UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARIA DAS GRAÇAS VIANA DE SOUSA DIOGO

UMA ABORDAGEM DIDÁTICO-PEDAGÓGICA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Rio Claro
2015

MARIA DAS GRAÇAS VIANA DE SOUSA DIOGO

UMA ABORDAGEM DIDÁTICO-PEDAGÓGICA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa Pós-Graduação/Doutorado em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Rio Claro

2015

370.71 Diogo, Maria das Graças Viana de Sousa
D591u Uma abordagem didático-pedagógica do cálculo diferencial e integral I na formação de professores de matemática / Maria das Graças Viana de Sousa Diogo. - Rio Claro, 2015
256 f. : il., figs., gráfs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

1. Professores - Formação. 2. Prática docente. 3. Análise de conteúdo. 4. Ensino de cálculo I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

MARIA DAS GRAÇAS VIANA DE SOUSA DIOGO

UMA ABORDAGEM DIDÁTICO-PEDAGÓGICA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, Departamento de Educação Matemática
UNESP RIO CLARO
Profa. Dra.Miriam Godoy Penteado, Departamento de Educação Matemática
UNESP RIO CLARO
Prof. Dr. Marco Antonio Escher, Departamento de Matemática
Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr.Henrique Lazari, Departamento de Educação Matemática
UNESP RIO CLARO
Profa. Dra. Maria Teresa Menezes Freitas, Faculdade de Matemática
Universidade Federal de Uberlândia

Suplentes

Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo, DEPTO. De Matemática
UNESP de Guaratinguetá
Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura
Faculdade de Educação, UNICAMP
Profa. Dra. Rosana Maria Mendes, DEPTO. De Ciências Exatas
Universidade Federal de Lavras - MG

Rio Claro, SP, 11 de maio de 2015

Aos meus avós, Euclides e Diamantina. Aos meus pais Junot e Odisséia.
À minha filha e genro, Maria Augusta e Marcos Henrique.
À minha tia Odinéia, minha primeira professora, e à minha orientadora Profa. Dra.
Rosana Giaretta Sguerra Miskulin.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

À minha orientadora, professora Doutora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, educadora premiada por Deus com uma sensibilidade inteligente que admiro, pois, como diz Lispector (1999, p. 148) "[...] apesar de admirar a inteligência pura, acho mais importante, para viver e entender o outro, essa sensibilidade inteligente". Obrigada pela oportunidade, apoio, incentivo, crédito e sábia orientação que com paciência incansável soube trabalhar os momentos em que me faltava fluência exigida pela pesquisa tornando assim, possível a realização desta difícil e sonhada caminhada.

Aos professores, educadores matemáticos que aceitaram participar das Entrevistas que possibilitaram a construção de uma Unidade de Contexto densa, enriquecendo e substanciando, a Análise de Conteúdo desenvolvida em nossa pesquisa.

Aos professores: Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, Dra.Miriam Godoy Penteado, Dr. Marco Antonio Escher, Dr. Henrique Lazari e Dra. Maria Teresa Menezes Freitas pelas valiosas sugestões e contribuições apresentadas por ocasião do Exame de Qualificação.

Às Universidades UNESP-RC/SP e UNIR/RO, pela visão educacional alargada com que enxergaram possibilidades e romperam o isolamento de um grupo de educadores ao realizarem este Programa de Doutorado Interinstitucional.

À CAPES pelo fomento e reconhecimento proporcionado a este programa.

A todos os professores do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática pelo descortinar de horizontes maiores na minha formação de educadora.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa de Formação de Professores, em especial à Profa. Dra. Rosana Miskulin, a Profa. Dra Miriam Godoy pelo acolhimento e reflexões que enriqueceram a minha visão sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

Aos meus alunos os quais me surpreendem e fazem com que descubra na diversidade da sala de aula oportunidades de compreender a riqueza que o diferente agrega à nossa visão de educadora.

Aos meus pais, Junot e Odisséia, aos meus avós, Euclides e Diamantina, pela Educação, princípios e valores que até hoje norteiam meus horizontes.

À minha tia Odinéia, minha primeira professora, que soube despertar o educador em meu raciocínio lógico-matemático, ensinando-me com amor que o aprender está exponencialmente relacionado à motivação prazerosa que revigora a imaginação, a criatividade, e revela genialidades.

À minha filha Maria Augusta, dádiva de Deus na minha vida, pelo incentivo e apoio incondicionais.

Às famílias amigas, Nery e Schittini, e ao Sr. Alberto por toda a disponibilidade e ajuda eliminando preocupações que impediriam a minha permanência em Rio Claro.

Agradeço a todos que deixaram marcas em minha formação, tecidas principalmente com amor. Marcas que reconheço refletidas no espelho da minha mente, como na música "Além do Espelho", de autoria de João Nogueira[1], que diz:

[...] Toda imagem no espelho refletida; Tem mil faces que o tempo ali prendeu [...]

Diante deste espelho me coloco humildemente grata a todos e primeiramente a Deus nosso Pai bondoso, o Senhor da minha vida.

[1] Disponível em <http://www.vagalume.com.br/joao-nogueira/alem-do-espelho.htm>. Acesso em 07/02/2015.

RESUMO

O ensino de Cálculo Diferencial e Integral I apresenta uma grande complexidade substanciada pela abstração rigorosa agregada ao aspecto epistemológico que abraça esta disciplina. Esta abstração dificulta a compreensão de seus conceitos matemáticos e promove assim, um movimento de reprovação e evasão com índices superlativos quando comparados aos índices de reprovação de outras disciplinas. Esta pesquisa descreve um cenário de investigação criado por algumas dimensões teórico-metodológicas, as quais se apresentam, em duas perspectivas inter-relacionadas, a saber: Processo Formativo de Professores de Matemática e Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I. Tem como objetivo: Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, na formação do professor de Matemática. Esta investigação foi motivada pela seguinte questão norteadora: Quais as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos Aspectos Epistemológicos e Didático-Pedagógicos na formação do professor de Matemática? Esta pesquisa está direcionada pelos fundamentos da pesquisa qualitativa de caráter interpretativo. Os procedimentos metodológicos estão apoiados em alguns conceitos da Análise de Conteúdo. Os dados foram coletados por meio de Entrevistas Semiestruturadas com educadores matemáticos. As Unidades de Contexto foram formadas pela essência dos depoimentos destes educadores. No movimento de ir e vir às Entrevistas e às Unidades de Contexto construímos as Unidades de Registro. Continuando no movimento da pesquisa, buscamos as convergências e divergências das Unidades de Registro, e assim construímos treze Eixos Temáticos e repetindo o mesmo movimento, destacamos as duas Categorias de Análise. A categoria 1 – Processo Formativo de Professores de Matemática – e a Categoria 2 – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e integral I. Os Eixos Temáticos: Recurso Didático – TIC; Formação Profissional; Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno; Dificuldade com as TIC; Resolução de Problemas; Recurso Didático-Pedagógico; e Currículo; corroboram para a constituição da Categoria 1 - Processo Formativo de Professores de Matemática. Os Eixos Temáticos: Contextualização; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I; Rigor; Demonstração; Conteúdo; e Currículo; corroboram para a constituição da Categoria 2 – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I. Assim tecemos uma rede de significados de toda a pesquisa e elencamos as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I, o qual considera o rigor, a demonstração, a contextualização, a abstração, a formalização, entre outros e dos aspectos Didático-Pedagógicos o qual considera o currículo, a didática, as tecnologias, a formação do professor, entre outros.

Palavras-chave: Prática docente. Análise de Conteúdo. Cálculo Diferencial e Integral I.

ABSTRACT

The process of teaching of Differential and Integral Calculus I has a great complexity corroborated by a rigorous abstraction aggregated to the epistemological aspect that embraces this discipline. This abstraction confuses the understanding of their mathematical concepts and promotes thus a failure of student's movement and evasion with superlative índices, when compared to failure rates of other disciplines. This research describes na investigation scenario created by some theoretical and methodological dimensions, which are presented in two interrelated perspectives, namely: Formative Process of Teachers of Mathematics and Epistemological Aspects of Differential and Integral Calculus I. It purpose to: highlight the dimensions involved in processes of teaching Differential and Integral Calculus I, in the formation of mathematics teachers. This research was motivated by the following question: What are the practices dimensions of the Differential and Integral Calculus I teachers, in the perspective of the Aspects Epistemological and Didactic - Pedagogical in the context of mathematics teachers formation? This research is focused by the fundamentals of qualitative research. The methodological procedures are based on some concepts of Content Analysis. The data were collected through semi-structured interviews with mathematics educators. The context units were formed by the essence of the evidences of the declarations or statements of these educators. In movement to go and turn the interviews and context units were formed to registry units. Continuing the movement of research, we take convergences and divergences of the registry units, ando so built thirteen Main Themes and repeating the same movement, we highlight two categories of análise. Category 1 – Formative Processo f teachers of Mathematics – and Category 2 – Epistemological Aspects of the Differential and Integral Calculus I. The Main Themes: Didactic Resource – ICT; Professional training; Teaching difficulty; Student difficulties; Dificulty with ICT; Troubleshooting; Didactic-pedagogical resource; and Curriculum; corroborate the establishment of Category 1 – Formative Processo f teachers of Mathematics. The Main Themes: Contextualization; Epistemological aspects of Differential and Integral Calculus I; Rigor; demonstration; Content; and Curriculum; corroborate the establishment of Category 2 – Epistemological Aspects of the Differential and Integral Calculus I. So we weave a network of meanings of all the interpretation of the interviews and we list the dimensions and meanings of practice teacher Differential and Integral Calculus I, in vision of the Epistemological Aspects of the Differential and Integral Calculus I, wich considers the accuracy, demonstration, contexrualization, abstraction, formalization, among others, and Didactic-Pedagogicals aspects wich considers the curriculum, teaching, technology, Teacher training, among others.

Keywords: Teaching practice. Content Analysis. Differential and Integral Calculus I.

RESUMEN

La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral I presenta una gran complejidad substanciada por la rigurosa abstracción sumada al aspecto epistemológico que abarca esta asignatura. Esta abstracción dificulta la comprensión de sus conceptos matemáticos e promueve así, un movimiento de reprobación y evasión con índices superlativos cuando comparados a los índices de reprobación de otras asignaturas. Esta pesquisa describe un contexto de investigación creado por algunas dimensiones teórico-metodológicas, a las cuales se presentan, en dos perspectivas interrelacionadas: Proceso Formativo de Profesores de Matemática y Aspectos Epistemológicos do Cálculo diferencial e Integral. Los objetivos son: Evidenciar las dimensiones presentes en el proceso de enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral I, en la formación del profesor de Matemática. Esta investigación fue motivada por la siguiente cuestión: ¿Cuales son las dimensiones y significados de la práctica del profesor de Cálculo Diferencial e Integral I, en la perspectiva de los aspectos Epistemológicos y didático-pedagógico en la formación del profesor de Matemática? Esta pesquisa está direccionada por los fundamentos da pesquisa cuantitativa de carácter interpretativo. Los procedimentos están apoyados en algunos conceptos de la Análise del Contenido. Los datos fueron colectados por medio de Entrevistas Semi-estruturadas con educadores matemáticos. Las Unidades de Contexto fueron formadas por la esencia de los testimonios de estos educadores. Em El movimiento de ir y venir a las Entrevitas y a lãs Unidades de Contexto construímos lãs Unidades de Registro. Siguiendo em El movimiento de La pesquisa, buscamos lãs convergências y divergências de lãs Unidades de Registro, y así hemos construído trece Ejes Temáticos y repitiendo El mismo movimiento, destacamos lãs Categorias de Análisis. La Categoria 1 – Proceso Formativo de Profesores de Matemática, Categoria 2 – Aspectos Epistemológicos del Calculo Diferencial e Integral I. Los Ejes Temáticos: Recurso Didático – TIC; Formación Profesional; Dificultad Didática; Dificultades Del Alumno; Dificultad com lãs TIC; Resolución de Problemas; Recurso Didático-Pedagógico; y Currículo; corroboran para la constituición de la Categoria 1 – Proceso Formativo de Profesores de Matemática. Los Ejes Temáticos: Contextualización; Aspectos Epistemológicos del Calculo Diferencial e Integral I; Rigor; Demostración; Contenido; y Currículo; corroboran para constitución de la Categoria 2 – Aspectos Epistemológicos del Calculo Diferencial e Integral I.

Hemos tejido una red de significados de toda la pesquisa y enumeramos la dimensiones y significados de la práctica del profesor de Cálculo Diferencial e Integral I, en la perspectiva de los aspectos epistemológicos del Cálculo Diferencial y Integral I, el cual considera el rigor, la demostración, la contextualización, la abstracción, la formalización, entre otros y lós aspectos didáctico-pedagógicos el cual considera, la didática, las tecnologias, la formación Del profesor, entre otros.

Palabras clave: Práctica docente. Análisis de Contenido. Cálculo Diferencial e Integral I.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Tópicos ressaltados nas Entrevistas, agrupados por Etapas segundo o Roteiro de questões preestabelecido.....73
Quadro 2 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Demonstração*, extraídos do primeiro agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados.....79
Quadro 3 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Demonstração*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista 80
Quadro 4 - Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Práticas Pedagógicas* extraídos do segundo agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados 93
Quadro 5 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Práticas Pedagógicas*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista. 95
Quadro 6 - Temas ou Unidades de Registro, relacionadas às *Dificuldades*, extraídos do terceiro agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados. 104
Quadro 7 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Dificuldades*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista. 105
Quadro 8 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Visualização*, extraídos do quarto grupamento de depoimentos dos educadores entrevistados 108
Quadro 9 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Visualização*, com destaque também para o educador que os ressaltou em sua Entrevista. 108
Quadro 10 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Outros Temas Livres*, extraídos do quinto agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados.....119
Quadro 11 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Outros Temas Livres*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista. 119
Quadro 12 - Temas ou Unidades de Registro extraídos dos depoimentos dos educadores entrevistados, coloridos de acordo com as divergências ou convergências. 120
Quadro 13 - Temas ou Unidades de Registro Agrupados por Eixos Temáticos. 124
Quadro 14 - Eixos Temáticos constituídos por meio da investigação desenvolvida em nossa pesquisa. 129
Quadro 15 - Mostra de quais educadores pinçamos os Temas ou Unidades de Registro para caracterizar cada Eixo Temático.....161
Quadro 16 - Relação entre as Categorias e os Eixos Temáticos Resultantes da Primeira Fase do Processo de Categorização. 164

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Uma representação gráfica da curva f(x) = ||x|| (módulo de x).....31
Figura 2 - Área sob a curva $y = e^{-x}$.....38
Figura 3 - Destaque para a área sob a curva e a soma das áreas dos retângulos 41
Figura 4 - Destaque para a área sob a curva e a soma das áreas dos quinze retângulos.....42
Figura 5 - Diagrama da Categoria 1 e suas conexões com os Eixos Temáticos.....166
Figura 6 - Diagrama da Categoria 2 e suas conexões com os Eixos Temáticos.....166

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

2 O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I..... 23

3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E SUA PRÁTICA DOCENTE 49

4 METODOLOGIA DA PESQUISA 60

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA 71
5.1 Agrupamento em vermelho formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Demonstração*..... 74
5.1.1 Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico Demonstração 79
5.2 Agrupamento em azul formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador, referentes ao tópico *Práticas Pedagógicas*. 81
5.2.1 Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico Práticas Pedagógicas..... 93
5.3 Agrupamento em lilás formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico Dificuldades. 96
5.3.1 Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico Dificuldades..... 104
5.4 Agrupamento em verde formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Visualização.*..... 106
5.4.1 Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico Visualização 107
5.5 Agrupamento em laranja formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Outros Temas Livres*. 108
5.5.1 Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico Outros Temas Livres 119
5.6 Todos os Temas e Unidades de Registro da nossa pesquisa reunidos e coloridos de acordo com as convergências e divergências, em busca de indícios para a construção dos Eixos Temáticos oriundos das Unidades de Registro. .. 120
5.6.1 Eixos Temáticos constituídos por meio da investigação desenvolvida em nossa pesquisa..... 129
5.7 Correlacionando Eixos Temáticos e Unidades de Registro..... 129
5.8 Processos de Categorização dos depoimentos da Pesquisa 161

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLEXÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS SOBRE AS CATEGORIAS DE ANÁLISE 194

7 REFERÊNCIAS 248

ANEXOS – em CD-ROM

ANEXO A – Modelo do convite dirigido ao professor

ANEXO B – Modelo do questionário inicial dirigido ao professor

ANEXO C – Modelo da carta de cessão do professor

ANEXO D – Modelo do roteiro para depoimento do professor

1 INTRODUÇÃO[2]

Os autores Davis e Hersh (1989, p. 61), no livro *A Experiência Matemática*, delineando um retrato do "Matemático Ideal", afirmam que: "o trabalho do matemático ideal é inteligível somente a um pequeno grupo de especialistas, perfazendo algumas dúzias ou no máximo algumas centenas de pessoas". Declaram também que o Matemático deste retrato "não consegue imaginar nenhuma condenação mais execrável do que dizer de alguém – ele não sabe nem o que é uma demonstração".

Entendemos, assim, ser de grande importância para nós, professores e alunos, a possibilidade de construirmos uma certa permeabilidade no isolamento em que se encontram aqueles que possuem o perfil do "Matemático ideal", construído por Davis e Hersh (1989). Refletindo sobre estas ideias, podemos dizer que existe uma relação profunda entre conhecer matemática e saber demonstrar em matemática.

Assim, questionamos: para conhecermos Matemática e, mais especificamente, Cálculo Diferencial e Integral I, necessitamos possuir o pensamento dedutivo axiomático, que nos permite, a todo o momento, demonstrarmos os conceitos matemáticos?

Saber demonstrar em Matemática é um aspecto fundamental do ensino da Matemática. Assim, nós, professores e educadores matemáticos, precisamos considerar o equilíbrio entre o rigor e a intuição em processos de ensinar matemática, mais especificamente Cálculo Diferencial e Integral I. Esses processos, rigor e intuição fazem parte da epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral I.

O desafio que abraçamos como motivação, na construção desta permeabilidade, faz parte da intenção de "oxigenar" este isolamento encastelado, resultado das cegueiras do conhecimento firme, estável, arrogante e acabado, que não nos deixa perceber quão paradoxal é construir barreiras à Educação, pois ela é força sem medida capaz de abrir "um porvir indeterminado, situado sempre além de todo o poder sobre o possível" (LARROSA, 2010, p. 16).

Nesse contexto de variáveis circunstanciais e soluções que nem sempre seguem normas lineares preestabelecidas e generalizáveis, encorajamo-nos a pensar caminhos, com foco na perspectiva didático-pedagógica do ensino, permeando os espaços por onde transitam os processos de visualização, demonstração e representação de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I, além das dificuldades e estratégias de superação.

[2] Em algumas partes desta Introdução, usaremos a primeira pessoa do singular.

No contexto da sala de aula, o objetivo do professor e do aluno consiste na construção do conhecimento matemático, mais particularmente priorizando a importância dos processos de visualização e representação, especialmente quando a frieza da lógica e dos processos algébricos embota a compreensão, impedindo, às vezes, que o aluno crie novas conjecturas e possa ir além, libertando-se da repetição pura e simples de modelos engessados.

A despeito da resistência do rigor extremista quanto à aceitação da importância da visualização em demonstrações, Arcavi (2003 *apud* BARBOSA, 2009, p. 61) contrapõe-se, ao explicar com limpidez a relevância e pertinência da visualização no processo de busca da aprendizagem significativa, declarando:

> Visualização é a habilidade, o processo e o produto de criação, interpretação, e o uso da reflexão sobre quadros, imagens, diagramas, em nossas mentes, no papel ou com ferramentas tecnológicas, com o propósito de descrever e comunicar a informação, enquanto pensamos sobre e desenvolvemos ideias previamente desconhecidas e avançamos nas compreensões.

Concluindo a sua argumentação, Barbosa (2009, p. 62) afirma que "a representação gráfica, potencializada pela visualização, é uma das representações múltiplas que podem transformar a interpretação e o entendimento dos conceitos matemáticos". Este aspecto é corroborado por Farias (2007), em sua pesquisa *As representações matemáticas mediadas por softwares educativos em uma perspectiva semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de matemática*, onde a autora destaca a relevância do conhecimento profundo de Matemática que o professor de Matemática necessita adquirir durante a sua formação, pois "o tipo de compreensão a ser desenvolvida não se refere à memorização de fórmulas e da execução de procedimentos, mas vai além, ou seja, visa possibilitar uma interlocução entre a Matemática e o modo de apresentá-la de maneira significativa" (FARIAS, 2007, p. 3). Nesta perspectiva, esta autora arquiteta a sua pesquisa em torno dos objetivos que, a seguir, transcrevemos:

> Investigar e ressaltar as potencialidades didático-cognitivas das representações matemáticas em uma perspectiva semiótica, mediadas por softwares educativos, no contexto da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I; Investigar também os limites e possibilidades didático-pedagógicas das representações matemáticas na formação inicial do futuro professor de Matemática (FARIAS, 2007, p. 3).

Estes objetivos, enunciados na pesquisa anteriormente citada, tornam-se motivação para a nossa pesquisa, pois sempre nos inquietamos com alguns aspectos tradicionais que normalmente perpassam os processos de ensinar Cálculo, onde os conteúdos são apresentados

de forma a não privilegiar a visualização e a representação de conceitos matemáticos, e sim, como afirmam Davis e Hersh (1989, p. 63):

> [...] acumulando formalismo sobre formalismo. [...] páginas de definições seguidas de lemas e, finalmente, por um teorema cujas hipóteses ocupam meia página para serem enunciadas, enquanto a demonstração é essencialmente 'Aplique-se os Lemas **1 – 7** e às definições **A – H**.

Esta forma de abordar Cálculo possibilita a transformação da sala de aula em um ambiente impermeável à postura crítica, engessado por ações que tenderiam a se manifestar pelo método expositivo, instrumento por excelência do "ensino tradicional vigente".

Entendemos que Garnica (1995, p. 222) considera o "ensino tradicional vigente" como sendo aquele pautado na "metodologia tradicional vigente". O autor recorre a Silva (1993, p. 230-231) para citar a caracterização que Baldino confere a esta metodologia, afirmando ser:

> Aquela norteada por concepções: epistemológicas: baseadas na crença de que o conhecimento matemático é descoberto por aqueles que 'produzem' matemática; psicológicas: baseadas na crença de que o aluno aprende vendo e o professor ensina mostrando; didáticas: baseadas na crença de que o mais abstrato é mais fácil para o aluno; organizar o conhecimento segundo a ordem axiomática de arquivamento dos conteúdos [...] sendo que se deve incluir no ensino, senão a fundamentação (demonstração), pelo menos a possibilidade dela; pedagógicas: baseadas na crença de que se deve aprovar os que 'aprendem', usando critérios subsidiários (não matemáticos) de aprovação; políticas: baseadas na crença de que se deve aprovar o aluno que, de alguma forma participa dessa estrutura promocional, historicamente definida, e reprovar o que, por algum motivo, não se submete a ela.

Essas dimensões – epistemológicas, psicológicas, didáticas, pedagógicas e políticas – abordadas pelo referido autor fazem com que possamos afirmar que a "metodologia tradicional vigente" pode ser uma das causa da extrema rejeição dos alunos em relação ao conteúdo matemático, além da reprovação, da evasão e da aversão dos alunos. Fortifica-se, assim, a propagação do preconceito que vincula o nível de inteligência da pessoa ao seu desempenho em Matemática, o que cria um ruído causador de distorções na comunicação, entre alunos e professores e entre a matemática e as outras áreas do conhecimento. Este bloqueio de comunicação pode ser traduzido com a seguinte afirmação de Garnica (1995, p. 230) "Ao deus da certeza, o tributo da docilidade ou uma revolta tornada descrença".

Para Garnica, "o deus da certeza" seria a Matemática e sua verdade única, absoluta, eterna, definitiva, rigorosa, inquebrantável, inquestionável, com sua linguagem e abstração encastelada, e isolada dos que não conseguem compreendê-la, isto é, aqueles não iniciados.

A expressão "o tributo da docilidade ou uma revolta tornada descrença" é porque a um deus, ou você ama, rende tributo e segue-o pela fé cega ou pela fé gerada pelo conhecimento e

aceitação das suas verdades, ou, caso contrário, devido às exigências rigorosas e inflexíveis deste deus, resta aos não iniciados a revolta expressa pela descrença, por não compreenderem os impermeáveis dogmas impostos.

Assim, na construção dessa difícil trajetória, nos propomos a trabalhar com o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, sob duas perspectivas: o Processo Formativo de Professores de Matemática, e Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I, e sob a égide dos fundamentos da pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, alicerçada em uma abordagem didático-pedagógica integrada ao contexto da Formação do Professor de Matemática e desenvolvida no campo do Ensino do Cálculo Diferencial e Integral I. Mais especificamente, possui como **Objetivo**: **Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I na formação do professor de Matemática.**

Esta epistemologia leva em conta aspectos como: rigor, demonstração, a forma de apresentar o Cálculo Diferencial e Integral I, a concepção do Cálculo Diferencial e Integral I como uma Pré-Análise, entre outros. Quanto à ideia de associarmos o Cálculo Diferencial e Integral I a uma Pré-Análise, somos esclarecidos por Rezende, W. M. (2003, p. 305-306) a respeito do significado dessa concepção, com a seguinte explicação:

> Se nós imaginamos o Cálculo como uma espécie de Pré-Análise, e estamos preocupados apenas com o treinamento algébrico e sintático de seus resultados, subordinando os objetivos de seu ensino aos da disciplina de Análise Real, [...] Assim, em um curso de Análise "provam-se" os "resultados matemáticos" usados no Cálculo, enquanto que num curso de Cálculo faz-se apenas "contas", ou seja, "cálculos", e "aplicam-se os resultados".

Atentos, entendemos que se configura, para o professor, então, uma crise de identidade perpassando o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, e corroboramos Rezende, W. M. (2003, p. 431-432) que, com clareza, se posiciona sobre esta crise de identidade no ensino desta disciplina, dizendo:

> faz-se urgente redimensionar o paradigma do ensino de Cálculo: nem a preparação para um ensino posterior de Análise e nem a "calculeira desenfreada" servem como meta para um curso inicial de Cálculo [...] É preciso "recalibrar" a disciplina Cálculo em relação ao par técnica/significado. Mas também em relação ao par sistematização/construção [...] Deve-se ter em mente a construção das redes de significações das ideias básicas para, num momento posterior, buscar a sistematização dos elementos dessa rede.

Compreendemos que, para alcançar êxito nesse propósito, é relevante que o professor desenvolva uma postura crítica reflexiva, subsidiada pelo tratamento teórico, sem abrir mão da conscientização a respeito das vantagens de buscar oferecer na disciplina uma abordagem didático-pedagógica que possa propiciar aos alunos tecerem as suas teias de significados,

construídas num movimento de ir e vir entre, o voltar-se para si mesmo e o ir além de si mesmo.

Conjecturando sobre a nossa prática pedagógica no ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, sob a perspectiva da formação do professor de Matemática, percebemos a necessidade de propiciar, aos alunos, chances de desenvolver a capacidade de visualização, por ser esta um recurso didático-pedagógico potencializador do pensamento criativo na interpretação e na construção do seu próprio conhecimento.

Motivada por esta problemática, cito Goleman (2001, p. 121) no livro *Trabalhando com a Inteligência Emocional*, o qual afirma que: "As emoções são, literalmente, o que nos move, nos impulsiona, na direção de nossas metas. Elas alimentam nossas motivações e nossos motivos. [...] impelem nossas percepções e moldam nossas ações".

Assim, engajei-me no estudo deste tema, motivada pelo prazer que sinto no que faço, por abraçar os questionamentos desafiadores de meus alunos como estímulo e oportunidade para continuar refinando, dia após dia, a minha formação e o meu desempenho profissional, e por ver minhas aptidões intensificadas pelos conhecimentos e pelo empenho dos professores deste Programa de Doutorado em Educação Matemática, exigindo de nós sempre o novo e o desafiador.

Percebemos, assim, que um importante foco da nossa motivação está na fluência da nossa formação, da nossa trajetória, e sobre isto refletiremos a seguir.

A tentativa de refazer minha trajetória foi uma caçada às pedrinhas invisíveis que podem trazer à tona indícios de uma estrutura imperfeita e inacabada da minha formação, que parece contínua, mas que, em uma reflexão, revela uma infinidade de formas de descontinuidades.

Persistindo nesse refazer, em cascata e de forma inesperada aportaram em meus pensamentos muitas ideias, pessoas e suas histórias, momentos de calmaria e lutas, de leituras e interpretações, acertos, erros, certezas e incertezas que me fizeram conceber a complexidade da tarefa de compreender "como se chega a ser o que se é" (LARROSA, 2010, p. 8). Este questionamento nos coloca só, diante de um espelho que deveria refletir o nosso eu por completo e as interferências do mundo que me compõe.

Como interpretar com um olhar singular um caminho criado na pluralidade? Esta leitura corre o risco de apresentar distorções, porque a percepção do que eu penso que sou e do que eu realmente sou é circunstancial e dependente de alterações provenientes do olhar e da relação com o outro. Logo, falar sobre minha trajetória envolve falar sobre minha formação. É realizar uma viagem por "um trajeto não normatizado no qual se aprende a ler (e

a percorrer) o mundo" (LARROSA, 2010, p. 10). Por exemplo, Larrosa (1998, p. 315), apoiando-se em Gadamer, concebe formação como sendo:

> Um processo temporal pelo qual algo alcança a sua forma. Sua estrutura básica é um movimento de ida e volta que contém um momento de saída de si seguido por outro movimento de regresso a si. O ponto de partida é sempre o próprio, o cotidiano, o familiar ou o conhecido que se divide e se separa de si mesmo para ir até o alheio, ou o estranho ou desconhecido e regressar depois, formado ou transformado, ao lugar de origem.

Esse processo de formação seria comparável a uma viagem ao longo da qual ocorre uma "experiência autêntica", que é o encontro de alguém com sua alteridade, que nele reside, que o põe em questão e que o transforma. Nesta concepção de formação, é o formando que se constitui no principal protagonista da ação formativa e de seu desenvolvimento, embora dependa de instituições e da interlocução com outros sujeitos educativos. Ou seja, Larrosa compreende a formação "sem ter uma ideia prescritiva de seu desenvolvimento, nem um modelo normativo de sua realização. Algo assim como um devir plural e criativo" (LARROSA, 1998, p. 384-385).

Por tudo isso e sem dispor de um projeto-guia para refazer o caminho de volta, encontro-me no outro, no dito diferente e fortifico-me no amor recebido dos educadores que tive e tenho em família, para iniciar este movimento de repensar a minha profissionalidade, como professora de Matemática e de Cálculo Diferencial e Integral I.

Durante algum tempo de magistério, segui satisfeita, definindo o aluno como aquele que deveria ser completado, tendo como referencial o conhecimento matemático de professor, ladeado pelo contínuo e refinado aprofundamento no âmbito da teoria pertinente. Ledo engano.

A experiência levou-me ao autoquestionamento e a perceber a necessidade de mudanças em minha prática docente, desde o momento em que compreendi o aluno da mesma forma que a infância é concebida por Larrosa (2010, p. 16):

> O outro que nasce e que é aquilo que, ao olharmos, nos coloca em questão, tanto em relação àquilo que somos quanto em relação a todas essas imagens que construímos para classificá-la, para excluí-la, para nos protegermos de sua presença incômoda, para enquadrá-la em nossas instituições, para submetê-la às nossas práticas e, no limite, para fazê-la como nós, isto é, para reduzir o que ela pode ter de inquietante e de ameaçadora.

Foi um grande impacto a transformação que me causou a tomada de consciência de que o aluno é como a infância acima definida por Larrosa e que, a seguir, transcrevemos

colocando no masculino, pois trocamos a palavra infância em Larrosa (2010, p. 16) pela palavra aluno, figura à qual nos referimos como:

> Outro que nasce e que é aquilo que, ao olharmos, nos coloca em questão, tanto em relação àquilo que somos quanto em relação a todas essas imagens que construímos para classificá-lo, para excluí-lo, para nos protegermos de sua presença incômoda, para enquadrá-lo em nossas instituições, para submetê-lo às nossas práticas e, no limite, para fazê-lo como nós, isto é, para reduzir o que ele pode ter de inquietante e de ameaçador.

Construímos o nosso projeto sem dar voz ao aluno. Mas o aluno resiste, não se amolda, põe em cheque o poder do nosso conhecimento isolado e aborta as nossas práticas e rompe com a estabilidade que lhe impomos e se liberta na diferença e na busca pelo novo.

Então, este aluno liberto, ao longo de minha trajetória profissional, me libertou também e me motivou a realizar esta mudança, com foco na nova concepção sobre o que é ser aluno, sustentando-me e direcionando-me neste estudo, que traz por título: **Uma Abordagem Didático-Pedagógica do Cálculo Diferencial e Integral I na Formação de Professores de Matemática.**

Com essas perspectivas, nosso trabalho investiga, sob a égide dos fundamentos da pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, alicerçada em uma abordagem didático-pedagógica, os processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I sob duas perspectivas: o Processo Formativo de Professores de Matemática e Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I.

Nesta investigação, procuramos alcançar o seguinte **Objetivo**: **Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I na formação do professor de Matemática.**

Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I nos remete a elencarmos dimensões ou significados que subjazem os processos de ensino, tais como: Rigor, Demonstração, Intuição, Exercícios, Concepções, História, Tecnologia, Contextualização do Cálculo Diferencial e Integral I, Dificuldades dos professores para ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, Dificuldades dos alunos, Currículo, Preparo de aulas/suporte, Conteúdo... todas as **Unidades de Registro,** as quais estão listadas no **Quadro 13,** em torno de duzentas e seis (207) **Unidades de Registro,** que foram reagrupadas e nesse movimento geraram treze (13) **Eixos Temáticos** expostos no **Quadro 14,** que outra vez por reagrupamentos e, em um movimento de ir e vir, geraram duas (2)

Categorias de Análise, a saber**: Processo Formativo de Professores de Matemática** e **Aspectos[3] Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** expostas no **Quadro 17.**

Nosso trabalho foi desenvolvido por meio da investigação de indícios que "saltam aos olhos", nas **Entrevistas realizadas com sete educadores matemáticos, professores de Curso de Licenciatura em Matemática,** a respeito da sua prática e do seu conhecimento de sua prática ao ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, mais especificamente na formação de professores de Matemática.

Assim, nesta investigação, inseridos nesse contexto de múltiplos significados ou dimensões, acima assinalados, caminhamos para a compreensão e elucidação da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I e do seu conhecimento desta prática. Então, a **Questão Norteadora** da presente pesquisa pode ser descrita como: **Quais são as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos Aspectos Epistemológicos e didático-pedagógicos na formação do professor de Matemática?**

Assim, a presente pesquisa se encontra organizada como abaixo explicitado.

No **Capítulo 1, INTRODUÇÃO,** consta a problemática dos processos de ensino de Cálculo Diferencial e Integral I e as perspectivas teórico-metodológicas, enfocadas nesta pesquisa – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I e o Processo Formativo de Professores de Matemática. Além disso, constam o objetivo da pesquisa e a questão norteadora da pesquisa.

O **Capítulo 2, O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I,** propõe uma reflexão em torno dos principais problemas que permeiam os processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I e destaca algumas das pesquisas atuais que compõem o cenário de preocupação dos educadores com a problemática do ensino dessa relevante disciplina dentro da formação de professores de Matemática.

No **Capítulo 3, A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E SUA PRÁTICA DOCENTE,** refletimos sobre o contexto de dificuldades, "as muralhas de dificuldades" em que se desenvolve a Formação do Professor de Matemática, e, para concluir, seguimos apostando na sugestão das autoras Cochran-Smith e Lytle (1999), quando apontam a ideia de investigação como postura em um projeto coletivo que deve compor uma agenda democrática de longo prazo, como modelo de ensino na formação de professores para o próximo século.

[3] Nesta Pesquisa a palavra Aspecto está sendo tomada com o significado de Dimensão

Apresentamos também o **Capítulo 4, METODOLOGIA DA PESQUISA,** que apresenta a concepção de Metodologia Qualitativa e trata da Análise de Conteúdo, utilizada para ressaltar as **Unidades de Registro,** as **Unidades de Contexto,** os **Eixos Temáticos** e as **Categorias de Análise** desta pesquisa.

Continuando nesta apresentação, o **Capítulo 5, DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA,** trata da Descrição e Análise dos dados coletados nesta pesquisa – Depoimentos dos educadores matemáticos entrevistados –, onde identificamos todas as **Unidades de Registro,** os **Eixos Temáticos,** e construímos as **Categorias de Análise.**

No **Capítulo 6, CONSIDERAÇÕES FINAIS – REFLEXÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS SOBRE AS CATEGORIAS,** apresentamos os principais resultados, mostrando que o processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I é permeado de dimensões ou significados que fazem parte da prática e do conhecimento do professor de Matemática.

Para concluir, apresentamos as **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS,** que delineiam a fundamentação teórica presente no desenvolvimento de nossa pesquisa.

Nesta Tese, além dos Capítulos acima apresentados constam o Resumo e os Anexos. Os Anexos estão e um CD-ROM, em anexo.

Anexo A – Modelo do convite dirigido ao professor;

Anexo B – Modelo do questionário inicial dirigido ao professor;

Anexo C – Modelo da carta de cessão do professor;

Anexo D – Modelo do roteiro para depoimento do professor.

2 O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

O objetivo deste Capítulo consiste em contextualizar a nossa pesquisa no panorama da literatura e da problemática atual dos cursos de Licenciatura em Matemática, envolvendo os processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I.

Em processos de compreensão do Cálculo Diferencial e Integral I, a abstração assume um papel fundamental na constituição do conhecimento matemático, mais especificamente na compreensão de conceitos, teoremas e demonstrações que fazem parte do conteúdo desta importante disciplina. Esta complexidade, substanciada pelo rigor epistemológico que essa disciplina abraça, é real e autenticada pela história que nos ensina que se passaram 150 (cento e cinquenta) anos desde o surgimento do Cálculo Diferencial e Integral, a contar de Newton e Leibniz, até 1820, quando do início de sua formulação rigorosa. O professor Ávila (1993), no prefácio do seu livro de *Análise*, reforça a existência dessa complexidade, afirmando que:

> [...] não foi por falta de cérebros capazes que nesse interregno nada se fez de satisfatório sobre os fundamentos. Esse longo período de tempo viu passar gênios de primeira grandeza, como Bernoulli, Euler, d'Almebert e Lagrange. E vários deles tentaram sem sucesso, prover o Cálculo de uma fundamentação rigorosa.

Concordamos com o professor, quando se reporta à necessidade de pessoas que se dispusessem e tivessem conhecimento necessário para a busca dos fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral. Porém, como aponta Grabiner (*apud* BRITO; CARDOSO, 1997), durante muito tempo, tais fundamentos não interessavam àqueles que utilizavam o Cálculo, por exemplo, Newton, pois o que os seduzia era a utilização prática e não a discussão conceitual sobre aqueles fundamentos. Somente com a criação da Escola Politécnica, em finais do século XVIII, na França, devido à necessidade de explicar aos alunos tal conteúdo, é que autores como Cauchy (*apud* BRITO; CARDOSO, 1997) se voltaram à busca pela fundamentação do Cálculo.

Conforme as autoras acima citadas, apesar desse histórico, apenas com os estudos de Robinson (século XX) sobre os números hiper-reais é que o fundamento do Cálculo começa a ganhar novos contornos de formulação rigorosa.

Carvalho e D'Otaviano (2006, p. 25) afirmam que:

> Robinson[4] (1996) estabelece um modelo não-standard de ordem superior para a aritmética e um modelo não-standard para a análise, os quais preservam suas operações e propriedades usuais. O primeiro baseia-se numa extensão não standard do conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, denotada por $^*\mathbb{N}$, cujos elementos, que incluem

[4] Abraham Robinson, matemático alemão (1918-1974).

> números naturais infinitos, são chamados números hipernaturais. O segundo baseia-se numa extensão do conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, denotada por $^*\mathbb{R}$, que inclui números reais infinitos e infinitésimos, denominados números hiper-reais.

Assim, observando a trajetória histórica do desenvolvimento do Cálculo, podemos perceber possíveis indícios de dificuldades que permeiam o processo de compreensão dos conceitos e demonstrações do Cálculo Diferencial e Integral I.

Vamos fazer agora uma revisão de alguns trabalhos sobre Cálculo Diferencial I, e apresentamos as principais dificuldades que nós, professores, encontramos nessa caminhada de ensinar os conceitos desta disciplina, como, por exemplo, o estilo de apresentação sintetizada e formal do Cálculo Diferencial e Integral I adotada por uma quantidade considerável de livros didáticos, que primam rigorosamente pela epistemologia desta disciplina, o que é louvável, mas que restringem os espaços para motivar descobertas e promover convencimento aos alunos, oxigenando e fortalecendo a compreensão do Cálculo Diferencial e Integral I – disciplina que faculta à ciência a visão alargada e refinada e revela à comunidade científica o mundo da ciência das variações subjacentes aos fenômenos que integram o núcleo de interesse e estudos desta disciplina.

Encontramos vários aspectos teórico-metodológicos que subjazem o processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral I. Entre eles, existem, na literatura, trabalhos acadêmicos que expõem as relações entre conteúdos matemáticos do Cálculo Diferencial e Integral I e suas formas de apresentação nos livros didáticos, como Escher (2011) e Reis (2001).

Ainda sobre esta problemática do livro-texto, entendemos que ele não é escrito para um aluno que esteja iniciando sua aprendizagem neste campo da Matemática, mas para aquele que já conhece a teoria, uma teoria "acabada", que não convida ao diálogo nem à descoberta, mas que se impõe com atributo de mistério e de uma eternidade a toda prova, primando pelo rigor sustentado pela lógica que coloca em relevo a dificuldade de entendimento do Cálculo Diferencial e Integral I. Só para exemplificar o distanciamento que a formalização interpõe entre alunos recém-chegados ao Ensino Superior e a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral I, citamos Garnica (1995, p. 11), quando menciona que a Lógica oportuniza a Matemática acadêmica, a maneira formal de conceber uma definição para demonstração e para teorema, a saber:

> Uma demonstração em S (um sistema formal, pensado como linguagem, um conjunto de sinais e um conjunto de regras para a manipulação de sinais) é uma sequência finita não vazia de sentenças de S tal que cada uma delas é um axioma ou uma consequência imediata, por regras de inferências admitidas em S, de duas

> sentenças anteriores nas sequências. Um teorema de S é uma sentença A de S tal que existe uma demonstração em S onde A é a última sentença da sequência.

As definições acima mostram, de forma concisa, a que distância estes conceitos rigorosos se encontram do sentido que a linguagem do dia a dia imprime às palavras, como demonstração e teorema. Fato que naturalmente compreendemos, pois não se constitui em uma operação elementar encontrar conexão entre a definição para demonstração, citada acima, e o sentido com que esta palavra, demonstrar, é usada no cotidiano, isto é: convencer; validar; ratificar; explanar; explicar; verificar. O mesmo ocorrendo com a palavra teorema, que, no senso comum, pode ser entendida simplesmente como uma proposição verdadeira.

O distanciamento acima mencionado é comum à linguagem simbólica formal utilizada nos textos sobre o conteúdo específico da Matemática. Sobre este aspecto podemos citar Caraça (1984), que em seu prefácio afirma:

> A Ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir a maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.

Escher (2011, p. 88-89), em sua Tese de Doutorado, *Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas históricas e de ensino e aprendizagem*, tendo como orientador a Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, esquadrinhando os livros de Cálculo, conclui que um escalonamento fundamentado nas alterações que os livros vêm sofrendo permite que eles sejam distribuídos em três períodos: "o Período 1 – se refere a livros antigos, com mais de 90 anos de sua publicação; o Período 2 – se refere a livros antigos, utilizados nas décadas de 50 a 70, e finalmente, o Período 3 – refere-se a livros novos, utilizados nas décadas de 90 até os dias atuais".

Do Período 1, Escher (2011, p. 89-90) destaca Lacroix (1816) – *Elementary Treatiseon the Differential and Integral Calculus*, um livro que não tem figura alguma nem "um menor uso de descrição geométrica dos resultados".

Do Período 2, Escher (2011, p. 91) destaca o autor russo Piskunov (1969), cujo livro apresenta "um curso mais 'moderno' de Cálculo, já incluído de discussões mais precisas de Função e Limite, trazendo algumas ilustrações das situações ali relatadas, provavelmente confeccionadas a mão livre". As referidas figuras encontram-se em Escher (2011, p. 92).

Do Período 3, Escher (2011) coloca em evidência livros como o de Cálculo de Stewart (2008), em sua 5ª edição, como um livro mais moderno, "que já inclui elementos diversificados, como gráficos e cores e apresenta várias aplicações do Cálculo em situações de outras áreas do conhecimento, como Biologia e a própria Física" (ESCHER, 2011, p. 93).

Alguns livros didáticos – dentre aqueles que têm a forma de apresentação edificada no rigor da abstração e que consagram a teoria de Limite, Derivada e Integral, desenvolvida por épsilons e deltas e com demonstrações que apresentam lacunas, formadas pela falta de explicações, que são substituídas por justificativas como: "é claro que", "é óbvio que", "apenas com simples cálculos podemos concluir que", "é trivial" – colaboram na construção de obstáculos cognitivos à compreensão dos estudantes, isto é: a apresentação, estritamente formal, das demonstrações não possibilita encaixe, críticas, discussões, reformulação e refinamento de conjecturas, devido à rigidez dos elos da cadeia dedutiva sobre a qual está estruturada.

Sobre o aspecto especificado no parágrafo acima, o professor Geraldo Ávila, em 2008, conversando com o professor Cláudio Lopes sobre ensino de Cálculo, dificuldades de aprendizagem do aluno e o uso de novas tecnologias, conta um fato interessante que inclusive está transcrito no prefácio do livro de autoria destes dois professores, Ávila e Araujo (2013), obra que teve como uma das motivações esta conversa, da qual, a seguir, transcrevemos um pequeno trecho:

> Ele contou que certa vez uma aluna havia escrito a ele um email no qual questionava alguns passos dados em demonstrações que usava termos como "não é difícil concluir que" ou "é fácil ver que", e outros gêneros. O que concluímos disso é que, às vezes, o que parece óbvio para quem escreve, não é necessariamente simples para quem lê. Então ele disse que seria interessante escrever uma obra em que a leitura fosse facilitada por uma mensagem coloquial e sem excesso de formalismo e que, se possível, se tentasse agregar a ela os recursos tecnológicos (preferencialmente livres) disponíveis hoje aos alunos, mas que não obrigasse o professor ou aluno a, necessariamente, fazer uso de softwares. O desafio era, portanto, escrever um livro que pudesse ser usado por professores ou alunos de qualquer perfil.

Assim, os referidos autores, Ávila e Araujo (2013), escreveram o livro mencionado, cujo título é: *Cálculo: Ilustrado, Prático e Descomplicado.*

Neste livro, Ávila e Araujo (2013), além do aspecto formal, exploram bastante a visualização geométrica e a intuição, e após cada capítulo há um anexo chamado "Experiências no computador", como opção para aqueles que quiserem estudar o conteúdo

com o auxílio do GeoGebra[5] e do Maxima[6]. Os autores garantem que em parte alguma do livro os estudantes encontrarão lacunas encobertas pelas seguintes expressões ou equivalentes: “a partir do que vimos podemos concluir que...”, “a imagem nos leva a concluir”, “a imagem prova que...”.

Em livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral I, com edições atuais, como Stewart (2010), e Anton e Bivens e Davis (2007), que apresentam os assuntos nas formas geométrica, numérica e algébrica, e que pontuam a importância da oralidade e da escrita e de uma abordagem que privilegie: processos de resolução de problemas; com exercícios conceituais com dificuldades progressivas, de treino de técnicas, aplicações e demonstrações desafiadoras; a aprendizagem por projetos; e oferecem inclusive a oportunidade da descoberta por meio das TIC. Podemos ressaltar que, apesar de tudo isso, os livros continuam reféns de uma estrutura curricular cristalizada, onde os conteúdos são preestabelecidos e estanques e, por isso, os autores não conseguem romper em definitivo com o ensino tradicional. Compreendemos o alcance da dificuldade que os autores dos livros didáticos enfrentam, porque, como afirmam Valente e Canhette (1998, p. 79),

> Encontrar problemas interessantes e motivadores para todos os alunos de uma mesma classe, é uma tarefa quase que impossível. Nesse sentido, é mais interessante deixar os alunos escolherem os seus problemas ou, mesmo, projetos mais amplos, envolvendo diferentes conceitos, porém significativos e centrados no interesse de cada aluno.

Se esta é uma tarefa que se posiciona com alto grau de dificuldade para nós, professores, quando trabalhamos com estudantes de uma só classe, impossível será para o autor do livro didático de Cálculo Diferencial e Integral que, repetimos, “é refém de uma estrutura curricular engessada”, onde os conteúdos são preestabelecidos e estanques, e que escreve para um aluno “desconhecido” e “sem voz”, e que vive somente no imaginário deste autor, isto é: é real apenas no mundo de experiências de quem escreve o livro e não de quem o utiliza.

Reis (2001, p. 296), em sua Tese de Doutorado, apresenta uma Entrevista com o professor Elon Lages Lima, e, nesta Entrevista, o referido professor expõe sua ideia sobre

---

[5] O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e **multiplataforma** para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação (Sobre o GeoGebra. Instituto São Paulo – GeoGebra – Faculdade de Ciências Exatas – PUC-SP. Disponível em: <http://www.pucsp.br/geogebrasp/>. Acesso em: 22 jan. 2015).

[6] O MAXIMA é um sistema para a manipulação de expressões simbólicas e numéricas, incluindo diferenciação, integração, equações diferenciais ordinárias, sistemas de equações lineares, vetores, matrizes, entre outros. O MAXIMA produz resultados de precisão elevada, e pode traçar funções e dados em duas e três dimensões (Tutorial - Maxima 5.9.2 para Windows. Macedo, B. F. M. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~marcio/tut2005/maxima/042290Bruno.pdf/>. Acesso em: 22 jan. 2015).

livro de Cálculo, com a seguinte fala: “O livro é o reflexo da pessoa que escreve” (REIS, 2001, p. 296). Continua explicando que: um livro elementar é feito para alcançar um maior número de leitores; e um livro avançado, o autor escreve porque quer fazer uma “certa organização lógica... até mesmo estética do assunto, para ficar bem trabalhado em sua mente, e que você não fará nunca se você não for obrigado a escrever um livro. Então você escreve... e com isso arruma as coisas” (REIS, 2001, p. 296).

O professor Stewart (2012, p. 19), em Entrevista ao periódico do Ministério da Educação - *Cálculo: Matemática para todos* (edição 15, ano 2, 2012), respondendo ao questionamento *Por que escrever um livro de Cálculo?*, declara que, ao final de uma de suas aulas, foi interpelado por duas de suas alunas, assim: “Doutor Stewart,... Gostaríamos que você escrevesse seu próprio livro de Cálculo, porque as notas que você escreve no quadro negro são muito melhores que o livro didático que você recomendou”. Motivado por isso, ele redigiu esse livro e relata: “Em essência, escrevi esse livro para mim mesmo, escrevi também para meus alunos. Fiquei surpreso quando ele se transformou num best-seller” (STEWART, 2012, p. 19). Será que se preocupar com os seus alunos é uma das causas do sucesso adquirido por este best-seller?

Pondo em prática o movimento de ir e vir para tornar a si e ir além, na tentativa de isentar nossa compreensão de interpretações distorcidas que podem substanciar equívocos e fragilizar o aspecto científico de nossa pesquisa, empreendemos uma mudança na direção do nosso olhar, concentrando nossa atenção e esforço em outros contextos próximos, como, por exemplo, em um curso de Medicina, em uma instituição em que a excelência de seus formandos é o selo de qualidade que a representa.

Neste curso, é preocupação nuclear a importância dispensada à relação entre a parte teórica e a parte prática do currículo, que ocorre em ambientes apropriados, tanto em sala de aula, como: em laboratório; em hospital-escola e posto de saúde; enfim, em todos os tipos diferenciados de ambientes onde o médico deverá atuar profissionalmente.

Ressaltamos que todo o cuidado e seriedade dispensados à formação deste profissional é justificável e louvável, porque ele terá como missão: abraçar e ter como compromisso a prática dos valores perenes da medicina, isto é: “a busca da verdade, o respeito à vida, o amor à arte médica, a solidariedade humana, o desejo de servir, a conduta digna e o interesse sincero pelos que sofrem” (REZENDE, J. M., 2009, p. 17).

Esta atenção dedicada ao curso acima mencionado, tomado como exemplo, deve ser estendida a todos os outros, como, por exemplo, a formação do professor, o qual será responsável por uma Educação que viabilize o presente e o futuro do homem, e pela formação

de “mentes mais abertas, escutas mais sensíveis, pessoas responsáveis e comprometidas com a transformação de si e do mundo” (MORIN, 2011, p. 13).

Retomando a entrevista com o professor Stewart (2012, p. 20) concedida ao periódico do Ministério da Educação - *Cálculo: Matemática para todos,* mais especificamente à resposta ao questionamento *Hoje você se transformou numa espécie de empresa?*:

> Não, não tenho minha própria empresa. Em compensação, minha editora contratou bastante gente para trabalhar com materiais de apoio: manuais para professor, resoluções comentadas de exercícios e problemas, vídeos, sugestões de lição de casa, web sites, software de apoio ao aluno, essas coisas. A editora montou uma empresa de produções, com dezenas de funcionários, só para produzir material para meus livros. Enfim: não tenho empresa, mas posso dizer que, caso eu desista do Cálculo, muita gente perderia o emprego.

Refletindo sobre o questionamento e a resposta em destaque no parágrafo anterior, perguntamos: Em uma sala de aula de Cálculo Diferencial e Integral I, em nossas universidades, encontramos uma empresa suporte apoiando o nosso professor?

O que encontramos é: o professor em salas com mais ou menos 40 (quarenta) alunos, na qual, muitas vezes, até o pincel para quadro branco o professor é que tem que comprar. Às vezes a Instituição até compra, mas às vezes as caixas vêm com pincéis ressecados. O computador e o projetor multimídia são únicos para cada departamento. Ao invés de continuar dedilhando as contas desse rosário, vou calar. Fazer o que as pessoas fazem frente ao “muro das lamentações”, faço eu, agora, junto a esta “muralha das dificuldades”.

Concentrando cada vez mais nossa reflexão sobre dificuldades ou problemas no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, corroboramos Rezende[7], W. M. (2003, p. 402), que, em sua pesquisa de Doutorado *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*, observa: “em essência, o único **lugar-matriz** das dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica do ensino de Cálculo: é a **omissão/evitação das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de Matemática em sentido amplo**”.

Rezende, W. M. (2003, p. 402) afirma que: este processo de **omissão/evitação**, além de esconder o caminhar histórico da evolução do conhecimento matemático, instala-se como “a principal fonte dos obstáculos epistemológicos que surgem no ensino superior do Cálculo”, e esse mesmo professor declara também que “o primeiro grande passo” (REZENDE, W. M., 2003, p. 402) na direção da desconstrução desse obstáculo epistemológico é “fazer emergir o

[7] Enquanto nos referirmos a Rezende, W. M. (2003), as expressões por ele utilizadas, como: **macro-espaço; lugar-matriz; omissão/evitação; discreto/contínuo; finito/infinito; variabilidade/permanência; local/global** e **sistematização/construção,** estarão em minha pesquisa sempre em negrito.

conhecimento do cálculo, do ‘esconderijo forçado’ a que está submetido no ensino básico” (REZENDE, W. M., 2003, p. 402). Quanto à Educação Superior, concordamos com o autor quando percebe e afirma “a existência de uma crise de identidade no ensino superior de Cálculo, caracterizada basicamente pela subordinação do ensino de Cálculo a uma espécie de preparação para a Análise e pela excessiva caracterização algébrica de suas ideias fundamentais” (p. 440).

O referido autor, Rezende, W. M. (2003, p. 325), em sua pesquisa identifica e discute os “macro-espaços de natureza epistemológica fazendo uso de cinco dualidades essenciais no processo de ensinar Cálculo: discreto/contínuo; finito/infinito; variabilidade/permanência; local/global; sistematização/construção”.

Rezende, W. M. (2003, p. 338) afirma que a dualidade “discreto/contínuo é ignorada no ensino de Matemática, inclusive num curso de Análise – o seu habitat epistemológico”. Corroboramos o autor quando aponta os seguintes exemplos de evitação desta dualidade: “a prevalência das técnicas de integração sobre o significado da integral definida, motivada pela identificação deste com o conceito de antiderivada” (REZENDE, W. M., 2003, p. 338); mais um indício desta evitação é “a pouca ênfase dada ao estudo das séries e o hiato entre os campos da aritmética e da geometria” (REZENDE, W. M., 2003, p. 338). Outro indício desta evitação que ocupa o espaço do domínio numérico é detectado pelo referido autor, ao afirmar que:

> Quanto ao domínio numérico da totalidade de nossos alunos se restringe aos racionais. Já com repeito aos números reais (racionais), podemos dizer, com certas restrições, que apenas a técnica operatória é dominada por eles. Não sabem responder o que um número real é efetivamente (REZENDE, W. M., 2003, p. 338).

Rezende, W. M. (2003, p. 345) exemplifica, como dificuldade no macro-espaço, a da dualidade variabilidade/permanência: “são os ditos problemas de taxas relacionadas e os problemas de otimização”.

Concordamos com Rezende, W. M. (2003, p. 347) quando afirma que os alunos não conseguem resolver problemas referentes à taxa de variação porque apresentam lacunas na sua compreensão de Derivada como taxa de variação, isto é:

> O aluno precisa interpretar a derivada como taxa de variação, traduzir então para a linguagem diferencial os dados do problema, identificar a variável do problema em relação a qual irá diferenciar a equação e, claro, chegar a equação, envolvendo as taxas de variações presentes no enunciado do problema.

Quanto à dualidade **finito/infinito**, é uma dificuldade realmente significativa no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Como definir infinito? Este é um dos

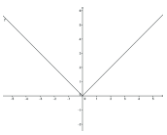
problemas mais duradouros e enigmáticos da ciência, constituído há aproximadamente 25 séculos por Zenão de Eleia e seus Paradoxos.

Rezende, W. M. (2003, p. 357) se mostra impressionado quando constata, em sua pesquisa, que "nossos estudantes não tenham sequer consciência das dificuldades referentes à noção de infinito, mesmo tendo eles já realizado um curso de Cálculo ou mesmo de Análise".

Quanto à dualidade **local/global**, Rezende, W. M. (2003, p. 375) observa que: "No Cálculo de Newton, por exemplo, os conceitos de continuidade e diferenciabilidade [...] eram definidos a partir do comportamento global das curvas".

A observação de Rezende, W. M. (2003, p. 375) no parágrafo acima nos oportuniza supor que, por exemplo: a figura da curva *f(x) = ‖ x ‖ (módulo de x)*, cujo gráfico apresentamos a seguir, função hoje estudada como não diferenciável no ponto de abscissa zero.

Figura 1 - Uma representação gráfica da curva f(x) = ||x|| (módulo de x)



Seria possivelmente, para Newton parafraseando Rezende, W. M. (2003, p. 375) quando se refere a outra curva não diferenciável em um determinado ponto), como o "desenho de duas curvas diferenciáveis, e não o de apenas uma curva, que deixa de ser diferenciável em apenas um ponto" (REZENDE, W. M., 2003, p. 375). Rezende, W. M., (2003, p. 376) explica que: "as curvas utilizadas nos cálculos de Newton e Leibniz eram, em geral, 'bem comportadas' (no mínimo, diferenciáveis) e por causa disso, tal comportamento não suscitava questões de natureza local".

Rezende, W. M. (2003, p. 376) destaca também que: "Faltavam aos matemáticos dois conceitos fundamentais para que pudessem vislumbrar a íntima relação da dualidade

local/global com o Cálculo que acabavam de inventar: a noção de limite e o conceito de função".

Quanto a esta dualidade, o referido autor, Rezende, W. M. (2003, p. 382-383), considera o que aconteceu a alguns alunos, quando foram requisitados a resolverem o seguinte exercício:

> *Seja f uma função real de variável real definida por:*
> $f(x) = x^2 \, sen\left(\frac{1}{x}\right)$, *se* $x \neq 0$ *e* $f(x) = 0$ *se* $x = 0$.
> *Verifique se f é diferenciável e determine a função derivada de f.*

A solução quase unânime foi apenas:

> $f'(x) = -\cos\left(\frac{1}{x}\right) + 2x\,sen\left(\frac{1}{x}\right)$ *alguns paravam aí, outros testavam o valor zero na expressão encontrada e: concluíam que derivada de f não existia no ponto x=0, ou concluíam que a derivada de f neste ponto (x=0) era zero [...]*

Em resumo, Rezende, W. M. (2003, p. 383-384) apresenta ponderações das quais destacamos as seguintes:

> [...] o aluno ignorou o fato de que não podia usar a regra da cadeia para x=0. A solução em termos da definição formal da derivada sequer foi cogitada por algum dos alunos. [...] O fato da função ter o valor "0" no ponto x=0 parece não ter importância para o aluno: *f(0)* podia ser 5, ou -5, e nada mudaria no seu "processo" de diferenciação propriamente dito. Em nenhum momento, o tratamento local da questão é considerado – note que, para o aluno, a f' já foi determinada na primeira parte de sua solução, o que ele faz, em seguida, é tão somente determinar o valor de f'. Assim, pode-se dizer que, através da aplicação indiscriminada da "técnica" de derivação, a derivada passa a ter para o aluno uma natureza "global". Esta é a "regra": para saber a derivada, primeiro "deriva-se" a expressão (ou expressões) de f, usando as regras de derivações, para depois excluir as restrições de f'.

Quanto ao par **sistematização/construção**, Rezende, W. M. (2003, p. 432) alerta que "é preciso "re-calibrar" a disciplina Cálculo, em relação ao referido par". Isto é, em vez de se construir os resultados e conceitos do Cálculo ao nível do conhecimento já sistematizado, deve-se ter em mente a construção das redes de significados das ideias básicas para, em um momento posterior, buscar a sistematização dos elementos dessa rede.

As distorções na compreensão dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral chegam realmente a ser desconcertantes, mesmo quando interpelamos alunos que já cursaram a disciplina. Nossa experiência nos ensina que uma considerável quantidade de alunos apenas memoriza os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I, por exemplo, alunos capazes de

resolver exercícios de aplicação direta de Regra da Cadeia[8], como o exercício que apresentamos a seguir – uma adaptação de um exercício do livro de Cálculo dos autores Anton, Bivens e Davis (2007, p. 210):

Questão proposta:

> Encontre $\frac{dy}{dx}$ sabendo que u(x) = x^3 e y = cos u.
>
> Solução:
>
> O aluno tem decorado a fórmula $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$.
>
> Então, ele calcula as derivadas de $\frac{dy}{du}$ e $\frac{du}{dx}$,
>
> multiplica os resultados e em seguida,
>
> substitui u por x^3 e organiza a resposta assim:
>
> $\frac{dy}{dx}$ = -3 x^2 sen (x^3).
>
> Porém, se solicitássemos:
>
> $\frac{dy}{dx}$ dado y = cos (x^3), o aluno responderia $\frac{dy}{dx}$ = -sen (x^3).
>
> E a derivada do argumento? Ou seja, e a derivada de x^3 ?

Este tipo de erro oferece indícios de que o aluno decorou a Regra da Cadeia, mas a relação entre a derivada de uma função composta e a Regra da Cadeia não foi completada na compreensão deste aluno, e desta forma foi construída uma distorção em sua aprendizagem, em relação a este conteúdo. Ou seja, as relações entre Função Composta e a Regra da Cadeia não são assimiladas pelos alunos.

Corroboramos Rezende, W. M. (2003, p. 430) quando aponta como "principal fonte de obstáculos de aprendizagem – a carência de algumas ideias e problemas construtores do Cálculo". Assim, enumera algumas ausências identificadas a partir do mapeamento por ele realizado em sua pesquisa.

Essas ausências citadas por Rezende, W. M. (2003, p. 430-431) são:

> A pouca ênfase dada à derivada como taxa de variação instantânea (um dos principais obstáculos epistemológicos à resolução de problemas de otimização e taxa relacionada); o conceito de velocidade não participa do campo semântico do conceito de derivada – ele é meramente uma das interpretações possíveis (p. 430);

[8] 3.6.1 Teorema (**Regra da Cadeia**): Se g for diferenciável no ponto x e f for diferenciável no ponto g(x), então a composição f ∘ g é diferenciável no ponto x. Além disso, se y=f(g(x)) e u=g(x) então y=f(u) e

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$ (ANTON; BIVENS; DAVIS, 2007, p. 210).

> A falta de caracterização clara dos números reais – o problema da circularidade da definição do número real continua mal resolvido, mesmo depois de um curso de Cálculo; a caracterização dos números irracionais, $\boldsymbol{\pi}$ e $\boldsymbol{e}$ em termos de séries de número racionais é ignorada (p. 430-431)
>
> Configura-se uma participação isolada da noção de infinito – tal atitude se revela apenas (e de modo ingênuo) nos cálculos de limites (p. 431)
>
> As indeterminações matemáticas são pressupostas; sequer é enfatizado o fato da derivada ser, por definição, uma situação de indeterminação – "uma divisão de zeros, como Euler sugeriu alguns anos atrás (p. 431).
>
> Os problemas de áreas são tratados exclusivamente através do uso TFC e das técnicas de integração – não é explorada a caracterização da integral de Riemann a partir das séries infinitas (p. 431)
>
> As séries, que constituem um dos principais elementos da passagem na soma discreta para a soma contínua, são desprestigiadas até mesmo no momento em que se estuda o encaminhamento sugerido por Lagrange para o estudo das derivadas (os polinômios de Taylor): considera-se quando muito o caso linear (p. 431).
>
> Nota-se a falta de uma contextualização mais dinâmica no estudo das funções reais; "encontrar a função" que vai ser otimizada é sempre a tarefa mais difícil para o aluno na resolução dos problemas de otimização (p. 431).

Várias dissertações e teses constroem um contexto rico em pesquisas, as quais focalizam o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I. Estas pesquisas formam o cenário e a movimentação dos educadores em torno das tendências e suas dimensões teórico-metodológicas, trajetórias e suas descontinuidades, dificuldades e estratégias de superação e recursos didáticos contextualizados, partindo sempre de um movimento de reflexão sobre sua prática e teorias inovadoras que as sustentam, para que, cada vez mais fortalecidos, enriqueçam a construção do seu caminhar contagiante de educador participativo, coibindo possíveis distorções geradas pela omissão da Didática em sala de aula.

Então, continuando este movimento de reflexão sobre as principais dificuldades que permeiam o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, e a revisão de alguns trabalhos vinculados a estas dificuldades, podemos destacar a Tese de Doutorado de Olímpio Jr. (2006), que, em torno das palavras-chave: Escrita; Oralidade; Maple; Compreensão conceitual e Cálculo; teceu sua pesquisa sobre o tema: *Compreensões de Conceitos de Cálculo Diferencial no Primeiro ano de Matemática – uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática.* O referido autor delineia sua pesquisa sob o seguinte objetivo:

> Investigar as compreensões, emergentes da integração entre oralidade, escrita (em linguagem natural) e informática (representada pelo MAPLE[9]) sobre conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial, produzidas por alunos de primeiro ano de

[9] O que é o Maple? É uma ferramenta usada para uma gama de transformações matemáticas, para a construção de modelos matemáticos e para a criação de documentação técnica, principalmente nas áreas de engenharia, matemática e de cientistas físicas. Software Licenciado – Maple. Disponível em <http://www.ufrgs.br/cpd/servicos/computadores-e-aplicativos/softwares-disponiveis/software-licenciado-maple>. Acesso em: 24 jan. 2015.

> Matemática de uma Universidade Pública do Estado de São Paulo (OLIMPIO JR., 2006, p. 12).

Buscando também respostas para duas questões investigativas, a saber:

> Que compreensões são produzidas sobre os conceitos de *função, limite, continuidade e derivada*, a partir da integração entre oralidade, escrita (em linguagem natural) e informática (representada pelo MAPLE)? O que sugerem tais compreensões sob o ponto de vista da Educação Matemática no Ensino Superior? (OLIMPIO JR., 2006, p. 12).

Centrado nas dificuldades encontradas pelos alunos, quando buscam compreensão conceitual dos temas de Cálculo Diferencial, o autor constrói sua reflexão utilizando a seguinte linha de raciocínio: compreender é aprender o significado; pensar o significado é mergulhar na complexidade de posições heterogêneas. E fecha sua argumentação adotando o significado de compreensão conceitual dada pelos autores Noss e Hoyles (1996), a saber:

> Compreensão conceitual é, portanto, compreensão rica em relacionamentos, visão corroborada por Noss e Hoyles (1996) quando argumentam sobre a importância de se produzir conexões, uma vez que, segundo esses autores, os significados matemáticos derivam de conexões matemáticas (OLIMPIO JR., 2006, p. 33).

Se compreender conceitos consiste essencialmente em criar relações e produzir conexões, então Olimpio Jr. (2006) constrói a sua trajetória reflexiva para chegar à compreensão, elegendo, para fundamentar seu percurso, uma característica predominante na personalidade das pessoas sábias: “o ouvir”. Ouvir para conhecer, ouvir para compreender, e com esta motivação o referido autor segue ouvindo o segmento formado pelos alunos, mais especificamente oito alunos voluntários.

De que forma Olimpio Jr. (2006) “ouviu” os seus alunos? Entrelaçando instrumentos onde a comunicação se realiza e se faz excelente, a saber: a oralidade, a escrita e a informática, de forma integrada. Partindo de respostas escritas em linguagem natural e de videotapes da interação entre duplas, descortinando e materializando conflitos que mostram os pontos de conhecimentos distorcidos e suas raízes, e indicam caminhos para facilitar a aprendizagem, usufruindo da dinamicidade oferecida pelos recursos da informática, que, integrados à oralidade e à escrita, podem potencializar o perceber, o imaginar e o manipular, faculdades que o aluno necessita possuir e saber lidar com habilidade refinada, enquanto tece sua própria rede de conhecimento, uma rede potencialmente livre de erros responsáveis pelos ruídos que fomentam distorções prejudiciais à sua aprendizagem.

Corroboramos a afirmação de Viol (2010, p. 357) quanto à análise da pesquisa de Olimpio Jr. (2006), a saber:

> A análise final sugere que os conflitos emergentes poderiam ter suas raízes numa limitada compreensão do conceito de função. O conceito de limite foi entendido como uma das bases essenciais num curso de Matemática. Em relação ao conceito de derivada a pesquisa caracteriza as compreensões dos participantes como constituídas principalmente por significados emergentes da Geometria – a derivada como coeficiente angular de tangente em particular. A análise dos dados mostrou que uma das maiores fontes de atrito da transição da Matemática Escolar para a Matemática do Ensino Superior materializa-se no conceito de função.

Refletindo sobre "função como uma das maiores fontes de atrito da transição da Matemática Escolar para a Matemática do Ensino Superior", em destaque na citação acima, lembramos a Tese de Doutorado de Barbosa (2009), que desenvolve o tema: *Tecnologia da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia*, norteado pela busca de resposta à questão: "Como o coletivo, formado por alunos-com-mídias, produz o conhecimento acerca de Função Composta e Regra da Cadeia, a partir de uma abordagem gráfica?" (BARBOSA, 2009, p. 15).

A preocupação sobre as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos acerca de Função Composta e Regra da Cadeia é corroborada por nós, como professores de Cálculo Diferencial e Integral. Muitos seriam os tipos de distorções que serviriam para citação, como já mencionamos anteriormente nesta pesquisa.

Sabemos que, caso o aluno não consiga desfazer este equívoco em sua aprendizagem com respeito a este ponto, no estudo de Derivada, ele vai acumulando dificuldades arrastadas em cadeia, na sequência de seus estudos em Matemática, por exemplo, em Integração e em Análise, em Equações Diferenciais e assim sucessivamente em toda a área da Matemática que necessita do Cálculo Diferencial e Integral como suporte.

Barbosa (2009, p. 16) ressalta a importância da abordagem gráfica para propiciar a compreensão, por meio da "interpretação gráfica para o estudo da regra da cadeia". Também destaca a utilização das TIC como recurso didático que potencializa a visualização, outorgando dinamicidade que enriquece as representações múltiplas e a interpretação, ampliando surpreendentemente a capacidade de entendimento do aluno. Inclusive Barbosa (2009, p. 176) depreende que:

> A forma alternativa como os alunos desenvolveram as atividades foi fundamental para cogitar uma reelaboração, levando em consideração o papel das mídias, da visualização, da coordenação das representações múltiplas, da produção do conhecimento...

Uma das metas educacionais de relevância é criar maiores possibilidades de aprendizagens dos conceitos abstratos do Cálculo Diferencial e Integral I, para que o grande

número de opções por outros cursos não tenha como causa primeira a deserção provocada pelas dificuldades enfrentadas pelo aluno, durante o curso de Cálculo Diferencial e Integral I.

Gostaríamos de assinalar que, se conseguirmos vencer a grande abstração atrelada a esta disciplina, ela será capaz de transportar o nosso pensamento e a nossa compreensão para muito além do mundo dos sentidos físicos, onde surpresas estão escondidas da finitude do nosso olhar intuitivo, como, a título de exemplo, alguns fatos encontrados em Cálculo, que expomos a seguir.

Apresentamos, então, os exemplos I, II e IV tratados por Diogo (2000) e os exemplos III e V discutidos por Leithold (1994):

I) Dadas as sequências:

$$(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ..., \frac{1}{n}, ...\right) \quad e$$

$$(b_n) = \left(\frac{1}{n^2}\right) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, ..., \frac{1}{n^2}, ...\right)$$

Afirma-se que $a_n > b_n$ para $n \in N$ e $n \geq 2$,

mas $\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} b_n = 0$ (DIOGO, 2000, p. 26)

II) Dadas as sequências:

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 + n + 1}{n}\right) = \left(3, \frac{7}{2}, \frac{13}{3}, \frac{21}{4}, ..., \frac{n^2 + n + 1}{n}, ...\right) e$$

$$(b_n) = \left(\frac{n^2 + 2n + 1}{2n^2}\right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{9}{8}, \frac{16}{18}, ..., \frac{n^2 + 2n + 1}{2n^2}, ...\right)$$

Afirma-se que

$\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$ e $\lim_{n \to \infty} b_n = \frac{1}{2}$ (DIOGO, 2000, p. 26)

III) Observando a série numérica abaixo:

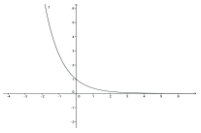
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ... + \frac{1}{2^{n-1}} + ...$$

Afirma-se que: esta série converge para dois (2)
(LEITHOLD, 1994, v. 2, p. 704-705).

IV) Considere a função $\mathbf{y = e^{-x}}$ e seu gráfico[10] abaixo em destaque:

[10] Salientamos que todas as figuras provenientes das citações de Diogo (2000) recebem em nossa pesquisa a numeração que possuem no trabalho de origem: *Uma alternativa para o ensino de Cálculo de funções de uma variável real* (DIOGO, 2000).

Figura 2 - Área sob a curva $y = e^{-x}$



Fonte: Diogo, 2000.

Assegura-se que a área sob a curva acima apresentada, quando x varia de zero a +∞, é igual a um (1), mesmo sabendo que y nunca assumirá os valores menores que zero e nem os valores iguais zero. Este resultado não pode ser aferido pela simples intuição.

Isto porque a área sob a curva neste intervalo é $\int_0^{\infty} e^{-x}\, dx$, que é calculada assim:

$$\int_0^{\infty} e^{-x}\, dx = \lim_{b \to \infty} \int_0^{b} e^{-x}\, dx =$$

$$= \lim_{b \to \infty} \left(-e^{-x} \Big|_0^{b} \right) = \lim_{b \to +\infty} \left[-e^{-b} - \left(-e^{0} \right) \right] =$$

$$= \lim_{b \to \infty} \left[-e^{-b} + 1 \right] = 1$$

(DIOGO, 2000, p. 27).

V) Dada a série funções abaixo (LEITHOLD, 1994, v. 1, p. 678):

$$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

Afirma-se que esta série acima apresentada converge para a função: $f(x) = e^x$

Ressaltamos que, ao observar os exemplos acima expostos, podem ser suficientes para concluirmos que: assim como, algumas vezes, a intuição pode ajudar a esclarecer conceitos apresentados de maneira formal e rigorosa, por outro lado, pode acontecer também que somente a intuição como recurso não seja suficiente para promover a compreensão do conhecimento matemático, e que, por isso, venhamos a necessitar do suporte do raciocínio lógico-matemático em seu aspecto rigoroso, para que a compreensão, a confiabilidade e a comunicabilidade desses conceitos possam suceder.

Então, consideramos importante que a intuição e o rigor estejam sempre equilibradamente presentes, cingindo conceitos envolvidos no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I. Assim, entendemos que a intuição deve ser considerada de forma a nortear naturalmente a imersão da compreensão do aluno no aspecto rigoroso do conceito em estudo, de forma equilibrada e harmoniosa.

Ao examinarmos a Dissertação de Mestrado de Diogo (2000, p. 77-92), podemos perceber que a preocupação da referida autora concentra-se na abstração contida na definição da Integral Definida e na maneira como poderia facilitar o processo de ensinar este conteúdo.

Assim, exibimos a definição rigorosa de Integral Definida apresentada pela autora acima mencionada. Ressaltamos que esta definição pode ser encontrada em livros de Cálculo Diferencial e Integral, como, por exemplo, Leithold (1994, p. 324-328), Ávila (1992, p. 270-276), Anton, Bivens e Davis (2007, p. 386-389), Stewart (2010, p, 345-347) e Maia (1974, p. 92-102).

> Integral Definida - Definição: (DIOGO, 2000, p. 89)
>
> Seja f uma função definida em [a, b] e f contínua em [a, b], então a integral definida de f de a até b, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por:
>
> $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta_i x,$$ caso exista o referido limite,
>
> e $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$ e $\|\Delta\|$ é a norma da partição Δ, isto é, é o comprimento do maior subintervalo da partição Δ, ou seja
>
> $$\|\Delta\| = \max \left\{ \left| x_i - x_{i-1} \right| \right\}$$

Podemos notar que, preocupada com o processo de ensinar o conceito exposto acima, devido à abstração rigorosa nele contida, a referida pesquisadora prioriza iniciar apresentando a Noção Intuitiva da Integral Definida como a área sob a curva, trabalhando três exercícios[11] de cálculo de área pelo Método[12] de Aproximação de áreas por Retângulos de altura máxima ou Aproximação áreas de Retângulos de altura mínima. Para maiores detalhamentos sobre o Método de Aproximação de áreas por Retângulos, podemos consultar livros didáticos de Cálculo.

Problema I (DIOGO, 2000, p. 78-81):

Calcular a área S limitada pelas curvas y = 0, x = a e f(x) = bx^2 por meio do método de

[11] Estes exercícios são detalhamento e aprofundamento de modelos sugeridos por Maia (1974, p. 92-102).

[12] Método de Aproximação de área por Retângulos: para calcular uma área, aproximamos a região por retângulos e fazemos o número de retângulos se tornar grande. A área exata é o limite das somas das áreas destes retângulos (STEWART, 2010, p. 334-343).

aproximação por retângulos de altura máxima.

Problema II (DIOGO, 2000, p. 81-85):

Este segundo problema é uma particularização do Problema I, onde é calculada a área da região S limitada pelas curvas y = 0, x = 1, x = 2 e $f(x) = ½ x^2$, usando o mesmo método de aproximação por retângulos de altura máxima.

Problema III (DIOGO, 2000, p. 85-88):

Neste terceiro problema, apenas troca-se, no segundo problema, o método, utilizando-se então o método de aproximação por retângulos de altura mínima.

Concordamos com a estratégia da autora acima mencionada e observamos que esta seria uma oportunidade que poderíamos aproveitar para explorarmos vários problemas deste mesmo tipo, para que a compreensão do processo de solução seja o núcleo da atenção desta estratégia de ensino.

