



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E

SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA PERMEANDO
CAPÍTULOS DE GEOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS:
ENTRE DIRECIONAMENTOS, CONTEXTOS E
ENUNCIADOS**

DOUGLAS RIBEIRO GUIMARÃES

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO – SP

2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

DOUGLAS RIBEIRO GUIMARÃES

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA PERMEANDO
CAPÍTULOS DE GEOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS:
ENTRE DIRECIONAMENTOS, CONTEXTOS E
ENUNCIADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Rúbia Barcelos
Amaral Schio

Rio Claro – SP
2022

G963e Guimarães, Douglas Ribeiro

Educação matemática crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos : entre direcionamentos, contextos e enunciados / Douglas Ribeiro Guimarães. -- Rio Claro, 2022

267 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro

Orientadora: Rúbia Barcelos Amaral-Schio

1. Livro didático. 2. Educação matemática crítica. 3. Geometria. 4. Análise documental. 5. PNLD. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

DOUGLAS RIBEIRO GUIMARÃES

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA PERMEANDO
CAPÍTULOS DE GEOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS:
ENTRE DIRECIONAMENTOS, CONTEXTOS E
ENUNCIADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof.^a Dr.^a Rúbia Barcelos Amaral Schio (UNESP) – orientadora

Prof.^a Dr.^a Amanda Queiroz Moura (IFRS)

Prof.^a Dr.^a Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa (UFPE)

Resultado: Aprovado.

Rio Claro/SP, 21 de dezembro de 2022.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Neuma e Sérgio, que me incentivaram a sempre estudar e compreenderam a minha ausência enquanto estava dedicado à realização deste trabalho. Obrigado por me oportunizarem a vinda para Rio Claro!

Aos meus irmãos, Barbara, Nicolas e Sofia, por mostrarem preocupações quanto às mudanças de São Paulo para Rio Claro, sempre apoiando as decisões tomadas por mim.

À minha orientadora, professora Rúbia, por ter desempenhado a orientação com dedicação e amizade. Rúbia, agradeço-a ou por sua compreensão e olhar atencioso durante todo o mestrado, mostrando-se mais do que uma orientadora.

Às professoras Amanda e Cris, por comporem a banca de qualificação e defesa. Vocês me provaram que para realizar uma pesquisa científica o rigor acadêmico é imprescindível, mas, ao mesmo tempo, ele pode ser leve e descontraído.

À Beatriz Litoldo e ao Lucas Mazzi por aceitarem serem membros suplentes da banca de defesa. Bia, você é uma pessoa rara que consegue ser firme nos argumentos e generosa nas contribuições. Mazzi, agradeço ainda pela proposta em compor um grupo de estudos sobre a Educação Matemática Crítica, que certamente contribuiu para a realização deste trabalho.

À Ana Paula, parceira de pesquisa e amiga para todas as horas. Ana, muito obrigado por seu companheirismo e generosidade. Estivemos juntos nos momentos de alegria e tristeza, e reconheço você como uma pessoa inspiradora. Que venham mais parceiras, a fila de produções precisa andar!

Ao grupo de pesquisa teorEMa, pelas leituras cuidadosas de todos os materiais que enviei para discussão. Agradecimento especial para Figas (Luis) e Luciana, pessoas que me mostraram outros olhares para a pesquisa e a trajetória no PPGEM. Vocês dois são muito iluminados, obrigado por estarem nesse caminho trilhado!

Aos professores e professoras do PPGEM, que contribuíram direta ou indiretamente para esta pesquisa, além de ministrarem disciplinas importantes para minha formação enquanto professor e pesquisador: Ana Paula Malheiros, Fabiane Mondini, Heloisa da Silva, Maitê Zampieri, Marcelo Borba, Miriam Penteado, Ole Skovsmose, Roger Miarka e Rosana Miskulin.

Aos colegas do PPGEM, com quem convivi intensamente durante os últimos anos, pela troca de experiências que me permitiram crescer não só como pessoa, mas também como pesquisador. Agradecimento especial para Katyane e Letícia, professoras, pesquisadoras e

mulheres fortes que estão sempre dispostas a ajudar. Aos colegas da graduação que seguiram no PPGEM: Melão (Guilherme), Igor, Jéssica e Nathalia.

À Elisa e Inajara, funcionárias do departamento e do PPGEM que se mostraram disponíveis a ajudar em todas as horas. Também aos funcionários da Seção Técnica de Pós-Graduação e da Biblioteca, pessoas que deram apoio na caminhada pelo Mestrado.

A todos aqueles que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Por fim, agradeço também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio na realização do trabalho.

RESUMO

Os livros didáticos de Matemática são materiais que fazem parte do cotidiano escolar e evidenciam aspectos advindos de contextos sociais e culturais, além dos educacionais. Eles ainda podem ser vistos enquanto recursos passíveis de análise, no âmbito de investigações científicas. Sendo assim, assumindo uma perspectiva crítica da Educação Matemática para a pesquisa trazida nesta dissertação, objetivamos *compreender como a Educação Matemática Crítica (EMC) permeia duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, no horizonte da Geometria*. Para atender esse objetivo, alguns ‘conceitos’ da EMC foram colocados em discussão, seguindo a abordagem proposta por Ole Skovsmose. Logo, vemos ‘conceitos’ como expressões que dão conta de explicitar significados e qualificar interpretações sobre os dados, não conferindo um arcabouço teórico rígido para caracterizar a EMC. Dentre alguns desses, elegemos: a democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática; a ideologia da certeza; a matemacia; e os ambientes de aprendizagem. No que tange aos materiais analisados, escolhemos os capítulos destinados à abordagem da Geometria em livros didáticos de Matemática aprovados no edital de 2018 do Programa Nacional do Livro e do Material Didático. O recorte dado à Geometria nesses recursos deu-se pela falta de estudos identificada na revisão de literatura, quando os livros são tomados à luz da EMC, bem como devido ao escopo do nosso grupo de pesquisa, que possui como uma das preocupações investigar a presença da Geometria nesses materiais. Em termos metodológicos, foi adotada uma abordagem de investigação qualitativa com o delineamento da análise documental. Diante dessa conjuntura, e pensando em formas de apresentar os resultados da investigação, três eixos temáticos emergiram da análise, quais sejam: ‘livro didático de Matemática como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos alunos’; ‘Geometria como fonte de produção de contextos’; e ‘o papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos: do determinismo à formatação’. Como resultados, identificamos que entre direcionamentos, contextos e enunciados, o que se revelou nos dados evidencia um permear da EMC nos capítulos de Geometria dos materiais perquiridos, tanto diante de aspectos positivos, quanto de negativos. Tais aspectos foram compreendidos, por um lado, enquanto força que (re)produz uma ideologia da certeza matemática, fundamentada na perspectiva fechada que submete os alunos a ordens e que amarra o professor na limitação de outras formas de abordar conteúdos geométricos. Por outro lado, houve passagens nesses materiais que possibilitaram um desenvolvimento inicial da matemacia, considerada importante para a cidadania crítica e a competência democrática, além de fornecer situações em que investigações, diálogos e críticas sejam bases para reflexões sobre o conteúdo, suas aplicações, bem como suas implicações em aspectos sociais. Consideramos, a partir do exposto, que a pesquisa trouxe contribuições ao campo da Educação Matemática, em particular para a análise de livros didáticos e discussões teóricas alusivas aos conceitos da EMC utilizados. Ademais, vemos que preocupações voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática com qualidades críticas e reflexivas podem se tornar um meio para levar professores, estudantes e autores de livros didáticos a considerar e (re)pensar suas perspectivas.

Palavras-chave: Livro didático; Educação matemática crítica; Geometria; Análise documental; PNLD.

ABSTRACT

Mathematics textbooks are materials that are part of everyday school life and show aspects arising from social and cultural contexts, in addition to educational ones. They can still be seen as resources that can be analyzed in the context of scientific investigations. Thus, assuming a critical perspective of Mathematics Education for the research presented in this dissertation, we aim to understand how Critical Mathematics Education (CME) permeates two collections of high school textbooks, in the horizon of Geometry. In order to meet this objective, some CME 'concepts' were discussed, following the approach proposed by Ole Skovsmose. Therefore, we see 'concepts' as expressions that explain meanings and qualify interpretations of data, not providing a rigid theoretical framework to characterize CME. Among some of these, we chose: democracy and the sociopolitical role of Mathematics Education; the ideology of certainty; mathemacy; and milieus of learning. With regard to the analyzed materials, we chose the chapters intended to approach Geometry in Mathematics textbooks approved in the 2018 public notice of the National Textbook and Teaching Material Program. The cut given to Geometry in these resources was due to the lack of studies identified in the literature review, when the textbooks are taken in the light of the CME, as well as due to the scope of our research group, which has as one of its concerns to investigate the presence of Geometry in these materials. In methodological terms, a qualitative research approach was adopted with the outline of documental analysis. Faced with this situation, and thinking about ways to present the results of the investigation, three thematic axes emerged from the analysis, namely: 'Mathematics textbook as a guide for teacher practice and student learning'; 'Geometry as a source of production of contexts'; and 'the role of statements about Geometry in textbooks: from determinism to formatting'. As a result, we identified that between directions, contexts and statements, what was revealed in the data shows a permeation of CME in the Geometry chapters of the surveyed materials, both in terms of positive and negative aspects. Such aspects were understood, on the one hand, as a force that (re)produces an ideology of mathematical certainty, based on the closed perspective that submits students to orders and that binds the teacher in limiting other ways of approaching geometric contents. On the other hand, there were passages in these materials that enabled an initial development of mathemacy, considered important for critical citizenship and democratic competence, in addition to providing situations in which investigations, dialogues and criticisms are bases for reflections on the content, its applications, as well as its implications in social aspects. We consider, based on the above, that the research brought contributions to the field of Mathematics Education, in particular for the analysis of textbooks and theoretical discussions alluding to the concepts of CME used. In addition, we see that concerns related to the teaching and learning processes of Mathematics with critical and reflective qualities can become a means to lead teachers, students and authors of textbooks to consider and (re)think their perspectives.

Keywords: Textbook; Critical mathematics education; Geometry; Documental analysis; PNLD.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura conceitual adotada na investigação.	88
Figura 2 – Exemplo de menções às páginas do livro do aluno na ‘Assessoria Pedagógica’..	143
Figura 3 – Esquema que organiza as diferentes posições relativas entre duas retas.	150
Figura 4 – ‘A medida da tela de um equipamento eletrônico’ presente em uma das seções ‘Como funciona’.....	155
Figura 5 – ‘A Matemática e as chuvas’ presente em uma das seções ‘Troque ideias’.....	158
Figura 6 – ‘GPS’ presente em uma das seções ‘Como funciona’.	161
Figura 7 – Conceito de ‘Área da superfície de uma pirâmide’.....	169
Figura 8 – Atividade resolvida e atividade aos estudantes sobre o tópico ‘Área da superfície de uma pirâmide’.....	169
Figura 9 – Conceito de equação reduzida da circunferência.	171
Figura 10 – Exemplos que mostram aplicações de equações reduzidas da circunferência.	172
Figura 11 – Escrita da equação reduzida da circunferência em exercícios resolvido e proposto.	173
Figura 12 – ‘Conceito, exercício resolvido e exercício proposto’ por meio de representações geométricas.....	174
Figura 13 – Exercícios resolvido e proposto que têm possibilidades de resoluções diferentes.	175
Figura 14 – Possibilidade de exercício que rompe com a ideologia da certeza.	175
Figura 15 – Exposição dos elementos ‘Pense nisto’ e ‘Quadro com múltiplas aplicações’, no livro do aluno das coleções.....	178
Figura 16 – Possibilidade de convite à reflexão por meio de ‘Quadro com múltiplas aplicações’.	179
Figura 17 – Possibilidade de convite à reflexão por meio de boxe ‘Pense nisto’.	179
Figura 18 – Páginas de abertura da unidade ‘Poliedros’.	182
Figura 19 – Páginas de abertura da unidade ‘Geometria Espacial’.....	185
Figura 20 – Subseção que rompe o padrão ‘conceito, exemplo e exercício’.	187
Figura 21 – Exercícios propostos que usam as ideias de acessibilidade.	188
Figura 22 – Boxes ‘Pense nisto’ presentes no decorrer da exposição sobre declividade e razões trigonométricas.	189
Figura 23 – Rampa de acesso em atividade proposta aos alunos.	191
Figura 24 – Cálculo de volume a partir de uma casquinha de sorvete.	193
Figura 25 – Cálculo de área superficial a partir de uma fatia de queijo.	194
Figura 26 – Modelo geométrico que representa posições relativas entre duas retas.....	203
Figura 27 – Modelo geométrico que representa procedimentos matemáticos.	205
Figura 28 – Exercícios propostos semelhantes ao foco do exemplo inicial.	206
Figura 29 – Modelo geométrico para o cálculo de área.	207
Figura 30 – Modelo geométrico para a confecção de um plano cartesiano.	207
Figura 31 – Uso de exemplo numérico para substituição de coeficientes.....	213
Figura 32 – Uso de exemplo para reconhecimento de elementos em sólidos.	214

Figura 33 – Exercício resolvido em <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i> com uso do verbo ‘determine’	215
Figura 34 – Atividade resolvida em <i>Matemática: interação e tecnologia</i> com uso do verbo ‘determine’	215
Figura 35 – Exercícios resolvidos em <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i> com uso do ‘formato de pergunta’	216
Figura 36 – Atividade resolvida em <i>Matemática: interação e tecnologia</i> com uso do ‘formato de pergunta’	217
Figura 37 – Mudança de ambiente (4) para (6).	228
Figura 38 – Mudança de ambiente (2) para (6).	228
Figura 39 – Enunciado com uma cadeira ‘possivelmente real’ em situação puramente matemática.....	230
Figura 40 – Enunciado com um balanço ‘possivelmente real’ e seu esquema puramente matemático.....	230
Figura 41 – Ampliação das referências usadas pelos ambientes de aprendizagem.....	231
Figura 42 – Exemplo de tarefa proposta para ser trabalhada ‘em grupo’	233

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tópicos e subtópicos das resenhas das obras de Matemática, aprovadas pelo PNLD 2018.....	48
Quadro 2 – Ambientes/ <i>Milieus</i> de aprendizagem.....	84
Quadro 3 – Capas dos livros didáticos analisados.....	131
Quadro 4 – Estrutura organizacional dos dados da pesquisa.....	134
Quadro 5 – Elementos textuais da coleção <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	138
Quadro 6 – Elementos textuais da coleção <i>Matemática: interação e tecnologia</i>	141
Quadro 7 – Contexto ou pretexto da Geometria nos livros didáticos.....	196
Quadro 8 – O verbo ‘determine’ nos enunciados voltados ao paradigma do exercício.	219
Quadro 9 – Diferentes enunciados que indicam cenários para investigação em tarefas propostas.....	223
Quadro 10 – Tarefas da semirrealidade.....	225
Quadro 11 – Periódicos investigados para busca de artigos científicos.	256
Quadro 12 – Análise do capítulo ‘Geometria Espacial’ da coleção <i>Matemática: interação e tecnologia</i>	259

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Total de Teses e Dissertações encontradas.....	90
Tabela 2 – Quantitativo de livros didáticos de Matemática no PNLD 2018, por ordem decrescente de distribuição.....	129
Tabela 3 – Distribuição de exemplos e exercícios resolvidos e propostos na coleção <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	147
Tabela 4 – Distribuição de exemplos e atividades resolvidas e propostas na coleção <i>Matemática: interação e tecnologia</i>	148
Tabela 5 – Quantitativo de tarefas resolvidas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	212
Tabela 6 – Quantitativo de tarefas resolvidas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção <i>Matemática: interação e tecnologia</i>	212
Tabela 7 – Quantitativo de tarefas propostas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	218
Tabela 8 – Quantitativo de tarefas propostas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção <i>Matemática: interação e tecnologia</i>	218

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
Justificativa da pesquisa	17
Objetivos da investigação.....	19
Estrutura da dissertação	20
1 COMPREENSÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO.....	22
1.1 Livro didático	22
1.2 Manual do professor	28
1.3 Livro didático de Matemática enquanto objeto de estudo	33
1.4 Algumas das políticas públicas educacionais	37
1.4.1 <i>Objetivos de cada documento</i>	<i>38</i>
1.4.2 <i>Proposta de organização curricular</i>	<i>39</i>
1.4.3 <i>Compreensões sobre o ensino de Matemática.....</i>	<i>40</i>
1.4.4 <i>Papel dos materiais didáticos.....</i>	<i>42</i>
1.5 Programa Nacional do Livro e do Material Didático	43
1.5.1 <i>Editais de convocação de obras didáticas</i>	<i>44</i>
1.5.2 <i>Guia dos Livros Didáticos.....</i>	<i>46</i>
1.5.3 <i>Mudanças no PNLD: algumas reflexões</i>	<i>49</i>
1.6 Considerações do capítulo.....	51
2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	52
2.1 Do início: por que e para que Educação Matemática Crítica?	52
2.2 A democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática	59
2.3 Ideologia da certeza	66
2.4 Matemacia	73
2.5 Ambientes de aprendizagem: paradigma do exercício e cenários para investigação	80
2.6 Considerações do capítulo.....	88
3 ENTRELACANDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA COM A ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: uma revisão da literatura	89
3.1 Teses e Dissertações	89
3.1.1 <i>Descrição das pesquisas.....</i>	<i>90</i>
3.1.2 <i>Aproximações e distanciamentos.....</i>	<i>105</i>
3.2 Artigos em periódicos	109
3.2.1 <i>Descrição das pesquisas.....</i>	<i>109</i>
3.2.2 <i>Aproximações e distanciamentos.....</i>	<i>111</i>
3.3 Trabalhos em eventos	113
3.3.1 <i>Descrição das pesquisas.....</i>	<i>114</i>
3.3.2 <i>Aproximações e distanciamentos.....</i>	<i>116</i>
3.4 Tecendo articulações: considerações a respeito dos achados na literatura.....	118
4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS	122
4.1 Abordagem qualitativa.....	122

4.2	Análise documental.....	124
4.3	Escolhas da etapa escolar e seleção das coleções.....	128
4.4	Procedimentos de análise: os passos que foram trilhados	132
5	ANÁLISE DOS DADOS: entre direcionamentos, contextos e enunciados	136
5.1	Análise preliminar das obras	136
5.2	Livro didático de Matemática como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos alunos	148
5.3	Geometria como fonte de produção de contextos	181
5.4	O papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos: do determinismo à formatação.....	211
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS: retomada da pesquisa, alguns resultados e sugestões de novas perguntas.....	237
	REFERÊNCIAS	246
	APÊNDICE A – LISTA DE PERIÓDICOS REVISADOS	256
	APÊNDICE B – EXEMPLO COM QUADRO DE ANÁLISE DOS DADOS	259

INTRODUÇÃO

O texto que se materializa nesta dissertação decorre de confluências entre minhas¹ perspectivas de estudo no âmbito da Educação Matemática e da orientação que venho recebendo desde o momento que tive a aprovação no processo seletivo de 2020, para ingresso no Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Câmpus de Rio Claro, ainda no ano de 2019.

Da minha parte havia o grande interesse por estudar sobre a Educação Matemática Crítica (EMC), principalmente segundo as ideias de Ole Skovsmose. Na graduação (Licenciatura em Matemática, pela UNESP, Câmpus de Rio Claro), participei do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência² (Pibid), durante os anos de 2016 e 2018, e lá tive o primeiro contato com essa perspectiva da Educação Matemática. Naquela época, diante de atividades desenvolvidas no Ensino Médio, na escola que o Pibid atuava, iniciei as leituras sobre a EMC, por meio da orientação³ da Prof.^a Dr.^a Célia Regina Roncato, que na época estava realizando seu doutorado no PPGEM, sob a orientação do professor Ole Skovsmose.

As leituras iniciais envolveram de modo mais aprofundado a noção de cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Essa noção foi utilizada para o desenvolvimento de algumas ações na escola, com foco em explorações e explicações de conceitos matemáticos sobre matrizes, bem como suas operações (adição, subtração e multiplicação) e, também, sobre área e volume de sólidos geométricos, na particularidade de peças confeccionadas com materiais recicláveis.

Ainda durante esse período, sempre que tive oportunidade de realizar trabalhos nas disciplinas da graduação eu optava por trazer a EMC. Esse foi o caso, por exemplo, de conseguir uma entrevista, à distância e de forma apenas escrita, com o professor Ole, quando

¹ Em grande parte do texto vou utilizar a conjugação verbal na primeira pessoa do plural, por compreender que a dissertação é um trabalho colaborativo, que envolve minhas perspectivas, as de minha orientadora e, de modo indireto, meu grupo de pesquisa. Contudo, nesta Introdução e em alguns poucos momentos no restante do texto, opto por fazer a apresentação na primeira pessoa do singular, por entender que são visões e experiências apenas minhas.

² Esse programa visa oportunizar aos alunos dos cursos de licenciatura uma aproximação com o cotidiano e o contexto de escolas públicas da Educação Básica. Para mais informações veja: <https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>. Acesso em: 17 jul. 2022.

³ Apesar de não ser uma orientação prevista no âmbito do Pibid, visto que esse Programa congrega um professor coordenador do projeto e alguns professores supervisores da escola, em nosso subprojeto havia a articulação entre alunos do PPGEM e os alunos participantes do Pibid. Desse modo, as orientações ocorriam com o professor coordenador e os supervisores, bem como com algum aluno do PPGEM, de modo que pudéssemos ter mais noções sobre a área da Educação Matemática e das linhas de pesquisa que os mestrandos e/ou doutorandos estavam seguindo.

cursei a disciplina de ‘História e Sociologia da Educação: questões da Educação Matemática’, com o objetivo de conhecer mais sobre sua perspectiva, num viés histórico.

Diante desse interesse, ao buscar alternativas para minha formação enquanto professor, mas também com uma ideia de iniciar na pesquisa acadêmica, refleti sobre a possibilidade de ingressar no Curso de Mestrado do PPGEM. Ao observar os itens obrigatórios para prestar o processo seletivo, notei que havia a necessidade de escrita de um projeto de pesquisa. Naquele momento, não tinha a mínima noção do que era esse projeto e nem de como iniciar a sua escrita.

A partir de algumas conversas com professores que estavam oferecendo vagas, procurei a Prof.^a Dr.^a Rúbia Barcelos Amaral Schio, que lecionou disciplinas durante minha graduação e sempre se mostrou uma pessoa e professora muito aberta ao diálogo. Ao explicitar meu interesse pelo processo seletivo do PPGEM, indaguei à professora Rúbia sobre quais temáticas ela vinha trabalhando nesse tempo e recebi o retorno sobre as pesquisas com livros didáticos de Matemática e a presença da Geometria nesses materiais.

Assim, procurei escrever algum projeto alinhado com essa temática e que pudesse trazer os estudos desenvolvidos sobre a EMC. Nesse sentido, a pergunta de pesquisa presente no projeto era: *como a EMC se faz presente nas tarefas contextualizadas de Geometria nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio?* A EMC era considerada restrita aos cenários para investigação. À época, eu não tinha muitas leituras sobre estudos que estavam relacionados com o projeto que escrevi, ou seja, não havia realizado uma revisão da literatura que fosse pertinente ao objeto de estudo que me propunha a investigar.

Após ter a aprovação para ingresso no PPGEM, muitos acontecimentos ocorreram durante a jornada do mestrado e o projeto foi sendo modificado em algumas etapas do percurso, de maneira que pudesse ser mais coerente e pertinente frente aos novos estudos e leituras. As disciplinas cursadas foram importantes para essa modificação uma vez que faltava clareza quanto aos procedimentos metodológicos, à constituição de um referencial teórico e o desenvolvimento da análise dos dados.

Da mesma forma, a busca por pesquisas relacionadas com a temática do projeto inicial foi importante para readequar a proposta, que foi apresentada durante uma atividade do PPGEM, passados oito meses do ingresso no mestrado. Naquele momento, em agosto de 2020, a pergunta estava assim descrita: *como a EMC se faz presente em duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio?* Nessa pergunta, a EMC levava em consideração outros ‘conceitos’ além dos cenários para investigação, como a democracia e o papel sociopolítico

da Educação Matemática, a ideologia da certeza e a matemacia, que foram observados a partir do estudo de Bennemann e Allevato (2012).

Ainda nessa pergunta que estava sendo formulada, havia ampliação de questões metodológicas, uma vez que mantive os livros didáticos como objeto de estudo, mas a Geometria não estava mais presente de maneira explícita e a análise dos dados iria além das tarefas contextualizadas, ou seja, os livros seriam investigados a partir de todos os seus elementos, como os conteúdos e os exemplos apresentados.

Diante de contribuições a partir da análise do projeto apresentado na atividade do PPGEM, retornei às reuniões de orientação e do grupo de pesquisa, onde pude me lançar em novas leituras, de maneira que o projeto não ficasse tão amplo, visto que o tempo do mestrado é curto e a análise dos livros por completo poderia se tornar um empecilho para a finalização da pesquisa.

No final de 2020 e durante o ano de 2021, dois aspectos foram fundamentais para a reelaboração da pergunta de pesquisa: realização de uma revisão da literatura e constituição de um grupo de estudos sobre a EMC, liderado pelo Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi. A revisão de literatura estava dirigida às pesquisas que analisaram livros didáticos e que trouxeram como aporte teórico a EMC. Nessa revisão, que será apresentada no texto, não encontrei pesquisas que se debruçaram em olhar para a Geometria, o que fez com que essa temática retornasse para meu horizonte de investigação.

O grupo de estudos estava focado na leitura e aprofundamento das obras de Skovsmose, a saber: ‘Educação matemática crítica: a questão da democracia’ (SKOVSMOSE, 2001), ‘Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade’ (SKOVSMOSE, 2007) e ‘Desafios da reflexão em educação matemática crítica’ (SKOVSMOSE, 2008). Não tenho dúvidas de que todas essas leituras foram primordiais para a compreensão sobre ‘conceitos’, noções e termos que Skovsmose apresenta sobre a EMC, bem como as discussões pelos membros do grupo tornaram essa tarefa mais prazerosa e envolvente.

Desse modo, a pergunta de pesquisa que se coloca nesta investigação é: *como conceitos da Educação Matemática Crítica permeiam livros didáticos do Ensino Médio, no âmbito da Geometria?* Assim sendo, mantive novamente os livros didáticos como objeto de estudo e os ‘conceitos’ da EMC já mencionados, mas retornei com a Geometria como pano de fundo para a análise dos dados.

Destaquei em aspas simples a palavra ‘conceitos’, pois cabe ponderar sobre ela antes de seguir na escrita. Seu uso está relacionado com o estudo oriundo da obra ‘Um convite à Educação Matemática Crítica’ (SKOVSMOSE, 2014). Nesta obra, o professor Ole traz alguns

conceitos que o auxiliam na exposição de suas ‘preocupações’ em torno da Educação Matemática e explica:

Da maneira como eu concebo a educação matemática crítica, ela não se reduz a uma subárea da educação matemática; assim como ela não se ocupa de metodologias e técnicas pedagógicas ou conteúdos programáticos. A educação matemática crítica é a expressão de preocupações a respeito da educação matemática. *Preocupações que podem ser expressas mediante o emprego de alguns poucos termos* que pretendo apresentar. *A frágil rede que esses conceitos formam não chega a constituir uma doutrina sólida e estabelecida da educação matemática crítica.* Seria exagero pensar assim. Ainda que essa rede seja rudimentar e frágil, as preocupações mostram-se abrangentes e profundas (SKOVSMOSE, 2014, p. 11, grifos meus).

Nesse sentido, busco seguir uma linha semelhante quando questiono por ‘conceitos’ que podem permear os livros didáticos, no que tange os capítulos de Geometria. Eles não são tomados como únicos para estabelecer toda a compreensão sobre a EMC, no entanto, colaboram para um entendimento mais claro sobre o que está sendo adotado na pesquisa.

Compreendo que essa introdução mostrou alguns dos caminhos pelos quais trilhei na busca por apresentar uma pergunta de pesquisa que estivesse mais adequada frente ao que gostaria de investigar, mas também que mostrasse consonância com as perspectivas da minha orientadora e, implicitamente, do grupo de pesquisa que faço parte. Como trazem Araújo e Borba (2019), a constituição da pergunta passa por diversas mudanças, sendo necessário um aprofundamento por parte do pesquisador.

Coaduno a essa visão dos autores, uma vez que mencionam sobre a importância do autor de um texto divulgar esse complexo caminho até apresentar uma pergunta de pesquisa mais bem formulada. Desse modo, a pergunta que se apresenta é uma síntese da longa jornada experienciada por mim, como pesquisador, e que ela mesma faz parte do processo de sua própria construção (ARAÚJO; BORBA, 2019).

Assim sendo, considero que apresentar esse caminhar da pesquisa por meio de mudanças na redação da pergunta que se propõe a investigar – não apenas em relação às palavras que a constituem, mas sim nos diferentes significados que ela carrega em termos teóricos, metodológicos e analíticos da pesquisa, – é importante para que haja reflexões sobre a construção realizada e que é materializada no presente texto.

Expostos esses argumentos iniciais e inserindo agora perspectivas que coadunam à troca na escrita para a 1ª pessoa do plural, nas próximas seções apresentamos, respectivamente, a justificativa da pesquisa, seus objetivos e a estrutura do texto. Esperamos responder alguns questionamentos pertinentes quanto à pesquisa que foi desenvolvida, como, por exemplo, a relevância e a pertinência da investigação, as discussões teóricas assumidas e os objetos de estudo analisados.

Justificativa da pesquisa

Os livros didáticos são considerados materiais importantes no que tange o ensino e a aprendizagem de alguma área do conhecimento ou disciplina escolar. Por vezes, a depender da localidade, acabam sendo os únicos materiais utilizados por professores e alunos para o planejamento e desenvolvimento das aulas. Nesse sentido, estudar esses objetos é relevante de um ponto de vista social, cultural e educacional.

Ao tomar os livros didáticos como objetos de estudo, na pesquisa científica, há uma gama de possibilidades sobre o que olhar nessas obras: desde seu conteúdo propriamente exposto até seu papel enquanto um produto cultural. No que se refere às escolhas metodológicas, também existe uma diversidade de abordagens e procedimentos que se descortinam a quem pretende iniciar alguma investigação. Além disso, optar por algum referencial teórico, por vezes, acaba sendo uma tarefa bastante complexa, uma vez que é importante sua articulação com a metodologia escolhida. Por exemplo, se olharmos para a forma com que o conteúdo é apresentado, quais quadros conceituais são pertinentes para interpretar esses dados?

Diante do exposto, explicitar o objeto de estudo, a metodologia e o referencial teórico da pesquisa é um aspecto que consideramos pertinente ao buscar as justificativas que argumentam, favoravelmente, ao desenvolvimento de nossa investigação. Sendo assim, de modo sintético, em nossa pesquisa essa trinca é formada por livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, analisados em uma abordagem qualitativa à luz de conceitos da EMC.

Os livros didáticos de Matemática do Ensino Médio escolhidos fazem parte da lista de obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), no edital de 2018. Esse programa tem abrangência em todo o território brasileiro e impacta fortemente os materiais que chegam até as salas de aula das escolas públicas do país. Assim, justificamos que analisar livros que fazem parte do PNLD é relevante para contribuir com o fortalecimento dessa política pública educacional. A escolha por esse edital e não um mais atual decorreu porque o início da investigação foi em 2020. Nessa época, o novo edital do PNLD, que seria o primeiro com obras para o Novo Ensino Médio estava sendo elaborado. Com a pandemia de Covid-19 houve a ampliação do tempo de uso dos livros do PNLD 2018 até o ano de 2021.

No universo de livros aprovados, ou seja, oito coleções para a área de Matemática, a opção foi por analisar duas delas. Elas foram selecionadas partindo de alguns critérios: predominância/ausência da coleção em outros editais do PNLD; mais/menos distribuídas às

escolas; e o acesso disponibilizado por meio de doações de escolas e/ou professores⁴. Desse modo, as coleções analisadas na pesquisa são: *Matemática: Ciência e Aplicações* de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), que foi a mais distribuída pelo PNLD 2018, estando presente em outros editais; e *Matemática: interação e tecnologia* de Balestri (2016a; 2016b; 2016c), que abarca obras ainda não figuradas em outros editais do PNLD, além de ter sido a segunda coleção menos distribuída em 2018 (não tivemos acesso a outras obras menos distribuídas).

Em termos metodológicos, assumimos a abordagem qualitativa com os procedimentos advindos da análise documental. Essa escolha ocorreu por compreendermos que a pergunta de pesquisa elaborada no decorrer da investigação é aderente a essa abordagem. Assim, temos uma preocupação com descrições e interpretações de dados que são majoritariamente qualitativos, tais como textos, figuras e enunciados.

Em relação ao referencial teórico, ele está em consonância com as perspectivas trazidas anteriormente. Dentre os variados conceitos que a EMC abarca, os selecionados para compor nosso referencial vieram, primeiramente, a partir do estudo de Bennemann e Allevato (2012), que realizaram uma análise nas obras de Skovsmose (2001; 2007; 2008). Em seguida, foram estruturados a partir das reflexões no grupo de estudos e ampliados a partir de outros escritos, tais como Alrø e Skovsmose (2010), Borba e Skovsmose (2001) e Skovsmose (1994; 2000; 2014; 2021a; 2021b).

Sendo assim, os conceitos que fazem parte do nosso referencial são: a democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática, a ideologia da certeza, a matemacia e os ambientes de aprendizagem, compostos pelo paradigma do exercício e os cenários para investigação. Apesar desse recorte, outros conceitos, termos e noções vão sendo discutidos ao longo do texto, sobretudo no capítulo destinado ao referencial. Cabe enfatizar que a escolha por esses conceitos ocorreu, sobretudo, devido ao estudo realizado no grupo citado anteriormente, em que se desvelou a pertinência deles diante da defesa por assumir a EMC ao analisar os livros didáticos.

Nessa linha, justificamos que eleger a EMC como o referencial teórico da pesquisa está atrelado ao que entendemos em relação ao ensino e à aprendizagem de Matemática, ao papel da Educação Matemática na sociedade, à formação dos professores e dos alunos num viés crítico e reflexivo e à elaboração de livros e materiais didáticos que possam apoiar e subsidiar práticas pedagógicas que considerem esses mesmos elementos. Assim, vemos que essas justificativas indicam nossas ‘preocupações’ diante do que se busca compreender nos

⁴ Destacamos que os livros didáticos destinados ao PNLD não são comercializáveis e, como resultado, nem todas as obras aprovadas pelo Programa são acessíveis aos pesquisadores.

dados, sendo que os conceitos escolhidos colaboram para essa exposição, bem como para a interpretação subsequente ao que é analisado/compreendido.

Extrapolando a trinca apresentada, é importante fazer outra consideração que justifique o recorte nos dados: o olhar para os capítulos de Geometria. Esse recorte decorreu da revisão de literatura realizada que identificou, entre outros conteúdos matemáticos, que a Geometria não foi objeto de discussão pelos pesquisadores. Ademais, essa escolha tornou-se importante devido às pesquisas que nosso grupo vem desenvolvendo, o que contribui com o debate sobre os dados produzidos e analisados por nós, no que se refere à Geometria.

Consideramos que diante dos argumentos apresentados, a pesquisa se justifica pela articulação entre os objetos de estudo escolhidos, a metodologia empregada e o referencial teórico assumido, bem como pela relevância em investigar a presença da Geometria nesses materiais, uma vez que não foram encontrados estudos nessa vertente.

Objetivos da investigação

Diante da nossa pergunta de pesquisa, a saber: ‘como conceitos da Educação Matemática Crítica permeiam livros didáticos do Ensino Médio, no âmbito da Geometria?’, estabelecemos como objetivo geral da investigação *compreender como a Educação Matemática Crítica permeia duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, no horizonte da Geometria*.

Esse objetivo geral desdobra-se em dois objetivos específicos, quais sejam:

- Caracterizar quais e de que forma conceitos da Educação Matemática Crítica perpassam em capítulos de Geometria, a partir de conceitos matemáticos, situações, exemplos, exercícios (propostos e resolvidos) e demais atividades;
- Compreender se e como as orientações didáticas, contidas no manual do professor de Matemática, estão em consonância com conceitos da Educação Matemática Crítica.

Assim sendo, o propósito da investigação é realizar a análise de livros didáticos de Matemática, especificamente os capítulos de Geometria, na busca por compreender conceitos da EMC no que tange aspectos estruturais e do conteúdo desses materiais, identificando-os tanto no que é apresentado aos estudantes do Ensino Médio, quanto ao professor de Matemática que venha a utilizar essas obras didáticas.

Estrutura da dissertação

Organizamos o texto que é oriundo da pesquisa desenvolvida no mestrado em seis capítulos, sem contar com a presente Introdução. Nesta, apresentamos alguns dos caminhos trilhados por meio das diferentes perguntas de pesquisa, além de justificar o que nos propomos a investigar, bem como delimitar o objetivo geral e os objetivos específicos.

O primeiro capítulo é intitulado “Compreensões sobre o livro didático”, em que objetivamos situar o livro didático frente algumas discussões teóricas presentes na literatura, da mesma forma que apresentar o manual do professor como objeto de estudo relevante por ser um recurso de formação para o docente. Além disso, procuramos especificar o livro didático de Matemática como um material passível de análise; trazer alguns documentos que abrangem políticas públicas educacionais; e apresentar o Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

O segundo capítulo, “Educação Matemática Crítica”, aborda nosso referencial teórico de acordo, principalmente, com os estudos de Ole Skovsmose. Trazemos nossa compreensão dessa perspectiva, explicitando brevemente a respeito da trajetória dessa vertente no campo da Educação Matemática e pontuamos os conceitos que fundamentam a estrutura teórica que foi utilizada como lente para a análise dos livros didáticos. Nesse capítulo são discutidos a democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática, a ideologia da certeza, a matemacia e os ambientes de aprendizagem.

No terceiro capítulo, “Entrelaçando a Educação Matemática Crítica com a análise de livros didáticos: uma revisão da literatura”, o foco está na apresentação de pesquisas que coadunam com a nossa, ou seja, investigações que analisaram livros didáticos à luz da Educação Matemática Crítica. Nessa revisão da literatura foram encontrados textos no formato de dissertações, artigos científicos oriundos de revistas da Educação Matemática e/ou áreas afins, bem como trabalhos publicados em eventos representativos do campo, como o Encontro Nacional de Educação Matemática.

Trazemos, no quarto capítulo, “Metodologia e procedimentos” da investigação. A intenção deste é mostrar a abordagem qualitativa de pesquisa como a assumida, bem como explicitar características e procedimentos metodológicos, sobretudo a análise documental enquanto uma forma procedimental para realizar a pesquisa. Nesse capítulo também são descritos os livros didáticos que foram nosso objeto de estudo, como foram escolhidos e de que forma organizamos e analisamos os dados.

O quinto capítulo é destinado à “Análise dos dados: entre direcionamentos, contextos e enunciados”, em que descrevemos características preliminares dos livros didáticos e depois mostramos por meio dos eixos temáticos que emergiram da análise, nossa interpretação dos dados à luz dos conceitos da Educação Matemática Crítica e, também, das pesquisas revisadas e das discussões teóricas sobre o livro didático.

No sexto e último capítulo apresentamos as “Considerações finais: retomada da pesquisa, alguns resultados e sugestões de novas perguntas”, em que sintetizamos o desenvolvimento da investigação, destacamos resultados e inserimos novos questionamentos para futuros estudos. Ao final deste capítulo são trazidos a lista de referências bibliográficas e os apêndices, um com o rol das revistas perquiridas para parte da revisão de literatura e o último contendo um quadro que exemplifica a interpretação diante dos dados analisados, considerando sua pertinência para contribuir com a pesquisa sobre livros didáticos.

1 COMPREENSÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO

A partir do exposto anteriormente, este capítulo terá como foco as compreensões sobre o livro didático à luz das discussões trazidas na literatura. Mostraremos um olhar além do livro usado pelos estudantes, incluindo os manuais do professor. A proposta de situar o livro didático de Matemática como objeto de estudo, bem como trazer as vertentes curriculares e de documentos oficiais também é importante, visto que aborda um tema central na presente investigação. Assim, o capítulo está estruturado com as seguintes seções: livro didático, manual do professor, livro didático de Matemática enquanto objeto de estudo, algumas das políticas públicas educacionais, Programa Nacional do Livro e do Material Didático e, por fim, considerações do capítulo.

Acreditamos que a pertinência de analisar o livro didático se justifica não apenas pela característica de ser um material que faz parte da prática pedagógica, mas por evidenciar aspectos relacionados com políticas públicas, visões econômicas, sociais, educacionais, culturais e éticas presentes na sociedade, além dos processos, em geral, de ensino e aprendizagem e, em particular, de Matemática.

1.1 Livro didático

Identificamos na literatura uma ampla discussão sobre livro didático. Desde aspectos de elaboração, produção, distribuição e comercialização até a utilização em sala de aula. Da mesma forma, são encontradas perspectivas com olhares para as políticas curriculares, os períodos históricos ou as funções que esse tipo de material didático possui. Assim, sem pretensão de esgotar as compreensões a respeito do livro didático, apresentamos algumas reflexões para embasar nossa visão sobre esse recurso⁵.

Para Lajolo (1996), por exemplo, os livros são um dos elementos mais essenciais que influem de modo direto na aprendizagem. Apesar de a autora fazer uma distinção entre livros didáticos e não-didáticos, ela compreende que ambos “[...] são centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimentos, sobretudo dos conhecimentos por cuja difusão a escola é responsável” (LAJOLO, 1996, p. 4). Cabe dizer que o livro não-didático, na visão dela, dispensa seus leitores da ultrapassagem da leitura individual, apesar dessa leitura ser

⁵ Não fazemos distinção entre material, material didático, recurso, entre outros termos para se referir ao livro didático. Assim, usamos termos diferentes de modo que repetições sejam evitadas.

entendida de modo amplo, como a possibilidade de alteração e produção de significados de quem lê o livro.

O livro didático, por sua vez, é aquele “[...] que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática” (LAJOLO, 1996, p. 4). A autora ainda destaca a importância desse material no cenário educacional brasileiro, em que a precária situação “[...] faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, *o que se ensina e como se ensina o que se ensina*” (LAJOLO, p. 4, grifos da autora). Mesmo reconhecendo que outros materiais estão presentes nas práticas escolares, a autora considera que o livro pode ter um papel decisivo na qualidade da aprendizagem.

Outra questão que concordamos com Lajolo (1996) refere-se ao processo de leitura das informações que os livros apresentam, mas de modo atrelado com a realização das atividades. Em outras palavras, não basta que os alunos leiam o que os autores escrevem nas páginas dos livros, eles também precisam desenvolver as atividades que são inerentes às informações, ilustrações, tabelas, diagramas, entre outros elementos ali colocados, contribuindo para a aprendizagem dos conteúdos, dos valores e das atitudes, num processo de participação coletiva em sala de aula.

Compreendemos que além desse papel importante do livro didático frente aos processos educacionais, questões éticas precisam de reflexões, assim,

[...] um livro didático não pode construir seus significados a partir de valores indesejáveis. Não pode, por exemplo, endossar discriminação contra certos grupos sociais, nem propor a *lei do mais forte* como estratégia para solucionar diferenças. Em hipótese alguma um livro didático pode endossar, nem mesmo de maneira indireta, comportamentos inspirados em tais valores ou aplaudir atitudes que os reforcem ou incentivem, porque tais comportamentos e valores não fazem (e nem devem fazer) parte do alicerce ético da sociedade brasileira (LAJOLO, 1996, p. 6-7, grifo da autora).

Desse modo, assumimos a relevância do livro didático no contexto do ensino e da aprendizagem de determinada disciplina, considerando que esse material é de uso cotidiano em sala de aula, auxiliando o professor em sua ação docente e oportunizando aos alunos experiências que, juntas com as que eles possuem, podem levar a outros significados sobre o processo de produção de conhecimento na sociedade, incluindo as reflexões sobre a ética inerente a esse processo.

Outro autor que discute sobre os livros didáticos é Machado (1996), que traz a análise de quatro pontos em torno desses materiais, a saber: qualidade, quantidade, custo e atualização. A qualidade dos livros pode estar ligada com a sua forma de utilização e com os

eventuais erros que estariam neles contidos. Para o autor, afirmações generalizadas de que todos os livros são de má qualidade precisam ser evitadas. Segundo ele, o papel dos livros frente aos outros materiais disponíveis para o professor deve ser redimensionado, visto que muitos atribuem livros didáticos como os instrumentos mais importantes para a prática docente.

No que tange à quantidade, o autor não esconde sua crítica ao elevado número de livros que são distribuídos aos estudantes. Para Machado (1996, p. 37), a distribuição “[...] deveria visar fundamentalmente às escolas e não aos alunos [...]”, caracterizando um processo mais estável para a reposição de materiais às bibliotecas. Apesar disso, ele reconhece que as questões econômicas têm impacto para que isso não seja possível, uma vez que as editoras possuem seus interesses comerciais. Não há dúvidas de que as vendas de exemplares no âmbito do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), por exemplo, o qual explicaremos na seção 1.5, fornecem altos lucros para o mercado editorial brasileiro, haja vista a movimentação grandiosa de dinheiro na aquisição das obras aprovadas pelos editais do Programa.

Em relação ao custo, também ligado com a quantidade de exemplares, há a necessidade de reflexões. Machado (1996) faz ponderações sobre as qualidades gráficas dos livros didáticos que visam apenas um modo ‘supérfluo’, recorrendo aos tipos de papel mais sofisticados e ao uso de cores diversas. A respeito dessas últimas afirma que muitas “[...] páginas coloridas o são de modo perfunctório e artificioso, funcionando, na melhor das hipóteses, como cenários de fogos de artifícios, com idêntica fugacidade, e em muitos casos, como mera poluição visual” (MACHADO, 1996, p. 34). Ele defende, assim como ocorre em alguns países, a possibilidade de reduzir o custo da produção desses materiais, mas sem perder a qualidade.

No tocante à atualização dos livros didáticos, Machado (1996, p. 38) considera que a desatualização desses materiais “[...] efetivamente existe, mas não se refere, em geral, aos conteúdos tratados nas diversas áreas do conhecimento, nem aos recursos formais para a elaboração do livro enquanto objeto [...]”. Para ele, a questão da concepção de conhecimento (geralmente cartesiano) em relação aos temas que as disciplinas se ocupam parece indicar o maior problema, uma vez que tal concepção vai de encontro com, por exemplo, as perspectivas do mundo do trabalho. Nesse sentido, a hierarquização, os pré-requisitos, a linearidade, a ordenação, entre outros aspectos subjacentes ao modo de organizar os livros, são conflituosos com a proposta do espaço extraescolar.

Parece-nos claro que os quatro pontos trazidos por Machado (1996) estão intimamente conectados. Discutir qualidade, quantidade, custo e atualização de livros didáticos indica que questões colocadas há mais de vinte anos continuam sendo importantes. Citamos, por exemplo, a visão de conhecimento presente nos materiais que permanece semelhante, as dificuldades de algumas escolas possuírem livros suficientes ou outras que recebem materiais em excesso, além da dependência desses recursos para a prática docente, que se configuram como os únicos em sala de aula (GONÇALVES, 2022).

Como trazem, por exemplo, Ribeiro e Amaral (2016), ao analisar Objetos Educacionais Digitais (OED⁶) presentes em livros didáticos, foi constatada uma baixa interatividade nas propostas trazidas pelos autores desses materiais, bem como limitando o uso dos OED ao método tradicional de exposição de conteúdo seguido por exercícios. Esse dado é relevante visto que a análise decorreu em livros recentes, dentre os utilizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o que traz à tona os pontos de custo e atualização abordados por Machado (1996) anos atrás. Ou seja, são mobilizados recursos “[...] pelo seu caráter lúdico, estético e atrativo [...]” (RIBEIRO; AMARAL, 2016, p. 67), mas são mantidas as concepções de conhecimento que limitam a atuação docente ao tradicionalismo.

Outra contribuição da literatura pode ser vista com o trabalho de Choppin (2004), que, a partir de estudos históricos, descreve funções essenciais sobre os livros didáticos. Essas funções ocorrem de modo conjunto ou não, pois dependem do nível de ensino em que os livros são destinados, da época em que foram produzidos, do ambiente sociocultural, das formas de utilização e dos métodos ali contidos. As funções são nomeadas como referencial, ideológica e cultural, instrumental e documental.

A função referencial (curricular ou programática) existe em decorrência de um programa de ensino. Dessa forma, o livro “[...] constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações” (CHOPPIN, 2004, p. 553). Nesse sentido, podemos dizer que a função referencial do livro didático está atrelada com um currículo oficial posto por determinado grupo, em algum tempo histórico particular.

Segundo Choppin (2004, p. 553), a função ideológica e cultural é a mais antiga, pois “[...] o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes”. Nessa função, o autor ressalta que o livro assume a forma de ‘símbolo da soberania nacional’, contribuindo para um papel político e para a constituição de

⁶ Os OED são objetos que devem ser complementares e estarem articulados com o conteúdo proposto pelos autores dos livros didáticos (RIBEIRO; AMARAL, 2016).

certo sujeito, de sua identidade. Ademais, percebemos que esse entendimento também é mencionado por Lajolo (1996), visto que além dos conteúdos a serem aprendidos, há valores e atitudes presentes nesse material.

A função instrumental “[...] põe em prática métodos de aprendizagem [...]” (CHOPPIN, 2004, p. 553), que dependendo do contexto, ajudam na apreensão de competências, habilidades e métodos de análise para a resolução de problemas, assim como apresentam propostas de atividades e exercícios. Compreendemos que essa função está ligada com o uso do livro em sala de aula, por exemplo, por professor e alunos. Nesse caso, contribuindo para o planejamento e organização da prática escolar, mostrando quais e de que forma os conteúdos podem ser trabalhados.

Já a função documental do livro didático “[...] pode fornecer um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno” (CHOPPIN, 2004, p. 553). O autor destaca que essa função é recente e que pode ser identificada, com exceções, nos ambientes em que os alunos são levados à autonomia. Além disso, essa função poderia ser associada com a prática de investigação, no sentido de que os estudantes busquem alguns saberes e, cabendo ao professor, uma elevada formação para conduzir esse processo.

Apesar dessas funções indicarem um papel relevante para os livros didáticos, Choppin (2004), assim como Lajolo (1996), compreende que outros materiais didáticos, sejam impressos ou produzidos com diferentes suportes (audiovisuais, internet, *softwares* etc.), também compõem o rol de instrumentos utilizados no ensino e na aprendizagem de alguma disciplina escolar. Desse modo, o livro “[...] não tem mais existência independente, mas torna-se um elemento constitutivo de um conjunto multimídia” (CHOPPIN, 2004, p. 553).

O autor ainda considera que no decorrer da ‘vida’ de um livro, partindo da concepção de quem o escreveu até o momento de descarte pelo professor (embora veja como ideal a conservação desse material), diversos agentes estão envolvidos: além dos já citados, temos os pais, as associações, os sindicatos, os técnicos, os bibliotecários, entre outros parceiros (CHOPPIN, 2004). Isso nos mostra que aquele livro didático que está em sala de aula, muitas vezes armazenado em armários da escola ou nas casas dos estudantes e do professor, possui uma história e um papel de importância no contexto de sua “[...] elaboração (documentação, escrita, paginação, etc.), realização material (composição, impressão, encadernação, etc.), comercialização e distribuição [...]” (CHOPPIN, 2004, p. 554).

A discussão do livro didático enquanto uma mercadoria (comercialização) também encontra amparo na literatura, visto que não é possível “[...] abstrair do livro – e do livro

didático – a determinação de que ele é, antes de tudo, produzido para o mercado [...]” (MUNAKATA, 2012a, p. 184). Tal afirmação se faz relevante, visto que no cenário brasileiro, em que os livros são distribuídos para os estudantes das escolas públicas por meio das políticas, a movimentação do mercado editorial na compra de materiais pelo Estado é grande, passando da ordem de um bilhão de reais⁷.

Essa situação faz com que cada vez mais as editoras, no Brasil, busquem “[...] se adequar às exigências do governo, que se traduzem em Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) e nas determinações específicas de cada edital do PNLD, além das idiossincrasias dos avaliadores [...]” (MUNAKATA, 2012b, p. 62). Desse modo, livros aprovados no âmbito do PNLD, por exemplo, costumam sofrer poucas alterações entre um edital e outro (AMARAL-SCHIO, 2018).

Conforme dados da Câmara Brasileira do Livro, ao longo da série histórica de 2006 a 2018 sobre produção e vendas do setor editorial brasileiro, a compra dos livros didáticos pelo Estado variou, em média, entre 40% e 50%, ou seja, no decorrer desse período o Estado adquiriu quase metade dos livros que eram produzidos. Os exemplares vendidos, com exceção de 2006, passaram de 100 milhões de obras a cada ano. Além disso, o faturamento, ajustado pela variação acumulada do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) de 2018, ficou sempre acima de um bilhão de reais ao ano (CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO, [2018]).

Apesar disso, as editoras em si não dependem, exclusivamente, do Estado. Vender os livros diretamente para os consumidores e as livrarias pode ser um negócio, também, proveitoso (SILVA, 2010). Isso se deve ao fato de que os livros comprados pelo Estado custam menos, quando comparados com os exemplares vendidos fora dessa esfera (MACHADO, 1996).

Arelado com esse papel de mercadoria, ou seja, com os interesses econômicos, está a própria configuração de uma influência política em torno do livro didático. Conforme apontado por Silva (2010), além de o Estado comprar os livros, por meio do PNLD, ele também faz a regulação e a avaliação das obras, “[...] configurando-se assim como o elemento chave de todo o processo” (SILVA, 2010, p. 56). Discorreremos mais sobre o PNLD enquanto política sobre os livros didáticos na seção 1.5.

Essa influência política, que entendemos se relacionar com a função referencial, visto que parte de um currículo oficial proposto por grupos que estão no poder, também está

⁷ Essa constatação pode ser vista no próprio site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, que aponta os gastos com a aquisição de obras didáticas, nos últimos anos, no âmbito do PNLD. Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 04 set. 2021.

direcionada pela função ideológica e cultural, uma vez que há valores e atitudes disseminados por meio do livro didático. Assim, ter um olhar também mais crítico e reflexivo sobre esse tipo de material didático, não apenas pelos conteúdos que são elencados, mas pela forma como são propostos e pelas relações ou situações criadas, precisa ser considerado como ponto de discussão.

Diante do exposto e articulando a literatura frente ao que foi trazido, consideramos o livro didático um material elaborado e concebido por seus autores diante de perspectivas curriculares situadas em certo período histórico, distribuído e comercializado segundo uma visão econômica por parte do mercado editorial, para ser utilizado como um instrumento da prática pedagógica dos professores e contribuindo com os processos de aprendizagem dos estudantes. Não obstante, ele se configura como um vetor de identidades, colocando valores e atitudes para a formação de certo aluno e conduzindo, em determinada medida, para visões que levem a reflexões sobre alguma situação que ocorre na sociedade.

Uma consideração importante, no entanto, deve ser feita com relação ao manual do professor e isso será tratado na próxima seção. Não apenas o livro didático enquanto objeto para uso na prática de sala de aula, destinado aos estudantes, mas o caráter de compor um tipo de ‘formação complementar’ ou ‘continuada’, que se configura no manual do professor, precisa ser um ponto de atenção.

1.2 Manual do professor

Diferentemente de um manual com instruções sobre a instalação de um equipamento ou de um receituário que objetiva a elaboração de algum prato culinário, o manual do professor⁸, no âmbito de alguma disciplina, precisa ser composto por elementos que vão além da resolução de exercícios propostos aos estudantes e das pequenas frases, geralmente em cor diferente do texto, ao longo do livro do aluno.

Nesse sentido, Lajolo (1996) argumenta que os livros (manuais) do professor devem manter uma interação com o seu leitor, ou seja, um diálogo frente ao objetivo que têm em comum: o processo de ensino que visa beneficiar o estudante. Não obstante, a autora pontua que os autores precisam ‘pôr as cartas na mesa’, isto é, devem dizer ao professor quais as

⁸ Aqui estamos adotando o mesmo termo que o PNLD se refere. Outros nomes também são encontrados quando dizemos sobre o manual do professor, por exemplo: livro do professor, livro do mestre, orientações ao professor, exemplar do professor, caderno de orientações pedagógicas, manual pedagógico, assessoria pedagógica, guia e recursos didáticos, suplemento do professor ou apoio didático (NOGUEIRA, 2018; PAULILO, 2012).

concepções de educação, quais os pressupostos teóricos e qual a fundamentação da disciplina que assumem, estando conectadas com as questões educacionais e de aprendizagem.

Essa visão também se complementa com a de Silva (2010), que compreende, além das sugestões para o trabalho docente e a utilização do manual, que as bases teóricas consideradas, as concepções didáticas e os embasamentos usados na produção do material estejam presentes para o conhecimento do professor. Mesmo Silva (2010, p. 75) afirmando que os professores deveriam “[...] assumir a iniciativa de buscar essas informações e conhecimentos diretamente nas fontes ou, ao menos, nas macro-referências legais [...]”, o manual precisa se encarregar dessa tarefa, uma vez que foram avaliados segundo esses aspectos curriculares.

Lopes (2009) também faz ponderações sobre o manual do professor, situando questões importantes em torno desse material e de sua utilização:

Tem acontecido que, pela formação deficitária do professor, pelas condições precárias de trabalho – incluindo baixo salário, excesso de horas de trabalho dentro e fora da escola, número excessivo de aluno em sala e heterogeneidade social e cultural dos alunos – e ainda pela falta de uma boa política de formação continuada, o livro didático torna-se a solução, decidindo o conteúdo a ser trabalhado, formulando os exercícios e problemas a serem resolvidos e orientando o professor através do *manual do professor* ou do *livro do professor*, em que se encontram sugestões para as aulas e também as respostas ou soluções dos exercícios. Nessas circunstâncias, o autor do livro didático passa a exercer funções até então exclusivas do professor, assumindo, de certa forma, a responsabilidade pelas atividades docentes, o que, aliás, os próprios professores passam a esperar dele (LOPES, 2009, p. 37, grifos do autor).

Costa (2008) traz na composição de sua pesquisa de mestrado, uma perspectiva dos manuais relacionados com a pesquisa em Educação Matemática e a formação continuada de professores:

[...] Para que o professor esteja qualificado a tal ponto [de instigar no aluno o interesse pela aprendizagem da Matemática] é necessário que ele continue incessantemente em busca de aperfeiçoamento. Muitas vezes, esta formação continuada é feita de modo autodidata e, muitos dos Manuais de Professores produzidos atualmente, auxiliam o professor nesta tarefa, pois, ao explicitarem seus referenciais teóricos, alguns autores atuam como agentes de divulgação, de maneira bem simplificada, dos resultados mais recentes das pesquisas em Educação Matemática, mantendo o professor atualizado (COSTA, 2008, p. 18, inserção nossa).

Considerando essas premissas e a perspectiva da transposição didática, a investigação de Costa (2008) envolveu o papel do manual na visão de professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os resultados evidenciaram que a maioria desses profissionais não utilizam os manuais, apontando, assim, empecilhos relacionados com o impedimento das discussões em Educação Matemática (presentes em alguns manuais) chegarem até a sala de aula. Dentre os empecilhos que os professores pontuaram temos: “[...] falta de base;

indisciplina; desinteresse e desmotivação dos alunos; uma realidade de sala de aula bem diferente da proposta teórica do Manual do Professor” (COSTA, 2008, p. 135).

O referido autor trouxe uma separação dos participantes da pesquisa em grupos com professores mais experientes e menos experientes. Ele constatou que professores com menos experiência (até 15 anos de docência) tiveram pouco ou nenhum contato com os manuais no período de formação inicial, ou seja, nos momentos de prática de ensino para preparação de aulas em estágio. Ainda, “[...] todos os professores foram enfáticos em afirmar que a formação privilegiou muito mais o aspecto dos conteúdos, deixando a desejar os aspectos didáticos e metodológicos [...]” (COSTA, 2008, p. 141). Tal situação gerou para o único professor que utilizou pouco o manual, na busca de exercícios e em conhecer os objetivos das sequências apresentadas, sem preocupação com as orientações metodológicas.

Já em relação aos professores com mais experiência (pelo menos 15 anos de docência), mesmo não sendo questionados sobre a formação inicial, consideram que os manuais são importantes para os professores iniciantes. Esses mesmos professores afirmaram que os manuais foram mudando ao longo do tempo: das simples resoluções dos exercícios, os novos (alguns) manuais agora contam com orientações metodológicas, sugestões de leitura e aprofundamento, além de dicas em atividades propostas. Apesar disso, esses professores não utilizam os manuais, como pôde ser visto anteriormente em relação aos empecilhos identificados.

Diante desses relatos, Costa (2008, p. 150) afirma que “[...] o Manual do Professor é pouco e mal utilizado pelos professores o que, certamente, inviabiliza a presença dos avanços teóricos da Educação Matemática nas salas de aula”. Sem dúvidas esses resultados nos mostram que, apesar de mudanças em relação ao conteúdo dos manuais, indo além das resoluções dos exercícios, os estudos da área podem não estar chegando até os professores, por meio do manual. Aqui, não vemos que o manual é o único recurso disponível para que as discussões da área cheguem até o professor, mas consideramos esse material como uma possibilidade para isso.

Na visão de Paulilo (2012), que discute os manuais como fonte de pesquisa no campo do ensino de História, esses materiais vão além do aspecto editorial, atendendo “[...] prescrições do poder público quanto à acepção e à organização dos dispositivos dos textos que lhe devem caracterizar [...]” (PAULILO, 2012, p. 182). O autor explica que a partir do papel do PNLD, principalmente, visto que exige a presença dos manuais para o conhecimento do professor, as discussões editoriais e políticas suscitam diversas questões. Um exemplo disso seria, no caso dos manuais de História, a tipificação que o Guia dos Livros Didáticos no

PNLD 2008 fez com esses materiais. Assim, propostas temáticas, integradas, intercaladas ou convencionais do conteúdo são formas de tipificar os manuais enquanto um instrumento que complementa o trabalho do professor.

Apesar da influência do PNLD, Nogueira (2018) destaca que a presença obrigatória do manual nos livros didáticos e a própria estrutura desses materiais não são aspectos inerentes aos livros e sim fatores construídos ao longo da história, diante de diferentes contextos políticos, econômicos e educacionais. Como elucidado pela autora, ao final da década de 1960 há uma consolidação do manual como um anexo ao livro didático no caso brasileiro, que mantém a estrutura e as funções desses materiais com o que temos atualmente.

Nogueira (2018) também comenta sobre alguns contrapontos em relação ao manual do professor, visto que além da organização dos objetivos e dos conteúdos, bem como o planejamento das aulas e o papel de auxiliar na formação continuada dos professores,

[...] a análise histórica dos diversos interesses e atores que participaram do processo de consolidação deste produto permite entrever que este material também pode ser utilizado como instrumento de controle sobre a ação docente, oferecendo roteiros e prescrições minuciosamente detalhadas a respeito das práticas e dos conteúdos a serem seguidos pelos professores (NOGUEIRA, 2018, p. 57).

Compreendemos que tais situações precisam de reflexões, uma vez que não concordamos com o fato do material servir como ‘controle sobre a ação docente’. Acreditamos, tão somente, que o manual pode colaborar com a prática pedagógica, oportunizando discussões para os professores sobre pertinência, relevância, justificativa etc., de conteúdos e de objetivos de aprendizagem, mas que mantenham um diálogo com o docente e não uma imposição ou controle do que deve fazer ou dizer em sala de aula.

A pesquisa de mestrado de Nogueira (2018), além de situar historicamente o manual do professor, investigou o papel que o editor desempenha no processo de edição desse material. A autora entende o editor, de modo geral, como aquele que tem como atividades ‘dar à luz’ ao livro e, também, publicá-lo, tornando-o reconhecido. Dentre as atribuições do editor, Nogueira (2018) destaca as funções de escolher (qual o foco e quais os segmentos que a editora irá atuar), fabricar (processo de produção do livro, transformando o original em um produto comercializável) e distribuir (disponibilizar o livro no mercado), mas reconhece que elas não são únicas e nem devem ser as funções desempenhadas por todos os editores, visto que há uma variação do trabalho editorial no caso brasileiro.

Em relação aos editores de livros didáticos, algumas particularidades foram identificadas como o atendimento do que é exigido pelas autoridades escolares; a influência do PNLD sobre as tarefas desses profissionais; a criação de novas obras ou coleções; o

cronograma de produção, que pode influenciar, também, no conteúdo dos livros, em decorrência dos prazos do PNLD; e o retorno das avaliações das obras feitas pelo referido Programa, elas sendo aprovadas ou não (NOGUEIRA, 2018).

No que tange aos procedimentos metodológicos da pesquisa, Nogueira (2018) colheu os depoimentos, por meio de questionário e entrevista, de editores das duas maiores editoras de livros didáticos do Brasil, analisando o perfil, as atribuições, as percepções sobre o manual do professor e os aspectos (internos e externos) que influenciavam o trabalho desses profissionais. Também foram analisados os atores envolvidos, as etapas editoriais, o papel do editor em cada etapa e a importância do material, na visão dos editores entrevistados. No total, 28 editores responderam ao questionário e duas editoras foram entrevistadas.

Dentre alguns resultados, destacamos o fato dos editores terem como responsabilidades principais a coordenação e orientação do trabalho de “[...] preparadores, revisores, diagramadores e editores de arte, seguidas das funções ligadas à etapa específica da edição de texto, como a negociação das alterações propostas com o autor e a avaliação e a organização do conteúdo deste material [...]” (NOGUEIRA, 2018, p. 128). Ademais, em alguns casos, os editores podem reescrever trechos do manual ou, ainda, ter a autoria integral do texto. Em relação às funções de escolher, fabricar e distribuir, a autora afirma que a principal relatada pelos editores foi a de fabricar, sendo que as outras duas são secundárias.

Concordamos com a autora quando se posiciona sobre o papel do editor na edição do manual do professor, mostrando um ponto de atenção extremamente importante:

[...] ainda que a participação ativa no desenvolvimento do conteúdo do Manual do Professor seja uma característica própria dos editores de livros didáticos, é necessário estar atento para que esta particularidade não seja utilizada como justificativa para eliminar progressivamente a função do autor, atribuindo cada vez mais ao editor não apenas a responsabilidade pela edição do Manual do Professor, mas também por sua autoria, como uma estratégia articulada para reduzir os custos de produção deste material, ainda que em detrimento de sua qualidade (NOGUEIRA, 2018, p. 128-129).

Essa reflexão resgata não apenas considerações sobre o papel do editor, que muitas vezes se encarrega de funções variadas, mas confere ao autor um reconhecimento de que é sua atribuição escrever o manual, visto que ele concebeu e elaborou um livro destinado aos alunos e que precisa manter um diálogo com o professor, para que o uso do livro atenda às expectativas curriculares, teóricas, metodológicas, avaliativas, entre outras bases para a construção do material didático.

Outro ponto que trazemos da investigação de Nogueira (2018), atrelado com a edição do manual por um profissional diferente do autor do livro didático, refere-se aos dados

produzidos a partir de um campo para preenchimento do questionário que era livre. Nesse campo, entre outras considerações que os editores respondentes fizeram, estavam as funções de selecionar e pesquisar textos que tratassem de fundamentação teórica para serem incluídos no manual, bem como escrever, para o professor, textos informativos e orientações pedagógicas para o trabalho com atividades dispostas no livro dos alunos. Dessa forma, Nogueira (2018) considera que, por serem dados citados voluntariamente, eles reforçam o ponto sobre a importância que os editores atribuem à reescrita e à autoria de algumas partes do manual.

Diante do que encontramos ao longo da discussão sobre o manual do professor, bem como sua relação com o que já foi dito sobre o livro didático, compreendemos que diversas etapas e processos podem ser identificados até esses materiais chegarem aos alunos e, em particular, do manual chegar às mãos do professor. Desde a concepção dos autores, até o processo de editoração, embasada, principalmente, por implicações do PNLD, o manual constitui um instrumento que informa o docente sobre a proposta teórico-metodológica da obra, os pressupostos e bases assumidos, a visão de educação considerada, as concepções didático-pedagógicas, assim como as resoluções e sugestões de atividades, a organização do trabalho em sala de aula e a proposta de avaliação da aprendizagem. Tudo isso num processo que precisa ser dialógico e de troca com o professor, sem imposições ou obrigações de cima para baixo.

1.3 Livro didático de Matemática enquanto objeto de estudo

Frente ao que pontuamos, compreendemos que um movimento semelhante poderia ser dado ao livro didático de Matemática, ou seja, ancorado pelos processos de elaboração e concepção (autores), distribuição e comercialização (mercado e Estado) e utilização e contribuição (professor e alunos). Da mesma forma, em relação ao manual do professor, no âmbito da Matemática, com fundamentações, concepções, pressupostos etc., próprios dessa disciplina e, também, da Educação Matemática. Contudo, temos a intenção, agora, de situar esses materiais enquanto objetos de estudo. Vamos assumir o ‘livro didático de Matemática’, a partir deste momento, como o objeto que é usado pelos estudantes (livro do aluno) e pelo docente (manual do professor), de modo a mostrar sua relevância para a prática de pesquisa.

Munakata (2012a), por exemplo, traz diversos exemplos de temas que envolvem as pesquisas sobre livros didáticos. Apesar do foco do autor estar nas temáticas relacionadas com a história, consideramos pertinente apontar algumas delas, como a produção do livro didático

(edição e editoração ou, ainda, os sujeitos que participam dessa empreitada), distribuição desses materiais por meio do Estado, interesses do mercado editorial, avaliação, legislação, escolha do professor, análise de disciplinas escolares, análise de conteúdos e a utilização por professores e alunos.

[...] O livro didático é uma fonte privilegiada dessas indagações [por exemplo, como os conteúdos são selecionados e organizados em cada disciplina, como são pensadas as metodologias, quais são os tipos de exercícios propostos e qual o objetivo das avaliações], na medida em que contém, por extenso, os conteúdos de cada disciplina e, eventualmente, as atividades e os exercícios. Na impossibilidade de observação direta das situações de ensino de outrora, o livro didático pode conter elementos que mais se aproximam dos programas curriculares então efetivados (MUNAKATA, 2012a, p. 190, inserção nossa).

Que essas indagações são amplas e que apenas uma pesquisa dê conta de todas parece tarefa impossível. Assim, consideramos que mostrar o livro didático de Matemática enquanto objeto de estudo, partindo das concepções dos autores e da própria pesquisa em Educação Matemática, pode ser um caminho possível, e não o único, no diverso campo que envolve os mais variados temas de pesquisa sobre os livros didáticos.

No âmbito de nossa investigação, um olhar mais específico das pesquisas que coadunam com esta será apresentado no capítulo 3, destinado à revisão de literatura. Desse modo, temos a perspectiva de mostrar, aqui, possibilidades sobre o que seria a análise do livro didático de Matemática, trazendo as compreensões das investigações de nosso grupo de pesquisa teorEMa⁹ e, também, de outras pesquisas nacionais e internacionais. Esse movimento não implica em uma revisão única do tema e nem em mostrar procedimentos metodológicos, que terá seu espaço reservado no capítulo 4. Optamos, somente, por situar como compreendemos e justificamos essa análise visto que, de maneira inerente, compõe nosso modo de pensar.

Talvez Fan (2013) e Fan, Zhu e Miao (2013) sejam as referências mais comuns para situar a pesquisa em livros didáticos de Matemática. Fan (2013) mostra, por exemplo, que há uma possibilidade do nascimento de um campo destinado a essa discussão, indo da análise do livro em si para um olhar sobre os fatores que afetam (por exemplo, o desenvolvimento dos livros, o papel de matemáticos e educadores matemáticos nesse processo de desenvolvimento etc.) ou que são afetados (uso do livro pelos professores e alunos, por exemplo) por esses materiais.

⁹ teorEMa – Interlocuções entre Geometria e Educação Matemática é um grupo de pesquisa coordenado pela Prof.^a Dr.^a Rúbia Barcelos Amaral Schio do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da UNESP, Câmpus de Rio Claro. Para mais informações sobre o grupo veja em: <https://sites.google.com/view/grupoteorema>. Acesso em: 29 jul. 2022.

Apesar disso, como trazido por Fan, Zhu e Miao (2013), a análise do livro didático, olhando-o como objeto de estudo, recebe muita atenção no âmbito da investigação internacional em Educação Matemática. Os autores trazem um levantamento de pesquisas sobre o livro didático de Matemática e identificaram que mais da metade das investigações se dedicou à análise do livro e comparação (63%), sendo que apenas a análise representou um terço da produção total (34%). Dentre as pesquisas sobre uso do livro, 25% das investigações foram assim classificadas. Já 12% dos estudos (classificados como ‘outros’) tinha foco em livros eletrônicos e na relação entre o desempenho dos estudantes e os livros didáticos.

De fato, a análise do livro representa uma expressiva quantidade de investigações. Tanto é que na pesquisa de Fan, Zhu e Miao (2013) alguns aspectos foram identificados ao longo dos estudos dessa categoria, relacionados com: conteúdo e tópicos de Matemática; cognição e pedagogia; gênero, etnia, equidade, cultura e valor; comparação de diferentes livros didáticos; e, conceituação e questões metodológicas. Não necessariamente cada estudo se debruçou em um desses aspectos, como o caso de pesquisas comparativas que podem olhar para um conteúdo ou tópico matemático.

Diante de diferentes frentes de análise desse objeto de estudo, podemos perceber que o campo sobre a pesquisa em livros didáticos de Matemática pode alcançar perspectivas e possibilidades diversas (PEROVANO; GUIMARÃES; LITOLDO, 2022). Assim, vemos o caso da comunidade de Educação Matemática organizar eventos científicos que tomam atenção nesse tipo de investigação. Um evento que citamos é a Conferência Internacional em Pesquisa e Desenvolvimento de Livros Didáticos de Matemática (ICMT¹⁰), que já contou com quatro edições que ocorreram no Reino Unido (2014), no Brasil (2017), na Alemanha (2019) e na China (2022).

Realizamos, por exemplo, uma investigação nos trabalhos publicados na terceira edição do ICMT. Encontramos frentes de atenção específicas que, ampliando o estudo de Fan, Zhu e Miao (2013), podem contribuir para um movimento de observar lacunas e evidenciar tendências de pesquisa. Na pesquisa de Guimarães e Perovano (2021), três categorias foram identificadas nos trabalhos: livro digital, uso do livro e outros. Esta última inclui pesquisas sobre distribuição dos livros e a sua escrita, olhares filosóficos sobre os livros e as relações com práticas inclusivas, além de estudos do tipo meta-análise.

