



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL E IMAGEM PÚBLICA DA MATEMÁTICA: VIAGEM POÉTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Gabriel Souza Gregorutti

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2016

Gabriel Souza Gregorutti

Performance matemática digital e imagem pública da Matemática: viagem poética na formação inicial de professores

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

Rio Claro-SP
2016

510.07 Gregorutti, Gabriel Souza
G821p Performance matemática digital e imagem pública da
matemática: viagem poética na formação inicial de
professores / Gabriel Souza Gregorutti. - Rio Claro, 2016
63 f. : il., figs., fots.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Artes. 3. Tecnologias
digitais. 4. Estudo de caso. I. Título.

Gabriel Souza Gregorutti

Performance matemática digital e imagem pública da Matemática: viagem poética na formação inicial de professores

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão examinadora

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva – Orientador
IBILCE/UNESP/São José do Rio Preto (SP)

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Humberto Perinelli Neto
IBILCE/UNESP/São José do Rio Preto (SP)

Rio Claro, SP 16 de dezembro de 2016

Resultado obtido: Aprovado

Dedico esta dissertação a meus avôs,
Claudinet Gregorutti e João Querino de
Souza Neto, e a meu tio, César Marcelino
da Silva, todos in memoriam.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo financiamento desta pesquisa.

Agradeço imensamente ao meu orientador e amigo, o Prof. Dr. Ricardo Scucuglia, por todos os momentos compartilhados durante o mestrado, bem como por dividir sonhos. Estendo o agradecimento a sua esposa, Alana Rodrigues, por me acolher quando foi necessário e por tantas conversas especiais.

Agradeço aos professores membros da banca, Prof. Dr. Marcelo Borba e Prof. Dr. Humberto Perinelli Neto, pelas orientações e sugestões, por abrir caminhos para que esta jornada se realizasse.

A minha namorada, Flávia Queiroz Piola, eterna amiga e companheira, por me incentivar, compartilhar momentos, sejam eles difíceis ou fáceis. Estendo este agradecimento a sua família (sem exceção) que tão bem me acolheu e que me incentivou profundamente, em especial ao Moacir, a Rosana, ao Rafael e a Nathália.

Aos meus pais, Carlos e Mara, a meu irmão Felipe (Questo Estagiário é o Pablo) e a minha cunhada Mariana por todo apoio incondicional desde o começo desta “maluquice”.

A minha família (sem exceção), em especial minhas avós – Jacira e Fiica –, meus tios - Yara, Éder, José, Lídia, Rodolfo, Cecília, Márcio, Isabel e Terezinha – e meus primos – em especial, Rodolfo, Gabriela, Matheus, Pedro, Almir e Marcos - que sempre me motivou a continuar.

Agradeço de maneira única ao meu tio, mais do que especial, que sabe me emocionar, Fabrício Querino de Souza, por todos os ensinamentos.

A todos os amigos (sem exceção) que sempre estiveram presentes na minha caminhada, em especial Ana Flávia Ribeiro Dib, Geraldo, Leonardo Leite, Rafael

Querino, Lucas Ribeiro, Lays, Gustavo, André, Camillo, Lucas Barillari, Felipe Barbosa, Diego Esteves, Renê, Arthur (Pangaré), Marco Zanoni e Miguel.

A todos meus professores que estiveram presentes em minha formação. Em especial, a minha primeira professora Sílvia Queiroz, a meu orientador no Canadá George Gadaniadis e ao professor Ivan Silva Cunha (in memoriam), que me inspirou a gostar de Matemática.

Aos meus companheiros de residência em Rio Claro, Alex, Anderson e Filipe por compartilhar tantos momentos, principalmente os de sufoco, durante esta viagem pelo mestrado.

A todos os meus colegas de GPIMEM, principalmente os que participaram mais ativamente neste processo: Egídio, Hélber, Idalise, Laís, Nilton, Patrícia, Régis, Ricardo Mendes, Sandro, Tiago, Vanessa e Bárbara.

A meus amigos de pós-graduação.

A todos que estiveram comigo durante a graduação em Matemática no Centro Universitário de Franca (Uni-FACEF), sejam professores ou colegas: Sílvia Regina (orientadora e amiga, amiga e orientadora), Antônio Carlos, Lucinda, Alfredo José Machado Neto, Sheila Pimenta e Sheila Leiko.

Agradeço a todos que participaram desta pesquisa, sejam os alunos do curso de extensão, seja quem de alguma forma contribuiu.

“A Educação não pode se limitar ao que é útil,
ao que serve para o dia-a-dia. Deve estimular
a criatividade e o lúdico, a Arte e a fantasia”.

(Ubiratan D`Ambrósio)

RESUMO

Esta pesquisa busca investigar aspectos sobre a imagem pública da Matemática (IPM) em um cenário no qual estudantes de graduação em Matemática estiveram engajados na produção de performances matemáticas digitais (PMDs), isto é, investigar o papel educacional das Artes e das tecnologias a respeito da visão que os licenciandos têm sobre a Matemática. A pergunta-diretriz foi: como ocorre o processo de construção de imagens sobre a Matemática em um cenário no qual futuros professores de Matemática produzem PMD? PMD se refere ao uso das Artes e das tecnologias digitais (TDs) em Educação Matemática, concebida enquanto linha de pesquisa, proposta didático-pedagógica ou narrativa matemática artística multimodal. Metodologicamente, a pesquisa é de cunho qualitativo com utilização de *Arts-Based Research* para comunicá-la por meio de poemas. Os dados foram produzidos a partir da realização de um curso de extensão universitária na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP) no qual licenciandos em Matemática criaram sete PMDs, sendo cinco do tipo *Harlem Shake*, uma música e um videoclipe. As ideias matemáticas comunicadas foram o Teorema das Quatro Cores (T4C) e uma Série Geométrica Convergente. Os procedimentos metodológicos foram as notas de campo, as PMDs, as videogravações das aulas e das entrevistas semiestruturadas e os questionários. A fundamentação teórica a respeito das imagens da Matemática construídas nesse cenário, além de aspectos artísticos e tecnológicos na Educação Matemática compuseram a descrição e a análise dos dados. Como observações, aponto a construção de imagem da Matemática mais flexível, ou seja, admitindo a influência humana, bem como criativa, abrangendo características coloridas, vivas e ativas. Também, a formação de coletivos pensantes do tipo professores-com-Artes-e-tecnologias-digitais foi destacada nos resultados desta pesquisa. Destarte, PMD foi vista como uma possibilidade didático-pedagógico na qual o aluno é mais ativo no processo de ensino e de aprendizagem. Esta pesquisa contribui na produção de conhecimentos voltados a inovação artística-tecnológica em Educação Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Artes. Tecnologias digitais. Estudo de caso.

ABSTRACT

This research aims to investigate aspects around the public image of Mathematics (PIM) in a setting in which pre-service Mathematics teachers were engaged in the production of digital mathematical performance (DMP), in other words, to investigate the educational role of Arts and technologies regarding Mathematics visions around pre-service Mathematics teachers. Research question was: how does occur the process of construction of Mathematics images in a setting in which pre-service Mathematics teachers produce DMP? DMP refers to the use of Arts and digital technologies (DT) in Mathematics Education, conceived as a research line, a didactical and pedagogical approach or as an artistic mathematics multimodal narrative. Methodologically, this research is qualitative, using Arts-Based Research to communicate itself through poems. Data were produced in a course at Sao Paulo State University "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP) in which pre-service Mathematics teachers produced seven DMPs, which were seven Harlem Shakes, one music and one video clip. Mathematics ideas communicated were Four Color Theorem and a Geometrical Convergent Series. Methodological proceedings were field notes, DMPs, classes' film recordings and semi structured interviews and questionnaires. Theoretical framework in respect of the Mathematics images constructed in this setting, besides artistic and technological aspects in Mathematics Education composed the description and analyses of data. The findings are related to the construction of Mathematics as flexible, in other words, admitting human influence, as well as creative, being colorful, live and active. Besides, we can stress the formation of thinking collectives of teachers-with-Arts-and-digital-technologies throughout this research data. We can also point out to DMP as a pedagogical and didactical possibility in which students can be active throughout teaching and learning process. This research contributes to the production of knowledge in regard of artistic and technological innovation on Mathematics Education.

Keywords: Mathematics Education. Arts. Digital technology. Case Study.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Primeira cena do Harlem Shake	13
Figura 2 - Segunda cena do Harlem Shake	13
Figura 3 - Alunos compondo a letra da música	47
Figura 4 - Desenho T4C	48
Figura 5 - Unhas de uma participante pintadas com quatro cores	49
Figura 6 - Empolgação dos alunos durante a filmagem	49
Figura 7 - Exemplo de grafo	51
Figura 8 - Grafo planar	51
Figura 9 - Figura Teorema das Quatro Cores.....	52
Figura 10 - Série Geométrica e Convergente	53
Figura 11 - Organograma	61
Figura 12 - Primeira cena	75
Figura 13 - Primeira cena	75
Figura 14 - <i>Praise Version</i> cena 2	76
Figura 15 - <i>Crazy Version</i>	77
Figura 16 - <i>Crazy Version</i>	77
Figura 17 - <i>Game Version</i>	78
Figura 18 - <i>Game Version</i>	78
Figura 19 - T4C modo errado	79
Figura 20 - T4C modo certo.....	79
Figura 21 - <i>4 Color Harlem Math Shake</i>	80
Figura 22 - Quadrado com coração dentro.....	81
Figura 23 - Parte final do videoclipe	82
Figura 24 - Selfie dos alunos no cenário de produção das PMDs	101

SUMÁRIO

PRÓLOGO	11
1.1 Invocando a pesquisa	11
1.2 Propondo a pesquisa	14
1.3 Declamando os cantos.....	17
CANTO I – A PALPITAÇÃO DE UMA LITERATURA.....	20
2.1 Performance matemática digital	22
2.2 Imagem pública da Matemática.....	33
CANTO II – A PRODUÇÃO DOS CANTOS	39
3.1 Jornada pela pesquisa qualitativa	39
3.2 Contextualizando a viagem	44
3.3 Como procedeu a navegação?	54
3.4 Como analisar a viagem?	56
CANTO III – DESCRIÇÃO ANALÍTICA DA VIAGEM.....	60
4.1 Jornada humana da Matemática	61
4.2 Explosão matematicamente criativa.....	69
4.3 Viajando por caminhos artísticos e tecnológicos	82
4.4 O caminho didático-pedagógico que surge.....	93
EPÍLOGO	99
REFERÊNCIAS.....	107
APÊNDICE A	113
APÊNDICE B	114
APÊNDICE C	115

PRÓLOGO

Início esta dissertação convidando o leitor para uma viagem poética pela rica Educação Matemática:

Abre o livro para nova viagem
Pela rica Educação Matemática
Por que não onde as imaginações agem
Longe da resolução sistemática
Para o fantástico, uma homenagem:
Performance digital emblemática
Da Matemática, não salvação
Apenas buscando forte emoção

Abre o livro – Gabriel Gregorutti¹

A jornada começa neste capítulo com a apresentação da problemática que originou esta pesquisa. Exemplifico, de modo introdutório a noção teórica performance matemática digital (PMD). Também, exponho a trajetória dela a fim de contextualizar os caminhos percorridos até a elaboração da dissertação. De tal modo, apresento o desenrolar da pesquisa, os caminhos do pesquisador, a pergunta-diretriz, a justificativa, o objetivo, além de uma descrição geral dos procedimentos e dos próximos capítulos.

1.1 Invocando a pesquisa

Propomos como objetivo
Investigar quais imagens
Alunos de Matemática
Trazem sobre essa ciência

Quando podem produzir
Performances matemáticas
Digitais na faculdade
Guiados pela pergunta

De como ocorre o processo
De desconstrução de imagens
E talvez de construção

Acerca da disciplina
Que ensinarão no futuro
Quando serão professores

Objetivo, Pergunta – Gabriel Gregorutti²

¹ Poema escrito em oitava rima camoniana, estrofes de oito versos decassílabos, com rimas AB AB AB CC.

² Poema escrito em soneto com catorze versos heptassílabos, sendo dois quartetos e dois tercetos.

Conforme explicitado no poema, o objetivo deste trabalho é investigar aspectos sobre a IPM em um cenário no qual estudantes de graduação em Matemática estiveram engajados na produção de PMDs. Isto é, investigar o papel educacional das Artes e das tecnologias a respeito da visão que os futuros professores (licenciandos em Matemática) têm sobre a Matemática.

De modo incipiente, PMD pode ser entendida e concebida de diversas maneiras (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Destaco nesta seção inicial que uma delas está relacionada ao uso integrado das Artes (performáticas) e das tecnologias digitais em Educação Matemática, a fim de comunicar ideias matemáticas (SCUCUGLIA, 2012). Nesse caso, performance não está sendo entendida como desempenho, como é comumente feito. De tal modo, antes de apresentar as inquietações iniciais deste estudo, bem como a pergunta-diretriz desta pesquisa, apresento um exemplo de PMD.

Um *Harlem Shake* pode ser considerado uma performance dramática-musical que é “hit na internet”. Sendo assim, pessoas ao redor do mundo todo criaram vídeos de *Harlem Shake* e publicaram na internet³.

Um *Harlem Shake* pode ser abordado pensando que ele geralmente dura 30s e a mesma música é utilizada em todas as produções; que a câmera não se mexe, isto é, o enquadramento não altera; que existem duas cenas principais, sendo que a primeira apresenta as pessoas em comportamento indo ao encontro do ambiente ao qual elas estão, mas com uma delas desempenhando um aspecto estranho e, na segunda, todos os participantes se comportam de modo estranho, geralmente pulando de modo desengonçado, com figurinos chamativos e movimentos frenéticos; e que a transição das cenas é feita de modo síncrono à intensidade da música.

Scucuglia (2014) analisa um *Harlem Shake* produzido por alunos de um curso de extensão na UNESP, campus de Rio Claro, que tinha como objetivo a comunicação de um teorema que representa a prova de uma Série Geométrica Convergente. Na primeira cena, os alunos observam o professor colocar o teorema na lousa, quando, de modo estranho ao momento, uma pessoa vestida de Wolverine passa pelo ambiente. Na segunda parte, as pessoas na sala atuam de modo alucinante, cada uma de um jeito, enquanto a prova visual do teorema aparece na lousa:

³ Harlem Shake original: <https://www.youtube.com/watch?v=4hpEnLtqUDg>. Produzido pelos jogadores de futebol do Corinthians: https://www.youtube.com/watch?v=lwtS5_n5bqc. Produzido pelos jogadores de basquete do campeonato brasileiro de basquete <https://www.youtube.com/watch?v=4Q47ueRDts8>.

Figura 1 - Primeira cena do Harlem Shake



Fonte:

<https://www.youtube.com/watch?v=nutcM-mDKmk>

Figura 2 - Segunda cena do Harlem Shake



Fonte:

<https://www.youtube.com/watch?v=nutcM-mDKmk>

A pesquisa de Scucuglia (2014) focou na imagem pública dos matemáticos, enquanto esta pesquisa aborda a IPM. Sendo assim, destaco que algumas inquietações iniciais deste estudo são: Que imagens sobre a Matemática são construídas por estudantes (futuros professores) ao produzir PMD? Como ocorre o processo de construção dessas imagens? Qual o papel das Artes e das tecnologias digitais nesse processo, no que se refere ao pensamento ou produção de conhecimento matemático? Qual a natureza dos produtos digitais desse processo (PMD) no que diz respeito à imagem pública da Matemática?

Essas questões são discutidas ao longo da pesquisa, de maneira a explicitar as principais reflexões do estudo. Na realidade, esses questionamentos, podem ser sintetizados da seguinte forma, pela pergunta-diretriz **“Como ocorre o processo de construção de imagens sobre a Matemática em um cenário no qual futuros professores de Matemática produzem PMD?”** Dessa forma, a problemática desta dissertação se refere à imagem pública da Matemática (IPM).

Com o fim de realizar o objetivo desta pesquisa, terei como base observações e registros escritos e audiovisuais das aulas de um curso de extensão no qual vinte estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática produziram sete PMDs, dos trabalhos realizados nelas (PMDs) e de entrevistas e questionários com a intenção de discutir esse objetivo e analisá-lo, guiando-me pela supracitada pergunta-diretriz, que engloba as outras inquietações já abordadas.

Busco argumentos que possibilitem respostas à pergunta-diretriz, bem como discutir o papel das PMDs no processo de construção de imagens da Matemática, além de contribuir para a Educação Matemática, principalmente no uso de Artes e tecnologias no Ensino Superior.

A seguir, a jornada passará pela minha trajetória acadêmica a fim de indicar qual o caminho percorrido para o surgimento de tais inquietações.

1.2 Propondo a pesquisa

Vamos falar do problema
Inquietação da pesquisa
A definição do tema
Que meu caminho enfatiza

Na experiência extrema
O Canadá simboliza
A apresentação suprema
Da performance que visa

Sem coibição ou dosagem
A Matemática vívida
Que pode ser alegria

Então por que sua imagem
É geralmente tão lívida
Chata, mecânica e fria?

Caminhos percorridos e Justificativa – Gabriel Gregorutti⁴

O poema acima reflete o caminho percorrido até esta pesquisa. A partir disso, a fim de melhor entendimento do que me levou a pesquisar sobre a IPM e as PMDs, a viagem agora passará por alguns acontecimentos anteriores ao mestrado.

Sou graduado em Licenciatura e Bacharel em História pela UNESP, Campus de Franca e em Licenciatura em Matemática pelo Centro Universitário de Franca (Unifacef), onde fui membro do GMAPE (Grupo de pesquisa em Matemática Aplicada, Pura e Educação Matemática) entre 2010 e 2014.

Durante muitos momentos da minha Licenciatura em Matemática, várias pessoas me chamavam de louco ou *nerd* pela minha escolha de curso superior, o que já acontecia antes apenas por eu declarar meu gosto por essa disciplina⁵. Muitas delas justificavam dizendo que essa ciência é muito difícil ou muito chata. Concomitantemente, identifiquei a falta de tecnologias digitais nas aulas, o que poderia torná-las mais dinâmicas, ainda mais no mundo de hoje em que elas estão muito presentes na vida das pessoas. Em um segundo período, a ausência de relação entre Matemática e Arte também me inquietou – pois já gostava muito de ler livros de

⁴ Poema escrito em soneto heptassílabo, com rimas ABAB ABAB CDE CDE.

⁵ Entendo Matemática neste trabalho como atividade escolar, disciplina e ciência.

literatura, de visitar museus de Arte, de cinema, escrever poemas, etc. – e percebia que a Arte poderia tornar as aulas de Matemática muito mais criativas.

Com isso, estabeleci contato com a Prof. Dr. Sílvia Regina Viel, professora e coordenadora do curso de Matemática do Centro Universitário de Franca (Uni-FACEF), para desenvolver um trabalho que envolvesse TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação), o qual realizamos entre 2010 e 2011 com uma bolsa do PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica)⁶ do CNPq. O projeto tinha como objetivo investigar quais as principais transformações causadas pela inserção das TIC no ensino-aprendizagem de Matemática e analisar a preparação do docente para lecionar com ajuda tecnológica. Após intensas leituras acerca de TICs na Educação Matemática, Metodologia de Pesquisa e Formação de Professores, entrevistas com professores e coordenadores da Educação Básica, bem como análises de matrizes curriculares de cursos de Licenciatura em Matemática do estado de São Paulo, foi surpreendente observar, investigar e considerar questões sobre como os professores não estavam no geral sendo formados para tal uso, tanto na formação inicial quanto na continuada (GREGORUTTI; VIEL, 2011a, 2011b).

Ainda inquietado, entre 2012 e 2013 fui bolsista do programa Ciência Sem Fronteiras⁷ na *Western Univesity* no Canadá, onde, entre outras atividades⁸, desenvolvi um projeto de iniciação científica também sobre TICs na Educação Matemática, mas nesta oportunidade com foco em redes sociais online, sob a orientação do Prof. Dr. George Gadanidis. Analisei cursos de Matemática totalmente online que estão baseados em algumas ideias, como causar surpresa matemática, que pode gerar histórias e conversas interessantes, entre outras situações, como despertar sentimentos pela Matemática. Todos os cursos eram baseados em pesquisas realizadas sob a ótica das PMDs, o que ocasionou meu primeiro contato com essa noção, que surgiu a partir de um encontro internacional (GADANIDIS; BORBA, 2008).

Durante essa experiência acadêmica internacional, tive o primeiro contato com o trabalho do Dr. Ricardo Scucuglia, então doutorando na *Western University*. Na ocasião, pude comparecer a sua defesa de tese de doutorado – a primeira sobre

⁶ Processo 117962/2010-4.

⁷ Processo 202189/2012-0

⁸ Fui professor assistente na disciplina “Curriculum & Pedagogy in Elementary Mathematics” ministrada pelo Prof. George Gadanidis. Também fui pesquisador voluntário no projeto “SURE Project – Research Video and Research Festival Team”.

PMDs -, cujo título é *“On the nature of students’ digital mathematical performance: When elementary school students produce mathematical multimodal artistic narratives”*⁹ (SCUCUGLIA, 2012).

Após minha volta ao Brasil, continuei meus estudos (GREGORUTTI; VIEL, 2013) e desenvolvi meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) a partir da iniciação científica feita no Canadá, estabelecendo um paralelo entre o curso canadense com um curso todo feito no Facebook e ministrado por um professor do Departamento de Matemática UNESP de Rio Claro, professores colaboradores e monitores. O nome do curso era “Tendências internacionais em Educação Matemática” e o público era constituído de professores de Matemática. Após as observações, ficou marcante a importância da Metodologia para que o curso atingisse mais potencialidades. Ainda, desenvolvi meu TCC do curso de História acerca das políticas públicas para formação de docentes a distância, com o título “Educação a Distância e Formação de Professores”.

Concomitantemente, ao olhar novamente para o curso que analisei no Canadá, meu interesse sobre PMD aumentou, principalmente com minhas novas leituras, o que me ajudou a trabalhar rumo a um problema de pesquisa.

As pesquisas acerca das PMDs começaram a ser realizadas em caráter exploratório em 2006 com base em um projeto canadense. Algumas das questões iniciais estão relacionadas à investigação do que aconteceria se os matemáticos e os educadores matemáticos se movessem para além da avaliação (na qual a performance tem um significado diferente) ao encontro de um olhar artístico, ao realizar “performance” matemática, bem como se era possível desenvolver conceitos matemáticos por meio de dramas ou de recursos digitais (GADANIDIS; BORBA, 2006).

Ao longo do tempo, as pesquisas em PMD vêm-se aprofundando com relação ao enfoque investigativo, teórico e metodológico, com estudos sobre a formação inicial e continuada de professores (BORBA; GADANIDIS, 2008), sobre lentes analíticas (SCUCUGLIA, 2012), além de trabalhos acerca do papel das Artes e das tecnologias na produção de conhecimentos matemáticos (GADANIDIS; BORBA, 2008) e que englobam a imagem pública da Matemática e dos matemáticos (GADANIDIS;

⁹ “A natureza das performances matemáticas digitais dos estudantes: quando estudantes do ensino fundamental produzem narrativas artísticas e multimodais de Matemática”, (SCUCUGLIA, 2012, tradução nossa).

SCUCUGLIA, 2010; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013). Diante desse quadro recente, a pergunta de pesquisa emergiu quando percebi lacunas em relação a investigações acerca da IPM na formação de professores em um ambiente performático (que envolveu produção de PMDs), o que me despertou enorme interesse, por também poder contribuir para que as PMDs possam ser vistas como possibilidade didático-pedagógica no futuro, já que as metodologias tradicionais, que exploram, no geral, giz, lousa e aulas expositivas são as mais comuns no quadro educacional do país:

Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem (BRASIL, 1998).

Após navegar pela trajetória e pela justificativa da pesquisa, o próximo momento da jornada explicará a opção em chamar os capítulos de canto, além de narrar a visão geral desta dissertação.

1.3 Declamando os cantos

Por que não escrever
A dissertação
Usando poemas?

Talvez com esquema
Respeitando o tema
E os entrevistados
Clara a teoria

Metodologia
Para apresentar
Também os dados
Com beleza artística

Usando poemas
Na dissertação
Por que não escrever:
Trabalho com Arte

Trabalho com Arte – Gabriel Gregorutti¹⁰

A construção da IPM será cantada por poesias feitas de diferentes maneiras. Uma delas é feita pelos alunos do curso expressando acerca do ambiente performático e das imagens da Matemática atreladas a esse contexto. Outra sou eu cantando o pensamento deles por meio de poesias.

¹⁰ Poema escrito em quartetos compostos por redondilhas menores.

Na seção de Metodologia, explicarei do ponto de vista teórico o uso de Arte para comunicar a pesquisa. Porém, nesta seção, exponho que um dos motivos que me guiou a externar a pesquisa por meio de poesia foi uma inquietação pessoal: se a dissertação explora uma possibilidade didático-pedagógica por meio das Artes (PMDs), por que não a escrever em forma de cantos poéticos? Destarte, decidi escrever um poema por capítulo, pelo menos, a fim de levar o trabalho artístico ou com Arte adiante.

Quanto a estrutura, a dissertação é composta por cinco capítulos: Prólogo, Canto I, Canto II, Canto III e Epílogo.

No Prólogo, narro a introdução da pesquisa que originou esta dissertação, bem como a apresentação da minha trajetória até ela. Para tanto, apresento os objetivos da pesquisa, a problemática, a justificativa, a pergunta-diretriz e uma visão geral dos capítulos seguintes.

No Canto I, evoco o referencial teórico da pesquisa e faço a revisão da literatura. Em tal capítulo, abordarei algumas noções teóricas acerca das PMDs, da imagem pública da Matemática, perpassando aspectos acerca do pensamento matemático envolvido durante a produção das PMDs, das tecnologias digitais e das Artes na Educação Matemática e da formação de professores a fim de situar a pesquisa e definir os olhares que conduzirão a análise

No Canto II, celebro a metodologia de pesquisa que utilizei para desenvolver a pesquisa. Apresento neste capítulo alguns aspectos teóricos da escolha metodológica, bem como o contexto no qual as investigações se desenvolveram, detalhando os sujeitos que dela participaram e os procedimentos utilizados para a produção de dados e para a análise deles.

No Canto III, descrevo e analiso os dados da pesquisa, utilizando as videogravações das aulas do curso de extensão, entrevistas ou questionários com os alunos participantes ou as próprias PMDs. Conduzo as análises, apoiando-me no referencial teórico a fim de fundamentar o trabalho com o objetivo de buscar respostas para a pergunta-diretriz. Dessas discussões surgiram categorias que ajudam a pensar acerca da construção da imagem pública da Matemática em futuros professores de Matemática, passando por aspectos das tecnologias digitais, do pensamento matemático, da formação de professores e das Artes.

No último capítulo, Epílogo, navego pelas considerações finais, com reflexões relacionadas a IPM no cenário de formação de professores por meio das tecnologias digitais e das Artes, além de discutir possibilidades futuras a partir desta pesquisa.

Ainda, após o capítulo derradeiro, trago apêndices que julgo importantes para o desenrolar da pesquisa. Neles têm o modelo de perguntas para as entrevistas (Apêndice A), o modelo de questionários (Apêndice B) e o documento de autorização do uso de dados para fins de divulgação da pesquisa (Apêndice C).

CANTO I – A PALPITAÇÃO DE UMA LITERATURA

Evoco o leitor neste capítulo a acompanhar conosco o momento da viagem poética que aborda a revisão de literatura da pesquisa e, juntamente, o referencial teórico:

Busco por estudos
Dentro dos meus temas
Para inserir
Na comunidade
A minha pesquisa

Conversa com Arte
Tecnologia
Fala de performances
Lá vem a magia
Vive a Matemática

Para dialogar
Sondar sua imagem
Geralmente fria
Funesta chatice
Em sua arrogância

Revisão de literatura - Gabriel¹¹

Começo esta seção com as diversas possibilidades encontradas na literatura acerca do diálogo entre Artes e Matemática. No caso desta dissertação, trabalhada no campo da Educação Matemática, é importante um olhar para essa interlocução a fim de explorá-la enquanto recurso didático-pedagógico no processo de ensino e de aprendizagem de variados conteúdos matemáticos.

A relação entre Matemática e Arte é antiga, sendo que para Zaleski Filho (2013, p. 164) "nasceram juntas como tentativas humanas de estabelecer a ordem no caos existente". Uma dessas relações está em Abdonour (2002), que explora paralelos entre a História da Matemática e a História da Música apontando que, apesar de se terem registros em separado em períodos anteriores, o primeiro documento científico que aponta tal associação ocorreu na Grécia Antiga, relacionando frações e intervalos musicais.

Apesar disso, Zaleski Filho (2013, p. 164) argumenta que elas (Arte e Matemática) se afastaram ao longo da História. Sendo assim, o autor propõe uma reaproximação, o que ele defende como contribuição ao processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, ele realiza uma análise integrada da História da

¹¹ Três estrofes com cinco versos pentassílabos cada.

Matemática e da História da Arte, destacando as contribuições de pintores ilustres como Paul Cézanne, Pablo Picasso e Piet Mondrian, a fim de reaproximá-las.

Seguindo outros aspectos, Couray et al. (2012) trabalhou com frações por meio da música no terceiro ano do Ensino Fundamental, utilizando partituras e distribuições musicais de tempo. Os autores observaram que a abordagem semiótica possibilitou maior diálogo na sala de aula dos professores que usaram materiais manipulativos, o que encorajou os estudantes a construir o significado de fração, seu tamanho e equivalência.