Assim, devemos realizar uma exploração dos exercícios por meio de estudo em grupo, em duplas, garantido o recurso do diálogo, empregando o recurso da escrita, das TIC por meio do GeoGebra ou outros softwares, e só apresentando aos alunos a definição rigorosa da Integral Definida quando a compreensão do processo estiver garantida. E, assim, depois de identificada a prontidão dos alunos, podemos apresentar toda a parte teórica do conceito formal da Integral Definida, com o respaldo teórico dos livros didáticos**:** Leithold (1994, p. 324-328), Ávila (1992, p. 270-276), Anton, Bivens e Davis (2007, p. 386-389), Stewart (2010, p, 345-347) etc., da forma que Diogo (2000, p. 89) apresenta a seguir:

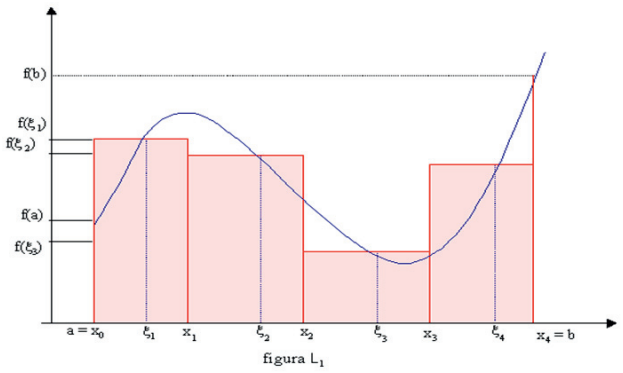
> Integral Definida - Definição: (DIOGO, 2000, p. 89)
>
> Seja f uma função definida em [a, b] e f contínua em [a, b], então a integral definida de f de a até b, denotada por $\int_a^b f(x)\,dx$, será dada por:
>
> $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta_i x,$$ caso exista o referido limite
>
> e $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$ e $\|\Delta\|$ é a norma da partição Δ, isto é, é o comprimento do maior subintervalo da partição Δ, ou seja,
> $$\|\Delta\| = \max \left\{ \left| x_i - x_{i-1} \right| \right\}$$

A seguir, a autora citada, estimula a percepção dos alunos para que compreendam que:

> Esta definição acima é uma generalização dos exercícios anteriores, com uma pequena diferença no que se refere às alturas dos retângulos, que serão $f(\xi_i)$ tomadas aleatoriamente para $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$, e, portanto podendo ser máxima,

mínima ou a imagem de qualquer ponto do referido i $_{\xi i}$ ntervalo (DIOGO 2000, p. 89).

Figura 3 - Destaque para a área sob a curva e a soma das áreas dos retângulos



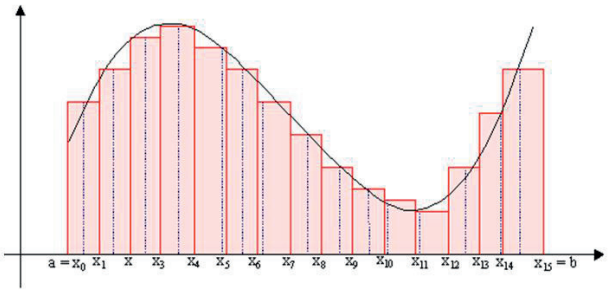
Fonte: Diogo, 2000, p. 89.

Assim, a referida autora continua o movimento da apresentação do conceito de Integral Definida, explicando que, no gráfico acima, divide-se

> O intervalo [a, b] em quatro subintervalos escolhendo três quaisquer pontos desse intervalos, isto é x_1, x_2, x_3 e chamaremos $a = x_0$ e $b = x_4$.
> Formando assim, os seguintes subintervalos:
> $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, $[x_2, x_3]$ e $[x_3, x_4]$.
> O conjunto $\Delta = \{[x_0, x_1], [x_1, x_2], [x_2, x_3], [x_3, x_4]\}$ é denominado uma partição Δ do intervalo [a, b].
> Escolhe-se agora, um ponto em cada subintervalo da partição, por exemplo: $\xi_2 \in [x_1, x_2]$, $\xi_3 \in [x_2, x_3]$ e $\xi_4 \in [x_3, x_4]$ e $\xi_1 \in [x_o, x_1]$.
> Considerando cada retângulo de altura $f(\xi_i)$ e base igual $\Delta_i x$, que corresponde ao tamanho do subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$.
> Assim, na figura 3, teremos quatro retângulos cujas áreas serão:
> $A_1 = f(\xi_1)\,(x_1 - x_0) = f(\xi_1)\,\Delta_1 x$;
> $A_2 = f(\xi_2)\,(x_2 - x_1) = f(\xi_2)\,\Delta_2 x$;
> $A_3 = f(\xi_3)\,(x_3 - x_2) = f(\xi_3)\,\Delta_3 x$;
> $A_4 = f(\xi_4)\,(x_4 - x_3) = f(\xi_4)\,\Delta_4 x$;
>
> A soma $\sum_{i=1}^{4} A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ denotada por:
>
> $$\sum_{i=1}^{4} A_i = f(\xi_1)\,(x_1 - x_0) + f(\xi_2)\,(x_2 - x_1) + f(\xi_3)\,(x_3 - x_2) + f(\xi_4)\,(x_4 - x_3) =$$
>
> $$f(\xi_1)\,\Delta_1 x + f(\xi_2)\,\Delta_2 x + f(\xi_3)\,\Delta_3 x + f(\xi_4)\,\Delta_4 x = \sum_{i=1}^{4} f(\xi_i)\,\Delta_i x$$
>
> é denominada Soma de RIEMANN (Gearg Friedrich Riemann – 1826 à 1866) (DIOGO, 2000, p. 89-90)

Dando continuidade a este movimento de explicação geométrico/algébrico; apresentamos, conforme Diogo (2000, p. 90), na figura 56, na qual Δ é formada por quinze subintervalos.

Figura 4 - Destaque para a área sob a curva e a soma das áreas dos quinze retângulos



Fonte: Diogo, 2000.

Ainda, conforme Diogo (2000, p. 91), a soma de Riemann será:

$$\sum_{i=1}^{15} f(\xi_i)\,\Delta i\,x = f(\xi_1)\,\Delta_1 x + f(\xi_2)\,\Delta_2 x + f(\xi_3)\,\Delta_3 x + f(\xi_4)\,\Delta_4 x + f(\xi_5)\,\Delta_5 x + f(\xi_6)\,\Delta_6 x + f(\xi_7)\,\Delta_7 x + f(\xi_8)\,\Delta_8 x + f(\xi_9)\,\Delta_9 x + f(\xi_{10})\,\Delta_{11} x + f(\xi_{12})\,\Delta_{12} x + f(\xi_{13})\,\Delta_{13} x + f(\xi_{14})\,\Delta_{14} x + f(\xi_{15})\,\Delta_{15} x$$

A autora citada coloca que, repetindo esse raciocínio para partições onde a quantidade de subintervalos seja muito grande, conclui-se que a área A sobre a curva é:

$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} A_i$, mas quando n tende a infinito,
o comprimento de cada subintervalo tende a zero,
portanto $\|\Delta\|$ tende a zero, ou seja: se $n \to \infty$
então $\|\Delta\| \to 0$

logo, $A = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta_i\,x$

Assim, a autora conclui que a integral definida é a área sob a curva e é um limite, podendo-se reescrever sua definição da seguinte forma:

Se f for uma função definida no intervalo fechado [a, b],

então a integral definida de f de a até b é:

$$A = \int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|\Delta\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta_i\,x;$$

isto é, para todo $\varepsilon > 0, \exists\, \delta > 0$
tal que toda partição Δ para a qual $\|\Delta\| < \delta$
então $\left| \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta_i x - A \right| < \varepsilon$ (DIOGO 2000, p. 91).

A respeito do momento apropriado para que este salto, isto é, para que esta mudança

do intuitivo para o formal ocorra sem perda de continuidade no processo de compreensão realizado pelo aluno, é indispensável considerarmos que este processo não ocorre ao mesmo tempo, para todas as pessoas. Por isso não é recomendável que o professor fique sozinho com a responsabilidade de mais ou menos 40 (quarenta) alunos em cada sala de aula, principalmente com a ausência de professor assistente, da falta de suporte e de recursos didáticos. Outra observação que por sua importância repetimos neste momento, refere-se aos Problemas I, II, e III, anteriormente investigados por Diogo (2000, p. 78-88), além de conter todo o movimento algébrico interpretado geometricamente e apoiado na intuição, segue o mesmo procedimento que, por último, será utilizado na formalização rigorosa da Definição de Integral.

Ao apresentarmos toda a problemática acima sobre a noção intuitiva de Integral Definida e sobre a definição formal de Integral Definida, queremos evidenciar que a abstração nessa definição de Integral Definida se apresenta efetivamente. Assim, como professores, precisamos pensar em estratégias que propiciem a compreensão intuitiva em um primeiro momento, e em posterior aproximarmo-nos gradativamente da definição formal deste conceito matemático, introduzindo, assim, toda a abstração que o conceito abraça.

Continuando nosso olhar sobre as pesquisas, fazemos referência à Tese de Doutorado de Reis (2001): *A Tensão entre rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A visão de Professores-Pesquisadores e autores de Livros Didáticos,* tendo como orientador o Prof. Dr. Dario Fiorentini.

Reis (2001), na apresentação da sua pesquisa, afirma que o interesse maior do seu trabalho é "a construção de alguns direcionamentos que colaborem para a reflexão e a transformação do ensino de Cálculo e Análise".

O autor acima referido conta que ministrou Cálculo I, disciplina considerada por ele como se fosse uma "Análise para principiantes" (REIS, 2001, p. 16), e elegeu como livro-texto *Cálculo A – Fleming & Gonçalves*, com teoria apresentada de forma "resumida, exemplos importantes e muitos, muitos exercícios de fixação" (REIS, 2001, p. 16). No final do semestre obteve "índice de reprovação de 40%", e percebe que "as dúvidas de seus alunos eram as mesmas que o incomodavam quando aluno – 'ε's e δ's, lim's ???... por que e para que tudo isso???'" (REIS, 2001, p. 17).

Como professor de Análise, as experiências revelaram dificuldades de professores em dialogar sobre "questões ligadas aos números reais tais como: Qual conjunto é maior: os

racionais ou os irracionais?... o que é infinito: um número, um símbolo ou um conceito?" (REIS, 2001, p. 19).

Como participante do ICME 8 - 8th International Congress of Mathematical Education (1996), o referido pesquisador conseguiu entrar em contato com o tema "Cálculo enquanto disciplina instrumental. Instrumental para quem? Para o professor, para o aluno..." (REIS, 2001, p. 19).

O referido autor, Reis (2001, p. 26), explica que em sua pesquisa de Doutorado, trabalha a questão: Como a relação entre rigor e intuição encontra-se nos manuais didáticos de Cálculo e Análise, como ela é percebida / enfrentada pelos autores e pesquisadores e quais são suas possíveis implicações na formação matemática do professor.

Em sua investigação, Reis (2001) vale-se do saber e da experiência profissional dos professores: Roberto Ribeiro Baldino, Geraldo Severo de Souza Ávila, Djairo Guedes de Figueiredo, Elon Lages de Lima e autores de livros didáticos. Dos depoimentos destes professores, ressaltaremos alguns aspectos relacionados ao rigor e à intuição, incrustados nos tópicos: Limites e Continuidade tratados pela disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e as contribuições dos entrevistados ao processo de ensinar esta disciplina dentro de seus conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares.

Segundo Reis (2001, p. 42), a contribuição importante dos estudos do Prof. Baldino em sua pesquisa de Doutorado advém das suas críticas em relação à atual abordagem do Cálculo, onde:

> Ocorre um excesso de rigor na apresentação de tópicos como limites, derivadas e integrais e não se verifica uma preocupação com suas aplicações, que, caso fossem melhor tratadas / exploradas, poderiam gerar novas compreensões sobre as ideias e os conceitos fundamentais do Cálculo.

Colocamos em destaque o último questionamento de Reis (2001, p. 248) a Baldino e a respectiva resposta do Professor, que entrelaça livro-texto, autor, aluno e professor, preocupações estas que também fazem parte de nossa inquietação, no contexto da formação do professor de Matemática. A saber:

> Eu perguntaria pros autores de livros e mesmo pros professores, [...], quando eles colocam um aluno pra ler o livro que eles escreveram, se eles tem paciência de ver o que o aluno está entendendo daquilo que ele está lendo, se de fato está entendendo ou não, para quem ele está escrevendo esse livro, se de fato é pro aluno que vai ler o livro ou se é pra alguma entidade abstrata e qual? E o professor que dá aula, quando ele vai pro quadro negro, faz as demonstrações e sai feliz da vida porque fez o ensino, quer dizer, o que ele espera que o aluno entenda do que ele está fazendo, ele dá pro aluno uma chance de falar e ele ficar escutando... ficar escutando? Se eu pudesse terminar com uma frase, eu diria isso: ensina-se ouvindo, aprende-se

> falando! Se quiser ensinar, comece a ouvir, comece a ouvir o que seu aluno tem a dizer, comece a ouvir o que o aluno pensa, tente entrar no pensamento do aluno e explicar pro aluno o que ele está dizendo, por mais doido que seja, por mais errado que seja, tente entender o que o aluno está pensando e o que ele está dizendo, faça o aluno falar porque se é o aluno que tem que aprender é o aluno que tem que falar e se é o professor que vai ensinar, ele tem que aprender a ouvir; se ele não ouvir, ele não vai ensinar, ele vai aprender; se ele quiser usar o aluno para ele aprender, tudo bem: ele faz uma aula expositiva; só depois que você dá dez cursos de Cálculo, você já deve ter aprendido, então porque não começa a ensinar??!!.

Nesta perspectiva, Reis (2001, p. 250-252) entrevista também o professor Geraldo Ávila, e o que este professor revela consiste em um conceito importante em relação ao processo de ensinar e aprender Cálculo. Nesse sentido, Reis (2001) nos indica que o professor acima citado afirma que o rigor é fundamental na fase em que o aluno está se desenvolvendo, criando um senso crítico em relação aos conceitos matemáticos trabalhados. Complementando, Reis (2001, p. 177) esclarece que:

> O professor Ávila não só reconhece o importante papel da intuição e da visualização [...], como defende que o ensino das propriedades de funções deve ser precedido por uma visualização gráfica como a própria história da matemática nos mostra, através das descobertas de resultados inicialmente de uma maneira intuitivo-visual e posteriormente de uma maneira lógico-rigorosa.

Continuando sua reflexão sobre rigor e intuição, Reis (2001, p. 273) mostra o entendimento do Professor Djairo sobre esta problemática, ressaltando a seguinte parte desta Entrevista, onde o professor explica como se dá o processo de criação de resultados matemáticos, esclarecendo que: “No processo de criação de matemática, o cara usa a intuição, tentativa, faz de conta que isso vai funcionar. Uma vez que dá tudo [...] que ele chega à conclusão [...] na hora de escrever o artigo, o artigo tem que ser escrito com rigor”.

Segundo Reis (2001, p. 182), ele próprio declara ter sido surpreendido pela postura do professor Elon, dizendo: “como autor de diversos livros didáticos de Análise, pensávamos que ele iria defender o método epsilônico também no Cálculo”, porém, Reis (2001, p. 182) declara que o professor Elon “parece concordar com o Prof. Ávila quando propõe que a apresentação de limites não aconteça antes da noção de derivada, no ensino inicial de Cálculo.” A esse repeito o professor Djairo “preferiu não se pronunciar” (REIS, 2001, p. 182).

As ideias acima, comentadas por Reis (2001), atribuem ao aluno a esperança de uma carta de alforria proporcionada pela certeza da existência real de um caminho de oportunidades para aprender os conceitos abstratos incluídos no conteúdo de Cálculo. Porém, só esta esperança não tem o poder de introduzir o aluno neste caminho de oportunidades. Por quê?

Porque são ideias pontuais postas pelo autor acima citado, as quais não têm poder de transformação, de forjar uma mudança no aspecto didático em sala de aula. Para tanto, necessitamos de uma grande de mudança, e estas ideias podem envolver no máximo pequenos grupos, e por isso não têm a força que uma mudança, como a de que necessitamos, exige. Torna-se importante o trabalho coletivo, no qual haja parceria entre Universidades e projetos de ensino com comunidades de aprendizagem e de prática que tenham o Cálculo como objeto de estudo. É imprescindível a instituição de uma comunidade formada por matemáticos, educadores matemáticos e alunos, onde as ideias sejam expostas e, em parceria, todos possam refletir, debater, investigar, instituindo-se assim, um espaço democrático, neutro, híbrido e consistente, consolidado como espaço aberto à reflexão, à crítica e ao diálogo.

Nossas ideias necessitam ser enriquecidas pela visão e entendimento do outro. Às vezes a nossa fala pode ser igual à fala de outro colega de profissão, mas o que elas significam para cada um de nós pode ser tão diferente a ponto de em concreto formar, como consequência, obstáculos ao diálogo. Ideias pessoais, isto é, pontos de vista individuais, sem o confronto com a ideia do outro, não têm força para promover a revolução de que a Educação necessita, para ser compreendida como força propulsora de um futuro melhor.

No parágrafo acima, reportamo-nos a confronto, no sentido de expormos nossas ideias ao outro e ouvirmos o que o outro tem a dizer sobre elas, estarmos flexíveis para manter um diálogo, sabendo que argumentos diferentes representam possibilidade de enriquecimento do nosso ponto de vista e oportunidade de expressar coragem de assumir risco, isto é: “Dialogar envolve assumir riscos tanto no sentido epistemológico quanto no emocional” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 128). “Riscos são uma parte intrínseca do diálogo, com suas consequências positivas e negativas” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 130). Estas consequências positivas e negativas transformam os pontos de vista de cada um de nós em meta maior de uma comunidade com visibilidade e força transformadora.

Por estes motivos e pela paixão de educadora é que nos sentimos inquietos e não podemos ficar estáticos, somente a sentir e pensar. Assim nos movemos para trabalhar com práticas pedagógicas, que colaborem com processos de aprender Cálculo Diferencial e Integral I, pois, segundo Rezende, W. M. (2003, p. 243),

> A calculeira desenfreada... a excessiva ênfase dada às técnicas de cálculo de limites, de derivadas e antiderivadas não servem como meta para um curso inicial de Cálculo; ... é preciso re-calibrar a disciplina de Cálculo em relação ao par técnica/significado.

Nessa perspectiva, de acordo com Richit (2010, p. 33):

> Aulas pautadas no formalismo, onde o professor escreve e o aluno simplesmente copia, ou seja, o aluno apenas memoriza de maneira mecânica os exercícios, os conceitos ou demonstrações, não possibilitam que o estudante seja capaz de atribuir significado mais amplo (além do aspecto algébrico, o geométrico) ao conhecimento vinculado ao Cálculo.

Quanto à intuição e rigor, percebemos, nas considerações acima tecidas, que a intuição deve ser considerada pelo professor quando ensina Cálculo Diferencial e Integral I, e o rigor, muitas vezes, pode ser um obstáculo ao processo de compreensão do Cálculo Diferencial e Integral I. Porém, conforme os autores acima citados, o professor na sala de aula deve, com didática, buscar sempre o equilíbrio entre o rigor e a intuição de forma que, ao invés de lugar de destaque como impedimento no processo de ensinar e aprender, eles se transformem em recurso didático com poder de facilitar a compreensão dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I.

Persistindo na dimensão das dificuldades relevantes e construtoras de impedimentos ao processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, corroboramos Farias (2007, p, 187) quando destaca:

> O despreparo do aluno, tecnicismo e mecanização dos procedimentos operatórios matemáticos, a formalidade da linguagem matemática, dirigida no início do curso de futuros professores e falta de aplicações sobre os conteúdos matemáticos estudados em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. [...] uma necessidade de mais aplicações sobre os conteúdos matemáticos estudados, tanto em nível escolar como em nível acadêmico.

Richit (2010, p. 42) ressalta que:

> Incorporar os recursos tecnológicos (como o software GeoGebra, entre outros) na abordagem de conceitos de Cálculo permite que a natureza geométrica e dinâmica do Cálculo seja resgatada, [...] Entretanto, uma aula de Cálculo que leve em conta a utilização de tais recursos não se constitui em tarefa simples, nem tão pouco uma mudança instantânea, ou seja, não se espera que o professor mude sua prática de uma hora para a outra, mas que seja a ele oportunizado momentos de formação, que possibilitem ao mesmo repensar sua prática atrelada ao uso das tecnologias digitais.

Por todas essas considerações, entendemos que *Uma Abordagem Didático-Pedagógica do Cálculo Diferencial e Integral I na Formação do Professor de Matemática* guarda a intenção e a possibilidade de colocar o aluno no centro do processo do fazer Matemática, do fazer a sua Matemática, a Matemática que tem significado em seu mundo e posiciona o professor como mediador e disparador de questões provocadoras que envolvem o aluno em "processos de soluções, buscando estratégias próprias, experimentando conjecturas e hipóteses... discutindo-as com seus colegas e reelaborando-as no contexto prático..." (MISKULIN; ESCHER; SILVA, 2007, p. 3).

3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E SUA PRÁTICA DOCENTE

Neste Capítulo, iniciamos nossas ponderações a respeito do tema: **A Formação do Professor de Matemática e sua prática docente –** tema labiríntico e multifacetado que apresenta uma complexidade, a qual pode ser explicitada colocando em destaque ideias e experiências de nossos educadores, tal como Morin (2011).

Abordando a complexidade e importância da Educação, o referido autor afirma que: "a Educação deve dedicar-se, [...] à identificação da origem de erros, ilusões e cegueiras" (MORIN, 2011, p. 20), e denomina esta cegueira de "O calcanhar de Aquiles do Conhecimento" (MORIN, 2011, p. 19), pois em todo conhecimento há a possibilidade de interferências imprevisíveis de variáveis aleatórias, as quais imprimem, no olhar do pesquisador, erro e ilusão.

Entendemos a complexidade da missão conferida à Educação que, segundo Morin (2011, p. 30) é: "desenvolver nova geração de teorias abertas, racionais, críticas, reflexivas, autocríticas, aptas a auto-observar-se e auto-reformar-se", num movimento contínuo de construção, desconstrução e reconstrução de poderes que desafiam as manipulações e sustentam a verdade e as verdades que ainda não conhecemos, mas que o tempo vai descortinando.

A Educação deve abraçar princípios e estratégias que possibilitem o enfrentamento do "imprevisto, do inesperado, da incerteza, e modificar seu desenvolvimento, em virtude das informações adquiridas ao longo do tempo" (MORIN, 2011, p. 17).

Por fim, consideramos a compreensão um princípio que se posiciona na base da Comunicação, um princípio de grande complexidade que a Educação deve enfrentar, alicerçada em uma profunda abordagem didático-pedagógica, pois "o desenvolvimento da compreensão pede a reforma das mentalidades" (MORIN, 2011, p. 17). O desenvolvimento de tal compreensão incide sobre a Educação, trazendo-nos a responsabilidade que poderá ser assumida por todos que direta ou indiretamente definem e conduzem a política educacional. Este enfrentamento e participação social colaborativa proporcionam visibilidade à complexidade da função do professor, que, assim, poderá ser melhor compreendida, e naturalmente será resgatado o respeito à nossa profissão, a qual hoje é compreendida, equivocadamente, como atividade que qualquer um pode desempenhar.

Nesse sentido, refletindo sobre **A Formação do Professor de Matemática e sua prática docente**, torna-se imperativo imergir no contexto em que esta prática está inserida,

isto é: adentrar um cenário que encerra tensões, interrogações, dificuldades, incertezas e contradições, contexto caracterizado por problemas marcados pela complexidade de variáveis internas e externas, sensíveis a algumas influências de todas as instabilidades deste cenário em crise.

Este contexto em crise justifica o seguinte questionamento dos autores Tardif e Lessard (2008, p. 256): “O estado atual do ensino: um modelo em decomposição?”.

De acordo com Tardif e Lessard (2008, p. 267), uma importante força geradora de mudanças, a qual coloca o modelo tradicional de ensino em avançada decomposição e pode transformar profundamente todo o sistema educacional, é o impacto causado pelas novas exigências que as tecnologias da informação e da comunicação provocam nos currículos:

> As possibilidades que elas criam no nível das relações sociais [...] contribuem para que a demanda dos indivíduos ou dos grupos se afaste irreversivelmente da regulação da oferta de serviço da escola pública em função dos objetivos escolares. [...] a ponto de acarretar novas críticas à escola e novas expectativas (TARDIF; LESSARD, 2008, p. 256)

Consequentemente tomam a frente de nossos questionamentos as ideias de educadores como: Moreira e Ferreira (2013), Moreira e David (2007), Gatti (2010a), Gatti *et al.* (2010b) e Gatti e Barretto (2009), os quais desvelam obstáculos que se impõem como importantes problemáticas catalisadoras de grandes desafios que constroem dificuldades, as quais minam nosso ambiente educacional.

Gatti e Barretto (2009, p. 255) nos aponta várias problemáticas, e inicia o texto nos alertando sobre a necessidade de estarmos munidos de estratégias que consigam nos libertar das interferências desestruturantes dos “interesses partidaristas políticos mais radicais e competitivos”, os quais estabelecem propostas com objetivos equivocados e direcionadas por intenções que se contrapõem ao propósito de Educação de qualidade para todos, e, mesmo assim, têm força política para definir e mudar os “rumos da educação nacional, das estruturas formativas de docentes para a educação básica e dos currículos”.

Dando continuidade às suas conjecturas, a autora acima referida coloca em relevo o crescimento inversamente proporcional, isto é, a discrepância entre o crescimento das exigências e responsabilidades delegadas à escola, e a participação do Sistema Educacional como fornecedor do suporte e respaldo indispensáveis para o estabelecimento das respectivas exigências. Dar a entender que quem estabelece as exigências e avalia a implementação das mesmas é uma instituição diferente daquela que é responsável pelo fomento necessário e indispensável à implantação das exigências.

Com relação à necessidade de providências de fomento, podemos perceber a ineficiência e a necessidade de um redimensionamento fundamentado no reconhecimento da importância da Educação como carro-chefe do desenvolvimento de uma nação. Quanto a esta relevante questão, Gatti e Barretto (2009, p. 256) se pronunciam localizando algumas áreas que são atingidas por esta discrepância acima mencionada, a saber:

> Nas questões de financiamento público da educação, da carreira e salário dos profissionais docentes, bem como das condições de infraestrutura das escolas, pois a melhor qualificação da educação passa também por esses aspectos, os quais não são postos à altura das exigências que têm sido feitas às escolas e seus profissionais.

Corroboramos as considerações de Gatti e Barretto (2009, p. 256), que ressaltam ainda as dificuldades que tornam a profissão de professor cada vez menos atrativa, como os parcos salários "e planos de carreira estruturados de modo a não oferecer horizontes claros promissores e recompensadores [...] que interferem na escolha profissional [...] e na representação e valorização social da profissão de professor".

Persistindo nesse movimento, transcrevemos outra percepção de Gatti e Barretto (2009, p. 256), que focaliza a ineficiência de providências pontuais e muitas vezes sem continuidade, procurando suprir lacunas periféricas e deixando a descoberto as causas que originam os problemas, a saber:

> Políticas isoladas, ações pontuais não interligadas por uma finalidade comum na direção de construção de um valor social profissional não causam impactos relevantes. Assim ações de diversas naturezas em relação à profissionalização docente necessitariam evidenciar melhorias nas perspectivas de carreira e alterar o imaginário coletivo relativo a esta profissão, tanto na sociedade em geral, como entre os próprios professores.

Concordamos com Gatti e Barretto (2009, p. 257), quando se preocupam com a interferência das pressões externas, provocando mudanças entrópicas na estrutura curricular da formação de professores, isto é: pressões que não se originam de dentro do núcleo do contexto de sua prática, que preocupam a educadora "sobretudo por se tratar de formação para o trabalho educacional com crianças e adolescentes".

Na intenção de provocar uma reflexão, esperando que o silêncio fale mais alto, questionamos: Por que é aceita como normal a diferença entre a atenção dispensada à formação prática de futuros professores e a formação prática de qualquer outro curso autorizado e aprovado pelo o nosso Sistema Educacional?

Gatti e Barretto (2009, p. 259) ponderam sobre essa forma diferenciada de tratamento dispensado a cursos de formação docente, explicando que:

> A formação de professores é considerada atividade de menor categoria e a quem a ela se dedica é pouco valorizado. Decorre daí a ordem hierárquica na academia universitária, as atividades de pesquisa e de pós-graduação possuem reconhecimento e ênfase, a dedicação ao ensino e à formação de professores supõe perda de prestígio acadêmico.

Gatti *et al.* (2010b, p. 203-206), diante da séria queda da atratividade da carreira docente no Brasil, aprofundam as preocupações acima enumeradas, propondo dois conjuntos de medidas: o primeiro "diz respeito ao que se poderia denominar dimensão cultural relacionada à docência, envolvendo as representações sociais presentes no imaginário brasileiro" (GATTI *et al.*, 2010b, p. 203), constituídas de vários subtemas, alguns dos quais resumidamente citaremos. Assim:

> [...] resgate da valorização do ensino público; do professor; dos cursos de Licenciatura, inclusive intrauniversidade; desconstrução da crença de que a Educação dos anos iniciais de ensino exige preparo que não se limita ao "cuidar"; combate urgente à crença do "dom" ou que "qualquer um pode se professor", por meio da definição a respeito do conhecimento específico da docência [...].

O segundo conjunto de medidas apontado por Gatti *et al.* (2010b, p. 203) "refere-se a mudanças de ordem estrutural e institucional que poderiam ocorrer para o fortalecimento da consideração do professor como um profissional com valor social ressaltado", e apresenta vários subtemas, dos quais resumidamente ressaltaremos alguns. Assim:

> Os tomadores de decisão devem confiar nos docentes, pois estes precisam ser reconhecidos como autores do seu fazer. [...] o poder de decisão sobre a ação desenvolvida e autonomia em seu exercício e o pertencimento a um corpo coletivo que partilha, regula e defende o saber necessário, o exercício da função e o acesso a ela. Melhoria no ambiente escolar, as condições de trabalho do professor e seus salários (GATTI *et al.*, 2010b, p. 204).

> [...] Novos conteúdos e estratégias de formação nos cursos de Licenciatura, implementando desenhos curriculares capazes de possibilitar outras formas de organizar as situações de ensino, promovendo a intersecção entre as disciplinas, e das disciplinas com a prática, e maior interação entre os docentes formadores de professores; atuação junto aos professores formadores de professores para desenvolver consciência mais efetiva relativa a seu papel nessa formação e ao impacto disso na educação das novas gerações (GATTI *et al.*, 2010b, p. 205).

Gatti (2010a, p. 505-506) insere, em suas considerações, uma ressalva importantíssima, que revela a seriedade do estudo colaborativo que deve ser desenvolvido na direção de construirmos práticas alicerçadas nos fundamentos da Matemática, quando deixa claro que:

> Voltar-se para as questões da prática profissional não implica em abandonar fundamentos em favor de práticas descontextualizadas ou mecânicas, mas chama por uma integração interdisciplinar na direção de uma formação em que se tenham elementos para compreender e integrar conhecimentos disciplinares, fundamentos educacionais e atividades didáticas.

Para finalizar seu artigo, Gatti (2010a, p. 506) lança a seguinte pergunta: “se a crise é real, e vem se avolumando há décadas, porque mudanças profundas não ocorrem?” Esta problemática é de descompasso entre problemas e tomadores de decisão.

Em meio a essa turbulência, encontramos a **Formação matemática do professor de Matemática**, que, além de todas essas dificuldades e impasses que sofre por ser um curso de Licenciatura, está envolvida também por dificuldades próprias relativas ao conteúdo matemático e à prática docente que o futuro professor de matemática deverá desenvolver como professor no dia a dia da escola.

Confrontados por esse impasse, muitas vezes transformado em contenda, interrompemos nossa inquietação para ouvir Moreira e Ferreira (2013, p. 1003), afirmando que se “situa em duas grandes vertentes a natureza do conhecimento matemático para a escola básica”. Uma das vertentes enlaça a Matemática tal como os matemáticos a veem. A outra vertente abrange:

> A referência primordial das questões que o professor enfrenta na prática da profissão, projeta-se e destaca-se uma concepção que entende esse conhecimento como especializado para essa profissão, capaz de traduzir e produzir um olhar específico e único (no sentido de próprio da profissão docente) para a sala de aula de matemática da escola (MOREIRA; FERREIRA, 2013, p. 1003).

Estas são responsabilidades intransferíveis, as quais permitem que a Matemática pertencente a esta vertente permeie, naturalmente pelos

> diversos lugares e momentos do currículo de formação desde as disciplinas tradicionalmente referidas como de conteúdo matemático [...] até o Estágio Supervisionado e a Prática de Ensino, a Didática, passando pelas práticas de investigação em sala de aula, modelagem matemática, resolução de problemas, pela história da matemática e da educação matemática, atravessando, inclusive, as discussões sobre avaliações e objetivos da educação escolar (MOREIRA; FERREIRA 2013, p. 1003-1004).

Fiorentini, prefaciando Moreira e David (2007, p. 9), questiona: O futuro matemático e o futuro professor da escola básica requerem uma mesma formação matemática? Que formação matemática “sólida” – ou melhor, “avançada e profunda” – requer um professor do ensino básico?

Um questionamento, assim, intenciona provocar uma busca pelo fio da interlocução e da articulação harmônica entre a teoria e a prática que permeiam os conhecimentos, no processo de formação do professor de matemática, o que implica, imperiosamente, na compreensão de Moreira e David (2007, p. 103), em “um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Científica e da Matemática Escolar nesse processo”.

A Formação dos Professores de Matemática e sua prática docente estão em meio a todas essas contingências, imprevisibilidades, e dificuldades que restringem e muitas vezes imobilizam tentativas de movimentos de mudanças, até mesmo as estratégias de erros e acertos na direção da construção de respostas a questões como as que Fiorentini e Oliveira (2013, p. 917) focalizam em *O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?* A saber:

> [...] de que matemática estamos falando, quando dizemos que o professor precisa saber bem matemática para ensiná-la? Que práticas formativas podem contribuir para que o futuro professor possa se apropriar dessa matemática fundamental para o seu trabalho profissional?

As reclamações acumulam-se, vindas de vários segmentos, como de alunos já licenciados que chegam às escolas e, em seus primeiros dias como professores, descobrem que não estão suficientemente preparados para assumir uma sala de aula. Fiorentini e Oliveira (2013, p. 918) distinguem como possíveis causas deste despreparo a ausência, dentro da formação do professor de matemática,

> De uma adoção de: práticas e projetos nos quais os licenciandos possam integrar, fazendo contrastes, problematizações e investigações sobre as relações entre sua formação matemática na licenciatura, sua formação didático-pedagógica relacionada ao conteúdo, e a complexidade das práticas escolares.

Os autores Fiorentini e Oliveira (2013, p. 920) apontam também, como causa, a dificuldade de aceitação do seguinte argumento: “de modo semelhante ao que acontece com os cursos de medicina, odontologia, de engenharia etc., a Licenciatura também é um curso profissionalizante”, e a sua formação tem que ser fundamentada pelos conhecimentos que esta prática requer. No entanto, nossos cursos de Licenciatura em Matemática portam como características marcantes, as destacadas pelos autores Fiorentini e Oliveira (2013, p. 919), que a seguir transcrevemos:

> [...] o distanciamento ou desconexão entre as práticas de formação e as práticas de ensinar e aprender na escola básica, a falta de diálogo ou inter-relação entre as disciplinas específicas e as de formação didático-pedagógica, e o isolamento do estágio.

O distanciamento acima apontado pelos autores Fiorentini e Oliveira (2013, p. 919), é promotor do divórcio entre conhecimento e prática o que impede que a formação do professor seja fundamentada pelos conhecimentos que a sua profissionalidade requer. Este divórcio é visível nas palavras de Moreira (2004), a saber:

> De forma preponderante, a formação de conteúdo parece ser entendida como um bloco de disciplinas autônomas e isoladas, na grade dos cursos de licenciatura, não havendo diferenciação no trabalho realizado nessas disciplinas, em se tratando de bacharelado (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 931).

No entanto apressa-se a elucidar que é claro, para ele, o valor do conhecimento acadêmico e que não propõe redução alguma, mas que se trata de reconhecer que, além do conteúdo específico, o professor, no desenvolvimento de suas atividades em sala de aula, necessita de estratégias e recursos aprimorados, vinculados a cada parte do conteúdo a ser ministrada a seus alunos.

Reconhecemos que a arquitetura da Licenciatura em Matemática que temos é apenas um conjunto de disciplinas em blocos isolados, e entre eles há fronteiras muitas vezes em contenda, conflitos, oposição, rivalidades e hostilidades, como se cada bloco estivesse ali presente apenas para usurpar, sem necessidade justificável, o tempo e o espaço um do outro. É um curso profissionalizante com a missão de formar professores, mas que oferece esta formação incompleta no que diz respeito à prática docente escolar em Matemática.

Segundo Moreira (2012, p. 1145), deveríamos nós, professores formadores, "antes de tudo, conhecer esta prática e fazer com que os futuros profissionais a conheçam tão bem quanto possível, incluindo seus condicionantes, seus problemas e suas soluções, assim como fatores limitantes de uma eventual atuação diferenciada".

Moreira (2012, p. 1149) também expõe, com sabedoria e autoridade de educador e pesquisador, apontando para a urgência e primordialidade da:

> Instalação de diálogo entre o pedagógico e o matemático; criação de grupos interdepartamentais especializados em licenciatura, com íntima relação também com as escolas e professores; o desenvolvimento de projetos experimentais de produção de textos e materiais para a utilização das disciplinas contextualizados às condições locais, alunos e professores de cursos de licenciatura.

Estes impasses e desafios acerca de ter mais conhecimento específico de Matemática e ensinar melhor, que se colocam como núcleo de debates e preocupação de educadores, moveram Cochran-Smith e Lytle (1999) a um aprofundamento sobre conhecimento e prática, e a aprendizagem de professores em comunidades, distinguindo, entre si, três concepções sobre a aprendizagem de professores, assim denominadas pelas autoras: conhecimento para a prática; conhecimento na prática e conhecimento da prática.

A concepção conhecimento para prática é estabelecida em uma aproximação à hipótese de que: o conhecimento formal e teorias são gerados pelos pesquisadores em nível universitário e utilizados pelos professores no intuito de aperfeiçoar seu desempenho em sala de aula. Assim, nesta concepção, o ensino apresenta-se alicerçado na tendência à transmissão,

enquanto que a aprendizagem se caracteriza pela aquisição do conhecimento e, assim, como consequência, a avaliação prioriza o conhecimento do conteúdo específico. Nesta concepção está implícita a racionalidade técnica. O aluno aprende para aplicar na prática o seu conhecimento.

Se considerarmos a concepção conhecimento na prática, estaremos entendendo, da mesma forma que as autoras acima citadas, que o conhecimento é gerado pelos próprios professores, quando lhes é facultada a oportunidade de apropriação do trabalho de especialistas e refletirem sobre sua própria prática, e não pelos estudos de pesquisadores desenvolvidos fora do ambiente da escola, da sala de aula.

Quando examinamos a concepção conhecimento da prática, compreendemos que ela não admite que o universo de conhecimento seja uma partição, onde uma parte corresponda ao espaço reservado ao conhecimento formal e a outra parte seja o espaço destinado ao conhecimento prático. Esta terceira concepção – conhecimento da prática – argumenta que não devemos dicotomizar teoria e prática, porque os fenômenos educacionais e da vida real não ocorrem, assim, num total divórcio entre estes aspectos, ocorrem harmonicamente interligados, conectados, contextualizados e inseparáveis do sujeito. Enfatiza também o perfil do professor como agente; do ensino como ação na sala de aula, e de forma local, isto é, no contexto em que a escola está inserida, em comunidades de investigação, desenvolvendo novas relações colaborativas, investigando suas próprias práticas, aperfeiçoando o currículo e a crítica das experiências, os pressupostos e crenças que cada um exibe.

Compreendemos que as ideias pertencentes a esta terceira concepção, relacionando conhecimento e prática e aprendizagem de professores, assumindo uma postura de investigação em grupos colaborativos, estão fortemente ligadas a uma investigação em comunidades, e desta forma nos levam a corroborar as ideias de Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 2)[13], quando afirmam: “professores aprendem quando geram conhecimento local de prática trabalhando dentro do contexto da comunidade de investigação, teorizando e construindo seu trabalho de forma a conectá-lo às questões sociais, culturais e políticas mais gerais”.

Finalizando suas ideias neste texto, as autoras Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 66) declaram que:

> A ideia de investigação como postura pretende enfatizar que o aprendizado dos professores, no próximo século, precisa ser compreendido não como uma realização profissional individual, mas como um projeto coletivo de longo prazo, animado por uma agenda democrática.

[13] A paginação de todas as citações de Cochran-Smith e Lytle corresponde a uma tradução informal do texto.

Muitos são os exemplos de sucesso que esta concepção de formação como uma postura investigativa proporciona, não só na formação de professores, como também em outras áreas, mas, no momento, pinçamos a seguinte história do mundo real encontrada em <www.forbes.com/profile/Elizabeth-holmes> (acessado em 19/11/2014).

> Aos trinta (30) anos, Elizabeth Holmes, faz estreia na Forbes como a mais jovem mulher bilionária. Em 2003, [...] Seu laboratório (Theranos, na Califórnia, Palo Alto) está revolucionando o setor de diagnóstico com resultados mais rápidos (dentro de algumas horas), feito apenas com uma gota de sangue. De acordo com a revista, com o preço cobrado pelo Theranos, a saúde pública nos Estados Unidos economizaria cerca de cem (100) bilhões de dólares na próxima década.

Elizabeth Holmes tinha medo de agulhas e transformou esse medo em motivação para desenvolver este projeto, visando o seu bem-estar, como também o bem da comunidade. A ideia de investigação como postura despertou, em Elizabeth Holmes, o despertar da atitude investigativa, de empreendedorismo, de liderança, de teoria indissociável da prática, e gestão empresarial, onde teoria e prática foram oferecidas de forma indissociável.

Sonhamos, pois, que as nossas Universidades possam oferecer, a nossos alunos, por meio de uma postura investigativa, como um projeto coletivo de longo prazo, ensino, pesquisa e extensão de forma articulada e em perfeita conexão com o ambiente onde a instituição de ensino está inserida, sem esquecer que, hoje, temos um quintal digital de grande dimensão: e este quintal é o mundo.

Essas ideias permeiam também o processo de formação de professores, concebido por Miskulin e Silva (2010, p. 110-111), quando explicita algumas dimensões que julga importantes para o desenvolvimento de uma formação profissional apropriada para o século vindouro, as quais podemos identificar, por exemplo, em Elizabeth Holmes e em seu projeto acima referenciado, desenvolvido em seu laboratório (Theranos, na Califórnia, Palo Alto) e que está revolucionando o setor de diagnóstico com resultados mais rápidos (dentro de algumas horas), feito apenas com uma gota de sangue. As dimensões sobre as quais se referem Miskulin e Silva (2010, p. 110-111), formam parte nuclear do texto o qual a seguir transcrevemos:

> Os nossos cursos podem oferecer elementos para que os estudantes desenvolvam um sentimento de comprometimento com o seu próprio bem estar e o bem estar da sociedade; a capacidade transformadora, ainda que modestamente, do seu contexto social com conhecimento e ações inovadoras; [...] uma autonomia crítica e um conhecimento autônomo; as exigências do mercado de trabalho – nossos cursos podem oferer disciplinas com ênfase em uma Matemática mais aplicada, uma Matemática mais aplicável, a qual possa propiciar aos alunos fazerem relações com outros conhecimentos, tais como: conhecimento escolar, conhecimento de análise de risco, conhecimento em estatística, em matemática operacional, em sistemas de otimização, em matemática dos fractais, em matemática das simetrias, em matemática financeira, em criptografia, em computação, em biomatemática entre outros.

Sabemos ser este um sonho, uma utopia, mas, com esperança e determinação, seguimos acreditando na providência quase impossível, mesmo que em um contexto antagônico como o retratado pelas músicas **Procissão**, de autoria de Gilberto Gil, e **Como uma onda**, música e letra de Nelson Mota e Lulu Santos, contexto que detalhamos, nesta pesquisa, no **Capítulo 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS – REFLEXÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS SOBRE AS CATEGORIAS DE ANÁLISE** desta pesquisa. Um ambiente adverso, cheio de muralhas de dificuldades e que se movem imprevisivelmente, bloqueando trajetórias de sucesso, um ambiente suporte onde, como dizem os autores, Nelson Mota e Lulu Santos: "Tudo que se vê não é - igual ao que a gente viu há um segundo".

A nossa persistência, determinação e esperança encontram apoio em Miskulin e Silva (2010, p. 106), citando Pérez Gómez (2001, p. 56), quando o autor aponta a importância do pensamento **utópico,** o qual, quando:

> É consciente de sua radical origem histórica provoca o distanciamento do presente, rompe os limites da racionalidade já consolidadas, abre alternativas para o pensamento criador, e oferece horizontes às aspirações silenciadas ou condenadas em cada época.

Assim, corroboramos e desejamos que se realize, também, o sonho das autoras Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 57-58), sonho que sinaliza meios de proporcionar à formação de professores, às portas do século XXI, um modelo de investigação como postura, a saber:

> Os professores e os professores em formação que assumem uma postura de investigação trabalham em comunidades para gerar conhecimento local, teorizar sobre a prática, interpretar e questionar a teoria e a pesquisa de outros. Uma ideia fundamental para esta noção é que o trabalho de comunidades de investigação é tanto social como político; isto é, envolve a problematização dos arranjos atuais da estrutura escolar; a maneira como o conhecimento é construído, avaliado e usado; e os papéis individuais e coletivos dos professores na mudança. Investigação como postura como construto para entender o aprendizado de professores em comunidades baseia-se em uma concepção mais rica de conhecimento que as permitidas pela tradicional distinção conhecimento formal/conhecimento prático, uma concepção mais rica de prática que a sugerida no aforismo que a prática é prática, uma concepção mais rica de aprendizado ao longo da história de vida profissional que o conhecimento de especialização, que diferencia experientes e novatos, e uma concepção mais rica de culturas de comunidades e propósitos educacionais que as difundidas por muitas reformas escolares.

Essas ideias e concepções nos colocam em reflexão diante da questão investigativa da nossa pesquisa - Quais as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos aspectos epistemológicos e didático-pedagógicos na formação do professor de Matemática?

Esta reflexão imprime um norte à constituição do foco, da essência da nossa pesquisa – Uma abordagem didático-pedagógica do Cálculo Diferencial e Integral I na formação de

professores de Matemática, a partir das dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos aspectos epistemológicos e didático-pedgógico na formação do professor de Matemática.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa está direcionada pelos fundamentos da pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, alicerçada em uma abordagem didático-pedagógica integrada ao contexto da Formação do Professor de Matemática e desenvolvida no campo do Ensino e do Cálculo Diferencial e Integral I. Mais especificamente, possui como **Objetivo**: **Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, na Formação do Professor de Matemática.**

O educador coloca os processos de ensinar como núcleo da reflexão sobre suas práticas, quando é confrontado pelas dificuldades enfrentadas pelos alunos, em seus primeiros cursos de Cálculo, repletos de abstração e provas rigorosas. Se a alteridade for despertada neste educador, ele enriquecerá suas experiências ouvindo e compreendendo e participando do caminho e do caminhar que seus alunos vivenciam, na tentativa de compreender o Cálculo e sua epistemologia.

Compreender os processos de ensinar esta disciplina é termos a oportunidade de realizar, junto com os alunos, uma expedição pelos caminhos da epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral, comparável às que realizou Alice, tanto em *Alice no País das Maravilhas*, de Charles Lutwidge Dodgson (CARROLL, 1865), como em *Alice no País do Quantum*, de Gilmore (1998), no que concerne à revelação da existência de um outro mundo dentro de nosso mundo, com vida própria, que trabalha contínua e intensamente, sempre submerso, projetando os resultados do seu trabalho, para o nosso dia a dia, de forma totalmente imperceptível pelo senso comum, que segue naturalmente como beneficiário. Graças ao Cálculo, foi revelado este mundo submerso, sendo mostradas as suas rugosidades e descontinuidades, por meio de uma imersão ao refinado espaço das variações e, por este enorme feito, é merecidamente reconhecido como um divisor de águas no universo das ciências.

Dentre as dificuldades inerentes ao processo de ensinar Cálculo, frisamos as lacunas importantes que o aluno vem acumulando durante a sua formação: a presença dos mitos e crenças incrustados em seus “conhecimentos” que distorcem a verdade e que apresentam resistência à desconstrução, por exemplo, a ideia de que saber Matemática é ser capaz de resolver listas intermináveis de exercícios de Cálculo repetidos como modelo, sem construção de conjecturas, sem justificativas, sem exploração e sem construção de soluções diversificadas; a necessidade de contextualização que a disciplina exige, quando a escola tem a oferecer como suporte, ao invés de recursos, um contexto de dificuldades, de escassez de

recursos, com currículos engessados, enfim, um total descompasso no tempo, isto é: escolas do século XXI, momento em que a sociedade é informatizada e muitas escolas participam desta informatização apenas quando da instalação das urnas eletrônicas para a realização das eleições.

Nesta pesquisa, optamos pela metodologia qualitativa de caráter interpretativo, buscando respaldo para esta opção nos estudos dos pesquisadores: Bicudo (2012), Bogdan e Biklen (1994), D'Ambrósio (*apud* BORBA; ARAUJO, 2012), Carneiro (2009), Denzin e Lincoln (2008), e também Pérez Gómez (1999).

Iniciando nossas considerações sobre uma justificativa para a escolha desta metodologia, observamos que o próprio objetivo da nossa investigação revela uma característica importante da Pesquisa Qualitativa, a saber: Evidenciar dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I na formação do professor de Matemática, dado o nosso interesse pelo processo de ensinar, isto é, como transpor obstáculos, como construir alternativas inovadoras e adequadamente contextualizadas.

Privilegiamos também o contato direto e a forma de negociação de significados, flexível e aberta, como estratégia de coleta de dados, junto aos educadores matemáticos, sujeitos da pesquisa, e junto ao contexto próprio desta investigação.

Em nossa investigação foi dada a preferência às Entrevistas Semiestruturadas minuciosas e aprofundadas como instrumento de coleta de dados, onde nem mesmo os silêncios e os pequenos gestos escaparam ao registro pormenorizado da pesquisadora, particularidade que também faz parte do rol de exigências relevantes na caracterização da Pesquisa Qualitativa.

Assim, considerando a justificativa acima esboçada, podemos conferir, à nossa pesquisa, as características que Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50) elegem para decidir se uma investigação tende a ser um bom exemplo de investigação qualitativa. Para evidenciar essa dedução, nomearemos estas características:

> Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal (p. 47);
>
> A investigação qualitativa é descritiva (p. 48);
>
> [...] a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo. [...] a descrição funciona bem como método de recolha de dados, quando se pretende que nenhum detalhe escape ao escrutínio (p. 48);
>
> Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (p. 49);

> Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (p. 50);
>
> O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas (p. 50).

Bogdan e Biklen (1994, p. 47) argumentam, ainda, que tenderiam a ser um bom exemplo de Pesquisa Qualitativa "os estudos que recorrem à observação participante e à entrevista em profundidade". As palavras de Bicudo (2012, p. 117) igualmente vêm substanciar a nossa opção metodológica, quando declara que, em pesquisas qualitativas,

> Privilegiam-se descrições de experiências, relato de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais e acontecimentos, etc. *O rationale* subjacente a esse modo de pesquisar é dado pela a intenção de atingir aspectos humanos sem passar pelo crivo da mensuração, sem partir de método previamente definido e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes.

Do mesmo modo encontramos apoio em D'Ambrósio, que, ao prefaciar Borba e Araujo (2012, p. 12), afirma: "A pesquisa qualitativa, também chamada pesquisa naturalística, tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes. [...] Ela depende da relação observador-observado".

Com o intuito de ressaltar o caráter interpretativo da nossa pesquisa, aliamo-nos a Bogdan e Biklen (1994, p. 48), que quando se referem aos materiais registrados, apontam o investigador como instrumento principal em uma pesquisa qualitativa, "sendo o entendimento que estes têm deles o instrumento chave de análise".

Amparamo-nos também em Denzin e Lincoln (2008, p. 3), quando afirmam que a Pesquisa Qualitativa "consiste em um conjunto de práticas interpretativas que tornam o mundo visível" e "traduzem o mundo em uma sucessão de representações", proporcionando ao pesquisador um suporte essencial à busca de entendimento de um fenômeno humano, caracterizado por singularidades, plasticidade, dinamicidade e descontinuidades imprevisíveis. Para concluir, reportamo-nos a Pérez Gómez (1999, p. 36), quando diz que as palavras de Nietzsche – "não há fatos, mas interpretações" – resumem com clareza "a ausência de objetividade e o caráter interpretativo da experiência humana".

Realizamos nossa coleta de dados por meio de Entrevistas semiestruturadas com os educadores matemáticos, procedimento este detalhado a seguir.

Conforme Ludke e André (1986, p. 11), a pesquisa qualitativa tem o "ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento principal". Daí a importância

do olhar, da visão, do comprometimento, da limpeza dos filtros dos preconceitos do pesquisador/observador.

Segundo D'Ambrosio, ao prefaciar Borba e Araujo (2012, p. 19), "o indivíduo recebe estímulos do ambiente, natural e imaginário, e, se vivo, parte para a ação" (p. 19). Move-se na direção do entendimento, da compreensão, das suas interpretações, segundo sua leitura do mundo que lhe é visível, o que exige que o pesquisador realize, repetidas vezes, imersão e emersão no contexto da pesquisa. A dificuldade na realização deste movimento é grande. Muitas vezes o pesquisador necessita de outros olhares que o auxiliem neste movimento de ir e vir, para que interpretações distorcidas por crenças e mitos não inviabilizem sua pesquisa, impedindo a percepção clara e livre de preconceitos para o tema em estudo.

Neste sentido, é prudente ouvirmos Ludke e André (1986, p. 11), quando esclarecem que a eleição de detalhes relevantes e a perícia na percepção da trivialidade exigem treinamento dos sentidos do pesquisador que observa e suporte de métodos rigorosos de elaboração de registros descritivos, e concluem observando que esta arquitetura deve permear os aspectos "material, físico, intelectual e psicológico" da formação do pesquisador em campo.

Optamos pela Entrevista Semiestruturada como instrumento de coleta de dados junto a educadores matemáticos, pois, segundo Ludke e André (1986, p. 34), esta forma de entrevista "permite a captação imediata e corrente da informação desejada" e "se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações".

Realizamos Entrevista Semiestruturada com educadores matemáticos, pela importância deste segmento na constituição do universo das variáveis por onde transita a nossa pesquisa e na construção, segundo Larrosa (2002, p. 27), do "saber de experiência, singular, libertador, transformador, que cria sentido e produz aprendizagem significativa".

Alguns dos educadores entrevistados são docentes pertencentes ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, e alguns são docentes de outras Instituições de Ensino Superior, os quais são também ex-alunos e são alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, escolhidos tomando por base além da experiência, a concordância com a importância da realização de uma reflexão investigativa sobre a prática do professor formador de formadores, com o intuito de evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, na formação do professor de Matemática.

Destacamos que entrevistamos educadores matemáticos porque acreditamos ser de fundamental importância buscar saber "o que pensam" educadores matemáticos, formadores de professores de Matemática, sobre a relevância do processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, pois esses professores são como construtores de pontes, e de conexões para a compreensão da abstração refinada e rigorosa desta disciplina.

Além disso, estes educadores são como uma força que quando direcionada no sentido da perspectiva didático-pedagógica, pode propiciar a quebra de paradigmas no pensamento, durante a formação do professor de Matemática, para construir um saber de experiência que é, segundo Larrosa (2002, p. 27),

> Singular, pessoal [...] que somente tem sentido no modo como configura uma personalidade, um caráter, uma sensibilidade ou, em definitivo, uma forma humana singular de estar no mundo, que é por sua vez uma ética (um modo de conduzir-se) e uma estética (um estilo) [...].

Assim, com postura cuidadosa de respeito ao trabalho, à dedicação e ao conhecimento do educador entrevistado, resguardando sempre o vínculo de credibilidade e confiança que deve permear a relação entre observador e observado, e conscientes da importância de desvendar e absorver de forma profunda e detalhadamente as ideias, compreensões e experiências de educadores como estratégia de principal importância para o desenvolvimento da nossa pesquisa, realizamos as Entrevistas Semiestruturadas que foram agendadas de acordo com a disponibilidade do entrevistado, gravadas e depois transcritas.

Os tópicos balizadores das Entrevistas foram: o perfil profissional do entrevistado; a experiência profissional do entrevistado; a contextualização da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, na licenciatura em Matemática; demonstração; práticas pedagógicas; dificuldades em ensinar e aprender; visualização; outros temas livres; relação entre a utilização das TIC (softwares educacionais) e a construção dos conceitos matemáticos inerentes ao Cálculo Diferencial e Integral I.

Efetuamos essas Entrevistas com educadores matemáticos, com o intuito de proceder a uma reflexão investigativa sobre a prática do professor formador de formadores, norteados pelo **Objetivo** da nossa pesquisa: **Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, na Formação do Professor de Matemática; e** em busca de possíveis respostas para a **Questão da nossa investigação** da nossa pesquisa: **Quais são as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos aspectos[14] Epistemológicos e didático-pedagógico na formação do**

[14] Nesta Pesquisa aspecto está sendo tomado com o significado de dimensão.

professor de Matemática? – mantendo o foco nas diferentes perspectivas que permeiam a formação do futuro professor de matemática.

Para garantir o sigilo a respeito da identidade dos educadores entrevistados, cada um dos educadores receberam nomes fictícios, a saber: Professor Z; Professor W; Professor S; Professor Y; Professor R; Professor X; e Professor T.

A Entrevista com o Professor Z aconteceu na manhã de 20/08/2013, na sala de estudos da Pós-Graduação em Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois das 8:00 horas.

A Entrevista com o Professor W aconteceu na tarde de 05/09/2013, na sala de estudos do professor, nas dependências do Departamento de Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois 14:00 horas.

A Entrevista com o Professor S aconteceu no início da noite de 03/09/2013, na sala de estudos da Pós-Graduação em Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois das 18:00 horas.

A Entrevista com o Professor Y aconteceu na tarde de 08/08/2013, na sala de estudos da Pós-Graduação em Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois das 14:00 horas.

A Entrevista com o Professor R aconteceu na manhã de 18/09/2013, na sala de estudos da Pós-Graduação em Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois das 10:00 horas.

A Entrevista com o Professor X aconteceu na manhã de 12/08/2013, na sala de estudos da Pós-Graduação em Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois das 8:00 horas.

A Entrevista com o Professor T aconteceu na manhã de 08/08/2013, na sala de estudos do professor, nas dependências do Departamento de Educação Matemática, no IGCE / UNESP – Rio Claro / SP, tendo início pouco depois 9:00 horas.

As transcrições de cada Entrevista foram encaminhadas a cada entrevistado respectivamente, cumprindo o acordo exposto na **Carta de Cessão**, que se encontra no **Anexo C** desta pesquisa, no CD-ROM, em anexo. Nesta **Carta de Cessão**, está acordado que o pesquisador envie a transcrição de cada Entrevista ao educador entrevistado, em respeito ao direito de autoria das ideias expostas, para que possam ser feitas correções, em benefício de uma maior fidedignidade na explanação de suas ideias.

É também parte do acordado na **Carta de Cessão** que a identidade do educador não será divulgada.

Cada um desses educadores, em silêncio, empenham competência, dedicação, experiências e conhecimentos próprios, em favor da formação de professores para um futuro que se mostra instável e promete verdades veladas, incertezas e complexidades em todas as variedades das quais é berço.

O dia a dia de cada um desses educadores, frente ao rico mundo de diversidade imprevisível e inacabada, que cada aluno traduz, é um dia a dia que, se propagado, se converteria em fontes de experiências edificadoras, as quais mostrariam por que desejamos que eles aceitassem participar da nossa pesquisa como variáveis qualitativas indispensáveis à caracterização do contexto dos processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I.

Estes educadores ministram ou ministraram a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I e refletem sobre suas práticas, sobre suas experiências, as inquietações a respeito das dificuldades, frustrações e insucessos que se sobrepõem aos êxitos obtidos, muitas vezes inexplicavelmente, quando alunos dedicados, naturalmente inteligentes e vencedores em potencial rendem-se, como desistentes, diante das dificuldades encontradas no Cálculo Diferencial e Integral I.

Sem perder de vista a riqueza que a diversidade confere aos depoimentos dos entrevistados, escolhemos educadores matemáticos dentre Mestres, Doutores, Pós-Doutores e Livre-docente, com tempo de serviço como docente de Ensino Superior transitando entre seis e trinta e três anos, contemplando assim as seguidas transformações sofridas pelo currículo das Licenciaturas em Matemática até às tendências mais atuais.

Apontamos, a seguir, algumas das disciplinas já ministradas pelos professores entrevistados em Cursos de Graduação e Pós-Graduação: Álgebra Linear; Álgebra Multilinear; Anéis e Módulo; Lógica Matemática; Teoria dos Conjuntos; Teoria dos Corpos; Teoria dos Grupos; Teoria dos Números; Aritmética e Álgebra; Lógica, Linguagem Matemática; Gênese do Pensamento Axiomático; Estruturas Algébricas; Funções de Variáveis Complexas; Geometria Analítica; Geometria Diferencial I e II; Geometrias não Euclidianas; Funções Analíticas; Desenho Geométrico; Geometria Descritiva; Topologia; Espaços Métricos; Cálculo Diferencial e Integral; Cálculo Vetorial; Equações Diferenciais; Tópicos Especiais em Matemática; Fundamentos da Geometria; Análise; Fundamentos da Matemática Elementar do Ponto de Vista Avançado; Cálculo Numérico; Matemática do Século XIX; Matemática I e II; Informática na Educação; Filosofia da Educação Matemática; Prática de Ensino; Projetos de Ensino da Matemática I; Estágio Supervisionado I, II e III; Monografia I, II e III; Geometria Plana; Estatística Aplicada à Educação; Dificuldades de Aprendizagem:

Aspectos Neurológicos, Cognitivos, Afetivos e Sociais; Tendências em Educação Matemática; Educação Etnomatemática: História e Prática Pedagógica.

As questões abertas foram delimitadas por Temas, em torno dos quais o pesquisador desenvolveria a Entrevista com os educadores, Temas estes constantes no **Anexo D** - Modelo de Roteiro de temas para os depoimentos dos professores, que se encontra no CD em anexo a esta tese, enviado com antecedência aos educadores participantes da pesquisa, e que a seguir detalhamos:

1ª Etapa

Tema 1. Fale sobre sua formação acadêmica.

Tema 2. Fale sobre sua experiência em lecionar para alunos de Licenciatura em Matemática.

Tema 3. Fale sobre o papel da disciplina de Cálculo para formação do futuro professor de Matemática.

Tema 4. Em sua opinião, as aulas de Cálculo ministradas na Licenciatura em Matemática podem ser as mesmas em todas as outras licenciaturas, sem que haja perda alguma quanto aos objetivos específicos de cada curso?

2ª Etapa

Tema 1. Comente a importância do rigor das demonstrações de Cálculo na formação do futuro professor de Matemática.

Tema 2. Em sua opinião, que práticas pedagógicas poderiam potencializar a aprendizagem dessas importantes demonstrações?

Tema 3. Considerando sua experiência, quais as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos, e qual a importância da visualização e das representações no ensino e aprendizagem das demonstrações em Cálculo Diferencial e Integral I?

3ª Etapa

Tema. Em sua opinião, quais as potencialidades do GeoGebra, enquanto recurso didático-pedagógico utilizado na visualização e na exploração das representações matemáticas, no ensino e aprendizagem das demonstrações de Cálculo Diferencial Integral I?

Antes da realização das Entrevistas, seguindo todas as formalidades de praxe, convidamos o educador a participar da pesquisa por meio de uma mensagem eletrônica, alocada no **Anexo A** que se encontra em CD-ROM, em anexo a esta tese. Anexados a esta mesma mensagem eletrônica, encaminhamos a cada professor convidado três documentos, a

saber: **Anexo B – Questionário Inicial do Professor,** que também se encontra em CD-ROM, em anexo a esta tese**:** solicitando que o professor, ao aceitar o convite, o preencha, munindo-nos de informações que facilitem as próximas comunicações entre o educador entrevistado e a pesquisadora; **Anexo C – Carta de Cessão,** que se encontra em CD-ROM, em anexo a esta tese, por meio da qual o educador entrevistado autoriza a utilização, na pesquisa, dos dados coletados, que deverá ser preenchida e assinada pelo educador entrevistado e pelo pesquisador; **Anexo D – Roteiro de Temas para Depoimentos do Professor,** que se encontra em CD-ROM, em anexo a esta tese, onde iniciamos fazendo questões que nos informassem sobre a Formação Acadêmica do professor, sua Experiência em lecionar para alunos de Licenciatura em Matemática e sobre o Papel da disciplina Cálculo ministrada na Licenciatura em Matemática, bem como sobre a contextualização desses conteúdos.

Constam também, no roteiro, questões sobre o rigor das Demonstrações em Cálculo e a Formação do Futuro professor de Matemática; sobre as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos ao estudarem essas importantes Demonstrações; qual a importância da visualização e das representações no ensino e aprendizagem nessas Demonstrações; e que Práticas Pedagógicas poderiam potencializar esta aprendizagem.

O roteiro apresenta, como último assunto a ser questionado, as potencialidades do GeoGebra (ou das TIC) enquanto recurso didático-pedagógico utilizado na visualização e na exploração das representações matemáticas, no ensino e aprendizagem das Demonstrações em Cálculo Diferencial e Integral I. É claro que considerando sempre que existem vários softwares que podem ser utilizados para se ensinar Matemática (MISKULIN, 1999), um dos softwares mais utilizados, na atualidade, é o Geogebra (<www.geogebra.org>).

Na elaboração desses anexos **(A, B, C, e D)**, espelhamo-nos na metodologia dos trabalhos de Mendes (2013), Escher (2011), Farias (2007), Richit (2010) e Barichello (2008), alunos e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro e ex-orientandos da professora Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin.

Gostaríamos de ressaltar, ainda, que as questões que servem como roteiro de temas para as Entrevistas foram pensadas de forma a contemplar problemas e perspectivas dos processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, e, além disso, guardando espaço priorizado à experiência dos entrevistados.

Quanto à quantidade de Entrevistas, isto é: Por que sete educadores entrevistados?

Neste momento da pesquisa, sabendo que precisávamos fazer Entrevistas Semiestruturadas com educadores matemáticos, necessitávamos delimitar o número de

educadores a serem entrevistados, mas também estávamos conscientes que em uma metodologia qualitativa esta delimitação, ou seja, a determinação da quantidade de Entrevistas que deverão ser realizadas, isto é:

> [...] o número de sujeitos que virão a compor o quadro das Entrevistas dificilmente pode ser determinado a *prori*, tudo depende da qualidade das informações obtidas em cada depoimento, assim como da profundidade e do grau de recorrência e divergência destas informações. Enquanto tiverem aparecendo dados originais ou pistas que possam indicar novas perspectivas à investigação em curso as entrevistas precisam continuar sendo feitas (DUARTE, 2002, p. 3).

Assim, fomos realizando as Entrevistas Semiestruturadas com os educadores matemáticos que sensibilizados com a problemática de como ensinar Cálculo Diferencial e Integral I a estudantes que muitas vezes, apesar de brilhantes em outras áreas de estudos pertencem ao grupo dos desistentes num curso de Cálculo Diferencial e Integral, aceitavam participar da nossa pesquisa e marcavam a data, hora e local compatíveis com sua disponibilidade.

Com as Entrevistas Semiestruturadas buscávamos informações relevantes inseridas ao cenário de investigação e ao tema da pesquisa; que revelassem indícios de propriedades novas ao tema, à questão investigativa da pesquisa; e também aos tópicos balizadores das entrevistas que a seguir discriminamos: a) Experiência profissional do entrevistado; b) Contextualização da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, na Licenciatura em Matemática; c) Demonstração; d) Práticas Pedagógicas; e) Dificuldades em ensinar e aprender; f) Visualização; g) Outros temas livres; e h) Relação entre a Utilização de TIC – softwares educacionais e a construção dos conceitos matemáticos inerentes ao Cálculo Diferencial e Integral I.

Assim, as Entrevistas foram sendo realizadas nas dependências do Departamento de Educação Matemática da UNESP de Rio Claro com os professores: X em 12/08/2013; Y na tarde de 08/08/2013; W em 05/09/2013; Z em 20/08/2013; R em 18/09/2013; S em 03/09/2013; e T na manhã de 08/08/2013.

Optamos entrevistar somente estes sete professores porque, mesmo antes de realizarmos a sétima Entrevista, percebemos que os depoimentos já traziam informações repetidas, consistentes e densas, e em conexão com teorias relevantes relacionadas aos parâmetros por onde transitam as variáveis em estudo em nossa pesquisa, porém repetidas e que não mais traziam dados originais e nem novas perspectivas à nossa investigação, e por isso interrompemos a coleta de dados e compreendemos que as sete Entrevistas eram suficientes para evidenciar as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo

Diferencial e Integral I, na perspectiva dos Aspectos Epistemológicos e dos Aspectos Didático-Pedagógicos na formação do professor de Matemática. E desta forma compomos o quadro das Entrevistas com os sete educadores matemáticos, X, Y, W, Z, R, S, e T.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 201), o pesquisador tem que obedecer ao sinal que se materializa quando ele consegue resposta para a questão: Já possuo dados que satisfazem largamente ao objetivo e questões da pesquisa? Para melhor esclarecimento, transcrevemos a argumentação dos autores: “Chega-se a um ponto em que se têm dados suficientes para realizar aquilo que nos propusemos [...] É essa a altura de dizer adeus e passar para a análise dos dados”.

Como já possuíamos dados que satisfaziam largamente ao objetivo e à questão norteadora da nossa pesquisa, fizemos as sete Entrevistas e passamos à reflexão e interpretação dos dados coletados.

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA

Este é o momento mais difícil para o pesquisador que recém-descobriu que o Positivismo, com suas certezas e inflexibilidade a toda prova, bloqueia a percepção da beleza da imprevisibilidade que compõe, harmoniosamente, o jogo do cotidiano da humanidade, e se depara com a Pesquisa Qualitativa.

Quem se ancorava na Pesquisa Quantitativa, agora tem que fazer uma análise de dados onde o pesquisador é seu principal instrumento e os dados são predominantemente descritivos. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. O 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida constitui foco de atenção especial pelo pesquisador, e a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Este novo pesquisador procura se apropriar, a cada passo, de uma postura de investigador, fundamentada na observação participativa, na interação, na reflexão, na interpretação com profundidade dos dados teóricos e dos dados produzidos pela pesquisa e suas inter-relações com o contexto, para produzir um cenário esclarecedor para as questões em estudo, na pesquisa.

Lüdke e André (1986, p. 45) afirmam que "a análise está presente em vários estágios da investigação, tornando-se mais sistemática e mais formal após o encerramento da coleta de dados". Segundo as mesmas autoras "É preciso que a análise não se restrinja ao que está explícito no material, mas procure ir mais fundo, desvelando mensagens implícitas, dimensões contraditórias e temas sistematicamente 'silenciados'" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 48).

Para finalizar, passamos das conjecturas iniciais para conjecturas mais aprofundadas e refinadas, fundamentadas nas recomendações de Lüdke e André (1986, p. 49), a saber:

> É preciso que o pesquisador vá além, ultrapasse a mera descrição, buscando realmente acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado. Para isso ele terá que fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e relações que possibilitem a proposição de novas explicações e interpretações. [...] Esse acréscimo pode significar desde um conjunto de proposições bem concatenadas e relacionadas que configuram uma nova perspectiva teórica até o simples levantamento de novas questões e questionamentos que precisarão ser mais sistematicamente explorados em estudos futuros.

As autoras Lüdke e André (1986, p. 52) concluem lembrando ao pesquisador a importância da sua postura para o êxito da pesquisa, recomendando ainda que: "O importante é manter uma atitude flexível e aberta, admitindo que outras interpretações possam ser sugeridas, discutidas e igualmente aceitas".

A análise das Entrevistas, em nossa pesquisa, se estabelece balizada por alguns conceitos de Análise de Conteúdo, trabalhados por Bardin (1977) e Franco (2012); e também em consultas à tese de Doutorado de Mendes (2013) e à dissertação de Mestrado de Benites (2013).

Segundo Bardin (1977, p. 103-104), para realizarmos a Análise de Conteúdo, defrontamo-nos com a necessidade de codificação que, para a autora, é: o processo pelo qual os dados brutos são transformados sistematicamente e agregados em unidades, as quais permitem uma descrição exata das características pertinentes do conteúdo.

E assim, segundo Franco (2012, p. 07) é inevitável que nesse momento a pesquisa adentre o "campo da sistematização da análise do conteúdo das mensagens, de seus enunciados, de seus locutores e de seus interlocutores". E é neste campo que a palavra, oral, escrita, silenciosa ou simbólica, sempre contextualizada, viva e permeada de um dinamismo temporal, é o centro dessa investigação.

A autora acima citada, Franco (2012, p. 16-17), meticulosamente alerta também que, neste campo de investigação, é imprescindível que as descobertas tenham conexões com teorias relevantes, o que a faz também revelar a necessidade de que sejam realizadas "comparações contextuais que podem ser multivariadas [...] Mas, devem obrigatoriamente ser direcionadas a partir da sensibilidade, da intencionalidade e da competência teórica do pesquisador".

Portanto, para justificar a presença da Análise de Conteúdo, especificamente como instrumento de investigação e análise em nossa pesquisa, ancoramo-nos em Bardin (1977, p. 38), quando define Análise de Conteúdo como sendo "um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens". Já Mucchielli (1977, p. 78, *apud* FRANCO, 2012, p. 30) afirma: "O conteúdo para o usuário da Análise de Conteúdo é como o líquido para o químico analista. Tudo está lá e não está nada fora. Os componentes químicos estão dentro e presentes por definição. Nada mais há o que fazer do que analisar o que se dispõe".

As questões da Entrevista, em nossa pesquisa, com os educadores, nos mostram algumas pistas, de como compreender o processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, que podem ser representadas por **Unidades de Análise/Unidades de Registro,** identificadas como a **palavra** que Franco (2012, p. 43) define como: "a menor parte do conteúdo, cuja ocorrência é registrada de acordo com as categorias levantadas". Franco (2012, p. 44-45) também define o **Tema** como: "uma asserção sobre determinado assunto. Pode ser uma simples sentença, um conjunto delas ou um parágrafo".

O roteiro, por nós idealizado, utilizado para a Entrevista, intitulado **Temas para os Depoimentos dos Professores**, é composto por três etapas, que a seguir apresentamos:

Primeira Etapa, onde as questões versam sobre: Perfil do Educador entrevistado; Experiência do Educador entrevistado; e Contextualização da disciplina Cálculo na Licenciatura em Matemática.

Segunda Etapa, onde as questões giram, prioritariamente, em torno de: Demonstração; Práticas Pedagógicas; Dificuldades de Ensinar; a Visualização e Outros Temas Livres que emergem no espaço permitido pela flexibilidade e pelo grau de liberdade que caracteriza a Entrevista Semiestruturada.

Terceira Etapa, onde tratamos das Relações entre a Utilização dos Softwares Educacionais e a Construção dos Conceitos Matemáticos inerentes ao Cálculo.

Assim, com as Entrevistas vieram à tona tópicos que agrupamos segundo as etapas do **Roteiro para Depoimentos dos Educadores,** de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 1 - Tópicos ressaltados nas Entrevistas, agrupados por Etapas segundo o Roteiro de questões preestabelecido.

Tópicos da 1ª Etapa	**Tópicos da 2ª Etapa**	**Tópicos da 3ª Etapa**
1. 1. Perfil do Educador entrevistado	*1. Demonstração*	1. Softwares Educacionais *versus* Conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I
2. Experiência do Educador entrevistado	*2. Práticas Pedagógicas*	
3. 3. Contextualização da disciplina Cálculo na Licenciatura em Matemática	*3. Dificuldades*	
	4. Visualização	
	5. Outros Temas Livres	

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

No desenvolvimento desta pesquisa, após transcrição e leituras reflexivas, colorimos, em cada Entrevista, os depoimentos relacionados aos tópicos: *Demonstração*, com a cor **vermelha**; *Práticas Pedagógicas*, com a cor **azul**; *Dificuldades*, com a cor **lilás**; *Visualização*, com a cor **verde**; *Outros Temas Livres*, com a cor **laranja**. Em vários momentos da nossa investigação, necessitaremos reapresentar transcrições dos depoimentos dos educadores matemáticos entrevistados e estas transcrições manterão as cores: **vermelha**, para os depoimentos oriundos do tópico *Demonstração*; **azul** para os depoimentos oriundos do tópico *Práticas Pedagógicas*; **lilás** para os depoimentos oriundos do tópico *Dificuldades;* **verde** para os depoimentos oriundos do tópico *Visualização* e **laranja** para os depoimentos oriundos do tópico *Outros Temas Livres*.

Continuando nessa dinâmica, apresentamos o agrupamento do tópico *Demonstração*.

