núcleo, como mostra, esquematicamente, a figura (5). [9]

Diante deste comportamento geral, podemos considerar pequenas variações no fator de fase eikonal, obtendo [10]

$$\chi_{\text{L.E.}} \sim -4 \int_0^{\infty} V(\xi) d\xi - \left[V_s(0) + V_v(0) \right] \frac{\hat{q} \cdot \vec{r}}{m} \quad (28)$$

onde $V_s(0)$ e $V_v(0)$ representam as intensidades dos potenciais estáticos correspondentes a parte escalar e vetorial, respectivamente. Com isto, a amplitude eikonal poderá ser reescrita como:

$$iM_{ik} \sim e^{-4i \int_0^{\infty} V(\xi) d\xi} \int_0^{\infty} dx_0 e^{-iq_0 x_0} \int d^3x \langle P'_b | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b; q_s \rangle e^{i \left[1 - \frac{V_v(0) + V_s(0)}{m} \right] \hat{q} \cdot \vec{x}}$$

Definindo, então, um momento efetivo \vec{Q} como

$$\vec{Q} = \left[|\vec{q}| - \frac{V_v(0) + V_s(0)}{m} \right] \hat{q}$$

onde $V_s(0) \sim -400$ MeV, $V_v(0) \sim 300$ MeV e $|\vec{p}| = 1$ GeV/c, valores estes, típicos e que podem ser encontrados na referência [11].

Verifica-se, então, que basicamente o fator de fase eikonal é responsável por um efeito de deslocamento no momento transferido na ordem de 20 MeV/c. Com relação ao nucleon incidente, isto se reflete através de uma deflexão na sua trajetória, a qual certamente pode ser desprezada se lembrarmos que $|\vec{p}|^2 = 1$ GeV. Agora, com relação a secção de choque diferencial dupla, a qual calcularemos no próximo item, este fator provocaria um deslocamento no momento no momento transferido, levando-nos a redefini-lo como \vec{Q} , fato este já citado. Porém, como este efeito não é mensurável, desconsideraremos tal deslocamento, visto que, nos-

os resultados em nada se alterarão.

c) Cálculo da Secção de Choque Diferencial Inelástica

Neste item, temos como meta a obtenção da secção de choque diferencial $\left(\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega}\right)$ para o espalhamento descrito anteriormente. Como dissemos na Introdução, uma das grandes motivações deste capítulo inspira-se nos resultados obtidos por Bertsch e Scholten, os quais criaram um modelo fenomenológico para o estudo dos espalhamentos inelásticos do tipo próton-Núcleo [3]. Neste modelo, os espalhamentos são tratados no sistema de laboratório, e analisam-se dados onde a energia de incidência do nucleon se coloca no intervalo entre 200 MeV e 800 MeV. Gostaríamos, todavia, de esclarecer que ao utilizarmos o adjetivo fenomenológico, nos referimos ao fato de que tal modelo, sob nossa apreciação, carece de fundamentação formal mais sólida, a qual estamos nos propondo a realizar.

Em essência, o modelo Bertsch-Scholten resume-se na construção da secção de choque diferencial inelástica por meios que vão desde a fenomenologia dos espalhamentos nucleon-nucleon, até ingredientes ditados pela famosa e não menos eficiente teoria eikonal de Glauber [12]. Em outras palavras, o modelo resume-se na expressão

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = N_{\text{eff}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n-n} S(q, E) \quad (29)$$

onde $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n-n}^{\text{exp}}$ é a secção de choque diferencial nucleon-nucleon experimental. Em particular, para o caso em que a energia cinética do próton incidente é igual à 800 MeV, temos [3]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n-n}^{\text{exp}} = \exp \left[-3.4 \left(1 - \cos 2,39 \theta_{\text{Lab}} \right) \right] \quad (30)$$

O fator N_{eff} é definido através da relação entre o número efetivo de nucleons que participam das reações do tipo evento-único (one-step), sendo explicitamente dado por

$$N_{\text{eff}} = \frac{\sigma^{(1)}}{\sigma_{n-n}} \quad (31)$$

onde σ_{n-n} é a secção de choque total nucleon-nucleon. Tais quantidades são diretamente obtidas da teoria de Glauber [13], segundo a expressão

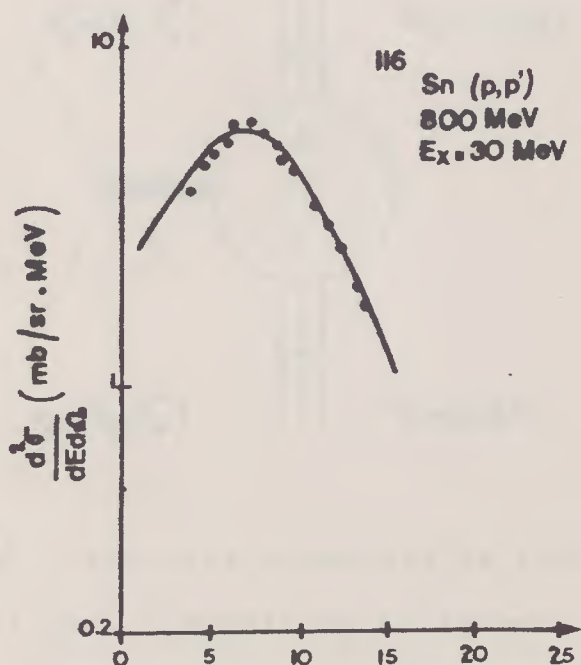
$$\sigma^{(n)} = \int d^2b \frac{[\chi(b)]^n}{n!} \exp[-\chi(b)] \quad (32)$$

onde a exponencial apresenta-se como fator de atenuação. Por fim, o termo $S(q, E)$ é definido como função resposta nuclear.

Gostaríamos de comentar que o mecanismo que determina a dinâmica da função resposta nuclear é sintetizado através da colisão entre dois nucleons, quais sejam, um incidente o outro pertencente ao sistema nuclear. Tal fato está representado na Eq.(29) através do termo $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n-n}$.

A característica citada acima, em particular, chamou nossa atenção e explicaremos o porquê. Como os próprios autores salientam, as reações estudadas envolvem baixos momentos transferidos e

energias de excitação, no caso do sistema nuclear, na ordem de 30 MeV. Intuitivamente, esperaríamos que dentro desta ordem de grandeza, o sistema nuclear pudesse absorver esta energia como um todo. Tal fato, no entanto, não está previsto no modelo do gás de Fermi [3], e a consequência imediata disto refletiu-se através das discrepâncias obtidas quando da comparação entre os resultados teóricos e os dados experimentais. Os autores, por sua vez, atribuíram tais discrepâncias à ausência do princípio de Pauli na função resposta nuclear, e com o intuito de ajustar os dados experimentais, introduziram fenomenologicamente este conceito, resultando pois, na figura que reproduzimos abaixo:

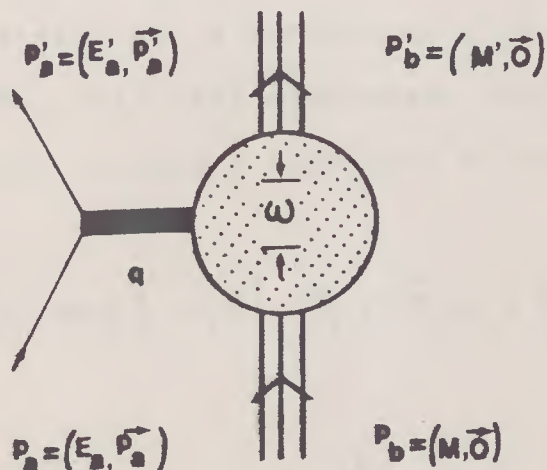


Observe que esta figura além de mostrar um excelente ajuste, possui um pico na distribuição angular em torno de 7° , e de acordo com o que dizem os autores, a posição deste pico deve necessariamente envolver a função resposta nuclear, uma vez que tem seu máximo localizado frontalmente.