Além desses trabalhos, a Matemática e a Arte também podem estar conectadas por aspectos relacionados à Etnomatemática, perspectiva que remete à ideia de que existem várias Matemáticas (D'AMBRÓSIO, 2005). Dentro dessa perspectiva, Gerdes (2010) discute como a Matemática se relaciona com diversas atividades humanas, entre elas, a Arte, ao estudar matrizes cíclicas, por meio de art-design, em um trabalho de Etnomatemática que busca:

Uma Educação Matemática em que o diálogo professor(a) – estudantes, a experimentação por parte dos(as) aluno(as), a surpresa e a beleza da descoberta e invenção desempenham um papel crucial. Uma Educação Matemática em que os mais diversos meios podem ser explorados, desde estacas e cordas, papel quadriculado até computadores. Uma Educação que estimula todos(as). Uma Educação que valoriza cada estudante e cada cultura. Uma Educação Matemática que abre horizontes. Uma Educação Matemática que promove cooperação e amizade entre as pessoas e os povos (GERDES, 2010, p. 157).

Ainda dentro da discussão acerca da Matemática e da Arte, em outra possibilidade, Aproso (2015) mescla literatura e Matemática em uma performance matemática, ao abordar os maiores problemas de lógica da Matemática, como o paradoxo de Zenão acerca da corrida entre Aquiles e a tartaruga, recontando a história de Pinóquio (COLLODI, 2002). O autor se utiliza de reflexões lógico-matemáticas que ocorrem na medida em que Pinóquio se depara com impasses trazidos por contradições lógicas como quando tem que resolver o problema de colocar novos hóspedes em um hotel com infinitos quartos, mas que já está lotado.

A partir do panorama exposto, Matemática, Arte e Educação Matemática estão ligadas, seja por suas intersecções ao longo da História (ABDOUNUR, 2002; ZALESKI FILHO, 2013), ou por estudos de música guiando investigações acerca da Matemática (COURAY et al., 2012); seja buscando valorização da cultura (GERDES, 2010) ou com a comunicação de Matemática por meio das Artes (APROSIO, 2015):

Artes e Educação
Matemática se encontram

Procuram pontos didáticos
Em forte interlocução
Representando conceitos
Pela comunicação
Na estrutura do Belo
Perdura forte emoção

Artes e Educação
Matemática se encontram

Artes e Educação Matemática – Gabriel Gregorutti¹²

Nesse cenário de possibilidades diversificadas, introduzo na seção seguinte a noção de performance matemática digital (PMD), outra interlocução, na qual as Artes são utilizadas para representar a Matemática, comunicando-a por meios digitais, enquanto recurso semiótico (SCUCUGLIA, 2012). Ainda, a fim de inserir esta pesquisa na comunidade acadêmica, busco por estudos com o intuito de dialogar com as temáticas PMD e com a imagem pública da Matemática (IPM), perpassando o pensamento matemático, a formação de professores, as tecnologias digitais e as Artes.

2.1 Performance matemática digital

Performance digital matemática
A comunica por meio das Artes
Envolvendo recursos digitais
Senão configurará só performance
Da Matemática com poesia
Como feito nesta dissertação

Comunicando a Matemática – Gabriel Gregorutti¹³

Ao longo da seção, explicarei conceitos ligados ao poema. De início, saliento que a noção performance matemática digital (PMD) surgiu a partir de um encontro entre os professores e pesquisadores Marcelo Borba e George Gadanidis (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013) - que buscavam um diálogo entre Educação Matemática, tecnologias digitais e Artes. O primeiro projeto foi financiado pela agência canadense *Social Sciences and Humanities Research Council* (SSHRC) e deu início a vários projetos acerca desta temática, inclusive o que originou esta dissertação.

¹² Versos heptassílabos, sendo a primeira e a última estrofe composta por dois versos e a do meio por seis versos.

¹³ Versos decassílabos

As inquietações iniciais dos pesquisadores giravam em torno das seguintes concepções:

O que aconteceria se os matemáticos e os educadores matemáticos se movessem fora do domínio da avaliação (onde performance assume um significado diferente), e usassem uma lente artística para “realizar performance” matemática? Se nós olharmos a Matemática (fazendo, ensinando, aprendendo) como expressão performática, o que veremos (...)? Como nós podemos expressar e melhor desenvolver conceitos matemáticos através do drama ou virtualmente através de recursos digitais multimodais? Pensamento matemático e ensino e aprendizagem de Matemática como performance podem ajudar desestabilizar e reorganizar nossa compreensão sobre o que significa fazer e ensinar Matemática com tecnologia (GADANIDIS; BORBA, 2006, tradução nossa)¹⁴.

Ao longo dos anos, posteriormente a alguns estudos que apresento nesta seção, PMD pode ser entendida e concebida de diferentes maneiras. Entre elas, na primeira que abordo aqui, PMD é uma possibilidade didático-pedagógica para ensino e para aprendizagem de Matemática ao integrar o uso de Artes e tecnologias digitais na Educação Matemática. Na segunda delas, PMD é entendida como uma linha de pesquisa em Educação Matemática que está em suas fases de implementação e consolidação. Na terceira e última que apresento neste momento, PMD é entendida como vídeos digitais que visam comunicar ideias matemáticas pela integração artística (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014)

Assim, concebe-se performance matemática (PM) enquanto processo de comunicação de ideias matemáticas por meio das Artes, como os poemas que utilizo com o intuito de comunicar esta pesquisa que abordam algum conceito matemático¹⁵, que também poderiam ser feitos por meio do teatro, do contar histórias, etc. PMDs englobam textos digitais (áudio, vídeo, animações em flash, objetos virtuais, etc.) utilizados para representação de PMs (SCUCUGLIA, 2014; SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011). As PMDs podem se referir ao conhecimento como visto na Grécia Antiga, já que, no ambiente performático, a construção do conhecimento racional não exclui o prazer, como nas obras da Grécia Antiga que traziam poemas ou alegorias (MARCONDES, 2001)

¹⁴ “What if as mathematicians, as math educators, or as students of mathematics we moved outside of the domain of assessment (where performance takes on a different meaning) and used an artistic lens to look at how we ‘perform’ mathematics? If we view mathematics (doing, teaching and learning) as embodied performance, what do we see differently? Thinking of mathematics and mathematics teaching and learning as performance may help to destabilize and reorganize our thinking about what it means to do and teach mathematics with technology” (GADANIDIS; BORBA, 2006).

¹⁵ Nesta dissertação, alguns poemas comunicam uma ideia matemática, configurando-se em Performances Matemáticas. Outros comunicam ideias acerca da Educação Matemática.

Ressalto ainda que um dos principais aspectos da PMD é a busca de interação com a audiência de um modo diferente, no caso entre professor e aluno, de maneira que os alunos participem ativamente desde o começo do processo de criação. Comparo aqui, então, as PMDs com o Teatro do Oprimido que é uma proposta baseada na Pedagogia do Oprimido (FREIRE, 2011) a qual visava a participação de todos no processo criativo da Arte, buscando a quebra da dicotomia entre ator e audiência (CANDA, 2012).

No caso das PMDs que envolvem vídeos cinematográficos, os participantes que se tornam atores, produtores ou diretores podem-se mostrar em uma faceta diferente, que nunca se mostrariam em outra situação, assemelhando-se a personagem da terceira fase do documentário do cineasta Eduardo Coutinho (Documentário de Personagem), uma vez que, nessa fase, o diretor:

[...] fez do espaço fílmico uma espécie de palco, onde pessoas comuns desenvolveram certas habilidades teatrais para se tornarem personagens. Mas a atuação delas não segue a interpretação do tipo desenvolvida por um ator, que encarna um papel exterior a si mesmo. Não se trata mais de uma personagem no sentido convencional da ficção, e sim de um performer, ou seja, um ser mutante a partir dele mesmo, de suas experiências de vida e da relação com o “outro”, nas filmagens e fora delas, escavando, de improviso, o imaginário e a “memória do presente”, em associação livres (BEZERRA, 2014, p. 45).

Trabalhando nesse campo artístico, em um dos primeiros artigos publicados sobre PMD, Gerofsky (2006) afirma que, ao considerar a Educação Matemática como uma performance, o conceito de escola se abre para um espaço que envolve experimentação e invenção, afastando-se apenas de transmissão cultural, além de ser:

[...] incomum (e empolgante) vincular os matemáticos e a Educação Matemática com performance, porque muitas das coisas que tornam as performances distintas e interessantes vão contra muitas das longas tradições da Matemática (GEROFSKY, 2006, p. 2 tradução nossa)¹⁶.

Pensando nessas transformações para as concepções da Matemática as quais estão relacionadas com uma ciência fria, chata, que não serve para nada, que busca única resposta certa, Gadanidis e Borba (2008) olham para a Educação Matemática por meio das PMDs, sugerindo que ao:

[...] nos denominarmos como matemáticos performáticos criamos uma mudança de identidade que impacta a Educação Matemática, ao ver a Matemática não apenas como uma atividade de sala de aula ou como o

¹⁶ "It is unusual (and energizing) to link mathematics and math education with performance, in no small part because many of the things that make a performance distinctive and interesting go squarely against many of the long-held traditions of mathematics" (GEROFSKY, 2006, p. 2).

trabalho de um profissional matemático, mas como algo que pode ser compartilhado em um mundo maior (GADANDIDIS; BORBA, 2008, p.5, tradução nossa)¹⁷.

Para os autores, a mudança de identidade para matemáticos performáticos está ligada a construção de imagens alternativas para a Matemática e para os matemáticos. A jornada passará na seção seguinte de modo mais profundo por esses aspectos.

Nesse sentido, as PMDs podem levar os alunos a surpreendentes ideias matemáticas, já que envolvem o uso do pensamento imaginativo e metafórico (GADANIDIS, 2007) integrando expressão artística e uso educacional inovador de tecnologias digitais, reorganizando o pensamento.

Pensando no aspecto da Matemática que é comunicada por meio das Artes digitais, trago uma discussão com Borba e Skovsmose (2001), que fazem uma análise do poder da Matemática na sociedade atual, criticando à ideologia da certeza, o paradigma do verdadeiro-falso que ronda a Matemática e o seu ensino. Para os autores, trata-se de uma visão que tem a Matemática como pura, perfeita, assumindo-a como livre da influência humana e contribuindo para controle político, com ideologia sendo concebida como sistema de crenças que “tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 128).

A ideologia da certeza aborda duas afirmativas, sendo que a primeira trata da pureza e da questão da generalidade da Matemática e a segunda aborda as suas aplicações:

A ideologia da certeza embrulha essas duas afirmativas juntas e conclui que a Matemática pode ser aplicada em todo lugar e que seus resultados são necessariamente melhores que aqueles obtidos sem a Matemática. Um argumento baseado na Matemática para a solução de problemas reais é, portanto, sempre confiável (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 131).

Portanto, pode-se estabelecer uma ligação entre a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) e as PMDs, uma vez que, ao envolverem o uso do pensamento imaginativo e metafórico (GADANIDIS, 2007), abrindo espaços para experiências compartilhadas, tornando acessíveis reflexões, críticas e diálogo (GADANIDIS; BORBA, 2008) em ambientes de exploração matemática (SCUCUGLIA;

¹⁷ "As well, we have suggested that calling ourselves performance mathematicians creates a shift of identity that impacts on mathematics education, by helping us view mathematics not as confined to classroom activity or to the work of professional mathematicians, but as something that is shared with the wider world" (GADANDIDIS; BORBA, 2008, p.5).

GADANIDIS; BORBA, 2011), podem-se afastar da ideologia da certeza, na medida em que se afasta da visão geral de que a Matemática é um sistema perfeito, infalível (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Ademais, buscando explorar imagens alternativas sobre a Matemática por meio da produção de PMD, Scucuglia (2014) destaca que a surpresa matemática envolvida em provas visuais “pode oferecer modos de se ver a Matemática como uma atividade múltipla e diversa e não como absoluta, apenas sobre o certo ou errado. Contudo, tende-se a exibir em algum momento o ensino de Matemática como tradicional” (SCUCUGLIA, 2014, p. 970).

Essa perspectiva tem como fundamentação o estudo de Gadandis e Borba (2008), que propõe que “grandes ou ricas ideias matemáticas” podem ser exploradas através da noção de PMD, principalmente por oferecer oportunidades de causar surpresa, já que as PMD envolvem o uso do pensamento imaginativo e metafórico integrado a expressão artística e uso educacional inovador de tecnologias digitais.

Acerca do papel das TDs, discuto as PMDs com a noção teórica seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), já que:

A produção de PMD forma coletivos pensantes diversos como, por exemplo, professores-estudantes-com-Artes-e-tecnologias-digitais. As tecnologias digitais nesse contexto são aquelas utilizadas para produção de vídeos como câmeras de vídeos, software de edição de vídeos, o ciberespaço para a publicação das representações digitais, dentre outras (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 119)

Esse constructo se baseia em Lévy (1993) que utiliza o termo *coletivos pensantes* quando trabalha com a colaboração entre atores humanos e não humanos. Para ele, os seres humanos não pensam sozinhos. As instituições, sistemas de signo, tecnologias de representação e linguagens transformam a atividade de conhecer profundamente:

As coletividades cognitivas se auto-organizam, se mantêm e se transformam através do envolvimento permanente dos indivíduos que as compõem. Mas estas coletividades não são constituídas apenas por seres humanos. Nós vimos que as técnicas de comunicação e de processamento das representações também desempenhavam, nelas, um papel igualmente essencial. É preciso ainda ampliar as coletividades cognitivas às outras técnicas, e mesmo a todos os elementos do universo físico que as ações humanas implicam (LÉVY, 1993, p. 88).

As ideias de Tikhomirov (1981) também compõem o constructo seres-humanos-com-mídias. Em uma perspectiva sociocultural, o autor afirma que os computadores reorganizam as mais diversas atividades humanas, pensando que a ideia de que eles substituem os homens é muito simplista, pois esse pensamento

pressupõe que as mesmas heurísticas serão reproduzidas, sendo que para ele a heurística do computador é diferente da humana, já que o processo do computador é mais simples.

Então, para Borba e Villarreal (2005), as tecnologias não são vistas apenas como ferramentas no processo de ensino e de aprendizagem, mas como atrizes na produção do conhecimento, isto é, as linguagens e os artefatos que utilizamos em um processo investigativo moldam a forma como pensamos e utilizaremos essa lente para olhar para as tecnologias digitais no contexto das PMDs:

Seres-humanos-com-mídias
A perspectiva teórica
Na qual a tecnologia
Condiciona o pensamento

Do coletivo pensante,
Coletiva inteligência:
Atores que são humanos
E também os que não são

Transformam a cognição
Recompõem o pensar
Pelo sistema de signos

Assim os computadores
Não substituem os homens:
Heurísticas diferentes

Seres-humanos-com-mídias – Gabriel Gregorutti¹⁸

A relação entre PMD e o constructo seres-humanos-com-mídias foi abordada na proposta de minicurso realizado no IX Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) por Scucuglia e Borba (2007), a qual evidenciou que diferentes mídias, no caso mídias online utilizadas para a produção de PMDs, podem condicionar rede de significados em diversificados modos de produção de conhecimento, formando coletivos entre, por exemplo, seres-humanos-com-internet, podendo gerar ambientes de *aprendizagem multimodal* (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), em que a multimodalidade é concebida:

[...] como a produção não linear ou o processamento de textos que ocorrem primeiramente em uma tela. Figuras, Livros e Informativos podem ser multimodais dependendo do jeito que modos verbais e visuais são construídos. Porém, o principal meio em que podem ocorrer múltiplos modos são filme e televisão, telas de computador, lousas interativas, consoles de

¹⁸ Soneto composto por catorze versos.

jogos, celulares e vários dispositivos móveis tal quais o Kindle ou outros livros, iPhones ou iPads (WALSH, 2011, p. 9, tradução nossa)¹⁹.

Nessa perspectiva tecnológica, a proposta feita por Scucuglia (2012) torna-se pertinente ao definir PMD como narrativas multimodais que comunicam ideias matemáticas por meio das Artes. O autor, em sua tese de doutorado, que é a primeira sobre o tema, analisa 22 PMDs submetidas à primeira temporada do *Math+Science Performance Festival*²⁰, um festival elaborado por George Gadanidis e Marcelo Borba, a fim de prover um ambiente online para compartilhamento e publicações de PMDs que teve sua última edição em 2015.

Os jurados eram artistas profissionais, matemáticos e educadores e olhavam para alguns critérios: i) profundidade da ideia matemática; ii) qualidade artística e tecnológica; e iii) criatividade e imaginação. Os premiados ganhavam medalhas fornecidas pelo *Fields Institute*, pela Sociedade Canadense de Matemática, além da ESSO Imperial Oil e da *Western University* (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013). Grande parte das PMDs produzidas na produção de dados desta pesquisa foi enviada para o festival, visto que os dados foram produzidos em 2015. Abordo cada uma delas de modo mais específico em capítulos seguintes.

Scucuglia (2012) analisa as performances que foram em sua totalidade produzidas por alunos do Ensino Fundamental da província de Ontário, baseando-se no currículo de Matemática do Ministério da Educação de Ontário e nas categorias que Boorstin (1990) utiliza para a análise de filmes, sendo elas: **1) Observador; 2) Emoções vicárias; e 3) Sensações viscerais.**

A primeira delas, visão do observador, diz respeito à racionalidade, um chocante senso de realidade das coisas, de plausibilidade das ações, de tal modo que a surpresa é um aspecto importante ao despertar o prazer em ver o novo, o qual faz sentido: “O prazer do olhar racional é o simples júbilo em ver o novo e o maravilhoso” (BOORSTIN, 1990, p. 12, tradução nossa)²¹.

¹⁹ "Thus the term 'multimodal' has been used in recent years to describe the non-linear production or processing of texts that occur primarily on a screen. Picture, books and information books can be multimodal in the way visual and verbal modes are constructed. However, the principal mediums through which multiple modes can occur are film and television, computer screens, interactive white boards, game consoles, mobile phones and various mobile devices such as Kindles or other e-books, iPhones or iPads" (WALSH, 2011, p. 9).

²⁰ <http://mathfest.ca/>.

²¹ "The voyeur's pleasure is the simple joy of seeing the new and the wonderful" (BOORSTIN, 1990, p. 12).

As emoções vicárias são os momentos de emoção em que os espectadores sentem o que os atores estão sentindo, como se nosso coração fosse colocado no corpo do ator, mas tudo isso sendo julgado da nossa maneira.

A última delas, a emoção visceral, representa os momentos em que os espectadores deixam de sentir o que os atores estão sentindo e passam a sentir suas sensações, por exemplo, começam a ter as mãos suando frio:

Em vez do mundo exterior das emoções racionais em espaço geométrico objetivo ou do mundo interior das sensações vicárias, as emoções viscerais traz o mundo exterior distorcido por nossas paixões, torcidos pela pressão das nossas excitações, levadas adiante pelos nossos sentidos (BOORSTIN, 1990, p. 19)²².

Tendo como base as categorias supracitadas, Scucuglia (2012) trabalha com os seguintes parâmetros que serão lentes teóricas com as quais analisarei as PMDs produzidas por esta dissertação: **1) Observador – novo, maravilhoso, surpresa; 2) Observador – sentido (o pensamento matemático envolvido); 3) Vicária; e 4) Visceral.**

Scucuglia (2012) divide a primeira categoria de Boorstin (1990) (observador) em duas, a fim de ter componentes mais adequados para a análise das PMDs. O autor atesta que, ao realizar um estudo de caso em cada uma delas, é muito difícil conseguir produzir uma PMD conceitual (GADANIDIS; BORBA, 2008), ou seja, uma PMD que consiga abranger todas as quatro categorias que apresento a seguir.

A primeira categoria (Observador – novo, maravilhoso, surpresa) engloba o sentido de surpresa e de novo ao tentar prender a audiência no prazer de uma experiência nova que envolve a Matemática. A segunda categoria (Observador - sentido) caracteriza-se por dar sentido ao que está sendo comunicado, ou seja, as surpresas ou experiências novas devem fazer sentido no enredo matemático comunicado pelas PMDs.

As emoções vicárias são sentidas na medida em que os estudantes e os professores vivenciam aspectos humanos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Geralmente, elas são ampliadas quando os atores estão em *close*. Isto é, com a câmera focada neles. E as emoções viscerais, quarta categoria, estão ligadas a questões estéticas da Matemática (SINCLAIR, 2001) como padrões,

²² "Instead of the voyeur's outer world of objective geometric space or the vicarious inner world of emotions, the visceral is the outer world distorted by our inner passions, twisted by the pressure of our own excited emotions pushing against our senses" (BOORSTIN, 1990, p. 19).

encaixes, etc. quando as pessoas estão em experiências diretas com o fazer dessa ciência. O estético em Sinclair (2001) é o oposto de anestesiado, ou seja, está associado a estar totalmente vivo.

Mesmo que Scucuglia (2012) afirme que as PMDs possibilitam a comunicação de conceitos matemáticos que englobam os pensamentos dos alunos, algumas delas não apresentam surpresas matemáticas, outras (principalmente as musicais da qual terá um exemplo quando descrevo e analiso os dados) carregam lacunas conceituais devido a suas necessidades sintéticas, acarretando na perda de sentido matemático.

Gadanidis (2012) inicia outro estudo questionando acerca de como compartilhar a beleza da Matemática e o quão interessante é ser matemático:

Claro que a Matemática é bela e que os matemáticos são legais, mas esses parecem ser segredos que nós, a comunidade matemática, guardamos de algum jeito apenas pra nós. Como poderemos compartilhar a beleza da Matemática e alegria de ser um matemático com uma audiência maior? (GADANIDIS, 2012, p. 20, tradução nossa).²³

Para responder tal pergunta, o autor, ao pensar no planejamento de aulas colaborativas, parte da ideia de que o compartilhamento de uma boa história matemática com a comunidade em geral pode oferecer uma nova e maravilhosa perspectiva de um conceito matemático, criando espaço para a surpresa matemática entrar em cena, envolvendo emocionalmente as pessoas.

Então, Gadanidis (2012) afirma que tenta romper com a suposição pedagógica comum de que os estudantes aprendem de forma melhor quando a aprendizagem é feita de modo mais fácil, quando desenvolve atividades que geram possibilidades de eles pensarem de modo mais profundo. Para isso, ele traz a noção de “teto alto e piso baixo”²⁴, ou seja, ideias matemáticas avançadas representando o teto alto que podem ser trazidas para estudantes mais jovens em uma forma a qual eles compreendam-na (piso baixo), o que ele define como Grandes Ideias Matemáticas (GADANIDIS; HUGHES, 2011)²⁵.

No caso desse trabalho (GADANIDIS, 2012), o autor aborda as ideias de infinito e limite na terceira série do Ensino Fundamental em Ontário por meio de recontar a história da Rapunzel. Na história contada, ao ser perguntada pelo príncipe sobre o

²³ "Of course, mathematics is beautiful and mathematicians are cool, but these appear to be secrets that we, the mathematics community, somehow keep to ourselves. How might we share the beauty of mathematics and the coolness of being a mathematician with a wider audience?" (GADANIDIS, 2012, p. 20).

²⁴ "Low floor, High Ceiling".

²⁵ "Big Math Ideas".

porquê de não sair pela porta, Rapunzel responde que vive um paradoxo matemático que envolve um infinito número de frações. As histórias inventadas são gravadas em músicas, podendo ser compartilhadas em forma de PMD, que podem atingir maior público, quebrando limites da escola, ao levar ideias matemáticas para a sala de aula de forma empolgante e desafiadora.

Outro importante estudo sobre as PMDs é a dissertação de mestrado de Lacerda (2015). A autora promove a articulação entre duas de suas paixões (o teatro e a Matemática) ao dialogar com a noção de PMD, na busca pelas imagens públicas da Matemática nesse ambiente, relação que abordarei na sequência de modo mais profundo. As atividades foram realizadas em Santa Gertrudes-SP objetivando a introdução à linguagem teatral e a criação de uma peça teatral cujo conteúdo matemático era equações. Durante o processo, Lacerda (2015) filmou as apresentações teatrais, as quais nomeou Performances Matemáticas Teatrais (PMTs):

Dessa forma, as PMDs teatrais produzidas ao final do processo são uma possibilidade de compartilhar as ideias desenvolvidas nesse trabalho com outros públicos, por meio de sua distribuição na internet. Além disso, a produção dessas PMDs teatrais permite a junção de elementos audiovisuais com animações de exercícios matemáticos e ainda entrevistas com os participantes, expandindo as possibilidades do Teatro e as fronteiras definidas do público das peças teatrais (LACERDA, 2015, p. 57).

Outro aspecto relacionado a PMD é a questão da formação de professores, tendo em vista que, uma vez que são consideradas pela literatura uma possibilidade didático pedagógica (SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), elas perpassarão aspectos da formação docente (BORBA; GADANIDIS, 2008). Pensando nesses aspectos, Alencar e Scucuglia (2014, p. 2) afirmam que “a produção de PMD aparece como uma possibilidade voltada a diversificadas dimensões do currículo, e em particular a formação inicial e continuada de professores de Matemática”.

Assim, na visão de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), cursos de extensão universitária que são realizados em escolas de Ensino Fundamental e que oferecem meios para que coletivos formados por estudantes-professores-com-mídias (PMDs) constituam ambientes de aprendizagem multimodal nunca fizeram parte do cenário didático-pedagógico de professores e estudantes.

Para poder discutir as PMDs nesse contexto de formação de professores, utilizo alguns trabalhos. O primeiro deles, de Ponte (2012), aponta que os professores

desempenham um papel essencial para o ensino e a aprendizagem de Matemática. O autor tenta compreender os processos de formação e de desenvolvimento profissional, mostrando que os professores se formam a partir de sua atividade e da consequente reflexão sobre ela, ao participar de práticas sociais pelo apoio coletivo e pelo desenvolvimento pessoal (PONTE, 2012).

Nesse sentido, ele indica que o ensino de Matemática feito

[...] com qualidade passa necessariamente por um corpo docente com formação Matemática apropriada, competência reconhecida no campo didático, boa relação com os alunos, atitude profissional antes os problemas que emergem e capacidade de atualização em nível profissional (PONTE, 2012)²⁶.

Porém, Nacarato (2006), ao trazer reflexões acerca da formação de professores de Matemática situando-se em eixos articulados das pesquisas nacionais sobre formação de professores, o contexto de reformulação das Licenciaturas e a realidade dos cursos de Licenciatura, aponta que, geralmente, os cursos de Matemática enfatizam

[...] o conteúdo matemático específico, desconsiderando que o saber disciplinar é apenas uma das dimensões do saber docente e que esse saber disciplinar, se desprovido de uma abordagem pedagógica e curricular, não oferece ao futuro professor as condições mínimas para o exercício da profissão docente na escola básica (NACARATO, 2007, p. 144).

Gatti e Barreto (2009) realizam um estudo amplo acerca da formação de professores e do exercício da atividade docente na Educação Básica. O trabalho traz um panorama acerca do cenário socioeconômico e cultural do país a respeito da inserção profissional dos professores. As autoras abordam a legislação que rege os modelos de formação docente e analisam as licenciaturas presenciais, bem como desequilíbrios e discrepâncias, além de discutirem aspectos da formação docente feita à distância.

Dentre diversos aspectos analisados pelas autoras, elas destacam que poucas disciplinas têm como objetivo central preparar o licenciando para o uso de tecnologias digitais (GATTI; BARRETO, 2009), além de comentarem que

[...] é necessário que a universidade e as demais instituições formadoras se esforcem por buscar canais institucionais de interação com as escolas, em

26 "Una enseñanza de las matemáticas de calidad pasa necesariamente por contar con un profesorado con formación matemática apropiada, competencia reconocida en el campo didáctico, buena relación con el alumnado, actitud profesional ante los problemas que emergan y capacidad de actualización a nivel profesional" (PONTE, 2012, p. 1).

uma parceria na formação dos futuros professores, pois isto não é realizado na maioria dos cursos (GATTI; BARRETO, 2009), p. 48).

É nesse contexto de importância do conhecimento pedagógico do conteúdo durante a licenciatura que, geralmente, é deixado de lado ao se enfatizar o conteúdo matemático, em uma preparação para uso de tecnologias que não é tão presente, além da falta de parcerias entre instituições formadoras e escolas que discutirei na análise de dados, a relação entre formação do docente e as PMDs.

Nesta seção, abordei a noção de PMD com seus estudos exploratórios, relacionando-as com a Filosofia da Matemática, com as Artes, com as tecnologias digitais e com a Formação de professores. Na seção seguinte, a navegação passará por uma discussão sobre IPM e sua relação com as PMDs.

2.2 Imagem pública da Matemática

A imagem pública da Matemática
Arquitetada em sensação traumática
Geralmente em problema inalcançável
Pela rigidez da regra indomável

Nas fórmulas em reunião emblemática
Que se perde na frieza esquemática
Da sisudez do ciclo inexorável
Que espanta a atração em distância intocável

Pode trazer a criatividade
Na leve performance digital
Da Matemática que sai da rotina

Na alegria da curiosidade
Na flexibilidade jovial
A construção da visão que fascina

Soneto da imagem pública da Matemática – Gabriel Gregorutti²⁷

Como disse no primeiro capítulo desta jornada, uma das inquietações que me levaram a esta pesquisa foi o fato de muitas pessoas me chamarem de louco ou *nerd*, entre outras denominações, quando eu decidi cursar Matemática ou quando eu declarava o meu gosto por essa ciência. É importante reconhecer o problema da Matemática com relação a sua imagem pública, como apresento no poema acima. A Matemática não é geralmente vista como algo belo, divertido, legal, prazeroso, etc.

²⁷ Soneto com catorze versos decassílabo com rimas AABB AABB CDE CDE.

Ela é associada com algo chato, difícil, estressante, frio, desumano, etc. Muito disso vem de experiências negativas na escola (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010).