5.1 Agrupamento em vermelho formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Demonstração*

Neste item, formamos um agrupamento transcrevendo das Entrevistas de cada um dos educadores, **X, Y, W, Z, R, S e T**, os depoimentos considerados importantes e relacionados com as questões norteadoras e os objetivos da Pesquisa, especificamente referentes à *Demonstração*, primeiro tópico da Segunda Etapa do Roteiro de perguntas, conforme o **Quadro 1,** que destacamos com a cor vermelha, a saber:

Do educador **X**, agrupamos da sua Entrevista, os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração*:

> ***É bastante questionável.***
>
> ***O aluno, na sua formação em Licenciatura em Matemática, ele tem que passar por algumas situações de discussão, inclusive do que é esse rigor, e o que seria esse rigor?***
>
> ***Porque, pra quem não está acostumado com uma demonstração mais teórica, e tudo mais, ou então às vezes não está acostumado a um exercício mais algébrico, ou seja, um exercício que só tem uma prática de exercícios aplicados, numéricos.***
>
> ***Um nível um pouquinho maior de abstração, mais algébrico, já é pra ele uma certa teorização da disciplina, do conteúdo.***
>
> ***Inserir esse tipo de discussão dentro do desenvolvimento da disciplina é bastante interessante.***
>
> ***Existem momentos pra se fazer isso, eu acho que existem graus de intervenção nesse caso.***
>
> ***Existe uma possibilidade de você abstrair conceitos, de demonstração, de generalização de conceitos.***
>
> ***Há também a necessidade de você concretizar principalmente pensando na disciplina de Cálculo, onde a sua essência é a aplicação.***
>
> ***A colocação desses dois mundos, o mundo da teorização, da demonstração e da prática, em comum, em conjunto, acho bastante interessante.***
>
> ***Que possa existir um meio-termo pra experimentação desses dois mundos, e inclusive a ligação, a tentativa de ligação desses dois mundos.***
>
> ***O aluno tem que aprender a estudar aquele tipo de linguagem, aquele tipo de área.***
>
> ***Existem professores que dão mais ênfase a ter mais Demonstrações e professores que dão mais ênfase a mais aplicações***

Do educador **Y**, destacamos da sua Entrevista, os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***Sobre a importância do rigor das demonstrações... Sinceramente, eu acho que é pouca importância.***

> ***eu acho importante entender o que que é rigor das demonstrações. Entender o que é rigor é diferente de buscar demonstrações extremamente rigorosas durante todo o curso. A ideia de entender o rigor é buscar compreender a função do Cálculo na matemática.***
>
> ***Mas eles tinham muita dificuldade, eles não conseguiam ver sentido. Abstração... Eles não conseguiam mesmo.***
>
> ***Fazer um Cálculo em cima de demonstrações rigorosamente postas, é você usar um tempo, um tempo que poderia ser utilizado pra entender o sentido do Cálculo na matemática e o sentido das ferramentas que o Cálculo utiliza.***
>
> ***e o rigor, se a gente for pensar bem, é uma forma de convencimento, de convencer a pessoa que aquilo é verdade.***
>
> ***Eu vou colocar em cheque essas importantes demonstrações. Não são as demonstrações que eu considero que são as mais importantes, dependendo do perfil do curso. Se você está pensando em Matemática Bacharelado, aí você pode pensar em demonstrações.***
>
> ***Mesmo em Matemática, seu objetivo é diferente, seu objetivo não são as demonstrações pelas demonstrações, você tem que compreender o significado daquilo.***
>
> ***Sim. E por que aquela demonstração é tão importante pro Cálculo?***
>
> ***Talvez não faça sentido ter que ter aquela demonstração no livro. Talvez pro aluno não pareça tão importante... Quanto o professor queira que seja talvez.***
>
> ***Enfim, pra mim hoje, a demonstração é um meio de convencer. E talvez existam outros meios de convencer que sejam mais importantes, dependendo do perfil do aluno, do curso que a gente tá atuando.***
>
> ***Eu acho que tem importância a demonstração, mas não só a demonstração. Eu acho que tem um momento que trabalhar a demonstração.***
>
> ***Pra entender o sentido ou a estrutura lógica da matemática e os modos como ela compreende o mundo.***
>
> ***não pode só trabalhar com demonstração e nem ser o grande foco. É um dos focos pra Licenciatura em Matemática.***
>
> ***A gente pode pensar até, talvez, demonstrações dinâmicas. Pensar, talvez, até trabalhar com aqueles gifs animados.***
>
> ***Importante trabalhar a demonstração nisso.***
>
> ***À medida que tem um narrador que narra, a demonstração vai aparecendo na tela.***
>
> ***você entender o significado da abstração é uma coisa, isso é importante.***
>
> ***Abstração é você fazer um salto de transcendência entre aquilo que você já tem em mãos.***

Do educador **W**, ressaltamos, da sua Entrevista, os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***O rigor na demonstração, ele, eu acho que deve depender muito primeiro de qual disciplina de Cálculo é.***

> ***Esse rigor, ou a demonstração, enfim, tem o sentido primeiro de que o aluno perceba que a demonstração é um instrumento pelo qual, ou o argumento pelo qual o matemático mostra que uma certa proposição é verdadeira, com modo de argumentação válido, ao mesmo tempo que ele aprenda a fazer demonstrações.***
>
> ***Nesse sentido, o rigor tem contexto.***
>
> ***Existem diversos níveis de rigor que você pode operar dentro de uma disciplina, e um aprendizado é esse nível de rigor.***
>
> ***O aluno, lentamente, vai submeter a um nível de rigor crescente até a um patamar que seria uma demonstração que nós poderíamos classificar como rigorosa, como as que geralmente acontecem nos cursos, mas isso tem que ser gradativo, os alunos têm que aprender a fazer isso.***
>
> ***Uma demonstração, num curso de Cálculo, não é o professor mostrar pro aluno que aquele resultado é válido, não tem esse objetivo, ou pelo menos, no meu ponto de vista, não deveria ter esse objetivo, deveria ter o objetivo de que o aluno aprenda a fazer demonstrações.***
>
> ***Conheça a linguagem, as formas de argumentação típicas daquela disciplina.***
>
> ***A demonstração deve estar mais na formação de um licenciado em Matemática do que no licenciado em Ciências Biológicas, onde a Matemática é um mero instrumento.***
>
> ***Eles precisam conhecer Cálculo, precisam conhecer algumas demonstrações de Cálculo. E dessa maneira ele vai aprender a fazer isso dentro de um curso de Cálculo.***
>
> ***Um professor não pode fazer um curso de Cálculo como faz um deleitante lendo um romance, mas ele tem que fazer um curso de Cálculo como um crítico lê uma obra.***
> ***que ele tem que estudar demonstrações, ele tem que aprender fazer demonstração. A questão é quanto de demonstração e como.***
>
> ***Ele tem que aprender a questão da descoberta, a questão da intuição, a oportunidade de desenvolver a intuição, que o leve também a intuir resultados, ou descobrir resultados, no caso, pra ele, mesmo que já tenha sido descoberto há muito tempo.***
>
> ***E validar esse resultado, aprender como é válido esse resultado, com argumentação típica da matemática, que são as demonstrações.***
>
> ***Você aprende demonstração fazendo demonstrações.***
>
> ***Esse é o primeiro passo. Acreditar e depois procurar uma demonstração.***
>
> ***E são livros até muito usados, tidos até como livro de Cálculo difíceis, mas eles não começam fazendo demonstrações com limites por Ɛ's e δ's. Aliás, muitas vezes, limites por Ɛ's e δ's estão no apêndice. Vão pro apêndice e estão lá. Se for dado mais tarde, o aluno interessado, mais tarde, ele vai entrar, vai ter que aprender no curso de Análise.***

Da Entrevista do educador **Z**, focalizamos os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***Ele precisa saber demonstrar, mas didaticamente falando.***

> ***Didaticamente, como é que pode apresentar isso para os seus alunos? Por meio de materiais manipuláveis.***
>
> ***Na academia se ensinam todas as demonstrações,***
>
> ***Falando de demonstração, e de rigor matemático, rigor matemático da linguagem matemática precisa ter.***
>
> ***Temos o movimento da matemática moderna, que já mostrou que não funciona, do Grupo Bourbaki, que usava muitas demonstrações.***
>
> ***A questão das demonstrações, eu penso que precisa ter, Graça, principalmente em relação aos conteúdos do Ensino Básico.***
>
> ***Temos alunos se formando em licenciatura que fazem aquelas demonstrações de Cálculo, demonstre, demonstre, demonstre em Análise, mas não conseguem saber de onde vem a fórmula de Bhaskara.***
>
> ***Eu penso que as demonstrações, o rigor matemático, são importantes principalmente pros conteúdos que o futuro professor vai trabalhar. Pra mim, as demonstrações são importantes pra isso. Pra mostrar pra ele principalmente a questão da contextualização histórica.***
>
> ***Agora, ficar simplesmente demonstrando fórmulas que o professor não vai usar na sua prática e possivelmente contribuiria pra formação continuada dele, pra um mestrado, uma pós-graduação, uma especialização, um doutorado.***

Do educador **R**, ressaltamos, da sua Entrevista, os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***Ele se assusta, é incrível como o aluno, ele tem dificuldade em aprender conteúdos de Cálculo; quando apresentado ε's e δ's para ele, é sempre um problema.***
>
> ***Então, o rigor das demonstrações, eu não sou contra que se trabalhe com demonstrações num Curso de Licenciatura em Matemática. Eu acho que é uma forma de você trabalhar o raciocínio lógico, a matemática por si só, mas é interessante isso. Que o professor tenha conhecimento, ele, como professor, tenha conhecimento da, vamos dizer assim... Por que isso acontece? Por que aquilo acontece? E não apenas algoritmos, conheça algoritmos, mas de como se desenvolve,***
>
> ***É importante sim que o professor tenha também mais esse elemento na sua formação. Mas que ele não faça só isso. Além disso, também, que ele tenha didática, ele tenha a forma de como trabalhar essa demonstração em sala de aula. Isso é importante sim.***
>
> ***Dá pra gente trabalhar com demonstrações, mas vamos ficar limitados até um certo ponto, daí em diante você não pode mais trabalhar, mesmo porque já tem o GeoGebra 3D, mas ainda está em fase de experiência. Então, demonstração acho um pouco limitado,***

Da Entrevista do educador **S**, agrupamos os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***Quando se fala na palavra rigor, eu acho uma palavra um pouco ampla. Eu tô entendendo como formalismo.***

> ***Eu acredito hoje principalmente que o Curso de Cálculo, como é um curso, em geral, dado no 1º ou 2º período dos Cursos de Licenciatura, deve ser um curso menos formal possível.***
>
> ***Os alunos que entram não têm maturidade, não tá preparado pra um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos o Cálculo I.***
>
> ***No Cálculo II a gente já pode começar a introduzir um pouco mais formalismo, se bem que, no Cálculo I, é até desnecessário um formalismo muito amplo, visto que eles vão refazer. Vão refazer tudo de novo em Análise, onde pode se dar maior formalismo pra os conteúdos que foram estudados no Cálculo I. Conteúdos em geral são os mesmos conteúdos, pode-se dar com maior rigor.***
>
> ***Se for fazer muito formalismo, a gente corre o risco do curso de Cálculo I virar um curso de Análise logo de cara, e isso ser prejudicial, ou seja, os alunos não têm condições suficientes, não têm abstração suficiente pro entendimento. Né? Isso pra ele pode prejudicar no futuro.***
>
> ***Já no Ensino Fundamental e Médio essas demonstrações, mesmo que não sejam formais, essas visualizações, mesmo que não sejam assim rigorosas, elas deveriam ser introduzidas, ou seja, o aluno não poderia simplesmente acreditar num conceito ou numa técnica de resolução sem o professor pelo menos abordar o fato de que é possível, ou seja, as afirmações que ele faz são demonstráveis ou aquelas representações geométricas têm que ser feitas, inclusive tem que se tornar familiar, desde quando o aluno começa a entrar, aí, às vezes a responsabilidade cai pra quando o aluno vai pro Curso Superior.***
>
> ***Às vezes, quando se fala em demonstração matemática, não precisa necessariamente um rigor na demonstração, mas pelo menos a justificativa, mesmo que seja falada numa linguagem fácil pro aluno, mas pra eles terem ideia que as coisas que se falam em matemática, elas têm justificativa,***
>
> ***Pra quando ele chegar lá no Cálculo e o professor falar em demonstração, ele não assustar e o aluno pelo menos saber o que significa demonstrar.***
>
> ***É muito comum a gente trabalhar com Cálculo e falar: "Ah! Vamos demonstrar isso aqui." E o aluno pensa que demonstrar simplesmente é numérico e funcionou o primeiro exemplo, você já provou que vale. Né? Então isso realmente eu acho que não é uma falha no Cálculo. Eu acho que é na formação inicial.***

Da Entrevista do educador **T**, ressaltamos os seguintes depoimentos sobre o tópico *Demonstração:*

> ***A gente precisa situar bem o que a gente está entendendo por rigor.***
>
> ***Curso com todo o rigor, só que preocupado com o aspecto intuitivo, ele acha que isso pode ser deixado pra depois, depois que viram a maioria dos problemas aplicados, alguns problemas teóricos ligados, aí é que o aluno começa a estudar limite.***
>
> ***Rigor é um conceito local, não é um conceito global, e então, vamos dizer, ele se projeta em determinadas situações.***
>
> ***Não é necessário, nem se deve, ao ensinar matemática, abrir mão do rigor. É a última coisa. Quando tirou o rigor, tirou a matemática. Agora precisa saber o que fazer com isso, não é um catecismo.***

> ***Fazer com todo o rigor, mas levando em conta a situação, a idade, o público a quem a gente está se dirigindo e mantendo o rigor. O rigor é uma coisa mais profunda do que às vezes as pessoas pensam.***
>
> ***Em algumas outras coisas, às vezes, é colocar aquele modo rigoroso, mas aí, na realidade não pode ser feito, não tem jeito de fazer e aí fica superficial.***

Continuando nessa perspectiva, apresentamos as **Unidades de Registro** para o tópico *Demonstração.*

5.1.1 *Constituição dos* ***Temas ou Unidades de Registro*** *relacionadas ao tópico Demonstração*

Deste primeiro agrupamento de depoimentos, explicitados por cada um dos Educadores entrevistados, extraímos os seguintes temas relacionados à *Demonstração*, que apresentamos no **Quadro 2**, a seguir, e no **Quadro 3**, mais abaixo.

Quadro 2 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Demonstração*, extraídos do primeiro agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados

1- O Que é Rigor
2- O Importante é Entender o Que é o Rigor
3- Rigor com Contexto
4- Nível de Rigor
5- Rigor Gradativo
6- O Que Fazer Com o Rigor
7- Rigor Para Quem
8- Demonstrações Dinâmicas
9- Demonstrações Não Podem Ser o Grande Foco
10- A Demonstração tem Importância
11- O Aluno deve Fazer a Demonstração
12- Quanto de Demonstração e Como Demonstrar
13- Demonstração por Ɛ's e δ's,
14- Demonstração para Quem
15- Demonstrar Didaticamente
16- Demonstração x Ensino Básico
17- Demonstração x Contexto Histórico
18- Demonstração e o GeoGebra
19- Demonstração x Maturidade
20- Demonstração e Justificativa
21- Demonstração Rigorosa é Bastante Questionável
22- Demonstração é uma Forma de Convencimento
23- Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar
24- O Objeto em Estudo tem que Fazer Sentido
25- Entender o Significado da Abstração
26- Discussão dos conteúdos em sala de aula
27- Necessidade de Concretização
28- Necessidade de Aplicação
29- Necessidade de Teorização
30- Necessidade de aprender esta Linguagem Específica

31- Compreender a Estrutura Lógica
32- Aprender a fazer Argumentação Válida
33- Tem que Aprender a Questão da Intuição
34- Tem que Aprender a Questão da Descoberta
35- Exercícios mais Algébricos
36- Exercícios Aplicados
37- Demonstração mais Teórica
38- O Professor deve ter Conhecimento
39- Desenvolvimento do Raciocínio Lógico
40- Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem
41- Despertar a necessidade de saber os Porquês
42- É Importante Compreender o Significado

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Em resumo, apresentamos no **Quadro 3** uma síntese destes **Temas ou Unidades de Registro**, apresentados no **Quadro 2**, especificando qual o educador que o ressaltou em sua Entrevista.

Quadro 3 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Demonstração*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista

TEMAS ou UNIDADES DE REGISTRO relacionadas ao tópico *Demonstração*	**EDUCADORES**						
	X	**Y**	**W**	**Z**	**R**	**S**	**T**
01. Rigor	■	■	■	■	■	■	■
02. Entender o significado da Abstração	■	■					
03. Discussão na sala de aula	■						
04. Necessidade de Concretização	■						
05. Teorização	■						■
06. Linguagem	■		■	■			
07. Convencimento		■					
08. Fazer sentido		■					
09. Estrutura Lógica		■					
10. O Foco		■					
11. A questão da Descoberta, do Acreditar, do Fazer, de Quem Fazer, Como e Quanto Fazer e Fazer Argumentação Válida			■				
12. Questão da Intuição			■				■
13. A Utilização de Ɛ's e δ's			■		■		
14. Compreender o significado		■					
15. A Questão do fazer Didaticamente e para quem				■			
16. Relação com o Ensino Básico				■		■	
17. Relação com o Contexto Histórico				■			
18. Conhecimento					■		
19. Raciocínio Lógico					■		
20. Por que e Como Demonstrar					■		
21. Algoritimização					■		
22. Demonstração e o GeoGebra					■		
23. Demonstração x Maturidade						■	
24. Justificativa						■	

25. Demonstração Dinâmica							

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Continuando a nossa pesquisa, apresentamos a transcrição dos depoimentos referentes ao tópico *Práticas Pedagógicas*.

5.2 Agrupamento em azul formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador, referentes ao tópico *Práticas Pedagógicas*.

Neste parágrafo, formamos um agrupamento transcrevendo das Entrevistas de cada um dos educadores, **X, Y, W, Z, R, S e T**, os depoimentos considerados importantes e relacionados com as questões norteadoras, os objetivos da Pesquisa e especificamente referentes ao **tópico** *Práticas Pedagógicas***, segundo tema da 2ª Etapa do Roteiro de perguntas**, conforme o **Quadro 1**, que destacamos com a cor azul, a saber:

Na Entrevista do educador **X**, destacamos os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas*:

> ***Além das discussões da ferramenta matemática, do conteúdo matemático a ser trabalhado em Cálculo, desenvolver atividades voltadas às discussões que eles estavam travando dentro do curso.***
>
> ***Em Economia, muitas aplicações e trabalhando vários contextos, vários contextos da própria Economia.***
>
> ***Numa Licenciatura em Matemática, eu acho que é possível travar também, dependendo da formação e do interesse do professor do professor de matemática que está ministrando aquela disciplina, desenvolver atividades e discussões que possam já adiantar possíveis situações em que o professor vá desenvolver ou aparecer diante dele na sala de aula do Ensino Básico.***
>
> ***Claro que sempre deixando claro a possibilidade daquela discussão ser mais ampla do que o caso particular, pra não cair exatamente numa certa comodidade de mostrar um exemplo e achar que, porque vale para um, vale para todos.***
>
> ***Eu acho que, quando você apresenta uma demonstração, nos seus passos na sua demonstração, eu acho que, em muitos casos, não todos, há possibilidade de você... explicação de cada passo, de forma que cada passo possa ser mais digerido pelo aluno, no sentido de que não se escondam passagens e coisas mais.***
>
> ***Uma possibilidade gráfica.***
>
> ***A mostração daquele resultado, como, por exemplo, a gente faz muito em questão de geometria, com esses softwares de geometria dinâmica.***
>
> ***É uma, vamos chamar de mostração, quer dizer, até que ponto esse tipo de prática poderia ser utilizado também em outras demonstrações.***
>
> ***Pequeno nível de aprofundamento em relação às funções, porque o que ele faz é necessariamente colocar aos seus alunos no Ensino Fundamental e Médio, mais***

> ***no Ensino Médio, são discussões sobre o caráter, como é que se apresentam as funções e como os alunos podem manipular aquelas funções.***
>
> ***Uma grande discussão, o que é ter passado pela disciplina e o que dela ficou ou não.***
>
> ***Usar um software, uma tecnologia.***
>
> ***Só vem a complementar e acho que tem que estar presente dentro da prática do professor.***
>
> ***Como eu disse, não é imprescindível, mas ele pode estar presente. Mais do que pode, eu acho que a presença de tecnologia dentro do ensino da matemática, segundo qualquer área de conhecimento, eu acho que ela tem um motivo maior pra estar presente.***
>
> ***Ela está dentro da escola, ou ela tá na prática do aluno, tá dentro, o aluno usa fora da escola, então não há porque não utilizar essa tecnologia dentro de qualquer área do conhecimento e do ensino da matemática em específico.***
>
> ***Há possibilidade, dentro de uma demonstração, de ter uma exemplificação do que está sendo usado, de um teorema, uma concretização daquilo do ponto de vista de um exemplo prático ou, por exemplo, uma aplicação, uma... mesmo matemática daquele item.***
>
> ***Explicar o que é que você está dizendo ali. Pegar um caso particular e exemplificar pra concretizar aquilo.***
>
> ***Exemplos que se generalizam.***
>
> ***Uma grande discussão, o que é ter passado pela disciplina e o que dela ficou ou não.***
>
> ***Eu posso também fazer o desenho de uma função, o gráfico de uma função com várias retas tangentes, posso também mostrar no computador uma reta tangente, passando, sendo construída em diversos pontos, de uma forma mais dinâmica.***
>
> ***Conhecimento que esse professor tem de algum tipo de software que lhe permita fazer aquilo.***

O educador **Y**, em sua Entrevista tece os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas**:***

> ***Na Física, por exemplo, que é onde eu tenho lecionado Cálculo no ano corrente, você tem uma tendência de uso do Cálculo como ferramenta pra resolver problemas, é procedimental.***
>
> ***Eu, no Curso de Física, gosto de usar muito experimento.***
>
> ***você percebe que eles gostam, eles ficam ansiosos, porque faz sentido pra eles o Cálculo trabalhado dessa maneira.***
>
> ***Para Computação, eu já tento lançar mão de desenvolvimento de algoritmos computacionais. Pego alguns problemas e peço para eles desenvolver algum algoritmo que lance mão das ferramentas do Cálculo.***
>
> ***Na ecologia, por exemplo, eu trabalho muito com modelagem, problemas ambientais que acabam lançando mão de ferramentas do Cálculo. Há uma inversão.***

> ***Eu não parto das ferramentas do Cálculo, depois a aplicação nos cursos. Eu parto da demanda do perfil do curso e daí eu busco elaborar pontes e ganchos com ferramentas e conteúdos do Cálculo.***
>
> ***O Cálculo, eu cursei no Bacharelado. Foi formalismo puro. Lembro, uma vez, uma vez eu vi uma aplicação do Cálculo que foi rapidamente durante meia aula, quando a professora tratava de derivadas, falou da função espaço tempo, espaço em função do tempo. Derivada do espaço em relação ao tempo, velocidade. Derivada da velocidade em relação ao tempo, aceleração. E foi isso. A única aplicação que eu vi.***
>
> ***você pode pensar em experimento em Física. Métodos Computacionais pensando em Computação e mesmo em Física. Trabalhar com software ajuda bastante quando exploração, a visualização, problematização diferenciadas. Trabalhar com discussões.***
>
> ***dar ouvidos é ouvir acreditando, em matemática ouvimos duvidando, o professor faz isso com os alunos.***
>
> ***Por que não os alunos também ouvirem duvidando? Ouvirem duvidando do professor, é você buscando explicações pra aquilo que você não entende, buscando argumentação pra isso. Não assumir o que o professor diz como legítimo em si. Trazer a forma de discussão.***
>
> ***Dar um pouco mais de autonomia pra investigação do aluno.***
>
> ***Trabalhar com História da Matemática. Pensar no Cálculo situado temporalmente, historicamente.***
>
> ***Ver a função política do Cálculo, isto pode ser visto na Matemática Crítica.***
>
> ***Trabalhar com o Cálculo a partir da perspectiva da Modelagem Matemática.***
>
> ***Mas software, ele é muito potente. E outra coisa também. Ele está na vida do aluno.***
>
> ***ele está no computador, ele está na internet. Hoje em dia eu posso dizer que faz mais sentido o computador pro aluno do que a lousa. Se você ver o número de horas por dia ou por ano que o aluno digita, e o número de aulas que ele escreve, qual que você acha que está mais próxima, a escrita da lousa ou a tela do monitor?***
>
> ***o jeito de você entrar numa certa lógica do aluno também, não é só uma questão de facilitação, é uma outra lógica. E a lógica do aluno hoje está associada ao computador.***

O educador **W**, em sua Entrevista, tece os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas*:

> ***Num curso de Licenciatura em Física, eu pensaria em focar mais em problemas físicos (problemas da Física, pra não confundir com problemas do corpo).***
>
> ***Licenciatura em Biologia, por exemplo, eu pensaria em aplicações mais ligadas a Ciências Biológicas.***
>
> ***Em Matemática, eu acho que o foco poderia ser: pensar um pouquinho mais, mas não que mudaria em essência, mais com relação a problemas matemáticos mesmo. Mas que deveria conter, também, mais problemas ligados à Física, às aplicações em geral do Cálculo.***

Esse argumento de que ele não vai ensinar, isso então não precisa aprender, é um argumento difuso devido a duas coisas: primeiro porque de antemão não sabemos o que ele vai ensinar, a não ser que tivesse uma lista, ele escrever e aí eu dou o diploma pra ele fazer só aquilo, vai ensinar só aquilo.

Algumas eu acho que não potencializa não, o fato do professor ficar no quadro e ficar fazendo demonstração, e ficar fazendo demonstração e o aluno copiando.

O professor passa no quadro, explica mais ou menos e o aluno só copia, isso não potencializa nada. Demonstração se aprende fazendo, não copiando, ou vendo alguém fazer.

É como dirigir. Ninguém aprende a dirigir vendo o outro dirigindo, você vai ter uma ideia mais ou menos. Mas tem que aprender fazendo. Demonstração também.

Os conteúdos podem ser o mesmo, forma de fazê-lo, o nível de rigor utilizado, tá certo? Os pré-requisitos necessários que deveriam ser trabalhados anteriormente, isso tem que ser levado em conta.

Em matemática pelo menos, que façam que os alunos leiam o enunciado, procure entender essa lógica da enunciação, pelo menos pro aluno ter ideia do que se está falando.

E o que normalmente é feito é pegar o aluno e despejar conteúdo do 1º e 2º graus que ele viu, de novo, mesma matéria que ele viu, e vai se produzir os mesmos vícios e os mesmos problemas que tinham anterior.

O primeiro semestre devia dedicar ao aluno entender um pouquinho mais matemática, ter uma visão de matemática diferente daquela que ele teve no ensino Fundamental e Médio, vai discutir enunciados, vai discutir formas de argumentação, aprender um pouquinho dessa lógica de argumentação, que não é bem a lógica matemática no sentido que as pessoas fazem quando ficam fazendo Introdução à lógica no início.

Então software é importante? É importante porque ele fornece um monte de recurso pra gente que antigamente não tinha.

O computador introduz assim uma ferramenta muito útil, mas eu acho que tem que pensar um pouquinho no local e no global.

Nós temos que ter cuidado com qualquer recurso didático. Ele tem limites.

Mas um software, por melhor que seja, dificilmente ele vai permitir que você perceba tudo aquilo que a princípio você gostaria que fosse percebido pelo aluno.

Precisa tomar muito cuidado, porque às vezes eles percebem padrões que não eram os preferidos. O que eu quero dizer é que não é que o software introduz o mau, é que o software, pelo contrário, o software, ele é um recurso excelente que antigamente não tinha. O problema é confiar que ele vai cuidar de tudo, entendeu? O trabalho do professor que escolhe o software é o mesmo daquele que escolhia o exemplo pra fazer em sala de aula há tempos atrás.

Então, nesse sentido, o software introduz uma ferramenta muito boa e me parece muito poderosa, mas essa exploração... não é só transladar o que tinha antes pra esse caso.

Você tem que ser consciente que, pro que você quer que ele conclua, aquele material lá precisa de um contexto.

> ***Então software, na maioria das vezes, ele é importante pra você intuir resultados. Verificar que certos teoremas são teoremas, certos resultados são verdadeiros.***
>
> ***Então, nesse sentido, eu acho que o software pode trazer um recurso muito grande que em outros casos era muito difícil, dava muito trabalho você conseguir um efeito.***
>
> ***Não concordo que o aluno de Licenciatura tenha que fazer o mesmo curso de Cálculo do aluno do Bacharelado. O que eu acho é que o aluno de Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo que o aluno de Licenciatura.***
>
> ***O curso de Cálculo está errado. O curso de Cálculo está errado. Enfim, o curso de Cálculo que adota livros como o Guidorizzi, onde o centro é a demonstração, é uma grande besteira. Eu acho que o Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo do Licenciando, não o Licenciando fazer o mesmo curso de Cálculo do Bacharel.***
>
> ***Eu fiz isso quando eu comecei, eu fazia. Eu começava definindo limite, tá certo? E depois a definição de limite por Ɛ's e δ's etc., etc. Demonstrando uma série de coisas.***
>
> ***Eu costumo começar o curso de Cálculo quando tem, dependendo se é um curso anual, um curso [trecho de difícil decodificação]. Eu começo por Integral, não começo por limite.***
>
> ***Devia começar é da intuição de certas coisas, essas propriedades de limites, envolva essa intuição das propriedades de limites e faz o curso de Cálculo. Finalzinho do ano, se der tempo, aí você demonstra por Ɛ's e δ's, volta no conceito de limite, não precisa... Eles fazem tudo isso e alguns teoremas, como o do Valor Intermediário, não é demonstrado, muitas vezes. Então alguns Teoremas chave são demonstrados, não fica demonstrando propriedades de limites.***
>
> ***Quando chega na definição de Integral, aí aquilo é feito muito rapidamente. Dá aquela ideia de aproximação por retângulos e calcula a área e etc., etc. E de repente, já, logo, logo, falam o Teorema Fundamental do Cálculo. Aí é que tem que gastar tempo, certo? Aí é que tem que gastar tempo.***
>
> ***O software pode ajudar muito nisso, muito. Há software simples de calcular a área embaixo do gráfico, é rapidamente. Antigamente, eu não sei se existe, antigamente era jogado no DOS, desenhava até os retangulozinhos.***

O educador **Z**, em sua Entrevista, tece os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas*:

> ***É importante a gente entender que o futuro professor, ele tem que ter conhecimento em três vieses: o conteúdo específico, conteúdos de disciplinas pedagógicas e também as disciplinas da área da Educação Matemática.***
>
> ***Se o curso é de Licenciatura, pra formar professor de matemática, ele tem que sair dali dominando aquele conteúdo conceitualmente, dominando a prática, como se aprende, como se faz, e como se deve proceder lá na prática nos conteúdos de matemática.***
>
> ***Por exemplo: se você vai ensinar Física, a integral é muito mais importante do que os limites, de modo que, se você vai ensinar fluidos, lá no conceito físico você precisa do Conceito de Integral.***
>
> ***vou falando, vou falando, até que de alguma maneira política ou participativa, eu vou conseguir inserir a disciplina de História.***

O aluno, a hora que for ensinar o Teorema de Tales, ele tem que saber o fundamento histórico, o fundamento algébrico e o fundamento geométrico.

o perfil do aluno, que vai fazer uma licenciatura, já é um perfil diferenciado. Então tem que ser um ensino diferenciado pra esses alunos.

O problema não deve ser o ensino, o problema tem que ser a aprendizagem, o foco deve ser a aprendizagem.

se o professor de Cálculo fizesse essa reflexão, talvez as coisas pudessem estar melhorando, e esse distanciamento, domínio conceitual e domínio cultural do conteúdo seria diminuído.

se o professor soubesse a contextualização histórica da fórmula de Bhaskara, como é que funciona pra chegar lá na formulazinha de Bhaskara, já seria um avanço na prática de ensino dele lá na escola, que é a minha grande preocupação.

Agora, simplesmente ir lá e fazer umas demonstrações, demonstre, demonstre, demonstre... Outra, o aluno, o perfil do aluno, que vai fazer uma licenciatura, já é um perfil diferenciado. Então tem que ser um ensino diferenciado pra esses alunos.

nós temos que formar o professor não pensando no professor, pensando nos alunos que eles vão entrar em contato.

eu preciso ensinar em outras palavras, o que é que o meu aluno lá na escola precisa aprender, o que esse professor tem que aprender pra atender às dificuldades do aluno lá na escola. E não simplesmente ensinar o conteúdo matemático.

lá no nosso curso, que envolve a prática como componente curricular desde o início do curso, que é uma Linguagem que também é obrigatória nas Licenciaturas, que é a produção de texto e leitura, e tem também uma disciplina em Informática na Educação que trabalha com apresentações, com edição de textos, com imagens, essas coisas, usando recursos tecnológicos que estão disponíveis ali.

conseguimos nesse último, nessa última reestruturação, ir colocando disciplinas cobrindo os três eixos de formação. Disciplinas específicas: que é a Geometria, Fundamentos da Matemática Elementar. Disciplinas de cunho mais pedagógico, que seriam disciplinas afins iguais à Informática pra Educação, e também a questão de Produção de texto, que o professor precisa dominar bem. E a Prática de Ensino, a Prática de Matemática no Ensino Fundamental que envolve.

essas disciplinas interligadas, cinco disciplinas interligadas, elas são importantes pra que desde o início do curso o professor entenda que ele está tendo, ele terá as disciplinas nos três campos de atuação.

Isso foi feito para que, em todo o semestre letivo, pudesse ter esse jogo, e não no semestre tem, por exemplo, 4 disciplinas de matérias específicas, por exemplo, aí o professor de Cálculo tá lá, colocando conteúdo no ouvido dos alunos, de Álgebra, de Geometria, de Análise, e tá lá o professor de Didática falando... Aí não funciona... Tem alguma coisa errada aí. Tá precisando quebrar esse paradigma aí.

você vai dar aulas num curso de Licenciatura, você tem que ter, na sua cabeça, o seguinte: "Eu estou formando professores. Então eu tenho que atuar como formador de professor, eu não tenho que atuar como apenas um professor que vai lá pra ensinar os conteúdos."

> ***professor de matemática não consegue ensinar matemática se ele não sabe matemática.***
>
> ***Olha, professor de Matemática lá da Escola Básica, ele tem que saber matemática, principalmente a matemática que ele tem que ensinar, que é o produto dele, que é a parte profissional onde ele vai atuar.***
>
> ***Ele precisa estar ligado nos conteúdos de matemática. Agora, o excesso de conteúdos de matemática que é repassado pra ele, de forma totalmente desconexa ao que ele tem que trabalhar, tem sido grande demais.***
>
> ***Pra existir prática, você tem que ter o domínio conceitual. Agora, só o domínio conceitual não basta. Você precisa saber um emaranhado de coisas. Por isso que eu disse pra você que é importante o futuro professor de matemática estar inserido no contexto da escola desde o início do seu curso.***
>
> ***Então essas práticas pedagógicas que eu disse pra você, eu acho que na verdade isso não é uma prática pedagógica, mas é um aspecto que ia mudar demais a prática pedagógica, se os professores de Cálculo das Licenciaturas nas Universidades do Brasil entendessem que são professores formadores de professores e não professores de matemática de um conteúdo específico, de uma disciplina específica que eles precisam cumprir a ementa.***
>
> ***O fato do cara saber matemática não significa que o cara sabe ensinar matemática.***
>
> ***Teria que existir um Mestrado com foco no... se o cara sabe ensinar matemática, se ele consegue desenvolver práticas pedagógicas envolvendo determinados conteúdos de maneira interessante, de maneira que possa proporcionar realmente aprendizagem e não somente ensino.***
>
> ***O mais importante é, em vez de criar obstáculos epistemológicos, trabalhar com conceitos, trabalhar com práticas interessantes, trabalhar fazendo sempre a relação entre diferentes metodologias, resolução de problemas, modelagem matemática, o trabalho com projetos, jogos, ludicidade.***
>
> ***Então essa relação algébrico/geométrico é muito importante. O que não pode é o professor ficar simplesmente: calcule isso, calcule isso.***
>
> ***Ele precisa repensar a sua prática, precisa relacionar, eu acho que a palavra correta, Graça, é relacionar, a prática atual dele com essas novas possibilidades.***
>
> ***Hoje, Graça, existem programas que você paga seis reais por ano na internet, você coloca lá a derivada, ele te dá todo o cálculo da derivada, o aluno sabe disso. Então aí aparece a questão de saber o porquê.***
>
> ***Se eu quisesse simplesmente falar assim: olha, coloca essa função aí no software que ele vai dar a resposta, também não basta. Eu acho que não é desse jeito.***
>
> ***Mas, se você relaciona a parte algébrica que o professor faz na sala com a parte geométrica que o software proporciona, eu acho que vai dar um casamento legal.***

O educador **R**, em sua Entrevista, faz os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas*:

> ***Devem ser tratados os conteúdos de forma como se trata também no bacharelado, mas abordando de uma forma em que, como esse professor vai trabalhar elementos do Cálculo mesmo no Ensino Fundamental e Médio.***

Existem questões que nós podemos abordar lá, não necessariamente de uma maneira formal, que o professor que ensina tanto no Ensino Fundamental como no Médio, ele pode abordar questões que já fazem com que o aluno pense.

No caso, pensamento funcional, trabalhar com o infinito, continuidade, mas, por exemplo, temos questões com... Que se pode trabalhar em Trigonometria, quando se trata de Funções, que a gente possa trabalhar, quando você trabalha com Máximo e Mínimo.

Por que não já abordar a questão do cálculo do Coeficiente Angular pra cálculo da tangente? Que a gente possa abordar quando ela tende ao infinito e nunca toca o eixo. Por que a gente não pode tratar já usando elementos do Cálculo?

Então o professor da Universidade não apenas aprender conteúdos pra resolver questões, mas também a forma como ele vai abordar certas questões lá no Ensino Fundamental e Médio

Então é muito importante, eu acho, a disciplina, eu acho. Tanto pro professor, pra sua formação, bem como ele deverá abordar já alguns objetos, de elementos da matemática, tratando de conteúdos que vão se tratar na Universidade.

Ela pode trabalhar demonstrações, pode-se trabalhar com todo conteúdo que se trata no Bacharelado e em outros cursos, mas com abordagem diferenciada, em que o professor possa ver como é que vou tratar tal conteúdo. Não de forma como um Bacharelado, que o aluno lá ele aprende demonstrações e ele não necessariamente vai trabalhar como professor. Ele poderá fazer isso, mas não é o objetivo dele, pelo menos para o curso. Já o professor não, ele vai trabalhar em sala de aula.

Eu, pessoalmente, eu observo a turma, e com a turma eu vou trabalhar de acordo com os conceitos que ela trabalha, as aplicações. Quando trabalhei com a turma de Agronomia, por exemplo, eu utilizei muitas aplicações envolvendo, vamos dizer assim, o mundo deles ali. Trabalhar com pesquisas que os professores do curso realizavam, e a partir dessas pesquisas eu trazia as questões pra se trabalhar o Cálculo, e com o professor também deve ser assim.

Eu acredito que o professor, quanto maior conhecimento ele tiver, melhor. Porque ele vai ter a capacidade de escolher e de trabalhar o conteúdo de uma forma apropriada, aprofundada ou não.

A gente sabe que, pra se trabalhar demonstrações, a forma mais usual é utilizar a Álgebra, a demonstração mesmo, utilizando Álgebra, porque a visualização, embora ela também possa mostrar definições e conceitos, propriedades, ela ainda não é legitimada pela academia, estou dizendo os professores de matemática.

E você ainda não tem elementos de como realmente trabalhar isso. Porque você pode fazer alguma coisa num software, por exemplo, você pode mostrar as definições.

Você pedir pro professor olhar a demonstração, tentar compreender se ele já tem uma certa familiaridade com alguns conceitos e, em discussão em classe com o professor e com os colegas, possa se discutir a demonstração.

Não somente o professor passar: "demonstre", e você escreve a demonstração, tenta entender e retorna ao professor ou faz isso na avaliação.

Talvez o que possa potencializar são as discussões em classe com os colegas, com os seus pares, com os professores, pra compreender certas passagens da demonstração.

> ***o aspecto histórico também de como surgiu, o porquê daquela demonstração. Eu acho que isso pode potencializar. Não é apenas memorizar, sabe? É você compreender, além da parte da matemática, o contexto histórico dela, talvez isso ajude.***
>
> ***E também as discussões em classe.***
>
> ***Geralmente o professor prioriza uma dada representação e geralmente é a algébrica.***
>
> ***Então eu acho que o software, nesse momento, ele ajuda a compreender, né? Um pouco, dado o conceito que foi dado na representação algébrica.***
>
> ***Outra coisa é que se divide muito, a geometria, álgebra, e quando na verdade eu acredito que deveriam ser sempre uma em comunhão com a outra.***
>
> ***Em que você trabalhasse tanto algebricamente como com tabelas, como com gráficos, e tudo isso em comunhão para que o aluno compreendesse que uma é complemento da outra, na verdade. Essas representações, elas são importantes para uma compreensão mais, vamos dizer assim, mais significativa. E, quando ele chega na Universidade já em 3ª, 4ª, n dimensões, ele não tivesse tanta dificuldade na aprendizagem.***
>
> ***O GeoGebra é um excelente software. Eu trabalho com o GeoGebra e ele permite você trabalhar n coisas com ele, né? Então, como recurso didático-pedagógico, eu acho ele excelente, não só pra você trabalhar na visualização dos gráficos ou das figuras geométricas, mas também pra aprender conceitos, pra você trabalhar com n coisas lá.***
>
> ***Eu não sou muito experiente no GeoGebra, estou aprendendo agora, mas, pelo pouquinho que eu conheço, é simplesmente incrível trabalhar com o GeoGebra.***
>
> ***Eu trabalhava com o Winplot, continuo trabalhando com o Winplot, mas reconheço as limitações, porque, no GeoGebra, ao mesmo tempo podemos trabalhar tanto na janela de Álgebra, como na janela com visualização, como com planilhas, tudo ao mesmo tempo, né?***
>
> ***E dá pra trabalhar os conceitos de Cálculo, assim, em sua grande maioria, muita coisa dá pra ser trabalhado no GeoGebra.***
>
> ***Pra trabalhar conceitos, pra você trabalhar com gráfico. Acho que já, vamos dizer assim, com muita coisa dá pra você trabalhar com o GeoGebra. Muito, muita coisa mesmo. Eu já vi trabalhos muito interessantes com o GeoGebra.***

Do educador **S**, ressaltamos os seguintes depoimentos sobre *Práticas Pedagógicas*:

> ***Minhas práticas talvez nem sirvam de exemplo.***
>
> ***As minhas práticas são baseadas nas práticas que eu tive com meus professores.***
>
> ***Aquele modelo mais francês e onde se coloca... A gente chega lá e coloca definições, dar exemplos... Então, esse é o modelo realmente que eu não aplicaria hoje.***
>
> ***Eu acho que as práticas hoje, assim... Vai depender de cada turma. Acho que não tem uma prática que vá definir, falar: essa prática é melhor do que aquela.***

É, realmente, tem que colocar o modelo tradicional, às vezes a própria turma quer, exige isso, né? Ou seja, já tá acostumada com isso e uma mudança de uma hora pra outra, totalmente radical, pode nem ser bem aceita pelos alunos.

Hoje, como estou fazendo doutorado, eu trabalho na linha de resolução de problemas,

Ainda não experimentei isso na prática e, se eu fosse atuar hoje no curso de Cálculo I, eu iria experimentar uma prática que seria "O Ensino de Cálculo através da Resolução de Problemas".

Seria uma experiência nova, mas também não posso dizer se é a melhor, se é ruim, se vai dar certo... Eu não tenho condição de afirmar isso.

Eu sempre usei muito, eu trabalhei muito, de certa forma, eu falo muito, de algum tempo pra cá, né? Quando da otimização dos softwares operacionais como o Maple, o GeoGebra, então sempre fiz uso da tecnologia, sempre que possível.

A gente nem questionava, nem pensava a respeito, porque o alto índice de reprovação numa Universidade Federal, pra aluno que tinha acabado de chegar, parecia ser algo natural.

a gente achou por bem dar os primeiros seis meses, tanto no Instituto como na PUC, fazer um embasamento desses alunos quanto aos conteúdos de Ensino Médio,

Mas a gente fazia um tratamento diferenciado. Como eu já comentei, a gente discutia a ideia de demonstração,

A gente fazia realmente um trabalho preparando o aluno pro Cálculo.

No Instituto, isso era feito de forma até melhor. Porque a gente tinha três disciplinas no primeiro período específico pra isso. Que era o Estudo de Funções, que a gente fazia um estudo geral das funções, equações em vários níveis, não num curso apenas de conhecimento disso ou técnicas de resolução, e mais principalmente de conceitos de vários tipos de funções, composição, inversa, a existência, quando é função, quando não é função.

E trabalhava muito a questão da existência da inversa, quando é que existia a composta, a gente trabalhava conceitos bem abrangentes disso aí.

e tinha a disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar, que trabalhava mais com a parte algébrica, polinômio, matrizes, essas coisas.

E tinha a disciplina de Geometria Plana, Geometria Euclidiana, que era trabalhado os conceitos de geometria que se achava necessários pra preparar o aluno, não só com Cálculo, mas para as disciplinas de nível superior.

Só que eu era o professor de Estudo de Funções, eu sempre tentava passar isso pro Curso de Geometria Plana.

Porque a quantidade de conteúdos era muito extensa. Trabalhava todas... Fazia, além da parte da formação inicial dos conceitos fundamentais, simbologia, terminologia usada em matemática, dava Introdução à Lógica Matemática, estudava demonstrações, o que era demonstração, quais os princípios de demonstração, quais os métodos principais utilizados na demonstração.

Então trabalhava linguagem escrita, a gente tratava toda essa ideia de como se escrever em Matemática, a leitura, a gente fazia muitos trabalhos de leitura de problemas pra entender as leituras. Então acabava ficando difícil, e como tinha

> ***que estudar todas as funções, além de ideia geral de função, e a gente tinha que estudar as funções 1º grau, 2º grau, função Logarítmica, função Exponencial e fazia até a função Trigonométrica.***
>
> ***Porém, eu sempre queria que o professor de Geometria fizesse isso na Geometria, mas ele nunca topou fazer isso não. Ele deixava essa responsabilidade pra mim.***
>
> ***Eu acredito que, se o aluno vai pra sala de aula e fica ali assistindo hora e meia de aula duas vezes por semana, como era a disciplina de Fundamentos e Estudo de funções, ele tem que tá ali pra trabalhar,***
>
> ***Quanto mais ele trabalha, eu acredito que mais ele vai render, se o professor ficar trabalhando pra ele, não vai resolver, você ver alguém fazer as coisas, pode-se ver um monte de vezes, as dificuldades que ele vai sentir, e o aprendizado vai se dar quando ele começar a pôr a mão na massa. Então as oficinas seriam isso.***
>
> ***Cada um tinha que desenvolver tantas atividades e aí, claro, quem terminasse primeiro, ele fecharia os módulos e terminaria a disciplina. Quem fosse demorar mais, se precisasse pegar o semestre seguinte pra fechar os módulos...***
>
> ***Quer dizer, algumas pessoas iam atrasar, outra talvez iam adiantar, ou seja, terminar, e já ficou livre daquela disciplina.***
>
> ***Mas eu pregava que toda atividade nessas oficinas deveriam ser feitas em sala de aula, nada pra casa. Todo trabalho ali supervisionado mesmo. E aí, quando terminasse, pelo menos, não digo que resolveria o problema, mas eu também não coloquei em prática pra testar. Mas eu acho. Era uma ideia que eu tinha.***
>
> ***Eu penso em fazer isso quando eu voltar. Fazer um projeto desse. A gente pegar alunos que já estão mais avançados pra ajudar.***

Do educador **T**, em sua Entrevista, ressaltamos os seguintes depoimentos sobre o tópico *Práticas Pedagógicas*:

> ***Eu diria que é "como fazer", a partir de quais pressupostos, qual a axiomática que está usando. Quer dizer: usar todo o rigor, mas levar em conta a situação do grupo que vai ser exposto a esse curso.***
>
> ***Tem um texto, que vem desde os anos 60/70, de Cálculo do Lang, que ele faz o seguinte. Na hora dele usar o Cálculo para o primeiro ano, ele mesmo fala isso no prefácio. Ele, deliberadamente, opta por fazer o seguinte: a maioria dos livros de Cálculo começam entre números reais e limites. Eu vou começar limite e derivada e vou deixar pra falar de limite no fim.***
>
> ***E uma das coisas que ele faz lá, ele considera intuitivos os conceitos associados com número real, aí limite, e faz um curso, um excelente curso. [...] Como eu dei esse curso por esse texto, alguma vez, eu sei bem disso.***
>
> ***A gente tem não só turmas muito diferentes, mas dentro de cada turma um espectro muito amplo, porque elas são muito heterogêneas. Então é muito difícil limitar isso.***
>
> ***Facilita no sentido econômico mesmo, das coisas que permitem uma turma maior, o acesso melhor com listas de exercícios, com interação, com oportunidade de conversar fora do horário.***
>
> ***Quer dizer: tem um espectro grande de coisas aí. Eu não saberia destacar uma ou outra. Mas eu tento acreditar que, vamos dizer: esse custo que está cada vez mais***

baixo nesses termos de comunicação e de informática, já tá sendo subvalorizada. Quer dizer, poderia ser usado muito mais.

Mas eu vejo no Cálculo pro primeiro ano, uma das coisas que a gente não pode esquecer é do aspecto instrumental, que, se o aluno vai estudar Física, vai estudar Geometria diferencial, Equações Diferenciais. Então uma coisa que é muito importante é o seguinte: ele precisa saber Limite de Séries, Derivar e Integrar. Vamos dizer, isso é o que, instrumentalmente, ele precisa dele.

Uma coisa que é muito importante, na primeira parte, seria o Teorema do Valor Médio. É uma ideia essencial até pro conceito de derivada como aproximação, como taxa de variação. Eu acho que é o ponto em que a teoria e a prática interagem, aí, até por causa das consequências, uma boa parte dos resultados do curso de Cálculo vão sair por consequência disso.

Eu acho que o professor que está dando isso pro futuro professor de matemática deveria, num certo sentido, direcionar essas coisas também, não só, mas também, pra que o pessoal se familiarizasse com certas propriedades mais sofisticadas de números reais.

Então, às vezes, aquelas funções que têm a cara estranha, têm um aspecto meio patológico. "Ah! Mas isso não serve pra nada...". Serve sim. Serve pra gente entender um pouco melhor esse ambiente dos números reais, quer dizer, essas estruturas que ao mesmo tempo são algébricas e topológicas. Vamos dizer, como são as coisas ali.

E a gente tava sempre atrás das seguintes coisas: uma hora onde tinha crescimento, outra hora onde tinha decrescimento, máximo, mínimo. Quer dizer, todas essas informações básicas que hoje, num software, a gente põe os dados ali e ele quase que imediatamente dá essa representação visual.

A gente teve um ganho de energia muito grande, comparado com o surgimento da máquina a vapor. Coisa assim, mudou o parâmetro, certas coisas que eram inacessíveis passaram a ser em termos de visualização, em termos de aritmética também, certos problemas que não tinha como alguém, no século XIX ou mesmo no começo do século XX, ficar mexendo com as contas pra ter uma ideia de alguma coisa que hoje é possível.

Então hoje já não dá mais pra gente fingir que isso não existe. Não tem mais sentido o professor de Cálculo passar um mês falando em como fazer um gráfico na mão, coisa assim.

Eu não tô dizendo com isso que aqueles resultados teóricos associados com isso, não sejam importantes. Eles são importantes e devem ser vistos, mas aí com outros objetivos, que dizer que é uma coisa anacrônica cientificamente e economicamente, usar aquilo como recurso que, se a gente puser na telinha aí, já tem imediatamente.

A gente tá nessa fase de transição agora, e nesse ponto os softwares educacionais são essenciais.

A gente vai no software e vê como é, e depois vai fazer na mão. Não vai fazer na mão, que a gente não faz isso, mas no começo tinha essa coisa meio esquizofrênica [risos] de fazer isso.

Tem aquele wol from alpha da empresa que faz o Matemática, então eles põem algumas funções on-line, por exemplo, saber uma derivada, alguma coisa, isso pode ser feito até no celular, né?

> ***E isso muda um pouco certas coisas, por exemplo, quando eu dou prova... Eu desisti de recolher celular... Então eu falo pro pessoal: olha, gente, vocês não precisam pôr a resposta do problema não [risos].***
>
> ***O professor, ele não tem capacidade de trazer os anos 70 de volta. Então o que ele tem é que se adequar à realidade atual,***
>
> ***Vai cobrar uma coisa que ele vai ter que fazer e que é a essência do que o cara tem que aprender a fazer. Aquilo que, quando ele for profissional, ele vai ter que fazer. Eu acho que a função do professor é saber o que está acontecendo.***
>
> ***Quer dizer, ter um certo controle sobre essa realidade. O professor, ele tem que controlar a situação, senão, não precisava professor. Então, se o professor não tiver um controle, um poder de decisão sobre a realidade, então pra que pagar o salário do professor?***
>
> ***precisa ter uma disposição de estar estudando essas coisas, ver o que acontece, no momento em que... Eu não usei o gerúndio por moda não, é porque é uma coisa que está a todo o momento, é contínuo.***
>
> ***uma coisa que deve ser sempre levada em conta pelo professor, quando ele vai usar meios computacionais, sempre que possível usar software livre.***
>
> ***é uma questão de política, criar a mentalidade até nos alunos que a gente não pode ficar dependendo da política de marketing de uma ou duas empresas.***
>
> ***Então, é importante também que o professor tenha essa noção clara do software livre, até pensando em termos de custo de utilização de equipamento desatualizado, isso é importante. O GeoGebra, o Máxima... Tem plataformas que também são muito importantes.***

Continuando com esse raciocínio, apresentamos a seguir os **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas com o tópico *Práticas Pedagógicas* que foram se constituído nesta pesquisa.

*5.2.1 Constituição dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas ao tópico Práticas Pedagógicas*

Deste segundo agrupamento de depoimentos explicitados por cada um dos educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, extraímos os seguintes temas relacionados às *Práticas Pedagógicas*, que apresentamos no **Quadro 4**, abaixo.

Quadro 4 - Constituição dos Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Práticas Pedagógicas* extraídos do segundo agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados

01. Contextualização
02. Discussões em sala de aula
03. Atividades
04. Situações antecipadas em sala do Ensino Básico
05. Generalização x Caso Particular

06. Explicação de cada passo
07. Não Esconder Passagens
08. Possibilidade Gráfica
09. Softwares de Geometria Dinâmica
10. Mostração
11. Aprofundamento no conteúdo de Funções
12. Como se apresentam as Funções
13. Como os Alunos podem Manipular Funções
14. Uso da Tecnologia como Complementar
15. Exemplificação
16. Concretização
17. Aplicação
18. Resolver Problemas
19. Muito Experimento faz Sentido para eles
20. Algoritmos Computacionais
21. Trabalhar com Modelagem
22. Problemas Ambientais
23. Trabalhar com Software
24. Exploração Diferenciada
25. Visualização Diferenciada
26. Problematização Diferenciada
27. Dar Ouvidos
28. Autonomia para a Investigação do Aluno
29. Trabalhar com História da Matemática
30. Problemas da Disciplina Física
31. Problemas da Disciplina Biologia
32. Aplicação Contextualizada
33. Problemas Matemáticos
34. Aprende-se Fazendo, Não Copiando
35. Aprende-se Fazendo, Não Olhando
36. Pré-Requisitos Anteriores
37. O Aluno tem que Saber Ler os Enunciados
38. O Aluno tem que Entender a Lógica da Enunciação
39. Despejar Conteúdo é Reforçar Vícios
40. Discutir Enunciados
41. Discutir Formas de Argumentação
42. Aprender a Lógica de Argumentação
43. Pensar no Local e no Global
44. Recursos Didáticos têm Limite
45. Recursos Softwares x Percepção do Aluno
46. Recursos Didáticos devem ser Contextualizados
47. Software para Intuir Resultados
48. Software para Intuir Teoremas
49. Iniciar Cálculo por Integral, não por Limite
50. Partir da Intuição até Ɛ’s e δ`s
51. Conteúdo Específico
52. Conteúdo da Área Pedagógica
53. Conteúdo da Área de Educação Matemática
54. Foco na Aprendizagem
55. Fundamento Histórico
56. Fundamento Algébrico
57. Fundamento Geométrico
58. Aprender a Produzir Texto
59. Editar Texto com Imagem
60. Só o Domínio Conceitual Não Basta
61. Trabalhar Conceitos
62. Trabalhar com Práticas Interessantes
63. Trabalhar com Diferentes Metodologias

64. Trabalhar com Resolução de Problemas
65. Trabalhar com Projetos
66. Jogos e Ludicidade
67. Relação Algébrico x Geométrico
68. Repensar a Sua Prática
69. Saber o Porquê
70. Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio
71. Trabalhar o pensamento Funcional
72. Trabalhar com o Infinito
73. Trabalhar com Continuidade
74. Cálculo do Coeficiente Angular
75. Focar na Forma de Abordagem do cálculo no Ensino Médio
76. Observar a Turma
77. Quanto Maior o Conhecimento do Professor, Melhor
78. Forma Legitimada pela Academia
79. Você pede pra o Professor Olhar a Demonstração
80. Não Separar tanto a Geometria da Álgebra
81. Trabalhar com Tabelas
82. Representação Gráfica
83. Minhas Práticas são as dos meus Professores
84. Definição, Exemplo... Modelo Francês
85. Práticas devem ser Contextualizadas
86. Trabalhar com Tecnologia
87. Nivelamento
88. Pré-Cálculo
89. Trabalhar com Estudo de Funções
90. Princípios de Demonstração
91. Trabalhar a Linguagem Escrita
92. Leitura e Entendimento do Problema
93. As Oficinas pra o Aluno Aprender Fazendo
94. Rigor Contextualizado
95. Deixar para Falar de Limite no Fim
96. Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar
97. Saber o Teorema do Valor Médio
98. Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas
99. Softwares de otimização no Estudo das Funções
100. O Professor tem que Estudar Continuamente o Novo, Sempre
101. Optar por Softwares Livres

Fonte: pesquisa de campo, 2013.

Assim, do segundo agrupamento de depoimentos explicitados por cada um dos educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, construímos o **Quadro 5**, que representa uma síntese destes temas relacionados às *Práticas Pedagógicas* apresentados no **Quadro 4**, acima.

Quadro 5 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Práticas Pedagógicas*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista.

TEMAS ou UNIDADES de REGISTRO relacionadas às *Práticas Pedagógicas*	**EDUCADORES**						
	X	**Y**	**W**	**Z**	**R**	**S**	**T**
01. Contextualização							
02. Resolução de Problema							
03. Situações antecipadas em sala do Ens. Básico							
04. Generalização X Caso Particular							

05. Explicação de cada Passo	■						
06. Possibilidade Gráfica	■				■		
07. Softwares de Geometria Dinâmica	■						
08. Mostração	■						
09. Aprofundamento no conteúdo de Funções	■						
10. Como os Alunos podem Manipular Funções	■						
11. Uso da Tecnologia como complementar	■						
12. Exemplificação	■						
13. Concretização	■						
14. Muito experimento faz sentido pra eles		■					
15. Algoritmos computacionais		■					
16. Trabalhar com software		■			■		
17. Dar ouvidos		■					
18. Autonomia pra investigação do aluno		■					
19. Trabalhar com História da Matemática		■		■			
20. Aprende-se Fazendo, Não Copiando			■				
21. Aprende-se Fazendo, Não Olhando			■				
22. Pré-Requisitos Obtidos Anteriormente			■				
23. O aluno tem que saber ler os enunciados			■				
24. Despejar conteúdos é reforçar vícios			■				
25. Pensar no Local e no Global			■				
26. Recurso Didático – TIC	■	■	■		■		■
27. Conteúdo			■	■	■	■	■
28. Foco na Aprendizagem				■			
29. Só o Domínio Conceitual não Basta				■	■		
30. Trabalhar Conceitos				■			
31. Didática				■	■	■	
32. Formação de professor				■			■
33. Conhecimento do professor					■		

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Referente ao tópico *Dificuldades*, apresentamos uma transcrição dos depoimentos de cada educador entrevistado.

5.3 Agrupamento em lilás formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico Dificuldades.

Em continuação, após observação e leituras reflexivas, destacamos, das Entrevistas de cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S e T**, os depoimentos considerados importantes e relacionados com as questões norteadoras e os objetivos da Pesquisa, e especificamente referentes às *Dificuldades*, **terceiro tema da 2ª Etapa do Roteiro de perguntas**, conforme o **Quadro 1, que destacamos com a cor lilás**, a saber:

Na Entrevista do educador **X,** destacamos os seguintes depoimentos, sobre o tópico *Dificuldades:*

> ***Eu acho que a dificuldade, num curso de Cálculo, é a mesma que o aluno encontra quando começa a tomar ciência de uma discussão de uma disciplina que tem características, é... com um certo grau de subjetividade, quando você desenvolve alguns conceitos, mas eu acho que é a dificuldade normal em toda disciplina.***

> ***Disciplina de Cálculo é colocada pelo aluno num segundo plano, então a dificuldade começa por aí, onde ele não faz uma dedicação a ela.***
>
> ***A concepção de Matemática que ele viu durante seus últimos anos de Ensino Básico, e aí ele vê que é diferente e há um tempo para que ele vá se acostumar com isso.***
>
> ***Não posso mudar apenas a disciplina de Cálculo. Eu vou ter que fazer uma mudança estrutural dentro do curso, porque existem outras disciplinas que vão solicitar que o aluno saiba algum conteúdo que normalmente está presente no curso de Cálculo I, Cálculo II (Cálculo Diferencial e Integral).***
>
> ***Também não trabalhar com alguns conteúdos pode acarretar uma dificuldade desse aluno em acompanhar outras disciplinas subsequentes. [...] ele não teve aquela disciplina específica, ele vai ter que estudar um pouco mais, talvez, do que o aluno que teve, mas isso não se torna uma impossibilidade.***
>
> ***Eu não tenho visto dificuldades em ele entender um novo conceito, mas tenho notado muita dificuldade em trabalhar uma determinada equação ou função ou manipular aquilo, do ponto de vista da própria Álgebra que está colocada ali.***
>
> ***Às vezes o aluno sabe o que é, entendeu, pelo menos me transmite que entendeu o conceito novo, vamos supor, de derivada, mas tem uma certa dificuldade em manipular a álgebra que existe ali dentro de uma regra que lhe foi colocada, agora nova.***
>
> ***Por exemplo, eu vou derivar um quociente, então saber aquela regra da derivação pode ser simples, mas a aplicação dela algebricamente, no sentido de manipular aqueles objetos, traz uma dificuldade muito grande aos alunos.***
>
> ***O conceito, por exemplo, de reta tangente e o que é a reta e como calcular, às vezes pode ser colocado de uma forma mais simples e mostra interesse dos alunos, mas manipular... Que objetos ele tem pra isso e como manipular esses objetos parece que é uma dificuldade bastante grande dos alunos.***
>
> ***Às vezes eu poderia pensar assim: "Ah! Eu gostaria de fazer isso, mas eu não tenho conhecimento suficiente pra isso".***
>
> ***Bom, tem duas chances: "ou eu vou estudar um pouco pra mostrar aquilo no computador, ou eu vou perguntar aquilo pra alguém que possa me ajudar, se eu tiver tempo pra isso".***
>
> ***Eu mesmo tive bastante dificuldade na disciplina Cálculo I, mas eu me dava melhor em disciplinas de Álgebra.***
>
> ***Eu tinha Estrutura Algébrica e o Cálculo ficou em segundo plano no primeiro ano da faculdade, depois eu tive que repor isso aí. Mas, claro, tinha dificuldades. Acho que as mesmas dificuldades que são mostradas hoje.***
>
> ***É talvez seja uma coisa assim, não tanto da prática dos professores. Talvez seja intrínseca à própria disciplina,***
>
> ***Talvez o aluno demore um tempo pra ter esse amadurecimento.***

O educador **Y** traz à pauta, em sua Entrevista, os seguintes depoimentos sobre o tópico *Dificuldades*:

> ***O que acontece hoje? Com um currículo razoavelmente engessado, esse razoavelmente não é numa direção positiva que eu digo. Tudo bem? Mas***

> ***razoavelmente engessado, ele não dá muita abertura pro professor de Educação Básica poder trabalhar com as ferramentas que ele tem, ele trabalha com aquelas ferramentas indicadas.***
>
> ***A maioria ia muito mal em Cálculo, e depois as mesmas dificuldades se mostravam no curso de Análise. Eu posso dizer que o maior responsável pelas maiores reprovações na época era o curso de Cálculo, no Bacharelado, no primeiro ano.***

O educador **W**, em sua Entrevista, tece os seguintes depoimentos sobre o tópico *Dificuldades:*

> ***Eu acho que deveria ter algumas diferenças entre as diversas licenciaturas. Se a gente tivesse disciplina isolada, você poderia focar principalmente em alguns conceitos mais ligados à área ou à licenciatura que pretende formar o profissional.***
>
> ***As dificuldades de aprendizagem são diversas. E eu acho que muda de local pra local. Eu acho que cada Curso de Licenciatura em particular sabe quais são as dificuldades que os alunos apresentam, e há diferenças enormes em relação aos diferentes cursos.***
>
> ***Hoje o aluno que chega à Universidade, ele chega... Primeiro, ele não conhece nem bem nem a língua portuguesa, e ele tem uma dificuldade enorme de leitura, isso significa leitura e interpretação, ainda mais quando se diz respeito a enunciados matemáticos que têm toda uma particularidade referente àquela disciplina em particular.***
>
> ***Então, um dos problemas, como disse, é que os alunos não sabem muitas vezes ler o enunciado e interpretar o enunciado. Ou seja, o indivíduo faz matemática e não sabe um teorema. Ele não consegue perceber quais são as hipóteses, qual é a tese. O que ele tem que demonstrar e o que ele está supondo como sendo verdadeiro.***
>
> ***O aluno tem dificuldade nos conteúdos de matemática? Tem, tá certo, mas tem muita dificuldade também na questão de leitura e interpretação de texto e na escrita.***
>
> ***É fácil fazer um perceber isso, mande o aluno fazer uma construção geométrica que ele saiba, feita a construção geométrica, peça pra ele descrever o processo. Vai perceber a dificuldade dele traduzir o que ele tá fazendo numa linguagem. O processo é descritivo só. Faça isso, em seguida faça isso, depois faça isso.***
>
> ***Poderia até ser uma lista, você vai perceber a grande dificuldade que esse aluno vai ter em descrever o processo que ele fez. Imagine na hora que ele vai descrever matemática, ou seja, uma demonstração, tá certo? Ou seja, uma apresentação de resolução de exercícios.***
>
> ***E depois tem as particularidades, outras que são particularidades locais. É claro que tem às vezes dificuldades de ano, muda de turma pra turma. Alunos que têm uma formação matemática básica muito fraca. Existe também. E alunos que têm uma formação matemática boa. Outra é a questão de hábito.***
>
> ***Os alunos, quando passam pelo Ensino Fundamental e Médio, algumas coisas que eles realmente veem são algoritmos e processos de repetição. Repete, repete, repete processos. Mas ele nunca pensa sobre esses processos, ou nunca pensou.***
>
> ***A simbologia acaba não tendo muito significado pra ele.***
>
> ***O mais difícil é isso, toma muito tempo em preparação dessas atividades. Tem que escolher os exemplos que os alunos vão ver. Porque você quer muitas vezes que***

ele observe padrões, observe padrões e a partir daí faça hipótese, conclusões que seriam possíveis.

Agora ele pode explorar exemplos que antigamente ele teria dificuldade pra explorar, porque ele necessitaria desenhar um gráfico que seria muito difícil ou fazer um desenho mais sofisticado, que seria uma superfície, e vai até a dificuldade do professor desenhar.

Você não pode concluir, a partir de certo material, coisas que o material não lhe propicia. Então essa escolha é interessante, é interessante. Mas pode ser que esse material não sirva pra ensinar, por exemplo, continuidade de função.

Olha, eu falei que os alunos chegam com uma certa dificuldade, dificuldades essas principalmente porque na maioria das vezes eles não tiveram a oportunidade durante o Ensino Fundamental e Médio, tiveram a oportunidade de desenvolver certas... A questão da linguagem...

Agora, isso não quer dizer que o aluno também não tenha uma capacidade de pensar e de criar, tá certo? Isso é algo muito diferente. Geralmente essa capacidade, muitas vezes, é preservada.

O problema maior do aluno não é falta de conhecimento, não é falta que o aluno não sabe um conteúdo matemático quando chega na Universidade. O problema maior é a falta de hábito de pensar. Então você coloca... O aluno chega na Universidade e você coloca o aluno numa situação pra pensar, tá certo? E ele se sente mal, ele não consegue começar. Ele não viu... A formação dele foi tal que ele não sabe nem o que é isso.

Se eu der uma tarefa pra fazer, o cara faz, mas, se eu pedir pra pensar sobre um problema, ele não consegue. Me parece que isso é que tem acontecido muito. Falta de conhecimento é fácil de resolver. Se o aluno tiver a capacidade de pensar mantida, se não foi destruída pela escola, então ele vai dar muito menos trabalho que outros tipos de alunos que tiveram essa capacidade já poluída, de certa forma corroída.

Outra questão também é que cada aluno tem um modo particular de aprender. Nem tudo que facilita a aprendizagem de um, facilita a aprendizagem de outro. Isso é... A diferença entre alunos é muito grande. Por isso é que não tem nenhum método infalível pra conseguir que as pessoas aprendam. O método pode ser eficiente para algumas pessoas e não ser eficiente pra outras.

Há a questão de tempo... Você tem que sentar, você tem que preparar... Você tem que fazer uma série de ações. Hoje, na nossa vida de professor universitário, isso é praticamente impossível se você não tiver ajuda de alguém, entendeu? Alguém que esteja trabalhando em conjunto.

Mesmo porque, maioria das vezes, você vai fazer isso como? Você fazendo? Você vai lá e projeta, mostra... Acaba não sendo muito diferente do quadro. O que muda é que você vai mudar a projeção e vai fazer, projetar aquilo, e eles vão ver o que você está fazendo.

Aí nós voltamos àquilo inicial. Ele tem que aprender fazendo. Então implicaria em ter um ambiente em que as pessoas tivessem um computador ou algum desses instrumentos, tá certo? Em que eles poderiam estar explorando esses instrumentos. E um laboratório ou salas que tivessem equipamentos disponíveis. Coisa muito difícil.

Você tem geralmente é um laboratório, mas você não pode, às vezes, reservar o laboratório o tempo todo. Tem outras disciplinas também. Às vezes, com tempo.

Tem momento pra fazer as coisas. Certos momentos, se você não fizer aquilo e deixa pra fazer depois... perde o sentido.

"Eu acho que é a dificuldade que os alunos que vão fazer posteriormente bacharelado é a mesma que os alunos de Licenciatura".

O educador **Z** explicita os seguintes depoimentos sobre *o tópico Dificuldades*:

Então os alunos têm chegado à disciplina de Estágio sem esse conhecimento de Matemática.

Os alunos não têm aprendido Cálculo, os alunos têm apenas memorizado pela prova e a exigência que o professor faz de cada um deles.

Bom, agora que vocês já sabem Cálculo, agora que vocês já sabem logaritmo, o professor trabalha limite, trabalha derivada, trabalha integral, trabalha derivada da função logaritmo, o cara não sabe explicar a função logaritmo, não sabe nem o que é logaritmo, não sabe nem que o logaritmo é o inverso da exponencial, sabe?

O cara domina os conteúdos de Cálculo pra prova, mas não consegue aprender os conteúdos elementares do Ensino Médio dos quais ele vai ser cobrado, vai ser exigido.

Um outro agravante, na minha concepção, sobre a importância da disciplina de Cálculo, é que quem tem dado a disciplina de Cálculo, os nossos professores de Cálculo, às vezes, eles não são professores de matemática, eles são matemáticos, não fizeram uma Licenciatura pra entender como é que funciona o processo de ensino/aprendizagem, porque eles têm que ter a consciência que eles são formadores de professores, não estão ali simplesmente para repassar conteúdo específico de matemática,

Eles estão aí para formar professores e formar professores vai além de ensinar o conteúdo específico.

Mas, lá no Ensino Básico, você não vai dar Limite, Derivada e Integral, mas ele vai ter que ensinar função trigonométrica. Aí? Ele aprendeu? Não aprendeu, porque o professor numa semana passou todas as funções reais.

O currículo tem um problema. O currículo é feito pessoal, individualmente. Porque eu estou falando individualmente, Graça.

O currículo tem mudado, não por política pública, não por conscientização dos professores que fazem parte do Departamento, e sim por meio da influência de um determinado professor.

O currículo tá sendo alterado, tá sendo alterado conforme o querer de muitos professores e não pelo interesse de formar realmente o futuro professor, o futuro professor da matemática, pra dar conta dos conteúdos lá da Educação Básica.

Então o currículo tá sendo alterado. Tá sendo alterado no interesse de quem? Essa é a pergunta.

Infelizmente eu tenho percebido que o currículo está sendo alterado conforme o interesse dos professores, especificamente na área de matemática.

Ele precisa estar ligado nos conteúdos de matemática. Agora, o excesso de conteúdos de matemática que é repassado pra ele, de forma totalmente desconexa ao que ele tem que trabalhar, tem sido grande demais.

> ***Porque os professores de matemática dos Cursos de Licenciatura não cursaram Licenciatura, o que para mim é um crime, Graça, pode colocar na sua tese: "É um crime colocar pra dar aulas, na Licenciatura, um professor de matemática que nunca fez uma disciplina de didática, não sabe como é que funciona a aprendizagem e entende que todos os alunos aprendem do mesmo jeito... É um crime, está assassinando..."***
>
> ***E muitos alunos desistem, reprovam nas disciplinas e deixam de ser professores por causa da experiência negativa que eles tiveram com professores puros de matemática. Mas tem muitos matemáticos puros que fazem ótimo trabalho na questão da formação do professor.***
>
> ***Então esse é o argumento: "Eu preciso cumprir a ementa". Na verdade, às vezes, não tão nem aí pra questão, se o cara está aprendendo ou não. O objetivo deles é cumprir a ementa, com aprendizagem ou sem aprendizagem. "Tenho que cumprir a ementa."***
>
> ***Um dia ou outro, se o cara sabe ou não sabe, ele vai virar professor. Se ele virar professor desqualificado, a nossa Educação vai continuar do mesmo jeito que está. Com baixos índices de qualidade.***

Já o educador **R** explicita os seguintes depoimentos sobre o tópico *Dificuldades*:

> ***Mas já apresentando ao aluno o pensamento funcional, porque a matemática é tratada, na minha opinião, no Ensino Fundamental e Médio, de forma estática, parada, enquanto você vai pro Cálculo você trata de aproximação. Existe movimento, existe dinamicidade. Então isso deve ser tratado também no Ensino Médio e Fundamental. Porque é um choque pro aluno ver limite pela primeira vez. Ele se assusta e, por incrível que pareça, a minha experiência em trabalhar com Cálculo, não é nos conteúdos de Cálculo, especificamente, nos conteúdos de cálculo de limite e derivada que assusta o aluno. São os conteúdos que são tratados no Ensino Médio e que são esses, justamente, os entraves para se entender conteúdos de Cálculo, e também esta questão do exame funcional, de aproximações.***
>
> ***O aluno ele tem bastante dificuldade, como professora eu observo, na parte da visualização. Se você pede para ele resolver um dado problema, ele resolve algebricamente bem, mas, se você pede para ele construir um gráfico, às vezes tem dificuldade. E a dificuldade ainda é maior, se você pedir pra que... Você peça que algebricamente ele faça a representação daquele gráfico, que ele comente o gráfico, que ele coloque a função algébrica, no caso, a representação algébrica daquele gráfico. Então são entraves assim, que nós temos na Escola de Ensino Fundamental.***
>
> ***Essa dificuldade vai se estendendo ao longo da vida do aluno e, quando ele chega lá na Universidade e você trabalha, por exemplo, com Cálculo, e você entra na parte das funções de várias variáveis e vai ter que representar o gráfico, é muito difícil para o aluno visualizar.***

O educador **S**, por sua vez, apresenta os seguintes depoimentos sobre o tópico *Dificuldades*, que destacamos:

> ***Os próprios alunos, quando são formados, eles reclamam muito porque eles não veem a influência que essas disciplinas trazem pra eles na formação de professor de Ensino Básico e Médio.***
>
> ***Em geral a gente, como professor formador, a gente nunca teve essa preocupação, né? A gente acaba deixando isso como uma questão institucional, ou mesmo o próprio aluno recém-formado, pra depois ele mesmo conseguir relacionar essas duas coisas, só que atualmente eu venho me preocupando com isso, e tento e tento***

verificar essa ligação e como isso pode ser interligado, de que forma isso pode atuar, mas no momento eu não poderia dizer como é que o Cálculo vai influenciar assim, de forma ampla, ao professor de 1º e 2º graus.

Dificuldades são muitas e variadas, né? Às vezes depende de turma pra turma, depende de aluno pra aluno. Mas, no geral mesmo, as grandes dificuldades que os alunos demonstram no entendimento, principalmente dos conceitos e a dificuldade da própria conta mesmo, de fazer as contas, porque eles vêm com deficiência muito grande da formação básica e, quando chega pra fazer um curso de Cálculo, eles não têm essa formação necessária pra fazer curso de Cálculo, então eles, ao mesmo tempo que vão aprender o conteúdo de nível básico, como fatoração, simplificação de frações pro cálculo de limite, às vezes não têm conhecimento de função. De repente aprender a ideia de função para fazer a regra da cadeia, por exemplo, é preciso saber função composta, não tem conhecimento de função composta. Pra fazer a derivação de função implícita, eles não têm conhecimento nem de funções definidas implicitamente, nem das inversas das funções, quando a gente vai falar do Teorema da Função Inversa.

Um dos fatores muito grande é principalmente a falta de tempo, a falta de dedicação.

E um problema que eu acho muito é o conteúdo muito extenso do Cálculo. É muito conteúdo pra pouco tempo. Em um semestre tem que dar bastante conteúdo. Então o curso acaba sendo muito corrido. Não dá pro professor parar. Fazer um trabalho mais direto, ou seja, mais individual, tem que ser um trabalho bem mais coletivo, e o professor simplesmente acaba dando um curso onde quem acompanhou, acompanhou. Quem não acompanhou vai ter que procurar outras alternativas, ou fazer de novo, ou procurar monitoria.

Universidade em si, hoje, coloca um conteúdo extenso e exige que esse conteúdo seja cumprido, naquele tempo. E essa também seja uma dificuldade, quando o aluno começa a amadurecer uma ideia, o professor já passou desse conceito, já está em conceitos mais avançados, conceitos futuros, e o aluno tem essa dificuldade de acompanhar e ter essa aprendizagem no ritmo com que é dado o curso. Talvez essa seja a maior dificuldade quanto a isso, né?

O grande problema hoje, que eu acho, pra se utilizar a tecnologia nessa disciplina, primeiro é o tempo pra se preparar. O professor gasta um tempo muito grande pra se preparar pra uma aula com o uso da tecnologia; outra coisa, a escola precisa ter essa tecnologia. Às vezes é trabalhoso, né? Pelo menos na Universidade que eu trabalhava tinha tecnologia. A gente tinha datashow, tudo. Porém tinha que requisitar com 10, 15 dias de antecedência. Aí tinha uma pessoa pra ir lá montar. Então é um processo trabalhoso, demorado. Isso não fica disponível na sala pro professor simplesmente levar um pendrive, ligar e falar: "Oh! Vou dar uma aula hoje e vou colocar pro quadro."

Ou seja, hoje em dia os recursos existem, mas ainda não estão, assim, disponíveis de forma fácil.

Outra coisa também é a falta de consultoria, né? O professor, às vezes, não detém de um recurso e precisa ele mesmo... Isso deveria ser... Eu acredito que deveria ser uma atitude da Instituição e não do professor.

Iniciativa da Instituição, essa questão tecnológica, e hoje percebo que simplesmente isso é uma atitude individual do professor. Ele usa tecnologia se ele quiser, não tem nenhuma exigência pra isso,

Ele tem que tomar toda a iniciativa sozinho. Ele tem que ir atrás do recurso tecnológico junto à Instituição.

Se ele não tiver, ele tem que requisitar, ele precisa preparar o material sozinho, tem que ler, tem que correr atrás, ele tem que perguntar, ele tem que discutir, às vezes, pra preparar uma aula pra ele.

Eu acho que, se fosse algo coletivo, algo que a Instituição pregasse e que fornecesse recurso, fornecesse treinamento, acessórios, pra que o grupo de professores, por exemplo, o grupo de professores de Cálculo, todos os professores de Cálculo dessa Instituição discutissem, preparasse um material pra isso especificamente, pelo menos para os cursos onde eles acham que é necessário, seria mais interessante.

justifica as reprovações, é pelo fato do aluno estar mal preparado, chega na Universidade mal preparado pra fazer o curso de Cálculo.

E os colegas que se queixavam eram os colegas que não tinham condições de manter essa disciplina, esse ritmo de estudos que a gente tinha. São pessoas, às vezes, que trabalhavam e aí geralmente tinham dificuldade. A gente percebia que as aulas eram dadas pra estes alunos que estavam preparados.

Mas as queixas que a gente tinha era do pessoal que não podia se dedicar. Né? Alguns não podiam se dedicar porque tinham outras atividades, outros não se dedicavam talvez pelo fato de não ter atividade talvez, ou pela própria dificuldade que eles tinham, então eles se queixavam.

Trigonometria era um dos grandes problemas que a gente teve. Como o conteúdo de Estudo de Funções era extenso, Trigonometria ficou pro conteúdo de Estudo de Funções, dava Funções Trigonométricas e, ao trabalhar Funções Trigonométricas, a gente trabalhava Trigonometria.

Porém eu sempre queria que o professor de Geometria fizesse isso na Geometria, mas ele nunca topou fazer isso não. Ele deixava essa responsabilidade pra mim.

Como dessa forma que o conteúdo era trabalhado, eles continuavam com dificuldade em Cálculo. Isso realmente continuavam.

Eu falava: "Ah! Enquanto a gente tiver fazendo as disciplinas aqui pros alunos, mesmo que a gente coloque dez Fundamentos de Matemática antes de um curso de Cálculo no Curso Superior, eu acredito que sempre vai haver dificuldade, porque a metodologia que a gente utiliza, a gente vai pro quadro, fica fazendo ou passa uma lista de exercícios pra eles fazerem, pra mesmo na sala, os alunos não conseguem fazer." Às vezes em casa eles não têm a quem recorrer pra tirar dúvida, essas coisas, e a gente, por comodidade, a gente vai pro quadro e começa a fazer o exercício. Põe o conteúdo, discute e passa uma lista de exercício e vai fazer o exercício.

E o que que acontece? O aluno fica ali vendo a gente fazer o exercício, mas ele não entendia.

Eu sempre defendi a ideia de, ao invés de se criar essas disciplinas básicas, esses fundamentos, a gente criasse oficinas. Eu defendia criar o material com os módulos pra cada aluno, e deixar que os alunos fizessem oficinas ao invés de assistir aula, ou seja, o aluno tinha os módulos, o material, e ele tinha que desenvolver as atividades que estavam definidas em cada módulo.

Eu sempre acreditei que dessa forma o aluno ia fazer. A gente tinha que ter uns professores e alguns monitores pra auxiliá-los.

E eu nunca coloquei isso em prática, mas acreditava que a gente teria melhor resultado do que essas disciplinas de preparação pro Cálculo.

> ***Outra coisa que bato de frente e sempre questiono é que o tempo de aprendizagem é muito diferenciado, você tem uma sala de 30 a 40 alunos e você dita um ritmo de aula e quer que todo mundo acompanhe o seu ritmo. Isso você atrapalha pessoas que talvez tenham um ritmo maior e atrapalha também pessoas que talvez tenham um ritmo menor e que demoram mais pra aprender. Então, se fosse um sistema de oficina de módulo, ele tinha que cumprir a atividade. O tempo que ele ia gastar pra cumprir o módulo ia depender dele, do tempo dele.***

O educador **T** apresenta os seguintes depoimentos sobre o tópico *Dificuldades*:

> ***Normalmente a maioria dos nossos alunos vem com uma formação matemática que é bem menor do que a que a gente considera ser a ideal. Agora, também, aí entra uma outra coisa:***
>
> ***Eu já tive até caso, por exemplo, uma vez uma aluna que tava com dificuldade nas coisas de integrais, no fim ela tinha dificuldades em coisas básicas, mexer com frações de polinômios, coisa assim. Quando ela aprendeu essas coisas, foi muito bem.***
>
> ***Aí uma certa descorrelação entre essa formação e eu diria o interesse, a vontade de fazer o curso.***
>
> ***Não é uma coisa que a gente fale: eu vou estudar isso e pronto. Não. Vai sempre aparecer uma situação nova, com mais velocidade.***

Continuando a nossa pesquisa, apresentamos a constituição dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas ao tópico *Dificuldades.*

*5.3.1 Constituição dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas ao tópico Dificuldades*

Deste terceiro agrupamento de depoimentos, explicitados por cada um dos Educadores entrevistados, extraímos os seguintes **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas às *Dificuldades* que apresentamos no **Quadro 6**, abaixo.