Assim, o que Fan, Zhu e Miao (2013) enquadraram em sua categoria outros, como os livros eletrônicos (que podemos entender, de modo análogo, como os livros digitais), ganhou

¹⁰ Sigla em inglês de *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development*.

uma nova categoria específica, indicando ampliações nessa discussão. A respeito do uso do livro, além de estudos que se detiveram na utilização pelo professor ou pelos alunos, encontramos um que olhou para ambos. Desse modo, essa poderia ser outra frente de atenção nas novas investigações.

Já no estudo de Perovano, Guimarães e Litoldo (2022), que também tinha como objeto de estudo a terceira edição do ICMT, o foco estava nas investigações que eram, exclusivamente, referentes à análise do livro didático de Matemática. Os autores perceberam que os estudos variaram em relação aos sujeitos que analisam os livros, indo além dos pesquisadores, como o caso de professores e alunos em formação ou autores de livros didáticos; ainda encontraram diferenças metodológicas, como os estudos comparativos de coleções diferentes; e, também, no foco dado a conteúdos específicos, como frações, noções de geometria e proporcionalidade.

Diante dos achados, compreendem que a análise do livro como objeto de estudo pode colocar em evidência as especificidades de conteúdos e procedimentos da Matemática escolar; destacar características relacionadas com o ensino e a aprendizagem da disciplina; indicar lacunas entre o que autores dos livros propõem com o que é preconizado nos documentos oficiais; além de possibilitar as discussões das pesquisas em Educação Matemática nos materiais (PEROVANO; GUIMARÃES; LITOLDO, 2022).

Também notamos um aumento de investigações brasileiras em eventos como o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). O ENEM, por exemplo, diante do mapeamento feito por nosso grupo de pesquisa (LIMA *et al.*, 2022), já contou com 173 trabalhos, na modalidade de comunicação científica, que olharam para os livros didáticos ao longo de suas 13 edições, com forte tendência de alta nos estudos das últimas quatro edições: 26, 32, 47 e 46 produções em 2010, 2013, 2016 e 2019, respectivamente.

Esses dados revelam que tomar o livro como objeto de estudo vem sendo um movimento constante nas pesquisas em Educação Matemática. Particularmente, a análise desses materiais é justificada, tomando como exemplo as investigações de Gentil (2020) e de Litoldo (2021), pelo papel de importância/amplitude do livro para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, mas, também, pelo impacto que o investimento do Estado causa no cenário político e econômico do Brasil. Assim, olhares atentos aos conteúdos, às metodologias e aos resultados que as pesquisas em Educação Matemática mostram, constituem frentes de investigações pertinentes para a análise do livro didático de Matemática.

No que tange o manual do professor, especificamente, Costa (2008) e Nogueira (2018) compreendem que uma análise do material também é relevante, visto que ele pode conter alguns equívocos frente às orientações metodológicas assumidas. Da mesma forma, eleger o manual como objeto de estudo se faz importante, “[...] pois o conhecimento a respeito dos atores e das práticas envolvidas em sua produção pode favorecer um melhor entendimento sobre a prática pedagógica vigente e a criação de estratégias mais adequadas para intervir nesta prática” (NOGUEIRA, 2018, p. 21).

Diante dessas discussões, compreendemos a relevância de eleger o livro didático de Matemática como um objeto de estudo, visto seu papel para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, bem como para verificar os resultados das investigações em Educação Matemática possivelmente presentes nesses materiais. Do mesmo modo, os altos investimentos públicos na aquisição e distribuição dos livros para as escolas públicas brasileiras, assim como as perspectivas curriculares em vigência no momento desses materiais serem elaborados, constituem justificativas importantes para empregar esse tipo de investigação.

1.4 Algumas das políticas públicas educacionais

Discutimos aqui algumas das políticas voltadas para a área educacional, não com o objetivo de apresentar uma compreensão densa sobre elas, mas mostrar perspectivas legais e curriculares que, de certo modo, podem respaldar a elaboração de materiais didáticos, como os livros didáticos, que serão disponibilizados aos estudantes da Educação Básica, em particular, para o Ensino Médio. Optamos por essa etapa de ensino visto que os livros escolhidos para análise em nossa investigação pertencem a ela.

A Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (BRASIL, 1996), conhecida como Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), apresenta, por exemplo, o desenvolvimento do educando em termos de prepará-lo para o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho. No caso específico do Ensino Médio, este tem como finalidades:

- I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996, p. 27.837).

Notamos que tais finalidades são amplas e não se restringem ao desenvolvimento de uma disciplina ou uma área de conhecimento e sim apresentam objetivos relacionados à formação do jovem, compreendendo tanto a continuidade dos estudos do Ensino Fundamental, passando pelo preparo frente ao que está no mundo e possibilitando as progressões educacionais e trabalhistas.

Partindo para as perspectivas curriculares, nos deparamos com algumas delas presentes em documentos diferentes e identificamos frentes para discussão. Essas frentes estão relacionadas com: os objetivos de cada documento, as propostas de organização curricular, as compreensões sobre o ensino de Matemática e o papel dos materiais didáticos. Optamos por essa distinção em temáticas porque o que foi encontrado nos documentos pode nos levar para um entendimento mais amplo das perspectivas assumidas para o Ensino Médio, com foco na Matemática.

Dentre os materiais analisados estavam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Educacionais Complementares aos PCNEM (PCN+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). Cabe destacar que, conforme a organização curricular desses materiais, nosso foco de atenção se voltou para partes dos documentos que tratavam da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

1.4.1 Objetivos de cada documento

Os PCNEM foram um dos documentos redigidos após a promulgação da LDB. Conforme consta no material, eles “[...] cumprem o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias [...]” (BRASIL, 2000a, p. 4). Tal reforma partiu do Ministério da Educação, no âmbito do Ensino Médio, com a justificativa de que mudanças econômicas e tecnológicas estavam ocorrendo, com origem na década de 1980. A proposta para essa etapa da Educação Básica era “[...] a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização” (BRASIL, 2000a, p. 5).

Já os PCN+, de caráter complementar aos PCNEM e sem uma função normativa, tinham como objetivo discutir o trabalho desenvolvido pelos professores, coordenadores,

dirigentes e outros responsáveis pelas redes de ensino e pela formação dos docentes. Assim, era trazido de maneira mais específica o trabalho com cada uma das disciplinas que compõem a área (Biologia, Física, Química e Matemática), além de definir conteúdos e abordar algumas opções metodológicas que poderiam ser utilizadas em sala de aula (BRASIL, 2002).

Nas OCEM, além da perspectiva de ampliação de alguns aspectos colocados pelos PCNEM, havia um apontamento e desenvolvimento de opções didáticas e pedagógicas para o trabalho escolar, com objetivo de atender demandas tanto das escolas quanto dos professores, visto a proposta de reforma curricular. Assim como os documentos anteriores, o foco das OCEM estava em oportunizar reflexões para a prática docente, não sendo nem uma ‘cartilha’ nem um manual que precisaria ser seguido (BRASIL, 2006).

1.4.2 Proposta de organização curricular

A proposta de organização curricular assumia a divisão por áreas de conhecimento seguindo uma perspectiva interdisciplinar e contextualizada. Nos PCNEM, por exemplo, havia o entendimento de que os conhecimentos estavam cada vez mais relacionados, tanto no âmbito do cotidiano quanto no campo técnico-científico, assegurando

[...] uma educação de base científica e tecnológica, na qual conceito, aplicação e solução de problemas concretos são combinados com uma revisão dos componentes socioculturais orientados por uma visão epistemológica que concilie humanismo e tecnologia ou humanismo numa sociedade tecnológica (BRASIL, 2000a, p. 19).

Nesse sentido, a Matemática, por exemplo, estava atrelada com as disciplinas das chamadas Ciências da Natureza, tendo como objetivo sua utilização e compreensão nos conhecimentos científicos, “[...] para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade” (BRASIL, 2000a, p. 20).

Além disso, destacava-se “[...] que a interdisciplinaridade do aprendizado científico e matemático não dissolve nem cancela a indiscutível disciplinaridade do conhecimento [...]” (BRASIL, 2000b, p. 6), ou seja, um reconhecimento da composição de cada disciplina, mas revelando a pertinência da interdisciplinaridade, tratando os conteúdos das disciplinas de modo integrador.

Enxergando o aprendizado em uma vertente pautada pelo diálogo e que traga o contexto dos alunos, da escola e da comunidade para as práticas vinculadas ao conteúdo, mas não só, associava-se um ensino voltado para a contextualização, entendendo-a não apenas com relação ao contexto mais imediato ou ao senso comum, mas gerando “[...] a capacidade

de compreender e intervir na realidade, numa perspectiva autônoma e desalienante [...]” (BRASIL, 2000a, p. 22).

O modo usado para trazer essas ideias de contextualização e interdisciplinaridade estava pautado no desenvolvimento de competências e habilidades. As competências eram ‘representação e comunicação’, ‘investigação e compreensão’ e ‘contextualização sócio-cultural’. Já as habilidades estavam relacionadas, por exemplo, com a leitura, interpretação e produção de textos, a elaboração de estratégias e desenvolvimento de modelos e a associação dessas ciências com as tecnologias, entre diversas outras habilidades (BRASIL, 2000b).

Conforme os PCN+ (BRASIL, 2002), as habilidades eram entendidas como competências mais específicas, sendo importante que ambas fossem tomadas em conjunto. Desse modo, não haveria uma hierarquia entre competências e habilidades e nem uma ideia de gradatividade. Além dessa distinção, havia a possibilidade de relacionar as áreas de conhecimento com as competências. ‘Representação e comunicação’ poderia estabelecer um elo com as Linguagens e Códigos, assim como a ‘contextualização sócio-cultural’ permitiria uma aproximação com as Ciências Humanas. Em relação à ‘investigação e compreensão’, ela era vista como articuladora com as disciplinas da própria área de Ciências da Natureza e Matemática, mas também conectada com as outras duas competências (BRASIL, 2002).

Mesmo com essas competências e habilidades destinadas à área de conhecimento, na composição de cada disciplina essa proposta também se fazia presente. Nos PCNEM há uma primeira explicitação das competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, e nos PCN+ existe a ampliação, uma vez que o documento descreve cada um desses componentes.

As habilidades no âmbito da Matemática tinham como prerrogativa uma discussão sobre o conhecimento matemático ligado com aspectos da linguagem matemática, da resolução de problemas, do uso de recursos e de instrumentos, além das relações com o mundo real, com outras áreas do conhecimento e com uma perspectiva histórica da Matemática. Tais aspectos também são encontrados na compreensão sobre o ensino dessa disciplina, que era subjacente aos documentos analisados.

1.4.3 *Compreensões sobre o ensino de Matemática*

A Matemática era vista como uma linguagem, em que seu papel de ‘posição singular’ seria conferido visto que as atividades cotidianas das mais diversas podem incluir a codificação, ordenação, quantificação e interpretação de variáveis como taxas, doses,

coordenadas, frequências, entre outras. Ademais, “[...] com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações [...]” (BRASIL, 2000b, p. 9).

O conhecimento matemático, por exemplo, seria necessário visto que situações das mais diversas recorrem a ele, auxiliando outras áreas do conhecimento, utilizando instrumental nas situações do cotidiano e contribuindo no desenvolvimento do pensamento (BRASIL, 2002). Além disso, essa disciplina seria essencial para a formação dos jovens, favorecendo “[...] para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional” (BRASIL, 2002, p. 111).

Para os PCN+, ainda, o ensino de Matemática tinha como peça central a resolução de problemas, uma vez que havia engajamento e mobilização dos indivíduos frente ao enfrentamento dos desafios. Contudo, quando ao trazer exercícios de fixação ou de pura aplicação das técnicas e procedimentos matemáticos, a ação estaria simplesmente na memorização de exercícios anteriores e nas situações análogas, não garantindo a utilização dos conhecimentos em situações diferentes e mais complexas (BRASIL, 2002).

Para o ensino da disciplina, três aspectos principais eram contemplados nas OCEM: a escolha de conteúdos, a forma de trabalhá-los e o projeto pedagógico/organização curricular. Percebemos que esse documento fez delimitações e sugestões no que tange os conteúdos, mas também à visão da própria Matemática e de seu ensino. Isso pode ser visto em relação à escolha “[...] cuidadosa e criteriosa [dos conteúdos], propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento” (BRASIL, 2006, p. 70, inserção nossa).

Ademais, consonante à perspectiva de investigação e do fazer matemático, o documento ‘descartava’ a forma de trabalhar com os conteúdos que privilegiava a memorização, os procedimentos matemáticos sem explicações, os exercícios repetitivos para fixar ideias ou, ainda, aplicação de fórmulas de maneira direta. As OCEM recomendavam, então, explicações de ideias e de conceitos para aprofundamento do que foi visto no Ensino Fundamental, além de destacar o valor formativo que veio sendo agregado ao longo da etapa escolar anterior (BRASIL, 2006).

Perspectivas da própria Educação Matemática também foram pontuadas, como a resolução de problemas, a modelagem matemática, o trabalho com projetos e o uso da história da Matemática em sala de aula (BRASIL, 2006). Tais noções indicavam um direcionamento

do que o professor poderia fazer em sala de aula, mas também subsidiaram os elaboradores de materiais didáticos em atividades que levassem em consideração essas perspectivas.

1.4.4 Papel dos materiais didáticos

Nesse cenário, não era pautado, simplesmente, o aprendizado do aluno com seus materiais instrucionais, como o livro didático, e nem a pura exposição do professor, mas sim uma participação mais ativa de cada sujeito “[...] e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural [...]” (BRASIL, 2000b, p. 7), utilizando, para isso, o desenvolvimento de cada disciplina e a visão interdisciplinar nos percursos dos temas trabalhados durante este papel ativo e coletivo.

Diante dessas características, o ensino não deveria estar voltado apenas para os conteúdos elencados, assim, a escolha de materiais didáticos apropriados e a delimitação das metodologias de ensino eram pontos colocados de modo que a articulação entre conteúdos e competências fosse desenvolvida. Sendo assim, era importante evitar os “[...] programas extensos, com conteúdos sem significado e fragmentados, transmitindo-os de uma única maneira a alunos que apenas ouvem e repetem [...]” (BRASIL, 2002, p. 113).

Ampliando esse papel, as OCEM, por exemplo, enfatizavam a importância do livro didático não ser tomado como única referência para as aulas de Matemática, principalmente quando ficavam ausentes as orientações curriculares. Ainda mais perigosa seria a retirada da autonomia do professor, uma vez que bastaria cumprir todo o programa proposto no livro para as suas aulas. Dessa forma, seria relevante que o livro didático de Matemática fosse “[...] visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais” (BRASIL, 2006, p. 86) que é disponibilizado aos professores e, também, aos alunos.

Compreendemos que esse modo de enxergar o papel do livro didático se assemelha com as visões de Choppin (2004) e de Lajolo (1996) discutidas inicialmente. Esta, inclusive, preconiza o diálogo entre o autor desse material com o professor e os estudantes, apontando os conteúdos e as formas de desenvolver os conceitos. Já Choppin (2004) reflete sobre o livro enquanto um objeto que compõe o rol multimídia para os processos educacionais.

A partir dessa análise sobre o que tratava os PCNEM, os PCN+ e as OCEM, além de explicar qual a proposta de organização curricular pensada entre as décadas de 1990 e 2000, sinalizamos que, em decorrência da homologação da Base Nacional Comum Curricular e da Reforma do Ensino Médio por meio da Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, novas alterações curriculares vão se fazer presentes daqui em diante. Não é nosso objetivo discorrer

sobre essas mudanças, visto que os livros didáticos analisados nesta pesquisa são anteriores a elas, contudo, no momento de finalização da próxima seção, abordaremos algumas reflexões frente esse cenário.

1.5 Programa Nacional do Livro e do Material Didático

Situando de modo específico as políticas em relação aos livros didáticos, nesta seção o papel do Programa Nacional do Livro e do Material Didático¹¹ (PNLD) se faz presente. Cabe dizer que as políticas voltadas para esses materiais não começaram com o PNLD, como mostrado por Mazzi (2018) e Mazzi e Amaral-Schio (2021). Estes últimos apontam que em discussões governamentais, os livros didáticos são foco há quase um século, principalmente com a criação do Instituto Nacional do Livro, em 1929.

Não pretendemos, em nossa pesquisa, percorrer toda a cronologia dessas políticas voltadas para os livros didáticos e nem apresentar um quadro histórico sobre o PNLD. Tais questões podem ser observadas em Mazzi (2018) e em Mazzi e Amaral-Schio (2021), que ampliam as discussões feitas pelo primeiro pesquisador. O foco dado será baseado, principalmente, na última edição¹² do PNLD para aquisição de obras do Ensino Médio, ocorrida em 2018.

O PNLD foi instituído pelo Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985, trazendo como finalidade a distribuição dos livros para estudantes dos primeiros anos de escolaridade. Conforme apontado por Mazzi (2018), após mudanças em relação ao orçamento e avaliação das obras, apenas em 1997 houve a ampliação para aquisição de livros para todo o Ensino Fundamental e, em 2003, a instituição do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). O último PNLEM é de 2009 e, a partir do PNLD 2012, não há separação entre PNLEM e PNLD (ZAMBON; TERRAZAN, 2013).

Cabe dizer que os livros didáticos são distribuídos todos os anos, contudo, dentre esses materiais há aquisição de novos e a reposição e complementação de outros. Esse modo de adquirir os livros seguia uma dinâmica em ciclos trienais¹³, de maneira que a cada ano, uma determinada etapa escolar era atendida com novas obras. Em relação ao Ensino Médio, por

¹¹ Cabe destacar que o Programa passa a receber este nome a partir do Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017 (BRASIL, 2017a). Antes desse decreto não havia a inclusão da expressão Material Didático, contudo, a sigla PNLD foi mantida.

¹² Durante o desenvolvimento desta pesquisa, o edital de 2021 foi lançado, assim, compreendemos que não seria possível a análise de livros aprovados para o Novo Ensino Médio, visto que já havíamos iniciado a investigação em 2020. Além disso, devido atrasos em decorrência da pandemia de Covid-19, esses novos livros só puderam ser escolhidos pelos professores no ano de 2021, para utilização em 2022.

¹³ Atualmente, com a inclusão de livros para a Educação Infantil, os ciclos duram quatro anos.

exemplo, os editais de 2012, 2015 e 2018, foram os que convocaram a inscrição de novos livros.

1.5.1 *Edital de convocação de obras didáticas*

Em busca de destacar quais pontos são colocados nesses editais, focaremos o edital 04/2015 (BRASIL, 2015), que abordou a convocação de obras para o processo de inscrição e avaliação no PNLD 2018, o qual trata de livros que foram selecionados para análise em nossa investigação. Percebemos que algumas passagens do edital são importantes, visto que trouxeram demandas sobre as características das obras, atendendo não só aspectos do conteúdo, mas da própria formação dos alunos durante o Ensino Médio.

Em relação às características das obras, citamos algumas:

[...] incluir referências a interfaces pedagógicas entre as áreas afins e também a outras áreas de conhecimento, bem como conduzir os estudantes a atividades de experimentação e situações reais para consolidação da aprendizagem. [...] O manual do professor deve oferecer orientação teórico-metodológica e de articulação dos conteúdos do livro entre si e com outras áreas do conhecimento, discussão sobre a proposta de avaliação da aprendizagem, leituras e informações adicionais ao livro do estudante, bibliografia, bem como sugestões de leituras que contribuam para a formação e atualização do professor (BRASIL, 2015, p. 2).

Compreendemos que tais características já indicavam opções teóricas e/ou metodológicas que os autores dos livros deveriam demarcar nos materiais, abrangendo tanto o livro do aluno quanto o manual do professor. Já no que tange à formação dos estudantes no âmbito do Ensino Médio, o edital se amparou nas legislações vigentes, como a LDB, para situar aspectos dessa etapa escolar, conferindo ao livro didático um papel de “[...] ferramenta de apoio no desenvolvimento do processo educativo, com vista a assegurar a articulação das dimensões ciência, cultura, trabalho e tecnologia no currículo [...]” (BRASIL, 2015, p. 31).

Diante do exposto e reconhecendo que existem outros materiais pedagógicos que atuam como mediadores, o edital mostrou que as obras didáticas proporcionam um “[...] ambiente propício à busca pela formação cidadã [...], devem contribuir efetivamente para a construção de conceitos, posturas frente ao mundo e à realidade [...]” (BRASIL, 2015, p. 32), culminando em uma representação da sociedade à qual estão inseridos. Enxergamos essas características em consonância com o exposto na primeira seção.

Especificamente, o edital trouxe critérios eliminatórios das obras didáticas, tanto aqueles comuns a todas as áreas do conhecimento quanto aos específicos por área. Dentre os critérios comuns estavam o respeito com as legislações, observância de princípios

democráticos e éticos, respeito com a perspectiva interdisciplinar, além de adequações aos conceitos e a estrutura editorial.

Olhando para os critérios eliminatórios alusivos à Matemática, encontramos a necessidade das obras incluírem os campos de Números, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade; privilegiarem explorações de conceitos e a sua utilidade para resolver problemas; além de promoverem o desenvolvimento da compreensão, da argumentação, da análise, dentre outras competências cognitivas.

Algo que nos chama atenção no edital refere-se ao entendimento sobre o que seria a ‘Matemática’, sendo vista como conquista do conhecimento humano e como parte de nosso cotidiano. Para o edital, dois aspectos foram considerados sobre essa área:

[...] O primeiro é o das aplicações às várias atividades humanas, que têm sido origem de muitos dos belos modelos abstratos da Matemática. Outro é o da especulação pura, voltada para problemas gerados no próprio edifício da Matemática e que, em muitos casos, revelaram-se fonte de surpreendentes aplicações [...] (BRASIL, 2015, p. 49).

O edital ainda mencionou a dimensão estética, observada em construções e o próprio método utilizado, como o dedutivo, que “[...] predomina na Matemática e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático” (BRASIL, 2015, p. 49).

Quando o uso da Matemática em práticas sociais foi mencionado, consideramos curioso o edital ter abordado apenas elementos relacionados à Economia como compras, vendas e empréstimos, mesmo afirmando que ‘tantas outras’ práticas poderiam ser citadas. Contudo, ao mencionar o grande número de informações que as pessoas têm acesso constantemente, foi colocado que, para serem entendidas de modo crítico, interpretações de tabelas e gráficos eram necessárias.

No que tange o Ensino Médio e, particularmente, a Matemática, encontramos alguns aspectos importantes que, de certo modo, poderiam impactar o que será abordado nos livros didáticos:

[...] o ensino médio cumpre seu papel de ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no ensino fundamental, fase esta em que predominam, na abordagem da Matemática, os procedimentos indutivos, informais, não rigorosos. [...] [Deve-se] assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade cada vez mais permeada por novas tecnologias, e de possibilitar o ingresso de parcelas significativas de seus cidadãos a patamares mais elaborados do saber (BRASIL, 2015, p. 50, inserção nossa).

Desse modo, o ensino se pauta na continuidade do Ensino Fundamental, mas, ao mesmo tempo, em uma transição para o que os estudantes farão em seu futuro, tanto

relacionado à participação na sociedade quanto na possibilidade de continuar os estudos, como a adesão ao Ensino Superior ou em outros cursos técnicos.

Diante do exposto, refletimos sobre a relevância de análise do edital de convocação das obras para o Ensino Médio, visto que os autores dos livros didáticos irão se basear nele, mas não só, para adequar suas propostas teóricas e metodológicas, bem como, para conduzir as discussões que podem ocorrer em sala de aula, seja com o livro do aluno, pautado principalmente nos exercícios propostos, seja com o manual do professor, que abarca além das atividades, a própria avaliação da prática pedagógica.

Além do edital de convocação, destacamos o processo de avaliação das obras após terem passado pelas verificações de documentação e editoração. Essa avaliação, conforme constava em edital, ficaria a cargo de instituições públicas de educação superior, que compõem equipes técnicas de professores dessas instituições, professores convidados que pertencem a outras instituições, além de professores da rede pública de ensino¹⁴.

1.5.2 *Guia dos Livros Didáticos*

Depois do processo de avaliação, caso as obras sejam aprovadas, os avaliadores elaboram o Guia dos Livros Didáticos¹⁵, o qual é composto de resenhas das coleções, dos critérios e princípios que orientaram a avaliação, dos modelos em formato de ficha que foram usados na análise, além de um *hiperlink* das obras aprovadas, destinado aos professores e dirigentes das escolas participantes do Programa, de modo a subsidiar a escolha dos livros.

Em relação à apresentação do Guia do PNLD 2018, encontrado em Brasil (2017b), há indicativos sobre o processo de escolha das obras, sempre priorizando uma escolha coletiva e democrática. Conforme consta no Guia, o momento poderia ser visto como espaço de discussão e reflexão dos professores da mesma componente curricular. Ademais, esse processo seria potencializado caso não apenas a escolha se dê em conjunto, mas o acompanhamento, a discussão e a avaliação dos livros utilizados nas aulas.

Em contrapartida, reconhecemos que a escolha pode encontrar seus impeditivos, uma vez que a leitura do Guia, não apenas individual, mas coletivamente, demandaria tempo e recursos dos professores. Além disso, conforme os resultados de Zambon e Terrazan (2013),

¹⁴ Vale dizer que, até este edital para obras de 2018, essa seria a composição da etapa de avaliação. Atualmente, conforme o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017 (BRASIL, 2017a), a equipe técnica de avaliação é composta a partir das indicações de outras instituições, como o Conselho Nacional de Secretários de Educação, União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação, dentre outras, assim como a Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação.

¹⁵ A partir deste ponto, vamos nos referir ao documento como, simplesmente, Guia.

os professores fazem a seleção dos livros, em sua maioria, apoiados nos próprios materiais que chegam às escolas, podendo, inclusive, levá-los para suas residências, o que demandaria um tempo de trabalho extra ou um tempo pessoal. Assim, apenas o Guia seria insuficiente para o processo como um todo, deixando a cargo das editoras a organização e a execução da etapa de escolha do PNLD (ZAMBON; TERRAZAN, 2013), visto que enviam seus materiais para conhecimento dos professores¹⁶.

Como o foco de nossa investigação é a análise de livros didáticos, ponderamos que não seria possível abarcar mais discussões relacionadas ao processo de escolha das obras pelos professores, assim, vamos continuar nossa explanação assumindo que esse processo faz parte do funcionamento do PNLD, mas sem perder de vista que se trata de uma etapa de suma relevância e que pode encontrar seus impeditivos, como trazido anteriormente.

O Guia traz, ainda, algumas expectativas relacionadas à quais funções as coleções podem desempenhar para os professores:

- Fornecer informação científica e geral [...];
- Oferecer formação pedagógica diretamente relacionada ao componente curricular em questão [...];
- Auxiliar no desenvolvimento das aulas sem retrain a autonomia docente [...];
- Subsidiar a avaliação dos conhecimentos, habilidades e atitudes a serem construídos no processo de ensino-aprendizagem [...];
- Contribuir para a operação de práticas interdisciplinares na escola [...];
- Disponibilizar um bom Manual do Professor (BRASIL, 2017b, p. 12).

Compreendemos que tais funções vêm estabelecendo um papel sobre o livro didático enquanto material de auxílio do professor, seja contemplando as dimensões teóricas sobre determinado componente curricular, mas, também, com contribuições para o trabalho a ser desenvolvido em sala de aula, sem retirar a autonomia docente. Essa questão da autonomia, como já falamos, é de extrema importância, principalmente relacionada com o manual do professor.

Não obstante, o Guia ainda mostra a importância do livro didático para os estudantes, não se prendendo ao conteúdo específico de uma disciplina, mas com quais alcances e potencialidades esse material poderia oferecer aos alunos em relação às suas inserções nas práticas do mundo contemporâneo, aos seus interesses, às linguagens, às lutas sociais, dentre outros aspectos fundamentais para a formação dos jovens (BRASIL, 2017b).

Especificamente no Guia das obras de Matemática (BRASIL, 2017c), há um retrospecto dos mesmos dados encontrados no edital de convocação (BRASIL, 2015), tanto relacionado com o entendimento sobre a área de Matemática quanto aos princípios e critérios de avaliação dos livros. No entanto, o que diferencia esse Guia da apresentação geral é o foco

¹⁶ Vale dizer que, durante o processo de escolha, as editoras e seus representantes não podem entrar nas escolas.

nas obras aprovadas e a discussão ofertada, abarcando a seleção e distribuição dos conteúdos, a linguagem e argumentação matemática, a metodologia de ensino e aprendizagem, a contextualização e as características do manual do professor.

Para cada coleção aprovada, as resenhas elaboradas pelos avaliadores contemplam pontos em específico, os quais descrevemos e sintetizamos no Quadro 1 a seguir. Cabe destacar que essas informações foram retiradas do Guia e não condizem, exatamente, com as fichas de avaliação usadas durante esse processo de análise pela equipe de professores participantes do PNLD.

Quadro 1 – Tópicos e subtópicos das resenhas das obras de Matemática, aprovadas pelo PNLD 2018.

Tópicos gerais das resenhas	Subtópicos	Descrição
Visão geral	–	Síntese da coleção, podendo discutir sobre conteúdos específicos, abordagens metodológicas ou conceitos encontrados.
Descrição da obra	–	Apresentação da organização da obra e das divisões e subdivisões encontradas; explicação das seções especiais (que não incluem exemplos e exercícios, por exemplo); descrição do conteúdo presente no manual do professor; quadros com os conteúdos separados em volume e capítulos.
Análise da obra	Organização dos conteúdos	Gráfico com dados percentuais, da coleção e de cada volume, divididos nos campos de Números e Operações, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidades (sic).
	Abordagem dos conteúdos	Explicitação dos conteúdos seguindo a divisão nos campos de Números, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidade.
	Metodologia do ensino e aprendizagem	Explanação do modo como os conteúdos são apresentados, bem como, do uso (ou não) de recursos concretos e tecnológicos.
	Contextualização e interdisciplinaridade	Síntese de quais relações são feitas (com a história, com a própria matemática, com algumas aplicações reais, entre outras) no decorrer da obra.
	Formação para a cidadania	Apresentação de passagens na obra que desenvolvem reflexões sobre temáticas da sociedade ou um pensar de modo crítico.
	Projeto editorial, projeto gráfico e linguagem	Descrição de elementos textuais como balões de texto, tirinhas, infográficos, mapas, entre outros, bem como a linguagem utilizada e a legibilidade gráfica.
	Manual do professor	Explicitação da composição do manual, abordando quais contribuições e indicações para o professor se fazem presentes.
Em sala de aula	–	Apresentação das implicações em sala de aula ao adotar a coleção resenhada.

Fonte: Organizado pelo autor a partir de Brasil (2017c).

Notamos que as resenhas não continham apenas textos descritivos sobre as obras, mas possuíam um caráter interpretativo que poderia auxiliar o professor na escolha de determinada coleção. No entanto, compreendemos que, em decorrência de espaço ou de outras implicações, dificilmente as resenhas conseguirão reunir informações suficientes sobre as coleções. Não estamos apontando isso como justificativa para empregar pesquisas que analisam os livros didáticos, porém, acreditamos que essas investigações se configuram como complementares às resenhas, propondo discussões específicas em torno de um referencial

teórico assumido. Assim sendo, nossa análise dos dados incluirá aspectos observados nas resenhas dos livros escolhidos para a presente investigação, de maneira a trazer mais elementos e discussões importantes em torno dos materiais inquiridos.

1.5.3 *Mudanças no PNLD: algumas reflexões*

Para encerrar esta seção, conduzimos para algumas reflexões sobre as mudanças atuais em relação ao PNLD que, apesar de não estarem, diretamente, relacionadas com o escopo da presente pesquisa, precisam de atenção e discussão. Não apenas com alterações atreladas ao currículo, como o impacto da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e da Reforma do Ensino Médio, mas a própria mudança em editais do PNLD, que consideram a BNCC e incluem ou excluem pontos que estavam presentes em editais anteriores.

Partindo, principalmente, da preocupação de pesquisadoras que discutiram o novo edital para aquisição de obras destinadas aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (PNLD 2023), que pode ser vista em *live*¹⁷ realizada pela Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), em 07 de abril de 2020, com o título “Passando a boiada no MEC: O PNLD em análise”, iniciamos uma reflexão, no âmbito de nosso grupo de pesquisa, sobre quais impactos essas mudanças poderiam causar na aquisição de novos livros e se os próximos editais também conteriam informações semelhantes a este novo edital.

Para citar alguns exemplos dessas mudanças, há a modificação de temáticas anteriormente consideradas fundamentais, como não veicular estereótipos e preconceitos (socioeconômicos, regionais, étnicoraciais, de gênero, de orientação sexual, religiosos, entre outros) para então trocar por ‘respeito a todos os brasileiros’, desconsiderando as diferentes identidades.

Outro ponto retirado é sobre ‘princípios democráticos’ para a construção da cidadania. Como tratamos anteriormente, estes princípios já estavam destacados no edital do PNLD 2018 e vinham sendo descritos em editais anteriores. O PNLD 2023 além de não abordá-los nesta passagem do edital, retirou qualquer menção às palavras democrática/democracia ao longo do documento.

Ademais, o que antes havia como critérios eliminatórios comuns ou específicos de uma determinada disciplina também foram retirados. Isso implicaria que, caso algum dos critérios colocados no edital não seja observado, a obra poderia não ser excluída do PNLD.

¹⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SmFWHveu5hg>. Acesso em: 13 jul. 2021.

Em outras palavras, legislações, diretrizes, normas, princípios, coerência e adequação de teorias e metodologias, entre diversos fatores importantes, poderão ter a ‘boiada passando’.

Não obstante, as novas obras didáticas precisam atender ao exposto pela BNCC. Isso tem início com o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017 (BRASIL, 2017a), que coloca como um dos objetivos do PNLD o apoio na implementação da Base. Tal publicação já culminou na mudança do PNLD 2019, visto que as obras inscritas deveriam usar uma versão, ainda não oficial, da BNCC e, depois, no PNLD 2020, para as obras dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Outra característica se relaciona com a Reforma do Ensino Médio que, por meio da Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, mudou a LDB (BRASIL, 1996) e apresentou mudanças, como a ampliação da carga horária, a organização curricular frente ao que está definido na BNCC, o estabelecimento de referências para as avaliações em larga escala e a adequação dos currículos de formação dos professores com referência à BNCC.

Publicações e decretos à parte, observamos que esse movimento de articulação curricular com a produção de novos materiais já está sendo objeto de discussão e crítica. Bigode (2019), por exemplo, alerta para a pasteurização dos livros didáticos que devem estar alinhados com a BNCC, comprometendo a autonomia das secretarias estaduais e desvalorizando as diversidades regionais. Para a Matemática, o autor ainda pontua que, “[...] com raras exceções, seu ensino e os materiais didáticos sejam praticamente os mesmos nos distintos sistemas de ensino, como já ocorre nas escolas que usam sistemas apostilados [...]” (BIGODE, 2019, p. 142).

Tal reflexão é trazida, também, por Macedo (2018), que aponta os interesses comerciais em torno da implementação da Base, criando “[...] um mercado homogêneo para livros didáticos, ambientes instrucionais informatizados, cursos para capacitação de professores, operado por empresas nacionais, mas também por conglomerados internacionais [...]” (MACEDO, 2018, p. 31). Notamos, ademais, que a Base é uma ‘política de centralização curricular’, conforme discutido por Cássio (2018), pois ela homogeniza os currículos e subsidia outras políticas, tais como a própria produção de materiais didáticos, as avaliações externas e a formação de professores.

Poderíamos continuar com esse diálogo extenso sobre a BNCC, desde os modos sobre a participação (ou participacionismo) em sua elaboração (CÁSSIO, 2017), as ausências de autoria docente, de pluralidade de concepções pedagógicas e das perspectivas socioculturais da Educação Matemática, identificadas por Valle (2021) ou, ainda, sobre as considerações curriculares e os contextos sociais (LOPES, 2018). Contudo, trazer todas essas considerações

fugiria do escopo principal de nossa pesquisa, limitando tais diálogos sobre a BNCC e atingindo compreensões superficiais sobre a temática.

O que vemos como essencial é a necessária reflexão crítica sobre esse documento e o impacto na produção de materiais (livros didáticos, principalmente) que chegam às escolas públicas brasileiras. Já podemos notar, com base em livros do Ensino Médio para serem usados a partir de 2022, que a reformulação de 2017 modificou a quantidade de livros destinados às aulas de Matemática, por exemplo, ampliando as opções para seis volumes, para uso em qualquer um dos anos desta etapa escolar. Apesar disso, novas investigações precisam ser empregadas para dizer até que ponto essa mudança quantitativa influenciou tanto no conteúdo matemático quanto em sua forma de abordagem, além de inquirir sobre a utilização dos materiais em sala de aula.

1.6 Considerações do capítulo

Apresentamos nossas compreensões sobre o livro didático a partir da literatura e dedicamos um espaço para as perspectivas curriculares que, em certos pontos, conduzem a proposta dos materiais usados em sala de aula. Além disso, abordamos o papel do manual do professor, olhando esse objeto com atenção devido a alguns pontos importantes, como a sua elaboração e as características que deve possuir. Não obstante, situar o livro didático de Matemática enquanto objeto de estudo nas pesquisas em Educação Matemática é relevante, uma vez que aspectos da área, da Matemática e das políticas públicas podem se fazer presentes para compor os olhares sobre esse material.

No decorrer do próximo capítulo, iremos abordar e especificar o referencial teórico que adotamos como lente para análise dos livros didáticos, qual seja, a Educação Matemática Crítica.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Objetivamos, com este capítulo, apresentar o referencial teórico que embasa nossa pesquisa: a Educação Matemática Crítica (EMC). Adotamos, principalmente, a perspectiva de Ole Skovsmose sobre a EMC¹⁸, em que mostra a importância de discutirmos, em ambientes dos mais variados, como a sala de aula, o papel que a Matemática assume em relação às pessoas e à sociedade de modo geral.

Optamos por apresentar a EMC segundo sua origem, algumas de suas preocupações, noções, conceitos e as relações que podemos estabelecer com o objeto de estudo desta pesquisa, os livros didáticos. Compreendemos que este é um olhar possível e não defendemos que seja o único, visto a ampla atenção que a EMC recebe e continua recebendo, frente às diversas mudanças que observamos em nossa sociedade, podendo levar a outros caminhos percorridos pelos professores e pesquisadores.

2.1 Do início: por que e para que Educação Matemática Crítica?

Vamos basear a discussão desta seção a partir da entrevista com o professor Ole Skovsmose realizada por Ceolim e Hermann (2012), mas também apresentando referências ao trabalho do professor e de outros estudos, bem como a apresentação de uma ‘jornada dialógica’ pela EMC, narrada por Skovsmose (2012). Na entrevista, por exemplo, os autores elaboram questões relevantes, que envolvem o surgimento e a justificativa sobre EMC, além de perguntas relativas a alguns conceitos e preocupações da EMC e de escritos de Skovsmose.

Conforme nos conta o professor, a ideia surgiu na década de 1970. Skovsmose (2012) explica que nesse período estava na universidade, mas também já havia iniciado a carreira docente. No meio acadêmico, além de cursar Matemática na Universidade de Copenhague, alguns estudos que iam de filosofia da Matemática até a Teoria Crítica estavam presentes. Na escola, Skovsmose (2012) atuava na formação de adultos e depois na formação de professores. Para o autor, estar nesses ambientes foi um momento que possibilitou as primeiras ideias sobre a formulação da EMC.

Em meio aos movimentos da Educação Crítica, ocasionados pelas insatisfações contra a Guerra do Vietnã, pelos protestos contrários ao uso da energia atômica, pelos movimentos feministas e antirracistas, entre outras agendas/demandas, além do reconhecimento de Paulo

¹⁸ Aos leitores que se interessarem em aprofundar as discussões de outras vertentes críticas da Educação Matemática, sugerimos a busca por nomes como Arthur Powell, Eric Gutstein e Marilyn Frankenstein.

Freire em nível internacional, a Educação Crítica começa com uma formulação inicial. O contato de Skovsmose com o livro ‘Pedagogia do oprimido’ e esses movimentos que estavam ocorrendo deram início a EMC, em 1975 (CEOLIM; HERMANN, 2012). Contudo, veremos como essa formulação foi sendo desenvolvida.

Encontramos em Skovsmose (2001) uma discussão sobre algumas das alternativas em Educação Matemática que eram estabelecidas, no contexto europeu, considerando os anos de 1960 e 1980. O objetivo do autor era mostrar que as alternativas estabelecidas até então não tinham relação com alguns pontos-chave da Educação Crítica. As alternativas eram o estruturalismo, o pragmatismo e a orientação-ao-processo. Já os pontos-chave eram a competência crítica, a distância crítica e o engajamento crítico.

A competência crítica está associada, principalmente, aos estudantes, que deveriam se envolver no controle de seus processos educacionais; tal envolvimento considera as experiências que os alunos possuem e o diálogo com o professor, de maneira que não haja imposições. A distância crítica, por sua vez, que pode ser chamada também de currículo crítico, indica que os alunos e os professores precisam manter uma distância do currículo, questionando sua aplicabilidade, os interesses e pressupostos em sua base, suas funções e suas limitações. Já o engajamento crítico está relacionado com circunstâncias fora do processo educacional, com destaque para os problemas que não ocorrem na escola e que são significativos para os estudantes (SKOVSMOSE, 2001).

Ao conceber as três alternativas iniciais, Skovsmose (2001) mostra que elas não se integram aos pontos-chave da Educação Crítica. O estruturalismo, por exemplo, privilegia a lógica da Matemática em suas estruturas conceituais, assim, todo o conhecimento vem sendo construído seguindo os conteúdos e as estruturas, sendo independentes dos estudantes. Desse modo, há uma negação em relação à competência crítica, visto que as experiências que os alunos possuem não fazem parte dos pressupostos estruturais; além disso, implicitamente, os outros pontos-chave são negados, uma vez que manter certa distância de um currículo posto e pensar em situações extraescolares a partir um contexto dado torna-se uma tarefa conflituosa.

O pragmatismo tem em sua essência o aprendizado da Matemática por meio de suas aplicações, indo em uma direção contrária ao estruturalismo. No entanto, as aplicações da Matemática, mostrando seu papel utilitário, indicam caminhos específicos de resolução de problemas, em que os alunos fazem cálculos, encontram as respostas e solucionam os problemas que já são definidos previamente. Nesse sentido, os pontos-chave descritos anteriormente não apresentam relação com a alternativa pragmática, uma vez que os

problemas são alheios aos alunos e não há discussões sobre o currículo crítico (SKOVSMOSE, 2001).

Já a orientação-ao-processo, diferentemente das alternativas anteriores, não se preocupa apenas com conceitos (estruturalismo) ou as aplicações (pragmatismo), mas sim com os “[...] processos de pensamento que levaram ao *insight* matemático [...]” (SKOVSMOSE, 2001, p. 24, grifo do autor). O autor apresenta alguns exemplos que se relacionam com a competência crítica, como colocar o estudante no centro do processo educacional, contudo, há limitações até onde esse estudante pode ir. Assim, por esse processo ser limitado, a orientação-ao-processo não está em conformidade com os pontos-chave da Educação Crítica.

Desse modo, a Educação Matemática não manifestava ligações com a Educação Crítica, contudo, a recíproca também é verdadeira, uma vez que a Educação Crítica “[...] estava longe de expressar qualquer interesse pela matemática. Se não simplesmente ignorada, a Educação Matemática era considerada quase uma antítese à Educação Crítica [...]” (CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 10). A antítese que Skovsmose menciona na entrevista está relacionada com o papel da Matemática enquanto parte das Ciências Naturais, sendo direcionada por um interesse técnico. As Ciências Sociais, em contrapartida, estão voltadas para interesses emancipatórios (foco da Educação Crítica). Nesse sentido, a EMC precisaria de formulações próprias para que fosse estruturada teoricamente.

Segundo Marcone e Milani (2020) algumas inspirações da EMC foram a perspectiva de Paulo Freire sobre as dimensões políticas na educação, além das noções de crítica e emancipação, e a própria Teoria Crítica da Escola de Frankfurt, de modo que fossem ampliadas as relações entre a sociedade e a Matemática. Na introdução de seu livro, Skovsmose (2008) explica essas inspirações, além de destacar que conseguiu formular a EMC apenas entre os anos de 1991 e 1992, ao publicar sua obra *Towards a philosophy of critical mathematics education* (SKOVSMOSE, 1994).

O autor ainda narra que essas inspirações foram sendo ainda mais enriquecidas a partir de suas experiências em contextos diferentes do que tinha vivenciado (SKOVSMOSE, 2012). Enquanto a leitura de ‘Pedagogia do oprimido’ oportunizou um olhar para situações políticas e culturais distintas do cenário dinamarquês, o contato com a língua inglesa abriu o horizonte de Skovsmose (2012), culminando na participação de conferências importantes no campo da Educação Matemática, tal como o *International Congress on Mathematical Education* (ICME), na época em sua quinta edição (Adelaide, Austrália).

Como consequência dessa outra visão para a Educação Matemática, a escrita de partes importantes do manuscrito de *Towards a philosophy of critical mathematics education* ocorre durante sua estadia na Universidade de Cambridge. Após a publicação dessa obra, o horizonte de Skovsmose (2012) se amplia, tendo como forte influência sua visita à África do Sul, num regime pós-*apartheid*. É nesse âmbito que o autor considera a necessidade de olhar para o contexto antes de falar sobre uma EMC:

[...] A educação crítica deve ser formulada de novas maneiras, dependendo do contexto sociopolítico. As dificuldades, explorações, repressões e atrocidades – as situações críticas em geral – são diferentes, assim como as aspirações, as esperanças e as imaginações que também constituem um empreendimento crítico. Não há generalidade a ser encontrada em noções como crítica, educação crítica e educação matemática crítica – elas devem permanecer abertas (SKOVSMOSE, 2012, p. 42, tradução nossa¹⁹).

Na visão de Skovsmose (2001), a integração da sociedade com a tecnologia, em que o poder e as relações de poder podem ser intensificadas ou estabelecidas pela tecnologia; o papel da educação, em particular do currículo, que também são imersos por relações de poder; e os aspectos da Educação Matemática ligados com habilidades e funções técnicas no âmbito de uma sociedade tecnológica, são teses importantes para compreender e enfatizar a necessidade de relacionar a Educação Crítica e a Educação Matemática, para “[...] que a EM [Educação Matemática] não se degenere em um dos mais importantes modos de socialização dos estudantes na sociedade tecnológica” (SKOVSMOSE, 2001, p. 32, inserção nossa).

Essas teses também apresentam associação quando Skovsmose responde ao questionamento: “Por que Educação Matemática Crítica?” (CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 11). Para encaminhar uma resposta, o professor expressa motivos relacionados com a Matemática, com a Educação Matemática e com a sociedade. Remontando à Era Moderna, explica que a Matemática é aclamada como um objeto único, estando ligada com uma racionalidade sobre a criação do Universo. Para ele, se faz importante o questionamento sobre qualquer glorificação da Matemática quando se considera a EMC. Skovsmose defende a abordagem crítica sobre a matemática em ação²⁰, visto que ela pode ser questionável, benevolente, perigosa, brutal, entre outros adjetivos.

¹⁹ Trecho no original: “Critical education has to be formulated in new ways, depending on the sociopolitical context. The difficulties, exploitations, suppressions, and atrocities – the critical situations in general – are different, and so are the aspirations, the hopes, and the imaginations that also constitute a critical endeavor. There is no generality to be found in notions like critique, critical education, and critical mathematics education – they must remain open”.

²⁰ O conceito de matemática em ação é abordado em Skovsmose (2007; 2008). As leituras mais recentes sobre o conceito podem ser vistas em Skovsmose (2016). Em linhas gerais, a matemática em ação trata sobre o papel dessa ciência em situações do cotidiano, constituindo algumas ações como procedimentos econômicos, inovações tecnológicas, processos de automação, tomada de decisão e gerenciamento (SKOVSMOSE, 2008).

No que tange a Educação Matemática, ele afirma que ela “[...] pode servir a diferentes funções socioeconômicas” (CEOLIM; HERMANN, 2012, p. 12), usando como exemplo os exercícios presentes na tradição da matemática escolar²¹. Seu objetivo não é a reflexão sobre o conteúdo em si, mas em como os exercícios são formulados. Geralmente, comandos como resolva, calcule, efetue são encontrados. Essa ideia de prescrever exatamente o que deve ser feito, sem questionamentos, pode dar um caráter de ‘adestramento’ da Educação Matemática. Contudo, situações de empoderamento e de Educação Matemática para a justiça social²² são também outros significados possíveis, que estão relacionados com a sociedade.

Assumindo ensinamentos de Nelson Mandela e de Paulo Freire, a EMC “[...] deve ter em mente que mudanças requerem ações” (MARCONE; MILANI, 2020, p. 265). Essa afirmação leva em consideração o papel relevante da Educação para a sociedade, dando destaque para as ações como uma forma de mudança, devendo, assim, fazer parte da EMC (CEOLIM; HERMANN, 2012). Vale destacar que pode a Educação não mudar toda a sociedade, assim como a Educação Matemática de forma particular, entretanto, como defendido por Skovsmose (2012, p. 43, tradução nossa²³), ela “[...] pode mudar algo para alguém [...]”.

Diante do exposto, reconhecemos que a EMC apresenta relações com a Educação Crítica a partir da compreensão da Matemática, da Educação Matemática e da sociedade. Do mesmo modo, um olhar para os conhecimentos tecnológicos e para o currículo também são necessários, abarcando posicionamentos críticos e que questionem situações em que relações de poder são evidenciadas. Assim como pautar as relações entre professor e alunos pelo diálogo, em que problemas relevantes para os estudantes sejam trazidos ao centro dos processos de ensino e aprendizagem, considerando, para isso, as experiências e visões de mundo que possuem.

Apesar disso, alguns cuidados precisam ser tomados, por exemplo, em relação ao currículo. Na entrevista, Ceolim e Hermann (2012) questionam sobre algum tipo de currículo de Matemática em que questões diversas sejam abordadas na perspectiva da EMC. Questões essas com referências à democracia, aos contextos sociais, políticos, econômicos e culturais. Skovsmose adverte sobre qualquer forma de estabelecer um currículo particular, uma vez que

²¹ Vamos abordar e explicitar essas ideias em seções posteriores.

²² Na perspectiva de Skovsmose (2021a), não há necessidade da EMC ser trabalhada assumindo uma predefinição de justiça social, mas sim de que ela pode ser explorada junto com os alunos ao discutir sobre desigualdades econômicas, exclusões, racismo, sexismo, entre outras diferenciações sociais. Para o autor, diante de interações dialógicas a própria concepção de justiça social pode ser desenvolvida e reformulada.

²³ Trecho no original: “might change something for somebody”.

é importante considerar a EMC na perspectiva de alguma situação particular e com alunos específicos, e não como uma maneira única de pensar esse currículo.

Essa consideração vai ao encontro não apenas de ver a EMC como uma perspectiva aberta, mas também ‘incerta’ (SKOVSMOSE, 2012). Precisa ser aberta, pois existem variadas situações que podem ser discutidas, inclusive com a apresentação de outras vertentes de uma visão crítica sobre a Educação Matemática, além de possibilitar a adição de quadros conceituais e exemplos aplicados. E, ao mesmo tempo, carrega imprevisibilidade, devido à variedade de situações discutidas, em que manifestar “[...] preocupações, aspirações, esforços, práticas e imaginações – todas cruciais para uma educação matemática crítica – são ao mesmo tempo expressões de incertezas [...]” (SKOVSMOSE, 2012, p. 45, tradução nossa²⁴). É dessa forma que ‘crítica’, para o autor, pode ser vista enquanto uma ‘expressão de incertezas’.

Tal advertência sobre um caráter fechado da EMC ainda encontra respaldo quando Skovsmose (2007) explica que essa perspectiva não é um ‘ramo’ da Educação Matemática e não pode ser vista como metodologia para ser usada em sala de aula. Assim, o posicionamento do autor é: “[...] eu vejo a educação matemática crítica como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da educação matemática [...]” (SKOVSMOSE, 2007, p. 73). Além disso, poderia ser dito que a EMC é compreendida “[...] como a expressão das preocupações sobre os papéis sociopolíticos que a educação matemática pode desempenhar na sociedade [...]” (SKOVSMOSE, 2008, p. 101).

As preocupações mencionadas por ele são diversas e suas obras apresentam algumas. Em Skovsmose (2007), por exemplo, identificamos suas preocupações relacionadas com contextos sociopolíticos, ou seja, em como a Educação Matemática poderia estar excluindo ou incluindo as pessoas; com conteúdos, questionando quais competências e conhecimentos a Educação Matemática apresenta em relação à formação; e com os aprendizes, isto é, olhar para as situações dos alunos, tanto o que já possuem como experiências quanto ao que poderá ocorrer em seu futuro, suas oportunidades, suas expectativas.

Já em Skovsmose (2014), as preocupações são expressas por meio de uma rede de conceitos, noções e termos. É claro que essa rede, na visão do autor, de modo algum constitui toda a perspectiva da EMC, contudo, ela ajuda na compreensão das preocupações que ele tem em mente. Dentro dessa rede ele menciona: indefinição, condição, *foreground*, cenários para investigação, concepção crítica da matemática, reflexão e matemacia.

²⁴ Trecho no original: “concerns, aspirations, endeavors, practices, and imaginations – all crucial for a critical mathematics education – are at the same time expressions of uncertainties”.

Poderíamos pensar, ainda, em outros conceitos, como os apresentados em Skovsmose (2001) relacionados com a democracia, a ideologia da certeza e a noção de competência democrática, ou em Skovsmose (2008) com as noções de zona de risco e zona de possibilidades, os ambientes de aprendizagem (em que os cenários para investigação estão incluídos) e o conceito de matemática em ação, que segundo o autor, é um desdobramento de seu estudo sobre o poder formatador da matemática, apresentado na década de 1990 (SKOVSMOSE, 1994).

Diante disso, percebemos que a EMC fornece uma gama de possibilidades para pesquisas, práticas e ações no âmbito da Educação Matemática e também reflexões sobre essas investigações, dependendo de quais preocupações são colocadas e de quais conceitos são empregados para sustentá-las. Assim, enxergamos a EMC, nesta pesquisa, enquanto uma postura assumida para compreender aspectos relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática, com um olhar para o que e para que esses aspectos estão servindo, além de mostrar caminhos e alternativas possíveis para os achados. Assumimos essa postura, também, com o objeto de estudo de nossa investigação, a saber, os livros didáticos.

A partir dessa postura, focaremos em operar com alguns conceitos para evidenciar como essa discussão teórica sobre a EMC estará presente na análise dos dados. Apesar disso, acreditamos que a rede formada pelos conceitos, termos e noções descritos anteriormente é ampla e complexa, sem perder de vista que não se trata de abarcar a EMC enquanto um quadro teórico/conceitual bem definido e rígido (SKOVSMOSE, 2014). Desse modo, fizemos uma opção por conceitos específicos, a saber: a *democracia*²⁵ e o *papel sociopolítico da Educação Matemática*, a *ideologia da certeza*, a *matemacia* e o *paradigma do exercício* e os *cenários para investigação*, que compõem os *ambientes de aprendizagem*. Contudo, outros termos e noções vão surgindo na discussão desses conceitos, mostrando as relações entre eles. Tais termos e noções serão discutidos na sequência, de modo mais aprofundado e situando nossa compreensão sobre *Educação Matemática Crítica* e seu entrelaçamento com o livro didático de Matemática.

²⁵ Utilizaremos itálico no primeiro momento de apresentação dos conceitos, termos e noções para dar destaque a esses elementos e evitar uma compreensão equivocada sobre os mesmos em outros contextos, como democracia, ideologia, realidade virtual, entre outros.

2.2 A democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática

Skovsmose (1994) discute as relações entre *democracia* e educação a partir de algumas ideias sobre o primeiro termo. O autor reconhece que uma definição para a democracia é praticamente impossível, por isso, opta por abordar quatro considerações sobre ela, que envolvem: condições formais, condições materiais, condições éticas e condições relativas à possibilidade de participação e reação.

De modo geral, as condições formais estão relacionadas com os procedimentos para a eleição de algum governo, assim, não apenas a eleição, mas a decisão, a distribuição de poder e o julgamento deste processo são características da formação de um governo, e envolvem as diversas instituições presentes na sociedade. Já as condições materiais referem-se à distribuição dos serviços e bens da sociedade, de maneira justa; dentre os quais podemos citar os serviços de saúde, educação, assistência social etc. (SKOVSMOSE, 1994).

As condições éticas, por outro lado, abarcam oportunidades e obrigações iguais para todas as pessoas da sociedade, nesse sentido, todos precisam ser tratados de modo igualitário em relação à lei e não cabem diferenciações referentes à classe social, gênero, cor da pele, entre outras características. E, as condições de participação e reação envolvem a possibilidade dos cidadãos discutirem e avaliarem as consequências ocasionadas pela governação, ou seja, é indispensável uma ‘vida democrática’ dentro de uma democracia (SKOVSMOSE, 1994).

E como tais condições estão atreladas com a educação? Algumas possibilidades são: por meio de uma introdução à vida democrática, ou seja, ensinar os alunos a apreciar valores democráticos como igualdade, tolerância, fraternidade; ter a preocupação com a distribuição de conhecimento e com as possibilidades educacionais na sociedade; oferecer, no próprio ambiente escolar, a participação em uma vida democrática²⁶; e as questões de conteúdo que envolvem democracia e educação (SKOVSMOSE, 1994).

Diante dessas considerações, o autor afirma:

Para estar de acordo com os ideais da democracia, as escolas devem reagir às diferentes maneiras pelas quais a sociedade se reproduz, e deve tentar contrabalançar algumas dessas forças reprodutivas para prover uma distribuição equitativa (sic) do que a escola pode oferecer, incluindo oportunidades de educação além do ensino básico e oportunidades de educação profissional (SKOVSMOSE, 2001, p. 71).

²⁶ Essa possibilidade segue a linha de raciocínio do autor ao expor que ‘democracia’ não se refere apenas a um modo de governar algum país ou comunidade, mas sim em como algumas organizações, por exemplo, as escolas, podem ter a característica de serem governadas democraticamente, ou seja, em usar ideais democráticos nas suas estruturas.

Apesar disso, o foco de Skovsmose (1994; 2001) se concentra nas condições não formais da democracia²⁷, em especial as condições de participação e reação, mesmo considerando que a eleição de algum governo seja importante. Assim, ele questiona sobre como a educação, em particular a Educação Matemática, poderia contribuir com a relação democracia e educação. Nessa perspectiva, o autor explica que devemos fazer uma distinção entre a *competência de governação* e a *competência democrática*. A primeira é aquela para as pessoas que irão governar, elas precisam tomar decisões fundamentadas e agir adequadamente; a segunda se destina para a maioria das pessoas, que supostamente irão julgar os resultados e as consequências de quem governa.

Contudo, para Skovsmose (2001), a competência democrática não se supõe automaticamente para todos, não é algo natural, surgindo, dessa forma, um questionamento sobre qual instituição da sociedade deveria ficar responsável por ela. Certamente a educação é peça central para uma resposta, pois para o referido autor, o papel dela vem mudando algumas preocupações, como o foco em preparar os estudantes apenas para o mercado de trabalho, para um olhar mais amplo, das condições sociais que estão fora da dimensão do trabalho, com inclusão dos aspectos políticos e culturais, o que é corroborado por documentos oficiais, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (BRASIL, 1996) e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000a). “Em resumo, um dos objetivos da educação deve ser preparar para uma *cidadania crítica*” (SKOVSMOSE, 2001, p. 87, grifos nossos), e é este o conceito fundamental para desenvolver a competência democrática.

De fato, um olhar para a cidadania também é um grande objetivo da educação nacional, que se traduziu na LDB e se fez presente na análise dos documentos oficiais curriculares apresentados no capítulo anterior. Assim, a preocupação de uma formação mais ampla, que olhe tanto para o mercado de trabalho quanto a participação em sociedade são aspectos fundamentais na constituição de algum sujeito e que traz a democracia para o centro dessa formação.

O conceito de cidadania discutido em Skovsmose (2008) refere-se, de modo amplo, à participação em qualquer tipo de sociedade. Essa participação pode ser formal ou informal e não necessariamente a sociedade em consideração é democrática. Por outro lado, a cidadania crítica “[...] contém o potencial de ‘desafiar’ a autoridade constituída. Ela leva em si uma

²⁷ Por outro lado, Skovsmose (2021a) explica que essas condições (ou direitos de se expressar), assim como as condições formais, materiais e éticas relacionadas com a democracia, podem ser corroídas, o que caracteriza uma preocupação da EMC.

oposição a qualquer decisão considerada inquestionável” (SKOVSMOSE, 2008, p. 94). Além disso, como abordado em Skovsmose (2001), o risco de não poder criar essa cidadania crítica envolveria a destruição da democracia.

Vale destacar sobre a não dualidade entre as distintas formas de compreender a cidadania. Skovsmose (2021a) explica que é importante diferenciar a educação que se volta à formação de cidadãos ‘adaptados’ e ‘funcionais’ de uma que tende a estimular as pessoas para questionar qualquer ordem social. No entanto, na perspectiva crítica da Educação Matemática, o autor aborda cidadania como algo multidimensional e que possui diversas interpretações. Nesse sentido, considerar o ‘tipo’ de cidadania a ser trabalhada torna-se uma preocupação da EMC (SKOVSMOSE, 2021a).

Apesar dessas considerações, a participação na democracia não é uma característica simples, principalmente quando estamos em sociedades altamente tecnológicas²⁸, que é o terreno em que Skovsmose expõe suas preocupações. Por exemplo: “[...] Como pode alguém avaliar decisões que devem levar em consideração consequências consideráveis de empreendimentos tecnológicos sem uma quantidade considerável de conhecimento tecnológico?” (SKOVSMOSE, 2001, p. 77). Será que as decisões (a forma de participação) tomadas pelos governantes são apenas compreendidas pelas pessoas que possuem conhecimentos técnicos? Como desenvolver uma competência crítica que possa lidar com o desenvolvimento social e tecnológico atual?

O último questionamento é visto como um dos problemas essenciais da democracia em uma sociedade altamente tecnológica, discutido em Skovsmose (1994; 2001), mesmo que outros problemas possam ser descritos. No caso desse problema, o autor argumenta, primeiramente, sobre qual o conteúdo dessa competência crítica, explicando que ele deve ser atrelado com a natureza dos problemas enfrentados pela sociedade. Como a sociedade considerada é altamente tecnológica, essa natureza terá relação com o papel e a força das tecnologias nas instituições da sociedade, uma vez que “[...] a capacidade de coletar, sistematizar e usar a informação torna-se o veículo do desenvolvimento social” (SKOVSMOSE, 1994, p. 38, tradução nossa²⁹).

Diante dessa problemática complexa e considerando que as discussões colocadas até este ponto são suficientes para iniciar uma compreensão sobre democracia e Educação

²⁸ Sociedades em que as decisões políticas têm como base modelos matemáticos gerenciais. Cabe destacar que Skovsmose é dinamarquês e suas obras, no início, estavam relacionadas com o contexto de seu país de origem. Apesar disso, ao conhecer e interagir com pesquisadores da África do Sul, Grécia, Colômbia e Brasil (BORBA, 2001), outros modos de enxergar e discutir a EMC foram (re)elaborados.

²⁹ Trecho no original: “the ability to collect, systematise and use information becomes the vehicle for social development”.

(Matemática), optamos por apresentar um caminho para refletir sobre esse problema apenas na seção 2.4. Essa escolha constitui um momento fundamental, pois a abordagem do conceito de matemática, entendida sob algumas óticas diferentes, mas que são articuladas poderá trazer mais significados para a competência democrática e para a cidadania crítica.

Talvez discutir sobre democracia nas escolas e assumir essas instituições como parte da vida democrática dos estudantes nos leve para outros caminhos. Apple (2011), por exemplo, discute sobre a educação democrática nos tempos em que o neoliberalismo e o neoconservadorismo vêm crescendo cada vez mais. Na visão do autor, o significado de democracia está mudando completamente, indo das referências à participação na vida política para um individualismo pautado em uma economia de mercado livre. A exposição de Apple (2011) retoma para as escolas, exemplificando que elas vêm sendo direcionadas por ideais competitivos, semelhantes às empresas e que há uma necessidade de engajamentos mais progressistas para contornar essa situação.

Qual será o papel dos professores diante dessa situação? O que a comunidade escolar poderia fazer para mudar a direção dos rumos competitivos das escolas? Como os materiais de formação que chegam às mãos dos professores e dos alunos, principalmente os livros didáticos, contribuem para essa visão ser disseminada? Ou será que vão em direção contrária? De que forma isso ocorre? Assim, compreendemos que essas perguntas podem ser importantes diante das sinalizações de Apple (2011) e mostrar como a democracia é um conceito caro para a educação que precisa de reflexão e ação para não ser deturpada/corroída.

Outro ponto que corrobora essa discussão, que não devemos nos esquecer, trata da reflexão, ainda que breve, realizada no capítulo anterior (subseção 1.5.3), sobre a retirada de pontos no edital do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) referente às obras didáticas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que foi objeto de debate na comunidade acadêmica. Naquele momento, as expressões relacionadas com democracia ou princípios democráticos deixaram de ser mencionadas, o que nos motiva a trazer em destaque esse tema necessário e fundamental para a construção de uma sociedade justa.

Inclusive, como discutido por Skovsmose (2021a), a democracia não é uma forma de organização que sempre esteve isenta de preconceitos. Para o autor, é importante realizar contestações que permitam uma reflexão sobre, por exemplo: “[...] um país com grandes diferenças entre pobres e ricos poderia ser uma democracia? Os ideais democráticos são compatíveis com o formato capitalista de produção e consumo? Os ideais democráticos ressoam com as ideologias neoliberais? [...]” (SKOVSMOSE, 2021a, p. 14-15, tradução

nossa³⁰). Sendo assim, faz-se necessário compreender até que ponto a retirada de menções à democracia em editais mais recentes de uma política importante como o PNLD enfraquece e torna a organização social democrática com propensão de mais preconceitos e desigualdades.

Desse modo, compreendemos que não apenas pelo livro didático ser um material essencial para a prática pedagógica, mas também por refletir sobre qual educação estamos almejando e, em consequência, quais pessoas estamos formando, o conceito de democracia é importante e sua reflexão para nossa investigação forma um eixo de análise indispensável.

A educação pode ajudar a desenvolver uma atitude democrática entre os alunos, embora o desenvolvimento de uma atitude democrática não possa ser a única coisa a ser desenvolvida na escola. A democracia não é apenas uma questão de adotar atitudes adequadas, mas também tem a ver com competências no que diz respeito à participação nos processos democráticos. A educação deve tentar fornecer aos alunos competências que lhes permitam identificar e reagir à repressão social (SKOVSMOSE, 1994, p. 30, tradução nossa³¹).

A busca por refletir sobre os elementos que os livros didáticos e os manuais apresentam (teoria, exemplos, exercícios propostos, orientações didáticas, sugestões, entre outros) para contribuir com o trabalho a ser realizado em sala de aula, com vista ao desenvolvimento das competências por parte dos alunos, além de compreender quais 'práticas democráticas' são apresentadas, é um aspecto fundamental para a Educação Matemática que se configura em nossa pesquisa.

Diante dessa intenção é fundamental compreender a aproximação entre a Educação Matemática e os valores democráticos, considerando que ela pode conter aspectos otimistas, negativos ou críticos. Esses aspectos são abordados em Skovsmose (2007) por meio de diferentes papéis sociopolíticos apresentados pela Educação Matemática, discutidos e exemplificados a seguir.

Segundo Skovsmose (2007) *o papel sociopolítico da Educação Matemática* é ao mesmo tempo significativo e indeterminado. Tal papel é significativo, pois de acordo com o autor, a Educação Matemática poderia servir como a base da sociedade tecnológica, ou com o fornecimento de técnicas relevantes e formas de conhecimento importantes para a sociedade informacional, ou ainda pode ser vista como uma invasão cultural (no sentido do processo do colonialismo, que acabou por influenciar os modos científicos de pensar).

³⁰ Trecho no original: "Could a country with huge differences between poor and rich people be a democracy? Are democratic ideals compatible with the capitalist format of production and consumption? Do democratic ideals resonate with neo-liberal ideologies?"

³¹ Trecho no original: "Education can help to develop a democratic attitude among students, although the development of a democratic attitude cannot be the only thing to be developed in school. Democracy is not just a question of adopting appropriate attitudes but has also to do with competencies with respect to participating in democratic processes. Education must try to provide students with competencies which enable them to identify and react to social repression".

O papel é indeterminado porque não sabemos como a Educação Matemática é operada nos mais variados contextos. Pode ser que ela esteja articulada com a futura força de trabalho exercida pelos estudantes, estruturando o conhecimento com inúmeros exercícios que focam em ordem, sequência e comando; ela pode prover uma competência (crítica ou não) para a cidadania; ou pode, ainda, permitir a entrada para conhecer diversas ideias e teorias com a possibilidade de produção de novas técnicas e construções tecnológicas. Em resumo, temos que “[...] os papéis de herói ou vilão podem ser desempenhados, também, pela educação matemática” (SKOVSMOSE, 2007, p. 68).

Tal visão sobre esses papéis sociopolíticos da Educação Matemática encontram respaldo na reflexão de que a Educação Matemática é crítica (SKOVSMOSE, 2007), pois por um lado, não sabemos como ela se desenvolve em contextos específicos (é indeterminada), quais são as formas de organização das salas de aula e como os alunos podem ou não serem incluídos nesse desenvolvimento. Por outro lado, ela possui relevância (é significativa) diante das articulações e dos processos que fazem parte da sociedade, como o mundo do trabalho e os meios de produção de conhecimento, que podem ter em alguma medida amparo ou conexão com a Educação Matemática.

Vejamos alguns exemplos desses papéis por meio do que é apresentado em Skovsmose (2008). Um primeiro refere-se à *submissão a ordens* que está relacionado com a tradição da matemática escolar (brevemente resumida como a combinação de algum tópico apresentado pelo professor, seguido de resolução de exercícios pelos alunos e a supervisão do docente frente ao trabalho dos estudantes). A submissão vem ao encontro dessa tradição, pois coloca os alunos diante de diversos exercícios, que possuem enunciados e dados exatos, necessários e suficientes, operando enquanto sentenças que direcionam o trabalho com informações dentro de um espaço possível das estratégias de resolução, pautadas na dicotomia entre certo-errado.

Outro papel é o da *classificação e diferenciação*, atrelado com o que Skovsmose (2008) chama de ‘mercado do conhecimento’, ou seja, uma forma de compreender o mercado de trabalho na sociedade do conhecimento. No mercado do conhecimento as pessoas devem possuir competências diferentes e, conseqüentemente, são classificadas e rotuladas de acordo com essas competências. O modo de operar da classificação e diferenciação ocorre nas escolas, por meio das competências e das avaliações que os alunos são submetidos. Na visão do autor, essas avaliações controlam e limitam as ‘escolhas’ que, supostamente, os estudantes têm para decidir sobre seus futuros profissionais.

Além desses papéis, o autor argumenta sobre outro, a *filtragem ética*, observada quando a Matemática está sendo operada. É importante observar essa filtragem por meio da relação entre a linguagem formal e a linguagem natural. Essa última é utilizada na concepção de ideias, interpretações da realidade, descrições do mundo etc., carregando subjetividades. Por outro lado, a linguagem formal, e aqui podemos considerar a Matemática como um tipo, acaba por filtrar algumas ‘formulações imprecisas’ e indica uma forma neutra e objetiva de lidar com as coisas, ignorando valores, prioridades, interesses, entre outras subjetividades. Desse modo, ao encontrarmos a Matemática presente nos currículos que formarão especialistas das áreas científicas ou tecnológicas, uma filtragem ética pode ocorrer ao olhar apenas para a utilização técnica de conhecimentos matemáticos, deixando de lado a existência de interesses particulares e assumindo um olhar que vai ao encontro da submissão a ordens (SKOVSMOSE, 2008).

A participação na vida democrática ocorre de diferentes formas e os papéis anteriores, por exemplo, de submissão a ordens e a classificação e a diferenciação são meios para que as pessoas, respectivamente, estejam preparadas para a participação no mercado de trabalho ou consolidadas para tornarem-se membros da sociedade onde são vistas de acordo com suas capacidades. Em contrapartida, conforme discutido anteriormente, outro papel sociopolítico da Educação Matemática poderia ser o da cidadania crítica.

A cidadania crítica apresenta uma articulação possível entre democracia, educação e Educação Matemática, que será aprofundada mais adiante. Contudo, os exemplos trazidos por Skovsmose (2008), com o empoderamento e a visão de EMC para justiça social (SKOVSMOSE, 2021a; 2021b), reforçam e indicam caminhos além da tradição da matemática escolar. Esses caminhos apontam que reflexões e ver o mundo como aberto a mudanças são potencialidades para conceber a cidadania crítica ao longo de toda a formação básica e superior, contribuindo com um papel sociopolítico da Educação Matemática.

Para Skovsmose (2021b), por exemplo, com a abertura de diálogos permitida pela EMC, tanto entre o professor e os estudantes, quando entre os estudantes, há uma oportunidade para que discussões sobre injustiça e justiça social sejam realizadas em sala de aula. Além desse espaço, o autor considera que a formação de professores também pode utilizar, por exemplo, situações vinculadas aos recursos econômicos de uma sociedade para promover discussões a respeito de significados para (in)justiça social.

Consideramos que, como os livros didáticos podem ser vistos enquanto um recurso que oferece certo tipo de formação para o docente, sobretudo diante do conteúdo disponibilizado no manual do professor, a presença de temáticas tais como a evidenciada

acima, a respeito de (in)justiça social, possibilita que visões mais amplas sejam ofertadas aos professores. Em particular, na perspectiva do docente, esse material traz contribuições significativas para promulgação de novas formas de ensinar, aprender e produzir conhecimento, tornando-se um recurso que subsidia o trabalho pedagógico com vistas ao desenvolvimento profissional (PEROVANO, 2022).

Todos esses possíveis papéis vão depender do contexto de referência, por exemplo, o papel da Educação Matemática para os especialistas e os técnicos não é o mesmo para grupos de estudantes da Educação Básica, esses últimos ainda apresentam uma série de diferenças, seja pela idade, classe social, gênero etc. Desse modo, o que Skovsmose (2008) conclui é que falar em um papel sociopolítico para a Educação Matemática depende do contexto que se toma como referência para essa análise. Dito isso, qual seria o papel sociopolítico discutido frente ao contexto desta investigação, ou seja, o de análise de livros didáticos de Matemática?