Dentro desse contexto, alguns pesquisadores têm discutido a imagem pública da Matemática e dos matemáticos. Nesta pesquisa, como já relatado anteriormente, abordarei apenas a IPM, mas sem se esquecer de que ela está fortemente atrelada à imagem dos matemáticos.

Lim (1999) define imagem da Matemática como “uma representação mental ou visão da Matemática, presumivelmente construída como resultado social das experiências, mediadas pela escola, pelos pais, pelos colegas ou pela mídia de massa”²⁸, atestando que são “representações mentais as quais contêm elementos cognitivos tais quais o conhecimento, crenças, concepções, metáforas e outras relações sociais” (LIM, 1999, p. 74, tradução nossa)²⁹.

Em sua tese de doutorado, Lim (1999) entrevistou 62 pessoas a partir de um questionário que foi entregue a 548 pessoas, que traziam questões acerca da aprendizagem matemática e da IPM, buscando a investigação sobre os motivos pelo gosto ou não da Matemática e possíveis experiências que influenciaram nas respostas.

Os resultados chamaram muito a atenção dos autores para um lado negativo, já que apontaram que mais da metade dos entrevistados declararam não gostar de Matemática e outro alto percentual afirmou ser apático com relação a essa ciência (LIM, 1999).

Segundo Lim e Ernest (1999), parece

[...] que há significantes diferenças na imagem da Matemática entre aqueles que gostam ou não de Matemática. Nossos resultados relatam que, pelo menos nesta amostra, a imagem das pessoas e suas crenças acerca da Matemática são correlatas a gostar dela e com suas atitudes sobre o ensino de Matemática, o que pode causar impactos nas atitudes das pessoas (apesar de influências inversas serem possíveis) (LIM; ERNEST, 1999, p. 55, tradução nossa)³⁰.

²⁸ “[...] is conceptualized as a mental representation or view of mathematics, presumably constructed as a result of social experiences, mediated through school, parents, peers or mass media. This term is also understood broadly to include all visual, verbal representations, metaphorical images and associations, beliefs, attitudes and feelings related to mathematics and mathematics learning experiences” (LIM, 1999, p. 13).

²⁹ “[...] images are also mental representations that contain cognitive elements such as knowledge, beliefs, conceptions, metaphors and other related associations” (LIM, 1999, p. 74).

³⁰ “The results show that a person's image of mathematics is often unique and personal, and multifaceted and diffuse. There does not appear to be a typical image of mathematics. Perhaps, there are some commonalities among certain sections of the population, with certain common factors of influence, but no single overall pattern or typical image of mathematics seems to appear” (LIM, 1999, p. 251).

Esses autores (LIM; ERNEST, 1999) apontam outros resultados como a Matemática sendo vista como verdade absoluta, de uma maneira que as respostas possam ser apenas certas ou erradas, como um apanhado de números e símbolos a serem seguidos, afastando do misterioso, da beleza que deve ser apreciada e como algo difícil. A Matemática também é apresentada a aspectos positivos, como uma habilidade, ou seja, algo ligado à sua utilidade, conectado a resolução de problemas.

Os autores apontam que há diferenças quanto a crenças de gênero com relação a habilidades matemáticas entre homens e mulheres, pessoas de idade diferente e de ocupação distintas. Os homens tendem a pensar que são melhores em Matemática (visão minoritária) e as mulheres tendem a ver ambos como igualmente bons. Os mais novos e os mais velhos tendem a pensar que os homens podem ser melhores. A ocupação da pessoa impacta nos pensamentos acerca desse quesito. Professores tendem a pensar que ambos os sexos podem ser bons igualmente em Matemática, já profissionais que atuam em áreas que não envolvem essa ciência, assumem um domínio dos homens, corroborando com o trabalho de Ernest (1995).

Esse autor aponta que a visão geral da IPM a traz como difícil, fria, abstrata, racional demais, pura, inumana, com sistemas rigorosos, que tem o conhecimento visto como incorrigível e, para ele, o mais importante, masculina, além de ser inacessível, a não ser para um grupo de poucas pessoas com inteligência acima da média.

Furinghetti (1993) afirma que a “Matemática é uma disciplina que tem uma característica peculiar: é amada ou odiada, entendida ou desentendida, mas todos têm uma imagem mental dela”³¹. Em seu trabalho, a autora analisou vários filmes a fim de identificar como é geralmente trazida a Matemática na mídia. Os resultados corroboram com pesquisas já citadas acima em alguns pontos, uma vez que apontam a Matemática como atividade que tem raciocínio perfeito, que é sinônimo de verdade; apenas uma forma de ensino correta em seu processo de aprendizagem; utilizada para compreender a realidade física; professores de Matemática são vistos como sinônimo de frieza; pureza; incompatibilidade com o gênero feminino; é típica das escolas a relação negativa entre alunos e a Matemática. Ela ainda associa a imagem da Matemática com a do matemático.

³¹ "Mathematics is a discipline that enjoys a peculiar property: it may be loved or hated, understood or misunderstood, but everybody has some mental image of it" (FURINGHETTI, 1993, p. 34).

Como disse anteriormente, a imagem dos matemáticos está associada à da Matemática, até mesmo pelo que já relatei sobre as experiências escolares contribuírem muito para a construção dessa visão. Partindo disso, o trabalho de Picker e Berry (2000) investigou estudantes do Ensino Fundamental em vários países da Europa e da América. As crianças tinham que desenhar um matemático em seu trabalho, explicando o porquê do desenho e o que as levaria a contratar um matemático.

Picker e Berry (2000) apontam que os matemáticos são geralmente vistos como homens, autoritários (ligados a Matemática coercitiva), desprovidos de senso estético, com habilidades computacionais, muito inteligentes (efeito Einstein), com poderes especiais (ligados à Matemática como magia) bem como cansados. Além disso, o “tema que apresenta os matemáticos como bobos e até mesmo estúpidos parecer ser universal entre os alunos, resultados semelhantes aos encontrados nos desenhos dos matemáticos estando em dúvida ou dificuldade em simples cálculos aritméticos” (PICKER; BERRY, 2000, p. 83, tradução, nossa)³².

Para mudar esse cenário, os autores afirmam que as escolas a partir de seus professores podem convidar matemáticos profissionais para falar sobre seu trabalho nas salas de aula de Matemática, com o objetivo de romper imagens negativas dos estudantes sobre os matemáticos, além de incentivar a realização de pesquisas em bibliotecas e na Internet.

Outro trabalho acerca do tema é o de Reensa (2006), no qual ela entrevista pessoas em um terminal de aeroporto a fim de investigar sobre a imagem dos matemáticos por meio de um questionário. Ela aponta que muitas pessoas vêem o matemático como um homem que trabalha em um escritório ou ensina a matéria na escola, geralmente atrelando-o a arrogância. Ela sugere que as imagens do matemático estão totalmente relacionadas às da Matemática.

Para que outras experiências matemáticas sejam vividas de forma estética e humana, em oposição ao que se encontra na literatura, as Artes e tecnologias são importantes. Nesse sentido, entram as PMDs que, como comentado, pode mudar longas tradições (GEROFSKY, 2006) da Educação Matemática, integrando Arte e

³² "The theme of presenting mathematicians as silly and even stupid, appears to be a universal one with pupils, along with the appearance in these drawings of mathematicians doing, or having difficulty doing, the simplest arithmetic calculations" (PICKER; BERRY, 2000, p. 83).

tecnologia ao pensamento imaginativo (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010). Diversos trabalhos sobre PMDs, então, abordam a questão da IPM.

Gadanidis e Scucuglia (2010) reconhecem a imagem dos estudantes e dos adultos sobre a Matemática e os matemáticos como negativa, associadas à frieza, ao trabalho de sala de aula tradicional e apontam imagens alternativas às negativas ao discutirem o projeto “The Windows into elementary Mathematics”. Eles sugerem que a criação de objetos virtuais de aprendizagem a partir da noção de PMD pode contribuir para o rompimento com esses estereótipos, na medida em que tentam transmitir uma sensação de beleza, destacando o esforço humano e a colaboração que são necessários para a discussão de ideias matemáticas, no caso, os padrões.

O trabalho de Scucuglia (2014) explora uma prova visual da convergência de uma série geométrica por duas PMDs produzidas. O autor cria uma analogia com o filme “O Guia dos mochileiros das Galáxias” (ADAMS, 2005) para a aula de Matemática, pois, na visão dos alunos, as aulas são como um recital das funestas poesias dos Vogons que, para ter público em seus recitais, torturavam a fim de convencer e chantagear os prisioneiros em troca de vantagens. Então, Scucuglia (2014) sugere que a dificuldade dos alunos em ver a beleza na Matemática se relaciona com a poesia dos Vogons e os motivos que levaram à associação da aula de Matemática com esses recitais.

Além disso, Scucuglia (2014, p. 969) aponta que:

Os estudantes tomaram conhecimento de imagens *alternativas* sobre a Matemática e sobre os matemáticos durante o processo dialógico que ocorreu nos cursos, principalmente o matemático como poeta e músico. Contudo, ao produzirem uma PMD, eles buscaram exibir tanto algumas dessas imagens alternativas quanto os estereótipos que dizem respeito a imagem pública dos matemáticos. A busca foi pela diversidade de papéis artísticos e imagens (SCUCUGLIA, 2014, p. 969).

Mais recentemente, a já abordada dissertação de mestrado de Lacerda (2015), perpassa a IPM em um cenário de PMDs teatrais, apontando potencialidades quanto a transformações das imagens por parte dos estudantes, que expressaram em vários momentos as já citadas imagens negativas associadas à disciplina escolar, cotidiano, recompensa, símbolos matemáticos.

Dentro desse contexto, esta pesquisa se constitui, também, na tentativa de apresentar uma possibilidade de construção de imagens alternativas para a Matemática ao trabalhar com professor em sua formação inicial, dentro do contexto

performático de inovação tecnológica e criatividade artística. No capítulo seguinte, a viagem passará pela Metodologia de pesquisa e seus procedimentos.

CANTO II – A PRODUÇÃO DOS CANTOS

Este capítulo navega pela metodologia de pesquisa adotada, bem como pela justificativa dessa escolha. Também, flutua pelo contexto em que a pesquisa se desenvolveu, perpassando o cenário no qual ocorreu a produção de dados, os sujeitos envolvidos, os procedimentos utilizados para produzi-los e o conteúdo matemático trabalhado, além de abordar como foi conduzida a análise de dados.

3.1 Jornada pela pesquisa qualitativa

A metodologia adotada para o desenvolvimento desta pesquisa foi a metodologia qualitativa (ARAÚJO; BORBA, 2013; GOLDENBERG, 2004; LINCOLN; GUBA, 1985; POUPART *et al.*, 2010):

Pesquisa qualitativa
 Intercessão subjetiva
 Em movimento dinâmico
 Zela o discurso humano

Produção interrogativa
 De teoria tão ativa
 Do entendimento mundano
 Bem longe do leviano

Planejamento flexível
 Vive o design emergente
 No seu desenvolvimento

Pode o momento sensível
 Mudar a visão corrente
 Tácito conhecimento

Pesquisa qualitativa – Gabriel Gregorutti³³

A poesia escrita por mim retrata algumas das características acerca da metodologia de pesquisa qualitativa, tais qual a intervenção subjetiva do pesquisador, que vai além da opinião leviana, ou seja, que representa a compreensão do sujeito (GOLDENBERG, 2004); o conhecimento dinâmico (BORBA, 2004), negociado; e o planejamento flexível (LINCOLN; GUBA, 1985). Tais características serão abordadas de modo mais profundo neste capítulo.

No contexto das minhas inquietações e angústias iniciais já relatadas no Prólogo e dentro da minha trajetória acadêmica, cheguei à pergunta-diretriz: Como as performances matemáticas digitais (PMDs) em um trabalho com atividades

³³ Soneto com catorze versos heptassílabos com rimas AABB AABB CDE CDE.

interdisciplinares podem ajudar a mudar a percepção dos alunos em direção à Matemática como experiência humana e estética?

Com o avanço dos estudos, percebi, considerando a natureza dos dados produzidos, que seria inviável estudar uma mudança de percepção dos alunos, porque teria que produzir dados em dois momentos diferentes (1) pré-ambiente performático; e 2) pós-ambiente performático, o que não se configurou no cenário investigado e o que seria inviável pela questão do tempo. Nesse longo caminho, cheio de idas e vindas (ARAÚJO; BORBA, 2013), elaborei a pergunta atual, que tem como objetivo investigar aspectos sobre a IPM em um cenário no qual estudantes de graduação em Matemática estiveram engajados na produção de PMDs: Como ocorre o processo de construção de imagens sobre a Matemática em um cenário no qual futuros professores de Matemática produzem PMDs? Tais transformações ocorridas são típicas da pesquisa qualitativa, pois elas carregam o design emergente que, para Lincoln e Guba (1985, p. 41):

[...] permite que o design da pesquisa emergja (flua, desdobre-se) em vez de ser construído de modo pré-ordenado (a priori), porque é inconcebível que se conheça suficientemente antes do tempo acerca das múltiplas realidades a fim de programar o design adequadamente; porque o que emerge da interação entre investigador e o fenômeno é largamente imprevisível; porque o investigador não pode saber suficientemente os padrões e as formas mútuas que estão por vir; e porque os vários valores do sistema envolvido (inclusive os do investigador) interagem de modo imprevisível, alterando os resultados (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 41)³⁴.

Tendo em vista o que queria investigar, precisava determinar qual maneira adotaria para trabalhar, tendo em mente que nenhuma pesquisa provoca consenso quanto à sua metodologia, sendo ela apenas mais apropriada para um caso específico (HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c). Com base no fato de que não estava preocupado com a representatividade em termos de números do grupo de participantes do curso de extensão, “mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social” (GOLDENBERG, 2004, p. 14), adotei a metodologia de pesquisa qualitativa, já que nela:

Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes

³⁴ “[...] allow the research design to emerge (flow, cascade, unfold) rather than to construct it preordinately (a priori) because it is inconceivable that enough could be known ahead of time about the many multiple realities to devise the design adequately; because what emerges as a function of the interecation between inquirer and phenomenon is largely unpredictable in advance; because the inquirer cannot know sufficiently well the patterns of mutual shaping that are likely to exist; and because the various value systems involved (including the inquirer’s own) interact in unpredictable ways to influence the outcome” (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 41).

dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los (GOLDENBERG, 2004, p. 93).

Segundo Borba (2004, p. 2), a pesquisa qualitativa:

[...] prioriza procedimentos descritivos à medida que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro", dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. Isso não quer dizer que se deva ignorar qualquer dado do tipo quantitativo ou mesmo qualquer pesquisa que seja feita baseada em outra noção de conhecimento.

Nesse contexto de conhecimento como compreensão que é negociada, que admite a interferência subjetiva do pesquisador (GOLDENBERG, 2004), que admite o inesperado (ARAÚJO; BORBA, 2013) tal metodologia de pesquisa pode ser entendida como o caminho para se escapar da mesmice, uma vez que “lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas” (ARAÚJO; BORBA, 2013, p. 21). Essas características tornam importante a consistência entre métodos de investigação e perspectivas teóricas (BORBA, 2004).

Com base nisso, lembro que “quanto mais se recorta o tema, com mais segurança e criatividade se trabalha” (GOLDENBERG, 2004, p. 72), por isso também a mudança na pergunta-diretriz, a fim de buscar melhores interpretação e entendimento dos dados (ARAÚJO; BORBA, 2013), uma vez que a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo, em uma abordagem naturalística (DENZIN; LINCOLN, 2006).

Pensando além desses entendimentos, Borba (2004) ressalva que as características típicas das pesquisas qualitativas - que descrevi anteriormente - não devem ser vistas como regras, pois a própria concepção de pesquisa qualitativa é dinâmica, movendo-se e levando a noções diferentes, corroborando com a afirmação acerca da pluralidade de pontos de vista epistemológicos e teóricos e grande variedade de técnicas descritos em Poupart *et al.* (2010).

Uma das perspectivas conceituais é o estudo de caso (GOLDENBERG, 2004; HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c; PIRES, 2010; STAKE, 2000a), que se tornou adequado para esta pesquisa, na medida em que permite um acompanhamento mais minucioso da coleta (GOLDENBERG, 2004) de histórias detalhadas do processo de ensino e aprendizagem (HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c) o que ajuda a estudar as ações e pensamentos dos participantes no cenário natural e em suas funções naturais (STAKE, 2000).

O estudo de caso, ainda, permite:

[...] compreender algumas questões relativas às transformações sociais e culturais, pois se pode apreender a cultura e os mecanismos sociais em ação, a partir dos fenômenos “normais”, rotineiros, que, sem serem extremos ou excepcionais, revelam-se como excelentes fios condutores para análise de diferentes aspectos da sociedade (PIRES, 2010, p. 1993).

Essa compreensão de transformação é pertinente ao que quero ao estudar, ou seja, o processo de construção da IPM no ambiente performático.

Pensando no ambiente performático, já expus no prólogo que um dos motivos que me guiou a externar a pesquisa por meio de poesia foi uma inquietação pessoal, então, se a dissertação explora uma possibilidade didático-pedagógica por meio das Artes (PMDs), por que não escrevê-la em forma de cantos poéticos? Com isso, decidi escrever um poema, ou mais, por capítulo. Para tanto, pesquisei na literatura sobre *Arts-Based Research* (FINLEY, 2005; GREENWOOD, 2012; MCNIFF, 2008; ROLLING JR, 2010), metodologia que surgiu em um contexto pós-moderno (FINLEY, 2005) e que pode ser entendida de modo dominante por duas maneiras:

Na primeira, um ou mais das Artes são utilizadas como ferramentas para estudar uma questão, talvez social ou educacional. Nesses casos, os processos artísticos são utilizados para coleta de dados, para análise de dados, para apresentar os resultados, ou por outros propósitos. Na segunda maneira, a pesquisa é uma investigação sobre as Artes mesmo, uma procura por entendimento e descrição das camadas complexas de significado dentro de um trabalho artístico. Em alguns casos, as pesquisas envolvem a combinação das duas (GREENWOOD, 2012, p. 3)³⁵.

Em minha visão, combino as duas, pois de certa forma analiso as PMDs – Arte – na busca de entender a construção da IPM, expressando a pesquisa por meio de poemas³⁶, em alguns momentos, devendo ficar claro que minha intenção ao selecionar uma metodologia baseada na Arte não é produzir uma obra de Arte para exame acadêmico. Minha intenção aqui é investigar, a partir do espírito criativo, intuitivo, abertos para a emergência do novo, que é comum à expressão artística (CORNEILL, 2013), acerca da IPM em um ambiente performático.

Com essa intenção declarada, tenho que tomar alguns cuidados metodológicos, o primeiro deles vai ao encontro do que diz (ROLLING JR, 2010) sobre

³⁵ "There are two dominant overall approaches within the broad paradigm of art-based research. In the first, one or more of the arts are used as tools to study an issue, perhaps a social or an educational one. In such cases the art processes could be used for collecting data, for analysing it, for presenting findings, or for several of these purposes. In the second approach, the research is an investigation into the arts themselves, a search for way to understand and describe the complex layers of meaning within an art work or an art form. Of course, in some cases, the research may involve combinations of both approaches" (GREENWOOD, 2012, p. 3).

³⁶ Entendo poema como uma composição em versos nesta dissertação.

ter intenção crítica ao desenvolver uma pesquisa com *Arts-Based Research* ao apresentá-la seja para uma audiência de colegas ou para um público que têm em comum o interesse pelo problema de pesquisa. Por isso, no caso dos entrevistados ou das respostas dos questionários, escrevi os poemas com total respeito ao que foi dito por eles, o que me levou a apenas expressá-las de modo artístico, às vezes desconsiderado as minhas reflexões e os meus pensamentos. Isto é, se algum deles disse uma frase da qual eu discordo, eu mantenho o tema do argumento no poema, obviamente, na medida em que estou comunicando esses dados pelas poesias.

Por exemplo, para escrever o “Soneto da imagem pública da Matemática” que está na seção “Imagem pública da Matemática” do Canto I, parti de trechos das entrevistas que realizei com participantes do curso de extensão. Para criar o verso “Geralmente em problema inalcançável”, tive como base as falas: “Para os alunos da Educação Básica, a Matemática é algo difícil, porque é inacessível de certa forma”; e “Então, isso distancia o aluno realmente. Fá-lo [faz ele] acreditar que aquilo é muito difícil, que ele tem que aceitar e não realmente chegar e entender”. As afirmações anteriores foram também utilizadas para escrever os versos “Nas fórmulas em reunião emblemática/ Que se perde na frieza esquemática/Da sisudez do ciclo inexorável”, juntamente com outras falas: uma que dizia que “não precisava se preocupar [com a fórmula], que era uma regra matemática”; e “É exercício mesmo de aplicar a fórmula, aplicar o conteúdo. Fica mecânico e inacessível”.

Outro aspecto metodológico importante é que utilizarei em alguns momentos “Poemas do Eu”³⁷, com base no trabalho de doutorado de Sauder (2009). A autora diz que os poemas do eu capturam fortes e profundas ilustrações da consciência interna dos entrevistados (no caso dela, adultos superdotados), o que é pertinente no caso de uma pesquisa qualitativa como esta, às vezes revelando inesperáveis significados e temas e oferecendo perspectivas e olhares diferentes. Tais poemas do eu representam construções poéticas a partir das falas literais dos entrevistados, respeitando a ordem cronológica e a temática dita por eles, o que sigo quando opto por esse método de comunicação, como na afirmação de uma participante “Na performance o matemático pode ser criativo e esta imagem ninguém tem, publicamente”, que comunico por meio da seguinte construção poética do eu:

Na performance
o matemático

³⁷ Nossa tradução para “*I Poems*”.

pode ser criativo
e esta imagem
ninguém tem,
publicamente

Carolina

Tendo discutido aspectos da metodologia qualitativa adotada nesta pesquisa, bem como a escolha por *Arts-Based Research*, navego na seção seguinte pela explicitação do contexto da pesquisa, perpassando os sujeitos, o curso em que a produção de dados foi desenvolvida, a Matemática trabalhada, bem como quais PMDs foram criadas.

3.2 Contextualizando a viagem

O cenário de investigação foi um curso de extensão realizado na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), campus de São José do Rio Preto, entre janeiro e fevereiro de 2015. O curso foi ministrado pelo Prof. Dr. Ricardo Scucuglia³⁸, orientador desta pesquisa, e contou com minha colaboração.

A escolha desse cenário se deu pelo curso de extensão ter como objetivo a produção de PMDs e pelo público alvo ter como foco licenciandos em Matemática, tendo em vista a supracitada lacuna em relação a investigações acerca da IPM na formação de professores em um ambiente performático.

Após a escolha do cenário, fizemos a divulgação do curso por meios oficiais da UNESP, como o site e o e-mail institucional. O período de inscrição durou um mês e vinte licenciandos se matricularam no curso. Ao final do prazo de inscrição, elaboramos uma carta de autorização que explicava brevemente a pesquisa que seria desenvolvida e que perguntava se poderia ser utilizada a imagem dos alunos, bem como suas falas durante o curso ou nas entrevistas e a resposta deles ao questionário. Após a entrega e a devolutiva por parte dos alunos, iniciamos o curso e, consequentemente, a produção dos dados.

Desse modo, os sujeitos desta pesquisa são vinte alunos do curso de Licenciatura em Matemática da já referida instituição e que tiveram interesse em participar do curso de extensão. No momento da produção de dados, a maioria deles cursava a disciplina de Estágio Supervisionado na referida instituição, haja vista que eram alunos do terceiro ano da Licenciatura em Matemática.

³⁸ Será denominado, às vezes, no texto como “professor”.

Eles são denominados na descrição dos dados com nomes fictícios, por questões éticas, já que concordaram em participar da pesquisa, mas sem seus nomes serem expostos. Explicarei na próxima seção os procedimentos metodológicos, bem como a justificativa pela adoção deles, mas já relato nesta seção que quatro deles concederam entrevistas semiestruturadas (HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c; POUPART *et al.*, 2010) e outros dois deles responderam ao questionário (HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c).

Foram quatro encontros de cinco horas cada, totalizando vinte horas, por quatro sextas-feiras seguidas. As atividades foram nesse dia da semana por sugestão dos alunos, uma vez que muitos deles dependem de transporte para outras cidades próximas a São José do Rio Preto.

A sala de aula foi uma sala da UNESP, campus de São José do Rio Preto. Em minha visão, ela estava enquadrada, durante todos os encontros, como um ambiente multimodal de aprendizagem (WALSH, 2011) que já foi abordada no capítulo anterior. Portanto, em todos os encontros, os alunos podiam utilizar projetor, laptops, lápis de cor, gizes de cera, figurinos de vários tipos (chapéus, perucas, maquiagem, roupas, etc.), instrumentos musicais, gizes de lousa, etc. para a produção de conhecimento, por meio das PMDs.

No primeiro encontro, iniciamos (professor Ricardo e eu) o curso, explicando sua forma de realização e quais seriam os focos principais. Para tanto, o professor realiza uma introdução acerca da imagem pública da Matemática (fria, chata, difícil, etc.), apontando, na sequência, quais ideias matemáticas seriam exploradas (Teorema das Quatro Cores e Série Geométrica Convergente). Posteriormente, abordarei de modo mais minucioso cada uma delas.

No começo deste encontro, por não falarmos ainda diretamente sobre o que é PMD e como seria feito o processo de produção, os alunos demonstraram certa falta de reação sobre como seria produzir as performances, estando meio parados em vários momentos, talvez por alguns ainda não se sentirem tão à vontade diante da câmera com a qual filmamos todas as atividades, a fim de produzir dados para esta e outras pesquisas ou por estarem mais preocupados em como ocorreria o curso (atividades, avaliação, etc.).

Com o desenrolar dos diálogos, explicamos as diversas formas de entendimento acerca da PMD e mostramos algumas para eles, como o *Harlem Shake* produzido por alunos de um curso de extensão realizado na UNESP de Rio Claro que

já foi abordado no Prólogo, como exemplo de PMD a partir de Scucuglia (2014). Também comentamos que as PMDs produzidas seriam enviadas para o *Math + Science Performance Festival*.

Em seguida, propusemos que os alunos produzissem coletivamente, ao longo do curso de extensão, duas performances, pelo menos, abordando os temas matemáticos os quais propusemos. Eles tiveram liberdade para escolher o que queriam produzir e decidiram por: 1) Vídeo a partir de um *Harlem Shake*; e 2) Música a partir de melodias sugeridas por nós, professores.

Nesse momento, a reação da sala mudou de certa apatia ou desinteresse para empolgação, com várias perguntas feitas, tudo isso causado, principalmente, pela ideia de produzir um *Harlem Shake*. Também, pela apresentação de uma matemática famosa, Danica McKellar, e seus livros. Tal autora estudou Matemática na *University of California*, Los Angeles (UCLA), provando um teorema durante curso e sofrendo muito preconceito, por ser considerada uma mulher bonita, além de ter sido famosa na adolescência por ser atriz de uma popular série de televisão. Para combater esse preconceito, Danica McKellar escreveu livros³⁹ pautados em aspectos sensuais, diferentes do que é característico com relação à imagem da Matemática e dos matemáticos, conforme abordo no canto I.

Tendo em vista que os alunos escolheram compor músicas a partir de melodias que produzimos, a parte final desse dia foi dedicada a apresentar aos alunos as melodias. Eles escolheram trabalhar com uma que era do gênero sertanejo. Após, foi feita uma discussão sobre como seria feita a composição da letra da música, os alunos optaram por escolher a letra de modo coletivo. As atividades do dia encerraram ulteriormente ao início da discussão realizada sobre onde seria filmado o videoclipe do *Harlem Shake*, qual seria o figurino e qual seria o roteiro.

O segundo encontro teve em seu início uma revisão sobre o que foi abordado e combinado no primeiro e a empolgação da turma foi notória, devido a ampla participação dos alunos, com diversas sugestões, enquanto o professor expõe o que pensou para a produção do videoclipe.

³⁹ MCKELLAR, Danica. *Hot X: Algebra exposed*. New York, Plume: 2006.; MCKELLAR, Danica. *Math doesn't suck.: How to survive to middle school math without losing your mind or breaking a nail*. New York: Plume, 2008. ; MCKELLAR, Danica. *Kiss my Math: Showing pre-Algebra who's boss*. New York: Plume, 2010. MCKELLAR, Danica. *Girls get curves: Geometry takes shape*. New York: Hudson Street Press, 2012.

Na sequência, o Teorema das quatro cores (T4C) foi discutido de modo mais profundo, gerando ótimas intervenções dos participantes, até que sugeriram que seria interessante passar uma mensagem subliminar para expressar o T4C durante o vídeo. Foi nesse momento que os alunos decidiram quais cores queriam representar, sendo elas: azul, amarelo, vermelho, preto e verde. São escolhidas cinco cores, porque a ideia era mostrar na primeira parte que é possível pintar com cinco cores um mapa, sem que a mesma cor faça fronteira, com uma personagem tentando comunicar que é possível com quatro também (T4C), o que será vislumbrado na segunda parte do *Harlem Shake*, em diferentes versões. Além dessas decisões, os alunos apontaram que seria interessante ter o mesmo número de participantes representando cada cor no processo de filmagem, bem como quem será o protagonista.