Mostraremos a seguir que, para baixos momentos e energias

transferidas, a cinemática da reação é fortemente influenciada pelo campo médio nuclear, e que apenas um tratamento adequado de tais efeitos cinemáticos pode, por si só, reproduzir satisfatoriamente o comportamento qualitativo dos dados experimentais. Ressaltamos, entretanto, que estamos nos concentrando tão somente no caráter cinemático do problema, deixando a questão da dinâmica envolvida na função resposta nuclear em aberto.

Como foi visto no item (b) deste capítulo, a energia cinética de recuo do núcleo alvo foi considerada desprezível. Usaremos, então, a figura abaixo para representar nosso sistema.



A quantidade w refere-se a energia de excitação transferida no processo, a qual possui magnitude muito menor do que E_a e E'_a , enquanto que $M' = M + w$, como antes. Desta forma, a seção de choque $\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a}$ no sistema de laboratório será dada por (Apêndice C):

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a}\right)_f = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{|\vec{p}'_a|}{|\vec{p}_a|} |M^{eik}|^2 \delta[E'_a - (E_a - w)] \quad (33)$$

onde o índice f indica a dependência sobre um dos estados finais, como pode ser visto na definição de \mathcal{M}^{eik} . Faremos posteriormente a generalização somando sobre todos estes estados, ou seja,

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a} = \sum_f \left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a} \right)_f \quad (34)$$

Exatamente como foi discutido, ao imaginarmos que a função $\chi(x)$ possui uma variação muito lenta durante a interação, sua presença presta-se tão somente a uma redefinição do momento transferido. Como tal efeito não é mensurável e de uma forma geral de pequena intensidade, ele será desprezado para os cálculos ulteriores. Fazendo isto, teremos a amplitude eikonal reescrita como:

$$i\mathcal{M}^{eik} = \int d^4x \exp[-iqx] \langle P'_b; f | \hat{T}_V(x) + \hat{T}_S(x) | P_b; qs \rangle \quad (35)$$

onde

$$\begin{aligned} \langle P'_b; f | \hat{T}_V(x) + \hat{T}_S(x) | P_b; qs \rangle = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\bar{u}(p'_a) \frac{q^2 \gamma_0}{k^2 - m_V^2} u(p_a) + \right. \\ \left. - \bar{u}(p'_a) \frac{q^2}{k^2 - m_S^2} u(p_a) \right] \langle P'_b; f | \hat{F}_S(k) | P_b; qs \rangle \exp[ikx] \quad (36) \end{aligned}$$

sendo que já nos permitimos a utilização da aproximação da equação (22).
[5]

Partindo, então da identidade

$$\bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{(p'+p)_\mu}{2m} + i \frac{\sigma_{\mu\nu} (p-p')^\nu}{2m} \right] u(p) \quad (37)$$

onde $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, obtemos:

$$\bar{u}(p') \gamma_0 u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{E'_a + E_a}{2m} + \frac{1}{4m} (2\gamma_0 \gamma_\nu q^\nu - \omega) \right] u(p) \quad (38)$$

onde $(p_a - p'_a) = q = \omega$. Portanto, considerando que a magnitude do quadrimomento transferido seja muito menor do que a massa de repouso do nucleon incidente, temos que

$$\bar{u}(p'_a) \gamma_0 u(p_a) \sim \bar{u}(p'_a) \left[\frac{E'_a + E_a}{2m} - \frac{\omega}{4m} \right] u(p) \quad (39)$$

Finalmente, se lembrarmos que $E' = E - \omega$, fato este decorrente da conservação da energia total (Apêndice C), a Eq.(39) torna-se

$$\bar{u}(p'_a) \gamma_0 u(p_a) \sim \frac{E_a}{m} \bar{u}(p'_a) u(p_a) \quad (40)$$

onde foram desprezados os termos (ω/m) .

Ao substituirmos a equação (40) em (36), obtemos

$$\begin{aligned} \langle P'_b; f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b; q_s \rangle &= \bar{u}(p'_a) u(p_a) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \Delta_F^v(k) - q_s^2 \Delta_F^s(k) \right] \times \\ &\times \langle P'_b; f | \hat{F}_s(k) | P_b; q_s \rangle \exp[ikx] \end{aligned}$$

e conseqüentemente, a amplitude eikonal (35) torna-se:

$$iM^{eik} = \bar{u}(p'_a) \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \Delta_F^v(q) - q_s^2 \Delta_F^s(q) \right] u(p_a) \langle P'_b; f | \hat{F}_s(q) | P_b; q_s \rangle \quad (41)$$

Diante deste resultado, ao substituí-lo na equação (34) com a ajuda da expressão (33), ficaremos com:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{Born}} S(q, \omega) \quad (42)$$

onde $S(q, \omega)$ é a função resposta nuclear, ou seja,

$$S(q, \omega) = \sum_f \left| \langle P'_{b;f} | \hat{F}_s(q) | P_{b;qs} \rangle \right|^2 \delta [E'_a - (E_a - \omega)] \quad (43)$$

e $\hat{F}_s(q)$, como antes, sendo dado por

$$\hat{F}_s(q) = \int d^3\xi e^{i\vec{q}\cdot\vec{\xi}} \bar{\psi}(\xi) \psi(\xi) \quad (44)$$

O termo, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{Born}}$, o qual explicitamente adquire a forma

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{\text{Born}} = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{m}{M} \right)^2 \frac{|\vec{p}'_a|}{|\vec{p}_a|} \left| \bar{u}(p'_a) \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{1}{q^2 - m_v^2} - q_s^2 \frac{1}{q^2 - m_s^2} \right] u(p_a) \right|^2 \quad (45)$$

não corresponde a secção de choque diferencial nucleon-nucleon na aproximação de Born, como estamos mostrando no Apêndice D. Discutiremos, a seguir os aspectos qualitativos inerentes ao nosso resultado.

Observe a semelhança formal entre as equações (29) e (42), onde ambas, preponderantemente dependem de dois fatores. Note também que um destes fatores, ou seja, a secção de choque diferencial $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)$ é essencialmente cinemático, e esta característica vale para as duas expressões acima citadas. Contudo, a função resposta nuclear, $S(q, E)$, no caso do modelo Bertsch-Scholten é,

por definição, não relativística, enquanto que a nossa pode ser tratada, no mínimo, segundo o ponto de vista de condensados mesônicos, como proposto por Walecka [1].