Cabe dizer que tais livros são representantes de materiais didáticos utilizados em escolas públicas brasileiras, que até o momento de produção e análise dos dados para nossa pesquisa, ainda estavam nas salas de aula do Ensino Médio, contribuindo com a formação dos alunos e o trabalho do professor. Além disso, considerando a elaboração, a concepção, a distribuição e a comercialização como processos importantes mencionados no capítulo anterior para a compreensão da complexidade dos livros didáticos, assumimos que o papel sociopolítico discutido no escopo de nossa investigação e análise dos dados está pautado nesse contexto. Contudo, ao dizer isso, não temos a pretensão de olhar para todos os processos, mas sim de considerá-los enquanto contexto para a pesquisa.

Ao refletirmos sobre essas considerações, pontuamos que o contexto em questão está imerso no que é apresentado enquanto produção de conhecimento pelos autores dos livros didáticos, que se apoiam nas políticas públicas curriculares, no edital do PNLD e também nas discussões trazidas pela Educação Matemática, tais como o olhar para resolução de problemas, história da Matemática, uso de tecnologias, entre outras tendências para o ensino de Matemática. Assim, não pautamos um olhar para os sujeitos que utilizam os livros analisados e sim no que é abordado ou não pelos autores, que têm em mente alunos e professores idealizados para o conteúdo ali apresentado.

2.3 Ideologia da certeza

Em Borba (1992) a certeza da Matemática é discutida a partir da visão apresentada pelas universidades, pelos jornais e pelos programas científicos de televisão de que essa área

promove “[...] uma estrutura estável e inquestionável em um mundo muito instável” (BORBA, 1992, p. 332, tradução nossa³²). Tal apresentação encontra respaldo com frases como ‘foi provado matematicamente’, ‘os números expressam a verdade’, ‘as equações mostram/garantem que...’, entre outras tão comuns em nosso cotidiano.

A crítica que Borba (1992) faz a essa visão tem como base a aplicação feita da Matemática em problemas ‘reais’, argumentando que ela envolve o fator humano, que decide como aplicar e quais suposições devem ser tomadas. Exemplos como os retirados das relações sociais contribuem para que a ‘incerteza’ da Matemática apareça, tais como sistemas de votação e distribuição de recursos públicos. O foco da crítica está em deixar claro nas salas de aula que a aplicação da Matemática pode ser feita, mas que as suposições e o papel de quem faz essa aplicação precisam ser ditos (ou seja, precisamos evitar uma filtragem ética).

Indo para a discussão apresentada em Borba e Skovsmose (2001), foco desta seção, que parte de algumas ideias trazidas em Borba (1992), um primeiro passo será o de compreender o que os autores concebem como ideologia, ou seja, “[...] um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 128). No caso da Matemática, os autores destacam algumas ideias, que são bases para essa ideologia:

- 1) A matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração matemática não se fia [[apoia]]³³ em nenhuma investigação empírica. A verdade matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico.
- 2) A matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 130-131, inserção nossa).

Essas duas afirmações olham para o caráter puro e generalizado, além das diversas aplicações que a Matemática oferece. Mostrar que o corpo de conhecimentos constituído por essa área pode ser aplicado em tudo, reforça um discurso de superioridade, em relação às outras áreas, e ainda um discurso de confiança, no sentido de que ao fazer uso da Matemática, podemos chegar a resultados exatos e inquestionáveis. Ademais, vale observar que essas duas ideias estão presentes no próprio edital do PNLD 2018 referente à convocação de obras para o Ensino Médio (BRASIL, 2015), evidenciando e assumindo um olhar para a Matemática que contribui para disseminação dessa ideologia.

³² Trecho no original: “a stable and unquestionable structure in a very unstable world”.

³³ A opção por trazer essa inserção está relacionada com a live realizada em 17 de junho de 2021, no canal Matemática Humanista (disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FugAs7IK-GM>. Acesso em: 02 nov. 2021), na qual o professor Marcelo Borba sugere a alteração neste trecho, por motivos de tradução.

Mas, e a *ideologia da certeza*? Segundo os autores, quando os problemas, principalmente relacionados com o que é visto na sala de aula, se mostram com uma e apenas uma solução, isto é, se referem ao paradigma do verdadeiro-falso (ou a dicotomia certo-errado), temos a constituição de uma ideologia da certeza. Tais discussões são ampliadas quando excedem o contexto escolar, pois reforçam “[...] a crença de que aplicar a matemática é a ‘melhor maneira’ de proceder [...], dá a impressão de que questões e dificuldades em aplicações ‘reais’ da matemática são ‘similares’ às questões e dificuldade que encontram [...]” na apresentação dos problemas na escola (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 132).

Observamos que esse passo vai além do que Borba (1992) discutiu quanto à aplicação da Matemática. No caso dos autores, o objetivo está nas relações que se estabelecem entre os problemas encontrados na escola e o que, na realidade extraescolar, os estudantes irão enfrentar. Não se trata apenas do que deve ser levado em consideração ao aplicar a Matemática, mas sim de como a educação formal acaba por ‘filtrar’ particularidades importantes do conhecimento produzido.

Além disso, a ideologia da certeza atribui à Matemática o poder de argumentação definitivo, ou seja, após discussão, apresentação de dados ou informações repletas de conceitos e procedimentos matemáticos, o debate está encerrado. A Matemática, então, possui o papel de ‘palavra final’ em qualquer tipo de argumentação que recorre ao seu corpo de conhecimentos.

Skovsmose (2021a) aborda a ‘matemática em ação’, que aqui consideramos pertinente devido à ideologia da certeza, enquanto uma forma de evidenciar as relações entre Matemática e poder. No que tange celebrações e a presença de qualidades inerentes ao conhecimento matemático, Skovsmose (2021b) explica que isso foi o predominante durante muitos anos na formação de professores, tal como por meio do Movimento da Matemática Moderna. Para o autor, reagir a essa dominação é importante no âmbito da EMC, sendo necessário “[...] incluir investigações críticas sobre matemática em ação [...]” (SKOVSMOSE, 2021b, p. 40) durante a formação de professores de Matemática, como, por exemplo, a respeito da forma de cobrar impostos em certo regime de tributação.

A ideologia pode emergir, no caso da sala de aula, a partir da comunicação entre o professor e os alunos e também no modo como os erros e as correções são empregados pelos docentes. Apesar disso, não apenas os professores são responsáveis para que a ideologia da certeza impere no contexto da aula de Matemática, mas também a formação recebida, os professores universitários, o currículo, as famílias, entre outros que constituem a cadeia para difundir essa ideologia (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). Da mesma forma, o livro didático

poderia contribuir reforçando esse aspecto ideológico³⁴ e ter um respaldo, como observamos, na própria regulamentação que inscreve e avalia esse material.

Os autores sugerem uma abordagem, dentre as possíveis para desafiar a ideologia da certeza, atacando os modos de comunicação e o caráter absolutista dos exercícios, dos exames e das correções. A abordagem usada discute o exemplo da distribuição de votos em eleições e questiona sobre o número de cadeiras no Congresso Nacional brasileiro. Como alternativa, Borba e Skovsmose (2001) mostram que a Matemática usada para argumentar sobre a votação não possui caráter objetivo, e que outros conhecimentos, como os advindos da Sociologia, também poderiam fornecer explicações para a situação exemplificada. Nesse sentido, pode ser oportunizada uma reflexão sobre a falta da ‘palavra final’ que seria esperada ao trazer argumentos matemáticos para a resolução do problema.

Apesar de Borba e Skovsmose (2001) reconhecerem que propor estratégias na forma de comunicação usada pelos professores fosse um aspecto para desafiar a ideologia da certeza, eles enfatizam algumas intervenções que podem ser feitas diretamente nas práticas pedagógicas. Tais intervenções são denominadas *paisagens de discussão* e possuem natureza diversa: paisagem vazia e rochosa, paisagem cultivada e paisagem caótica e desorganizada (floresta amazônica).

Cada uma das paisagens apresenta características particulares: a vazia e rochosa, por exemplo, vai incluir os objetos que são usados na construção lógica de conceitos matemáticos, indo na direção do estruturalismo, como trouxemos na seção 2.1; a cultivada, por outro lado, trata de uma realidade pré-estruturada, ou seja, a aplicação da Matemática em problemas variados e traz para os estudantes uma apresentação de contexto-problema; já a caótica e desorganizada faz referências à realidade, onde não cabem propostas pré-estruturadas³⁵. Os autores defendem, então

[...] que uma maneira de desafiar a ideologia da certeza é mudar a prática da sala de aula pela introdução de uma paisagem de discussão de natureza caótica, em que a relatividade, os pontos de partida provisórios, os diferentes pontos de vista e a incerteza são valorizados. Desafiar esta ideologia também é desafiar o próprio poder formatador da matemática (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 148).

³⁴ Na pesquisa de Faria (2005), por exemplo, ao estudar o tema trabalho nos livros didáticos da ‘escola primária’ (séries do antigo primeiro grau), diversas discussões são apresentadas quanto aos sujeitos que trabalham e os que não trabalham, bem como sobre o que é o trabalho e como ele é ou não valorizado pelos autores dos livros didáticos de Comunicação e Expressão, Estudos Sociais e Educação Moral e Cívica da década de 1970.

³⁵ Compreendemos que os ambientes de aprendizagem, em particular as referências de contextos, apresentados em seção posterior, possuem características semelhantes às paisagens de discussão mencionadas. Sendo assim, vamos expandir essas ideias na seção mencionada.

A discussão de natureza caótica, mencionada pelos autores, tem como referência a realidade e alguns exemplos que se enquadram na ‘floresta amazônica’ são os trabalhos amplos que envolvem abordagens temáticas e as atividades com projetos. Vale dizer que, nessa situação, ‘escapar’ da Matemática é uma possibilidade e, desse modo, um risco de não conseguir desafiar a ideologia da certeza pode se fazer presente. Para Borba e Skovsmose (2001) esse desafio não possui garantia a partir de algum contexto escolhido, ou seja, incertezas permeiam a proposta de atacar a ideologia da certeza.

Retornando para o objeto de estudo de nossa investigação, podemos refletir, também, se os manuais do professor poderiam contribuir com sugestões para a comunicação usada em sala de aula, ainda que considerando a prática, como dita por Borba e Skovsmose (2001), como uma possibilidade mais direta sobre o ataque à ideologia da certeza. Não apenas por meio das propostas de comunicação, mas também no que e como os autores dos livros didáticos estabelecem as relações entre as atividades destinadas aos alunos e as reais intenções com elas, se refletem sobre a Matemática estudada, se discutem outras formas de resolução, se apresentam justificativas para as aplicações usadas, entre outras relações que possam conduzir para (re)pensar o conhecimento ali trabalhado³⁶.

Na visão de Borba e Skovsmose (2001), como pode ser observado ao final da citação direta anterior, ter um olhar para o *poder formatador da Matemática* torna-se uma saída para que a ideologia da certeza seja desafiada. Tal poder é abordado diante da tese de Skovsmose (1994, p. 42, tradução nossa³⁷), que afirma: “[...] a matemática produz novas invenções na realidade, não apenas no sentido de que novas ideias podem mudar as interpretações, mas também no sentido de que a matemática coloniza parte da realidade e a reordena [...]”.

A tese tem seu significado atrelado com as aplicações da Matemática para o desenvolvimento da tecnologia da informação, em que modelos matemáticos sofisticados são trabalhados e há a possibilidade de se lidar com enormes quantidades de dados. Vale lembrar que o terreno de estudo de Skovsmose são as sociedades altamente tecnológicas, onde a tecnologia permeia as decisões políticas, ou seja, o significado que a Matemática possui um poder formatador na sociedade está relacionado com a quantidade de tecnologia produzida, sendo que essa tecnologia tem como base a própria Matemática, mais especificamente, tal produção é resultado das aplicações matemáticas realizadas.

³⁶ Observamos que mesmo com a intenção do edital do PNLD em contribuir com a ideologia, os autores poderiam tomar outro caminho e mostrar recomendações diferentes.

³⁷ Trecho no original: “mathematics produces new inventions in reality, not only in the sense that new insights may change interpretations, but also in the sense that mathematics colonises part of reality and reorders it”.

Contudo, como bem apontado por Skovsmose (1994), mesmo que a Matemática esteja formatando a sociedade, pode ser que haja uma contradição entre uma ciência que é abstrata e suas implicações na realidade, visto que possuem ontologias diferentes. Aqui, o processo de formalização com a discussão das *abstrações pensadas* e as *abstrações realizadas* será importante para a compreensão da tese sobre a formatação da sociedade.

As abstrações pensadas fazem referência ao modo de pensamento utilizado para facilitar o raciocínio, tendo como exemplos os conceitos e os modelos matemáticos. Ao invés de experimentos reais pode-se fazer um exercício de lidar com situações hipotéticas, assim, as abstrações pensadas podem favorecer experimentos mentais. Por outro lado, as abstrações realizadas possuem estatuto ontológico diferente das abstrações pensadas, elas podem ser vistas como estruturas reais que são ‘imagens’ dessas últimas. Para exemplificar, Skovsmose (2001) menciona o Produto Interno Bruto que passa de um resumo matemático dos cálculos com base em valores específicos de determinados parâmetros para influenciar e adentrar nas discussões políticas e econômicas, ou seja, ele se torna um objeto independente e real.

E como ocorre esse processo das abstrações pensadas poderem se tornar abstrações realizadas? A resposta é por meio da *formalização*. Skovsmose (1994) apresenta a possibilidade da formalização de uma linguagem ou de parte de uma linguagem através da axiomatização de uma teoria. Por exemplo, o caso da Geometria Euclidiana descrita por David Hilbert em que os conceitos de ponto, linha e plano existem apenas se a teoria criada for consistente e vice-versa. “A existência se torna uma propriedade formal e o conteúdo da matemática desaparece do nosso mundo. [...] Nesse sentido, a formalização é um ato pelo qual um novo jogo de linguagem é criado” (SKOVSMOSE, 1994, p. 53, tradução nossa³⁸).

O caso anterior é um exemplo da criação de uma abstração pensada, que ocorre através da formalização de parte de uma linguagem. Por outro lado, o autor expõe também a formalização de ações e rotinas, ou seja, são formas de comportamento predeterminadas, que incluem manuais de como agir. Um exemplo abordado por Skovsmose (1994) é o do planejamento de alguma produção, em que os trabalhadores têm funções específicas nos processos de trabalho e o tempo para executar as tarefas pode ser medido até atingir um ‘melhor’ caminho. Desse modo, há uma relação entre esta formalização e a anterior, visto que a criação de estruturas (linguagem formal) ocorre simultaneamente com a criação de normas de comportamento (ações e rotinas) (SKOVSMOSE, 1994).

³⁸ Trecho no original: “Existence becomes a formal property and the content of mathematics disappears from our world. [...] In this sense formalisation is an act by which a new language game is created”.

A transformação da formalização de uma (parte de uma) linguagem para a formalização de ações e rotinas é o processo das abstrações pensadas poderem ser abstrações realizadas. Esse processo conta com as descrições da realidade que carregam interpretações do ponto de vista de quem descreve. Contudo, como bem observado por Skovsmose (1994), a descrição traz destaque para alguns aspectos, mas ignora outros, ou seja, nossa realidade sempre será nossa interpretação da realidade. O papel da Matemática será, então, o de criar “[...] uma ‘segunda natureza’ ao nosso redor, fornecendo não apenas descrições de fenômenos, mas também modelos de comportamento alterado. Não apenas ‘vemos’ de acordo com a matemática, mas também ‘fazemos’ de acordo com a matemática” (SKOVSMOSE, 1994, p. 55, tradução nossa³⁹).

Diante desse processo da Matemática fornecer descrições e ações em nossa realidade, vale dizer que as abstrações pensadas e as abstrações realizadas são objetos de crítica (SKOVSMOSE, 1994). Assim, a ideologia da certeza é desafiada frente a consideração do poder formatador da Matemática porque as premissas básicas da ideologia, ou seja, isenção da influência por interesses sociais, políticos ou ideológicos (pureza e generalidade) e a aplicação da Matemática em diversos problemas (relevância e confiança) são questionadas diante de exemplos como distribuição de recursos públicos, organização de processos de trabalho, sistemas de votação, entre outros que abarcam relações sociais e tecnológicas.

Mais uma noção que pode contribuir para a reflexão sobre a ideologia da certeza e que traz relação explícita e direta com nosso objeto de estudo é a *realidade virtual*, apresentada em Skovsmose (2007). Essa noção também pode ser articulada com a submissão a ordens, apresentada na seção anterior, enquanto um papel sociopolítico da Educação Matemática. Tal articulação é possível, pois a realidade virtual está no centro da tradição da matemática escolar, que por meio de exercícios preestabelecidos, funciona como diretiva para o trabalho com informações presentes nos enunciados de tais exercícios.

Diante disso, sendo o livro didático considerado por Skovsmose (2007) como um representante da tradição mencionada, diversos desses exercícios com enunciados repletos de informações exatas, necessárias e suficientes estão presentes no material. Na visão dele, os autores de livros didáticos não fazem estudos empíricos para atestar a veracidade das informações; os exercícios são, dessa forma, inventados e apresentados em diferentes páginas para o trabalho desenvolvido ao longo de um período escolar.

³⁹ Trecho no original: “a ‘second nature’ around us, by giving not only descriptions of phenomena, but also by giving models for changed behaviour. We not only ‘see’ according to mathematics, we also ‘do’ according to mathematics”.

Assim sendo, mesmo que alguns dos enunciados estejam se referindo a situações não-matemáticas, elas são artificiais. Daí que chamar essas situações enquanto uma realidade virtual. Para Skovsmose (2007) são numerosas as referências como fazer compras, pagamentos, levantar preços, raciocinar com dinheiro, velocidade, distância etc., que compõem aspectos observados na ‘realidade’. No entanto, na realidade virtual esses aspectos possuem outra natureza, em que “[...] elementos da imprecisão empírica são eliminados da realidade virtual dos exercícios matemáticos” (SKOVSMOSE, 2007, p. 82), onde as informações exatas, necessárias e suficientes acabam imperando.

Parece ser clara a relação existente entre a realidade virtual e a ideologia da certeza, pois essa última cria um discurso e dá a palavra final na argumentação ao fazer uso do corpo de conhecimentos de uma ciência pura e geral diante das aplicações em problemas ‘reais’. Ora, se estamos diante de um cenário em que todas as informações dos problemas apresentados são dadas como claras e certas, bastando operar com algumas delas e utilizar técnicas e procedimentos para solucioná-los, então o ensino da tradição da matemática escolar encontra amparo e um caminho bastante promissor.

O desafio colocado por esse cenário é lidar com um sistema composto, principalmente, pelo livro didático de Matemática, que acaba por conduzir uma prática apresentada para os professores e os alunos que pode levar ao acobertamento e aceitação da ideologia da certeza. A indicação de Borba e Skovsmose (2001) na luta para deixar explícita tal ideologia precisa ser um compromisso importante e fazer parte, continuamente, da agenda da Educação Matemática, como as práticas pedagógicas, as investigações, as formações, os materiais produzidos, entre outras diversas dimensões.

2.4 Matemacia

Como desenvolver uma competência crítica que possa lidar com o desenvolvimento social e tecnológico atual? Essa foi a pergunta que deixamos anteriormente e sua discussão estará presente nesta seção. A resposta que antecipamos a este questionamento terá vez na apreensão da *matemacia*, compreendida, em linhas gerais, como uma competência a ser desenvolvida pelos estudantes, de modo que uma perspectiva além dos cálculos e técnicas matemáticas seja adotada, incluindo uma dimensão crítica destes conhecimentos.

A matemacia possui uma apresentação inicial nas obras de Skovsmose (1994; 2001). Nelas, o autor aborda as concepções de Henry Giroux e Paulo Freire sobre o caráter crítico da educação, bem como sua dimensão política. Para esses autores, a alfabetização (traduzida do

inglês *literacy*) não está atrelada apenas com a habilidade de ler e escrever, ela também tem um papel crítico, no sentido de que as pessoas podem compreender a sociedade e transformá-la. Essa noção de alfabetização, como explica Skovsmose (1994), é uma das discussões presentes na Educação Crítica:

[...] A alfabetização também tem a ver com a interpretação geral da vida social. A educação crítica deve lutar contra as restrições ideológicas. Deve reagir aos conflitos e às diferenças de oportunidades que a sociedade impõe às escolas e deve fornecer competências que permitam às pessoas enfrentar a natureza crítica da sociedade (SKOVSMOSE, 1994, p. 25, tradução nossa⁴⁰).

Podemos dizer que essa alfabetização de natureza crítica guarda relação com as condições de participação e reação em uma democracia. Skovsmose (2001) discute a competência democrática como uma noção a ser desenvolvida nos estudantes. Para fazer isso, a abordagem da cidadania crítica é um caminho que proporciona esse desenvolvimento, indicando que não basta se envolver em uma sociedade democrática, é preciso questionar qualquer decisão que pareça ‘inquestionável’ (SKOVSMOSE, 2008).

Entender alfabetização nesse contexto significa então proporcionar aos estudantes meios para que eles possam agir. A leitura e a escrita são aspectos básicos, pois a linguagem é uma forma de expressarmos nossas visões, conversarmos com os pares (na família, no trabalho, na escola, entre outros locais), compartilharmos experiências etc., mas eles não são aspectos suficientes para dar conta da complexidade social que acaba especificando e, de certo modo, ‘escondendo’ o jogo entre algumas decisões tomadas. Ter a possibilidade de compreender a forma de escrever e de como realizar a leitura, permite que outras noções (críticas) venham à tona.

O interesse de Skovsmose (1994; 2001), dessa forma, está em atribuir à Matemática uma competência semelhante ao da alfabetização. Vale dizer que isso não deve ser entendido como um modo de qualificar a Matemática enquanto o único fator determinante para o desenvolvimento de cidadãos críticos, mas sim como possibilidade de que, a partir desse corpo de conhecimentos, haja a oportunidade dos estudantes conhecerem uma visão mais ampla sobre essa ciência e dos meandros dela para compreensão da sociedade.

É aqui que encontramos um primeiro significado para matemacia (traduzida do inglês *mathemacy*), também nomeada como alfabetização matemática⁴¹ (SKOVSMOSE, 2001). Ou

⁴⁰ Trecho no original: “Literacy has also to do with the general interpretation of social life. Critical education must fight against ideological constraints. It must react to the conflicts and differences in opportunities which society thrusts upon schools, and it must provide competencies which enable people to confront the critical nature of society”.

⁴¹ O autor também reconhece, em algumas obras, que matemacia pode conter um mesmo significado para *materacia*, como discutida por D’Ambrosio (1999). Assim, *materacia* para este autor envolve “capacidades de

seja, seguindo a vertente de Giroux e Freire como inspirações, falar sobre matemacia é incluir uma dimensão crítica junto às habilidades de cálculos, uso de procedimentos, operacionalização de conceitos etc. Uma observação importante é que, da mesma forma que articular Educação Matemática e Educação Crítica não resulta ‘diretamente’ em uma EMC, relacionar alfabetização e matemacia precisa de certos cuidados, e é nessa relação que Skovsmose (1994) busca expor suas ideias.

A alfabetização torna-se uma ferramenta importante para a leitura e escrita do mundo visto que este é ‘governado’ dessa forma, por uma linguagem. Sendo assim, é razoável dizer que ao abordar o poder formatador da Matemática enquanto força que formaliza uma linguagem entre abstrações pensadas e abstrações realizadas, impactos na sociedade podem ser percebidos e, em alguma medida, a Matemática também contribui para essa interpretação mundana.

É por meio do prisma do poder formatador da Matemática que Skovsmose (2001) quer analisar a pergunta que iniciou esta seção. Há na sociedade um desenvolvimento social e tecnológico que têm por base, entre outros, conhecimentos matemáticos. As estruturas que são transformadas em objetos concretos (a partir da formalização das abstrações pensadas) têm sua origem nesses conhecimentos fora do mundo físico. Assim, possuir um ferramental que dê conta de compreender essa complexidade e todo o desenvolvimento mencionado cabe, também, à própria Matemática e, conseqüentemente, à Educação Matemática.

No entanto, não se trata de perspectivar uma competência crítica unânime, capaz de produzir nos alunos a oferta de respostas para quaisquer situações. Como dissemos na seção 2.2, o conteúdo dessa competência estará atrelado aos problemas enfrentados na sociedade. Isso, de certa forma, traz mais uma vez a relevância de considerar o contexto social, político, cultural etc. que os sujeitos dos processos de ensino e de aprendizagem se encontram, não cabendo um ‘modelo’ a seguir e cumprir. Se assim o fosse, a ideologia da certeza seria reforçada (SKOVSMOSE, 2001).

Nesse sentido, o que livros didáticos podem oferecer aos estudantes para contribuir com o alargamento de suas competências críticas? Consideramos essa pergunta importante, uma vez que como trazido por Choppin (2004), esse material possui funções, entre outras, tanto enquanto um documento quanto como objeto que promove valores culturais e também

tirar conclusões dos dados, fazer inferências, propor hipóteses e tirar conclusões dos resultados dos cálculos [...]” (D’AMBROSIO, 1999, p. 133-134, tradução nossa*). Ele ainda explica que essas capacidades vão além da leitura dos dados, sendo um primeiro passo para postura crítica e intelectual, que pouco aparece nos sistemas escolares. *Trecho no original: “The capabilities of drawing conclusions from data, making inferences, proposing hypotheses, and drawing conclusions from the results of calculations”.

ideológicos. Dessa forma, o livro didático pode abordar e apoiar práticas que sejam voltadas ao tratamento de aspectos e características presentes na sociedade, lançar mão de exemplos e situações que necessitam de reflexões, bem como apresentar o conhecimento matemático enquanto uma possibilidade para críticas e discussões entre os alunos e o professor.

Mencionamos o conhecimento matemático, mas não demos a devida explicitação sobre ele e também outros que ajudam na tarefa de aprofundar significados para a matemacia. Skovsmose (1994; 2001) discute esta em termos de três conhecimentos⁴²: o matemático, o tecnológico e o reflexivo. Não se trata de buscar uma hierarquia entre eles, mas sim de qualificar a matemacia como uma competência crítica que os articula e pode sustentar visões mais amplas aos estudantes diante da complexidade de situações que ocorrem no mundo.

O *conhecimento matemático* inclui competências alusivas às habilidades matemáticas. Ele possibilita que os estudantes reproduzam pensamentos, teoremas e demonstrações; que executem e dominem algoritmos para cálculos; que utilizem procedimentos e técnicas; que possam descobrir e inventar novas matemáticas (SKOVSMOSE, 1994; 2001).

Já o *conhecimento tecnológico* faz alusão ao conhecimento matemático ‘aplicado’, em que métodos formais são abordados de forma que objetivos tecnológicos sejam prosseguidos. Os métodos, como Skovsmose (2001) explica, envolvem suas características formais, pois esse conhecimento é discutido no âmbito das sociedades altamente tecnológicas. Outro aspecto do conhecimento tecnológico é sua potencialidade para a construção de modelos.

Por fim, o *conhecimento reflexivo* proporciona uma retomada de ambos os conhecimentos anteriores, além de possibilitar um olhar aprofundado sobre a própria reflexão inicial. Ele avalia e discute o objetivo tecnológico e oferece uma visão aprofundada sobre suas consequências éticas e sociais (SKOVSMOSE, 1994; 2001).

Diante disso, será com a ‘inclusão’ do conhecimento reflexivo à matemacia que esta possuirá uma dimensão crítica (SKOVSMOSE, 2001). Para o autor, caso as pessoas não apenas recebam informações e instruções, mas ainda conseguem “[...] criticar, avaliar, entender, isto é, prover um *input* para as instituições democráticas, então elas devem ter um entendimento de alguns dos princípios básicos de estruturação da sociedade [...]” (SKOVSMOSE, 2001, p. 95).

Na articulação desse conjunto de conhecimentos percebemos que a competência democrática pode sofrer um amparo por meio da matemacia, quando aliada à intenção de uma

⁴² Skovsmose (1994) faz um exercício filosófico para explicitar termos como ‘conhecimento’, ‘competência’ e ‘conhecer’ quando desenvolve as ideias sobre matemática, tecnologia e reflexão. Por compreendermos que o uso da palavra ‘conhecimento’ tem uma relação mais clara para os nossos propósitos, adotaremos para apresentar significados da matemacia, além de considerarmos esta como uma ‘competência’.

cidadania crítica. O terreno sob o qual buscamos assentar é uma sociedade cuja tecnologia permeia relações de poder. Visto que tal tecnologia envolve muita matemática em sua composição e a sociedade em consideração é democrática, refletir, avaliar e discutir sobre como esses conhecimentos (matemático e tecnológico) colaboram na compreensão de tais relações permite associar a matemacia enquanto uma dimensão crítica do conhecimento.

Por outro lado, buscar um significado ‘fixo’ para matemacia como o exposto anteriormente não é uma intenção da EMC:

[...] Como uma noção idealizada, a matemacia também deve incluir reflexões sobre conhecimento (matemático) em ação. Para mim essa concepção é essencial para a educação matemática crítica. Contudo, *não no sentido em que a matemacia se refira a qualquer competência bem definida*. Matemacia inclui a esperança da educação matemática crítica que faz sentido para tentar encaminhar o paradoxo da razão e para tentar desenvolver um cidadão crítico [...] (SKOVSMOSE, 2007, p. 243, grifos nossos).

Entendemos que, como Skovsmose aborda essa competência em diversas de suas obras, outros significados são possíveis e suas exposições são pertinentes. Na mesma obra citada anteriormente, a matemacia também é exposta como uma competência semelhante ao letramento de Freire, mas com uma intencionalidade de ser possível elaborar alternativas para situações mundanas, ou seja, com um caráter de *modulações* para quando a Matemática estiver sendo operacionalizada (SKOVSMOSE, 2007).

Ainda na linha do ‘frágil/tênue’ significado de matemacia, Skovsmose (2008, p. 123) expõe que ela “[...] pode significar coisas diferentes dependendo da posição que se ocupa neste mundo globalizado e repleto de guetos⁴³ [...]”. Aqui, matemacia apresenta seu caráter contextual e, mais uma vez, impedindo que qualquer estrutura seja fixada para defini-la, ou seja, não caberia alguma metodologia a ser seguida. No entanto, algumas noções colaboram para que significados sejam construídos em torno dessa competência, como as de confiabilidade e responsabilidade⁴⁴ (SKOVSMOSE, 2008).

A *confiabilidade* origina-se das descrições matemáticas, em que dados podem trazer informações e, ao mesmo tempo, serem confiáveis. Aparentemente, como bem trazido por Skovsmose (2008), tal confiança nos dados ressoa na ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), visto que ela, entre suas características, envolve o papel da Matemática enquanto ciência que permite olhar essas informações como adequadas e corretas. De fato, esse corpo de conhecimentos oferece um leque de possibilidades para aplicações e,

⁴³ A globalização e a guetorização (formação de guetos) são discutidas em Skovsmose (2007, p. 52) a partir de duas “[...] perspectivas sobre a rede de trabalho da sociedade informacional [...]”.

⁴⁴ Essas noções originaram de um projeto que envolveu probabilidade e estatística. Contudo, consideramos que é possível enxergá-las como pertinentes para a Matemática de uma forma geral.

pela sua pureza, envolve aspectos da crença matemática sobre os dados. Será nesse ponto que a outra noção torna-se imprescindível para atribuir a dimensão crítica à matemacia.

A *responsabilidade* faz referência a quais ações serão tomadas a partir de dados que se traduzem em números, gráficos, figuras, esquemas, entre outros elementos que funcionam como representações matemáticas (SKOVSMOSE, 2008). Vale destacar que tal responsabilidade, assim como a confiabilidade, está relacionada com atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, ou seja, podem ser preocupações assumidas pelos professores de Matemática para a formação crítica dos alunos. Nesse sentido, refletir sobre o que fazer diante de dados produzidos matematicamente torna-se uma ação localizada num contexto específico, como o da escola.

Nessas considerações, a matemacia pode ser vista como um conhecimento matemático, atrelado a duas noções, confiabilidade e responsabilidade que, juntas e articuladas, proporcionam o levantamento de críticas e reflexões, tanto pelos estudantes, quanto pelo professor. Devem estar em conjunto, ademais, para que a ideologia da certeza não encobre qualquer forma ingênua e neutra de olhar para a Matemática. Tal forma ingênua, por exemplo, pode ser identificada ao utilizar modelos matemáticos sem dar a devida atenção para simplificações utilizadas, gerando concepções errôneas sobre como resolver situações ou problemas (SKOVSMOSE, 2021b).

Já em Skovsmose (2014) matemacia é apresentada como uma competência que vai além das dimensões funcionais de “[...] integrar os alunos em certas perspectivas, discursos e técnicas que são indispensáveis para os esquemas econômicos e tecnológicos atuais [...]” (SKOVSMOSE, 2014, p. 105). Nessa linha de argumentação, o autor opta por retomar as concepções de Freire sobre alfabetização, e qualifica matemacia enquanto uma maneira de ler o mundo por meio de gráficos e números (ou outras representações) e de escrever este mundo ao percebê-lo como aberto a mudanças. Notamos que essa escrita do mundo por meio da Matemática envolve a noção de modulações citada em Skovsmose (2007).

Como a questão contextual é imprescindível para abordar a matemacia, Skovsmose (2014) apresenta possíveis práticas relacionadas com esses contextos, indicando que tal competência pode ter diversos significados. Essas práticas são discutidas fazendo alusão a algumas profissões, mas também com a utilização de conhecimentos matemáticos no cotidiano das pessoas. É importante frisar que como são possibilidades, não se trata de uma estruturação classificatória de ‘práticas da matemacia’ ou similares (SKOVSMOSE, 2014).

As *práticas dos marginalizados* fazem referência às pessoas que são excluídas da ordem econômica no âmbito global e de como elas podem ser significativas em termos de

contextualização do ensino. Skovsmose (2014) expressa preocupação com as práticas que levam em conta apenas os conhecimentos e experiências anteriores dos estudantes, e propõe que também sejam analisadas as perspectivas de futuro destes, ou os seus *foregrounds*. Assim, é importante buscar uma ampliação das oportunidades dos estudantes, compreendendo de que forma os conhecimentos matemáticos contribuem para isso, além de oferecer meios para desenvolver a responsabilidade social (SKOVSMOSE, 2014).

A todo o momento encontramos propagandas nos mais diversos meios de comunicação e, como tais, estão repletas de assuntos que aludem à Matemática. Nesse sentido, as *práticas de consumo* envolvem todas essas manifestações relacionadas com situações de compras e vendas, anúncios de viagens, promoções de produtos, enfim, diversas informações de bens (e males) presentes em uma sociedade do consumo. Nessas práticas, Skovsmose (2014) observa sobre a superação de um aspecto funcional da matemacia (como uma preparação para o consumo, por exemplo), abordando a relevância de analisar criticamente os produtos ofertados, questionando e desafiando as autoridades.

Já as *práticas de operação* relacionam-se com usos da Matemática de forma implícita e/ou explícita. Para Skovsmose (2014), essas práticas fazem alusão à tradição da matemática escolar, visto que espera-se de quem faça uso do ferramental matemático uma obediência e aceitação das ‘regras do jogo’. Aqui, o autor aponta que as noções de confiabilidade e responsabilidade são importantes, uma vez que não podemos apenas acatar as coisas como são, inexistindo reflexões sobre o que é realizado (operado). Apesar de essas práticas serem concernentes aos perfis profissionais, em sala de aula exemplos e perspectivas semelhantes podem ser pensadas pelos professores (SKOVSMOSE, 2014).

Por fim, *práticas de construção* envolvem os meios com que os conhecimentos matemáticos são empregados nas elaborações e construções de tecnologias. Essas práticas são observadas nos afazeres de especialistas e, como aborda Skovsmose (2014), é de interesse da Educação Matemática, também, a formação desses profissionais, tais como engenheiros, farmacêuticos e economistas. A preocupação do autor nesse âmbito refere-se à inexistência de reflexões, mas também da ética que precisa ser inerente ao conhecimento específico de algum conteúdo, como o matemático. Aqui, percebemos certa relação com o papel sociopolítico da Educação Matemática em termos da filtragem ética, que é discutida em Skovsmose (2008).

Diante dessas possíveis práticas, podemos entender que a ideia de compreender o mundo em termos dos conhecimentos matemáticos e, atrelado a isso, vislumbrar possibilidades para reações e oferecer respostas a situações da sociedade fazem parte dos distintos significados para a matemacia, encontrados em Skovsmose (2014). Identificamos

que esses significados indicam construções apresentadas pelo autor em outras obras, mostrando que a matemacia não pode ser resumida em uma definição, mas sim deve ser vista como uma competência em elaboração, com dependência do contexto social, político, cultural, ambiental⁴⁵ etc. dos sujeitos afetados pela Educação Matemática.

Contudo, uma linha que une a elaboração da matemacia é pensá-la enquanto um ‘quase’ sinônimo para alfabetização, no sentido freireano, além de enxergá-la como competência que colabora para um pensamento que leve a oferta de compreensões sobre o desenvolvimento social e tecnológico atual. Tais compreensões terão uma dimensão crítica quando se almeja a abertura para possibilidades (modulações) em diversas práticas sociais, respeitando as noções de confiabilidade e responsabilidade, bem como ética e reflexão necessárias para seus desdobramentos na formação de sujeitos com vistas à cidadania crítica.

Em resumo, considerar a matemacia nesta pesquisa envolve colocar em perspectiva a possibilidade dela ocupar diferentes significados. Consideramos que os termos ‘conhecimento matemático’, ‘conhecimento tecnológico’ e ‘conhecimento reflexivo’ são pertinentes e satisfatórios para a análise dos livros didáticos. Não queremos excluir os outros significados, mas sim proporcionar um viés analítico e interpretativo para essa competência nos materiais perquiridos. Cabe dizer que a matemacia é uma competência a ser desenvolvida pelos estudantes, ou seja, diretamente atrelada à sala de aula, mas com possíveis desenvolvimentos também na vida cotidiana, por isso nossa opção por tomá-la como articuladora desses conhecimentos e, além disso, por perceber que eles ajudam na compressão das outras discussões abordadas nas obras subsequentes de Skovsmose (2007; 2008; 2014).

2.5 Ambientes de aprendizagem: paradigma do exercício e cenários para investigação

A partir dos muitos conceitos, noções e termos que foram apresentados nas seções que antecederam esta, talvez poderíamos dizer que deste ponto em diante um aspecto não apenas teórico mas também mais prático será desenvolvido. Ao dizer isso, reconhecemos que as contribuições trazidas anteriormente têm um papel prático, o que falar de desafiar a ideologia da certeza, promover a vida democrática nas escolas e explorar as noções de matemacia nas aulas de Matemática, por exemplo? Contudo, os ambientes de aprendizagem parecem indicar,

⁴⁵ Skovsmose (2021b), por exemplo, aborda as discussões em torno da sustentabilidade, e defende que o conhecimento oportunizado pela “[...] modelagem matemática é uma ferramenta necessária para investigar possíveis mudanças climáticas [...]” (SKOVSMOSE, 2021b, p. 50).

de maneira mais clara, o que e como a aula pode acontecer, sobretudo ao possibilitar uma congregação entre os diferentes conceitos abordados anteriormente.

A escolha por abordar os ambientes de aprendizagem vai ao encontro das diversas pesquisas revisadas que serão descritas no próximo capítulo. Já esclarecemos que, no âmbito da Geometria, nenhuma das investigações de análise de livro didático se debruçou nessa frente, com exceção de momentos pontuais. Assim, nossa pesquisa tem a intenção, também, de contribuir com um aprofundamento do conteúdo geométrico que é abordado nos livros didáticos de Matemática e contrastar os dados com os resultados das investigações encontradas, ou seja, que coadunam com esse olhar para os ambientes em outras frentes da área de conhecimento citada.

Para explicitar os ambientes de aprendizagem utilizaremos as noções de paradigma do exercício e cenários para investigação, bem como as distintas referências para oportunizar significados diante dessas noções. A opção em separar os ambientes através das noções tem apenas caráter de explicação e não possui uma hierarquia. Essas discussões são trazidas, inicialmente, em Skovsmose (2000) e depois são apresentadas em Skovsmose (2014) a partir de outros exemplos, mas as ideias essenciais são mantidas em ambos os textos, o que também ocorre em nossa exposição.

O *paradigma do exercício* está relacionado com a já bastante citada tradição da matemática escolar. A caracterização dessa tradição tem como aspectos o uso excessivo de exercícios e técnicas de resolução; a ocupação de grande parte da aula com a exposição do conteúdo pelo professor; e o papel do livro didático de Matemática como um representante de práticas tradicionais, ao trazer, por exemplo, exercícios com uma e somente uma resposta correta, corroborando com a ideologia da certeza (SKOVSMOSE, 2000).

No paradigma do exercício retornamos para as questões das informações e dos dados presentes nos enunciados serem exatos, necessários e suficientes. Esses aspectos estão articulados com a submissão a ordens, uma vez que a tradição da matemática escolar e a ideologia da certeza estão juntas, constituindo um papel sociopolítico da Educação Matemática.

Por outro lado, uma situação que se contrapõe ao paradigma do exercício são os *cenários para investigação*. Na definição de Skovsmose (2000, p. 3) o cenário é “[...] um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação”. Compreendemos que por meio dele, os alunos podem formular questões e buscar explicações para elas. Ademais, ele se caracteriza enquanto um momento em que há abertura para possibilidades de sentidos, como afirmado por Skovsmose (2014).

Diferentemente do paradigma do exercício, em que os alunos passam por um processo de não questionamento e aceitação da tradição escolar, nos cenários para investigação ocorre, segundo Skovsmose (2000), um convite feito pelo professor aos estudantes, para realizarem explorações e explicações. A ideia do convite seria deixar os alunos no comando do processo de investigação, com a atuação do professor enquanto um mediador. Vale destacar que só há cenário para investigação se os estudantes aceitarem o convite.

Mas, como isso pode ocorrer? Para Skovsmose (2000), o professor convida os alunos por meio de questionamentos como ‘o que acontece se...?’, feito diante de alguma situação em sala de aula, que pode partir de uma notícia, uma imagem, um modo de resolução de problemas, um fato matemático ainda desconhecido etc. O aceite ao convite é indicado quando os alunos também se perguntam ‘sim, o que acontece se...?’, em um processo que origina uma investigação, pautada na exploração da situação questionada.

Após esse processo, indo além da exploração da situação, o professor pode buscar os motivos, ou seja, as explicações que dão conta de argumentar sobre a situação investigada. Nesse momento, a pergunta que instiga os alunos muda, ela passa a ser ‘por que isto...?’ e, parecido com o momento anterior, quando os estudantes dizem ‘sim, por que isto...?’, o processo de explicação começa a ser iniciado (SKOVSMOSE, 2000).

Segundo Skovsmose (2014), durante as investigações, entendidas pelo autor como práticas de pesquisa em sala de aula, os processos de comunicação e interação têm muito mais relevância do que comparados com as práticas do paradigma do exercício. Isso fica claro porque os alunos estão na dianteira do processo todo, perguntando, buscando soluções, interagindo uns com os outros e com o professor.

Partimos agora para as *referências*, que têm o objetivo de “[...] levar os estudantes a produzirem significados para os conceitos e atividades matemáticas” (SKOVSMOSE, 2000, p. 7). Para o autor as referências incluem os motivos das ações e os seus contextos, que estão atrelados com a produção de significados que os alunos irão realizar em sala de aula. Essas referências podem ser apenas da Matemática, de uma semirrealidade ou da vida real. Como mencionado anteriormente, essas referências parecem estar em diálogo com as paisagens de discussão, apresentadas por Borba e Skovsmose (2001), mas agora são abordadas com maior profundidade⁴⁶.

Referências apenas à Matemática, simplesmente denominadas como referências à *matemática pura*, indicam situações que estão no campo dessa área de conhecimento, são os

⁴⁶ Biotto Filho, Faustino e Moura (2017), por exemplo, realizam a discussão sobre essas paisagens em torno das distintas referências.

casos das equações, das funções, dos cálculos de área e volume, das expressões algébricas, dos resultados e demonstrações de teoremas, do uso de algoritmos e técnicas ou fórmulas, entre outros. Nas referências à matemática pura os objetos de conhecimento que são trabalhados apresentam entidades abstratas, visto que são pertencentes ao campo dos conceitos matemáticos e não possuem ligação com objetos materiais. Por exemplo, os cálculos de área e volume são relativos a formas geométricas e não a terrenos, recipientes, caixas etc.

Referências à *semirrealidade* envolvem realidades construídas ou artificiais, aqui relembremos da realidade virtual como um ótimo exemplo, em que situações são criadas a partir de objetos ou elementos reais, tais como compras, pagamentos, empréstimos, distância, velocidade etc. Esses elementos estão presentes nos enunciados ou nas situações da sala de aula apenas para contextualizar o que é apresentado, formando “[...] um mundo sem impressões dos sentidos [...], de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes” (SKOVSMOSE, 2000, p. 9). O passo da matemática pura à semirrealidade envolve a ligação dos conceitos matemáticos com os objetos concretos (da realidade material), contudo essa ligação é apenas descritiva e tem o objetivo de revelar dados específicos, sem questionamentos para a situação criada.

E as referências à *realidade* ou vida real abarcam as situações que, de fato, estão no cotidiano dos alunos. Dentre os exemplos dessas referências encontramos informações sobre emprego/desemprego, poluição, saúde, viagens, planejamento financeiro, desmatamento, entre muitos outros. Diferentemente da semirrealidade, aqui os questionamentos e as dúvidas sobre os contextos referenciados são permitidos, uma vez que tratam sobre dados e informações retirados, produzidos ou encontrados na vida real; não foram fabricados ou inventados por entes de fora do processo educacional.

Ao fazer a combinação entre o paradigma do exercício, os cenários para investigação e as referências é obtida uma matriz com os *ambientes de aprendizagem* ou, os também chamados *milieus de aprendizagem* (Quadro 2). Diante do que pontuamos sobre cada uma dessas noções, compreendemos que os ambientes de aprendizagem vão além de atividades enquadradas nas situações de (1) à (6) encontradas no Quadro 2; eles são formas de organização da sala de aula, indicam o modo de desenvolver a comunicação e o diálogo, os materiais que serão utilizados, as avaliações realizadas, entre outros elementos dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Quadro 2 – Ambientes/*Milieus* de aprendizagem.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
<i>Referências à matemática pura</i>	(1)	(2)
<i>Referências à semirrealidade</i>	(3)	(4)
<i>Referências à realidade</i>	(5)	(6)

Fonte: Adaptado pelo autor a partir de Skovsmose (2000; 2014).

Mesmo considerando que os ambientes de aprendizagem são formas possíveis de organizar a sala de aula, frente aos estudos e exemplos encontrados na literatura, podemos perceber que situações descritas por meio de atividades (enunciados dos exercícios de livros didáticos ou sugestões direcionadas ao professor nas orientações didáticas) indicam quais ambientes elas serão mais ‘adequadas’, o que pode contribuir para um olhar sobre maneiras diversas desses ambientes se manifestarem. Para exemplificar cada um dos ambientes do Quadro 2 optamos por abordar a Geometria vista no Ensino Médio, pois faz alusão aos dados produzidos em nossa pesquisa.

Inicialmente, para o ambiente (1), classificado como paradigma do exercício com referência à matemática pura, atividades que apresentam listas com repetição de técnicas ou de algoritmos, bem como o uso de verbos no imperativo, como efetue, determine, calcule e resolva, indicando comandos presentes nos enunciados são as mais comuns. Atividades ou exercícios de Geometria podem ser os que pedem cálculo de área superficial e volume de sólidos geométricos, de modo que os alunos executem as atividades seguindo as fórmulas já apresentadas ou estudadas em seções anteriores do livro didático.

No ambiente (2), também referente à matemática pura, mas com a prática dos cenários para investigação, as atividades estão direcionadas para as explorações e explicações relacionadas com descobertas, busca de padrões e relações entre números e figuras geométricas. Em Skovsmose (2014), um exemplo sobre funções lineares a partir de figuras geométricas uni, bi e tridimensionais pode esclarecer melhor esse ambiente. No caso de exercícios de livros didáticos, a relação entre, por exemplo, a função quadrática e a área de um retângulo com perímetro fixo, buscando uma alternativa para que a área seja máxima poderia ser um caminho que leve às explorações e explicações⁴⁷.

O ambiente (3), caracterizado como paradigma do exercício com referência à semirrealidade, inclui as relações entre conceitos matemáticos e situações reais, contudo as situações são descritas como artificiais, apresentando apenas uma relação da Matemática com contextos fabricados, onde os dados são embutidos de maneira proposital para um determinado fim. Dentro dos conteúdos geométricos, uma simples adaptação do exemplo do

⁴⁷ Um exemplo dessa relação pode ser visto no site: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1036>. Acesso em: 29 jul. 2022.

ambiente (1) com o cálculo de área superficial e volume de sólidos geométricos poderia ser feita a partir da troca dos sólidos por caixas de papelão em formato de paralelepípedo retortetângulo.

Já para o ambiente (4), com a prática dos cenários para investigação referente à semirrealidade, o objetivo não é a discussão do contexto da atividade, visto que ele continua artificial, mas sim explorar e explicar as questões que surgem a partir da situação desenvolvida. Apesar de não se discutir o contexto em si, o momento de investigação pode levar para reflexões sobre a situação explorada, por exemplo, sobre as medições de ângulos retos para construções observadas na área de Engenharia Civil e sua importância nas edificações ou, ainda, ligações de conhecimentos geométricos para o trabalho de outros profissionais, como os arquitetos, que podem estar presentes ao longo do livro didático.

No ambiente (5), classificado como paradigma do exercício com referência à realidade, as atividades estão relacionadas com exercícios que possuem seus dados a partir de situações reais, que fazem parte do contexto dos estudantes. As situações elaboradas a partir desses dados são diferentes, por exemplo, do ambiente (3), pois as situações não são inventadas, mas abarcam informações reais e que propõem sua busca de forma empírica. Como exemplo deste ambiente podemos pensar nos dados de desmatamento de biomas brasileiros, representados por meio da quantidade perdida em metros quadrados ao longo de determinado período de tempo, ou seja, envolvendo o conceito de área.

Por fim, o ambiente (6), também referenciado na realidade, mas com a prática dos cenários para investigação, inclui os aspectos de exploração e explicação das situações baseadas no contexto real dos estudantes, trazendo significados para os conceitos trabalhados e também para as situações analisadas. Assim, como exemplo deste ambiente podemos supor formas de organização da sala de aula que deem conta de projetos ou abordagens temáticas (tomadas como sugestões ou discussões ao longo do conteúdo do livro didático, por exemplo), em que os conceitos geométricos podem surgir ao explorar e depois explicar seus significados, aplicações, representações, entre outras compreensões relacionadas com as situações investigadas⁴⁸.

Notamos que em comparação com este último ambiente, para o caso do (2) e do (4) temos um passo diferente, pois eles tencionam uma discussão voltada, respectivamente, para as noções explicitadas nas situações (por exemplo, generalização e busca de padrões) e para

⁴⁸ Observamos que pela abrangência do ambiente (6) não há como explicitar exemplos mais diretos sobre as práticas a partir dele. Compreendemos que caso houvesse mais exemplos isso poderia limitar o entendimento trazido por Skovsmose (2000; 2014) sobre a amplitude e liberdade ocasionada por esse ambiente.

um início da problematização do contexto trabalhado, ainda que artificial ou semirreal. Ou seja, no ambiente (6) fica claro que tanto as situações ou contextos quanto os conceitos ou noções trabalhados podem trazer significados diversos para os estudantes.

É importante, ainda, quando contrastamos as referências da semirrealidade e da realidade, que na primeira não há uma relação com a Matemática de maneira direta quanto na segunda. Isso porque o contexto tomado como exemplificação para aplicação de conhecimentos matemáticos é fabricado e artificial, não sendo considerado um caminho ‘real’ da prática que os estudantes irão se deparar no dia a dia. Ademais, se for assumido que na semirrealidade há uma semelhança com a realidade, no que tange ao conhecimento matemático em jogo, então a ideologia da certeza pode aparecer e imperar no contexto da prática de sala de aula, quando localizada no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000).

Apesar dessas discussões e apresentações dos ambientes de aprendizagem, uma saída trivial, que não é a defendida por Skovsmose (2000; 2014) e nem por nós, seria de esquecer as práticas que ocorrem, por exemplo, nos ambientes (1) e (3) e partir para o uso abundante do (6), tendo os outros ambientes como possibilidades pontuais. Essa saída não deve ser tomada porque a proposta dos ambientes de aprendizagem vai ao encontro do movimento, do passeio, do trânsito, da escolha, enfim, da viagem pelos diferentes modos de organização das práticas em sala de aula. Ou seja, a premissa que o autor traz em seus textos indica a intenção de apresentar aos professores formas possíveis de desenvolvimento das aulas, sem “[...] sugerir que um ambiente de aprendizagem particular represente o objetivo último para a educação matemática, crítica ou não” (SKOVSMOSE, 2000, p. 15).

Fica claro que as intenções dos ambientes (1), (3) e (5) parecem restringir e se apoiar na tradição da matemática escolar, pois estão imersas na prática do paradigma do exercício. Contudo, a solução não é esquecer esses ambientes, pois mesmo a partir de atividades exploratórias, que estão no cerne dos cenários para investigação, momentos de cristalizar alguns conceitos, procedimentos, aplicações etc. são importantes como formas de síntese do conteúdo ensinado. A proposta, então, é refletir e discutir com os estudantes quais caminhos e escolhas podem ser traçados ao longo do período escolar, de maneira que as experiências sejam diversas, com possibilidades de produção de significados qualitativamente diferentes uns dos outros.

É nesse movimento entre os ambientes que, na visão de Skovsmose (2000), uma incerteza pode ocorrer, principalmente a partir da ênfase no uso dos cenários para investigação. “[...] A meu ver, a incerteza não deve ser eliminada. O desafio é enfrentá-la” (SKOVSMOSE, 2000, p. 18). E esse enfrentamento acontece, primeiramente, a partir da

reflexão sobre quais ambientes estão sendo desenvolvidos e, em seguida, num passo adicional para a intencionalidade de quais outros ambientes podem surgir para a organização das aulas.

A discussão sobre os ambientes de aprendizagem, em particular a importância da comunicação em sala de aula, traz à tona as considerações de Alrø e Skovsmose (2010) a respeito do *absolutismo burocrático*. Ele se refere aos modos de correção de exercícios no ambiente escolar, que acabam por determinar o que é ‘verdade’ e o que não é, cujas explicações que abordam critérios para esse determinismo não são explicitadas. Os autores consideram que os livros didáticos, por exemplo, conferem uma autoridade em sala de aula. Isso, porque prezam pela correção dos erros, mas sem deixar claro porque os exercícios estão errados (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Para Alrø e Skovsmose (2010) o paradigma do exercício se encaixa em uma aula absolutista, e abordam os cenários para investigação como uma forma de evitá-lo. Nesse sentido, ao promover investigações, mudanças na forma de comunicação podem ser vislumbradas, saindo de um ‘padrão sanduíche’ (professor pergunta, aluno responde, professor avalia) para um diálogo. Tal perspectiva é necessária, pois os autores defendem que a aprendizagem dos estudantes guarda relações inerentes com a comunicação que ocorre entre eles e o professor.

Não obstante, desafiar a ideologia da certeza também é uma visão presente nas intenções de Alrø e Skovsmose (2010). Como o diálogo permite que perspectivas diferentes sejam inseridas no contexto escolar, o papel da Matemática em sua pureza e generalidade, bem como na riqueza de aplicações, não encontrará um caminho frutífero, pois qualquer afirmação poderá ser questionada.

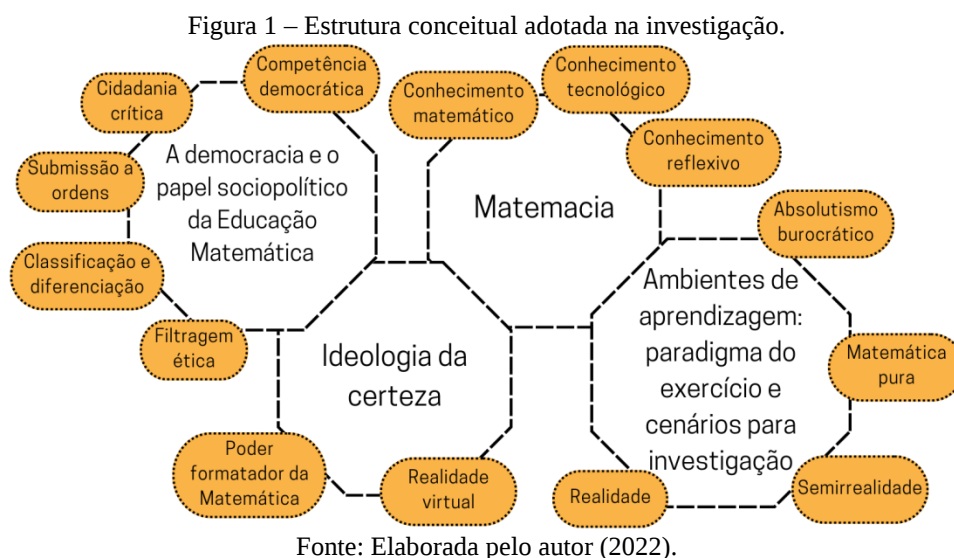
Também reconhecemos que a matemacia pode ser desenvolvida a partir de uma abordagem aderente aos cenários para investigação. Como o diálogo traz outra perspectiva para o desenrolar desses cenários, as noções de leitura e escrita do mundo estão presentes, tais como na perspectiva de alfabetização para Paulo Freire. Assim, ler o mundo refere-se à “[...] identificação e interpretação de casos de opressão, exploração e injustiças sociais e escrever o mundo [...]” (SKOVSMOSE, 2021b, p. 48) alude às formas de mudá-lo. Nessa linha, para Skovsmose (2021b), os cenários para investigação criam as possibilidades de um aprendizado crítico e, ademais, precisam ser experienciados pelos professores durante suas formações na universidade.

Desse modo, compreendemos que analisar os livros didáticos na perspectiva dos ambientes de aprendizagem pode contribuir para identificar quais caminhos são mais ou menos privilegiados pelos autores, bem como apontar propostas e melhorias diante da

discussão conceitual apresentada nesta seção, culminando em processos de ensino e aprendizagem de Matemática com intenções críticas, tanto para os alunos quanto para os professores. Sendo assim, os contrastes com cada um dos ambientes e as atividades presentes em enunciados de exercícios ou textos sugestivos em orientações didáticas mostram um caminho articulador desse conceito da EMC com os dados produzidos na pesquisa.

2.6 Considerações do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os caminhos de constituição da EMC e abordados alguns dos conceitos dessa perspectiva que serão usados na pesquisa. As discussões sobre o livro didático permearam a exposição deste capítulo, buscando estabelecer um elo entre o objeto de estudo e o referencial teórico da investigação. Compreendemos que os conceitos da EMC estão articulados, apesar de serem discutidos em seções diferentes. Produzimos a Figura 1 abaixo com a intenção de evidenciar o quadro conceitual da investigação, alusivo ao que foi abordado nas seções anteriores (octógonos maiores), incluindo outros conceitos, termos e noções da EMC descritos ao longo dessas seções (formas ovais menores).



Assim, exposto esse quadro conceitual, entendemos que ele mostra a composição de nosso olhar frente à análise dos dados. Esta composição é importante, pois no próximo capítulo serão descritos e discutidos os estudos que se assemelham ao nosso, ou seja, pesquisas que realizaram a análise de livros didáticos e assumiram a EMC e/ou seus conceitos para interpretar os dados produzidos.

3 ENTRELACANDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA COM A ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: uma revisão da literatura

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma revisão da literatura de pesquisas que analisaram livros didáticos de Matemática e trazem, como aporte teórico, conceitos da Educação Matemática Crítica. Realizamos a revisão de teses e dissertações, de artigos em periódicos e de trabalhos apresentados em eventos na área da Educação Matemática. O período de busca e seleção dos trabalhos ocorreu em abril de 2021, o que pode levar a não inclusão de textos mais recentes.

Pontuamos que o foco maior estará presente na discussão das dissertações⁴⁹, visto que são os trabalhos que mais se aproximam de nossa investigação, assim, detalharemos tais estudos em comparação com os apresentados nas seções seguintes. Realizamos a revisão e leitura, inicialmente, por essas pesquisas, o que fez com que artigos e trabalhos apresentados em eventos, que resultaram dessas investigações, nos fornecessem dados complementares. Esse fato pode ser percebido visto que, geralmente, os artigos e os trabalhos em eventos originam de pesquisas no âmbito, mas não exclusivamente, das dissertações e teses.

3.1 Teses e Dissertações

Usamos como base de dados para encontrar teses e dissertações relativas à temática aqui discutida o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A Tabela 1 ilustra os resultados quantitativos a partir do uso de expressões específicas, que coadunam com o tema da nossa investigação, ou seja, inclui a menção aos livros didáticos, bem como aos conceitos/discussões usados no referencial teórico. Não fizemos restrições quanto ao ano de publicação desses trabalhos e, desse modo, os registros encontrados são alusivos ao que as próprias bases de dados retornaram.

⁴⁹ Apesar de nomearmos a seção 3.1 como “Teses e Dissertações”, não foram encontradas pesquisas em nível de Doutorado.

Tabela 1 – Total de Teses e Dissertações encontradas.

Expressões de busca	Catálogos		Total ⁵⁰
	CAPES	BDTD	
“educação matemática crítica” AND “livro”	8	10	17
“matemacia” AND “livro”	0	0	0
“materacia” AND “livro”	0	1	1
“cenários para investigação” AND “livro” AND “matemática”	4	9	4
“ideologia da certeza” AND “livro”	0	0	0
“democracia” AND “livro” AND “matemática”	2	7	8
“educação crítica” AND “livro” AND “matemática”	1	3	2
“paradigma do exercício” AND “livro” AND “matemática”	2	2	0
“ambientes de aprendizagem” AND “matemática” AND “livro”	6	20	12
Total	23	52	44

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Cabe destacar que a última coluna está desconsiderando as repetições tanto nas colunas, ou seja, comparando cada um dos catálogos, quanto nas linhas, ao comparar as pesquisas encontradas por termos de busca anteriores. Desse modo, houve o retorno de 44 estudos, os quais foram lidos os títulos e resumos. Deste total, realizamos algumas etapas de seleção dos trabalhos. Àqueles que não deixavam claro se realizaram a análise de livros didáticos ou não traziam a Educação Matemática Crítica (EMC), foram excluídos diretamente (23 pesquisas). Em seguida, outros nove trabalhos não foram selecionados, pois apesar de se referirem diretamente ao livro didático ou à EMC, não traziam ambos na análise dos dados.

Assim, restaram 12 pesquisas das quais lemos alguns capítulos e verificamos a lista de referências bibliográficas, na busca por citações de obras de Skovsmose. Essa última etapa nos levou para a seleção final de dez trabalhos; os outros dois foram excluídos porque não fizeram a análise dos livros didáticos à luz da EMC. Desse modo, todas as dez pesquisas incluídas na revisão são resultados de dissertações de mestrado (acadêmico ou profissional), as quais foram lidas integralmente e são descritas a seguir.

3.1.1 Descrição das pesquisas

A pesquisa de Oliveira (2004, p. 8, grifos do autor) investigou “[...] como o Livro Didático de Matemática subsidia o cidadão para intervenções na sociedade e especificamente se os exercícios de percentagens fazem a mediação com a realidade, vista a partir dos temas transversais *trabalho* e *consumo* [...]”. Adotou como referenciais teóricos conceitos de cidadania, mundo da vida e sistema, temas geradores, literacia, materacia, tecnoracia e cenários de investigação. Estes referenciais são discutidos de modo conectado, compondo um elo entre conceitos variados.

⁵⁰ Desconsiderando quaisquer repetições.

Em relação à EMC, além de Oliveira (2004) apresentar os cenários para investigação de Skovsmose (2000) aliados aos conceitos mencionados anteriormente, o autor tomou os ambientes de aprendizagem como uma ferramenta analítica e, ainda, afirmou: “[...] sendo o livro didático, por excelência, um instrumento que reforça o paradigma dos exercícios, nossa análise ficará restrita aos ambientes de aprendizagens I, III e V” (OLIVEIRA, 2004, p. 44).

Os conteúdos analisados se basearam em exercícios de percentagens, uma vez que o foco do autor estava nos temas transversais consumo e trabalho, conforme indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Para essa análise os livros escolhidos pertenciam ao Ensino Fundamental (5ª à 8ª séries⁵¹) e foram recomendados pelo PNLD 1999 e PNLD 2001. A pesquisa identificou 14 livros que abordavam as percentagens e, assim, foram classificados 313 exercícios dentro dos ambientes (1), (3) e (5)⁵².

A análise dos exercícios para classificá-los nos ambientes de aprendizagem mostrou a preocupação do autor em relacionar o contexto do trabalho e do consumo com a Matemática, assim, ele fez uma ‘adaptação’ nos ambientes para relacionar com o tema da pesquisa. Desse modo, a realidade considerada é aquela que reconhece a cidadania, e não apenas a realidade de maneira geral, como é descrito por Skovsmose (2000). Outro ponto importante é o próprio contexto matemático, ou seja, Oliveira (2004) classificou exercícios no ambiente (1) (paradigma do exercício referente à matemática pura), que apresentavam algum contexto semirreal. Segundo o autor, essa classificação ocorreu, pois os exercícios deste ambiente não traziam o foco para o contexto de trabalho ou de consumo, privilegiando aspectos algorítmicos de cálculos. Caso os trouxessem, tais exercícios estariam no ambiente (3).

Dentre os resultados quantitativos, percebeu-se um número muito baixo (5 dos 313) que são do tipo (5); para os ambientes (3) e (1) as porcentagens são de, respectivamente, 71,53% e 28,43%. Dentro do ambiente (3), o tema trabalho apareceu em apenas 2,88% e o tema consumo em 33,87%; outros temas representam 33,23%, do total de 313 exercícios. Pelo exposto, a constatação foi que esses exercícios “[...] não contribuem para revelar aspectos importantes da realidade social. Na quase totalidade, foram a-históricos, portanto, omissos em relação aos componentes imprescindíveis para caracterizar a cidadania – direitos civis, direitos políticos e direitos sociais” (OLIVEIRA, 2004, p. 64).

Em suas conclusões, o autor expõe as limitações do livro didático, uma vez que o encontrado no material ainda depende de como será utilizado em sala de aula. Considera que

⁵¹ A pesquisa de Oliveira (2004) refere-se ao antigo segundo ciclo do Ensino Fundamental. Atualmente, os livros referentes a esta etapa são do 6º ao 9º anos, ou seja, fazem parte dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

⁵² Apesar de o autor usar os algarismos romanos para identificação dos ambientes, preferimos manter nossa notação e identificá-los por algarismos indo-arábicos entre parênteses.

a metodologia adotada na pesquisa pode ajudar no planejamento da prática e na avaliação de livros didáticos de Matemática, dando destaque para o tratamento da informação presente nestes materiais.

A investigação de Santana (2012, p. 21, inserção nossa), por sua vez, tinha como pergunta diretriz: “[...] os conteúdos abordados nos livros de Matemática de EJA [Educação de Jovens e Adultos], sua metodologia, organização e contextos propiciam o processo de enculturação matemática? [...]”. A autora desdobrou essa pergunta em outras três e, trazemos àquela referente ao foco de nossa pesquisa: “[...] que opções as atividades apresentam em relação à escolha de contextos?” (SANTANA, 2012, p. 21). Tal pergunta é importante, pois apesar da discussão maior da autora estar relacionada ao processo de enculturação matemática (pergunta diretriz), a questão que se desdobrou leva em consideração justamente as aproximações com os ambientes de aprendizagem.

Na pesquisa foram adotados diferentes referenciais teóricos: Matemática como fenômeno cultural e o currículo enculturador; a organização curricular; e critérios para a escolha de contextos matemáticos. Ademais, o livro didático é compreendido “[...] como um dos níveis ou intervenientes do currículo – currículo apresentado [...]” (SANTANA, 2012, p. 42). A EMC é discutida da mesma forma que a pesquisa de Oliveira (2004), ou seja, a partir das explicações do paradigma do exercício e dos cenários para investigação; além de abordar os seis ambientes de aprendizagem, Santana (2012) discutiu cada um deles.

A autora fez uma investigação diferente de Oliveira (2004), pois o foco não estava em algum conteúdo e sim nos livros como um todo. Foram escolhidas duas coleções aprovadas no PNLD-EJA de 2011, em que cada uma delas é composta por quatro volumes e, em cada volume, há os diferentes componentes curriculares, sendo um deles o de Matemática. A pesquisa se baseou em todas as atividades e abordagens que estavam contidas nos livros. Além disso, cabe destacar que as coleções eram referentes aos manuais do professor.

Metodologicamente, o estudo teve abordagem qualitativa e recorreu à análise documental. Segundo Santana (2012), para essa análise foram estabelecidas seis categorias, nas quais contemplavam os referenciais teóricos da investigação. Especificamente em relação à EMC, a autora usou os ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000). De modo geral, as categorias fornecem um dado relevante para a classificação de exercícios, visto que a estrutura criada pela autora é ampla e traz contribuições significativas para a pesquisa com livros didáticos de Matemática.

A investigação foi feita de modo concomitante às duas coleções, apenas em um primeiro momento a autora apresentou cada uma das obras e, depois, a análise é conjunta e

separada nas seis categorias. Um ponto importante que a autora trouxe está relacionado à questão de que esses materiais não foram elaborados a partir da enculturação matemática e diz que “[...] consideramos propícia tal análise, haja vista que esses princípios permeiam nossas ideias, nossas maneiras de agir, mesmo que implícita ou intuitivamente, de conceber o ensino de Matemática” (SANTANA, 2012, p. 86).

Sobre os contextos (referências), a partir dos ambientes de aprendizagem, a autora relatou que a “[...] matriz guiará nossa análise a fim de observarmos que opções as atividades presentes nos livros didáticos de EJA, apresentam, em relação à escolha de contextos” (SANTANA, 2012, p. 116). Para cada um dos ambientes a autora mostrou um exemplo, porém, o ambiente (6) não foi identificado em nenhum dos livros. É destacado, com ênfase, o papel do professor e a dinâmica da sala de aula, uma vez que atividades, para serem investigativas, dependem desses fatores. Os ambientes mais vistos foram o (1) e (3), mas há possibilidade para o (2) e (4). Estes dados vão ao encontro do que Oliveira (2004) encontrou para o caso dos exercícios de percentagem.

Nas considerações finais, Santana (2012) abordou pontos específicos dos livros, como a preferência em relacionar a Matemática com o cotidiano dos alunos e mostrá-la como utilitária. Além disso, os materiais apresentaram uma visão tradicional, da pedagogia envolvida na escolha dos contextos (referências), pois privilegiavam o paradigma do exercício, seja na matemática pura ou na semirrealidade. Apontou que, por fim, dependendo da mediação do professor, as atividades podem ir do paradigma do exercício ao cenário para investigação ou vice-versa.

Outra pesquisa revisada foi a de Oliveira (2015, p. 27), que tinha como objetivo “[...] investigar significados que professores de Matemática do Ensino Médio atribuem a uma proposta desenvolvida à luz da EMC, ao se engajarem no desenvolvimento, aplicação e avaliação de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem de Medidas Estatísticas”. Da mesma forma que o estudo anterior, o trabalho de Oliveira (2015) trouxe, em parte, uma análise de livros didáticos à luz da EMC, por esse motivo o trabalho entrou em nossa revisão. Assim, não discutiremos a fundo os resultados referentes aos significados atribuídos por professores de Matemática; daremos foco para a discussão sobre os livros didáticos feita pelo autor.

Dentre os referenciais teóricos da pesquisa, estavam reflexões sobre Estudos Culturais; o que o autor assumiu como “significado”; a EMC em diversos conceitos/discussões, a saber: a rejeição de um currículo pautado na neutralidade e na objetividade, a articulação entre a Educação Matemática e a Educação Crítica, o paradigma do exercício, a cidadania passiva e a cidadania crítica, a materacia (matemacia), os cenários para investigação, o poder de

formatação da Matemática e a ideologia da certeza; por fim, a Trajetória Hipotética de Aprendizagem.

Oliveira (2015) relacionou as discussões e os conceitos da EMC com as medidas estatísticas (junção das medidas de tendência central com as medidas de dispersão). Durante algumas passagens de seu texto, foram trazidos exemplos de atividades que podem ser desenvolvidas pelo professor e os alunos em sala de aula. Assim, percebemos a aproximação desta pesquisa com a de Oliveira (2004), que focou em conteúdos específicos.

A abordagem da pesquisa foi qualitativa, em que os procedimentos se constituíram no caminhar da investigação. Dentre eles, estavam: análise dos livros aprovados no PNLD 2012; seleção e descrição dos professores participantes da pesquisa; instrumentos utilizados no estudo (entrevistas e gravações); análise de dados de vídeo. Os livros são referentes ao Ensino Médio, os quais foram analisados nove (2º e/ou 3º anos), dentre as sete coleções aprovadas no referido edital.

Destacamos a pesquisa de Oliveira (2015, p. 85), pois segundo o próprio autor, a breve análise dos livros “[...] se tratou de uma investigação menor que nos ajudou a entender aspectos teóricos da EMC ao olharmos para atividades contidas nos livros. Ademais, ele contribuiu para que pudéssemos formular atividades inspiradas nas ideias da EMC [...]”. Logo, notamos que a análise dos livros foi uma das etapas de uma pesquisa maior, auxiliando o pesquisador em sua investigação.

A análise trouxe dados referentes às categorias que foram discutidas nas atividades como educação, esporte, idade, consumo, entre muitas outras, e aos tipos de atividades: aquelas que atendiam aos pressupostos da EMC, as que são facilmente adaptáveis à EMC e as que são dificilmente adaptáveis à EMC. As atividades, no total de 306, são consideradas a partir dos exemplos, exercícios resolvidos e propostos. Apenas uma atendia aos pressupostos da EMC, enquanto 63 e 242 eram, respectivamente, mais ‘fáceis’ e ‘difíceis’ de adaptar.

Dentre as conclusões dessa análise, Oliveira (2015, p. 180) apontou que “[...] constatamos que a EMC quase não é evidenciada em um tópico que seria propício para que isso acontecesse e, novamente, levantamos outra questão: por que a EMC quase não é evidenciada nos livros didáticos?”. Compreendemos que este questionamento levantado pelo autor pode fornecer um indício para nossa pesquisa de que a EMC não esteja presente nos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2018 (objeto de análise nesta pesquisa), contudo, ponderamos que em investigações que serão posteriormente apresentadas, este cenário é diferente, com a identificação da EMC em alguns materiais.