Na segunda parte do encontro, os participantes discutiram sobre a Série Geométrica Convergente $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$, ideia matemática proposta para composição da letra da música, que será discutida posteriormente nesta seção. Os professores do curso conduziram a demonstração da Série Geométrica Convergente na lousa, utilizando diversos recursos, entre eles, a internet, caderno, giz, projetor, gestualidade, etc. A discussão foi longa, com aprofundamento teórico, e envolveu a participação de todos. Na sequência, nas últimas horas das atividades do dia, os alunos se reuniram em círculo para iniciarem o processo de composição. Um dos alunos é membro de uma dupla sertaneja, então, ele pegou o violão para ajudar no processo, conforme se vê na figura 1:

Figura 3 - Alunos compondo a letra da música



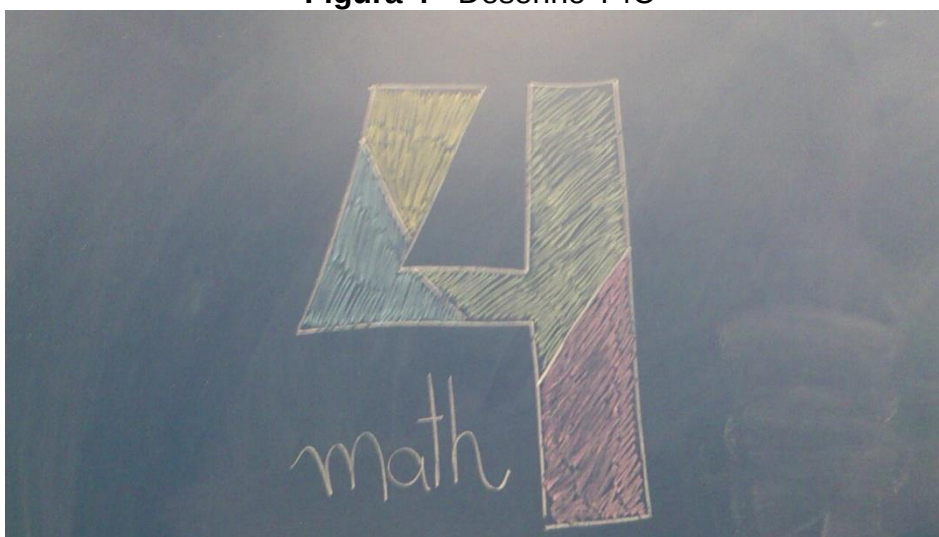
Fonte: Dados da pesquisa.

O encontro encerrou-se com a primeira versão da letra da música sendo composta: “O que fazer pra te conquistar/Se a metade do caminho eu chegar/Caminhando, passo a passo/Já andei mais um quarto//Minha razão é você/Mas o $\frac{1}{2}$ é a da PG/Com a soma, vou chegar/Convergir pra te amar”.

O terceiro encontro iniciou-se com os alunos relembando pontos importantes da aula anterior. Vários deles demonstraram preocupação com o conceito que deve ser exposto na música e como ele está sendo feito. Para ajudar, os professores em conjunto com os alunos listaram palavras-chave que a letra até então abordou. Nesse momento, é definido o título da música: “Juntos somos um”, bem como é aprovada a versão final, após mais uma sessão de composição: “O que fazer pra te conquistar/Se metade do caminho eu alcançar/Caminhando, passo a passo/Já andei mais um quarto//Minha razão é você/Mas o $\frac{1}{2}$ é a da PG/Com a soma vou chegar/Convergir pra te amar//Progredindo ao infinito/Essa série vai convergir/Temos partes em comum/Nós dois juntos somos um”.

Na sequência, trabalhou-se com o T4C, surgindo uma grande inquietação acerca do que é fronteira, do que é limite e do que é ponto, com os alunos apresentando várias definições para esses conceitos, até que um deles desenhou na lousa o que teria entendido sobre o teorema:

Figura 4 - Desenho T4C



Fonte: Dados da pesquisa.

Após, os alunos passaram a pensar no processo de produção de filmagem do vídeo do Harlem Shake. A criatividade foi colocada em prática, sendo que muitos alunos deram várias sugestões muito interessantes, dentre elas, pintar um mapa que

seja uma representação do logo da UNESP, jogo matemático com quatro cores, pintar unhas com as quatro cores, etc.:

Figura 5 - Unhas de uma participante pintadas com quatro cores



Fonte: Dados da pesquisa.

O resto da sessão foi dedicado a ensaiar para o *Harlem Shake* e para o início das filmagens, que não se encerrou devido à falta de tempo.

Destacou-se o grau de detalhe dos participantes, que pensavam em cada ponto com minúcia: posição da câmera, sequência do filme, roteiro, ordem das pessoas, figurino, etc. Uma inquietação que se manteve presente em todos os momentos do curso foi a preocupação além da artística, isto é, com a Matemática. Em todo momento, os participantes queriam que a PMD que eles estavam produzindo fosse conceitualmente forte.

O quarto encontro foi marcado pela filmagem do *Harlem Shake* matemático. Antes, apenas são lembrados alguns pontos discutidos na aula anterior. Durante o processo de filmagem, a empolgação foi enorme, o que pode ser visto, por exemplo na figura 6:

Figura 6 - Empolgação dos alunos durante a filmagem



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao final do curso, foram produzidas sete PMDs, sendo elas: 1) Harlem Shake – Praise version⁴⁰; 2) Harlem Shake – Crazy version⁴¹; 3) Harlem Shake – Game version⁴²; 4) Harlem Shake – Multiple images version⁴³; 5) 4 Color Harlem Math Shake⁴⁴; 6) Música “Juntos Somos um”; e 7) Videoclipe da música “Juntos somos um”⁴⁵.

É importante ressaltar que o videoclipe foi produzido em uma versão de teste de 30 dias do Adobe Flash, sendo que a bolsa de mestrado não era suficiente para comprar a versão completa do programa. Além disso, a música foi gravada tendo como cantores dois participantes do curso no programa “*Logic Pro X*” para Macintosh, a partir das melodias criadas no mesmo programa pelo Prof. Ricardo. Os vídeos do Harlem Shake foram editados, utilizando o “Final Cut”, também para Macintosh.

Ademais, as performances “4 color Harlem Math Shake” e o “videoclipe Juntos somos um” foram enviados para o já abordado *Math + Science Performance Festival* com o videoclipe sendo escolhido entre um dos premiados pela comunidade de matemáticos que avaliam as PMDs enviadas.

Ponto importante das PMDs, a ideia matemática, como já dito, foi assunto que despertou interesse dos participantes, com discussões longas e profundas. Para o curso de extensão analisado, foram escolhidas duas ideias matemáticas para serem trabalhadas: Teorema das Quatro Cores (T4C) e Série Geométrica Convergente, esta e sua prova visual encontradas em forma de poema (ZWICKY, 2000), por serem *Big Math Ideas* (GADANIDIS; HUGHES, 2011), de piso alto e teto baixo (GADANIDIS, 2012), importantes para o aspecto conceitual de uma PMD, ao abrirem espaço para surpresas matemáticas.

Segundo Costa (2011), o T4C é um problema importante dentro da teoria dos grafos, sendo que um grafo $G(V;E)$ é “constituído por um conjunto $V = V(G)$, cujos elementos são chamados vértices, pontos ou nós de G e um conjunto $E = E(G)$ de pares não ordenados de vértices distintos, chamados arestas de G ” (EDUARDO, 2015).

⁴⁰ https://www.youtube.com/watch?v=062SIX_8lbk.

⁴¹ <https://www.youtube.com/watch?v=YkRnU0i8Mmo>.

⁴² <https://www.youtube.com/watch?v=DG8CkpUC6Es>.

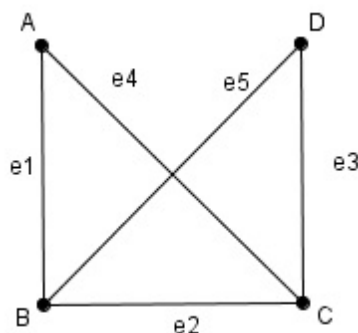
⁴³ <https://www.youtube.com/watch?v=AnzN0wY4qhg>.

⁴⁴ https://www.youtube.com/watch?v=wG_ku9resmc.

⁴⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=mRi65jETHH.I>

Um exemplo de grafo seria o da figura abaixo, na qual V consiste dos vértices A, B, C e D , além de E ser composto pelas arestas E é composto por arestas $e1 = \{A;B\}$, $e2 = \{B;C\}$, $e3 = \{C;D\}$, $e4 = \{A;C\}$ e $e5 = \{B;D\}$ (EDUARDO, 2015):

Figura 7 - Exemplo de grafo



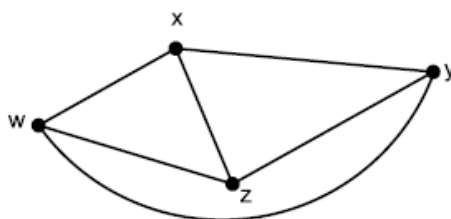
Fonte: (EDUARDO, 2015).

Dentro do estudo acerca dos grafos, o Teorema das Quatro Cores parte da pergunta: é possível colorir um mapa com no máximo quatro cores de um modo que os países adjacentes possuam cores distintas? (EDUARDO, 2015).

Para buscar uma solução do problema proposto, usa-se a coloração de grafos, já que o mapa pode ser representado por um grafo, tendo os vértices como países e as arestas denotando quais países são adjacentes. Não há solução teórica para este problema, isto é, ele nunca foi resolvido por deduções lógicas ou por resultados matemáticos. Ele foi provado apenas por meio de computadores (EDUARDO, 2015).

Tal solução envolve muitos cálculos e só é possível mediante o uso de um computador de altíssima velocidade. De modo específico, Kenneth Appel e Wolfgang Kaken demonstraram que, para o T4C ser falso, dever-se-ia ter um contraexemplo para os diferentes tipos de grafos planares, que são grafos que possuem uma representação gráfica, tendo quaisquer duas arestas se interceptando possivelmente apenas em vértices (COSTA, 2011):

Figura 8 - Grafo planar



Fonte: (COSTA, 2011).

Os matemáticos Appel e Kaken, ao utilizarem o computador de alta velocidade, mostraram que nenhum desses grafos possuía tal contraexemplo, provando que o Teorema das Quatro Cores é válido. Porém, nem toda comunidade matemática aceita essa prova por ela ser conseguida apenas por meio do computador (EDUARDO, 2015).

Segue um exemplo de figura representando o T4C, a partir de uma das PMDs produzidas durante o curso de extensão analisado nesta dissertação. A figura foi criada a partir de um jogo matemático composto por formas geométricas pintadas em quatro cores diferentes, sendo que a mesma não podia fazer fronteira:

Figura 9 - Figura Teorema das Quatro Cores



Fonte: Dados da pesquisa.

O Teorema das Quatro Cores foi escolhido pela riqueza matemática que pode trazer (SCUCUGLIA; GREGORUTTI, 2015), bem como da importância de provas visuais no contexto educacional atual, com várias explorações em diferentes níveis de ensino. Sintetizo essas ideias e discussões no poema a seguir:

Nesse teorema
Uso quatro cores
E acaba o problema

Colorindo um mapa
Sem as suas fronteiras
Repetir tintura

Pra mim ele vale
Mesmo sem portar
Solução teórica

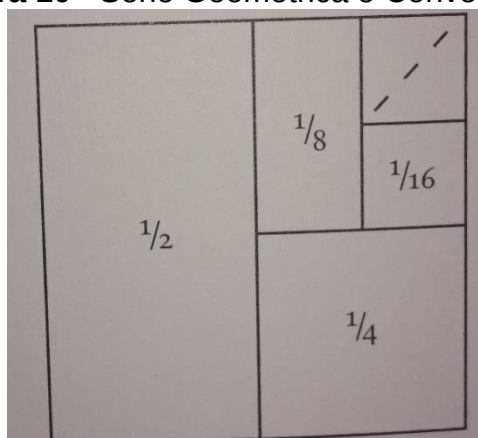
Resolvido apenas
No computador
Sem dedução lógica

Nesse teorema – Gabriel Gregorutti⁴⁶

⁴⁶ Quatro estrofes de três versos pentassílabos.

Outra ideia matemática trabalhada durante o curso de extensão foi Série Geométrica Convergente $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$, cuja prova pode ser demonstrada do seguinte modo: $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \rightarrow 2S = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots\right) \rightarrow 2S = \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} \dots \rightarrow 2S = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) \rightarrow 2S = 1 + S \rightarrow 2S - S = 1 \rightarrow S = 1$. Esta Série Geométrica Convergente pode ser representada geometricamente da maneira apresentada na figura a seguir:

Figura 10 - Série Geométrica e Convergente



Fonte: (ZWICKY, 2000).

Embora não tenha sido conduzida pelos participantes desta pesquisa, outra forma de provar esse resultado é da seguinte maneira:

Considere a PG infinita $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots)$.

Forme a sequência $(S_1, S_2, \dots, S_n, \dots)$ em que:

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$S_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

.

.

.

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n} = \frac{2^n}{2^n} - \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

Essa última sequência converge para 1, pois

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 1 - 0 = 1$$

Prova por indução:

$$P(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$$

$$P(1) = \frac{1}{2^1} = \frac{2^1 - 1}{2^1} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ OK}$$

Suponha que $P(k)$ é verdadeiro $\forall k \geq 1$, ou seja,

$$P(k) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^k} = \frac{2^k - 1}{2^k}$$

Essa é nossa hipótese de indução (HI).

Provemos que $P(k+1)$ é verdadeiro, isto é:

$$P(k+1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} = \frac{2^{k+1}-1}{2^{k+1}} = \frac{2^k-1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} = \frac{2^{k+1}-1}{2^{k+1}} (*)$$

Note que:

$$\frac{2(2^k - 1) + 1}{2^{k+1}} = \frac{2^{k+1} - 2 + 1}{2^{k+1}} = \frac{2^{k+1} - 1}{2^{k+1}} (**)$$

Por (*) e (**), temos que $P(k+1)$ é verdadeiro $\forall k \geq 1$.

Logo, por PIF, temos que $P(n)$ é verdadeiro $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Adotamos esta série por ela ser muito rica em termos educacionais (GADANIDIS, 2012), permitindo-nos que explorasse noções como o infinito, a partir de frações, ao produzir as PMDs, concebida, entre outras concepções, como possibilidade didático-pedagógica para a Educação Matemática, como referenciado no Canto I.

Tendo passado a viagem pelo contexto da pesquisa, os sujeitos dela, descrito cada um dos encontros e a Matemática trabalhada durante o minicurso, passo a seguir a navegar pela apresentação dos procedimentos metodológicos.

3.3 Como procedeu a navegação?

Esta pesquisa contou com quatro procedimentos para produção de dados, sendo eles: diário de campo, videograções das aulas, questionários e entrevistas com participantes do curso de extensão e as PMDs produzidas. Escolhi esses procedimentos a fim de me enquadrar no paradigma qualitativo, visando maior credibilidade para com os objetivos desta pesquisa (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2010).

Explicarei como foram utilizados cada um dos procedimentos metodológicos durante a produção de dados, começando pelo diário de campo, para o qual segui as instruções de (BOGDAN; BIKLEN, 1994), anotando o máximo de informações possíveis ao longo dos encontros, a fim de facilitar os processos futuros de descrição e análise de dados.

A videogração das aulas tinha como objetivo captar todo o processo de produção das PMDs. As filmagens serão analisadas de acordo com o modelo analítico e não linear de Powell, Francisco e Maher (2004), o qual explicarei na seção seguinte. Escolhi as filmagens com a intenção de produzir descrições dos estudantes envolvidos no curso de extensão, uma vez que elas permitem a captura de gestos e expressões, o que não é possível com a gravação apenas do áudio.

Para tanto, tinham duas câmeras digitais de uso pessoal disponíveis, sendo que utilizei uma de cada vez, para prevenção contra o possível descarregamento da

bateria, uma vez que é comum problemas técnicos durante as videograções (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004). Também utilizei tripés a fim de estabilizar as filmagens, o que ajuda a captar melhor o cenário investigado. Para não produzir vídeos muito grandes, o que tornaria muito difícil o trabalho com eles no computador, a filmagem era interrompida de 10min em 10min.

A câmera ficava posicionada em uma localização a qual permitia que toda a sala fosse filmada. Geralmente, ela se encontrava na frente, ao lado de uma das paredes, haja vista que pedia para os alunos se concentrarem dentro dessa angulação. Tal posicionamento também se justifica, devido ao áudio ser captado de uma maneira mais nítida, sendo que o instrumento de captação era o microfone da própria câmera.

Outro procedimento metodológico, as entrevistas semiestruturadas são parcialmente predeterminadas, porém são flexíveis, com respostas experimentais na tentativa de fazer com que os entrevistados se expressem de modo mais livre, a fim de aprofundar nas questões e observações deles (HANCOCK; ALGOZINNE, 2006c).

Para tanto, realizei entrevistas semiestruturadas com quatro integrantes do curso, escolhidos aleatoriamente, a fim de produzir dados para discutir sobre quais visões da Matemática foram construídas ao longo do processo de produção das PMDs. A adoção desse tipo de entrevista foi feita, também, uma vez que elas permitem:

[...] apreender a experiência dos outros, mas, igualmente, como instrumento que permite elucidar suas condutas, na medida em que estas só podem ser interpretadas, considerando-se a própria perspectiva dos atores, ou seja, o sentido que eles mesmos conferem às suas ações (POUPART, 2010, p. 217).

Cada entrevista durou cerca de vinte minutos e foi realizada individualmente ao final do curso. Como queria captar também os gestos e expressões, também segui o modelo analítico de Powell, Francisco e Maher (2004) para produzi-las.

Outros dois procedimentos metodológicos utilizados foram os questionários (LINCOLN; GUBA, 1985) e as PMDs (SCUCUGLIA, 2012).

Para tanto, distribuí questionários a quatro participantes entre os que não tinham realizado entrevista. Porém, apenas dois responderam a eles. Os questionários tinham perguntas similares às das entrevistas, buscando também dados para entender esse processo de construção da IPM em um cenário performático. Também com esse intuito, utilizarei como dados as PMDs produzidas:

Olha a videogração:

Registrando além da fala
Toda e qualquer expressão

Dando voz às entrevistas
Às inquietações das aulas
A compreensão enfatiza

Os sujeitos da pesquisa
Que produzem as performances
A magia que improvisa

Também serve como dados
Juntamente aos questionários
Depois serão analisados

Procedimentos Metodológicos – Gabriel Gregorutti⁴⁷

Como já expliquei, sete PMDs foram produzidas ao longo do curso de extensão e todas elas serão analisadas com base nas categorias de Scucuglia (2012), que já abordei no Canto I. A seção seguinte leva a viagem para a explicação de como conduzi a análise de dados.

3.4 Como analisar a viagem?

Pelos dados da pesquisa
Lá vem a etapa que visa
Orientar a resposta
Da interrogação proposta

A descrição que entroniza
Uma compreensão lisa
Na diversidade posta
Triangulação disposta

Pelos dados da pesquisa – Gabriel Gregorutti⁴⁸

O poema acima relata características da análise na pesquisa qualitativa, como a triangulação. A viagem passa nesta seção por sua análise, sendo que a etapa de análise está totalmente ligada ao problema de pesquisa, principalmente na pesquisa qualitativa:

A etapa da análise consiste em encontrar um sentido para os dados coletados em demonstrar como eles respondem ao problema de pesquisa que o pesquisador formulou progressivamente. Por isso, a análise ocupa um lugar de primeiro plano em toda pesquisa, mas, principalmente, na pesquisa qualitativa (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2010, p. 140).

Sendo assim, entenderemos análise de dados com um processo que visa à organização minuciosa dos dados que foram produzidos a partir de transcrições de

⁴⁷ Quatro estrofes com três versos heptassílabos.

⁴⁸ Duas estrofes de quatro versos heptassílabos.

entrevistas, notas de campo ou outros materiais utilizados (BOGDAN; BIKLEN, 1994). É importante lembrar que essa análise deve começar durante o processo de produção dos dados e assim eu fiz quando realizamos o curso de extensão, de modo que, mesmo que poderia vir a mudar, a pesquisa já tinha uma pergunta-diretriz.

A imagem pública da Matemática será analisada nesta pesquisa partindo das categorias de Furinghetti (1993), Lim e Ernest (1999) e Lim (1999), que, no geral, apontam a Matemática como ciência fria, chata, difícil, arrogante, etc. No Canto I já abordei essas pesquisas.

Como já dito, as PMDs foram analisadas de acordo com as quatro categorias criadas por Scucuglia (2012) em sua tese de doutorado, as quais têm como base as categorias de Boorstin (1990): 1) Característica racional – novo, maravilhoso, surpresa; 2) Observador – sentido (o pensamento matemático envolvido); 3) Vicária; e 4) Visceral; e seu processo de produção com a lente teórica dos seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005; BORBA, 2012), na investigação acerca de quais imagens da Matemática foram construídas ao longo do curso de extensão sobre PMD. A primeira, tendo em vista nosso foco, no sentido de verificar quais categorias foram exploradas nas PMDs produzidas. A segunda, a respeito da possível formação de coletivos entre seres-humanos e mídias, sendo que:

Dentro dessa perspectiva, tecnologia não é vista somente reorganizando o pensamento, mas também reorganizando outras dimensões da vida humana. O conhecimento é produzido por um coletivo de seres-humanos-com-mídias não apenas pela cognição, mas como um resultado afetivo e tendo motivos relacionados ao valor. O papel e a escrita na sala de aula regular têm um valor simbólico para aqueles que estão aprendendo. Leitura e escrita sempre foram símbolos da busca por conhecimento. Esses símbolos gradualmente ganharam a companhia da internet com os mecanismos de procura, sendo que ao que tudo indica logo estarão acompanhados de assistir, editar, pesquisar e discursos multimodais (BORBA, 2012, p. 805)⁴⁹.

Tanto as categorias quanto o constructo teórico seres-humanos-com-mídias foram explicitados de modo mais profundo no Canto I.

As entrevistas semiestruturadas e as videogravações das aulas foram analisadas segundo o modelo analítico e não linear de Powell, Francisco e Maher

⁴⁹ "Within this perspective, technology is seen not just as reorganizing thinking but also as reorganizing other dimensions of human life. Knowledge is produced by collectives of humans-with-media not only through cognition but also as a result of affective and value-related motives. The pen and writing in regular classrooms have had a symbolic value for those engaged in learning. Reading and writing have always symbolized the pursuit of knowledge. These symbols have gradually gained the company of the internet combined with search devices as it seems that reading and writing will soon be joined by watching, editing, and searching and multimodal discourses" (BORBA, 2012).

(2004) que visa estudar o desenvolvimento do pensamento matemático em sete fases, sendo elas: 1) Observar atentamente aos dados do vídeo; 2) Descrever os dados do vídeo; 3) Identificar eventos críticos; 4) Transcrever; 5) Codificar; 6) Construir o enredo; 7) Compor a narrativa.

A primeira fase consiste na etapa de observar os dados dos vídeos, a fim de se familiarizar com eles, ainda sem uma lente analítica. A segunda etapa é o momento de descrição dos dados, tentando conhecer os mínimos detalhes, a fim de ganhar tempo. A terceira é a identificação de eventos críticos, que são entendidos como:

Evento crítico são contextuais. Um evento é crítico em sua relação a uma questão particular perseguida pela pesquisa. Assim, uma instância na qual os aprendizes apresentam uma explicação matemática ou argumento, pode ser significativa para uma questão de pesquisa preocupada com a construção de justificação matemática ou demonstração pelos estudantes e, como tal, pode ser identificada como evento crítico (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 185).

A quarta etapa é a da transcrição dos dados, que busca representações válidas de interações, sob a perspectiva do ouvinte. A quinta fase é a da codificação que é destinada a identificar temas que ajudam o pesquisador a interpretar os dados, guiando-se pelas perspectivas teóricas. A sexta fase é dedicada a construção do enredo que é resultado da lógica dos dados, uma organização criteriosa a partir da coleção de eventos. A sétima etapa é a composição da narrativa, com vieses teóricos.

Utilizei vários procedimentos metodológicos (PMDs, questionários, entrevistas e as aulas), de modo que essa combinação pode ser entendida como triangulação e tem:

[...] por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo. Parte de princípios que sustentam que é impossível conceber a existência isolada de um fenômeno social (GOLDENBERG, 2004, p. 63).

Para aumentar a credibilidade e plausibilidade da pesquisa (ARAÚJO; BORBA, 2013), esse processo visa estabelecer a concordância entre diferentes fontes de dados e interpretações, uma vez que enriquece-se por seu emprego no contexto natural, devido a diversidade de fontes de dados e por delimitar a fonte de divergências entre as interpretações dos sujeitos.

Pensando no paradigma naturalístico da pesquisa qualitativa, o investigador deve lembrar que não se deve trabalhar com variáveis nem com teoria instituídas a priori, sendo que:

Elas devem emergir da investigação. Os dados acumulados na pesquisa de campo devem ser analisados, então de modo indutivo (isto é, de modo

específico, as informações em si deve ser submetidas a classificação em categorias de informação), com o intuito de definir hipóteses locais ou questões que podem ser abordadas (LINCOLN; GUBA, 1985)⁵⁰.

Portanto, neste capítulo naveguei pela apresentação da noção de pesquisa qualitativa que uso, bem como pelo contexto da pesquisa, pelos seus sujeitos, pelos procedimentos metodológicos e pela forma que utilizarei para analisar os dados. No próximo capítulo, a jornada será fluída por mim pelos temas que emergiram dos dados: 1) Jornada humana da Matemática; 2) Explosão matematicamente criativa; 3) Viajando por caminhos artísticos e tecnológicos; e 4) O caminho didático-pedagógico que surge.

⁵⁰ "When working within the naturalistic paradigm, however, the investigator typically does not work with either a priori theory or variables; these are expected to emerge from the inquiry. Data accumulated in the field thus must be analyzed inductively (that is, from specific, raw units of information to subsuming categories of information) in order to define local working hypotheses or question that can be followed up" (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 203).

CANTO III – DESCRIÇÃO ANALÍTICA DA VIAGEM

Neste capítulo, navego pelos dados da pesquisa, analisando alguns recortes deles provenientes do produto dos cursos (as performances matemáticas digitais produzidas) e do processo de produção das PMDs, com base nas filmagens das aulas, das entrevistas com alguns dos participantes e dos questionários respondidos por outros alunos do curso.

Ressalto que os dados emergiram de maneira única – mesmo que às vezes possam apresentar semelhança – para o produto e para o processo. Isto é, há características das PMDs que são diferentes dos aspectos do processo de produção.

As categorias envolvendo a imagem pública da Matemática (IPM) e as performances matemáticas digitais (PMDs) fazem parte do design emergente desta pesquisa, característica da metodologia qualitativa utilizada nesta dissertação. Busquei destacar falas dos estudantes durante as aulas, nas entrevistas e nas respostas dos questionários, além de aspectos das PMDs produzidas no minicurso que iam a um mesmo sentido, sendo elas específicas a esse contexto, ou seja, outros contextos podem gerar outras particularidades.

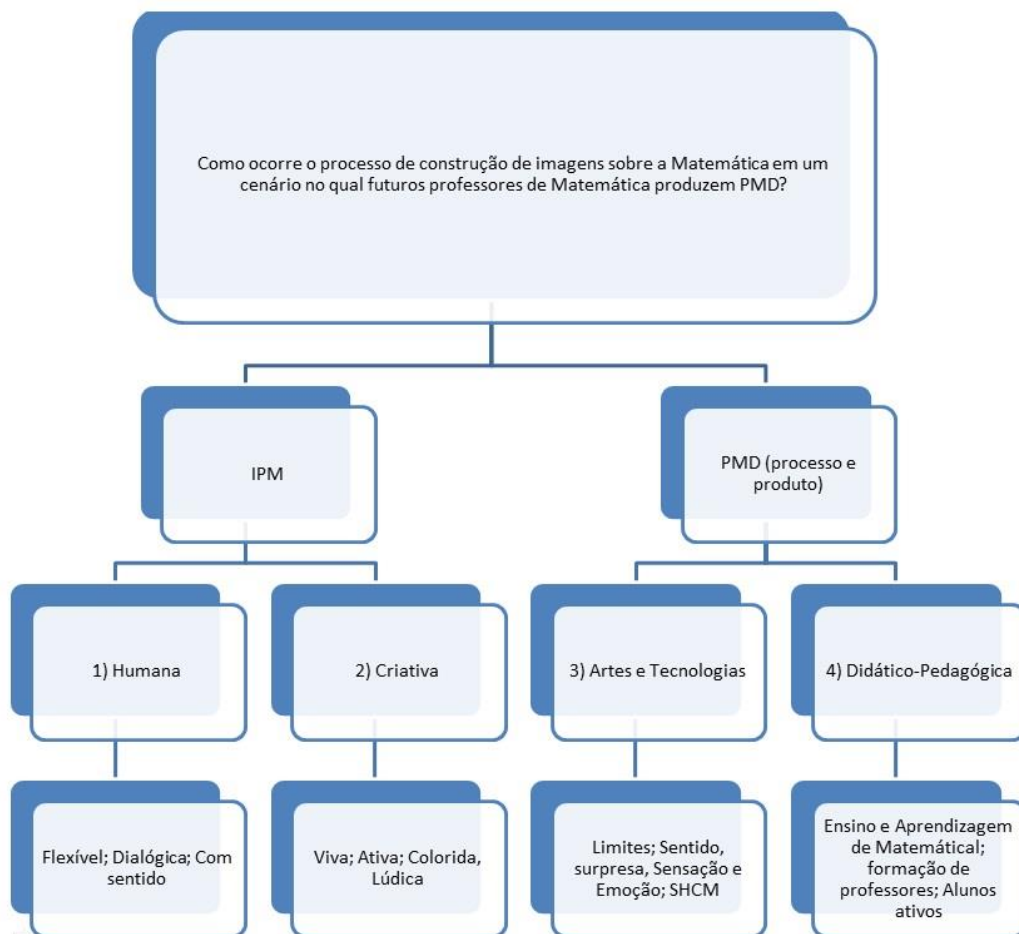
Foram produzidas sete PMDs as quais identifico como PMD1, PMD2, PMD3, PMD4, PMD5, PMD6 e PMD7, sendo elas, respectivamente: *Harlem Shake – Praise Version*, *Harlem Shake – Crazy Version*, *Harlem Shake – Game Version*, *Harlem Shake – Multiple Images Version*, *4 Color Harlem Math Shake*, Música “Juntos somos um” e videoclipe da música “Juntos Somos um”.