Observe agora a figura abaixo:

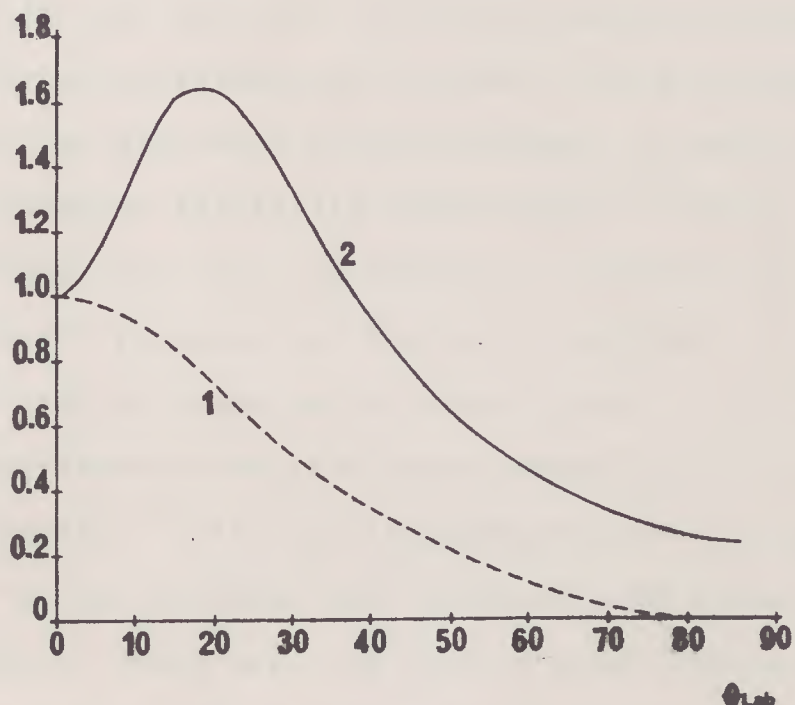


FIGURA 6

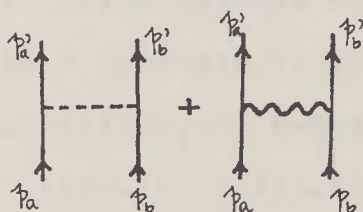
Aqui está exposta a comparação entre as duas seções de choque diferenciais, onde a curva (1) se refere aos dados experimentais obtidos do espalhamento elástico nucleon-nucleon [Eq.(30)], enquanto que a curva (2) representa a equação (47), onde utilizamos para os parâmetros livres os seguintes valores:

- a) constante de acoplamento do campo escalar , $g_s^2 = 91.64$
- b) constante de acoplamento do campo vetorial , $g_v^2 = 136.2$
- c) energia de repouso do méson escalar , $M_s = 550 \text{ MeV}$
- d) energia de repouso do méson vetorial , $M_v = 783 \text{ MeV}$

Em particular, tais valores são importantes pois foram com eles que Walecka obteve a saturação da matéria nuclear em concordância com os dados experimentais [1,2].

A curva (2), como pode ser visto, apresenta um máximo em torno de 20° . Isto, por sua vez, reflete que dentro do nosso contexto, não existe a necessidade de invocar a função resposta nuclear com o intuito de descrever qualitativamente os dados experimentais do espalhamento inelástico próton-Núcleo (FIG.6). Em outras palavras, temos aqui mais uma diferença relevante entre nossa abordagem e aquela proposta por Bertsch e Scholten, ou seja, a cinemática contida no campo médio nuclear pode ter um papel importante no comportamento qualitativo dos dados experimentais.

Evidentemente, este fato isoladamente não é suficiente para nos conduzir a uma avaliação mais definitiva da comparação entre os dois modelos. Veja que, no caso do modelo Bertsch-Scholten, foi utilizada uma seção de choque nucleon-nucleon experimental, como já citamos amplamente, enquanto que a equação (42), em sua essência, consta de uma aproximação de Born. Seria, pois, interessante se comparássemos a seção de choque diferencial nucleon-nucleon experimental com aquela obtida pela aproximação de Born, segundo os gráficos abaixo (Apêndice D):



O objetivo principal consta de avaliarmos os valores dos parâmetros livres utilizados, uma vez que a qualidade da própria a-

proximação de Born no contexto de campo médio já foi questionada [14] anteriormente por C.J.Horowitz e B.D.Serot . Assim, utilizando os valores já mencionados para os parâmetros livres, obtemos:

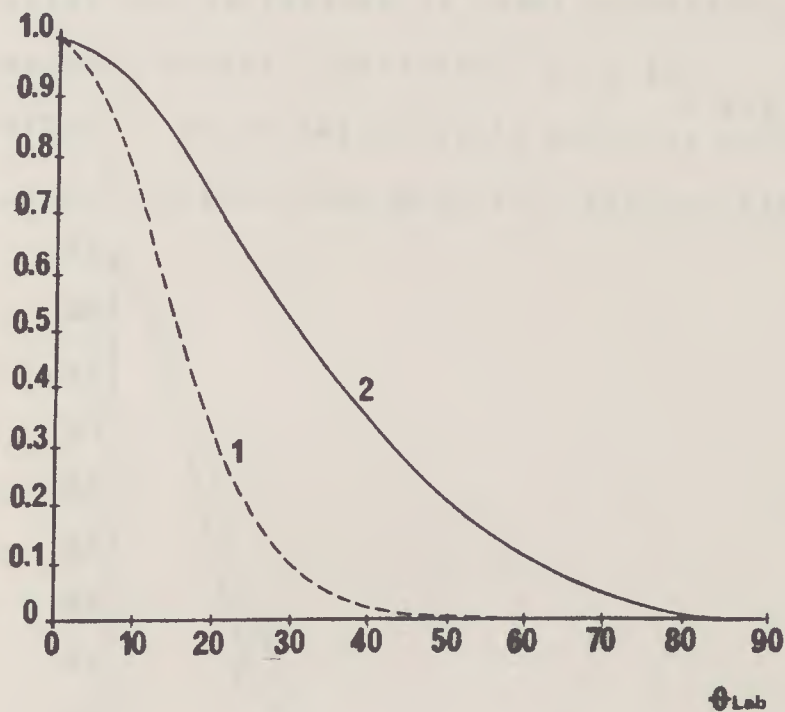


FIGURA 7

onde a curva (1) representa a Eq.(30) e a curva (2) refere-se a secção de choque diferencial descrita pela Eq.(D.1), apêndice D.

Como era esperado, o comportamento qualitativo das curvas é semelhante, mas os resultados como um todo, apresentam-se substancialmente diferentes. Assim, dentro do espírito que estamos abordando problema, não é do nosso interesse adicionar nenhum outro gráfico além daqueles citados no Apêndice D, restando pois, a opção de reajustar os parâmetros livres. Poderíamos, então imaginar que a procura dos novos valores para tais parâmetros, sem que isto afete as propriedades da matéria nuclear, simule, de alguma

forma, a inclusão de mecanismos ausentes do modelo. Desta forma, [1]

se lembramos que

$$C_s^2 = (g_s^2 M_s^2 / M_s) = 267.1 \quad \text{e} \quad C_v^2 = (g_v^2 M_v^2 / M_v) = 195.9$$

valores estes que satisfazem os dados conhecidos acerca da saturação da matéria nuclear, obtivemos, para $(M_s)_{eff} = (1/2)M_s$ e $(M_v)_{eff} = (1/2)M_v$ um perfeito ajuste entre as curvas das secções de choque diferenciais, como pode ser visto na figura abaixo:

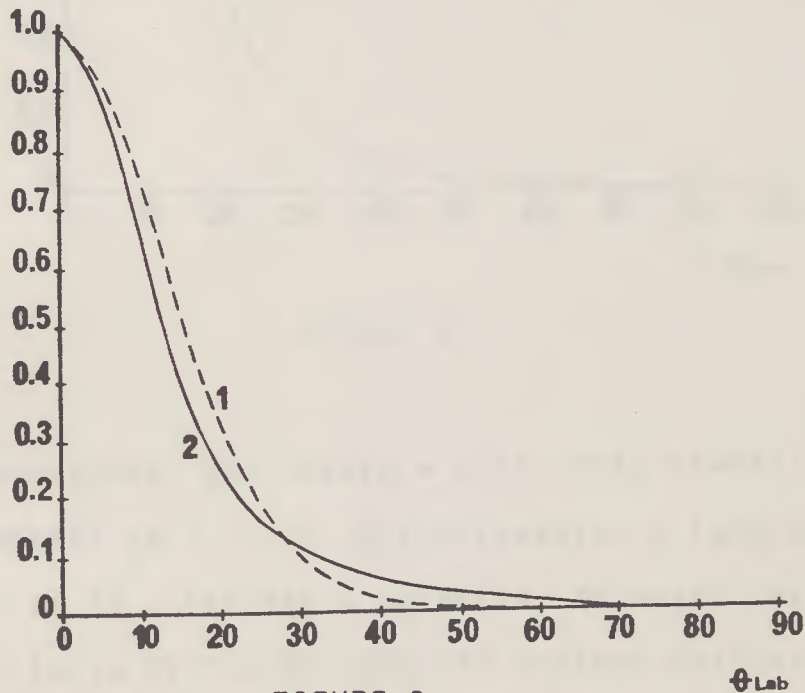


FIGURA 8

A curva (1), como antes, refere-se à Eq.(30), enquanto que a curva (2) diz respeito àquela obtida através da aproximação de Born com os novos parâmetros.