Gaban (2016) analisou como são apresentadas as atividades sobre Educação Financeira (EF) nos livros do Ensino Médio, à luz da formação crítica dos alunos, assim como apresentado por Skovsmose (2000). Percebemos que, novamente, assim como as pesquisas de Oliveira (2004) e de Santana (2012), os ambientes de aprendizagem são o foco de discussão da investigação de Gaban (2016). O autor trouxe aspectos históricos do PNLD e do Guia dos Livros Didáticos, além de explicitar sua compreensão sobre a EF, abarcando ainda documentos como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e os PCN.

Os livros analisados faziam parte de todas as coleções aprovadas pelo PNLD 2015, em que o autor lançou um olhar geral para as obras, classificando “[...] os enunciados, sejam eles compostos por exemplos, atividades ou teoria, de acordo com [os ambientes de aprendizagem], fazendo uma discussão sobre as propostas apresentadas” (GABAN, 2016, p. 27, inserção nossa).

A análise foi dividida em duas vertentes: primeiro uma contabilização de todos os exercícios dos livros didáticos (análise quantitativa) e separação em exercícios de EF ou não. Posteriormente, o autor fez uma análise qualitativa, abarcando alguns dos ambientes de aprendizagem e sugerindo transformações nos exercícios. Essas sugestões vão ao encontro do que foi identificado por Oliveira (2015), quando o autor mostrou atividades que poderiam ser facilmente adaptáveis à EMC.

Os resultados indicaram uma distribuição desigual de exercícios de EF ao longo das coleções. Algumas delas tinham capítulos específicos de Matemática Financeira, o que fazia aumentar o número de atividades. Gaban (2016) apontou que, em média, havia 111 exercícios de EF em cada coleção, sendo que a média de exercícios totais em cada coleção era de 1970. Ainda foram analisados exercícios semelhantes, encontrados em coleções diferentes, sendo classificados no ambiente (3), por apresentar situações com linhas telefônicas.

Em seguida, o autor explicou e adaptou exercícios com o objetivo de mudar os ambientes de aprendizagem que haviam sido classificados anteriormente. Essas mudanças ocorreram principalmente nas situações do ambiente (3) para o (5) ou (6). Cabe mencionar que, conforme apontado pelo autor, as mudanças de ambiente foram sugeridas pela banca de qualificação, de modo que Gaban (2016) pudesse mostrar potenciais cenários para investigação a partir das atividades dos livros didáticos.

Suas considerações caminharam para as reflexões de que apenas o livro didático não consegue fazer “[...] o trabalho sozinho, sua utilização depende claramente de uma tríade professor-aluno-livro [...]” (GABAN, 2016, p. 55). Ademais, o papel do professor seria o de convidar os estudantes, de modo que um cenário para investigação pudesse ser iniciado. Tal

constatação encontra amparo, ainda, no que Santana (2012) trouxe em suas considerações finais, sobre o papel mediador do professor.

Outro estudo que trazemos é o de Carreta (2017, p. 19), que tinha como pergunta de pesquisa: “[...] O livro didático incorpora ideias da Educação Matemática Crítica para abordar e desenvolver os conteúdos matemáticos associados aos conceitos de Função, Funções Polinomiais do 1º e 2º graus e Funções Exponencial e Logarítmica?”. Da mesma forma que Oliveira (2004) e Oliveira (2015), a autora traz o foco em um conteúdo específico: funções.

Os referenciais teóricos que foram abarcados na investigação são a Modelagem Matemática (MM), em uma perspectiva sociocrítica; a EMC, envolvendo a Educação Crítica (com os três pontos-chave), o argumento social de democratização e o argumento pedagógico da democratização, a competência democrática, os conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo; cenários para investigação, assumindo-os em conjunto com a perspectiva sociocrítica da MM; e o livro didático, destacando a importância, aspectos históricos (PNLD) e as contribuições para a prática docente.

Para discutir os conteúdos de funções, os livros analisados pertenciam ao 1º ano do Ensino Médio, assim, foram escolhidos, aleatoriamente, três livros aprovados pelo PNLD 2015. Neste caso, ponderamos que mesmo optando por um conteúdo particular, como feito por Oliveira (2004) e Oliveira (2015), Carreta (2017) afunilou ainda mais a sua investigação, analisando livros de um ano específico do Ensino Médio. Em contrapartida, a autora buscou diversos conceitos da EMC em sua análise, não focando apenas nos cenários para investigação.

Segundo Carreta (2017), a abordagem de pesquisa foi a qualitativa com estudos bibliográficos, documentais e de caso (assumiu o estudo de caso porque analisou alguns livros dentre os possíveis). Há a construção de um instrumento de coleta de dados, baseado em uma escala de zero a quatro, sendo zero referente à não abordagem e quatro à uma abordagem altamente satisfatória. A escala foi utilizada para responder algumas questões levantadas pela autora, em que os conceitos da EMC foram elencados, tanto para a análise dos livros dos alunos quanto para a dos manuais do professor.

Essas respostas “[...] foram obtidas por meio da Estatística Descritiva, [analisando] todos os itens presentes no capítulo em questão e [fazendo] o cálculo da porcentagem [...]” (CARRETA, 2017, p. 46, inserções nossas). No total, o instrumento continha 25 questões divididas em quatro grupos: compreensão de uma sociedade altamente tecnológica, desenvolvimento dos pressupostos da Educação Crítica, compreensão da dimensão política da Educação Matemática e desenvolvimento da competência democrática.

Um ponto relevante do trabalho de Carreta (2017, p. 45) refere-se à análise do próprio edital do PNLD, no qual a autora conclui que há “[...] elementos que possam contribuir para que a Educação Matemática Crítica seja incorporada à prática docente”. Essa análise não foi realizada pelas pesquisas descritas anteriormente, o que consideramos relevante para nossa investigação uma vez que os livros analisados também fazem parte do PNLD, mas do edital de 2018, e não de 2015 como os da pesquisa de Carreta (2017).

A apresentação da análise dos livros didáticos foi feita por capítulos do livro do aluno e depois do manual do professor. Foram identificados os textos, os exercícios resolvidos e propostos, além de ver quais são os ambientes de aprendizagem, as relações com a democracia e a tecnologia, entre outros, que estão presentes nessas atividades. Algo que consideramos prejudicial à leitura e compreensão dos argumentos trazidos por Carreta (2017) foi a falta de imagens dos livros, principalmente quando há situações consideradas democráticas e/ou políticas da Educação Matemática.

De um modo geral, todos os livros tiveram abordagem insatisfatória de propostas que contribuam para o desenvolvimento da EMC. Em relação aos grupos de questões, pôde-se ver que a Educação Crítica não foi abordada em dois livros e teve uma abordagem insatisfatória em outro; já a dimensão política da Educação Matemática surgiu mais, sendo parcialmente satisfatória nos três livros analisados.

Por um lado, a autora destacou a presença de situações reais, mesmo que em um número baixo (proporcionando a aproximação entre a matemática e a realidade) e a presença da tecnologia (favorecendo o conhecimento tecnológico). Mas, por outro, houve o excesso de referências à matemática pura e a falta de situações da Educação Crítica, do conhecimento reflexivo e da competência democrática.

Por fim, em suas considerações, apontou como novos estudos, a análise das contradições entre o manual do professor e os livros do aluno. Retomando a pergunta de pesquisa, Carreta (2017, p. 92) mostrou que “[...] os livros didáticos em, no máximo, 25% das situações incorporam as ideias da Educação Matemática Crítica, dificultando com isso a possibilidade de trabalhar, por meio do conhecimento matemático, ideias associadas à construção de uma sociedade mais justa e igualitária”.

Santos (2017, p. 18) analisou “[...] como os manuais dos professores, bem como as atividades propostas nos livros dos alunos, [...] abordam a Educação Financeira (EF) [...]”, a autora recorreu aos livros didáticos de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que foram aprovados pelo PNLD 2016. Trazemos um de seus objetivos específicos, que dialoga com o referencial teórico de nossa pesquisa: “analisar as atividades presentes nos

livros de acordo com os ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000)” (SANTOS, 2017, p. 18). Este objetivo se assemelha aos estudos de Gaban (2016), Oliveira (2004) e Santana (2012), em relação à classificação a partir dos ambientes de aprendizagem e, mais semelhante ainda, ao trabalho de Gaban (2016), pela temática da EF.

Dentre alguns dos referenciais teóricos, a autora discutiu documentos, práticas na escola, conhecimentos dos professores e dos alunos em relação à EF, além dos recursos utilizados para tratar a temática em sala de aula. Ademais, a EMC foi discutida a partir das visões de Educação Matemática (estruturalismo, pragmatismo e orientação-ao-processo) que são abordadas por Skovsmose (2001), em seguida, sobre a matemacia (em particular as práticas de consumo) (SKOVSMOSE, 2014) e, por fim, trouxe as características dos exercícios, iniciando a discussão dos ambientes de aprendizagem.

Apesar de a EMC ter sido apresentada em termos de conceitos diferentes, o foco dado pela autora foram os ambientes de aprendizagem para classificação dos exercícios presentes nos livros didáticos. Em relação a isso, Santos (2017) pondera que ambientes (1) e (2) não são possíveis para uma discussão da EF, uma vez que trazem apenas contextos puramente matemáticos. Outro ponto relevante referente aos ambientes está no próprio modo de classificar exercícios com base no quadro proposto por Skovsmose (2000). Para Santos (2017), existem níveis diferentes de cenários para investigação que, dependendo da abordagem dada pelos autores dos livros didáticos, podem ou não levar a questionamentos e oportunizar uma criticidade aos alunos, sempre com a dependência do papel do professor neste processo.

A autora selecionou 32 livros dentre os 103 aprovados pelo PNLD 2016. Os livros eram referentes à Alfabetização Matemática (1º, 2º e 3º anos) e à Matemática (4º e 5º anos). A seleção se deu para obras que tinham unidades, capítulos ou seções de EF em seu escopo. Assim, tanto as atividades destinadas aos alunos quanto as orientações presentes nos manuais dos professores foram classificadas a partir do quadro de Skovsmose (2000), restringindo a análise para os ambientes (3), (4), (5) e (6).

Apesar de não explicitar a abordagem metodológica, o estudo de Santos (2017) foi qualitativo, onde houve a produção de quadros para cada atividade encontrada nos livros. Um quadro indicava o descrito para os alunos e as orientações do manual do professor, caso houvesse. As atividades eram enquadradas como referentes à semirrealidade quando as situações “[...] envolviam personagens, ou ainda reproduções da realidade, mas que foram elaboradas com fins didáticos, sem uma preocupação com a veracidade do que estava posto

[...]” (SANTOS, 2017, p. 70). E, seriam da realidade, ao questionar os alunos sobre seus hábitos ou quando pediam a opinião deles sobre alguma situação.

A análise identificou 48 atividades que versavam sobre compras, propagandas, economia doméstica, dinheiro, entre outros assuntos. Santos (2017) percebeu que os conteúdos matemáticos presentes nestas atividades referiam-se aos de adição, multiplicação, estimativa e sistema monetário. Ao lançar seu olhar para o manual do professor, a autora mostrou que 22 dessas atividades possuíam orientações para a discussão da EF.

A classificação pelos ambientes de aprendizagem evidenciou que 38 das 48 atividades estavam em cenários para investigação e que, nos livros dos 4º e 5º anos, não houve situações enquadradas no paradigma do exercício. Estes resultados confrontam os achados de Oliveira (2015), os quais indicavam a difícil adaptabilidade à EMC nos exercícios de medidas estatísticas. Isso reforça a ideia de que, como afirmam Gaban (2016) e Oliveira (2015), os modos de classificação e de interpretação apresentam subjetividades do pesquisador, sendo assim, resultados diferentes podem ocorrer em investigações que se assemelham; neste caso particular, em pesquisas que analisam os livros didáticos à luz da EMC.

Indo para as classificações das sugestões no manual do professor, que não estavam presentes nos livros dos alunos, Santos (2017) encontrou 23, das quais 15 e 7 estavam, respectivamente, nos ambientes (6) e (5). Essas sugestões mostram outras possibilidades para o trabalho em sala de aula, diferente do que é exposto pelo próprio livro do aluno. Desse modo, pôde-se destacar que “[...] a maioria das atividades encontradas apresenta potencial para o desenvolvimento dos *cenários para investigação* propostos por Skovsmose (2000) [...]” (SANTOS, 2017, p. 156, grifos da autora).

Por fim, a autora retomou sua interpretação sobre os níveis de cenários para investigação presentes nesses materiais. Para ela, as indicações que estão nos manuais dos professores apresentaram níveis diferentes, por exemplo: em algumas há sugestões aprofundadas sobre a temática, em outras, apenas estimulam a reflexão, não levando ao que, de fato, o professor poderia fazer em sala de aula. Com essas considerações, Santos (2017) sugeriu que novos estudos podem ser feitos, para que se discutam esses níveis de cenários.

Outro estudo que apresentou resultados semelhantes ao anterior foi o de Silva (2017, p. 54), que analisou “[...] o material didático do programa de Educação Financeira para o Ensino Médio, bem como suas relações com a Matemática”. Dentre seus três objetivos específicos, dois estão ligados com a discussão de nossa pesquisa. Um analisa as atividades dos livros dos alunos e outro as orientações que estão presentes nos manuais do professor, ambos à luz dos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000).

Segundo a autora, o trabalho com a EF a partir da EMC, “pode colaborar para o desenvolvimento de cidadãos mais críticos e conscientes frente a situações que envolvam finanças, como também as consequências que envolvem os processos de produção, compras e vendas em um mundo globalizado como o nosso” (SILVA, 2017, p. 33). Ademais, ao trazer a noção dos cenários para investigação, ela salientou que esses podem auxiliar na formação de estudantes mais críticos, uma vez que os alunos estariam atuando em seus processos de aprendizagem, trazendo mais significados para as aulas de Matemática.

Através de uma breve discussão sobre algumas questões, como globalização e consumo, na perspectiva da EMC, a autora focou os ambientes de aprendizagem, especificamente o trabalho com os cenários. Ela explicou cada um, além de mostrar a importância de caminhar por eles e, ainda, vê-los como uma forma de avaliação das aulas de Matemática; ou seja, ela foi ao encontro do que Skovsmose (2000) pontua sobre os ambientes.

Os objetos de estudo da pesquisa foram os três livros do aluno e os três livros do professor, produzidos pelo CONEF (Comitê Nacional de Educação Financeira), sob a coordenação do Instituto Unibanco e distribuídos pelo Ministério da Educação. Os livros têm um foco transversal que trata sobre a EF, desse modo, não são materiais exclusivos das aulas de Matemática. Silva (2017) analisou, então, as relações entre a Matemática e o que estava proposto nos livros, identificando tanto as contribuições da Matemática para as atividades de EF, quanto às potencialidades para se trabalhar com os materiais nas aulas dessa disciplina.

Apesar de não haver explicitação da metodologia, podemos inferir que o estudo era qualitativo. A autora trouxe os aspectos gerais dos materiais, explicando que analisou os elementos contidos neles, como seções específicas e situações didáticas, além de seus objetivos e características; também foram analisadas as seções “Experimente!”, que propõem atividades para os alunos; segundo a autora, essas seções foram analisadas a partir do “conteúdo matemático, eixo de aprendizagem, ambiente de aprendizagem, contexto e mensagens subjacentes” (SILVA, 2017, p. 58). Para o livro do professor o foco estava nas orientações gerais e o trabalho com a Matemática e os ambientes.

De modo geral, nos três livros do aluno, a divisão entre as atividades que solicitam o cálculo numérico e as que não solicitam, se aproximou. Para explicar quais são as atividades que usam o cálculo numérico, a autora recorre aos Parâmetros Curriculares de Pernambuco e faz as associações com os eixos temáticos e conteúdos. Ao entender que todas as atividades, mesmo que não tenham cálculo numérico, estão relacionadas com a Matemática, a análise baseada nos ambientes também considerou todas as situações presentes nos materiais.

Segundo Silva (2017), apenas os ambientes (4), (5) e (6) ocorreram nas atividades; com destaque para o grande número de atividades classificadas como cenários para investigação.

No que tange a análise dos livros do professor, a autora mostrou que 66 das 84 atividades “Experimente!” tinham orientações; dessas, haviam 37 referentes a uma abordagem com conceitos matemáticos, ou seja, evidenciando a participação específica de um professor dessa disciplina para direcionar o estudo da EF. Contudo, somente quatro atividades possuíam orientações que mostravam, de fato, quais desses conceitos seriam trabalhados; ademais, em apenas uma delas houve orientação para que o trabalho fosse desenvolvido por um professor de Matemática. Assim como a classificação dos livros do aluno, apenas os ambientes (4), (5) e (6) foram categorizados para as 37 atividades; sendo que novamente os cenários eram maioria (32 orientações).

Outra discussão importante que Silva (2017) apresentou refere-se às mudanças em que a classificação das atividades dos livros do aluno sofreu, em decorrência da abordagem dada nas orientações para os professores. Das 37 orientações, em 12 houve mudanças, sendo: do ambiente (6) para os ambientes (4) ou (5); do (4) para o (5) ou (6); ou, ainda, do ambiente (5) para o ambiente (6). Como podemos observar, as orientações que foram oferecidas aos professores podem variar ambientes de aprendizagem oportunizados aos alunos, tanto em mudanças de referência (realidade X semirrealidade) quanto em mudanças de práticas (paradigma do exercício X cenários para investigação).

Dentre as considerações do estudo e relacionando-o com a pesquisa anterior de Santos (2017), a autora mostrou que “[...] há um potencial em relacionar Educação Financeira com a realidade dos alunos, bem como se pode desenvolver o pensamento crítico acerca da Educação Financeira” (SILVA, 2017, p. 156). Além disso, mesmo com alterações dos ambientes a partir das orientações para os professores, Silva (2017, p. 156, inserção nossa) afirmou que elas ainda não apresentaram “[...] elementos que possa[m] modificar, de forma significativa, os ambientes encontrados nas atividades dos livros do aluno”. Assim, mesmo com os potenciais evidenciados nas atividades, deve-se haver uma associação mais elaborada entre as orientações e o que é mostrado aos estudantes.

Mais um trabalho que desenvolveu especificamente a EF foi o de Oliveira (2017, p. 17) que, apesar de não traçar como objetivo geral a análise de livros didáticos, trouxe como um de seus objetivos específicos “[...] analisar quais ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000) estão presentes nas atividades do material e na prática do professor [...]”. O material dito pela autora são livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, elaborados por um grupo privado e destinados a uma escola particular de

Recife. Assim, notamos uma aproximação deste estudo com o de Santos (2017), que também analisou esta etapa de escolaridade, mas utilizou livros aprovados pelo PNLD.

As discussões teóricas se basearam na Educação Financeira Escolar (EFE) em uma perspectiva crítica; ainda são abordados currículos, documentos, programas de EFE em outros países, a formação e a prática docente, os conhecimentos dos alunos e os recursos didáticos para tratar a temática. A EMC foi trazida a partir da matemática (discutida em termos das práticas de consumo) e dos cenários para investigação. Contudo, o foco são estes últimos, como feito em outras pesquisas já descritas neste capítulo. Para cada ambiente de aprendizagem, exemplos são dados e, especificamente para o (1) e (2), da mesma forma que Santos (2017) pontuou, esses seriam muito difíceis de ocorrer em situações de EF, visto que a existência de contextos é fundamental para a temática escolhida.

Como o objetivo de Oliveira (2017) vai além da análise de livros didáticos, os procedimentos metodológicos envolveram entrevistas semiestruturadas e observações de aulas, uma vez que o foco dado pela autora foram as práticas que ocorrem em sala de aula nos Anos Iniciais, ao se trabalhar com a EF. Ademais, novamente a autora pontuou que seja a análise de atividades nos livros ou a prática das professoras desse nível escolar, ambas foram investigadas à luz dos ambientes de aprendizagem.

De modo amplo, os materiais trabalhavam a EF num viés de consumo. Dentre as atividades, apenas aquelas que efetivamente foram trabalhadas em sala de aula, são as analisadas por Oliveira (2017). No total, oito atividades foram categorizadas, sendo sete da semirrealidade e uma da realidade, no entanto, todas referentes ao paradigma do exercício. Entretanto, a partir da prática que as professoras desenvolveram, cinco atividades mudaram para os cenários, viabilizando a percepção de que “tanto a importância de um material bem elaborado, com orientações claras, como discutido por Santos (2017), como também a importância sobre a formação, que possibilite aos docentes estarem preparados para lidar com temáticas novas, como a EF” (OLIVEIRA, 2017, p. 122), foram importantes para enriquecer e aprimorar as discussões em sala de aula.

Encerrando as considerações, a autora mostrou que os materiais devem ser melhor formulados, para que possam desenvolver, por si só, reflexões sobre a EF para os estudantes. Ademais, a ação realizada pelas professoras evidenciou que a prática docente foi essencial para transformar exercícios em cenários para investigação, mostrando a dinâmica possível em uma sala de aula.

Outro estudo que focalizou a temática da EF foi o de Azevedo (2019, p. 19), que possuía como objetivo geral “[...] analisar se/como atividades de Educação Financeira Escolar

têm sido abordadas em livros didáticos de Matemática [...], segundo os Ambientes de Aprendizagem propostos por Skovsmose (2014)”. O autor optou pelos livros dos Anos Finais do Ensino Fundamental que foram aprovados pelo PNLD 2017. Assim, notamos que este estudo vai ao encontro das investigações de Gaban (2016), Oliveira (2017), Santos (2017) e Silva (2017) por tratar da EF, mas diferencia-se ao trabalhar com outra etapa escolar.

Como já citado, a EFE foi um dos referenciais teóricos assumidos por Azevedo (2019), relacionando-se com o trabalho de Oliveira (2017). Além disso, o autor trouxe a EMC e discutiu o diálogo, o contexto, os conceitos de *background* e *foreground*, mas apresentou um foco maior nos ambientes de aprendizagem. Segundo o autor, a EF e a EMC se aproximam, “[...] pois elas coadunam que o ensino deve privilegiar a crítica, o posicionamento, a autonomia e a criatividade dos alunos, questionando e problematizando a realidade, utilizando para isso ferramentas matemáticas” (AZEVEDO, 2019, p. 35).

Dentro da discussão dos ambientes, foram dados exemplos de EF para cada situação apontada por Skovsmose (2014). Este ponto foi interessante, pois diferentemente dos estudos de Oliveira (2017) e Santos (2017), Azevedo (2019) trouxe quais situações estariam nos ambientes (1) e (2), tais como cálculo de juros simples ou compostos, sem utilização de contextos como compras, vendas, lojas, entre outros. Além disso, o autor explicou coerentemente que a ocorrência de cenários para investigação depende de um convite feito pelo professor aos alunos; ademais, não existem ambientes melhores ou piores, o que se pode dizer é que o paradigma do exercício está associado com a zona de conforto e os cenários com uma zona de risco (que se mostra como zona de possibilidades para os professores).

Apesar de não ter deixado explícita a metodologia utilizada, pontuamos que Azevedo (2019) realizou uma pesquisa qualitativa, mas com alguns dados quantitativos, como porcentagens de exercícios classificados nos ambientes de aprendizagem. A análise se debruçou em todos os livros aprovados pelo PNLD 2017, ou seja, 44 obras. O autor não restringiu quais seções ou capítulos seriam analisados, assim, procurou de modo geral nas coleções qualquer referência à EFE, incluindo a Matemática Financeira. Do mesmo modo que o estudo de Silva (2017), as categorizações de Azevedo (2019) poderiam mudar, dependendo da abordagem dada nas orientações para os professores.

Os achados retornaram em 504 itens de atividades, estando a maioria nos ambientes (3) e (1), com as respectivas porcentagens: 56,5% e 23%. Apenas 12,1% dos itens referiam-se ao ambiente (5) e 6,3% ao ambiente (6). Tais dados demonstraram que, de modo diferente dos resultados de Santos (2017) e Silva (2017), a EF não predominou em cenários para

investigação e nem em referências à realidade. No entanto, Azevedo (2019) viu com bons olhos o fato de 7, 32 e 61 itens estarem, nessa ordem, nos ambientes (4), (6) e (5).

Um dado relevante que o autor trouxe é a seguinte suposição: “[...] na medida que os alunos avançam na escolaridade se deparam com atividades sempre mais complexas em que prevalece o cálculo em detrimento de questões mais argumentativas [...]” (AZEVEDO, 2019, p. 62). Tal suposição se faz importante, pois ao comparar os dados de Santos (2017), que analisou livros dos Anos Iniciais e os de Gaban (2016), com os livros do Ensino Médio, podemos inferir que houve uma diferença significativa no conjunto de dados, conforme se avança com as etapas escolares. Ou seja, durante os primeiros anos de escolaridade, as análises evidenciaram uma maior presença de cenários para investigação e, quando se passa aos Anos Finais do Ensino Fundamental e chega-se ao Ensino Médio, a popularização do paradigma do exercício, seja referente à matemática pura ou à semirrealidade, acentua-se.

Azevedo (2019) mostrou que apenas duas coleções, dentre as 12 aprovadas no edital do PNLD em 2017, traziam mais aprofundamentos sobre a EFE. Como já descrito, grande parte das situações apresentadas nos livros referia-se aos ambientes (1) e (3), o que pode ser ainda comparado com o número baixo de orientações para os professores (98 dos 504 itens), sendo que elas eram, “[...] em sua esmagadora maioria [...] sucintas e pouco contribuem para que o professor observe de forma clara o trabalho com EF, vislumbre investigações ou que proponha outras questões” (AZEVEDO, 2019, p. 125).

Encerrando a descrição das pesquisas desta seção, trazemos o estudo de Luna (2019, p. 17), que analisou à “[...] luz da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2000; 2014), como livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2017, propõem atividades com calculadora [...]”. Assim como alguns dos estudos anteriores, o autor analisou as orientações para os professores e, ainda, sua coerência em relação ao que é apresentado no Guia dos Livros Didáticos.

Assumi a calculadora como um recurso tecnológico e a sua articulação com recursos disponíveis na escola. Ainda destacou a importância do livro didático e estudos sobre o uso da calculadora presente nesses materiais. Em relação à EMC, Luna (2019) afirmou que ela foi tomada como suporte teórico, apresentou sua definição de EMC, alguns conceitos como diversidade de condições, *background* e *foreground*, além dos ambientes de aprendizagem. Estes últimos são mais explorados visto que a classificação das atividades foi feita por meio deles. Desse modo, o autor apresentou um estudo semelhante a outros já descritos anteriormente, ao focar nos ambientes de aprendizagem.

A pesquisa documental de Luna (2019) analisou as atividades que abordam o uso da calculadora em todas as coleções do PNLD 2017, ou seja, 44 obras (estes objetos também foram os analisados por Azevedo (2019)). Além disso, duas classificações foram feitas, uma em relação aos eixos da Matemática em que as atividades apareceram e outra seguindo os ambientes de aprendizagem.

Apesar de a análise ter revelado que em todos os livros há atividades com calculadora, o foco maior estava no 6º ano. No total, 1.359 atividades foram analisadas, sendo que o autor considerou cada item como uma atividade. Elas estavam presentes, principalmente, nos eixos de números e operações. Em relação aos ambientes, o predomínio foi de quase 75% das atividades no ambiente (1), sendo que não houve classificações nos ambientes (4) e (6). Entretanto, ocorreu uma distribuição semelhante nos ambientes (2), (3) e (5) com 115, 111 e 112 atividades, nessa ordem. Além disso, apenas três coleções tinham consonância entre as atividades propostas e as orientações no manual do professor, evidenciando uma preocupação em pesquisas que fazem a análise do livro didático.

Ao considerar que a distribuição ao longo dos anos de escolaridade não segue um equilíbrio, Luna (2019, p. 98) entende “[...] que esses fatores podem contribuir para despotencializar (SKOVSMOSE, 2014) o uso de atividades com calculadoras pelos professores [...]”. Mais um fator preocupante trazido pelo autor refere-se à situação sobre o uso da calculadora em sala de aula, onde a resistência que há entre os professores, “[...] pode ser reforçada pela forma como os autores de livros didáticos tratam esse recurso [...]” (LUNA, 2019, p. 98). Desse modo, compreendemos que essa afirmação mostra a potencial influência do livro didático na prática pedagógica, podendo ser, por vezes, prejudicial para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

3.1.2 Aproximações e distanciamentos

Após essa descrição dos trabalhos frutos de pesquisas de mestrado, os quais coadunam com a presente investigação, passaremos a destacar quais são as aproximações e os distanciamentos que podemos apontar de modo que se destaque a relevância, a justificativa e a pertinência de nosso estudo para o campo da Educação Matemática. Faremos esses destaques a partir dos seguintes focos: os temas que foram analisados, as etapas escolares referentes aos livros didáticos, as escolhas metodológicas e as discussões da EMC. Em relação a alguns dos resultados e conclusões, faremos nossos apontamentos ao trazer a análise dos dados de nossa pesquisa, confrontando os achados com a discussão da literatura.

Os últimos trabalhos a serem descritos parecem indicar uma tendência em estudar a EF em livros didáticos. Isso pôde ser observado nas pesquisas de Azevedo (2019), Gaban (2016), Oliveira (2017), Santos (2017) e Silva (2017). De modo amplo, tais estudos assumem a EMC como parte das discussões de EF, mostrando as relações possíveis entre elas, dentro da Educação Matemática. Ao fazer essas relações, os pesquisadores estão chamando atenção para que a EF não se reduza ao ‘guardar para consumir’ ou para o ‘uso de produtos financeiros’, e sim proporcionar reflexões críticas para os alunos.

Não obstante, o trabalho de Oliveira (2004), mesmo ao apresentar foco no conteúdo de percentagens, faz a discussão amparado nos temas transversais de trabalho e consumo e, de certa forma, relaciona-se com os estudos de EF, uma vez que compreendemos essa última como um tema transversal, que pode ser estudada dentro da Matemática. Desse modo, podem trazer reflexões que ‘escapam’ dessa disciplina, como, por exemplo, o funcionamento de uma sociedade capitalista, o regime econômico e político, as desigualdades sociais etc., que ainda são discutidas em outras áreas, como as Ciências Humanas e Sociais.

Outros temas como as medidas estatísticas (OLIVEIRA, 2015), as funções estudadas no 1º ano do Ensino Médio (CARRETA, 2017) e o uso das calculadoras (LUNA, 2019) foram também encontrados na literatura. No entanto, isso não impediu a possibilidade de investigações que analisaram os livros sem se prender a algum tema ou conteúdo, como feito por Santana (2012).

Pontuamos que o levantamento não retornou estudos que analisaram, por exemplo, a Geometria, o que consideramos importante. Esse dado, em nossa visão, corrobora a pertinência e justificativa para empregarmos a presente pesquisa, justamente por tomar essa temática para a análise dos livros didáticos. Apesar de não fazer parte de nossa discussão, evidenciamos que progressões, matrizes e sistemas lineares, probabilidade e números complexos são focos que também não encontramos na literatura e que podem servir de base para novos estudos.

Em relação às etapas escolares escolhidas pelos pesquisadores, estas variaram desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Também destacamos o fato dos livros analisados serem, em grande maioria, aprovados pelo PNLD, evidenciando a relevância deste Programa para o Brasil. Apesar disso, como bem trazido por Oliveira (2017) e Silva (2017), mesmo não usando os materiais aprovados pelo PNLD, a análise é possível para livros produzidos por grupos ou empresas privadas ou, ainda, por outros programas nacionais, como o de Educação Financeira nas escolas.

As pesquisas de Oliveira (2017) e Santos (2017) foram as únicas que olharam para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ambas discutindo sobre a EF. Já os Anos Finais do Ensino Fundamental apareceram em quatro trabalhos, sendo que Azevedo (2019) e Luna (2019) analisaram os mesmos livros, aprovados pelo PNLD em 2017. Já o de Santana (2012) analisou os livros para a EJA nesta etapa e o de Oliveira (2004), os das séries finais do Ensino Fundamental (atuais ‘Anos Finais’).

Por fim, os livros do Ensino Médio também foram a opção de quatro trabalhos: Carreta (2017), Gaban (2016), Oliveira (2015) e Silva (2017), com a observação de que o estudo de Carreta (2017) foca apenas nos livros do 1º ano. Estes trabalhos são os que se aproximam, em termos de escolaridade, com a nossa pesquisa. Escolhemos, conforme será pontuado no capítulo metodológico, alguns livros aprovados pelo PNLD 2018, último edital referente ao Ensino Médio, quando iniciada essa investigação. Consideramos este fato relevante, pois pelo levantado na literatura, este seria um dos primeiros trabalhos que, à luz da EMC, faria análise de livros recém-disponíveis para os alunos e professores de Matemática.

Notamos que uma possível lacuna ainda encontra-se em livros usados no Ensino Superior. Pela utilização de materiais diversos, abarcando cursos diferentes, há possibilidades para investigações futuras que considerem esse período de formação, analisando os livros e levando em conta conceitos da EMC. Uma alternativa viável seria analisar livros destinados à formação de professores que ensinam Matemática, nos mais variados ramos dessa disciplina.

Dentre as escolhas metodológicas há o predomínio da abordagem qualitativa, ora explicitada ora não. A utilização de procedimentos que não exclusivamente a análise documental, por exemplo, ocorreu no caso das pesquisas que tinham um objetivo geral que levasse em conta professores, ou seja, não estavam analisando unicamente um objeto, como foi o caso de Oliveira (2015) e Oliveira (2017). No entanto, tais pesquisas mostram que a análise dos livros se fez importante para o restante da investigação.

Outra abordagem estava na utilização de dados quantitativos, como porcentagens de exercícios ou atividades, quando referentes às categorizações em ambientes de aprendizagem. Apesar disso, as descrições qualitativas não deixaram de ocorrer, como bem colocado pelos pesquisadores ao explicar e justificar determinada categorização, indo além da mera descrição dos dados e oportunizando uma interpretação destes.

Destacamos o trabalho de Carreta (2017), que assumiu uma análise pela Estatística Descritiva, abarcando diversos grupos de questões para mostrar a insatisfatória abordagem da EMC em alguns livros do 1º ano do Ensino Médio. Entretanto, uma informação relevante ao trazer dados sobre análise de livros didáticos, refere-se a imagens destes materiais que

corroboram as interpretações dadas pelos pesquisadores, o que não aconteceu, especificamente, no estudo de Carreta (2017), mas ocorreu nas outras investigações.

Desse modo, compreendemos que a presente pesquisa se aproxima dos estudos descritos, pois a abordagem qualitativa com análise documental foi a metodologia escolhida. Ademais, pontuamos ser pertinente a apresentação de imagens dos livros, justamente para exemplificar situações que consideramos atender ou não alguns conceitos da EMC, ou, ao menos, mostrar nossa justificativa para alguma interpretação.

Outra aproximação relevante está na análise conjunta dos livros do aluno e dos manuais do professor, como feito por grande parte dos estudos. Assim como mostrou Carreta (2017), Luna (2019), Santos (2017) e Silva (2017), a análise de ambos pode mostrar discrepâncias e é relevante fazer essa interpretação visto que esses materiais são usados em sala de aula. Desse modo, na presente pesquisa, também optamos por analisar os livros e os manuais que, no caso aqui específico, formam um único livro, em que a parte inicial é dedicada aos alunos e, ao final, há as orientações didáticas para os professores.

Encerrando esta seção, trataremos sobre as discussões da EMC que foram usadas pelos pesquisadores. Claramente, os ambientes de aprendizagem ou, especificamente, os cenários para investigação, são as discussões que aparecem em todos os trabalhos. Em alguns destes, apenas essa discussão para a análise dos dados foi a escolhida.

Inferimos que a abordagem da EF, por exemplo, foi a que recorreu, exclusivamente, aos ambientes de aprendizagem (AZEVEDO, 2019; GABAN, 2016; OLIVEIRA, 2017; SANTOS, 2017; SILVA, 2017). Essas pesquisas fazem as classificações, ora de exemplos ora de exercícios, dentro da matriz apresentada por Skovsmose (2000; 2014). Destacam a possibilidade de ocorrência ou não de um cenário para investigação, além de explicitar os casos de situações com referência à matemática pura, semirrealidade ou realidade.

Não é apenas com o foco em EF que os pesquisadores usam os ambientes de aprendizagem, como foi o caso de Luna (2019), Oliveira (2004) e Santana (2012), para classificar, respectivamente, atividades com uso da calculadora, atividades de percentagens e os contextos em livros da EJA. Tal constatação mostra a diversidade em empregar a matriz de Skovsmose (2000; 2014) para a análise de livros didáticos, especificamente, as atividades, que incluem exercícios ou também exemplos.

Já os trabalhos de Carreta (2017) e Oliveira (2015), os quais destacamos que se aproximam mais de nossa pesquisa, apresentam diversos conceitos da EMC, indo além dos ambientes de aprendizagem, como, por exemplo, a Educação Crítica, a materacia (ou os

conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo), a ideologia da certeza, a competência democrática e a dimensão política da Educação Matemática.

De modo geral, compreendemos que a presente pesquisa se diferencia da maioria das outras por tratar de capítulos de Geometria; por apresentar o referencial teórico e a análise dos dados baseados em mais conceitos da EMC, não se restringindo aos ambientes de aprendizagem; e por empregar uma revisão da literatura que abarca os estudos que analisaram livros didáticos de Matemática à luz da EMC.

3.2 Artigos em periódicos

A escolha dos periódicos se deu a partir das informações disponíveis no site⁵³ da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM); dos dados da pesquisa de Santos *et al.* (2018), optando pela seleção das revistas de Educação Matemática e/ou de Educação Matemática e Ciências; além de outros periódicos que já conhecíamos, mas não estavam em nenhum dos locais mencionados anteriormente. A lista completa de periódicos pode ser vista no Apêndice A. Optamos por fazer esse movimento de seleção por meios dos periódicos para reforçar a importância deles como veículos que disseminam as pesquisas da área.

As mesmas expressões de busca para encontrar as teses e dissertações foram usadas no site de cada periódico, sem restringir os anos de publicação. A busca retornou em 55 artigos, já desconsiderando repetições dentre os termos de busca. Desse total, 41 foram excluídos pelos mesmos critérios das teses e dissertações, ou seja, não traziam explicitamente a análise dos livros ou conceitos da EMC. Todos os outros 14 textos foram lidos integralmente e entraram na constituição de nossa revisão de literatura.

Vale pontuar que grande parte dos trabalhos encontrados era oriunda de algumas pesquisas já descritas e discutidas anteriormente, desse modo, iremos apenas descrever o que esses textos apresentaram e não vamos problematizá-los, visto que a discussão ampla foi realizada antes, evitando, assim, repetições.

3.2.1 Descrição das pesquisas

Os trabalhos de Santos e Pessoa (2019b; 2019a) são os recortes apresentados a partir da dissertação de Santos (2017). O primeiro texto focou na abordagem da EF presente nos manuais do professor e o segundo nas atividades que são encontradas nos livros dos alunos.

⁵³ Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/materiais/periodicos>. Acesso em: 05 abr. 2021.

Cabe destacar que os livros referem-se aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a análise, em ambos os trabalhos, recorreu aos ambientes de aprendizagem.

Já o trabalho de Biserra, Wielewski e Souza (2013) deu atenção para a contextualização do ensino de Matemática em um livro do 3º ano do Ensino Médio, aprovado pelo PNLD 2012, restringindo a análise aos conteúdos de Estatística. Com uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, a análise foi baseada na discussão de um ensino tradicional da Matemática e um ensino contextualizado da Matemática; este último levando em consideração a realidade dos alunos, os significados de aprendizagem, além dos processos sociais, políticos e históricos numa perspectiva crítica. Dentre os resultados, pontuaram que o livro cumpre superficialmente o que os PCN para o Ensino Médio colocam sobre a contextualização e os exercícios trazidos se basearam na realidade virtual, discutida em Skovsmose (2007), o que prejudica e limita os estudantes para realizarem uma discussão crítica sobre o conteúdo matemático apresentado.

O estudo de Carreta (2017), mencionado anteriormente, deu subsídios para os trabalhos de Carreta e Godoy (2018) e Godoy e Carreta (2018a; 2018b). O primeiro estudo se assemelha com a dissertação referida, mas faz a apresentação dos dados por grupo de questões e não por coleção. No caso de Godoy e Carreta (2018a), o recorte dado foi para a análise de um único livro e um olhar para os conteúdos de funções, sem considerar as funções exponencial e logarítmica. Já no texto de Godoy e Carreta (2018b), o objetivo foi apresentar o produto educacional desenvolvido durante o mestrado da segunda autora. Entendemos que este último texto traz contribuições interessantes, uma vez que abordou exemplos com imagens dos livros, o que havíamos pontuado ser um fator prejudicial à compreensão da análise feita, pois em Carreta (2017) não era possível essa visualização.

Outros estudos que se assemelham aos já discutidos foram o de Dias e Gaban (2019), que oriunda da dissertação de Gaban (2016); os textos advindos da dissertação de Silva (2017); Silva e Selva (2017; 2018; 2019); e o texto de Luna e Carvalho (2021), a partir do estudo de Luna (2019). Em todos os textos referenciados os resultados apresentados já foram discutidos previamente. Cabe destacar, ainda, que nestes trabalhos o foco de discussão era a EF, vista a partir dos ambientes de aprendizagem.

Silva e Selva (2020) também trouxeram a EF, mas com um olhar para o livro didático da EJA para o Ensino Médio, o qual foi aprovado no PNLD 2014. Analisando as atividades do livro, referentes à Matemática, as autoras encontraram oito dentre 191, que tratavam sobre a temática. Ao usar os ambientes de aprendizagem para classificação, apenas uma delas era do ambiente (6), enquanto as outras sete pertenciam ao ambiente (3). Esses resultados vão ao

encontro da pesquisa de Dias e Gaban (2019), no qual o foco também era o Ensino Médio e a presença de atividades que não se limitavam ao ambiente (3) foram raras.

O artigo de Melo e Pessoa (2018), por sua vez, abarcou a EF, assim como os anteriores, mas a análise do livro didático decorreu do material que era usado em sala de aula por uma professora de Matemática do Ensino Médio. O livro era do 3º ano e foi aprovado pelo PNLD 2015. A análise utilizou os ambientes de aprendizagem, tanto para as atividades destinadas aos alunos quanto às orientações para o professor. Dentre as 48 atividades encontradas, os ambientes (1) e (3) ocuparam a maior parcela: 24 e 19, nessa ordem. Em seguida, os autores levaram duas dessas atividades (classificadas nos ambientes (3) e (4)), para que a professora usasse com os alunos. Dentre os resultados, foi percebido que a docente usou as duas atividades dentro do ambiente (3), ou seja, uma atividade com potencial cenário para investigação, a partir da prática pedagógica, tornou-se um exercício. Segundo os autores, o que estava no manual do professor, impactou, de certa forma, a prática da professora, uma vez que não deixava clara a diferença entre EF e Matemática Financeira.

Os ambientes de aprendizagem também fizeram parte da análise de Prampolim e Amaral-Schio (2018), combinadas com a interatividade e as possibilidades e limitações dos Objetos Educacionais Digitais (OED). As autoras analisaram uma coleção dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo PNLD 2014. A pesquisa qualitativa de abordagem interpretativa encontrou oito OED, os quais foram categorizados nos ambientes. Destacaram que seis deles eram possíveis cenários para investigação, sendo 3, 2 e 1 nos respectivos ambientes (2), (4) e (6). Entretanto, reforçam que em termos de *feedback* e acessibilidade para alunos com deficiências, estes OED precisam ser melhorados.

3.2.2 Aproximações e distanciamentos

Do mesmo modo que apresentamos as discussões para as dissertações, iremos pontuar os temas presentes nos artigos, as etapas escolares referentes aos livros didáticos, as escolhas metodológicas e as discussões da EMC. Reforçamos que diversas aproximações e distanciamentos se assemelham ao já destacado na seção 3.1.2, no entanto, algumas novidades ainda foram encontradas.

Em relação aos temas, por exemplo, o trabalho de Prampolim e Amaral-Schio (2018) olhou para os OED, ou seja, centrou-se nas tecnologias presentes em livros didáticos, o que foi algo novo, em relação às outras pesquisas. No entanto, a EF continua sendo a temática mais abordada nos estudos, correspondendo a oito dos 14 artigos encontrados. Cabe destacar

que apenas o trabalho de Silva e Selva (2020) não fazia parte de recortes de algumas dissertações já discutidas. Ademais, encontramos os focos em Estatística (BISERRA; WIELEWSKI; SOUZA, 2013), funções (CARRETA; GODOY, 2018; GODOY; CARRETA, 2018a; 2018b) e nas atividades que usam calculadoras (LUNA; CARVALHO, 2021), os quais já vimos, também, em discussões nas dissertações.

Novamente, o levantamento não retornou estudos que analisaram a Geometria, o qual é o objeto da presente investigação, evidenciando a pertinência e justificativa para escolher essa temática para a análise dos livros didáticos. Do mesmo modo, progressões, matrizes e sistemas lineares, probabilidade e números complexos não foram encontrados na literatura, podendo servir de base para novos estudos.

No que tange às etapas escolares, o Ensino Médio foi o predominante com dez produções, sendo que, especificamente, os livros aprovados pelo PNLD 2015 foram mais analisados. Cabe destacar que não apenas os livros didáticos de Matemática do Ensino Médio foram usados, mas também aqueles pertencentes à EJA e ao Programa de EF nas escolas. Já os livros dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental foram investigados igualmente, isto é, duas pesquisas para cada etapa escolar se fizeram presentes em nossa revisão. Como já havíamos dito anteriormente em relação às dissertações, não obtivemos dados referentes aos livros do Ensino Superior, os quais podem ser objetos de estudo em investigações futuras.

Devido ao alto número de pesquisas com livros do Ensino Médio, apontamos este fator como o que se aproxima de nossa investigação. No entanto, cabe dizer que livros mais recentes, como os do PNLD 2018, ainda não foram objetos de estudo sob a ótica da EMC, o que corrobora a justificativa pela análise dessas coleções em nossa pesquisa.

As escolhas metodológicas dos autores estavam fortemente relacionadas com a abordagem qualitativa, seja com apresentação de dados quantitativos (como ao mostrar as categorizações a partir dos ambientes de aprendizagem) e qualitativos, seja empregando uma visão interpretativa (BISERRA; WIELEWSKI; SOUZA, 2013; PRAMPOLIM; AMARAL-SCHIO, 2018) ou de pesquisa documental (LUNA; CARVALHO, 2021).

Ademais, diversos trabalhos lançaram um olhar para os livros dos alunos, mas também para os manuais do professor, observando diferenças e apontando melhorias em ambos os textos, de modo que tivessem abordagens semelhantes ou, ainda, que os manuais explorassem as atividades, descrevendo o que o professor poderia fazer em sala de aula e não apenas apresentando as resoluções dos exercícios.

Por fim, as discussões da EMC ocorreram, predominantemente, em relação aos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014), indo ao encontro dos achados nas

revisões das dissertações. Entretanto, destacamos que outros olhares foram trazidos, como a contextualização do ensino de Matemática, por Biserra, Wielewski e Souza (2013), que considera a realidade dos alunos e processos como os sociais, políticos e históricos numa perspectiva crítica, além de mostrar a realidade virtual construída pelo livro didático.

Do mesmo modo que na seção 3.1.2, os estudos a partir da dissertação de Carreta (2017) continuam sendo os que se aproximam de nossa investigação. Reiteramos o importante trabalho efetuado por Godoy e Carreta (2018b), pois mostraram, claramente, suas interpretações e algumas imagens que corroboram as discussões da EMC, como as contribuições para a dimensão política da Educação Matemática, presentes em atividades sobre o conteúdo de funções.

3.3 Trabalhos em eventos

Consideramos relevante olhar para as publicações de eventos porque elas são um meio de divulgação das pesquisas e práticas realizadas na área, mas também passam por um processo de diálogo com os pares, visto que são apresentadas pelos seus autores e discutidas em conjunto com os pesquisadores. Sendo assim, escolhemos dois eventos importantes para a área da Educação Matemática: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).

O ENEM foi escolhido por ser o evento mais importante do Brasil na área de Educação Matemática. Ele congrega diversos grupos, entre eles professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores. Já o SIPEM, mesmo sendo um evento internacional, assim como o ENEM ele é promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e busca reunir os pesquisadores brasileiros e internacionais com o objetivo de fortalecer a Educação Matemática do país, contribuindo em avanços das pesquisas da área.

Para a seleção dos textos de todas as edições destes eventos, contamos com a colaboração⁵⁴ do grupo de pesquisa teorEMa, em que já haviam sido identificados todos os trabalhos que envolviam livros didáticos. Assim, a seleção dos textos foi feita lendo os títulos

⁵⁴ Especificamente, a busca foi realizada pela aluna de doutorado Ana Paula Perovano. A pesquisadora mapeou todas as pesquisas de todas as edições dos dois eventos, e selecionou aquelas que no título ou no resumo, tinham relação com o livro didático. Desse modo, um total de 42 e 173 trabalhos, foram encontrados, respectivamente, no SIPEM e no ENEM. Além deste trabalho, o grupo de pesquisa como um todo vem se debruçando em compreender tais investigações e suas implicações para o campo de estudo sobre os livros didáticos.

e resumos e, quando necessário, a lista de referências bibliográficas. Seleccionamos, desse modo, 14 trabalhos do ENEM e um trabalho do SIPEM.

Apesar dessas seleções, o momento de leitura integral dos textos excluiu cinco deles, pois não estavam abordando a análise dos livros à luz da EMC. Sendo assim, a seleção final contou com dez trabalhos, mantendo o estudo apresentado no SIPEM e contando com nove do ENEM.

Do mesmo modo que discutimos na seção 3.2, alguns trabalhos apresentados eram oriundos de pesquisas já descritas na subseção 3.1.1, no entanto, a grande maioria dos estudos era de pesquisadores ainda não mencionados. Este dado se faz relevante visto que outras perspectivas foram observadas, como análise de livros do Ensino Superior ou um olhar para os ambientes de aprendizagem de modo diferente dos vistos anteriormente.

3.3.1 Descrição das pesquisas

Os trabalhos de Gaban e Dias (2016) e Santos e Pessoa (2016; 2019c) são os únicos originados das dissertações já discutidas, respectivamente, de Gaban (2016) e de Santos (2017). Em ambos os textos o foco estava na EF, com classificações dos exercícios (GABAN; DIAS, 2016; SANTOS; PESSOA, 2016) ou das sugestões presentes nos manuais do professor (SANTOS; PESSOA, 2019c) conforme a matriz dos ambientes de aprendizagem.

No caso das pesquisas de Abreu e Machado (2016) e Souza e Bittar (2013), ambas trouxeram a matriz dos ambientes, no entanto, focaram na contextualização, respectivamente, do conteúdo de funções para o Ensino Médio e de Álgebra para o 7º ano do Ensino Fundamental, e abordaram os ambientes pela referência de contexto, ou seja, da matemática pura, da semirrealidade e da realidade.

Abreu e Machado (2016), além de analisar um dos livros aprovados pelo PNLD 2015, discutiram as questões do Exame Nacional do Ensino Médio e perceberam que a contextualização das provas e do livro didático é diferente, com este focando no contexto puramente matemático, enquanto aquelas abordavam mais a semirrealidade. Os autores apontaram para a falta de clareza nas opções do autor do livro didático por apresentar contextos diferentes das provas do Exame, uma vez que consideram que um dos objetivos dos livros seria a preparação dos estudantes para essas avaliações.

Já no estudo de Souza e Bittar (2013), além de utilizar a Teoria Antropológica do Didático, as autoras abordaram as contextualizações mencionadas pelo próprio Guia dos Livros Didáticos de 2011 e associaram algumas com as referências que Skovsmose (2000)

menção, assim, contextualização com práticas sociais conecta-se com as referências à realidade e a contextualização com a própria matemática assemelha-se com a referência à matemática pura⁵⁵. Encontraram como resultados o favorecimento de contextos internos à Matemática, mas em relação às práticas sociais perceberam que, em grande parte, apresentam contextos artificiais, exigindo uma atenção do professor.

O estudo de Lima e Bezerra (2019), por sua vez, verificou os conteúdos matemáticos abordados em livros dos Acervos Complementares⁵⁶ de 2010, utilizando, para isso, as classificações nos ambientes de aprendizagem. A pesquisa documental analisou 12 livros que apresentavam conteúdos matemáticos e nove deles eram do tipo paradigma do exercício. As autoras consideraram todos os materiais como da semirrealidade, pois se tratavam de livros com histórias fictícias. Destacamos uma das atividades trazidas que se refere à Geometria, mostrando uma possibilidade de cenário para investigação para essa temática, o que ainda não foi percebido em estudos anteriores descritos neste capítulo.

Outro trabalho que utilizou os ambientes de aprendizagem foi o de Medeiros e Lima (2019), centrando no letramento estatístico em quatro coleções dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD 2017 e que foram usadas em escolas do campo em uma cidade de Pernambuco. De um total de 12.791 atividades, 703 tratavam de Estatística, sendo que a maioria (462) estava no ambiente (3). Ao restringir a análise apenas para atividades dentro do paradigma do exercício, estas representavam 84,5%. Tais dados vão ao encontro de algumas investigações, que apontam para o alto número de atividades no paradigma do exercício, em particular quando referenciadas na semirrealidade.

Mesquita, Carvalho e Guerra (2010) olharam para a Matemática Financeira em um livro do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovado pelo PNLD 2005. A partir de uma discussão dos cenários para investigação, mas destacando o papel do livro didático e a perspectiva de Skovsmose (2007) sobre a realidade virtual construída por esse material, os autores analisaram uma atividade de juros compostos, classificada dentro do ambiente (4). De modo semelhante ao trabalho de Gaban (2016), os autores apontam transformações e possíveis discussões que podem ocorrer em sala de aula a partir de atividades presentes nos livros, de maneira que leve em consideração a reflexão levantada pela EMC.

O único estudo encontrado que analisou livros do Ensino Superior foi o de Queiroz e Barbosa (2015). Os autores escolheram livros de Matemática Financeira usados em cursos da

⁵⁵ Além dessas duas, havia a contextualização com outras áreas do conhecimento e contextualização histórica.

⁵⁶ Segundo Lima e Bezerra (2019, p. 2), esses livros são “materiais de apoio ao ciclo de alfabetização e que foram distribuídos às escolas públicas em 2010 e 2013”.

área de negócios, após obterem informações com professores dessa disciplina. Optaram por discutir a referência da semirrealidade sinalizando fronteiras com ambientes de trabalho e as situações do cotidiano. De abordagem qualitativa, os pesquisadores encontraram todas as situações como sendo da semirrealidade, mas alguns enunciados se aproximavam de referências à matemática pura ou do cotidiano e dos ambientes de trabalho, mesmo assim, eram raros. Não havia avaliações críticas, apesar de ter espaço para tais.

Por fim, trazemos o trabalho de Vieira (2016), que não focou em conteúdos específicos, do mesmo modo que Lima e Bezerra (2019), e sim abordou um olhar geral para uma coleção do Ensino Médio, utilizada em turmas do Ensino Técnico. A autora recorreu ao Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Educação Matemática, o qual adaptou para fazer a análise, levando em consideração as referências de contexto apresentadas nos ambientes de aprendizagem. A pesquisa era do tipo documental com abordagem qualitativa. Vieira (2016) notou que os autores dos livros privilegiam as referências à realidade nas seções introdutórias da coleção e utilizam mais as atividades voltadas para a matemática pura. A autora considera que estas atividades não desenvolvem um senso crítico nos alunos e que os autores dos materiais deveriam distribuir melhor as atividades, abarcando a argumentação, a exploração e a modelação matemática.

3.3.2 *Aproximações e distanciamentos*

Assim como fizemos nas subseções 3.1.2 e em 3.2.2, vamos pontuar quais os temas abarcados pelos trabalhos apresentados nos eventos, as etapas escolares referentes aos livros didáticos utilizados, as escolhas metodológicas e as discussões da EMC. Do mesmo modo, diversas aproximações e distanciamentos se assemelham ao já destacado nas seções mencionadas, no entanto, algumas novidades foram encontradas.

A EF e a Matemática Financeira corresponderam à metade dos trabalhos revisados, o que vem mostrando uma relação mais próxima com o que foi visto nas dissertações e nos artigos. Funções, Estatística e Álgebra foram outras temáticas que apareceram, apesar disso, duas pesquisas (LIMA; BEZERRA, 2019; VIEIRA, 2016) não olharam para um conteúdo em específico, o que também já foi observado na literatura, com o estudo de Santana (2012).

Percebemos que a Geometria, por exemplo, não foi foco de discussão, mas apareceu dentre exemplos dados por Lima e Bezerra (2019), mostrando a possibilidade de cenários para investigação com a temática, quando vista no ciclo de Alfabetização Matemática (1º, 2º e 3º

anos do Ensino Fundamental). Tal constatação nos motiva e mostra a relevância de empregar um estudo que dê atenção para a Geometria e os conceitos da EMC.

No que tange às etapas escolares, as divisões foram mais semelhantes, com três estudos cada para as etapas da Educação Básica e outro para livros do Ensino Superior. Tal fato mostra que a lacuna evidenciada nas dissertações e artigos pode começar a ser preenchida com o trabalho de Queiroz e Barbosa (2015), que olharam para livros na área de negócios, com particular interesse na Matemática Financeira.

Dentre os três estudos do Ensino Médio, os quais se assemelham com nossa investigação, dois deles tratavam de livros aprovados pelo PNLD 2015 e outro de um livro de 2010, o qual não se teve informação de aprovação ou não no Programa. Novamente, compreendemos que análises de editais mais recentes, como o do PNLD 2018, ainda não tinham sido empregadas. No entanto, cabe destacar que apenas as últimas edições do ENEM e do SIPEM poderiam abarcar análise de livros recém-aprovados, visto que ocorreram em 2019 e 2018, respectivamente.

As metodologias utilizadas foram análise ou pesquisa documental com abordagem qualitativa e, quando não havia especificações pelos autores, compreendemos que a análise ocorreu de modo qualitativo, onde os pesquisadores privilegiavam interpretações em torno das atividades ou das sugestões nos manuais do professor. Apesar disso, o trabalho de Abreu e Machado (2016) fez comparações com as atividades do livro e as questões de um exame nacional e o estudo de Souza e Bittar (2013) se apoiou no Guia dos Livros Didáticos para categorizar situações contextualizadas.

Finalmente, as discussões da EMC ocorreram, amplamente, pelas categorizações e classificações dentro dos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000), apontando para um direcionamento semelhante ao visto em 3.1.1 e 3.2.1. Entretanto, ponderamos que o uso da matriz apresentada por Skovsmose (2000) foi diferente nas pesquisas de Abreu e Machado (2016), Lima e Bezerra (2019), Queiroz e Barbosa (2015) e Souza e Bittar (2013), pois fizeram análises em torno das referências (matemática pura, semirrealidade e realidade) ou das práticas (paradigma do exercício e cenários para investigação).

Como feito antes por Biserra, Wielewski e Souza (2013), a pesquisa de Mesquita, Carvalho e Guerra (2010) também tratou da realidade virtual criada pelos autores dos livros didáticos, conforme trazido por Skovsmose (2007). Essa noção da EMC não foi identificada em outros trabalhos além destes, por isso, notamos uma aproximação e pertinência dessa discussão para a presente pesquisa.

Diferentemente do que afirmamos nas seções 3.1.2 e 3.2.2, não conseguimos identificar, dentre os trabalhos oriundos dos eventos, estudos que se aproximavam mais do objetivo desta pesquisa, a não ser pela abordagem qualitativa. Apesar disso, compreendemos que o exemplo dado por Lima e Bezerra (2019) a respeito de um cenário para investigação no âmbito da Geometria e as reflexões de Biserra, Wielewski e Souza (2013) e de Mesquita, Carvalho e Guerra (2010) sobre a realidade virtual criada pelos autores dos livros didáticos, podem trazer reflexões mais pertinentes, que coadunam com nossa pergunta de pesquisa.

3.4 Tecendo articulações: considerações a respeito dos achados na literatura

Temos como objetivo nesta seção apresentar as considerações a partir da revisão da literatura sobre pesquisas que analisaram livros didáticos e empregaram conceitos da EMC. Pontuamos a importância de fazer essa escrita, por um lado, para justificar o que a literatura vem dizendo e quais aproximações e distanciamentos encontramos quando comparamos o que foi feito com o que pretendemos fazer e, por outro, para tentar construir uma compreensão sobre usar a EMC em análise de livros didáticos de Matemática, sem perder de vista que não se trata de uma metodologia, conforme elucidado por Skovsmose (2007).

Ao trazer 34 trabalhos que fizeram a análise de livros didáticos, na totalidade ou parcialmente, à luz da EMC, percebemos que a discussão dos ambientes de aprendizagem vem se tornando uma tendência para classificação de atividades presentes nesses materiais. Não obstante, adaptações do que Skovsmose (2000; 2014) apresentou podem ser percebidas em algumas pesquisas, principalmente ao adotar alguma temática ou conteúdo específico, como foi o caso da Educação Financeira.

Concordamos com Marconi e Milani (2020) que, em artigo que analisa uma edição temática sobre a EMC, encontraram uma ampla utilização do texto de Skovsmose (2000), percebendo que “[...] tal matriz provoca algo em quem a lê: empatia, angústia, acolhimento, desafio. De alguma forma, ao ler a matriz, o professor ou o futuro professor sentem-se representados (sic) [...]” (MARCONI; MILANI, 2020, p. 273). Assim, análises de atividades seguindo classificações nos ambientes, se preocupam com ações possíveis em sala de aula, saindo de uma Educação Matemática tradicional (paradigma do exercício) para uma que oportunize reflexões e críticas aos estudantes e aos professores (cenários para investigação).

Esses mesmos autores notaram que alguns pesquisadores vêm propondo reformulações na matriz dos ambientes, pensando em outras possibilidades, por exemplo, Biotto Filho, Faustino e Moura (2017) com a proposição de duas novas colunas que indicam

uma ‘investigação controlada’ e ‘cenários para ação’, além de uma nova referência, alusiva à ‘possibilidades’. Tais reformulações não são as mesmas evidenciadas nas pesquisas aqui discutidas, mas, de certa forma, nos mostram que a proposta de Skovsmose (2000) serve de inspiração para tratar de temáticas diferentes, na Matemática e na Educação Matemática.

Entendemos que refletir sobre outros conceitos da EMC também pode nos ajudar a compreender intencionalidades dos autores dos livros didáticos, evidenciando uma maneira de pensar o ensino e a aprendizagem de Matemática que ocorre ou pode ocorrer em uma sala de aula, a partir do uso desses materiais e das propostas ali colocadas.

Como trazido por Carreta (2017), por exemplo, situações em que os alunos são convidados a realizarem atividades em grupo contribuem para a democracia, apesar de serem raras para desenvolver a competência democrática (SKOVSMOSE, 1994; 2001). Não obstante, algumas passagens, quando envolvem referências à semirrealidade ou à realidade, também podem contribuir para a compreensão da dimensão política da Educação Matemática, como mostrado por Godoy e Carreta (2018b), em situações que envolvem variações da inflação ou taxas de desemprego.

Uma compreensão sobre a realidade virtual ocasionada pelos autores de livros didáticos, conforme aborda Skovsmose (2007), só foi apresentada por Biserra, Wielewski e Souza (2013) e Mesquita, Carvalho e Guerra (2010). Os primeiros autores mostraram que os exercícios de Estatística apresentam uma única resposta correta e, quando solicitam pesquisas para os alunos empregarem, não trazem a discussão do contexto real aos quais elas pertencem.

Compreendemos, no entanto, que a reflexão sobre a realidade virtual mostrada nesses materiais pode potencializar a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) em torno da Matemática, com situações completamente controladas, que levem os estudantes a encontrar uma única solução para os problemas e ignorar as verdadeiras situações que poderiam ocorrer em suas realidades. Logo, traduz-se em uma intenção colocada por nós para analisar até que ponto os materiais enfatizam essa ideologia, ou se propõem caminhos que levam ao seu desafio, como nos indicam Borba e Skovsmose (2001).

Um desafio à ideologia da certeza, por exemplo, pode ser realizado a partir do desenvolvimento da matemacia, como sugerem Alrø e Skovsmose (2010). Essa competência foi observada apenas em alguns estudos. De forma particular, Oliveira (2017) e Santos (2017) a discutem em relação às práticas de consumo, abordadas em Skovsmose (2014). Talvez as autoras optem por esse caminho devido à Educação Financeira ser a temática de interesse de suas investigações.

Por outro lado, Oliveira (2015) discute *materacia* (ou *matemacia*) no seu referencial teórico, mas não a trouxe na análise relativa aos livros didáticos. Por fim, apesar de não explicitar a palavra ‘*matemacia*’, Carreta (2017) evidencia suas preocupações no que tange os conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo, indicando a pouca presença desse último nos materiais perquiridos. Esse fato, como explica Skovsmose (1994; 2001), acaba reduzindo a possibilidade de a *matemacia* desenvolver um suporte para a cidadania crítica e o desenrolar da competência democrática.

Vale destacar sobre o processo qualitativo de investigar que, conforme trazem Gaban (2016) e Oliveira (2015), há uma subjetividade do pesquisador. Ao olhar os dados com um posicionamento crítico, como o que a EMC oferece, experiências, compreensões, leituras etc. ajudam a interpretar os dados de uma maneira singular em cada pesquisa. Sendo assim, ter a EMC enquanto uma postura assumida nas investigações e, em particular, tomar livros didáticos como objetos de estudo, proporciona que diferenças importantes possam ser observadas e, para não correr o risco de buscar generalizações equivocadas, a análise deve se preocupar com aspectos específicos e que se mostram nos dados, evitando uma visão apenas quantitativa, mas sim que foque nas características de cada material.

Ao dizer isso, nos preocupamos em investigar se a Geometria poderia seguir ‘a mesma linha’ da Educação Financeira, por exemplo, quando no âmbito do Ensino Médio as possibilidades de discussões críticas e reflexivas são raras. Ou, ainda, se por a Geometria estar sempre relacionada com a visão de um mundo ‘geometrizado’, as articulações entre um campo puramente matemático e outro real ganhariam contornos diferentes dos que alguns estudos identificaram. Independente dos achados, buscamos manter um foco de analisar o que os dados apresentam e, de forma vinculada, trazer o presente entrelaçamento da literatura como um componente a mais para a discussão, e não como ‘validação’ ou generalização das interpretações subsequentes.

Nesse sentido, é nossa intenção buscar mais conceitos da EMC além do que a literatura utilizou, mas não com a ideia de desqualificar essas pesquisas e sim como forma de ampliar e ofertar subsídios para o campo da investigação em Educação Matemática. Ao fazer isso, também estamos propondo caminhos alternativos para as práticas pedagógicas dos professores de Matemática e para uma aprendizagem crítica dos estudantes, no que tange os conhecimentos advindos da Geometria. Logo, não há uma trilha específica para abarcar a EMC como metodologia de pesquisa (SKOVSMOSE, 2007), mas sim como uma exposição de preocupações (SKOVSMOSE, 2014).

De que forma livros didáticos promovem a competência democrática ao trabalhar conteúdos de Geometria? Quais papéis sociopolíticos da Educação Matemática são intencionados pelos autores? A promoção da ideologia da certeza enfatiza que as atividades geométricas são ricas em aplicações no mundo real? É possível desenvolver a matemática a partir dos materiais investigados? Há a inclusão de cenários para investigação no âmbito de capítulos destinados à Geometria? Essas questões enfatizam algumas de nossas preocupações e evidenciam que assumir a EMC como uma postura de pesquisa envolve reconhecer o que está posto e identificar abertura de possibilidades.

4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Neste capítulo, temos como objetivos apresentar a abordagem qualitativa como a opção metodológica assumida para a presente pesquisa; e explicitar algumas de suas características e de seus procedimentos. Além disso, discutimos a análise documental enquanto uma forma procedimental que guiou o estudo, bem como a apresentação das obras escolhidas para empregar a análise e interpretação dos dados. Por fim, trazemos a exposição do caminhar pela análise, narrando quais passos foram trilhados para essa empreitada.

4.1 Abordagem qualitativa

A justificativa para adotar a abordagem qualitativa vai ao encontro do que autores, principalmente das áreas da Educação (Matemática) e das Ciências Sociais descrevem. Entre eles, destacam-se Alves-Mazzotti (1998), Bogdan e Biklen (1994), Borba, Almeida e Gracias (2018), Creswell (2010) e Goldenberg (2015).

Esses autores, de modo geral, apontam características da abordagem qualitativa que, nesta pesquisa, compreendemos estar em conformidade com a pergunta diretriz formulada, a saber: *como conceitos da Educação Matemática Crítica permeiam livros didáticos do Ensino Médio, no âmbito da Geometria?*

Para Bogdan e Biklen (1994), por exemplo, a pesquisa qualitativa possui cinco características, que podem aparecer ou não em todas as investigações. Compreendemos, aqui, que algumas dessas características se fazem presentes, como o investigador ser o instrumento principal para a produção dos dados, a análise ser descritiva e o interesse pelo processo e não apenas pelos resultados finais da investigação.

O investigador ser um instrumento da pesquisa repousa no fato de que ele é o responsável por produzir, analisar e revisar os dados, bem como escolher os participantes e/ou objetos de estudo, os livros didáticos no caso, para o desenvolvimento desta pesquisa. Uma análise descritiva vai incluir as palavras e imagens que os dados produzidos emanam, sendo necessária uma organização e “[...] respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Já o interesse no processo, ao invés do resultado final, está relacionado ao *como?*, ou seja, aos significados, às intenções e aos objetivos dos participantes (neste caso, relacionados aos autores dos livros didáticos e não o objeto livro em si).

Em concordância com a característica de o pesquisador ser um instrumento da pesquisa, Alves-Mazzotti (1998) explica que o investigador pode fornecer, já em seu capítulo metodológico, algumas informações ou experiências, pessoais e profissionais, que estão relacionadas com o contexto da pesquisa. Essas informações serão esclarecidas na seção 4.3, quando forem abordados quais os livros e os critérios de seleção, bem como na seção 4.4, ao explicar quais os conteúdos a serem analisados nesses materiais.

Mais características são trazidas por Creswell (2010), em conformidade com Bogdan e Biklen (1994), mas adicionando outras, como a lente teórica e a interpretação. Para Borba, Almeida e Gracias (2018) a lente teórica é compreendida como uma metáfora, que equivale ao capítulo de apresentação e discussão do referencial teórico da pesquisa, ou seja, será usada para ler os dados, durante o processo de análise. Desse modo, a lente teórica adotada nesta investigação, que foi descrita no capítulo 2, diz respeito a alguns conceitos, termos e noções da Educação Matemática Crítica.

A interpretação está ligada com o fato de o pesquisador ser um instrumento da pesquisa, uma vez que ele associa suas interpretações dos dados com o contexto e conhecimentos anteriores. Uma preocupação colocada por Creswell (2010) é em relação às questões éticas, sendo necessária a reflexão por parte do pesquisador sobre “[...] seus vieses, seus valores e suas origens pessoais, tais como gênero, história, cultura e *status* socioeconômico que podem moldar suas interpretações durante um estudo” (CRESWELL, 2010, p. 211, grifo do autor).

Cabe dizer, também, além dessas características da abordagem qualitativa, os problemas teórico-metodológicos que podem surgir ao empregar esse tipo de abordagem. Para Goldenberg (2015), por exemplo, a personalidade e os valores do pesquisador, a conservação do material coletado, a delimitação do objeto de estudo e a certeza do pesquisador em relação aos dados são alguns desses problemas.

Em busca de minimizar esses problemas, destacamos e valorizamos o papel do grupo de pesquisa nas discussões sobre o andamento das investigações de seus membros. Não há dúvidas sobre as contribuições que um grupo pode trazer para a pesquisa de cada investigador, como questionar e criticar o trabalho realizado, sugerir aprimoramentos e recomendar novas leituras. Apesar disso, como mencionam Borba, Almeida e Gracias (2018), os grupos também têm suas limitações e outras instâncias são necessárias para este ‘compartilhamento com os pares’, como o próprio Programa de Pós-Graduação, os encontros e congressos científicos, os periódicos e os livros, com seus editores, revisores e pareceristas.

Assim, compreendemos que desenvolver uma pesquisa, não exclusivamente a qualitativa, que envolva diversos outros atores no processo, poderia diminuir os problemas apontados por Goldenberg (2015). Ademais, em relação à delimitação do estudo, que será apresentada na seção 4.3, juntamente com os posicionamentos do pesquisador, justificaremos os passos dados, uma vez que foram selecionados alguns livros dentre os possíveis para realizar a pesquisa.

Com esse breve esclarecimento sobre as características da abordagem qualitativa que estão em consonância com a pesquisa e a com a pergunta diretriz, passaremos o foco para alguns procedimentos metodológicos que fazem parte dessa abordagem. Segundo Borba, Almeida e Gracias (2018) os

[...] procedimentos devem ser descritos com o objetivo de propor um caminho para buscar respostas para a pergunta de pesquisa. Daí surgirão os dados e, por isso, os procedimentos devem estar bem estruturados, sempre com a possibilidade de adaptações que possam ser necessárias à medida que a pesquisa avança (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 80).

Entre alguns dos procedimentos e instrumentos de coleta de dados, Alves-Mazzotti (1998, p. 163) destaca que “[...] observação (participante ou não), a entrevista em profundidade e a análise de documentos são os mais utilizados, embora possam ser complementados por outras técnicas”. Isso vai ao encontro do que Lüdke e André (1986) pontuam ao referenciar estes três métodos de coleta de dados. Creswell (2010) também aborda as entrevistas, observações e documentos, além de trazer os materiais audiovisuais, como as fotografias, *softwares* e filmes.

O foco desta pesquisa está em um desses procedimentos em específico: a análise de documentos ou, simplesmente, análise documental. Tal procedimento se justifica pelo objeto de estudo que está em investigação (livros didáticos), considerado, entre outras funções (CHOPPIN, 2004), como uma fonte documental (CECHINEL *et al.*, 2016).

Como há uma diversidade de interpretações a respeito da análise documental, sendo vista, ainda, como pesquisa, técnica ou método (SÁ-SILVA; ALMEIDA; GUINDANI, 2009), na próxima seção há a discussão desse procedimento, bem como o que está sendo assumido na presente pesquisa.

4.2 Análise documental

No sentido de iniciar a discussão sobre análise documental, convém, primeiramente, explicar o que é entendido como documento. Na visão de Alves-Mazzotti (1998), por

exemplo, se algum registro escrito for usado como fonte de informação, ele pode ser considerado um documento. Para a autora, quando o foco da pesquisa se concentra na área educacional, os livros didáticos, planos de aula, registros escolares, entre outros, são comumente utilizados.