As cinco primeiras performances aqui descritas e analisadas são *Harlem Shakes* e todas elas comunicam a ideia matemática do Teorema das Quatro Cores (COSTA, 2011; EDUARDO, 2015). As duas últimas envolvem uma música e seu videoclipe, a partir de uma Série Geométrica Convergente (GADANIDIS 2012; ZWICKY, 2000).

Dentro disso, emergiram temas na direção das duas vertentes que servem de referencial a esta pesquisa: IPM e PMD. Pensando na primeira, surgiram duas categorias. Uma que apresenta a Matemática com características humanas, diferentemente do que se encontra a literatura. E outra que apresenta a Matemática como criatividade, de modo discrepante do que se observa na bibliografia. Com relação às PMDs, manifestaram-se aspectos ligados às Artes e as TDs e sobre essa

noção teórica ser uma possibilidade didático-pedagógica para o ensino e para a aprendizagem da Matemática:

Figura 11 - Organograma



Fonte: dados da pesquisa.

Tendo feito a apresentação deste capítulo da viagem poética, passo, na sequência, à descrição e à análise dos dados.

4.1 Jornada humana da Matemática

"Os currículos de Matemática usualmente adotados lidam com problemas com uma e apenas uma solução, um fato que reforça que a Matemática é livre da influência humana" (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 130).

O excerto acima, presente em um texto acerca da Ideologia da Certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) que apresentamos de modo mais profundo no Canto I, aborda uma característica comum da Matemática. Trata-se de sua exatidão, noção presente na visão de que ou há certo, ou há errado, o que a torna livre da influência humana.

Nesta seção, procuro relatar o modo com que o pensamento matemático foi trabalhado durante o curso no processo de produção das PMDs, bem como no seu produto, destacando algumas falas e respostas dos alunos com relação à sua humanização, que envolve flexibilidade, diálogo, também contendo profundidade conceitual.

Entendo flexibilidade como influência humana (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) durante o fazer da Matemática, o qual, no caso desta pesquisa, refere-se ao processo de produção das PMDs, bem como o próprio produto, ou seja, as sete PMDs produzidas.

Ao comentar sobre a letra da música da PMD7, a qual explora a ideia de infinito por meio de uma série geométrica convergente, a aluna Letícia diz que a ideia matemática poderá ser entendida de várias formas, o que transcrevo de modo poético a seguir:

Eu achei na letra da música,
que as vezes a gente está
no caso de alguém
não entender
ou não captar a ideia
matemática,
mas que ficou flexível.

Ou seja, se eu pegar
o que eu vi,
eu vou entender
de uma forma.
E uma outra pessoa que viu
outras coisas, vai ter
uma outra visão.

Flexível pra trabalhar
vários assuntos,
porque cada pessoa
quando escuta,
consegue enxergar
uma ideia matemática

Letícia

Na sua fala, a aluna relata, também, sobre a possibilidade de não haver sentido (SCUCUGLIA, 2012) na letra da música. Não abordo esse aspecto neste momento, pois o farei em seções futuras. Porém, afirmo que entendo sentido de acordo com Scucuglia (2012), o que já foi abordado de maneira mais detalhada no Canto I: “os sentidos racionais e lógicos são importantes para a experiência de observação. Isto é, as surpresas devem ter sentido para serem efetivas” (SCUCUGLIA, 2012, p. 73).

Letícia ainda afirma veementemente sobre a flexibilidade da Matemática, tanto no fazer matemático, destacando que é possível se trabalhar vários assuntos a partir daquela PMD, bem como admitindo a influência humana na hora do entendimento da ideia matemática comunicada.

A aluna ainda afirma que as PMDs mostraram uma forma diferente de fazer Matemática, a qual pode abrir espaço para diversas maneiras que, segundo ela, são mais atrativas e tendem a flexibilizar a Matemática e o seu fazer:

Eu acho que, assim, primeiro mostrar que a Matemática não é só papel e caneta. Muitos professores e, até no Ensino Superior, falam assim que você está estudando Matemática, você tem que estar com o caderno, sentada, escrevendo. Aí você vê um curso de Letras, de Pedagogia, de Biologia, eles estão assistindo a um filme e estão estudando. Eu acho que fazer performance e mostrar aos alunos performances ou aproximá-los da fabricação, digamos assim, mostra que estudar Matemática também pode ser feita de diversas formas (Letícia).

[formas] Que são atrativas, também. Porque se você chegar para o aluno e falar assim você prefere assistir a um filme ou fazer um exercício no caderno. Com certeza é muito mais atrativo ainda mais pra criança se for ensino básico, assistir um filme. Nas minhas aulas do Ensino Básico eu assistia a filmes nas aulas de História, de Espanhol, nunca na aula de Matemática. Fazer as performances mostra, dá mais flexibilidade para a Matemática (Letícia).

O fazer Matemático, nesta pesquisa entendido como o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática que envolve a produção de PMDs, é feito de modo tradicional geralmente no Brasil:

Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem (BRASIL, 1997, p. 30).

Sendo assim, as PMDs, ao proporcionarem uma maneira diferente de fazer Matemática, no caso com Artes e tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), permitem que ela seja flexibilizada, ou seja, que se abra espaço para a influência humana e a subjetividade, uma das características mais fortes do contexto artístico (GEROFSKY, 2006).

Outros alunos relataram sobre a flexibilidade da Matemática abordada. O aluno Rodolfo, assim como a aluna Letícia, afirma que o processo contribuiu para sua formação, ao mostrar que a Matemática não é tão exata como geralmente é tida:

Rodolfo: A performance tem esta questão de aproximação, trazer o aluno próximo da teoria. E neste processo consegue ainda aplicar ela.
Entrevistador: foi uma coisa válida pra formação sua de professor?

Rodolfo: Foi muito válido. Pra mostrar que a Matemática não é tão exata (Rodolfo).

Se a Matemática admite a influência humana, uma característica importante é sua construção ser feita mediante diálogo:

A construção de uma visão solidária de relações humanas nas aulas de Matemática contribuirá para que os alunos superem o individualismo por meio do diálogo e da valorização da interação e da troca, percebendo que as pessoas se complementam e dependem umas das outras (BRASIL, 1997, p. 30).

Durante o processo de produção das PMDs, muitas ideias para o roteiro, para o cenário, para o figurino, etc. surgiram por parte dos alunos. No começo, eles se encontravam meio tímidos perante a câmera e meio desconfiados da proposta de produção performática e digital da Matemática, o que pode ser entendido com o que Freire (1981) chama de Cultura do Silêncio, ou seja, alunos passivos perante o professor.

Porém, ao longo do tempo, os alunos foram sentindo-se mais à vontade, sendo que, em muitos momentos, ao participarem do processo de produção, tiveram que dialogar sobre a ideia matemática, na medida em que pensavam em como comunicá-la, por meio de Artes digitais, como sugere o trecho a seguir:

Marina: Eu ia sugerir que cada um colocasse uma cor de camiseta com o teorema. Aí, tipo, no meio da dança, vamos supor uma porteira do lado da outra, chega um no meio pra separar, porque não pode ficar uma do lado da outra.

Marcela: na quadra dá pra pegar bem isso, porque é bem grande. Dá pra pegar de cima. E eu pensei na quadra de areia por causa da cor.

Além disso, a aluna Letícia fala sobre o cuidado que o processo de produção das PMDs teve com a ideia matemática comunicada, a fim de comunicá-la a qualquer pessoa de qualquer nível:

As ideias matemáticas, o que eu achei interessante é que o processo teve certo cuidado de como a pessoa que sabe ou não o conceito, esteja em que nível ela está do conhecimento, como ela vai chegar a este conteúdo. Mesmo na música ou no vídeo, em todos os processos, a gente ficava pensando em como uma pessoa de fora iria enxergar o que estava acontecendo. Isso eu acho que foi muito importante para ter este cuidado com este conceito matemático, porque ele precisou ser passado de uma maneira que qualquer pessoa em qualquer nível de ensino pudesse ter acesso e reter algo realmente matemático que não fosse somente a diversão (Letícia).

O trecho de discussão dos alunos durante as atividades, bem como a fala da aluna reflete que o curso de extensão proporcionou um ambiente de diálogo para a construção da Matemática, haja vista a enorme preocupação dos participantes em

como comunicar a ideia matemática, a fim de maior entendimento para quem assiste ou escuta:

Um ambiente de aprendizagem que encoraja os estudantes a criarem e compartilhem as suas questões, da mesma forma que descreve e discute as descobertas entre eles, facilitaria a ação de comunicação. Quanto mais essas ações estão disponíveis às crianças, mais elas aprendem (SINCLAIR, 2001, p. 26)⁵¹.

Além desse fator comunicacional – que leva às pessoas a pensarem muito na ideia matemática durante a produção, uma rica discussão sobre conceitos que envolvem o Teorema das Quatro Cores emergiu quando da indagação de uma das participantes no momento em que uma aluna estava explicando o que é o T4C:

Marina: só tem um ponto que faz parte da fronteira que não é considerado fronteira...

Professor: quantas cores são necessárias e suficientes para colorir um mapa de tal forma que uma mesma cor não faça fronteira.

Letícia: O que a Marina falou me deixou um pouco confusa, porque se eu falar de qualquer mapa, como eu vou pensar, não vai tocar em nenhum ponto uma cor com a outra neste teorema, porque ela falou assim que se tocar em um ponto não é fronteira.

Professor: é uma ideia legal pra se discutir esta noção de fronteira.

Rodolfo: se você pegar e dividir em quatro, o ponto do meio vai ser a interseção, só que ele não é considerado fronteira.

Professor: isso é legal, o ponto é fronteira ou não [fazendo o desenho na lousa].

Marina: se a gente considerar o ponto do meio como fronteira, sim. Se a gente considerar como não, não.

Professor: e a gente vai considerar?

Marina: não. Se não, não tem como pintar...

Professor: olha que legal isso, depende da noção de como entendendo ponto e fronteira.

Letícia: Então a gente está com conjuntos abertos e estamos felizes com isso. [...] O ponto não é fronteira.

Professor: vamos definir isto. Vamos pensar.

Marina: se o ponto for fronteira, o teorema não vale.

Para exemplificar a discussão, pense em um retângulo que representa um mapa, dividido em quatro partes a partir da metade dos seus lados. Ou seja, trace um segmento de reta que vá da metade da base até a metade do lado paralelo e outro da metade da altura até a metade do lado paralelo. Para o T4C valer, o ponto em que os segmentos de reta se cruzam não deve ser considerado fronteira. Senão, todas as cores farão fronteira.

⁵¹ “A learning environment that encourages students to come up with and share their questions, as well as describe and discuss their discoveries with others, would facilitate the action of communicating. The more these actions are available to children, the more they learn” (SINCLAIR, 2001, p. 26).

A riqueza na discussão matemática também pode ser vista quando se fala da Série Geométrica Convergente trabalhada ao longo do curso, com os alunos pensando até em conceitos mais avançados, como dimensão:

Professor: a ideia é o quê? Andar metade da metade. Se você ficar repetindo esse processo infinitamente, você vai chegar ou não!?

Rodolfo: depende da disciplina.

Letícia: se você pensar visualmente, eu sempre ando metade. Então eu nunca vou chegar naquilo que eu estou almejando. Eu sempre vou estar na metade, metade faltando. Nunca ando inteiro. Sempre ando metade.

Henrique: mas vai chegar uma hora que você não tá saindo do lugar, porque vai diminuir cada vez mais o espaço em que você vai andar.

Professor: tudo bem que é um paradoxo?! Então, pensando desta forma, você nunca vai chegar. Vai sempre faltar e nunca vai completar um. Mas se você levantar daí, você vai e sai.

Marcela: você não considera a dimensão. No real a gente tem dimensão.

Professor: alguém pode mostrar o 2S?

Mariana: a soma das probabilidades tem que dar um...

Pedro: é uma série geométrica.

Professor: isso é legal. Está trazendo o teorema lá da Análise.

Letícia: você pode pegar a aritmética e pegar a soma da PG.

A discussão leva os alunos a compreenderem que a série discutida é geométrica, ou seja, resultado da soma de infinitos termos de uma progressão geométrica, o que é observado, principalmente, quando o professor pede para os alunos mostrarem o 2S (a partir da série $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$), sendo logo respondido pelo aluno Pedro.

O processo artístico de composição da letra da música também mostra sentido (SCUCUGLIA, 2012) na discussão acerca da ideia matemática, quando os alunos discutem sobre como trabalhar com palavras como limite, razão e progressão:

Marina: é uma série de alguma coisa.

Letícia: acho que temos que usar a palavra limite.

João: vai precisar do limite pra chegar lá.

Marcela: é o limite em si.

Henrique: eu estou pensando mais ou menos assim: um meio mais um quarto. E ele vai descobrir que esta metade da metade é uma PG. E que aí é só somar que ele vai chegar. E a razão.

Beatriz: razão é uma boa palavra...

[...]

Letícia: razão tanto no sentido da PG quanto no sentido de parar de ser meloso e pensar no raciocínio. E a progressão é uma coisa de progredir naquele caminho.

A aluna Letícia relata que conceitos ligados à ideia matemática principal também foram discutidos durante o processo de produção da letra da música, aumentando o grau de profundidade da discussão:

Em relação a música, a ideia principal foi passar a série de convergência, só que na produção a gente meio que fracionou por algumas coisas que seriam nexos internos deste conceito. Então a gente falou sobre progressão, sobre a razão, sobre divisão, sobre soma. A gente particionou o conceito de série

convergente. Quando alguém escuta a música, a interpretação dela vai ser diferente de acordo com cada nível de ensino (Letícia).

Continuando sua fala, a aluna Letícia demonstra ter entendido o que é o T4C. Ela comenta sobre o que uma pessoa que assistiu ao vídeo poderia aprender ao assisti-lo, o que abordaremos na seção 4.3, quando discutiremos os limites matemáticos implicados pela expressão artística. Novamente, ela fala sobre a importância do processo de produção com relação ao pensamento matemático, ao aprender o que ela chama de conceitos micro a partir do teorema:

Nesse processo de criação foram discutidos vários conceitos micros sobre este conceito macro. Então a gente discutiu a questão de região, de fronteira, os diversos tipos de figura, de polígonos e de mapas que a gente podia ter e qual a diferença de um pro outro. Então esses conceitos menores foram discutidos na produção. Então, alguém que pega o vídeo e vê vai aprender o que é algo sobre o teorema, mas quem participou da produção, aprendeu sobre fronteira, sobre região, sobre mais coisas. A partir de um teorema conseguimos outros conceitos matemáticos sendo abordados (Letícia).

Destarte, sobre o uso do pensamento imaginativo e metafórico, Gadanidis (2007, p. 10) diz:

Quando a consciência impacta um tópico, seja individualmente ou de modo comunitário, a engajamos emocionalmente e de modo imaginativo. Usamos a atenção para aprender e nos desenvolvermos, para incorporar coisas novas, seja isso resolver um problema ou novos meios de expressar uma ideia (GADANIDIS, 2007, p. 10)⁵².

Penso que os dados mostram sentido (SCUCUGLIA, 2012) da Matemática abordada nesse contexto de pensamento imaginativo e metafórico, uma vez que os participantes do curso que foram entrevistados ou que responderam aos questionários conseguiram expressar por uma nova maneira ou o T4C ou a Série Geométrica Convergente estudada durante o curso. Tal fato destaca a importância da participação no processo de produção, o que será abordado na categoria que envolve Artes e tecnologias.

A relevância das discussões está no fato de conteúdos ligados aos temas principais terem sido abordados pelos alunos durante as atividades, bem como discussões de conceitos avançados como fronteira e dimensões, com a incorporação de coisas novas e da aprendizagem de novas matemáticas:

⁵² "Whenever we bring consciousness to bear upon a topic, either individually or communally, we engage it in emotional and imaginative ways. We use attention to learn and extend ourselves, to incorporate a new thing, whether that is a new way of solving an old problem or finding new ways to express an idea" (GADANIDIS, 2004, p. 10).

Grandes ideias matemáticas podem ser abordadas ao longo das séries, em diferentes níveis de sofisticação matemática. Especialmente quando as atividades são criadas para o piso baixo (permitindo que os estudante se engajem com conhecimento mínimo de Matemática) e um teto alto (que oferece aos estudantes oportunidades para expandir seus conhecimentos sobre Matemática, até mesmo conceitos e relações acima da sua série escolar) (GADANIDIS; HUGHES, 2011, p. 488)⁵³.

Além disso, a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) é a visão da Matemática como pura, perfeita, uma ferramenta infalível e que não admite a influência humana, servindo para amparar discursos e formas de poder. Tanto o T4C, quanto a Série Geométrica Convergente trabalhados durante o curso exploraram provas visuais que podem oferecer visões da Matemática como uma atividade múltipla e diversa (SCUCUGLIA, 2014), afastando-se da noção de certo ou errado, de acordo com o que sintetizo no poema seguinte:

Humaniza a Matemática
Geralmente toda chata
Rígida, formalizada

Quando se vê imperfeição
Falhas, inexatidão
Há crítica, reflexão

Não somente certa ou errada
Flexível na sua jornada
Ativa pela palavra

Humaniza a Matemática – Gabriel Gregorutti⁵⁴

Sendo assim, penso que as PMDs, ao envolverem o referido pensamento imaginativo e metafórico (GADANIDIS, 2007), abriram espaço para experiências compartilhadas e tornaram acessíveis reflexões, críticas e diálogos (GADANIDIS; BORBA, 2008) em um ambiente de exploração matemática (SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011), que se afasta da visão de ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), o que é observado nos dados apresentados pelas diversas falas que remetem à flexibilidade da Matemática abordada:

[...] rompe com as noções existentes da comunicação matemática, uma vez que os estudantes podem compartilhar boas histórias sobre Matemática e o seu aprendizado, ao invés de apenas descreverem o processo de pensamento que eles usam para resolver um problema. O uso de histórias

⁵³ "Big math ideas can be addressed across grades, at different levels of mathematical sophistication. This is especially the case when learning activities are designed to have a low mathematical floor (allowing students to engage with minimal mathematical knowledge) and a high mathematical ceiling (offering students opportunities to extend their mathematical thinking, even to concepts and relationship beyond their grade level)" (GADANIDIS, HUGHES, 2001, p. 488).

⁵⁴ Três estrofes com versos heptassílabos e rimas AAA BBB CCC.

para comunicar a Matemática ajuda a humanizá-la, bem como os matemáticos (GADANIDIS, 2012, p. 25)⁵⁵.

Após descrevermos e analisarmos a primeira categoria emergente desta pesquisa, abordando a flexibilidade da Matemática, aqui entendida como a possibilidade de influência humana, bem como o espaço para o diálogo e o sentido matemático, passo na próxima seção a viajar pela explosão matematicamente criativa.

4.2 Explosão matematicamente criativa

A turma pintando um mapa
Dividido em muitas partes
Em cinco cores derrapa
Pois em quatro surgem artes

Sem ser o ponto central
A fronteira espacial
É o que diz o Teorema
Que foge da louca algema

Da Matemática fria
Que não presta para nada
Presa em fórmula arrogante

Pra performance brilhante
Que diverte a criar cada
Nova ideia criativa

Teorema das Quatro Cores – Gabriel Gregorutti⁵⁶

O poema acima relata o processo de produção das PMDs durante o curso de extensão, acerca da IPM. Se a seção 4.1 trouxe uma visão da Matemática que geralmente é desumanizada e que trouxe flexibilidade no ambiente de produção de dados desta pesquisa, esta seção passará para imagens que associam a Matemática a frieza, inutilidade, arrogância, etc., bem como sua transformação para características vivas, coloridas e lúdicas: “essa visão definida de Matemática com respostas certas ou erradas, apenas, tem levado a pessoas não gostarem de Matemática. Isso por que elas acham que a Matemática não pode ser criativa” (LIM; ERNEST, 1999, p. 46)⁵⁷.

⁵⁵ “Fourth, it disrupts existing notions of mathematics communication, with students being expected to share *good* stories about the mathematics they are learning, rather than simply describe the thinking process they follow to solve problems. The use of story as mathematical communication helps humanize mathematics and mathematicians” (GADANIDIS, 2012, p. 25).

⁵⁶ Soneto composto por versos heptassílabos com rimas ABAB CDE CDE.

⁵⁷ “However, this view of definite right or wrong answer has hindered some people from liking mathematics. This is because they found mathematics lacks of creativity and it is not discussible” (LIM; ERNEST, 1999, p. 46).

A IPM comumente está ligada a ideia de absolutismo ou dualismo, utilidade, simbologia, resolução de problemas e enigma (LIM; ERNEST, 1999). A Matemática absolutista é aquela que tem verdades absolutas, certo ou errado, o que já foi abordado na primeira seção deste capítulo. A Matemática como utilidade é aquela que é vista apenas como ferramenta humana. A Matemática ligada à simbologia é a que é vista somente como um conjunto de fórmulas, números e símbolos. A Matemática como resolução de problemas é vista como um conjunto para resolver problemas. E a Matemática enigmática é aquela que é misteriosa.

Ainda, Lim (1999) afirma que “é sabido que muitas pessoas veem a Matemática como algo difícil para aprender e para ensinar”⁵⁸. Em sua pesquisa, o autor ainda atesta que a Matemática é um ambiente para homens, que é só para os inteligentes, muito formal, entre outros.

Além disso, a IPM é associada a imagem pública dos matemáticos (FURINGHETTI, 1993; PICKER; BERRY, 2000). Sendo assim:

Associado a essas ideias da Matemática que ilustramos previamente, está a figura do matemático como uma pessoa estranha (até que se rebela contra o vexame e a injustiça), absorto, ingênuo e, falando de modo geral, controlável, mas que apresenta ideias claras (algumas vezes estritas) sobre ética e moral (FURINGHETTI, 1993, p. 36, tradução nossa)⁵⁹.

Em contraste com essas visões mais severas acerca do Matemático e da Matemática, as PMDs podem ser entendidas como:

[...] ambientes típicos de experiências compartilhadas, e performances matemáticas desafiam-nos a encontrar caminhos para compartilhar entre nós eventos raros da Educação Matemática, tornando possível a reflexão, a crítica e o diálogo, e modos para basear a sala de aula de Matemática (GADANIDIS; BORBA, 2008, p. 50)⁶⁰.

Tal aspecto pode levar a uma “explosão” de criatividade. Dessa maneira, as PMDs produzidas apresentam quais relações com a imagem da Matemática? São tétricas ou são coloridas? São vivas, ativas, ou são inermes? São lúdicas ou são funestas?

⁵⁸ “It is claimed that to many people, mathematics is perceived as a difficult subject to learn and to teach” (LIM, 1999, p. 15).

⁵⁹ “Associated with the image of mathematics that we have illustrated previously is the figure of the mathematician as a meek man (until he rebels against vexation and injustice), absent-minded, naive and, generally speaking, biddable, but also endowed with clear (and sometimes strict) ideas about ethics and morals” (FURINGHETTI, 1993, p. 36).

⁶⁰ “Performances are typically shared experiences, and mathematical performance challenges us to find ways of sharing with one another the rare events of mathematics education, to make them accessible for reflection, critique and dialogue, and as models on which to base the mathematics experiences we stage in our classrooms” (GADANIDIS; BORBA, 2008, p. 50).

Diversas falas dos alunos, seja no ambiente de atividades ou nas entrevistas ou questionários, apresentaram coerência com a imagem pública da Matemática ou dos matemáticos presentes na literatura (FURINGHETTI, 1993; GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010; LIM; ERNEST, 1999; LIM, 1999; PICKER; BERRY, 2000; SCUCUGLIA, 2014). Saliento novamente que o foco desta pesquisa está na IPM, sendo, porém, impossível desvinculá-la da imagem pública dos matemáticos. Por isso, a constante relação entre eles.

Tendo isso como base, passo a descrição dos dados. Além do matemático visto como *nerd*, louco, antissocial, que tem dificuldade de se expressar, durante os encontros, apareceram imagens dos matemáticos ligados a ideia de um super-herói, o que está associado à Matemática vista como difícil, ou seja, que só um super-herói pode exercer.

Professor, uma ideia: não sei se é possível, mas o aluno do meio vê o professor como super-herói, salvando e aí aparece você de Wolverine. Aí ela já vê como um, sei lá, lunático. Aí ela olhando assim (gestos frenéticos) e corta a cena pra você (Marina)

Durante uma das atividades, o professor perguntou aos participantes acerca dos matemáticos e obteve como respostas:

Carolina: Nerd

Mariana: Louco

Professor: que outras?

Marcela: Falar, ah, eu faço Matemática...a pessoa fala...ah, você é doido.

Letícia: Às vezes, pessoa antissocial.

Letícia: tem dificuldade de se expressar.

Os dados vão ao encontro da bibliografia, quando trazem a Matemática vista de modo negativo. A aluna Letícia declara, por exemplo, que a Matemática geralmente é vista como algo muito difícil e que isso está ligado a um matemático que estuda muito, que é muito inteligente, além de afirmar que essa imagem é construída no meio social pelos professores e pelos matemáticos:

A ideia da pessoa
que sabe muita coisa,
que estuda muito,
que se dedica muito,
por ser algo difícil.

Não é inalcançável,
mas que precisa
de muito esforço.
quem alcança aquilo
é muito inteligente,
sabe muito

E para aqueles

que têm dificuldade,
então desiste.

Essa imagem da Matemática
e dos matemáticos em si
é algo construído
pelos próprios professores,
pelos próprios matemáticos
Tá virando um senso comum

Nós,
entendermos isso
é o princípio para
que esta imagem
se quebre

Letícia

Além do matemático visto como *nerd*, louco, antissocial, que tem dificuldade de se expressar (FURINGHETTI, 1993), durante os encontros, apareceram imagens dos matemáticos ligados a ideia de um super-herói, o que está associado à Matemática vista como difícil, ou seja, que só um super-herói pode exercer.

A aluna Letícia ainda afirma que a Matemática pode estar associada a ideias mecânicas (FURINGHETTI, 1993; LIM; ERNEST, 1999), que podem distanciar o aluno, quando lhe é apresentado que conceitos são apenas regras:

No período de observação de estágio, na escola que eu observei, o aluno perguntava alguma coisa e a professora respondia que não precisava se preocupar, que era uma regra matemática. Então, isso distancia o aluno, faz ele acreditar que aquilo é muito difícil, que ele tem que aceitar e não realmente chegar e entender. Se os próprios matemáticos e os próprios professores começarem a quebrar este paradigma, aí esta imagem vai mudar. Eu tinha a visão da Matemática como um conjunto de fórmulas que são muito importantes como ferramenta, eu posso usar para várias coisas. Se eu souber tal fórmula, eu vou poder fazer tal coisa. Aí quando eu entrei aqui, a primeira disciplina que muda este conceito é a Geometria Euclidiana, porque ela desconstrói a Matemática e ela constrói. Esse curso me fez entender o que realmente é a Matemática, que não é um conjunto de fórmulas (Letícia).

Ainda, o aluno Henrique vai ao encontro do que expressa Letícia, na medida em que vê a Matemática como algo inalcançável, difícil e frio (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010, p. 20), um bicho de sete cabeças:

Eu acho que para os alunos do Ensino Básico a Matemática e o matemático são bichos de sete cabeças. Acho que a visão que eles têm é do inalcançável, muito difícil, que só pessoas muito inteligentes, com QI elevado conseguem atingir. Todo mundo fala que Matemática é uma coisa que não presta pra nada, essa é uma visão principal. Se eu for olhar pra Matemática acadêmica, ela seria uma Matemática mais fria. Ambas mudaram, cada um com seu ponto de vista. Porque a Matemática acadêmica é bem diferente (Henrique)

Como abordado na seção anterior, uma das observações que fiz dos dados foi com relação a discussões de conceitos que surgiram na produção de PMDs. Por exemplo, o trabalho com a Série Geométrica Convergente levou a conceitos como dimensão. Essa flexibilização - que tem alto grau de sentido matemático - está totalmente oposta à Matemática mecânica, o que permite a construção de imagens alternativas (SCUCUGLIA, 2014).

A aluna Carolina relata também uma Matemática mecânica, fria, difícil, chata e exalta a possibilidade de uma imagem alternativa oriunda do ambiente performático digital, isto é, o matemático ter a possibilidade de ser criativo, juntamente com a ciência com a qual trabalha:

Para os alunos da Educação Básica, a Matemática é algo difícil, porque é inacessível de certa forma. Até pela forma como é trabalhada a Matemática dentro da sala de aula, Bem mecânico, frio, o professor prioriza a resolução de exercícios. É exercício mesmo de aplicar a fórmula, aplicar o conteúdo. Fica mecânico e inacessível. Tem dificuldade, isso corrobora com esta questão dele se achar o máximo, porque isso é difícil mesmo. Eu estou onde eu estou porque eu sou bom. Não é qualquer um que pode ser assim. Muito inteligentes, com um QI acima, *nerd* mesmo. É uma imagem muito diversa, porque têm alguns que são arrogantes, por se julgarem detentores de um conhecimento que é pra pouca gente. Têm alguns que já não, que demonstram que dá pra aprender sim, mas que necessita esforço, empenho. Então eu conheci algumas imagens diferentes. Na performance o matemático pode ser criativo e esta imagem ninguém tem, publicamente não. Ninguém imagina um matemático criativo, pode ser entusiasta, comunicador, que comunicar a Matemática é algo semelhante a comunicar línguas, outro tipo de conhecimento (Carolina)

Imagens alternativas da Matemática seriam as que:

Expressam visões contrastantes com os estereótipos presentes nas visões da Matemática como uma atividade focada nas respostas, fria, impessoal e solitária. Os matemáticos relacionam a Matemática como uma procura por padrões e entendimentos, disciplina da beleza, uma atividade que geralmente envolve colaboração (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010, p. 17)⁶¹.