Quadro 6 - Temas ou Unidades de Registro, relacionadas às *Dificuldades*, extraídos do terceiro agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados.

01. Grau de Subjetividade
02. Pouca Dedicação do Aluno
03. Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior
04. Mudar o Cálculo Implicará Mudar todo o Currículo
05. Dificuldade em Manipulação Algébrica
06. Dificuldade do Professor em se Manter Atualizado
07. Dificuldade Intrínseca à própria Disciplina
08. A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno
09. Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também
10. Conceitos descontextualizados da Formação do profissional
11. Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma
12. O Aluno não Sabe nem a Língua Materna
13. Dificuldade de Leitura e Interpretação
14. Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos
15. Não Sabe qual é a Hipótese nem a Tese

16. Dificuldade em Conceitos Matemáticos
17. Excesso de Algoritmos e Processo de Repetição
18. Simbologia sem Significado
19. Usar Tecnologia Toma Muito Tempo
20. Falta do Hábito de Pensar
21. O Método pode ser Bom para uns e para outros não
22. Não Existe Método Infalível
23. Alunos Muito Diferentes
24. A Contextualização da Escola com as TIC Ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis
25. Laboratório Único com escala para reserva
26. Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar
27. Memorização sem Compreensão
28. Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática
29. O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem?
30. O Foco do Professor é Cumprir a Ementa
31. Uma Matemática Estática no Ensino Básico
32. Construção de Gráfico
33. Comentar o Gráfico
34. Relacionar Representação Algébrica e Gráfica
35. Aluno Sem Tempo para se Dedicar
36. Pouco Tempo para Muito Conteúdo
37. O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina
38. Recursos Tecnológicos ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa
39. A Escassez dos Recursos Tecnológicos Dita a Disponibilidade de Uso destes Recursos
40. Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados
41. Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo
42. Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno
43. Situações Novas Aparecem cada vez com mais Velocidade e continuamente

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Assim, do terceiro agrupamento de depoimentos, explicitados por cada um dos educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, construímos o **Quadro 7**, uma síntese dos **Temas ou Unidades de Registro** apresentados no **Quadro 6,** relacionados às *Dificuldades* que ressaltamos com a cor lilás.

Quadro 7 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Dificuldades*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista.

TEMAS ou UNIDADES de REGISTRO relacionadas ao tópico *Dificuldades*	**EDUCADORES**						
	X	**Y**	**W**	**Z**	**R**	**S**	**T**
01. Didática	■	■	■			■	■
02. Dificuldades dos alunos	■		■	■		■	■
03. Formação do professor	■						
04. Epistemologia do Cálculo	■			■		■	
05. Resolução de Problemas			■		■		■
06. Simbologia sem significado			■				
07. TIC			■			■	
08. O Currículo				■	■	■	
09. Conteúdo	■					■	

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Continuando o nosso caminhar em nossa pesquisa, apresentamos a transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Visualização.*

5.4 Agrupamento em verde formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Visualização*.

Na sequência, após observação e leituras reflexivas, destacamos, das Entrevistas de cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S e T**, os depoimentos considerados importantes e relacionados com as questões norteadoras e os objetivos da Pesquisa, e especificamente referentes à ***Visualizaçã*o**, **quarto tema da 2ª Etapa do Roteiro de perguntas**, conforme o **Quadro 1,** que ressaltaremos sempre com a cor verde. A saber:

O educador **X,** ao tecer depoimentos sobre o tópico *Visualização*, ressalta que:

> ***A visualização é importante, ela não é imprescindível, mas ela é importante. Não há problema nenhum que o professor possa se utilizar dela durante suas explicações, durante as suas mostrações, no sentido de possibilitar mais uma maneira de apresentar aquela situação. Então, se eu posso falar que eu estou calculando uma reta tangente, isso eu posso dizer que aquela reta tangente, ela está, ela pode ser construída em todos os pontos daquele gráfico, daquela função.***
>
> ***Eu acho que isso enriquece, não é imprescindível, mas que enriquece bastante esse momento.***

O educador **Y** tece os seguintes depoimentos sobre o tópico *Visualização:*

> ***A visualização é importante, mas é perigosa também. Porque o software ajuda a visualizar, mas tem que se tomar cuidado pra ele não virar engessamento e o aluno sempre precisar da visualização pra resolver os problemas. Ele precisa dar aquele salto para compreender algumas ferramentas sem a necessidade da visualização. A visualização, ela é importante, mas não se pode só ficar na visualização.***
>
> ***Diferentes representações podem ajudar, podem ajudar a essa abstração, porque você trabalha em diferentes situações, com diferentes problemas, com diferentes representações que te ajudam a tirar um território fixo da ferramenta.***
>
> ***Eu acho os softwares educacionais muito importantes. Isso pra vários cursos, porque eles ajudam nessa exploração, nessa visualização.***

Já o educador **W** apresenta os seguintes depoimentos sobre *Visualização:*

> ***Visualização ajuda. A visualização ajuda, mas a visualização, ela... Não se pode ater só na visualização, só o ver.***
>
> ***O ver, ele tem que estar acompanhado de algum fazer.***

Sobre o tópico *Visualização*, o educador **Z** se posiciona afirmando:

> ***Mais importante do que ensinar as demonstrações, aparece a questão da representação e da visualização.***
>
> ***o professor de Cálculo trabalha com essas possibilidades, ele vai relacionar a questão algébrica, de como é que funciona, como é que faz pra encontrar a derivada num determinado ponto, até a questão da visualização daquele movimento algébrico.***
>
> ***A visualização mostra. Tá vendo aqui, oh! Esse movimento que está acontecendo, esse movimento de translação, de rotação, quando você altera os parâmetros lá na função.***
>
> ***Relacionamento. Toda aquela parte algébrica com aquela parte geométrica que a visualização proporciona e o software está aí para fazer isso.***

O educador **R** destaca, em seus depoimentos, seu entendimento sobre o tópico *Visualização*, declarando que:

> ***Então a visualização é muito... Ela é importante sim. Que venha desde sempre, porque o aluno, quando ele trabalha desde o início com matemática, ele trabalha muito com material manipulativo... Ele trabalha com... Basicamente, né?... Material manipulativo com a questão da visualização... Ele trabalha com figurinhas... Ele recorta... Aí, quando ele chega no Ensino Fundamental, se prioriza muito a parte algébrica, e a geométrica de certo modo também fica um pouquinho de lado, em que nós poderíamos explorar mais essa questão da visualização.***

O educador **S**, sobre o tópico *Visualização*, apresenta os seguintes depoimentos:

> ***Agora, sobre a visualização, esse é um problema que acho que nem é um problema do Cálculo, especificamente. Eu acho que é um problema de falta de experiência com isso.***
>
> ***A meu ver, é de extrema importância. Realmente é uma coisa muito boa, acho que a tecnologia pra visualização, principalmente. A tecnologia pra ver o que acontece com a função quando você muda alguns parâmetros, pra você observar principalmente funções de duas variáveis. Né? Gráficos em três dimensões... É extremamente válido. Porém é complicado, pelo menos nas Instituições que trabalhei, devido àquelas dificuldades que a gente tem. Mas eu acredito que isso vá melhorar e a gente tem que empenhar nisso, né?***

Já o educador **T**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Visualização*, ressalta que:

> ***E nesse sentido é que entra aí, e entra fortemente, a partir dos últimos vinte anos, a possibilidade, portanto, da gente ter uma visualização rápida das coisas, de gráficos, de funções estatísticas, coisa assim.***

Continuando a apresentação dos dados da nossa pesquisa, apresentamos a constituição dos **Temas** ou **Unidades de Registro** relacionadas ao tópico *Visualização.*

*5.4.1 Constituição dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas ao tópico Visualização*

Do quarto agrupamento de depoimentos, explicitado por cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, construímos o **Quadro 8**, dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas às *Visualização*.

Quadro 8 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Visualização*, extraídos do quarto grupamento de depoimentos dos educadores entrevistados

01. Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo
02. Visualização não é Imprescindível
03. Visualização possibilita Diferentes Representações
04. Softwares Educacionais
05. Ação X Visualização
06. Tecnologia

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Assim, do agrupamento de depoimentos explicitado por cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, construímos o próximo **Quadro 9**, em uma síntese dos **Temas ou Unidades de Registro apresentados no Quadro 8,** relacionadas à *Visualização*

Quadro 9 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Visualização*, com destaque também para o educador que os ressaltou em sua Entrevista.

TEMAS ou UNIDADES de REGISTRO relacionadas ao tópico *VISUALIZAÇÃO*	**EDUCADORES**						
	X	**Y**	**W**	**Z**	**R**	**S**	**T**
01. Importância	■	■		■	■	■	
02. Potencialidade da visualização	■				■		
03. Utilidade	■		■				
04. Não Imprescindível	■	■	■				
05. Possibilidade de Diferentes representações		■		■			
06. Softwares educacionais		■		■			■
07. Ação *versus* Visualização			■	■	■	■	
08. Tecnologia							■

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Continuando a apresentação dos dados da nossa pesquisa, segue a transcrição dos depoimentos dos educadores entrevistados relacionados ao tópico *Outros Temas Livres.*

5.5 Agrupamento em laranja formado pela transcrição dos depoimentos de cada educador referentes ao tópico *Outros Temas Livres*.

Após observação e leituras reflexivas, destacamos, das Entrevistas de cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S e T**, os depoimentos considerados importantes e relacionados com as questões norteadoras e os objetivos da Pesquisa, e especificamente referentes ao assunto *Outros Temas Livres*, **quinto Tema ou Unidade de Registro da 2ª Etapa do Roteiro de perguntas**, conforme o **Quadro 1,** que ressaltamos sempre com a cor laranja. A saber:

O educador **X**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, ressalta que:

> ***Essa é uma disciplina bastante importante, porque ela se fundamenta no estudo das funções, das ferramentas e algumas possibilidades de trabalho com funções. E funções é um dos conteúdos presentes na atuação do professor no ensino Básico, Fundamental e Médio.***
>
> ***Eu acho que as discussões que se podem travar no ensino de Cálculo na Universidade podem ser bastante interessantes pra o aprofundamento dele, para depois, em seu trabalho enquanto professor no ensino Básico/Médio.***
>
> ***Então eu vejo bastante importante a disciplina de Cálculo na formação dos professores de Cálculo, na formação dos professores de Matemática.***
>
> ***Agora, se pensarmos na atuação do professor, eu acho que ele pode direcionar esse conteúdo pra o interesse e a discussão que está em torno da formação daquele aluno, no curso escolhido por ele.***
>
> ***Quando você trabalha com o Curso de Matemática, há uma dificuldade inicial que o aluno está adentrando a essa discussão. O Curso de Matemática tem um desenvolvimento bastante diferente daquilo que ele viu no Ensino Fundamental e Médio.***
>
> ***O Cálculo todo vem de uma discussão de aplicação de resolução de problemas práticos. Ele está fundamentado numa questão prática.***
>
> ***Se eu pensar num curso aplicado, eu acho que a diferenciação, a diferencial, bastante importante pra todos os cursos. É onde você, independente da sua aplicação, independente da área, acaba usando bastante. E parte de integral pra alguns cursos iniciais também.***
>
> ***Agora, esses cursos que não são da área de Matemática, Química, Economia, eles dificilmente se deparam com situações aonde ele precise lembrar o Teorema do Valor Médio. Quer dizer, pra desenvolver aquela demonstração, ele precisa efetivamente lembrar o Teorema de Rolle, ou um outro resultado semelhante a esses.***
>
> ***As situações que lhe são colocadas já são situações aonde aquelas coisas estão presentes. Normalmente as funções são contínuas, existe um comportamento razoável no sentido de não lhe acarretar problemas, em você poder ou não diferenciar aquela função ou mesmo integrar. As situações já lhe são colocadas de uma maneira interessante.***
>
> ***A parte teórica que ele ver no Cálculo, serve a ele pra ter uma certa certeza e uma familiaridade com aquele objeto com que ele está trabalhando com seus alunos. Também nesse caso, muitos teoremas trabalhados, inclusive do Valor Médio, não estão presente na sua prática.***
>
> ***Agora, se nós pensarmos o Cálculo enquanto uma construção social e aí também o que se escolheu do Cálculo, pra estar dentro dos livros de Cálculo que são usados hoje dentro dos conteúdos a serem trabalhados dentro dos cursos, a gente vai ver que existe um grande número de teoremas, um grande número de resultados que vão compondo o que gente chama aí de Cálculo Diferencial e Integral.***
>
> ***Eu acho que, enquanto componente histórico, enquanto construção social desse conteúdo, até que um Curso de Matemática não seja totalmente reformulado, eu acho que pode tá presente na formação daquele professor enquanto a possibilidade de trabalhar esses resultados, e discutir esses resultados e fazer parte assim das discussões de Cálculo dentro do curso dele.***

> ***Agora, não vejo necessidade de que todos os resultados sejam trabalhados. Há possibilidade de se trabalhar um outro Cálculo, se eu pensar no Cálculo e na formação dele enquanto professor. Há possibilidade de se trabalhar outro Cálculo específico pra isso.***
>
> ***Mas, é claro que eu vou ter que... Essa alteração, vamos supor, nos conteúdos de Cálculo a serem trabalhados nessa formação específica, eu vou ter que também fazer uma mudança nos conteúdos de outras disciplinas que estão dentro do curso desse próprio aluno.***
>
> ***Não vejo que a falta de um conteúdo específico dentro de uma disciplina que ele cursou vai lhe causar outros problemas num possível "estudos posteriores".***
>
> ***A gente também vê muitos alunos que cursam determinadas disciplinas da graduação e que, quando se deparam com essa disciplina num curso de Mestrado, têm as mesmas dificuldades, como se não tivesse cursado.***
>
> ***Eu vejo assim, apenas assim, nesses anos iniciais onde o aluno está aprendendo a estudar, a falta, às vezes, de algum teorema pode lhe acarretar uma possibilidade aí de desenvolver melhor uma outra disciplina posterior.***
>
> ***Mas isso dentro de uma concepção de curso, eu acho que, se o curso como um todo mudar pra outra concepção de realmente formação do professor de Matemática... Mas eu acho que você pode trabalhar os programas das disciplinas como um todo, de forma que algumas coisas que hoje são enfatizadas possam ser diminuídas dentro da formação dele.***
>
> ***Ou talvez a parte de Cálculo tenha que ser repensada, porque, se é a mesma de 30 anos atrás, o mesmo Cálculo que praticamente se ensina, né? Talvez ele tenha que ser repensado e repensadas todas as disciplinas pra formação do futuro professor.***
>
> ***Não vejo problema nenhum em diminuir, acho que a palavra seria essa. Diminuir o conjunto de coisa que se trabalha no Cálculo, como também na Álgebra, ou diminuir uma teorização, formalização ou retirar alguns conceitos, não vejo problema nenhum.***
>
> ***Eu acho que o que está aí foi uma construção social, o que se pensou pra o que eles chamam de Cálculo, por algum motivo, mas que vem das aplicações. Depois vem pra matemática, depois vem da engenharia. O que o engenheiro precisa?***

O educador **Y**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, declara que:

> ***Se a gente pensar que a matemática, como área de inquérito, de interrogação, ela tem como um dos seus pés a Análise, e a Análise entendida procedimentalmente, a gente pode pensar no Cálculo. Você estudar Cálculo é o modo de buscar compreender a matemática como região do saber, como área de interrogação, como modo de compreender o mundo.***
>
> ***Uma vez que o futuro professor de Matemática, ele vai ministrar essa disciplina, é importante que ele compreenda como os modos de compreender se estruturam nessa disciplina. Esse é o primeiro ponto.***
>
> ***Segundo, o Cálculo entendido procedimentalmente, mas não no sentido de uma versão procedimental da Análise, mas no sentido de técnica pra resolver certos problemas. Cálculo, assim, ele se torna uma ferramenta que pode ajudar o professor a aumentar o leque de instrumentos que ele tem para resolver problemas do cotidiano.***

O Cálculo, ele poderia vir a se tornar importante também como procedimento, como instrumento na Educação Básica, desde que houvesse uma abertura pra problemas que pudessem lançar mão de ferramentas do Cálculo. E eu falo aqui do Cálculo como a gente estuda hoje na grade curricular da Universidade. Como ferramenta.

Então, aí, em síntese: Cálculo, ele vem como ferramenta pra ajudar a resolver problemas. Ele vem também como um pé para compreender como a matemática estrutura seus modos de compreender o mundo.

De jeito nenhum. Isso eu tenho uma clareza muito grande. Já trabalhei com Cálculo em diferentes cursos. Já trabalhei com Cálculo em Ecologia, já trabalhei com Cálculo em Física, já trabalhei com Cálculo em Computação (Ciência da Computação e Engenharia da Computação).

Cada curso tem seu objetivo específico. O Cálculo não está ali por si. O Cálculo está lá a serviço do curso e com um motivo naquela rede maior que constitui o curso.

Naquela época, eu não ter trabalhado com aplicações não me ajudou a ver o Cálculo em outras áreas. Mas, internamente, na matemática, posso dizer que praquele objetivo do curso me satisfazia. Mas não me satisfez como professor hoje.

Em relação à matemática, eu digo que o Cálculo não é um degrau pra Análise. Não pra mim. O Cálculo tem seu objetivo claro, a Análise tem seu objetivo claro. O que acontece é que hoje em dia se faz do Cálculo como um degrau pra Análise, como se o Cálculo é só uma Análise mais simplificada, uma preparação pra Análise, quando eu vejo que é não isso.

O Cálculo, como pré-requisito da Análise, é construir um certo corpo matemático, mas não no sentido de Corpo Algébrico, tá? Corpo matemático no sentido daquilo que encorpa a matemática rigorosamente, se a gente pensar Análise como tal. E o Cálculo, ele vai ver o quê? O Cálculo, como pré-requisito pra Análise, ele viria como um primeiro vislumbre de como se pode construir esse corpo pra Matemática. Isso do ponto de vista da Análise. Você vai refinando até chegar à Análise. Isso é o entendimento do Cálculo como pré-requisito.

O entendimento do Cálculo como uma função em si é aquele entendimento que o Cálculo é o modo de compreender a estrutura da Matemática como uma região de inquérito. E o Cálculo também pode ser entendido como um grupo de ferramentas que te ajudam a resolver certos problemas, ferramentas que você não tinha até então. Aí eu defendo esse 2º objetivo, que se abre em dois, por sua vez. Cálculo como possibilidade de compreender a estrutura do pensamento matemático, a estrutura da Matemática como região de compreensões, de integração de compreensões e como procedimentos que os alunos ainda não têm.

É que a Análise, ela vem historicamente no momento que se quer dar uma certa formalização e busca trazer o rigor.

Você coloca de novo a palavra demonstração. Olha como a gente é puxado pela nossa formação. Parece que a demonstração é que é o carro-chefe do Cálculo. Quando eu não acho que a demonstração é que é o carro-chefe do Cálculo. Pode ser na Matemática Bacharelado. Mas não necessariamente em outras áreas.

Volto a dizer, essa "demonstrações" poderia estar suprimida. Poderia ser no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Quando a gente traz a palavra "demonstrações" direto, parece que aquele é o grande papel do Cálculo, quando pode ter outros.

Já o educador **W**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, afirma que:

> ***Via de regra, agora, é claro, depende do local de formação. Aqui os alunos nossos, são alunos nossos, são alunos de Licenciatura e estão dando aula de Cálculo por aí.***
>
> ***Eu sempre digo que a diferença de um professor de matemática que vai fazer o curso e outros profissionais que vão fazer o curso de Cálculo e um professor, mesmo licenciado, é mais ou menos a diferença entre quem lê um romance só por passatempo, como deleite, e um crítico literário. Quem lê um romance por deleite, ele lê o romance sem precisar se aprofundar muito, mas um crítico literário, ele precisa se aprofundar dentro do romance. Ele é um crítico em relação àquilo.***
>
> ***Mas algumas me parecem que são comuns e que têm sido pouco pensadas e, mais ainda, pouco tem sido feito nessa direção.***
>
> ***Isso tem que ser levado em consideração. Cada local... Mesmo um curso de Cálculo dado aqui em Rio Claro, eu não sei se deve ser o mesmo, por exemplo, lá na UNIR em Ji-Paraná ou na UNIR em Porto Velho, ou na UNICAMP, pode ser até que em certo momento coincidam.***
>
> ***Imagine que eu vou pensar, que não é muito utilizado hoje. Mas é que eu pegue uma função e vou pensar em movimentos no gráfico dessa função. Hoje tem muitos problemas que fazem o movimento do gráfico total, né? Você define uma função f(x). E aí faz o gráfico dessa função f(x). Você pede pro aluno fazer o gráfico dessa função f(x) + 2, isso vai deslocar, a translação de baixo para cima de duas unidades.***
>
> ***Há duas questões aí, uma você perceber que cada ponto se desloca e que isso leva todo gráfico a se deslocar. E a outra é você perceber que todo gráfico se desloca, mas você não dizer o que acontece com o ponto em particular. Isso é muito interessante.***
>
> ***Eu, por trabalhar esse tipo de coisa com o aluno, eu percebi isso diversas vezes. Às vezes o aluno tem ideia do desenvolvimento global, mas ele não tem ideia com o ponto em particular. Ele sabe que o gráfico todo vai se deslocar pra cima. Mas, se eu perguntar o que acontece com o f(2), ele já não sabe, ele já não consegue pensar só naquele ponto.***
>
> ***Então essas duas coisas são muito importantes. Visualizar conceito de continuidade, há dois movimentos que precisam ser coordenados, é quando você se aproxima do ponto, e quando o limite é igual ao valor da função no ponto. Primeiro há um movimento horizontal ao longo do eixo x, há um movimento vertical ao longo do eixo y. Essas duas coisas precisam ser coordenadas. Se ele não coordenar as duas coisas, tá certo? Ele vai intuir que algumas funções, mesmo tendo um buraco e o valor da função não tá no seu limite, mas tá um pouco pra cima, ele acha que é contínua. Há muitos anos atrás, na época que o professor Baldino ainda estava em Rio Claro, eu participei de diversas... não era experimento porque na verdade era um atendimento a alunos, onde essas coisas ficaram muito nítidas.***
>
> ***você tinha que ficar desenhando as funções, em situações mais complicadas dependiam muito disso. Você ter um programa e já estudar os instrumentos pro esboço do gráfico.***
>
> ***Eu acho, por exemplo, algumas propriedades de derivada, de derivação. Eu acho que você pode... O recurso computacional ele ajuda bastante. Por quê? Imagine que você tenha duas funções, que num mesmo ponto, ou em cada ponto, tenham a mesma derivada. Então, eu tenho duas funções, como é que é o gráfico das funções, se em cada ponto que eu tomar essas funções tem a mesma derivada, para cada valor de x, f(x) e g(x) tem a mesma derivada. Ora, se eu tenho o***

conceito de derivada como inclinação de reta, tá certo? O que eu preciso que ele trabalhe são os movimentos no gráfico, só.

Então, se eu desloco o gráfico horizontalmente da esquerda pra direita ou da direita pra esquerda, tá certo? Na maioria das vezes o valor da derivada num ponto vai mudar, na função inicial e na função deslocada o valor vai ser diferente. Isso é fácil se eles souberem imaginar que em cada ponto e puder pegar ela no ponto inicialmente e deslocar o ponto e olhar no gráfico, a reta tangente, e aí olhar a inclinação pensando no ângulo. Mas então aquelas propriedades que você estuda... O que acontece com o gráfico quando, a partir de uma função, quando você tem a outra, por exemplo, fazendo uma g que é o f calculado no x, +2 ou g que é f calculado no x, -2 ou o f de x, +2. Todo esse movimento, o aluno vai perceber que só vai deslocar pra cima ou pra baixo aquela função. Se ele perceber que em cada ponto a função tem a mesma derivada, o gráfico de uma vai ser o gráfico da outra deslocada, ou pra cima ou pra baixo, tá certo?

Esse modelo interessante dava muito trabalho pra fazer com que o aluno entendesse isso. Não é que dava muito trabalho, dava mais trabalho, já que você tinha que fazer os gráficos, e uma série de gráficos, mandar fazer uma série de gráficos, gastava um tempo bem grande, tá certo? Fazendo isso.

Então eu costumava fazer isso com os meus alunos. Hoje em dia você pode fazer, mas você tem que passar por aquela fase em que o aluno vai fazer isso. Dado o gráfico... Mas depois ele pode explorar isso num software pra, realmente, não só aquele caso, mas qualquer um outro, o resultado é o mesmo. E aí, então, você pode intuir o teorema: "Se duas funções têm a mesma derivada, então uma é a outra mais uma constante. Mais ou menos uma constante, como você queira". Então aí você tem uma intuição de um teorema importante do Cálculo: "Se duas funções têm a mesma derivada, então elas diferem de uma constante", um resultado importante.

Um curso de Cálculo não é um curso de Análise com exemplos mais simples, tá certo? Um curso de Cálculo é um curso de Cálculo. Eu acho que existe um erro muito grande nos cursos de Cálculo, porque as pessoas começam um curso de Cálculo com limites,

Aí, muitas vezes, eles dizem: "Ah! Mas integral é limite." É uma grande besteira, porque integral não é limite no sentido de limite de função, é outra coisa completamente diferente. Então as justificativas pra coisa não são verdadeiras. Um curso de Cálculo jamais deveria começar por definição de limites por ε's e δ's e demonstração.

Tem que explorar muito, muito isso, antes de introduzir o conceito de integral. Então tem que pensar no cálculo de área por aproximação, sem pensar no conceito de integral. Cálculo de trabalho por aproximação, sem pensar uma série de problemas, que no fundo está envolvendo conceito de integral, mas pensar nesses processos em que você faz cálculo por aproximação. Depois vai olhar pra esses processos, tudo que eles têm em comum. É isso que vai ser integral.

Mesma coisa com derivada, taxa de variação em geral. O aluno pode trabalhar com esse conceito sem falar em derivada, o conceito de derivada sintetiza tudo isso. Porque, da maneira que é feito, o aluno vai lá, aprende, aprende o que é integral, e quando ele vai nas aplicações, ele não consegue resolver, porque, pra resolver problema de aplicação, você tem que transformar, modelar aquele problema. Isso não foi explorado também. Aliás, poucos professores de matemática fazem isso, a maioria foge das aplicações. A maioria faz só aplicação matemática, porque envolve conceito físico e matemático, não sabe Física.

O educador **Z**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, assume o seguinte posicionamento:

> ***Então, Graça, eu acho o seguinte: a disciplina de Cálculo ela tem o seu papel muito importante na formação matemática do futuro professor de Matemática.***
>
> ***Mais especificamente a disciplina de Cálculo. Eu penso, Graça, que, do jeito que as disciplinas de Cálculo são ministradas hoje, ela tem tido pouca influência na formação do futuro professor de matemática. Digo pouca com base nos seguintes argumentos: como professor de Estágio, a gente presencia, na minha Universidade, que os alunos fazem 330 horas de conteúdo de Cálculo, Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo Numérico, quando não é Cálculo Numérico é Cálculo IV. Então são 330 horas. O cara aprende a fazer a regra da cadeia no Cálculo, só que o cara não consegue ensinar função composta pra um aluno, quando ele vai fazer uma simulação de Estágio. Então a gente fica pensando: pra que todo aquele conteúdo de Cálculo? Eu estou falando como professor de Estágio, que recebe o aluno da metade do Curso pra frente, um aluno que já passou por todas as disciplinas de Cálculo e viu todas aquelas regras, todos aqueles conteúdos, mas que, no entanto, não aprendeu aqueles conteúdos.***
>
> ***De alguma maneira eu tenho percebido que eles, na verdade, não aprenderam, apenas memorizam para repetir na prova, porque esse é geralmente o procedimento que o professor exige que eles tenham.***
>
> ***Então eu penso que, se nós tivéssemos que dar prioridade numa política pública para que o governo, para que as instituições tivessem foco: bem, quem faz Licenciatura é pra ser professor de Ensino Fundamental e no Ensino Médio; essa disciplina, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo Numérico, eu penso que ficaria como disciplinas eletivas, perdão, optativas, e essas disciplinas optativas são para pessoa que quisesse se desenvolver na área de matemática, conteúdo mais específico, mas quem quer se tornar professor de matemática para atuar na Educação Básica, se assim como está redigido nas diretrizes curriculares do Ensino Superior, do Conselho Federal de Educação, também faz essas recomendações, mas infelizmente acontecem essas coisas.***
>
> ***Então eu acho que precisaríamos repensar a questão do currículo, a questão das políticas públicas, e principalmente essa questão da Formação do Professor. O professor de Cálculo ter a consciência que ele tá formando professor, ele não tá ali apenas para repassar conteúdo específico.***
>
> ***Eu entendi, Graça. Eu entendi, mas não concordo. Porque o Colégio Aplicação é outro nível, é um outro público, até pra você entrar no Colégio Aplicação é um pouco diferenciado o processo.***
>
> ***O que eu estou dizendo pra você é que é o seguinte: se ele faz uma simulação em uma Escola de Aplicação, ele vai ter alunos melhores, ele vai ter alunos numa faixa etária correta, ele vai ter alunos bem alimentados. Porque o perfil de um aluno num Colégio Aplicação é diferente de um aluno de uma Escola Pública, ele não vai dar aula numa Escola de Aplicação. Ele vai receber aquele impacto, aquele susto. "Vixe, olha o buraco que eu fui cair quando vim dar aula para Escola Pública."***
>
> ***Eu vejo o seguinte, Graça. Que a disciplina Cálculo, ela é importante. Afinal de contas, o Cálculo que é ensinado numa Licenciatura em Matemática, ele precisa ter um foco, os objetivos precisam estar bem definidos***
>
> ***Cálculo que é ensinado numa Licenciatura em Física, numa Licenciatura em Química, tem que ser ensinado de forma diferente, porque os objetivos são diferentes.***

> ***O que o professor tem que fazer é, bem, estou lecionando pra Licenciatura em Matemática, o foco deve ser esse: "Formar professor de Matemática". Agora, se estou lecionando pra Licenciatura em Física, o foco vai ser formar professor de Física, pra aquele conteúdo de matemática servir de suporte para os conceitos de Física.***
>
> ***Então o professor precisa dar esse olhar matemático para que o futuro professor de Física, quando ele for atuar na área, ele possa entender que as disciplinas estão interligadas, e que ele precisa ter o domínio do conceito de derivada, conceito de integral. Aí ele pode mostrar como é que funcionam os conceitos físicos lá pro aluno.***
>
> ***Então eu penso que cada disciplina vai ter o seu foco, apesar de ser a mesma disciplina, o foco tem que ser diferente.***
>
> ***Aí percebe que a demonstração faz sentido? Agora, simplesmente se ele demonstrar lá os Ɛ's e δ's lá do limite, aí o aluno vai olhar, vai achar que aquilo ali é uma loucura. Quando ele for dar, ele não vai ensinar daquele jeito, porque ele não aprendeu direito.***
>
> ***Mas eu volto a dizer: a preocupação não deve ser com Cálculo não, a preocupação deve ser com a formação do professor de matemática. E que às vezes a preocupação tem sido com o professor de Cálculo, porque tem 5 ou 6 professores de Cálculo, os professores são todos doutores. Percebe? O currículo, geralmente, ele é alterado, organizado conforme o interesse dos professores.***
>
> ***Formar professores de matemática é estar preocupado com a pessoa. Olha, você aprendeu matemática, mas é pouco, então eu vou te ajudar pra você aprender mais um pouquinho. Simplesmente fala se você sabe ou não sabe.***

O educador **R**, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, postula que:

> ***Eu fiz a minha pesquisa baseada nessa questão: trabalhar Cálculo na Licenciatura, para a formação do futuro professor de matemática, e acredito que é uma disciplina muito importante e deveria ser abordada de uma forma diferenciada pra o futuro professor.***
>
> ***Então o Cálculo é tanto para seu próprio conhecimento, pra desenvolver o seu raciocínio lógico, saber os conteúdos, mas também como abordar assuntos do Ensino Fundamental e Médio já tratando de elementos do Cálculo, não necessariamente, como já disse, de maneira formal.***
>
> ***Então, eu acho assim, que tudo bem, pode se tratar o conteúdo, mas a abordagem deve ser diferenciada.***
>
> ***É porque, se você faz Matemática Bacharelado, o aluno trabalha com Demonstração. Mas tem muitos professores que trabalham com alunos no Curso de Física, no curso, sei lá, de Química, aí, não necessariamente eles colocam de maneira formal, às vezes nem tratam de Ɛ's e δ's, trabalha com continuidade, com cálculo de derivada, usa as fórmulas e tudo mais, mas não aprofunda na parte formal utilizada no Bacharelado.***
>
> ***Qual o porquê de tal conceito, de tal definição. Eu acho interessante sim que o professor tenha a possibilidade de trabalhar com demonstrações também. Então eu acho que é importante sim, mas isso é uma escolha do formador desse professor, desse professor que está orientando o futuro professor. Embora, como já te falei, nos Cursos de Licenciatura, não vejo muitos trabalharem com demonstrações. Mas isso é lá na minha Universidade.***

O educador **S**, por sua vez, ao tecer depoimentos sobre o tópico *Outros Temas Livres*, declarou o seguinte:

> ***Na verdade esse é um dos meus questionamentos, né? Eu sempre me questiono até que ponto as disciplinas do Curso de Licenciatura influenciam na formação dos professores de Licenciatura, já que a gente pensa que o foco principal dos professores de Licenciatura é atuar em Ensino Fundamental e Médio.***
>
> ***A princípio, como eu tenho a formação matemática, a gente tenta, pensa e acredita que podemos uniformizar, ou seja, podemos criar um currículo único da disciplina de Cálculo, com os mesmos objetivos, a mesma ementa, pensando que isso atingiria todos os Cursos de Licenciatura.***
>
> ***Depois que eu entrei pra o doutorado, começando a trabalhar com a área de Educação, eu comecei a perceber que... Comecei a mudar de opinião em relação a isso. Hoje eu acredito que cada caso é um caso, cada turma é uma turma, cada instituição é uma instituição. E, apesar da gente ter um currículo único, onde envolve a ementa do curso e o conteúdo programático, eu acho que não só a metodologia pode ser alterada, eu acho inclusive que... eu acredito inclusive que os próprios conteúdos podem ser voltados pra ambientes específicos, ou seja, de acordo com o sistema regional, regionalização.***
>
> ***E inclusive os objetivos também, até mesmo os objetivos podem ser diferentes, apesar de ser a mesma disciplina. Eu acredito que hoje, com a opinião que tenho hoje, eu acredito que não, que as Licenciaturas, o Cálculo, vai mudar de curso pra curso, inclusive de turma pra turma. O professor tem que ficar atento na forma como que é ministrado o Cálculo pra cada turma. Essa é a minha opinião hoje.***
>
> ***Às vezes, uma outra representação geométrica se faz no 2º grau, mas o professor, às vezes, não exige muito, não trabalha muito essa ideia, demonstração então no 2º grau, pelo menos, é o que os alunos me falam, poucos professores fazem e, quando fazem, fazem de forma informal. E o aluno fala: "Ah! Não vai exigir, então não vou me dedicar." E eles acabam não trabalhando essa ideia de demonstração.***
>
> ***Como eu trabalhei com Cálculo de forma usual, principalmente nas Engenharias e nas Licenciaturas, onde eu trabalhava, os alunos da Licenciatura faziam disciplinas junto com a Engenharia, às vezes [pequeno trecho de difícil decodificação], apesar de ter turmas específicas pra Licenciatura, mas alunos de outros cursos que faziam junto, e as turmas muito cheias.***
>
> ***Então realmente a reprovação é grande. Todas às vezes que trabalhei no curso de Cálculo, não só eu, mas os outros colegas, as discussões que a gente tem com os colegas, quando a gente tem uma turma com o índice baixo de aprovação, é uma exceção. Não é uma coisa que ocorra com frequência, justamente por esses fatores.***
>
> ***É, são várias. Na minha graduação, eu até tive um certo privilégio, porque eu tinha condições de chegar na Universidade sete e meia da manhã pra assistir aula. Terminava às onze horas da manhã, ia almoçar mesmo no RU, ficava o dia todo ali estudando.***
>
> ***A gente tinha grupo de estudo. Estudava o dia todo. Então, assim, a gente não passou por esta dificuldade que muitos passaram, a gente estudava o dia todo, o tempo todo, e tinha um grupo de estudo, um ritmo de estudo. Aos fins de semana, a gente estudava na biblioteca pública, estudava o dia todo no sábado, estudava domingo e tal, a gente pegou uma certa disciplina nesse estudo.***
>
> ***E as aulas eram assim: a gente se sentia muito confortável nas aulas, nas avaliações, e tudo. A gente sentia um certo conforto.***

> ***Mas, quando eu estava no grupo de pessoas que ficavam muito tempo na Universidade estudando, as queixas não eram tão grandes em relação ao Cálculo. As queixas passavam a ser em relação a outras disciplinas.***
>
> ***Tanto no Instituto Federal como na PUC. Nas Engenharias não tem. Na Licenciatura, o colegiado achou necessário. Como a gente recebe um aluno que tem até uma formação inferior, essa palavra "inferior" talvez não seja a mais adequada, mas eles tiveram menos oportunidade do que os alunos que vão fazer Engenharia. Eu acho, né? Dessa forma, eles chegavam bem despreparados.***

O educador **T**, ao tecer depoimentos o tópico *Outros Temas Livres*, torna evidente que:

> ***Olha, é básica. Não só pro professor, mas pra todos. Entendeu? Na verdade, essa ideia do Cálculo e da Análise é o grande modelo da realidade, mesmo que não seja um modelo perfeito, mas é, vamos dizer: a interface da gente com a realidade física, com a realidade biológica, econômica...***
>
> ***Então, por um lado é um elemento cultural essencial e por outro também é um bom caminho pra essas ideias essenciais da matemática, desse modelo dos reais.***
>
> ***Às vezes é até mais importante pro professor, é, vamos dizer: usar esses problemas específicos de Cálculo, para ter uma compreensão mais profunda do que é número real, a diferença, por exemplo, entre densidade e continuidade, coisas desse tipo, como essência da matemática. Perde o sentido. Porque o professor provavelmente não vai ensinar Cálculo, mas é um elemento essencial para formação dele, quer dizer, pra ele ter uma visão ampla do que ele está ensinando.***
>
> ***Então, e o Cálculo é o início, é o ponto que dali ele vai realmente ter uma formação boa, mas, se ele não tiver isso, ele nunca vai ter.***
>
> ***Então hoje, segundo os físicos, quer dizer: a realidade não é tão simples quanto à realidade modelada por Newton com o Cálculo. Mas continua sendo ainda o modo mais eficiente de entender essas coisas, né?***
>
> ***Olha, eu diria o seguinte, que tem uma intersecção grande aí.***
>
> ***Aí tem especificidade de cada área. Se pensar, por exemplo, pra uma Licenciatura em Física, é de se esperar prioritariamente que esse aluno vai ensinar Física e não Matemática. Então, em algum momento teria alguns objetivos que deveriam levar em conta isso.***
>
> ***Então, eu imagino que haja, vamos dizer: um núcleo comum bem significativo, eu diria uns 80% do curso que não difere muito de uma licenciatura pra outra. Agora, tem uma parte que é específica, alguma parte que são características da atividade do professor de matemática ou do professor de Química, ou do professor de Física ou do que for, mas a maior parte é aquilo mesmo. O Cálculo, na realidade, as coisas mais novas do Cálculo, veio do século XVII.***
>
> ***Olha, isso é uma coisa que varia também. Como eu tinha te falado na pergunta anterior, não só as turmas são heterogêneas, como varia muito de turno pra turno.***
>
> ***Então, às vezes, acontece de ter uma turma com um nível bem alto de reprovação e no ano seguinte o nível era baixíssimo.***
>
> ***Olha, eu já tive caso de reprovação de 60%, 70% da turma. E casos em que 90%, 95% do pessoal passou.***

Eu não vejo padrão nisso aí, sabe? Realmente eu não vejo padrão nisso aí. E, como eu te falei, quando eu tô dizendo que não vejo padrão, eu não vejo nem na extração dessas coisas. Não quer dizer que, se pegar uma turma que veio de escola de periferia, necessariamente será uma turma que vai ser problemática. Então, eu na verdade não tenho, eu nunca consegui até hoje.

Olha que eu tenho tempo na Universidade e não consegui eleger um padrão pra isso.

Na verdade, hoje em dia, não surpreende mais. Quer dizer, a gente já tem uma... Quer dizer, depois de muito tempo na Universidade, a gente já tem o espírito meio preparado pra saber o seguinte: que a gente não tem como prever, no começo surpreendia, hoje não. Hoje essa surpresa já está incorporada na rotina. [risos]

Então tem um valor teórico importante.

E o Teorema Fundamental do Cálculo, que liga o conceito de primitiva com o conceito de derivada, que é essencial pra... mas isso pra entender o Cálculo.

essa ideia, esse modelo do Cálculo... Dos números reais, quer dizer, isso é uma representação da reta, mas como se fosse uma perspectiva. Então, a gente sabe que toda perspectiva tem uma certa distorção. Isso é uma coisa que todo mundo fala e eu vou repetir, é um lugar-comum. Por exemplo, quando a gente pega, sei lá, pictórica medieval, em que a perspectiva era feita assim: o maior tamanho era dado pela maior santidade da figura.

Então isso era uma perspectiva que estava sendo vendida, uma ideia. Depois de Da Vinci e outros, a gente passou a ter aquela perspectiva geométrica com pontos de fuga, planos, que é uma outra representação da realidade... Mas é uma representação... Então não é a realidade, o mundo não é bidimensional. Então é uma representação, uma convenção.

A gente tem uma tendência, achar que olha pra um quadro medieval e falar: "Ah! Esse quadro está distorcido", olha pra um quadro pós-renascentista e falar: "Esse quadro está representando..." Não, os dois são representações com distorções. Quem pode falar muito disso são os torneiros-mecânicos, os que são obrigados a ter uma representação bidimensional das coisas tridimensionais e depois fazer a preparação, controle numérico para fazer as peças, tudo.

Então, eu sempre falo que, se a gente tiver um pintor e um torneiro, eles vão ensinar bastante. Não a representação em si no sentido matemático, mas sobre o modo de olhar. Às vezes, a gente tem tendência a olhar, por exemplo, um quadro, seja acadêmico, no sentido de ter perspectiva e luz, que a gente mais ou menos culturalmente espera, mas isso é uma representação como qualquer outra. É tão boa quanto aquela medieval da santidade, da cubista, representando uma projeção de todos os planos num só. E nesse sentido, na verdade, esse modelo dos reais é uma representação também, é uma perspectiva com distorções. Você vê, a Física Moderna postula hoje que o mundo é discreto, que o universo é discreto, não é contínuo.

Mas por que a gente vai fazer isso? Pelo mesmo motivo que o torneiro faz, que o pintor faz, porque é uma boa representação, mesmo que não seja a realidade objetiva, mas ela modela fenômenos da realidade objetiva e permite que a gente faça inferências, afirmações, enfim, isso funciona também. A gente fala no telefone, está gravando no computador, o avião não cai. Então é uma perspectiva.

Nesse sentido eu acho que o Cálculo é importante, porque o Cálculo é o primeiro acesso a essa perspectiva que modela o mundo atual. Mesmo que não seja como essas perspectivas lights, também são simplesmente modelos de representação, essa teoria dos modelos dos números reais, de variações, desde a exaustão, muito

> ***antes do Cálculo, são modelos, mas que funcionam bem. Quer dizer, eles cumprem o objetivo de fazer com que a gente entenda a realidade.***

Continuando a apresentação dos dados da nossa pesquisa, apresentamos a constituição dos **Temas** ou **Unidades de Registro** relacionadas ao tópico *Outros Temas Livres***.**

*5.5.1 Constituição dos **Temas ou Unidades de Registro** relacionadas ao tópico Outros Temas Livres*

Quadro 10 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Outros Temas Livres*, extraídos do quinto agrupamento de depoimentos dos educadores entrevistados

01. Cálculo Fundamenta Conceitos do Ensino Básico
02. Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática
03. Cálculo Relacionado com Problemas Práticos
04. Cálculo para Licenciatura em Matemática
05. O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada
06. O Cálculo é Disciplina de Formação Básica
07. O Cálculo no Processo de Compreensão
08. O Cálculo como Disciplina em Serviço
09. O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico
10. O Cálculo e a Contextualização
11. Introdução aos Conceitos de Cálculo
12. Estágio Supervisionado e os Conceitos de Cálculo
13. Conceitos de Cálculo e o Ensino Fundamental e Médio
14. O Cálculo e Modelagem

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Continuando a apresentação dos dados da nossa pesquisa, apresentamos **Temas** ou **Unidades de Registro** sobre o tópico *Outros Temas Livres,* destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista.

Assim, do quinto agrupamento de depoimentos explicitados por cada um dos Educadores **X, Y, W, Z, R, S, T** entrevistados, construímos o **Quadro 11**, dos seguintes temas relacionados ao tópico *Outros Temas Livres***, com** uma síntese dos **Temas ou Unidades de Registro** apresentados no **Quadro 10.**

Quadro 11 - Temas ou Unidades de Registro relacionadas ao tópico *Outros Temas Livres*, destacando o educador que o ressaltou em sua Entrevista.

TEMAS ou UNIDADES DE REGISTRO relacionadas ao tópico *OUTROS TEMAS LIVRES*	EDUCADORES						
	X	**Y**	**W**	**Z**	**R**	**S**	**T**
01. Cálculo Fundamenta Conceitos do Ens. Básico							
02. Importância do Cálculo na formação do futuro professor de Matemática							

03. Cálculo relacionado com problemas práticos							
04. Cálculo para Licenciatura em Matemática							
05. O que realmente fica de uma disciplina cursada							
06. O Cálculo é disciplina de formação básica							
07. O Cálculo no Processo de Compreensão							
08. O Cálculo como disciplina em Serviço							
09. O Cálculo como formador do pensamento crítico							
10. O Cálculo e a contextualizado							
11. Introdução aos conceitos de Cálculo							
12. Estágio Supervisionado e os conceitos de Cálculo							
13. Políticas Públicas e o Cálculo							
14. Conceitos de Cálculo e Ensino Fundamental e Médio							
19. O Cálculo e modelagem							

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Continuando a reflexão sobre os dados da nossa pesquisa, repetindo esse processo de ir e vir aos depoimentos dos educadores, nesse momento, iniciamos uma busca por convergências e divergências, com o objetivo de identificarmos os **Eixos Temáticos**, que ressaltamos por meio de cores no **Quadro 12**, abaixo.

5.6 Todos os Temas e Unidades de Registro da nossa pesquisa reunidos e coloridos de acordo com as convergências e divergências, em busca de indícios para a construção dos Eixos Temáticos oriundos das Unidades de Registro.

Quadro 12 - Temas ou Unidades de Registro extraídos dos depoimentos dos educadores entrevistados, coloridos de acordo com as divergências ou convergências.

01.	O Que é Rigor
02.	O Importante é Entender o Que é o Rigor
03.	Rigor com Contexto
04.	Nível de Rigor
05.	Rigor Gradativo
06.	O Que Fazer Com o Rigor
07.	Rigor Para Quem
08.	Demonstrações Dinâmicas
09.	Demonstrações Não Podem Ser o Grande Foco
10.	A Demonstração tem Importância
11.	O Aluno deve Fazer a Demonstração
12.	Quanto de Demonstração e Como Demonstrar
13.	Demonstração por Ɛ's e δ's
14.	Demonstração para Quem
15.	Demonstrar Didaticamente
16.	Demonstração x Ensino Básico
17.	Demonstração x Contexto Histórico
18.	Demonstração e o GeoGebra
19.	Demonstração x Maturidade
20.	Demonstração e Justificativa
21.	Demonstração Rigorosa é Bastante Questionável
22.	Demonstração é uma Forma de Convencimento

23.	Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar
24.	O Objeto em Estudo tem que Fazer Sentido
25.	Entender o significado da Abstração
26.	Discussão dos conteúdos na sala de aula
27.	Necessidade de Concretização
28.	Necessidade de Aplicação
29.	Necessidade de Teorização
30.	Necessidade de aprender esta Linguagem Específica
31.	Compreender a Estrutura Lógica
32.	Aprender a fazer Argumentação Válida
33.	Tem que Aprender a Questão da Intuição
34.	Tem que Aprender a Questão da Descoberta
35.	Exercícios mais Algébricos
36.	Exercícios Aplicados
37.	Demonstração mais Teórica
38.	O Professor deve ter Conhecimento
39.	Desenvolvimento do Raciocínio Lógico
40.	Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem
41.	Despertar a necessidade de saber os Porquês
42.	É Importante Compreender o Significado
43.	Contextualização
44.	Discussões em sala de aula
45.	Atividades
46.	Situações antecipadas em sala do Ensino Básico
47.	Generalização x Caso Particular
48.	Explicação de cada passo
49.	Não Esconder Passagens
50.	Possibilidade Gráfica
51.	Softwares de Geometria Dinâmica
52.	Mostração
53.	Aprofundamento no conteúdo de Funções
54.	Como se apresentam as Funções
55.	Como os Alunos podem Manipular Funções
56.	Uso da Tecnologia como Complementar
57.	Exemplificação
58.	Concretização
59.	Aplicação
60.	Resolver Problemas
61.	Muito Experimento faz Sentido para eles
62.	Algoritmos Computacionais
63.	Trabalhar com Modelagem
64.	Problemas Ambientais
65.	Trabalhar com Software
66.	Exploração Diferenciada
67.	Visualização Diferenciada
68.	Problematização Diferenciada
69.	Dar Ouvidos
70.	Autonomia para a Investigação do Aluno
71.	Trabalhar com História da Matemática
72.	Problemas da Disciplina Física
73.	Problemas da Disciplina Biologia
74.	Aplicação Contextualizada
75.	Problemas Matemáticos
76.	Aprende-se Fazendo, Não Copiando
77.	Aprende-se Fazendo, Não Olhando
78.	Pré-Requisitos Anteriores
79.	O Aluno tem que Saber Ler os Enunciados
80.	O Aluno tem que Entender a Lógica da Enunciação

81.	Despejar Conteúdo é Reforçar Vícios
82.	Discutir Enunciados
83.	Discutir Formas de Argumentação
84.	Aprender a Lógica da Argumentação
85.	Pensar no Local e no Global
86.	Recursos Didáticos têm Limite
87.	Recursos Softwares x Percepção do Aluno
88.	Recursos Didáticos devem ser Contextualizados
89.	Software para Intuir Resultados
90.	Software para Intuir Teoremas
91.	Iniciar Cálculo por Integral, não por Limite
92.	Partir da Intuição até Ɛ's e δ`s
93.	Conteúdo Específico
94.	Conteúdo da Área Pedagógica
95.	Conteúdo da Área de Educação Matemática
96.	Foco na Aprendizagem
97.	Fundamento Histórico
98.	Fundamento Algébrico
99.	Fundamento Geométrico
100.	Aprender a Produzir Texto
101.	Editar Texto com Imagem
102.	Só o Domínio Conceitual Não Basta
103.	Trabalhar Conceitos
104.	Trabalhar com Práticas Interessantes
105.	Trabalhar com Diferentes Metodologias
106.	Trabalhar com Resolução de Problemas
107.	Trabalhar com Projetos
108.	Jogos e Ludicidade
109.	Relação Algébrico x Geométrico
110.	Repensar a Sua Prática
111.	Saber o Porquê
112.	Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio
113.	Trabalhar o pensamento Funcional
114.	Trabalhar com o Infinito
115.	Trabalhar com Continuidade
116.	Cálculo do Coeficiente Angular
117.	Focar na Forma de Abordagem do cálculo no Ensino Médio
118.	Observar a Turma
119.	Quanto Maior o Conhecimento do Professor, Melhor
120.	Forma Legitimada pela Academia
121.	Você pede para o Professor Olhar a Demonstração
122.	Não Separar tanto a Geometria da Álgebra
123.	Trabalhar com Tabelas
124.	Representação Gráfica
125.	Minhas Práticas são as dos meus Professores
126.	Definição, Exemplo... Modelo Francês
127.	Práticas devem ser Contextualizadas
128.	Trabalhar com Tecnologia
129.	Nivelamento
130.	Pré-Cálculo
131.	Trabalhar com Estudo de Funções
132.	Princípios de Demonstração
133.	Trabalhar a Linguagem Escrita
134.	Leitura e Entendimento do Problema
135.	As Oficinas para o Aluno Aprender Fazendo
136.	Rigor Contextualizado
137.	Deixar para Falar de Limite no Fim
138.	Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar

139.	Saber o Teorema do Valor Médio
140.	Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas
141.	Softwares de otimização no Estudo das Funções
142.	O Professor tem que Estudar Continuamente o Novo, Sempre
143.	Optar por Softwares Livres
144.	Grau de Subjetividade
145.	Pouca Dedicação do Aluno
146.	Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior
147.	Mudar o Cálculo Implicará Mudar todo o Currículo
148.	Dificuldade em Manipulação Algébrica
149.	Dificuldade do Professor em se Manter Atualizado
150.	Dificuldade Intrínseca à própria Disciplina
151.	A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno
152.	Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também
153.	Conceitos descontextualizados da Formação do profissional
154.	Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma
155.	O Aluno não Sabe nem a Língua Materna
156.	Dificuldade de Leitura e Interpretação
157.	Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos
158.	Não Sabe qual é a Hipótese nem a Tese
159.	Dificuldade em Conceitos Matemáticos
160.	Excesso de Algoritmos e Processo de Repetição
161.	Simbologia sem Significado
162.	Usar Tecnologia Toma Muito Tempo
163.	Falta do Hábito de Pensar
164.	O Método pode ser Bom para uns e para outros não
165.	Não Existe Método Infalível
166.	Alunos Muito Diferentes
167.	A Contextualização da Escola com as TIC Ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis
168.	Laboratório Único com escala para reserva
169.	Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar
170.	Memorização sem Compreensão
171.	Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática
172.	O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem?
173.	O Foco do Professor é Cumprir a Ementa
174.	Uma Matemática Estática no Ensino Básico
175.	Construção de Gráfico
176.	Comentar o Gráfico
177.	Relacionar Representação Algébrica e Gráfica
178.	Aluno Sem Tempo para se Dedicar
179.	Pouco Tempo para Muito Conteúdo
180.	O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina
181.	Recursos Tecnológicos ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa
182.	A Escassez dos Recursos Tecnológicos Dita a Disponibilidade de Uso deste
183.	Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados
184.	Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo
185.	Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno
186.	Situações Novas Aparecem cada vez com mais Velocidade e continuamente
187.	Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo
188.	Visualização não é Imprescindível
189.	Visualização possibilita Diferentes Representações
190.	Softwares Educacionais
191.	Ação X Visualização
192.	Tecnologia

193.	Cálculo Fundamenta Conceitos do Ensino Básico
194.	Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática
195.	Cálculo Relacionado com Problemas Práticos
196.	Cálculo para Licenciatura em Matemática
197.	O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada
198.	O Cálculo é Disciplina de Formação Básica
199.	O Cálculo no Processo de Compreensão
200.	O Cálculo como Disciplina em Serviço
201.	O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico
202.	O Cálculo e a Contextualização
203.	Introdução dos Conceitos de Cálculo
204.	Estágio Supervisionado e os Conceitos de Cálculo
205.	Conceitos de Cálculo e o Ensino Fundamental e Médio
206.	O Cálculo e Modelagem
207.	Compreender o significado da Demonstração

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Diante das recorrências e divergências que as cores ilustram, e fundamentados no Objetivo da Pesquisa e nas Questões Geradoras deste Estudo, elegemos os seguintes **Eixos Temáticos**, que apresentamos no **Quadro 13**, abaixo:

Quadro 13 - Temas ou Unidades de Registro Agrupados por Eixos Temáticos.

EIXO TEMÁTICO – 1.0 RIGOR
O Que é Rigor
O Importante é Entender o Que é o Rigor
Rigor com Contexto
Nível de Rigor
Rigor Gradativo
O Que Fazer Com o Rigor
Rigor Para Quem
Rigor Contextualizado
EIXO TEMÁTICO – 2.0 DEMONSTRAÇÃO
Demonstrações Dinâmicas
Demonstrações Não Podem Ser o Grande Foco
A Demonstração tem Importância
O Aluno deve Fazer a Demonstração
Quanto de Demonstração e Como Demonstrar
Demonstração por Ɛ's e δ's
Demonstração para Quem
Demonstrar Didaticamente
Demonstração x Ensino Básico
Demonstração x Contexto Histórico
Demonstração e o GeoGebra
Demonstração x Maturidade
Demonstração e Justificativa
Demonstração Rigorosa é Bastante Questionável
Demonstração é uma Forma de Convencimento
Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar

Compreender o significado da Demonstração
Não Esconder Passagens
EIXO TEMÁTICO – 3.0 CONTEÚDO
Entender o significado da Abstração
Necessidade de Teorização
Aprofundamento no conteúdo de Funções
Como se apresentam as Funções
Como os Alunos podem Manipular Funções
Pré-Requisitos Anteriores
Iniciar Cálculo por Integral, não por Limite
Partir da Intuição até Ɛ's e δ`s
Conteúdo Específico
Conteúdo da Área Pedagógica
Conteúdo da Área de Educação Matemática
Fundamento Histórico
Fundamento Algébrico
Fundamento Geométrico
Aprender a Produzir Texto
Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio
Trabalhar o pensamento Funcional
Trabalhar com o Infinito
Trabalhar com Continuidade
Cálculo do Coeficiente Angular
Focar na Forma de Abordagem do cálculo no Ensino Médio
Não Separar tanto a Geometria da Álgebra
Definição, Exemplo... Modelo Francês
Nivelamento
Pré-Cálculo
Trabalhar com Estudo de Funções
Princípios de Demonstração
Deixar para Falar de Limite no Fim
Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar
Saber o Teorema do Valor Médio
Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas.
EIXO TEMÁTICO - 4.0 CONTEXTUALIZAÇÃO
Necessidade de Aplicação
Contextualização
Exemplificação
Concretização
Aplicação
Trabalhar com Modelagem
Problemas Ambientais
Trabalhar com Software
Exploração Diferenciada
Visualização Diferenciada
Problematização Diferenciada
Trabalhar com História da Matemática

Problemas da Disciplina Física
Problemas da Disciplina Biologia
Aplicação Contextualizada
Recurso Didático deve ser contextualizado
Práticas devem ser Contextualizadas
O Cálculo como Disciplina em Serviço
O Cálculo e a Contextualização
O Cálculo e a Modelagem
EIXO TEMÁTICO - 5.0 RESOLUÇÃO DE PROBLEMA
Discussão dos conteúdos em sala de aula
Discussões em sala de aula
Atividades
Situações antecipadas em sala do Ensino Básico
Resolver Problemas
Problemas Matemáticos
O Aluno tem que Saber Ler os Enunciados
O Aluno tem que Entender a Lógica da Enunciação
Discutir Enunciados
Discutir Formas de Argumentação
Aprender a Lógica da Argumentação
Leitura e Entendimento do Problema
Conceitos Descontextualizados da Formação do Profissional
Construção de Gráfico
Comentar o Gráfico
Relacionar Representação Algébrica e Gráfica
Situações Novas Aparecem cada vez com mais Velocidade e Continuamente
Cálculo Relacionado com Problemas Práticos
EIXO TEMÁTICO - 6.0 DIFICULDADES DO ALUNO
Necessidade de Aprender esta Linguagem Específica
Compreender a Estrutura Lógica
Aprender a fazer Argumentação Válida
Tem que Aprender a Questão da Intuição
Tem que aprender a Questão da Descoberta
Desenvolvimento do Raciocínio
Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem
Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma
O Aluno nem sabe a Língua Materna
Dificuldade de Leitura e Interpretação
Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos
Não sabe qual é a Hipótese nem a Tese
Dificuldades em Conceitos Matemáticos
Falta do Hábito de Pensar
Alunos muito diferentes
Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar
Memorização sem compreensão
Aluno Sem Tempo para se Dedicar
Pouco Tempo para Muito Conteúdo
O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade

na Disciplina
Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados
Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno pra Aluno
O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada
EIXO TEMÁTICO - 7.0 RECURSO DIDÁTICO-PEDAGÓGICO
Exercícios mais Algébricos
Exercícios Aplicados
Despertar a necessidade de saber os Porquês
É Importante Compreender o Significado
Generalização x Caso Particular
Explicação de cada passo
Possibilidade Gráfica
Mostração
Muito Experimento faz Sentido para eles
Dar Ouvidos
Autonomia para a Investigação do Aluno
Aprende-se Fazendo, Não Copiando
Aprende-se Fazendo, Não Olhando
Despejar Conteúdo é Reforçar Vícios
Pensar no Local e no Global
Foco na Aprendizagem
Trabalhar Conceitos
Trabalhar com Práticas Interessantes
Trabalhar com Diferentes Metodologias
Trabalhar com Resolução de Problemas
Trabalhar com Projetos
Jogos e Ludicidade
Relação Algébrico x Geométrico
Repensar a Sua Prática
Saber o Porquê
Observar a Turma
Forma Legitimada pela Academia
Você pede para o Professor Olhar a Demonstração
Trabalhar com Tabelas
Representação Gráfica
Minhas Práticas são as dos meus Professores
Trabalhar a Linguagem Escrita
As Oficinas para o Aluno Aprender Fazendo
Grau de Subjetividade
Pouca Dedicação do Aluno
Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior
Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também
Excesso de Algoritmos e Processo de Repetição
O Método pode ser Bom para uns e para outros não
Não Existe Método Infalível
Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo
Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo

Visualização não é Imprescindível
Visualização possibilita Diferentes Representações
Ação X Visualização
EIXOS TEMÁTICO - 8.0 FORMAÇÃO PROFISSIONAL
O Professor deve ter Conhecimento
Só o Domínio Conceitual Não Basta
O Professor tem que Estudar Continuamente o Novo, Sempre
Dificuldade do Professor em se Manter Atualizado
Dificuldade Intrínseca à própria Disciplina
Quanto Maior o Conhecimento do Professor, Melhor
EIXO TEMÁTICO - 9.0 RECURSO DIDÁTICO – TIC
Softwares de Geometria Dinâmica
Uso da Tecnologia como Complementar
Algoritmos Computacionais
Recursos Didáticos têm Limite
Recursos Softwares x Percepção do Aluno
Software para Intuir Resultados
Software para Intuir Teoremas
Editar Texto com Imagem
Trabalhar com Tecnologia
Softwares de otimização no Estudo das Funções
Optar por Softwares Livres
Softwares Educacionais
Tecnologia
EIXO TEMÁTICO - 10.0 ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS DO CÁLCULO DIFERNCIAL E INTEGRAL I
A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno
Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática
O Cálculo no Processo de Compreensão
O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico
EIXO TEMÁTICO - 11.0 DIFICULDADE COM AS TIC
A Contextualização da Escola com as TIC ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis
Laboratório Único com Escala para Reserva
Recursos Tecnológico ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa
A Escassez dos Recursos Tecnológicos dita a Disponibilidade de uso deste Recurso
EIXO TEMÁTICO - 12.0 CURRÍCULO
O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem?
O Foco do Professor é Cumprir a Ementa
Uma Matemática Estática no Ensino Básico
O Cálculo é Disciplina de Formação Básica
EIXO TEMÁTICO - 13.0 DIFICULDADE DIDÁTICA
Usar Tecnologias Toma Muito Tempo
A Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática
Cálculo para Licenciatura em Matemática

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

5.6.1 ***Eixos Temáticos*** *constituídos por meio da investigação desenvolvida em nossa pesquisa*

Continuando a análise e descrição dos dados da nossa pesquisa, por meio de um movimento de reflexão, agrupamentos e reagrupamentos, orientado pelas convergências e divergências que compõem as relações que se estendem e se aprimoram naturalmente, entre as **Unidades de Registro,** nossa pesquisa encontra indícios que nos sinalizam a possibilidade de formação de treze (13) subgrupos, a cada um dos quais denominamos de **Eixo Temático.**

Para melhor visibilidade e compreensão desses **Eixos Temáticos,** apresentamos os treze (13) eixos no quadro de número 14, abaixo, onde cada eixo recebe uma cor, que corresponde à cor das Unidades de Registro que o constituem. Por exemplo: todas as Unidades de Registro que, no **Quadro 13** e no **Quadro 12,** aparecem coloridas de amarelo formam o **Eixo Temático Rigor** e, por isso, no **Quadro 14**, o **Eixo Temático Rigor** está colorido em amarelo. Assim, sucessivamente, cada **Eixo Temático,** no **Quadro 14**, abaixo, terá uma cor correspondente à cor das Unidades de Registro que o constituem.

Assim, constituímos e nominamos os **EIXOS TEMÁTICOS** explicitados no **Quadro 14,** abaixo.

Quadro 14 - Eixos Temáticos constituídos por meio da investigação desenvolvida em nossa pesquisa.

EIXOS TEMÁTICOS
EIXO TEMÁTICO - 1.0 O RIGOR
EIXO TEMÁTICO - 2.0 DEMONSTRAÇÃO
EIXO TEMÁTICO - 3.0 CONTEÚDO
EIXO TEMÁTICO - 4.0 CONTEXTUALIZAÇÃO
EIXO TEMÁTICO - 5.0 RESOLUÇÃO DE PROBLEMA
EIXO TEMÁTICO - 6.0 DIFICULDADES DO ALUNO
EIXO TEMÁTICO - 7.0 RECURSO DIDÁTICO-PEDAGÓGICO
EIXO TEMÁTICO - 8.0 FORMAÇÃO PROFISSIONAL
EIXO TEMÁTICO - 9.0 RECURSO DIDÁTICO – TIC
EIXO TEMÁTICO - 10.0 ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
EIXO TEMÁTICO - 11.0 DIFICULDADE COM AS TIC
EIXO TEMÁTICO - 12.0 CURRÍCULO
EIXO TEMÁTICO - 13.0 DIFICULDADE DIDÁTICA

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

5.7 Correlacionando Eixos Temáticos e Unidades de Registro

Nos desdobramentos desta pesquisa, voltamos mais uma vez às Entrevistas e aos depoimentos dos educadores entrevistados, já destacados em parágrafos anteriores da nossa pesquisa, na tentativa de melhor caracterizar a correlação entre **Eixos Temáticos e Unidades de Registro**, segundo os depoimentos dos Educadores entrevistados.

Nesta seção, os depoimentos apresentarão as cores de origem na entrevista, isto é: os relacionados ao tópico *Demonstração* estarão em vermelho; os relacionados ao tópico *Práticas Pedagógicas* estarão em azul; os relacionados ao tópico *Dificuldades* estarão em lilás; os relacionados ao tópico *Visualização* estarão em verde; e os relacionados ao tópico *Outros Temas Livres* estarão em laranja.

Iniciamos com o **Eixo Temático Rigor,** onde todos os professores entrevistados, X, Y, W, Z, R, S, T, se posicionam conferindo dimensão ora **Importante,** ora **Questionável; Gradativa; Contextualizada;** ora explicando que **é necessário entender o que é Rigor; Nível de Rigor; Rigor para Quem; o que fazer com o Rigor –** o que podemos evidenciar destacando as seguintes afirmações pinçadas dos depoimentos, a saber:

> ***O aluno, em sua formação em Licenciatura em Matemática, ele tem que passar por algumas situações de discussão, inclusive do que é esse rigor, o que seria esse rigor (Professor X).***
>
> ***Esse rigor, ou a demonstração, enfim, tem o sentido primeiro de que o aluno perceba que a demonstração é um instrumento pelo qual, ou o argumento pelo qual o matemático mostra que uma certa proposição é verdadeira, com modo de argumentação válido, ao mesmo tempo que ele aprenda a fazer demonstrações (Professor W).***
>
> ***eu acho importante entender o que que é rigor das demonstrações. Entender o que é rigor é diferente de buscar demonstrações extremamente rigorosas durante todo o curso. A ideia de entender o rigor é buscar compreender a função do Cálculo na matemática (Professor Y).***
>
> ***Nesse sentido, o rigor tem contexto (Professor W).***
>
> ***Existem diversos níveis de rigor que você pode operar dentro de uma disciplina e um aprendizado é esse nível de rigor (Professor W).***
>
> ***O aluno, lentamente, vai submeter a um nível de rigor crescente até a um patamar que seria uma demonstração que nós poderíamos classificar como rigorosa, como as que geralmente acontecem nos cursos, mas isso tem que ser gradativo, os alunos têm que aprender a fazer isso (Professor W).***
>
> ***Quando se fala na palavra rigor, eu acho uma palavra um pouco ampla. Eu tô entendendo como formalismo (Professor S).***
>
> ***Eu acredito hoje principalmente que o Curso de Cálculo, como é um curso, em geral, dado no 1º ou 2º período dos Cursos de Licenciatura, deve ser um curso menos formal possível (Professor S).***
>
> ***A gente precisa situar bem o que que a gente está entendendo por rigor (Professor T).***

> ***rigor é um conceito local, não é um conceito global e, então, vamos dizer, ele se projeta em determinadas situações (Professor T).***
>
> ***Não é necessário, nem se deve, ao ensinar matemática, abrir mão do rigor. É a última coisa. Quando tirou o rigor, tirou a matemática. Agora precisa saber o que fazer com isso, não é um catecismo (Professor T).***
>
> ***Fazer com todo o rigor, mas levando em conta a situação, a idade, o público a quem a gente está se dirigindo e mantendo o rigor. O rigor é uma coisa mais profunda do que às vezes as pessoas pensam (Professor T).***
>
> ***Ele precisa saber demonstrar, mas didaticamente falando (Professor Z).***
>
> ***Didaticamente, como é que pode apresentar isso para os seus alunos? Por meio de materiais manipuláveis (Professor Z).***
>
> ***Então, o rigor das demonstrações, eu não sou contra que se trabalhe com demonstrações num Curso de Licenciatura em Matemática. Eu acho que é uma forma de você trabalhar o raciocínio lógico, a matemática por si só, mas é interessante isso. Que professor tenha conhecimento, ele como professor tenha conhecimento da, vamos dizer assim.. Por que isso acontece? Por que aquilo acontece? E não apenas algoritmos. Conheça algoritmos, mas de como se desenvolve (Professor R).***

Explicitamos, a seguir, alguns depoimentos dos Professores, **X, Y, W, Z, R, e S** entrevistados que têm relação com o **Eixo Temático Demonstração,** compreendido por nós como formado pelas seguintes Unidades de Registro: **Demonstrações Dinâmicas; Demonstrações não podem ser o Grande Foco; A Demonstração tem Importância; O Aluno deve fazer a Demonstração; Quanto de Demonstração e Como Demonstrar; Demonstração por Ɛ's e δ's; Demonstração Para Quem; Demonstrar Didaticamente; Demonstração *versus* Ensino Básico; Demonstração *versus* Contexto Histórico; Demonstração e o GeoGebra; Demonstração *versus* Maturidade; Demonstração e Justificativa; Demonstração Rigorosa é bastante Questionável; Demonstração é uma Forma de Convencimento; Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar; Demonstração mais Teórica.**

> ***Demonstração rigorosa é bastante questionável. (Professor X)***
>
> ***Porque, pra quem não está acostumado com uma demonstração mais teórica, e tudo mais, ou então às vezes não está acostumado a um exercício mais algébrico, ou seja, um exercício que só tem uma prática de exercícios aplicados, numéricos. (Professor X)***
>
> ***Sobre a importância do rigor das demonstrações... Sinceramente, eu acho que é pouca importância. (Professor Y)***
>
> ***Fazer um Cálculo em cima de demonstrações rigorosamente postas, é você usar um tempo, um tempo que poderia ser utilizado pra entender o sentido do Cálculo na matemática e o sentido das ferramentas que o Cálculo utiliza. (Professor Y)***
>
> ***Eu vou colocar em cheque essas importantes demonstrações. Não são as demonstrações que eu considero que são as mais importantes, dependendo do***

perfil do curso. Se você está pensando em Matemática Bacharelado, aí você pode pensar em demonstrações. (Professor Y)

Mesmo em Matemática, seu objetivo é diferente, seu objetivo não são as demonstrações pelas demonstrações, você tem que compreender o significado daquilo. (Professor Y)

Sim. E por que aquela demonstração é tão importante pro Cálculo? (Professor Y)

Talvez não faça sentido ter que ter aquela demonstração no livro. Talvez pro aluno não pareça tão importante... Quanto o professor queira que seja talvez. (Professor Y)

Enfim, pra mim hoje, a demonstração é um meio de convencer. E talvez existam outros meios de convencer que sejam mais importantes, dependendo do perfil do aluno, do curso que a gente tá atuando. (Professor Y)

Eu acho que tem importância a demonstração, mas não só a demonstração. Eu acho que tem um momento que trabalhar a demonstração (Professor Y)

não pode só trabalhar com demonstração e nem ser o grande foco. É um dos focos pra Licenciatura em Matemática. (Professor Y)

A gente pode pensar até, talvez, demonstrações dinâmicas. (Professor Y)

Uma demonstração, num curso de Cálculo, não é o professor mostrar pro aluno que aquele resultado é válido, não tem esse objetivo, ou pelo menos, no meu ponto de vista, não deveria ter esse objetivo, deveria ter o objetivo de que o aluno aprenda a fazer demonstrações. (Professor W)

Esse é o primeiro passo. Acreditar e depois procurar uma demonstração. (Professor W).

E são livros até muito usados, tidos até como livro de Cálculo difíceis, mas eles não começam fazendo demonstrações com limites por ε's e δ's. Aliás, muitas vezes, limites por ε's e δ's estão no apêndice. Vão pro apêndice e estão lá. Se for dado mais tarde, o aluno interessado, mais tarde, ele vai entrar, vai ter que aprender no curso de Análise (Professor W).

Ele precisa saber demonstrar, mas didaticamente falando (Professor Z).

Didaticamente, como é que pode apresentar isso para os seus alunos? Por meio de materiais manipuláveis (Professor Z).

mas a questão das demonstrações, eu penso que precisa ter, Graça, principalmente em relação aos conteúdos do Ensino Básico (Professor Z).

temos alunos se formando em licenciatura que fazem aquelas demonstrações de Cálculo, demonstre, demonstre, demonstre em Análise, mas não conseguem saber de onde vem a fórmula de Bhaskara (Professor Z).

Então, o rigor das demonstrações, eu não sou contra que se trabalhe com demonstrações num Curso de Licenciatura em Matemática. Eu acho que é uma forma de você trabalhar o raciocínio lógico, a matemática por si só, mas é interessante isso. Que o professor tenha conhecimento, ele, como professor, tenha conhecimento da, vamos dizer assim... Por que isso acontece? Por que aquilo acontece? E não apenas algoritmos, conheça algoritmos, mas de como se desenvolve. (Professor R)

> ***É importante sim que o professor tenha também mais esse elemento na sua formação. Mas que ele não faça só isso. Além disso, também, que ele tenha didática, ele tenha a forma de como trabalhar essa demonstração em sala de aula. Isso é importante sim. (Professor R)***
>
> ***dá pra gente trabalhar com demonstrações, mas vamos ficar limitados até um certo ponto, daí em diante você não pode mais trabalhar, mesmo porque já tem o GeoGebra 3D, mas ainda está em fase de experiência. Então, demonstração acho um pouco limitado. (Professor R)***
>
> ***os alunos que entram não têm maturidade, não tá preparado pra um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos o Cálculo I. (Professor S)***
>
> ***já no Ensino Fundamental e Médio essas demonstrações, mesmo que não sejam formais, essas visualizações, mesmo que não sejam assim rigorosas, elas deveriam ser introduzidas, ou seja, o aluno não poderia simplesmente acreditar num conceito ou numa técnica de resolução sem o professor pelo menos abordar o fato de que é possível, ou seja, as afirmações que ele faz são demonstráveis ou aquelas representações geométricas têm que ser feitas, inclusive tem que se tornar familiar, desde quando o aluno começa a entrar, aí, às vezes a responsabilidade cai pra quando o aluno vai pro Curso Superior. (Professor S)***
>
> ***Às vezes, quando se fala em demonstração matemática, não precisa necessariamente um rigor na demonstração, mas pelo menos a justificativa, mesmo que seja falada numa linguagem fácil pro aluno, mas pra eles terem ideia que as coisas que se falam em matemática, elas têm justificativa, (Professor S)***

Já em relação ao **Eixo Temático Conteúdo,** compreendido por nós como formado pelas seguintes Unidades de Registro: **Entender o significado da Abstração,** apontado em depoimento pelos Professores **X e Y; Necessidade de Teorização,** apontado em depoimento pelos Professores **X e T; Aprofundamento no Conteúdo de Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Como se apresentam as Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Como os alunos podem Manipular Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Iniciar Cálculo por Integral e não por Limite,** apontado em depoimento pelo Professor **W; Partir da intuição até Ɛ's e δ's,** apontado em depoimento pelo Professor **W; Conteúdo Específico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Conteúdo da Área Pedagógica,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Conteúdo da Área de Educação Matemática,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Fundamento Histórico,** apontado em depoimento pelos Professores **Z e R; Fundamento Algébrico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Fundamento Geométrico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Aprender a Produzir Texto,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar o Pensamento Funcional,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar com o Infinito,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar com Continuidade,**

apontado em depoimento pelo Professor **R; Cálculo do Coeficiente Angular,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Focar na Forma de Abordagem do Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Não separar tanto a Geometria da Álgebra,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Definição, Exemplo... Modelo Francês,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Nivelamento,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Pré-Cálculo,** apontado em depoimento pelo Professor **Z e S; Trabalhar com Estudo de Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Deixar para falar de Limite no fim,** apontado em depoimento pelo Professor **T; Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar,** apontado em depoimento pelo Professor **T; Saber o Teorema do Valor Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **T; Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas,** apontado em depoimento pelo professor **T.**

Logo, todos os docentes entrevistados ressaltam a importância dos conteúdos na formação do futuro professor de Matemática. Assim, resolvemos dar destaque a alguns destes depoimentos. A saber:

> ***Mas eles tinham muita dificuldade, eles não conseguiam ver sentido. Abstração... Eles não conseguiam mesmo (Professor Y).***
>
> ***Abstração é você fazer um salto de transcendência entre aquilo que você já tem em mãos (Professor Y).***
>
> ***um nível um pouquinho maior de abstração, mais algébrico, já é para ele uma certa teorização da disciplina, do conteúdo (Professor X).***
>
> ***você entender o significado da abstração é uma coisa, isso é importante (Professor Y).***
>
> ***Curso com todo o rigor, só que preocupado com o aspecto intuitivo, ele acha que isso pode ser deixado pra depois, depois que viram a maioria dos problemas aplicados, alguns problemas teóricos ligados, aí é que o aluno começa a estudar limite (Professor T).***
>
> ***A colocação desses dois mundos, o mundo da teorização, da demonstração e da prática, em comum, em conjunto, acho bastante interessante (Professor X).***
>
> ***pequeno nível de aprofundamento em relação às funções, porque o que ele faz é necessariamente colocar aos seus alunos no Ensino Fundamental e Médio, mais no Ensino Médio, são discussões sobre o caráter, como é que se apresentam as funções e como os alunos podem manipular aquelas funções (Professor X).***
>
> ***A parte teórica que ele ver no Cálculo, serve a ele pra ter uma certa certeza e uma familiaridade com aquele objeto com que ele está trabalhando com seus alunos. Também nesse caso, muitos teoremas trabalhados, inclusive do Valor Médio, não estão presentes na sua prática (Professor X).***
>
> ***Os conteúdos podem ser o mesmo, forma de fazê-lo, o nível de rigor utilizado, tá certo? Os pré-requisitos necessários que deveriam ser trabalhados anteriormente, isso tem que ser levado em conta (Professor W).***

em matemática pelo menos, que façam que os alunos leiam o enunciado, procure entender essa lógica da enunciação, pelo menos pro aluno ter ideia do que se está falando (Professor W).

Eu fiz isso quando eu comecei, eu fazia. Eu começava definindo limite, tá certo? E depois a definição de limite por Ɛ's e δ's etc., etc. Demonstrando uma série de coisas (Professor W).

Eu costumo começar o curso de Cálculo quando tem, dependendo se é um curso anual, um curso [trecho de difícil decodificação]. Eu começo por Integral, não começo por limite (Professor W).