Para Cellard (2012), os documentos (ou fontes) são os textos escritos, de modo manuscrito ou impresso, que estão registrados em papel. O autor considera essas fontes como primárias ou secundárias, explicando que elas são exploradas no desenvolvimento da pesquisa, e não criadas, como os roteiros de entrevistas ou anotações em cadernos de campo. Apesar do autor se dirigir ao registro em papel, compreendemos que, nos dias atuais, este papel pode ser acessado em tela, isto é, em meio digital, o que corrobora a visão de Alves-Mazzotti (1998) sobre os registros escritos.

Complementando o entendimento de Alves-Mazzotti (1998), Lüdke e André (1986) apontam uma série de documentos que têm potencial para serem investigados em uma abordagem qualitativa, entre eles, destacamos as leis, normas, cartas, jornais, autobiografias, além dos livros e arquivos escolares.

Ademais, ao trazer no capítulo 1 a discussão sobre os livros didáticos e assumindo o que é afirmado por Choppin (2004), este recurso tem funções diferentes como a referencial, a instrumental, a ideológica (ou cultural) e a documental, esta última em concordância com o destacado anteriormente por Alves-Mazzotti (1998) e Lüdke e André (1986).

Cabe dizer, ainda, que a utilização dos documentos apresenta vantagens e desvantagens em uma pesquisa. Dentre as vantagens, salientamos as seguintes: evidências que respaldam as afirmações e as argumentações do pesquisador, fornecimento de informações sobre um contexto específico, tipo de fonte não-reativa e que pode ser acessada com frequência pelo pesquisador e, caso tenha interesse, pelo leitor da investigação. Contudo, entre as desvantagens, mencionamos a não-representatividade dos fenômenos investigados (por exemplo, o cotidiano do uso do livro didático pelos professores e alunos), a falta de objetividade e as escolhas arbitrárias por parte do pesquisador (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Em relação à primeira desvantagem, assumimos que o objetivo da pesquisa não é explicar como o professor utiliza o livro didático ou como os alunos fazem sua leitura e procedem com as atividades ali propostas, mas sim, queremos compreender as intenções e as posições colocadas nestes recursos, quando analisadas à luz de conceitos da Educação Matemática Crítica.

Entendemos, ainda, que as duas últimas desvantagens podem ser vistas sob um olhar metodológico quantitativista, que nega a subjetividade do pesquisador durante o processo de

investigação, sendo assim, ao trazermos na seção 4.3 nosso posicionamento frente à escolha e critérios de seleção dos livros didáticos, objeto de estudo desta pesquisa, compreendemos que essas desvantagens possam ser repensadas e entendidas como inerentes ao próprio processo qualitativo de investigar.

A partir do exposto, como proceder com a análise documental? No entendimento de Alves-Mazzotti (1998), o pesquisador precisa conhecer algumas informações a respeito dos documentos usufruídos na investigação, como quem ou qual instituição o produziu, quais os embasamentos ou fontes necessárias para essa produção e com quais objetivos eles foram elaborados.

Nesta pesquisa recorreremos aos apontamentos de Cellard (2012) sobre alguns passos⁵⁷ da análise documental. Segundo o autor, uma primeira etapa é a análise preliminar, em que o pesquisador lança um olhar crítico para os documentos e que se divide em cinco dimensões: o contexto, o(s) autor(es), a autenticidade e a confiabilidade do texto, a natureza do texto e, os conceitos-chave e a lógica interna do texto. Passaremos a explicar cada uma dessas dimensões, para depois empreender no desenvolvimento da análise em si.

i) *O contexto*. Especificar o contexto social do autor e do leitor a que estava destinado o documento se faz necessário em todas as etapas da análise documental. Segundo Cellard (2012), não importa se o documento é de um passado distante ou recente, a sua localização política, econômica, social e cultural deve ser conhecida pelo pesquisador. Este conhecimento do contexto social também deve ser global, pois no momento de análise o pesquisador ainda não sabe quais os elementos relacionados ao campo social serão utilizados para produzir explicações e interpretações. Ademais, para Cellard (2012), o conhecimento íntimo do investigador sobre a sociedade, poderia produzir uma análise crível e rica.

ii) *O(s) autor(es)*. Esta dimensão relaciona-se com o conhecimento sobre as motivações, as expressões e os interesses de quem escreveu o documento. Conforme explicado por Cellard (2012), seria difícil compreender esses interesses do texto sem o conhecimento dos autores que o escreveu e, ainda, a quem ele se dirige. Além do mais, conhecer essa identidade dos autores proporciona “[...] avaliar melhor a credibilidade de um texto, a interpretação que é dada de alguns fatos, a tomada de posição que transparece de uma descrição, as deformações que puderam sobrevir na reconstituição de um acontecimento” (CELLARD, 2012, p. 300).

⁵⁷ Segundo o autor referenciado, não se trata da constituição de exemplos rígidos de uma análise documental de natureza qualitativa, mas sim de etapas metodológicas que os pesquisadores percorrem e são variadas, pois tratam de temas, problemas de pesquisa, abordagens, entre outros elementos, que são diversos e dependem do pesquisador.

iii) *A autenticidade e a confiabilidade do texto.* Além das duas dimensões anteriores, verificar a procedência e a autenticidade da informação que é trazida no documento também se faz relevante. Cellard (2012) ainda argumenta sobre a reflexão que o pesquisador deve fazer quanto à relação entre os autores e o que é descrito por eles. Entre alguns exemplos dessa relação, podemos citar: o que é relatado no documento teve os autores como testemunhas? Há a reportação de falas de outras pessoas? Também poderia se questionar os modos de coleta de informações que são utilizados pelos autores do documento (CELLARD, 2012).

iv) *A natureza do texto.* Os diferentes modos de se expressar em um documento podem ser variados e, ainda, relacionados com áreas específicas de atuação como a medicina, o direito e a teologia. Sendo assim, terão sentido para os leitores que já possuem um conhecimento inicial neste contexto particular em que o documento foi produzido. O papel do pesquisador será fundamental, nas palavras de Cellard (2012), para conquistar a confiança dos leitores, desse modo, o investigador pode alertar sobre as dificuldades e os problemas encontrados, além de evidenciar uma prudência em relação ao que é apresentado.

v) *Os conceitos-chave e a lógica interna do texto.* Após uma análise das dimensões anteriores, Cellard (2012, p. 303) mostra que o pesquisador pode compreender “[...] satisfatoriamente o sentido dos termos empregados pelo autor ou os autores de um texto”. Assim, a delimitação adequada dos conceitos e dos sentidos das palavras se constituem como precauções pertinentes para a análise. Outro ponto relevante é a compreensão da lógica interna do texto, ou seja, como é constituído um argumento e quais são os seus componentes. Além disso, essa compreensão pode se firmar como um apoio para a comparação de diversos documentos que têm em comum a sua natureza (CELLARD, 2012).

Finalizada essa análise preliminar passa-se para a reunião de todas as partes, incluindo a lente teórica, e uma interpretação harmoniosa poderá ser expressa pelo pesquisador. Segundo Cellard (2012), este momento da análise tem uma abordagem tanto indutiva quanto dedutiva, pois

[...] as duas se conjugam. Assim, a escolha de pistas documentais apresentadas no leque que é oferecido ao pesquisador, deve ser feita à luz do questionamento inicial. Porém, as descobertas e as surpresas que o aguardam às vezes obrigam-no a modificar ou a enriquecer o referido questionamento (CELLARD, 2012, p. 303).

O referido autor explica que esse modo de proceder se diferencia da abordagem positivista, que tinha como objetivo geral reunir diversos documentos e produzir uma síntese destes. Desse modo, essa abordagem indutiva e dedutiva recorre ao procedimento de desconstrução e reconstrução dos dados, em que o pesquisador “[...] deve se empenhar em

descobrir as ligações entre os fatos acumulados, entre os elementos de informação que parecem, imediatamente, estranhos uns aos outros” (CELLARD, 2012, p. 304).

A partir disso, parafraseando Cellard (2012), as ligações estabelecidas entre o problema de pesquisa e o que é extraído dos documentos proporciona ao pesquisador uma formulação para explicar sua argumentação, bem como a produção de uma interpretação consistente e que possa reconstruir algum aspecto da sociedade.

Para que isso seja possível, o investigador compara elementos extraídos do texto com outros elementos do *corpus* documental, assim, uma leitura constantemente repetida vai permitir a tomada de consciência das semelhanças, das diferenças e das relações que possam levar a essa reconstrução.

As combinações possíveis entre os diferentes elementos contidos nas fontes estabelecem-se em relação ao contexto, à problemática, ou ao quadro teórico, mas também, deve-se admiti-lo, em função da própria personalidade do pesquisador, de sua posição teórica ou ideológica (CELLARD, 2012, p. 304).

Pelo exposto na citação anterior, o papel do pesquisador está em constante relevância para o desenvolvimento da pesquisa, isso é enfatizado pelo descrito na seção 4.1 e será fundamental no desenrolar da análise porque a intuição e a imaginação que ele utiliza se caracteriza em um momento chave,

[...] que não se ensina de fato; trata-se de uma aptidão que se cultiva e se desenvolve; ela é, em geral, o fruto de reflexões, leituras, discussões com outros pesquisadores, [com o grupo de pesquisa,] etc. Salientamos também, por outro lado, que o tempo passado na coleta dos dados frequentemente possibilita uma reflexão contínua e a maturação de algumas ideias ou hipóteses que levam à formulação de explicações plausíveis (CELLARD, 2012, p. 305, inserção nossa).

Por fim, a análise documental deve conter posicionamentos críticos do pesquisador que resultem em uma pesquisa válida e de qualidade. Ademais, o quadro teórico pode ficar flexível frente ao encontrado nos documentos de modo que possam ser elaboradas “[...] novas teorias, novas hipóteses, ou a aperfeiçoar alguns conceitos iniciais” (CELLARD, 2012, p. 306).

4.3 Escolhas da etapa escolar e seleção das coleções

No caso do Brasil, em que os livros didáticos destinados para todos os alunos das escolas públicas conveniadas passam pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), se faz necessário especificar quais coleções foram selecionadas e qual etapa escolar foi escolhida. Desse modo, pelo meu contato mais direto ao participar do Programa

Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) e do Programa Residência Pedagógica (RP), em escolas do Ensino Médio, esta etapa foi escolhida por contar com uma proximidade com os conteúdos presentes nesse período escolar.

Assim, o edital mais recente de livros do Ensino Médio, até o momento de produção de dados desta pesquisa, é o de 2018. No caso específico do PNLD 2018, oito coleções foram aprovadas (BRASIL, 2017) e, então, distribuídas para as escolas públicas brasileiras que, de acordo com o cronograma, deveriam ser escolhidas pelos professores ou pelas próprias escolas.

A partir de uma análise no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, atrelado ao Ministério da Educação, foram identificados os valores totais gastos com o PNLD 2018, bem como, os números por editora e por título de cada livro. Neste mesmo levantamento, encontra-se a quantidade de exemplares distribuídos por todo o país. A Tabela 2 a seguir sintetiza esses dados em relação aos livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD 2018.

Tabela 2 – Quantitativo de livros didáticos de Matemática no PNLD 2018, por ordem decrescente de distribuição.

Coleção	Editora	Preço, em média, do livro do aluno (em R\$)	Preço, em média, do livro do professor (em R\$)	Livros totais distribuídos	Valor total (em R\$)
Matemática: Ciência e Aplicações	Saraiva Educação Ltda.	8,20	11,78	2.044.129	16.960.110,55
Matemática – Contexto & Aplicações	Editora Ática S.A.	8,15	11,50	1.726.787	14.225.634,41
#Contato Matemática	Editora FTD S.A.	8,27	11,40	1.513.248	12.727.908,18
Conexões com a Matemática	Editora Moderna Ltda.	7,34	10,89	822.799	6.153.326,41
Quadrante Matemática	Edições SM Ltda.	8,17	12,03	620.171	5.131.499,01
Matemática – Paiva	Editora Moderna Ltda.	8,24	11,72	617.360	5.137.228,61
Matemática: interação e tecnologia	Leya Editora Ltda.	11,52	16,43	441.214	5.135.659,52
Matemática para compreender o mundo	Saraiva Educação Ltda.	8,50	12,08	146.940	1.257.667,92

Fonte: Adaptada pelo autor a partir de dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 24 fev. 2021.

A partir dos dados de distribuição dos materiais e de modo a limitar o número de coleções a serem analisadas, alguns critérios foram estabelecidos. Primeiro, optamos por analisar duas coleções, de maneira que a análise pudesse fornecer indícios de semelhanças e diferenças entre cada uma delas. Depois, escolhemos, dentre as oito coleções, aquelas em que

já foram submetidas e aprovadas em editais do Ensino Médio anteriores, de 2012 (BRASIL, 2011) e de 2015 (BRASIL, 2014) e outras em que a presença no presente PNLD é inédita ou que seus autores ainda não participaram dos editais.

Assim, as coleções *Matemática – Contexto & Aplicações*, *Matemática: Ciência e Aplicações*, *Matemática – Paiva* e *Conexões com a Matemática* são as quatro que já foram aprovadas nos dois editais do PNLD mencionados anteriormente. Apesar disso, a coleção *Matemática para compreender o mundo* é de autoras que participaram dos editais anteriores com o nome da coleção modificado no PNLD 2018. E a coleção *#Contato Matemática* também já contou com um dos autores em outros editais.

Dessas seis coleções, podemos observar que todas, de algum modo, já foram aprovadas em editais anteriores ou, ao menos, os autores participaram de sua escrita. Assim, a delimitação que buscamos foi selecionar a coleção que mais foi adotada e, consequentemente, distribuída para as escolas brasileiras. Conforme a Tabela 2, trata-se da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c).

Desse modo, a escolha para livros e autores inéditos em editais do Ensino Médio se reduziu às coleções *Quadrante Matemática* e *Matemática: interação e tecnologia*. Em decorrência disso, optamos pela segunda coleção porque a aquisição de livros destinados às escolas não pode ser feita por meio comercial, dependendo assim, da doação aos pesquisadores pelas escolas e/ou professores. A coleção *Matemática: interação e tecnologia* de Balestri (2016a; 2016b; 2016c) foi obtida pelo grupo de pesquisa teorEMa a partir de doações, por isso, foi uma das escolhidas para análise.

Tomamos para análise a versão manual do professor, que contém além do conteúdo programático destinado aos alunos, as orientações didáticas para os professores. Isso se justifica, ainda, pela delimitação de um dos objetivos específicos desta pesquisa: *compreender se e como as orientações didáticas, contidas no manual do professor de Matemática, estão em consonância com conceitos da Educação Matemática Crítica*. No Quadro 3 inserimos imagens das capas dessas duas coleções.

Quadro 3 – Capas dos livros didáticos analisados.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para encerrar esta seção, retomamos algumas questões deixadas nas seções anteriores, de modo que possam ser justificadas. São elas: informações do pesquisador relacionadas com o contexto da pesquisa (ALVES-MAZZOTTI, 1998), a delimitação do estudo (GOLDENBERG, 2015) e as desvantagens em relação à análise documental, como a falta de objetividade e as escolhas arbitrárias por parte do pesquisador (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Em relação à primeira questão, o fato de eu ter participado do Pibid e RP em escolas do Ensino Médio, é característica importante para compreender a ligação entre meus conhecimentos prévios, enquanto pesquisador, com a escolha de analisar livros desta mesma etapa escolar. Cabe observar que a presente pesquisa delimita-se em alguns conteúdos em particular (que serão descritos na seção 4.4), logo, possuir entendimentos de alguns deles pode ser fundamental para que a análise seja mais completa.

Para a segunda questão, nossa delimitação do estudo partiu de diferentes critérios que, mesmo sendo estruturados, houve a ocorrência de alguns empecilhos, como a falta de uma das coleções, uma vez que a aquisição depende de doações de professores ou escolas. Desse modo, notamos que em pesquisas cujo objetivo é, especificamente, a análise de livros didáticos, a delimitação do estudo estará condicionada à realidade em que o pesquisador se encontra. Por exemplo, caso atuasse como professor, possivelmente o acesso a outras coleções seria possível, no entanto, ainda estaria restrito a livros usados na escola.

Diante do exposto no parágrafo anterior, a última questão, relacionada às desvantagens da análise documental está ligada com o contexto da pesquisa. Optar pela coleção mais adotada (*Matemática: Ciência e Aplicações*) no edital de 2018 do PNLD, por exemplo, indica uma intencionalidade (e também uma curiosidade), da minha parte enquanto investigador, em relação aos motivos dessa ocorrência, ainda que não façam parte explicitamente do objetivo da pesquisa.

Esta coleção em específico, nos editais anteriores, está sempre entre as três mais distribuídas⁵⁸ e, ao realizar uma investigação, a partir do referencial teórico adotado aqui, este fato se mostra como relevante, pois evidencia a preferência dos professores por ela. Além disso, contrapor coleções com características diversas, como ineditismos em editais do PNLD e recorrência na distribuição para as escolas, poderia indicar reflexões para as pesquisas em Educação Matemática, que tomam o livro didático enquanto objeto de estudo.

4.4 Procedimentos de análise: os passos que foram trilhados

Para encerrar este capítulo, descreveremos os procedimentos que utilizamos para realizar a análise dos livros didáticos. Tais procedimentos estão de acordo com o exposto na seção 4.2, assumindo a perspectiva de Cellard (2012) com uma análise preliminar das obras, seguida pela análise a partir da lente teórica adotada.

Conforme apontado anteriormente, delimitamos a pesquisa no âmbito da Geometria, analisando os livros acerca dessa temática, o que se justifica por dois motivos principais: a inserção no grupo de pesquisa teorEMa e a revisão de literatura empregada (capítulo 3). O grupo teorEMa tem como foco as investigações que se preocupam com os conteúdos de Geometria e as interlocuções com a Educação Matemática. Mais recentemente, o grupo vem

⁵⁸ Essa informação foi obtida em documentos presentes no site: <https://www.fnnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos-anos-anteriores>. Acesso em: 25 fev. 2021.

se debruçando nas pesquisas com os livros didáticos, conforme apontado por Litoldo e Amaral-Schio (2021). Desse modo, ponderamos ser de nosso interesse analisar os capítulos de Geometria das duas coleções selecionadas.

Em relação à revisão de literatura, pontuamos que as investigações que têm como foco a Geometria são raras, dando privilégio, por exemplo, para a Educação Financeira. Assim, compreendemos que além de contribuir com a literatura sobre a análise de livros didáticos de Matemática, a presente pesquisa se firma como importante ao abordar os capítulos de Geometria, principalmente pela inovação para a Educação Matemática.

Os conteúdos analisados são os que se apresentam nos livros como alusivos à Geometria, ou seja, tratam de Geometria Euclidiana Plana, Geometria Euclidiana Espacial, Trigonometria e Geometria Analítica. Apesar desses nomes, os autores dos livros optam por separar seus capítulos de maneiras diversas, como focar nas relações trigonométricas do triângulo retângulo e depois evidenciá-las em triângulos quaisquer. Sendo assim, eles não necessariamente dividem as coleções por meio desses tópicos da Geometria citados, conforme observamos nos sumários de cada obra.

Como mencionado, os livros didáticos escolhidos são referentes aos manuais do professor. Assim, ao lançar nossa interpretação para analisá-los, fizemos um movimento de leitura inicial entre o descrito nas seções destinadas aos alunos e as orientações didáticas para os professores. Desse modo, conseguimos interpretar, além do escrito nos livros, quais eram os objetivos dos autores com determinada atividade⁵⁹ ou exercício.

Compreendemos que esse movimento de leitura entre as seções e as orientações didáticas fornece uma análise completa das obras, uma vez que encontramos o descrito na atividade e, ao mesmo tempo, o que os autores queriam provocar com elas, ou seja, quais as suas intencionalidades e as suas referências para escrever os livros. Essas referências estão ligadas com as informações contidas no edital do PNLD, em documentos curriculares e nas pesquisas em Educação Matemática, que os autores podem tomar como base, além de suas práticas como escritores, professores e/ou pesquisadores.

O Quadro 4 abaixo exemplifica como organizamos a análise dos dados. Nele são identificados: o capítulo que está sendo analisado; as seções, subseções ou outras seções que compõem o capítulo; uma descrição de todos os elementos observados nas páginas; observações sobre esses elementos; e, por fim, o que é descrito pelas orientações didáticas.

⁵⁹ Qualquer situação proposta pelos autores de livros didáticos, que podem ocorrer dentro ou fora da sala de aula, por exemplo, a organização dos alunos em grupos, a apresentação de trabalhos e seminários, a proposta de resolver exercícios, entre outras.

Quadro 4 – Estrutura organizacional dos dados da pesquisa.

Capítulo	Seção (principal, secundária ou outra)	O que é identificado	Observações	Orientações didáticas
Identificação do capítulo analisado	Abertura da unidade, introdução, seções de conteúdo etc.	Descrição dos elementos da seção: texto, imagens, contexto, questionamentos, sugestões, observações, boxes informativos, entre outros.	Um primeiro olhar por relações entre o referencial teórico e o que foi identificado.	Identificação dos relacionamentos entre a proposta direcionada aos alunos e o que é dito aos professores;
	Seções especiais, exemplos, exercícios resolvidos, desafios etc.			
	Exercícios ou atividades	Descrição da quantidade de exercícios e dos itens. Identificação dos verbos, dos contextos e das situações presentes nos enunciados.		Um primeiro olhar por relações entre o referencial teórico e o que foi identificado.
Considerações do capítulo: Apontamentos gerais identificados.				

Para essa organização utilizamos o *software* Excel para descrever todos os dados analisados. Optamos por criar planilhas relativas aos volumes de cada uma das coleções, o que contribuiu com a visualização global dos dados, na especificidade de cada série. A planilha era dividida em quadros, os quais representavam os capítulos presentes nos volumes. Deixamos um exemplo do formato final de um desses quadros no Apêndice B.

A partir dessa leitura e organização dos dados, estabelecemos as interpretações do escrito pelos autores à luz dos conceitos da Educação Matemática Crítica (EMC). Cabe dizer que nesses conceitos não há uma estrutura metodológica para analisar livros didáticos ou outros textos matemáticos, mas são baseados em discussões relacionadas com a própria Educação Matemática. Assim, buscamos, em primeiro lugar, por analisar o que se mostrava nos materiais e, em seguida, realizávamos a interpretação diante do quadro conceitual elaborado a partir da EMC, como sintetizado na Figura 1, presente no segundo capítulo.

Diante da complexidade e do grande número de dados analisados, refletimos sobre os modos de apresentar a análise. Procuramos, assim, por confluências entre os achados e escrevemos possíveis temáticas que compusessem uma interpretação para os dados. Tal opção se deu por não buscarmos uma estruturação da análise que seguisse exatamente as seções do referencial teórico, evitando uma ideia de buscar exemplos ‘práticos’ por meio de elementos/aspectos teóricos. Isso fica ainda mais claro com a coluna ‘Observações’ do Quadro 4, visto que as discussões conceituais da EMC não eram rígidas, mas sim buscavam por articulações e identificações a partir dos dados de modo que fossem (re)interpretadas.

Esse modo de proceder resultou em discussões alusivas aos livros didáticos como um todo, por exemplo, a respeito da sequência dos conteúdos utilizada por cada coleção, os

contextos e as formas de escrever exercícios, as articulações entre as orientações didáticas e o livro do aluno, as maneiras de atrelar a Geometria com a realidade ou áreas profissionais, algumas inconsistências conceituais e a presença de tendências para o ensino de Matemática (uso de tecnologias e história da Matemática, por exemplo).

Percebemos que esses temas poderiam ser articulados e discutimos de que maneiras isso seria feito. Identificamos, por exemplo, que a forma de trazer a Geometria à realidade do mundo físico tinha entrelaçamentos com a apresentação pelos autores da sequência de conteúdos. Ou, ainda, que a forma de propor exercícios não necessariamente seguia o que as orientações didáticas traziam aos professores. Nesse sentido, reuniões de orientação foram realizadas para construir as amarrações entre o que emergiu dos dados e de que maneira seriam apresentados. Tais encontros ocorreram antes e depois do exame de qualificação do trabalho, o qual permitiu a união e junção de temáticas.

Nesse movimento, alguns temas emergiram e outros foram sendo agregados aos primeiros. Dessa maneira, construímos três eixos temáticos não disjuntos, sendo que algumas ideias estão presentes em mais de um eixo. Priorizamos em abordar na análise conceitos da EMC que pudessem trazer interpretações pertinentes para os dados, mas, ao mesmo tempo, também buscamos por contrapontos ao que estava sendo compreendido, o que colabora para uma visão mais complexa sobre os materiais perquiridos. Portanto, os três eixos temáticos desta pesquisa são:

- a) Livro didático de Matemática como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos alunos;
- b) Geometria como fonte de produção de contextos;
- c) O papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos: do determinismo à formatação.

Assim, dividimos o próximo capítulo em seções que apresentam esses eixos, mas incluímos uma discussão inicial que trata sobre a análise preliminar. Desse modo, segundo a perspectiva de Cellard (2012), iniciamos por este último passo e, em seguida, partimos para a análise em si, buscando interpretações sobre os eixos temáticos à luz da EMC e, também, das contribuições sobre o livro didático e das pesquisas revisadas.

5 ANÁLISE DOS DADOS: entre direcionamentos, contextos e enunciados

Este capítulo objetiva trazer a análise dos livros didáticos escolhidos para a investigação à luz dos conceitos da EMC elencados no terceiro capítulo. Segundo o que pontuamos no capítulo metodológico, vamos apresentar, em primeiro lugar, a análise preliminar de cada coleção, de modo a situar os principais aspectos das obras. Em seguida, iremos descrever e interpretar os dados diante de temáticas que emergiram da análise, como explicitado anteriormente.

5.1 Análise preliminar das obras

Seguindo as dimensões propostas por Cellard (2012) para empregar a análise preliminar, passamos a apresentar cada uma das coleções, observando conceitos e aspectos-chave para a compreensão das obras, bem como a identificação de autoria e editoria. Essa apresentação tem um caráter descritivo e de exposição das informações encontradas em cada coleção, indicando semelhanças e diferenças entre elas, de modo a contextualizar o leitor acerca dos objetos estudados.

A coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* tem a autoria de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida. Todos os livros da coleção estão em sua 9ª edição e a editora Saraiva Educação Ltda. é a responsável pelos direitos da edição. O ano de cada um dos livros é 2016, sendo São Paulo a cidade de publicação. Essa coleção foi a mais distribuída no edital do PNLD 2018, com um total de 2.044.129 livros, dentre as três séries do Ensino Médio.

Segundo dados presentes na primeira página dos livros, as formações e atuações profissionais dos autores são as seguintes: Gelson Iezzi é engenheiro metalúrgico e licenciado em Matemática, sendo professor da rede particular de ensino em São Paulo; Osvaldo Dolce é engenheiro civil e professor da rede pública estadual de São Paulo; David Degenszajn é licenciado em Matemática e professor da rede particular de ensino em São Paulo; Roberto Périgo é licenciado e bacharel em Matemática e professor da rede particular de ensino e de cursos pré-vestibulares em São Paulo; e Nilze de Almeida é mestra em Ensino de Matemática, licenciada em Matemática e professora da rede pública estadual de São Paulo.

Já a coleção *Matemática: interação e tecnologia* tem como autor apenas Rodrigo Balestri. Os livros dessa coleção estão em sua 2ª edição e a editora Leya é a responsável pelos

diretos da edição. Assim como a coleção anterior, os livros são de 2016 e foram publicados em São Paulo. A coleção foi a segunda menos distribuída no edital de 2018, com um total de 441.214 livros, dentre todas as séries para o Ensino Médio.

Na primeira página de cada livro há informações sobre a formação e atuação do autor: Rodrigo Balestri é licenciado em Matemática, especialista em Educação Matemática, especialista em Física para o Novo Ensino Médio e mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática; atua como professor da rede pública nos Ensinos Fundamental e Médio no estado do Paraná e é autor de livros didáticos nessas mesmas etapas.

As duas coleções, como foram aprovadas no PNLD 2018, deveriam estar nas salas de aula nos anos de 2018, 2019 e 2020. Contudo, devido à pandemia de Covid-19 e a reforma do Ensino Médio, esses livros ainda estavam presentes nas escolas durante o ano de 2021. Cabe refletir que, em decorrência da generalidade do edital de 2018 e de outros editais do PNLD, esses livros são destinados aos estudantes das mais variadas realidades, contemplando as regiões do Brasil, as localidades das comunidades e as diversidades culturais evidenciadas por cada um⁶⁰, ou seja, são materiais inseridos em diferentes contextos sociais, políticos, econômicos e culturais.

Em ambas as coleções uma apresentação, destinada aos estudantes, é realizada pelos autores. Nessa apresentação, de forma breve, eles expõem suas intenções com as obras e mencionam algumas características ou formas de uso do livro didático. Além disso, ficam anunciadas as visões de Matemática que assumem, bem como de qual ensino está sendo elaborado e proposto para essa disciplina.

Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) comentam que buscaram as sugestões da Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação e de muitos professores para a definição do conteúdo programático de cada volume. Explicam que no tratamento de alguns tópicos há breves relatos históricos sobre descobertas ao que está sendo abordado ou o uso de notícias e infográficos para mostrar as aplicações da Matemática no cotidiano ou em outras áreas do conhecimento. Em relação a essas notícias, segundo os autores, existe uma intenção de despertar a curiosidade, fornecendo diálogos sobre temas transversais, tais como o meio ambiente e a cidadania. Ademais, falam sobre o desenvolvimento teórico assumido para expor os conteúdos, assim como a lógica usada na argumentação matemática.

Já Balestri (2016a; 2016b; 2016c) considera algo além das aplicações da Matemática, na visão do autor, a compreensão da presença da Matemática em diversas situações

⁶⁰ É importante destacar esse fato visto que livros da Educação de Jovens e Adultos e da Educação do Campo não possuem, até a escrita deste texto, novos editais específicos para suas aquisições.

oportuniza um modo para melhor entender a realidade e o mundo, fazendo com que as pessoas tornem-se participativas e críticas na sociedade. Em sua exposição, há um direcionamento para que os estudantes sejam críticos, deem opiniões, conversem com os pares e argumentem e levantem hipóteses. Além disso, o recado final vai ao encontro das contribuições do livro, esperadas pelo autor, para a formação dos alunos como cidadãos e de preparação para o ingresso no Ensino Superior.

Observamos que essas diferenças iniciais, ainda na apresentação das obras, indicam que, de um lado, a coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* parece estar preocupada apenas com o conteúdo presente nos livros didáticos, indicando ‘o que’ há nas páginas seguintes, tais como as seções teóricas, de exercícios ou de desafios. Por outro lado, em *Matemática: interação e tecnologia* o conteúdo em si não é abarcado, como o modo de organização das seções, mas é abordado sobre ‘porque’ tais conhecimentos são relevantes e importantes para a formação dos estudantes.

Em relação à organização e separação das obras, os autores seguem estruturas parecidas, mas com nomenclaturas diferentes. Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), por exemplo, organizam a coleção por meio de capítulos, seções e subseções, que contém os seguintes elementos textuais⁶¹, não necessariamente em todos os capítulos: ‘Início do capítulo’, ‘Um pouco de História’, ‘Pense nisto’, ‘Aplicações’, ‘Exemplos, exercícios resolvidos e exercícios’, ‘Troque ideias’, ‘Desafios’, ‘Um pouco mais sobre’ e ‘Observações’. Organizamos as descrições destes elementos no Quadro 5 abaixo, de acordo com as definições dadas pelos autores.

Quadro 5 – Elementos textuais da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*.

Elementos textuais dos livros didáticos	Descrição
Início do capítulo	“[...] O início do capítulo recebe destaque especial e, sempre que possível, traz situações do cotidiano, que aproximam o leitor do conteúdo que será apresentado”.
Um pouco de História	“[...] o trabalho com a História da Matemática coloca os estudantes em contato com um processo de construção do conhecimento e com os encaminhamentos na resolução de problemas enfrentados pela humanidade no decorrer do tempo, situando também os conhecimentos ao longo do tempo”.
Pense nisto	“[...] chamadas curtas ao longo do texto, [...] elas podem referir-se a uma observação relacionada ao texto, a um exemplo ou a um exercício resolvido ou proposto [...]”.

Continua

⁶¹ Apesar de usarmos essa expressão para destacar o conteúdo apresentado pelos autores, grande parte desses elementos é interpretada como as próprias seções ou subseções dos livros didáticos, uma vez que os autores os utilizam dessa forma.

Aplicações	“[...] são apresentados textos que aprofundam alguns conceitos e auxiliam na construção de outros. Eles ilustram o emprego de conhecimentos matemáticos a outros campos, estabelecendo, por exemplo, um elo entre a Matemática e a Física ou entre a Matemática e a Economia”.
Exemplos, exercícios resolvidos e exercícios	“Todos os capítulos da coleção apresentam séries de exercícios intercaladas ao texto. Em geral, cada série é precedida de <i>exemplos</i> e <i>exercícios resolvidos</i> . Os exercícios estão organizados em ordem crescente de dificuldade [...]”.
Troque ideias	“[...] presente em vários capítulos dos três volumes, propõe atividades em grupo que favorecem as interações aluno-aluno e aluno-professor. Tais atividades buscam despertar a curiosidade e levar o estudante a construir novos conceitos, ou a aprofundar conteúdos já apresentados, além de favorecer a autonomia e instigar a busca pelo conhecimento”.
Desafios	“[...] são problemas que podem envolver conceitos de outros capítulos, inclusive de outros volumes. Nossa intenção, ao propor esses desafios, é proporcionar aos estudantes mais uma oportunidade de vivenciar e aperfeiçoar a resolução de problemas, colocando-os em situações de atividades investigativas e motivando-os na busca de estratégias e procedimentos diversos de resolução”.
Um pouco mais sobre	“Alguns conteúdos podem ser complementados ou aprofundados a partir da leitura de textos no final de determinados capítulos”.
Observações	“[...] encontrados em diversos momentos nos livros, trazem informações sobre o conteúdo estudado e estão intercalados em meio ao texto para ajudar o estudante na compreensão dos conceitos”.

Fonte: Organizado pelo autor a partir de Iezzi *et al.* (2016a, p. 298).

No que tange aos capítulos de cada livro didático, procuramos identificar, primeiramente, todos os que são mencionados, de modo que fique claro em quais partes, especificamente, nós focamos o olhar, ou seja, naqueles destinados aos conteúdos de Geometria, explicitados no capítulo anterior.

O primeiro livro da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* possui como capítulos, nessa ordem: Noções de conjuntos; Conjuntos numéricos; Funções; Função afim; Função quadrática; Função definida por várias sentenças; Função exponencial; Função logarítmica; Progressões; Semelhança e triângulos retângulos; Trigonometria no triângulo retângulo; Áreas de figuras planas; e Estatística básica (IEZZI *et al.*, 2016a).

Já o segundo livro apresenta, nessa ordem, os capítulos de: A circunferência trigonométrica; Razões trigonométricas na circunferência; Trigonometria em triângulos quaisquer; Funções trigonométricas; Matrizes; Sistemas lineares; Geometria Espacial de Posição; Poliedros; Corpos redondos; Análise Combinatória; e Probabilidade (IEZZI *et al.*, 2016b).

E, o terceiro livro, tem os capítulos de: O ponto; A reta; A circunferência; As cônicas; Estatística básica; Matemática Financeira; Números complexos; Polinômios; e Equações algébricas (IEZZI *et al.*, 2016c). Vale dizer que ao nos referirmos à primeiro, segundo e terceiro livros, estamos seguindo a proposta da divisão em séries para o Ensino Médio, ou seja, o primeiro livro corresponde à obra utilizada na primeira série dessa etapa, e assim por diante para as outras obras.

Desse modo, observamos que os capítulos analisados em nossa investigação permeiam os três livros, sendo que no livro da 1ª série o foco está na parte final da obra, o da 2ª série no início e no final, e o da 3ª série na parte inicial do livro didático. Ademais, como os livros são a versão manual do professor, todas as orientações didáticas⁶² vêm ao final de cada obra, seguindo a ordem em que os capítulos são apresentados aos estudantes.

Por falar nessa versão manual do professor, cabem algumas discussões no que tange, especificamente, o que é apresentado pelos autores para o professor de Matemática. Assim, a coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* aborda as orientações didáticas em duas partes, sendo que a primeira, comum aos três livros, fornece ‘comentários gerais’ das obras; a segunda é destinada para a discussão de cada livro, abarcando ‘comentários específicos’ sobre os conteúdos trabalhados.

Dentre os ‘comentários gerais’, os autores indicam os eixos de trabalho (Números; Funções; Geometria; Estatística, contagem e probabilidade; e Álgebra), os objetivos gerais da coleção, a estrutura do livro (vide Quadro 5 anterior), a leitura de alguns documentos oficiais (OCEM e PCN+), a abordagem de temáticas ao longo das obras (Resolução de problemas; História da Matemática; Integração de conteúdos; Contextualização e aplicação a outras áreas do conhecimento; Uso da calculadora e do computador; e Uso de régua e compasso), a avaliação e sugestões diversas, que incluem livros sobre formação continuada, História da Matemática, Ensino e aprendizagem de Matemática, Educação Matemática etc., além de recursos educacionais digitais, *softwares*, sites, revistas, livros paradidáticos, curiosidades matemáticas, jogos e desafios.

Já nos ‘comentários específicos’, apesar de serem diferentes ao longo dos três livros, possuem tópicos semelhantes, pois tratam dos objetivos específicos (separados pelos eixos de trabalho abordados em cada livro), das sugestões de abordagem, avaliação e tópicos principais, das orientações específicas para a seção ‘Troque ideias’, das sugestões de atividades em grupo e das resoluções dos exercícios propostos aos alunos.

A coleção *Matemática: interação e tecnologia*, por outro lado, está organizada e estruturada segundo unidades, tópicos e subtópicos, contendo os elementos textuais⁶³, não necessariamente em todas as unidades, de: ‘Páginas de abertura’, ‘Objetivos da unidade’, ‘Teoria’, ‘Atividades resolvidas’, ‘Atividades’, que podem incluir ‘atividades com destaque’, ‘Outras seções da unidade’ e ‘Outros elementos da unidade’, além de ‘Seções no final de cada

⁶² Essa expressão é a utilizada pelos autores da coleção citada.

⁶³ Semelhante à coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), essa expressão pode ser interpretada como os próprios tópicos ou subtópicos dos livros didáticos, uma vez que o autor a utiliza dessa forma.

volume’, que não são apresentadas em cada unidade, mas sim no encerramento da obra. Também organizamos as descrições destes elementos em um quadro, como o destacado abaixo (Quadro 6), de acordo com as definições dadas pelo autor.

Quadro 6 – Elementos textuais da coleção *Matemática: interação e tecnologia*.

Elementos textuais dos livros didáticos	Descrição
Páginas de abertura	Apresenta “[...] elementos (textos, fotografias, questões e esquemas) que auxiliarão o professor a desencadear uma discussão junto aos alunos, explorando seus conhecimentos relativos aos conteúdos da unidade”.
Objetivos da unidade	“[...] lista os principais objetivos a serem atingidos pelos alunos no estudo da unidade. Declarar esses objetivos contribui para o estabelecimento do contrato didático entre o professor e os alunos, uma vez que auxilia a esclarecer o que é esperado dos alunos naquela unidade, em relação ao conteúdo matemático. Isso possibilita que os alunos reflitam sobre sua aprendizagem”.
Teoria	[...] em geral, os conteúdos são introduzidos por meio de problemas e sistematizados gradualmente. Nessas páginas são frequentemente apresentadas informações adicionais, relacionadas, por exemplo, ao contexto abordado”.
Atividades resolvidas	“[...] traz atividades que buscam complementar a teoria e os exemplos apresentados, e auxiliar os alunos na resolução das demais atividades propostas, contribuindo no desenvolvimento de sua autonomia [...]”.
Atividades	“[...] explora principalmente os conteúdos estudados no tópico, com atividades organizadas em nível crescente de complexidade”. Podem ter como destaque: • Desafio: “Atividades com caráter desafiador em razão de seu nível de complexidade ou estratégia de resolução”; • Calculadora: “Atividades nas quais é necessário ou conveniente o uso da calculadora, além de apresentarem alguns procedimentos de uso”; • Tratamento da informação: “Atividades que exploram, além dos conteúdos da unidade, aspectos relacionados ao campo Tratamento da informação”; • Produção textual: “Atividades nas quais os alunos têm oportunidade de produzir pequenos textos”; • Em grupo: “Atividades em que o trabalho em grupo pode ser explorado”.
Outras seções da unidade	Tipos de seções: • Como funciona: “[...] apresenta explicações sobre o funcionamento de equipamentos e processos relacionados a contextos cotidianos ou das ciências nos quais os conteúdos matemáticos estudados estão presentes”. • Seção especial: “[...] atividades que apresentam títulos variados, de acordo com o tema que abordam. Parte delas traz procedimentos e técnicas [...]. Outras apresentam situações contextualizadas e com informações adicionais [...]. Há, ainda, aquelas que apresentam contextos matemáticos [...]”; • Conexão tecnológica: “[...] traz comandos para utilização de alguns <i>softwares</i> e apresenta procedimentos para a execução de atividades por meio deles [...]”; • Sobre a unidade: “[...] tem como objetivos principais que o aluno reflita, sistematize, exponha, discuta com os colegas e registre suas ideias e impressões sobre os conteúdos estudados na unidade [...]”.

Continua

Outros elementos da unidade	Tipos de elementos: • Quadro de vocabulário: apresenta “[...] o significado de palavras em destaque no texto, de acordo com o contexto abordado”; • Quadro com múltiplas aplicações: apresenta “[...] observações, lembretes, dicas, valores ou dados a serem considerados na resolução de atividades, questões etc. [...]”; • Quadro informativo: “[...] traz informações adicionais relacionadas, por exemplo, a curiosidades, personagens históricos e temas de outras áreas do conhecimento”; • Quadro de teoria: “[...] destaca a formalização dos conceitos e apresenta definições, propriedades, fórmulas etc.”; • Quadro de temas transversais: apresenta “[...] questões que poderão ser abordadas em sala de aula e, em alguns casos, com a comunidade [...], relacionadas principalmente a temas que visam à formação do cidadão”.
Seções no final de cada volume	Tipos de seções: • Sugestões de livros e <i>sites</i>: “[...] indicações de livros e <i>sites</i> que podem ser consultados pelos alunos. [...] tem como principal objetivo ampliar os conhecimentos acerca dos conteúdos estudados”; • Respostas: “[...] traz as respostas das atividades propostas no livro do aluno [...]”; • Bibliografia: “Identificação das obras consultadas na elaboração da coleção”.

Fonte: Organizado pelo autor a partir de Balestri (2016a, p. 292-294).

Especificamente em relação a cada livro, a obra da 1ª série do Ensino Médio possui como unidades, nessa ordem: Conjuntos; Funções; Função afim; Função quadrática; Função modular, função exponencial e função logarítmica; Sequências e progressões; Tratamento da informação; e Introdução à trigonometria (BALESTRI, 2016a).

O livro da 2ª série apresenta, respectivamente, as seguintes unidades: Trigonometria na circunferência; Funções, relações, equações e transformações trigonométricas; Sistemas lineares e matrizes; Determinantes e resolução de sistemas lineares; Análise combinatória; Probabilidade; Estatística; e Matemática Financeira (BALESTRI, 2016b).

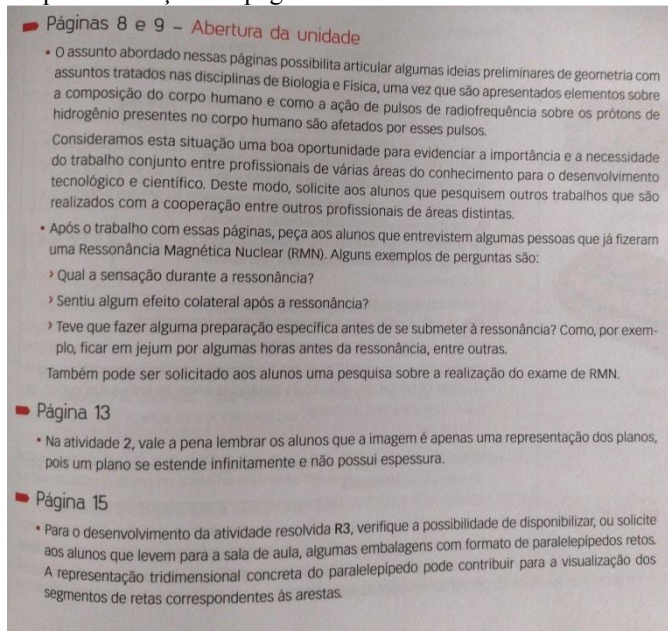
Por fim, o livro da 3ª série tem como unidades, na sequência: Geometria espacial; Poliedros; Corpos redondos; Estatística; Geometria analítica: ponto e reta; Geometria analítica: circunferência e cônicas; Números complexos; e Polinômios e equações polinomiais (BALESTRI, 2016c).

Sendo assim, observamos que as unidades de nosso interesse para a investigação estão presentes nos três livros da coleção *Matemática: interação e tecnologia*, mas distribuídas de forma não equilibrada, sendo diferente da coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c). Portanto, as unidades analisadas são a última do livro da 1ª série, a primeira da 2ª série, e cinco das oito presentes no livro da 3ª série.

Outra diferença da coleção, quando comparada com a anterior, ocorre na versão manual do professor, visto que Balestri (2016a; 2016b; 2016c) nomeia as orientações como ‘assessoria pedagógica’. Não apenas o nome é diferente, mas a forma e o conteúdo também, pois ao invés de trazer comentários específicos para o trabalho docente ao longo de algum

capítulo, o autor divide parte de sua ‘assessoria’ conforme menções às páginas do livro do aluno (Figura 2).

Figura 2 – Exemplo de menções às páginas do livro do aluno na ‘Assessoria Pedagógica’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 309).

Apesar de algumas páginas não serem referidas nessas orientações, como pode ser observado pela falta das páginas 10, 11, 12 e 14 do recorte apresentado na Figura 2, esse fator faz com que a coleção direcione a prática pedagógica do professor de maneira mais clara, visto que já há sugestões, indicações e apontamentos ao docente.

A versão manual do professor também é dividida em duas partes, a primeira com a versão do livro do aluno e a segunda com a assessoria pedagógica. Esta possui como destaque a frente de ‘orientações gerais’, comum a todas as obras da coleção, e a de ‘o trabalho com as unidades’, específica de cada volume. Nesse sentido, essa parece ser uma divisão bastante semelhante com os ‘comentários gerais’ e ‘comentários específicos’, respectivamente, da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*.

As ‘orientações gerais’ apresentam os elementos que constituem a coleção (como organizado no Quadro 6), algumas considerações sobre o ensino de Matemática (pautadas em documentos oficiais como a LDB, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, os PCN+ e o Plano Nacional de Educação, bem como a perspectiva do autor sobre o trabalho com o livro didático e o papel do professor), os pressupostos didático-pedagógicos (que incluem a negociação do contrato didático, o trabalho em grupo, o desenvolvimento das competências leitora e escritora, a Resolução de problemas, a História da Matemática no ensino e o Uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática), a organização dos

conteúdos, a contextualização e interdisciplinaridade, a avaliação e leitura complementar para o professor, que inclui livros sobre Metodologia de ensino de Matemática, Formação do professor, História da Matemática, Conteúdo⁶⁴ e Educação matemática, bem como sugestões de periódicos e sites.

No que tange ‘o trabalho com as unidades’, como mencionado, cada unidade é apresentada conforme menções às páginas do livro do aluno. Contudo, apesar de ser uma parte que está relacionada com o conteúdo de cada unidade, alguns elementos são repetidos e fazem com que essa repartição da assessoria assumo o seguinte padrão: breve contextualização sobre a unidade, apresentação dos objetivos da unidade, comentários e sugestões no que se refere às ‘relações interdisciplinares’ e, por fim, a abordagem pelas páginas do livro do aluno. Ao final da assessoria são encontradas algumas páginas para reprodução (itens que podem ser copiados para impressão), uma lista de siglas e as resoluções de todas as atividades.

Comparativamente, observamos que as coleções, mesmo que distintas quanto à terminologia usada ou disposição do seu conteúdo, possuem grandes semelhanças em relação ao comunicado para o professor exclusivamente, ou seja, as orientações didáticas e a assessoria pedagógica. Possivelmente isso ocorre devido à padronização que o PNLD abarca, uma vez que define o conteúdo desse manual, em termos das orientações teórico-metodológicas, das articulações entre os conteúdos do livro e com outras áreas do conhecimento, sobre a avaliação, atualização para formação dos professores e a bibliografia (BRASIL, 2015).

Assim como o que é disponibilizado aos alunos, os autores dos livros didáticos também incluem em seus materiais uma ‘apresentação’ para os professores. Em ambas, a apresentação para os alunos é encontrada nas primeiras páginas, já para o professor ela está imediatamente no início das orientações didáticas/assessoria pedagógica. O que os autores mencionam nesta breve mensagem introdutória também indica posicionamentos e intenções diferentes no que tange o livro em si como um material, o papel do professor, o ensino de Matemática e a organização da obra.

Em *Matemática: Ciência e Aplicações*, ao professor é sugerido que ele atue como um mediador para conduzir os alunos à aprendizagem, afirmando que o livro didático, por mais que contenha informações, exercícios, problemas e estimule reflexões e pesquisas, não o substitui. Desse modo, os autores apontam o livro como um material que auxilia e

⁶⁴ Livros apenas de conteúdos matemáticos, tais como os fundamentos da Matemática, tópicos de Probabilidade, de Geometria e de Números Complexos.

complementa o trabalho docente. Na maior parte dessa mensagem eles indicam o conteúdo presente nas orientações didáticas, bem como esperam que elas “[...] permitam uma melhor compreensão da nossa obra e possam otimizar o trabalho cotidiano do professor” (IEZZI *et al.*, 2016c, p. 258).

Por outro lado, na coleção *Matemática: interação e tecnologia*, o autor expõe mais sua visão de mundo sobre os indivíduos, o papel do ambiente escolar e o conhecimento matemático. Por meio da Matemática, Balestri (2016c, p. 290) tem uma atribuição de “[...] trabalhar competências e habilidades que contribuam na formação de cidadãos capazes de compreender e transformar o mundo à sua volta [...]”, analisando situações-problema com base em conhecimentos científicos. Ao final, o autor pontua, brevemente, o que há na assessoria pedagógica e qual o seu objetivo.

Novamente podemos identificar as nuances no discurso dos autores: enquanto Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) se preocupam com destacar qual o conteúdo presente nas orientações didáticas, Balestri (2016a; 2016b; 2016c) tenciona em contribuir com sua visão sobre diversos fatores e de como ela se faz presente na coleção. Interpretamos essas nuances, respectivamente, como o par ‘o que/qual’ e ‘por que/como’, em que o primeiro busca responder, objetivamente, o que se propõe nas orientações e de qual forma elas estão organizadas e o segundo espera apontar razões para a pertinência do livro e de como a assessoria as aborda para com o trabalho pedagógico.

Expostas essas informações preliminares no que tange aspectos introdutórios das coleções, formação dos autores e da editoria dos livros, alguns conceitos e termos utilizados, propostas de divisão do conteúdo, bem como as intencionalidades e perspectivas dos autores para o material elaborado por eles, pautamos o restante desta seção na busca por caracterizar, mais especificamente, os dados que nos colocamos a analisar e interpretar à luz do referencial teórico constituído pela EMC, mas também pelas reflexões teóricas sobre o livro didático.

Tal caracterização é alusiva à quantidade de exercícios/atividades, bem como de exemplos e exercícios/atividades resolvidos. Como discutido na revisão de literatura, o olhar para o que é proposto aos alunos, que se fazem presentes em exercícios ou atividades, torna-se um recurso metodológico para análise dos dados importante no que tange o olhar para os livros didáticos, muitas vezes sendo o único apresentado neste tipo de investigação⁶⁵.

⁶⁵ Consideramos que esse recurso metodológico, ou seja, abordar e analisar os exercícios ou atividades de livros didáticos de Matemática torna-se o mais comum e presente nas pesquisas. Tal assertiva não é uma crítica aos que utilizam apenas essa frente de análise, visto que os objetivos de investigação são diversos, e a análise dessas propostas é importante. Contudo, no que tange nosso olhar e, também, ao que foi delimitado como o referencial teórico da pesquisa, ter uma visão mais global dos livros didáticos, no que tange à Geometria, foi imprescindível

Optamos por organizar os quantitativos de exemplos e exercícios/atividades propostos e resolvidos seguindo a ordem apresentada pelos capítulos/unidades de cada coleção. É importante pontuar alguns aspectos dessa organização. Primeiro, apenas contabilizamos exemplos e exercícios/atividades quando os próprios autores assim os nomeavam. Desse modo, situações que apareciam entre uma exposição teórica e um conceito geométrico, por exemplo, não foram incluídos nessa contagem. Segundo, consideramos como 1 (um) exemplo e/ou 1 (um) exercício/atividade cada item inserido nos livros. Isso quer dizer que caso uma atividade tivesse três tópicos (a, b e c), ela foi considerada três vezes. Por fim, no caso da coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), os desafios foram contados em conjunto com os exercícios propostos.

A Tabela 3 traz esses dados alusivos à coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*. Podemos perceber que há certo padrão na distribuição de exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos pelos livros de cada série. Por exemplo, em média, há quatro exercícios propostos aos alunos em cada página dos capítulos destinados à Geometria. No entanto, cabe observar sobre discrepâncias entre os capítulos. Identificamos que enquanto ‘Razões trigonométricas na circunferência’ possui cerca de oito exercícios/página, ‘As cônicas’ apresenta apenas dois por página. Consideramos que essa primeira análise, apenas quantitativa, permite compreender que talvez o foco dado à Geometria esteja na parte algébrica (operações com as razões trigonométricas) do que na geométrica (caracterizações das cônicas, por exemplo).

para uma análise completa, que articula a teoria apresentada pelos autores e suas propostas de execução de exercícios/atividades, isto é, o que esperam que os alunos aprendam e o que os professores desenvolvam.

Tabela 3 – Distribuição de exemplos e exercícios resolvidos e propostos na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*.

Série	Capítulo	Localização das páginas	Total de páginas	Exemplos	Exercícios resolvidos	Exercícios propostos
1ª	Semelhança e triângulos retângulos	p. 194-213	20	8	3	72
	Trigonometria no triângulo retângulo	p. 214-227	14	3	4	57
	Áreas de figuras planas	p. 228-249	22	6	6	105
Total (1ª série)			56	17	13	234
2ª	A circunferência trigonométrica	p. 7-19	13	4	6	53
	Razões trigonométricas na circunferência	p. 20-33	14	4	10	119
	Trigonometria em triângulos quaisquer	p. 34-43	10	2	3	46
	Geometria Espacial de Posição	p. 125-148	24	5	0	118
	Poliedros	p. 149-190	42	14	8	107
	Corpos redondos	p. 191-225	35	10	6	111
Total (2ª série)			138	39	33	554
3ª	O ponto	p. 7-23	17	10	4	101
	A reta	p. 24-65	42	29	17	221
	A circunferência	p. 66-86	21	6	15	144
	As cônicas	p. 87-119	33	13	8	71
Total (3ª série)			113	58	44	537
Total (coleção)			307	114	90	1.325

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Já na Tabela 4 agrupamos os dados oriundos da coleção *Matemática: interação e tecnologia*. Nesses livros didáticos, identificamos uma menor presença de exemplos e, de forma desigual, as atividades propostas variam entre cada uma das séries. No geral, a coleção aborda uma média de três atividades destinadas aos alunos por página de cada unidade. Dentre as unidades mais distantes, tal como observamos na coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), constatamos que ‘Introdução à trigonometria’ possui duas atividades propostas por página, enquanto ‘Geometria Analítica: ponto e reta’ tem quatro por página.

Tabela 4 – Distribuição de exemplos e atividades resolvidas e propostas na coleção *Matemática: interação e tecnologia*.

Série	Capítulo	Localização das páginas	Total de páginas	Exemplos	Atividades resolvidas	Atividades propostas
1 ^a	Introdução à trigonometria	p. 242-272	31	0	11	64
		Total (1^a série)	31	0	11	64
2 ^a	Trigonometria na circunferência	p. 8-35	28	2	15	115
		Total (2^a série)	28	2	15	115
3 ^a	Geometria Espacial	p. 8-35	28	0	19	89
	Poliedros	p. 36-77	42	5	20	123
	Corpos redondos	p. 78-115	38	0	24	122
	Geometria Analítica: ponto e reta	p. 146-185	40	6	22	168
	Geometria Analítica: circunferência e cônicas	p. 186-227	42	1	23	173
	Total (3^a série)		190	12	108	675
Total (coleção)			249	14	134	854

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

É importante observar que mesmo com essas diferenças entre as coleções, por exemplo, alusivo ao menor número de páginas e, conseqüentemente, ao de atividades nas obras de Balestri (2016a; 2016b; 2016c), a análise que realizamos não se valeu apenas dessa característica quantitativa. Buscamos um olhar, como trazido no capítulo anterior, de compreender esses materiais à luz de um referencial teórico, inserido sob uma perspectiva qualitativa de investigação. Isso quer dizer que contabilizar e classificar exercícios/atividades, por exemplo, não têm um fim em si mesmo, mas são ações que ajudam a buscar uma interpretação para os dados. Assim, trazemos na sequência a discussão de cada eixo temático que emergiu desse olhar interpretativo.

5.2 Livro didático de Matemática como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos alunos

Ao eleger os livros didáticos na versão manual do professor para compor os dados da pesquisa, alguns elementos que constituem esses materiais já eram de nosso conhecimento. O principal deles é que, no que tange ao exposto no livro do aluno, existem indicativos, em cor diferente da utilizada no texto, para que o professor observe: sugestões de questionamentos aos estudantes, verificações de respostas aos exercícios/atividades nas orientações/assessoria e pertinência de relembrar conhecimentos anteriores para o que é estudado em certa seção (por

exemplo, inferir se os alunos compreendem o uso do cálculo de determinantes de matriz para que realizem operações sobre o alinhamento de três pontos no plano).

Todos esses elementos podem ser entendidos como direcionadores da prática pedagógica docente, quando este faz o uso do livro didático na versão manual do professor. Ao dizer isso, não temos pretensão em caracterizar as diferentes formas de uso desse material, até porque não foi nosso objetivo compreender como esse processo vem ocorrendo. Tão somente pontuamos que o esperado pelos autores dos livros didáticos, no que se refere ao trabalho do professor em sala de aula, perpassa por observações, sugestões, encaminhamentos de discussões, enfim, por direcionamentos presentes no manual do professor.

Cabe refletir que, como trazido por Nogueira (2018), o manual do professor pode ser compreendido enquanto um material que organiza os objetivos e os conteúdos e, também, contribui com o planejamento das aulas e funciona como um objeto auxiliar para a formação contínua dos docentes. Nesse sentido, não há espaço para direcionamentos de cima para baixo ou, como destaca a autora enquanto um “[...] instrumento de controle sobre a ação docente” (NOGUEIRA, 2018, p. 57). Nesse sentido, por mais que haja direcionamentos, defendemos que eles precisam ocorrer com base nas sugestões e não imposições, ou seja, enquanto diálogo entre dois sujeitos, autor e professor, a fim de oportunizar a aprendizagem dos estudantes (LAJOLO, 1996).

Esses direcionamentos indicam perspectivas teóricas e metodológicas assumidas pelos autores e que reverberam em seus escritos para chamar a atenção do professor. Um exemplo pertinente nessas perspectivas refere-se ao próprio conhecimento matemático, em nosso caso, o conhecimento geométrico, que apresenta a importância do raciocínio lógico-dedutivo (GRAVINA, 2001), fazendo com que os conceitos sejam apresentados de modo linear, sequencial e dependente dos anteriores.

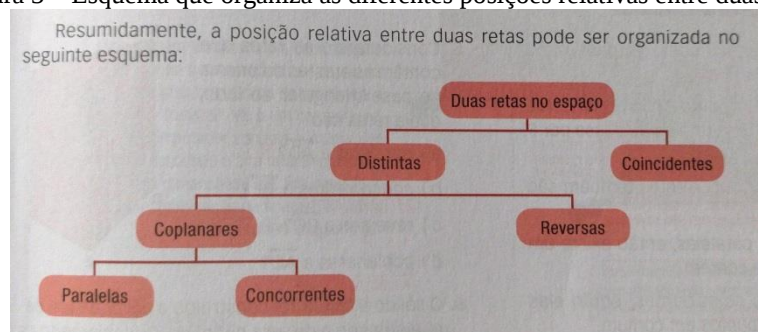
Observamos esse direcionamento, principalmente, quando dos capítulos/unidades de Geometria Espacial de Posição. Vejamos o caso da coleção *Matemática: interação e tecnologia*, que em sua unidade de Geometria Espacial mostra essa linearidade do conhecimento geométrico. Balestri (2016c) inicia a unidade a partir dos conceitos primitivos de ponto, reta e plano; apresenta o que são postulados e teoremas; e finaliza essa parte teórica com exemplos de postulados e teoremas. Apesar do nome dessa unidade, o autor faz a opção de abordar ilustrações tanto da Geometria Plana quanto da Espacial.

Mesmo intercalando alguns tópicos do conteúdo com atividades resolvidas, atividades e outras seções especiais, a sequencialidade dos conceitos geométricos chama bastante atenção, como indicado pelos nomes dos tópicos que compõem a unidade, respectivamente:

posição relativa entre duas retas, posição relativa entre reta e plano, posição relativa entre dois planos, perpendicularismo no espaço, projeções ortogonais e distância no espaço (BALESTRI, 2016c).

Esse modo de abordar os diferentes conceitos geométricos segue um padrão também dentro de cada tópico, ou seja, há uma sequência que é subordinada à outra sequência, em um processo de construção do conhecimento geométrico. Por exemplo, no que tange os três primeiros tópicos, que são alusivos às diferentes posições relativas, o autor apresenta, sequencialmente, todos os casos possíveis e finaliza cada um com um esquema, como pode ser visto na Figura 3 abaixo. Apesar dos outros três tópicos da unidade referenciada não conterem esquemas, a exemplificação dos casos de perpendicularismo, projeções e distância também segue uma ordem de apresentação com casos particulares, separados em itens.

Figura 3 – Esquema que organiza as diferentes posições relativas entre duas retas.



Fonte: Balestri (2016c, p. 15).

Dessa maneira, tal disposição do conteúdo pode fazer com que o professor apresente os conceitos da mesma forma que o autor do livro didático propõe, pois é um modo que articula cada tópico e subtópico, fazendo com que adaptações tornem-se dificultosas, uma vez que envolveria reelaborar e readequar todo o conteúdo. Vemos que esse fato indica e exemplifica o direcionamento da prática pedagógica presente no livro didático de Matemática.

Vale destacar que quando Balestri (2016c, p. 296) pontua na assessoria sobre ‘o trabalho com o livro didático’, ele assume a perspectiva de “[...] que o professor desenvolva sua autonomia, faça adaptações e altere a ordem dos conteúdos presentes na coleção, estabelecendo, sempre que possível ou necessário, novos diálogos com outras fontes”. Entendemos que não parece ser o caso de adaptações no que tange a discussão realizada acima sobre a unidade de Geometria Espacial, visto a demanda de conceitos e conteúdos que estão sendo apresentados na referida unidade.

O capítulo de Geometria Espacial de Posição na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* mostra as noções e as proposições primitivas, seguidas pela seção de determinação

de planos. Nesse movimento, Iezzi *et al.* (2016b) aproveitam para explicitar o que são definições, postulados (proposições primitivas) e proposições, que são fundamentais para a argumentação lógica usada ao longo do estudo da Geometria.

Além de intercalarem as seções e subseções com exemplos e exercícios propostos, o caminho base para apresentar as diferentes posições relativas também segue um padrão dentro do capítulo, contudo os autores optam pela abordagem das posições entre dois planos, depois entre reta e plano e, por último, a posição entre duas retas. Já ao final do capítulo, Iezzi *et al.* (2016b) trazem o perpendicularismo no plano e no espaço, as projeções ortogonais e as distâncias, bem como enunciam e demonstram alguns teoremas considerados por eles fundamentais.

Notamos que apesar de nessa coleção haver uma diferença na ordem de evidenciar as posições relativas, o propósito de seguir um padrão dentro de cada seção se mantém, ou seja, a padronização é inerente no âmbito do estudo desses capítulos de Geometria nas coleções analisadas. Inclusive, mesmo com diferenças em relação à estrutura interna das seções ou tópicos, as situações e os exemplos de teoremas e proposições são bastante próximos em *Matemática: Ciência e Aplicações* e *Matemática: interação e tecnologia*.

Por outro lado, é interessante mencionar que na visão de Iezzi *et al.* (2016b, p. 326) para esse capítulo em específico, a sugestão vai ao encontro de “[...] que se faça um trabalho informal e intuitivo no lugar de apresentar uma teoria com base em postulados, proposições, teoremas e demonstrações”, mas que não seja excluída a possibilidade de evidenciar o método em que a Geometria está apoiada. Apesar disso, o que se vê ao longo do livro do aluno é que momentos mais intuitivos e que dão lugar aos objetos reais como meios para mostrar as noções geométricas aparecem apenas nos exemplos e exercícios, ou seja, após a apresentação formal da teoria.

Ao observar as orientações didáticas/assessoria pedagógica, efeitos mais claros desse direcionamento tomam forma. Como já pontuamos a coleção *Matemática: interação e tecnologia* divide ‘o trabalho com as unidades’ pelas menções às páginas do livro do aluno. São menções diversas, como ampliação de discussões iniciadas em seções especiais, resolução de atividades (diferentes da lista de respostas) ou demonstrações de resultados e, também, perspectivas de trabalhos interdisciplinares. Desse modo, não são apenas orientações que permeiam pontualidades do livro do aluno, mas sim um conjunto de posicionamentos e escolhas do autor sobre a abordagem do conteúdo geométrico em estudo.

Tomando uma dessas menções como exemplo, vamos observar o movimento criado por Balestri (2016a; 2016b; 2016c). Para o caso do tópico ‘Tangente da circunferência

trigonométrica', que define essa razão trigonométrica e apresenta o eixo das tangentes a partir da reta que tangencia a circunferência trigonométrica no ponto (1,0) do plano cartesiano, Balestri (2016b) deixa uma orientação para que o professor veja a assessoria pedagógica. Desse modo, na assessoria há o seguinte direcionamento:

Ao apresentar o eixo das tangentes, *verifique* a possibilidade de desenvolver uma atividade com a calculadora científica para que os alunos percebam que quanto mais a medida do arco se aproxima de 90° , maior é o valor da tangente. [...] Utilizando essa mesma ideia [de determinar as tangentes indicadas na calculadora científica a partir de itens de uma atividade], *promova* um debate com os alunos a respeito dos valores negativos da tangente (BALESTRI, 2016b, p. 265, inserção e grifos nossos).

No caso referido, a sugestão do autor passa por um processo de direcionar a prática do professor uma vez que ele solicita ao docente outra atividade a ser desenvolvida com os alunos, além de o professor discutir com os estudantes um caso particular que ocorre quando do cálculo de tangentes. Nesta situação pontuamos que existe um direcionamento explícito da prática porque o autor faz menção tanto no livro do aluno quanto na assessoria para que o professor veja sua sugestão.

Além disso, esse direcionamento pode ser interpretado como um viés de comandos de execução. Vemos que na citação direta anterior, a presença dos verbos⁶⁶ verificar e promover, conjugados no imperativo afirmativo, respectivamente, verifique e promova, mostra esse papel de condução da prática e do trabalho do professor ao utilizar o livro didático. Apesar do paradigma do exercício estar relacionado com enunciados (e articulados com os estudantes e os professores), podemos fazer uma extensão para analisar o que acontece nesse caso de assessoria ao professor. Relembramos que os verbos no imperativo possuem papel, no que tange às discussões da EMC, de tradição da matemática escolar, no sentido de não questionamento e aceitação dessa tradição (SKOVSMOSE, 2000).

Assim, nos perguntamos: será que o autor do livro didático possui um papel de convidar o professor a refletir sobre o que ali está descrito? Ou, ao menos, em indicar caminhos para possibilidades de ensino e de aprendizagem de Matemática? Defendemos uma resposta afirmativa para as duas questões. Como trazido por Lajolo (1996) os interesses do autor e do professor devem ser articulados com o intuito de promover a aprendizagem dos estudantes, ou seja, é necessário haver simbiose entre esses sujeitos no que tange a construção

⁶⁶ Cabe dizer que teremos um eixo de análise que tratará, entre outras discussões, dos verbos presentes em enunciados. A justificativa para trazer essa breve reflexão neste momento repousa no fato de que o direcionamento da prática do professor está pautado nos comandos de execução deixados no livro didático. Além disso, não vemos que os eixos de análise são estanques ou mutualmente exclusivos, mas sim apresentam focos distintos que podem ser mais aprofundados ou tangenciados ao longo das interpretações realizadas.

e a possibilidade de diálogo frente ao que pensam, defendem e assumem diante de pressupostos teóricos e metodológicos dos processos educacionais.

Nesse sentido, a comunicação explícita do autor para com o professor precisa ocorrer de modo horizontal e claro, logo, pensamos que esse processo é possível diante de um convite às explorações e explicações, permeado pelas intenções do autor. O convite, na perspectiva de Skovsmose (2000), faz alusão aos cenários para investigação, isto é, ele caracteriza um ambiente de aprendizagem que seja investigativo, para que os estudantes possam, no comando de seu processo de aprendizagem, refletirem e questionarem situações nas quais vejam o papel da Matemática articulado com visões dessa própria ciência, dela em contextos semirreais ou, ainda, das inter-relações dela em suas realidades.

Por outro lado, ao vislumbrar as discussões referentes ao manual do professor (COSTA, 2008; LAJOLO, 1996; NOGUEIRA, 2018), podemos fazer uma extensão do conceito de cenários para investigação no que tange ao possível trabalho realizado pelo professor com as reflexões oportunizadas pelo autor do livro didático. Assim, não vemos que o comunicado aos professores deva ocorrer de modo acrítico, sem possibilidades de reflexões, mas sim, estando atrelado ao que o autor pensa, evidenciar oportunidades para a realização de uma prática pedagógica que seja investigativa, participativa, reflexiva, dialógica e crítica.

Entendemos que esse caminho pode ser trilhado pelo autor do livro didático no sentido de evitar o uso dos comandos, como os verbos conjugados no imperativo afirmativo, para um olhar mais convidativo, por exemplo, com questionamentos e perguntas que gerem alguma reflexão e possam levar o professor a pensar e buscar alternativas para o conteúdo, as práticas, as metodologias etc. Contudo, explicitar esse convite e também justificar sua pertinência, a fim de escapar das situações apenas ‘possíveis’ no papel, mas que sejam relevantes e que o professor possa contar quando fizer o uso desse material.

Nas orientações didáticas de *Matemática: Ciência e Aplicações*, como trazido na seção anterior, os autores fazem comentários gerais e específicos sobre suas obras. Dentre alguns dos específicos, há ‘sugestões de abordagem, avaliação e tópicos principais’. Dificilmente Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) conseguem abarcar todos os conteúdos do livro do aluno nessas sugestões, visto que eles são divididos por eixos (Números; Funções; Geometria; Estatística, contagem e probabilidade; e Álgebra) e tornam os direcionamentos ao professor algo mais geral.

Apesar disso, por exemplo, quando os autores sugerem algumas abordagens para os capítulos de ‘Semelhança e triângulos retângulos’ e ‘Trigonometria no triângulo retângulo’, incluídos no livro da 1ª série (IEZZI *et al.*, 2016a), modificações consideráveis são

identificadas. No caso desses dois capítulos, o objeto geométrico em discussão são os triângulos e, com mais atenção aos triângulos retângulos. Contudo, Iezzi *et al.* (2016a) apontam que seria importante o professor não restringir o primeiro capítulo ao estudo da semelhança de triângulos, podendo abarcar esse conceito a partir de comparações entre objetos reais, como caixas de sapato e de creme dental, bem como explorar as semelhanças entre círculos, esferas, cubos, entre outros.

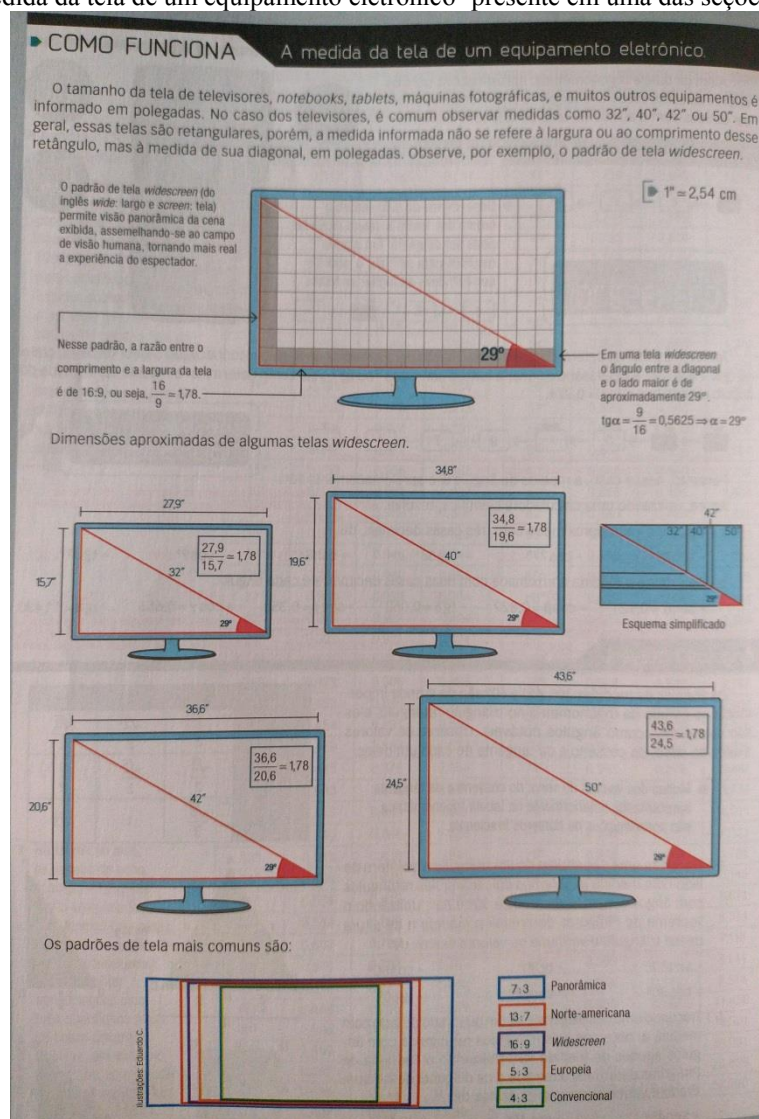
No que tange indicações para o segundo capítulo, aconselham que o estudo “[...] não pode se limitar à determinação da medida de um lado do triângulo retângulo (conhecidas as medidas de outro lado e de um ângulo agudo), bem como não devemos ficar restritos aos ângulos notáveis [...]” (IEZZI *et al.*, 2016a, p. 327). Assim, os autores justificam essa sugestão uma vez que os alunos irão resolver problemas que envolvem as razões trigonométricas no triângulo retângulo e, ao professor, caberia lembrá-los sobre essa importância.