Nesse entendimento, o participante Rodolfo corrobora com os outros dois, haja vista que aponta os matemáticos geralmente bravos, associado a uma Matemática coercitiva, além de vê-los de forma mais criativa nas PMDs e no seu processo de produção:

Acaba sendo uma imagem de algo ruim, tá dentro do contexto social, que não serve pra nada. Pessoas meio desajustadas, bravas. As pessoas acabam achando que não gostam de Matemática por causa do senso comum. Ah, Matemática é ruim e desde pequenininho é ruim e ela nunca sabe se gosta

⁶¹ "The mathematicians' expressed views of mathematics stand in contrast to the stereotypical view of mathematics as answer-focused, cold, impersonal and solitary activity. The mathematicians relate mathematics as a search for pattern and understanding, as a discipline full of beauty, and as an activity that often involves collaboration" (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010, p. 17).

ou não. Na performance, tanto o matemático, quanto a Matemática, foram passados de uma forma mais criativa (Rodolfo)

O aluno Henrique também aponta que a performance pode construir uma imagem mais livre, muito pelo seu aspecto artístico:

Na performance,
Acho que quebra.
Porque a gente
vê que o matemático
é um matemático,
mas ele também
tem a coisa artística,
mais descolado,
mais livre,
mais aberta.

Quebra principalmente
este e do louco.

Henrique

Do mesmo modo que aponta Scucuglia (2014, p. 969), os estudantes que participaram do curso de extensão que serviu de ambiente para esta pesquisa tomaram conhecimento de imagens alternativas da Matemática, principalmente aquelas ligadas às características mais vivas e ativas comuns à criatividade:

Os estudantes tomaram conhecimento de imagens *alternativas* sobre a Matemática e sobre os matemáticos durante o processo dialógico que ocorreu nos cursos, principalmente o matemático como poeta e músico. Contudo, ao produzirem uma PMD, eles buscaram exibir tanto algumas dessas imagens alternativas quanto os estereótipos que dizem respeito a imagem pública dos matemáticos. A busca foi pela diversidade de papéis artísticos e imagens (SCUCUGLIA, 2014, p. 969).

Outro aspecto a se destacar com relação à imagem da Matemática construída ao longo das atividades é sua característica colorida. Tal fator é principalmente observado nas PMDs enquanto produto.

Todas as primeiras cenas são comuns nas cinco PMDs do *Harlem Shake*. Ou seja, um grupo de pessoas (os licenciandos em Matemática que participaram do curso) aparecem colorindo um mapa com cinco cores diferentes, de modo que a mesma cor não faça fronteira. A figura colorida por eles é o logotipo da UNESP, o qual representa o mapa do estado de São Paulo, a partir de tecelagem de formações triangulares. É importante notar que cada uma das pessoas que colore o mapa veste uma camiseta da mesma cor que está pintando no mapa. Além disso, uma pessoa representa uma ação incomum ao ambiente, ao levantar esporadicamente um cartaz com um desenho de um quatro pintando com quatro cores, sem que a mesma faça fronteira, como mostra a figura abaixo:

Figura 12 - Primeira cena

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 13 - Primeira cena

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, comunica-se na primeira cena de cada uma das cinco PMDs que o mapa pode ser colorido com cinco cores diferentes, sem que a mesma faça fronteira, o Teorema das Cinco Cores, cuja demonstração pode ser feita por indução (COSTA, 2011). Porém, sugere-se com a aparição esporádica da personagem que segura o cartaz com o número quatro, que é possível usar uma cor a menos, de modo que se colora o mapa com apenas quatro cores, sem a mesma fazer fronteira. O número quatro é uma obra de Arte visual, produzida coletivamente pelos alunos em várias versões, após a decisão deles, em diálogo, de que a representação elaborada seria importante para o entendimento da audiência.

A primeira cena traz aspectos coloridos e dinâmicos para a comunicação de uma ideia matemática, uma vez que os alunos estão vestidos com camisetas coloridas e pintando o mapa com cores diferentes. Além disso, eles se mexem para pintarem o mapa, o que contradiz a imagem pública da Matemática e sua característica fria, soturna e chata (ERNEST, 1995):

Em meio ao Teorema das quatro cores e mostrar isso, cada um teria que mostrar uma imagem de matemático. Pode ser a imagem de um professor de alguma coisa? Pode ser a imagem de professor, de nerd, de mostro, de super-herói, celebridade, do que você quiser. Só que a gente já definiu uma cor para cada um. Por exemplo, eu defini azul, quando eu não tô de preto. Eu preciso pensar numa imagem de matemático e eu já vou relacionar com este azul que eu estou usando. Por exemplo, eu tenho uma camisa do supermen, que é azul. Então, eu já posso usar isso (Amanda).

Ressalto que as categorias de análise de Scucuglia (2012), conforme dito no Canto I, são referenciais teóricos para as PMDs. Porém, neste momento, analiso-as com olhar para a questão da imagem da Matemática apresentada. A próxima seção, Viajando por caminhos artísticos e tecnológicos, apresenta a análise minuciosa de cada uma dessas categorias.

A PMD1 foi denominada *Harlem Shake – Praise Version*. Ela mostra os alunos celebrando a personagem que na primeira cena mostrava o cartaz o qual simbolizava a possibilidade de pintar o mapa com quatro cores (T4C) – uma a menos do que as cinco cores pintadas no mapa exposto no fundo do cenário. Para tanto, a personagem do cartaz é jogada para cima em tom de comemoração (como ocorre geralmente, por exemplo, com o técnico de um time ao ganhar um campeonato). Além disso, todos os atores realizam movimentos desengonçados, em clara demonstração de felicidade, até mesmo pela expressão sorridente:

Figura 14 - *Praise Version* cena 2



Fonte: dados da pesquisa.

Além de também apresentar os aspectos coloridos e vivos da primeira cena, esta PMD tem a característica peculiar de ressaltar o prazer ao se fazer Matemática

(SCUCUGLIA, 2014), celebrando uma ciência que geralmente é associada à tristeza e à chatece (LIM; ERNEST, 1999; LIM, 1999).

A PMD2 foi chamada de *Harlem Shake – Crazy version*. Em sua segunda parte, os atores se apresentam em sintonia com a “autenticidade” de um *Harlem Shake*, já que todos eles estão agindo de modo maluco, estranho ao ambiente, dançando do jeito que quiserem, balançando as mãos ou mexendo a cabeça, além de andarem de modo desgovernado no espaço do cenário. Sobre o cenário, há uma moto dentro da sala de aula, o que é extremamente insólito. Além disso, um dos atores veste um capacete de motociclista, o que é incomum a esse ambiente, bem como outro veste uma capa vermelha:

Figura 15 - Crazy Version



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 16 - Crazy Version



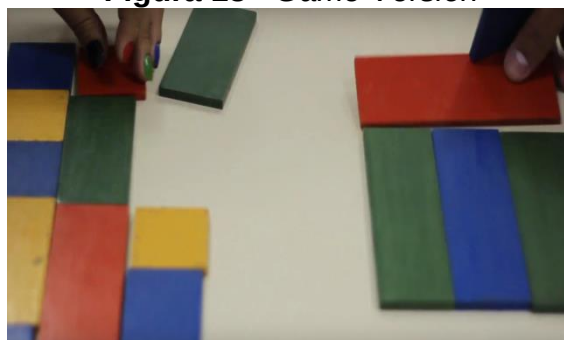
Fonte: Dados da pesquisa.

Além dos aspectos já apresentados acerca da IPM de vivacidade e efeitos de cores, essa PMD apresenta “loucura” em sua segunda parte. Mas não é a loucura de uma pessoa que é antissocial ou controlável (FURINGHETTI, 1993). Trata-se de uma explosão de felicidade fora do normal, com movimentos e gestos bastantes extravagantes.

A terceira PMD (PMD3) foi chamada de *Harlem Shake – Game Version*. Em sua segunda cena, dois atores (um deles com as unhas pintadas com as cinco cores em que o mapa da primeira cena foi colorido) participam de um jogo no qual devem montar uma espécie de quebra-cabeças a partir de figuras geométricas feitas em madeira e coloridas com quatro cores diferentes, sem que as mesmas cores façam fronteira. Cada jogador deve jogar de maneira alternada ao outro e ganha aquele que fazer com que o outro não consiga colocar uma peça de cor diferente das que já estão na figura até aquele momento:

Figura 17 - Game Version

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 18 - Game Version

Fonte: dados da pesquisa.

A PMD3 apresenta sentido matemático (SCUCUGLIA, 2012) muito forte, o que será discutido com mais afinco na próxima seção. Os alunos jogam o supracitado jogo que envolve uma solução do T4C. É uma exploração lúdica da ideia matemática, feita de modo bastante didático. Também, pois o jogo é algo incentivado no campo da Educação Matemática:

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado com único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer o contexto dos problemas, como também os instrumentos para a construção da estratégias de resolução (BRASIL, 1997, p. 42).

Muito desse incentivo se deve aos jogos constituírem uma forma interessante de propor problemas, que são apresentados de uma maneira mais atrativa, favorecendo a criatividade, além de poderem construir atitudes positivas diante de erros, com as situações podendo ser corrigidas de modo mais natural (BRASIL, 1997). Além disso, os jogos ajudam na elaboração de conceitos, aproveitando a diversidade das experiências interacionais entre os alunos (EMERIQUE, 1999).

A ludicidade do brincar (EMERIQUE, 1999) se apresenta em oposição ao caráter fechado e formalista do absolutismo comum à Matemática (LIM; ERNEST, 1999), configurando um ambiente de imagens alternativas, uma vez que o ensino de Matemática está associado o modo tradicional (BRASIL, 1997).

A fala da aluna Letícia vai ao encontro desta observação, visto que ela relata que outras rotinas podem ser mais confortáveis para o fazer matemático:

[...] eu acho, porque as pessoas gostam de estar em lugares que elas se sentem confortáveis. E às vezes dentro da sala de aula sentado na carteira, escrevendo e olhando pro professor não é confortável. Mas às vezes assistindo ao vídeo é mais confortável. Essa quebra de rotina na Matemática faz com que as pessoas criem interesse. Mesmo que seja uma música sertaneja e eu não gostei, é a curiosidade (Letícia)

Dois alunos, Marcela e Paulo, manifestam o caráter engraçado da PMD3, associado aos jogos na Educação Matemática e ao brincar:

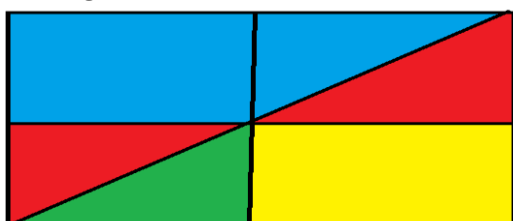
Marcela: O vídeo é engraçado, com trilha sonora atual e bastante conhecida.

Paulo: Muito legal e divertido, gostei muito. Sim, torna a Matemática um pouco mais atrativa e descontraída.

Sendo assim, convido-os a jogarem e postarem online uma possível solução para este jogo. Que tal?

A PMD4 recebeu o nome de *Harlem Shake – Multiple Images Version*. Em sua segunda cena, ela envolve várias imagens em uma mensagem sublimar que explora o visual e o artístico de maneira profunda, como parcialmente mostra a figura a seguir:

Figura 19 - T4C modo errado



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 20 - T4C modo certo



Fonte: dados da pesquisa.

A PMD4 pode ser entendida como um espetáculo vivo de cores. Mesmo que ela apresente algumas imagens do T4C colorido de modo errado, propositalmente, ela representa o ápice do colorido nas PMDs produzidas no curso de extensão, o que faz oposição ao caráter frio e chato da IPM (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010, p. 201).

As discussões coloridas estão presentes em trechos das atividades:

Henrique: Eu ia sugerir que cada um colocasse uma cor de camiseta com o teorema...aí, tipo, no meio da dança, vamos supor uma porteira do lado da outra, chega um no meio pra separar, porque não pode ficar uma do lado da outra.

Marcela: na quadra dá pra pegar bem isso, porque é bem grande...dá pra pegar de cima. E eu pensei na quadra de areia por causa da cor.

A última PMD ligada ao *Harlem Shake*, PMD5, foi denominada de *4 Color Harlem Math Shake* e engloba em sua segunda parte a compilação em uma mesma tela das quatro PMDs anteriores. Dessa forma, no canto superior esquerdo, temos o Harlem Shake - Praise Version; no canto inferior esquerdo, Game Version; no superior direito, Multiple Images Version; e no canto inferior direito o Crazy Version, conforme mostra a figura a seguir:

Figura 21 - 4 Color Harlem Math Shake



Fonte: dados da pesquisa.

Sendo assim, a PMD5 apresenta as características de cada uma das quatro primeiras PMDs com relação a IPM. Ela é, ao mesmo tempo, um espetáculo de cores e de movimentos, em forte explosão criativa, despertando o lúdico do jogo.

Além disso, as PMDs1-5 envolvem vídeos cinematográficos, fazendo com que os participantes, licenciandos em Matemática, tornem-se atores, produtores ou diretores, conforme mostram várias das falas aqui apresentadas e a descrição das PMDs. Por exemplo, nessas PMDs, os alunos apresentam-se pintados, vestindo camisetas de cores que representam o T4C, após terem discutido questões acerca do figurino, do cenário, do roteiro, etc. Essa característica permite com que eles se assemelhem a personagem no documentário da terceira fase do documentário de Eduardo Coutinho (BEZERRA, 2014), que foi apresentado no Canto I, com a performance, sendo que:

O performer é o próprio autor-encenador do seu espetáculo; as “personas” surgem no processo de criação, mas podem tomar um rumo qualquer durante a apresentação, num corpo a corpo com o público. O “aqui e agora” é, por excelência, a instância instauradora da arte performática (BEZERRA, 2014, p. 54).

Utilizando o software “Adobe Flash Player” em sua versão de teste, produzi um videoclipe (PMD7) a partir da letra da música “Juntos somos um”, com a colaboração do orientador desta pesquisa e com base no que sugeriram os alunos.

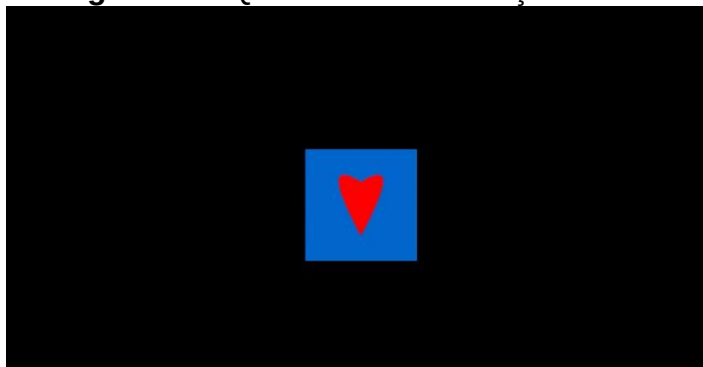
Saliento que:

O uso de músicas, trechos de músicas ou efeitos sonoros pode ser um componente importante da narrativa, um elemento sonoro que possa oferecer sentimentos relevantes à audiência do ponto de vista artístico e/ou conceitual (SCUCUGLIA; SCUCUGLIA; GREGORUTTI; SILVA, 2016, p. 96)

O videoclipe foi enviado para o *Math + Science Performance Festival* e foi escolhido como o quinto melhor pela comunidade de matemáticos que faz parte da banca avaliadora.

O vídeo inicia com um quadrado que contém um coração dentro:

Figura 22 - Quadrado com coração dentro



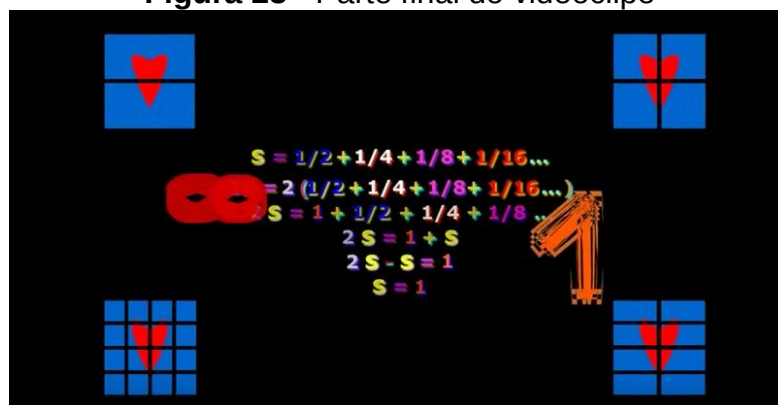
Fonte: dados da pesquisa.

Conforme o vídeo desenrola, o quadrado é dividido. Primeiramente, pela metade, depois pelo quarto, depois pelo oitavo, de acordo com Série Geométrica Convergente que abordamos no Canto II. Concomitantemente, palavras como série convergente ou progressão geométrica passam pelo enquadramento da tela, além de expressões matemáticas formais que descrevem a série, como o $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$.

Do ponto de vista artístico, uma “flecha do amor” atinge o quadrado, iniciando o seu processo de divisão. Quando a letra diz “Caminhando passo a passo”, passadas sincronizadas aparecem no vídeo. Também, corações passam na tela a todo o momento, simbolizando o amor relatado na letra da música.

O vídeo termina em uma cena na qual o quadrado que representa o inteiro gera o quadrado do meio e assim por diante, ao mesmo tempo em que a prova formal da Série Geométrica Convergente trabalhada é realizada de modo animado, com números e letras brilhantes. A última ação do vídeo é o número 1 surgindo a partir do quadrado que representa a divisão de $\frac{1}{16}$, juntamente com símbolo do infinito, já que a Série Geométrica Convergente é infinita. Até o final da música, o número 1 e o símbolo do infinito ficam rodando na tela, enquanto a prova matemática dela é mostrada:

Figura 23 - Parte final do videoclipe



Fonte: dados da pesquisa.

Essa PMD destaca um componente humano da Matemática ao associá-la ao amor. Isso faz oposição à visão comum de ódio a respeito dessa ciência (FURINGHETTI, 1993; LIM; ERNEST, 1999; LIM, 1999; PICKER; BERRY, 2000) ou de quem a pratica. Apesar do fundo preto, o vídeo também apresenta muitas cores, indicado o supracitado aspecto vivo da Matemática.

A resposta da aluna Marcela acerca do vídeo é muito clara quanto a essas características:

O vídeo é interessante, traz cores vibrantes e formas variadas, o que atrai a atenção do público a que é destinado. Também é claro e conciso, um ótimo instrumento didático. Não mudaria nenhum elemento do vídeo (Marcela)

Tendo abordado cada um dos aspectos criativos da explosão matemática, sendo eles a ludicidade, as cores vivas, passo a seguir a viajar por caminhos artísticos e tecnológicos desse processo de produção das PMDs.

4.3 Viajando por caminhos artísticos e tecnológicos

Pensa o coletivo,
Imaginativo
O seu conteúdo

Mundo educativo
No modo atrativo
Ninguém fica mudo

O som explosivo
Muito colorido
Tem limitação

Mas também sentido
Mesmo que emotivo
Vem compreensão

Viagem artística e tecnológica – Gabriel Gregorutti⁶²

O poema descreve a limitação de sentido das ideias matemáticas expressas por meios artísticos. Também aborda as emoções, sensações e surpresas do ambiente performático, além de mencionar a formação de coletivos pensantes, que reorganizam o pensamento.

Começo a navegar, lembrando que PMD pode ser entendida e concebida como a comunicação de ideias matemáticas por meio das Artes e das tecnologias digitais. Desse modo, elas englobam textos digitais (áudio, vídeo, animações em flash, objetos virtuais, etc.) utilizados para representar ideias matemáticas (SCUCUGLIA, 2014; SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011)

Quais os limites artísticos apresentados nas PMDs produzidas no curso de extensão analisado? Quais emoções, sensações e surpresas em cada uma das PMDs? Elas foram produzidas de que modo? Coletivo? Individual? Esta seção viaja por aspectos artísticos e tecnológicos do objeto de estudo.

Cabe lembrar que as categorias propostas por Scucuglia (2012) são ligadas à exploração e à elaboração de PMDs conceituais. A primeira delas refere-se à surpresa matemática, ou seja, se a ideia explorada oferece surpresa com relação a Matemática. A segunda delas aborda o sentido matemático, isto é, se a PMD comunica de modo claro a ideia matemática, de maneira correta. A terceira diz respeito às emoções matemáticas, referindo-se à comunicação por modos alternativos, com aspectos como gestualidade, espacialidade e visualização. A quarta e última categoria remete-se às sensações matemáticas, ligadas ao desejo matemático, os padrões, generalizações, encaixe, entre outros.

Nesse primeiro momento, atendo-me ao sentido matemático.

Das sete PMDs produzidas no curso, seis delas já foram descritas e analisadas do ponto de vista da IPM. Como visto na seção 1 deste capítulo, a Matemática apresentada nos dados desta pesquisa se mostrou flexível (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) e construída em um ambiente dialógico (GADANIDIS; BORBA, 2008) com apurado sentido matemático (SCUCUGLIA, 2012), durante o processo de produção. Mas e as PMDs? Elas fazem sentido?

Todas elas comunicam a Matemática de modo que suas ideias estejam corretas. As cinco primeiras apresentam o processo de mostrar a possibilidade de se

⁶² Versos pentassílabos com rimas AAB AAB CCD CCD.

pintar um mapa com quatro cores (T4C). A música e o vídeo comunicam de modo adequado a Série Geométrica Convergente abordada. Porém, e o aspecto da clareza?

A PMD3 mostra os participantes jogando o referido jogo, que representa uma solução de um problema que tem como base o Teorema das Quatro Cores, em uma exploração lúdica e pedagógica da ideia matemática abordada, cheia de clareza (SCUCUGLIA, 2012). O aspecto da clareza do sentido matemático também é exaltado nas PMDs 5 e 7.

A PMD5 traz na sua segunda parte a divisão da tela em quatro partes iguais. Cada uma delas engloba as PMDs de 1 a 4. Dessa maneira, ela traz o sentido matemático mais aguçado do jogo (PMD3).

A PMD7 é um videoclipe que demonstra (como já descrito acima) a prova da Série Geométrica Convergente estudada. O objetivo inicial da escolha dessa ideia matemática era trabalhar questões ligadas ao infinito, oferecendo possibilidades de surpresa matemática. Quando a Série Geométrica Convergente é provada matematicamente de modo artístico, o sentido racional (SCUCUGLIA, 2012) é aguçado.

Mesmo que há sentido matemático (SCUCUGLIA, 2012) adequado nas PMDs 1, 2, 4 e 6, elas apresentam características de que há algo vazio, mesmo que possa ser implícito pela audiência. Considero que a ideia matemática não está de modo tão clara expressa no roteiro ou no cenário ou no figurino ou na letra da música.

A aluna Letícia comenta sobre a participação mais ativa do aluno no ambiente performático, o que será abordado de modo mais profundo na próxima seção. Ela também inicia uma discussão sobre a profundidade do conteúdo matemático apresentado na letra da música (PMD6):

Entrevistador: então para ela ter um conhecimento maior sobre aquilo, ela precisava participar do processo de produção. Você acha isso?

Letícia: Eu acho, mas eu não acho que a música tenha ficado fraca em relação a ideia matemática. Eu acho que a música ficou: se eu estou no ensino básico, vou conseguir identificar a PG, a razão. Se eu estou no superior, vou conseguir identificar a série, que tá tendendo ao infinito, que tá convergindo. O conceito de série precisaria ser mais bem colocado na música para que só de ouvir você saiba que esteja falando de série (Letícia).

Ou seja, segundo as palavras da aluna, mesmo que ela ache que não tenha ficado fraco o aspecto de clareza da PMD6, ela atesta a necessidade de maiores estudos matemáticos para maiores entendimentos dos conceitos comunicados.

Estendendo o debate, o aluno Henrique comenta acerca das limitações a respeito da ideia matemática (sentido), por causa de aspectos artísticos da música, como a necessidade sintética para comunicação:

[...] quando ele me pediu ajuda pra fazer a letra, eu não imaginei que deveria ser tão aprofundada. Eu acho que a letra tem a ideia matemática, mas não ficou tão aprofundada como devia. Eu acho que ficou faltando alguns elementos pra completar e entender realmente a ideia matemática. Mas fazendo o videoclipe acho que conseguiríamos completar, alcançar este aprofundamento na série, no conteúdo matemático, com algumas coisas do tipo, usando, mesmo que seja difícil, fazer um caminho, desenhar um caminho, fazer o meio, ele andar mais metade, fazendo ele chegar até o fim. Ficaria perfeito por que a música mexe com qualquer pessoa, alcançando qualquer idade, qualquer classe social. Com a imagem, com o vídeo clip, conseguiríamos passar esta ideia matemática (Henrique).

A aluna Marcela concorda com o que diz o participante Henrique, quando responde no questionário que “é possível entender a ideia, já que a música trata de um exemplo de série geométrica convergente, mas é apenas um exemplo”, o que é comum ao pensamento do Rodolfo:

Alguém sem conceito matemático nenhum, ficaria difícil [para essa pessoa] entender a progressão. Mas alguma ideia ali do que tá falando, acabaria tendo. E sem dúvida nenhuma, se colocar um clipe até as outras pessoas conseguiriam entender o processo (Marcela).

Além disso, o pedido por um videoclipe foi muito grande entre os alunos entrevistados. Portanto, a PMD7, conforme já relatado, foi feita por mim, com apoio do orientador desta pesquisa e tendo como base esses pedidos e as sugestões dos alunos participantes. Alguns aspectos dela já foram analisados nessa descrição analítica na seção que aborda as ideias matemáticas, sua profundidade e sua flexibilização.

A participante Carolina pensa também que a ideia matemática ficaria complexa demais para quem não conhece o conceito:

Carolina: [...] a ideia foi, porém, para uma pessoa que não conhece o assunto, ele vai ouvir e não vai entender. Então a música poderia ser trabalhada ou quando você vai ensinar, vai abordar o conceito, você apresenta a música para instigar, isso aqui lá na frente vocês vão entender a relação, ou pra alguém que já conhece, aplicar a música e pedir para eles tentarem encontrar a ideia matemática ali. Agora alguém que não conhece o conceito, tá implícito, é um conceito complexo.

Entrevistador: um videoclipe ajudaria, tornaria isso mais profundo?

Carolina: Mais profundo e mais claro, pois a ideia está implícita, o vídeo pode tornar isso mais evidente, mais aparente (Carolina).

Como supracitado, tal inquietação é insistente ao longo dos encontros. Em um deles, uma das alunas declara ter levado a letra da música para a mãe ver, gerando um debate muito intenso sobre a profundidade conceitual dela:

Letícia: porque é o seguinte, como eu tinha o áudio da música, eu chamei minha mãe para escutar a música, porque eu queria que alguém que não tivesse nada com isso, que não soubesse nada do que a gente estava tratando. Queria saber como alguém ia enxergar? O que ia entender da letra? O que ia se passar? Aí eu a chamei para escutar e falei para ela prestar atenção na letra e ela escutou. A minha mãe não fez Matemática, então, tipo assim, ela não sabe o que é uma série, mas ela fez Contabilidade, então PG para ela é uma coisa acessível. [...] Aí eu perguntei assim: e quando você ouviu a música, o que você pensou, pode falar com suas palavras? Ela respondeu que viu como se fosse um coração (conquistar) que era metade e que aí depois foi colocando um quarto e que foi colocando pedacinho por pedacinho e virou um inteiro.

Marina: sua mãe é louca?

Letícia: aí eu perguntei se tinha mais e ela disse que os pedacinhos estavam falando da PG e da razão, mas ela não falou de infinito, de convergência, porque ela não teve contato com esses conceitos. Mas ela identificou que de pedacinho em pedacinho, virava um inteiro e que tinha uma PG por trás de razão meio.

Professor: então ela estabeleceu uma relação com a outra representação que é aquela que nós trabalhamos visualmente que é aquela de preencher o quadrado. Só que como a música fala de conquistar, então ela pensou no coração. É legal né!? E aí dá para pensar em que proporção tem que ser. Seria um quarto? Pensar em área.

Letícia: aí ela não pensou em área...

Professor: está certo então?

Marina: para um aluno de colegial, você está toda hora falando isso. Então, mesmo que a ideia principal seja esta, se a gente levar esta música, vamos supor que a gente acabou. Ou leva antes de ensinar PG ou leva depois que já ensinou, para ver se eles conseguem encontrar lá no meio da música. E eu acho que eles conseguiriam.

Paulo: eu acho que seria legal levar antes, porque a música é agradável, gostoso de ouvir.

Aluno G: e é aquele fator da atração...

O debate intenso exposto no trecho acima mostra que, apesar de uma limitação artística comum à música pela sua forma sintética de expor os conceitos, as pessoas podem estabelecer relações com as ideias matemáticas, aprendendo conteúdos matemáticos de forma diferente.

Outro limite artístico refere-se à PMD visual. A aluna Carolina aponta que pode haver preconceito de se fazer Matemática de modo diferente, haja vista que ela relata que a irmã entendeu em um primeiro momento aquilo (*Harlem Shake* matemático) como bagunça, afastando-se da categoria de Scucuglia (2012) de sentido matemático:

Eu mandei o vídeo do Harlem Shake para minha irmã – ela faz Ciência da Computação na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) - e ela respondeu que era uma confusão sem sentido. Aí eu respondi que tem sentido, eu vou falar sobre o Teorema das Quatro cores. Estuda o Teorema e tenta ver. Aí, como ela está na área de exatas, ela deu uma olhada, mas não entendeu muita coisa, só que entendeu que tinha um sentido. A visão da bagunça sem sentido sumiu. Entender tudo que estava por trás, todo aquele nosso raciocínio, ela não entendeu (Carolina).