Um fato notável que merece destaque refere-se ao cálculo da secção de choque diferencial dada pela Eq.(42) quando utilizamos os valores dos parâmetros citados acima. O ponto de máximo desloca-se para ângulos menos frontais, postando-se curiosamente em torno de 7° , valor este, que coincide com os dados experimentais conforme mostra a figura que segue:

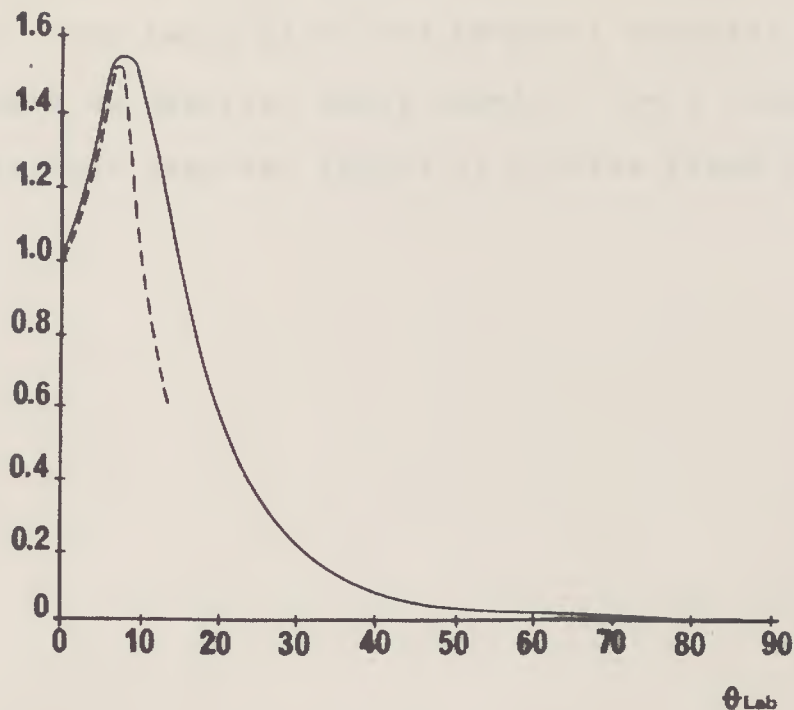


FIGURA 9

Temos, entretanto, que apenas a parte mais frontal da distribuição é ajustada pela curva. Evidentemente, o fato da discordância a partir de 10° , reflete a ausência, no nosso caso, da contribuição proveniente da função resposta nuclear. Outrossim, gostaríamos de ressaltar novamente a curiosidade do ajuste do pico máximo da distribuição, o qual advém unicamente da cinemática do campo médio nuclear e do conceito de parâmetro efetivo.

Avaliando os resultados, nos parece que uma explicação teórica deste ajuste através dos parâmetros efetivos é um problema complexo e, no momento, imerso em questões ainda a serem respondidas. Uma destas questões que poderíamos formular imediatamente seria aquela que, se no caso de utilizarmos os valores dos parâmetros livres da referência [1], e calculando-se a função resposta

nuclear, obteríamos o ajuste dos dados experimentais? Para a presente questão, não temos ainda uma resposta adequada, visto que não trabalhamos no decorrer deste modelo com a função resposta nuclear. Seria, por natureza lógica, a próxima etapa do trabalho.

OBSERVAÇÕES FINAIS

A seguir vamos fazer um pequeno resumo daquilo que foi obtido nos capítulos anteriores, ressaltando os aspectos, ao nosso ver, mais relevantes.

Relembremos, pois, que no decorrer do capítulo I, foi apresentado o formalismo geral da aproximação eikonal em teoria quântica de campos. De uma certa forma, podemos encará-lo como uma generalização do pioneiro estudo realizado por M.Lévy e J.Sucher, já que estes autores estudaram, no mesmo contexto, o espalhamento elástico de duas partículas sem estrutura e spin nulo, interagindo através de um campo escalar neutro. Introduzimos, então, no citado modelo, a possível inelasticidade do evento, bem como a estrutura da partícula alvo e o conceito de sistema de referência próprio [6]. Talvez o aspecto mais fundamental decorra do fato de termos obtido uma expressão formalmente simples para o cálculo da amplitude de Feynman na aproximação eikonal, bem como ao que se refere a secção de choque diferencial dupla. Outrossim, ressaltase que o modelo proposto anteriormente para o estudo dos espalhamentos inelásticos, fenomenologicamente introduzia a conservação da energia total do sistema, uma vez que este modelo sustentase sobre a teoria de Glauber, a qual como sabemos, não prevê tal conservação [3]. Em nosso caso, tanto a conservação da energia, quanto a do momento total, decorrem diretamente do aparato formal desenvolvido neste trabalho.

No Capítulo II foram introduzidos dois campos mesônicos de interação, um escalar e outro vetorial, ambos neutros, os quais

fenomenologicamente, são capazes de descrever a força nuclear, bem como efeitos altamente importantes neste contexto, tais como, a saturação da matéria nuclear e o acoplamento spin-órbita. Utilizamos as mesmas etapas e princípios enunciados no Capítulo I, obtendo como resultado a amplitude de Feynman para o presente caso. Tal amplitude tem uma dependência intrínseca sob os operadores de transição, $\hat{T}_v(x)$ e $\hat{T}_s(x)$, cada qual trazendo em seu bojo, as características dos campos mesônicos já citados. Outro aspecto ao qual demos especial atenção, refere-se ao fator de fase eikonal, cerne de das aproximações por nós aventadas. Basicamente mostramos que tal fator responsabiliza-se por um reescalonamento na magnitude do momento transferido, efeito este que, infelizmente não é mensurável. Além disto, mostramos que quantitativamente ele é de pequena relevância, fato este que possibilitou-nos desprezã-lo quando do limite estático da teoria.

No limite estático da teoria, vale ressaltar que as características relativísticas da reação nucleon-núcleo sobrevivem, e estão refletidas através da dependência sobre a energia da convolução entre o potencial e a densidade nuclear, como pode ser visto através da figura (4).

Ao calcularmos a secção de choque diferencial inelástica do presente modelo, foi possível ressaltar que, do ponto de vista qualitativo, nossa descrição resguarda informações de caráter puramente cinemáticos provenientes do campo médio nuclear, os quais são, por si só, capazes de reproduzir, repito, do ponto de vista qualitativo, os dados experimentais da reação próton-núcleo com energia cinética de 800 MeV de incidência e energia de excitação em torno de 30 MeV (FIG.10). Portanto, diferentemente do modelo

Bertsch-Scholten, não foi necessário invocar a dinâmica do sistema, refletida através da função resposta nuclear, para a obtenção do pico da distribuição angular da secção de choque dupla.