Os indicativos que Iezzi *et al.* (2016a) fazem para esses capítulos são mais sugestivos e não necessariamente envolvem questionamentos ou perguntas reflexivas aos docentes, como defendemos anteriormente. No entanto, provocam, em alguma medida, que alternativas ou complementos ao conteúdo trabalhado no livro do aluno sejam vislumbrados e, possivelmente, levados em consideração pelos professores.

Também encontramos casos em que o direcionamento é implícito, acarretando em perda da potencialidade de alguma situação apresentada aos alunos e que, aos professores, caberiam alguns caminhos mais claros ou, ao menos, mais convidativos. Tomando situações que estão presentes nas seções especiais nomeadas de ‘Como funciona’, encontramos em diversas delas, ao longo da coleção *Matemática: interação e tecnologia*, a não ampliação e/ou indicação de sugestões com orientações ao professor ou, também, apenas pequenas inserções, em cor diferente do texto, para observações quanto a procedimentos usados, mas que não impactam o que é apresentado (por exemplo, dizer aos alunos que a calculadora foi utilizada em alguns cálculos).

Compreendemos que essas seções ‘Como funciona’ são potenciais para reflexões em sala de aula, pois trazem situações em que a Matemática está presente nos mais variados contextos, tais como no funcionamento de uma roda-gigante, na impressora 3D e no tratamento de piscinas. Trazemos aqui um exemplo com ‘a medida da tela de um equipamento eletrônico’, que está contida, aproximadamente, na metade da unidade ‘Introdução à trigonometria’, do livro da 1ª série (BALESTRI, 2016a), como pode ser observado na Figura 4.

Figura 4 – ‘A medida da tela de um equipamento eletrônico’ presente em uma das seções ‘Como funciona’.



Fonte: Balestri (2016a, p. 256).

No caso desse exemplo, Balestri (2016a) não trouxe indicativo a respeito do que os estudantes devem fazer (acreditamos que, no mínimo, vão realizar alguma leitura das informações e visualizar as imagens) e nem, explicitamente, os caminhos e as possibilidades para o professor desenvolver questionamentos, ou seja, para contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Entretanto, na assessoria há uma breve ampliação das ações pedagógicas no que se refere a essa seção. “Para complementar o trabalho com a seção **Como funciona**, peça aos alunos para calcularem o ângulo formado pela diagonal e o lado maior em cada um dos padrões de tela apresentados, utilizando o mesmo processo para determinar o ângulo no padrão *widescreen*” (BALESTRI, 2016a, p. 346, grifos do autor). Ou seja, a ampliação intencionada pelo autor é para que os alunos possam realizar os cálculos de cada padrão de tela, seguindo as mesmas operações já apresentadas na seção.

Sem entrar na discussão sobre o contexto dessa situação, identificamos que a falta de indicativos para o professor no livro do aluno pode tornar o que foi apresentado desnecessário. Assim, caso o docente não observe a assessoria, a seção ficaria reduzida à apresentação, apenas, de informações e dados numéricos. Por outro lado, se observar essas sugestões, o trabalho pedagógico não amplia o estudo, uma vez que a sugestão é que os alunos repitam os mesmos procedimentos algébricos já mostrados.

Outras seções que merecem reflexões em sala de aula são as de ‘Aplicações’, presentes em alguns dos capítulos apresentados na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*, especificamente nos livros da 2ª e 3ª séries. Nelas, Iezzi *et al.* (2016b; 2016c) indicam, sempre ao final do capítulo ou seção em que aparecem, aplicações de conceitos estudados pelos alunos.

O que se evidencia nessas páginas são momentos descritivos de situações que mostram a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento (Arte e Astronomia), ou trazem para os estudantes exemplos que aplicam conceitos em contextos diversos, por exemplo, o volume de um reservatório de água (IEZZI *et al.*, 2016b) ou o custo de produção de uma empresa (IEZZI *et al.*, 2016c).

No entanto, em nenhuma dessas seções há indicativo ou atenção ao professor sobre o que pode ser feito ou desenvolvido com elas a partir do exposto pelo livro do aluno, o que pode acarretar em uma perda da potencialidade das aplicações mencionadas, uma vez que apenas resumiriam informações descritivas aos estudantes ou mostrariam aplicações diretas de conceitos em contextos além da própria Matemática.

Vale destacar que somente nas orientações didáticas os autores apontam sugestões para o trabalho de algumas dessas aplicações. Quando há esses apontamentos, eles estão relacionados com o desenvolvimento do trabalho em grupo pelos alunos, utilizando as informações trazidas em ‘Aplicações’ como um meio introdutório de discutir e ampliar os conhecimentos a partir de novas atividades. Nestas, especificamente, Iezzi *et al.* (2016b; 2016c) abordam seguindo uma estrutura que contém os objetivos, os materiais utilizados e a forma de desenvolvimento.

Desse modo, compreendemos que como não há essa simbiose entre o manual do professor (orientações didáticas) e o livro do aluno, é possível que atividades estruturadas e elaboradas pelos autores, que apresentam as aplicações como forma de introduzir uma discussão conceitual, tornem-se reduzidas a informações descritivas e apresentações de dados. Nesse sentido, o direcionamento da prática do professor também deve passar por

considerações importantes tanto no livro do aluno quanto nas partes dedicadas às orientações didáticas.

Essas discussões vão ao encontro do que alguns autores encontraram sobre divergências e contradições entre o manual e o livro do aluno (CARRETA, 2017; LUNA, 2019). Consideramos essas contradições como aspectos que não são mencionados no livro do aluno, mas que estão presentes no manual do professor ou, ainda, como aspectos trazidos no manual que não se efetivam no livro do aluno.

Carreta (2017), por exemplo, defende que novos estudos sejam empregados a fim de identificar contradições entre o livro do aluno e o manual do professor. A autora observou em sua análise que há divergências entre esses dois materiais e, ainda, afirma que em sua pesquisa os manuais analisados possuíam “[...] diversos elementos que contribuem para a EMC e EC [Educação Crítica], mas esses mesmos elementos não foram encontrados nos livros dos alunos” (CARRETA, 2017, p. 88, inserção nossa).

De modo a exemplificar o que entendemos como essa contribuição da EMC ao material, em linha alusiva à Carreta (2017), trazemos dois exemplos encontrados nos dados que nos remetem a ideias que possam trazer mais elementos agregadores à discussão da EMC. O primeiro foi identificado em uma das seções ‘Troque ideias’, presentes na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*, que de maneira mais direta quando comparada com as ‘Aplicações’, traz indicativos no livro do aluno e que são ampliados nas orientações didáticas. Tomemos então a situação abordada na Figura 5.

Figura 5 – ‘A Matemática e as chuvas’ presente em uma das seções ‘Troque ideias’.

TROQUE IDEIAS

A Matemática e as chuvas

O agravamento da crise hídrica na região Sudeste nos últimos anos, as secas “permanentes” em algumas regiões do Nordeste e os eventos climáticos extremos decorrentes do aquecimento global fizeram com que assuntos como *índice pluviométrico*, nível dos mananciais que abastecem a população, desperdício e consumo consciente de água ganhassem cada vez mais espaço no cotidiano do brasileiro.

Conhecer o índice pluviométrico de uma região é importante para que se reúnam informações úteis para a economia local (agricultura, pecuária etc.), além de auxiliar no planejamento urbano, prevendo usos mais adequados para áreas onde possam ocorrer desabamentos, deslizamentos de terra ou inundações, por exemplo.

E você? Quando ouve notícias com dados do índice pluviométrico, como “Neste mês, as chuvas em Curitiba superaram o índice de 100 mm”, sabe o que significa? Nesta atividade vamos construir o significado desse conceito.

O índice pluviométrico indica a **quantidade de chuva por metro quadrado** registrada em certo local, em um determinado período de tempo.

Consulte as respostas nas Orientações Didáticas.

a) Quando dizemos que o índice pluviométrico em certa região foi de 25 mm na semana, significa que, se tivéssemos um reservatório aberto de 1 m^2 da área de base, o nível de água atingiria a altura de 25 mm (veja a figura ao lado).

Qual é o volume total de água da chuva recolhida no reservatório ao lado? Expresse a resposta em m^3 e, em seguida, transforme em litros.

b) No índice pluviométrico, em certo período de tempo, cada 1 mm de precipitação corresponde a quantos litros de chuva por metro quadrado?

c) É claro que os pluviômetros, instrumentos usados para medir a quantidade de chuva, não precisam ter, como base, um quadrado de área 1 m^2 .

Imagine que se pretenda medir a quantidade de chuva em uma região por meio de um cilindro reto graduado, ao qual se acopla um funil, como mostra a imagem ao lado.

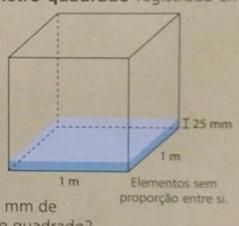
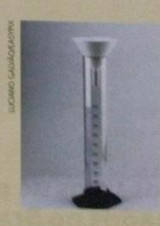
Considere que a abertura maior do funil, por onde a chuva será coletada, tenha diâmetro com medida 10 cm e que, em certo dia, o volume de água da chuva coletado tenha sido de 300 mL (ou 0,3 L).

Qual foi, em mm, a precipitação nesse dia? Use $\pi \approx 3,14$.

Consulte as respostas nas Orientações Didáticas.

Por fim, vale a pena destacar que, em uma cidade grande, há várias estações de medição da intensidade da chuva. A média das intensidades de precipitação medidas nesses pontos, em certo período (mês, por exemplo), fornece o **índice pluviométrico** da região, no período considerado.

Fontes de pesquisa: SAEMA. Disponível em: <saema.com.br/portal/home/indice-pluviometrico>. Acesso em: 10 mar. 2016.; INPE. Disponível em: <www.inpe.br/acesso/informacao/modo402>. Acesso em: 10 mar. 2016.; AgriTempo. Disponível em: <www.agritempo.gov.br/agritempo/jsp/estatisticas/index.jsp>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 197).

Nessa seção, que está próxima ao início do capítulo ‘Corpos redondos’, são mostradas aos alunos breves informações sobre a situação hídrica no Brasil, em diferentes regiões do país. Em seguida, Iezzi *et al.* (2016b) trazem o conceito de índice pluviométrico e indicam três itens para que os estudantes respondam. Ao professor, cabem apenas algumas mensagens, em cor diferente do texto, para olhar as orientações didáticas, que possuem as respostas aos itens propostos.

Da forma como está posto para o professor, a discussão feita pelos autores sobre o conceito de índice pluviométrico e os itens propostos tem a função única de trazer informações e aplicar conceitos alusivos à área e volume de figuras geométricas. Ademais, nada além dos destaques em cor-de-rosa sugerem novas reflexões ou apontamentos que impactem no desenvolvimento de outras reflexões. Contudo, nas orientações didáticas, na

especificidade da seção ‘Orientações específicas para a seção Troque ideias’, as indicações que seguem são deixadas ao professor:

Essa proposta de trabalho, além de levar o estudante a compreender a medição e a determinação do índice pluviométrico (medida cada vez mais difundida nos meios de comunicação) e conhecer uma interessante aplicação da Geometria, tem por objetivo fazê-lo refletir e debater sobre temas vitais da sociedade, como o uso responsável e consciente da água, as secas em algumas regiões do Brasil e seus efeitos; as consequências da industrialização e do desmatamento no clima terrestre, de forma a proporcionar oportunidade para um trabalho interdisciplinar (IEZZI *et al.*, 2016b, p. 329).

Os autores ainda observam algumas competências (previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais) relacionadas à aplicação da atividade proposta na seção, e trazem a possibilidade de haver um trabalho que construa pluviômetros artesanais para os alunos medirem o índice pluviométrico da região em que sua escola se encontra. Ao final, são deixados sites⁶⁷ para essa possibilidade e trazidas as soluções dos itens evidenciados na Figura 5.

Diante disso, podemos notar que há uma intenção de oportunizar ao professor um olhar que não se limite às aplicações de conceitos e determinação de índices, ou seja, um uso da Matemática restrito aos procedimentos de cálculos; pelo contrário, os autores presam que os alunos tenham uma visão sobre o papel do conhecimento matemático como relevante diante de situações observadas na sociedade e na natureza. Nesse sentido, preparam o professor para desenvolver atividades ou mostrar outros caminhos de utilização dos conhecimentos estudados na seção ‘Troque ideias’.

Por outro lado, diante do objetivo visto na citação direta anterior, é curioso pensar sobre conscientização, consequências da industrialização e do desmatamento e um trabalho interdisciplinar, apenas com textos curtos e um possível experimento feito em sala de aula. Dito de outro modo, os autores tencionam abordar o desenvolvimento de competências previstas para todo o Ensino Médio, mas não oportunizam recursos suficientes para que os docentes possam pôr em prática esse desenvolvimento ou, ao menos, em mais possibilidades de caminhos teórico-metodológicos que deem conta do que objetivam.

É nessa discussão que podemos pensar em conceitos da EMC, como a matemacia, enquanto possibilidade de congregar a articulação dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo para promover uma intencionalidade na prática do professor que venha a trabalhar com essa coleção. A matemacia, entendida de diferentes formas (SKOVSMOSE, 2001; 2008; 2014), pode contribuir com essa intenção dos autores, ou seja, o

⁶⁷ Fizemos tentativas de abrir os dois sites colocados pelos autores, mas não obtivemos sucesso.

papel do conhecimento matemático na formação dos alunos como um meio para reflexões de situações do mundo.

O que Skovsmose (2001) discute no âmbito da matemacia, como essa articulação dos conhecimentos citados, carece de certos cuidados, por exemplo, a pertinência de trazer a reflexão em diversos momentos de uso da matemática e também de suas aplicações tecnológicas e consequências futuras.

Façamos um parêntese aqui: diante do uso e da explicação dos modos de determinar o índice pluviométrico (conhecimento matemático presente no volume de um cilindro reto), vemos que as aplicações dessa determinação, ou seja, a produção de um pluviômetro no formato de um cilindro reto (conhecimento tecnológico) traz impactos sobre o uso dessa ferramenta, tanto na manipulação dos dados quanto nas inferências sobre os valores encontrados e, em consequência, sobre atitudes tomadas, reflexões e conclusões realizadas (conhecimento reflexivo).

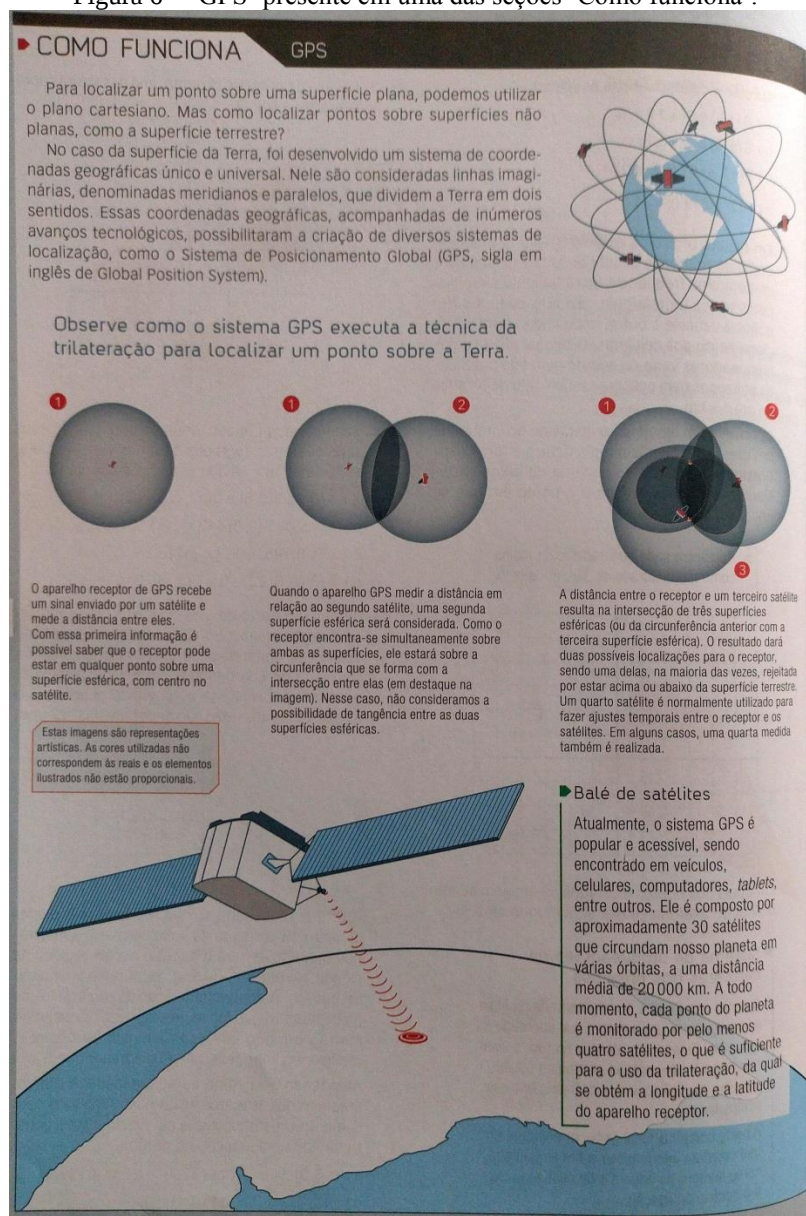
Sendo assim, é perceptível que com a falta dos recursos para os professores, que vá além da confecção do pluviômetro para uso na região da escola, os autores, nessa seção sobre ‘A matemática e as chuvas’, não oferecem aos docentes meios para que o conhecimento reflexivo seja levado em consideração. Esse fator pode fazer com que a matemacia seja reduzida à ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), no sentido de que o uso e a aplicação do conhecimento matemático transformado em um conhecimento tecnológico, levam a idealização da Matemática enquanto uma ciência pura e rica em aplicações para quaisquer contextos e problemas do mundo.

De fato, a Matemática e, em nosso caso, a Geometria, oportuniza que essas aplicações sejam feitas. De modo algum isso é um equívoco. O crucial está em perceber e tornar visível até que ponto esse uso pode gerar consequências além das imaginadas. Logo, as reflexões são primordiais em qualquer tipo de aplicação da Matemática (e da Geometria) e não podem ser deixadas de lado, como observado na situação abordada e depois sugerida aos professores por Iezzi *et al.* (2016b).

Com isso percebemos que indicativos e sugestões que contribuam com o trabalho do professor seriam importantes para desenvolver essa atividade, extrapolando o observado anteriormente e evidenciando com mais firmeza as propostas das competências a serem desenvolvidas, como pautadas pelos autores e indicadas em documentos oficiais. Assim, não bastaria fazer com que os alunos ‘reflitam e debatam sobre temas da sociedade’, mas sim mostrar meios dessa reflexão e desse debate para subsidiar a prática pedagógica do professor que venha a se deparar com uma situação como essa ou semelhante.

O segundo exemplo, que está presente em uma seção ‘Como funciona’ da coleção *Matemática: interação e tecnologia* vai tratar do ‘GPS’, assunto que aparece próximo ao início da unidade ‘Geometria analítica: ponto e reta’, pertencente ao livro da 3ª série (BALESTRI, 2016c). Na Figura 6 abaixo apresentamos essa seção que, conforme a Figura 4 semelhante, não aborda explicitamente indicativos aos alunos e nem ao professor.

Figura 6 – ‘GPS’ presente em uma das seções ‘Como funciona’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 152).

Aparentemente a seção também exemplifica o que já pontuamos sobre uma apresentação de informações escritas e uma porção de imagens ilustrativas. O que diferencia essa das outras é que na assessoria pedagógica há direcionamentos que tornam os dados

abordados um ponto de partida para investigações. Isso pode ser observado a partir do excerto seguinte, retirado da assessoria:

Para complementar o trabalho com a seção **Como funciona**, apresente aos alunos o *site* oficial do governo dos Estados Unidos da América com informações sobre o GPS. [...] os alunos poderão encontrar informações sobre os satélites que fazem parte do sistema, além de fotografias e vídeos sobre os lançamentos desses equipamentos. Solicite aos alunos que realizem uma pesquisa sobre as aplicações que os sistemas de posicionamento e monitoramento por satélite proporcionam ao setor de agricultura e do meio ambiente (BALESTRI, 2016c, p. 329, grifos do autor).

É claro que o acesso ao *site* e as possibilidades de empregar pesquisas demandam uma organização do trabalho pedagógico do professor que dependem, também, da disponibilidade da escola, fatores esses que Balestri (2016c) não menciona. Contudo, percebemos um aspecto positivo no que se refere a essa abordagem do GPS, não apenas pela aplicação dos conceitos geométricos de superfícies esféricas e circunferências que estão presentes na seção, mas pela oportunidade de mostrar ao professor uma forma que amplie as informações escritas e ilustradas aos alunos.

Essa abordagem é qualitativamente diferente do mostrado pelo autor em ‘A medida da tela de um equipamento eletrônico’ (BALESTRI, 2016a), pois envolve situações que escapam do conteúdo apenas matemático. Cabe observar que uma razão para essa diferença pode estar no fato de que a seção sobre o ‘GPS’ não esteja tão articulada com o conteúdo programático da unidade, visto que nela os conceitos de superfície esférica e circunferência não são abordados; isso é o oposto da situação com a tela de um equipamento eletrônico, em que as razões trigonométricas foram apresentadas pelo autor antes da seção ‘Como funciona’.

Hipóteses à parte, o que é evidenciado nesse exemplo retoma os apontamentos de Carreta (2017), uma vez que identificamos que os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000) podem ocorrer a partir da abordagem dessa seção. Entretanto, essa possibilidade só seria efetivada, primeiramente, diante da indicação clara ao professor do que fazer com as informações colocadas pelo autor, visto que conforme a Figura 6 não há complementos ao docente. Em segundo lugar, com a disponibilidade do tempo e dos recursos tecnológicos da escola, seria necessária uma organização da turma em laboratórios de informática e/ou outros meios vislumbrados pelo professor, para iniciar essas explorações indicadas na assessoria.

É diante dessas observações que constatamos a possibilidade de cenários para investigação serem oportunizados em pontualidades da coleção, por meio de direcionamentos da prática pedagógica do professor. No entanto, a falta de articulação entre o livro do aluno e o manual do professor, na especificidade da assessoria, bem como a pouca expressividade de

caminhos mais claros, em termos metodológicos, pode fazer com que essa possibilidade não seja efetivada ou, ao menos, identificada pelo docente que tenha esses livros em mãos.

Quais implicações para o direcionamento da prática do professor são estabelecidas frente outros elementos do referencial teórico delimitado em nossa pesquisa? Vale relembrar que não apenas assumimos um posicionamento crítico da Educação Matemática no que tange a constituição de um referencial para a pesquisa, mas, além disso, fizemos uma opção por adotar uma visão crítica também no que tange o livro didático de Matemática. Tal adoção implica em colocar o livro tanto como um material que será analisado num viés específico, quanto como posicioná-lo a partir do que compreendemos e acreditamos em termos de educação, ensino, aprendizagem etc.

Observamos que, em linha semelhante a Santana (2012), que realizou sua pesquisa com foco principal na enculturação matemática, é importante perceber que os livros didáticos não necessariamente foram elaborados segundo essas visões teóricas assumidas na pesquisa. Desse modo, temos clareza de que os autores pautam-se em perspectivas diversas quanto ao ensino e à aprendizagem de Matemática para produzirem seus materiais. Contudo, ao assumir uma perspectiva teórica como a da EMC, defendemos que o olhar crítico para o conteúdo matemático, bem como para as implicações dele em dimensões sociais, políticas, culturais, ambientais etc., são também preocupações que podem emergir na visão dos professores, isto é, que os alunos tenham uma visão crítica sobre o que estão aprendendo.

Um dado interessante nessa questão refere-se à lista de bibliografias sugeridas por Balestri (2016a; 2016b; 2016c), em que nos livros destinados a tratar sobre Educação Matemática, há a referência de Skovsmose (2001). Como dito pelo autor, as leituras são sugestões “[...] que podem contribuir em sua formação profissional [dos professores] e no trabalho em sala de aula” (BALESTRI, 2016a, p. 303, inserção nossa). Logo, compreendemos que mesmo não utilizando essa referência para a produção da coleção, o autor demonstra sua preocupação com uma perspectiva importante no que tange à Educação Matemática, especificamente atrelada ao trabalho que o professor pode desenvolver.

Identificamos que o direcionamento presente nas coleções *Matemática: interação e tecnologia* e *Matemática: Ciência e Aplicações* não pauta questões alusivas à democracia ou ao papel sociopolítico da Educação Matemática, como o da cidadania crítica. Essas implicações decorrem da pouca expressividade da importância e do papel da Matemática que poderiam permear as discussões teóricas e práticas do livro do aluno e, também, as sugestões presentes na assessoria pedagógica.

No entanto, é interessante perceber que ao colocar a autonomia do professor, bem como compreender sua atuação enquanto mediador e avaliador das práticas pedagógicas, Balestri (2016a; 2016b; 2016c) mostra indícios de que tais questões da EMC possam ser desenvolvidas durante os processos educacionais, visto que o autor faz algumas menções no que se refere ‘o papel do professor’:

É importante, também, que o professor procure atualizar-se constantemente, estando atento às mudanças não somente referentes às metodologias de ensino, mas também em relação ao que ocorre na sociedade. Um professor que se atualiza periodicamente tem melhores condições de preparar a atual geração para um mundo cada vez mais globalizado (BALESTRI, 2016c, p. 296, grifos nossos).

Temos a clareza de que tais atenções às mudanças e atualizações no perfil profissional do professor podem considerar outras vertentes e perspectivas que não necessariamente as questões postas pela EMC. Contudo, quando o autor faz a apresentação aos professores, ou seja, no início da assessoria pedagógica, são mostradas suas intenções na formação dos alunos como cidadãos, e são pontuadas as visões dessa formação para que eles compreendam e transformem o mundo. Assim, identificamos que essas questões podem indicar um alinhamento com o referencial teórico ou, ao menos, abrir margem para que reflexões sobre a democracia e a cidadania crítica estejam no horizonte do autor e, conseqüentemente, sejam vislumbradas para o conhecimento do professor.

Ademais, ao pontuar a atenção do professor para o que ocorre na sociedade e que o mundo está mais globalizado indica possíveis alternativas para que o discurso da EMC, especificamente sobre a democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática, esteja mais presente. Como trazido por Skovsmose (2001), a escola é um local que deve reagir frente às reproduções desiguais da sociedade, por exemplo, em termos de oportunidade de acesso ao conhecimento básico. E, conforme o estudo de Silva (2017) no âmbito da Educação Financeira, essa preocupação com a globalização é importante no sentido de refletir sobre processos de compras, vendas e produção.

Acreditamos, nesse sentido, que o exemplo anterior sobre o ‘GPS’ pode indicar algumas reflexões sobre essas questões da EMC. Naquela situação, o olhar para a agricultura e o meio ambiente, de forma indireta, relaciona-se com as questões de globalização, uma vez que o GPS é uma tecnologia que permite o posicionamento e a localização de pontos na superfície do planeta (FAGGIAN, 2019).

Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) também consideram a autonomia do professor e defendem que sua prática não pode estar pautada apenas no livro didático. Na visão dos

autores, este material tem a função de indicar caminhos e deve respeitar as concepções pedagógicas do professor e da escola. Mas ainda dizem:

[...] para que o livro didático seja um *auxiliar confiável*, é necessário que os *conceitos sejam apresentados com precisão*, a linguagem e o rigor sejam compatíveis com essa etapa da escolaridade, as *propriedades sejam justificadas e aplicadas a exercícios e situações-problema*, os conteúdos estejam integrados e os *conhecimentos matemáticos possam ser aplicados em situações cotidianas ou usados em outras áreas do saber*, construindo, dessa maneira, aprendizagens significativas (IEZZI *et al.*, 2016c, p. 260, grifos nossos).

Nesse sentido, enxergamos na breve mensagem acima alguns elementos característicos da ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), mas aqui na particularidade da concepção em torno do produto elaborado pelos autores, ou seja, sua coleção de livros didáticos. Os elementos estão destacados em itálico na citação direta anterior e mostram o próprio papel do livro didático enquanto direcionador do seu conteúdo, que será ‘confiável’ para o professor caso satisfaça algumas características.

Estas, por sua vez, vão ao encontro de tornar os conceitos mais precisos e as propriedades justificadas (‘a Matemática é pura e perfeita’), também em aplicações de exercícios e situações-problema (‘a Matemática é aplicada em todos os problemas reais’) e, além disso, essas mesmas aplicações podem ser usadas nas situações próprias das outras áreas do conhecimento, isto é, ‘a Matemática é superior a outras áreas’. Logo, passando pelo filtro da ideologia da certeza, a coleção de livros didáticos está pronta para ser utilizada enquanto ferramenta confiável para direcionar a prática do professor de Matemática. As prescrições do livro são tidas como legítimas e adequadas, o que pode suplantar o trabalho docente no que tange ao planejamento de ensino, seleção dos conteúdos, abordagem metodológica e até mesmo o sistema de avaliação.

Assim, esses direcionamentos estão presentes e, por exemplo, no âmbito das seções ‘Troque ideias’, a matemática limita-se ao uso da Matemática e de suas aplicações, sem recorrer à reflexão e, também, à própria crítica necessária para evitar o reforço da ideologia da certeza. Tal limitação pode impedir que o professor vislumbre alternativas e novos caminhos diante do que é proposto. Ademais, de forma implícita, pode haver uma propagação pelo papel sociopolítico da Educação Matemática enquanto uma filtragem ética (SKOVSMOSE, 2008), em que discussões e reflexões sobre o impacto do conhecimento matemático nas situações mundanas não são abordadas, cerceando, dessa forma, o conhecimento do professor quando do momento de evidenciar aplicações matemáticas no cotidiano.

Também cabe ponderar que o discurso realizado na assessoria e nas orientações está longe do que, efetivamente, vemos no livro do aluno. Isso é evidenciado com as seções

‘Como funciona’ e ‘Aplicações’ que, em sua maioria, limitam o conhecimento às informações e descrições de situações sem haver, de fato, um trabalho que vá além do mencionado. Essa crítica é importante, pois não bastaria que o professor se atualizasse e buscasse outras fontes além do livro didático, como sugerido por Balestri (2016a; 2016b; 2016c), ou que não utilize apenas o livro para sua prática como é a intenção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), mas sim que houvesse exemplos e proposições mais práticas de como esse trabalho pode acontecer.

Tais constatações, inclusive, estão presentes nas resenhas das obras contidas no Guia (BRASIL, 2017c). No documento, enfatiza-se que a coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c), por exemplo, necessita de uma atenção do docente para complementar informações do livro do aluno, mas, diferente do que encontramos, diz que no manual do professor existem “[...] subsídios importantes para a atuação do professor no trabalho de sala de aula, com orientações para abordagem de algumas seções especiais” (BRASIL, 2017c, p. 66). Consideramos que o uso da palavra ‘algumas’ vai ao encontro dos nossos achados, uma vez que existem orientações, porém em número menor. Ainda cabe observar que essa parte do Guia refere-se a toda a coleção, e não apenas aos capítulos de Geometria.

Pelo exposto, entendemos que o direcionamento da prática do professor pelo livro didático ocorre por meio das diferentes formas de sugestões tanto no livro do aluno quanto na assessoria pedagógica/orientações didáticas. Essas formas são distintas, pois ora indicam, explicitamente, situações sobre o que o professor deve fazer em sala de aula, ora são implícitas, quando não há indicativos que sugerem modificações ou ações, mas que na assessoria estão presentes por meio de orientações pelas páginas do livro do aluno ou com destaques em comentários específicos nas orientações didáticas.

Na análise do presente eixo temático, também há o direcionamento da aprendizagem dos alunos por meio do livro didático. Ao considerar que esse material é destinado, da mesma forma, aos estudantes, podemos dizer que as perspectivas colocadas pelos autores dos livros didáticos, sejam na teoria apresentada, nos exemplos, nos exercícios/atividades resolvidos ou nos exercícios/atividades propostos, caminham para deixar direcionamentos sobre os assuntos e/ou ideias que os alunos terão algum contato.

Um caminho bastante evidente proposto pelos autores ao longo das coleções foi o de seguir um padrão na abordagem do conteúdo do livro. Esse padrão seguiu a linha de, inicialmente, apresentar os conceitos matemáticos que seriam estudados em uma seção ou tópico; em seguida, os autores evidenciam a aplicabilidade dos conceitos por meio de

exemplos e/ou exercícios/atividades resolvidos; ao final, propõem exercícios/atividades aos estudantes que estão, em sua maioria, consoantes aos conceitos estudados anteriormente.

Talvez possamos dizer que essa lógica de ‘conceito, exemplo e exercício’ (forma genérica para falar dos padrões identificados nos livros) é o que caracteriza as duas coleções de livros didáticos. Não afirmamos enfaticamente, porque existem, em algumas seções ou tópicos, sequências que fogem desse padrão, como, por exemplo, iniciar o estudo a partir de alguma situação e só depois mostrar o conceito que será estudado. Contudo, a lógica citada é bastante evidenciada.

Essa lógica, inclusive, é bem observada na resenha das duas coleções, como encontramos no Guia (BRASIL, 2017c). Para as obras de Balestri (2016a; 2016b; 2016c), por exemplo, o documento alude que ao longo da coleção, “[...] as explanações teóricas acompanhadas de exemplos e de exercícios, resolvidos ou propostos, podem levar a uma ação pedagógica diretiva” (BRASIL, 2017c, p. 78). Assim, vemos que há uma confluência entre os achados na pesquisa, com a avaliação oriunda do PNLD, em que o fato das coleções serem ‘diretivas’ marca a posição de encontro das duas perspectivas, a análise aqui relatada e a avaliação realizada no âmbito do Programa.

Esse modo de desenvolver o conteúdo do livro didático perpassa pela alusão à tradição da matemática escolar. Essa tradição é compreendida como uma combinação de algum assunto, ideia, tópico etc. apresentado pelo professor; resolução de exercícios pelos estudantes; e finalização com a supervisão do professor sobre o que os alunos realizaram (SKOVSMOSE, 2008).

Apesar de Skovsmose (2008) estar se referindo à aula de Matemática nessa perspectiva, entendemos que os autores dos livros didáticos acabam por enfatizá-la nos seus escritos padronizados. Desse modo, são poucos os momentos de contornar essa tradição, fazendo com que a aprendizagem dos alunos esperada pelos autores esteja baseada em uma submissão a ordens, constituindo certo papel sociopolítico da Educação Matemática.

É importante destacar a seguinte perspectiva de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) sobre esses aspectos:

Com relação às escolhas metodológicas da coleção, destacamos que, de maneira geral, os conteúdos e conceitos são introduzidos por meio de um exemplo ou de uma situação-problema ou, ainda, de uma situação “motivadora”, que é retomada no desenvolvimento do capítulo. Na sequência, ocorre a formalização e a sistematização teórica, em que optamos por manter, como características da coleção, a linguagem e o rigor matemático necessário (adequados à faixa etária), a clareza e a precisão nas definições e na construção dos conceitos, bem como as justificativas lógicas nas demonstrações. Atividades diversas como exemplos, exercícios

resolvidos e problemas variados complementam tal organização (IEZZI *et al.*, 2016a, p. 293).

Diante disso, notamos que os autores apresentam uma consciência desse modo de realizar os escritos de seus livros, ou seja, o padrão de ‘conceito, exemplo e exercício’. No entanto, dizem que as introduções, na sua maioria, são iniciadas com situações ou exemplos, o que fugiria a lógica identificada por nós. De fato, a introdução dos capítulos da 1ª série (três, no total), por exemplo, começam com essas situações, contudo, em apenas um dos seis capítulos analisados da 2ª série o fazem, e nenhum dos quatro da 3ª série são iniciados com exemplos ou situações. Logo, no âmbito do recorte trazido na pesquisa, a maioria das introduções de *Matemática: Ciência e Aplicações* partem diretamente da exposição dos conceitos geométricos.

Indo em uma mesma direção, Balestri (2016a; 2016b; 2016c) explicita na assessoria pedagógica, na seção sobre ‘Pressupostos didático-pedagógicos’, que o foco da coleção é considerar um papel ativo dos alunos, para que possam atribuir significados e apropriações de conceitos, destacando que:

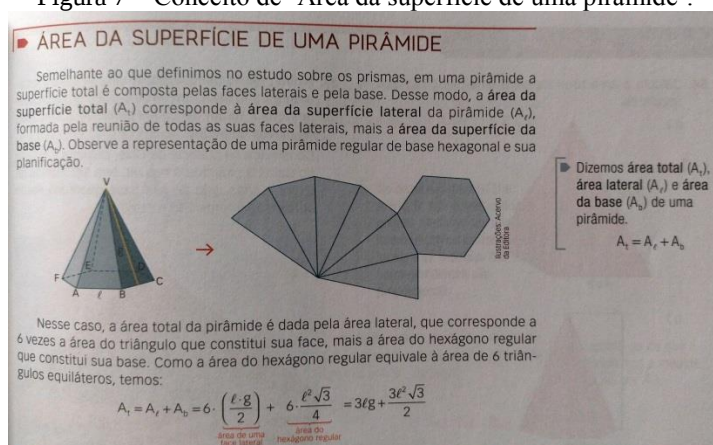
A principal estratégia utilizada na coleção é a apresentação dos conteúdos no formato de textos que contextualizam as ideias matemáticas trabalhadas e auxiliam a sistematizar os conteúdos. Em seguida, são apresentadas atividades resolvidas e propostas atividades.

Mesmo sendo predominante na coleção a estratégia descrita acima, outras estratégias de abordagem do conteúdo podem ser utilizadas em sala de aula, ficando a cargo do professor decidir qual a mais adequada para cada turma e conteúdo trabalhado (BALESTRI, 2016a, p. 296-297).

Nesse sentido, apesar do autor dizer sobre a possibilidade do docente escolher outras formas de apresentar o conteúdo, o uso do padrão ‘conceito, exemplo e exercício’ se mantém no que é mostrado no livro do aluno, com exceção das páginas que seguem logo após as de abertura. Identificamos que apenas na unidade ‘Poliedros’, da 3ª série, não há essa contextualização inicial, em que o autor já a inicia a partir do conceito; em todas as outras seis unidades, distribuídas nos três livros, as primeiras páginas são destinadas à mobilização de contextos ou situações além da própria Matemática.

Na busca por caracterizar esses modos, trazemos alguns exemplos encontrados nos livros. Vejamos o seguinte padrão mostrado por Balestri (2016c), no tópico ‘Área da superfície de uma pirâmide’, presente na já referida unidade ‘Poliedros’. A sequência exemplifica a lógica ‘conceito, exemplo e exercício’ aqui na particularidade dessa coleção, ou seja, ‘conceito, atividade resolvida e atividade’. Iniciamos por identificar o conceito trabalhado, ilustrado pela Figura 7.

Figura 7 – Conceito de ‘Área da superfície de uma pirâmide’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 69).

Logo abaixo do conceito apresentado aos alunos, o autor propõe uma atividade resolvida, que entre seus itens solicita a determinação de algumas medidas e valores. Na página seguinte existe uma lista com atividades direcionadas para a resolução dos estudantes. Organizamos na Figura 8 essas duas seções, sendo que fizemos um recorte nas atividades para exemplificar nossa interpretação.

Figura 8 – Atividade resolvida e atividade aos estudantes sobre o tópico ‘Área da superfície de uma pirâmide’.

Atividades resolvidas

R8. Considerando uma pirâmide quadrangular regular cuja medida ℓ da aresta da base é 3 cm e altura $h = 5$ cm, determine:

- a medida do apótema da base.
- a medida do apótema da pirâmide.
- a medida da aresta lateral.
- a área da base.
- a área lateral.
- a área total.

Resolução

a) Como a base da pirâmide é um quadrado cuja medida ℓ do lado é 3 cm, segue que a medida m do apótema da base é igual à metade da medida do lado do quadrado, isto é, $m = 1,5$ cm.

b) Como a pirâmide é regular, podemos obter a medida do apótema da pirâmide aplicando o Teorema de Pitágoras, isto é, substituindo os valores de m e h em $g^2 = m^2 + h^2$:

$$g^2 = 1,5^2 + 5^2 \Rightarrow g^2 = 2,25 + 25 \Rightarrow g^2 = 27,25 \Rightarrow g = \sqrt{27,25} = 5,22 \rightarrow \text{aproximadamente } 5,22 \text{ cm}$$

c) Obtemos a medida da aresta lateral substituindo os valores de ℓ e g em $L^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + g^2$:

$$L^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5,22^2 \Rightarrow L^2 = 1,5^2 + 5,22^2 \Rightarrow L^2 = 2,25 + 27,25 \Rightarrow L^2 = 29,5 \Rightarrow L = \sqrt{29,5} = 5,43 \rightarrow \text{aproximadamente } 5,43 \text{ cm}$$

Professora! Verifique se os alunos perceberam que nos itens b e c foi aplicado o Teorema de Pitágoras.

d) Como a base da pirâmide é um quadrado, segue que a área da base é dada por $A_b = \ell^2$, isto é:

$$A_b = 3^2 = 9 \rightarrow 9 \text{ cm}^2$$

e) A área lateral é constituída por quatro triângulos congruentes, cuja base mede 3 cm e a altura aproximadamente 5,22 cm, logo:

$$A_l = 4 \cdot \left(\frac{3 \cdot 5,22}{2} \right) = 4 \cdot 7,83 = 31,32$$

Portanto, a área lateral é aproximadamente 31,32 cm².

f) Obtemos a área total adicionando a área lateral com a área da base, ou seja, $A_t = A_l + A_b$:

$$A_t = 31,32 + 9 = 40,32$$

Portanto, a área total é aproximadamente 40,32 cm².

Atividades Anote as respostas no caderno.

54. Calcule a área total de cada uma das pirâmides regulares.

a)

b)

c)

Fonte: Balestri (2016c, p. 69-70).

Assim, o que percebemos nesse movimento de exposição do conteúdo por Balestri (2016c) é a busca por direcionar a aprendizagem dos estudantes por meio da definição de um conceito matemático, seguido pela aplicação desse mesmo conceito em uma situação e finalizado com a proposição de uma atividade para que esses sujeitos a resolvam. É de se esperar, por exemplo, que a intenção de exemplificar uma situação oriunda de um conceito aplicado e, além disso, de propor uma atividade a ser resolvida imediatamente posterior ao

que foi aplicado e resolvido pelo autor, indica uma assertiva de que os alunos também repitam esse processo.

Diante disso que pontuamos sobre uma submissão a ordens por meio de conteúdos dirigidos aos alunos ao longo da coleção de livros didáticos. Essa submissão está atrelada ao direcionamento da terna ‘conceito, atividade resolvida e atividade’ que permeia as unidades presentes em *Matemática: interação e tecnologia*. Da mesma forma, ela busca por uma padronização nas possíveis respostas que os alunos venham a encontrar e, também, nos caminhos das resoluções que podem traçar (SKOVSMOSE, 2008).

Essa última afirmação decorre do que é possível de ser visualizado na Figura 8. Na imagem à esquerda, referente ao conceito aplicado, chama atenção os itens que compõem o enunciado da atividade. Nesse caso, o autor toma apenas uma situação, mas conecta seis itens a ela, que objetivam encontrar diferentes dados sobre uma pirâmide quadrangular: as medidas do apótema da base, do apótema da pirâmide e da aresta lateral; e as áreas da base, lateral e total.

Na imagem à direita, uma atividade é proposta aos alunos, em que seu enunciado solicita a área total de três pirâmides regulares, dadas algumas de suas medidas. Observamos que no item (a), por exemplo, os alunos podem recorrer ao cálculo do apótema da pirâmide, para depois encontrar a área de cada face. Esse procedimento, caso efetuado, será o mesmo do item (b) apresentado na atividade resolvida.

Já no caso do item (b) da atividade proposta aos estudantes, ela se assemelha à situação da atividade resolvida, uma vez que os dados de altura e aresta da base são fornecidos pelo enunciado; a única diferença está nos valores da aresta da base e no formato da base da pirâmide, de quadrada para hexagonal. Logo, nesse caso também os estudantes podem realizar os mesmos procedimentos já apresentados por Balestri (2016c).

Relembrando as contribuições de Choppin (2004), que discute sobre algumas funções do livro didático, há uma sobre o livro ter um caráter documental. Na visão do autor, essa função está associada com o papel desse material enquanto um documento, pois possui informações textuais ou iconográficas que poderiam levar o estudante ao desenvolvimento de um ‘espírito crítico’. Entendemos essa funcionalidade como alusiva ao potencial de investigação que o aluno pratica ao se deparar com o livro didático, uma vez que existem diversas informações a serem observadas ou confrontadas (CHOPPIN, 2004).

Desse modo, ao observar o estudo apresentado por Balestri (2016c) na sequência anterior, identificamos que essa possibilidade de investigação não ocorre, uma vez que já são dados todos os elementos necessários para a resolução dos cálculos da atividade. Além disso,

não apenas os dados, mas os modos de resolver os itens também já foram disponibilizados aos alunos, principalmente por meio das fórmulas mostradas na Figura 7 e aplicadas na Figura 8.

Assim, no que se refere à possibilidade de, por exemplo, desafiar a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), ocorre o processo inverso, ou seja, ao apresentar uma ordem de ‘conceito, atividade resolvida e atividade’ a coleção *Matemática: interação e tecnologia* reforça essa ideologia, o que contribui para um papel sociopolítico da Educação Matemática de submissão a ordens.

A ideologia da certeza é uma manifestação de frases como ‘as equações mostram/garantem que...’, ‘foi provado matematicamente’ etc.; assim, vemos que no livro didático essas frases não precisam ser ditas (ou melhor, escritas), basta que sejam realizadas. Elas ocorrem nesses processos de construção dos tópicos e/ou subtópicos das unidades, sempre com a presença de situações que definem e depois aplicam o conceito definido. Ao final, para que os alunos, de fato, enxerguem que ‘a fórmula mostra...’, eles precisam apenas reproduzir o modo de aplicação do conceito em situações semelhantes.

A precisão das informações solicitadas aos alunos nos exercícios propostos por Iezzi *et al.* (2016c) no âmbito do capítulo ‘A circunferência’, no livro da 3ª série, é bastante próxima dos exercícios resolvidos que os antecedem e, ao mesmo tempo, atendem aos exemplos e à própria seção teórica que vem no início desse capítulo. Nesse sentido, o padrão torna-se ‘conceito, exemplo, exercício resolvido e exercício proposto’, que continua apresentando sua força enquanto reprodutora da ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). Vejamos como isso ocorre.

A seção que inicia o capítulo tem como objetivo mostrar ‘A equação reduzida da circunferência’, tomando como ponto de partida a definição geométrica da circunferência e introduzindo seu conceito algébrico, ou seja, com o uso da distância euclidiana entre pontos, como vemos na Figura 9.

Figura 9 – Conceito de equação reduzida da circunferência.

A equação reduzida da circunferência

Uma circunferência λ com centro $C(x_c, y_c)$ e raio de medida r é o conjunto de todos os pontos $P(x, y)$ do plano que distam r de C :

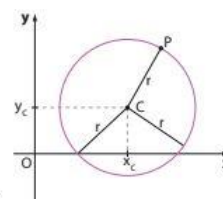
$$d_{PC} = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} = r$$

Elevando membro a membro ao quadrado, temos:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

chamada **equação reduzida da circunferência**, em que:

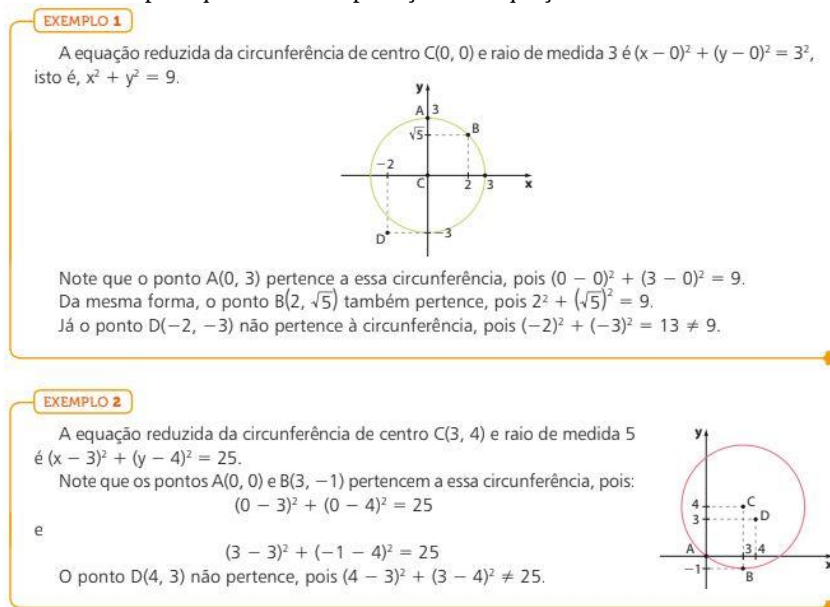
- x_c e y_c são as **coordenadas do centro C** da circunferência;
- r é a medida do **raio** da circunferência;
- x e y são as **coordenadas do ponto genérico P** — um ponto que pode ocupar o lugar de qualquer ponto da circunferência, sempre distando r de C .



Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 66).

Os exemplos seguem logo abaixo dessa exposição e têm como foco mostrar duas perspectivas: aplicar o conceito anterior para o caso de valores específicos, ou seja, usar os algorismos no lugar das coordenadas genéricas do ponto e do raio da circunferência e, também, apresentar outro procedimento diante do que é aplicado, evidenciando em ambas as situações como identificar pontos que pertencem ou não à circunferência (Figura 10).

Figura 10 – Exemplos que mostram aplicações de equações reduzidas da circunferência.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 66).

Além disso, os exemplos chamam atenção, pois contam com duas possibilidades. Vemos que o primeiro toma uma circunferência com centro na origem, fazendo com que a equação reduzida apresente certo formato e, no segundo, o centro possui coordenadas diferentes de $(0, 0)$, o que torna a equação mais semelhante à sua forma genérica caracterizada na Figura 9.

Na sequência encontramos três exercícios resolvidos e uma lista de 16 exercícios propostos, todos relacionados com a seção teórica ‘A equação reduzida da circunferência’. Ao analisar cada um desses exercícios, propostos e resolvidos, identificamos que há semelhança entre alguns deles e, em particular, há conformidade entre os que são solucionados pelos autores e os que serão solicitados aos estudantes. Organizamos essa análise nas Figuras 11, 12 e 13, de forma a já indicar quais resolvidos e quais propostos estão similares.

Figura 11 – Escrita da equação reduzida da circunferência em exercícios resolvido e proposto.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

➔ **1** Qual é a equação reduzida da circunferência em que as extremidades de um diâmetro são A(4, 0) e B(0, 4)?

Solução:

O ponto médio de $\overline{AB}$ é o centro C da circunferência; então:

$$x_c = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2 \text{ e } y_c = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$$

Portanto, C é (2, 2).

O raio r mede a metade da distância entre A e B :

$$r = \frac{1}{2} d_{AB} = \frac{1}{2} \sqrt{(4-0)^2 + (0-4)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{32} = 2\sqrt{2}$$

A equação reduzida da circunferência é:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = (2\sqrt{2})^2, \text{ isto é, } (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$$

PENSE NISTO:

Qual é o ponto diametralmente oposto à

EXERCÍCIOS

➔ **1** Escreva a equação reduzida de cada circunferência descrita abaixo:

a) centro na origem e raio de medida 4.

c) centro $C(3, -2)$ e raio de medida $\sqrt{7}$.

b) centro $C(-2, 5)$ e raio de medida 3.

d) com diâmetro $\overline{AB}$, sendo $A(2, -2)$ e $B(6, 2)$.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 67-68).

Diante da Figura 11, notamos que o foco do exercício resolvido está em aplicar a fórmula da equação reduzida de uma circunferência, dados dois pontos que correspondem aos extremos de um dos seus diâmetros. A partir de uma sequência de passos que evidencia os procedimentos de resolução, Iezzi *et al.* (2016c) concluem e chegam na solução esperada. Já no âmbito do primeiro exercício proposto aos alunos, vemos que o item (d) faz alusão, exatamente, às mesmas condições iniciais do exercício resolvido, ou seja, já são dados os dois pontos que formam um diâmetro de certa circunferência.

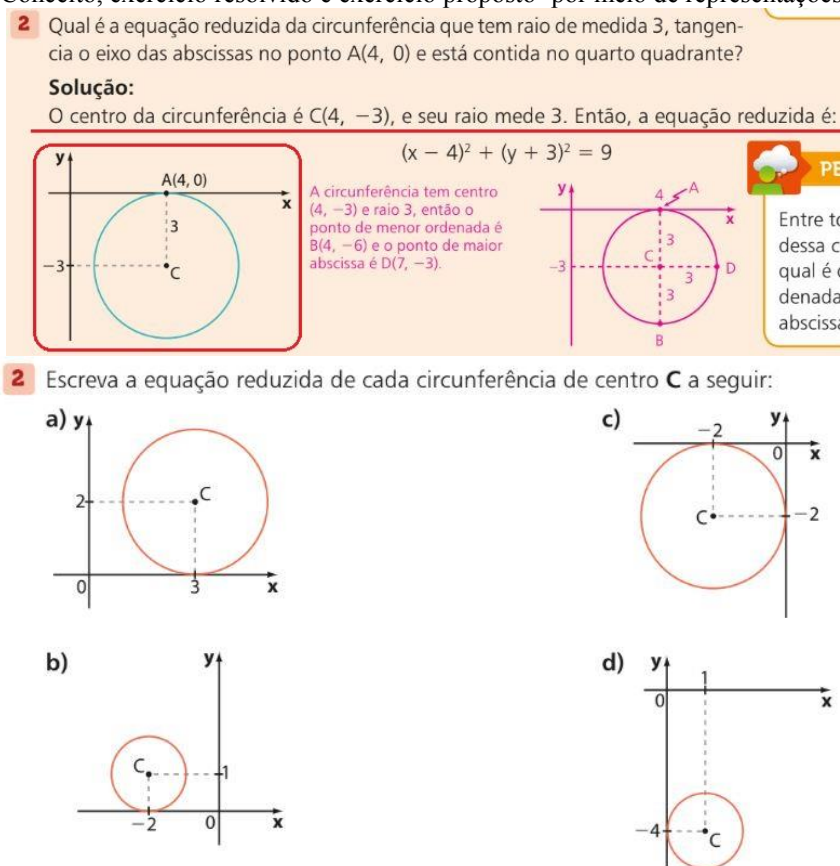
Além disso, observamos que os outros três itens desse exercício são compatíveis com os dois exemplos mostrados na Figura 10. De maneira específica, o item (a), por conter uma circunferência com centro na origem, está em consonância com o primeiro exemplo, e os itens (b) e (c) com o segundo exemplo, indicando circunferências com centros fora do ponto (0, 0).

Nesse sentido, o padrão de ‘conceito, exemplo, exercício resolvido e exercício proposto’ mostra uma articulação diferente, uma vez que este último se utiliza tanto dos exemplos quanto dos resolvidos para direcionar o que os alunos devem fazer quando se deparam com algo a solucionar. Assim, enxergamos o papel sociopolítico de submissão a ordens (SKOVSMOSE, 2008) como um modo de operacionalização desse padrão e com potencial de determinar os caminhos de solução dos alunos, seja por meio de exemplos ou por exercícios resolvidos, que já contam com passos ou procedimentos. Isso pode levar ao acarretamento, durante a realização dos exercícios, que os alunos abandonem seus

pensamentos e argumentações, replicando os procedimentos e os cálculos apresentados pelo professor, orientado pelo livro didático.

O que observamos na Figura 12, por outro lado, vai ao encontro de identificar a lógica de ‘conceito, exercício resolvido e exercício proposto’, no âmbito da utilização das representações geométricas das circunferências no plano cartesiano. Chama atenção neste caso que as imagens das circunferências é que apresentam outra maneira para a determinação ou escrita da equação esperada, e não os valores numéricos de coordenadas ou do raio.

Figura 12 – ‘Conceito, exercício resolvido e exercício proposto’ por meio de representações geométricas.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 67-68).

Por fim, destacamos na Figura 13 o exercício resolvido e o exercício proposto que apresentam possibilidades de dois modos de resolução, o que difere das situações anteriores. Assim, é bastante provável que quando os alunos se deparem com essas formas de solução para algum exercício, eles optem pela que melhor preferirem, seja a que conter menos passos, ou a que se utiliza de poucas fórmulas, por exemplo. Fato é que, diferente do mostrado nas Figuras 11 e 12, neste caso os alunos têm alguma escolha ou, pelo menos, têm contato com mais de uma maneira de resolver a tarefa. Essa escolha possibilita que o aluno não apenas siga os passos, mas delibere por qual seguir.

Figura 13 – Exercícios resolvido e proposto que têm possibilidades de resoluções diferentes.

2ª modo:

O centro $C(x_c, y_c)$ dista igualmente de **A** e **B**, portanto pertence à mediatriz **r** de $\overline{AB}$ (reta perpendicular a $\overline{AB}$ traçada pelo seu ponto médio **M**). Então:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + 5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 0}{2 + 3} = 1 \Rightarrow m_r = -\frac{1}{m_{AB}} = -1$$

$$r: y - \frac{5}{2} = -1 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x + y - 2 = 0 \quad \text{1}$$

Analogamente, o centro **C** pertence à mediatriz **s** de $\overline{BD}$ (reta perpendicular a $\overline{BD}$ traçada pelo seu ponto médio **N**). Então:

$$x_N = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2}, \quad y_N = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{5 + 6}{2} = \frac{11}{2}$$

$$m_{BD} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 5}{1 - 2} = -1 \Rightarrow m_s = -\frac{1}{m_{BD}} = 1$$

$$s: y - \frac{11}{2} = 1 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow x - y + 4 = 0 \quad \text{2}$$

Resolvendo o sistema de equações 1 e 2, encontramos $x = -1$ e $y = 3$. Então, $C(-1, 3)$.

$$\text{raio: } CA = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$$

A equação reduzida dessa circunferência é $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 13$.

15 Em cada caso, verifique se os pontos **A**, **B** e **C** estão alinhados. A seguir, se possível, escreva a equação reduzida da circunferência à qual eles pertencem:

a) $A(-1, 3)$, $B(3, -1)$ e $C(1, 5)$

b) $A(2, 6)$, $B(-1, 0)$ e $C(-3, -4)$

Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 67-69).

Assim, entendemos que quando os autores oportunizam diferentes modos de resolução de exercícios, eles possibilitam que um desafio inicial à ideologia da certeza seja feito, ainda que dentro da lógica ‘conceito, exercício resolvido, exercício proposto’, porque mostram aos alunos a tentativa de romper com o paradigma verdadeiro-falso (BORBA; SKOVSMOSE, 2001), no âmbito dos procedimentos de resolução.

No entanto, acreditamos que uma tentativa mais forte para acabar com essa ideologia seria no caso das respostas não serem fechadas, visto que ao tomar caminhos diferentes, como mostrado no resolvido da Figura 13, ainda assim a conclusão se mantém igual, ou seja, ‘a equação reduzida dessa circunferência é...’. Uma possibilidade desse rompimento pode ser vista na Figura 14.

Figura 14 – Possibilidade de exercício que rompe com a ideologia da certeza.

7 Sendo $A(-2, -6)$ e $B(2, 4)$, escreva a equação reduzida:

a) da circunferência de diâmetro $\overline{AB}$;

b) de outra circunferência que passa por **A** e **B**.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 69).

Vale destacar que o posicionamento do exercício mostrado na Figura 14 também está no interior dos propostos por Iezzi *et al.* (2016c) para o trabalho com ‘A equação reduzida da circunferência’, ou seja, seria um exercício que faz parte do padrão ‘conceito, exercício resolvido e exercício proposto’. Contudo, o potencial do item (b) permite que haja um desafio à ideologia da certeza, uma vez que os alunos podem se deparar com o caso de diversas respostas serem possíveis, desde que atendam uma característica, isto é, de que o centro da circunferência passe pela mediatriz do segmento que une A e B.

Aqui é importante que o foco esteja nas discussões e reflexões sobre o que significa escrever a equação ‘de outra’ circunferência ao invés da equação ‘da’ circunferência. Essas duas maneiras, que estão presentes nos itens do exercício 7, já mostram que há diferenças sobre o que se espera dos estudantes em cada um. Entretanto, caso essas discussões e reflexões não façam parte, a possibilidade de reduzir a relevância desse exercício (item (b)) a uma simples manipulação na forma de escrever a equação é presumível.

Além disso, como defendido por Borba e Skovsmose (2001), os modos de comunicação são um dos grandes efeitos para a ideologia da certeza se fazer presente, ou seja, ao enfatizar a certeza, a correção e o absolutismo dos exercícios (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), nos encontramos em um momento de encerramento de qualquer debate, uma vez que a palavra final foi dada pela Matemática. Ocorre uma tentativa de romper com essa visão quando identificamos diferenças nas maneiras de escrever os itens observados na Figura 14, indo do caráter fechado e único (item (a)) para uma resposta que não precisa se prender ao determinismo de somente uma equação (item (b)).

Retornando para o debate sobre o padrão ‘conceito, exemplo, exercício resolvido e exercício proposto’, observado na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* e, também, o de ‘conceito, atividade resolvida e atividade’ de *Matemática: interação e tecnologia*, podemos compreender que além da ideologia da certeza, da submissão a ordens e da própria tradição da matemática escolar (BORBA; SKOVSMOSE, 2001; SKOVSMOSE, 2000; 2008), o paradigma do exercício traz debates importantes sobre a constituição desses padrões.

Na discussão sobre os conceitos anteriores o predomínio do paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000; 2014), ao longo da abordagem de ‘conceito, exemplo e exercício’ ficou evidente. Nesse paradigma podemos observar que os direcionamentos da aprendizagem dos alunos, por meio do livro didático, levam para os casos de estudar a padronização descrita enquanto uma forma de apresentar as questões com informações e dados necessários e suficientes.

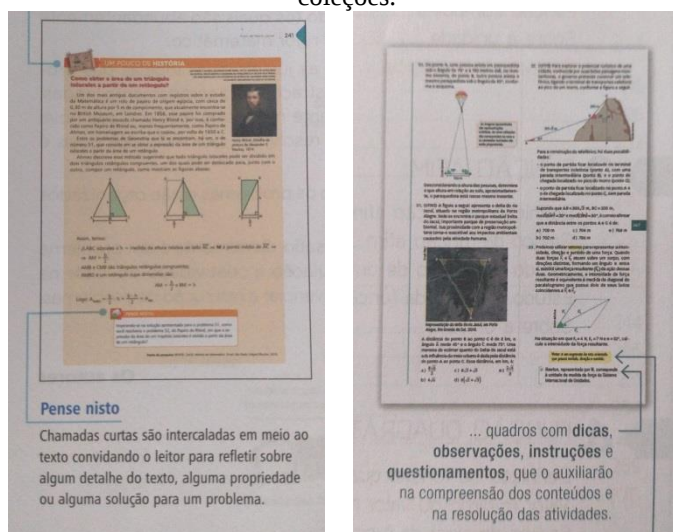
Esses dados e informações são cuidadosamente inseridos ao longo dos exemplos e exercícios/atividades resolvidos, bem como naqueles propostos aos estudantes para caracterizar a forma perfeita com que a Matemática se manifesta na confecção e aplicação de conceitos e procedimentos. Da mesma forma, ocorre uma ideia de não questionamento sobre a estrutura colocada pelos autores e de aceitação do tradicionalismo oferecido aos alunos.

Logo, há uma característica que compreendemos ser pouco reflexiva e crítica, em termos estruturais da padronização mostrada ao longo das coleções, que pode levar os alunos à falácia da simples aplicação de conceitos matemáticos embutidos na resolução de situações encontradas no decorrer dos materiais. Falácia essa não porque a Matemática não funciona, mas sim, pois há um mascaramento sobre as importantes considerações a serem feitas quando ela é operacionalizada por meio de exemplos e exercícios/atividades resolvidos. Ao discutir sobre livros que possuem exercícios cujas respostas estão contidas nas pistas fornecidas, Molina (1988) afirma que tais materiais são utilizados,

[p]rovavelmente porque o aluno não consegue errar os exercícios e esse resultado mascara a verdadeira situação. Acertando as respostas o aluno consegue chegar ao final do livro (e do ano letivo, provavelmente) aparentando um conhecimento que não tem e, o que talvez seja o resultado mais nefasto, sem ter desenvolvido as habilidades de que necessita para um estudo independente (MOLINA, 1988, p. 33-34).

Entretanto, há possibilidades pontuais para reverter essa situação, como verificamos nas duas coleções. É o caso do boxe ‘Pense nisto’ e do ‘Quadro com múltiplas aplicações’, presentes em *Matemática: Ciência e Aplicações* e *Matemática: interação e tecnologia*, respectivamente. Quando trouxemos os Quadros 5 e 6, na seção anterior, destacamos como os autores descrevem cada um dos elementos textuais de suas obras, a partir das informações disponibilizadas nas orientações didáticas e assessoria pedagógica. Apesar disso, esses elementos são mencionados também nas primeiras páginas do livro do aluno e, como estamos discutindo agora os direcionamentos da aprendizagem destes sujeitos, consideramos importante mostrar como os elementos citados são expostos por Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) e Balestri (2016a; 2016b; 2016c):

Figura 15 – Exposição dos elementos ‘Pense nisto’ e ‘Quadro com múltiplas aplicações’, no livro do aluno das coleções.



Fonte: Da esquerda à direita, Iezzi *et al.* (2016a, p. 4) e Balestri (2016a, p. 5).

Sendo assim, chama atenção o caráter de convite já apontado nos ‘Pense nisto’ e também os questionamentos presentes em ‘Quadros com múltiplas aplicações’ (Figura 15). Vemos essas duas características como potenciais que desafiam o paradigma do exercício, ou seja, que vão ao encontro de apresentar meios para a ocorrência de cenários para investigação, como trazidos por Skovsmose (2000; 2014).

Os cenários, enquanto contrapontos ao paradigma do exercício, são entendidos como ambientes que podem alicerçar um trabalho investigativo (SKOVSMOSE, 2000). Neles, diante de um convite feito pelo professor, os alunos podem explorar e, num outro nível, explicar alguns conceitos matemáticos, analisar as aplicações dessa área do conhecimento, perceber regularidades, identificar os potenciais do conhecimento matemático para interpretar situações da sociedade etc.

Nesse sentido, percebemos que nessas especificidades os autores de livros didáticos, ao elaborar elementos que oportunizam aos estudantes outras formas de olhar para a Matemática, vão ao encontro de realizar convites à reflexão, que podem levar os alunos a explorar e explicar os fenômenos alusivos à Geometria. Assim, acabam assumindo o papel de mediadores entre o conhecimento e os estudantes, abordando aspectos do conteúdo sobre outras lentes, mais reflexivas e críticas.

Vemos nas Figuras 16 e 17 a seguir algumas dessas possibilidades, entendidas aqui como formas que contribuem para convidar os alunos a reflexões. Nesses exemplos, percebemos que as duas maneiras de convite são feitas por meio de perguntas direcionadas aos estudantes e têm como cerne questões relacionadas ao próprio conteúdo geométrico.

Figura 16 – Possibilidade de convite à reflexão por meio de ‘Quadro com múltiplas aplicações’.

Área de um triângulo qualquer

Você provavelmente já estudou que a área S de um triângulo pode ser calculada por meio da expressão:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

b: medida de um dos lados do triângulo
h: medida da altura relativa a esse lado

Em algumas situações em que é necessário calcular a área de um triângulo, pode ser que não tenhamos à disposição a medida de sua altura, mas de seus lados e ângulos.

A área de um triângulo ABC é igual ao semiproduto das medidas de dois lados do triângulo pelo seno do ângulo formado por eles.

Nos casos em que a medida do ângulo considerado for igual a 90° , como pode ser calculada a área do triângulo?

resposta esperada:
Multiplicando a medida de um cateto pela medida do outro e dividindo o resultado por dois, pois nesse caso tem-se um triângulo retângulo em que um dos catetos é a base e outro cateto é a altura.

Para demonstrar que a área de um triângulo é igual ao semiproduto das medidas de dois lados pelo seno do ângulo formado por eles, vamos considerar um triângulo ABC qualquer. Traçando a altura CH em relação ao lado AB obtemos os triângulos AHC e BHC, retângulos em H.

$S = \frac{bc \cdot \sin \hat{A}}{2}$
 $S = \frac{ac \cdot \sin \hat{B}}{2}$
 $S = \frac{ab \cdot \sin \hat{C}}{2}$

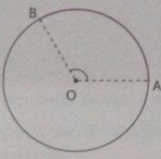
Professor(a): Proponha aos alunos que demonstrem os casos em que $S = \frac{ac \cdot \sin \hat{B}}{2}$ e $S = \frac{ab \cdot \sin \hat{C}}{2}$.

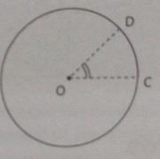
Fonte: Balestri (2016a, p. 264).

Figura 17 – Possibilidade de convite à reflexão por meio de boxe ‘Pense nisto’.

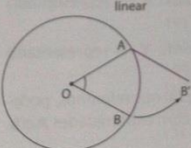
Medida e comprimento de arco

A **medida angular** de um arco ou, simplesmente, **medida de um arco** é igual à medida do ângulo central correspondente. Observe estes exemplos:


 $\text{med}(\widehat{AOB}) = 120^\circ$
 Dizemos que o arco $\widehat{AB}$ mede 120° .


 $\text{med}(\widehat{COD}) = 45^\circ$
 Dizemos que o arco $\widehat{CD}$ mede 45° .

A **medida linear** de um arco refere-se ao seu **comprimento**. Quando retificamos um arco de circunferência, obtemos um segmento de reta cuja medida é igual ao **comprimento do arco**, que é medido em centímetros, metros, milímetros, quilômetros etc.


 A medida angular do arco é a medida do ângulo central correspondente; e, assim, não depende da medida do raio, seu comprimento depende da medida do raio da circunferência. Professor, se desejar, use a figura da página 10 para ajudar os estudantes a compreenderem essa relação.

PENSE NISTO:

A medida angular de um arco depende da medida do raio da circunferência correspondente? E a medida do comprimento de um arco, depende?

Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 8).

Na Figura 16, Balestri (2016a) questiona os alunos sobre a forma de calcular a área de um triângulo que possui um de seus ângulos com medida de 90° . Vale destacar que essa pergunta vem a partir de um tópico que destaca a ‘Área de um triângulo qualquer’, relacionando esta com o semiproduto de dois lados do triângulo e o valor do seno do ângulo que eles formam. O que está por trás deste questionamento é que de alguma forma os alunos percebiam sobre o triângulo ser retângulo e que bastaria aplicar a já conhecida fórmula da área, ou seja, o semiproduto da base pela altura. Ou, além disso, que no caso o valor do seno de 90° resulta em 1, o que retorna a propriedade enunciada na página pelo autor.

Já na Figura 17, os questionamentos de Iezzi *et al.* (2016b) vão no sentido de identificar se os estudantes compreendem o impacto do raio de uma circunferência na determinação da medida angular de um arco e, também, na medida do seu comprimento. Nos escritos e nas imagens trazidas pelos autores, nenhuma atenção explícita ao raio da circunferência é dada, o que torna os questionamentos mais interessantes, visto que os alunos precisam analisar, em cada caso, qual o papel do raio para as medidas angular e do comprimento de um arco.

Acreditamos, dessa forma, que, por meio de convites, existe reflexão nas coleções, permitindo algumas possibilidades para abertura de sentidos, isto é, para produzir distintos significados construídos pelos estudantes. Essa produção está no cerne das ideias associadas aos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014), conduzidos, por exemplo, através dos cenários para investigação no âmbito da própria Matemática.

Apresentar diferentes caminhos é de suma relevância diante da padronização ‘conceito, exemplo e exercício’ tão predominante nas coleções de livros didáticos. No caso dos boxes ‘Pense nisto’, eles são distribuídos em qualquer parte dos capítulos, ou seja, na teoria, nos exemplos, nos exercícios resolvidos e propostos, bem como nas seções que não se enquadram nestas. Assim, a oportunidade de quebrar com a padronização da estrutura identificada existe, mas pode encontrar seus impeditivos.

Um dos impeditivos está em entender até que ponto esses boxes, geralmente deixados nos cantos das páginas do livro, ou seja, fora do curso ‘natural’ de leitura do conteúdo, são realmente observados e lidos pelos estudantes para dali pensarem e produzirem outros sentidos para as informações trazidas pelos autores.

Vale destacar, como contribuição de Lajolo (1996), que a leitura das informações apresentadas nos livros didáticos não pode ocorrer de forma separada da realização das atividades. Assim, é importante que haja o desenvolvimento da leitura atrelado aos diversos recursos usados pelos autores, que podem aparecer em ilustrações, diagramas, quadros etc. que buscam promover e contribuir com a aprendizagem não apenas dos conteúdos, mas também, se for o caso, de atitudes e valores.

Diante disso, enxergamos que só poderão ocorrer cenários para investigação por meio dessas possibilidades, se aos alunos o convite ficar claro, evitando que quadros presentes nas páginas sejam tratados como decoração do livro didático. Ademais, mesmo com o convite claro, os cenários são iniciados somente com o aceite dos estudantes, porque eles precisam se assumir como líderes do processo, fazendo perguntas além do colocado, interagindo com o professor (e com o autor do livro) e indo atrás de soluções (SKOVSMOSE, 2014).

Portanto, frente ao que expusemos sobre o direcionamento da aprendizagem dos alunos por meio do livro didático, compreendemos que esse direcionamento está pautado, sobretudo, diante do padrão ‘conceito, exemplo e exercício’, alusivo a cada uma das coleções diante do que é identificado em grande parte do livro do aluno. Existem possibilidades que escapam dessa padronização, ou seja, que vão além da ideologia da certeza, da submissão a ordens, da tradição da matemática escolar e do paradigma do exercício. Elas são pontuais e permitem que os cenários para investigação sejam iniciados a partir de convites presentes em quadros ou boxes especiais.

5.3 Geometria como fonte de produção de contextos

Neste eixo de análise, organizado a partir de elementos que estão diretamente relacionados com aspectos conceituais e didático-pedagógicos da Geometria, sobressaíram-se algumas discussões no âmbito da interpretação que fizemos a partir de contextos em que esses aspectos se fazem presentes. Seja em seções teóricas, nos exemplos e exercícios/atividades propostos e resolvidos, ou nas orientações didáticas e assessoria pedagógica, bem como em seções especiais dos livros didáticos, o que identificamos vai ao encontro de refletir sobre o próprio conhecimento geométrico e questionar até que ponto este pode ser considerado crítico, no âmbito da EMC.