Ressalto que é possível ter sentido matemático completo (SCUCUGLIA, 2012) na PMD (produto). Porém, destaco que há riqueza de discussões no fato de conteúdos

ligados aos temas principais terem sido abordados pelos alunos durante as atividades, bem como estudos de conceitos avançados como fronteira e dimensões, com a incorporação de coisas novas e da aprendizagem de novas matemáticas, o que demonstra a importância do processo de produção das PMDs como possibilidade didático-pedagógica (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), o que será trabalhado de modo mais claro na seção seguinte.

Sendo assim, a música, no senso comum, não é visual, porém, pensando em outros tipos de visualização, convido-lhe, leitor, a fechar os olhos e ouvir a música, visualizando mentalmente o que ouve. Há surpresas? Há emoções? Há sentido?

Presmeg (1986) atesta cinco tipos diferentes de visualização, sendo eles: 1) concreta e pictórica (representação de figuras na mente); 2) visualização de padrões (relações puras descritas em um esquema visual e espacial); 3) Imagens de fórmulas da memória (escrever uma forma no quadro após visualizar na memória); 4) Imagens cinestésicas (as que envolvem atividade muscular, tipo um dedo andando no ar para formar uma parábola); e 5) Imagens dinâmicas (que se mexem).

Pensando na imagem cinestésica, de acordo com Presmeg (1986), não poderíamos escrever a música no ar, a partir de nossas sensações, ao escutarmos com os olhos fechados? Com base nisso, partindo das categorias de análise de uma PMD de Scucuglia (2012), notei que as emoções vicárias e viscerais são exaltadas por ela, provocadas devido à melodia ser bastante ativa e alegre.

Tal fator está ligado a experimentação e a visualização no conceito de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLAREAL, 2005). A experimentação vai além de toques seguidos na tela de uma calculadora ou de um computador ou de um celular, uma vez que busca o desconhecido, a verificação da verdade de uma hipótese. A tecnologia computacional engloba a visualização e o constructo teórico dos seres-humanos-com-mídias a destaca.

Como já mencionado, as categorias do sentido matemático têm uma limitação pelo caráter sintético da música. Além disso, não há surpresa matemática aparecendo de modo tão profundo, pela Matemática na música não poder ser explorada de modo tão longo e detalhado.

Já a PMD1 tem como objetivo apresentar à audiência o “prazer matemático” envolvido na descoberta da possibilidade de colorir o mapa com quatro cores diferentes, sem que a mesma cor não faça fronteira, isto é, a possibilidade de se sentir

prazer ao explorar um ambiente de atividade ou problema matemático, no caso, a sala de aula.

Pensando nas categorias de Scucuglia (2012), a PMD1 abordada engloba emoções vicárias, na medida em que a audiência pode sentir a mesma felicidade que os atores estão sentindo, devido à intensidade da música, que leva a movimentos desengonçados e alegres e ao colorido exposto no figurino e no cenário. Tal fator contribui para a formação de imagens diferentes com relação a Matemática, haja vista que ela está ligada a emoções como a felicidade, indo de encontro a IPM. Ainda, há relances de visceralidade, já que a audiência pode se exaltar com o vídeo e ter sensações como o coração disparar ou suar por, talvez, começar a se movimentar também. Também, a ideia matemática é apresentada de modo levemente surpreendente, devido, principalmente, a uma característica própria dos *Harlem Shakes*, sendo que:

Eu sugiro que os ambientes de aprendizagem esteticamente ricos levam as crianças a questionarem, observarem, imaginar alternativas e apreciarem contingências e experimentarem o prazer e o orgulho (SINCLAIR, 2001, p. 26)⁶³.

Na PMD2, a intenção de apresentar um comportamento “maluco”, isto é, atípico ao ambiente expressa é construir uma imagem alternativa do matemático e seu fazer (a Matemática), representam uma tentativa de construir experiências formativas além daquela tradicional ou formal. É até uma maneira subversiva com relação ao ambiente acadêmico que, no geral, é autoritário e formal em excesso (LIM; ERNEST, 1999).

Analisando de acordo com as categorias de Scucuglia (2012), teremos uma análise análoga à feita com a PMD1, haja vista que as emoções vicárias são exaltadas com as fantasias apresentadas, as cores chamativas do cenário e do figurino, o movimento frenético dos atores, os objetos diferentes ao ambiente que lá estão, o que tende a despertar o mesmo sentimento “louco” na audiência. O sentido matemático é enfraquecido, conforme supracitado, e a surpresa matemática estão implícitas nesta versão do *Harlem Shake*, como já exposto nas seções anteriores, pelos mesmos motivos já discutidos na PMD1, mas há momentos de emoções viscerais, uma vez que a audiência pode, por exemplo, começar a rir ao assistir o vídeo devido aos movimentos loucos da cena.

⁶³ “I suggest that aesthetically-rich learning environments enable children to wonder, to notice, to imagine alternatives, to appreciate contingencies and to experience pleasure and pride (SINCLAIR, 2001, p. 26).

A PMD3 apresenta maior sentido matemático, como já abordado, ao mostrarem os alunos jogando um jogo representativo do T4C, mas também pode ser entendida como uma maneira diferente de se fazer Matemática: por meio de jogos (BRASIL, 1997; EMERIQUE, 1999). Isso pode contribuir para a criação das imagens alternativas mencionadas anteriormente nesta viagem. Além disso, com relação a emoções vicárias, esta versão é mais fraca, já que será difícil ter a audiência sentindo o prazer e a compenetração dos jogadores, de um modo que as emoções viscerais também são menos intensas, devido ao aspecto mais sério da cena, apesar do jogo reforçar a beleza do encaixe (SINCLAIR, 2001):

Interpreta a resposta estética como reconhecer um encaixe, de estrutura ou ordem, percebido como parte intuitiva e reconhecido como um nível emotivo do prazer. Se a resposta resultar de habilidades de quem percebe com relação ao ambiente (SINCLAIR, 2001, p. 25)⁶⁴.

A PMD4 tem a emoção vicária (SCUCUGLIA, 2012) de modo enfraquecido, uma vez que as imagens sublimares passam de maneira muito rápida, muito artística. Porém, as emoções viscerais se exaltam, provocando o espectador a tentar descobrir o que está sendo comunicado por aquele apanhado de imagens, o que pode causar surpresa, em oposição com a imagem típica da Matemática fria.

A PMD5, *4 Color Math Harlem Shake*, tem como força as emoções vicárias e viscerais (SCUCUGLIA, 2012), uma vez que oferece a quem está assistindo todas as expressões relatadas nas PMDs de 1 a 5 - cenário vívido e colorido, movimentos frenéticos, situações estranhas ao comum dos ambientes apresentados – que podem provocar emoções únicas na audiência. Também, ela traz o sentido matemático mais aguçado do jogo, como já abordado anteriormente, e de modo mais surpreendente, como na versão de múltiplas imagens.

A PMD6, música “Juntos somos um”, de acordo com as categorias de Scucuglia (2012), apresenta emoções vicárias e viscerais exaltadas, provocadas devido à melodia ser bastante ativa e alegre, o que também é incomum à Matemática e que está ligado à PMD7, o videoclipe da música, o qual apresenta certa surpresa matemática durante a prova da Série Geométrica Convergente, a partir da divisão do quadrado em partes infinitas que leva ao resultado 1.

⁶⁴ Rather, it interprets aesthetic response as a cognisance of fit, of structure or order, perceived in part as being intuitive and recognised at an emotional level as being pleasurable. The response results from an awareness of the perceiver in relation to the environment” (SINCLAIR, 2001, p. 25).

Dentro desse contexto, esta pesquisa apresenta uma possibilidade de construção de imagens alternativas para a Matemática ao trabalhar com professor em sua formação inicial, dentro do contexto performático de inovação tecnológica e criatividade artística. Imagens que estarão ligadas a Matemática vista como criativa (viva, colorida, etc.); ou como humana (flexível, dialógica, etc.)

Passando a jornada poética pela descrição e análise de dados aos aspectos artísticos das PMDs, passo agora a analisar os dados pensando em suas características tecnológicas, que se associam ao constructo teórico dos seres-humanos-com-mídias:

A partir do desenvolvimento de pesquisas, temos encontrado evidências sobre como o uso das Artes, das tecnologias digitais móveis e da internet rápida podem trazer possibilidades diferenciadas para a produção coletiva de conhecimentos matemáticos em ambientes de aprendizagem, transformando aspectos sobre o pensamento matemático e sobre a imagem pública da Matemática, em cenários nos quais estudantes são engajados na produção de performances matemáticas digitais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 128).

Dessa maneira, como já abordado no Canto I, a noção seres-humanos-com-mídias “é tomada como uma lente teórica que enfoca os modos sobre como os artefatos, em especial as tecnologias digitais, moldam a produção de sentidos e a reorganização de pensamentos (matemáticos)” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 118-119). Sendo assim, o processo de produção das PMDs formou coletivos pensantes que moldam a produção do conhecimento?

A aluna Letícia relata que a Matemática pode ir além do papel e da caneta, além de dizer que mudou sua visão com relação à viabilidade do ambiente performático:

Na performance,
Primeiro mostrar
que a Matemática
não é só papel e caneta.

Mudou a minha visão
porque se meus alunos
participarem,
eles estarão aprendendo.
É meio complicado trazê-los
para o processo de criação,
mas é viável, porque
não precisa ser
uma coisa grandiosa.

Letícia

Ela ainda atesta a importância do processo coletivo da PMD, uma vez que ocorrem mudanças na forma de compreensão de conceitos, quando a discussão é coletiva:

Quanto ao processo coletivo, é muito importante pela questão de como o outro enxerga. Porque quando eu estudo Matemática, eu estudo sozinha. Vou ler a matéria, fazer exercícios e fazer a minha prova. Mas quando estou estudando em grupo, eu consigo enxergar de uma maneira diferente. Quando o professor está preparado para aquilo e chega apresentando um monte de coisas, você com as outras pessoas vão discutir como cada uma está recebendo isso, pois cada uma recebe de uma forma, de acordo com o que ela já tem e esta discussão faz com que haja uma troca (Letícia).

Essa coletividade também é apontada pelo participante Rodolfo, que afirma que tanto o trabalho quanto as ideias matemáticas vieram ou foram desenvolvidas por um todo:

Rodolfo: o trabalho foi desenvolvido com a ajuda de todos, coletivo, algo espontâneo.

Entrevistador: sobre as Artes, sobre as tecnologias digitais, considerando todas as performances.

Rodolfo: houve uso grande de tecnologias para fazer os cortes, a gente teve acesso à produção da música em si, todo um trabalho artístico, para criar a música, para produzir a música.

Entrevistador: sobre as ideias matemáticas...

Rodolfo: As ideias matemáticas vieram de um todo, de todos dando ideia para conseguir passar aquele conteúdo de forma não muito clara, mas que tivesse ali no fundo (Rodolfo).

A participante Carolina vai adiante e diz que não houve imposição, uma vez que a característica pessoal de cada participante foi respeitada, algo que a atraiu bastante devido a sua timidez:

Carolina: foi trabalhado por todos, não foi imposto uma vez que fica aberto, quem quer participar não tem esta obrigação. Quem tem certa timidez. Isso facilita um pouco porque, por exemplo, eu sou mais tímida, eu não quero participar. Mas aí a gente vê o envolvimento dos outros e no meio do processo a gente acaba se engajando. Então não foi imposto e acaba trazendo a gente devagarzinho. Ou não, pode ter alguém que não queira participar e só assista e tira suas conclusões.

Entrevistador: e até mesmo o processo de fazer a música, de ideias do roteiro, todo mundo pode palpitar.

Carolina: Foi debatido e proposto por nós mesmo, bem consensual (Carolina)

Para mim, ressaltam os aspectos éticos e políticos envolvidos na construção do conhecimento, principalmente quando os participantes destacam a produção coletiva do conhecimento, a não imposição por parte dos professores, a espontaneidade, a observação da visão do outro, a aceitação de diferenças.

Sobre a questão artística e tecnológica, o aluno Henrique atesta a produção coletiva, envolvendo até as tecnologias e as Artes:

Dança, música, vídeo, fizemos a letra da música, a canção, fizemos o Harlem Shake, envolvendo boa parte de Arte: música, dança, parte teatral de cada um. Tecnologias óbvias. Câmera, filmadora, produção musical. Toda tecnologia de produção musical, das câmeras e dos vídeos e edição de vídeo. Foi tudo coletivo, sempre que o professor ia mudar, ele pedia nossa opinião. Foi tudo coletivo mesmo. A letra da música, o vídeo (Henrique).

Penso que o ambiente performático que envolveu o curso de extensão que serviu como cenário para a produção de dados dessa dissertação contribuiu para a formação de coletivos pensantes (LÉVY, 1993) do tipo professores-com-Artes-e-tecnologias-digitais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), tais quais: professores-estudantes-giz-lousa-projetor-violão-laptop, para compor a letra da música; ou professores-estudantes-câmera-filmadora-jogo-cartaz-tinta para produzir *Harlem Shakes*. As falas dos alunos nas entrevistas ou as respostas dos questionários, bem como a participação ativa durante as atividades contribuíram para essa evidência, mediante a reorganização do pensamento por parte dos participantes (TIKHOMIROV, 1981).

Além disso, neste cenário, a mídia pode ser afastada de sua domesticação para o uso educacional:

A performance matemática digital pode ser entendida como um objeto digital, o qual é utilizado para comunicar ideias e estéticas. Expressar ideias matemáticas em forma de narrativa multimodal é consistente com a noção de não domesticação de novas mídias, na medida em que é uma forma de expressão que dificilmente poderia ser realizada sem a presença do ator internet rápida em um coletivo de seres-humanos-com-mídias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 128).

Ainda, associo a PMD à quarta fase das tecnologias digitais na Educação Matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014):

Como mencionado anteriormente, os dados apresentados neste artigo são associados com um tempo de transição, no qual a quarta fase da pesquisa em tecnologias e Educação Matemática, caracterizada pela incorporação dos coletivos de homens-com-mídias, estão apenas começando (BORBA, 2012, p. 806)⁶⁵.

Tendo a viagem atravessado os caminhos dos limites artísticos das PMDs, de sua categorização, bem como da formação de coletivos pensantes que remodelam o conhecimento, passo a navegar por caminhos didáticos-pedagógicos que surgem na seção seguinte, última categoria emergente da pesquisa.

⁶⁵ “As mentioned earlier, the data presented in this paper are associated with a time of transition, in which the fourth phase of research on technology and mathematics education, characterized by the incorporation of digital technology into collectives of humans with media, was only beginning” (BORBA, 2012, p. 806).

4.4 O caminho didático-pedagógico que surge

Digital, performance matemática
 Despertou interesse na formação
 Pelo prazer da experiência prática
 Na faculdade a participação
 Mostra que a aula pode não ser apática
 No viver futuro da profissão
 Por pensar sobre sua utilidade
 Ao aplicar conceitos com clareza

Na formação – Gabriel Gregorutti⁶⁶

De modo bem geral, resumiria o que abordamos até agora em:

A PMD é ainda uma possibilidade diferenciada e com potencial inovador para o ensino e aprendizagem de Matemática, uma alternativa para transformar a imagem negativa da Matemática escolar e dos matemáticos. É também um veículo para levar o prazer de atividade matemática para contextos não escolares (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 106-107).

O poema que inicia esta seção aborda aspectos das PMDs ligados à clareza na exposição de conceitos matemáticos, contribuições para a formação enquanto professor, ligadas, principalmente, a experiências práticas, ao mostrar que as aulas podem não ser apáticas, como geralmente são (BRASIL, 1997).

Nesse contexto, as performances podem vir como alternativa para romper a acepção pedagógica que os estudantes aprendem melhor quando o aprendizado é feito de modo fácil. As atividades matemáticas que pensamos tinham a proposta de fazê-los pensar fortemente (GADANIDIS, 2012). Por isso, as discussões tão profundas já apresentadas nas seções anteriores.

Entendo o conhecimento profissional do professor como orientado por uma atividade prática (ensinar Matemática a grupo de alunos), sendo que:

[...] se apoiei em conhecimentos de natureza teórica (sobre Matemática, Educação em geral, sobre o ensino de Matemática, entre outros) e em conhecimentos de natureza social e experiencial (sobre os alunos, dinâmica de aula, valores e cultura da comunidade correspondente, sobre a comunidade escolar e profissional, entre outros) (PONTE, 2012, p. 3–4)⁶⁷.

Nesse ambiente, a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática, o aluno Henrique demonstra ter aprendido sobre o T4C, ao enunciá-lo de maneira correta:

⁶⁶ Oitava rima com versos decassílabos.

⁶⁷ “aunque se apoye en conocimientos de naturaleza teórica (sobre matemáticas, educación en general, o bien sobre enseñanza de las matemáticas, entre otros), y en conocimientos de naturaleza social y experiencial (sobre alumnado, dinámica de aula, valores y cultura de la comunidad correspondiente, o bien sobre comunidad escolar y profesional, entre otros)” (PONTE, 2012, p. 3-4).

Eu, por exemplo, não conhecia o Teorema das Quatro cores. Fui saber o que significava no meio da produção. Se ele está ali no meio, ele vai querer saber, para poder falar que no final ajudou a fazer aquilo. Porque se ele pegar uma coisa pronta e assistir sem ter ajudado, pode ser que ele assiste e goste, mas não vai aprender como se tivesse ajudado a montar (Henrique).

O teorema diz que qualquer mapa, qualquer superfície que seja dividida, ela pode ser pintada com quatro cores diferentes sem que essas cores façam fronteira. Ou seja, se pintarmos de azul, aqui não pode ser azul (gestos) (Henrique).

Ainda, destaco que o saber matemático (específico) é característica forte na formação de um professor de Matemática (PONTE, 2012), não devendo ser descartado, apesar de se ter que fazer ligações com os saberes pedagógicos, o que não é feito geralmente:

A ênfase da discussão, por parte dessa sociedade, centra-se no conteúdo matemático específico, desconsiderando que o saber disciplinar é apenas uma das dimensões do saber docente e que esse saber disciplinar, se desprovido de uma abordagem pedagógica e curricular, não oferece ao futuro professor as condições mínimas para o exercício da profissão docente na escola básica. Além disso, parece desconsiderar as três dimensões da profissão docente: o saber, o saber-fazer e o saber-ser (NACARATO, 2006, p. 144).

A aluna Carolina, assim como os outros já citados em outra seção, também enuncia o teorema de modo correto, indicando que houve formação também a respeito do saber específico:

[...] o teorema das quatro cores é um teorema que fala que a gente pode pintar qualquer mapa, com no mínimo quatro cores, com quatro cores, elas são suficientes, sem que haja fronteira com a mesma cor (Carolina).

Se a aprendizagem de Matemática é possível em um ambiente performático, reforçando o saber específico (PONTE, 2012), ela também despertou interesse para um futuro uso por esses licenciados, quando tiverem atuando como professores:

Entrevistador: Foi importante esse ambiente para sua formação?

Carolina: Foi, até mesmo por que é uma área que despertou interesse para eu estudar, porque eu gosto muito desse tipo de questão. É uma área que até me despertou interesse.

Entrevistador: você pensa em utilizar PMD no futuro? Se sim, como?

Paulo: Sim, sem dúvida se eu seguir com a carreira de professor, com certeza eu vou usar performance matemática para estimular o ensino e a aprendizagem nos alunos.

Entrevistador: você pensa em utilizar PMD no futuro? Se sim, como?

Marcela: Sim, mostrando aplicações da Matemática. Seria muito útil na hora de começar conceitos novos: atrairia atenção dos alunos, mostraria aplicações, etc.

Como já mencionado no Canto I, as PMDs perpassam questões ligadas à formação de professores (BORBA; GADANIDIS, 2008), já que são consideradas uma

possibilidade didático-pedagógica (SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), o que se vê quando se é possível aprender conceitos matemáticos em seu contexto. Penso que o ambiente propiciou que as PMDs e seu processo de produção possam ser entendidos como tal possibilidade, cabendo, então, uma discussão acerca da formação de professores.

As preocupações dos participantes do curso em como comunicar a ideia matemática de forma artística e a maneira como o conteúdo foi abordado, contribuíram de modo efetivo com a formação deles, o que se observa, por exemplo, na fala da aluna Letícia:

Eu acho que acrescentou muito [a participação no ambiente performático] como profissional da Matemática, mesmo que não seja do ensino básico, pode ser do Ensino Superior. Acrescentou muito pra mim e acho que para todo mundo, porque a Matemática mesmo para quem está aqui dentro parece chata, pesada, difícil. Então, se a gente desconstruir isso aqui dentro, enquanto professor, isso vai ajudar muito. Porque às vezes a gente até em relação à diferença, por que o professor do ensino básico faria todo este processo e o do superior não? Porque se o conceito matemático pode ser passado de maneira mais leve, isso pode ser utilizado no Ensino Superior. Foi de grande valia (Letícia).

O aluno Henrique também afirma que a produção de PMDs contribuiu para sua formação, falando, ainda, da importância de ter participado na prática, ao lembrar que foi estimulado com esse processo:

Claro [que as performances trouxeram contribuições]. Porque como eu digo sempre para os meus colegas e para os alunos também, que eu dou aula às vezes. Que acima de tudo, além de ser professor, eu sou aluno ainda. Aqui na universidade. E acho que esta junção é importante. Na produção das PMDs, tanto como professor, eu aprendi ali como aluno. Enquanto aluno, eu enxergava o quanto era importante, o quanto eu estava aprendendo. O quanto queríamos participar. E com olhar do professor eu vi o tanto que era importante vendo quanto a gente se sentia à vontade, o quanto podemos fazer o aluno querer aprender, querer participar. E pretendo utilizar as performances como metodologia. Ainda mais a parte da música (Henrique).

A reflexão sobre a prática é um processo muito importante dentro da formação, pois a "reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência da relação Teoria/Prática sem a qual a teoria pode ir virando blá-blá-blá e a prática, ativismo" (FREIRE, 1996, p. 22).

Se a reflexão sobre a prática é ressaltada, outro aspecto destacado é as tecnologias digitais. Nesse sentido, Gatti e Barreto (2009, p. 138) afirmam sobre a importância das tecnologias para o ensino da Matemática:

Saberes relacionados à tecnologia, em enfoque de utilização, que incorporam: Aplicações da Informática para o Ensino da Matemática, Computação para o Ensino, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), aplicações à Educação Matemática (GATTI, BARRETO, 2009, p. 138).

A aluna Letícia relata a importância desse aspecto do ambiente performático para sua formação, haja vista que os participantes puderam praticar um modo de utilizarem as TDs na Educação Matemática:

Fizemos música, vídeo, já juntando com as tecnologias, foi de grande valia pra mim também o contato com este tipo de tecnologia. Programa utilizado para fazer música eu não conhecia. E todo mundo que pode ver achou muito legal e era algo distante e claro que a gente nunca achou que fosse conhecer num curso de Matemática. A aproximação de nós mesmos com essas novas tecnologias também foi um grande crescimento pra nós. O que eu captei é que às vezes a gente pense em criar performances, vídeos, músicas. E aí eu vou lá, professora, vou criar algo e passar pros alunos. Mas mudou a minha visão por que se meus alunos participarem, eles estarão aprendendo. É meio complicado trazê-los para o processo de criação, mas é viável, porque não precisa ser uma coisa grandiosa. Porque poderíamos fazer um vídeo para o YouTube. Como seria fazer um vídeo no YouTube pra passar um conceito, como seria? A discussão de produção faz com que o aluno cresça (Letícia).

Penso que o ambiente performático contribuiu para a formação dos seus participantes, por aproximá-los de modo prático do uso de tecnologias, sendo que:

Como instituir propostas inovadoras em sala de aula, com o uso de tecnologia, se esta pouco se fez presente na formação do aluno? Vale destacar que a maioria considerou que a Graduação pouco contribuiu para a formação de competências necessárias (NACARATO, 2006, p. 147). (Henrique).

Outro componente didático pedagógico deste ambiente que deve ser salientado, é o aluno poder estar ativo (FREIRE, 1987), tomando decisões importantes dentro do processo de ensino e de aprendizagem:

Marcela: a gente pode usar isso daqui pra dar um exemplo de convergência de série, que nada mais é do que um limite.
[...]
Letícia: mas a gente é Licenciatura, a gente tem que pensar na escola, nos alunos. Se a gente pensar na ideia do aluno querendo passar de ano, alcançar a nota.
[...]
Pedro: precisa de uma palavra bem repetida.
[...]
Letícia: temos que ligar com a Matemática.
[...]
Professor: tem que pensar em ter rima...
Henrique: antes de falar do coração, falar do cara tentando conquistar a moça; um meio, mais um quarto...
Tudo tem limite...
Professor: metade do caminho devo alcançar...
Mariana: para o seu beijo eu conquistar
[...].

Além de decisões como no trecho acima, indagações sobre o possível entendimento de alunos do Ensino Fundamental também surgiram ao longo do processo de produção das PMDs. Em um desses momentos, o professor instiga o

debate, ao perguntar se um aluno entenderia o conceito matemático, ao ouvir a música:

Professor: vamos saber que um aluno do Ensino Fundamental não sabe a ideia principal da música e ele vai e ouve a música. Ouvindo a música, ele vai aprender?

Marina: não.

Professor: ele vai aprender, ele vai entender que aquela série é um?

Mariana: não.

Marcela: só dá para entender que ele está andando em algum lugar, não o conceito matemático.

A participação dos alunos se manteve muito ativa durante o processo de produção da PMD, que envolveu, a partir de discussões de conceitos matemáticos, a decisão sobre como comunicar a ideia matemática. O processo de ensino e aprendizagem sofre mudanças nesse ambiente, uma vez que os alunos tomam decisões importantes nesse cenário educacional, tornando-se sujeitos do processo:

Letícia: mas o limite e o infinito têm que ser mais no final da música...

Henrique: só que o problema é que o refrão e o meio da música vão ficar com a mesma batida...

Carlos: vamos rimar com *er* agora...

Letícia: esse negócio que a Marina está falando é muito legal...

Marina: vou prosseguir até você eu conseguir...

Letícia: ficou muito "pegável"; tem que ser mais romântico

[...]

Marina: agora eu perdi o foco, não tem mais conseguir, não sei mais.

Era assim: então eu vou prosseguir até você eu conseguir. O infinito eu vou decifrar até você eu encontrar.

Pedro, mostrando com as mãos: vamos revezar assim (ALTERNADO).

Marina: não tem que aparecer o limite?

Professor: tem que pensar na audiência. Que insights quem vai ouvir vão promover sobre aquela ideia...

Pedro: põe mais Matemática no meio.

Rodolfo: acho que não precisa pôr mais Matemática...

Professor: mas tem este lado, o lado das Artes é bem subjetivo e a subjetividade da linguagem matemática.

Marina: o infinito decifrar e o limite calcular

Entrevistador: então para ela ter um conhecimento maior sobre aquilo, ela precisava participar do processo de produção. Você acha isso?

A aprendizagem dos conceitos matemáticos acontece com muito diálogo, com alunos participando bastante, como se vê no trecho a seguir:

Marcela: é que ele tinha que multiplicar...

Professor: Já viu PA e PG? É mais ou menos com isso que estamos trabalhando. Soma dos termos, só que de uma forma infinita.

João: estou tentando lembrar a fórmula. É que parece o finito lá, então soma o termo aqui, e fica só o um em cima vezes um dividido por um, menos a razão.

Beatriz: não, aí tem parênteses.

João: passa a barrinha. Põe um pouquinho mais pra cá...embaixo o 1 menos a razão.

João: você tá multiplicando por meio cada termo... Agora é só resolver.

ALGUÉM: é esta fórmula?

João: na verdade a fórmula completa é o primeiro termo vezes um menos a razão elevado a n , dividido por 1 menos a razão. Mas como o n é finito, e sua razão é menor que um, ela zera.

Os trechos acima sugerem que os alunos participaram ativamente do processo de composição da letra da música “Juntos somos um”, tomando decisões importantes, tanto acerca do aspecto comunicacional do conceito matemático, tanto pensando em qual audiência ouviria aquela PMD. É um momento em que eles aprendem Matemática ao discuti-la, deixando os comuns aspectos passivos da Educação de lado, quebrando a ideologia da acomodação e do silêncio (FREIRE, 1981).

Tal aspecto das PMDs faz com que seja essencial que os alunos participem do processo para maior aprendizagem:

É essencial o aluno participar da produção. Porque se você for falar de adolescente, de criança, ele está naquela fase que ele quer se sentir envolvido no meio, na sociedade. Você fazendo ele fazer parte da produção, aquilo dá um engajamento muito maior pra criança ou adolescente e ele vai sentir muito mais vontade de aprender aquele conceito, dando ajuda ao processo e no final da conta é maravilhoso você ver aquele negócio pronto e saber que ajudou a criar aquilo (Henrique).

Também por observar que um dos principais aspectos da PMD é a busca de interação com a audiência de um modo diferente, no caso entre professor e aluno, de modo que os alunos participam ativamente desde o começo do processo de criação, tal qual buscava o Teatro do Oprimido (CANDA, 2012), ao se basear na Pedagogia do Oprimido (FREIRE, 2011), esteve presente na produção de PMDs do curso analisado nesta jornada poética. Tal aspecto foi muito referenciado pelos participantes do curso, sejam nas entrevistas ou questionários, seja durante os encontros:

Augusto Boal construiu uma trajetória artístico-educativa de fortalecimento das potencialidades dos sujeitos em seus atos de criação estética, reflexão e conscientização política. Ao compreender o teatro como ferramenta de transformação social para/com/pelos oprimidos, Boal difundiu seu método de teatro, baseado em jogos de percepção, expressão e criação, em diversos países, batizando-o como Teatro do Oprimido, em homenagem à obra de Paulo Freire (CANDA, 2011, p. 196).