Outro ponto a ser destacado cabe aos parâmetros livres da teoria, os quais sob o crivo dos dados conhecidos acerca da saturação da matéria nuclear, foram alterados e reintroduzidos no modelo através do conceito de parâmetros efetivos. Os valores obtidos a partir do ajuste da secção de choque diferencial nucleon-nucleon na aproximação de Born em relação aos dados experimentais (Fig.9), curiosamente, retratou qualitativamente a distribuição angular no que diz respeito à posição do seu máximo quando do cálculo do ingrediente cinemático da secção de choque dupla. Este fato, como salientado ao término do Capítulo II, carece de um estudo mais aprofundado, visto que as questões que o envolve são, em geral, complexas e refratárias à uma solução imediatista.

Enfim, nosso trabalho poderia ser classificado em duas etapas. A primeira, de cunho puramente formal, cuja meta principal coube a introdução de uma metodologia geral e abrangente no contexto da aproximação eikonal em teoria quântica de campos, quando de sua utilização como ferramenta para estudos sobre espalhamentos. A segunda etapa, encaramos como uma aplicação simples do modelo proposto, onde destaca-se como saldo positivo, a consistência teórica e formal, resultando por sua vez, em características qualitativas ausentes do modelo baseado na teoria de Glauber.

Para finalizar, gostaríamos de descrever brevemente algumas etapas a serem transpostas como sequência natural deste trabalho. O primeiro passo, sem dúvida, posta-se no cálculo da função res-

posta nuclear sob o prisma relativístico. Tal feito nos possibilitará investigar algumas das inúmeras questões acerca do curioso comportamento dos parâmetros livres do modelo. Outra etapa, diz respeito a generalização dos processos de evento-único (one-step) para os de múltiplos-eventos (multiple-steps) e a investigação das aproximações necessárias para se obter, como limite, a teoria de Glauber. Este trabalho tem cunho puramente formal nesta etapa, e de certa maneira, fecha o ciclo das aproximações eikonais neste contexto [15].

Finalmente, e talvez o mais interessante destes problemas, será o tratamento da produção de partículas durante uma reação, e para tal, nos utilizaremos como base, o trabalho proposto por M. Doi [16], o qual estudou processos do tipo

$$N + N \rightarrow N + N + n\pi$$

Cálculo do Fator de Fase Eikonal no Limite Estático

O objetivo deste apêndice resume-se na obtenção das equações (28) e (29) do Capítulo I. Para tal, partiremos das definições das funções $U(x; p, P)$, já no limite estático, e juntamente com a Eq. (25), seguiremos o método proposto por M. Lévy e J. Sucher [4].

O primeiro passo consta da redefinição dos propagadores, ou seja,

$$D_{\pm}\left(\frac{pk}{m}\right) = \left[\pm \frac{pk}{m} + i\epsilon \right]^{-1}$$

o que nos permite reescrever χ_S como

$$\chi_S = -i q_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) F_{qs}(k) \left[D_{-}\left(\frac{pk}{m}\right) + D_{+}\left(\frac{p'k}{m}\right) \right] \times \left[D_{+}\left(\frac{p_b k}{M}\right) + D_{-}\left(\frac{p'_b k}{M}\right) \right] e^{ikx}$$

Agora, por uma simples questão de conveniência, denominaremos de $D(k, p, p')$ a quantidade

$$D(k, p, p') = D_{+}\left(\frac{p'k}{m}\right) + D_{-}\left(\frac{pk}{m}\right)$$

e através da identidade

$$(\omega + i\epsilon)^{-1} = -i \int_0^{\infty} d\xi \exp(i\omega\xi)$$

tal quantidade torna-se:

$$D(k, \beta, \beta') = -i \int_0^{\infty} d\xi \exp \left[\left(i \frac{\beta' k}{m} \xi \right) + \left(-i \frac{\beta k}{m} \xi \right) \right]$$

Assim, a função eikonal χ_S poderá ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \chi_S = i g_s^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi_a d\xi_b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) F_{qs}(k) \left\{ \exp \left[i \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a - \frac{p_b'}{M} \xi_b \right) k \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[i \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a + \frac{p_b'}{M} \xi_b \right) k \right] + \exp \left[i \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a - \frac{p_b'}{M} \xi_b \right) k \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[i \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a + \frac{p_b'}{M} \xi_b \right) k \right] \right\} \end{aligned}$$

Ao executarmos nossos cálculos no sistema de laboratório e dentro do limite estático, como já havíamos citado, a última expressão torna-se

$$\begin{aligned} \chi_S = i g_s^2 \int_0^{\infty} d\xi_a \int_0^{\infty} d\xi_b \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Delta_F(k) F_{qs}(k) \left\{ \exp \left[i \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a - \xi_b \right) \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[i \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a + \xi_b \right) k \right] + \exp \left[i \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a - \xi_b \right) k \right] + \exp \left[i \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a + \xi_b \right) k \right] \right\} \end{aligned}$$

Uma vez que as quantidades $\Delta_F(k)$ e $F_{qs}(k)$ possuem suas transformadas de Fourier bem definidas, lançaremos mão do teorema de convolução, caminho este que nos possibilitará reescrever a última equação como:

$$\begin{aligned} \chi_S = i g_s^2 \int_0^{\infty} d\xi_a \int_0^{\infty} d\xi_b \int d^4 x' \left\{ \tilde{\Delta}_F \left[x' - \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a - \xi_b \right) \right] + \tilde{\Delta}_F \left[x' - \left(x + \frac{p_a'}{m} \xi_a + \xi_b \right) \right] + \right. \\ \left. + \tilde{\Delta}_F \left[x' - \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a - \xi_b \right) \right] + \tilde{\Delta}_F \left[x' - \left(x - \frac{p_a'}{m} \xi_a + \xi_b \right) \right] \right\} \rho(x') \end{aligned}$$

onde

$$F_{qs}(k) = \int d^4x \langle P_b; qs | \rho(x) | P_b; qs \rangle e^{-ikx}$$

Observando a expressão obtida para χ_s , podemos notar que os dois primeiros termos e os dois últimos podem ser combinados, desde que a integração sobre a variável ξ_b tenha seu domínio estendido à $[-\infty, +\infty]$. Diante disto, obtemos

$$\chi_s = iq_s^2 \int_0^\infty d\xi_a \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_b \int d^4x' \rho(x') \left\{ \tilde{\Delta}_F \left[(x' - x) + \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a - \xi_b \right] + \Delta_F \left[(x' - x) - \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a - \xi_b \right] \right\}$$

Agora, se nós lembrarmos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx_0 \tilde{\Delta}_F(x_0; \vec{x}) = -\frac{i}{4\pi} \frac{e^{-m|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}$$

a última expressão torna-se

$$\chi_s = \int_0^\infty d\xi_a \left\{ \int d^3x' \rho(x') \left[q_s^2 \frac{\exp[-m_s |\vec{x}' - \vec{x} + (\vec{p}_a/m) \xi_a|]}{|\vec{x}' - \vec{x} + \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a|} + q_s^2 \frac{\exp[-m_s |\vec{x}' - \vec{x} - (\vec{p}_a/m) \xi_a|]}{|\vec{x}' - \vec{x} - \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a|} \right] \right\}$$

Desta forma, obtem-se finalmente que

$$\chi_s = - \int_0^\infty d\xi_a \left[V(\vec{x} - \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a) + V(\vec{x} + \frac{\vec{p}_a}{m} \xi_a) \right]$$