Ao longo dos livros didáticos, diante do recorte feito pela pesquisa, notamos uma intenção dos autores em trazer objetos da realidade para iniciar uma contextualização dos conceitos que seriam apresentados em certo capítulo ou unidade. No caso de *Matemática: interação e tecnologia* isso ocorre, principalmente, a partir das páginas de abertura, que justamente dão início à unidade que será trabalhada. Nesta coleção, e também em *Matemática: Ciência e Aplicações*, no decorrer do início de tópicos/seções e/ou subtópicos/subseções, esse processo ainda é identificado em alguns momentos, com predominância nas unidades/capítulos que versam sobre as figuras geométricas espaciais.

As páginas de abertura analisadas indicam que Balestri (2016a; 2016b; 2016c) busca chamar a atenção do professor e dos alunos para alguma situação real, em que os conceitos que serão abordados possam ter mais significados. No entanto, observamos que parte delas cumpre um papel de somente informar e não problematizar essas situações, ou seja, não há uma ideia de discutir a pertinência de conceitos diante de fatos que ocorrem ou podem ocorrer na sociedade. Exemplificamos o que dizemos na Figura 18.

Figura 18 – Páginas de abertura da unidade ‘Poliedros’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 36-37).

Nessa unidade ‘Poliedros’ observamos que a intenção inicial do autor é trazer uma informação sobre a formação natural de rochas situadas em um país da Europa. As rochas possuem formatos que ‘lembram’ os prismas de base hexagonal, em sua maioria. O texto introdutório traz alguns dados sobre a região ilustrada na fotografia do local e Balestri (2016c) mostra um esquema que exemplifica como o resfriamento da lava produziu esses formatos. Ao final, menciona quais são os objetivos da unidade e deixa para o professor indicações sobre perguntas e apontamentos para serem feitos aos estudantes.

Entendemos que esse início da unidade exemplifica uma situação de não problematizar o contexto trazido. Isso porque as perguntas colocadas pelo autor como sugestões ao professor envolvem apenas a observação das formas geométricas da fotografia; e os objetivos da unidade, no que tange o exemplo, estão relacionados com a ‘identificação de poliedros’ e o ‘reconhecimento de prismas’, ou seja, elementos que caracterizam somente a descrição/informação de aspectos visuais.

Nenhum tipo de investigação além do informado é sugerido. Somente na assessoria Balestri (2016c) deixa indicações ao professor para complementar as observações, mas novamente com a intenção de trazer outras informações e não discussões, questionamentos e

reflexões. Logo, podemos dizer que nessas páginas o objetivo do autor está em buscar na realidade elementos que possam subsidiar e justificar os motivos de estudar poliedros.

O que fica mais evidente é que esse tipo de ação ressoa como um pretexto (GABAN, 2016) para que os alunos vejam a Matemática em outros contextos, mas que ao longo da unidade o foco estará nos usos de fórmulas e desenvolvimento de procedimentos algorítmicos para cálculos de áreas e volumes. Afirmamos isso, pois no decorrer das outras páginas as figuras geométricas são tomadas como ideais (sem elas não seria possível aplicar perfeitamente as fórmulas) e os contextos que ‘lembram’ essas mesmas figuras são deixados de lado.

Assim, nos questionamos: qual o objetivo de trazer situações da realidade se elas não são problematizadas? Será que são apresentadas apenas para ‘justificar’ o estudo da Geometria, isto é, para convencer os alunos da sua importância? Refletimos sobre essas questões uma vez que presar pela realidade, enquanto uma referência para situar um ambiente de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000), por exemplo, carece de discussões mais elaboradas e cuidadosas. Quando Skovsmose (2000) diz a respeito de semirrealidade e realidade, aspectos sobre a relação da Matemática com essas duas referências são fundamentais para compreender quais significados são produzidos.

O autor assevera sobre a tênue relação da Matemática com a semirrealidade, de modo que a ideologia da certeza não seja uma força reprodutora de um papel dominante dessa ciência, ou seja, rica em aplicações (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). O que observamos na Figura 18 não é uma referência à semirrealidade, até porque o local existe no mundo e não foi fabricado pelo autor do livro didático. Contudo, como o que está sendo abordado mostra uma prática voltada apenas para a reprodução de informações e identificação de dados (na particularidade da visualização de formas geométricas), podemos caracterizá-la como alusiva ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000; 2014), conforme as perguntas sugeridas por Balestri (2016c) ao professor.

Ainda nessa reflexão, vale destacar que na situação anterior o autor busca por uma relação da Geometria com outra área de conhecimento, a Geografia. Apenas no âmbito da assessoria pedagógica é que Balestri (2016c) expõe alguns comentários sobre isso:

Nas páginas 36 e 37, são apresentadas informações sobre uma atração turística irlandesa, conhecida como Calçada dos Gigantes. Trata-se de uma formação rochosa basáltica composta por colunas que lembram prismas. Apesar de ser cercada por uma lenda, ela teria se formado a partir do resfriamento de um lago de lava, cujas fissuras, quase regulares, deram formas às colunas. Conhecimentos de Geografia sobre tipos de rochas e mudanças nas paisagens causadas, principalmente, pelas erupções vulcânicas, podem auxiliar o aluno no trabalho com esse assunto (BALESTRI, 2016c, p. 311, grifos do autor).

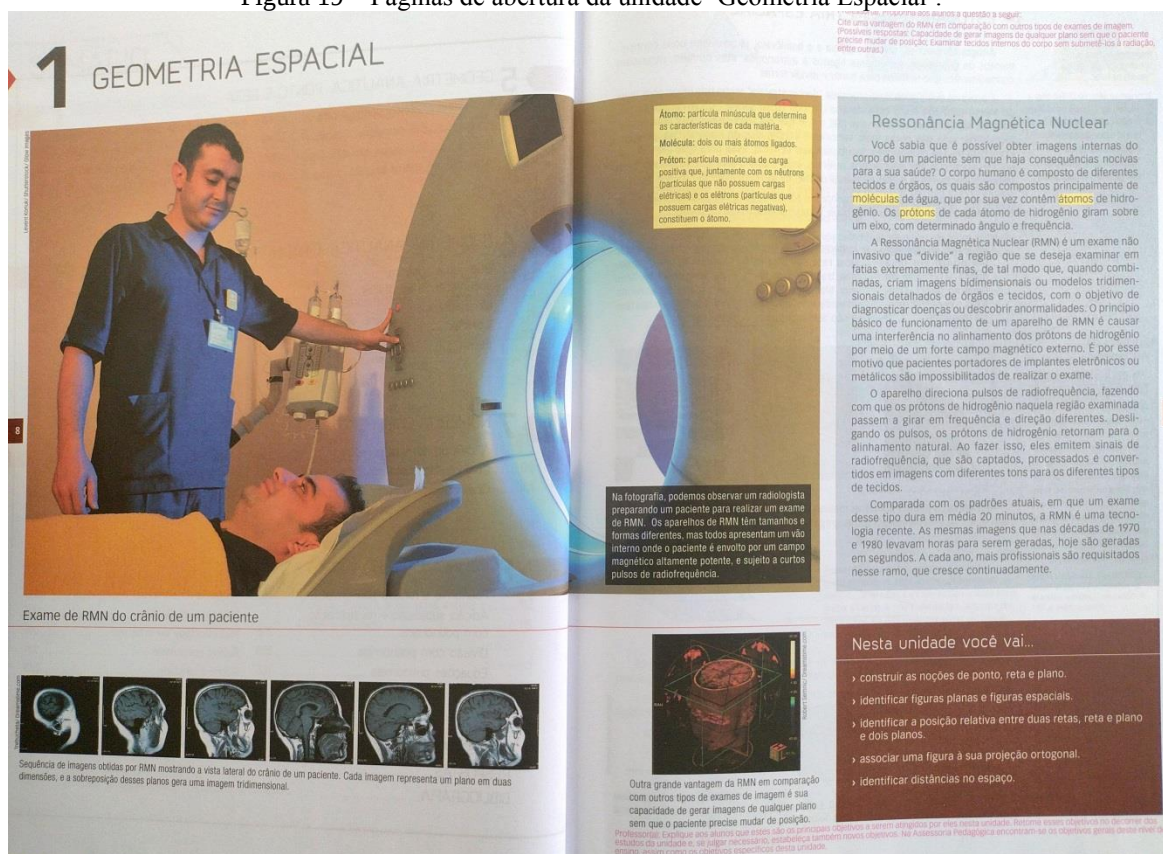
Em nenhum momento o autor explica de que modo o professor de Geografia, por exemplo, poderia contribuir junto ao professor de Matemática com as discussões presentes nessas páginas. A este são apenas trazidas mais informações sobre conhecimentos de outra área, sem um subsídio para práticas voltadas à interdisciplinaridade ou a própria contextualização do tema, eixos fundamentais considerados nos PCNEM (BRASIL, 2000a), que são um dos documentos que sustentam a elaboração dos livros didáticos.

Ter esse olhar de outras áreas, no nosso entendimento, poderia auxiliar em um desafio à ideologia da certeza, no sentido de que a Matemática não estaria no centro das aplicações, mas sim contribuindo com outros olhares, ou outros significados, à luz de conhecimentos, neste caso, geográficos. Não apenas dizer ao professor que há esses conhecimentos de áreas distintas, mas efetivamente sugerir quais práticas podem ser iniciadas e articuladas com outros professores.

Na ideologia da certeza, a pureza, a generalidade e as diversas aplicações da Matemática sustentam a visão de que ela é uma ciência superior às outras. Encontrar meios de desafiá-la é o que Borba e Skovsmose (2001) sugerem, como através de comunicações entre o professor e os alunos em sala de aula, ou a partir de situações que mostrem a sua ‘incerteza’. No caso discutido acima, vemos que a associação dela com a Geografia poderia promover um olhar nessa direção: de retirar a centralidade da Matemática e permitir aos alunos que identificassem articulações entre conhecimentos distintos, não sendo possível uma hierarquia entre ambos.

Acreditamos que na unidade ‘Geometria Espacial’, dessa mesma coleção, as páginas de abertura exemplificam essas possibilidades discutidas acima, ou seja, na própria coleção encontramos nuances entre o que é trazido aos alunos e, dessa forma, momentos de oferecer caminhos que levem ao desafio da ideologia da certeza e a promoção de cenários para investigação, num contraponto ao paradigma do exercício (Figura 19).

Figura 19 – Páginas de abertura da unidade ‘Geometria Espacial’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 8-9).

O início das páginas segue uma abordagem semelhante ao da Figura 18, pois apresenta fotografia, texto introdutório, esquemas, sugestões ao professor e os objetivos da unidade. Neste caso, o foco está na explicação sobre o funcionamento da Ressonância Magnética Nuclear (RMN), com clara relação de conceitos de outras áreas, visto que Balestri (2016c) traz os significados de algumas palavras destacadas no texto (em amarelo). A fotografia ilustra como o exame é realizado e o esquema logo abaixo indica noções que serão estudadas na unidade, como a projeção de figuras.

Vale destacar que dentre os objetivos, chama atenção o fato de essas páginas estarem relacionadas com ‘associação de figuras à sua projeção’ e, para o professor, apenas a sugestão de perguntar aos alunos sobre vantagens da RMN quando comparada a outros exames. No caso do objetivo, ele pode ser comparado com os anteriores para a unidade de ‘Poliedros’, visto que o foco está em uma associação ou identificação; já a sugestão traz um questionamento cuja resposta esperada se encontra nas páginas, ou seja, preza pela atenção dos alunos nas informações escritas. Diante disso, cabe explicitar porque enxergamos nesta situação possibilidades diferentes da anterior.

Uma primeira observação está em identificar a projeção de figuras, no caso a de um crânio, como forma de explicar o funcionamento do exame de RMN. Isso por si só é

qualitativamente diferente de trazer formatos de rochas que ‘lembram’ figuras geométricas espaciais. No caso aqui discutido, a projeção é um meio para compreensão do exame e não um recurso para motivar o estudo das formas geométricas.

Mais uma observação é do conteúdo que sucede as páginas de abertura. Ao longo da unidade os estudantes terão contato com os conceitos primitivos da Geometria, como os planos, que fazem parte das projeções; também encontrarão os tópicos que discutem propriamente a projeção ortogonal de figuras sobre um plano; além disso, vão se deparar com uma seção ‘Como funciona’ que identifica a operacionalização de uma impressora 3D, que fará uso justamente da sobreposição de planos (fatias) para confeccionar um produto tridimensional.

Por fim, outra observação é a da assessoria pedagógica, que traz as relações interdisciplinares com a Biologia e a Física a partir das ideias iniciais trabalhadas em Geometria e propõem, explicitamente, que nesta situação existe “[...] uma boa oportunidade para evidenciar a importância e a necessidade do trabalho conjunto entre profissionais de várias áreas do conhecimento para o desenvolvimento tecnológico e científico” (BALESTRI, 2016c, p. 309).

Ademais, o autor sugere que pesquisas sejam feitas para que os alunos identifiquem outros trabalhos cooperativos entre profissionais de áreas diferentes; que possam entrevistar pessoas que passaram por algum exame de RMN e que, ainda, caso seja interessante, investiguem sobre o próprio exame e suas formas de realização (BALESTRI, 2016c).

Portanto, diante de todas essas diferenças, vislumbramos nessa situação do exame de RMN uma possibilidade de desafiar à ideologia da certeza e, além disso, de oportunizar a promoção de cenários para investigação, no âmbito de referência à realidade (SKOVSMOSE, 2000; 2014). A intenção de Balestri (2016c) está em assumir um convite para o professor sugerir aos alunos investigações, explorações e futuras explicações sobre o assunto, características fundamentais para os cenários.

Assim, não há uma ideia de usar os dados como meios de resolver exercícios ou propor aplicações que contém exatamente informações necessárias e suficientes, aspectos que fazem alusão ao paradigma do exercício e à própria tradição da matemática escolar (SKOVSMOSE, 2000; 2008).

Pelo exposto, compreendemos que diante de relações interdisciplinares, quando bem propostas e articuladas aos conceitos matemáticos, especialmente os geométricos, uma superação da ideologia da certeza pode ser vista como uma perspectiva a partir dos livros didáticos. Não apenas isso, mas o papel dos cenários para investigação junto a essas relações

busca promover visões mais abrangentes sobre a própria Matemática, numa alcançável visão crítica e reflexiva sobre seu corpo de conhecimentos, que não é superior aos outros, e sim parceiro dos demais.

No decorrer do capítulo de ‘Trigonometria no triângulo retângulo’, da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*, chama atenção a seção que vai tratar sobre razões trigonométricas e, em particular, a subseção ‘Acessibilidade e inclinação de uma rampa’ (IEZZI *et al.*, 2016a). Nela ocorre um movimento, como discutido no eixo de análise anterior, de romper com a padronização ‘conceito, exemplo e exercício’, pois parte de uma situação (real) antes de apresentar o conceito em si. Esse rompimento, neste caso, está na própria subseção (Figura 20) e não em boxes, como identificado na seção 5.2.

Figura 20 – Subseção que rompe o padrão ‘conceito, exemplo e exercício’.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016a, p. 215).

Os autores iniciam essa subseção explicitando como a Associação Brasileira de Normas Técnicas define a pessoa com mobilidade reduzida e mencionam sobre a importância de existirem meios que oportunizam as pessoas⁶⁸ o acesso de lugares comuns, bem como os serviços e os bens. Ao final, indicam que as rampas são alternativas às escadas, no sentido de vencer os desníveis e permitirem maior agilidade na circulação do deslocamento.

⁶⁸ Iezzi *et al.* (2016a) fazem referência às pessoas ‘portadoras de deficiência’, que não é uma expressão utilizada atualmente, visto que carrega a “[...] ideia de deficiência como algo que pode ser portado, podendo assim ser deixado de lado de acordo com uma vontade própria [...]” (PEREIRA, 2021, p. 40). Para mais discussões sobre as legislações das pessoas com deficiência, sugerimos a leitura do segundo capítulo da dissertação de Pereira (2021) e também o Decreto nº 6.949, de 26 de agosto de 2009 (BRASIL, 2009).

Na página seguinte, Iezzi *et al.* (2016a) trazem informações de um decreto paulistano, datado de 2005, que considera declividades acima de 8,33% como rotas não acessíveis. Com esse dado, os autores explicam aos alunos o significado dessa declividade e também mostram um exemplo para o caso em que seu valor equivale a 5%. Ao final da subseção dizem que “[a]s ideias apresentadas sobre declividade de uma rampa motivam a definição das razões trigonométricas no triângulo retângulo, iniciando pela tangente” (IEZZI *et al.*, 2016a, p. 216).

Desse modo, no decorrer das outras páginas, notamos que o papel da declividade será fundamental para estudar a tangente como uma razão trigonométrica que dá significado a uma situação da realidade. Os autores fazem a opção de mencionar a rampa em um exemplo que apresenta qual o valor máximo para o ângulo entre o deslocamento horizontal e a declividade de 8,33%, ou seja, correspondente ao padrão de acessibilidade do decreto anterior.

Além disso, antes de definir as razões seno e cosseno, Iezzi *et al.* (2016a) também recorrem ao uso da rampa para mostrar aos alunos como interpretar esses valores em termos da situação que envolve deslocamentos horizontal e vertical com a declividade. Por fim, abordam dois exercícios que utilizam as ideias já enunciadas, como pode ser observado na Figura 21.

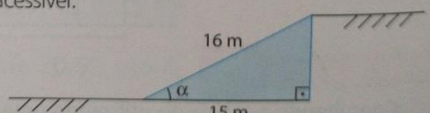
Figura 21 – Exercícios propostos que usam as ideias de acessibilidade.

Enunciado para as questões 7 e 8.
As normas de acessibilidade de determinada cidade estabelecem que a declividade (razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal) máxima aceitável para uma rampa é de 8,33%.

7 Um arquiteto desenvolveu um projeto de uma rampa para vencer um desnível de 3,2 m entre dois pisos. Para respeitar a norma acima, qual deverá ser o comprimento horizontal mínimo dessa rampa? Para facilitar os cálculos, use a aproximação: $\frac{1}{12} \approx 0,0833$.

8 Observando o esboço do projeto da rampa abaixo, determine:

- o valor aproximado do desnível entre os dois pisos.
- o valor de $\operatorname{tg} \alpha$; indique se a rampa é ou não acessível.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016a, p. 222).

Nesse sentido, o fato de recorrer a contextos da realidade, como forma de mobilizar o estudo de conceitos geométricos, assume uma intenção de trazer aos alunos meios para compreender a Geometria além do mundo das ideias. Assim, vemos que há possibilidades

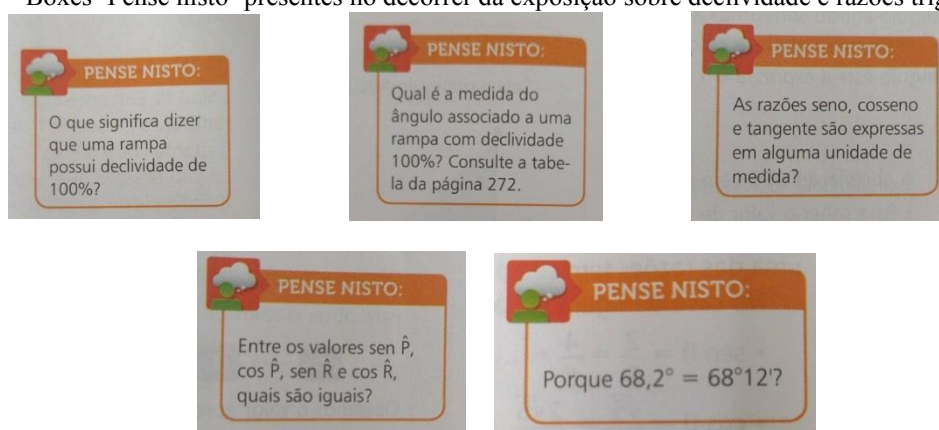
para produção de outros sentidos e, em particular, percebemos um uso das distintas referências apresentadas por Skovsmose (2000; 2014) no âmbito dos ambientes de aprendizagem: matemática pura, semirrealidade e realidade.

A primeira decorre nas definições das razões trigonométricas tangente, seno e cosseno, no cálculo das medidas dos ângulos e no uso do teorema de Pitágoras. Já a semirrealidade aparece nos exercícios destacados na Figura 21 e na menção à declividade para definir seno e cosseno. Por fim, a realidade entra em jogo quando são abordadas as normas técnicas para acessibilidade dos passeios públicos, nas esferas nacional e municipal, bem como na fotografia presente na Figura 20.

Por outro lado, apesar de haver esse movimento entre as referências, não identificamos formas de discutir a pertinência desse contexto de acessibilidade, isto é, de abrir possibilidades para o desenvolvimento de cenários para investigação. Não há indicativos para os alunos refletirem e/ou questionarem a necessidade de existir um valor que defina um limite para a inclinação de uma rampa. Aos professores, nada é trazido nessa linha no âmbito das orientações didáticas ou como pontualidades ao longo do livro do aluno⁶⁹.

Vale destacar que alguns boxes ‘Pense nisto’, presentes no caminho mostrado anteriormente, em nada contribuem para trazer aspectos que permitam abrir possibilidades de reflexões sobre a declividade, no que tange sua relevância para o contexto real. Nos cinco boxes identificados, que se encontram entre o início da subseção e a apresentação dos exercícios propostos, os questionamentos aos alunos vão ao encontro de observar casos particulares e características técnicas, voltadas aos conceitos matemáticos em si (Figura 22).

Figura 22 – Boxes ‘Pense nisto’ presentes no decorrer da exposição sobre declividade e razões trigonométricas.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016a, p. 216-220).

⁶⁹ No que tange normas para balizar a inclinação de rampas, bem como a viabilidade de acesso a rotas, encontramos apontamentos interessantes nos escritos da ABNT (2020), que podem servir de exploração em sala de aula à luz de conceitos geométricos estudados.

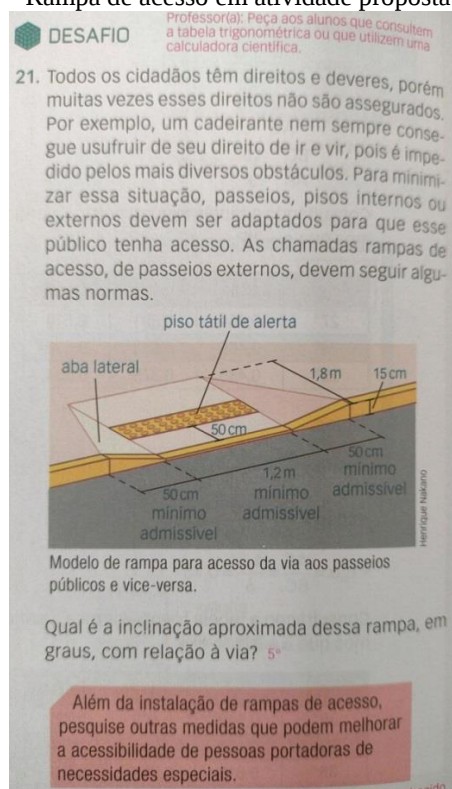
Logo, com elementos que caracterizamos na seção 5.2 como pertinentes para a abertura de possibilidades de reflexões, no que se refere apenas à Matemática, neste caso há uma inversão, pois o cerne da discussão estava em compreender uma situação real, que contém conceitos matemáticos como meios que trazem significados ao contexto, mas que no decorrer das páginas esse ponto não é problematizado.

Enxergamos com receio essa constatação, porque os dois boxes que, explicitamente, abordam a declividade, apresentam como questões enfoques que fogem da realidade da acessibilidade, ou seja, perguntam sobre uma rampa com 100% de declividade e qual a medida de ângulo correspondente a essa inclinação. Nesses dois casos, acreditamos que tais perguntas foram formuladas apenas para trazer especificidades do conceito matemático, uma vez que tratam de triângulos isósceles com um ângulo reto.

Assim, percebemos que há uma linha tênue entre trazer distintas referências para oportunizar significados diversos em relação ao conhecimento matemático, pois existem momentos de sobressalto de uma em comparação com a outra, e que podem, em alguma medida, impedir que as reflexões ocorram por meio do que é descrito nos materiais. Essa impossibilidade, no que tange à EMC, revela um ponto de atenção importante e que traz novos ares a partir do achado em Balestri (2016a).

Esse autor também aborda a declividade de uma rampa, mas de maneira diferente de Iezzi *et al.* (2016a), visto que não traz um tópico ou subtópico que desenvolva as ideias matemáticas. A abordagem de Balestri (2016a) é por meio de uma atividade, classificada pelo autor como ‘desafio’, a qual tem o objetivo de efetuar uma operação matemática (Figura 23).

Figura 23 – Rampa de acesso em atividade proposta aos alunos.



Fonte: Balestri (2016a, p. 258).

Por outro lado, ao final da atividade o autor propõe aos alunos uma pesquisa sobre como essas rampas são instaladas e quais outras medidas podem ser tomadas para melhorar a acessibilidade⁷⁰. Vale destacar que na atividade, a referência de contexto vai ao encontro da semirrealidade, visto que não são apresentadas informações que caracterizam a realidade imediata, como o uso dos decretos e das fotografias reais.

Além da proposta de uma pesquisa (investigação), na assessoria o autor destaca, no âmbito da contextualização e da interdisciplinaridade, as situações que envolvem as rampas de acesso como um exemplo para que o professor possa trabalhar em sala de aula sobre as dificuldades que as pessoas com deficiência enfrentam. Ainda diz que:

No ambiente escolar, trabalhando as relações sociais entre alunos, professores, funcionários, pais, comunidade e o próprio ambiente da instituição, é possível desenvolver no aluno valores morais, como cidadania, respeito ao próximo, solidariedade, paz e justiça social (BALESTRI, 2016a, p. 301).

Nesse sentido, partindo do que é proposto na atividade ilustrada na Figura 23, vemos que uma das ideias por detrás desse contexto é permitir aspectos da democracia como objeto da formação do aluno, por meio do livro didático e da própria Matemática. Na exposição de Skovsmose (1994; 2001) a democracia está relacionada, principalmente, com as formas de

⁷⁰ A mesma observação feita para a outra coleção vale para esta. Neste caso, o autor usa a expressão ‘pessoas portadoras de necessidades especiais’, o que choca com as ideias defendidas sobre inclusão.

participação em uma sociedade. No caso da rampa de acessibilidade, enxergamos que ao trazer contextos que são da realidade existe uma preocupação para que essa forma de participação seja discutida.

Na visão de Skovsmose (1994), uma maneira de relacionar a educação e a democracia é incitar nos estudantes uma introdução à vida democrática, que se traduz, no ambiente escolar, como ensinamentos de aspectos alusivos à igualdade, fraternidade, tolerância etc. Como encontrado em Balestri (2016a), os valores morais também são um dos focos para esse trabalho em sala de aula, em que possa ser desenvolvido o respeito, a solidariedade, a justiça social, a paz e, claramente, a cidadania.

Partindo da cidadania crítica elaborada por Skovsmose (2001; 2008), entendemos que essa oportunidade em discutir temas presentes no mundo favorece uma inserção de valores democráticos na educação dos alunos. É importante dizer que a cidadania terá a qualidade de ser crítica, quando além de um reconhecimento das situações sociais, um olhar que reage a essas mesmas situações possa ser vislumbrado.

Diante do tema anterior, notamos que observar a pertinência de rampas de acessibilidade é um passo inicial, que apresentará reações a partir de uma reflexão dos estudantes sobre a adequação ou não dessas rampas, as condições delas nos passeios públicos, o valor estabelecido como parâmetro para sua declividade etc. Ademais, essas reações – que podem abrir a possibilidade do desenvolvimento da cidadania crítica, vista como um papel sociopolítico da Educação Matemática, – terão seu potencial diretamente relacionado com o contexto em que ocorrem (SKOVSMOSE, 2008), não sendo possível, *a priori*, enfatizar que a partir do livro didático elas serão desenvolvidas.

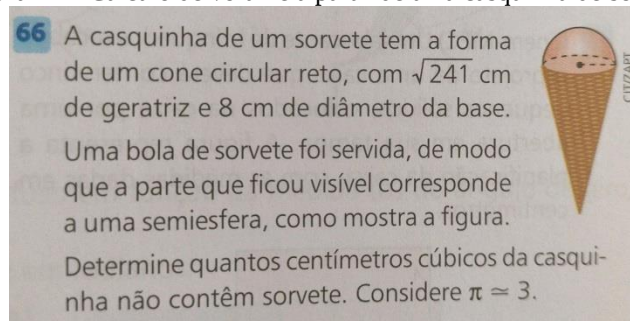
Logo, vale dizer que por meio do livro didático essa incitação inicial é proposta, e consideramos que assim o é nas duas coleções, mas que apenas poderá ser efetivada diante de contribuições mais claras aos alunos e ao professor, como trazido em Balestri (2016a). Por outro lado, Iezzi *et al.* (2016a) são os autores que abordam explicitamente de que forma os conceitos geométricos estão presentes na rampa de acessibilidade e, inclusive, são os que definem esses conceitos a partir da situação real.

Desse modo, compreendemos que a existência de nuances entre os livros didáticos é um fator interessante de ser observado. Isso porque ambas as coleções defendem que em sala de aula o professor não fique pautado em apenas um material, mas sim varie nas suas propostas e no uso de diferentes suportes (CHOPPIN, 2004) para as práticas pedagógicas. A partir da rampa de acessibilidade vemos que essa defesa por variedades é um fator importante de ser considerado quando da utilização do livro didático, pois permite que o docente amplie

seu olhar para determinado assunto e, da mesma forma, possa oferecer aos alunos a abertura de outros significados.

Há outros momentos nos livros didáticos, em contrapartida, que merecem atenção especial. São casos em que o contexto pensado para utilizar e aplicar as ferramentas apresentadas em seções teóricas ocorre de maneira acrítica e até mesmo desnecessária. Deixamos claro que eles estão presentes em pontualidades no decorrer dos materiais, mas nem por isso são menos importantes e livres de quaisquer apontamentos. No caso da Figura 24, por exemplo, observamos um tipo de contexto ‘descontextualizado’ de qualquer pertinência e relevância para o estudo.

Figura 24 – Cálculo de volume a partir de uma casquinha de sorvete.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 219).

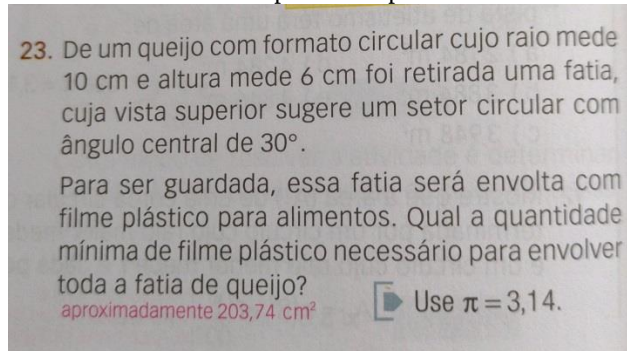
O contexto usado para aplicar as fórmulas de volume do cone reto e da esfera vem já ao final do capítulo ‘Corpos redondos’. Os autores abordam uma situação semirreal, com foco claro na prática do paradigma do exercício, ou seja, pode ser classificado enquanto um ambiente de aprendizagem (3) (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Além dessa interpretação, o exercício é compreendido como uma forma de enfatizar a tradição da matemática escolar, pois traz dados exatos e suficientes, que também não buscam problematizações ou proposição de reflexões (SKOVSMOSE, 2008).

O que chama atenção nesse exercício proposto aos alunos é que: o valor trazido como forma de dar sentido à medida de uma casquinha de sorvete possui exatidão para auxiliar nas operações (o valor da raiz quadrada de 241 será elevado ao quadrado, e a altura da casquinha terá, ‘naturalmente’, 15 centímetros); a perfeição com que uma casquinha e uma bola de sorvete aparentam, respectivamente, com cone reto e esfera; o objetivo final é determinar a parte vazia da casquinha, que nada parece contribuir com, por exemplo, possíveis ‘prejuízos’ na aquisição desse sorvete.

Antes de discutir esse contexto, trazemos outro exemplo, agora identificado em *Matemática: interação e tecnologia*. A atividade proposta aos alunos (Figura 25) está na unidade ‘Corpos redondos’, da mesma forma que na outra coleção, porém próxima ao seu

início. Nessa atividade, mais uma vez a ideia de contexto ‘descontextualizado’ é percebida, mas sofre uma alteração diante da informação do ângulo central com medida 30° , que acreditamos ser ‘mais artificial’ do que a anterior (talvez seja ‘coerente’ medir a casquinha com uma régua do que usar o transferidor para identificar o ângulo de uma fatia de queijo).

Figura 25 – Cálculo de área superficial a partir de uma fatia de queijo.



Fonte: Balestri (2016c, p. 90).

A classificação em um ambiente de aprendizagem (3) é pertinente para essa atividade, bem como seu papel enquanto representante de uma tradição da matemática escolar (SKOVSMOSE, 2000; 2008). Igualmente, vemos que o que está por trás das informações necessárias e suficientes colocadas no enunciado é o uso das ferramentas matemáticas que foram apresentadas aos alunos na parte teórica que antecede essa atividade, aqui na particularidade da área superficial de uma seção do cilindro reto.

Diante desses dois contextos, percebemos que alguns comentários nas orientações didáticas e na assessoria pedagógica das coleções são pertinentes para refletirmos em que medida o exercício e a atividade propostos possuem relevância para o estudo dos conceitos geométricos abarcados em cada um. Balestri (2016c, p. 301) menciona que procurou “[...] evitar as contextualizações artificiais como pretexto para a obtenção de dados numéricos”, especificamente quando considera os eixos de contextualização e interdisciplinaridade. Já Iezzi *et al.* (2016b) trazem suas ‘sugestões de abordagem, avaliação e tópicos principais’, no âmbito da Geometria da seguinte forma:

No estudo dos sólidos geométricos, destacamos a importância da resolução de problemas que interajam com o mundo real [...] Alertamos também para o cuidado que se deve ter para não transformar as aulas e atividades de Geometria em um grande formulário para os estudantes decorarem (IEZZI *et al.*, 2016b, 326).

A partir desses comentários presentes nas coleções, podemos entender que os autores assumem uma perspectiva de não pautar seus materiais na realidade virtual (SKOVSMOSE, 2007) e esperam que os professores sigam em um caminho semelhante, ou seja, evitem

artificialidades nos contextos e uso excessivo de fórmulas para memorização. É importante pontuar que no interior de uma realidade virtual,

[...] o professor de matemática tem as justificativas para assumir que todos os dados relevantes para resolver os problemas estão apresentados com exatidão; que as informações não-relevantes para a solução do problema são deixadas de lado; que é possível resolver o problema por meio de técnicas matemáticas já apresentadas e bem definidas; e que há uma e apenas uma solução correta (SKOVSMOSE, 2007, p. 83).

Logo, frente essas ideias, notamos que em algumas partes, como as exemplificadas nas Figuras 24 e 25, os autores das coleções ainda estão imersos na realidade virtual, pois trazem situações que não foram originadas de um estudo empírico, mas sim inventadas e apresentadas aos alunos como meios de aplicação direta do conhecimento matemático. Assim, há certa contradição entre o que é sugerido ao professor, nas orientações/assessoria, e o que se apresenta aos alunos, característica essa já discutida no eixo anterior.

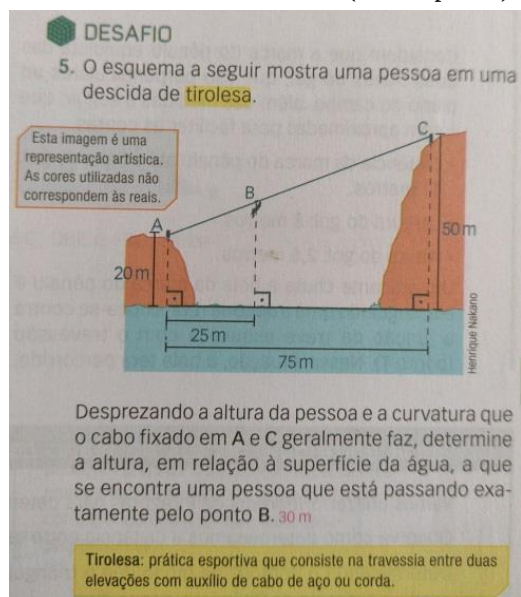
Essa aplicação direta está em uma corda bamba porque pode reduzir todo o conhecimento apresentado numa ideologia da certeza matemática. Segundo Skovsmose (2007), a realidade virtual, ao estar junto com os exercícios dos livros didáticos, une forças com a tradição da matemática escolar e impede que a própria Matemática seja aplicada à vida real de forma fiel.

Nesse sentido, quando o estudante se deparar com situações que necessitam desse conhecimento, haverá um choque entre as condições iniciais consideradas e os resultados dessa aplicação, pois os dados e as informações não contêm precisão, como as encontradas nesses materiais, mas ao contrário, enfatizam “[...] a crença da matemática distante do mundo real que inequivocamente esta (sic) marcada por inexatidões e incertezas” (MESQUITA; CARVALHO; GUERRA, 2010, p. 5).

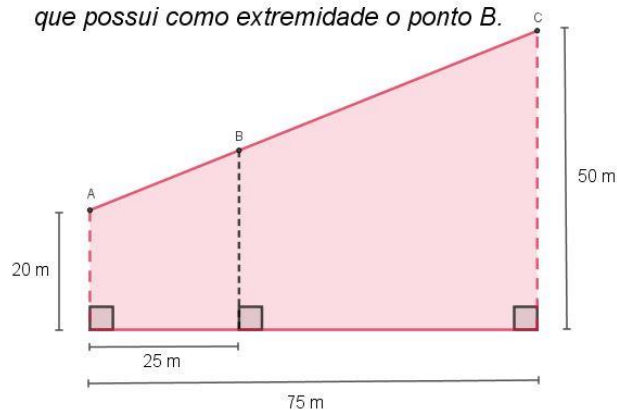
Indo na especificidade de discutir alguns pretextos usados pelos autores como formas para aplicação de procedimentos e fórmulas e busca de valores exatos e suficientes, organizamos no Quadro 7 uma comparação à luz das referências à matemática pura, semirrealidade e realidade (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Para fazer essa comparação partimos do que é identificado nos livros como contextos pertencentes às duas últimas referências e trouxemos uma adaptação desses mesmos contextos para o caso da matemática pura. Essas adaptações foram realizadas a partir do *software* de geometria dinâmica GeoGebra.

Quadro 7 – Contexto ou pretexto da Geometria nos livros didáticos.

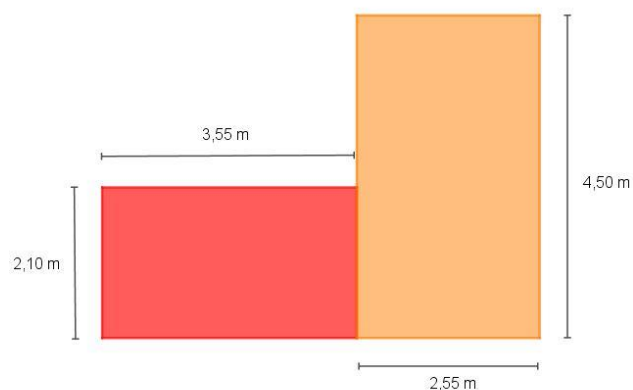
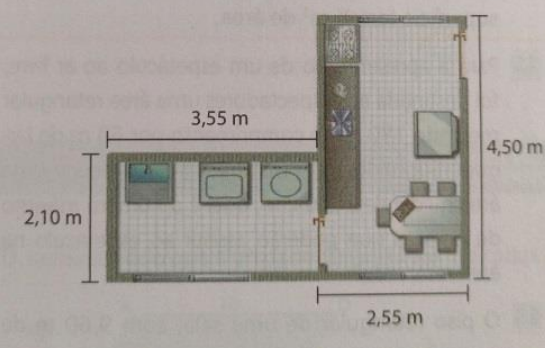
Contexto semirreal de Balestri (2016a, p. 249).



Determine a medida do segmento pontilhado que possui como extremidade o ponto B.

Contexto semirreal de Iezzi *et al.* (2016a, p. 231).

8 A figura abaixo mostra a planta baixa da cozinha e da área de serviço de um apartamento. Considerando desprezível a espessura das paredes, determine a área total da superfície das dependências mostradas.



Considerando as medidas dos retângulos, qual a área total que eles ocupam?

Continua

Contexto real de Balestri (2016c, p. 22).

13. O Monumento às Três Raças, localizado em Goiânia, foi criado na década de 1960 pela artista plástica Neuza Moraes. Com 7 metros de altura, a estrutura feita de bronze representa uma coluna sendo levantada por negros, brancos e índios, simbolizando a miscigenação do povo goiano. Considerando o plano no qual o monumento está apoiado e o plano que contém a face visível mais clara da coluna, qual é a posição relativa entre esses planos? *concorrentes*



Monumento às Três Raças, Goiânia, 2008.

Qual a posição relativa entre o plano azul e o plano vinho do sólido ao lado?



Contexto real de Iezzi *et al.* (2016b, p. 215).

OBSERVAÇÃO 🔍

Sabemos que o planeta Terra não tem a forma exata de uma esfera, devido a um achatamento nos polos. No entanto, é comum considerar seu formato aproximadamente esférico. Nesse sentido, observe que a caracterização dos elementos de uma esfera está relacionada às linhas imaginárias do nosso planeta, estudadas em Geografia, que servem para localizar pontos na superfície esférica da Terra e também definir os 24 fusos horários.

Procure visualizar, em um globo terrestre, os seguintes elementos: polo Norte e polo Sul, hemisfério Norte e hemisfério Sul, linha do Equador, trópico de Câncer e trópico de Capricórnio, e o meridiano de Greenwich. Estabeleça uma relação entre esses elementos e os elementos de uma esfera.



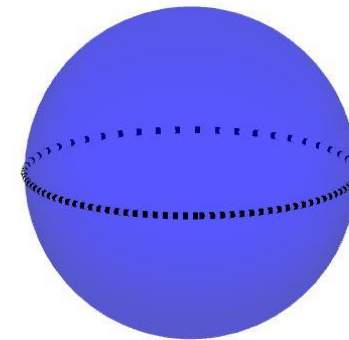
Nosso planeta não tem a forma exata de uma esfera.

PENSE NISTO!

Se o raio da Terra mede aproximadamente 6370 km, quantos quilômetros mede a linha do Equador?

O Equador corresponde à circunferência do círculo máximo da Terra, supondo-a esférica, e seu comprimento é $2 \cdot \pi \cdot 6370 \text{ km} \approx 40003 \text{ km}$.

Considerando que a esfera abaixo tem um raio de 6.730 km, determine a medida da linha tracejada, que divide essa esfera ao meio.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Essa proposta de comparação e adaptação tem por trás uma ideia encontrada na pesquisa de Oliveira (2015). O autor, dentre outros focos da sua investigação, fez a análise de livros didáticos, no âmbito da Estatística, à luz de diversos conceitos da EMC. A partir de atividades encontradas nesses materiais e as categorizando de acordo com contextos (principalmente consumo, economia, esporte, saúde etc.), Oliveira (2015) faz uma separação entre as que atendiam pressupostos da EMC, as que eram facilmente adaptáveis e as que eram dificilmente adaptáveis à EMC.

Nessa análise, o referido pesquisador se deparou com um grande número de atividades dificilmente adaptáveis (quase 80% das 306 analisadas), visto que qualquer mudança nos enunciados e nas propostas colocadas pelos autores de livros didáticos faria com que os objetivos delas se transformassem em outras atividades, descaracterizando as perspectivas iniciais.

O que evidenciamos no Quadro 7 é uma proposta que toma um caminho diferente⁷¹ de Oliveira (2015), uma vez que, da mesma forma, estamos adaptando alguns contextos identificados nos livros, mas o significado e o objetivo centrais das propostas não são perdidos quando transformadas na referência à matemática pura. Diante do quadro, verificamos que nas situações exemplificadas ocorre um uso da semirrealidade e da realidade como pretextos para que aos alunos sejam mostrados dados e informações nos enunciados. A comparação com a matemática pura, inserida na coluna à direita, indica que esses mesmos contextos não perdem sua intencionalidade.

Trazemos essa comparação com o propósito de refletir até que ponto o uso de contextos se faz pertinente para o estudo da Geometria. Como já dissemos, as diferentes referências que Skovsmose (2000; 2014) ilustra nos ambientes de aprendizagem indicam a preocupação com produção de significados distintos pelos alunos. Isso quer dizer que o interesse precisa estar voltado para usos da matemática pura, da semirrealidade e da realidade em uma variedade de práticas, que podem ser estritamente fechadas (paradigma do exercício) ou abertas e imprevisíveis (cenários para investigação).

Na defesa pelos ambientes, o objetivo está em oportunizar aos alunos, mas também permitir ao professor, o passeio pelos diferentes modos de organização de alguma aula de Matemática (SKOVSMOSE, 2000). O que identificamos no Quadro 7 permite compreender um uso ‘camuflado’ de contextos que presam por elementos reais ou que abrem a

⁷¹ Souza e Bittar (2013) também apresentam um exemplo semelhante ao que propomos aqui. As autoras assim o fazem quando analisam um contexto algébrico que envolve práticas sociais, mas que ao passar por uma modificação apenas à luz do contexto puramente matemático, a tarefa mantém o seu objetivo.

possibilidade de serem reais, mas com a intenção de produzir algum significado restrito à aplicação de fórmulas e procedimentos matemáticos. Desse modo, intencionam em estabelecer uma parte da organização do ensino de Geometria restrito ao tradicionalismo.

Propositalmente as situações escolhidas para compor o Quadro 7 envolvem além de um enunciado, as fotografias e figuras de modo a auxiliar na compreensão dos contextos reais e semirreais. Isso, porque em alguns casos os autores dos livros optam por apenas fazer referência a contextos que escapam da matemática pura por meio da linguagem escrita, o que entendemos ser menos pertinente para a discussão proposta aqui, diante do olhar para a Geometria em nossa pesquisa, que congrega essas diferentes representações.

O primeiro contexto (Quadro 7) trata de referência à semirrealidade e a atividade é vista por Balestri (2016a) como um ‘desafio’. No caso, percebemos que alguns elementos são bastante característicos dessa classificação em contexto semirreal, por exemplo, pode haver uma pessoa em algum local que esteja descendo uma tirolesa e, ao mesmo tempo, existir duas montanhas que possuem alturas com valores exatos, uma corda que não faz curvatura e a altura de uma pessoa ser desprezível. Ou seja, há aspectos de uma realidade transportados para um contexto de atividade em livro didático, que tem como objetivo a operacionalização de ferramentas matemáticas apresentadas aos estudantes em tópicos anteriores do material.

Ao lado desse exemplo ‘encaixamos’ um contexto puramente matemático, o qual tem por objetivo as mesmas operacionalizações desejadas pelo autor do livro. Notamos que a configuração do esquema abordado em Balestri (2016a) transforma-se, simplesmente, na visualização de um trapézio com medidas dadas, sendo solicitada ao estudante a aplicação dos conceitos de proporcionalidade (teorema de Tales) para determinar certo segmento de reta.

Já o segundo caso semirreal, retirado de Iezzi *et al.* (2016a), apresenta uma situação que exemplifica a planta baixa de parte de um apartamento e, desprezando a espessura das paredes, pede aos estudantes que determinem a área total da superfície que contém a cozinha e a área de serviço desse apartamento. Seguindo essas informações, transformamos o exercício com a troca da planta por dois retângulos, mantendo as mesmas medidas e, igualmente, solicita-se a resolução pelos alunos para que determinem a área ocupada por essas figuras geométricas.

Nessas duas situações vemos que os autores tomam certo cuidado ao trazer a semirrealidade, porque deixam nos enunciados a fala sobre algumas medidas ou aspectos serem ‘desprezíveis’, ou seja, consideram que, implicitamente, em uma configuração real, os modos de resolução deverão levar em conta fatores como a espessura de uma parede e a curvatura de uma corda durante o uso da tirolesa. Contudo, entendemos que mesmo com essas

observações o objetivo ainda está em produzir enunciados, ‘camuflados’ sob um contexto semirreal, para abordar dados exatos e suficientes com vistas à aplicação de conceitos.

Essa ‘camuflagem’ de contextos traz à tona mais uma vez a realidade virtual, que compreendemos ser colocada em cheque nas orientações/assessoria pedagógica das coleções, mas que no livro do aluno continua sendo empregada. Como entendemos a partir de Skovsmose (2007), a realidade virtual abarca aspectos, características, elementos etc. da natureza/mundo real e retira toda a imprevisibilidade dos dados oriundos desse mundo para inventar, disfarçar e desprover de qualquer intencionalidade, que não a do próprio uso do conhecimento matemático, contextos com conceitos perfeitamente embutidos e, aparentemente, prontos para aplicação pelos estudantes.

Esse emprego da realidade virtual encontra certo respaldo nas outras duas situações elencadas no Quadro 7, quanto aos contextos reais. É importante dizer, antes disso, que Skovsmose (2007) discute a realidade virtual a partir das situações em livros didáticos que não têm um estudo empírico realizado pelos autores desses materiais, ou seja, caracteriza-se pela semirrealidade dos contextos. Porém, notamos que a intenção dos autores em apresentar elementos reais nessas duas situações ainda se configura com o mesmo objetivo de aplicar os conceitos.

A atividade que Balestri (2016c) toma como aplicação das posições relativas entre dois planos possui a fotografia de um monumento localizado na cidade de Goiânia. Já a observação feita por Iezzi *et al.* (2016b) envolve a explicação do formato quase esférico da Terra e ainda carrega um ‘Pense nisto’ que questiona os alunos sobre a medida da linha do Equador, assumindo o planeta como uma esfera.

Em contraste, inserimos o contexto puramente matemático de modo a exemplificar o que entendemos como características dessas situações enquanto pretextos elaborados pelos autores para desenvolver e usar o ferramental matemático já abordado em seções/tópicos antecedentes. Vale dizer que mesmo Iezzi *et al.* (2016b) considerando os aspectos de não perfeição do planeta para vê-lo como uma esfera, o objetivo dos autores ainda está na associação da Terra (hemisférios, polos e trópicos, por exemplo) com elementos desse sólido geométrico.

Acreditamos que reduzir a presença de contextos reais para o simples uso de aplicação dos conceitos matemáticos ‘despotencializa’⁷² (SKOVSMOSE, 2014) a pertinência e a relevância dessas relações. Como mostramos anteriormente, existem possibilidades ricas

⁷² Esse termo é uma tradução do que Skovsmose (2014) considera ‘disempowerment’.

quando a Matemática está associada à realidade (exame de RMN e as rampas de acessibilidade), mas só o são quando os autores conseguem explicitar suas intencionalidades e deixar claro aos professores e também aos estudantes as justificativas para fazer isso.

Ainda, as referências à realidade permitem que situações exemplificadas nos exercícios/atividades e também em outros momentos dos livros didáticos possam ser analisadas à luz de um viés crítico, com questionamentos sobre o próprio contexto (SKOVSMOSE, 2000). E, como discutido por Litoldo (2021, p. 105), “[...] o ato de contextualizar um conhecimento matemático à realidade deve ser associado ao processo de ensino de forma conscienciosa”. Assim, quando os autores trazem essas possibilidades, entendemos que não podem ocorrer de modo ‘descontextualizado’, sem dar as devidas atenções e importâncias ao conhecimento apresentado.

É importante refletir sobre essas adaptações (Quadro 7), principalmente, a partir do uso que o professor pode fazer com esses materiais, mas também com outros que não os analisados nesta pesquisa, os quais estejam nas mãos do docente. Brown (2009), por exemplo, mostra que adaptações, improvisações e reproduções são diferentes formas de uso pelos professores dos materiais curriculares, entre eles os livros didáticos. Logo, vemos que o quadro comparativo dos contextos pode lançar uma luz sobre o conteúdo presente em enunciados dos materiais e oferecer aos docentes um recurso que permita analisar a pertinência ou não desses contextos, a depender das características de suas turmas e da própria escola em que atua.

Assim, vale dizer que as comparações apresentadas no Quadro 7 apenas trazem algumas formas de olhar o conteúdo dos livros, que para nós se traduz na postura assumida na pesquisa, qual seja, a de um olhar crítico sobre o material analisado e de busca por compreender conceitos da EMC neles presentes. Entendemos que essa postura carrega uma subjetividade inerente ao modo de investigar qualitativamente, e que pode ocorrer de modos diferentes por outros pesquisadores, mas, principalmente, por professores que façam uso dos materiais, nas suas diferentes visões de educação, ensino, aprendizagem etc.

Além disso, acreditamos que a opção pela comparação de contextos permite alcançar uma visão do que está nas entrelinhas dos livros didáticos. Biserra, Wielewski e Souza (2013), por exemplo, investigaram que nem toda a contextualização em um livro didático seguiu as propostas colocadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, sendo que algumas eram superficiais e promoviam a realidade virtual (SKOVSMOSE, 2007). Já Souza e Bittar (2013) identificaram que muitas contextualizações (92 de 113 tarefas) estavam presentes em um livro do 7º ano do Ensino Fundamental, mas ao observarem com profundidade essas

tarefas, notaram que diversas delas representavam situações em que os estudantes não se deparariam em suas realidades fora da escola, assumindo um papel apenas ilustrativo.

Portanto, a partir dessas comparações podemos desvelar posicionamentos assumidos pelos autores dos livros didáticos e fazer emergir um olhar sobre o contexto em que a Geometria vem sendo trabalhada. Esses contextos, analisados à luz de uma interpretação que os caracteriza como pretextos ‘camuflados’ sob a intenção de serem artificiais, não são unanimidade quando a realidade e a semirrealidade operam nos enunciados de atividades/exercícios ou em outras partes dos materiais, mas ainda assim configuram como foco de atenção em qualquer análise que venha a ser desenvolvida sobre eles, em particular por mostrar até certas contradições entre o esperado pela assessoria/orientações e o que é encontrado no livro dos alunos.

Um contraponto importante aos pretextos é evidenciado com alguns modelos geométricos que estão presentes nos livros didáticos, particularmente em exercícios/atividades propostos. Esses modelos usam a ideia central que é, por meio de conceitos geométricos, buscar na realidade objetos que funcionam como uma materialização desses conceitos. Um exemplo claro dessa ideia ocorre quando os autores abordam as figuras geométricas espaciais e as relacionam com bolas, caixas, chapéus, copos, funis, piscinas, recipientes, reservatórios, vasos, entre outros.

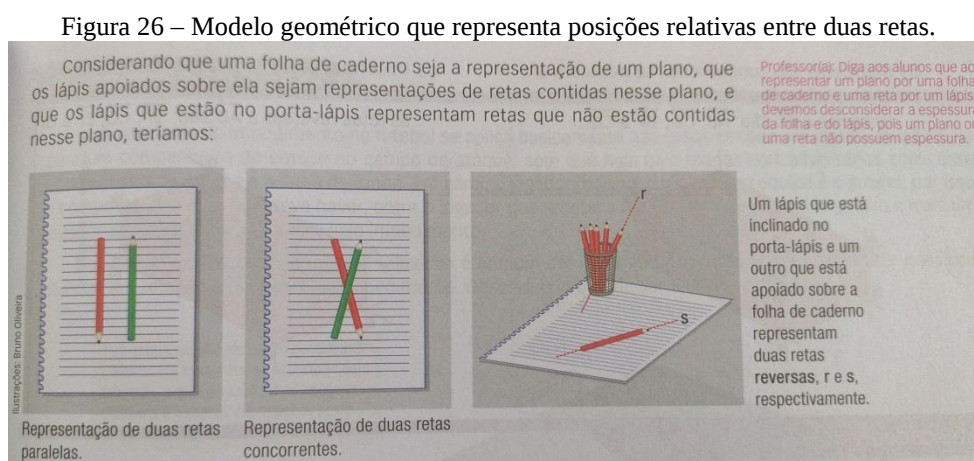
Vemos que o uso dos modelos geométricos nos materiais funciona de um modo diferente do que foi discutido no início deste eixo de análise, quando os objetos reais eram trazidos como forma de incitar nos alunos e no professor uma introdução aos assuntos abordados em algum capítulo/unidade. Assim, os modelos não têm essa intenção por justificar certo conteúdo, mas implicitamente objetivam operacionalizar a Geometria a partir de objetos existentes na realidade.

Podemos interpretar essa operacionalização como uma relação entre a matemática pura e a realidade e entre àquela e a semirrealidade. Isso porque os conceitos geométricos fazem parte da matemática pura, no sentido de que são objetos idealizados e existem apenas em um mundo externo ao físico. Esses objetos são trazidos à realidade ou à semirrealidade por meio de definições e/ou propriedades que os caracterizam. Por exemplo, segundo Machado (2012, p. 21) um segmento AB é o “[...] conjunto de pontos que estão entre dois pontos A e B [...]” e, para representar esse objeto no mundo físico, podemos pensar no encontro entre duas paredes ou até mesmo em um fio de barbante esticado.

Os modelos que nos referimos aqui são diferentes dos exemplos anteriores quanto à artificialidade dos enunciados (Quadro 7) e também às situações acrílicas e

‘descontextualizadas’, como o caso da bola de sorvete e a fatia de queijo. Pelo contrário, o uso deles pode favorecer um olhar que permita ao estudante interpretar fenômenos da realidade à luz de conceitos estudados ou, ainda, que os próprios alunos venham a desenvolver essa ação de exprimir acontecimentos por meio de modelos geométricos. Logo, não cabem relações ‘forçadas’ ou irreais entre a Geometria e a realidade, mas sim um meio de analisar e compreender as articulações entre o conhecimento geométrico associado ao mundo das ideias e os acontecimentos/fenômenos que ocorrem ou podem ocorrer no mundo físico.

Iniciamos por apresentar um primeiro exemplo de modelo geométrico, que está relacionado com as representações dos conceitos a partir de objetos que podem ser reais. Balestri (2016c) traz três situações, como forma de explicar as diferentes posições relativas de retas, as quais, partindo de folha de caderno, lápis e um porta-lápis, ilustram os casos em que duas retas são paralelas, concorrentes e reversas (Figura 26).



Fonte: Balestri (2016c, p. 15).

Essa representação possui um caráter de explicar, à luz de objetos que podem ser reais (pois são gravuras e não fotografias, de fato), quais são as possibilidades de posições entre duas retas. Isso por si só retoma uma ideia de apenas ilustrar um tipo de conceito geométrico, contudo, observamos que o direcionamento deixado ao professor, no canto superior direito da Figura 26, indica que a desconsideração da espessura da folha e dos lápis é importante para que essa representação aconteça, uma vez que os objetos geométricos de reta e plano são idealizados e envolvem a intuição, não sendo possível uma representação fiel que dê conta de exprimir esses conceitos primitivos.

Dissemos anteriormente que a ideia de ‘desprezar’ (aqui ‘desconsiderar’) envolvia um cuidado dos autores para justamente realizar a ponte entre a Matemática e a realidade. Naquele momento, mesmo com essa observação, o foco recaía na busca por enunciados que permitissem a pura manipulação e o uso do ferramental matemático em situações

‘camufladas’ por um contexto real. No caso da representação de retas por lápis e de plano por folha de papel, não há essa intenção por ‘camuflar’, mas sim por representar e, portanto, por evidenciar que nessa transposição entre a Geometria e a realidade, considerações basilares são importantes e podem colaborar para uma visão mais crítica sobre o próprio conceito, que é suportado por um olhar genuinamente intuitivo.

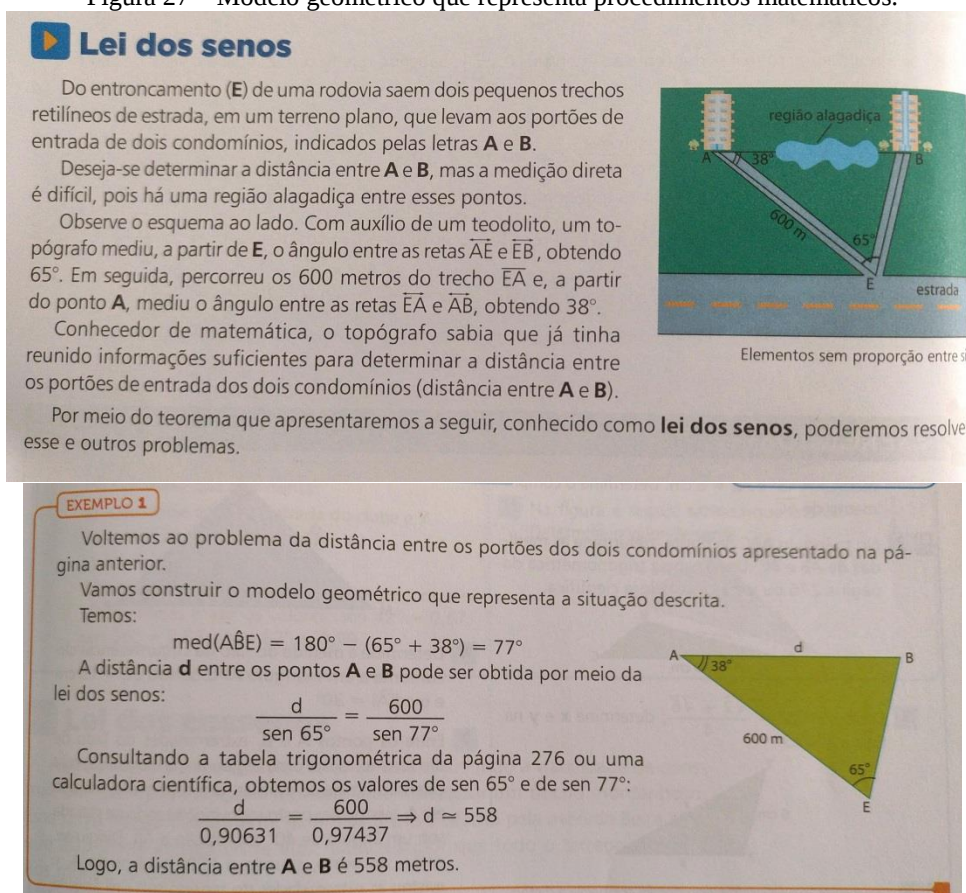
Ao entrar nessa transposição, podemos supor que existe um movimento, ainda simplificado, de promoção das abstrações pensadas (SKOVSMOSE, 1994), no sentido de que as representações dos conceitos geométricos são modos para auxiliar o raciocínio dos alunos. Como discutido por Skovsmose (1994; 2001), essas abstrações funcionam como facilitadoras de experimentos mentais, que se ocupam por mostrar possibilidades de ação na realidade sem que algo seja, de fato, realizado; ou seja, elas são apenas pensadas, com os conceitos e os próprios modelos matemáticos (entre eles os geométricos) como subsídios para essa imaginação.

“Abstrações pensadas são (embora talvez um tanto imprecisas) ‘imagens’ da realidade [...]” (SKOVSMOSE, 1994, p. 52, tradução nossa⁷³) e nessas representações dos conceitos geométricos podemos constatar isso, uma vez que a espessura e a própria limitação dos lápis e do papel não permitem uma alusão precisa de seus formatos, quando tomados como retas e plano, respectivamente.

Outro exemplo, trazido na Figura 27, possibilita uma compreensão em termos do modelo geométrico como representante de procedimentos matemáticos. O capítulo é o de ‘Trigonometria em triângulos quaisquer’ e a situação é desenvolvida logo no seu início, a partir da seção ‘Lei dos senos’ (IEZZI *et al.*, 2016b). Na Figura 27 fizemos um recorte de duas páginas do livro, sendo que a parte omitida (enunciação e demonstração de um teorema) corresponde ao que está entre a introdução e o exemplo.

⁷³ Trecho no original: “Thinking abstractions are (though perhaps rather imprecise) ‘images’ of reality”

Figura 27 – Modelo geométrico que representa procedimentos matemáticos.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 34-35).

Nessa situação, inclusive, Iezzi *et al.* (2016b, p. 35) dizem que vão “[...] construir o modelo geométrico que representa a situação descrita”, em uma clara associação com a operacionalização (aplicação) do teorema, utilizado para resolver problemas que podem ser reais. Entendemos que as ideias de imprecisão também merecem uma atenção neste caso, visto que medir porções de terra numa superfície esférica (a Terra não é plana!) pode não corresponder exatamente à realidade, mas o modelo auxilia numa aproximação da real medida entre os objetos retratados no exemplo, mesmo que os autores não façam essa observação e sim a de que o terreno representado está no plano.

O que temos na Figura 27 também permite associar a mudança entre representações semirreais e puramente matemáticas, no sentido da troca de um esquema que faz alusão a prédios, estradas e terreno por, nessa ordem, pontos, segmentos de reta e triângulo. Como identificamos no caso da rampa de acessibilidade, essa opção por trazer mais de uma referência de contexto, também no presente caso, não permite um olhar mais reflexivo sobre o que é proposto aos estudantes, reduzindo a situação em características que direcionam ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000; 2014).

Essa constatação ganha força, pois o que segue aos alunos em exercícios propostos nessa mesma seção do livro didático indica a pura aplicação dos conceitos estudados em contextos bastante semelhantes ao do exemplo inicial (Figura 28). Contudo, vale destacar que os próprios autores parecem defender essa abordagem, uma vez que indicam nas orientações didáticas que o foco do capítulo está na possibilidade do estudante “[...] aplicar seus conhecimentos sobre os valores das razões trigonométricas de ângulos obtusos na resolução de problemas geométricos” (IEZZI *et al.*, 2016b, p. 324).

Figura 28 – Exercícios propostos semelhantes ao foco do exemplo inicial.

4 O proprietário de um terreno deseja conhecer a distância entre sua casa e a nascente de um rio. O caminho da casa à nascente, porém, é de difícil acesso. A partir da frente da casa e com auxílio de um teodolito, mediu o ângulo através do qual avistava a nascente e o pomar, obtendo 48° . Caminhou, então, 420 metros em linha reta até o pomar, de onde mirou a nascente e a casa segundo um ângulo de 64° . Quantos metros separam sua casa da nascente? Use a tabela trigonométrica da página 276 ou uma calculadora científica.



7 Entre os pontos **A** e **B**, extremidades do lado de um terreno, existe uma região plana alagadiça, cuja extensão deseja-se estimar. Um topógrafo, situado em **A**, avistou um posto rodoviário situado na estrada sob um ângulo de 40° em relação a $\overline{AB}$. Dirigiu-se, então, ao posto, situado a 1500 metros de **A**, e avistou as extremidades do terreno sob um ângulo de 85° . Considere: $\text{sen } 55^\circ \approx 0,82$; $\text{sen } 85^\circ \approx 0,99$ e $\text{sen } 40^\circ \approx 0,64$.



a) Qual é a extensão da região alagadiça?
b) Qual é a distância entre o posto e o ponto **B**?

9 Duas casas de veraneio **X** e **Y** estão situadas na mesma margem de um rio. De **X** avistam-se a casa **Y** e a entrada de um clube particular na outra margem, sob um ângulo de 56° . De **Y** avistam-se a entrada do clube e a casa **X**, sob um ângulo de 42° .



Sabendo que a distância entre **X** e a entrada do clube é de 600 metros, determine o número inteiro mais próximo que representa:

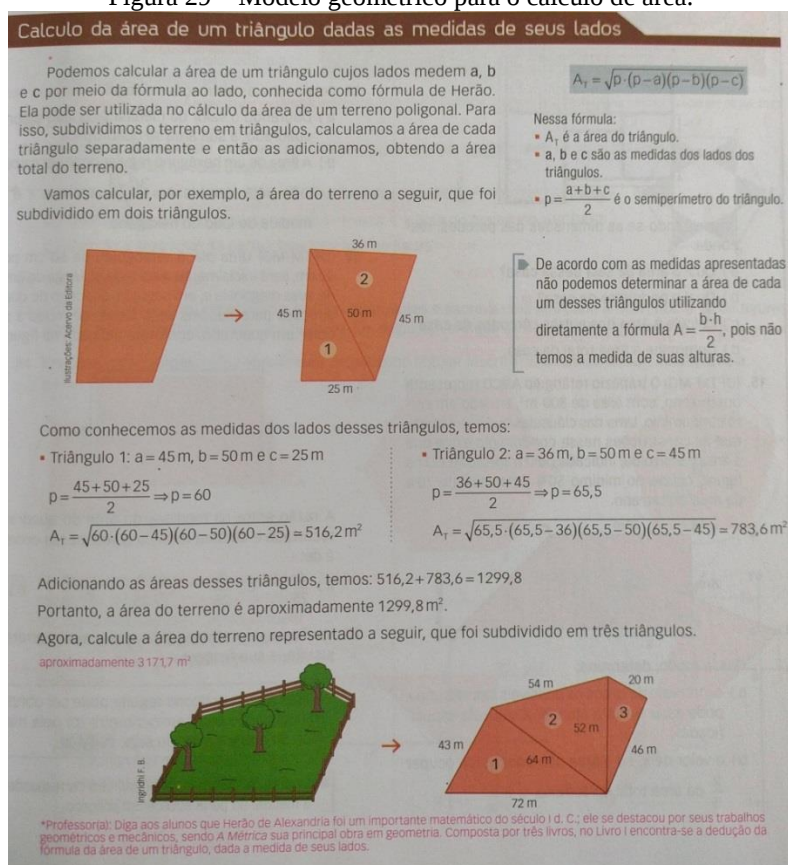
a) a distância entre a entrada do clube e **Y**.
b) a distância entre as casas **X** e **Y**.
c) a largura do rio.

Admita que, nesse trecho, as margens do rio são paralelas e use os valores: $\text{sen } 42^\circ \approx 0,67$; $\text{sen } 56^\circ \approx 0,83$ e $\text{sen } 82^\circ \approx 0,99$.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 36-37).

Antes de explicitar porque fizemos essas observações, vale mostrar outros exemplos sobre a presença dos modelos geométricos nos livros didáticos. Esses exemplos abordam mais diretamente como uma determinada situação pode ser modelada a partir de recursos geométricos (por exemplo, pontos, segmentos, figuras geométricas etc.). Na Figura 29, Balestri (2016c) também segue uma linha semelhante ao exemplo anterior, mas o objetivo é encontrar a área de um terreno por meio de sua divisão em triângulos.

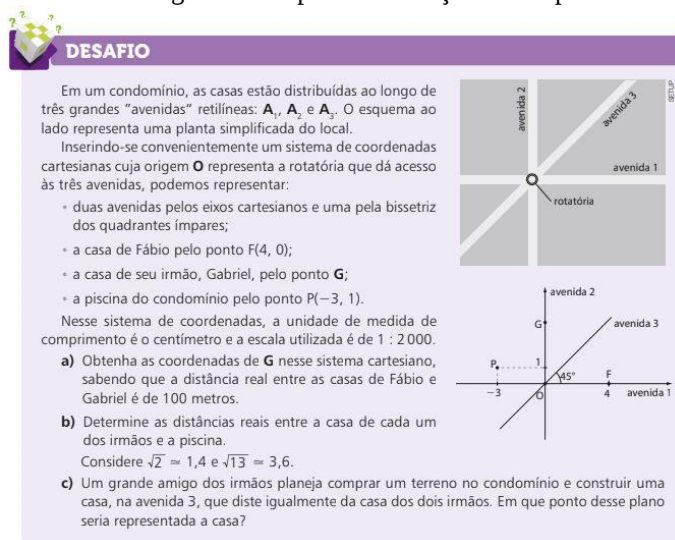
Figura 29 – Modelo geométrico para o cálculo de área.



Fonte: Balestri (2016c, p. 51).

Já na Figura 30, Iezzi *et al.* (2016c) trazem um desafio que consiste na localização de pontos e determinação de distância. Neste caso, os autores ainda explicitam de que forma o esquema (modelo) foi construído, indicando de modo mais claro aos alunos quais processos são importantes para fazer essa transição entre um contexto semirreal e o puramente matemático.

Figura 30 – Modelo geométrico para a confecção de um plano cartesiano.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016c, p. 23).

Skovsmose (1994) apresenta as abstrações realizadas como estruturas da realidade que funcionam como ‘imagens’ das abstrações pensadas. Para o autor, é difícil perceber essas estruturas, uma vez que elas já fazem parte do mundo real, ou seja, convivemos com as abstrações realizadas sem notar que elas foram trazidas até aqui por meio das abstrações pensadas. Em outras palavras, passamos a agir e aceitar certas situações em nosso cotidiano, sem nos darmos conta de que algumas têm origem num pensamento matemático estruturado. É neste ponto que olhamos os livros didáticos e percebemos algumas nuances escondidas que não são classificadas como boas ou ruins, mas sim críticas (no sentido de risco).

Os três exercícios em sequência (Figura 28), posteriores à ideia inicial de modelar a situação para aplicar a lei dos senos (Figura 27), apresentam um propósito que permite aos alunos interpretar fenômenos que podem ser reais, à luz de ferramental matemático (um teorema, neste caso). O que está em jogo aqui, no nosso entendimento, possibilita uma operacionalização da transição entre uma abstração pensada e uma abstração realizada. Tal feito encontra respaldo, como já dissemos no eixo anterior, a justamente vislumbrar no livro didático o direcionamento da aprendizagem dos alunos (aqui, a lógica de ‘exemplo, conceito, exemplo e exercício’).

Desse modo, quando Iezzi *et al.* (2016b) promovem repetitivas ações com o objetivo dos estudantes resolverem problemas que se utilizam, na situação trazida, da lei dos senos como meio de solução, há uma intencionalidade não apenas para que eles usem o ferramental, mas sim enxerguem nas situações de distâncias, por exemplo, que a Geometria opera enquanto um conhecimento bastante estruturado ao encontrarmos fenômenos na realidade que podem ser modelados e interpretados à luz desses próprios conhecimentos. Isto é, passa-se a enxergar empreendimentos reais como um *lócus* possível para aplicar conceitos, sendo a formalização um meio para isso (SKOVSMOSE, 1994).

A formalização é justamente a ponte entre as abstrações pensadas e as abstrações realizadas, como explica Skovsmose (1994; 2001). No caso da Geometria, essa ponte se caracteriza pelo arcabouço teórico, relativo ao estudo dos conceitos primitivos, dos axiomas e das relações que podemos retirar desses dois, ou seja, dos resultados traduzidos em teoremas, proposições, lemas e corolários. Ao abarcar situações em que essas relações podem ser vislumbradas, há uma transposição entre as abstrações do mundo ideal com as abstrações do mundo físico, tornando a interpretação dos fenômenos reais como ‘adequadas’ ao que a própria teoria diz.