Devia começar é da intuição de certas coisas, essas propriedades de limites, envolva essa intuição das propriedades de limites e faz o curso de Cálculo. Finalzinho do ano, se der tempo, aí você demonstra por Ɛ's e δ's, volta no conceito de limite, não precisa... Eles fazem tudo isso e alguns teoremas, como o do Valor Intermediário, não é demonstrado, muitas vezes. Então alguns Teoremas chave são demonstrados, não fica demonstrando propriedades de limites (Professor W).

quando chega na definição de Integral aí aquilo é feito muito rapidamente. Dá aquela ideia de aproximação por retângulos e calcula a área e etc., etc. E de repente, já, logo, logo, falam o Teorema Fundamental do Cálculo. Aí é que tem que gastar tempo, certo? Aí é que tem que gastar tempo (Professor W).

É importante a gente entender que o futuro professor, ele tem que ter conhecimento em três vieses: o conteúdo específico, conteúdos de disciplinas pedagógicas e também as disciplinas da área da Educação Matemática (Professor Z).

Se o curso é de Licenciatura, pra formar professor de matemática, ele tem que sair dali dominando aquele conteúdo conceitualmente, dominando a prática, como se aprende, como se faz, e como se deve proceder lá na prática nos conteúdos de matemática (Professor Z).

O aluno, a hora que for ensinar o Teorema de Tales, ele tem que saber o fundamento histórico, o fundamento algébrico e o fundamento geométrico (Professor Z).

professor de matemática não consegue ensinar matemática se ele não sabe matemática (Professor Z).

Olha, professor de Matemática lá da Escola Básica, ele tem que saber matemática, principalmente a matemática que ele tem que ensinar, que é o produto dele, que é a parte profissional onde ele vai atuar (Professor Z).

Pra existir prática, você tem que ter o domínio conceitual. Agora, só o domínio conceitual não basta. Você precisa saber um emaranhado de coisas. Por isso que eu disse pra você que é importante o futuro professor de matemática estar inserido no contexto da escola desde o início do seu curso (Professor Z).

devem ser tratados os conteúdos de forma como se trata também no bacharelado, mas abordando de uma forma em que, como esse professor vai trabalhar elementos do Cálculo mesmo no Ensino Fundamental e Médio (Professor R).

No caso, pensamento funcional, trabalhar com o infinito, continuidade, mas, por exemplo, temos questões com... Que se pode trabalhar em Trigonometria, quando se trata de Funções, que a gente possa trabalhar, quando você trabalha com Máximo e Mínimo (Professor R).

Por que não já abordar a questão do cálculo do Coeficiente Angular pra cálculo da tangente? Que a gente possa abordar quando ela tende ao infinito e nunca toca o eixo. Por que a gente não pode tratar já usando elementos do Cálculo? (Professor R).

Então o professor da Universidade não apenas aprender conteúdos pra resolver questões, mas também a forma como ele vai abordar certas questões lá no Ensino Fundamental e Médio (Professor R).

Outra coisa é que se divide muito, a geometria, álgebra, e quando na verdade eu acredito que deveriam ser sempre uma em comunhão com a outra (Professor R).

Aquele modelo mais francês e onde se coloca... A gente chega lá e coloca definições, dar exemplos... Então esse é o modelo realmente que eu não aplicaria hoje (Professor S).

No Instituto, isso era feito de forma até melhor. Porque a gente tinha três disciplinas no primeiro período específico pra isso. Que era o Estudo de Funções, que a gente fazia um estudo geral das funções, equações em vários níveis, não num curso apenas de conhecimento disso ou técnicas de resolução e mais principalmente de conceitos de vários tipos de funções, composição, inversa, a existência, quando é função, quando não é função (Professor S).

E trabalhava muito a questão da existência da inversa, quando é que existia a composta, a gente trabalhava conceitos bem abrangentes disso aí (Professor S).

e tinha a disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar, que trabalhava mais com a parte algébrica, polinômio, matrizes, essas coisas (Professor S).

E tinha a disciplina de Geometria Plana, Geometria Euclidiana, que era trabalhado os conceitos de geometria que se achava necessários pra preparar o aluno, não só com Cálculo, mas para as disciplinas de nível superior (Professor S).

Só que eu era o professor de Estudo de Funções, eu sempre tentava passar isso pro Curso de Geometria Plana (Professor S).

Porque a quantidade de conteúdos era muito extensa. Trabalhava todas... Fazia, além da parte da formação inicial dos conceitos fundamentais, simbologia, terminologia usada em matemática, dava Introdução à Lógica Matemática, estudava demonstrações, o que era demonstração, quais os princípios de demonstração, quais os métodos principais utilizados na demonstração (Professor S).

Então trabalhava linguagem escrita, a gente tratava toda essa ideia de como se escrever em Matemática, a leitura, a gente fazia muitos trabalhos de leitura de problemas pra entender as leituras. Então acabava ficando difícil, e como tinha que estudar todas as funções, além de ideia geral de função, e a gente tinha que estudar as funções 1º grau, 2º grau, função Logarítmica, função Exponencial e fazia até a função Trigonométrica (Professor S).

Porém, eu sempre queria que o professor de Geometria fizesse isso na Geometria, mas ele nunca topou fazer isso não. Ele deixava essa responsabilidade pra mim (Professor S).

Mas eu vejo no Cálculo pro primeiro ano, uma das coisas que a gente não pode esquecer é do aspecto instrumental, que se o aluno vai estudar Física, vai estudar Geometria diferencial, Equações Diferenciais. Então uma coisa que é muito importante é o seguinte: ele precisa saber Limite de Séries, Derivar e Integrar.

Vamos dizer, isso é o que, instrumentalmente, ele precisa dele (Professor T).

uma coisa que é muito importante, na primeira parte, seria o Teorema do Valor Médio. É uma ideia essencial até pro conceito de derivada como aproximação, como taxa de variação. Eu acho que é o ponto em que a teoria e a prática interagem, aí, até por causa das consequências, uma boa parte dos resultados do curso de Cálculo vão sair por consequência disso (Professor T).

Eu acho que o professor que está dando isso pro futuro professor de matemática deveria, num certo sentido, direcionar essas coisas também, não só, mas também, pra que o pessoal se familiarizasse com certas propriedades mais sofisticadas de números reais (Professor T).

Então, às vezes, aquelas funções que têm a cara estranha, têm um aspecto meio patológico. "Ah! Mas isso não serve pra nada...". Serve sim. Serve pra gente entender um pouco melhor esse ambiente dos números reais, quer dizer, essas estruturas que ao mesmo tempo são algébricas e topológicas. Vamos dizer, como são as coisas ali (Professor T).

Essa é uma disciplina bastante importante, porque ela se fundamenta no estudo das funções, das ferramentas e algumas possibilidades de trabalho com funções. E funções é um dos conteúdos presentes na atuação do professor no ensino Básico, Fundamental e Médio (Professor X).

Aí, muitas vezes, eles dizem: "Ah! Mas Integral é limite." É uma grande besteira, porque Integral não é limite no sentido de limite de função, é outra coisa completamente diferente. Então as justificativas pra coisa não são verdadeiras. Um curso de Cálculo jamais deveria começar por definição de limites por Ɛ's e δ's e demonstração (Professor W).

Um curso de Cálculo não é um curso de Análise com exemplos mais simples, tá certo? Um curso de Cálculo é um curso de Cálculo. Eu acho que existe um erro muito grande nos cursos de Cálculo, porque as pessoas começam um curso de Cálculo com limites, (Professor W)

Tem que explorar muito, muito isso, antes de introduzir o conceito de Integral. Então tem que pensar no cálculo de área por aproximação, sem pensar no conceito de Integral. Cálculo de trabalho por aproximação, sem pensar uma série de problemas, que no fundo está envolvendo, conceito de Integral, mas pensar nesses processos em que você faz cálculo por aproximação. Depois vai olhar pra esses processos, tudo que eles têm em comum. É isso que vai ser Integral. (Professor W)

Mesma coisa com derivada, taxa de variação em geral. O aluno pode trabalhar com esse conceito sem falar em derivada, o conceito de derivada sintetiza tudo isso. Porque, da maneira que é feito, o aluno vai lá, aprende, aprende o que é Integral, e quando ele vai nas aplicações, ele não consegue resolver, porque, pra resolver problema de aplicação, você tem que transformar, modelar aquele problema. Isso não foi explorado também. Aliás, poucos professores de matemática fazem isso, a maioria foge das aplicações. A maioria faz só aplicação matemática, porque envolve conceito físico e matemático, não sabe Física. (Professor W)

Mais especificamente a disciplina de Cálculo. Eu penso, Graça, que, do jeito que as disciplinas de Cálculo são ministradas hoje, ela tem tido pouca influência na formação do futuro professor de matemática. Digo pouca com base nos seguintes argumentos: como professor de Estágio, a gente presencia, na minha Universidade, que os alunos fazem 330 horas de conteúdo de Cálculo, Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo Numérico, quando não é Cálculo Numérico é

> ***Cálculo IV. Então são 330 horas. O cara aprende a fazer a regra da cadeia no Cálculo, só que o cara não consegue ensinar função composta pra um aluno, quando ele vai fazer uma simulação de Estágio. Então a gente fica pensando: pra que todo aquele conteúdo de Cálculo? Eu estou falando como professor de Estágio, que recebe o aluno da metade do Curso pra frente, um aluno que já passou por todas as disciplinas de Cálculo e viu todas aquelas regras, todos aqueles conteúdos, mas que, no entanto, não aprendeu aqueles conteúdos. (Professor Z)***

Sobre o **Eixo Temático Contextualização**, compreendido pelos **Temas: O Objeto em Estudo tem que Fazer Sentido; Necessidade de Concretização; Necessidade de Aplicação; Exemplificação; Concretização, Aplicação; Trabalhar com História da Matemática; Trabalhar com Modelagem; Problemas Ambientais; Trabalhar com Software; Exploração Diferenciada; Problematização Diferenciada; Trabalhar com História da Matemática; Problemas da Disciplina Física; Problemas da Disciplina Biologia; Aplicação Contextualizada; Recursos Didáticos devem ser Contextualizados; Práticas devem ser Contextualizadas; Cálculo como Disciplina em Serviço; O Cálculo e a Contextualização; O Cálculo e a Modelagem;** focalizamos, a seguir, os depoimentos dos professores X, Y, W, Z, R, S, e T.

> ***Talvez não faça sentido ter que ter aquela demonstração no livro. Talvez pro aluno não pareça tão importante... Quanto o professor queira que seja talvez. (Professor Y)***
>
> ***Nesse sentido o rigor tem contexto. (Professor W)***
>
> ***Em Economia, muitas aplicações e trabalhando vários contextos, vários contextos da própria Economia. (Professor X)***
>
> ***há possibilidade, dentro de uma demonstração, de ter uma exemplificação do que está sendo usado, de um teorema, uma concretização daquilo do ponto de vista de um exemplo prático ou, por exemplo, uma aplicação, uma... mesmo matemática daquele item. (Professor X)***
>
> ***Para Computação, eu já tento lançar mão de desenvolvimento de algoritmos computacionais. Pego alguns problemas e peço para eles desenvolver algum algoritmo que lance mão das ferramentas do Cálculo. (Professor Y)***
>
> ***Na ecologia, por exemplo, eu trabalho muito com modelagem, problemas ambientais que acabam lançando mão de ferramentas do Cálculo. Há uma inversão. (Professor Y)***
>
> ***além das discussões da ferramenta matemática, do conteúdo matemático a ser trabalhado em Cálculo, desenvolver atividades voltadas às discussões que eles estavam travando dentro do curso. (Professor X)***
>
> ***você percebe que eles gostam, eles ficam ansiosos, porque faz sentido pra eles o Cálculo trabalhado dessa maneira. (Professor Y)***
>
> ***Trabalhar com História da Matemática. Pensar no Cálculo situado temporalmente, historicamente. (Professor Y)***

Trabalhar com o Cálculo a partir da perspectiva da Modelagem Matemática. (Professor Y)

Os conteúdos podem ser o mesmo, forma de fazê-lo, o nível de rigor utilizado, tá certo? Os pré-requisitos necessários que deveriam ser trabalhados anteriormente, isso tem que ser levado em conta. (Professor W)

essas disciplinas interligadas, cinco disciplinas, interligadas, elas são importantes pra que desde o início do curso o professor entenda que ele está tendo, ele terá as disciplinas nos três campos de atuação. (Professor Z)

Eu acho que as práticas hoje, assim... Vai depender de cada turma. Acho que não tem uma prática que vá definir, falar: essa prática é melhor do que aquela. (Professor S)

eu diria que é "como fazer", a partir de quais pressupostos, qual a axiomática que está usando. Quer dizer: usar todo o rigor, mas levar em conta a situação do grupo que vai ser exposto a esse curso. (Professor T)

Eu acho que deveria ter algumas diferenças entre as diversas licenciaturas. Se a gente tivesse disciplina isolada, você poderia focar principalmente em alguns conceitos mais ligados à área ou à licenciatura que pretende formar o profissional. (Professor W)

Outra questão também é que cada aluno tem um modo particular de aprender. Nem tudo que facilita a aprendizagem de um, facilita a aprendizagem de outro. Isso é... A diferença entre alunos é muito grande. Por isso é que não tem nenhum método infalível pra conseguir que as pessoas aprendam. O método pode ser eficiente para algumas pessoas e não ser eficiente pra outras. (Professor W)

Agora, esses cursos que não são da área de Matemática, Química, Economia, eles dificilmente se deparam com situações aonde ele precise lembrar o Teorema do Valor Médio. Quer dizer, pra desenvolver aquela demonstração, ele precisa efetivamente lembrar o Teorema de Rolle, ou um outro resultado semelhante a esses. (Professor X)

As situações que lhe são colocadas já são situações aonde aquelas coisas estão presentes. Normalmente as funções são contínuas, existe um comportamento razoável no sentido de não lhe acarretar problemas, em você poder ou não diferenciar aquela função ou mesmo integrar. As situações já lhe são colocadas de uma maneira interessante. (Professor X)

Cada curso tem seu objetivo específico. O Cálculo não está ali por si. O Cálculo está lá a serviço do curso e com um motivo naquela rede maior que constitui o curso. (Professor Y)

Via de regra, agora, é claro, depende do local de formação. Aqui os alunos nossos, são alunos nossos, são alunos de Licenciatura e estão dando aula de Cálculo por aí. (Professor W)

Isso tem que ser levado em consideração. Cada local... Mesmo um curso de Cálculo dado aqui em Rio Claro, eu não sei se deve ser o mesmo, por exemplo, lá na UNIR em Ji-Paraná ou na UNIR em Porto Velho, ou na UNICAMP, pode ser até que em certo momento coincidam. (Professor W)

Eu vejo o seguinte, Graça. Que a disciplina Cálculo, ela é importante. Afinal de contas, o Cálculo que é ensinado numa Licenciatura em Matemática, ele precisa ter um foco, os objetivos precisam estar bem definidos. (Professor Z)

> ***Então eu penso que cada disciplina vai ter o seu foco, apesar de ser a mesma disciplina, o foco tem que ser diferente. (Professor Z)***
>
> ***Então, eu acho assim, que tudo bem, pode se tratar o conteúdo, mas a abordagem deve ser diferenciada. (Professor R)***
>
> ***E inclusive os objetivos também, até mesmo os objetivos podem ser diferentes, apesar de ser a mesma disciplina. Eu acredito que hoje, com a opinião que tenho hoje, eu acredito que não, que as Licenciaturas, o Cálculo, vai mudar de curso pra curso, inclusive de turma pra turma. O professor tem que ficar atento na forma como que é ministrado o Cálculo pra cada turma. Essa é a minha opinião hoje. (Professor S)***
>
> ***Aí tem especificidade de cada área. Se pensar, por exemplo, pra uma Licenciatura em Física, é de se esperar prioritariamente que esse aluno vai ensinar Física e não Matemática. Então, em algum momento teria alguns objetivos que deveriam levar em conta isso. (Professor T)***

Continuando, focalizamos agora alguns depoimentos dos professores entrevistados **X, Y, W, Z e R,** que têm relação com o **Eixo Temático Resolução de Problemas,** formado pelas seguintes Unidades de Registro: **Discussão de conteúdos na sala de aula; Discussões em sala de aula; Atividades; Situações antecipadas em sala do Ensino Básico; Resolver Problemas; Problemas Matemáticos; O Aluno tem que saber ler os enunciados; O aluno tem que entender a Lógica da Enunciação; Discutir enunciados; Discutir Formas de Argumentação; Aprender a Lógica da Argumentação; Leitura e entendimento do Problema; Construção de Gráfico; Comentar o Gráfico; Relacionar Representação Algébrica e Gráfica; Situações novas aparecem cada vez com mais velocidade e continuamente; Cálculo relacionado com Problemas Práticos.** Assim:

> ***Desenvolver atividades voltadas às discussões que eles estavam travando dentro do curso. (Professor X)***
>
> ***Numa Licenciatura em Matemática, eu acho que é possível travar também, dependendo da formação e do interesse do professor do professor de matemática que está ministrando aquela disciplina, desenvolver atividades e discussões que possam já adiantar possíveis situações em que o professor vá desenvolver ou aparecer diante dele na sala de aula do Ensino Básico. (Professor X)***
>
> ***num curso de Licenciatura em Física, eu pensaria em focar mais em problemas físicos (problemas da Física, pra não confundir com problemas do corpo). (Professor W)***
>
> ***Licenciatura em Biologia, por exemplo, eu pensaria em aplicações mais ligadas a Ciências Biológicas. (Professor W)***
>
> ***Em Matemática, eu acho que o foco poderia ser: pensar um pouquinho mais, mas não que mudaria em essência, mais com relação a problemas matemáticos mesmo. Mas que deveria conter, também, mais problemas ligados à Física, às aplicações em geral do Cálculo. (Professor W)***

em matemática pelo menos, que façam que os alunos leiam o enunciado, procure entender essa lógica da enunciação, pelo menos pro aluno ter ideia do que se está falando. (Professor W)

O primeiro semestre devia dedicar ao aluno entender um pouquinho mais matemática, ter uma visão de matemática diferente daquela que ele teve no ensino Fundamental e Médio, vai discutir enunciados, vai discutir formas de argumentação, aprender um pouquinho dessa lógica de argumentação, que não é bem a lógica matemática no sentido que as pessoas fazem quando ficam fazendo Introdução à lógica no início. (Professor W)

Então essa relação algébrico/geométrico é muito importante. O que não pode é o professor ficar simplesmente: calcule isso, calcule isso. (Professor Z)

E também as discussões em classe. (Professor R)

você pedir pro Professor olhar a Demonstração, tentar compreender se ele já tem uma certa familiaridade com alguns conceitos e, em discussão em classe com o professor e com os colegas, possa se discutir a Demonstração. (Professor R)

Eu acho que as discussões que se podem travar no ensino de Cálculo na Universidade podem ser bastante interessantes pra o aprofundamento dele, para depois, em seu trabalho enquanto professor no ensino Básico/Médio. (Professor X)

Segundo, o Cálculo entendido procedimentalmente, mas não no sentido de uma versão procedimental da Análise, mas no sentido de técnica pra resolver certos problemas. Cálculo, assim, ele se torna uma ferramenta que pode ajudar o professor a aumentar o leque de instrumentos que ele tem para resolver problemas do cotidiano. (Professor Y)

O Cálculo, ele poderia vir a se tornar importante também como procedimento, como instrumento na Educação Básica, desde que houvesse uma abertura pra problemas que pudessem lançar mão de ferramentas do Cálculo. E eu falo aqui do Cálculo como a gente estuda hoje na grade curricular da Universidade. Como ferramenta. (Professor Y)

Então, aí, em síntese: Cálculo, ele vem como ferramenta pra ajudar a resolver problemas. Ele vem também como um pé para compreender como a matemática estrutura seus modos de compreender o mundo. (Professor Y)

Imagine que eu vou pensar, que não é muito utilizado hoje. Mas é que eu pegue uma função e vou pensar em movimentos no gráfico dessa função. Hoje tem muitos problemas que fazem o movimento do gráfico total, né? Você define uma função f(x). E aí faz o gráfico dessa função f(x). Você pede pro aluno fazer o gráfico dessa função f(x) + 2, isso vai deslocar, a translação de baixo para cima de duas unidades. (Professor W)

Há duas questões aí, uma você perceber que cada ponto se desloca e que isso leva todo gráfico a se deslocar. E a outra é você perceber que todo gráfico se desloca, mas você não dizer o que acontece com o ponto em particular. Isso é muito interessante. (Professor W)

Eu, por trabalhar esse tipo de coisa com o aluno, eu percebi isso diversas vezes. Às vezes o aluno tem ideia do desenvolvimento global, mas ele não tem ideia com o ponto em particular. Ele sabe que o gráfico todo vai se deslocar pra cima. Mas, se eu perguntar o que acontece com o f(2), ele já não sabe, ele já não consegue pensar só naquele ponto. (Professor W)

Destacamos, a seguir, alguns depoimentos dos Professores entrevistados, X, Y, W, Z, R, S e T, relativos ao **Eixo Temático Dificuldades do Aluno**, que compreende os seguintes **Temas: Necessidade de Aprender esta Linguagem Específica; Compreender a Estrutura Lógica; Aprender a fazer Argumentação Válida; Tem que Aprender a Questão da Intuição; Tem que aprender a Questão da Descoberta; Desenvolvimento do Raciocínio; Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem; Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma; O Aluno nem sabe a Língua Materna; Dificuldade de Leitura e Interpretação; Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos; Não sabe qual é a Hipótese nem a Tese; Dificuldades em Conceitos Matemáticos; Falta do Hábito de Pensar; Alunos muito diferentes; Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar; Memorização sem compreensão; Aluno Sem Tempo pra se Dedicar; Pouco Tempo para Muito Conteúdo; O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina; Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados; Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno; O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada.** A saber:

> ***O aluno tem que aprender a estudar aquele tipo de linguagem, aquele tipo de área. (Professor X)***
>
> ***Pra entender o sentido ou a estrutura lógica da matemática e os modos como ela compreende o mundo. (Professor Y)***
>
> ***Esse rigor, ou a demonstração, enfim, tem o sentido primeiro de que o aluno perceba que a demonstração é um instrumento pelo qual, ou o argumento pelo qual o matemático mostra que uma certa proposição é verdadeira, com modo de argumentação válido, ao mesmo tempo que ele aprenda a fazer demonstrações. (Professor W)***
>
> ***Conheça a linguagem, as formas de argumentação típicas daquela disciplina. (Professor W)***
>
> ***eles precisam conhecer Cálculo, precisam conhecer algumas demonstrações de Cálculo. E dessa maneira ele vai aprender a fazer isso dentro de um curso de Cálculo. (Professor W)***
>
> ***um professor não pode fazer um curso de Cálculo como faz um deleitante lendo um romance, mas ele tem que fazer um curso de Cálculo como um crítico lê uma obra. (Professor W)***
>
> ***que ele tem que estudar demonstrações, ele tem que aprender fazer demonstração. A questão é quanto de demonstração e como (Professor W)***
>
> ***ele tem que aprender a questão da descoberta, a questão da intuição, a oportunidade de desenvolver a intuição, que o leve também a intuir resultados, ou descobrir resultados, no caso, pra ele, mesmo que já tenha sido descoberto há muito tempo. (Professor W)***
>
> ***E validar esse resultado, aprender como é válido esse resultado, com argumentação típica da matemática, que são as demonstrações. (Professor W)***

Então, o rigor das demonstrações, eu não sou contra que se trabalhe com demonstrações num Curso de Licenciatura em Matemática. Eu acho que é uma forma de você trabalhar o raciocínio lógico, a matemática por si só, mas é interessante isso. Que o professor tenha conhecimento, ele, como professor, tenha conhecimento da, vamos dizer assim... Por que isso acontece? Por que aquilo acontece? E não apenas algoritmos, conheça algoritmos, mas de como se desenvolve, (Professor R)

disciplina de Cálculo é colocada pelo aluno num segundo plano, então a dificuldade começa por aí, onde ele não faz uma dedicação a ela. (Professor X)

a concepção de Matemática que ele viu durante seus últimos anos de Ensino Básico, e aí ele vê que é diferente e há um tempo para que ele vá se acostumar com isso. (Professor X)

também, não trabalhar com alguns conteúdos pode acarretar uma dificuldade desse aluno em acompanhar outras disciplinas subsequentes. [...] ele não teve aquela disciplina específica, ele vai ter que estudar um pouco mais, talvez, do que o aluno que teve, mas isso não se torna uma impossibilidade. (Professor X)

Às vezes o aluno sabe o que é, entendeu, pelo menos me transmite que entendeu o conceito novo, vamos supor, de derivada, mas tem uma certa dificuldade em manipular a álgebra que existe ali dentro de uma regra que lhe foi colocada, agora nova. (Professor X)

Por exemplo, eu vou derivar um quociente, então saber aquela regra da derivação pode ser simples, mas a aplicação dela algebricamente, no sentido de manipular aqueles objetos, traz uma dificuldade muito grande aos alunos. (Professor X)

O conceito, por exemplo, de reta tangente e o que é a reta e como calcular, às vezes pode ser colocado de uma forma mais simples e mostra interesse dos alunos, mas manipular... Que objetos ele tem pra isso e como manipular esses objetos parece que é uma dificuldade bastante grande dos alunos. (Professor X)

talvez o aluno demore um tempo pra ter esse amadurecimento. (Professor X)

A maioria ia muito mal em Cálculo, e depois as mesmas dificuldades se mostravam no curso de Análise. Eu posso dizer que o maior responsável pelas maiores reprovações na época era o curso de Cálculo, no Bacharelado, no primeiro ano. (Professor Y)

As dificuldades de aprendizagem são diversas. E eu acho que muda de local pra local. Eu acho que cada Curso de Licenciatura em particular sabe quais são as dificuldades que os alunos apresentam, e há diferenças enormes em relação aos diferentes cursos. (Professor W)

Hoje o aluno que chega à Universidade, ele chega... Primeiro ele não conhece nem bem nem a língua portuguesa, e ele tem uma dificuldade enorme de leitura, isso significa leitura e interpretação, ainda mais quando se diz respeito a enunciados matemáticos que têm toda uma particularidade referente àquela disciplina em particular. (Professor W)

Então, um dos problemas, como disse, é que os alunos não sabem muitas vezes ler o enunciado e interpretar o enunciado. Ou seja, o indivíduo faz matemática e não sabe um teorema. Ele não consegue perceber quais são as hipóteses, qual é a tese. O que ele tem que demonstrar e o que ele está supondo como sendo verdadeiro. (Professor W)

o aluno tem dificuldade nos conteúdos de matemática? Tem, tá certo, mas tem muita dificuldade também na questão de leitura e interpretação de texto e na escrita. (Professor W)

É fácil fazer um perceber isso, mande o aluno fazer uma construção geométrica que ele saiba, feita a construção geométrica, peça pra ele descrever o processo. Vai perceber a dificuldade dele traduzir o que ele tá fazendo numa linguagem. O processo é descritivo só. Faça isso, em seguida faça isso, depois faça isso. (Professor W)

Poderia até ser uma lista, você vai perceber a grande dificuldade que esse aluno vai ter em descrever o processo que ele fez. Imagine na hora que ele vai descrever matemática, ou seja, uma demonstração, tá certo? Ou seja, uma apresentação de resolução de exercícios. (Professor W)

E depois tem as particularidades, outras que são particularidades locais. É claro que tem às vezes dificuldades de ano, muda de turma pra turma. Alunos que têm uma formação matemática básica muito fraca. Existe também. E alunos que têm uma formação matemática boa. Outra é a questão de hábito. (Professor W)

Os alunos, quando passam pelo Ensino Fundamental e Médio, algumas coisas que eles realmente veem são algoritmos e processos de repetição. Repete, repete, repete processos. Mas ele nunca pensa sobre esses processos, ou nunca pensou. (Professor W)

A simbologia acaba não tendo muito significado pra ele. (Professor W)

Olha, eu falei que os alunos chegam com uma certa dificuldade, dificuldades essas principalmente porque na maioria das vezes eles não tiveram a oportunidade durante o Ensino Fundamental e Médio, tiveram a oportunidade de desenvolver certas... A questão da linguagem... (Professor W)

Agora, isso não quer dizer que o aluno também não tenha uma capacidade de pensar e de criar, tá certo? Isso é algo muito diferente. Geralmente essa capacidade, muitas vezes, é preservada. (Professor W)

O problema maior do aluno não é falta de conhecimento, não é falta que o aluno não sabe um conteúdo matemático quando chega na Universidade. O problema maior é a falta de hábito de pensar. Então você coloca... O aluno chega na Universidade e você coloca o aluno numa situação pra pensar, tá certo? E ele se sente mal, ele não consegue começar. Ele não viu... A formação dele foi tal que ele não sabe nem o que é isso. (Professor W)

se eu der uma tarefa pra fazer, o cara faz, mas, se eu pedir pra pensar sobre um problema, ele não consegue. Me parece que isso é que tem acontecido muito. Falta de conhecimento é fácil de resolver. Se o aluno tiver a capacidade de pensar mantida, se não foi destruída pela escola, então ele vai dar muito menos trabalho que outros tipos de alunos que tiveram essa capacidade já poluída, de certa forma corroída. (Professor W)

"Eu acho que é a dificuldade que os alunos que vão fazer posteriormente bacharelado é a mesma que os alunos de Licenciatura". (Professor W)

os alunos não têm aprendido Cálculo, os alunos têm apenas memorizado pela prova e a exigência que o professor faz de cada um deles. (Professor Z)

Bom, agora que vocês já sabem Cálculo, agora que vocês já sabem logaritmo, o professor trabalha limite, trabalha derivada, trabalha integral, trabalha derivada da função logaritmo, o cara não sabe explicar a função logaritmo, não sabe nem o

> ***que é logaritmo, não sabe nem que o logaritmo é o inverso da exponencial, sabe? (Professor Z)***
>
> ***O cara domina os conteúdos de Cálculo pra prova, mas não consegue aprender os conteúdos elementares do Ensino Médio dos quais ele vai ser cobrado, vai ser exigido. (Professor Z)***
>
> ***O aluno ele tem bastante dificuldade, como professora eu observo, na parte da visualização. Se você pede para ele resolver um dado problema, ele resolve algebricamente bem, mas, se você pede para ele construir um gráfico, às vezes tem dificuldade. E a dificuldade ainda é maior, se você pedir pra que... Você peça que algebricamente ele faça a representação daquele gráfico, que ele comente o gráfico, que ele coloque a função algébrica, no caso, a representação algébrica daquele gráfico. Então são entraves assim, que nós temos na Escola de Ensino Fundamental. (Professor R)***
>
> ***Essa dificuldade vai se estendendo ao longo da vida do aluno e, quando ele chega lá na Universidade e você trabalha, por exemplo, com Cálculo, e você entra na parte das funções de várias variáveis e vai ter que representar o gráfico, é muito difícil para o aluno visualizar. (Professor R)***
>
> ***Um dos fatores muito grande é principalmente a falta de tempo, a falta de dedicação. (Professor S)***
>
> ***Como dessa forma que o conteúdo era trabalhado, eles continuavam com dificuldade em Cálculo. Isso realmente continuavam. (Professor S)***
>
> ***Eu falava: "Ah! Enquanto a gente tiver fazendo as disciplinas aqui pros alunos, mesmo que a gente coloque dez Fundamentos de Matemática antes de um curso de Cálculo no Curso Superior, eu acredito que sempre vai haver dificuldade, porque a metodologia que a gente utiliza, a gente vai pro quadro, fica fazendo ou passa uma lista de exercícios pra eles fazerem, pra mesmo na sala, os alunos não conseguem fazer." Às vezes em casa eles não têm a quem recorrer pra tirar dúvida, essas coisas, e a gente, por comodidade, a gente vai pro quadro e começa a fazer o exercício. Põe o conteúdo, discute e passa uma lista de exercício e vai fazer o exercício. (Professor S)***
>
> ***E o que que acontece? O aluno fica ali vendo a gente fazer o exercício, mas ele não entendia. (Professor S)***
>
> ***Normalmente a maioria dos nossos alunos vem com uma formação matemática que é bem menor do que a que a gente considera ser a ideal. Agora, também, aí entra uma outra coisa: (Professor T)***

Sobre o **Eixo Temático Recurso Didático-Pedagógico,** destacamos alguns depoimentos dos Professores entrevistados X, Y, W, Z, R, e S. Em nosso entendimento, compreende as seguintes **Unidades de Registro: Exercícios mais Algébricos; Exercícios Aplicados; Despertar a necessidade de saber os Porquês; É Importante compreender o Significado; Generalização *versus* Caso Particular; Explicação de cada Passo; Possibilidade de cada Passo; Mostração; Muito experimento faz Sentido para eles; Dar ouvidos; Autonomia para a investigação do Aluno; Aprende-se Fazendo, não copiando; Aprende-se Fazendo, não olhando; Despejar conteúdo é Reforçar Vícios; Pensar no Local e no Global; Foco na Aprendizagem; Trabalhar Conceitos; Trabalhar com**

Práticas interessantes; Trabalhar com Diferentes Metodologias; Trabalhar com Resolução de Problemas; Trabalhar com Projetos; Jogos e Ludicidade; Relação Algébrico *versus* Geométrico; Repensar sua Prática; Saber o Porquê; Observar a turma; Forma Legitimada pela Academia; Você pede para o Professor Ler a Demonstração; Trabalhar com Tabela; Representação Gráfica; Minhas Práticas são as dos meus Professores; Trabalhar a Linguagem Escrita; As Oficinas para o Aluno aprender Fazendo; Grau de Subjetividade; Pouca dedicação do Aluno; Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior; Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também; Excesso de Algoritmos e processo de Repetição; O Método pode ser bom para uns e para outros não; Não Existe Método Infalível; Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo; Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo; Visualização não é Imprescindível; Visualização possibilita Diferentes Representações; Ação *versus* Visualização.

> ***Porque, pra quem não está acostumado com uma demonstração mais teórica, e tudo mais, ou então às vezes não está acostumado a um exercício mais algébrico, ou seja, um exercício que só tem uma prática de exercícios aplicados, numéricos. (Professor X)***
>
> ***Que possa existir um meio-termo pra experimentação desses dois mundos, e inclusive a ligação, a tentativa de ligação desses dois mundos. (Professor X)***
>
> ***Existem professores que dão mais ênfase a ter mais Demonstrações e professores que dão mais ênfase a mais aplicações. (Professor X)***
>
> ***Mesmo em Matemática, seu objetivo é diferente, seu objetivo não são as demonstrações pelas demonstrações, você tem que compreender o significado daquilo. (Professor Y)***
>
> ***ele tem que aprender a questão da descoberta, a questão da intuição, a oportunidade de desenvolver a intuição, que o leve também a intuir resultados, ou descobrir resultados, no caso, pra ele, mesmo que já tenha sido descoberto há muito tempo. (Professor W)***
>
> ***Esse é o primeiro passo. Acreditar e depois procurar uma demonstração. (Professor W)***
>
> ***Ele precisa saber demonstrar, mas didaticamente falando. (Professor Z)***
>
> ***Claro que sempre deixando claro a possibilidade daquela discussão ser mais ampla do que o caso particular, pra não cair exatamente numa certa comodidade de mostrar um exemplo e achar que, porque vale para um, vale para todos. (Professor X)***
>
> ***Eu acho que, quando você apresenta uma demonstração, nos seus passos na sua demonstração, eu acho que, em muitos casos, não todos, há possibilidade de você... explicação de cada passo, de forma que cada passo possa ser mais digerido pelo aluno, no sentido de que não se escondam passagens e coisas mais. (Professor X)***

uma possibilidade gráfica. (Professor X)

a mostração daquele resultado, como, por exemplo, a gente faz muito em questão de geometria, com esses softwares de geometria dinâmica. (Professor X)

É uma, vamos chamar de mostração, quer dizer, até que ponto esse tipo de prática poderia ser utilizado também em outras demonstrações. (Professor X)

há possibilidade, dentro de uma demonstração, de ter uma exemplificação do que está sendo usado, de um teorema, uma concretização daquilo do ponto de vista de um exemplo prático ou, por exemplo, uma aplicação, uma... mesmo matemática daquele item. (Professor X)

explicar o que é que você está dizendo ali. Pegar um caso particular e exemplificar pra concretizar aquilo. (Professor X)

exemplos que se generalizam. (Professor X)

eu posso também fazer o desenho de uma função, o gráfico de uma função com várias retas tangentes, posso também mostrar no computador uma reta tangente, passando, sendo construída em diversos pontos, de uma forma mais dinâmica. (Professor X)

Eu não parto das ferramentas do Cálculo, depois a aplicação nos cursos. Eu parto da demanda do perfil do curso e daí eu busco elaborar pontes e ganchos com ferramentas e conteúdos do Cálculo. (Professor Y)

dar ouvidos é ouvir acreditando, em matemática ouvimos duvidando, o professor faz isso com os alunos. (Professor Y)

Dar um pouco mais de autonomia pra investigação do aluno. (Professor Y)

o jeito de você entrar numa certa lógica do aluno também, não é só uma questão de facilitação, é uma outra lógica. E a lógica do aluno hoje está associada ao computador. (Professor Y)

E o que normalmente é feito é pegar o aluno e despejar conteúdo do 1º e 2º graus que ele viu, de novo, mesma matéria que ele viu, e vai se produzir os mesmos vícios e os mesmos problemas que tinham anterior. (Professor W)

o mais importante é, em vez de criar obstáculos epistemológicos, trabalhar com conceitos, trabalhar com práticas interessantes, trabalhar fazendo sempre a relação entre diferentes metodologias, resolução de problemas, modelagem matemática, o trabalho com projetos, jogos, ludicidade. (Professor Z)

Então essa relação algébrico/geométrico é muito importante. O que não pode é o professor ficar simplesmente: calcule isso, calcule isso. (Professor Z)

Ele precisa repensar a sua prática, precisa relacionar, eu acho que a palavra correta, Graça, é relacionar, a prática atual dele com essas novas possibilidades. (Professor Z)

Hoje, Graça, existem programas que você paga seis reais por ano na internet, você coloca lá a derivada, ele te dá todo o cálculo da derivada, o aluno sabe disso. Então aí aparece a questão de saber o porquê. (Professor Z)

Eu, pessoalmente, eu observo a turma, e com a turma eu vou trabalhar de acordo com os conceitos que ela trabalha, as aplicações. Quando trabalhei com a turma de Agronomia, por exemplo, eu utilizei muitas aplicações envolvendo, vamos dizer

assim, o mundo deles ali. Trabalhar com pesquisas que os professores do curso realizavam, e a partir dessas pesquisas eu trazia as questões pra se trabalhar o Cálculo, e com o professor também deve ser assim. (Professor R)

E você ainda não tem elementos de como realmente trabalhar isso. Porque você pode fazer alguma coisa num software, por exemplo, você pode mostrar as definições. (Professor R)

você pedir pro Professor olhar a Demonstração, tentar compreender se ele já tem uma certa familiaridade com alguns conceitos e, em discussão em classe com o professor e com os colegas, possa se discutir a Demonstração. (Professor R)

Em que você trabalhasse tanto algebricamente como com tabelas, como com gráficos, e tudo isso em comunhão para que o aluno compreendesse que uma é complemento da outra, na verdade. Essas representações, elas são importantes para uma compreensão mais, vamos dizer assim, mais significativa. E, quando ele chega na Universidade já em 3ª, 4ª, n dimensões, ele não tivesse tanta dificuldade na aprendizagem. (Professor R)

Eu trabalhava com o Winplot, continuo trabalhando com o Winplot, mas reconheço as limitações, porque, no GeoGebra, ao mesmo tempo podemos trabalhar tanto na janela de Álgebra, como na janela com visualização, como com planilhas, tudo ao mesmo tempo, né? (Professor R)

E dá pra trabalhar os conceitos de Cálculo, assim, em sua grande maioria, muita coisa dá pra ser trabalhado no GeoGebra. (Professor R)

pra trabalhar conceitos, pra você trabalhar com gráfico. Acho que já, vamos dizer assim, com muita coisa dá pra você trabalhar com o GeoGebra. Muito, muita coisa mesmo. Eu já vi trabalhos muito interessantes com o GeoGebra. (Professor R)

As minhas práticas são baseadas nas práticas que eu tive com meus professores. (Professor S)

É, realmente, tem que colocar o modelo tradicional, às vezes a própria turma quer, exige isso, né? Ou seja, já tá acostumada com isso e uma mudança de uma hora pra outra, totalmente radical, pode nem ser bem aceita pelos alunos. (Professor S)

Então trabalhava linguagem escrita, a gente tratava toda essa ideia de como se escrever em Matemática, a leitura, a gente fazia muitos trabalhos de leitura de problemas pra entender as leituras. Então acabava ficando difícil, e como tinha que estudar todas as funções, além de ideia geral de função, e a gente tinha que estudar as funções 1º grau, 2º grau, função Logarítmica, função Exponencial e fazia até a função Trigonométrica. (Professor S)

Eu acredito que, se o aluno vai pra sala de aula e fica ali assistindo hora e meia de aula duas vezes por semana, como era a disciplina de Fundamentos e Estudo de funções, ele tem que tá ali pra trabalhar, (Professor S)

quanto mais ele trabalha, eu acredito que mais ele vai render, se o professor ficar trabalhando pra ele, não vai resolver, você ver alguém fazer as coisas, pode-se ver um monte de vezes, as dificuldades que ele vai sentir, e o aprendizado vai ocorrer quando ele começar a colocar a mão na massa. Então as oficinas seriam isso. (Professor S)

Mas eu pregava que toda atividade nessas oficinas deveriam ser feitas em sala de aula, nada pra casa. Todo trabalho ali supervisionado mesmo. E aí, quando terminasse, pelo menos, não digo que resolveria o problema, mas eu também não

> ***coloquei em prática pra testar. Mas eu acho. Era uma ideia que eu tinha. (Professor S)***
>
> ***Eu acho que a dificuldade, num curso de Cálculo, é a mesma que o aluno encontra quando começa a tomar ciência de uma discussão de uma disciplina que tem características, é... com um certo grau de subjetividade, quando você desenvolve alguns conceitos, mas eu acho que é a dificuldade normal em toda disciplina. (Professor X)***
>
> ***a visualização é importante, ela não é imprescindível, mas ela é importante. Não há problema nenhum que o professor possa se utilizar dela durante suas explicações, durante as suas mostrações, no sentido de possibilitar mais uma maneira de apresentar aquela situação. Então, se eu posso falar que eu estou calculando uma reta tangente, isso eu posso dizer que aquela reta tangente, ela está, ela pode ser construída em todos os pontos daquele gráfico, daquela função. (Professor X)***
>
> ***Eu acho que isso enriquece, não é imprescindível, mas que enriquece bastante esse momento. (Professor X)***
>
> ***A visualização é importante, mas é perigosa também. Porque o software ajuda a visualizar, mas tem que se tomar cuidado pra ele não virar engessamento e o aluno sempre precisar da visualização pra resolver os problemas. Ele precisa dar aquele salto para compreender algumas ferramentas sem a necessidade da visualização. (Professor Y)***
>
> ***A visualização, ela é importante, mas não se pode só ficar na visualização. (Professor Y)***
>
> ***Diferentes representações podem ajudar, podem ajudar a essa abstração, porque você trabalha em diferentes situações, com diferentes problemas, com diferentes representações que te ajudam a tirar um território fixo da ferramenta. (Professor Y)***
>
> ***Eu acho os softwares educacionais muito importantes. Isso pra vários cursos, porque eles ajudam nessa exploração, nessa visualização. (Professor Y)***
>
> ***Visualização ajuda. A visualização ajuda, mas a visualização, ela... Não se pode ater só na visualização, só o ver. (Professor W)***
>
> ***O ver, ele tem que estar acompanhado de algum fazer. (Professor W)***

Focalizamos, agora, alguns depoimentos dos professores entrevistados **X, Z,** R, S e T, que têm relação com o **Eixo Temático Formação Profissional,** composto pelas seguintes Unidades de Registro: **O Professor deve ter conhecimento; Só Domínio conceitual não basta; O Professor tem que estudar continuamente o Novo, Sempre; Dificuldade do professor em manter-se atualizado; Dificuldade Intrínseca à própria disciplina.** A saber:

> ***Que o professor tenha conhecimento, ele, como professor, tenha conhecimento da, vamos dizer assim... Por que isso acontece? Por que aquilo acontece? E não apenas algoritmos, conheça algoritmos, mas de como se desenvolve (Professor R)***
>
> ***É importante sim que o professor tenha também mais esse elemento na sua formação. (Professor R)***
>
> ***conhecimento que esse professor tem de algum tipo de software que lhe permita fazer aquilo. (Professor X)***

Esse argumento de que ele não vai ensinar, isso então não precisa aprender, é um argumento difuso devido a duas coisas: primeiro porque de antemão não sabemos o que ele vai ensinar, a não ser que tivesse uma lista, ele escrever e aí eu dou o diploma pra ele fazer só aquilo, vai ensinar só aquilo. (Professor W)

nós temos que formar o professor não pensando no professor, pensando nos alunos que eles vão entrar em contato. (Professor Z)

O problema não deve ser o ensino, o problema tem que ser a aprendizagem, o foco deve ser a aprendizagem. (Professor Z)

eu preciso ensinar em outras palavras, o que é que o meu aluno lá na escola precisa aprender, o que esse professor tem que aprender pra atender às dificuldades do aluno lá na escola. E não simplesmente ensinar o conteúdo matemático. (Professor Z)

você vai dar aulas num curso de Licenciatura, você tem que ter, na sua cabeça, o seguinte: "Eu estou formando professores. Então eu tenho que atuar como formador de professor, eu não tenho que atuar como apenas um professor que vai lá pra ensinar os conteúdos." (Professor Z)

professor de matemática não consegue ensinar matemática se ele não sabe matemática. (Professor Z)

Olha, professor de Matemática lá da Escola Básica, ele tem que saber matemática, principalmente a matemática que ele tem que ensinar, que é o produto dele, que é a parte profissional onde ele vai atuar. (Professor Z)

Pra existir prática, você tem que ter o domínio conceitual. Agora só o domínio conceitual não basta. Você precisa saber um emaranhado de coisas. Por isso que eu disse pra você que é importante o futuro professor de matemática estar inserido no contexto da escola desde o início do seu curso. (Professor Z)

Então essas práticas pedagógicas que eu disse pra você, eu acho que na verdade isso não é uma prática pedagógica, mas é um aspecto que ia mudar demais a prática pedagógica, se os professores de Cálculo das Licenciaturas nas Universidades do Brasil entendessem que são professores formadores de professores e não professores de matemática de um conteúdo específico, de uma disciplina específica que eles precisam cumprir a ementa. (Professor Z)

O fato do cara saber matemática não significa que o cara sabe ensinar matemática. (Professor Z)

eu acredito que o professor, quanto maior conhecimento ele tiver, melhor. Porque ele vai ter a capacidade de escolher e de trabalhar o conteúdo de uma forma apropriada, aprofundada ou não. (Professor R)

Vai cobrar uma coisa que ele vai ter que fazer e que é a essência do que o cara tem que aprender a fazer. Aquilo que, quando ele for profissional, ele vai ter que fazer. Eu acho que a função do professor é saber o que está acontecendo. (Professor T)

precisa ter uma disposição de estar estudando essas coisas, ver o que acontece, no momento em que... Eu não usei o gerúndio por moda não, é porque é uma coisa que está a todo o momento, é contínuo. (Professor T)

Então eu vejo bastante importante a disciplina de Cálculo na formação dos professores de Cálculo, na formação dos professores de Matemática. (Professor X)

Agora, se pensarmos na atuação do professor, eu acho que ele pode direcionar esse conteúdo pra o interesse e a discussão que está em torno da formação daquele aluno, no curso escolhido por ele. (Professor X)

Eu acho que, enquanto componente histórico, enquanto construção social desse conteúdo, até que um Curso de Matemática não seja totalmente reformulado, eu acho que pode tá presente na formação daquele professor enquanto a possibilidade de trabalhar esses resultados, e discutir esses resultados e fazer parte assim das discussões de Cálculo dentro do curso dele. (Professor X)

Agora, não vejo necessidade de que todos os resultados sejam trabalhados. Há possibilidade de se trabalhar um outro Cálculo, se eu pensar no Cálculo e na formação dele enquanto professor. Há possibilidade de se trabalhar outro Cálculo específico pra isso. (Professor X)

Mas isso dentro de uma concepção de curso, eu acho que, se o curso como um todo mudar pra outra concepção de realmente formação do professor de Matemática... Mas eu acho que você pode trabalhar os programas das disciplinas como um todo, de forma que algumas coisas que hoje são enfatizadas possam ser diminuídas dentro da formação dele. (Professor X)

Ou talvez a parte de Cálculo tenha que ser repensada, porque, se é a mesma de 30 anos atrás, o mesmo Cálculo que praticamente se ensina, né? Talvez ele tenha que ser repensado e repensadas todas as disciplinas pra formação do futuro professor. (Professor X)

O que o professor tem que fazer é, bem, estou lecionando pra Licenciatura em Matemática, o foco deve ser esse: "Formar professor de Matemática". Agora, se estou lecionando pra Licenciatura em Física, o foco vai ser formar professor de Física, pra aquele conteúdo de matemática servir de suporte para os conceitos de Física. (Professor Z)

Mas eu volto a dizer: a preocupação não deve ser com Cálculo não, a preocupação deve ser com a formação do professor de matemática. E que às vezes a preocupação tem sido com o professor de Cálculo, porque tem 5 ou 6 professores de Cálculo, os professores são todos doutores. Percebe? O currículo, geralmente, ele é alterado, organizado conforme o interesse dos professores. (Professor Z)

Formar professores de matemática é estar preocupado com a pessoa. Olha, você aprendeu matemática, mas é pouco, então eu vou te ajudar pra você aprender mais um pouquinho. Simplesmente fala se você sabe ou não sabe. (Professor Z)

A princípio, como eu tenho a formação matemática, a gente tenta, pensa e acredita que podemos uniformizar, ou seja, podemos criar um currículo único da disciplina de Cálculo, com os mesmos objetivos, a mesma ementa, pensando que isso atingiria todos os Cursos de Licenciatura. (Professor S)

Depois que eu entrei pra o doutorado, começando a trabalhar com a área de Educação, eu comecei a perceber que... Comecei a mudar de opinião em relação a isso. Hoje eu acredito que cada caso é um caso, cada turma é uma turma, cada instituição é uma instituição. E, apesar da gente ter um currículo único, onde envolve a ementa do curso e o conteúdo programático, eu acho que não só a metodologia pode ser alterada, eu acho inclusive que... eu acredito inclusive que os próprios conteúdos podem ser voltados pra ambientes específicos, ou seja, de acordo com o sistema regional, regionalização. (Professor S)

Então, por um lado é um elemento cultural essencial e por outro também é um bom caminho pra essas ideias essenciais da matemática, desse modelo dos reais. (Professor T)

> ***Perde o sentido. Porque o professor provavelmente não vai ensinar Cálculo, mas é um elemento essencial para formação dele, quer dizer, pra ele ter uma visão ampla do que ele está ensinando. (Professor T)***

Evidenciamos, agora, alguns depoimentos dos professores entrevistados X, Y, W, R, S e T, que têm conexão com o **Eixo Temático Recurso Didático – TIC,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro: Softwares de Geometria Dinâmica; Uso da Tecnologia como Complementar; Algoritmos Computacionais; Recursos Didáticos têm Limite; Recursos Softwares x Percepção do Aluno; Software para Intuir Resultados**; **Software para Intuir Teoremas; Editar Texto com Imagem; Trabalhar com Tecnologia; Softwares de otimização no Estudo das Funções; Optar por Softwares Livres; Softwares Educacionais; Tecnologia.** A saber:

> ***usar um software uma tecnologia só vem a complementar e acho que tem que estar presente dentro da prática do professor. (Professor X)***
>
> ***Como eu disse, não é imprescindível, mas ele pode estar presente. Mais do que pode, eu acho que a presença de tecnologia dentro do ensino da matemática, segundo qualquer área de conhecimento, eu acho que ela tem um motivo maior pra estar presente. (Professor X)***
>
> ***Ela está dentro da escola, ou ela tá na prática do aluno, tá dentro, o aluno usa fora da escola, então não há porque não utilizar essa tecnologia dentro de qualquer área do conhecimento e do ensino da matemática em específico. (Professor X)***
>
> ***Mas software, ele é muito potente. E outra coisa também. Ele está na vida do aluno. (Professor Y)***
>
> ***ele está no computador, ele está na internet. Hoje em dia eu posso dizer que faz mais sentido o computador pro aluno do que a lousa. Se você ver o número de horas por dia ou por ano que o aluno digita, e o número de aulas que ele escreve, qual que você acha que está mais próxima, a escrita da lousa ou a tela do monitor? (Professor Y)***
>
> ***Então software é importante? É importante porque ele fornece um monte de recurso pra gente que antigamente não tinha. (Professor W)***
>
> ***o computador introduz assim uma ferramenta muito útil, mas eu acho que tem que pensar um pouquinho no local e no global. (Professor W)***
>
> ***Mas um software, por melhor que seja, dificilmente ele vai permitir que você perceba tudo aquilo que a princípio você gostaria que fosse percebido pelo aluno. (Professor W)***
>
> ***precisa tomar muito cuidado, porque às vezes eles percebem padrões que não eram os preferidos. O que eu quero dizer é que não é que o software introduz o mau, é que o software, pelo contrário, o software, ele é um recurso excelente que antigamente não tinha. O problema é confiar que ele vai cuidar de tudo, entendeu? O trabalho do professor que escolhe o software é o mesmo daquele que escolhia o exemplo pra fazer em sala de aula há tempos atrás. (Professor W)***

Então, nesse sentido, o software introduz uma ferramenta muito boa e me parece muito poderosa, mas essa exploração... não é só transladar o que tinha antes pra esse caso. (Professor W)

Então software, na maioria das vezes, ele é importante pra você intuir resultados. Verificar que certos teoremas são teoremas, certos resultados são verdadeiros. (Professor W)

Então, nesse sentido, eu acho que o software pode trazer um recurso muito grande que em outros casos era muito difícil, dava muito trabalho você conseguir um efeito. (Professor W)

O software pode ajudar muito nisso, muito. Há software simples de calcular a área embaixo do gráfico, é rapidamente. Antigamente, eu não sei se existe, antigamente era jogado no DOS, desenhava até os retangulosinhos. (Professor W)

Então eu acho que o software, nesse momento, ele ajuda a compreender, né? Um pouco, dado o conceito que foi dado na representação algébrica. (Professor R)

o GeoGebra é um excelente software. Eu trabalho com o GeoGebra e ele permite você trabalhar n coisas com ele, né? Então, como recurso didático-pedagógico, eu acho ele excelente, não só pra você trabalhar na visualização dos gráficos ou das figuras geométricas, mas também pra aprender conceitos, pra você trabalhar com n coisas lá. (Professor R)

Eu não sou muito experiente no GeoGebra, estou aprendendo agora, mas pelo pouquinho que eu conheço, é simplesmente incrível trabalhar com o GeoGebra. (Professor R)

Eu trabalhava com o Winplot, continuo trabalhando com o Winplot, mas reconheço as limitações, porque, no GeoGebra, ao mesmo tempo podemos trabalhar tanto na janela de Álgebra, como na janela com visualização, como com planilhas, tudo ao mesmo tempo, né? (Professor R)

E dá pra trabalhar os conceitos de Cálculo, assim, em sua grande maioria, muita coisa dá pra ser trabalhado no GeoGebra. (Professor R)

pra trabalhar conceitos, pra você trabalhar com gráfico. Acho que já, vamos dizer assim, com muita coisa dá pra você trabalhar com o GeoGebra. Muito, muita coisa mesmo. Eu já vi trabalhos muito interessantes com o GeoGebra. (Professor R)

eu sempre usei muito, eu trabalhei muito, de certa forma, eu falo muito, de algum tempo pra cá, né? Quando da otimização dos softwares operacionais como o Maple, o GeoGebra, então sempre fiz uso da tecnologia, sempre que possível. (Professor S)

a gente tá nessa fase de transição agora, e nesse ponto os softwares educacionais são essenciais. (Professor T)

A gente vai no software e vê como é, e depois vai fazer na mão. Não vai fazer na mão, que a gente não faz isso, mas no começo tinha essa coisa meio esquizofrênica [risos] de fazer isso. (Professor T)

tem aquele wol from alpha da empresa que faz o Matemática, então eles põem algumas funções on-line, por exemplo, saber uma derivada, alguma coisa, isso pode ser feito até no celular, né? (Professor T)

uma coisa que deve ser sempre levada em conta pelo professor, quando ele vai usar meios computacionais, sempre que possível usar software livre. (Professor T)

> ***Então, é importante também que o professor tenha essa noção clara do software livre, até pensando em termos de custo de utilização de equipamento desatualizado, isso é importante. O GeoGebra, o Máxima... Tem plataformas que também são muito importantes. (Professor T)***

> ***Eu acho, por exemplo, algumas propriedades de derivada, de derivação. Eu acho que você pode... O recurso computacional ele ajuda bastante. Por quê? Imagine que você tenha duas funções, que num mesmo ponto, ou em cada ponto, tenham a mesma derivada. Então, eu tenho duas funções, como é que é o gráfico das funções, se em cada ponto que eu tomar essas funções tem a mesma derivada, para cada valor de x, f(x) e g(x) tem a mesma derivada. Ora, se eu tenho o conceito de derivada como inclinação de reta, tá certo? O que eu preciso que ele trabalhe são os movimentos no gráfico, só. (Professor W)***

> ***Então eu costumava fazer isso com os meus alunos. Hoje em dia você pode fazer, mas você tem que passar por aquela fase em que o aluno vai fazer isso. Dado o gráfico... Mas depois ele pode explorar isso num software pra, realmente, não só aquele caso, mas qualquer um outro, o resultado é o mesmo. E aí, então, você pode intuir o teorema: "Se duas funções têm a mesma derivada, então uma é a outra mais uma constante. Mais ou menos uma constante, como você queira". Então aí você tem uma intuição de um teorema importante do Cálculo: "Se duas funções têm a mesma derivada, então elas diferem de uma constante", um resultado importante. (Professor W)***

Focalizamos, agora, alguns depoimentos dos professores entrevistados **X, Y, W, Z e S,** que têm relação com o **Eixo Temático Aspectos[15] Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro**: **A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno; Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática; O Cálculo no Processo de Compreensão; O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico. A** saber**:**

> ***os alunos que entram não têm maturidade, não estão preparados pra um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos o Cálculo I. (Professor S)***

> ***talvez o aluno demore um tempo pra ter esse amadurecimento. (Professor X)***

> ***Porque os professores de matemática dos Cursos de Licenciatura não cursaram Licenciatura, o que para mim é um crime, Graça, pode colocar na sua tese: "É um crime colocar pra dar aulas, na Licenciatura, um professor de matemática que nunca fez uma disciplina de didática, não sabe como é que funciona a aprendizagem e entende que todos os alunos aprendem do mesmo jeito... É um crime, está assassinando..." (Professor Z)***

> ***Se a gente pensar que a matemática, como área de inquérito, de interrogação, ela tem como um dos seus pés a Análise, e a Análise entendida procedimentalmente a gente pode pensar no Cálculo. Você estudar Cálculo é o modo de buscar compreender a matemática como região do saber, como área de interrogação como modo de compreender o mundo. (Professor Y)***

[15] Nesta Pesquisa Aspecto está sendo tomado com o significado de Dimensão.

> ***Então, aí, em síntese: Cálculo, ele vem como ferramenta pra ajudar a resolver problemas. Ele vem também como um pé para compreender como a matemática estrutura seus modos de compreender o mundo. (Professor Y)***
>
> ***O entendimento do Cálculo como uma função em si é aquele entendimento que o Cálculo é o modo de compreender a estrutura da Matemática como uma região de inquérito. E o Cálculo também pode ser entendido como um grupo de ferramentas que te ajudam a resolver certos problemas, ferramentas que você não tinha até então. Aí eu defendo esse 2º objetivo, que se abre em dois, por sua vez. Cálculo como possibilidade de compreender a estrutura do pensamento matemático, a estrutura da Matemática como região de compreensões, de integração de compreensões e como procedimentos que os alunos ainda não têm. (Professor Y)***
>
> ***Eu sempre digo que a diferença de um professor de matemática que vai fazer o curso e outros profissionais que vão fazer o curso de Cálculo e um professor, mesmo licenciado, é mais ou menos a diferença entre quem lê um romance só por passa tempo, como deleite, e um crítico literário. Quem lê um romance por deleite, ele lê o romance sem precisar se aprofundar muito, mas um crítico literário, ele precisa se aprofundar dentro do romance. Ele é um crítico em relação àquilo. (Professor W)***

Colocamos em evidência, agora, alguns depoimentos dos professores entrevistados Z, W e S, pertinentes ao **Eixo Temático Dificuldade com as TIC**, que é composto pelos seguintes **Temas: A Contextualização da Escola com as TIC ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis; Laboratório Único com Escala para Reserva; Recursos Tecnológico ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa; A Escassez dos Recursos Tecnológicos dita a Disponibilidade de uso deste Recurso.** A saber:

> ***Se eu quisesse simplesmente falar assim: olha, coloca essa função aí no software que ele vai dar a resposta, também não basta. Eu acho que não é desse jeito. (Professor Z)***
>
> ***O mais difícil é isso, toma muito tempo em preparação dessas atividades. Tem que escolher os exemplos que os alunos vão ver. Porque você quer muitas vezes que ele observe padrões, observe padrões e a partir daí faça hipótese, conclusões que seriam possíveis. (Professor W)***
>
> ***Aí nós voltamos àquilo inicial. Ele tem que aprender fazendo. Então implicaria em ter um ambiente em que as pessoas tivessem um computador ou algum desses instrumentos, tá certo? Em que eles poderiam estar explorando esses instrumentos. E um laboratório ou salas que tivessem equipamentos disponíveis. Coisa muito difícil. (Professor W)***
>
> ***Você tem geralmente é um laboratório, mas você não pode, às vezes, reservar o laboratório o tempo todo. Tem outras disciplinas também. Às vezes, com tempo. Tem momento pra fazer as coisas. Certos momentos, se você não fizer aquilo e deixa pra fazer depois... perde o sentido. (Professor W)***
>
> ***O grande problema hoje, que eu acho, pra se utilizar a tecnologia nessa disciplina, primeiro é o tempo pra se preparar. O professor gasta um tempo muito grande pra se preparar pra uma aula com o uso da tecnologia; outra coisa, a escola precisa ter essa tecnologia. Às vezes é trabalhoso, né? Pelo menos na Universidade que eu trabalhava tinha tecnologia. A gente tinha datashow, tudo. Porém tinha que requisitar com 10, 15 dias de antecedência. Aí tinha uma pessoa pra ir lá montar. Então é um processo trabalhoso, demorado. Isso não fica disponível na sala pro***

> ***professor simplesmente levar um pendrive, ligar e falar. "Oh! Vou dar uma aula hoje e vou colocar pro quadro." (Professor S)***
>
> ***Ou seja, hoje em dia os recursos existem, mas ainda não estão, assim, disponíveis de forma fácil. (Professor S)***
>
> ***Outra coisa também é a falta de consultoria, né? O professor, às vezes, não detém de um recurso e precisa ele mesmo... Isso deveria ser... Eu acredito que deveria ser uma atitude da Instituição e não do professor. (Professor S)***
>
> ***Iniciativa da Instituição, essa questão tecnológica e hoje percebo que simplesmente isso é uma atitude individual do professor. Ele usa tecnologia se ele quiser, não tem nenhuma exigência pra isso, (Professor S)***
>
> ***ele tem que tomar toda a iniciativa sozinho. Ele tem que ir atrás do recurso tecnológico junto à Instituição. (Professor S)***
>
> ***Se ele não tiver, ele tem que requisitar, ele precisa preparar o material sozinho, tem que ler, tem que correr atrás, ele tem que perguntar, ele tem que discutir, às vezes, pra preparar uma aula pra ele. (Professor S)***
>
> ***Eu acho que, se fosse algo coletivo, algo que a Instituição pregasse e que fornecesse recurso, fornecesse treinamento, acessórios, pra que o grupo de professores, por exemplo, o grupo de professores de Cálculo, todos os professores de Cálculo dessa Instituição discutissem, preparasse um material pra isso especificamente, pelo menos para os cursos onde eles acham que é necessário, seria mais interessante. (Professor S)***

Destacamos, agora, alguns depoimentos dos professores X, Y, W, Z, R, S, T entrevistados, que fazem conexão com o **Eixo Temático Currículo**, que nesta pesquisa é formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem; O Foco do Professor é Cumprir a Ementa; Uma Matemática Estática no Ensino Básico**; **O Cálculo é Disciplina de Formação Básica**. A saber:

> ***Não concordo que o aluno de Licenciatura tenha que fazer o mesmo curso de Cálculo do aluno do Bacharelado. O que eu acho é que o aluno de Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo que o aluno de Licenciatura. (Professor W)***
>
> ***O curso de Cálculo está errado. O curso de Cálculo está errado. Enfim, o curso de Cálculo que adota livros como o Guidorizzi, onde o centro é a demonstração, é uma grande besteira. Eu acho que o Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo do Licenciando, não o Licenciando fazer o mesmo curso de Cálculo do Bacharel. (Professor W)***
>
> ***se o professor de Cálculo fizesse essa reflexão, talvez as coisas pudessem estar melhorando, e esse distanciamento, domínio conceitual e domínio cultural do conteúdo seria diminuído. (Professor Z)***
>
> ***lá no nosso curso, que envolve a prática como componente curricular desde o início do curso, que é uma Linguagem que também é obrigatória nas Licenciaturas, que é a produção de texto e leitura, e tem também uma disciplina em Informática na Educação que trabalha com apresentações, com edição de textos, com imagens, essas coisas, usando recursos tecnológicos que estão disponíveis ali. (Professor Z)***

conseguimos nesse último, nessa última reestruturação, ir colocando disciplinas cobrindo os três eixos de formação. Disciplinas específicas: que é a Geometria, Fundamentos da Matemática Elementar. Disciplinas de cunho mais pedagógico, que seriam disciplinas afins iguais à Informática pra Educação, e também a questão de Produção de texto, que o professor precisa dominar bem. E a Prática de Ensino, a Prática de Matemática no Ensino Fundamental que envolve. (Professor Z)

Ele precisa estar ligado nos conteúdos de matemática. Agora, o excesso de conteúdos de matemática que é repassado pra ele, de forma totalmente desconexa ao que ele tem que trabalhar, tem sido grande demais. (Professor Z)

O que acontece hoje? Com um currículo razoavelmente engessado, esse razoavelmente não é numa direção positiva que eu digo. Tudo bem? Mas razoavelmente engessado, ele não dá muita abertura pro professor de Educação Básica poder trabalhar com as ferramentas que ele tem, ele trabalha com aquelas ferramentas indicadas. (Professor Y)

"Eu acho que é a dificuldade que os alunos que vão fazer posteriormente bacharelado é a mesma que os alunos de Licenciatura". (Professor W)

Então os alunos têm chegado à disciplina de Estágio sem esse conhecimento de Matemática. (Professor Z)

Eles estão aí para formar professores e formar professores vai além de ensinar o conteúdo específico. (Professor Z)

O currículo tem um problema. O currículo é feito pessoal, individualmente. Porque eu estou falando individualmente, Graça. (Professor Z)

o currículo tem mudado, não por política pública, não por conscientização dos professores que fazem parte do Departamento, e sim por meio da influência de um determinado professor. (Professor Z)

O currículo tá sendo alterado, tá sendo alterado conforme o querer de muitos professores e não pelo interesse de formar realmente o futuro professor, o futuro professor da matemática, pra dar conta dos conteúdos lá do Educação Básica. (Professor Z)

Então o currículo tá sendo alterado. Tá sendo alterado no interesse de quem? Essa é a pergunta. (Professor Z)

Infelizmente eu tenho percebido que o currículo está sendo alterado conforme o interesse dos professores, especificamente na área de matemática. (Professor Z)

Ele precisa estar ligado nos conteúdos de matemática. Agora, o excesso de conteúdos de matemática que é repassado pra ele, de forma totalmente desconexa ao que ele tem que trabalhar, tem sido grande demais. (Professor Z)

Porque os professores de matemática dos Cursos de Licenciatura não cursaram Licenciatura, o que para mim é um crime, Graça, pode colocar na sua tese: "É um crime colocar pra dar aulas, na Licenciatura, um professor de matemática que nunca fez uma disciplina de didática, não sabe como é que funciona a aprendizagem e entende que todos os alunos aprendem do mesmo jeito... É um crime, está assassinando..." (Professor Z)

E muitos alunos desistem, reprovam nas disciplinas e deixam de ser professores por causa da experiência negativa que eles tiveram com professores puros de matemática. Mas tem muitos matemáticos puros que fazem ótimo trabalho na questão da formação do professor. (Professor Z)

Então esse é o argumento: "Eu preciso cumprir a ementa". Na verdade, às vezes, não tão nem aí pra questão, se o cara está aprendendo ou não. O objetivo deles é cumprir a ementa, com aprendizagem ou sem aprendizagem. "Tenho que cumprir a ementa." (Professor Z)

Um dia ou outro, se o cara sabe ou não sabe, ele vai virar professor. Se ele virar professor desqualificado, a nossa Educação vai continuar do mesmo jeito que está. Com baixos índices de qualidade. (Professor Z)

Mas já apresentando ao aluno o pensamento funcional, porque a matemática é tratada, na minha opinião, no Ensino Fundamental e Médio, de forma estática, parada, enquanto você vai pro Cálculo você trata de aproximação. Existe movimento, existe dinamicidade. Então isso deve ser tratado também no Ensino Médio e Fundamental. Porque é um choque pro aluno ver limite pela primeira vez. Ele se assusta e, por incrível que pareça, a minha experiência em trabalhar com Cálculo, não é nos conteúdos de Cálculo, especificamente, nos conteúdos de cálculo de limite e derivada que assusta o aluno. São os conteúdos que são tratados no Ensino Médio e que são esses, justamente, os entraves para se entender conteúdos de Cálculo, e também esta questão do exame funcional, de aproximações. (Professor R)

Em geral a gente, como professor formador, a gente nunca teve essa preocupação, né? A gente acaba deixando isso como uma questão institucional, ou mesmo o próprio aluno recém-formado, pra depois ele mesmo conseguir relacionar essas duas coisas, só que atualmente eu venho me preocupando com isso, e tento e tento verificar essa ligação e como isso pode ser interligado, de que forma isso pode atuar, mas no momento eu não poderia dizer como é que o Cálculo vai influenciar assim, de forma ampla, ao professor de 1º e 2º graus. (Professor S)

E um problema que eu acho muito é o conteúdo muito extenso do Cálculo. É muito conteúdo pra pouco tempo. Em um semestre tem que dar bastante conteúdo. Então o curso acaba sendo muito corrido. Não dá pro professor parar. Fazer um trabalho mais direto, ou seja, mais individual, tem que ser um trabalho bem mais coletivo, e o professor simplesmente acaba dando um curso onde quem acompanhou, acompanhou. Quem não acompanhou vai ter que procurar outras alternativas, ou fazer de novo, ou procurar monitoria. (Professor S)

Universidade em si, hoje, coloca um conteúdo extenso e exige que esse conteúdo seja cumprido, naquele tempo. E essa também seja uma dificuldade, quando o aluno começa a amadurecer uma ideia, o professor já passou desse conceito, já está em conceitos mais avançados, conceitos futuros, e o aluno tem essa dificuldade de acompanhar e ter essa aprendizagem no ritmo com que é dado o curso. Talvez essa seja a maior dificuldade quanto a isso, né? (Professor S)

Iniciativa da Instituição, essa questão tecnológica, e hoje percebo que simplesmente isso é uma atitude individual do professor. Ele usa tecnologia se ele quiser, não tem nenhuma exigência pra isso, (Professor S)

Eu falava: "Ah! Enquanto a gente tiver fazendo as disciplinas aqui pros alunos, mesmo que a gente coloque dez Fundamentos de Matemática antes de um curso de Cálculo no Curso Superior, eu acredito que sempre vai haver dificuldade, porque a metodologia que a gente utiliza, a gente vai pro quadro, fica fazendo ou passa uma lista de exercícios pra eles fazerem, pra mesmo na sala, os alunos não conseguem fazer." Às vezes em casa eles não têm a quem recorrer pra tirar dúvida, essas coisas, e a gente, por comodidade, a gente vai pro quadro e começa a fazer o exercício. Põe o conteúdo, discute e passa uma lista de exercício e vai fazer o exercício. (Professor S)

E o que que acontece? O aluno fica ali vendo a gente fazer o exercício, mas ele não entendia. (Professor S)

Eu sempre defendi a ideia de, ao invés de se criar essas disciplinas básicas, esses fundamentos, a gente criasse oficinas. Eu defendia criar o material com os módulos pra cada aluno, e deixar que os alunos fizessem oficinas ao invés de assistir aula, ou seja, o aluno tinha os módulos, o material, e ele tinha que desenvolver as atividades que estavam definidas em cada módulo. (Professor S)

Eu sempre acreditei que dessa forma o aluno ia fazer. A gente tinha que ter uns professores e alguns monitores pra auxiliá-los. (Professor S)

Mas, é claro que eu vou ter que... Essa alteração, vamos supor, nos conteúdos de Cálculo a serem trabalhados nessa formação específica, eu vou ter que também fazer uma mudança nos conteúdos de outras disciplinas que estão dentro do curso desse próprio aluno. (Professor X)

Mas isso dentro de uma concepção de curso, eu acho que, se o curso como um todo mudar pra outra concepção de realmente formação do professor de Matemática... Mas eu acho que você pode trabalhar os programas das disciplinas como um todo, de forma que algumas coisas que hoje são enfatizadas possam ser diminuídas dentro da formação dele. (Professor X)

Ou talvez a parte de Cálculo tenha que ser repensada, porque, se é a mesma de 30 anos atrás, o mesmo Cálculo que praticamente se ensina, né? Talvez ele tenha que ser repensado e repensadas todas as disciplinas pra formação do futuro professor. (Professor X)

Não vejo problema nenhum em diminuir, acho que a palavra seria essa. Diminuir o conjunto de coisa que se trabalha no Cálculo, como também na Álgebra, ou diminuir uma teorização, formalização ou retirar alguns conceitos, não vejo problema nenhum. (Professor X)

Eu acho que o que está aí foi uma construção social, o que se pensou pra o que eles chamam de Cálculo, por algum motivo, mas que vem das aplicações. Depois vem pra matemática, depois vem da engenharia. O que o engenheiro precisa? (Professor X)

Então eu penso que, se nós tivéssemos que dar prioridade numa política pública para que o governo, para que as instituições tivessem foco: bem, quem faz Licenciatura é pra ser professor de Ensino Fundamental e no Ensino Médio; essa disciplina, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo Numérico, eu penso que ficaria como disciplinas eletivas, perdão, optativas, e essas disciplinas optativas são para pessoa que quisesse se desenvolver na área de matemática, conteúdo mais específico, mas quem quer se tornar professor de matemática para atuar na Educação Básica, se assim como está redigido nas diretrizes curriculares do Ensino Superior, do Conselho Federal de Educação, também faz essas recomendações, mas infelizmente acontecem essas coisas. (Professor Z)

Então eu acho que precisaríamos repensar a questão do currículo, a questão das políticas públicas, e principalmente essa questão da Formação do Professor. O professor de Cálculo ter a consciência que ele tá formando professor, ele não tá ali apenas para repassar conteúdo específico. (Professor Z)

Na verdade esse é um dos meus questionamentos, né? Eu sempre me questiono até que ponto as disciplinas do Curso de Licenciatura influenciam na formação dos professores de Licenciatura, já que a gente pensa que o foco principal dos professores de Licenciatura é atuar em Ensino Fundamental e Médio. (Professor R)

> ***Às vezes, uma outra representação geométrica se faz no 2º grau, mas o professor, às vezes, não exige muito, não trabalha muito essa ideia, demonstração então no 2º grau, pelo menos, é o que os alunos me falam, poucos professores fazem e, quando fazem, fazem de forma informal. E o aluno fala: "Ah! Não vai exigir, então não vou me dedicar." E eles acabam não trabalhando essa ideia de demonstração. (Professor S)***
>
> ***Tanto no Instituto Federal como na PUC. Nas Engenharias não tem. Na Licenciatura, o colegiado achou necessário. Como a gente recebe um aluno que tem até uma formação inferior, essa palavra "inferior" talvez não seja a mais adequada, mas eles tiveram menos oportunidade do que os alunos que vão fazer Engenharia. Eu acho, né? Dessa forma eles chegavam bem despreparados. (Professor S)***
>
> ***Às vezes é até mais importante pro professor, é, vamos dizer: usar esses problemas específicos de Cálculo, para ter uma compreensão mais profunda do que é número real, a diferença, por exemplo, entre densidade e continuidade, coisas desse tipo, como essência da matemática. (Professor T)***

Destacamos, a seguir, alguns depoimentos dos professores entrevistados **X, W** e Z, relativos ao **Eixo Temático Dificuldade Didática**, que contém os seguintes **Temas: Usar Tecnologias Toma Muito Tempo; A Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática; Cálculo para Licenciatura em Matemática.** A saber:

> ***Algumas eu acho que não potencializa não, o fato do professor ficar no quadro e ficar fazendo demonstração, e ficar fazendo demonstração e o aluno copiando. (Professor W)***
>
> ***O professor passa no quadro, explica mais ou menos e o aluno só copia, isso não potencializa nada. Demonstração se aprende fazendo, não copiando, ou vendo alguém fazer. (Professor W)***
>
> ***É, talvez seja uma coisa assim, não tanto da prática dos professores. Talvez seja intrínseca à própria disciplina, (Professor X)***
>
> ***E o que normalmente é feito é pegar o aluno e despejar conteúdo do 1º e 2º graus que ele viu, de novo, mesma matéria que ele viu, e vai se produzir os mesmos vícios e os mesmos problemas que tinham anterior. (Professor W)***
>
> ***Um outro agravante, na minha concepção, sobre a importância da disciplina de Cálculo, é que quem tem dado a disciplina de Cálculo, os nossos professores de Cálculo, às vezes, eles não são professores de matemática, eles são matemáticos, não fizeram uma Licenciatura pra entender como é que funciona o processo de ensino/aprendizagem, porque eles têm que ter a consciência que eles são formadores de professores, não estão ali simplesmente para repassar conteúdo específico de matemática, (Professor Z)***

Em resumo, e para uma melhor explicação visual, construímos o **Quadro 15**, abaixo, que mostra de quais professores pinçamos os **Temas ou Unidades de Registro**, para caracterizar cada um dos **Eixos Temáticos**.

Quadro 15 - Mostra de quais educadores pinçamos os Temas ou Unidades de Registro para caracterizar cada Eixo Temático.

EIXOS TEMÁTICOS	EDUCADORES						
	X	Y	W	Z	R	S	T
Rigor							
Demonstração							
Conteúdo							
Contextualização							
Resolução de Problemas							
Dificuldades do Aluno							
Recurso Didático-Pedagógico							
Formação Profissional							
Recurso Didático – TIC							
Aspectos Epistemológico do Cálculo Diferencial e Integral I							
Dificuldades com as TIC							
Currículo							
Dificuldade Didática							

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

5.8 Processos de Categorização dos depoimentos da Pesquisa

Bardin (1977, p. 117) ressalta a importância da categorização nos procedimentos de Análise de Conteúdo, quando diz: “A maioria dos procedimentos de análise organiza-se, no entanto, em redor de um processo de categorização”. A autora (1977, p. 119) completa a argumentação explicando que a categorização é um processo classificatório, e que tal processo “possui uma importância considerável em toda e qualquer atividade científica”.

Neste momento da pesquisa, realizamos uma releitura de alguns dos pressupostos da fundamentação teórica que Bardin (1977, p. 117) nos oferece e, a seguir, colocamos em destaque: “categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia)”.

A relevância desse procedimento é mais bem compreendida à medida que a autora citada, Bardin (1977, p. 117), apresenta conceito claro e preciso para categorias, a saber “as categorias, são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos”.

Conforme esta mesma autora, existem cinco características que identificam um conjunto de categorias como um conjunto de categorias boas: a *exclusão mútua;* a *homogeneidade;* a *pertinência*, a *objetividade e a fidelidade; e* a *produtividade.*

Transcrevemos a seguir o conceito que a autora, Bardin (1977, p. 120-121) tem de cada uma destas cinco qualidades, porque nos proporciona uma forma de identificá-las, sem ambiguidades:

> A *exclusão mútua*: [...] As categorias deveriam ser construídas de tal maneira, que um elemento não pudesse ter dois ou vários aspectos suscetíveis de fazerem com que fosse classificado em duas ou mais categorias (BARDIN, 1977, p. 120).
>
> A *homogeneidade*: O princípio de exclusão mútua depende da homogeneidade das categorias. Um único princípio de classificação deve governar a sua organização (BARDIN, 1977, p. 120).
>
> A *pertinência*: Uma categoria é considerada pertinente quando está adaptada ao material de análise escolhido, e quando pertence ao quadro teórico definido. [...] O sistema de categorias deve refletir as intenções da investigação, as questões do analista e/ou corresponder às características das mensagens (BARDIN, 1977, p. 120).
>
> A *objetividade e a fidelidade*: [...] O organizador da análise deve definir claramente as variáveis que trata, assim como deve precisar os índices que determinam a entrada de um elemento numa categoria (BARDIN, 1977, p. 120).
>
> A *produtividade*: [...] Um conjunto de categorias é produtivo se oferece resultados férteis: férteis em índices de inferência, em hipóteses novas e em dados exatos (BARDIN, 1977, p. 121).