Gostaríamos de complementar este apêndice salientando que, quando utilizamos dois campos mesônicos na interação (Capítulo II), a função eikonal é dada por:

$$\chi = \chi_s + \chi_v$$

Logo, verifica-se, diretamente das expressões obtidas, o fato da existência de um termo associado a contribuição vetorial na função eikonal, termo este análogo a aquele obtido no caso escalar, ou seja, .

$$\chi_v = - \int_0^{\infty} d\xi_{sa} \left[\int d^3x' \rho(x') \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{e^{-m_v |\vec{x}' - \vec{x} + \frac{\vec{p}_a \xi_{sa}}{m}|}}{|\vec{x}' - \vec{x} + \frac{\vec{p}_a \xi_{sa}}{m}|} + q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{e^{-m_v |\vec{x}' - \vec{x} - \frac{\vec{p}_a \xi_{sa}}{m}|}}{|\vec{x}' - \vec{x} - \frac{\vec{p}_a \xi_{sa}}{m}|} \right] \right]$$

levando-nos a reescrever o potencial como

$$V(r) = \int d^3r' \rho(r') \left[q_v^2 \frac{E_a}{m} \frac{e^{-m_v |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - q_s^2 \frac{e^{-m_s |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right]$$

APÊNDICE B

Cálculo da Amplitude M^{eik} para dois campos

Partindo da Eq. (II.16) e utilizando a generalização da identidade (I.24), qual seja

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_m)^n = \sum \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!} a_1^{n_1} a_2^{n_2} \dots a_m^{n_m}$$

onde a soma inclui todas as diferentes combinações de n_1, n_2, \dots

n_i , com $\sum_{i=1}^m n_i = n$, ficaremos com

$$iM_{n,m} = \int d^4x e^{-iqx} \langle P'_i, f | \hat{T}_v(x) + \hat{T}_s(x) | P_b, q_s \rangle \frac{1}{n!} \left[I_1^s + I_2^s + I_3^s + I_4^s \right]^n \times$$

$$\times \frac{1}{m!} \left[I_1^v + I_2^v + I_3^v + I_4^v \right]^m$$

onde n e m correspondem ao número total de mésons escalares e vetoriais, respectivamente.

Cálculo da Secção de Choque Nucleon-Núcleo

Mostraremos neste apêndice a Eq.(II.33), iniciando com a [5] definição geral da secção de choque relativística, qual seja

$$d\sigma = \frac{E_a E_b}{\sqrt{(p_a p_b)^2 - m^2 M^2}} |M_{fi}|^2 \frac{d^3 p'_a}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'_b}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4 [p_a + p_b - p'_a - p'_b] K \quad C.1$$

onde K contém os fatores cinemáticos relacionados com a conservação da corrente. Assim, no sistema de laboratório, onde a partícula b encontra-se em repouso, obtemos:

$$d\sigma = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{m^2}{M}\right) |M_{fi}|^2 \frac{1}{|\vec{p}_a|} \frac{d^3 p'_a}{E'_a} \frac{d^3 p'_b}{E'_b} \delta^4 [(q + p_b) - p'_b] \quad C.2$$

onde $q = (p_a - p'_a)$ e $K = (m_a^2 / E_a E'_a E_b E'_b)$.

Se agora nós utilizarmos a identidade $d^3 p = p E dE d\Omega$, a expressão (C.2) torna-se:

$$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE'_a} = \frac{2}{(2\pi)^2} \left(\frac{m^2}{M}\right) |M_{fi}|^2 \frac{|\vec{p}_a|}{|\vec{p}'_a|} \frac{d^3 p'_b}{2E'_b} \delta^4 [(q + p_b) - p'_b] \quad C.3$$

Fazendo, pois, a integração sobre todas as variáveis da partícula b , obtemos:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3 p'_b}{2E'_b} \delta^4 [(q + p_b) - p'_b] &= \int d^3 p'_b \int dE_b \delta [E_b^2 - (\vec{p}'_b{}^2 + M'^2)] \delta^4 [(q + p_b) - p'_b] \\ &= \delta [(q + p_b)^2 - M'^2] \end{aligned}$$

onde $M' = M + \omega$, denominada de massa efetiva. Desta forma, a

expressão (C.3) torna-se

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a} = \frac{2}{(2\pi)^2} \left(\frac{m^2}{M}\right) \frac{|\vec{p}'_a|}{|\vec{p}_a|} \delta[(q+p_b)^2 - M'^2]$$

Explicitamente, o argumento da função delta será dado por:

$$(q+p_b)^2 - M'^2 = 2m_a^2 - 2[E_a E'_a - p_a p'_a \cos\theta_{Lab}] + 2(E_a - E'_a)M + M^2 - M'^2$$

e se utilizarmos o valor da massa efetiva, obtemos:

$$\delta[(q+p_b)^2 - M'^2] = \frac{1}{2M} \delta\left[\omega - \frac{1}{M} \left(m^2 - E_a E'_a + p_a p'_a \cos\theta_{Lab} + (E_a - E'_a)M\right)\right]$$

onde desprezamos o termo ω^2/M .

Considerando que nosso núcleo alvo possui uma energia de repouso muito maior do que a energia cinética do projétil incidente, temos que o limite estático se apresenta como uma boa aproximação. Assim, a função delta poderá ser reescrita como

$$\delta[(q+p_b)^2 - M'^2] \sim \frac{1}{M} \delta[E'_a - (E_a - \omega)] \quad \text{C.4}$$

e conseqüentemente, a secção de choque diferencial tomará a forma

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'_a} = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{|\vec{p}'_a|}{|\vec{p}_a|} |M_{fi}|^2 \delta[E'_a - (E_a - \omega)]$$

APÊNDICE D

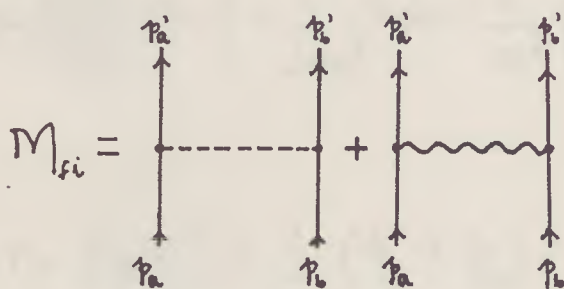
Cálculo da Secção de Choque Diferencial Nucleon-Nucleon na

Aproximação de Born

A secção de choque diferencial nucleon-nucleon no sistema de laboratório da partícula b é dada por [5]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_a}\right)_{\text{Lab}} = \frac{m^3}{4\pi^2} \frac{p_a'}{p_a} \frac{|M_{fi}|^2}{m + E_a - \frac{p_a'}{p_a} E_a' \cos\theta_{\text{Lab}}} \quad \text{D.1}$$

onde $p = |\vec{p}|$ e M_{fi} refere-se à amplitude de Feynman, segundo a representação