A descrição analítica da viagem passou por uma Matemática humana e criativa, em um ambiente que envolve aspectos artísticos e tecnológicos que proporcionou aprendizagem de Matemática e potencialidades para formação dos docentes. Sendo assim, atravesso agora o epílogo desta viagem, encerrando-a.

EPÍLOGO

Imagem alternativa
Humanizada, afetiva
Que faz forte oposição
A sua comum aversão

Caminhando criativa
Uma explosão colorida
Vivificando a razão
Coletiva formação

Mídia por todas as partes
Conhecimento com Artes
Mudando o pensamento

Defenestrando o lamento
Sem medo, com ousadia
Em contundente alegria

Imagem alternativa – Gabriel Gregorutti⁶⁸

O poema acima, escrito por mim a partir do que emergiu nos dados da pesquisa, conforme explicitado no Canto II, resume as particularidades desta investigação. Essa expressão artística resume boa parte do que aconteceu neste estudo a fim de responder a pergunta: **Como ocorre o processo de construção de imagens sobre a Matemática em um cenário no qual futuros professores de Matemática produzem PMD?**

Uma possível resposta para essa pergunta, considerando os dados desta pesquisa, seria que o processo ocorre apresentando uma Matemática que se mostra mais humana e criativa, com muitas cores e diálogo, formando coletivos pensantes com Artes e tecnologias digitais, mas que pode apresentar algumas limitações.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) apontam quatro fases para o uso de tecnologias digitais na Educação Matemática. Essas fases se sobrepõem, isto é, o surgimento de uma nova fase não marca o fim da outra, obrigatoriamente.

A primeira, começando em 1985, no geral com uso de calculadoras simples e alguns computadores, pela linguagem LOGO, embasando-se no Construcionismo. A segunda, na década de 1990, em um ambiente de popularização dos computadores, com experimentação e Geometria Dinâmica. A terceira fase iniciando-se por volta de 1999, com a internet já em prática, pelos e-mails, chats e fóruns, marcando o começo da Educação a distância. E a última fase, que se inicia por volta de 2004, com a

⁶⁸ Soneto com versos heptassílabos e rimas AABB AABB CCD DEE.

internet rápida e os celulares e a explosão das redes sociais como o Facebook e o Youtube.

Há estudos acerca das PMDs em diversas áreas como o teatro (LACERDA, 2015), seres-humanos-com-mídias e PMD (SCUCUGLIA; BORBA, 2007), lentes teóricas para análise (SCUCUGLIA, 2012), IPM e PMD (SCUCUGLIA, 2014), entre outros. É no contexto da quarta fase, com o advento da internet rápida, que as PMDs são inseridas, sendo que as

[...] conjecturas iniciais, baseadas em interpretações de dados de nossos projetos, sugerem que a combinação entre as Artes e a utilização das tecnologias digitais pode contribuir para a constituição deste cenário pedagógico que vislumbra a popularização social da Matemática e visa, através da diversidade e interdisciplinaridade, desconstruir estereótipos vinculados ao autoritarismo” (SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2013, p. 352).

As Artes e as tecnologias digitais permitem que a Matemática seja vivida, feita e compreendida de maneira estética e humana (GEROFSKY, 2006). Desse modo, penso que esse fazer matemático diferente, permite que a Matemática seja flexibilizada, admitindo influência humana e subjetividade, em oposição com a sua comum formalidade e frieza (FURINGHETTI, 1993). Outro aspecto destacável é sua construção por meio de diálogo (GADANIDIS; BORBA, 2008), o que a afasta da visão de que há apenas uma forma de se responder um problema matemático, o famoso certo ou errado (ERNEST, 1995). Tais características dão vida à Matemática, do modo de ver a Matemática como algo que pode ser compartilhado (GADANIDIS; BORBA, 2008)

Ao mesmo tempo em que a Matemática é flexibilizada, de acordo com os dados produzidos por esta pesquisa, o sentido matemático (SCUCUGLIA, 2012) se desenvolveu de maneira muito eficaz durante os diálogos nas atividades do curso de extensão que serviu de cenário para a produção de dados deste estudo, configurando o ambiente performático como um espaço capaz de produzir Matemática.

Se a Matemática no ambiente discutido nesta jornada foi apresentada de modo que admitia a influência humana (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), ela também apareceu de maneira muito criativa, seja em seu produto ou durante o processo de criação, em oposição às suas características fechadas, formais e frias (LIM; ERNEST, 1999).

Cenas com muitos movimentos, celebrando ou representando o prazer de se fazer Matemática foram muito comuns, como mostra a *selfie* dos alunos no cenário de

produção das PMDs. Tal foto foi publicada no *Facebook*, simbolizando o compartilhamento da Matemática dos estudantes para além da sala de aula:

Figura 24 - Selfie dos alunos publicada no *Facebook*



Fonte: dados da pesquisa.

Essa foto retoma as minhas inquietações iniciais feitas no Prólogo e me fazem pensar que é possível a Matemática não ser apenas para loucos ou *nerds*; que ela não necessariamente precisa ser fechada, fria ou formal; que ela pode trazer sorrisos, dinamicidade, colorido, representar sentimentos como amor; ou ser feita com o brincar, sendo que o jogo é entendido como:

[...] uma situação privilegiada afetiva, social e cognitivamente; não pode ser imposto nem dele se exigir resultados; no entanto, é ordem e cria ordem, pois aponta para os limites a serem aceitos ou superados; pode diminuir resistências, pois rompe com a rigidez, com o autoritarismo, o controle e o mando, democratizando as relações; não se confunde com fetiches metodológicos, fórmulas mágicas ou modismos; exige uma postura consciente e uma abertura para o risco, a ambivalência e o incerto; ao mesmo tempo, pode tornar reais o prazer da descoberta, o encantamento que seduz, a entrega do novo (EMERIQUE, 1999, p. 194).

Nesse sentido, apresento duas imagens alternativas da Matemática nesta jornada poética. A primeira, humanizando a Matemática a partir da admissão da influência humana e do diálogo. A segunda, abrindo espaço para a criatividade no seu fazer, seja com o jogo, seja com um ambiente mais colorido, seja admitindo sentimentos.

No que tange à criatividade, as PMDs cinematográficas permitem que os alunos e professores se tornem atores, produtores ou diretores, conforme as falas das entrevistas e as respostas dos questionários. Essa característica típica do ambiente performático, permite que os atores se aproximem da personagem de acordo com a terceira fase do documentário de Eduardo Coutinho (BEZERRA, 2014), uma vez que eles podem atuar, deixando de lado a representação.

Outro aspecto performático refere-se a análise das sete PMDs a partir das categorias de análise de Scucuglia (2012), pensando no ponto de vista artístico e tecnológico.

Foi possível muita emoção na medida em que a audiência pode sentir a mesma felicidade que os atores estão sentindo, devido à intensidade da música por seus movimentos desengonçados e alegres e ao colorido exposto no figurino e no cenário. Ou sensações de coração batendo com o frenesi da música ou com a beleza do encaixe (SINCLAIR, 2001).

Tal contexto está associado à IPM e as imagens alternativas que sugerimos nesta pesquisa, uma vez que remete ao Grego Antigo, em que a produção do conhecimento racional, não exclui o prazer, com o exemplo de obras com poemas ou alegorias (MARCONDES, 2001).

Além disso, o ambiente performático que serviu de cenário para a produção de dados desta pesquisa contribuiu para a formação de coletivos pensantes (LÉVY, 1993) do tipo professores-com-Artes-e-tecnologias-digitais. As falas dos alunos levam a essa constatação, uma vez que eles relatam o uso de diversas tecnologias para a reorganização do conhecimento (TIKHOMIROV, 1981) matemático. Outro aspecto é a não domesticação (BORBA; PENTEADO, 2001) das mídias, uma vez que a narrativa multimodal é consistente com relação à não domesticação das mídias, também pelo seu aspecto criativo.

Destarte, penso que o ambiente performático reconecta o ser humano. Atualmente, o vício em TDs cresce absurdamente. Várias são as pessoas que se desconectam do mundo ao redor para ficar no celular, seja em um bar, seja na sala

de aula ou no almoço de família. O ambiente de produção das PMDs, na minha visão, permitiu que as pessoas utilizassem TDs com um envolvimento coletivo, aproximando-as.

Além dessa característica ligada aos seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), ressalto a importância do processo de produção, devido a seu aspecto que levou a participação ativa dos alunos, seja produzindo conhecimento ou tomando decisões importantes. Nessa perspectiva, saliento a curiosidade, nesse ambiente que permitiu uma explosão de criatividade, de modo que a

[...] curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção que sugere alerta faz parte integrante do fenômeno vital. Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos (FREIRE, 1996, p. 32).

Dentro dessa observação da participação ativa do aluno, enfatizo que PMD é pensar com o aluno, fazendo-o assumir responsabilidades no processo de ensino e de aprendizagem, diferentemente das metodologias tradicionais de ensino que permeiam a Educação Matemática (BRASIL, 1997). Ao mesmo tempo em que se produz conhecimento com estética (GEROFSKY, 2006), com o professor se afastando do autoritarismo (FREIRE, 1981, 1987).

Na medida em que conhecimento é produzido no ambiente performático com forte sentido matemático (SCUCUGLIA, 2012) em alguns casos, essa noção teórica pode ser entendida como uma possibilidade didático-pedagógica para o ensino e para a aprendizagem de Matemática. Sendo assim, a formação de professores se torna uma questão a ser pensada e discutida. Observamos que o ambiente performático proporcionou de alguma maneira conhecimento específico aos futuros professores que participaram do curso de extensão, ao mesmo tempo em que permitiu reflexão profissional (FREIRE, 1996), aproximação do conhecimento pedagógico (NACARATO, 2006) e vivência de práticas educacionais com tecnologias digitais (GATTI; BARRETO, 2009).

Porém, afirmo que não estamos propondo o uso de PMDs na Educação Matemática como uma salvação para todos os problemas que a afligem e que são discutidos pela comunidade. Muito menos que o ambiente performático deve ser sempre utilizado. Há limites para essa noção teórica e alguns deles eu apresento a seguir com base nos dados desta pesquisa.

Primeiramente, um limite metodológico deste estudo remete-se ao uso de categorias prontas para análise das PMDs, no caso, as categorias de Scucuglia (2012). Mesmo que abrimos possibilidade para o surgimento de novos aspectos, isso não aconteceu, levando-nos a usar as categorias desenvolvidas por Scucuglia (2012).

Em destaque, foram fortes as afirmações dos participantes do curso com relação a falta de sentido matemático em algumas das PMDs (produto). PMDs produzidas com pessoas mais capacitadas com relação à produção de filmes, de vídeos, de músicas, etc. poderiam ter as categorias de Scucuglia (2012) potencializadas. Ou seja, os produtores das PMDs analisadas nesta viagem poética são amadores ou semiamadores, o que se configura como uma limitação artística ou tecnológica.

Um desses limites se deu na PMD7. Como já apresentado anteriormente (Figura 23), o quadrado com o coração dentro se divide ao meio, ao meio de novo e assim por diante. Porém, o modo mais adequado para se dividir, de acordo com a Série Convergente Geométrica estudada, seria o apresentado por (ZWICKY, 2000), exposto na Figura 10.

Além disso, a necessidade sintética das Artes como a música faz com que conhecimentos complexos tenham que ser comunicados de maneira muito rápida, causando dificuldades para quem é leigo ao que está sendo exposto, devido às ideias estarem muito implícitas na letra. Portanto, reforço a importância da participação no processo de produção das PMDs para potencialização do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Ao mesmo tempo, me questiono: não seria essa limitação, na verdade, ligada à cultura escolar?

Como já abordado nesta dissertação, o modelo de sala de aula mais comum na Educação Matemática brasileira é o tradicional. Nesse modelo, geralmente, os alunos esperam o conteúdo ser depositado pelo professor. Isto é, os alunos não são sujeitos do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Há uma preocupação enorme com a formalidade, é um ambiente menos estético e em demasia racionalizado. Desse modo, um ambiente como o performático o qual tende a leva o aluno a pensar, a refletir e a construir o conhecimento seria estranho a ele, gerando essa limitação sintética.

No caso desta pesquisa, penso, então, que a PMD pode representar uma ressignificação do ambiente de formação. Para mim, a PMD é ontológica na medida

que traz coisas próprias do ser humano, como sentimentos e valores, o que pode ser observado, entre outros aspectos, no riso e na graça dos participantes, como mostra a figura 24. Dessa forma, fica iminente para mim uma tensão entre o tradicional e o ambiente performático. Porém, há a necessidade de maior pesquisa sobre o tema.

Além desses fatores artísticos, não é garantido que as PMDs permearão as salas de aula no Brasil, seja no ambiente de formação de professores – cenário para produção de dados desta investigação -, ou no ambiente da Educação Básica. Em primeiro lugar, pela Educação estar ocupada por metodologias tradicionais de ensino (BRASIL, 2000, 1997). Em segundo lugar, mas sem ordem de importância, pelo pouco uso de TDs na Educação Matemática (BORBA; CHIARI, 2013; CHINELLATO, 2014; GREGORUTTI; VIEL, 2011b). Essas limitações são apontadas em Scucuglia, Scucuglia, Gregorutti e Silva (2016), quando abordam a edição de áudio e vídeo no caso das PMDs:

Por um lado, temos ciência de nossas limitações e contribuições em relação aos três aspectos fundamentais que estamos investigando: educacional, artístico e tecnológico. Enquanto formadores de formadores, temos satisfação em aprender continuamente sobre essas três vertentes (SCUCUGLIA; SCUGULIA, GREGORUTTI; SILVA, 2016, p. 102–103)

Somado a isso, as falas dos alunos com relação ao sentido matemático, seja pela sua flexibilidade, pela sua construção por diálogo ou a sua limitação, afetaram-me profundamente durante esta jornada. Algumas perguntas pairam em mim após o desenvolvimento dessa pesquisa: a Matemática performática pode ser falibilista (FILHO; PORTELA, 2014)⁶⁹? Até que ponto ela é flexível? Como potencializar o sentido matemático nas PMDs? As PMDs são muito sintéticas a ponto de não terem tanto sentido, ou isso é uma limitação da cultura escolar? Por fim, encerro esta viagem poética abrindo espaço para pesquisas futuras, mediante o que me inquietou nesta viagem poética:

Essa viva Matemática
Até que ponto flexível?
Ela seria infalível?

Ela não é toda apática
Mas o sentido é acessível?
Isso será que é tangível?

Encerro esta jornada

⁶⁹ “Contrastando com as filosofias absolutistas da Matemática surgiram as filosofias da mudança conceitual ou filosofias falibilistas da matemática, que asseveram que a Matemática é corrigível, falível e um produto social em mudança. Esta segunda corrente ressalta a prática da Matemática, o seu lado humano, concebendo a Matemática como o resultado de processos sociais” (FILHO; PORTELA, 2014, p. 54)

Com inquietação incrível
Para um futuro sensível

Futuro da jornada – Gabriel Gregorutti⁷⁰

⁷⁰ Versos heptassílabos com rimas ABB ABB ABB.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, J. *Matemática e Música. O pensamento analógico na construção de significados*. São Paulo: Escrituras Editora, 2002.
- ADAMS, D. *Hichhiker's guide to de galaxy*. New York: Del Books/Random House, 2005.
- ALENCAR, E. S.; SCUCUGLIA, R. R. S. Conhecimento docente sobre campo multiplicativo nos anos iniciais: da performance no SARESP à performance digital. In: II CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2014, [S.l: s.n.], 2014. p. 10726–10738.
- APROSIO, A. P. *Pinóquio no país dos paradoxos: uma viagem pelos grandes problemas da lógica*. Tradução Isabella Marcatti. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 31–51.
- BEZERRA, C. *A personagem no documentário de Eduardo Coutinho*. Campinas, SP: Papirus, 2014.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- BOORSTIN, J. *The Hollywood Eye: What makes movies work*. New York: Cornelia & Michael Bessie Books, 1990.
- BORBA, M. C. A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. In: 27^a REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2004, Caxambu-MG. *Anais...* Caxambu-MG: [s.n.], 2004. p. 1–18.
- BORBA, M. C. Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. *ZDM*, Berlim. v. 44, p. 802–814, 2012.
- BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.
- BORBA, M. C.; GADANIDIS, G. Virtual communities and networks of practising mathematics teachers: the role of technology in collaboration. In: KRAINER, K.; WOOD, T. (Org.). *International handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. v. 3. p. 181–206.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da Certeza em Educação Matemática. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001. .

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. v. 39.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Matemática*. Brasil. Brasília-DF: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2016.

BRASIL, S. DE E. F. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental - Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 8 set. 2015.

BRASIL, S. DE E. F. *PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais): Ensino Fundamental – Bases Legais*. Brasília: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1997. v. 1.

CANDA, C. N. Paulo Freire e Augusto Boal: Diálogos entre Educação e Teatro. *HOLOS*, v. 4, n. 28, p. 195–205, 2012. Acesso em: 9 jan. 2015.

CHINELLATO, T. G. *O uso do computador em escolas públicas estaduais da cidade de Limeira/SP*. 2014. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

COLLODI, C. *As aventuras de Pinóquio*. Tradução Gabriella Rinaldi. São Paulo: Iluminuras, 2002.

CORNELL, M. G. *CASTING THE CIRCLE: AN ARTS-BASED INQUIRY INTO CREATING SPACES FOR EMERGENT, INTERDISCIPLINARY COLLABORATION IN HIGHER EDUCATION*. 2013. 138 f. Tese (Doutorado em Educação) – Appalachian State University, Boone, NC, 2013.

COSTA, P. P. D. *Teoria dos grafos e suas aplicações*. 2011. 79 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática universitária) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2011.

COURAY, S. J. *et al.* Academic music: music instruction to engage third-grade students in learning basic fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, v. 81, n. 2, 2012.

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Tradução Sandra Regina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DESLAURIERS, J.-P.; KÉRISIT, M. O delineamento de pesquisa qualitativa. In: POUPART, J. *et al.* *A pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis: Vozes, 2010. .

EDUARDO, F. V. *Teoria dos grafos*. Iniciação científica. Rio Claro: PET da Matemática, 2015.

EMERIQUE, P. S. Isto e Aquilo: Jogo e “ensinagem” matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectiva*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. .

ERNEST, P. Values, Gender and Images of Mathematics: A philosophical Perspective. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 26, p. 449–62, 1995.

FILHO, R. P.; PORTELA, C. A. Filosofia da Educação Matemática: sua relevância no contexto da Educação Matemática e aspectos históricos. *Cad. Pesq.*, v. 14, n. 1, p. 46–68, 2014.

FINLEY, S. Arts-based inquiry: Performing revolutionary pedagogy. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Org.). *Handbook of Qualitative Inquiry*. 3ª. ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2005. .

FREIRE, P. *Ação cultural para a liberdade*. 5. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 1. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 50. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FURINGHETTI, F. Images of Mathematics outside the Community of Mathematicians: Evidence and Explanations. *For the Learning of Mathematics*, v. 13, n. 2, p. 33–38, 1993.

GADANIDIS, G. The Pleasure of Attention and Insight. *Mathematics Teaching*, n. 186, p. 10–13, 2007.

GADANIDIS, G. Why can't I be a mathematician? *For the Learning of Mathematics*, v. 32, n. 2, p. 20–26, 2012.

GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. *Digital Mathematical Performance*. <http://www.edu.uwo.ca/dmp/>. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://www.edu.uwo.ca/dmp/>>. , 2006

GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. Our lives as performance mathematicians. *For the Learning of Mathematics*, v. 28, n. 1, p. 44–51, 2008.

GADANIDIS, G.; HUGHES, J. Performing big math ideas across the grades. *Teaching children mathematics*, 2011.

GADANIDIS, G.; SCUCUGLIA, R. R. S. Windows into Elementary Mathematics: Alternate public images of mathematics and mathematicians. *Acta Scientiae (ULBRA)*, v. 12, p. 8–23, 2010.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: UNESCO, 2009.

GERDES, P. *Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

GEROFSKY, S. Performance Time & Space. In: DIGITAL MATHEMATICS PERFORMANCE SYMPOSIUM, 2006, Ontario. *Anais...* Ontario: UWO, 2006. p. 1–11.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GREENWOOD, J. Arts-Based Research: Weaving Magic and Meaning. *International Journal of Education & the Arts*, v. 13, n. 1, 2012.

GREGORUTTI, G. S.; VIEL, S. R. Ensino de Matemática com auxílio de TIC: investigando suas transformações e a preparação do docente. In: III SIMPÓSIO DE EDUCAÇÃO, 2011a, Franca-SP. *Anais...* Franca-SP: Uni-FACEF, 2011.

GREGORUTTI, G. S.; VIEL, S. R. Ensino de Matemática com auxílio de TIC: investigando suas transformações e a preparação do docente. In: V CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 2011b, Franca-SP. *Anais...* Franca-SP: Uni-FACEF, 2011.

GREGORUTTI, G. S.; VIEL, S. R. Tecnologias da Informação e Comunicação: Potencialidades e usos na Educação Matemática. In: VII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 2013, Franca-SP. *Anais...* Franca-SP: Uni-FACEF, 2013.

HANCOCK, D. R.; ALGOZINNE, B. *Doing case study research: a practical guide for beginning researchers*. New York: Teachers College Press, 2006c.

LACERDA, H. D. G. Educação Matemática e Teatro: um panorama das pesquisas brasileiras. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV., 2015, Tuxtla Gutiérrez. *Anais...* Tuxtla Gutiérrez: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2015. p. 1–11.

LACERDA, H. D. G. *Educação Matemática encena*. 2015. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro-SP, 2015.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIM, C. S. *Public Images of Mathematics*. 1999. 366 f. Tese (Doutorado em Educação) – University of Exeter, Exeter, 1999. Disponível em: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome15/lim_chap_sam.pdf>.

LIM, C. S.; ERNEST, P. Public Images of Mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, n. 11, p. 44–56, 1999.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. London: Sage Publications, 1985.

MARCONDES, D. *Iniciação à história da filosofia: dos pré-socráticos a Wittgenstein*. 6. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2001.

NACARATO, A. M. Formação do Professor de Matemática: pesquisa x políticas públicas. *Revista Contexto e Educação*, v. 21, n. 75, 2006. Disponível em: <<https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/1114>>.

PICKER, S. H.; BERRY, J. S. Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies In Mathematics*, v. 43, n. 1, p. 65–94, 2000.

PIRES, A. P. Sobre algumas questões epistemológicas de uma metodologia geral para as ciências sociais. In: POUPART, J. et al. (Org.). *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis: Vozes, 2010. .

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de Matemáticas. *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*, p. 93–98, 2012.

POUPART, J. et al. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis: Vozes, 2010.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Ideias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, v. 17, n. 21, p. 81–140, 2004.

PRESMEG, N. C. Visualization in high school mathematics. For the Learning of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, v. 6, n. 3, p. 42–46, 1986.

RENSAA, R. J. The Image of a mathematician. *Philosophy of Mathematics Education*, v. 19, 2006.

ROLLING JR, J. H. A Paradigm Analysis of Arts-Based Research and Implications for Education. *National Art Education Association Srudi..in Art Education: A Journal of Issues and Research*, v. 51, n. 2, p. 102–114, 2010.

SAUDER, A. *Exploring gifted adults' perceptions of giftedness in their pursuit of graduate education*. 2009. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Brock Univeristy, Saint Catharines, 2009.

SCUCUGLIA, R. R. S. et al. Edição de áudio na produção de vídeos digitais educacionais. *Ver, fazer e viver cinema: experiências envolvendo curso de extensão universitária*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2016. .

SCUCUGLIA, R. R. S. *On the nature of students' digital mathematical performance*. 2012. Tese (Doutorado em Educação) – University of Western Ontário, London, 2012.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GREGORUTTI, G. S. Explorando o Teorema das Quatro Cores em Performances Matemáticas Digitais. *BoEM*, v. 3, n. 5, p. 2–17, 2015.

SCUCUGLIA, R. R. S. Narrativas Multimodais: a Imagem dos Matemáticos em Performances Matemáticas Digitais. *Bolema. Boletim de Educação Matemática (in press)*, v. 28, n. 49, p. 950–973, 2014.

SCUCUGLIA, R. R. S.; BORBA, M. C. Performance Matemática Digital: Criando Narrativas Digitais em Educação Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IX., 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1–16.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. Performance Matemática: Tecnologias Digitais e Artes da Escola Pública de Ensino Fundamental. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. (Org.). *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p. 325–363.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. Lights, Camera, Math! The F Pattern News. In: WIEST, L. R.; LAMBERG, T. (Org.). *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Reno: University of Nevada, 2011. p. 1758–1766.

SINCLAIR, N. The aesthetic is relevant. *For the Learning of Mathematics*, v. 21, n. 1, p. 25–33, 2001.

STAKE, R. Case Studies. *Handbook of Qualitative Research*. 2^a. ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 2000a. p. 435–454.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Org.). *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc, 1981. p. 256–278.

WALSH, M. *Multimodal Literacy: Researching classroom practice*. Australia: Primary English Teaching Association (e:lit), 2011.

ZALESKI FILHO, D. *Matemática e Arte*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

ZWICKY, J. *Wisdom and Metaphor*. Kentville, NS: Gaspereau Press, 2000.

APÊNDICE A

- (1) Como você acha que os estudantes da Educação básica e a sociedade em geral vê a Matemática? Ou seja, em sua opinião, qual é imagem pública da Matemática?
 - a. Você pode observar a presença de que tipo de imagens sobre a Matemática entre os estudantes durante a realização das atividades de estágio supervisionado nas escolas?
- (2) Você acha importante que estudantes, professores e a sociedade em geral veja a Matemática de forma diferente? Por que? Como elas deveriam ver a Matemática?
- (3) A imagem que você tem sobre a Matemática se transformou com o seu ingresso no Ensino Superior? Que imagem você tinha sobre a Matemática antes de entrar na graduação e como você vê a Matemática atualmente?
- (4) Tendo participado da produção de PMD em um curso de extensão, que tipo de imagens sobre a Matemática você considera que as performances criadas estão disseminando?
- (5) Como ocorreu o processo de produção das performances que você participou?
 - a. Como foram definidas e discutidas as ideias matemáticas abordadas?
 - b. Que artes foram utilizadas?
 - c. Como as tecnologias digitais foram utilizadas?
 - d. Como ocorreu o processo de criação? Foi coletivo?
- (6) Nós criamos uma música sobre a convergência de uma serie geométrica. Você acha que apenas ouvindo a música e lendo a letra a ideia matemática é abordada de forma profunda na performance?
 - a. O que você sugere para que a letra fique mais profunda do ponto de vista matemático?
 - b. Se formos criar um videoclipe para a música. Como você acha que deveria ser o roteiro desse clipe? Ou cite alguns elementos que considera importante para a criação do vídeo clipe a ser produzido.
- (7) Você acha que ao assistirem as PMD criadas no curso de extensão, estudantes que não se interessam pela Matemática podem passar a se interessar? Por que?
- (8) Fale sobre a PMD do teorema das 4 cores. O que é esse teorema? Que imagem sobre a Matemática a PMD dissemina? Como a performance foi criada? Que como ela por ser usada no ensino-aprendizagem de Matemática?

APÊNDICE B

Nome: _____

Pergunta 1: Ouça a música disponível em:

<https://myspace.com/ricardo.scucuglia/music/song/juntos-somos-um-96519967-107560784>

- Em sua opinião, como deveria ser o videoclipe dessa música?
- Quais são os principais elementos que devem estar presentes no enredo do videoclipe para que a audiência entenda/compreenda/aprenda a ideia matemática que esta sendo abordada na música?

Pergunta 2: Assista ao vídeo disponível em: https://youtu.be/wG_ku9resmc

- Como você descreveria a imagem pública da Matemática nesse vídeo?

Pergunta 3: Em sua opinião, a produção de performances matemáticas digitais contribui para a construção de imagens alternativas sobre a Matemática?

APÊNDICE C

CARTA DE AUTORIZAÇÃO

Eu, _____, aluno (a) do curso de extensão Performance Matemática Digital e imagem pública da Matemática, concordo em participar da pesquisa “Performance Matemática Digital e imagem pública da Matemática: Artes, tecnologias e Educação Matemática”, orientada pelo Prof. Dr. Ricardo Scucuglia e desenvolvida pelo mestrando Gabriel Souza Gregorutti, da Universidade Estadual Paulista, UNESP de Rio Claro. O objetivo é investigar aspectos sobre a IPM em um cenário no qual estudantes de graduação em Matemática estiveram engajados na produção de PMDs.

Os dados produzidos serão utilizados unicamente com finalidades acadêmicas. E o aluno(a) pode ter sua identidade preservada, caso assim desejar e abaixo se manifestar.

A pesquisa será desenvolvida durante o curso de extensão, coordenado pelo Prof. Dr. Ricardo Scucuglia e contando com a colaboração do mestrando Gabriel Souza Gregorutti. Envolverá a observação dos alunos em sala de aula, entrevistas, gravação de áudio, fotografias e filmagens.

() Não quero que o nome/imagem (identidade) do(a) aluno(a) seja divulgado

() Não me importo que o nome/imagem (identidade) do(a) aluno(a) seja divulgado

_____, _____ de _____ de 2015.

(aluno)

Favor devolver esta autorização até o início do curso de extensão.