Observando as recomendações acima, antes de prosseguirmos com o procedimento de análise dos dados, coletados nas Entrevistas dos educadores, necessitamos voltar e refletir sobre todo o cenário onde se desenvolve esta investigação, focalizando nos três elementos balizadores do início, meio e fim desta pesquisa, a saber: o **Tema**, o **Objetivo** e as **Questões Norteadoras**, os quais transcrevemos a seguir:

O TÍTULO: Uma abordagem didático-pedagógica do Cálculo Diferencial e Integral I, na formação de professores de matemática;

O OBJETIVO: Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I na formação do professor de Matemática.

A QUESTÃO NORTEADORA: Quais são as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva dos aspectos epistemológicos e didático-pedagógicos na formação do professor de Matemática?

No processo de análise desta pesquisa, fazendo uma leitura flutuante das Entrevistas dos educadores, com o objetivo de dar início ao processo de categorização, construímos uma

primeira proposta de aproximação dos treze (13) **Eixos Temáticos**, a saber: **Rigor; Demonstração; Conteúdo; Contextualização; Resolução de Problema; Dificuldades do Aluno; Recurso Didático-Pedagógico; Formação Profissional; Recurso Didático – TIC; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I; Dificuldade com as TIC; Currículo** e **Dificuldade didática.**

Com esta primeira tentativa de aproximação dos treze (13) **Eixos Temáticos** nomeados no parágrafo anterior, podemos iniciar o processo de categorização, formando três (3) subgrupos com os treze (13) **Eixos Temáticos,** isto é: **Categoria I, Categoria II e Categoria III.** À **Categoria I** denominamos: **Processo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I.** À **Categoria II** denominamos: **Prática e formação de Professores em Cálculo Diferencial e Integral I**. À **Categoria III** denominamos: **Aspectos**[16] **Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I.**

Na **Categoria I - Processo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I –** agrupamos, nesta primeira fase do Processo de Categorização, seis (6) **Eixos Temáticos,** a saber: **Recurso Didático-Pedagógico; Contextualização; Dificuldades do Aluno; Currículo; Dificuldade Didática e Dificuldade com as TIC.**

Na **Categoria II - Prática e formação de Professores em Cálculo Diferencial e Integral I -** agrupamos, ainda nesta primeira fase do Processo de Categorização, seis (6) **Eixos Temáticos,** a saber: **Recurso Didático-Pedagógico; Recurso Didático - TIC; Dificuldade Didática; Dificuldade com as TIC; Dificuldades do Aluno e Formação Profissional.**

Na **Categoria III – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I** - agrupamos cinco (5) **Eixos Temáticos,** a saber: **Conteúdo; Aspectos Epistemológicos de Cálculo Diferencial e Integral I; Rigor; Demonstração e Currículo.**

Observamos que, entre as categorias – **Categoria I - Processo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I, Categoria II - Prática e formação de Professores em Cálculo Diferencial e Integral I e Categoria III – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I** –, existem **Eixos Temáticos na interseção destas Categorias.**

Por exemplo, os **Eixos Temáticos** comuns entre as **Categorias I e II** são quatro (4), a saber: **Recurso Didático-Pedagógico; Dificuldade Didática; Dificuldade com as TIC e**

[16] Repetimos que nesta Pesquisa Aspecto está sendo tomado com o significado de Dimensão.

Dificuldades do Aluno. Continuando esta reflexão, encontramos um único **Eixo Temático** comum às **Categorias I e III,** a saber: **Currículo.**

Notamos que nenhum **Eixo Temático** é comum às **Categorias II** e **III,** e, também, nenhum **Eixo Temático** é comum às **Categorias I, II, III.**

Com o intuito de uma melhor explicação visual dos dados, construímos o **Quadro 16**, abaixo, para mostrar a **Relação entre as Categorias (I, II e III) e os treze Eixos Temáticos extraídos das Entrevistas com os Professores, como Resultado da Primeira Fase do processo de Categorização, na nossa pesquisa.**

Quadro 16 - Relação entre as Categorias e os Eixos Temáticos Resultantes da Primeira Fase do Processo de Categorização.

CATEGORIAS	EIXOS TEMÁTICOS
I - Processos de Ensinar e Aprender Cálculo Diferencial e Integral	Recurso Didático-pedagógico; Contextualização; Dificuldades do Aluno; Currículo; Dificuldade Didática; Dificuldade com as TIC.
II - Prática e Formação em Cálculo Diferencial e Integral I	Recurso Didático-pedagógico; Recurso Didático - TIC; Dificuldades do Aluno; Dificuldade Didática; Dificuldade com as TIC; Formação Profissional.
III - Aspectos Epistemológicos da Disciplina Cálculo Diferencial e Integral I	Conteúdo; Aspectos Epistemológicos do Calculo Diferncial e IntegralI I; Rigor; Demonstração; Currículo.

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Novas leituras, conjecturas e refinamentos das convergências e divergências entre os treze **Eixos Temáticos**, evidenciadas pelo refinamento feito às **Categorias**, no **Processo de Categorização** desta pesquisa, reduzem de três categorias para duas novas categorias, as quais serão as **Categorias de Análise** resultantes do processo de análise de nossa pesquisa, denominadas: **CATEGORIA 1 - Processo Formativo de Professores de Matemática** e **CATEGORIA 2 – Aspectos[17] Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I**, cada uma delas constituída dos seguintes **Eixos Temáticos**. Assim:

A **CATEGORIA 1 - Processo Formativo de Professores de Matemática,** composta pelos oito seguintes **Eixos Temáticos**, a saber: **Currículo; Dificuldade Didática;**

[17] Outra vez relembramos que nesta Pesquisa Aspecto está sendo tomado com o significado de Dimensão.

Dificuldade com as TIC; Dificuldades do Aluno; Recurso Didático-Pedagógico; Recurso Didático – TIC; Resolução de Problemas e Formação Profissional.

A **CATEGORIA 2 – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** formada pelos seis seguintes **Eixos Temáticos,** a saber**: Contextualização; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I; Rigor; Demonstração; Conteúdo; Currículo.**

Por uma questão de visualização dos dados, organizamos o **Quadro 17**, abaixo, para apresentar as **Novas Categorias** resultantes do processo de refinamento inerente à categorização. Tal refinamento processou-se por meio de intersecção dos **Eixos Temáticos** pertinentes às primeiras categorias constituídas na pesquisa, a saber: **Categoria I - Processo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I, Categoria II - Prática e Formação de Professores em Cálculo Diferencial e Integral I** e **Categoria III** – **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I.** Estas intersecções foram constituídas na pesquisa, assim: intersecção das **Categorias: I e II;** intersecção das **Categorias II e III;** intersecção das **Categorias I e III,** e intersecção das **Categorias I, II e III.**

Estas **Novas Categorias** resultantes deste processo de refinamento constituem as **Categorias de Análise** de nossa pesquisa, e assim as denominamos: **CATEGORIA 1 - Processo Formativo de Professores de Matemática** e **CATEGORIA 2 – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I.**

Quadro 17. Relação entre as Novas Categorias resultantes e os respectivos Eixos Temáticos.

Processo Formativo de Professores de Matemática	Formação Profissional; Currículo; Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno; Dificuldade com as TIC; Recurso Didático-Pedagógico; Recurso Didático - TIC; Resolução de Problemas.
Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I	Contextualização; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I Rigor; Demonstração; Conteúdo; Currículo.

Fonte: Pesquisa de campo, 2013.

Assim sendo, a nossa análise está sendo efetivada levando em conta estas duas **Categorias: 1- Processo Formativo de Professores de Matemática** e **2- Aspectos**

Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I, e a relação de cada uma destas **Categorias** e seus respectivos **Eixos Temáticos**, conforme o diagrama abaixo.

Figura 5 - Diagrama da Categoria 1 **e suas conexões com os** Eixos Temáticos

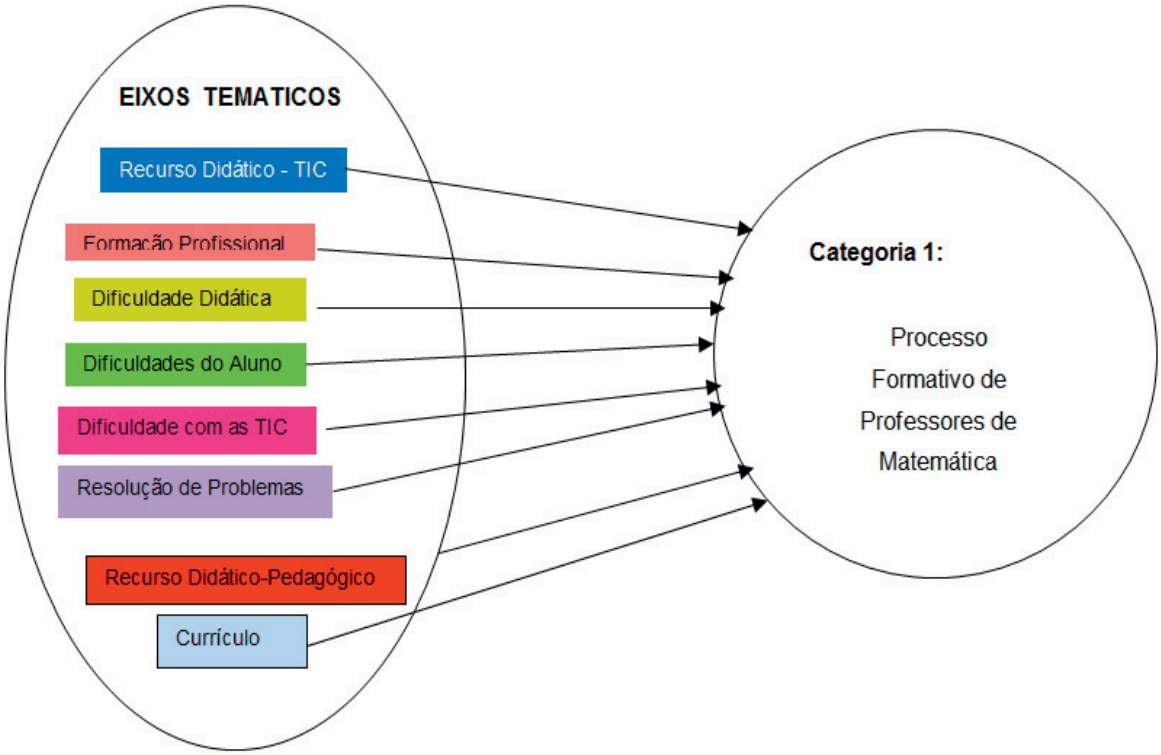
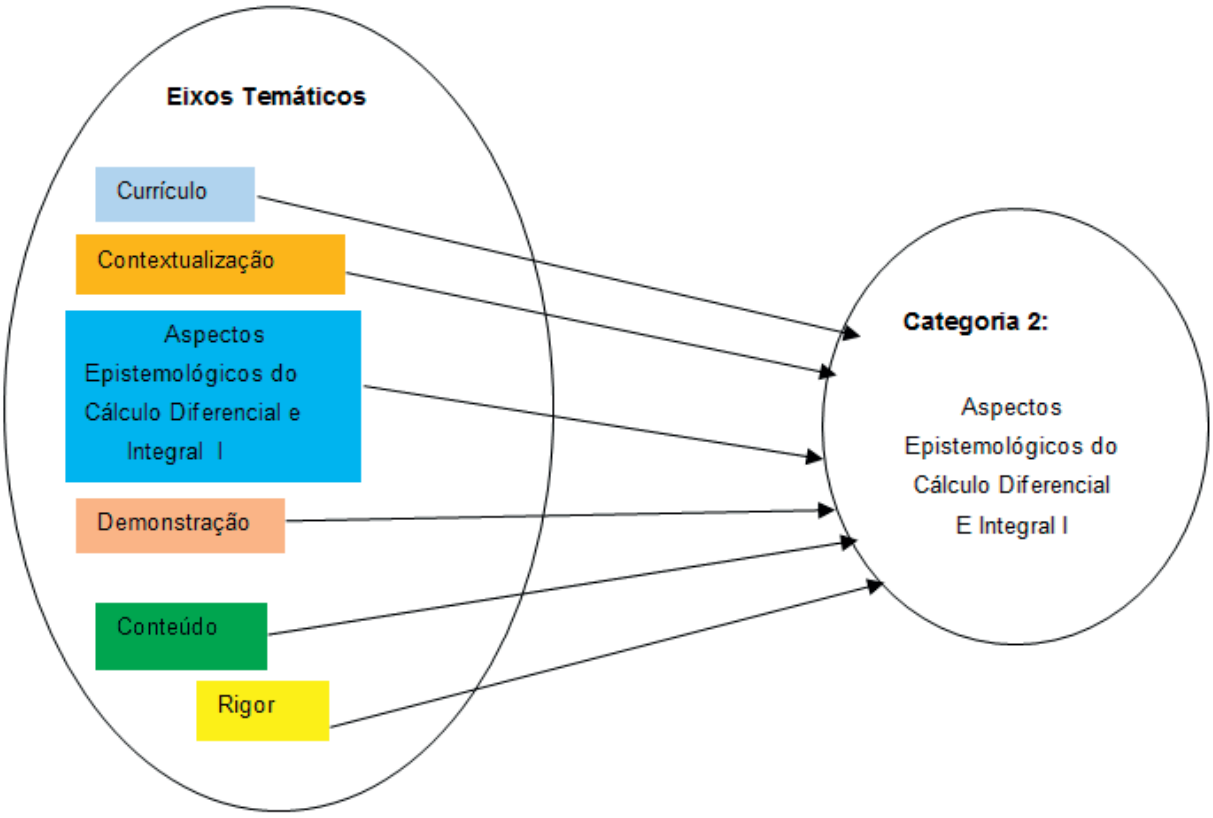


Figura 6 - Diagrama da Categoria 2 **e suas conexões com os** Eixos Temáticos



Gostaríamos de ressaltar que, apesar de termos nomeado um dos **Eixos Temáticos** desta pesquisa, de **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I**, adotamos este mesmo nome para denominarmos a **Categoria 2** por entendermos que os aspectos: **Contextualização; Rigor; Demonstração; Conteúdo; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I; e Currículo;** confluem todos para a constituição dos **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** no contexto dos depoimentos dos educadores matemáticos entrevistados, como pode ser evidenciado, no **Quadro 13,** o qual apresenta Temas ou Unidades de Registro Agrupados por Eixos Temáticos.

Realizamos uma reflexão em torno de cada uma destas **Categorias**, dos **Eixos Temáticos** e das **Unidades de Registro** que os constituem. Além disso, voltando sempre aos dados das Entrevistas com os educadores e aos respectivos **Quadros** explicativos na pesquisa**,** que nos oferecem indícios de um caminho de volta até aos depoimentos dos professores.

No movimento da dinâmica metodológica da análise desta tese, vamos nos basear na **Categoria 1: Processo Formativo de Professores de Matemática** e na **Categoria 2: Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** e analisar as Entrevistas, com o foco nos **Eixos Temáticos,** sob a perspectiva desta abordagem das categorias.

Iniciamos este procedimento com a **Categoria 1: Processo Formativo de Professores de Matemática** e as suas conexões com os respectivos **Eixos Temáticos** que a constituem, que são: **Formação Profissional; Currículo; Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno; Dificuldade com as TIC; Recurso Didático-Pedagógico; Recurso Didático – TIC e Resolução de Problemas,** além das relações com as **Unidades de Registro,** agrupadas conforme **Quadro** explicativo na pesquisa, e os depoimentos dos professores entrevistados.

Focalizamos, de início, o **Eixo Temático: 1- Formação Profissional,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro**: **O Professor deve ter conhecimento; Só Domínio conceitual não basta; O Professor tem que estudar continuamente o Novo, Sempre; Dificuldade do professor em manter-se atualizado; Dificuldade Intrínseca à própria disciplina.**

Nesse contexto, percebemos que os educadores entrevistados X, Z, R, S e T guardam uma justa preocupação com a formação do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, este importante profissional que é um agente de transformação social.

Destacamos dois dos depoimentos destes educadores, a saber:

> ***Esse argumento de que ele não vai ensinar isso então não precisa aprender, é um argumento difuso devido a duas coisas: primeiro porque de antemão não sabemos***

> ***o que ele vai ensinar, a não ser que tivesse uma lista, ele escrever e aí eu dou o diploma pra ele fazer só aquilo, vai ensinar só aquilo. (Professor W)***
>
> ***Eu acredito que o professor, quanto maior conhecimento ele tiver, melhor. Porque ele vai ter a capacidade de escolher e de trabalhar o conteúdo de uma forma apropriada, aprofundada ou não. (Professor R)***

No campo da **Formação Profissional**, retoricamente, as novas concepções dos educadores ganham o mundo propondo verdadeiras revoluções, mas que "não saem do papel", isto é: quando se concretizam em propostas de reforma, são, muitas vezes, engavetadas. Quando o tempo passa e o contexto muda e, em tempo, os educadores apresentam outra proposta contextualizada, a proposta anteriormente apresentada ainda não foi implantada.

Na intenção de esclarecer esta realidade, isto é, as dificuldades, paralisantes que impedem a concretização das sugestões abalizadas de professores, que são as vozes de educadores, que o mundo ouve, mas cuja implantação não consegue priorizar, Nóvoa (2013, p. 200) cita as quatro explicações apontadas por Labaree (2003), a saber:

> a) os professores e os programas de formação de professores têm um estatuto desvalorizado, o que lhe dá uma menor capacidade de influência e de intervenção, em particular no sistema de ensino superior; b) o ensino é uma profissão de enorme exigência, mas que parece fácil aos olhos de toda a gente, o que tem consequências nefastas no estatuto dos professores e no prestígio dos programas de formação; c) os pedagogos são demasiado previsíveis e repetem até a exaustão os mesmos temas e ideias, como se, depois da revolução da Escola Nova no princípio do século XX, nada mais houvesse a dizer; d) os professores e os pedagogos são vistos, ao mesmo tempo, como defensores do *statu quo* (num sistema escolar ineficaz, rígido e burocrático) e como lutadores por causas e utopias irrealizáveis.

Concordando com a mesma visão de David Labaree, Nóvoa (2013, p. 200) diz que: "precisamos sair deste 'colete de forças' e passar a olhar de outro modo para os problemas da formação de professores". Então, este autor aponta quatro propostas, a saber:

> a) Pensar a formação de professores a partir de dentro da profissão, isto é, dar aos professores um maior peso na formação dos seus futuros colegas e dos seus pares (NÓVOA, 2013, p. 208). b) Valorizar o conhecimento profissional docente, um conhecimento elaborado a partir de uma reflexão sobre a prática e sobre a experiência, transformando-o em um elemento central da formação (NÓVOA, 2013, p. 209). c) Reconstruir o espaço acadêmico da formação de professores, em um quadro de reforço das redes de colaboração e de cooperação, criando novas instituições que juntem a realidade das escolas e a realidade das escolas de formação (universidades) (NÓVOA, 2013, p. 209). d) Articular a formação de professores com o debate sociopolítico, desenvolvendo iniciativas no sentido da definição de um novo contrato social em torno da educação (NÓVOA, 2013, p. 209).

Voltando a nossa atenção para Viola dos Santos (2012b, p. 233-234), em seu texto *O que falam formadores sobre a formação (sólida em) matemática de futuros professores que*

ensinam matemática, podemos constatar que ele reproduz partes do texto *A Doutrina*, de Baldino (2001), reunindo falas que compõem um cenário real. Um cenário autorizado por um contexto social informal, onde as falas ecoam e são aceitas.

> Nas salas de cafezinho, nas festas e nos encontros informais da academia, ouvem-se aqui e ali, fragmentos de um discurso que, se pronunciado em sua forma completa, diria o seguinte: Os problemas do ensino da Matemática resumem-se na deficiência de preparo matemático dos professores. A formação do licenciado é, via de regra, fraca. Se o professor tivesse bom preparo matemático, não se sujeitaria a ganhar tão pouco, o nível do ensino subiria, e com ele o salário. A preocupação prematura com problemas de ensino é perigosa, pois desvia o aluno do esforço que deve fazer para aprender Matemática, no momento em que mais precisa disso. Portanto, na licenciatura o essencial é garantir uma boa formação matemática nos primeiros semestres, concentrando às disciplinas pedagógicas no último ano; de preferência, no último semestre. Deve-se tomar como lema da formação do professor: primeiro, os conteúdos; depois, os métodos [...] A Matemática é a Matemática, e quem entende delas são os matemáticos, porque a Matemática é aquilo que os matemáticos fazem. Todos os grandes matemáticos aprenderam com aulas expositivas de seus mestres. Os currículos são deficientes porque são feitos por pessoas que não entendem Matemática. Nossas universidades devem melhorar a formação matemática dos futuros professores e ter a coragem de terminar com disciplinas pedagógicas inúteis.

Fácil é encontrarmos professores de Matemática que já tenham ouvido ou mesmo proferido ou pensado em algumas dessas falas, que, para determinadas profissões, podem ser consideradas como um desacato à autoridade, mas ao educador deixam apenas o direito do confronto ou do calar atônito e o continuar seu caminhar de ações esperançosas, certo de que o tempo é tempo que passa agindo e no silêncio segue construindo a verdade, que, ele tem certeza, será sempre melhor que as expectativas.

Ainda em Viola dos Santos (2012b, p. 237), no mesmo texto apontado acima, destacamos o seguinte posicionamento do autor:

> Eu acho que os alunos da Licenciatura precisariam aprender um pouco da matemática acadêmica: Cálculo Diferencial e Integral, Estruturas Algébricas, Análise Real, essa parte Básica, você está me entendendo? Veja, não dá para pensar em um professor de matemática que não conheça essa matemática acadêmica. Não to falando de nada muito sofisticado, to falando dessa parte básica. Você já imaginou um professor de literatura que não conhece Machado de Assis e Clarice Lispector? Pois é, eu não consigo imaginar. Você consegue? Para mim, segue da mesma forma para a matemática acadêmica.

Na Tese de Doutorado de Viola (2012a, p. 12), *Legitimidades possíveis para a formação matemática de professores de matemática Ou: Assim falaram Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém*, destacamos o seguinte posicionamento do autor:

> Para pensar a formação de um profissional é interessante primeiramente olhar para como é o seu dia a dia, quais suas demandas, necessidades, para, a partir disso,

> elaborar um curso. Entretanto, essa profissão ainda está extremamente relacionada com a formação de outro profissional, o matemático, que tem sua prática, suas demandas e seu dia a dia, totalmente diferentes do professor de matemática (grifo nosso).

Decorrente das palavras do autor acima, vemos uma problemática, nos cursos de Licenciatura, nos quais a figura do professor de matemática é confundida, muitas vezes, com a figura do matemático: ambos devem saber matemática e, em nossa concepção, ambos devem ter conhecimento da docência. Mas questionamos: O que é saber Matemática? O que é saber ministrar aulas de matemática?

A discussão caminha em direção à fronteira das duas profissões: professor de matemática e matemático. Tal fronteira é instituída pela academia e pela sociedade dos matemáticos e educadores, professores de matemática. Mas, dessa forma, podemos ainda questionar: O que a vida acadêmica pressupõe?

Garcia (2009, p. 178), em seu texto *Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende?*, afirma que: "As respostas a essas questões são múltiplas, as teorias são diversas e, na verdade, cada professor produz, durante sua vida profissional, diferentes concepções de matemática e de ensino / aprendizagem, respondendo-as de maneiras próprias e mutáveis".

A autora citada acima, Garcia (2009, p. 178), faz referência a várias concepções, das quais destacaremos apenas três:

> A concepção absolutista de matemática: um conhecimento- produto, conjunto acabado e completo de conteúdos, passível de ser transmitido numa formalização e organização rígida. Esta concepção tem entre seus efeitos, um ensino desenvolvido de forma a-histórica e a-temporal, como se os conteúdos tratados fossem independentes dos homens. As ideias matemáticas são apresentadas, segundo o critério da precedência lógica, sem consideração para aspectos psicológicos, culturais ou socioeconômicos envolvidos na sua criação e sem respeitar os interesses dos estudantes. Esta concepção reserva ao professor o papel central do processo ensino / aprendizagem, aquele que expõe os conteúdos através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos, instituindo, assim, a figura do professor acadêmico: Professor é aquele que conhece a matéria que irá ensinar. Por outro lado, o aluno é um aprendiz passivo a quem cabe memorizar e reproduzir os raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros. Nesta perspectiva, essa ciência parece ser alienada e sem sentido e a matemática se apresenta desvinculada das demais.

Quanto à segunda concepção, a autora ressaltou a visão expressa por Cury (1994) em sua tese de doutorado (2009, p. 178):

> Destaca a divisão entre absolutismo e falibilismo, concepções opostas de matemática, e sua relação com as práticas pedagógicas e avaliativas dos professores: visão absolutista, dominante, pode levar a um ensino centrado no conhecimento, numa postura pedagógica formal, com avaliação objetiva, terminal e reprodutiva, em que os erros são evitados ou corrigidos; a visão falibilista pode se refletir numa reversão do quadro tradicional, priorizando um ensino centrado na ação, no diálogo

> e na resolução de problemas, com avaliação contínua e formativa, em que os erros são utilizados de forma construtiva no processo de ensino aprendizagem.

Por fim, Garcia (2009, p. 179) destaca a dedicação de Paul Ernest ao construtivismo social, que:

> Em 2007, encontra-se bem definido, atualizado, coerente e extremamente adequado para fornecer respostas às questões primárias. Estabelece relações entre elas e pode servir de base sólida para professores que, fruto da sua própria prática, também estão construindo percepções não tradicionais a respeito da Educação Matemática.

Na continuação, Garcia (2009, p. 179) expõe respostas às perguntas primárias, mostrando a influência das concepções diferentes de matemática e de ensino/aprendizagem, na maneira de pensar sobre o "ensino e aprendizagem em sala de aula, assim como sobre o formato, desenvolvimento e implementação do currículo".

Garcia (2009, p. 179) completa a sua reflexão afirmando ser "fundamental indagar a respeito da natureza da Matemática, suas características, conceitos, métodos, descobertas e verdades".

Consideramos também importante lembrar um viés na valorização acadêmica apontado por Gatti (2013, p. 97), a saber:

> Razões múltiplas para isso, associadas, por exemplo, ao que se valoriza na vida acadêmica como investigação científica, a não consideração e até o desprezo pela problemática associada aos atos de ensinar, a concepção de que ensinar <u>é um dom</u> e que, portanto, não se necessita de um conhecimento específico e de formação etc. (grifo nosso).

Continuando, Gatti (2013, p. 97-98) cita Zeichner (2010):

> Que em estudos recentes, aborda essa questão e analisa várias experiências levadas a cabo em algumas universidades americanas que esposaram a ideia da necessidade de criação de "espaços híbridos" na formação de professores na universidade, relacionando conhecimento acadêmico e conhecimento profissional.

Gatti (2013, p. 98) valoriza essa iniciativa como um marco revelador de uma contraposição a essa realidade que impede o fortalecimento, o reconhecimento profissional e promove o isolamento e a desvalorização. Esta mesma autora concorda com Zeichner (2010), que faz a seguinte leitura dessa dicotomia como sendo causada pela "desconexão tradicional entre escola e universidade e a valorização do conhecimento acadêmico como fonte única de autoridade do conhecimento para o ensino".

Na sequência, realizamos uma leitura reflexiva sobre o **Eixo Temático: Currículo**, que nesta pesquisa é formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **O Currículo está**

sendo Alterado no interesse de Quem; O Foco do Professor é Cumprir a Ementa; Uma Matemática Estática no Ensino Básico; **O Cálculo é Disciplina de Formação Básica**.

Os depoimentos de todos os professores entrevistados revelam que o **Currículo** é uma variável que interfere determinantemente nos resultados do **Processo Formativo de Professores de Matemática**; como podemos perceber em suas falas, das quais, aqui, transcrevemos apenas duas, a saber:

> ***lá no nosso curso, que envolve a prática como componente curricular desde o início do curso, que é uma Linguagem que também é obrigatória nas Licenciaturas, que é a produção de texto e leitura, e tem também uma disciplina em Informática na Educação que trabalha com apresentações, com edição de textos, com imagens, essas coisas, usando recursos tecnológicos que estão disponíveis ali. (Professor Z)***

> ***conseguimos nesse último, nessa última reestruturação, ir colocando disciplinas cobrindo os três eixos de formação. Disciplinas específicas: que é a Geometria, Fundamentos da Matemática Elementar. Disciplinas de cunho mais pedagógico, que seriam disciplinas afins iguais à Informática pra Educação, e também a questão de Produção de texto, que o professor precisa dominar bem. E a Prática de Ensino, a Prática de Matemática no Ensino Fundamental que envolve. (Professor Z)***

Todas as variáveis que constituem o cenário da Formação Profissional contribuem para moldar um currículo que a represente.

Segundo Gatti (2013, p. 95-96), existe uma incompatibilidade entre o que reza a legislação e o que na realidade ocorre no que diz respeito à conexão entre disciplinas do **Currículo,** incompatibilidade esta que explicitamos a seguir, com duas citações da autora:

> Tanto em documentos oficiais como em documentos acadêmicos ou associações diversas na área educacional, propõe-se que a formação para a profissão de professor deve ter como eixo uma relação efetiva entre teorias e práticas educacionais. Essa perspectiva é reiteradamente colocada nas discussões em vários fóruns pela Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação (Anfope), pela Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped) e pelo Centro de Estudos Educação e Sociedade (Cedes), além de ser claramente explicitada nos documentos do Conselho Nacional de Educação (2002; 2006), ou do Ministério da Educação (por exemplo, no Decreto Federal n. 6.755/09, entre outros). Nesses documentos normatizadores da formação de professores do país, está expressa a ideia de que teorias e práticas devem se compor para a formação dos docentes numa relação indissociável (GATTI, 2013, p. 95-96)

> Mas ainda se verifica a prevalência do modelo consagrado no início do século XX: o esquema de superioridade dos conhecimentos disciplinares sobre os conhecimentos didáticos e metodológicos de ensino, sendo o processo formativo vigente fragmentado em disciplinas estanques, sem interlocuções transversais (GATTI, 2013, p. 96).

É claro que os dois aspectos – conhecimento das disciplinas e conhecimentos didáticos – têm o mesmo valor e necessidade no currículo de formação de professor de Matemática.

Não podemos é privilegiar um em detrimento do outro, porque, quando o professor de Matemática participar de uma discussão a respeito da disciplina de que ele é o professor, ou mesmo diante de uma pergunta de um aluno, terá que mostrar conhecimento, competência, e opinar ou responder corretamente e com segurança.

> Em suma, o professor tem que sentir que ele sabe mais que o aluno. Ele precisa dizer, mas ele tem que ter certa firmeza, e essa firmeza é uma cultura que ele tem. Uma justificativa que eu daria para isso seria pela segurança e pela possibilidade de, eventualmente, ele ter uma interação com alunos. É muito importante isso. Não se pode restringir toda a formação do professor apenas ao que ele vai ensinar. Eu acho que ele tem que ter uma cultura maior. Isso eu incluiria tranquilamente: todo Cálculo e a Análise Real que está junto com o Cálculo. (Djairo Figueiredo. In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 49-50).

Destacamos, a seguir, dois de alguns dos depoimentos dos Professores entrevistados, **X, W**, Z, **relativos ao Eixo Temático: Dificuldade Didática,** que contém as seguintes **Unidades de Registro: Usar Tecnologias Toma Muito Tempo; A Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática; Cálculo para Licenciatura em Matemática** – os quais nos mostram que não basta saber matemática para ensinar matemática, mas que temos que saber também como ensinar e como se aprende.

> ***O professor passa no quadro, explica mais ou menos e o aluno só copia, isso não potencializa nada. Demonstração se aprende fazendo, não copiando, ou vendo alguém fazer. (Professor W)***

> ***E o que normalmente é feito é pegar o aluno e despejar conteúdo do 1º e 2º graus que ele viu, de novo, mesma matéria que ele viu, e vai se produzir os mesmos vícios e os mesmos problemas que tinham anterior. (Professor W)***

Podemos dizer que as dificuldades são significativas e muitas são intransponíveis e desanimadoras, e que se impõem a uma classe de profissionais a quem a sociedade inflige exigências de sacerdócio e retribui com desvalorização profissional promovida por meio de ações intencionais e massificadoras, estrategicamente desenvolvidas por uma política educacional que as vezes subliminarmente autoriza ao senso comum a acreditar que, quando a pessoa não sabe fazer nada, então ela pode ensinar, ou seja: ser professor.

Por tudo isso é que muitos só descobrem a seriedade do ensinar, do que ensinar, para quem ensinar, e como ensinar, quando se deparam com as dificuldades de aprendizagem em pessoas com as quais têm forte laço emocional, e finalmente concluem: Este professor não tem didática. Sabe muito, mas não sabe ensinar. Será que ensinar é um dom ou podemos aprender a ensinar?

Refletindo sobre **Dificuldade Didática,** Viola dos Santos (2012a, p. 307) considera o isolamento dos professores um impedimento para que estes estejam sempre atualizados, isto

é: “falta de espaço para discutirem suas práticas, cursos para aprender outras estratégias, conhecer a respeito dos processos cognitivos, sobre os novos recursos didáticos, os resultados de pesquisas em Educação Matemática”.

Hoje, ainda temos a Tecnologia que constrói fendas nos muros das escolas, exigindo do professor mais uma habilidade didática: como inserir didaticamente mais esse tipo de conhecimento.

Marin (2009, p. 132) ressalta que a forma de utilizar as TIC determina vantagens ou desvantagens no processo de aprender e ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como qualquer outro recurso didático, e, para que não se torne um recurso desvantajoso, o professor deverá desenvolver as atividades de forma a provocar, no aluno, uma postura de investigação reflexiva e crítica, sempre considerando a importância dos fundamentos teóricos em que as práticas se apoiam.

Destacamos, neste momento de nossa pesquisa, o **Eixo Temático: Dificuldades do Aluno**, que compreende os seguintes **Temas: Necessidade de Aprender esta Linguagem Específica; Compreender a Estrutura Lógica; Aprender a fazer Argumentação Válida; Tem que Aprender a Questão da Intuição; Tem que aprender a Questão da Descoberta; Desenvolvimento do Raciocínio; Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem; Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma; O Aluno nem sabe a Língua Materna; Dificuldade de Leitura e Interpretação; Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos; Não sabe qual é a Hipótese nem a Tese; Dificuldades em Conceitos Matemáticos; Falta do Hábito de Pensar; Alunos muito diferentes; Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar; Memorização sem compreensão; Aluno Sem Tempo para se Dedicar; Pouco Tempo para Muito Conteúdo; O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina; Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados; Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno; O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada.**

Nos depoimentos de todos os educadores entrevistados: X, Y, W, Z, R, S e T, podemos perceber que está claro para todos os professores as dificuldades dos alunos neste momento de transição da Matemática do Nível Médio para a Matemática que se apresenta no Cálculo Diferencial e Integral. Transcrevemos apenas dois depoimentos destes professores, a saber:

> ***O aluno tem que aprender a estudar aquele tipo de linguagem, aquele tipo de área. (Professor X)***

> ***Conheça a linguagem, as formas de argumentação típicas daquela disciplina. (Professor W)***

São muitas as dificuldades dos alunos relativas ao processo de aprender Matemática, ao processo de aprender Cálculo Diferencial e Integral. Primeiro podemos colocar em destaque que a própria disciplina tem seus chamados "problemas internos", com seus próprios símbolos, sua própria linguagem, uma linguagem ligada à lógica, à abstração.

Os autores Davis e Hersh (1989, p. 153-154), falando sobre símbolos, afirmam:

> As funções principais dos símbolos em Matemática são de designar com precisão e clareza e de abreviar. A recompensa é que, como disse Alfred North Whitehead, 'poupando ao cérebro todo trabalho desnecessário, uma boa notação deixa-o livre para concentrar-se sobre problemas mais avançados e, de fato, aumenta o poder mental da raça'. Em verdade, sem o processo de abreviatura, o discurso matemático é quase impossível.

Os mesmos autores, Davis e Hersh (1989, p. 156), ainda falando sobre os símbolos, afirmam que:

> Há símbolos matemáticos felizes ou poderosos que parecem ter algum tipo de poder hermético, que levam neles a semente da inovação e do desenvolvimento criativo. Por exemplo, há a notação Newtoniana para derivadas, há também a notação leibnitziana.

Essa linguagem específica e acadêmica, com um alto nível de abstração, generalização e formalização, promove um isolamento, um distanciamento da linguagem comum do dia a dia, acarretando, assim, as dificuldades que os estudantes sentem quando necessitam interpretar e compreender a Matemática.

Villarreal (1999, p. 16) destaca a dificuldade que os alunos tem na "construção do conceito de limite" e afirma que:

> Segundo Cornu, muitas pesquisas tem mostrado que a maioria dos estudantes não dominam a ideia de limite, mesmo em estágios avançados de seus estudos. No entanto, isso não impede que eles resolvam exercícios e problemas e tenham sucesso nos exames. A razão para isto pode ser o tipo de exercícios propostos, onde a ênfase não é colocada no conceito mas sobre as desigualdades e a noção de valor absoluto que permitirão 'dado o épsilon, determinar o delta'. O autor apresenta um estudo de alguns aspectos didáticos do conceito de limite, concepções espontâneas dos estudantes advindas de suas experiências prévias ao ensino formal e alguns obstáculos epistemológicos inerentes à própria natureza do conceito. O autor indica que o computador pode ter um papel significativo, fornecendo um ambiente onde o estudante adquira experiências para construir o conceito de limite, porém adverte sobre a possível presença de obstáculos epistemológicos próprios da mídia (VILLARREAL, 199, p. 16).

A todo um conjunto das muitas dificuldades dos alunos no processo de aprender Cálculo Diferencial e Integral, Villarreal (1999, p. 20) acrescenta aquelas que Cabral (1998) destaca, como por exemplo: “a problemática de que as reflexões produzidas pelo campo da cognição, muitas vezes, não conta de explicar porque existem dificuldades que se repetem e resistem às mudanças”.

Colocamos em evidência agora o **Eixo Temático: Dificuldade com as TIC**, que é composto pelos seguintes **Temas: A Contextualização da Escola com as TIC ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis; Laboratório Único com Escala para Reserva; Recursos Tecnológico ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa; A Escassez dos Recursos Tecnológicos dita a Disponibilidade de uso deste Recurso.**

Em seus depoimentos, os professores entrevistados, Z, W e S admitem que, apesar de reconhecerem as vantagens do uso das TIC, não conseguem transpor os obstáculos que os impedem de fazer uso das mesmas. Transcrevemos aqui dois de seus depoimentos, a saber:

> ***O grande problema hoje, que eu acho, pra se utilizar a tecnologia nessa disciplina, primeiro é o tempo pra se preparar. O professor gasta um tempo muito grande pra se preparar pra uma aula com o uso da tecnologia; outra coisa, a escola precisa ter essa tecnologia. Às vezes é trabalhoso, né? Pelo menos na Universidade que eu trabalhava tinha tecnologia. A gente tinha datashow, tudo. Porém tinha que requisitar com 10, 15 dias de antecedência. Aí tinha uma pessoa pra ir lá montar. Então é um processo trabalhoso, demorado. Isso não fica disponível na sala pro professor simplesmente levar um pendrive, ligar e falar. “Oh! Vou dar uma aula hoje e vou colocar pro quadro.” (Professor S)***
>
> ***Ou seja, hoje em dia os recursos existem, mas ainda não estão, assim, disponíveis de forma fácil. (Professor S)***

Valente (1998, p. 143-144) põe em foco as seguintes **Dificuldades com as TIC**:

> A experiência tem mostrado que o profissional das ciências exatas tem muita dificuldade em aceitar estas ideias. Ele, certamente, valoriza muito mais a exatidão e os fatos inquestionáveis, [...] enquanto que as questões emocionais e cognitivas não são tão claras e exatas como ele espera (VALENTE, 1998, p. 143).
>
> O domínio do computador requer tempo, a assimilação dos diferentes conhecimentos e das técnicas que fazem com que a informática seja uma verdadeira ferramenta educacional, requer tempo e espaço para que o participante do curso possa refletir sobre o que ele está fazendo. Isso em todos os níveis, quer seja na elaboração de programas educacionais, no uso do computador [...] na leitura ou elaboração de trabalhos escritos (VALENTE, 1998, p. 144).

Nesse sentido, Marin (2009, p. 114) narra, a partir de depoimentos de parte dos professores entrevistados em sua pesquisa, que encontramos cenários de escassez de equipamentos em Instituições de Ensino Superior, onde existe a disponibilidade de apenas “um computador e um datashow, que para serem usados precisam ser transportados para a

sala de aula. Para isso acontecer, os professores são obrigados a requisitá-lo previamente junto ao setor de audiovisual da instituição".

Outra situação que resultou em desânimo da professora, segundo o relato da própria, foi "que deixou de usar tais equipamentos quando suas aulas eram no período noturno, não por ficar na fila da reserva, mas pelo fato de não existirem funcionários suficientes para recolher o material quando encerra o horário de aula, geralmente após as 23 horas" (MARIN, 2009, p. 114).

Nessa mesma perspectiva, Penteado e Skovsmose (2008, p. 44) falam sobre a rede Interlink, que:

> Congrega professores de escolas públicas estaduais ou municipais. [...] os professores devem dedicar de uma a três horas por semana a atividades pedagógicas conjuntas, a fim de planejarem suas práticas em sala de aula. Trata-se do horário de trabalho pedagógico coletivo (HTPC). Eles usam parte desse tempo para participar da rede Interlink. Durante os encontros, eles conhecem novos softwares, leem e discutem artigos, e debatem atividades para suas aulas. Duas vezes por ano há um encontro com todos os membros da rede.

Os autores ainda esclarecem neste mesmo texto que:

> É obvio que a introdução de computadores nas escolas causa muitas dificuldades. O desafio de gerenciar uma nova situação parece tão grande que o possível ganho de aprendizagem torna-se insignificante [...] O que fazer se problemas administrativos comprometem os promissores ganhos de aprendizagem? [...] Nossa posição fundamental é simplesmente que qualquer estudante tem o *direito* de experimentar e usar o que considere importante para conseguir um emprego melhor, para divertir-se e assim por diante. Isso significa pôr a mão em um teclado. Vemos esse direito como pertencente à mesma categoria do direito de aprender a ler e escrever (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008, p. 47-48).

Um questionamento que nos faz refletir é: em um noticiário de TV, em 27/02/2014, soubemos que o número de celulares vendidos no Brasil é maior que o número total de brasileiros, hoje. Perguntamos: Quando poderemos contar com tamanha abundância em quantidade e qualidade, em nossas escolas, com referência aos Laboratórios de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática, mediados pelas TIC, já que são reconhecidas as potencialidades didático-pedagógica desses ambientes?

Sobre este assunto, acima mencionado, Miskulin (2009, p. 172) infere que "não se pode deixar de considerar as diversas dimensões inter-relacionadas que interferem na existência desse laboratório, tais como: a dimensão infraestrutural e a dimensão conceitual".

A autora acima citada, Miskulin (2009, p. 173), explica que a dimensão infraestrutural corresponde aos "aspectos técnicos da mídia computacional", e a dimensão conceitual

corresponde à "concepção didático-pedagógica de um laboratório como um espaço de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado" (MISKULIN, 2009, p. 172).

Em seu texto, Miskulin (2009, p. 175) retrata o que se deve considerar quando da implementação de um "Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática, mediado pelas TIC, no processo de formação de professores", a saber:

> A necessidade e a importância do laboratório em uma instituição de ensino superior; as dificuldades e obstáculos na implementação do laboratório em uma universidade pública; a concepção de um laboratório como um espaço de compartilhamento de anseios, expectativas e experiências de professores na constituição e investigação de suas práticas docentes; potencialidades e limitações de um laboratório de formação de professores" (MISKULIN, 2009, p. 175).

Intentando ultimar esta reflexão, recorremos a Lorenzato (2009, p. 5), que argumenta que:

> Nossa sociedade pressupõe e, até mesmo exige que muitos profissionais tenham seus locais apropriados para desempenharem o seu trabalho. [...] o dentista, cozinheiro, médico-cirurgião, veterinário, cabeleireiro, porteiro, ator, entre muitos outros. E porque local apropriado para trabalhar?

Quando será que a nossa sociedade vai compreender que os professores também têm direito de receber todo o suporte de qualidade que a missão de educador reivindica? Quando compreenderemos que não basta que nossos filhos e os professores estejam fisicamente presentes na escola para que tudo vá bem no processo ensino-aprendizagem? Quando os professores fazem greve, a preocupação divulgada por muitos órgãos de comunicação é que os alunos vão ficar sem aula. Quando compreenderemos que o foco maior deve estar na qualidade da aula, na qualidade da educação e que não só os professores, mas todos nós temos direito e dever de exigir do Sistema Educacional educação de qualidade para nossos filhos?

Ressaltando o **Eixo Temático: Recurso Didático-Pedagógico**, que, em nosso entendimento, nesta pesquisa, é formado pelas seguintes **Unidades de Registro: Exercícios mais Algébricos; Exercícios Aplicados; Despertar a necessidade de saber os Porquês; É Importante compreender o Significado; Generalização *versus* Caso Particular; Explicação de cada Passo; Possibilidade de cada Passo; Mostração; Muito experimento faz Sentido para eles; Dar ouvidos; Autonomia para a investigação do Aluno; Aprende-se Fazendo, não copiando; Aprende-se Fazendo, não olhando; Despejar conteúdo é Reforçar Vícios; Pensar no Local e no Global; Foco na Aprendizagem; Trabalhar Conceitos; Trabalhar com Práticas interessantes; Trabalhar com Diferentes Metodologias; Trabalhar com Resolução de Problemas; Trabalhar com Projetos; Jogos e Ludicidade; Relação Algébrico *versus* Geométrico; Repensar sua Prática; Saber o**

Porquê; Observar a turma; Forma Legitimada pela Academia; Você pede para o Professor Ler a Demonstração; Trabalhar com Tabela; Representação Gráfica; Minhas Práticas são as dos meus Professores; Trabalhar a Linguagem Escrita; As Oficinas para o Aluno aprender Fazendo; Grau de Subjetividade; Pouca dedicação do Aluno; Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior; Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também; Excesso de Algoritmos e processo de Repetição; O Método pode ser bom para uns e para outros não; Não Existe Método Infalível; Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo; Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo; Visualização não é Imprescindível; Visualização possibilita Diferentes Representações; Ação *versus* Visualização.

Como resultado desta reflexão, segundo o depoimento dos professores entrevistados, recurso didático abrange processos metodológicos, os quais, se adequadamente utilizados, podem ser como uma ponte para auxiliar o aluno nessa íngreme trajetória do processo de aprender Cálculo Diferencial e Integral.

Ressaltamos apenas dois depoimentos dos professores entrevistados referentes a este **Eixo Temático Recurso Didático,** a saber:

> ***Eu não parto das ferramentas do Cálculo, depois a aplicação nos cursos. Eu parto da demanda do perfil do curso e daí eu busco elaborar pontes e ganchos com ferramentas e conteúdos do Cálculo. (Professor Y)***

> ***Eu, pessoalmente, eu observo a turma, e com a turma eu vou trabalhar de acordo com os conceitos que ela trabalha, as aplicações. Quando trabalhei com a turma de Agronomia, por exemplo, eu utilizei muitas aplicações envolvendo, vamos dizer assim, o mundo deles ali. Trabalhar com pesquisas que os professores do curso realizavam, e a partir dessas pesquisas eu trazia as questões pra se trabalhar o Cálculo, e com o professor também deve ser assim. (Professor R)***

Essa postura metodológica, dos professores entrevistados, nos mostra a adequação do Recurso Didático à característica da sala de aula.

Viola dos Santos (2012a, p. 307-308), em sua Tese de Doutorado, propõe, como **Recurso Didático,** uma aproximação, mesmo que simulada, da sala de aula, dizendo:

> Mesmo considerando essas dificuldades, inerente às atuais Licenciaturas vigentes no Brasil, há a possibilidade de elaborar cursos nos quais a formação pode ser estruturada a partir de aspectos da prática e das demandas profissionais. Mesmo eles estando distantes do contexto escolar, há estratégias para trazer alguns elementos da sala de aula para perto [...].

Ou seja, mesmo distantes da escola, os professores universitários podem prever recursos e/ou métodos que simulem o ambiente da verdadeira sala de aula.

Continuando nossa reflexão sobre **Recurso Didático-Pedagógico**, recorremos ao texto de Garnica (2012, p. 332): *Estacas em paisagens móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de matemática*, para ressaltar o recurso didático da NARRATIVA e da ANÁLISE da NARRATIVA, pois, segundo o autor, "Se a narrativa constrói cenários, a análise direciona".

Neste texto, encontramos a parte dos **Três decálogos,** repleta de indícios de **Recursos Didáticos** que cada professor revela partindo de sua própria prática, dos quais ressaltamos os seguintes:

> **E disse Rogério**: Valoriza sempre e tudo que teu aluno faz; Questiona. Do questionamento surgem a compreensão e a possibilidade de subversão; Aposta no trabalho em grupo e evita a aula expositiva; Lembra que educar é seduzir; Repete, rediz. Por mais que não creias em repetição, repete, volta a falar, manda copiar, mas age a partir da repetição; (GARNICA, 2012, p. 333).

> **E disse Roberto**: Centra tuas práticas em tua imagem, personifica a Matemática e sê amigo, pois educar é seduzir. Evita personificar o medo e pautar na pressão tua relação com teus alunos; Há que se reavaliar os currículos; os programas de Matemática são muito extensos. Quanto mais conteúdo se puder trabalhar, melhor. Mas tudo há um limite. Falta diálogo na escola: professores não conversam com professores, como semideuses que se recusam a compartilhar opiniões; Aproveita a experiência de teus alunos; (GARNICA, 2012, p. 334).

Evidenciamos, agora, o **Eixo Temático: Recurso Didático – TIC,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro: Softwares de Geometria Dinâmica; Uso da Tecnologia como Complementar; Algoritmos Computacionais; Recursos Didáticos têm Limite; Recursos Softwares *versus* Percepção do Aluno; Software para Intuir Resultados**; **Software para Intuir Teoremas; Editar Texto com Imagem; Trabalhar com Tecnologia; Softwares de otimização no Estudo das Funções; Optar por Softwares Livres; Softwares Educacionais; Tecnologia.**

Os educadores entrevistados afirmam a importância deste recurso didático em seus depoimentos, dos quais selecionamos dois destes depoimentos para transcrever aqui:

> ***O GeoGebra é um excelente software. Eu trabalho com o GeoGebra e ele permite você trabalhar n coisas com ele, né? Então, como recurso didático-pedagógico, eu acho ele excelente, não só pra você trabalhar a visualização dos gráficos ou das figuras geométricas, mas também para aprender conceitos, pra você trabalhar com n coisas lá. (Professor R)***

> ***ele está no computador, ele está na internet. Hoje em dia eu posso dizer que faz mais sentido o computador pro aluno do que a lousa. Se você ver o número de horas por dia ou por ano que o aluno digita, e o número de aulas que ele escreve, qual que você acha que está mais próxima, a escrita da lousa ou a tela do monitor? (Professor Y)***

Segundo Mikulin e Piva Juniror (2007, p. 138-139),

> No contexto educacional as TIC pressupõem novas relações entre professores e alunos e essas relações necessitam ser repensadas e redimensionadas. [...] o professor *precisa* compreender o trabalho do aluno para poder responder às suas dúvidas e questões. Também *deve* procurar compreender as suas ideias; e fazer, ele próprio, uma pesquisa a propósito de aspectos que não tinha sido considerado inicialmente. Professor e aluno passam a ser parceiros de um processo de construção do conhecimento. (MISKULIN; PIVA, 2007, p. 138).

> As práticas pedagógicas que utilizam as TIC de forma planejada e sistemática permitem: a) o desenvolvimento de uma competência de trabalho em autonomia (fundamental ao longo da vida), já que os alunos podem dispor, desde muito novos, de uma enorme variedade de ferramentas de investigação; b) um acesso à informação com rapidez e facilidade (um dos seus principais trunfos); c) uma prática de confrontação, verificação, organização, seleção e estruturação, já que as informações não estão apenas numa fonte. As inúmeras informações disponíveis não significarão nada se o utilizador não for capaz de as verificar e de as confrontar para depois as selecionar. A recolha das informações sem limite pode muito bem provocar apenas uma simples acumulação de saberes; d) o desenvolvimento das competências de análise e reflexão; e) a abertura ao mundo e disponibilidade para conhecer e compreender outras culturas; f) a organização do seu pensamento; g) o trabalho em simultâneo com um ou mais colegas situados em diferentes pontos do planeta; h) a criação de *sites* (em colaboração com os colegas e professores da sua ou de outra escolas), a qual vai permitir que os alunos realizem; i) um trabalho de estruturação das suas ideias; j) uma organização espacial; k) uma apresentação com cuidados estéticos; l) um trabalho de descrição e apresentação que proporcionará uma pesquisa histórica, geográfica e cultural sobre a escola, local e a região onde habitam e estudam; m) um registro de sons e imagens (fotografia e vídeo); n) uma tradução em várias línguas; dentre muitas outras possibilidades (MISKULIN; PIVA, p. 138-139).

Nesse mesmo **Eixo Temático, Recurso Didático – TIC,** complementando nossa reflexão, Valente (1998, p. 24-25) explicita que:

> O uso do computador como ferramenta ao invés de "máquina de ensinar". Como ferramenta ele pode ser adaptado aos diferentes estilos de aprendizado, aos diferentes níveis de capacidade e interesse intelectual, às diferentes situações de ensino-aprendizagem, inclusive dando margem à criação de novas abordagens. Entretanto, o uso do computador como ferramenta é a que provoca maiores e mais profundas mudanças no processo de ensino vigente, como a flexibilidade dos pré-requisitos e do currículo, a transferência do controle do processo de ensino do professor para o aprendiz e a relevância dos estilos de aprendizado ao invés da generalização dos métodos de ensino. Estas questões só podem ser contornadas à medida que o uso do computador se dissemine e coloque em xeque os atuais processos de ensino. Talvez esta esteja sendo a maior contribuição do computador na educação.

Observando o **Eixo Temático Resolução de Problemas,** formado pelas seguintes Unidades de Registro: **Discussão de conteúdos na sala de aula; Discussões em sala de aula; Atividades; Situações antecipadas em sala do Ensino Básico; Resolver Problemas; Problemas Matemáticos; O Aluno tem que saber ler os enunciados; O aluno tem que entender a Lógica da Enunciação; Discutir enunciados; Discutir Formas de Argumentação; Aprender a Lógica da Argumentação; Leitura e entendimento do Problema; Construção de Gráfico; Comentar o Gráfico; Relacionar Representação**

Algébrica e Gráfica; Situações novas aparecem cada vez com mais velocidade e continuamente; Cálculo relacionado com Problemas Práticos; percebemos que os professores X, Y, W, Z e R, que foram entrevistados esclarecem em seus depoimentos que **Resolução de Problemas** pode ser uma boa motivação, pela possibilidade de aplicação que o Cálculo Diferencial e Integral possibilita. Para evidenciar, transcrevemos apenas dois depoimentos destes professores, a saber:

> ***Em matemática pelo menos, que façam que os alunos leiam o enunciado, procure entender essa lógica da enunciação, pelo menos pro aluno ter ideia do que se está falando. (Professor W)***

> ***Então, aí, em síntese: Cálculo, ele vem como ferramenta pra ajudar a resolver problemas. Ele vem também como um pé para compreender como a matemática estrutura seus modos de compreender o mundo. (Professor Y)***

Quanto à **Resolução de Problemas,** apoiamo-nos na Tese de Doutorado de Viola dos Santos (2012a, p. 308-309), quando ele afirma: "Outras características em relação à formação matemática de professores está relacionada à suas capacidades de resolver problemas. Vários autores explicitam importância de que uma parte da formação matemática do licenciando ser dedicada a essa temática".

O mesmo autor afirma que Lins (2012, p. 309) propõe inclusive a inclusão de uma disciplina, "Seminário de Resolução de Problemas, na qual os licenciandos estariam expostos à resolução de problemas das mais diversas naturezas".

Onuchic e Allevato (2011, p. 79) destacam de grande importância o trabalho realizado pelo NCTM – National Council of Teachers of Mathematics –, com a publicação em 2000, dos *Principles and Standards for School Mathematics*, no qual são enunciados:

> Seis princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação, e Tecnologia); cinco Padrões de Conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medidas, e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco Padrões de Conhecimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação.

Seguindo os passos da História, as autoras ressaltam que a penúltima fase desta trajetória "é destacada a aprendizagem através da resolução de problemas" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79) e, por fim, a última fase, onde se apresenta a "tendência ao desenvolvimento de currículos baseados em padrões" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79).

As autoras Onuchic e Allevato (2011, p. 81) entendem que problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas se está interessado em fazer".

No texto, Onuchic e Allevato (2011, p. 82) reúnem ideias de Onuchic (2004), Van de Wale (2001) e outros autores. Assim:

> a) Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*. b) Resolução de problemas desenvolve *poder matemático* nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. c) Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido e a auto-estima dos estudantes aumenta. d) Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso na Matemática. e) Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar a forma dita *tradicional*. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios. f) A formalização dos conceitos e teorias matemáticas feitas pelo professor, passa a fazer mais sentido para o aluno.

Neste mesmo texto, as autoras Onuchic e Allevato (2011, p. 83-84) apresentam uma sugestão de roteiro para a atividade de Resolução de problemas, que enumeraremos a seguir: "Preparação do problema; Leitura individual; leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca do consenso; Formalização do conteúdo".

Já Miskulin (2008, p. 01), em seu artigo *Resolução de Problemas Potencializando Processos Formativos de Professores que Aprendem e Ensinam em Comunidades*,

> Aborda a Resolução de problemas como elemento potencializador de processos formativos de professores que aprendem e ensinam em comunidades, apresentando experiências realizadas por nós, em diferentes tipos de comunidades. Ressaltando a concepção de resolução de problemas, como uma atividade de Design.

No movimento da dinâmica metodológica da análise desta tese, nesta fase, vamos nos basear na reflexão sobre a **Categoria 2 – Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I** e as suas conexões com os respectivos **Eixos Temáticos** que a constituem, que são: **Contextualização; Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I; Rigor; Demonstração; Conteúdo; Currículo,** além das relações com as **Unidades de Registro** e os depoimentos dos professores entrevistados sob a perspectiva da abordagem da categoria.

Sobre o **Eixo Temático Contextualização**, compreendido pelas **Unidades de Registro: O Objeto em Estudo tem que Fazer Sentido; Necessidade de Concretização; Necessidade de Aplicação; Exemplificação; Concretização, Aplicação; Trabalhar com História da Matemática; Trabalhar com Modelagem; Problemas Ambientais; Trabalhar com Software; Exploração Diferenciada; Problematização Diferenciada; Trabalhar com História da Matemática; Problemas da Disciplina Física; Problemas da Disciplina**

Biologia; Aplicação Contextualizada; Recursos Didáticos devem ser Contextualizados; Práticas devem ser Contextualizadas; Cálculo como Disciplina em Serviço; O Cálculo e a Contextualização; O Cálculo e a Modelagem; percebemos que todos os professores entrevistados reconhecem que a descontextualização dificulta a significação do conhecimento.

Para focalizarmos este fato, ressaltamos dois de todos os depoimentos dos professores entrevistados, a saber:

> ***Talvez não faça sentido ter que ter aquela demonstração no livro. Talvez pro aluno não pareça tão importante... Quanto o professor queira que seja talvez. (Professor Y)***

> ***Isso tem que ser levado em consideração. Cada local... Mesmo um curso de Cálculo dado aqui em Rio Claro, eu não sei se deve ser o mesmo, por exemplo, lá na UNIR em Ji-Paraná ou na UNIR em Porto Velho, ou na UNICAMP, pode ser até que em certo momento coincidam. (Professor W)***

Concordamos com os autores Lüdke e Boing (2004, p. 1176), que argumentam assim: "Aliás, acreditamos que a 'missão' profissional dos professores vai além da cultura institucional. O professor tem um mandato específico na sociedade atual, seja no estabelecimento do ensino, seja em outros ambientes educativos, reais ou virtuais".

Os autores Lüdke e Boing (2004, p. 1176-1177) continuam suas argumentações citando Gauthier e Mellouki (2004),

> *que ao entenderem o professor como um intelectual, afirmam que este é mandatário de quatro dimensões que o diferenciam de outros intelectuais: é mediador, herdeiro, crítico e intérprete da cultura. A escola, segundo os autores, ainda é a instituição privilegiada para a transmissão da cultura na sociedade atual. E, no espaço escolar, o professor é o principal ator pelo qual, obrigatoriamente, passam as diferentes culturas. De certa forma o professor é fiel depositário da cultura, o herdeiro. Mas ele não recebe cultura simplesmente. Como intelectual que é, ele é capaz de estabelecer elos entre os diversos saberes sobre o mundo, compreender como foram construídas as diferentes interpretações desse mundo e, conhecendo os estudantes, situá-los em seu contexto sócio-histórico. Na interpretação com seus alunos, ele necessita constantemente, decodificar, ler, compreender e explicar textos, situações, intenções e sentimentos, como explicam os autores, deixando evidente a dimensão interpretativa do ofício de professor. Por fim, sustentam o aspecto crítico que caracteriza as interpretações que os professores fazem da cultura, pois levam os alunos a observarem o panorama cultural sem lhes impor a sua própria interpretação, mas incentivando e instrumentalizando os estudantes a percorrerem os seus próprios itinerários, numa busca de construção dos seus conhecimentos.*

Destacamos, também, a argumentação de Viola dos Santos (2012a, p. 307), em sua Tese de Doutorado, quando afirma que os licenciandos "[...] necessitam de espaço para discutirem suas práticas, cursos para aprender outras estratégias, conhecer a respeito dos processos cognitivos, sobre os novos recursos didáticos, os resultados de pesquisas em Educação Matemática" [...].

Continuando esta reflexão transcrevendo dois dos depoimentos dos Professores entrevistados **X, Y, W, Z e S,** que têm relação com o **Eixo Temático Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro**: **A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno; Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática; O Cálculo no Processo de Compreensão; O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico;** que mostram que a Epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral é de grande relevância no processo de aprender e ensinar esta área da Matemática, a saber:

> ***Os alunos que entram não têm maturidade, não estão preparados pra um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos o Cálculo I. (Professor S)***
>
> ***Talvez o aluno demore um tempo pra ter esse amadurecimento. (Professor X)***

Reis (2001 *apud* JAVARONI, 2005, p. 126), em sua pesquisa sobre *A Tensão entre o Rigor e a Intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*, afirma que:

> O professor tende a encaminhar o processo de ensino / aprendizagem sob uma das seguintes formas: a epistemologia empirista, isto é, a pedagogia centrada no professor, que tende a valorizar as relações hierárquicas, em nome da transmissão do conhecimento; a epistemologia apriorista, ou seja, a pedagogia centrada no aluno, que pretende confrontar o modelo anterior, atribuindo ao aluno, responsabilidades que ele não tem, tais como: o domínio do conhecimento sistematizado em determinadas áreas e capacidade de abstração suficiente, e a epistemologia construtivista, centrada na relação, que tende a desabsolutizar os pólos da relação pedagógica.

No capítulo sete de sua pesquisa, Reis (2001, p. 149) procura "identificar as diversas categorias de conhecimento descritas por Schulman (1986): conhecimento específico, o conhecimento pedagógico e o conhecimento curricular".

No capítulo quatro, Reis (2001, p. 81-82) explica cada uma das categorias assim:

> Conhecimento do conteúdo específico: não se refere apenas aos conceitos, mas as ligações entre eles; refere-se à acumulação e à organização do conhecimento na mente do professor; pensar sobre o conteúdo do conhecimento é ir muito além dos fatos ou conceitos de um domínio, sendo necessário compreender as estruturas dos assuntos; (REIS, 2001, p. 81-82).
>
> Conhecimento pedagógico do conteúdo: formas de representação mais úteis das ideias mais ensinadas; melhores analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações; compreensão do que faz com que a aprendizagem de um determinado tópico seja fácil ou difícil; conhecimento das concepções e preconceitos relacionados aos tópicos mais ensinados, que alunos de diferentes idades trazem consigo e de estratégias provavelmente mais frutíferas para reorganizar a compreensão dos alunos; (REIS, 2001, p. 82).

> Conhecimento curricular: arsenal completo de programas desenvolvidos para o ensino de tópicos e matérias específicas num determinado nível; variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação a estes programas; estabelecimento de um conjunto de características que servem como indicação como contra indicação para uso de materiais curriculares ou programáticos; familiaridade com materiais curriculares e programáticos de outras disciplinas (conhecimento curricular lateral); habilidade para relacionar o conteúdo de um curso ou de uma aula com tópicos ou assuntos que foram ou serão ensinados durante anos anteriores ou futuros (conhecimento curricular vertical); (REIS, 2001, p. 82).

Corroborando a afirmação de Rezende, W. M. (2003), conforme resumo da sua Tese de Doutorado, cujo texto transcrevemos: "parte significativa dos problemas de aprendizagem 'do atual' ensino de Cálculo é de natureza essencialmente epistemológica, está além dos métodos e das técnicas de ensino, sendo inclusive anterior a seu próprio tempo de realização".

Para entendimento dessas dificuldades de natureza epistemológica, o autor Rezende (2003), no resumo da sua Tese de Doutorado, explica que, como resultado de sua pesquisa:

> Foram explicitados e consubstanciados cinco macro-espaços de dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica, cinco eixos que estruturam o ensino de Cálculo, a saber: o eixo **discreto / contínuo;** o eixo **variabilidade / permanência**; o eixo **finito / infinito;** o eixo **local / global**; e o eixo **sistematização / construção.**

Então, continuando nossa reflexão, buscamos novamente os dados das Entrevistas com os educadores, e percebemos, nos **Quadros** relacionados aos **Eixos Temáticos** desta pesquisa, que o **RIGOR** apresenta-se como um aspecto epistemológico fundamental no processo de ensinar e aprender Cálculo, e também que o Rigor é um dos aspectos fundamentais da essência do Cálculo.

Assim, nos depoimentos de todos os educadores entrevistados, X, Y, W, Z, R, S e T, o **RIGOR** assume dimensão ora **importante**, ora **questionável; gradativa; contextualizada;** ora explicando que **é necessário entender o que é Rigor; nível de Rigor; Rigor para quem; o que fazer com o Rigor.** A seguir transcrevemos dois depoimentos desses professores participantes da Entrevista da nossa pesquisa:

> ***O aluno, em sua formação em Matemática, ele tem que passar por algumas situações de discussão, inclusive do que é esse rigor, o que seria esse rigor. (Professor X)***

> ***Esse rigor, ou a demonstração enfim, tem o sentido primeiro de que o aluno perceba que a demonstração é um instrumento pelo qual, ou o argumento pelo qual o matemático mostra que uma certa proposição é verdadeira, com modo de argumentação válido, ao mesmo tempo que ele aprenda a fazer demonstrações (Professor W).***

Sobre **RIGOR,** Garnica (2002, p. 76), argumentando, lembra que as publicações relativas ao tema demonstração proporcionam vários indícios, dos quais nesta ocasião citaremos apenas a parte relativa ao **Rigor**:

> No que se refere à questão do chamado "rigor matemático", os estudos publicados não concebem a possibilidade de um rigor alheio à Matemática dita "formal" (esse "formal" refere-se especificamente ao fato de tratar a Matemática de formas ideais, próprias ao domínio do "qualquer-que-seja", e não por serem formalizáveis seus objetos), desenvolvida profissionalmente na área acadêmica, mesmo criticando e tomando tais possibilidades em suas limitações. Ou, de outro modo, não são vistas como "rigorosas" argumentações não formais ou o que, mais tarde, chamamos de "etnoargumentações".

Já Reis (2001, p. 85), ao referir-se à prova rigorosa, diz:

> É um ponto nevrálgico no ensino de Análise e também para o ensino de Cálculo, onde a prova rigorosa é um ponto questionável.Muitas provas em Cálculo podem ou não atingir um "nível de rigor" que as classifique em demonstrações ou tão somente em ideias de demonstrações.

Observando, a seguir, os depoimentos dos educadores entrevistados **X, Y, W, Z, R e S** que estão relacionados com o **Eixo Temático DEMONSTRAÇÃO,** compreendido por nós como formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **Demonstrações Dinâmicas; Demonstrações não podem ser o Grande Foco; A Demonstração tem Importância; O Aluno deve fazer a Demonstração; Quanto de Demonstração e Como Demonstrar; Demonstração por Ɛ's e δ's; Demonstração Para Quem?; Demonstrar Didaticamente; Demonstração *versus* Ensino Básico; Demonstração *versus* Contexto Histórico; Demonstração e o GeoGebra; Demonstração *versus* Maturidade; Demonstração e Justificativa; Demonstração Rigorosa é bastante Questionável; Demonstração é uma Forma de Convencimento; Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar; Demonstração mais Teórica –** confirmamos, nas Entrevistas desses professores, a relevância dispensada a este Eixo Temático, e colocamos em destaque dois desses depoimentos, a saber:

> ***Os alunos que entram não têm maturidade, não tá preparado para um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos no Cálculo I (Professor S).***

> ***Uma demonstração, num curso de Cálculo, não é o professor mostrar pro aluno que aquele resultado é válido, não tem esse objetivo, ou pelo menos, no meu ponto de vista, não deveria ter esse objetivo, deveria ter o objetivo de que o aluno aprenda a fazer demonstrações (Professor W).***

Para explorarmos mais e mais a nossa reflexão sobre **Demonstrações**, aportamos nas palavras de Garnica (2002, p. 75-77), quando diz:

> A prova rigorosa, sendo elemento fundamental para entender a prática científica da Matemática, seria também fundamental nos cursos de formação de professores, não

> como mero recurso técnico, mas uma abordagem crítica, que possibilitasse uma visada panorâmica nos modos de produção e manutenção da "ideologia da certeza" para que, a partir disso, pudessem ser produzidas formas alternativas de tratamento às argumentações sobre os objetos matemáticos em salas de aula reais (GARNICA, 2002, p. 75).
>
> De modo geral detectou-se que:
>
> A prova rigorosa é elemento essencial para compreendermos o funcionamento do discurso matemático (poder-se-ia dizer que a prova é, por excelência, "a" metodologia Matemática, vindo a caracterizar o que chamamos de "estilo matemático") e o modo como são engendradas as concepções que permeiam a sala de aula de Matemática sendo, por isso, tema importante na Educação Matemática; (GARNICA, 2002, p. 76).
>
> No que se refere à questão do chamado "rigor matemático", os estudos publicados não concebem a possibilidade de um rigor alheio à Matemática dita "formal" (esse "formal" refere-se especificamente ao fato de tratar a Matemática de formas ideais, próprias ao domínio do "qualquer-que-seja", e não por serem formalizáveis seus objetos), desenvolvida profissionalmente na área acadêmica, mesmo criticando e tomando tais possibilidades em suas limitações. Ou, de outro modo, não são vistas como "rigorosas" argumentações não formais ou o que, mais tarde, chamamos de "etnoargumentações" (GARNICA, 2002, p. 76).
>
> O surgimento da prova, com os gregos, e mesmo sua formalização amplamente divulgada no mundo contemporâneo, carecem estudos históricos mais apurados. É necessária, ainda, uma arqueologia da transformação da Matemática em ciência hipotético-dedutiva (GARNICA, 2002, p. 76).
>
> a utilização da informática para resolver provas ainda é questão altamente polêmica, cercada de paradoxos que focam validade, teoria e prática (GARNICA, 2002, p. 77).
>
> várias são as referências bibliográficas que tratam de metodologias para o uso da prova em salas de aula, embora elas possam ser vistas como estudos compartimentados, sem um elo forte ou claro o suficiente para amalgamá-las num projeto comum, com uma teoria consistente que lhe sirva de fundamentação (GARNICA, 2002, p. 77).
>
> a prova rigorosa é engendrada, executada, verificada e, finalmente, validada por critérios nitidamente sociais, afirmação essa que rompe tanto com os aspectos lógicos quanto com os aspectos matemáticos que, a julgar as posições pelas quais a ideologia da certeza trafega, deveriam caracterizá-las (GARNICA, 2002, p. 77).

Para melhor compreensão, citamos Silva (2002, p. 50), que, no resumo de seu texto, se refere à **Demonstração** assim:

> [...] enfatizando três de seus aspectos, o retórico, o lógico-epistemológico e o heurístico. Isto é, a demonstração matemática é considerada aqui como simultaneamente uma peça de retórica destinada a convencer, com um encadeamento lógico conduzindo à verdade e ao conhecimento e como um possível catalisador de descoberta de matemática. [...] apesar dessa diversidade de aspectos, considerada como um objeto matemático ela própria, a demonstração matemática é tratável apenas em seu aspecto lógico. [...] e ainda que a finitude, usualmente considerada como um caráter essencial das demonstrações, pertence apenas ao aspecto retórico, sendo meramente acidental do ponto de vista estritamente lógico.

Voltamos a Garnica (1995, p. 12-13), quando, em sua tese de doutorado, explicita a diferença entre prova e demonstração:

> Uma prova é uma explicação aceita por uma comunidade num dado momento, podendo ser debatida, refutada ou aceita. No interior da comunidade Matemática, porém, só são aceitas como provas as explicações que adotam uma forma particular, um conjunto de enunciados válidos organizados segundo certas regras, sendo que um enunciado ou é reconhecido como verdadeiro ou é deduzido a partir do precedente por regras de dedução válidas e pré fixadas, do domínio da lógica. A esse tipo particular de prova BALACHEF chama **demonstração**.

Dirigimos o nosso olhar reflexivo novamente aos dados das Entrevistas com os professores e aos **Quadros** da nossa pesquisa**,** observando o **Eixo Temático CONTEÚDO**, compreendido por nós como formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **Entender o significado da Abstração,** apontado em depoimento pelos Professores **X e Y; Necessidade de Teorização,** apontado em depoimento pelos Professores **X e T; Aprofundamento no Conteúdo de Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Como se apresentam as Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Como os alunos podem Manipular Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **X; Iniciar Cálculo por Integral e não por Limite,** apontado em depoimento pelo Professor **W; Partir da intuição até Ɛ's e δ's,** apontado em depoimento pelo Professor **W; Conteúdo Específico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Conteúdo da Área Pedagógica,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Conteúdo da Área de Educação Matemática,** apontado em depoimento pelo Professor Z**; Fundamento Histórico,** apontado em depoimento pelos Professores **Z e R; Fundamento Algébrico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Fundamento Geométrico,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Aprender a Produzir Texto,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar o Pensamento Funcional,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar com o Infinito,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Trabalhar com Continuidade,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Cálculo do Coeficiente Angular,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Focar na Forma de Abordagem do Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Não separar tanto a Geometria da Álgebra,** apontado em depoimento pelo Professor **R; Definição, Exemplo... Modelo Francês,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Nivelamento,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Pré-Cálculo,** apontado em depoimento pelos Professores **Z e S; Trabalhar com Estudo de Funções,** apontado em depoimento pelo Professor **S; Deixar para falar de Limite no fim,** apontado em depoimento pelo Professor **T; Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar,** apontado em

depoimento pelo Professor **T; Saber o Teorema do Valor Médio,** apontado em depoimento pelo Professor **T; Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas,** apontado em depoimento pelo Professor **T.**

Percebemos que todos os docentes entrevistados ressaltam a grande importância dos conteúdos na formação do futuro Professor de Matemática. Assim, resolvemos dar destaque a dois destes depoimentos. A saber:

> ***Eu fiz isso quando eu comecei, eu fazia. Eu começava definindo limite, tá certo? E depois a definição de limite por Ɛ's e δ's etc., etc. Demonstrando uma série de coisas. (Professor W)***

> ***Eu costumo começar o curso de Cálculo quando tem, dependendo se é um curso anual, um curso [trecho de difícil decodificação]. Eu começo por Integral, não começo por limite. (Professor W)***

O **Conteúdo** é o fio com que tecemos a estrutura curricular e arrematamos fortemente a construção do perfil do profissional que deverá ser formado em um curso. É assim também para Licenciatura em Matemática.

Fiorentini ao escrever o prefácio do livro Moreira e David (2007, p. 10) referindo-se à distinção entre a Matemática Escolar e a Matemática Acadêmica, afirma que:

> Essa distinção é estratégica, pois permite contrastar os interesses, os saberes e os significados atribuídos tanto pela comunidade científica em relação à Matemática quanto pelos professores e alunos no processo de ensinar e aprender Matemática na escola básica.

Fiorentini ainda no prefácio em destaque no parágrafo anterior argumenta, também, que os autores, ao procederem à análise dessa distinção, não o fazem com o intuito "de aprofundar o fosso ainda existente entre as duas formas de conhecimento matemático" (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 10). Outrossim, intentam:

> Estabelecer uma interlocução cultural mais criativa, dinâmica e contributiva para ambas; assim, poder superar tanto a tendência endógena das disciplinas escolares de se constituir pela / na / para a escola, mantendo certa independência das disciplinas acadêmicas, como observa André Chervel, quanto a perspectiva colonizadora do mundo acadêmico sobre o mundo da escola, a qual consiste em propor e controlar 'o que' e 'como' os professores devem ensinar (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 10).

Conjecturando sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Análise, Reis (2001 *apud* JAVARONI, 2005), tomando por base a sua experiência profissional, reflete "sobre questões como: seria a Análise Real fundamental para a formação do professor universitário ou do ensino médio? Ou ainda, seria aquela Análise constituída por teoremas e demonstrações?" (p. 126).

Segundo a autora mencionada acima, esta reflexão investigativa leva o professor a questionar também “aos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, que são parte integrante de vários cursos distintos, como, por exemplo, Engenharia, Física, Economia e Farmácia, além obviamente da Matemática” (p. 127).

A autora ressalta também que Reis “Argumenta que os tópicos fundamentais do curso de Análise são os mesmos que os de um curso de Cálculo, porém os tópicos abordados neste último tem uma perspectiva aplicativa, com a interpretação intuitiva das definições. No curso de Análise, eles são abordados sob uma perspectiva lógico-formal, com a definição rigorosa dos objetos estudados” (p. 127).

Rezende, W. M. (2003) aponta partes do **Conteúdo** como: Derivada e Integral, que são “as duas ideias fundamentais do Cálculo, e constituem, desde sua origem, os seus dois grandes eixos temáticos” (p. 60); Limite e infinitésimo, que “constituem seguramente as unidades construtoras dos procedimentos e ideias básicas do Cálculo” (p. 60); Função e variável, que “são os principais responsáveis pelo desprendimento do Cálculo do estilo geométrico” (p. 60).

O **Eixo Temático Currículo**, nesta pesquisa, é formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem; O Foco do Professor é Cumprir a Ementa; Uma Matemática Estática no Ensino Básico**; **O Cálculo é Disciplina de Formação Básica**.

Os depoimentos de todos os professores entrevistados revelam que o **Currículo** é uma variável que interfere determinantemente também nos resultados de um processo Educacional; como podemos perceber em seus depoimentos, dos quais, aqui, transcrevemos apenas dois, a saber:

> ***Não concordo que o aluno de Licenciatura tenha que fazer o mesmo curso de Cálculo do aluno do Bacharelado. O que eu acho é que o aluno de Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo que o aluno de Licenciatura. (Professor W)***

> ***O curso de Cálculo está errado. Enfim, o curso de Cálculo que adota livros como o Guidorizzi, onde o centro é a demonstração, é uma grande besteira. Eu acho que o Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo do Licenciando, não o Licenciando fazer o mesmo curso de Cálculo do Bacharel. (Professor W)***

Observando o **Currículo** de um curso, podemos delinear o perfil do profissional que o sistema educacional está consagrando. A medida da flexibilidade desta estrutura curricular pode até admitir algumas variações pontuais na formação do profissional, mas que não mostrarão diferença no todo.

Moreira (2012) defende “a necessidade urgente de uma efetiva superação do esquema 3+1” (p. 1137), e discute “as possibilidades de implementação de uma nova estrutura nos cursos de licenciatura em matemática” (MOREIRA, 2012, p. 1137).

O referido autor explica que o esquema 3+1 se sustentava na argumentação de que: “Ensinar era visto, essencialmente, como transmitir o conhecimento do professor para o aluno. E aprender era, basicamente, receber essa transmissão sem muitos ruídos” (MOREIRA, 2012, p. 1138).