Explicitamente, tal amplitude será dada por

$$M_{fi} = \bar{u}(p_a') \gamma_\mu u(p_a) \frac{(-iq_\nu)^2}{q^2 - m_\nu^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_b') \gamma^\mu u(p_b) + \bar{u}(p_a') u(p_a) \frac{(iq_s^2)}{q^2 - m_s^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_b') u(p_b)$$

conforme convenção contida na referência [5]. Assim, fazendo a média sobre os estados finais e iniciais dos spins das partículas, temos

$$|M_{fi}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} \left| \bar{u}(p_a') \gamma_\mu u(p_a) \frac{(-iq_\nu)^2}{q^2 - m_\nu^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_b') \gamma^\mu u(p_b) + \bar{u}(p_a') u(p_a) \frac{(iq_s^2)}{q^2 - m_s^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_b') u(p_b) \right|^2$$

expressão esta que adquire a forma

$$|M_{fi}|^2 = \frac{1}{4} \left\{ \left[\frac{q_v^2}{q^2 - m_v^2} \right]^2 \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_a + m}{2m} \gamma_\mu \frac{\not{p}_a + m}{2m} \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_b + m}{2m} \gamma^\mu \frac{\not{p}_b + m}{2m} \right] \right.$$

$$+ \left(\frac{q_v^2}{q^2 - m_v^2} \times \frac{q_s^2}{q^2 - m_s^2} \right) 2 \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_a + m}{2m} \gamma_\mu \frac{\not{p}_a + m}{2m} \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_b + m}{2m} \gamma^\mu \frac{\not{p}_b + m}{2m} \right]$$

$$+ \left[\frac{q_s^2}{q^2 - m_s^2} \right]^2 \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_a + m}{2m} \times \frac{\not{p}_a + m}{2m} \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{p}'_b + m}{2m} \times \frac{\not{p}_b + m}{2m} \right] \left. \right\}$$

onde Tr representa o traço sobre os conchetes, e $\not{p} = \gamma_\mu p^\mu$.

Agora, das identidades

$$\text{Tr} \left[\frac{\not{p}' + m}{2m} \gamma_\mu \frac{\not{p} + m}{2m} \gamma_\nu \right] = \frac{1}{4m^2} L_{\mu\nu} = \frac{1}{m^2} \left[p'_\mu p_\nu + p_\mu p'_\nu - g_{\mu\nu} (\vec{p}' \cdot \vec{p} - m^2) \right]$$

e

$$\text{Tr} \left[\frac{\not{p}' + m}{2m} \gamma_\mu \frac{\not{p} + m}{2m} \right] = \frac{1}{m} (p'_\mu + p_\mu) = K_\mu$$

a última expressão pode ser reescrita como

$$|M_{fi}|^2 = \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{q_v^2}{q^2 - m_v^2} \right)^2 \left[\frac{1}{(4m^2)^2} L^{(a)}_{\mu\nu} L^{(b)\mu\nu} \right] + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{q_v^2}{q^2 - m_v^2} \times \frac{q_s^2}{q^2 - m_s^2} \right) \left[\frac{2}{m^2} K^{(a)}_\mu K^{(b)\mu} \right] + \left(\frac{q_s^2}{q^2 - m_s^2} \right)^2 \right\}$$

expressão esta, que foi calculada numericamente. Utilizamos para tal, os valores contidos na referência [1] no caso dos parâmetros livres, e $|\vec{p}| = 800 \text{ MeV}/c$.

REFERÊNCIAS

- [1] J.D.Walecka, Ann. of Phys. 83(1974)491
- [2] B.D.Serot e J.D.Walecka, Adv. of Nucl. Phys. Vol.16(1986)1
- [3] G.F.Bertsch e D.Scholten, Phys. Rev. 25(1982)804
- [4] M.Lévy e J.Sucher, Phys. Rev. 186(1969)1656
- [5] J.D.Bjorken e S.D.Drell, Relativistic Quantum Mechanics (McGraw-Hill,1964)
- [6] D.Galetti, T.Kodama e M.C.Nemes, Ann. of Phys. 177(1987)229
- [7] R.M.Woloshyn e A.D.Jackson, Nucl. Phys. A185(1972)131
- [8] L.G.Ferreira Filho, Tese de Doutorado (IFUSP-1988)
- [9] G.Bertsch e S.F.Tsai, Phys. Lett. 50B(1974)319
- [10] J.M.Eisenberg e W.Greiner, Nuclear Physics, Vol.2 (North-Holland Pub. Co.,1970)
- [11] J.V.Noble, Relativistic Nuclear Physics with Aplications to Lear Programs (CERN - TH 4471/86), o qual foi gentilmente cedido pelo Prof. Paulo Leal Ferreira.
- [12] R.J.Glauber, Lectures in Theoretical Physics, Vol.I (Interscience, New York, 1959)
- [13] R.J.Glauber e G.Mathiae, Nucl. Phys. B21(1970)135
- [14] C.J.Horowitz e B.D.Serot, Nucl. Phys. A368(1981)503
- [15] A.Eiras, M.C.Nemes e T.Kodama, Submetido à Ann. of Phys.
- [16] M.Doï, Prog. of Theor. Phys. 51(1974)4

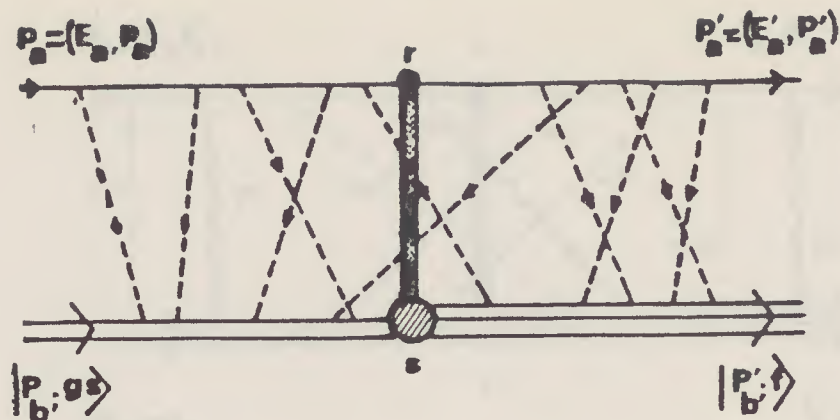


FIG.1 Representa a interação entre um nucleon incidente (p_a) e um núcleo alvo (P_b) através da troca de n mésons escalares. Adicionalmente, escolhe-se os vértices \underline{r} e \underline{s} , respectivamente nas linhas do nucleon e do núcleo, como sendo aqueles que definem o evento inelástico.

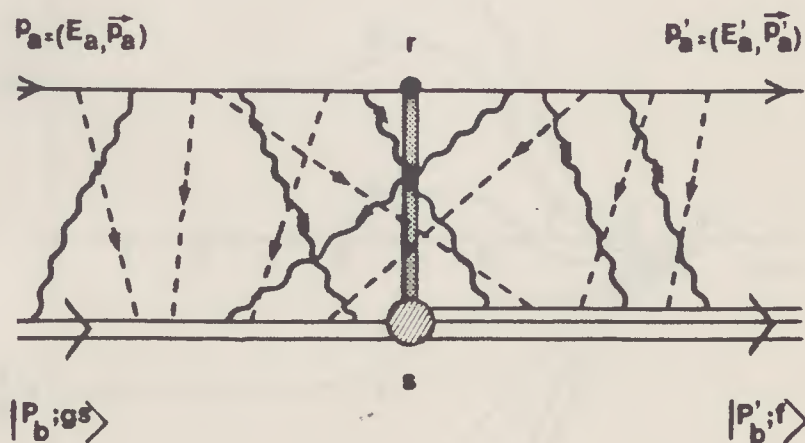


FIG.2 Representa a interação entre um nucleon incidente (p_a) e um núcleo alvo (P_b) através da troca de n mésons escalares e m vetoriais. Os vértices \underline{r} e \underline{s} representam os pontos onde ocorre o evento inelástico.

onde, como já dissemos, n e m correspondem ao número total de mésons escalares e vetoriais, respectivamente.

Finalmente, ao somarmos sobre o número de mésons escalares e vetoriais, considerando todavia, o limite onde $n \rightarrow \infty$ e $m \rightarrow \infty$, a amplitude de Feynman na aproximação eikonal torna-se:

$$iM^{eik} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} iM_{n,m} \quad (18)$$

amplitude esta, que explicitamente é dada por

$$iM^{eik} = \int d^4x \exp[-iqx] \langle P'_b; f | \hat{T}_V(x) + \hat{T}_S(x) | P_b; qs \rangle \exp[i\chi(x)] \quad (19)$$

O termo $\chi(x)$, como no caso estudado no Capítulo I, é definido como fator de fase eikonal relativístico

$$\chi(x) = -i [U_1 + U_2 + U_3 + U_4] \quad (20)$$

onde as funções $U(x; p_a, P_b)$ são dadas por

$$U(x; p_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle qs | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | qs \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U(x; p_a, P'_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle f | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | f \rangle \frac{1}{-\frac{p_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{-\frac{P'_b k}{M} + i\epsilon}$$

$$U(x; p'_a, P_b) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \exp[ikx] \langle qs | \left[q_v^2 \Delta_F^V(k) \left(\frac{p'_a}{m} \right)_\mu \hat{F}_V^\mu(k) + q_s^2 \Delta_F^S(k) \hat{F}_S(k) \right] | qs \rangle \frac{1}{\frac{p'_a k}{m} + i\epsilon} \times \frac{1}{\frac{P_b k}{M} + i\epsilon}$$

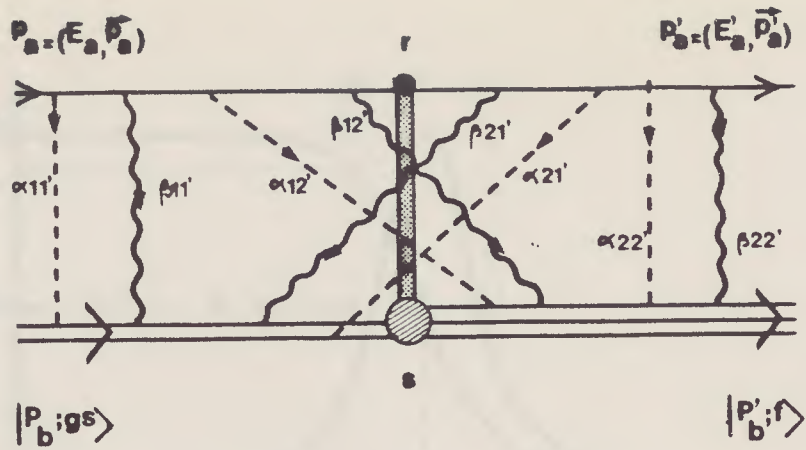


FIG.3 Representa a partição enunciada no Capítulo II.

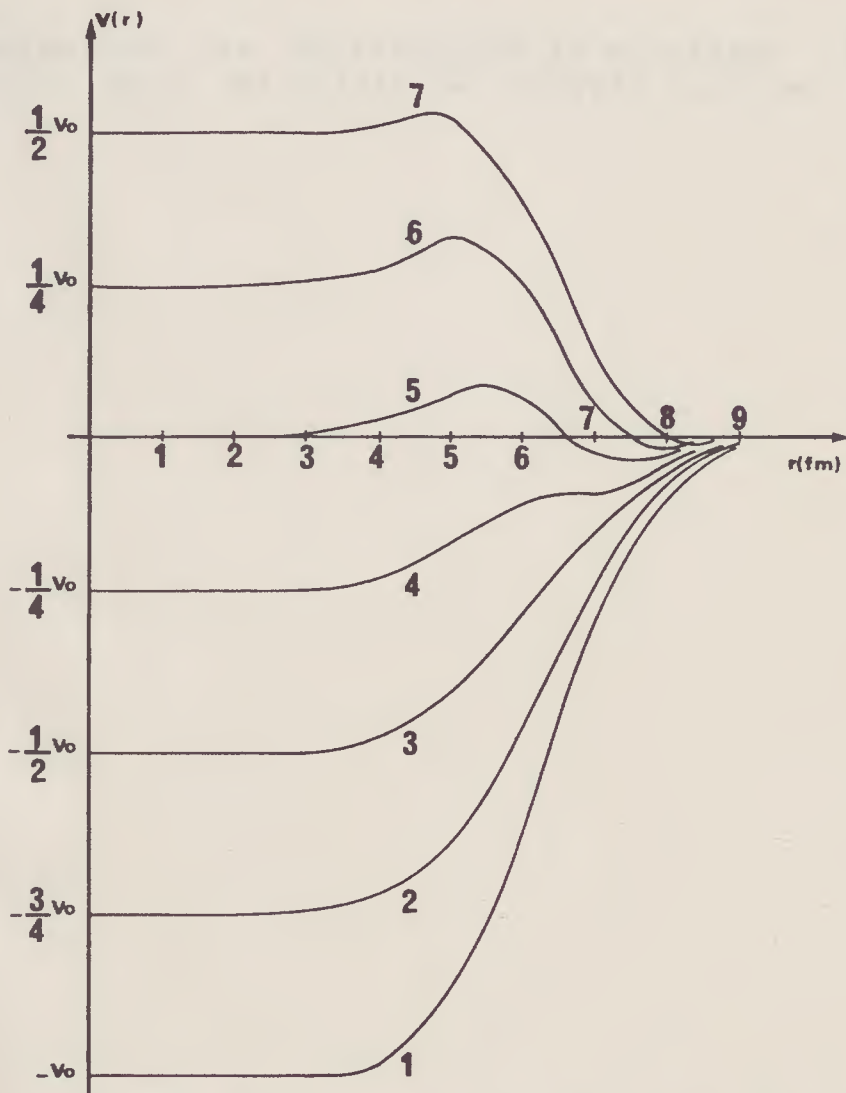


FIG.4 Comportamento geral do potencial $V(r)$ dado pela Eq.(24). Utilizou-se para $\rho(x)$ uma distribuição do tipo Wood-Saxon, conforme mostra a Ref.[10]. Os números indicados em cada curva estão em acordo com a tabela abaixo:

nº do gráfico	1	2	3	4	5	6	7
valor do fator de Lorentz (E/M)	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6

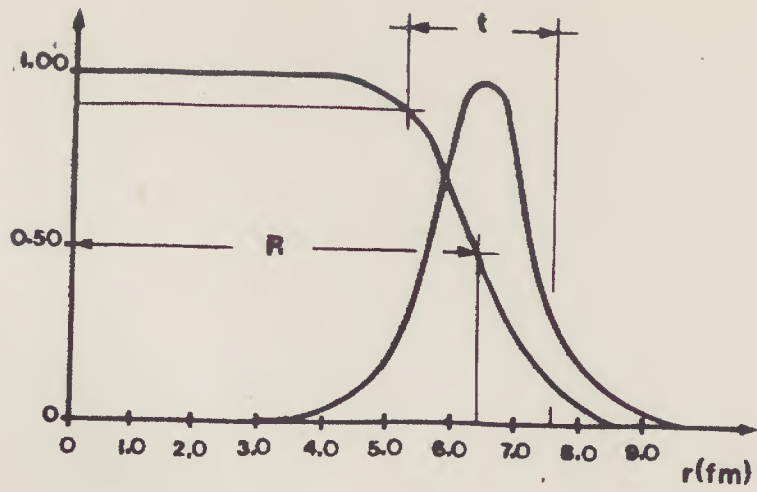


FIG.5 Superposição da distribuição da densidade $\rho(r)$ e do comportamento geral da matriz de transição conforme Eq.(25) do Capítulo II.