A concepção teórica era de que: “o bom professor precisa, antes de tudo, deter o conhecimento. Mas isso não basta, há professores que sabem muito, mas não sabem transmitir. É preciso, também, saber ensinar” (MOREIRA, 2012, p. 1139).

Como aprender é um processo contínuo, pessoal, e sempre contextualizado, a concepção acima está sofrendo transformações e, segundo o mesmo autor, no cenário de hoje, entende-se que:

> No processo de aprendizagem escolar, o aluno constrói formas próprias de apreensão dos objetos de ensino; que essas formas são construídas a partir de mediações propostas pelo professor, numa permanente e ativa negociação de significados, os quais vão se estabelecendo por convergência (isto é, processualmente, ao longo do tempo) e sob forte influência das interações sociais. [...] e a escola é percebida, hoje, como uma instância perpassada pelas disputas que ocorrem no âmbito social mais geral, refletindo as contradições dessas disputas nos valores e nas normas que regem sua prática institucional específica de promoção universalizada da educação básica (MOREIRA, 2012, p. 1139).

Por isso, hoje, encontramos cursos de Licenciatura em Matemática que apresentam grades curriculares com disciplinas como Didática, Psicologia da Aprendizagem, Estágios Supervisionados e Prática de Ensino, História da Educação, Sociologia da Educação, Política Educacional, além das disciplinas de conteúdo específico de Matemática.

Assim, citando o mesmo autor, quando afirma que:

> A matemática relevante para o matemático não é capaz de fornecer ao professor uma mirada profissional específica para a sala de aula da escola, do mesmo modo a matemática relevante para a sala de aula da escola é incapaz de fornecer ao futuro matemático uma mirada profissional específica para o trabalho de produção de novos resultados na fronteira do conhecimento acadêmico. Duas profissões distintas requerem conhecimentos matemáticos distintos (MOREIRA, 2012, p. 1144).

Mas o autor acima referendado alerta que, se estamos:

> Interessados em formar o professor num nível de excelência compatível com as demandas da profissão, ficamos com o seguinte dilema: não podemos correr o risco de desprezar, equivocadamente, as possíveis contribuições da matemática acadêmica, mas, ao mesmo tempo, não podemos nos dar ao luxo de ocupar grandes espaços no currículo com algo cuja contribuição efetiva não esteja fundamentada (MOREIRA, 2012, p. 1148)

Então, concluindo, Moreira (2012) afirma que é necessária a reestruturação do currículo da Licenciatura em Matemática, mas partindo da "criação de grupos interdepartamentais especializados em licenciatura" (p. 1149), para desenvolver este estudo de forma contextualizada, isto é: "sempre em contato estreito com as escolas e seus professores" (p. 1149).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLEXÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS SOBRE AS CATEGORIAS DE ANÁLISE [18]

No movimento de reconstrução desta pesquisa, retomando a **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa** e refletindo sobre as duas **Categorias** que emergiram dos depoimentos dos educadores entrevistados: **Processo Formativo de Professores de Matemática;** e **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I;** observamos que elas representam os dois grandes campos de convergência na turbulência que envolve a natureza da problemática dos processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I.

Concentramos nossa reflexão inicialmente sobre a primeira **Categoria** - **Processo Formativo de Professores de Matemática,** e sobre os **Eixos Temáticos** incorporados a ela: **Formação Profissional; Currículo; Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno; Dificuldade com as TIC; Recurso Didático-Pedagógico; Recurso Didático – TIC;** e **Resolução de Problemas,** os quais traduzem a preocupação dos educadores que pesquisam processos de ensinar, impulsionados pela equivocada dicotomia entre a especificidade do conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, relativos à profissionalidade do educador em sua formação. Esta postura em guarda, com fronteiras fechadas por atalaias que impedem qualquer tentativa de comunicação externa, nega à formação do professor uma inestimável riqueza.

Sobre estas categorias de conhecimento, as quais devem fundamentar com igual importância a formação do professor, Reis (2001) cita as definidas por Schulman (1986), as quais aqui transcrevemos: em primeiro tempo a **Categoria Conhecimento do Conteúdo Específico** – explicitada a seguir:

> Definindo-a como sendo a categoria que compreende: conceitos e ligações entre eles; acumulação e organização do conhecimento na mente do professor; e ir além dos fatos ou conceitos de um domínio, sendo necessário compreender as estruturas dos assuntos. (REIS, 2001, p. 82).

Como segunda categoria, Reis (2001, p. 82) elege e define o **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo**, e outra vez, por meio da definição de Schulman (1986), explicitamos a seguir:

---

[18] Nesta Pesquisa aspecto está sendo tomado com o significado de dimensão.

> Formas de representação mais úteis das ideias mais assinaladas; melhores analogias, e ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações; compreensão do que faz com que a aprendizagem de um determinado tópico seja fácil ou difícil; conhecimento das concepções e preconceitos relacionados aos tópicos mais ensinados que alunos de diferentes idades trazem consigo e de estratégias provavelmente mais frutíferas para reorganizar a compreensão dos alunos.

Por fim, Reis (2001, p. 82) expõe a definição de Schulman (1986) para Conhecimento Curricular, com a seguinte descrição:

> Arsenal completo de programas desenvolvidos para o ensino de tópicos e matérias específicas num determinado nível; variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação a estes programas; estabelecimento de um conjunto de características que servem tanto como indicação como contra-indicação para uso de materiais curriculares ou programáticos; familiaridade com materiais curriculares e programáticos de outras disciplinas (conhecimento curricular lateral); habilidade para relacionar o conteúdo de um curso ou de uma aula com tópicos ou assuntos que foram ou serão ensinados durante anos anteriores ou futuros (conhecimento vertical).

Refinando, mais ainda, a nossa reflexão, focalizamos nosso olhar sobre o **Eixo Temático: Formação Profissional,** e percebemos que ele se constitui por meio da acumulação de vários "nós" oriundos dos pontos de tensão dos depoimentos dos educadores entrevistados. Neste estudo, chamamos estes pontos de tensão de **Unidades de Registro,** os quais também permeiam os estudos de pesquisadores lembrados, nesta pesquisa, na **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa.**

Na sequência, colocamos em destaque as argumentações dos educadores, pois elas servem de aporte teórico às **Categorias, Eixos Temáticos e Unidades de Registro**.

Assim, Nóvoa (2013, p. 200) corrobora Labaree (2003) e argumenta que os educadores identificam as falhas do sistema educacional; apontam também, em seus estudos, grande quantidade de propostas e ideias inovadoras, que permanecem "silenciadas" e imobilizadas, por vários motivos, no que se refere à iniciativa de implantação de uma política educacional que as priorize.

Este contexto pode ser caracterizado, como nos diz Gilberto Gil, em sua música **Procissão**[19], que aqui transcrevemos e da qual destacamos, em negrito, as partes que reforçam a leitura do ambiente onde nossa educação vive e sobrevive. Assim, nas partes destacadas na letra da música, pedimos licença ao poeta para sugerirmos, intencionalmente, que na leitura seja substituída a palavra **sertão** pela palavra **Educação**, que aparece escrita em negrito e entre parênteses.

[19] Disponível em: <http://www.letras.mus.br>, seção MPB, subseção Gilberto Gil.

Procissão

Autor: Gilberto Gil

Olha lá
Vai passando
A procissão
Se arrastando
Que nem cobra
Pelo chão
As pessoas
Que nela vão passando
Acreditam nas coisas
Lá do céu
As mulheres cantando
Tiram versos
Os homens escutando
Tiram o chapéu
Eles vivem penando
Aqui na Terra
Esperando
O que Jesus prometeu
E Jesus prometeu
Coisa melhor
Prá quem vive
Nesse mundo sem amor
Só depois de entregar
O corpo ao chão
Só depois de morrer
Neste sertão
Eu também
Tô do lado de Jesus
Só que acho que ele
Se esqueceu
De dizer que na Terra
A gente tem
De arranjar um jeitinho
Pra viver
Muita gente se arvora
A ser Deus
E promete tanta coisa
Pro sertão (Pra Educação)
Que vai dar um vestido
Pra Maria
E promete um roçado
Pro João
Entra ano, sai ano
E nada vem
Meu sertão (Nossa Educação) continua
Ao Deus dará
Mas se existe Jesus
No firmamento
Cá na Terra
Isso tem que se acabar.

Assim, nós, professores, alunos e pais de alunos e outras pessoas direta ou indiretamente comprometidas com a Educação, seguimos em procissão, no cortejo daqueles que lutam, em vão, “por causas e utopias irrealizáveis” (NÓVOA, 2013, p. 200).

Por que procissão? Porque, por não verem atendidas suas reivindicações, os educadores, excluídos da posição de cientistas que propõem, para a posição daqueles que rogam atendimento, formam um séquito cujo caminhar compara-se ao de uma procissão, onde se roga pela intervenção de força sobrenatural que solucione, apropriadamente, questões que deveriam ser os objetivos principais de uma política educacional de qualidade.

Nessa procissão, os educadores tiram o terço (rezam o terço), isto é: "repetem até a exaustão os mesmos temas e ideias" (NÓVOA, 2013, p. 200), fazendo seus pedidos. Estes pedidos têm como resposta o silêncio, porque os pedintes representam "os professores e os programas de formação de professores com estatutos desvalorizados" (NÓVOA, 2013, p. 200), e vozes que não ecoam.

Por infelicidade, a docência, "que parece fácil aos olhos de toda gente" (NÓVOA, 2013, p. 200), possui uma "menor capacidade de influência e intervenção" (NÓVOA, 2013, p. 200), por isso esta procissão passa sem deixar marcas, diante daqueles que apenas olham sem lhe conferir a menor importância. Por isso a figura do "arrastar-se pelo chão" e do distanciamento sem engajamento, que a poesia de Gilberto Gil, quando pensada no contexto de nossa pesquisa, pode sugerir. Assim, para reforçar a ideia, transcrevemos a seguir:

Olha lá
Vai passando
A procissão
Se arrastando
Que nem cobra
Pelo chão

A figura da cobra personifica a Educação, com o poder de ameaça fatal e silenciosa que infunde um verdadeiro pânico aos que se beneficiam da manipulação das massas. E, por ser a educação grande força aliada à verdade, conquista confrontos e também a negação do respaldo indispensável ao seu desenvolvimento, tudo isso na intenção de manter inativo este poderoso vulcão.

E assim seguem nos alimentando apenas com promessas que nunca se concretizam e com providências parcas, resolvendo questões periféricas e que não impulsionam em direção à solução dos problemas, básicos, do nosso Sistema Educacional.

Porém, ficamos com a mensagem poética de esperança e determinação da última parte da música:

Mas se existe Jesus
No firmamento
Cá na Terra
Isso tem que se acabar.

Imbuídos dessa esperança, corroboramos Nóvoa (2013, p. 201-210), que não deserta e, em tempo, aponta propostas fomentadoras de mudanças nesse contexto, reivindicando iniciativas que apresentam como traço forte as seguintes características, das quais assinalamos como primeira a que se refere a: **a)** substanciar os professores em sua formação para que possam assumir "um lugar predominante na formação de seus colegas" (p. 201). O autor justifica esta proposição argumentando assim:

> Nossas propostas teóricas só fazem sentido se forem construídas dentro da profissão, se contemplarem a necessidade de um professor actuante no espaço da sala de aula, se forem apropriadas a partir de uma reflexão dos professores sobre o seu próprio trabalho. (p. 202-203).

Nessa perspectiva, a segunda característica refere-se a: **b)** proporcionar "uma valorização do conhecimento docente" (p. 203), argumentando assim:

> Os professores devem combater a dispersão e valorizar o seu próprio conhecimento profissional docente, construído a partir de uma reflexão sobre a prática e de uma teorização da experiência. É no coração da profissão, e no ensino e no trabalho escolar que devemos centrar o nosso esforço de renovação da formação de professores. (p. 204).

Uma terceira característica apontada por Nóvoa (2013, p. 205-206) está relacionada com a necessidade do educador: **c)** defender a primordialidade de adotar a "criação de uma nova realidade organizacional no interior da qual estejam integrados os professores e os formadores de professores (universitários)" (p. 205). O autor argumenta que esta é uma providência urgente, que deve ser tomada hoje, seguindo o exemplo da "área da Medicina, com centros acadêmicos de medicina que se juntam, em uma mesma instituição, três valências: a prestação de serviços de saúde, a formação dos médicos e a investigação científica" (p. 205-206).

Finalmente, a quarta característica nos diz que o referido autor defende o reforço do espaço público de educação, ou seja: **d)** "articular a formação de professores com o debate sociopolítico, desenvolvendo iniciativas no sentido da definição de um novo contrato social em torno da educação" (p. 209).

Nesta mesma linha de pensamento, como citado anteriormente, na **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa,** Viola (2012b) cita Baldino (2003), que agrupa falas ouvidas, e naturalmente legitimadas, em um contexto social informal, as quais caracterizam uma situação de "bulling" impetrada, sem o menor constrangimento, ao professor e à sua profissão. Apresentamos a transcrição do texto citado por Viola (2012b, p. 233-234):

> Nas salas de cafezinho, nas festas e nos encontros informais da academia, ouvem-se aqui e ali, fragmentos de um discurso que, se pronunciado em sua forma completa, diria o seguinte: Os problemas do ensino da Matemática resumem-se na deficiência de preparo matemático dos professores. A formação do licenciado é, via de regra, fraca. Se o professor tivesse bom preparo matemático, não se sujeitaria a ganhar tão pouco, o nível do ensino subiria, e com ele o salário. A preocupação prematura com problemas de ensino é perigosa, pois desvia o aluno do esforço que deve fazer para aprender Matemática, no momento em que mais precisa disso. Portanto, na licenciatura o essencial é garantir uma boa formação matemática nos primeiros semestres, concentrando às disciplinas pedagógicas no último ano; de preferência, no último semestre. Deve-se tomar como lema da formação do professor: primeiro, os conteúdos; depois, os métodos [...] A Matemática é a Matemática, e quem entende delas são os matemáticos, porque a Matemática é aquilo que os matemáticos fazem. Todos os grandes matemáticos aprenderam com aulas expositivas de seus mestres. Os currículos são deficientes porque são feitos por pessoas que não entendem Matemática. Nossas universidades devem melhorar a formação matemática dos futuros professores e ter a coragem de terminar com disciplinas pedagógicas inúteis (p. 233-234).

Conforme a citação acima, notamos que a complexidade dos processos de ensinar não é reconhecida pelas pessoas que comungam com este "bulling" e alardeiam acreditando que o conhecimento pedagógico é, naturalmente, do domínio deles e de toda gente, dizendo: "Nossas universidades devem melhorar a formação matemática dos futuros professores e ter a coragem de terminar com disciplinas pedagógicas inúteis" (VIOLA, 2012b, p. 233-234).

Assim, observando estas ideias, acima trabalhadas por Viola (2012b), podemos dizer que os problemas nos processos de ensinar Matemática, e, mais especificamente, ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, são e foram abordados de maneiras distintas pela literatura. Voltaremos a essa abordagem no decorrer desta pesquisa.

No movimento proposital de ir e vir da análise em nossa pesquisa, fazemos uma breve retrospectiva, para mostrar que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente emergem das **Unidades de Contexto** Assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação dos educadores entrevistados com o **Eixo Temático Formação profissional.** Esta preocupação revela-se diante das **Unidades de Registro: O professor deve ter conhecimento; Só domínio conceitual não basta; O professor tem que estudar continuamente o Novo, Sempre; Dificuldade do professor em manter-se atualizado;** e **Dificuldade intrínseca à própria disciplina.** Apresentamos, assim, os depoimentos referenciados:

> ***Se o curso é de Licenciatura, pra formar professor de matemática, ele tem que sair dali dominando aquele conteúdo conceitualmente, dominando a prática, como se aprende, como se faz, e como se deve proceder lá na prática nos conteúdos de matemática (Professor Z).***
>
> ***você vai dar aulas num curso de Licenciatura, você tem que ter, na sua cabeça, o seguinte: "Eu estou formando professores. Então eu tenho que atuar como***

> ***formador de professor, eu não tenho que atuar como apenas um professor que vai lá pra ensinar os conteúdos" (Professor Z).***
>
> ***Os próprios alunos, quando são formados, eles reclamam muito porque eles não veem a influência que essas disciplinas trazem pra eles na formação de professor de Ensino Básico e Médio (Professor S).***

Os referidos educadores corroboram o **Eixo Temático Formação Profissional** desta pesquisa, composto pelas **Unidades de Registro: O professor deve ter conhecimento; Só domínio conceitual não basta; O professor tem que estudar continuamente o Novo, Sempre; Dificuldade do professor em manter-se atualizado;** e **Dificuldade intrínseca à própria disciplina,** e mostram a importância de repensarmos, constantemente, os processos formativos de professores.

Assim, substanciados pelos educadores entrevistados, e pelos educadores referenciados, concluímos que a formação profissional é um pilar capital na sustentação da **Categoria Processo Formativo de professores de Matemática,** e deve estar presente no coração dos programas educacionais que compreendam que "a docência é uma profissão complexa e, tal como as demais profissões, é aprendida" (MIZUKAMI, 2013, p. 23).

Nossa reflexão continua permeando o campo de convergência **Processo Formativo de Professores de Matemática** e seus **Eixos Temáticos –** os quais incorporam aspectos problemáticos referentes: à **Formação Profissional;** ao **Currículo;** à **Dificuldade Didática;** às **Dificuldades do Aluno;** às **Dificuldades com as TIC;** ao **Recurso Didático-Pedagógico;** ao **Recurso Didático – TIC;** e à **Resolução de Problemas.**

Neste movimento proposital de idas e vindas, exigidas pelo processo de análise desta pesquisa, que se fundamenta em alguns conceitos de Análise de Conteúdo, concentramo-nos no **Eixo Temático Currículo**, o qual, por trazer impresso, em sua arquitetura, a política educacional vigente, revela com clareza a inaceitável e imprópria "queda de braço" entre conteúdo específico e a formação profissional do licenciando.

A relação de diálogo e cooperação entre estas partes transformaria o litígio instalado em uma relação harmoniosa que proporcionaria "um vaivém constante entre a prática profissional e a formação teórica, entre a experiência concreta nas salas de aula e a pesquisa, entre os professores e os formadores universitários" (TARDIF, 2013, p. 286). Tal ideia expressa bem o sonho de educadores, porque, como Tardif, temos certeza de que esta relação sadia entre a formação universitária e o exercício da profissão promove a criação de grupos de especialistas trabalhando no contexto escolar, colaborando com os professores, dando origem, assim:

> A novas práticas e instrumentos de formação, como estágios de longa duração, a memória profissional, a alternância formação/trabalho, a análise reflexiva, o mentoreado (Nesse processo, o mentor não dita regras e informações, mas permite que outros o conheçam e ao mesmo tempo se revelem nas fraquezas onde desejam se fortalecer) [...] (TARDIF, 2013, p. 286-287).

Nessa mesma perspectiva, Gatti (2013, p. 95-96), citada anteriormente nesta pesquisa, na **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa**, relata que, nos "documentos normatizadores da formação de professores do país, está expressa a ideia de que teorias e práticas devem se compor para a formação dos docentes numa relação indissociável".

A mobilidade não linear e imprevisível do contexto e de suas relações entre as variáveis, os objetos e os sujeitos do conhecimento e dos processos de ensinar, confrontam a rigidez e a inflexibilidade que caracterizam o **Currículo,** este instrumento que nasce para delinear os rumos da Educação, coleciona insucessos na sua missão, proporcionando, cada vez mais, o distanciamento entre a teoria e prática e entre os próprios profissionais, atuantes nas respectivas áreas, por estar saturado de dispositivos oriundos do ensino tradicional.

Mediante a quebra do elo entre prática e teoria, prevalece "o esquema de superioridade dos conhecimentos disciplinares sobre os conhecimentos didáticos e metodológicos de ensino" (GATTI, 2013, p. 96). O tecido vivo e enriquecido pelas relações fica imobilizado, como consequência de um "processo formativo vigente fragmentado em disciplinas estanques, sem interlocuções transversais" (GATTI, 2013, p. 96). Essas ideias permeiam também os processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I.

Na formação matemática do professor de Matemática, o Cálculo Diferencial e Integral I é importante, por ser esta disciplina responsável pela introdução do pensamento matemático ao aluno advindo do ensino médio. O Cálculo é considerado um "divisor de águas" entre os aspectos estáticos e dinâmicos da Matemática, e da Matemática discreta e da Matemática contínua. Conforme Stewart (2001), o Cálculo é a Matemática das variações.

Nessa disciplina encontramos uma grande tensão entre o rigor e a intuição, exigindo do estudante uma capacidade de abstração que, muitas vezes, ele ainda não desenvolveu. A disciplina lidera no que se refere à reprovação, evasão e queixas dos alunos, principalmente pelas dificuldades que sentem para compreender os conceitos plenos de rigor e abstração inclusos nesta disciplina.

Reforçando a relevância da presença do Cálculo na arquitetura curricular da Licenciatura em Matemática, Viola (2012a) cita Djairo, que, em entrevista concedida a este

educador em sua Tese de Doutorado – *Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática* **–,** ressalta que: "Não se pode restringir toda a formação do professor apenas ao que ele vai ensinar. [...] eu incluiria tranquilamente: todo o Cálculo e a Análise Real que está junto com o Cálculo" (p. 49-50).

No contínuo e proposital ir e vir exigido pela análise desta pesquisa, o que "salta aos nossos olhos", formando as **Unidades de Contexto,** é que as **Unidades de Registro** emergem da essência destes depoimentos dos educadores entrevistados. E, assim, destacamos, a seguir, algumas destas partes essenciais dos depoimentos que mostram a preocupação destes entrevistados com o **Eixo Temático Currículo.** Esta preocupação revela-se diante das **Unidades de Registro: O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem?; O Foco do Professor é Cumprir a Ementa; Uma Matemática Estática no Ensino Básico; O Cálculo é Disciplina de Formação Básica.** Assim, alguns dos depoimentos são:

> ***A princípio, como eu tenho a formação matemática, a gente tenta, pensa e acredita que podemos uniformizar, ou seja, podemos criar um currículo único da disciplina de Cálculo, com os mesmos objetivos, a mesma ementa, pensando que isso atingiria todos os Cursos de Licenciatura (Professor S).***
>
> ***Depois que eu entrei pra o Doutorado, começando a trabalhar com a área de Educação, eu comecei a perceber que... Comecei a mudar de opinião em relação a isso. Hoje eu acredito que cada caso é um caso, cada turma é uma turma, cada instituição é uma instituição. E apesar da gente ter um currículo único onde envolve a ementa do curso e o conteúdo programático, eu acho que não só a metodologia pode ser alterada, eu acho inclusive que... eu acredito inclusive que os próprios conteúdos podem ser voltados pra ambientes específicos, ou seja, de acordo com o sistema regional, regionalização (Professor S).***
>
> ***Essa é uma disciplina bastante importante, porque ela se fundamenta no estudo das funções, das ferramentas e algumas possibilidades de trabalho com funções. E funções é um dos conteúdos presentes na atuação do professor no ensino Básico, Fundamental e Médio (Professor X).***
>
> ***O que acontece hoje? Com um currículo razoavelmente engessado, esse razoavelmente não é numa direção positiva que eu digo. Tudo bem? Mas razoavelmente engessado, ele não dá muita abertura pro professor de Educação Básica poder trabalhar com as ferramentas que ele tem, ele trabalha com aquelas ferramentas indicadas (Professor Y).***

Assim, sustentados pelos depoimentos dos educadores pesquisados, e pelo posicionamento teórico dos educadores referenciados, podemos inferir que o **Currículo** poderá ser arquitetado primando pela flexibilidade, pela transversalidade, para que se desfaça o abismo entre a vida do estudante na Universidade (Escolas) e o dia a dia fora desta Instituição de Ensino.

Este desafio é muito amedrontador pelas dificuldades que estão estabelecidas e servem de freio às iniciativas que timidamente emergem. Mas é em vão essa tentativa inglória de querer impedir a luz, porque, apesar de tudo e de todos, amanhã será um novo dia...

Estruturas fixas e cristalizadas não se sustentarão e desaparecerão naturalmente, e este é um fato que deve ser inserido, com urgência, no conjunto de crenças e mitos de domínio público. Muitos são os "indícios que anunciam e denunciam" esta realidade, isto é: a plasticidade e velocidade com que o contexto se modifica, e professores e alunos estarem adaptados ao movimento deste tecido vivo é condição necessária e suficiente para que possamos sobreviver nele. Destacamos, dentre os "indícios que anunciam e denunciam", o alerta feito por Nelson Mota e Lulu Santos na música **Como uma Onda**[20], da qual transcrevemos parte, a seguir:

Nada do que foi será
De novo do jeito que já foi um dia
Tudo passa, tudo sempre passará
A vida vem em ondas como um mar
Num indo e vindo infinito

Tudo que se vê não é
Igual ao que a gente viu há um segundo
tudo muda o tempo todo no mundo

Não adianta fugir
Nem mentir pra si mesmo agora [...]

Notemos que a letra da música fala do mundo como um contexto de mudança e plasticidade, dizendo que: tudo muda, num ir e vir infinito, e segue usando figura de linguagem para tornar superlativa esta ideia de mudança sempre, dizendo inclusive que:

Tudo que se vê não é
Igual ao que a gente viu há
um segundo.

Nessa perspectiva, notamos que as palavras da música nos remetem a repensar sempre, contextualizar sempre, particularizar sempre, e cuidadosamente, a nossa prática de professores que ensinam matemática.

A complexidade dessa realidade, que tem como uma das características marcantes esta flexibilidade contextual, tem a corroboração de Garnica (2012, p. 331) em *Estacas em*

[20] Disponível em: <http://letras.mus.br/lulu-santos/47132/>.

paisagens móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de Matemática. Em epígrafe, Garnica cita Bernardo Carvalho em *Nove Noites*, que neste momento transcrevemos:

> É preciso estar preparado. Alguém terá que preveni-lo. Vai entrar numa terra em que a verdade e a mentira não têm mais o mesmo sentido que o trouxeram até aqui. Pergunte /.../ qualquer coisa. O que primeiro lhe passar pela cabeça. E amanhã, ao acordar, faça de novo a mesma pergunta. E depois de amanhã, mais uma vez. Sempre a mesma pergunta. E a cada dia receberá uma resposta diferente. A verdade está perdida entre todas as contradições e os disparates. Quando vier à procura do que o passado enterrou, é preciso saber que estará às portas de uma terra em que a memória não pode ser exumada, pois o segredo, sendo o único bem que se leva para o túmulo, é também a única herança que se deixa aos que ficam, como você e eu, à espera de um sentido, nem que seja pela suposição do mistério, para acabar morrendo de curiosidade (p. 331).

Seguindo nessa onda da vida, podemos dizer que assim é o mundo da escola. Como preparar um **Currículo** para ela? E o **Currículo** dos Cursos de Licenciatura em Matemática preparam, avisam, alertam aos futuros mestres que, a cada dia, eles irão pisar em um terreno movediço? A formação dos professores continua sempre, para que possam sempre estar atualizados de acordo com as tendências atuais do ensino e pesquisa em Educação Matemática, em Matemática e em Educação?

Essas questões apontam para uma muralha assim, nossa reflexão na caminhada da análise desta pesquisa esbarra nesta muralha, bloqueadora e intransponível. E, para vencê-la, devemos descobrir pequenas fendas que aparecem imprevisivelmente, em horários de distração ou de confusão mental das sentinelas que guardam as fronteiras entre o saber e o desconhecimento. Esta é a muralha das **Dificuldades,** que em nossa pesquisa foi identificada e reunida em três **Eixos temáticos: Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno;** e **Dificuldades com as TIC,** os quais, entrelaçados, permeiam o campo de convergência **Processo Formativo de Professores de Matemática.**

Denominamos muralha o que Vincent Defourny – Representante da UNESCO no Brasil –, apresentando o livro *O Berço da Desigualdade*, dos autores Cristovam Buarque e Sebastião Salgado (2009, p. 6), resume em um título: "Imagens da Omissão". Neste mesmo livro, Buarque (2009, p. 17) refere-se a uma "Cortina de Ouro", construída pela riqueza, pelas oportunidades e o consequente desenvolvimento tecnológico, alocados todos em poucos grupos de pessoas e negados às outras pessoas, construindo desigualdades de berço, que geram a má qualidade das escolas frequentadas "de maneira irregular, poucos dias ao ano, poucos anos ao longo da vida. Escolas sem prédios, sem equipamento, com professores mal remunerados. Escolas que os preparam para a exclusão, e não para a inclusão" (BUARQUE, 2009, p. 18).

Esta é a muralha que enfrentamos como professores no contexto da Educação brasileira, ou melhor, percebemos e vemos, pois nos mostra as dificuldades que a permeiam.

Estas **Dificuldades**, olhadas uma a uma, dentro de nossa pesquisa, especificamente nos depoimentos dos educadores entrevistados, mais particularmente nas **Unidades de Contexto,** estão distribuídas em três **Eixos Temáticos.** Apresentamos neste momento as primeiras **Unidades de Registro**, as quais estão em conexão com: **a)** o **Eixo Temático Dificuldade Didática: Usar Tecnologia Toma muito Tempo; A Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática; Cálculo para Licenciatura em Matemática.**

Na sequência, destacamos as **Unidades de Registro**, as quais estão em conexão com: **b)** o **Eixo Temático Dificuldades do Aluno: Necessidade de Aprender esta Linguagem Específica; Compreender a Estrutura Lógica; Aprender a fazer Argumentação Válida; Tem que Aprender a Questão da Intuição; Tem que aprender a Questão da Descoberta; Desenvolvimento do Raciocínio; Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem; Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma; O Aluno nem sabe a Língua Materna; Dificuldade de Leitura e Interpretação; Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos; Não sabe qual é a Hipótese nem a Tese; Dificuldades em Conceitos Matemáticos; Falta do Hábito de Pensar; Alunos muito diferentes; Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar; Memorização sem compreensão; Aluno Sem Tempo para se Dedicar; Pouco Tempo para Muito Conteúdo; O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina; Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados; Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno; O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada.**

Continuando na mesma linha de pensamento, ressaltamos: **c)** o **Eixo Temático Dificuldades com as TIC,** o qual compreende as seguintes **Unidades de Registro: A Contextualização da Escola com as TIC ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis; Laboratório Único com Escala para Reserva; Recursos Tecnológicos ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa; A Escassez dos Recursos Tecnológicos ditam a Disponibilidade de uso destes Recursos.**

Para falarmos destes três **Eixos Temáticos: Dificuldade Didática; Dificuldades do Aluno** e **Dificuldade com as TIC,** basta começarmos a falar das **Dificuldades do aluno,** que, em uma dependência natural, teremos inevitavelmente agregado à didática do professor e suas dificuldades (**Dificuldade Didática),** e também, por estarmos em um momento de grande

avanço da tecnologia, temos ancorado a estas **Dificuldades** as agrupadas no **Eixo Temático Dificuldade com as TIC.** Porém, nós, professores, sabemos que reclamar das dificuldades não nos desperta atitude de providência e, por isso, no lugar de tratarmos de **Dificuldades,** tratamos de **Superação das Dificuldades,** ultrapassamos aspectos da referida "muralha".

Nesse movimento proposital de idas e vindas, exigidos pelo processo de análise de nossa pesquisa, quando nos concentramos na perspectiva daquele cuja meta é aprender, mergulhamos na teia do **Eixo Temático Dificuldades do aluno**, e a releitura das **Unidades de Registro** que o compõem trazem à tona o quadro de dificuldades dos alunos que a Universidade entrega sob a responsabilidade do professor, sem poder oferecer ao mestre o suporte necessário para que ele, didaticamente, ajude o aluno a superar suas dificuldades, principalmente na disciplina de Cálculo, ultrapassando todas as lacunas impregnadas por uma Educação de má qualidade, herança de uma escola de exclusão.

Essas dificuldades estão contextualizadas no complexo campo da Educação e do ensino; mais especificamente, a disciplina Cálculo Diferencial e Integral apresenta um nível de dificuldade que exige um raciocínio abstrato, refinado, o qual o aluno adquire gradativamente, conforme vai sendo apresentado a ele o conteúdo iniciado de uma forma pouco formal, e aos poucos se introduzindo a complexidade do seu rigor.

Sabemos que provas e demonstrações fazem parte desta complexidade, e, nesta perspectiva, Garnica (1995, p. 10) inicia a sua pesquisa, em seu primeiro Capítulo, com o título "Prova Rigorosa e a Formação de Professores: inícios".

O autor, educador, acima citado, conduz a sua reflexão afirmando que: "A importância da prova rigorosa, para 'o fazer em matemática', pode ser atestada, a princípio, por alguns matemáticos da envergadura do grupo Bourbaki" (GARNICA, 1995, p. 11). E também, pelo "discurso e as atividades cotidianos da prática científica da Matemática que afirmam reconhecer a prova (prova rigorosa ou demonstração) como elemento central do que se conhece por Matemática, o que é apontado pela maioria dos artigos estudados" (GARNICA, 1995, p. 11). Mas, como postula Lins (2004, p. 117),

> O tornar-se é *naturalmente* possível: nem sempre o matemático foi um matemático, ele *tornou-se* um. Podemos idealizar este processo pressupondo que ele aconteceu por causas naturais – 'o jeito para a coisa', 'a inteligência' – mas podemos também supor que houve oportunidades específicas para tornar o tornar-se possível.

Considerando que o matemático foi um aprendiz, um aluno um dia: Como ele aprendeu? Então existe a possibilidade de construção desse caminho. Como? Por que dá certo para tão poucos? Por que tantos fracassam neste caminhar?

Refletindo sobre estas questões acima expostas, inferimos ser de grande importância, para nós educadores, a possibilidade de construirmos permeabilidade no isolamento em que se encontram aqueles que possuem o perfil do Matemático ideal, construído por Davis e Hersh (1989), e assim fragilizarmos a forma equivocada de acharmos natural que "bons alunos", em outras disciplinas, possam colecionar tantos fracassos em Matemática.

Perguntamos, nesse momento: essa não é uma tarefa fácil? Ou estamos trilhando esse caminho de forma equivocada? Ou nem conhecemos ainda essa trajetória? Às vezes, até pensamos estar dificultando a aprendizagem dos alunos, em vez de assumirmos o encargo de elemento catalisador, estamos, na verdade, desempenhando o papel de elemento inibidor do processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral. Concordamos com a afirmação do professor Ávila (1993), no prefácio deste seu livro, Introdução à Análise Real, a saber:

> O testemunho histórico nos ensina que 150 anos decorreram desde o surgimento do Cálculo, com Newton e Leibnniz no século XVII, até o início de sua formulação rigorosa por volta de 1820.e não foi por falta de cérebros capazes que nesse interregno nada se fez de satisfatório sobre os fundamentos. Esse Longo período de tempo viu passar gênios de primeira grandeza, como Bernoulli, Euler, d'Alembert e Lagrange. E vários deles tentaram, sem sucesso, prover o Cálculo de uma fundamentação rigorosa.

Assim, a tarefa dos gênios, como Bernoulli, Euler, d'Alembert e Lagrange, acima mencionados, não foi uma tarefa fácil; imagine-se para nós, professores e alunos.

Ultimando essa linha de raciocínio, compreendemos que a forma de apresentar o conteúdo, sempre iniciando pela concepção intuitiva e introduzindo, de maneira gradativa, equilibrada, os aspectos rigorosos do conteúdo trabalhado, nunca se descuidando das virtudes do pensamento intuitivo, proporcionou aos matemáticos do século XVIII um caminho de muito sucesso.

Entendemos que a reflexão é um aspecto didático que ajuda a superar dificuldades de compreensão na disciplina Cálculo. Mas perguntamos: Na sala de aula, é dado aos alunos esse tempo de reflexão e amadurecimento do conteúdo de Matemática que estamos ensinando? A constatação de que a reflexão é importante para promover a aprendizagem é referendada por educadores como Skovsmose (2008), quando escreve sobre *Desafios da reflexão*.

O autor acima citado afirma que: "A matemática é pródiga em reflexões internas: essa quantidade pode ser calculada de forma diferente? Como demonstrar esse teorema? Tais

reflexões parecem ser essenciais para a criatividade matemática e, por isso, são importantes" (SKOVSMOSE, 2008, p. 53).

Este educador considera a reflexão "um meio de prevenção contra algo que pode ser denominado de *banalidade da especialização*" (SKOVSMOSE, 2008, p. 53).

Nesse mesmo raciocínio, em um texto sobre "A reflexão e o professor como investigador", Oliveira e Serrazina (s/d) discorrem sobre reflexão e níveis de reflexão, e afirmam que:

> A capacidade para refletir emerge quando há o reconhecimento de um problema, de um dilema, e a aceitação da incerteza. O pensamento crítico ou reflexivo tem subjacente uma avaliação contínua de crenças, de princípios e de hipóteses face a um conjunto de dados e de possíveis interpretações desses dados (OLIVEIRA; SERRAZINA, s/d, p. 31).

Nessa mesma linha de pensamento, as autoras afirmam que:

> De acordo com Schön (1987), pode distinguir-se a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. Os dois primeiros são essencialmente reativos, separando-os apenas o momento em que têm lugar, o primeiro ocorrendo durante a prática e o segundo depois do acontecimento, quando esse é revisto fora do seu cenário. É ao refletir sobre a ação que se consciencializa o conhecimento tácito, se procuram crenças errôneas e se reformula o pensamento (OLIVEIRA; SERRAZINA, s/d, p. 31).

Asseguram também, citando Alarcão (1996), que a reflexão sobre a ação "consiste numa reconstrução mental retrospectiva da ação para tentar analisá-la, constituindo um ato natural quando percepcionamos diferentemente a ação" (OLIVEIRA; SERRAZINA, s/d, p. 31).

Oliveira e Serrazina (s/d) asseveram ainda que:

> A ideia de reflexão surge associada ao modo como se lida com problemas da prática profissional (nesta pesquisa entendemos 'prática profissional' como as ações desenvolvidas pelo aluno na busca pela construção do seu conhecimento), à possibilidade da pessoa aceitar um estado de incerteza e estar aberta a novas hipóteses dando, assim, forma a esses problemas, descobrindo novos caminhos, construindo e concretizando soluções. Este processo envolve, pois, um equacionar e reequacionar de uma situação problemática (OLIVEIRA; SERRAZINA, s/d, p. 32).

Complementando, vamos transpor as palavras que Oliveira e Serrazina (s/d) dirigem aos professores, direcionando-as para os alunos, com a intenção de incentivá-los na utilização da reflexão, como forma de superação das dificuldades. Assim: "Só reflexão não chega, ela tem que ter força para provocar a ação, isto é, levar os intervenientes a repensar [...]" (OLIVEIRA; SERRAZINA (s/d), p. 34) a sua aprendizagem e, assim, seguir construindo novos conhecimentos.

A sala de aula abriga alunos dos mais variados contextos. Se os alunos fossem todos iguais, todos saberiam as mesmas coisas, aprenderiam por meio de um mesmo método, mas a

diversidade é a tônica desse contexto, que apresenta descontinuidades importantes e relevos totalmente irregulares, com abismos que, muitas vezes, impossibilitam a construção de pontes para o desenvolvimento, para o crescimento, que facilitam o caminhar dos alunos em seu contínuo movimento de construção, desconstrução e reconstrução, que ocorre iteradamente enquanto tecem suas redes de significados e conhecimentos.

Poderíamos, neste momento, voltar o nosso olhar para a realidade, fazendo viagens como as de Sebastião Salgado e Cristovam Buarque (2009), um passeio por todos os tipos de escolas, porém, no Brasil, mais especificamente nos Brasis que existem: O que encontraríamos? Quantos e quais os maiores problemas que nossas fotografias iriam registrar? E como chegar com a Tecnologia a essas escolas? E as "escolas de fronteiras"? (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008, p. 43). No mesmo texto, os educadores esclarecem que estas escolas são: "aqueles estabelecimentos de ensino nos quais tanto a sociedade em rede quanto o Quarto Mundo estão presentes face a face" (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008, p. 43).

Essas ideias nos conduzem à explicação do que significam as expressões que foram cunhadas por Castells (1996, 1997, 1998, p. 41): Quarto Mundo e Sociedade em Rede; expressões que estão entrelaçadas, e com essa intenção recorremos novamente a Penteado e Skovsmose (2008, p. 42), que declaram: "A sociedade em rede é também denominada, muitas vezes, sociedade da informação [...] O Quarto Mundo é feito de regiões que representam os excluídos da sociedade em rede".

Valente (1998, p. 143), citado na **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa** - coloca em foco o **Eixo Temático Dificuldade com as TIC**, alegando em primeiro lugar: **a)** a resistência que as pessoas das Ciências Exatas encontram para lidar com tópicos fora da área de exatas, porque "as questões emocionais e cognitivas não são tão claras e exatas como ele espera".

Em segundo lugar, este mesmo autor ressalta: **b)** as **Dificuldades** que o domínio do computador, como qualquer outra linguagem, exige além da compreensão e da "assimilação dos diferentes conhecimentos e técnicas que fazem com que a informática seja uma verdadeira ferramenta educacional" (VALENTE, 1998, p. 144). Alerta ainda sobre a necessidade de tempo e espaço apropriados que atividades, em qualquer nível, como "elaboração de programas educacionais, no uso do computador, na leitura e na elaboração de trabalhos escritos" (VALENTE, 1998, p. 144), exigem dos aprendizes.

Em terceiro lugar, o referido autor cita que: **c)** existe um descompasso entre a formação do futuro professor e a evolução tecnológica de que a sociedade usufrui. Assim,

muitos Cursos de Licenciatura não conseguem incluir, em sua grade curricular, formação e familiaridade com a utilização do computador em sala de aula.

Novas **Dificuldades** se aglomeram ao ponderarmos sobre a implementação curricular e a familiaridade com a utilização do computador como outro viés a ser considerado na formação dos futuros mestres: a questão dos Laboratórios de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática, mediada pelas TIC, no processo de formação de professores, se faz presente e necessária. Porém, este é um obstáculo de grande envergadura, considerando que muitos cursos de Licenciatura em Matemática não possuem Laboratório de Ensino e, também, há cursos que, apesar de possuírem esse espaço de formação, não o utilizam na formação do futuro professor de Matemática.

Nossa reflexão sobre a complexidade desses obstáculos, quando da implantação desses Laboratórios em nossos Cursos de Licenciatura, permeia os pontos importantes em destaque nas palavras de Miskulin (2009, p. 175), os quais transcrevemos a seguir:

> [...] a necessidade e a importância do laboratório em uma instituição de ensino superior, as dificuldades e obstáculos na implementação do laboratório em universidade pública; a concepção de um laboratório como espaço de compartilhamento de anseios, expectativas e experiências de professores na constituição de suas práticas docentes; potencialidades e limitações de um laboratório de formação de professores.

No contínuo e proposital ir e vir do processo de análise desta pesquisa, "sobressaem em relevo à nossa compreensão" que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** Assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação destes entrevistados com o **Eixo Temático Dificuldade Didática,** que contém as seguintes **Unidades de Registro: Usar Tecnologias Toma Muito Tempo; A Importância do Cálculo na Formação do Futuro Professor de Matemática; Cálculo para Licenciatura em Matemática.** Essas **Unidades de Registro** mostram que não basta saber matemática para ensinar matemática, mas que temos que saber também como ensinar e como se aprende. Um dos depoimentos está abaixo.

> ***Outra questão também é que cada aluno tem um modo particular de aprender. Nem tudo que facilita a aprendizagem de um, facilita a aprendizagem de outro. Isso é... A diferença entre alunos é muito grande. Por isso é que não tem nenhum método infalível pra conseguir que as pessoas aprendam. O método pode ser eficiente para algumas pessoas e não ser eficiente pra outras (Professor W).***

Apresentamos também outro depoimento, que se traduz por:

> ***Universidade em si, hoje, coloca um conteúdo extenso e exige que esse conteúdo seja cumprido, naquele tempo. E essa também é uma dificuldade, quando o aluno começa a amadurecer uma ideia, o professor já passou desse conceito, já está em conceitos mais avançados, conceitos futuros, e o aluno tem essa dificuldade de***

> ***acompanhar e ter essa aprendizagem no ritmo com que é dado o curso. Talvez essa seja a maior dificuldade quanto a isso, né? (Professor S).***

Repassando propositalmente a trajetória de ir e vir da análise, nesta pesquisa, focalizando o **Eixo Temático Dificuldades do aluno, "**revelam-se em relevo ao nosso entendimento" que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** E, assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação destes entrevistados com o **Eixo Temático Dificuldades do aluno,** que contém as seguintes **Unidades de Registro: Necessidade de Aprender esta Linguagem Específica; Compreender a Estrutura Lógica; Aprender a fazer Argumentação Válida; Tem que Aprender a Questão da Intuição; Tem que aprender a Questão da Descoberta; Desenvolvimento do Raciocínio; Conhecer Algoritmos e também Como se Desenvolvem; Dificuldades Locais, de Aluno para Aluno, de Turma para Turma; O Aluno nem sabe a Língua Materna; Dificuldade de Leitura e Interpretação; Dificuldade de Leitura e Interpretação de Enunciados Matemáticos; Não sabe qual é a Hipótese nem a Tese; Dificuldades em Conceitos Matemáticos; Falta do Hábito de Pensar; Alunos muito diferentes; Chegar ao Estágio Curricular sem saber a Matemática que vai Ensinar; Memorização sem compreensão; Aluno Sem Tempo pra se Dedicar; Pouco Tempo para Muito Conteúdo; O Ritmo do Curso é o Ritmo dos Alunos que Não Apresentam Dificuldade na Disciplina; Os Alunos Chegam à Universidade Despreparados; Tempo de Aprendizagem é muito Diferente de Aluno para Aluno; O que Realmente Fica de Uma Disciplina Cursada.** Assim, apresentamos os seguintes depoimentos dos educadores, que corroboram as **Unidades de Registro** e seu respectivo **Eixo Temático.**

> ***O conceito, por exemplo, de reta tangente e o que é a reta e como calcular, às vezes pode ser colocado de uma forma mais simples e mostra interesse dos alunos, mas manipular... Que objetos ele tem pra isso e como manipular esses objetos parece que é uma dificuldade bastante grande dos alunos (Professor X).***

> ***O aluno, ele tem bastante dificuldade, como professora eu observo, na parte da visualização. Se você pede para ele resolver um dado problema, ele resolve algebricamente bem, mas, se você pede para ele construir um gráfico, às vezes tem dificuldade. E a dificuldade ainda é maior, se você pedir pra que... Você peça que algebricamente ele faça a representação daquele gráfico, que ele comente o gráfico, que ele coloque a função algébrica, no caso, a representação algébrica daquele gráfico. Então são entraves assim, que nós temos na Escola de Ensino Fundamental (Professor R).***

> ***Essa dificuldade vai se estendendo ao longo da vida do aluno e, quando ele chega lá na Universidade e você trabalha, por exemplo, com Cálculo, e você entra na***

> ***parte das funções de várias variáveis e vai ter que representar o gráfico, é muito difícil para o aluno visualizar (Professor R).***

Repassando propositalmente a trajetória de ir e vir da análise, nesta pesquisa, focalizando o **Eixo Temático Dificuldade com as TIC, "**se torna mais evidente" que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** E, assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação destes entrevistados com esse importante **Eixo Temático,** que contém as seguintes **Unidades de Registro: A Contextualização da Escola com as TIC ainda Guarda Grandes Descontinuidades, muitas delas irremovíveis; Laboratório Único com Escala para Reserva; Recursos Tecnológicos ou Não Existem ou Existem de Forma Escassa; A Escassez dos Recursos Tecnológicos ditam a Disponibilidade de uso destes Recursos.** Assim, apresentamos os seguintes depoimentos, que apoiam as **Unidades de Registro** e seu respectivo **Eixo Temático.**

> ***O mais difícil é isso, toma muito tempo em preparação dessas atividades. Tem que escolher os exemplos que os alunos vão ver. Porque você quer muitas vezes que ele observe padrões, observe padrões e a partir daí faça hipótese, conclusões que seriam possíveis (Professor W).***

> ***Aí nós voltamos àquilo inicial. Ele tem que aprender fazendo. Então implicaria em ter um ambiente em que as pessoas tivessem um computador ou algum desses instrumentos, tá certo? Em que eles poderiam estar explorando esses instrumentos. E um laboratório ou salas que tivessem equipamentos disponíveis. Coisa muito difícil (Professor W).***

> ***Você tem geralmente é um laboratório, mas você não pode, às vezes, reservar o laboratório o tempo todo. Tem outras disciplinas também. Às vezes, com tempo. Tem momento pra fazer as coisas. Certos momentos, se você não fizer aquilo e deixa pra fazer depois... perde o sentido (Professor W).***

Assim, sustentados pelos depoimentos dos educadores pesquisados, e pelo posicionamento teórico dos educadores referenciados como suporte teórico desta pesquisa, podemos inferir que: a **Dificuldade Didática; as Dificuldades do aluno e as Dificuldade com as TIC** são obstáculos que constroem "a muralha" nas escolas que excluem e, desta forma, seguimos perdendo o que de melhor a Educação tem a nos oferecer.

A seguir relatamos um episódio de nossa prática docente, que representa um exemplo mínimo da perda à qual nos referimos acima: quando ministramos aulas para medalhistas das Olimpíadas de Matemática, um medalhista que morava em um sítio, por ser menor e ter que tomar vários ônibus para chegar até a capital, local onde ocorriam as aulas, tinha que vir acompanhado pelo pai. O pai, um senhor de mais ou menos cinquenta anos que não havia

terminado as quatro primeiras séries do ensino fundamental, gostava de participar da atividade em que os alunos resolviam problemas desafiadores. Nestes momentos, resolvia os problemas que envolvessem, além do raciocínio, a possibilidade de serem solucionados sem a utilização de algoritmos já consagrados e presentes na bibliografia, a qual era desconhecida por este senhor.

Nos momentos de intervalos, quando jogavam xadrez, o referido senhor e seu filho ficavam sempre entre os melhores jogadores.

Este senhor era um pequeno agricultor e desenvolvia esta atividade apenas para o sustento mínimo de sua família. Gostaria de saber se as dificuldades venceram a disposição, a dedicação e a inteligência deste aluno medalhista, impedindo-o de construir um futuro condizente com o potencial que ele naturalmente possuía, ou se coube a ele apenas a oportunidade de repetir o modelo de sobrevivência de seu pai.

O nosso aluno percorria, em sua bicicleta, quilômetros em estradas de barro, ladeadas de floresta intercaladas por sítios distantes uns dos outros, para, por fim, chegar à sua escola, que na época funcionava assim: durante um período de tempo, um professor de Matemática vinha e ministrava aulas. Neste período, este aluno recebe somente aulas com este professor de Matemática, que, em seguida, irá a outra escola, e o aluno fica agora esperando pelo professor de Português, e assim sucessivamente acontecia com as outras disciplinas. Não mencionaremos as dificuldades de encontrarmos professores que possam cumprir estes rodízios, porque teríamos que caracterizar este tipo de escola, que, naquela época, se apresentava como única possibilidade que a Educação tinha para forçar a abertura de fendas na “muralha” de dificuldades e por fim conseguir chegar, quase aos pedaços, a esse tipo de aluno.

Nesse episódio, podemos ver como a inter-relação com o cotidiano, ao mesmo tempo que enriquece a teoria põe em cheque as generalizações que oportunizam a perda de visibilidade das exceções que nos apontam fragilidades, que nos tiram da zona de conforto nos impelindo à reflexão – reflexão sobre o que falamos, para que falamos, para quem falamos, como falamos, e onde falamos, considerando que nos encontramos em ambientes onde a diversidade é a predominância. Assim, concluímos que a teoria tem que estar aliada à realidade para romper com a muralha das dificuldades que se apresentam bloqueando a aprendizagem.

Ultimando o tema dificuldades ponderamos que a diversidade deve ser aspecto balizador viabilizando a contextualização dos projetos educacionais e direcionando a postura do educador, especialmente em seu dia a dia em sala de aula, ouvindo o seu aluno,

considerando que cada aluno é porta voz de mundos diferentes que o professor necessita ler, interpretar, conhecer e construir relações que despertem as genialidades neles escondidas.

Amalgamados à **Dificuldade Didática,** às **Dificuldades do aluno** e à **Dificuldade com as TIC**, temos os **Eixos Temáticos Recurso Didático-Pedagógico** e **Recurso Didático - TIC.**

Em nossa pesquisa, o **Eixo Temático Recurso Didático** é formado pelas seguintes **Unidades de Registro: Exercícios mais Algébricos; Exercícios Aplicados; Despertar a necessidade de saber os Porquês; É Importante compreender o Significado; Generalização *versus* Caso Particular; Explicação de cada Passo; Possibilidade de cada Passo; Mostração; Muito experimento faz Sentido para eles; Dar ouvidos; Autonomia para a investigação do Aluno; Aprende-se Fazendo, não copiando; Aprende-se Fazendo, não olhando; Despejar conteúdo é Reforçar Vícios; Pensar no Local e no Global; Foco na Aprendizagem; Trabalhar Conceitos; Trabalhar com Práticas interessantes; Trabalhar com Diferentes Metodologias; Trabalhar com Resolução de Problemas; Trabalhar com Projetos; Jogos e Ludicidade; Relação Algébrico *versus* Geométrico; Repensar sua Prática; Saber o Porquê; Observar a turma; Forma Legitimada pela Academia; Você pede para o Professor Ler a Demonstração; Trabalhar com Tabela; Representação Gráfica; Minhas Práticas são as dos meus Professores; Trabalhar a Linguagem Escrita; As Oficinas pra o Aluno aprender Fazendo; Grau de Subjetividade; Pouca dedicação do Aluno; Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior; Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também; Excesso de Algoritmos e processo de Repetição; O Método pode ser bom para uns e para outros não; Não Existe Método Infalível; Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo; Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo; Visualização não é Imprescindível; Visualização possibilita Diferentes Representações; Ação *versus* Visualização.**

Este **Eixo Temático Recurso Didático - TIC** é constituído das seguintes **Unidades de Registro: Softwares de Geometria Dinâmica; Uso da Tecnologia como Complementar; Algoritmos Computacionais; Recursos Didáticos têm Limite; Recursos Softwares *versus* Percepção do Aluno; Software para Intuir Resultados**; **Software para Intuir Teoremas; Editar Texto com Imagem; Trabalhar com Tecnologia; Softwares de otimização no Estudo das Funções; Optar por Softwares Livres; Softwares Educacionais; Tecnologia.**

A abordagem teórico-metodológica que tais temas sugerem, leva-nos a questionar: Como um professor que trabalha em escolas diferentes em cada um dos três turnos, com uma média de alunos em torno de quarenta (40) por sala de aula, poderá obter êxito no desenvolvimento de tarefas, didaticamente adequadas, a uma heterogeneidade que ele, humanamente, não consegue conhecer?

Cortesão (1998), em seu texto *O arco-íris na sala de aula? Processos de organização de turmas: Reflexões críticas*, referindo-se a uma realidade em Portugal, faz dois questionamentos; no primeiro, pergunta:

> Que razões poderão estar por detrás do facto de o sistema (e dentro dele a maioria dos professores) ser tão pouco sensível, tão pouco aberto ou mesmo hostil aos problemas relacionados com a heterogeneidade na sala de aula? Por que ocorrerá esta tendência de procurar «normalizar» a riqueza da heterogeneidade no molde do «aluno médio» ou de «cliente tipo», não deixando espaço para a emergência de manifestações da sua real heterogeneidade? (CORTESÃO, 1998, p. 2).

A segunda indagação da autora refere-se a: "Que custos representam para a relação educativa, esta leitura homogeneizante da heterogeneidade, da diversidade cultural, através do «vidro» da «normalização»? (CORTESÃO, 1998, p. 2).

Em nosso país, as questões acima se asseveram e assumem dimensões proporcionais à nossa extensão territorial. Em algumas oportunidades, nós, professores, conseguimos superar esta "muralha" de dificuldades, quando esporadicamente encontramos algumas ranhuras que nos facilitem o resgate de condições de aplicação de **Recurso Didático**, como os sugeridos pelos depoimentos expostos pelos educadores entrevistados em nossa pesquisa.

Corroborando esta linha de pensamento, Viola dos Santos (2012a) argumenta sobre a importância desses momentos da prática na formação do professor, mesmo constrangidos por tantas incompreensões e impedimentos:

> Mesmo considerando essas dificuldades, inerente às atuais Licenciaturas vigentes no Brasil, há a possibilidade de elaborar cursos nos quais a formação pode ser estruturada a partir de aspectos da prática e das demandas profissionais. Mesmo eles estando distantes do contexto escolar, há estratégias para trazer alguns elementos da sala de aula para perto (VIOLA, 2012a, p. 307-308).

Um dos **Recursos Didáticos** de que podemos lançar mão é a constituição de **Grupos de Estudo**, que são caracterizados, segundo Murphy e Lick (1998 *apud* SILVA, 2010, p. 62), como um "pequeno número de indivíduos trabalhando juntos para aumentar suas capacidades através de novas aprendizagens para benefícios de estudantes".

De acordo com os autores acima (MURPHY; LICK, 1998 *apud* SILVA, 2010, p. 62), é relevante que o grupo tenha na base de seus fundamentos, e entre seus participantes, o elemento aglutinador, harmonizador e catalisador de suas ações, "metas e objetivos comuns",

além do respeito mútuo, da tolerância, do empenhamento, da alteridade, para que se supere a disciplinaridade, a interdisciplinaridade, a multidisciplinaridade, tendo como alvo a transdisciplinaridade, que pensamos ser o bem maior da Educação.

Silva (2010, p. 62) entende que um grupo constituído por futuros professores pode proporcionar vantagens. Se nos referimos a um grupo onde futuros professores estejam desenvolvendo projetos na escola, teremos a vantagem de "um primeiro contato com a escola básica, com os problemas enfrentados por eles, com possíveis estratégias para resolvê-los, com a responsabilidade do aprendizado dos alunos" (SILVA, 2010, p. 62). No caso de alunos que se reúnem para estudar algum conteúdo, alunos que estejam querendo diluir dificuldades em alguma disciplina da graduação, um grupo assim formado proporciona, segundo o autor acima, vantagens como: "novas maneiras de resolver problemas dentro da própria aprendizagem, [...] dúvidas advindas do ensino médio, estudo de um ambiente novo de aprendizagem (software, por exemplo, entre outros)" (SILVA, 2010, p. 62).

Na visão de Murphy e Lick (1998 *apud* SILVA, 2010, p. 63), os grupos de estudos são naturalmente ricos das seguintes características:

> Suporte mútuo; planejamento, aprendizagem mútua, testar ideias, compartilhando e refletindo juntos, engajamento em questões genuínas; construir conhecimento sobre o conteúdo; testar ideias, compartilhando e refletindo juntos; emergir em um trabalho fundamentado em ideias, materiais e colegas; contribuir para o conhecimento e a prática, planejar e aprender junto.

Sobre os cuidados que devemos ter na organização e estruturação dos grupos de estudos, Silva (2010, p. 66) toma por base as recomendações de Murphy e Lick (1998), primeiro quanto ao tamanho do grupo, afirmando:

> Que o grupo de estudos não possua mais de seis participantes; [...] assim os indivíduos se sentem mais à vontade para dar sugestões e apresentar suas ideias tendo assim uma responsabilidade maior; [...] quanto maior o grupo, mais difícil se torna encontrar horário comum para as reuniões [...]; [...] a intimidade maior do grupo gera um relacionamento que quando a liderança é alterada, um observador do grupo de estudos frequentemente não consegue dizer quem é o líder.

Outras recomendações são sugeridas pelos autores Murphy e Lick (1998 *apud* SILVA, 2010, p. 66-68), relacionadas com a constituição do grupo, as quais detalhamos a seguir:

> Não se preocupar com a composição do grupo de estudo. Isso significa que a homogeneidade ou heterogeneidade não é um elemento crítico. [...] O importante é que todos tenham o mesmo interesse; [...] Estabelecer e programar uma agenda regular de encontros [...]; [...] é muito melhor reuniões sem interrupções por um certo período de tempo do que encontros com um período grande, mas com muitas interrupções [...]; [...] na primeira reunião os participantes devem coletivamente decidir quais comportamentos são aceitáveis ou não. [...] Aquilo que for dito no grupo permanece no mesmo; o líder sempre deve ser alternado nos encontros. [...] é

> indispensável que todos os participantes tenham o mesmo status. [...] fazer anotações em todos os encontros [...] é preciso planejar com antecedência os momentos de transições. [...] avaliar a eficiência do grupo.

O que podemos observar é que o tipo de estudo em grupo, desenvolvido por alunos, é apenas um embrião, uma indicação, um indício, uma pista que aqueles que aprendem através de experiências vividas oferecem aos educadores que pesquisam sobre estratégias de superação de dificuldades, no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I. Nossa experiência, como professores e como aluno, nos dá ciência de que esta estratégia de estudo em grupo, natural e empiricamente, é usada, claro, sem os cuidados que a teoria nos oferece, por alunos em vários momentos, por exemplo, quando objetivam aprender ou aprender mais sobre um determinado conteúdo.

Como resultado desta reflexão, segundo os depoimentos dos educadores entrevistados nesta pesquisa, o **Eixo Temático Recurso Didático-Pedagógico** abrange processos metodológicos que, adequadamente utilizados, podem ser como uma "ponte" para auxiliar o professor nessa íngreme trajetória do processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I.

Outro **Recurso Didático** indispensável ao processo de ensinar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I é o **Diálogo.** Porém, surge um motivo de preocupação: Qualquer diálogo? Que tipo de diálogo?

Para refletirmos sobre este questionamento, recorremos a Alro e Skovsmose (2010), que, para escreverem sobre "qualidades de diálogo", antes buscam em Bohm (1996) a origem etimológica da palavra, a saber: "do grego, *dia*, que significa 'através', e *logos*, que pode ser traduzido como 'significado'." (p. 120).

Portanto, para estes educadores, diálogo quer dizer por meio ou através do conhecimento, do significado. Para melhor explicação, os educadores Alro e Skovsmose (2010) tomam como referência as afirmações de vários autores, das quais transcrevemos algumas, a saber: **a)** A afirmação de John Stewart (1999): "Portanto, diálogo, nesse sentido, quer dizer 'significar através', ou seja, o processo de facilitar o desenvolvimento do significado por entre (através de) as pessoas envolvidas em sua construção" (ALRO; SKOVSMOSE , 2010, p. 120); **b) A** declaração de Isaacs (1944):

> Durante o processo de diálogo, as pessoas aprendem a pensar junto – não apenas no sentido de analisar o problema comum que envolve criar conhecimentos comuns, mas no sentido de preencher uma sensibilidade coletiva, na qual pensamentos, emoções e ações decorrentes pertencem não a um único indivíduo, mas a todos ao mesmo tempo (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 120).

c) A afirmação de Isaacs (1999): “Dialogar, nesse sentido, difere de discutir, que significa ‘triturar em pedaços’ em latim (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 120); **d)** A argumentação de Gadamer (1989): “Em se tratando da corrente filosófica hermenêutica, o diálogo corresponde a uma ‘mescla’ entre os horizontes do intérprete e do interpretado” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 122).

Os autores Alro e Skovsmose (2010) colocam em foco três aspectos do diálogo: no primeiro foco, os autores apresentam um arrazoado sobre: **a) Realizar uma Investigação:**

> Significa abandonar a comodidade da certeza e deixar-se levar pela curiosidade. [...] Os participantes desejam descobrir algo – eles querem obter conhecimentos e novas experiências. O processo de diálogo incentiva as pessoas a compartilhar o seu desejo de investigar. [...] É essa postura de incerteza e convite rumo ao outro que guia o investigador no novo terreno, na busca por auxílio e assistência. [...] Colocando de uma forma mais ampla, nossa noção de investigação inclui coletividade e colaboração. [...] Para que um professor participe de um diálogo em sala de aula, ele não pode ter respostas prontas para problemas conhecidos; ter curiosidade a respeito do que os alunos fariam e estar disposto a reconsiderar seus entendimentos e pressupostos são requisitos para a participação do professor no diálogo. O maior ganho que o professor pode ter é que, ao observar, refletir e expressar sua visão de mundo em um processo colaborativo, ele pode mudar e vir a saber coisas de uma nova forma. Para os alunos, isso significa estarem prontos para abrir seu mundo a exploradores, entrarem em processos momentaneamente incertos e entenderem que não há respostas absolutas para suas questões. (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 123-124).

Estes mesmos autores, em um segundo momento, correlacionam: **b)** o **Diálogo e Correr Risco:** “Dialogar envolve assumir riscos tanto no sentido epistemológico quanto no emocional (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 128). [...] Riscos são uma parte intrínseca do diálogo, com suas consequências positivas e negativas” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 130).

Ultimando a linha de raciocínio, os autores confrontam: **c)** o **Dialogar e Promover a Igualdade** quando lidamos com o diferente, com o arco-íris da sala de aula. Dessa forma, acrescentam:

> Um participante não pode estar acima do outro. Um diálogo avança em função da pujança da investigação e não é influenciado por considerações acerca, digamos, das consequências de se fazer certas conclusões. [...] Um diálogo pode ser influenciado pelos papéis (e o poder associado a esses papéis) das pessoas que participam do diálogo. Mas como trazer isso para a sala de aula, onde os processos de ensino e aprendizagem estão visceralmente associados aos papéis de professor e aluno, numa relação desigual? Professor e aluno são posições diferentes, profissionalmente falando; do contrário não haveria ensino. Contudo, eles podem tentar ser igualitários no nível das relações e comunicações interpessoais. [...] Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça. Justiça não tem a ver somente com aspectos emocionais, ela também se refere à forma com que se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover o diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 131).

Os educadores destacam “coerência, empatia e consideração” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 133) como “as precondições para a promoção da igualdade, mesmo numa relação assimétrica, onde a forma do contato e da comunicação podem facilitar a aprendizagem” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 133).

Um diálogo não se funda na autoridade, alertam-nos Alro e Skovsmose (2010. p. 133), que concluem afirmando: “Um diálogo só pode desenrolar-se por meio de suas próprias fontes dinâmicas, pelas perspectivas, emoções, intenções, reflexões e ações de parceiros em posições as mais igualitárias possíveis. Esse princípio de igualdade é um elemento definitivo da pedagogia de Freire”.

Essas ideias são possíveis de serem implementadas no atual Sistema de Educação do Brasil?

Nós não vamos responder a esta questão, mas a nossa pesquisa, sem dúvida, vai apontar ou delinear possíveis aspectos e dimensões para a questão, tais como: a importância da diversidade na sala de aula, a relevância da qualidade na formação de professores, processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I com diálogos, com postura investigativa, em grupos, entre outros aspectos.

Reiterando propositalmente a trajetória de ir e vir da análise, nesta pesquisa, focalizando o **Eixo Temático Recurso Didático-Pedagógico, “**salta aos nossos olhos” que as **Unidades de Registro,** as quais emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto,** mostram a preocupação destes entrevistados com este importante **Eixo Temático,** formado pelas seguintes **Unidades de Registro: Exercícios mais Algébricos; Exercícios Aplicados; Despertar a necessidade de saber os Porquês; É Importante compreender o Significado; Generalização *versus* Caso Particular; Explicação de cada Passo; Possibilidade de cada Passo; Mostração; Muito experimento faz Sentido para eles; Dar ouvidos; Autonomia para a investigação do Aluno; Aprende-se Fazendo, não copiando; Aprende-se Fazendo, não olhando; Despejar conteúdo é Reforçar Vícios; Pensar no Local e no Global; Foco na Aprendizagem; Trabalhar Conceitos; Trabalhar com Práticas interessantes; Trabalhar com Diferentes Metodologias; Trabalhar com Resolução de Problemas; Trabalhar com Projetos; Jogos e Ludicidade; Relação Algébrico *versus* Geométrico; Repensar sua Prática; Saber o Porquê; Observar a turma; Forma Legitimada pela Academia; Você pede para o Professor Ler a Demonstração; Trabalhar com Tabela; Representação Gráfica; Minhas Práticas são as dos meus Professores; Trabalhar a Linguagem Escrita; As Oficinas para o Aluno aprender Fazendo; Grau de**

Subjetividade; Pouca dedicação do Aluno; Concepções Diferentes entre a Matemática no Ensino Básico e a Matemática no Ensino Superior; Currículo Engessado, Professor e Educação Básica Também; Excesso de Algoritmos e processo de Repetição; O Método pode ser bom para uns e para outros não; Não Existe Método Infalível; Metodologia: Professor Ensina Fazendo e o Aluno Aprende Vendo; Importância, Utilidade e Potencialidade da Visualização como Processo; Visualização não é Imprescindível; Visualização possibilita Diferentes Representações; Ação *versus* Visualização. Apresentamos os seguintes depoimentos, os quais corroboram os preceitos teórico-metodológicos subjacentes às **Unidades de Registro** assinaladas acima.

> ***Outra coisa que bato de frente e sempre questiono é que o tempo de aprendizagem é muito diferenciado, você tem uma sala de 30 a 40 alunos e você dita um ritmo de aula e quer que todo mundo acompanhe o seu ritmo. Isso você atrapalha pessoas que talvez tenham um ritmo maior e atrapalha também pessoas que talvez tenham um ritmo menor e que demoram mais pra aprender. Então, se fosse um sistema de oficina de módulo, ele tinha que cumprir a atividade. O tempo que ele ia gastar pra cumprir o módulo ia depender dele, do tempo dele (Professor S).***
>
> ***Mas eu pregava que toda atividade nessas oficinas deveriam ser feitas em sala de aula, nada pra casa. Todo trabalho ali supervisionado mesmo. E aí, quando terminasse, pelo menos, não digo que resolveria o problema, mas eu também não coloquei em prática pra testar. Mas eu acho. Era uma ideia que eu tinha (Professor S).***
>
> ***Eu penso em fazer isso quando eu voltar. Fazer um projeto deste. A gente pegar alunos que já estão mais avançados pra ajudar (Professor S).***

Assim substanciados pelos sujeitos da pesquisa e educadores referenciados, podemos inferir que, para nós, professores, são relevantes a utilização e a manipulação adequadas de Recurso Didático no processo de ensinar, em particular a disciplina Cálculo Diferencial e Integral.

Prosseguindo a dinâmica da nossa pesquisa, empreendemos um olhar retrospectivo sobre o **Eixo Temático Recurso Didático – TIC**, que se constitui das seguintes **Unidades de Registro: Softwares de Geometria Dinâmica; Uso da Tecnologia como Complementar; Algoritmos Computacionais; Recursos Didáticos têm Limite; Recursos Softwares *versus* Percepção do Aluno; Software para Intuir Resultados**; **Software para Intuir Teoremas; Editar Texto com Imagem; Trabalhar com Tecnologia; Softwares de otimização no Estudo das Funções; Optar por Softwares Livres; Softwares Educacionais; Tecnologia.**

Refletindo sobre este **Eixo Temático,** inferimos ser o computador um dos melhores recursos para o professor, pois potencializa a imaginação, potencializa a visualização dinâmica e outorga aos métodos computacionais um grande auxílio na compreensão dos conceitos e demonstrações em Cálculo Diferencial e Integral I.

Segundo Karsenti (2008, p. 181), as inovações proporcionadas pelas TIC,

> Acrescidas às mudanças dos hábitos familiares, e dos valores sociais, tiveram certamente um impacto particular nos estudantes, principalmente naqueles que cresceram junto com essas transformações sociais e essa revolução tecnológica. As novas gerações, ao contrário das antigas, têm assim expectativas e necessidades novas, que parecem especialmente presentes nos meios do ensino, tais como a universidade.

Miskulin (1999, p. 37), em sua tese de doutorado, argumenta que:

> Com o avanço da Tecnologia na sociedade e na Educação e com a introdução de computadores nas diversas áreas do conhecimento, a grande e importante questão que se apresenta aos professores e educadores em Educação Matemática se expressa por: **Como se processa o conhecimento neste novo cenário, no qual a tecnologia se faz presente? Em outras palavras, quais componentes estariam subjacentes ao processo de construção do saber às novas tecnologias?** (grifo da autora).

Como responder a estes questionamentos de forma efetiva? Será solução apenas instrumentalizar as escolas e universidades, transformando as salas de aula em laboratórios de informática de última geração, em rede, onde cada aluno tenha a possibilidade de desenvolver tanto seus estudos individuais, quanto em grupo, e cada professor tenha uma 'equipe suporte' de apoio no desenvolvimento das atividades didático-pedagógicas pertinentes ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina de sua responsabilidade?

Nessa mesma linha de pensamento, a educadora Almeida (2008, p. 125) nos diz que:

> as práticas avançam, tropeçam, contornam obstáculos e traçam trajetórias singulares, mas apesar da crescente quantidade de equipamentos colocados nas escolas, da articulação triádica entre equipamentos, conexão e desenvolvimento profissional de educadores observada tanto nos países mais ricos como nos mais pobres, a concretização das ações se mostra aquém dos objetivos, metas, desejos e utopias do discurso humanista, da prática crítico-reflexiva, do compromisso ético e solidário.

Em um país imenso como o nosso, as tímidas ações não conseguem alcançar todas as escolas. Estas ações passam a atuar como projeto-piloto, como projetos experimentais. Nosso país tem problemas diretamente proporcionais à sua dimensão geográfica e demográfica, com realidades diferentes ao extremo, distribuídas entre escolas sem paredes e algumas poucas escolas-padrão. Assim sendo, temos a contar, muitos tropeços e muitos obstáculos nesta trajetória, antes que alcancemos o padrão que desejamos para a nossa Educação.

Miskulin e Piva Junior (2007, p. 138) declaram que, neste contexto atual, a relação deve ser reestruturada, isto é: "Professor e aluno passam a ser parceiros de um processo de construção de conhecimento". Os autores citados enumeram as vantagens que este recurso didático proporciona ao processo de ensinar, a saber:

Ademais, Miskulin e Piva Junior (2007, p. 138) fazem um arrazoado das inferências da presença das TIC sobre a relação professor-aluno, dizendo:

> No contexto educacional as TIC pressupõem novas relações entre professores e alunos e essas relações necessitam ser repensadas e redimensionadas. [...] o professor *precisa* compreender o trabalho do aluno para poder responder às suas dúvidas e questões. Também *deve* procurar compreender as suas ideias; e fazer, ele próprio, uma pesquisa a propósito de aspectos que não tinha sido considerado inicialmente. Professor e aluno passam a ser parceiros de um processo de construção do conhecimento.

Os autores acima citados, Miskulin e Piva Junior (2007, p. 138-139), desenvolvem uma reflexão mais aprofundada, sobre a inserção das TIC nas práticas pedagógicas, argumentando assim:

> As práticas pedagógicas que utilizam as TIC de forma planejada e sistemática permitem: a) o desenvolvimento de uma competência de trabalho em autonomia (fundamental ao longo da vida), já que os alunos podem dispor, desde muito novos, de uma enorme variedade de ferramentas de investigação; b) um acesso à informação com rapidez e facilidade (um dos seus principais trunfos); c) uma prática de confrontação, verificação, organização, seleção e estruturação, já que as informações não estão apenas numa fonte. As inúmeras informações disponíveis não significarão nada se o utilizador não for capaz de verificá-las e de confrontá-las para depois as selecionar. A recolha das informações sem limite pode muito bem provocar apenas uma simples acumulação de saberes; d) o desenvolvimento das competências de análise e reflexão; e) a abertura ao mundo e disponibilidade para conhecer e compreender outras culturas; f) a organização do seu pensamento; g) o trabalho em simultâneo com um ou mais colegas situados em diferentes pontos do planeta; h) a criação de *sites* (em colaboração com os colegas e professores da sua ou de outras escolas), a qual vai permitir que os alunos realizem; i) um trabalho de estruturação das suas ideias; j) uma organização espacial; k) uma apresentação com cuidados estéticos; l) um trabalho de descrição e apresentação que proporcionará uma pesquisa histórica, geográfica e cultural sobre a escola, local e a região onde habitam e estudam; m) um registro de sons e imagens (fotografia e vídeo); n) uma tradução em várias línguas; dentre muitas outras possibilidades.

No movimento proposital de ir e vir desta análise da nossa pesquisa, fazemos, outra vez, uma breve retrospectiva, com o objetivo de reavivar o fato importante, isto é, que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** Assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação dos educadores entrevistados com o **Eixo Temático Recurso Didático - TIC.** Esta preocupação revela-se diante das **Unidades de Registro: Softwares de Geometria Dinâmica; Uso da Tecnologia como Complementar; Algoritmos Computacionais; Recursos Didáticos têm Limite; Recursos Softwares *versus* Percepção do Aluno; Software para Intuir Resultados**; **Software para Intuir Teoremas; Editar Texto com Imagem; Trabalhar com Tecnologia; Softwares de otimização no Estudo das Funções; Optar por Softwares Livres; Softwares Educacionais; Tecnologia.** Apresentamos, assim, estes depoimentos, os quais corroboram os temas que permeiam as Unidades de Registro acima citadas:

> ***Precisa tomar muito cuidado, porque às vezes eles percebem padrões que não eram os preferidos. O que eu quero dizer é que não é que o software introduz o***

> ***mau, é que o software, pelo contrário, o software, ele é um recurso excelente que antigamente não tinha. O problema é confiar que ele vai cuidar de tudo, entendeu? O trabalho do professor que escolhe o software é o mesmo daquele que escolhia o exemplo pra fazer em sala de aula há tempos atrás (Professor W).***
>
> ***E dá pra trabalhar os conceitos de Cálculo, assim, em sua grande maioria, muita coisa dá pra ser trabalhado no GeoGebra (Professor R).***
>
> ***Então, é importante também que o professor tenha essa noção clara do software livre, até pensando em termos de custo de utilização de equipamento desatualizado, isso é importante. O GeoGebra, o Máxima... Tem plataformas que também são muito importantes (Professor T).***
>
> ***Eu acho, por exemplo, algumas propriedades de derivada, de derivação. Eu acho que você pode... O recurso computacional ele ajuda bastante. Por quê? Imagine que você tenha duas funções, que num mesmo ponto, ou em cada ponto, tenham a mesma derivada. Então, eu tenho duas funções, como é que é o gráfico das funções, se em cada ponto que eu tomar essas funções tem a mesma derivada, para cada valor de x, f(x) e g(x) tem a mesma derivada. Ora, se eu tenho o conceito de derivada como inclinação de reta, tá certo? O que eu preciso que ele trabalhe são os movimentos no gráfico, só (Professor W).***
>
> ***Então eu costumava fazer isso com os meus alunos. Hoje em dia você pode fazer, mas você tem que passar por aquela fase em que o aluno vai fazer isso. Dado o gráfico... Mas depois ele pode explorar isso num software pra, realmente, não só aquele caso, mas qualquer um outro, o resultado é o mesmo. E aí, então, você pode intuir o teorema: "Se duas funções têm a mesma derivada, então uma é a outra mais uma constante. Mais ou menos uma constante, como você queira". Então aí você tem uma intuição de um teorema importante do Cálculo: "Se duas funções têm a mesma derivada, então elas diferem de uma constante", um resultado importante (Professor W).***

Assim, respaldados pelos educadores pesquisados, e pelos educadores referenciados nesta pesquisa, podemos ratificar a importante contribuição das TIC no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, potencializando a visualização, a compreensão e a verificação de conjecturas e conceitos, libertando do recurso da memorização, aquele em que a abstração constituía impedimento para a aprendizagem.

A cultura digital – que força o desenvolvimento de políticas educacionais que integrem as TIC aos currículos – traz, em seu bojo, muitas dificuldades a um sistema educacional fundado em "exigências mil, suporte zero", oferecendo ao professor giz e quadro de má qualidade. Por isso, finalizamos com as palavras de Almeida (2008, p. 124), que, preocupada, afirma:

> O maior desafio ainda é universalizar o acesso às TIC para atingir todo o continente de alunos brasileiros, docentes e estabelecimentos escolares; ampliar a compreensão de que o alicerce conceitual para o uso de tecnologias é a integração das TIC ao currículo, ao ensino e à aprendizagem ativa, numa ótica de transformação de cidadãos e de vivência democrática, ampliado pela presença das TIC.

Prosseguindo a dinâmica proposital do movimento de idas e vindas, exigido pelo processo de análise da nossa pesquisa, focalizamos neste momento o **Eixo Temático Resolução de Problemas,** formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **Discussão de conteúdos na sala de aula; Discussões em sala de aula; Atividades; Situações antecipadas em sala do Ensino Básico; Resolver Problemas; Problemas Matemáticos; O Aluno tem que saber ler os enunciados; O aluno tem que entender a Lógica da Enunciação; Discutir enunciados; Discutir Formas de Argumentação; Aprender a Lógica da Argumentação; Leitura e entendimento do Problema; Construção de Gráfico; Comentar o Gráfico; Relacionar Representação Algébrica e Gráfica; Situações novas aparecem cada vez com mais velocidade e continuamente; Cálculo relacionado com Problemas Práticos.**

Nesse contexto, Onuchic e Allevato (2011, p. 82) expõem vantagens de ensinar Matemática usando a abordagem da **Resolução de Problemas,** isto é: partindo de problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos, mantendo o aluno como responsável pelo processo. Assim, apresentamos estas vantagens da **Resolução de Problemas**, elencadas pelas autoras acima citadas:

> Coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*.
> desenvolve *poder matemático* nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
> desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima do estudante aumentam.
> fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
> Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita *tradicional*. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
> A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feitas pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

No movimento proposital de ir e vir desta análise da nossa pesquisa, fazemos, outra vez, uma breve retrospectiva, com o objetivo de reavivar um fato importante, isto é, que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** Assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos que mostram a preocupação dos educadores entrevistados com o **Eixo Temático Resolução de Problemas.** Esta preocupação revela-se diante das **Unidades de Registro: Discussão de conteúdos na sala de aula; Discussões em**

sala de aula; Atividades; Situações antecipadas em sala do Ensino Básico; Resolver Problemas; Problemas Matemáticos; O Aluno tem que saber ler os enunciados; O aluno tem que entender a Lógica da Enunciação; Discutir enunciados; Discutir Formas de Argumentação; Aprender a Lógica da Argumentação; Leitura e entendimento do Problema; Construção de Gráfico; Comentar o Gráfico; Relacionar Representação Algébrica e Gráfica; Situações novas aparecem cada vez com mais velocidade e continuamente; Cálculo relacionado com Problemas Práticos. Apresentamos, assim, alguns depoimentos que apoiam estas **Unidades de Registro:**

> ***Numa Licenciatura em Matemática, eu acho que é possível travar também, dependendo da formação e do interesse do professor de matemática que está ministrando aquela disciplina, desenvolver atividades e discussões que possam já adiantar possíveis situações em que o professor vá desenvolver ou aparecer diante dele na sala de aula do Ensino Básico (Professor X).***
>
> ***Eu acho que as discussões que se podem travar no ensino de Cálculo na Universidade podem ser bastante interessantes pra o aprofundamento dele, para depois, em seu trabalho enquanto professor no ensino Básico/Médio (Professor X).***
>
> ***Segundo, o Cálculo entendido procedimentalmente, mas não no sentido de uma versão procedimental da Análise, mas no sentido de técnica pra resolver certos problemas. Cálculo, assim, ele se torna uma ferramenta que pode ajudar o professor a aumentar o leque de instrumentos que ele tem para resolver problemas do cotidiano (Professor Y).***
>
> ***Então, aí, em síntese: Cálculo, ele vem como ferramenta pra ajudar a resolver problemas. Ele vem também como um pé para compreender como a matemática estrutura seus modos de compreender o mundo (Professor Y).***
>
> ***Imagine que eu vou pensar que... Imagine que eu pegue uma função e vou pensar em movimentos no gráfico dessa função. Hoje tem muitos problemas que fazem o movimento do gráfico total, né? Você define uma função f(x). E aí faz o gráfico dessa função f(x). Você pede pro aluno fazer o gráfico dessa função f(x) + 2, isso vai deslocar, a translação de baixo para cima de duas unidades (Professor W).***

Assim, respaldados pelos educadores entrevistados e referenciados, corroboramos a relevância da Resolução de Problemas como estratégia incentivadora para o aluno, e para o professor, principalmente quando o professor percebe a possibilidade de descobrir os bloqueios dos alunos e a forma própria que cada um cria para quebrar seus paradigmas relativos ao Cálculo Diferencial e Integral I.

Completando a nossa reflexão sobre **Resolução de Problemas**, recorremos à Ponte, Brocado e Oliveira (2009, p. 18), quando afirmam que: “os alunos podem envolver-se na realização de investigações matemáticas e que isso é um poderoso processo de construção do conhecimento”. Na oportunidade, os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2009, p. 19) corroboram a citação de Braumann (2002), a saber:

> Aprender Matemática não é um simples compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigações de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detetivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. É como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Terminamos, assim, os aportes teóricos que fundamentam à **Categoria** 1 de análise desta pesquisa: **Processo Formativo de Professores de Matemática.**

Prosseguindo na construção deste capítulo – **Considerações finais**: **Reflexões Teórico-Metodológicas sobre as Categorias de Análise** –, continuamos olhando para "o que mais nos chama a atenção", isto é, para as **Unidades de Contexto,** a **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da pesquisa.**

Como já falamos sobre o primeiro campo, **Categoria 1** – **Processo Formativo de Professores de Matemática** –, vamos, neste momento, refletir sobre a **Categoria 2 - Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** o segundo amplo campo de convergência na turbulência que compreende a natureza das dificuldades dos processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, a qual adquire visibilidade no mundo acadêmico devido: à quantidade de reprovação dos alunos; à quantidade de evasão e à quantidade de desistência dos alunos, pois muitos deles abandonam o curso, totalmente bloqueados, e com uma visão distorcida do Cálculo e da sua capacidade de aprendizagem.

Esta categoria – **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I**– incorpora os seguintes **Eixos Temáticos**: **Contextualização; Epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral; Rigor; Demonstração; Conteúdo;** e **Currículo.** Nesta pesquisa, os **Eixos Temáticos** traduzem a preocupação dos educadores que pesquisam processos de aprendizagem, impulsionados pela inaceitável, imprópria e equivocada dicotomia entre a especificidade do conhecimento do conteúdo matemático e o conhecimento pedagógico, relativos à profissionalidade do educador em sua formação.

Iniciamos nossa reflexão focalizando o **Eixo Temático Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I,** composto pelas seguintes **Unidades de Registro**: **A Falta do Amadurecimento que a Disciplina exige do aluno; Professores de Matemática da Licenciatura sem o conhecimento das Disciplinas Pedagógicas, e/ou das Disciplinas da Área de Educação Matemática; O Cálculo no Processo de Compreensão; O Cálculo como Formador do Pensamento Crítico;** apontando alguns depoimentos para ressaltar a preocupação dos educadores entrevistados, a saber:

> ***Nesse sentido eu acho que o Cálculo é importante, porque o Cálculo é o primeiro acesso a essa perspectiva que modela o mundo atual. Mesmo que não seja como essas perspectivas lights, também são simplesmente modelos de representação, essa teoria dos modelos dos números reais, de variações, desde a exaustão, muito antes do Cálculo, são modelos, mas que funcionam bem. Quer dizer, eles cumprem o objetivo de fazer com que a gente entenda a realidade (Professor T).***
>
> ***Olha, é básica. Não só pro professor, mas pra todos. Entendeu? Na verdade, essa ideia do Cálculo e da Análise é o grande modelo da realidade, mesmo que não seja um modelo perfeito, mas é, vamos dizer: a interface da gente com a realidade física, com a realidade biológica, econômica... (Professor T).***
>
> ***Então, por um lado é um elemento cultural essencial e por outro também é um bom caminho pra essas ideias essenciais da matemática, desse modelo dos reais (Professor T).***
>
> ***Às vezes é até mais importante pro professor, é, vamos dizer: usar esses problemas específicos de Cálculo, para ter uma compreensão mais profunda do que é número real, a diferença, por exemplo, entre densidade e continuidade, coisas desse tipo, como essência da matemática (Professor T).***
>
> ***Perde o sentido. Porque o professor provavelmente não vai ensinar Cálculo, mas é um elemento essencial para formação dele, quer dizer, pra ele ter uma visão ampla do que ele está ensinando (Professor T).***
>
> ***os alunos que entram não têm maturidade, não estão preparados pra um curso formal com demonstrações, um curso com definições rigorosas, eu acredito realmente que, no momento, não é o momento propício pra isso. Pelo menos o Cálculo I (Professor S).***
>
> ***talvez o aluno demore um tempo pra ter esse amadurecimento (Professor X).***

Os educadores Meneghetti e Bicudo (2002, p. 65) argumentam, em *O que a História do desenvolvimento do Cálculo pode nos ensinar quando questionamos o saber matemático, seu ensino e seus fundamentos*, que:

> O Cálculo se desenvolveu mediante a contribuição (de forma complementar) de ambas, empirismo e racionalismo; o que nos leva a defender (ou aderir à posição de) que, no processo de constituição do saber matemático, o aspecto lógico (vertente do racionalismo) e o intuitivo/empírico (vertente do empirismo) devem ser considerados equilibradamente.

Ancorados na análise histórica do desenvolvimento do Cálculo, esculpida por Meneghetti e Bicudo (2002, p. 114) no referido artigo, estes autores, de forma leve e clara, guardando também a precisão cientificamente exigida pela academia, corroboram e aderem à Filosofia de Kant quanto ao posicionamento sobre ser ou não ser de forma excludente, empirista ou racionalista, e revelam esta adesão afirmando: “tais correntes não devem ser vistas como separadas, opostas ou excludentes, mas que elas se completam, ambas foram e são importantes no desenvolvimento do conhecimento matemático”.

Este equilíbrio é também concebido pela pesquisa de doutorado de Reis (2001, p. 7), que, em sua tese, aponta como resultado “a necessidade de se romper com a visão

dicotomizada entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise", o que deve ser perseguido por meio da "realização de pesquisa em sala de aula, as quais venham transformar o professor de Cálculo e Análise em um sujeito reflexivo e investigativo de sua própria prática" (REIS, 2001, p. 7).

O autor, Reis (2001), reforça o equilíbrio, que acima defende, descrevendo as categorias de conhecimento definidas por Schulman (1986), as quais devem fundamentar, com igual importância, a formação do professor. Reis (2001, p. 82) refere-se em primeiro tempo à categoria Conhecimento do Conteúdo Específico, por meio da definição de Schulman (1986) explicitada a seguir:

> Definindo-a como sendo a categoria que compreende: conceitos e ligações entre eles; acumulação e organização do conhecimento na mente do professor; e ir além dos fatos ou conceitos de um domínio, sendo necessário compreender as estruturas dos assuntos.

Como segunda categoria, Reis (2001, p. 82) elege e define o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, outra vez por meio da definição de Schulman (1986), explicitada a seguir:

> Formas de representação mais úteis das ideias mais assinaladas; melhores analogias, e ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações; compreensão do que faz com que a aprendizagem de um determinado tópico seja fácil ou difícil; conhecimento das concepções e preconceitos relacionados aos tópicos mais ensinados que alunos de diferentes idades trazem consigo e de estratégias provavelmente mais frutíferas para reorganizar a compreensão dos alunos.

Por fim, Reis (2001, p. 82) expõe a definição de Schulman (1986) para Conhecimento Curricular, com a seguinte descrição:

> Arsenal completo de programas desenvolvidos para o ensino de tópicos e matérias específicas num determinado nível; variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação a estes programas; estabelecimento de um conjunto de características que servem tanto como indicação como contra-indicação para uso de materiais curriculares ou programáticos; familiaridade com materiais curriculares e programáticos de outras disciplinas (conhecimento curricular lateral); habilidade para relacionar o conteúdo de um curso ou de uma aula com tópicos ou assuntos que foram ou serão ensinados durante anos anteriores ou futuros (conhecimento vertical).

Reis (2001 *apud* JAVARONI, 2005, p. 126), em sua pesquisa sobre *A Tensão entre o Rigor e a Intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*, afirma que:

> O professor tende a encaminhar o processo de ensino / aprendizagem sob uma das seguintes formas: a epistemologia empirista, isto é, a pedagogia centrada no professor, que tende a valorizar as relações hierárquicas, em nome da transmissão do conhecimento; a epistemologia apriorista, ou seja, a pedagogia centrada no aluno, que pretende confrontar o modelo anterior, atribuindo ao aluno, responsabilidades que ele não tem, tais como: o domínio do conhecimento sistematizado em

> determinadas áreas e capacidade de abstração suficiente, e a epistemologia construtivista, centrada na relação, que tende a desabsolutizar os pólos da relação pedagógica. (grifos do autor).

Corroborando Rezende, W. M. (2003), transcreveremos seu texto, conforme resumo de sua pesquisa, a saber: "parte significativa dos problemas de aprendizagem 'do atual' ensino de Cálculo é de natureza essencialmente epistemológica, está além dos métodos e das técnicas de ensino, sendo inclusive anterior a seu próprio tempo de realização".

Para entendimento dessas dificuldades de natureza epistemológica, Rezende, W. M. (2003, p. 325), por meio de dois mapeamentos, explicita e consubstancia:

> Cinco macro-espaços de dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica, cinco eixos que estruturam o ensino de Cálculo, a saber: o eixo **discreto / contínuo;** o eixo **variabilidade / permanência**; o eixo **finito / infinito;** o eixo **local / global**; e o eixo **sistematização / construção.** (grifos do autor).

Todos estes cinco eixos, acima especificados por Rezende, devem ser considerados e explorados pelo professor em sala de aula, ao desenvolver atividades sobre os conteúdos de Cálculo.

O **Eixo Temático Contextualização** constitui-se de vários "nós" oriundos dos pontos de tensão dos depoimentos dos educadores entrevistados. Neste estudo, estes pontos de tensão se agruparam em torno das seguintes **Unidades de Registro: O Objeto em Estudo tem que Fazer Sentido; Necessidade de Concretização; Necessidade de Aplicação; Exemplificação; Concretização, Aplicação; Trabalhar com História da Matemática; Trabalhar com Modelagem; Problemas Ambientais; Trabalhar com Software; Exploração Diferenciada; Problematização Diferenciada; Trabalhar com História da Matemática; Problemas da Disciplina Física; Problemas da Disciplina Biologia; Aplicação Contextualizada; Recursos Didáticos devem ser Contextualizados; Práticas devem ser Contextualizadas; Cálculo com Disciplina em Serviço; O Cálculo e a Contextualização; O Cálculo e a Modelagem.**

Pensar em uma disciplina Cálculo Diferencial e Integral descontextualizada é negar a história da criação e do desenvolvimento desta disciplina, profundamente teorizada, na academia, pelos pesquisadores e suas publicações sobre a História da Matemática: História do Cálculo Diferencial e Integral.

Em nossa pesquisa, podemos observar alguns indícios da importância da contextualização do Cálculo Diferencial e Integral, e de outras disciplinas da Matemática Pura e Aplicada, quando pesquisadores se deparam com a necessidade de construir modelos para resolver problemas complicados, específicos de suas especialidades, inclusive na área de Ciências Sociais.

Não precisamos buscar somente referências tão especializadas, por exemplo: a Editora Segmento, que tem, como uma de suas publicações, o periódico *Cálculo: Matemática para todos*, que, de acordo com seu editor, Simões (2012, p. 4), tem como objetivo "fazer o leitor se interessar pelo texto, e dar ao leitor o mínimo de trabalho possível, e desse modo tornar conhecido cada um dos entrevistados e todos os elementos relevantes da sua história", publicando, em alguns de seus exemplares, artigos que focalizam temas da Matemática Aplicada, porque, segundo Simões (2012, p. 4), "uma história bem contada tem o poder de transformar o Brasil num lugar melhor, mesmo que modestamente".

Mendes (2012, p. 46-51), um dos colaboradores do referido periódico, publica, na mesma edição acima destacada, o artigo *A próxima fronteira da Matemática*, com a seguinte chamada:

> Um biólogo não consegue produzir conhecimentos científicos relevantes sem usar matemática à beça. Mas os problemas da biologia são tão complicados que mesmo a matemática mais avançada é insuficiente, e provavelmente a biologia vai empurrar a matemática à frente pelas próximas décadas.

Nesse artigo, o referido autor, Mendes (2012, p. 50), inter-relaciona a Matemática com a Biologia e inclusive apresenta uma tabela, trazendo por título "Tabela 1 – A matemática surgindo de problemas da biologia", em que aponta uma série de temas da Biologia, bem como o matemático que produziu matemática motivado pelo respectivo tema.

O terceiro subitem dessa reportagem de Mendes (2012, p. 48-49), que traz como título *A espera do Newton biólogo*, reforça o enlace entre Cálculo e contextualização, por exemplo, ao postular:

> Até agora, contudo, ainda não surgiu na história da matemática um biólogo que esteja para a biologia e a matemática assim como Issac Newton (1642-1727) esteve para a física e a matemática. Newton desenvolveu o cálculo diferencial tão bem, mas tão bem, que até hoje os professores de cálculo mencionam Newton várias vezes ao longo do curso, e até ensinam aos estudantes alguns truques concebidos por Newton. E agora não existe cientista ou engenheiro que consiga chupar um pirulito sem estudar cálculo [...] Se ainda não surgiu Newton biólogo, muitos matemáticos e muitos biólogos estão à espera. É só questão de tempo, pois, para eles, a biologia é a próxima fronteira da matemática. De onde vem tanta fé? Da tecnologia moderna, especialmente da computação (MENDES, 2012, p. 48-49).

A reportagem assinala, inclusive, que existem verdades no mundo da Biologia que, para serem entendidas, é necessário o conhecimento de Cálculo, de Equações Diferenciais Ordinárias e Parciais e da Teoria da Probabilidade.

Mendes (2012, p. 49), autor desse artigo, cita Isabel Gordo, cientista-chefe do Departamento de Biologia Evolutiva do Instituto Gulbenkian de Ciência, quando argumenta: "Há uma enorme necessidade de encontrar padrões, e de explicá-los de forma tão simples

quanto possível. Isso requer matemática em um nível que não é ensinado na universidade, nem aos biólogos, nem talvez aos matemáticos".

Na seção anterior da nossa pesquisa – **Seção 5.8 – Processos de Categorização dos Depoimentos da Pesquisa** –, os educadores Lüdke e Boing (2004, p. 1176) explicam que a abrangência cultural da missão do professor transcende a cultura escolar, e que este profissional "é mandatário de quatro dimensões que o diferenciam de outros intelectuais: mediador, herdeiro, crítico e intérprete da cultura". Compreendemos que esta afirmação coloca em relevo a importância e a responsabilização que a nossa profissão abraça, isto é: o poder de criar e consolidar hyperlinks "entre os diversos saberes sobre o mundo, compreender como foram construídas as diferentes interpretações desse mundo, e conhecendo os estudantes, situá-los em seu contexto sócio-histórico" (LÜDKE; BOING, 2004, p. 1176).

Portanto, ao cumprirmos a missão de interpretar, ler e percorrer o mundo, com a participação ativa de nossos alunos, sem induzir leituras, mas provocando leituras pessoais do "panorama cultural sem lhes impor a nossa própria interpretação, mas incentivando e instrumentalizando os estudantes para que percorram os seus próprios itinerários, numa busca de construção dos conhecimentos" (LÜDKE; BOING, 2004, p. 1117), é que então enlaçamos a contextualização à nossa profissionalidade, como hipótese cuja presença será capaz, inclusive, de tornar imprópria uma alternativa de solução já consagrada como perfeitamente adequada quando em outro contexto.

Assim, mediante o contexto acima apresentado, e concebendo o tempo como "senhor da verdade", poderia o Cálculo Diferencial e Integral guardar toda esta importância, durante tanto tempo, e permanecer com tanta sustentabilidade como conhecimento indispensável, exigido pela comunidade científica como selo identificador de importância, credibilidade e validação para pesquisas em vários ramos do conhecimento humano?

Repassando propositalmente a trajetória de ir e vir da análise, nesta pesquisa, e focalizando o **Eixo Temático Contextualização, "**aflora em relevo ao nosso entendimento" que as **Unidades de Registro** emergem dos depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto.** E assim, destacamos, a seguir, alguns destes depoimentos, os quais corroboram os preceitos teórico-metodológicos subjacentes às **Unidades de Registro**, já assinaladas no início do estudo deste **Eixo Temático Contextualização.**

> ***Em Economia, muitas aplicações e trabalhando vários contextos, vários contextos da própria Economia (Professor X).***

> ***Para Computação, eu já tento lançar mão de desenvolvimento de algoritmos computacionais. Pego alguns problemas e peço para eles desenvolverem algum algoritmo que lance mão das ferramentas do Cálculo (Professor Y).***
>
> ***Na ecologia, por exemplo, eu trabalho muito com modelagem, problemas ambientais que acabam lançando mão de ferramentas do Cálculo. Há uma inversão (Professor Y).***
>
> ***Há também a necessidade de você concretizar principalmente pensando na disciplina de Cálculo, onde a essência é a aplicação (Professor X).***
>
> ***Cada curso tem seu objetivo específico. O Cálculo não está ali por si. O Cálculo está lá a serviço do curso e com um motivo naquela rede maior que constitui o curso (Professor Y).***
>
> ***Aí tem especificidade de cada área. Se pensar, por exemplo, pra uma Licenciatura em Física, é de se esperar prioritariamente que esse aluno vai ensinar Física e não Matemática. Então, em algum momento teria alguns objetivos que deveriam levar em conta isso (Professor T).***

É importante ressaltar que todos os educadores entrevistados reconhecem que a descontextualização é mais um componente de grande poder no rol dos fundamentos da "muralha das dificuldades", que, segundo crença equivocada, separa aqueles que compreendem daqueles ditos "sem o tipo de inteligência apropriada" para compreender Cálculo Diferencial e Integral.

Assim, respaldados pelos educadores entrevistados e pelos educadores referenciados, podemos inferir que a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I não pode ser apresentada de maneira descontextualizada, porque, assim, corre o risco de perder o seu significado e tornar-se obsoleta, principalmente diante do avanço da Tecnologia, permeando todos os campos de estudo, hoje, em nossa sociedade.

Continuando na categoria de análise desta pesquisa – **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I** –, apresentamos o **Eixo Temático Demonstração,** que, segundo os depoimentos dos educadores entrevistados, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto,** é formado pelas seguintes **Unidades de Registro: Demonstrações Dinâmicas; Demonstrações não podem ser o Grande Foco; A Demonstração tem Importância; O Aluno deve fazer a Demonstração; Quanto de Demonstração e Como Demonstrar; Demonstração por Ɛ's e δ's; Demonstração Para Quem?; Demonstrar Didaticamente; Demonstração *versus* Ensino Básico; Demonstração *versus* Contexto Histórico; Demonstração e o GeoGebra; Demonstração *versus* Maturidade; Demonstração e Justificativa; Demonstração Rigorosa é bastante Questionável; Demonstração é uma Forma de Convencimento; Antes de Demonstrar, o Aluno deve primeiro Acreditar; Demonstração mais Teórica.**

Observando os depoimentos dos professores entrevistados, sujeitos da nossa pesquisa, ressaltamos que a demonstração, no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, assume um papel fundamental, na medida em que se apresenta pelas questões e termos que a seguir explicitamos: A demonstração em Cálculo Diferencial e Integral I na Licenciatura é questionável. O que é o rigor matemático, como conceber a demonstração no ensino? O rigor e a demonstração estão relacionados?

Continuando nosso olhar em reflexão sobre os depoimentos dos educadores entrevistados, ressaltamos o que um dos depoimentos nos diz:

> ***Eu acho importante entender o que é rigor das demonstrações. Entender o que é rigor é diferente de buscar demonstrações extremamente rigorosas, durante todo o curso; a ideia de entender o rigor é buscar compreender a função do Cálculo na Matemática (Professor Y).***

Este depoimento, assim como outros, nos mostra que o professor, na sala de aula, mais do que apresentar aos alunos demonstrações rigorosas, deve levar os alunos a uma discussão sobre a constituição do próprio Cálculo. Em sites específicos e em livros históricos, os alunos podem ser iniciados em uma busca sobre a própria natureza do Cálculo e a função do Cálculo na própria Matemática. Percebemos também a íntima ligação entre os **Eixos Temáticos Demonstração** e **Rigor**, e por esse motivo vamos focalizar em conjunto esses dois **Eixos.**

Assim, seguindo o esquema de exibição que escolhemos para este capítulo, apresentamos também as **Unidades de Registro** do **Eixo Temático Rigor**, que afloraram dos depoimentos dos educadores entrevistados na nossa pesquisa, mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto**: **Unidades de Registro: Ora importante, ora questionável; gradativo; contextualizado; ora explicando que é necessário entender o que é Rigor; Nível de Rigor; Rigor para quem?; O que fazer com o Rigor?**

Devido a esta interconexão, exibimos na transcrição seguinte alguns depoimentos dos educadores entrevistados relativos à **Demonstração** e também ao **Rigor:**

> ***Fazer um Cálculo em cima de demonstrações rigorosamente postas, é você usar um tempo, um tempo que poderia ser utilizado pra entender o sentido do Cálculo na matemática e o sentido das ferramentas que o Cálculo utiliza (Professor Y).***
>
> ***e o rigor, se a gente for pensar bem, é uma forma de convencimento, de convencer a pessoa que aquilo é verdade (Professor Y).***
>
> ***Esse é o primeiro passo. Acreditar e depois procurar uma demonstração (Professor W).***
>
> ***E são livros até muito usados, tidos até como livros de Cálculo difíceis, mas eles não começam fazendo demonstrações com limites por Ɛ's e δ's. Aliás, muitas vezes, limites por Ɛ's e δ's estão no apêndice. Vão pro apêndice e estão lá. Se for***

> ***dado mais tarde, o aluno interessado, mais tarde, ele vai entrar, vai ter que aprender no curso de Análise (Professor W).***
>
> ***É muito comum a gente trabalhar com Cálculo e falar: "Ah! Vamos demonstrar isso aqui." E o aluno pensa que demonstrar simplesmente é numérico e funcionou o primeiro exemplo, você já provou que vale. Né? Então isso realmente eu acho que não é uma falha no Cálculo. Eu acho que é na formação inicial (Professor S).***
>
> ***se for fazer muito formalismo, a gente corre o risco do curso de Cálculo I virar um curso de Análise logo de cara, e isso ser prejudicial, ou seja, os alunos não têm condições suficientes, não têm abstração suficiente pro entendimento. Né? Isso pra ele pode prejudicar no futuro (Professor S).***
>
> ***Quando se fala na palavra rigor, eu acho uma palavra um pouco ampla. Eu tô entendendo como formalismo (Professor S).***
>
> ***rigor é um conceito local, não é um conceito global e, então, vamos dizer, ele se projeta em determinadas situações (Professor T).***
>
> ***Não é necessário, nem se deve, ao ensinar matemática, abrir mão do rigor. É a última coisa. Quando tirou o rigor, tirou a matemática. Agora precisa saber o que fazer com isso, não é um catecismo (Professor T).***
>
> ***Fazer com todo o rigor, mas levando em conta a situação, a idade, o público a quem a gente está se dirigindo e mantendo o rigor. O rigor é uma coisa mais profunda do que às vezes as pessoas pensam (Professor T).***

Como a Matemática das Variações é compreendida? Como pode ser aplicada?

A inquietação que nos envolve, ao rastrearmos um caminho na direção desta compreensão, nos leva a buscar teóricos e educadores que inter-relacionam o rigor e a demonstração, pois esses dois aspectos são fundamentais para a própria compreensão do Cálculo.

Assim sendo, reportamo-nos a Garnica (1995) em sua Tese de Doutorado *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*, que foi norteada pela questão: **O que significa a prova rigorosa na formação do professor de Matemática?**

Concentrando-nos no movimento de reflexão desenvolvido pelo pesquisador, professor Garnica (1995, p. 166), em análise dos nove depoimentos de educadores por ele coletados, e minuciosamente interpretados "à luz da pergunta geradora acima especificada", colocamos em destaque partes destes depoimentos, identificados pelo autor como **grupos de significado formados a partir das convergências**, a saber: a) O primeiro desses grupos, referindo-se ao tratamento das provas em sala de aula, expõe que: "Deve-se **motivar o aprendizado, abordando questões do domínio da História e da Filosofia,** frisando que a prova, porém, pode ser fator não motivante" (GARNICA, 1995, p. 185, grifo do autor). b) Já o segundo grupo focaliza a **importância que a prova ocupa na formação do professor,**

salientando que: **“**quando norteada pela excelência do conteúdo, a formação do professor tem na prova rigorosa seu instrumento mais eficaz na promoção de diferenciações” (GARNICA, 1995, p. 185). O grupo apresenta sua justificativa, fundamentada assim:

> A demonstração pode promover reflexão, induzindo assim a uma compreensão dos elementos matemáticos com os quais trabalhará; porque está diretamente relacionada ao fazer matemático e, sendo parte central dessa atividade, deve ser de conhecimento do professor de Matemática. Também porque se relaciona com outras esferas do conhecimento, com a epistemologia e a história social, a prova deve ser parte da formação do professor. Pensando como intelectual exemplar, cabe ao professor assegurar-se da validade dos enunciados e argumentos que veicula, dos quais a prova rigorosa é sua certeza. A preocupação em ligá-la a seus flutuantes – por meio de abordagens históricas e filosóficas que permitam ao professor contextualizá-la no domínio da produção do conhecimento matemático, conhecedor de seus limites em situações de aprendizagem, resguardando e discutindo etapas que estariam necessariamente envolvidas com o ensino, exigem a tematização da prova rigorosa em cursos de formação de professores (GARNICA, 1995, p. 181-182).

c) O terceiro grupo trata a questão da prova como garantia, como **validação das proposições,** isto é**: “**Sendo o complemento das proposições matemáticas, a prova as valida, tornando-as disponíveis” (GARNICA, 1995, p. 185), estando subentendido assim o aspecto técnico, e o crítico seria representado por “alguns porquês que devem fomentar a discussão das provas nas salas de aula” (GARNICA, 1995, p. 182).

d) O quarto grupo vincula-se ao “rigor, do qual a prova é o veículo mais possante, que dá os parâmetros de ação em Matemática, onde as demonstrações são tidas como elemento essencial” (GARNICA, 1995, p. 182). Este grupo “não entende prova que não seja rigorosa, e dados empíricos e esboços geométricos podem servir de motivação, mas não são tidos como exemplo de rigor nas argumentações” (GARNICA, 1995, p. 182).

e) O quinto grupo ressalta que “há demonstrações, no entanto, feitas com mais detalhes, menos detalhes” (GARNICA, 1995, p. 182). “Embora possam existir lacunas nas provas, a Matemática dá os parâmetros para a aceitação ou não de determinadas ferramentas” (GARNICA, 1995, p. 185).

f) O sexto grupo entende que, “norteada pela excelência do conteúdo, a formação do professor tem na prova rigorosa seu instrumento mais eficaz na promoção de diferenciações” (GARNICA, 1995, p. 185).

g) O sétimo grupo compreende “que a prova, sendo um conceito sintático, pode ser definida em termos lógicos” (GARNICA, 1995, p. 183). Esta concepção de prova é “exatamente aquela da qual Leibniz foi precursor – **‘a prova tratada como técnica de cálculo, podendo ser exercitada de forma acrítica’**” (GARNICA, 1995, p. 183, grifo do autor).

h) Para o oitavo grupo, refere-se "**à inexistência de um rigor absoluto, que deve ser discutido nos cursos de formação de professores de Matemática**" (GARNICA, 1995, p. 184, grifo do autor).

i) O nono grupo entende que "os cursos de formação de professores devem **implementar a investigação, que tem nas questões pertencentes à esfera da prova rigorosa uma de suas possibilidades de efetivo exercício**" (GARNICA, 1995, p. 184, grifo do autor).

Assim, o trabalho de Garnica (1995) se desenvolve em meio às inquietações, bloqueios, deserções e dificuldades de aprender e de ensinar que surgem quando da localização da demonstração como atividade em sala de aula no ensino superior, na formação de professor de Matemática. E a que conclusão chega o autor?

Para responder a este questionamento, podemos lançar mão das palavras do próprio Garnica (2002, p. 75), em seu artigo *As Demonstrações em Educação Matemática: um ensaio*, no momento em que se refere ao seu posicionamento conclusivo sobre sua pesquisa de Doutorado defendida em 1995, a saber:

> A prova rigorosa, sendo elemento fundamental para entender a prática científica da Matemática, seria também fundamental nos cursos de formação de professores, não como um mero recurso técnico, mas numa abordagem crítica, que possibilitasse uma visada panorâmica nos modos de produção e manutenção da "ideologia da certeza" para que a partir disso, pudessem ser produzidas formas alternativas de tratamento às argumentações sobre objetos matemáticos em sala de aula reais (GARNICA, 2002, p. 75).

Nessa mesma perspectiva, o professor Jairo José da Silva (2002, p. 56), em seu artigo *A Demonstração Matemática na Perspectiva da Lógica Matemática*, examina a "demonstração em matemática, enfatizando três de seus aspectos, o retórico, o lógico-epistemológico e o heurístico", e, no decorrer de sua abordagem, apresenta uma reflexão focalizando em separado cada um dos três aspectos que a demonstração matemática abraça e o referido artigo focaliza.

Ao tratar exclusivamente o aspecto lógico, Silva (2002, p. 62) define demonstrações em uma teoria matemática como:

> Uma sequência (ou árvore) finita de proposições logicamente encadeadas. Mas isso não é suficiente para o tratamento matemático das demonstrações. É preciso ainda que os *modos* desse encadeamento sejam conhecidos, e para isso é necessário que as demonstrações sejam confinadas a um determinado espaço lógico. Em outras palavras, é essencial considerá-las no contexto de um sistema dedutivo, ou mais precisamente, um sistema formal determinado, com vocabulário e regras sintáticas conhecidas.

Antes de seguirmos o arrazoado do professor Jairo José da Silva (2002), e examinarmos os outros dois aspectos que se enlaçam à demonstração – o heurístico e o retórico –, abrimos um parêntese para caracterizarmos um Sistema formal, citando Bicudo (2002, p. 67) em seu artigo *Demonstração em Matemática*:

> Um SISTEMA FORMAL, que é, grosseiramente falando, a parte sintática de um sistema axiomático, [...] De modo preciso, a primeira parte de um sistema formal é a sua LINGUAGEM. Para especificá-la, devemos, antes de mais nada, mencionar-lhe seus SÍMBOLOS. Toda sequência finita de símbolos é uma EXPRESSÃO da linguagem. Do conjunto das expressões, destaca-se um subconjunto, cujos membros são as FÓRMULAS da linguagem.
> A parte seguinte de um sistema formal consiste nos AXIOMAS. A única exigência feita é que cada axioma seja uma fórmula da linguagem do sistema formal.
> [...] uma terceira parte para um sistema formal, que nos capacite a concluir teoremas a partir dos axiomas. Isso é fornecido pelas REGRAS DE INFERÊNCIA. Cada uma delas afirma que, sob certas condições, uma fórmula, chamada a CONCLUSÃO da regra, pode ser INFERIDA de certas outras, chamadas as HIPÓTESES da regra.

Retornando ao arrazoado de Silva (2002, p. 61), agora tratando do aspecto heurístico nas demonstrações em matemática, questionamos: Mas o que dizer sobre o aspecto heurístico das demonstrações? Este aspecto é intrínseco à demonstração? Respondendo a estes questionamentos, o autor afirma que:

> O aspecto heurístico das demonstrações não é a rigor, um aspecto das demonstrações, se entendermos por isso algo intrínseco a elas. Ao contrário, uma demonstração só pode desempenhar esse papel com explícita participação do sujeito. Uma demonstração só desempenha sua função heurística se move o sujeito a reagir a ela, aceitando seu desafio. Nada na demonstração em si pode garantir que isso ocorra.

Examinando o aspecto retórico, o professor Silva (2002, p. 61) declara que:

> O aspecto retórico é outro que depende essencialmente do sujeito. Para desempenhar esse papel, a demonstração deve ser convincente. Ora, se um sujeito qualquer vai, ou não, deixar-se convencer pela retórica da demonstração, depende tanto do sujeito quanto da demonstração.

O autor Silva (2002, p. 63) salienta, também, que a existência da demonstração, de acordo com a teoria matemática das demonstrações, está na dependência do pertencimento a um sistema formal, isto é: a submissão a todos os princípios de um determinado sistema formal, e está inteiramente subjugada ao estatuto de um sistema formal, porém esta dependência "em geral não ocorre com as demonstrações da vida real".

Assim, o aspecto lógico formal de uma demonstração perde alcance quando a realidade pede convencimento e indução à descoberta. Nesta lacuna, uma abordagem didático-pedagógica dos processos de ensinar, em conexão com os aspectos epistemológicos, poderia ajudar a construir pontes para que a compreensão se instalasse mais naturalmente, sem tantos bloqueios e dificuldades, na trajetória daqueles que estudam as demonstrações

matemáticas, já que os aspectos essencialmente lógicos das demonstrações podem constituir, para alguns alunos, bloqueios totalmente intransponíveis.

O professor Silva (2002, p. 64) argumenta também que:

> Para teoria lógica, as demonstrações são entidades objetivamente existentes no espaço lógico de um sistema formal determinado, ou, mais precisamente, estruturas ordenadas existentes em si de proposições logicamente encadeadas. Não há aí espaço para um sujeito.

E, assim, o autor Silva (2002, p. 64) faz uma interrupção em seu artigo e não um ponto final nas reflexões sobre o tema, mas, sim, um ponto parágrafo, quando conclui dizendo:

> Mas, se meu papel aqui não era expor a teoria das demonstrações, muito menos seria o de criticá-la. Cabia-me dizer só como as demonstrações podem interessar à lógica matemática, em que sentido demonstrações podem ser objetos matemáticos. A resposta foi dada acima, suficientemente espero para suscitar algum debate.

Então, rigor e demonstração matemática são aspectos que se apresentam enlaçados. Mas, um matemático, antes de apresentar à academia a demonstração de uma proposição, vivencia conjecturas e experimentos em meio a idas e vindas e caminhos muitas vezes sem saída, de questionamentos em questionamentos, até que algum trajeto finalize com a solução por ele buscada, ou, às vezes, parado em meio às suas questões e dúvidas, num insight, de súbito, como uma luz que penetra na escuridão, a solução se mostra completa e clara.

Quando observamos esta trajetória, percebemos que a intuição é parceira inseparável do rigor, o qual vem chegando de forma estratificada, porém as descontinuidades entre os estratos vão se diluindo, e o processo chega ao seu final coroado com o rigor sintetizado na demonstração matemática tão perseguida. Mas, ao apreciarmos uma demonstração matemática, percebemos que ela é plena em rigor, porém, agora, esconde sua parceira intuição, esconde os caminhos por onde andou até ser construída.

Reis (2001, p. 71) faz uma apresentação mais aprofundada da intuição escalonada em cinco categorias. Primeiramente evidencia a **intuição empírica**, a qual é arquitetada tendo como base a

> Analogia e diretamente da experiência adquirida no processo de manipulação de uma classe de objetos, e transfere os atributos comuns desta classe para novos objetos da mesma classe. Um exemplo interessante de intuição empírica no Cálculo ocorre no cálculo de derivadas onde o aluno, após as definições iniciais e frente aos exemplos das funções: x, x^2 e x^3, cujas derivadas são, respectivamente, 1. x^{1-1} = 1, 2. x^{2-1} = 2x e 3 x^{3-2} = 3 x^2, infere que a derivada da função x^n é n. x^{n-1}.

A **intuição objetiva ou praxeológica,** segunda categoria de intuição que Reis (2001, p. 72) apresenta, "envolve a faculdade humana de distinguir os objetos no ambiente e suas combinações simples". O autor acrescenta que: "As inferências feitas de acordo com tal intuição são tidas como imediatamente óbvias" (REIS, 2001, p. 72).

O referido autor exemplifica com o seguinte tipo de situação problema: Determine o limite da soma de duas funções: $F(x) = 3x + 2$ e $G(x) = 4x + 1$. Naturalmente os alunos podem somar as duas funções e determinar o limite da função $F(x) + G(x) = 7x + 3$. Reis (2001, p. 72) explica que os alunos aplicam nesta resolução "muito mais à sua experiência com manipulação de funções do que o teorema que garante que o limite da soma é a soma dos limites".

Reis (2001, p. 72) ressalta como categoria de intuição a **intuição lógica**, exemplificando este tipo de intuição assim:

> Ao demonstrar que toda função derivável num ponto α é contínua nesse ponto, utilizando as definições de derivabilidade e continuidade envolvendo limites, pode-se concluir, "logicamente", que se uma função não é contínua num ponto α, então ela não é derivável nesse ponto.

Reis (2001, p. 73) apresenta mais duas categorias de intuição, a saber: a **intuição categórica,** também chamada de **geométrica** ou **espacial**, e a **intuição conceptual**, "que acrescenta à noção de um objeto, um componente derivado da teoria dentro da qual o objeto é considerado, refletindo a estrutura lógica desta teoria". O referido autor enriquece sua explicação destacando os conceitos de velocidade e aceleração da Física e sua relação com a noção de derivada enquanto taxa de variação.

Continuando nesse caminhar, e analisando o Diagrama da Figura 2, o qual nos mostra a **Categoria 2** e suas conexões com os **Eixos Temáticos,** ressaltamos que os **Eixos Temáticos Conteúdo e Currículo,** podem ser abordados, nesta pesquisa, de forma entrelaçada, porque o **Conteúdo** é obrigado a espelhar os desígnios exigidos pelo **Currículo** de forma inflexível.

A atitude de colocar mentes em forma não é de todo exitosa, e as inadaptações fervilham em todas as direções. Um dos educadores entrevistados, o professor Z, inclusive se pronuncia assim:

> ***O currículo tem um problema. O currículo é feito pessoal, individualmente. Por que eu estou falando individualmente, Graça?*** *Imagina o seguinte: se eu sou um professor que fiz mestrado e doutorado, defendi a tese em História da Matemática, aí vou trabalhar em qualquer universidade do Brasil, se lá não tem a disciplina História da Matemática, aos poucos eu vou colocando a pitadinha,* ***vou falando, vou falando, até que de alguma maneira, política ou participativa, eu vou conseguir inserir a disciplina de História.*** *(grifos da pesquisadora)*
> *Percebe que* ***o currículo tem mudado, não por política pública, não por conscientização dos professores que fazem parte do Departamento, e sim por meio da influência de um determinado professor****. Por exemplo, você vê um professor de matemática com Licenciatura, ele fez a tese de doutorado sobre Topologia, por exemplo, ele só vai sossegar na hora que ele conseguir colocar Topologia na grade. (grifo da pesquisadora)*

> *Aí você fala: **"O currículo tá sendo alterado, tá sendo alterado conforme o querer de muitos professores e não pelo interesse de formar realmente o futuro professor, o futuro professor da matemática, pra dar conta dos conteúdos lá da Educação Básica." Então o currículo tá sendo alterado. Tá sendo alterado no interesse de quem? Essa é a pergunta. Infelizmente eu tenho percebido que o currículo está sendo alterado conforme o interesse dos professores, especificamente na área de matemática.** (grifo da pesquisadora)*

Concentrando-nos na parte nuclear dos depoimentos dos educadores**,** mais especificamente da essência destes depoimentos, isto é, das **Unidades de Contexto,** entendemos que o **Eixo Temático CONTEÚDO**, desta pesquisa, está formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **Entender o significado da Abstração,** apontado em depoimento pelos educadores **X e Y; Necessidade de Teorização,** apontado em depoimento pelos educadores **X e T; Aprofundamento no Conteúdo de Funções,** apontado em depoimento pelo educador **X; Como se apresentam as Funções,** apontado em depoimento pelo educador **X; Como os alunos podem Manipular Funções,** apontado em depoimento pelo educador **X; Iniciar Cálculo por Integral e não por Limite,** apontado em depoimento pelo educador **W; Partir da intuição até Ɛ's e δ's,** apontado em depoimento pelo educador **W; Conteúdo Específico,** apontado em depoimento pelo educador **Z; Conteúdo da Área Pedagógica,** apontado em depoimento pelo Professor **Z; Conteúdo da Área de Educação Matemática,** apontado em depoimento pelo educador Z**; Fundamento Histórico,** apontado em depoimento pelos educadores Z e R**; Fundamento Algébrico,** apontado em depoimento pelo educador Z**; Fundamento Geométrico,** apontado em depoimento pelo educador Z**; Aprender a Produzir Texto,** apontado em depoimento pelo educador Z**; Abordar Conteúdos de Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo educador R**; Trabalhar o Pensamento Funcional,** apontado em depoimento pelo educador R**; Trabalhar com o Infinito,** apontado em depoimento pelo educador R**; Trabalhar com Continuidade,** apontado em depoimento pelo educador R**; Cálculo do Coeficiente Angular,** apontado em depoimento pelo educador R**; Focar na Forma de Abordagem do Cálculo no Ensino Médio,** apontado em depoimento pelo educador R**; Não separar tanto a Geometria da Álgebra,** apontado em depoimento pelo educador R**; Definição, Exemplo... Modelo Francês,** apontado em depoimento pelo educador S**; Nivelamento,** apontado em depoimento pelo educador S**; Pré-Cálculo,** apontado em depoimento pelos educadores Z e S**; Trabalhar com Estudo de Funções,** apontado em depoimento pelo educador S**; Deixar para falar de Limite no fim,** apontado em depoimento pelo educador T**; Saber Limite de Séries, Derivar e Integrar,** apontado em depoimento pelo educador T**; Saber o Teorema do Valor Médio,**

apontado em depoimento pelo educador T**; Familiaridade com Estruturas que são ao mesmo tempo Algébricas e Topológicas,** apontado em depoimento pelo educador T.

E o **Eixo Temático Currículo** nesta pesquisa é formado pelas seguintes **Unidades de Registro**: **O Currículo está sendo Alterado no interesse de Quem?; O Foco do Professor é Cumprir a Ementa; Uma Matemática Estática no Ensino Básico**; **O Cálculo é Disciplina de Formação Básica**.

Então, pelo depoimento do professor Z, acima destacado, e pelas unidades de registro dos dois **Eixos Temáticos – Conteúdo e Currículo** –, e suas respectivas **Unidades de Registro,** a mínima flexibilidade curricular concedida a nós, professores, é argumentar prioridade para a obtenção de carga horária que nos permita **Cumprir a Ementa.** E, dentro desta escassez, as fragmentações e hierarquizações se instalam, provocando um estado entrópico nas possibilidades de realização de um trabalho colaborativo.

Observando as **Unidades de Registro** acima destacadas, entendemos a preocupação dos educadores entrevistados com a complexidade que o conteúdo do Cálculo Diferencial e Integral I e seu ensino apresentam e a importância da qualidade deste ensino, que faz a introdução do estudante ao mundo da Matemática das variações, suporte para outras disciplinas ministradas na sequência. Para destacar esta preocupação, transcrevemos mais alguns depoimentos dos educadores entrevistados.

Primeiramente, os depoimentos relativos ao **Eixo Temático Conteúdo:**

> ***Curso com todo o rigor, só que preocupado com o aspecto intuitivo, ele acha que isso pode ser deixado pra depois, depois que viram a maioria dos problemas aplicados, alguns problemas teóricos ligados, aí é que o aluno começa a estudar limite (Professor T).***
>
> ***pequeno nível de aprofundamento em relação às funções, porque o que ele faz é necessariamente colocar aos seus alunos no Ensino Fundamental e Médio, mais no Ensino Médio, são discussões sobre o caráter, como é que se apresentam as funções e como os alunos podem manipular aquelas funções (Professor X).***
>
> ***Os conteúdos podem ser o mesmo, forma de fazê-lo, o nível de rigor utilizado, tá certo? Os pré-requisitos necessários que deveriam ser trabalhados anteriormente, isso tem que ser levado em conta (Professor W).***
>
> ***em matemática pelo menos, que façam que os alunos leiam o enunciado, procure entender essa lógica da enunciação, pelo menos pro aluno ter ideia do que se está falando (Professor W).***
>
> ***Então alguns teoremas chaves são demonstrados, não fica demonstrando propriedades de limites (Professor W).***
>
> ***É importante a gente entender que o futuro professor, ele tem que ter conhecimento em três vieses: o conteúdo específico, conteúdos de disciplinas pedagógicas e também as disciplinas da área da Educação Matemática (Professor Z).***

> ***Se o curso é de Licenciatura, pra formar professor de matemática, ele tem que sair dali dominando aquele conteúdo conceitualmente, dominando a prática, como se aprende, como se faz, e como se deve proceder lá na prática nos conteúdos de matemática (Professor Z).***
>
> ***Aquele modelo mais francês e onde se coloca... A gente chega lá e coloca definições, dar exemplos... Então, esse é o modelo realmente que eu não aplicaria hoje (Professor S).***
>
> ***Essa é uma disciplina bastante importante, porque ela se fundamenta no estudo das funções, das ferramentas e algumas possibilidades de trabalho com funções. E funções é um dos conteúdos presentes na atuação do professor no ensino Básico, Fundamental e Médio (Professor X).***
>
> ***Aí, muitas vezes, eles dizem: "Ah! Mas Integral é limite." É uma grande besteira, porque Integral não é limite no sentido de limite de função, é outra coisa completamente diferente. Então as justificativas pra coisa não são verdadeiras. Um curso de Cálculo jamais deveria começar por definição de limites por Ɛ's e δ's e demonstração (Professor W).***
>
> ***Um curso de Cálculo não é um curso de Análise com exemplos mais simples, tá certo? Um curso de Cálculo é um curso de Cálculo. Eu acho que existe um erro muito grande nos cursos de Cálculo, porque as pessoas começam um curso de Cálculo com limites, (Professor W)***
>
> ***Tem que explorar muito, muito isso, antes de introduzir o conceito de Integral. Então tem que pensar no cálculo de área por aproximação, sem pensar no conceito de Integral. Cálculo de trabalho por aproximação, sem pensar uma série de problemas, que no fundo está envolvendo, conceito de Integral, mas pensar nesses processos em que você faz cálculo por aproximação. Depois vai olhar pra esses processos, tudo que eles têm em comum. É isso que vai ser Integral. (Professor W)***
>
> ***Mesma coisa com derivada, taxa de variação em geral. O aluno pode trabalhar com esse conceito sem falar em derivada, o conceito de derivada sintetiza tudo isso. Porque, da maneira que é feito, o aluno vai lá, aprende, aprende o que é Integral, e quando ele vai nas aplicações, ele não consegue resolver, porque, pra resolver problema de aplicação, você tem que transformar, modelar aquele problema. Isso não foi explorado também. Aliás, poucos professores de matemática fazem isso, a maioria foge das aplicações. A maioria faz só aplicação matemática, porque envolve conceito físico e matemático, não sabe Física. (Professor W)***

Na sequência, apresentamos alguns depoimentos dos educadores entrevistados, relativos ao **Eixo Temático Currículo:**

> ***Não concordo que o aluno de Licenciatura tenha que fazer o mesmo curso de Cálculo do aluno do Bacharelado. O que eu acho é que o aluno de Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo que o aluno de Licenciatura (Professor W).***
>
> ***O curso de Cálculo está errado. O curso de Cálculo está errado. Enfim, o curso de Cálculo que adota livros como o Guidorizzi, onde o centro é a demonstração, é uma grande besteira. Eu acho que o Bacharelado deveria fazer o mesmo curso de Cálculo do Licenciando, não o Licenciando fazer o mesmo curso de Cálculo do Bacharel (Professor W).***
>
> ***O que acontece hoje? Com um currículo razoavelmente engessado, esse razoavelmente não é numa direção positiva que eu digo. Tudo bem? Mas***

> ***razoavelmente engessado, ele não dá muita abertura pro professor de Educação Básica poder trabalhar com as ferramentas que ele tem, ele trabalha com aquelas ferramentas indicadas. (Professor Y)***
>
> ***Em geral a gente, como professor formador, a gente nunca teve essa preocupação, né? A gente acaba deixando isso como uma questão institucional, ou mesmo o próprio aluno recém-formado, pra depois ele mesmo conseguir relacionar essas duas coisas, só que atualmente eu venho me preocupando com isso, e tento e tento verificar essa ligação e como isso pode ser interligado, de que forma isso pode atuar, mas no momento eu não poderia dizer como é que o Cálculo vai influenciar assim, de forma ampla ao professor de 1º e 2º graus. (Professor S)***
>
> ***Universidade em si, hoje, coloca um conteúdo extenso e exige que esse conteúdo seja cumprido, naquele tempo. E essa também seja uma dificuldade, quando o aluno começa a amadurecer uma ideia, o professor já passou desse conceito, já está em conceitos mais avançados, conceitos futuros, e o aluno tem essa dificuldade de acompanhar e ter essa aprendizagem no ritmo com que é dado o curso. Talvez essa seja a maior dificuldade quanto a isso, né? (Professor S)***
>
> ***Então eu acho que precisaríamos repensar a questão do currículo, a questão das políticas públicas, e principalmente essa questão da Formação do Professor. O professor de Cálculo ter a consciência que ele tá formando professor, ele não tá ali apenas para repassar conteúdo específico. (Professor Z)***

O currículo deve ser repensado em termos de uma outra Educação, Educação livre das muralhas de impedimentos e dificuldades, que não tenha "a procissão" como única opção de trajetória, e o silêncio e a indiferença como "providência-suporte".

Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 63) apontam como questão principal, para nortear um repensar sobre o currículo, sobre o que ensinar – **A Questão dos Fins: Professor Aprendendo para Quê?** Para respondermos a esta pergunta, voltamos à concepção das autoras sobre o conhecimento da prática. Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 37-38) explicam que, nesta concepção, o aprendizado do professor observa:

> Questões fundamentais sobre conhecimento e ensino – o que significa gerar conhecimento, que o produz, o que conta como conhecimento, para quem, e como o conhecimento é usado e avaliado em contextos particulares – estão sempre abertas a discussão. [...] é considerado como inseparável do sujeito que conhece. [...] A base desta concepção conhecimento-prática é que os professores, ao longo da vida, tem papel central e crítico na geração de conhecimento sobre a prática, uma vez que suas aulas são locais de investigação, e ao conectar seu trabalho nas escolas as questões mais amplas, assumem um ponto de vista crítico na teoria e pesquisa de outros. Rede de professores, comunidades de investigação, e outros coletivos escolares nos quais os professores e outros somam esforços para construir conhecimento são o contexto privilegiado para o aprendizado neste contexto.

Por fim, Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 39) esclarecem que, nesta perspectiva,

> A prática é mais que prática, que a investigação é mais que a concretização do conhecimento prático do professor, e que entender as necessidades de conhecimento do ato de ensinar significa transcender a ideia de que a distinção formal-prático engloba o universo dos tipos de conhecimento.

Além de incorporar uma postura crítica da Educação, Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 42-43), ao examinar pressupostos subjacentes, trazem as vidas das famílias e comunidades para fazer parte do currículo, e assim abraçam o desafio de "ensinar para mudar como um projeto para toda vida profissional".

Como consequência das explorações e questionamentos, das construções e reconstruções de currículos, transformam-se salas de aula, escolas e sociedades, oportunizando a revelação de novas ideias de práticas, como exemplificam Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 45):

> A ideia de que os professores aprendem colaborativamente, em comunidades de investigação e/ou redes onde participantes buscam, com os outros, construir um conhecimento significativo local onde a investigação é reconhecida como parte de um esforço maior – de transformar o ensino, o aprendizado e a escola.

Voltando ao questionamento das autoras, Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 63) apontam como questão principal, para nortear um repensar sobre o currículo, sobre o que ensinar – **A Questão dos Fins: Professor Aprendendo para Quê?**, que encadeia outras questões, como:

> Quais são seus propósitos e consequências? Quem toma decisões sobre tais propósitos e consequências? De que forma iniciativas específicas de aprendizado de professores desafiam ou mantêm o status quo? Quais são as consequências do professor aprender a partir do aprendizado do aluno? Como está o professor conectado a movimentos sociais, políticos e intelectuais mais amplos?

Projetos com um objetivo em si mesmo, como participação compulsória em projeto de aprendizagem para o professor, se transformam em um projeto pessoal de desenvolvimento profissional. Porém, quando projetos assim estão vinculados ao plano diretor de uma Universidade, caracterizam-se em prática reflexiva investigativa e em melhoria da responsabilidade e profissionalismo, então, segundo Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 63), acontece que:

> Os professores começam a desafiar, desconstruir práticas fundamentais [...], as relações escola-família-comunidade, os papéis dos administradores, [...] isso sem falar no questionamento do que é ensino e aprendizagem na sala de aula. [...] começam a reinventar as descrições de seu trabalho. Criticam e buscam alterar culturas e coleguismo; maneiras pelas quais as escolas ou estruturas programáticas promovem ou minam a colaboração; a relação entre autonomia e responsabilidade do professor; normas de avaliação do corpo docente; e o modo pelo qual o poder é exercido em relações professor-professor, [...] e escola-universidade. (grifo nosso)

Dessa forma, levando em consideração os conceitos acima mencionados, voltamos o nosso olhar para os depoimentos dos educadores matemáticos, e pela literatura exposta, relacionada a este assunto, podemos inferir que o Cálculo Diferencial e Integral I pode ser ensinado visando à compreensão conceitual de seus temas principais, como Função, Limites,

Derivada e Integral. Em outras palavras, como a Matemática das Variações explicita fenômenos da vida real e como os futuros professores de Matemática poderiam "lidar" com esses conceitos em suas futuras práticas.

A contextualização dos conceitos foi um dos aspectos fundamentais que merecem ser pontuados, como por exemplo, a utilização das TIC, trabalhar com softwares de Geometria Dinâmica, o que no depoimento dos educadores entrevistados ficou ressaltado, como este que transcrevo a seguir:

> ***Como eu disse, não é imprescindível, mas ele pode estar presente. Mais do que pode, eu acho que a presença da Tecnologia dentro do ensino da Matemática, segundo qualquer área do conhecimento, eu acho que ela tem um motivo maior para estar presente (Professor Y).***
>
> ***Ela está dentro da escola, ou ela tá na prática do aluno, tá dentro. O aluno usa fora da escola, então não há por que não utilizar essa tecnologia dentro de qualquer área do conhecimento e do ensino da matemática em específico (Professor Y).***

A contextualização dos conceitos, mediada pelas TIC, pode auxiliar a compreensão dos alunos em Cálculo.

Além disso, nas práticas de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I, aparecem conceitos diversos, os quais permeiam os depoimentos dos educadores matemáticos. Esses conceitos consideram que o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, em tempos atuais, difere-se do ensino de anos atrás, pela própria dinamicidade do tempo, da qualidade dos livros didáticos, como salienta Escher (2011, p. 113), que, em sua Tese de Doutorado, dedica o Capítulo 5 às *Inter-Relções entre os processos de Aprender e Ensinar Cálculo e as TIC*, e descreve: "Um Cenário de Investigação, permeado de dimensões teórico metodológicas, as quais apresentam as influências, limites e potencialidades do uso das TIC no Cálculo Diferencial e integral em duas perspectivas inter-relacionadas [...]", a saber: "A perspectiva histórica" (ESCHER, 2011, p. 113) e "A perspectiva didático-pedagógica" (ESCHER, 2011, p. 120); das expectativas e anseios dos alunos como enfatizam Farias (2007), Richit (2010) e Olímpio Jr. (2006); das expectativas do professor, como ressaltam Olímpio Jr. (2006) e Escher (2011), e também da presença das tecnologias em processos de visualização e compreensão dos conceitos, como evidencia Miskulin (1999).

Pontuamos também a necessidade de as Instituições de Ensino Superior reestruturarem os cursos de Licenciatura em Matemática, como também por implementação de novas políticas públicas baseada na Deliberação nº 111, do CEE/2012, completada pela Deliberação nº 126, do CEE/2014, que fixam Diretrizes Curriculares Complementares para Formação de Docentes para a Educação Básica.

Especificamente, o currículo precisa ser estruturado em termos de uma "outra Educação", uma Educação que desconstrua as "muralhas" de dificuldades, e que promovam, de acordo com Morin (2011, p. 13), "espaços dialógicos, criativos, reflexivos e democráticos", propiciando a formação de "mentes mais abertas, escutas mais sensíveis, pessoas responsáveis e comprometidas com a transformação de si e do mundo" (MORIN, 2011, p. 13). É compulsória a constituição de:

> Novas práticas pedagógicas para uma Educação transformadora que esteja centrada na condição humana, no desenvolvimento da compreensão, da sensibilidade e da ética, na diversidade cultural, na pluralidade de indivíduos, e que privilegie a construção de um conhecimento de natureza transdisciplinar, [...] fundamental para a construção de um futuro viável para as gerações presentes e futuras (MORIN, 2011, p. 13).

Assim, torna-se difícil, quase impossível, que não ocorra um currículo "linear", como o apresentado em Instituições de Ensino Superior, no Brasil; um currículo que deixa de fora de suas propostas alguns conceitos também importantes e inovadores para a formação do professor de Matemática, como: empreendedorismo, liderança, autonomia, gestão, Matemática financeira, bolsa de valores, Teoria da Informação, uso da Tecnologia como recurso didático complementar, por exemplo, utilizando Softwares de Geometria Dinâmica para intuir resultados, Planilhas Eletrônicas e para a Otimização no Estudo de Funções, um currículo que promova a participação da escola na vida cotidiana do aluno e ofereça uma formação compatível com a evolução que está se disseminando no nosso mundo real.

Mais especificamente, nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral I, para os alunos de Licenciatura em Matemática, os professores precisariam desenvolver práticas para além da transmissão pura e simples dos conceitos e teoremas e listas intermináveis de exercícios de aplicação e treinamento algébricos. Práticas que considerem: Estudos em Grupos, Diálogos TIC, Recursos diferenciados, fatos e Projetos, aspectos históricos, Comunidades de estudos colaborativos desenvolvidos com uma postura investigativa.

Neste momento nos apegamos às nossas **utopias** de educadores fortificados em Pérez Gómez (2001, p. 56), quando, por exemplo, expressa que "as formulações utópicas ou as cosmovisões gerais podem desempenhar um papel relevante na mobilização, no intercâmbio e no contraste público de idéias, sempre e quando sejam conscientes de seu caráter contingente e parcial".

Miskulin (2010, p. 106) destaca que Pérez Gómez (2001, p. 56), ao discorrer sobre a ideologia e o homem, coloca em evidência a importância do pensamento **utópico**, o qual, quando "é consciente de sua radical origem histórica, provoca o distanciamento do presente,

rompe os limites da racionalidade já consolidada, abre alternativas para o pensamento criador e oferece horizontes às aspirações silenciadas ou condenadas em cada época".

Ademais, Miskulin (2010, p. 106-107) ressalta que, segundo Argullol e Trias (1992, p. 96), citados por Pérez Goméz (2001, p. 56), as perspectivas utópicas são as perspectivas que possibilitam a reestruturação e a transformação do espaço habitado. São as perspectivas do desejo de colocar em prática a sensibilidade e necessidade humanas. "O pior que poderia nos acontecer seria aceitar uma sociedade, e uma vida, sem desejos. O desejo sempre implica uma tensão entre o espaço que habitas e um espaço eventual que se projeta em tua mente e em tua sensibilidade".

Por tudo isso é que nós, educadores, abraçamos a utopia e preferimos seguir em procissão, como na música de Gilberto Gil, repetindo verdades e necessidades silenciadas, a ficarmos entre os que silenciam nossas petições, ou entre os que já não nos conseguem ouvir, entre os que nos ouvem, mas não nos entendem, entre os que nos são indiferentes, ou mesmo entre os que já perderam a esperança e por isso desertaram.

Entre as nossas petições, queremos incluir novamente as palavras de Bernardo Carvalho em *Nove Noites*, citado por Garnica (2012, p. 331), a saber:

> É preciso estar preparado. Alguém terá que preveni-lo. Vai entrar numa terra em que a verdade e a mentira não têm mais o mesmo sentido que o trouxeram até aqui. Pergunte /.../ qualquer coisa. O que primeiro lhe passar pela cabeça. E amanhã, ao acordar, faça de novo a mesma pergunta. E depois de amanhã, mais uma vez. Sempre a mesma pergunta. E a cada dia receberá uma resposta diferente. A verdade está perdida entre todas as contradições e os disparates. Quando vier à procura do que o passado enterrou, é preciso saber que estará às portas de uma terra em que a memória não pode ser exumada, pois o segredo, sendo o único bem que se leva para o túmulo, é também a única herança que se deixa aos que ficam, como você e eu, à espera de um sentido, nem que seja pela suposição do mistério, para acabar morrendo de curiosidade (p. 331).

Assim, tecemos uma rede de significados de toda a pesquisa e elencamos as dimensões e significados da prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral I, nas perspectivas da Epistemologia e didático-pedagógica na formação do professor de Matemática. Movendo-nos sempre por ideias e concepções que nos levariam a construir trajetórias próprias delineadas pelo **Objetivo** da pesquisa: **Evidenciar as dimensões presentes em processos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral I na formação do professor de Matemática,** desenvolvendo esta investigação dentro de duas categorias: **Aspectos Epistemológicos do Cálculo Diferencial e Integral I** e **Processo Formativo de professores de Matemática.**

7 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B. Tecnologias da Educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), Ano 21, n. 29, p. 99-129, 2008.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010. Coleção Tendências em Educação Matemática.

ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo.** Vol. 1. 8.ed. Porto Alegre: Bookman. 2007.

ÁVILA, G. S. de S. **Cálculo 1**: **Funções de uma Variável.** 5.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1992. Vol. 1.

_____. **Introdução a Análise Matemática**. São Paulo: Editor Edgard Blücher Ltda., 1993.

ÁVILA, G. S. de S.; ARAUJO, L. C. L. de. **Cálculo: Ilustrado, Prático e Descomplicado** [Reimpr.]. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

BALDINO, R. R. Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 14, n. 16, p. 83-98, 2001. Para ver o texto A DOUTRINA de Baldino 2001.

BARBOSA, S. M. **Tecnologia da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia.** Tese de Doutorado. Rio Claro: UNESP, 2009.

BARICHELLO, L. **O Cálculo Diferencial em um Ambiente de Interação Escrita.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 2008.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1977.

BENITES, V. C. **Formação de professores de Matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP –Rio Claro, São Paulo, 2013.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L.; (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 4ª ed. Belo Horizonte, Autêntica, 2012. Cap. IV, p. 111-124. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto, Portugal, 1994 (Coleção Ciências da Educação).

BOHM, D. **On dialogue.** Londres: Routledge, 1996.

BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. de L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 4ª ed. Autêntica, 2012.

BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática, In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIGUEIREDO,

N. & DIONÍSIO, A. F. **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

BRITO, A. J.; CARDOSO, V. C. Uma Aprendizagem Histórico-Pedagógica dos Fundamentos do Cálculo Diferencial: Reflexões Metodológicas. **ZETETIKÊ**, Campinas, SP, v. 5, n. 7, p. 129-144, jan./jun. 1997.

CARAÇA, B de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 1ª ed., Herdeiros de Bento de Jesus Caraça, Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARNEIRO, M. G. S. **As possíveis influências da prática na cultura docente dos futuros professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP-Rio Claro, São Paulo, 2009.

CARROLL, L**. Alice no país das Maravilhas.** Rio de Janeiro: Editora.... , 1998.

CARVALHO, T. F. de; D'OTAVIANO, I. M. L. Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 13-43, 2006.

CASTELLS, M. **A sociedade em rede.** 6ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2013.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledgeand practice: Teacher learning in communities. In: A. Iran-Nejad; C. D. Pearson (Eds.). **Review of Research in Education**, v. 24, p. 251-307. Washington, DC: American Educational Association Research Association, 1999.

CORTESÃO, L. **O arco-íris na sala de aula? Processos de organização de turmas: Reflexões críticas.** Coleção: Cadernos de Organização e Gestão Curricular. ISBN: 972-8353-44-8. Lisboa: Editora Instituto de Inovação Educacional, 1998.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A Experiência Matemática.** 4ª ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S (Org.). **The Sage Handbook of Qualitative Research.** 2ª. ed. London: Sage, 2008, p. 3.

DUARTE, R. **Pesquisa qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo.** Caderno de Pesquisa no.115, São Paulo, mar. 2002.

DIOGO, M. das G. V. S. **Uma alternativa para o ensino de Cálculo de funções de uma variável real.** Dissertação de Mestrado. Florianópolis – SC, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.

ESCHER, M. A. **Dimensões Teórico-Metodológicas Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas históricas e de ensino e aprendizagem.** Tese de Doutorado. São Paulo, UNESP-Rio Claro, 2011.

FARIAS, M. do R. **As Representações Matemáticas Mediadas por Softwares Educativos em uma Perspectiva Semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de matemática.** Dissertação de Mestrado. São Paulo, UNESP-Rio Claro, 2007.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. de. O lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática: que matemática e que práticas formativas. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP: Editora UNESP, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo.** 4ª ed. Brasília: Líber Livro Editora, 2012.

GARCIA, V. C. V. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? **EDUCAÇÃO**, Porto Alegre: v. 32, n. 2, p. 176-184, 2009.

GARNICA, A. V. M. As Demonstrações em Educação Matemática: um ensaio. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP: Editora UNESP, v. 18, p. 73 -81, 2002.

_____. Estacas em paisagens móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de Matemática. In: ASSUNÇÃO DE CASTRO TEIXEIRA, Inês; JOSÉ DE PAULA, Maria; GOMES, Maria Laura Magalhães; AUAREK, Wagner Ahmad (Org.). **Viver e contar: experiências e práticas de professores de matemática.** 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

_____. **Fascínio da Técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática.** Tese de Doutorado, Rio Claro (SP), 1995.

GATTI, B. A. A prática pedagógica como núcleo do processo de formação de professores. In: GATTI, Bernadete Angelina; CALVES DA SILVA JUNIOR, Celestino; PAGOTTO, Maria Dalva Silva, NICOLETTI, Maria da Graça (Org.). **Por uma política Nacional de formação de professores.** 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2013.

_____. Licenciaturas: Crise sem mudança? In: **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente:** Didática; formação de professores; trabalho docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2010a.

GATTI, B. A.; BARRETTO, E. S. de Sá. **Professores do Brasil: impasses e desafios.** Brasília: UNESCO, 2009.

GATTI, B, A. et al. A atratividade da carreira docente no Brasil. **Estudos & Pesquisas Educacionais**, n. 1, São Paulo: Fundação Victor Civita, 2010b.

GILMORE, R. **Alice no país do Quantum.** Rio de Janeiro: Editora Jorge Zahar, 1998.

GOLEMAN, D. **Trabalhando com a Inteligência Emocional.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP-Rio Claro, São Paulo, 2007.

_____. A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. Tese de doutorado de REIS, F. da S. Resenha. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP. Editora UNESP, Ano 18, n. 24, p. 125-132, 2005.

KARSENTI, K. Impacto das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) sobre a atitude, a motivação e a mudança nas práticas pedagógicas dos futuros professores. In: TARDIF, M.; LESSARD, C. (Org.). **O Ofício de Professor – História, perspectivas e desafios internacionais.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

LACROIX, S. F. **Elementary Treatiseon the Differential and Integral Calculus.** Londres: University Cambrige, Ch. Béranger Editeur, 1816.

LARROSA, J. L. B. Notas sobre a Experiência e o Saber de Experiência. **Revista Brasileira de Educação**, jan./abr., n. 019. Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. São Paulo, p. 20-28, 2002.

_____. **Pedagogia Profana:** Danças, piruetas e mascaradas. Tradução de Alfredo Veiga-Neto, 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

_____. **La Experiênciade La lectura: Estudios sobre literatura y formación.** Barcelona: Laertes, 1998.

LEITHOLD, L. **Cálculo com Geometria Analítica.** 3ª ed**.** v. 1, São Paulo: Harbra & Row do Brasil, 1994.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

_____. Entrevista com o professor Romulo: Talvez isto devesse acontecer numa tese. In: VIOLA DOS SANTOS, J. R. **Legitimidades possíveis para a formação de professores de Matemática.** 2012a. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

LISPECTOR, C. **A descoberta do mundo.** Rio de Janeiro: Rocco, 1999.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas.** São Paulo: E. P. U., 1986.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação do professor.** 2.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009, p. 3-37.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas.** São Paulo: E. P. U., 1986.

LÜDKE, M.; BOING, L. A. Caminhos da Profissão e da Profissionalidade Docentes. **Educ. Soc.**, Campinas-SP, v. 25, n. 89, p. 1159-1180, set./dez. 2004.

MAIA, L. P. M. **Cálculo 1.** Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 1974.

MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP-Rio Claro, São Paulo, 2009.

MENDES, R. **A próxima fronteira da Matemática.** Periódico do Ministério da Educação. **Cálculo: Matemática para todos**. Periódico do Ministério da Educação. Editora Segmento, ano 2, edição 15, 2012.

MENDES, R. M. **A Formação do Professor que Ensina matemática, as Tecnologias de Informação e comunicação e as Comunidades de Prática: uma relação possível.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP-Rio Claro, São Paulo, 2013.

MENEGHETTI, R. C. G.; BICUDO, I. O que a História do Desenvolvimento do Cálculo pode nos Ensinar quando Questionamos o Saber Matemático, seu Ensino e seus Fundamentos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 2, n. 3, p. 103-118, abr. 2002. Publicação Oficial da Sociedade Brasileira da História da Matemática, ISSN 1519-955X.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo de ensino/aprendizagem da geometria.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade de Campinas, São Paulo, 1999.

_____. Resolução de Problemas Potencializando Processos Formativos de professores que Aprendem e Ensinam em Comunidades. **I Seminário em Resolução de Problemas.** UNESP, Rio Claro, 2008.

_____**.** As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TIC na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação do professor.** 2.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009, p. 23-54.

MISKULIN, R. G. S.; SILVA, M. R. C. Curso de Licenciatura em Matemática a Distância: uma realidade ou uma utopia? In: JAHN, A. P.; ALLEVATTO, N. S. G. (Org.). **Tecnologia e Educação Matemática: ensino aprendizagem e formação de professores.** Recife: SEBEM, 2010. p. 105-124.

MISKULIN, R. G. S.; PIVA JR, D. A relação entre aprendizagem significativa e aprendizagem colaborativa: um estudo de caso utilizando TIC e mapas conceituais. In: MENDES, Jackeline Rodrigues; GRANDO, Regina Célia (Org.). **Múltiplos Olhares: Matemática e Produção de Conhecimento.** São Paulo: Musa Editora, v. 3, 2007. p. 136-150.

MISKULIN, R. G. S.; ESCHER, M. A.; SILVA, C. R. M.; **A Prática Docente do professor de Matemática no contexto das TICS: uma experiência com a utilização do MAPLE em Cálculo Diferencial.** Revista de Educação Matemática, vol. 10, número 11, Gráfica Compacta, 2007.

MIZUKAMI, M. DA G. N. Escola e desenvolvimento profissional da docência. In: GATTI, Bernadete Angelina; SILVA JUNIOR, Celestino Alves; PAGOTTO, Maria Dalva Silva; NICOLETTI, Maria das Graças (Org.). **Por uma política nacional de formação de professores.** 1.ed. São Paulo: Editora UNESP, 2013, p. 199-210.

MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor: formação na Licenciatura e prática docente na escola básica.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

_____. 3 + 1 e suas (In) Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP: Editora UNESP: v. 26, n. 44, p. 1137-1150, dez. 2012.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor. Licenciatura e prática docente escolar.** 1 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. O Lugar da Matemática na Licenciatura. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, 2013.

MORIM, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.** 2ª ed. São Paulo: Cortez Editora, 2011.

MUCCHIELLI, S. **L'Analyse decontenu des documents et des communications.** Paris: Les Libraries Techiques, 1974.

NOSS, R; HOYLES, C. **Windows on Mathematics Meanings – Learning Cultures and Computers.** Dordrecht: Kluwer, 1996.

NÓVOA, António. Nada substitui um bom professor: proposta para uma revolução no campo da formação de professores. In: GATTI, Bernadete Angelina; SILVA JUNIOR, Celestino Alves; PAGOTTO, Maria Dalva Silva; NICOLETTI, Maria das Graças (Org.). **Por uma política nacional de formação de professores.** 1.ed. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2013, p. 199-210.

OLIMPIO JUNIOR, A. **Compreensões de Conceitos de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática – Uma Abordagem integrando oralidade, escrita e informática.** Tese de Doutorado. UNESP-Rio Claro, São Paulo, 2006.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. **A Reflexão e o professor como investigador.** s/d.

ONUCHIC**,** L**.** de La R.; ALLEVATO, N. S. G**.** Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP: Editora UNESP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades**.** In: SKOVSMOSE, O. **Desafíos da Reflexão em Educação Matemática Crítica.** São Paulo: Papirus Editora, 2008, p. 41-50.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. **La cultura escolar em la sociedad neoliberal.** 2ª ed. Madrid, España: Ediciones Morata, p. 36.

PISKUNOV, N. **Cálculo Diferencial e Integral**. Moscou: Editora MIR, 1969.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA,H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Coleção Tendências em Educação Matemática. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

REIS, F. S. **A tensão entre o rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores e autores de livros didáticos.** Tese de Doutorado. São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 2001.

REZENDE, J. M. **À sombra do plátano: crônicas de história da Medicina.** São Paulo: Editora Unifesp, 2009.

REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

RICHIT, A. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais.** Dissertação de Mestrado. São Paulo, UNESP/Rio Claro, 2010.

SALGADO, S.; BUARQUE, C. **O Berço da Desigualdade – The Cardle of Inequality – La Cuna de La Desigualdade – Le Berceau de L'Inégalité.** UNESCO - Representação no Brasil / Instituto Sangari, 2009.

SILVA, G. H. G. da. **Grupos de estudos como possibilidades de formação de professores de Matemática, no contexto da Geometria dinâmica.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP-RC, São Paulo, 2010.

SILVA, J. J. A Demonstração em Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro-SP: Editora UNESP, v. 18, p. 56-64, 2002.

SILVA, M. R. G. da. **Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática.** Dissertação de Mestrado, Rio Claro: IGCE-UNESP, 1993.

SIMÕES, M. Periódico do Ministério da Educação. **Cálculo: Matemática para todos**. Periódico do Ministério da Educação. Editora Segmento, ano 2, edição 15, 2012.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em educação crítica.** Trad. Orlando de Andrade e Jonei Cerqueira Barbosa. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. São Paulo: Papirus, 2008.

SCHULMAN, L. S. **Those Who understand: the knowledge growths in teaching.** Educational Researcher, February, 4-14, 1986.

STEWART, J. **Bridges not walls. A book about interpersonal communication.** (7th ed.). Boston: McGraw-Hill College, 1999.

_____. **Cálculo.** Vol. 1. 4. ed.Editora Pioneira Thomson Learning, 2001.

_____. **Cálculo.** Vol. 1. 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

_____. Entrevista ao periódico do Ministério da Educação. **Cálculo: Matemática para todos**. Periódico do Ministério da Educação. Editora Segmento, ano 2, edição 15, 2012.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** 15. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O Ofício de Professor: História, perspectivas e desafios internacionais.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

_____. As transformações atuais do ensino: três cenários possíveis na evolução da profissão de professor? In: TARDIF, M.; LESSARD, C. (Org.). **O ofício de Professor: História, perspectivas e desafios internacionais.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. p. 255-277.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na Educação. In: VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: Repensando a educação.** 2ª ed. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1998, p. 01-27.

_____. Formações de Profissionais na área de Informática em Educação. In: VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: Repensando a educação.** 2ª ed. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1998, p. 139-164.

VALENTE, J. A; CANHETTE, C. C. LEGO-LOGO: Explorando o conceito de Design. In: VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: Repensando a educação.** 2ª ed. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1998, p. 77-91.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP-Rio Claro, São Paulo, 1999.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática.** 2012a. 360p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012a.

_____. O que falam formadores sobre a formação (sólida em) Matemática de futuros professores que ensinam Matemática. In: ANGELO, Cláudia Laus; BARBOSA, Edson Pereira; VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; DANTAS, Sérgio Carrazedo; ALMADA DE OLIVEIRA, Viviane Cristina (Org.). **Modelos de Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.** 1. ed. São Paulo: Midiograf, 2012b.

VIOL, J. F. **Movimento das Pesquisas que relacionam as Tecnologias de Informação e de Comunicação e a Formação, a Prática e os Modos de Pensar de Professores que ensinam Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

Fontes complementares:

Elizabeth Holmes é a mulher mais jovem na lista Forbes. Disponível em: <http://p3.publico.pt/actualidade/ciencia/14134/elizabeth-holmes-e-mulher-mais-jovem-na-lista-da-forbes>. Acesso em: 19 nov. 2014.

Música – Além do Espelho, de autoria de João Nogueira. Disponível em: <http://www.vagalume.com.br/joao-nogueira/alem-do-espelho.htm>. Acesso em: 07 fev. 2015.

Música – Procissão, de autoria de Gilberto Gil. Disponível em: <http://www.letras.mus.br>, seção MPB, subseção Gilberto Gil. Acesso em: 11 fev. 2015.

Música – Como uma onda, de autoria de Lulu Santos. Disponível em: <http://letras.mus.br/lulu-santos/47132/>. Acesso em: 11 fev. 2015.

Sobre o GeoGebra. Instituto São Paulo – GeoGebra - Faculdade de Ciências Exatas – PUC-SP. Disponível em: <http://www.pucsp.br/geogebrasp/>. Acesso em: 22 jan. 2015.

Software Licenciado – Maple. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cpd/servicos/computadores-e-aplicativos/softwares-disponiveis/software-licenciado-maple>. Acesso em: 24 jan. 2015.

Tutorial - Máxima 5.9.2 para Windows. MACEDO, B. F. M. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~marcio/tut2005/maxima/042290Bruno.pdf/>. Acesso em: 22 jan. 2015.