“[...] A aplicação de uma linguagem formal para a descrição de fenômenos torna mais fácil ‘ver’ as estruturas formais e, ao fazê-lo, dá-se um primeiro passo para a adaptação da

realidade à nossa imagem dela [...]” (SKOVSMOSE, 2001, p. 83). É neste ponto que há uma crítica, ou um risco. Isso porque o fato de modelarmos situações ao que uma determinada teoria nos informa pode levar ao caminho de seguir alguns passos, mas ignorar outros. Por exemplo, na situação das distâncias, apresentar um terreno plano em um planeta, que é quase esférico, não corresponde à realidade.

Esse ponto é importante, pois segundo Brum, Schuhmacher e Silva (2015, p. 423), “[...] existem objetos que se encontram na natureza que exigem conhecimentos que transcendem a Geometria Euclidiana”. Nesse caso, a teoria ofertada aos estudantes não está sendo suficiente para que essas inter-relações entre o conhecimento e a própria prática sejam estabelecidas. Vale observar os apontamentos trazidos nos PCNEM quanto a essas ideias:

[...] é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias (sic) e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações. (BRASIL, 2000b, p. 40, grifos nossos).

Assim, não vemos que apenas a Geometria Euclidiana permite que essa leitura e interpretação dê conta de analisar o espaço, bem como modelá-lo. Contudo, é importante vislumbrar que nos casos trazidos nas Figuras 29 e 30 a intenção dos autores está na arquitetura dessa passagem das abstrações pensadas para as abstrações realizadas, por meio da formalização de uma teoria, em que a modelagem do contexto permite que os conceitos puramente euclidianos ofereçam contornos pertinentes às situações de cálculo de área, localização de pontos e determinação de distância.

A formalização acontece diante dos resultados que antecedem (Figura 30) ou que são emergentes da própria seção no livro didático (Figura 29). Os autores conseguem mostrar aos estudantes, mas também ao professor, que é bastante simples a ideia de usar conceitos e aplicá-los em contextos diferentes. Aqui entendemos que os conhecimentos matemático e tecnológico funcionam bem enquanto modos de exemplificar características da matemacia (SKOVSMOSE, 2001), onde o primeiro decorre nas abstrações pensadas e o segundo nas abstrações realizadas. Entretanto, nesse caminhar, há um aspecto central: onde se encontra o conhecimento reflexivo?

Mais uma vez lembramos, o conhecimento reflexivo é imprescindível quando o alvo de educar matematicamente os estudantes possui um viés pela matemacia, inclusive, pois é uma defesa que fazemos e assumimos ao empregar a EMC como um referencial teórico da pesquisa. Esse conhecimento é desenvolvido sobre o próprio conhecimento matemático e as

suas aplicações decorrentes (conhecimento tecnológico), em que se preza a defesa de uma reflexão sobre ambos, mas também da reflexão em si que é realizada (SKOVSMOSE, 2001).

No que tange à formalização exemplificada anteriormente, o conhecimento reflexivo tem um papel ainda mais forte, visto que ela guarda estreita relação com a tese de Skovsmose (1994; 2001) a respeito do poder formatador da Matemática. Ora, se a Matemática (Geometria) está formatando a sociedade por meio da operacionalização de abstrações pensadas em abstrações realizadas, em que lugar podemos encontrar subsídios para criticar e também refletir sobre essa formalização, no âmbito dos livros didáticos? Vemos que não há quadros ‘Pense nisto’ e nem assessoria pedagógica ou orientações didáticas que deem conta dessa interrogação.

A tese sobre o poder formatador da Matemática tem significado, principalmente, a partir das sociedades tecnológicas e da força que essa ciência exerce no desenvolvimento das tecnologias (SKOVSMOSE, 1994; 2001). Por meio do livro didático identificamos as poderosas ferramentas tecnológicas em partes específicas, como aquelas que Balestri (2016a; 2016b; 2016c) traz nas seções ‘Como funciona’, mas ainda sem um olhar que aprofunde a respeito das relações entre o conhecimento matemático e o conhecimento tecnológico, uma vez que nessas seções há informações e descrições, sem a possibilidade de permitir ou conduzir para reflexões.

Sendo assim, notamos que ao propor modelos geométricos aos alunos, os autores perdem uma grande oportunidade de questionar até que ponto essa modelagem permite compreender aspectos da realidade. Logo, o poder formatador da Matemática exerce uma influência nos livros didáticos, com elementos que apontam a transição de abstrações pensadas para abstrações realizadas, por meio da formalização de uma linguagem geométrica, que tem em sua base uma teoria consistente, que é apresentada aos estudantes sem possibilidades de reflexões além do próprio conteúdo e de suas aplicações.

Diante do que encontramos, é possível caracterizar a Geometria nos livros didáticos como fonte de produção de contextos alusivos às distintas referências, como a matemática pura, a semirrealidade e a realidade. Esses contextos presam por uma prática mais voltada ao paradigma do exercício do que aos cenários para investigação. Ou seja, os resultados coadunam com as pesquisas revisadas no âmbito de diferentes livros e conteúdos analisados à luz dos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014), como trouxemos no terceiro capítulo desta dissertação.

Por um lado, há situações completamente ‘descontextualizadas’, que usam enunciados ‘camuflados’, artificiais, acríticos e até desnecessários com o objetivo único de produzir

dados exatos, necessários e suficientes que sustentam a tradição da matemática escolar, a ideologia da certeza e a realidade virtual (BORBA; SKOVSMOSE, 2001; SKOVSMOSE, 2001; 2007; 2008). Por outro lado, a possibilidade de trazer a interdisciplinaridade como superação da ideologia e do tradicionalismo dos exercícios, bem como a promoção de ideais democráticos, num claro papel de busca da cidadania crítica (SKOVSMOSE, 2001; 2008), são aspectos pontuais encontrados e que podem ser ‘potencializados’ (SKOVSMOSE, 2014) a partir do uso de ambos os materiais, no sentido de complementação ao trabalho possivelmente realizado em sala de aula.

Portanto, à luz dos aspectos didático-pedagógicos e conceituais da Geometria, nas diversas partes dos livros didáticos, há elementos que caracterizam possibilidades de críticas e de reflexões oriundas de contextos desenvolvidos pelos autores, mas que ainda carecem de um olhar atencioso quando do momento de utilização pelo professor e pelos estudantes, caso a EMC seja a postura assumida para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Não obstante, também o que exemplificamos por meio do Quadro 7 permite que uma ferramenta analítica possa ser empregada para comparar contextos presentes nesses materiais, auxiliando na proposta de contribuir com a contextualização enquanto eixo fundamental para o ensino (de Matemática).

5.4 O papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos: do determinismo à formatação

Chegamos ao terceiro e último eixo de análise dos dados de nossa investigação. Já destacamos de que forma os livros didáticos realizam direcionamentos para o trabalho do professor e também para a aprendizagem dos alunos, bem como abordamos o papel dos contextos utilizados para apresentar aspectos conceituais e didático-pedagógicos da Geometria. Agora, nosso foco recai, especificamente, para os modos com que enunciados são trazidos nos capítulos analisados, no que tange os exemplos e os exercícios/atividades resolvidos e propostos.

Defendemos que esse olhar é importante, pois justamente vai ao encontro de grande parcela das pesquisas revisadas (capítulo 3), em que os ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014) são utilizados como forma de classificar os exercícios (em sua maioria). Tal classificação permite uma análise em torno dos enunciados e mostra como o paradigma do exercício, no âmbito dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, permeia os livros didáticos, em detrimento da falta de cenários para investigação.

Ainda justifica-se essa relevância pelo fato da Geometria não ter sido um tema das pesquisas já desenvolvidas. Sendo assim, nos questionamos: será que na alçada deste tema os enunciados descritos pelos autores dos livros didáticos convergem ao que as investigações encontraram? Ou divergem? Há aspectos da Geometria que são inerentes aos modos de escrever algum enunciado? Ou no terreno desses materiais não há diferenças em relação aos outros campos da Matemática? Esperamos que no decorrer deste eixo respostas a essas interrogações possam ser explicitadas.

Para favorecer a análise desses enunciados, vamos tomar o termo ‘tarefa resolvida’ para designar todos os exemplos e exercícios/atividades resolvidos; e o termo ‘tarefa proposta’ para os exercícios/atividades propostos, bem como os desafios⁷⁴, que são encontrados em seções específicas na coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c). A adoção desses termos tem caráter, exclusivamente, para evitar repetições entre as expressões utilizadas por cada coleção e não se refere a alguma vertente teórica ou analítica particular⁷⁵.

Começamos então por identificar e caracterizar os quantitativos de tarefas resolvidas e propostas no decorrer de todos os livros didáticos à luz dos ambientes de aprendizagem. Organizamos nas Tabelas 5 e 6 a seguir uma separação dos enunciados de tarefas resolvidas na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* e em *Matemática: interação e tecnologia*, respectivamente.

Tabela 5 – Quantitativo de tarefas resolvidas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação	Total
<i>Referências à matemática pura</i>	178 (87,25%)	0 (0%)	178 (87,25%)
<i>Referências à semirrealidade</i>	25 (12,25%)	0 (0%)	25 (12,25%)
<i>Referências à realidade</i>	1 (0,49%)	0 (0%)	1 (0,49%)
Total	204 (100%)	0 (0%)	204 (100%)

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Tabela 6 – Quantitativo de tarefas resolvidas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção *Matemática: interação e tecnologia*.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação	Total
<i>Referências à matemática pura</i>	122 (82,43%)	0 (0%)	122 (82,43%)
<i>Referências à semirrealidade</i>	24 (16,22%)	0 (0%)	24 (16,22%)
<i>Referências à realidade</i>	2 (1,35%)	0 (0%)	2 (1,35%)
Total	148 (100%)	0 (0%)	148 (100%)

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

⁷⁴ Balestri (2016a; 2016b; 2016c) também possui atividades do tipo ‘desafio’, além de outros como identificamos no Quadro 6 da seção 5.1. Porém, não são atividades ‘avulsas’, pois elas fazem parte de ‘destaques’ nomeados pelo próprio autor.

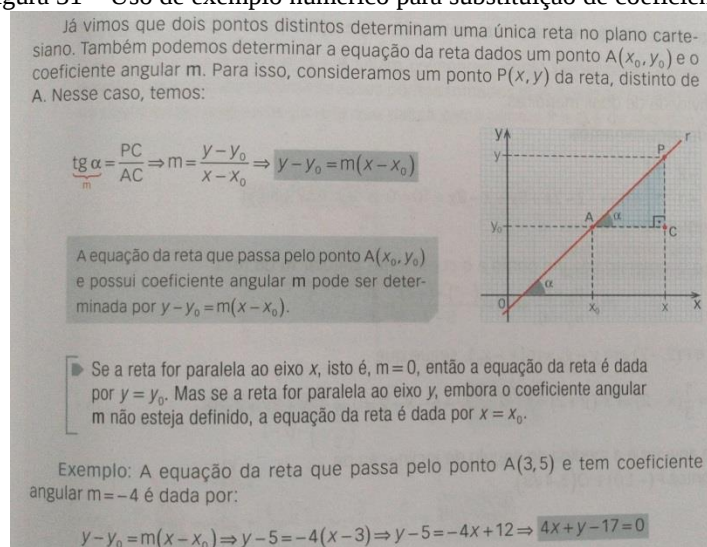
⁷⁵ Sugerimos que caso os leitores tenham interesse em uma discussão específica sobre ‘tarefas’, a tese de Litoldo (2021) apresenta uma revisão pertinente delas no âmbito da Educação Matemática.

Nas tabelas anteriores podemos perceber que no âmbito das tarefas resolvidas nenhuma das coleções traz cenários para investigações como propostas de resolução apresentadas aos alunos. Isso confirma e coaduna às pesquisas revisadas, mas agora em uma temática distinta, a Geometria. Apesar das quantidades de tarefas resolvidas classificadas nos ambientes (3) e (5) serem bastante próximas, no que tange o percentual de cada coleção há uma ligeira diferença, com as obras de Balestri (2016a; 2016b; 2016c) buscando uma maior diversificação de contextos, ainda trabalhando apenas no paradigma do exercício.

Contudo, percebemos que o ambiente (1), que faz referências apenas à matemática pura, é o mais proeminente nas duas coleções, chegando a mais de 80% de todas as tarefas resolvidas nos capítulos de Geometria. Por um lado, há o mesmo caminho trilhado em outros livros didáticos, com temáticas diferentes, mas que se destinam ao Ensino Médio ou aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Por outro lado, existe certa contradição com o que é esperado pelos documentos oficiais e pelos próprios autores, quando defendem a Geometria como forma de compreender o mundo. Ora, para compreender o mundo bastaria olhar tarefas resolvidas que visam somente aplicação direta de fórmulas e uso de procedimentos?

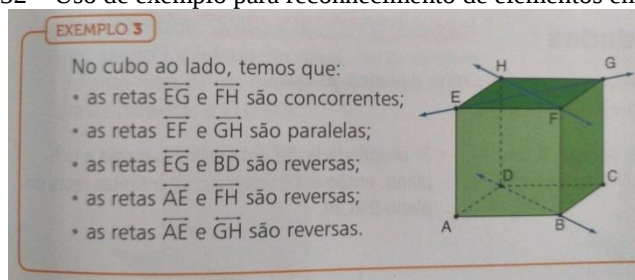
Vale destacar que os exemplos, nas duas coleções, têm o objetivo primeiro e (quase sempre) único de ‘verificar informações’ relativas aos conceitos e/ou procedimentos apresentados em seções teóricas que os antecedem. O uso mais comum está na abordagem de valores numéricos como meio de substituir coeficientes e incógnitas, conforme o que é encontrado nos capítulos destinados à Geometria Analítica (Figura 31). Mas, também percebemos que há esse uso da ‘verificação’ no que tange à Geometria Espacial de Posição, estando atrelada ao reconhecimento de elementos em sólidos geométricos (Figura 32).

Figura 31 – Uso de exemplo numérico para substituição de coeficientes.



Fonte: (Balestri, 2016c, p. 161).

Figura 32 – Uso de exemplo para reconhecimento de elementos em sólidos.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 135).

Nas figuras anteriores os enunciados dos exemplos são curtos e diretos, caracterizando uma ideia de imediata aplicação, em que reflexões sobre o que está sendo apresentado e realizado não são necessárias. Tais escritos breves podem indicar uma forma de simples aceitação por parte dos alunos, que é um aspecto central relacionado ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000; 2014), ou seja, as informações que são colocadas a respeito do contexto não são pertinentes, mas sim os seus objetivos, neste caso, o de ‘verificar informações’ do próprio conteúdo.

Entretanto, é importante dizer: não vemos como um ‘problema’ os autores assim desenvolverem seus exemplos, contudo, privilegiar essa forma em detrimento de outras (como por meio de curiosidades, relações com outras áreas, resoluções de situações semirreais ou reais etc.) torna-se uma questão crítica (risco) justamente por não permitir que os estudantes tenham contato com distintos significados para o próprio conteúdo. Em outras palavras, a ‘compreensão do mundo’ sob um olhar geométrico está sendo prejudicada por apenas pautar os exemplos em uma ‘verificação de informações’ sobre objetos puramente matemáticos.

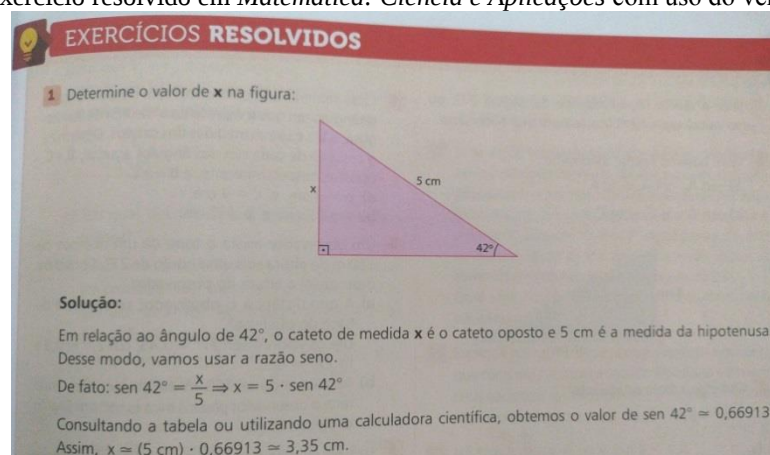
Ainda nas tarefas resolvidas, especificamente quanto aos exercícios/atividades, também identificamos semelhanças entre os enunciados abordados pelas duas coleções. Tais tarefas se aproximam dos próprios exemplos, mas têm como diferencial o fato dos autores apresentarem os modos de resolução com mais procedimentos, uma vez que eles antecedem, em sua maioria, as tarefas propostas aos estudantes. Assim, esses exercícios/atividades possuem foco no ‘processo de resolução’ ao invés de ‘verificar informações’.

Da mesma forma há um predomínio de situações que se alocam no ambiente de aprendizagem (1). Contudo, além dessa característica, o fato dessas tarefas se dedicarem a abordar como resolver certo exercício/atividade faz com que a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) acabe se sobressaindo. Ter o objetivo de incitar nos estudantes qual ‘o’ caminho para resolver uma situação inserida ao longo do livro didático caracteriza essa ideologia, pois esconde outras possibilidades e mostra a certeza de que com a Matemática é possível encontrar a solução de qualquer problema que se coloque à frente do estudante.

Além disso, espera-se, como já discutimos no primeiro eixo de análise, que os alunos repitam esses mesmos processos quando as tarefas propostas surgirem nas próximas páginas dos livros didáticos, reforçando ainda mais um papel sociopolítico de submissão a ordens (SKOVSMOSE, 2008). Assim, conseguimos perceber como e de que forma essas discussões da EMC acabam se entrelaçando nos materiais, em particular nas tarefas resolvidas e propostas, constituindo um papel tradicional para esse material, que é permeado por situações puramente matemáticas, voltadas ao paradigma do exercício, reforçadas pela ideologia da certeza e com a intencionalidade de produzir uma determinada submissão dos estudantes.

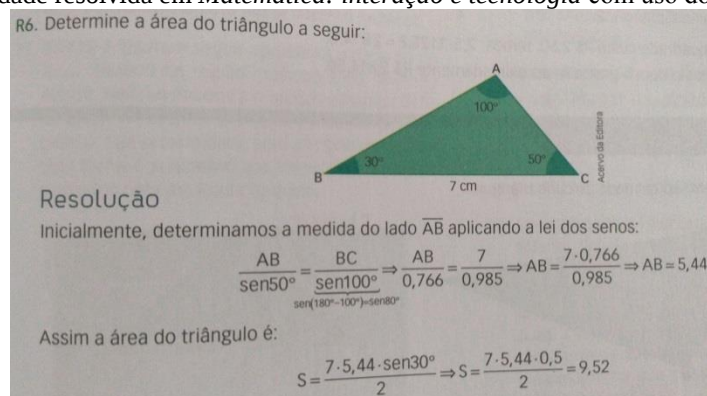
A característica mais forte desse ‘processo de resolução’ presente nos enunciados dos exercícios/atividades propostos é o uso do verbo ‘determine’ e o ‘formato de pergunta’. O primeiro é encontrado amplamente nas duas coleções e serve como base para as definições de Skovsmose (2000; 2014) a respeito do ambiente de aprendizagem (1). De fato, o que encontramos vai ao encontro dessas discussões, uma vez que o ‘determine’ molda exatamente as tarefas propostas no âmbito do ambiente (1), como podemos ver nas Figuras 33 e 34.

Figura 33 – Exercício resolvido em *Matemática: Ciência e Aplicações* com uso do verbo ‘determine’.



Fonte: Iezzi et al. (2016a, p. 221).

Figura 34 – Atividade resolvida em *Matemática: interação e tecnologia* com uso do verbo ‘determine’.



Fonte: Balestri (2016a, p. 265).

Na Figura 33 a tarefa resolvida por Iezzi *et al.* (2016a) tem uma breve análise, uma vez que para mobilizar os conceitos apresentados nas seções anteriores é importante reconhecer qual das razões trigonométricas será utilizada. Ao final, os autores realizam o procedimento para ‘determinar’ a medida do lado desconhecido do triângulo e recorrem à calculadora ou à própria tabela trigonométrica (que fica no encerramento do livro didático) como recurso auxiliar dessa solução. Na Figura 34, por outro lado, Balestri (2016a) já resolve a situação com a ‘determinação’ de um dos lados do triângulo, aplicando a lei dos senos (que é enunciada em tópico anterior) e, em seguida, utilizando o conceito de área de um triângulo qualquer soluciona a atividade.

Mesmo com diferenças entre as duas tarefas, o fato de usar o verbo ‘determine’ reforça esse papel do ‘processo de resolução’, que ora tende a ser algo mais estruturado (ou com um número maior de passos a serem seguidos) ou uma aplicação direta dos conceitos vistos anteriormente. Nos dois casos os autores presam por, na referência à matemática pura, inserir modos de solução específicos, contribuindo para um olhar estritamente fechado.

Poderíamos supor que o ‘formato de pergunta’ dos enunciados mudasse esse aspecto fechado das tarefas, mas não é o caso. Separamos nas Figuras 35 e 36 uma porção de tarefas resolvidas que seguem sequências semelhantes dentro do conjunto de perguntas relacionadas com algum conteúdo específico, respectivamente, a seção de ‘Arcos e ângulos’ (IEZZI *et al.*, 2016b) e o tópico ‘Posição relativa entre reta e plano’ (BALESTRI, 2016c).

Figura 35 – Exercícios resolvidos em *Matemática: Ciência e Aplicações* com uso do ‘formato de pergunta’.

1 Um arco mede 30° . Qual é a medida desse arco em radianos?
Solução:
Podemos estabelecer a regra de três simples:

$$\begin{cases} \pi \text{ rad} & \text{---} & 180^\circ \\ x & \text{---} & 30^\circ \end{cases}$$

Dai: $x = \frac{30^\circ \cdot \pi \text{ rad}}{180^\circ} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

2 Em uma circunferência, um ângulo central mede $\frac{\pi}{4}$ radianos. Quanto mede esse ângulo em graus?
Solução:
Podemos estabelecer a regra de três simples:

$$\begin{cases} \pi \text{ rad} & \text{---} & 180^\circ \\ \frac{\pi}{4} \text{ rad} & \text{---} & x \end{cases}$$

Assim: $x = \frac{\frac{\pi}{4} \text{ rad} \cdot 180^\circ}{\pi \text{ rad}} \Rightarrow x = 45^\circ$

3 Quanto mede, em graus, um arco de 1 radiano?
Solução:
Como π rad (ou 3,14 rad, aproximadamente) correspondem a 180° , podemos fazer:

$$\begin{cases} 3,14 \text{ rad} & \text{---} & 180^\circ \\ 1 \text{ rad} & \text{---} & x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{3,14} \Rightarrow x \approx 57,3^\circ = 57^\circ 18'$$

Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 9).

Figura 36 – Atividade resolvida em *Matemática: interação e tecnologia* com uso do ‘formato de pergunta’.

R4. Considerando os planos e as retas que contêm, respectivamente, as faces e as arestas do prisma reto de base triangular ao lado, responda:

a) Qual a reta paralela ao plano que contém a face ACFD?

b) Quais as retas concorrentes ao plano que contém a face ABED?

c) Qual a posição relativa entre $\overleftrightarrow{BC}$ e o plano que contém a face ABC?

Resolução

a) Uma reta é paralela a um plano se não possui ponto em comum com esse plano. Logo, $\overleftrightarrow{BE}$ é paralela ao plano que contém a face ACFD.

b) Uma reta é concorrente a um plano quando possui um único ponto em comum com esse plano. Logo, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{DF}$ e $\overleftrightarrow{EF}$ são retas concorrentes ao plano que contém a face ABED.

c) Os pontos B e C pertencentes à $\overleftrightarrow{BC}$ são distintos e estão contidos no plano que contém a face ABC. Logo, $\overleftrightarrow{BC}$ está contida no plano que contém essa face.

Fonte: Balestri (2016c, p. 19).

Nos dois conjuntos de tarefas resolvidas os autores presam por inserir perguntas no lugar de afirmativas, o que pode levar ao entendimento de que oportunizam aos alunos um olhar qualitativamente diferente quando fazem uso do verbo ‘determine’. No entanto, o caráter dessas perguntas segue uma linha fechada, em que as respostas esperadas aos questionamentos formulados possuem exatamente todas as informações já fornecidas nos enunciados, o que caracteriza o paradigma do exercício, neste caso na referência puramente matemática, e ainda com apelo à ideologia da certeza.

Essa discussão é importante, uma vez que os cenários para investigação, por exemplo, possuem como aspecto o fator convidativo aos estudantes, que se caracteriza justamente por questionamentos (ou perguntas). Mas, vale dizer, não são perguntas como as encontradas nas Figuras 35 e 36; elas têm o papel de fazer os alunos refletirem, tais como ‘o que acontece se...?’ (SKOVSMOSE, 2000). Sendo assim, mesmo com mudanças em torno dos enunciados das tarefas resolvidas, o objetivo central delas está na possibilidade de evidenciar aplicações diretas dos conceitos em situações específicas.

Além de ‘verificar informações’ e ter o papel de ‘processo de resolução’, as tarefas resolvidas apresentam uma variedade de verbos, ou seja, não se limitam aos ‘determine’ e nem aos ‘formato de pergunta’. Dentre os mais utilizados pelas coleções, temos ainda ‘calcule’, ‘obtenha’, ‘classifique’ e ‘represente’. Pelos dados das Tabelas 5 e 6, todos esses verbos compõem o paradigma do exercício e, dessa forma, podem estar atrelados aos ambientes (1), (3) e (5).

Esse fato, de certo modo, amplia o que Skovsmose (2000; 2014) traz em sua matriz, uma vez que os verbos no imperativo representam o ambiente (1). Não apenas encontramos que esses verbos podem fazer referência ao (3) e ao (5), como também identificamos que o

‘formato de pergunta’ é outra possibilidade para designar todos os ambientes alusivos à prática do paradigma do exercício. Desse modo, é fundamental compreender em que circunstâncias esses enunciados de tarefas resolvidas estão, para aí assim poder observar as práticas que cada uma delas oferece aos estudantes.

Abordando agora as tarefas propostas, observamos nas Tabelas 7 e 8 a seguir suas classificações à luz da matriz com os ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Percebemos que há novidades em comparação com as tarefas resolvidas, pois os autores inserem algumas nos ambientes voltados à promoção de cenários para investigação. Contudo, a grande maioria delas continua orientada ao paradigma do exercício, com referência puramente matemática.

Tabela 7 – Quantitativo de tarefas propostas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação	Total
<i>Referências à matemática pura</i>	1.083 (81,74%)	9 (0,68%)	1.092 (82,42%)
<i>Referências à semirrealidade</i>	229 (17,28%)	3 (0,23%)	232 (17,51%)
<i>Referências à realidade</i>	0 (0%)	1 (0,08%)	1 (0,08%)
Total	1.312 (99,02%)	13 (0,98%)	1.325 (100%)

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Tabela 8 – Quantitativo de tarefas propostas à luz dos ambientes de aprendizagem na coleção *Matemática: interação e tecnologia*.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação	Total
<i>Referências à matemática pura</i>	700 (81,97%)	16 (1,87%)	716 (83,84%)
<i>Referências à semirrealidade</i>	106 (12,41%)	1 (0,12%)	107 (12,53%)
<i>Referências à realidade</i>	27 (3,16%)	4 (0,47%)	31 (3,63%)
Total	833 (97,54%)	21 (2,46%)	854 (100%)

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O volume de tarefas propostas no ambiente (1), que corresponde a mais de 80% nas duas coleções, vai ao encontro do que os autores proporcionam aos alunos no que tange às tarefas resolvidas. Esse dado reforça ainda o que discutimos sobre o direcionamento da aprendizagem dos estudantes, pois ilustra o caminho aqui renomeado como ‘conceito, tarefa resolvida e tarefa proposta’, ou seja, o que se propõe como ‘processo de resolução’ acaba sendo reforçado no âmbito do direcionamento ao que os alunos precisam resolver.

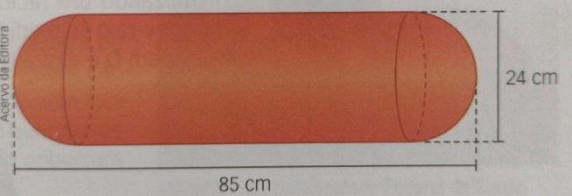
Outra vez notamos que a coleção de Balestri (2016a; 2016b; 2016c), mesmo que timidamente, tem nuances que permitem ampliar as possibilidades de práticas para o caso de tarefas propostas. No entanto, o paradigma do exercício continua imperando, uma vez que a desproporcionalidade entre ele e os cenários para investigação é notória: 97,54% contra

2,46%. Na coleção de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) essa diferença é mais larga, com 99,02% versus 0,98%.

Tais dados permitem compreender que o foco da Geometria no âmbito dessas duas coleções volta-se para o domínio de técnicas e uso de procedimentos, em detrimento das discussões sobre de que forma esses conhecimentos oportunizam uma visão ampla do próprio mundo e dos objetos que nos rodeiam. Ademais, não possibilitam que olhares limitados à operacionalização de conceitos promovam os estudantes a críticas e também reflexões que escampem do mundo ideal da Geometria, seja na referência puramente matemática ou em uma semirrealidade construída para aplicar esses mesmos conceitos.

O conteúdo dos enunciados dessas tarefas indica que os verbos no imperativo, tais como ‘determine’, ‘calcule’, ‘classifique’, ‘obtenha’ e ‘escreva’, além do já citado ‘formato de pergunta’, são característicos para designar o paradigma do exercício. É importante observar que esses verbos e formatos não são exclusivos do ambiente (1), mas têm sua predominância nele. Optamos por organizar no Quadro 8 algumas das tarefas propostas que apresentam essa não exclusividade dos verbos, trazendo como exemplo o uso do ‘determine’.

Quadro 8 – O verbo ‘determine’ nos enunciados voltados ao paradigma do exercício.

63. Ao fazer a conversão do combustível de um automóvel para GNV (gás natural veicular), uma oficina autorizada para realizar esse procedimento instalou um tanque formado por um cilindro e duas semiesferas nas extremidades, com as seguintes dimensões:  Desconsiderando a espessura do tanque, determine seu volume. $11088\pi \text{ cm}^3$	11. Determine, em graus, a soma das medidas dos ângulos internos de cada uma das faces do: a) dodecaedro regular. 540° b) icosaedro regular. 180° Fonte: Balestri (2016c, p. 45). 47. A Lua é o satélite natural da Terra, e descreve uma órbita aproximadamente elíptica em torno dela. A Terra fica localizada em um dos focos da órbita elíptica da Lua, e o eixo maior da órbita tem medida igual a cerca de 120 raios da Terra, e a excentricidade é cerca de 0,0549. a) Determine a distância mínima e a distância máxima entre a Lua e a Terra durante a sua trajetória. aproximadamente 56,7 raios da Terra; aproximadamente 63,3 raios da Terra ► Nos estudos de astronomia, essa distância mínima é chamada perigeu, e a distância máxima, apogeu. b) Determine, em raios da Terra, a medida do eixo menor da elipse da trajetória da Lua. aproximadamente 119,8 raios da Terra Fonte: Balestri (2016c, p. 211).
--	---

Fonte: Organizado pelo autor (2022).

Nos três enunciados o verbo ‘determine’ designa que independente da referência, ou seja, se matemática pura, semirrealidade ou realidade, o foco das tarefas propostas está na

busca por encontrar valores específicos, em que já são dadas informações exatas e suficientes aos alunos. Assim, não cabem discussões alusivas ao que é mencionado pelos autores, basta que sejam realizadas as operações já explicitadas em seções/tópicos anteriores. Nesse sentido, inferimos que não é suficiente categorizar as tarefas pelos ambientes de aprendizagem de forma apenas quantitativa, mas sim de maneira também qualitativa, visto que há semelhanças importantes em situações que são classificadas como distintas (em termos das referências).

Portanto, a partir desse olhar à luz dos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014) especificamente nas tarefas resolvidas e propostas, há uma possibilidade analítica bastante interessante, que permite investigar até que ponto há essa variedade de práticas, mas ao mesmo tempo, ampliar esse olhar e inquerir em que medida essa variedade não é pouco significativa dependendo da forma com que são elaborados seus enunciados. Em outras palavras, pesquisar os livros didáticos sob uma visão para as distintas formas de organização da sala de aula – que se traduz nos ambientes de aprendizagem – oportuniza que características quantitativas (divisão das tarefas pela matriz, por exemplo) e qualitativas (por exemplo, quais verbos são utilizados) sejam percebidas e, além disso, que alternativas possam ser pensadas para contornar os achados, tanto pelos autores quanto pelos professores e alunos.

Em resumo, o que encontramos sobre as tarefas resolvidas e propostas, no âmbito dos capítulos de Geometria, permite dizer que elas, em grande parte, destinam-se à redução dessa temática num compilado de conceitos facilmente aplicados em objetos da matemática pura, que têm apenas a pretensão de mencionar situações semirreais e reais, numa clara busca pela fabricação de dados. Logo, a Geometria acaba se dedicando ao determinismo das fórmulas apresentadas pelos autores, sendo guiada por um poder formatador (SKOVSMOSE, 1994; 2001) traduzido em enunciados presentes nos livros didáticos.

Vale destacar que nos eixos anteriores encontramos alternativas interessantes aos achados discutidos acima, tais como a possibilidade de desafiar ideologia da certeza por meio das relações com outras áreas do conhecimento, a promoção de ideais democráticos em situações que permitem o desenvolvimento da cidadania crítica e a presença inicial de cenários para investigação, oferecidos em partes específicas dos materiais, como os quadros ‘Pense nisto’. Contudo, no âmbito das tarefas esse panorama não ganha força, deixando aos alunos e, também, ao professor, situações fechadas e que pouco contribuem para o exercício da crítica e da reflexão sobre o conhecimento matemático e suas implicações além da temática da Geometria.

Diante disso, podemos perceber que a partir da autoridade conferida ao livro didático, como discutem Alrø e Skovsmose (2010), o absolutismo burocrático em sala de aula pode se

fazer presente por meio dos materiais analisados. Tal autoridade ocorre diante das correções que são estabelecidas pelos livros. Frente ao que identificamos com a presença de tarefas resolvidas seguidas pelas propostas, há essa intenção de, indiretamente, promover certa correção de possíveis erros, uma vez que o ‘processo de resolução’ está em jogo nas primeiras tarefas e, de forma subsequente, permeará todas as tarefas propostas que necessitam de ‘determinismos’ por parte dos estudantes.

Nesse sentido, os autores dos livros didáticos acabam apontando balizas que podem limitar o pensamento dos alunos, num horizonte já pré-definido entre o que é mencionado e o que deve ser realizado. Essas menções e realizações vêm à tona com a presença dos verbos que caracterizam o paradigma do exercício, como ‘determinar’, ‘calcular’, ‘classificar’, ‘obter’ e ‘escrever’, sendo escritos na forma imperativa e impossibilitando outras maneiras de raciocinar dos estudantes. Assim, podemos caracterizar esses aspectos como um tipo de ‘poder formatador do enunciado matemático’, que é encontrado nas tarefas resolvidas e propostas, sendo destinado ao cumprimento de certas regras observadas durante o ‘processo de resolução’.

O poder formatador da Matemática, como explicitado por Skovsmose (1994; 2001), guarda relação com as tecnologias e as modelagens em torno de aspectos da realidade. Já identificamos no segundo eixo que esse poder influencia os livros didáticos a partir das abstrações pensadas e realizadas, que são unidas pela formalização de uma linguagem geométrica. Para dar significado ao ‘poder formatador do enunciado matemático’, por outro lado, convém dizer que ele se une, da mesma forma, ao absolutismo burocrático, pois como trazem Alrø e Skovsmose (2010, p. 26), “[...] o professor de matemática numa aula absolutista está impedido de mudar o fato de que os alunos têm que fazer certos tipos de exercício e que as fórmulas que eles têm que usar são aquelas escritas no alto da página [...]”, ou as que são colocadas em seções/tópicos anteriores nos livros didáticos.

Este poder formatador, específico para os enunciados das tarefas, acaba formalizando uma comunicação que pode ocorrer em sala de aula a partir de um material elaborado, entre outras funções, para ser instrumento da prática pedagógica dos professores e contribuir com os processos de aprendizagem dos estudantes (CHOPPIN, 2004; LAJOLO, 1996). Como a comunicação é um fator importante na discussão sobre os ambientes de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010; SKOVSMOSE, 2000; 2014), a forma empregada nas articulações entre as tarefas resolvidas e as tarefas propostas indica que o absolutismo compõe o ‘poder formatador do enunciado matemático’, quando alusivo ao paradigma do exercício,

independente de qual referência seja tomada como pano de fundo para tal prática, mas com predominância para a matemática pura e a semirrealidade⁷⁶.

A ligação entre qualidades de comunicação e qualidades de aprendizagem é o que Alrø e Skovsmose (2010) discutem, apresentando para isso a importância da abordagem investigativa. Os autores defendem uma comunicação baseada no diálogo, de maneira que as aprendizagens possam ter um viés crítico, sobretudo no que tange ao desenvolvimento da matemática, vista como competência que vai além da compreensão dos conhecimentos que a Matemática oferece. Logo, faz-se necessária uma discussão das aplicações desses conhecimentos e da inerente importância de refletir sobre essas mesmas aplicações, de maneira que qualidades de aprendizagem crítica sejam ofertadas aos estudantes.

O aceite ao convite, característica básica dos cenários para investigação, depende de alguns fatores, tais como a sua natureza, a apresentação realizada pelo professor e o momento que os estudantes estão quando ele é formulado (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010; SKOVSMOSE, 2000). Sendo assim, defendemos que as possibilidades de apresentar convites a investigações também dependem dos autores dos livros didáticos, bem como das propostas curriculares em vigência e dos editais do PNLD. Como os dados das Tabelas 7 e 8 mostram, há essa oferta de convites em tarefas propostas aos alunos e, portanto, existe certa abertura de um contraponto ao paradigma do exercício, porém em quantidade claramente desproporcional.

A comunicação na forma de diálogo é a defesa que Alrø e Skovsmose (2010) fazem sobre as abordagens investigativas, pois justamente põe em cheque a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). Ao deixar um ambiente aberto e que envolve os estudantes na busca por explorações e explicações, os cenários para investigação enriquecem o diálogo em sala de aula e permitem que outras qualidades de aprendizagem sejam oferecidas aos estudantes, evidenciando um desafio à certeza promovida pela Matemática e suas aplicações.

Além disso, vale destacar que a correção dos erros tem estreita relação com essa ideologia, porque ajuda a suportar o discurso da certeza matemática na busca por verdades absolutas, ou seja, corrigir os erros é uma característica de alcançar a verdade. Ao enxergar a mudança de comunicação do paradigma do exercício (padrão sanduíche de comunicação) aos cenários para investigação (diálogo) (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010), o rompimento da

⁷⁶ Vale destacar que o ambiente (5), referente à realidade, permite que algumas discussões sobre o contexto do enunciado sejam realizadas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010; SKOVSMOSE, 2000; 2014). Contudo, no âmbito das situações encontradas nos materiais, são raros os momentos em que isso é possível.

ideologia da certeza é uma possibilidade e pode se fazer presente nos livros didáticos quando há alterações nas formas de escrever enunciados de tarefas propostas aos alunos (Quadro 9).

Quadro 9 – Diferentes enunciados que indicam cenários para investigação em tarefas propostas.

3 Dois triângulos retângulos distintos possuem um ângulo de 48° e lados com medidas proporcionais. É correto afirmar que eles são semelhantes? Explique.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016a, p. 196).

18. (UEM-PR) Um brinquedo eletrônico tem um disco de 10 cm de raio, e esse disco possui 5 pontos igualmente distribuídos em seu bordo e numerados de 1 a 5 no sentido horário. Uma esfera magnética movimenta-se na borda desse disco. Quando posicionada em um ponto de número ímpar, movimenta-se para o próximo número, em sentido horário; e quando posicionada em um ponto de número par, movimenta-se dois números também em sentido horário. Em relação ao exposto, julgue os itens em verdadeiro ou falso.

verdadeiro: b, d, e; falso: a, c

a) Se a esfera é inicialmente colocada no ponto de número 5, com 1 000 movimentos, a esfera irá parar no ponto de número 2.

b) Se a esfera começa na posição 1, com dois movimentos, o ângulo do maior arco compreendido entre a posição 1 e a posição final, em relação ao centro do disco, em radianos, mede $\frac{6\pi}{5}$.

c) Se a esfera começa na posição 2, com 3 movimentos, o caminho total que a esfera percorre mede 10π cm.

d) Se a esfera não inicia na posição 5, então ela nunca passará por essa posição.

e) Qualquer que seja a posição em que a esfera seja inicialmente colocada, ela sempre passará pela posição 4.

Fonte: Balestri (2016b, p. 22).

Na busca desordenada por recursos naturais, terras agricultáveis, novos lugares para a construção de cidades e estradas etc., muitas florestas naturais já foram destruídas. Converse com os seus colegas e professores a respeito da relação entre o desmatamento e a ocupação desordenada da terra.



É, DONA MORETE, PRINCE QUE ACABOU RACHADO ALI E IRÁB PERIGOZO QUE A SUA FORÇA!

SQUSA, Mauricio de. Portal Turma da Mônica. Disponível em: <www.monica.com.br>. Acesso em: 20 jun. 2013.

Fonte: Balestri (2016c, p. 53).

Fonte: Organizado pelo autor (2022).

A partir de verbos como ‘explique’, ‘julgue’ e ‘converse’, podemos perceber que existe uma mudança no modo de produzir algum enunciado. Nesses casos, não cabe mais a ideia de ‘determinismo’, que recorre ao uso dos procedimentos abordados em seções/tópicos anteriores como uma simples aplicação dos conceitos em situações fechadas. Os enunciados, agora, transformam essas características em possibilidades de convites a investigação e, inerentemente, convites para críticas e reflexões, pois os conceitos abordados são meio e não fim; logo, ocorre a oportunidade de discussões em torno da matemática pura, da semirrealidade e da realidade ganharem novos ares.

Consideramos que esses novos ares são alternativas para o ‘poder formatador do enunciado matemático’, mas assim como identificaram alguns pesquisadores na revisão de literatura (capítulo 3), será na escola e com o uso que professor e alunos fazem dos livros didáticos que elas serão efetivadas. Não nos esquecemos dos apontamentos de Lajolo (1996) para essa situação:

Muitas vezes, o livro didático é inadequado pela irrelevância do que diz, pela *monotonia dos exercícios que propõe*, pela *falta de sentido das atividades que sugere*. Nesta situação, *cabe ao professor substituir exercícios e atividades*, ou simplesmente apontar a irrelevância do tópico. Substituição e comentário serão educativos, na medida que estarão *fazendo o aluno participar*, de forma consciente, de uma *situação de leitura crítica e ativa de um texto* (LAJOLO, 1996, p. 8, grifos nossos).

A autora ainda menciona que independente da qualidade dos livros didáticos, estes não poderiam substituir o professor, pois ele é o sujeito que conhece seus estudantes, que tem consciência sobre suas dificuldades e que percebe quais exercícios guardam mais relação com a sua sala de aula (LAJOLO, 1996). Logo, para modificar o que está posto e, também, formatado, faz-se necessária uma posição que amplie os conhecimentos geométricos, transformando as situações da prática voltada ao paradigma do exercício em possibilidades de cenários para investigação, onde o diálogo é meio para produzir significados qualitativamente diferentes do ‘determinismo’, oportunizando uma visão que coloque em perspectiva os distintos modos de pensar, utilizar, aplicar, desenvolver etc. o conhecimento ofertado pelo livro didático aos estudantes.

Assim, diante de algumas tarefas exemplificadas no Quadro 9, podemos dizer que há alternativas sendo oferecidas aos alunos, mas que apenas passarão por um processo de convite a estes sujeitos quando, em sala de aula, houver o diálogo também entre o autor do livro didático e o professor, que juntos precisam ter o foco na promoção da aprendizagem dos estudantes (LAJOLO, 1996). Tal aprendizagem poderá ser crítica, no sentido da EMC, no momento de trabalho com essas tarefas mais abertas, que permitem explorar caminhos diferentes e que não são pré-definidos por um ‘processo de resolução’ dado anteriormente. Ademais, terá esse viés, também, quando uma postura que se dirige ao movimento da reflexão esteja presente nas intenções colocadas para os processos de ensino e de aprendizagem.

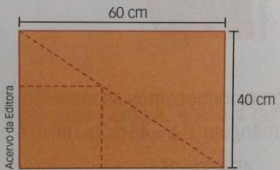
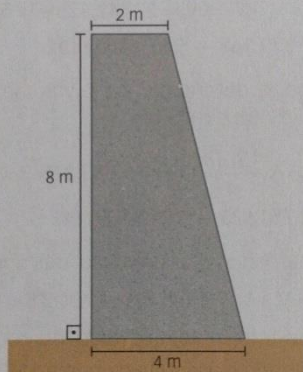
No que tange às classificações das tarefas pelos ambientes de aprendizagem (Tabelas 5, 6, 7 e 8), consideramos ser pertinente investigar algumas fragilidades em torno desse processo analítico. É importante pontuar que, assim como Skovsmose (2000) discute, as linhas que separam o paradigma do exercício dos cenários para investigação e as que separam as distintas referências, possuem certa ‘espessura’ e fluidez. Desse modo, a matriz não deve

ser vista enquanto estrutura rígida das práticas que ocorrem em sala de aula, mas sim como uma oportunidade de lançar um olhar abrangente sobre o que pode acontecer e o que pode ser feito de diferente nas aulas de Matemática.

Em nossa investigação das tarefas à luz dos ambientes, notamos que analisar os enunciados torna-se um trabalho por vezes desafiador. Isso ocorreu nas mudanças entre as referências da matemática pura e semirrealidade, no âmbito do paradigma do exercício, e entre algumas das referências que são voltadas aos cenários para investigação. Esse desafio foi proeminente nas classificações das tarefas propostas entre os ambientes (1) e (3), que são justamente os mais encontrados nos dados da pesquisa, mas também em outras investigações semelhantes, como observado no terceiro capítulo da dissertação.

A diferença entre esses dois ambientes está na referência à matemática pura e à semirrealidade, dentro do paradigma do exercício. Como já dissemos, o (1) tem foco na abordagem repetitiva de técnicas e algoritmos, sendo que os verbos no imperativo os caracterizam enquanto uma estrutura fechada com objetivo de determinar valores para certas situações. O (3), por outro lado, inclui a combinação dos conceitos matemáticos com objetos artificiais, possibilitando a criação de contextos apenas para descrição de dados necessários e suficientes para a resolução da tarefa. Porém, os verbos no imperativo não são uma exclusividade do primeiro ambiente e, de igual modo, o fato de relacionar objetos com conceitos abstratos pode sofrer algumas variações importantes (Quadro 10).

Quadro 10 – Tarefas da semirrealidade.

19. (UFTM-MG) Uma placa retangular, de 60 cm por 40 cm, será inicialmente recortada ao longo de uma de suas diagonais e, em seguida, ao longo de duas direções paralelas aos seus lados, de modo a se obter um quadrado, conforme indicado na figura.  A razão entre as medidas da área do quadrado recortado e da área total da placa, nessa ordem, é de: a a) $\frac{6}{25}$ b) $\frac{8}{25}$ c) $\frac{9}{25}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{3}{5}$ Fonte: Balestri (2016c, p. 52).	44. Determine o volume total de uma barragem com 50 metros de comprimento que ao ser seccionada perpendicularmente ao solo resulta na figura abaixo. 1.200 m³  Fonte: Balestri (2016c, p. 64).
22 Um objeto percorre 8 m ao ser solto sobre um plano inclinado que forma um ângulo de 60° com a horizontal do solo. Determine a altura, em relação ao solo, da qual o objeto foi solto. Fonte: Iezzi et al. (2016a, p. 226).	8 Um andarilho caminhou 7 536 m, em uma pista circular de 40 m de raio. Quantas voltas ele deu na pista? Considere $\pi \approx 3,14$. Fonte: Iezzi et al. (2016b, p. 12).

Fonte: Organizado pelo autor (2022).

Nas tarefas escolhidas para compor o Quadro 10, identificamos algo semelhante a discussão sobre pretextos do segundo eixo, ou seja, alguns contextos são utilizados pelos autores apenas para promover outras referências com objetos reais (ou que podem ser reais), mas no ponto central do que se propõe com determinada tarefa, bastaria substituí-las por situações puramente matemáticas. Nesse quadro, percebemos que a semirrealidade é o que caracteriza cada tarefa, por isso assim foram classificadas. No entanto, questionamos em que medida essa semirrealidade é a melhor forma para explicitar os aspectos presentes nos enunciados, uma vez que neles apenas são encontrados dados alusivos a certos objetos que poderiam muito bem funcionar como objetos de um mundo externo ao físico.

Em teoria, a semirrealidade presente em ambientes de aprendizagem se sustenta pelo fato de que há uma referência puramente matemática e outra da realidade, e que no âmbito de se pensar em aplicações ou no desenvolvimento de contextualização da Matemática para o ensino, há recortes possíveis que podem enfatizar aspectos de cada uma dessas referências. Logo, é possível dizer sobre a semirrealidade como um arcabouço para produzir situações fictícias, mas que conferem qualidades exclusivamente matemáticas (conceitos, por exemplo) com qualidades de objetos reais, constituindo uma referência nova. Contudo, vale dizer que, nessa referência, o interesse está em produzir contextos que funcionam para um determinado fim: aplicar conhecimentos matemáticos de maneira que haja possibilidades de ‘encaixar’ a Matemática em uma variedade de casos possíveis.

No Quadro 10, esses casos se traduzem, nos enunciados das tarefas, como simplesmente uma ‘troca de expressões’, em que parte de certa placa, espaço de uma barragem, objeto que é solto e alguém que caminha em círculos traz qualidades para, respectivamente, razões entre quadrado e retângulo, volume de sólido, relações trigonométricas e comprimento de arcos. Portanto, ao trazer um discurso que apenas qualifica a realidade em termos puramente descritivos de fatos que escondem uma intencionalidade por produzir dados para aplicar exatamente os conceitos geométricos mencionados, podemos compreender que há uma espécie de referência à ‘matemática pura camuflada’.

Dizemos sobre essa ideia de ‘camuflar’, porque a intenção das tarefas é clara: produzir contextos de modo que os alunos apenas apliquem os conceitos estudados. Nesse sentido, por que os autores prezam por fazer referência a alguns objetos da realidade, quando na verdade ocorre apenas a ‘troca de expressão’ no enunciado diante de algum objeto matemático? Não seria esperado que os estudantes realizassem os mesmos procedimentos para atender esse objetivo de aplicação, sendo uma placa ou um retângulo, por exemplo? O que há nessas situações semirreais para que a referência puramente matemática não seja suficiente?

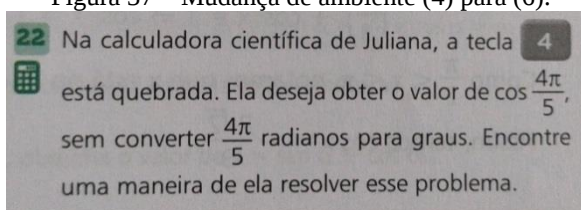
Acreditamos que em nossa investigação apenas hipóteses podem ser formuladas, uma vez que pelo fato de não estarmos analisando a prática em sala de aula fica inviável propor respostas ou discussões para os questionamentos anteriores. Temos assim, por hipótese, que não existem diferenças entre resolver uma tarefa puramente matemática e outra como as que se encontram nos moldes dos exemplos do Quadro 10. Ou seja, a ‘troca de expressões’ realizada pelos autores tem o objetivo único de promover outras referências além da Matemática, permitindo que haja uma diversificação nas propostas de tarefas, mas apenas com o intuito de lançar mão do que documentos oficiais curriculares indicam, tais como os que apresentamos no primeiro capítulo no âmbito da importância da contextualização.

Enxergamos que a ideia de ‘camuflar’ um enunciado, que é puramente matemático em algo semirreal, promove na prática o que se propõe como contextualização para o ensino de Matemática, porém de uma forma superficial. Mesmo que na semirrealidade Skovsmose (2000; 2014) considere as perdas de sentidos e de discussão do próprio contexto criado pelo autor (o que pode ser visto como a operacionalização da realidade virtual (SKOVSMOSE, 2007)), na ‘camuflagem’ do enunciado essa perda é ainda mais forte, pois claramente a tarefa foi pensada apenas para atender uma demanda que é exigida pelos documentos e pelo PNLD.

Por outro lado, há uma potencialidade interessante quando da classificação entre tarefas nos ambientes (2) e (6) e entre o (4) e o (6), que foi outro desafio encontrado por nós para essa análise à luz da matriz proposta por Skovsmose (2000; 2014). Os dois casos de classificação decorrem justamente em propostas dos autores dos livros didáticos que são pouco encontradas nos materiais e, desse modo, podem ressoar como possibilidades pontuais para desenvolver cenários para investigação qualitativamente diferentes, visto que abordam as três referências elencadas na matriz.

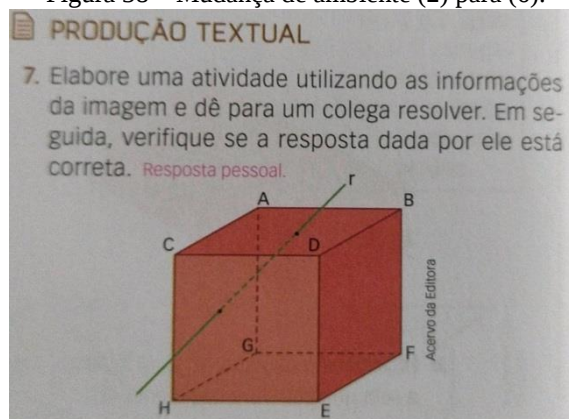
As propostas mencionadas são, para o caso de *Matemática: Ciência e Aplicações*, quando os autores abordam tarefas que pedem o uso da calculadora para a resolução. Apenas duas tarefas são encontradas nessa coleção, em que existe a indicação de cenários para investigação na referência à semirrealidade e que têm possibilidade para se referir à realidade; trazemos uma delas na Figura 37, visto que são semelhantes. Já as encontradas em *Matemática: interação e tecnologia* são tarefas em que o autor classifica como ‘produção textual’ e, em sua maioria, permitem observar a mudança entre o ambiente (2) e (6), como exemplificamos na Figura 38.

Figura 37 – Mudança de ambiente (4) para (6).



Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 27).

Figura 38 – Mudança de ambiente (2) para (6).



Fonte: Balestri (2016c, p. 16).

No caso da Figura 37, vemos que a situação é uma semirrealidade explícita, pois existe uma personagem que está usando uma calculadora. Ainda trata-se de um cenário para investigação visto que os estudantes não têm apenas um modo de resolver a tarefa. Porém, por que tal enunciado pode provocar uma mudança para o ambiente (6)? Ao pensar que os autores indicam o uso da calculadora para resolver a tarefa e, imaginando que os alunos tenham esse recurso em mãos, podemos supor que eles próprios estarão dentro de uma possibilidade para encontrar caminhos diversos de resolução. Não somos capazes de ‘controlar’ as teclas pressionadas por eles. Agora, são os estudantes que assumem (caso aceitem o convite para explorar a situação) o controle do seu processo de aprendizagem.

Diante disso, entendemos que agora pode haver uma classificação dessa tarefa como alusiva à realidade, dentro do cenário para investigação. O que Iezzi *et al.* (2016b) propõem parte de um ambiente construído por eles, ou seja, é uma realidade virtual. Entretanto, o fato de que os alunos resolverão a tarefa com suas próprias calculadoras e estarão livres para indicar seus caminhos de resolução permite a visibilidade da frágil separação entre as duas referências. No caso dessa situação da Figura 37, os alunos assumem um papel de resolverem, mas ao mesmo tempo também mostram como a personagem da situação a resolveria. Logo, indicamos que há outra referência localizada entre a semirrealidade e a realidade, entendida aqui como referência a situações ‘possivelmente reais’, no âmbito dos livros didáticos.

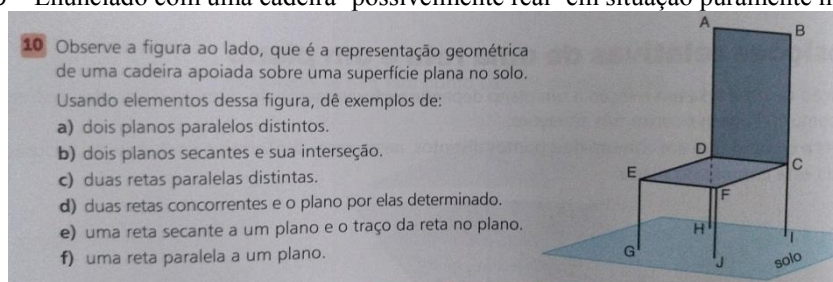
Já na Figura 38 Balestri (2016c) sugere que a tarefa seja uma ‘produção textual’. Como trouxemos na seção 5.1 (Quadro 6), esse tipo de atividade, conforme o nome já prevê, aborda as tarefas em que aos alunos sejam oportunizadas ações de produzir algum texto, o que de certo modo amplia o repertório exigido deles, visto que as outras atividades têm foco na resolução cujo formato é para apresentar valores numéricos e/ou algébricos. De maneira específica, a ação resultante dessa produção textual será de uma tarefa destinada ao colega de turma, em uma situação que abarca apenas a matemática pura (a imagem do cubo caracteriza essa referência).

A mesma justificativa para o caso da Figura 37 é a dada para a Figura 38. A diferença agora está na mudança entre o ambiente (2) e o (6). Não podemos antever qual será a proposta elaborada pelos alunos: eles podem produzir uma atividade voltada apenas à realização de operações indicadas anteriormente pelo autor do livro; ou ainda podem criar uma tarefa que fuja do escopo somente visual. Além disso, como o colega de turma perceberá a atividade proposta? De que forma tal atividade será resolvida? Como será avaliada? Essas e outras perguntas ajudam a compreender, mais uma vez, referências a situações ‘possivelmente reais’.

Por meio desses achados, entendemos que há nos livros analisados potencialidades para as aulas de Matemática, em particular quando envolverem os conteúdos de Geometria. Vale destacar que a ideia por trás dos ambientes de aprendizagem está no ‘passeio’ pelas diferentes formas de organização da sala de aula (SKOVSMOSE, 2000; 2014) e, por conta disso, os cenários para investigação, apesar de ricos em diálogos e explorações por parte dos alunos, não devem substituir completamente as práticas tradicionais oriundas do paradigma do exercício. No entanto, pela desproporcionalidade encontrada nos materiais, acreditamos sim que há potencialidades nessas mudanças de referência no que tange cenários para investigação, por isso nosso posicionamento quanto esse destaque para os desafios de classificar as tarefas pela matriz.

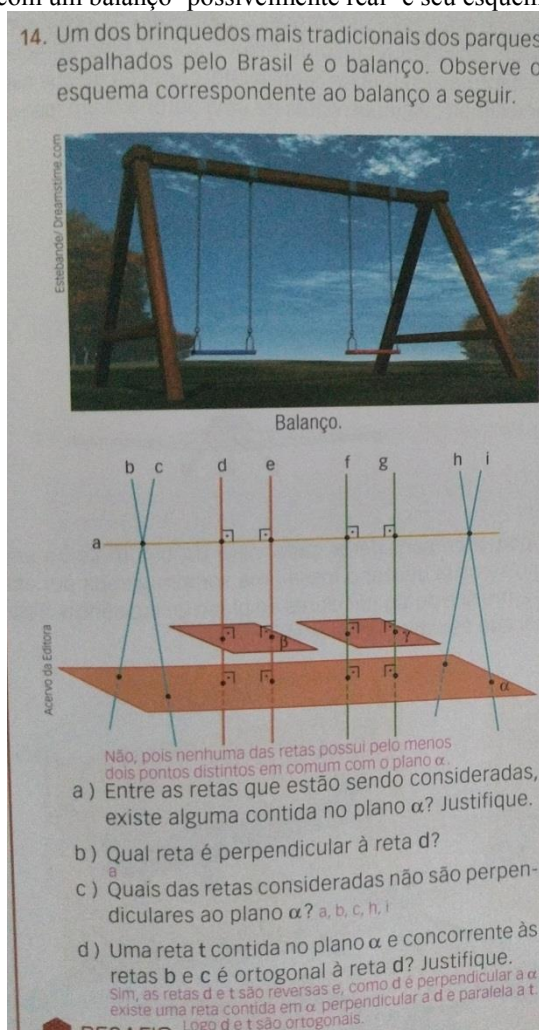
Para finalizar essa discussão em torno dos ambientes de aprendizagem, trazemos casos pontuais que foram encontrados nas coleções. Esses casos ajudam a ilustrar que há situações ‘possivelmente reais’ em práticas do paradigma do exercício. Tais situações se aproximam dos modelos geométricos discutidos anteriormente, mas apresentam ideias fechadas e que não permitem explorações além de respostas sim ou não. Na Figura 39, por exemplo, é destacado um enunciado que traz a representação geométrica de uma cadeira e, na Figura 40, temos a representação de um balanço, em que há tanto a fotografia (possivelmente real) e o esquema que traduz a foto para a matemática pura.

Figura 39 – Enunciado com uma cadeira ‘possivelmente real’ em situação puramente matemática.



Fonte: Iezzi *et al* (2016b, p. 134).

Figura 40 – Enunciado com um balanço ‘possivelmente real’ e seu esquema puramente matemático.



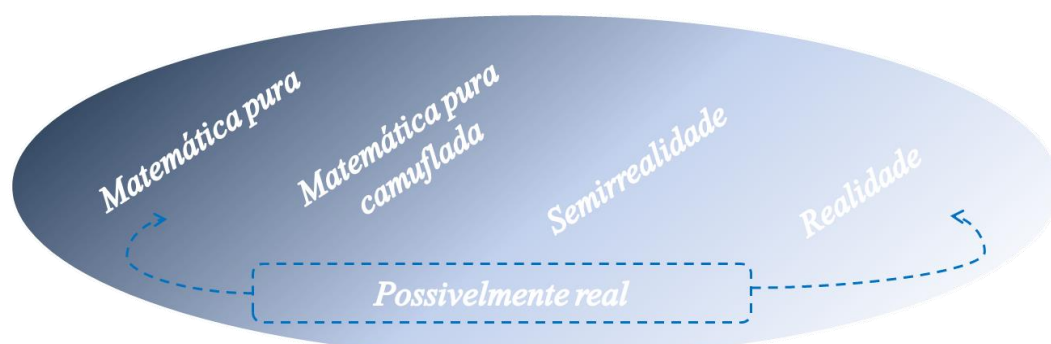
Fonte: Balestri (2016c, p. 27).

Em ambas as figuras o foco dos autores nos enunciados das tarefas permite que apenas respostas específicas sejam dadas, mesmo que mais de uma seja possível, como nos itens da Figura 39. Nesse sentido, claramente ambas fazem alusão ao paradigma do exercício. O modo de produzir enunciados que tomam como referência objetos reais e, além disso, permitir que modelos sejam confeccionados para essa representação, indica que há essa possibilidade de trazer a realidade. A imagem do balanço e o esquema da cadeira referem-se aos objetos

concretos e, ademais, podem estar presentes no cotidiano imediato dos estudantes. Logo, uma classificação rígida pelas distintas referências da matriz dos ambientes de aprendizagem é inviável.

Com essas considerações relacionadas aos desafios pela classificação das tarefas propostas pelos autores dos livros didáticos à luz da matriz de Skovsmose (2000; 2014), sobretudo em termos das oportunidades de enquadrá-las nas referências, produzimos uma ampliação destas, conforme exposto na Figura 41.

Figura 41 – Ampliação das referências usadas pelos ambientes de aprendizagem.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Na Figura 41 inserimos duas novas referências: ‘matemática pura camuflada’ e ‘possivelmente real’. A primeira é encontrada entre a matemática pura e a semirrealidade, sendo usada para ampliar e, ao mesmo tempo, esconder um contexto puramente matemático revestido de artificialidade. A segunda perpassa todas as referências, uma vez que versa sobre possibilidades de ‘trocar’ a matemática pura e a semirrealidade pela realidade; a ideia de usar as linhas pontilhadas também segue esse aspecto, além de inserir essa nova referência como algo mais transversal.

Propomos uma diferença nas cores da Figura 41, pois entendemos que há uma gradação entre tarefas localizadas nas referências à matemática pura, que passam pela ‘matemática pura camuflada’ e pela semirrealidade, até atingir a realidade, compreendendo esta como mais difusa e rica em possibilidades, mas também incertezas (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Uma ideia semelhante a esta foi proposta por Biotto Filho (2008), quando faz a articulação com a matriz dos ambientes e as noções de zona de conforto e zona de risco. Para o autor, por exemplo, adentrar em cenários para investigação à luz de uma realidade pode ser um risco para o professor, devido incertezas que fogem ao esperado; porém, ambientes como o (1) e o (3) acabam tornando-se zonas de conforto, uma vez que as discussões e o foco dado pelo docente estão planejados previamente.

Consideramos que as distintas referências abarcadas pela Figura 41 podem ser discutidas tanto no paradigma do exercício quanto em cenários para investigação. Vale enfatizar que ampliamos as referências dos ambientes de aprendizagem, e não especificamente de alguma prática, ou seja, de paradigma ou cenário, por isso nossa opção por não reestruturar o quadro já apresentado por Skovsmose (2000; 2014). Nesse sentido, pelo que se mostrou nos dados, apenas a ‘matemática pura camuflada’ quando alusiva ao cenário para investigação não foi encontrada. Acreditamos que não é difícil imaginar o que poderia ocorrer num ambiente com essas características. Por exemplo, os alunos podem fazer explorações e buscar explicações de algum fato matemático que ocorre somente dentro da própria Matemática, mas atrelado a isso realizar a ‘troca de expressões’ para produzir um ambiente com aspectos semirreais.

Portanto, consideramos até aqui que uma ampliação nas distintas referências dos ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000; 2014) pôde estar presente na análise das tarefas, mas justamente por figurar a partir de desafios quando das suas classificações à luz da matriz. Entendemos que essa ampliação faz alusão aos dados encontrados nesta pesquisa e, assim como há subjetividades importantes diante do que é investigado, outros pesquisadores que possuem focos semelhantes podem identificar aspectos diferentes.

A análise dos enunciados permitiu que um olhar específico para as tarefas propostas fosse empregado. Esse olhar oportunizou uma interpretação sobre os diferentes tipos de tarefas, tendo como destaques as que compõem ‘desafios’ e outras para o trabalho ‘em grupo’, estas últimas encontradas apenas na coleção de Balestri (2016a; 2016b; 2016c).

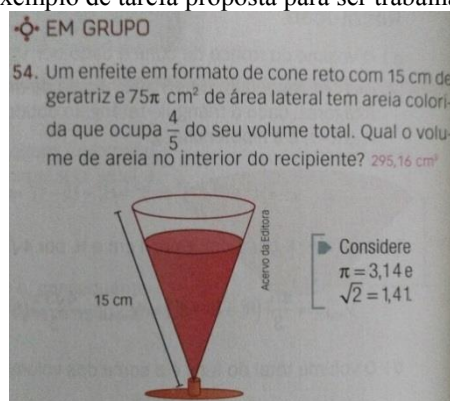
Carreta (2017) considerou em sua pesquisa que as propostas dos autores de livros para realização de atividades em dupla e/ou grupo contribuem para a democracia. Segundo a autora, mesmo que haja essas atividades, elas são raras para o desenvolvimento da competência democrática (SKOVSMOSE, 1994; 2001). Esta competência se refere ao julgamento que as pessoas irão fazer diante dos resultados e das consequências de quem está no poder. Ela é fundamental para uma avaliação e, igualmente, para uma participação em qualquer sociedade democrática.

Em todas as tarefas de Geometria que analisamos, apenas cinco traziam o destaque de serem ‘em grupo’ (BALESTRI, 2016a; 2016b; 2016c). Vale dizer que em ambas as coleções a perspectiva de trabalho em grupo é colocada, sendo discutida pelos autores como uma abordagem importante para que os alunos possam “[...] vivenciar valores como respeito, responsabilidade, cooperação e honestidade, praticando um exercício de alteridade” (IEZZI *et al.*, 2016a, p. 305), além de terem “[...] a oportunidade de argumentar acerca de suas opiniões,

discutir diferentes estratégias e soluções, expor suas ideias, bem como ouvir a opinião dos demais integrantes do grupo” (BALESTRI, 2016a, p. 297). Entretanto, a grande parcela de seções e tópicos dos livros que apresentam essa perspectiva não está nas tarefas propostas, o que é evidenciado pelo baixo número destas⁷⁷.

Compreendemos, por outro lado, que dentre as tarefas ‘em grupo’ encontradas, nenhuma delas permite uma discussão aprofundada sobre os valores pontuados acima. Além disso, não enxergamos em nenhuma delas motivos para serem desenvolvidas em grupo. Isto, porque ao analisarmos as demais tarefas propostas não identificamos diferenças significativas nos enunciados das atividades ‘em grupo’ em relação ao restante das atividades, no que tange a coleção *Matemática: interação e tecnologia*. Para exemplificar, trazemos na Figura 42 uma tarefa proposta pelo autor para ser trabalhada ‘em grupo’.

Figura 42 – Exemplo de tarefa proposta para ser trabalhada ‘em grupo’.



Fonte: Balestri (2016c, p. 106).

Diante desses dados, consideramos que uma perspectiva de desenvolvimento da competência democrática não é uma pauta das tarefas presentes em livros didáticos, quando estas explicitamente tencionam o trabalho em grupo. Entendemos que, por exemplo, a situação da rampa de acessibilidade, discutida na seção 5.3, permite o desenrolar dessa competência, contudo em uma esfera que não pretende desenvolver atividades entre um conjunto de estudantes, mas que pode ser assim caso o professor deseje. Inclusive, pelas perspectivas que os autores dos livros assumem, essa situação específica envolve valores e ideais democráticos, tais como respeito, responsabilidade, exposição de ideias etc.

Em relação às tarefas que são ‘desafios’, as coleções trazem que elas têm um “[...] caráter desafiador em razão de seu nível de complexidade ou estratégia de resolução” (BALESTRI, 2016b, p. 245) e proporcionam aos alunos “[...] uma oportunidade de vivenciar

⁷⁷ Consideramos que algumas dessas perspectivas já foram discutidas anteriormente, visto que estão, segundo os próprios autores, nos ‘Pense nisto’, em ‘Troque ideias’ e ‘Seções especiais’.

e aperfeiçoar a resolução de problemas, colocando-os em situações de atividades investigativas e motivando-os na busca de estratégias e procedimentos diversos de resolução” (IEZZI *et al.*, 2016b, p. 298).

As duas coleções de livros didáticos indicam que suas atividades e exercícios possuem uma gradação em relação ao nível de complexidade, ou seja, os autores iniciam por propor tarefas mais simples e aumentam as dificuldades de resolução ao longo das próximas. Os desafios de *Matemática: Ciência e Aplicações* encontram-se ao final dos capítulos, sendo destinados aos alunos depois que, hipoteticamente, eles resolverem todas as tarefas deixadas nas páginas anteriores. Em *Matemática: interação e tecnologia* os ‘desafios’ são distribuídos juntos às atividades comuns, podendo aparecer no início, meio ou final das páginas.

Enxergamos que esses dois modos de localização de desafios pode possuir uma ligação com o papel sociopolítico da Educação Matemática de classificação e diferenciação (SKOVSMOSE, 2008). É importante situar esse papel, como traz inicialmente Skovsmose (2008), pela discussão do ‘mercado do conhecimento’. Este é uma analogia ao mercado de trabalho que se desenvolve em uma sociedade do conhecimento. Para atuar nesse mercado, os indivíduos precisam de competências, que se diferenciam entre eles, de modo que haja certa classificação e rotulação das pessoas de acordo com as competências que possuem. Como explicado por Skovsmose (2008), a operacionalização da classificação e diferenciação acontece nas escolas através das avaliações as quais os estudantes se submetem.

Podemos compreender que, por um lado, as tarefas propostas aos alunos funcionam como um meio para aquisição de certas competências. Por exemplo, o aluno precisa reconhecer conceitos em situações puramente matemáticas ou do cotidiano, ou ainda deve saber quais procedimentos e/ou algoritmos precisam ser usados para resolver algum exercício/atividade. Mas, por outro lado, essas mesmas competências podem ser avaliadas diante da correção (mais uma vez a ideia do absolutismo burocrático) dos possíveis erros cometidos. Logo, os estudantes passam por um processo de ‘validação’ de suas competências.

O que está em jogo nos ‘desafios’ é que eles aparecem como um formato que exige dos alunos uma complexidade maior para a resolução. Ao inserir tarefas desse tipo e, em particular, implementá-las somente ao final de uma bateria de outras tarefas que, em sua linearidade, vão das ‘mais fáceis’ às ‘mais difíceis’, indica certa preocupação por rotular quais alunos avançam e quais ficam para trás nessa complexidade de tarefas a serem resolvidas.

Temos consciência de que esse cenário transforma-se consideravelmente no âmbito de sala de aula. Primeiro, pois nem todas as tarefas propostas aos alunos precisam ser solucionadas. Segundo, o professor tem a liberdade por escolher quais delas são pertinentes

ou não para sua turma, uma vez que ele é o melhor sujeito para identificar essas particularidades (PEROVANO; GUIMARÃES; LITOLDO, 2022). E, terceiro, o tempo disponível para o desenvolvimento dessas tarefas pode ser insuficiente.

No entanto, diante do que se mostra nos dados, a propensão pela lista das tarefas indica que a classificação e a subsequente diferenciação dos alunos são uma realidade em potencial, sobretudo no que tange as preocupações da sociedade do conhecimento por uma gama de especialistas em algumas áreas e muita mão de obra em outras (SKOVSMOSE, 2008).

[...] O ponto central não é que cada estudante deve dominar todas as competências evidentes. Se fosse esse o caso, não haveria de fato tanta necessidade de testes e medidas. Mas, se temos em mente que o fornecimento para o mercado de conhecimento deve ser sincronizado com a demanda, então os programas educacionais ganham novos contornos. Proporcionar educação superior a muitos pode ser considerado um desperdício na produção de competências. A escola, como linha de produção de mão de obra, precisa estar ajustada para fornecer as competências quando elas são necessárias (SKOVSMOSE, 2008, p. 89-90).

Logo, torna-se ‘necessário’ que alguns alunos consigam resolver tarefas cognitivamente desafiadoras e que muitos outros desenvolvam apenas algumas delas, principalmente as que estão no início e não são carimbadas com o selo de ‘desafio’. Em alguma medida, como Skovsmose (2008) pontua, as avaliações que sucedem a ‘aquisição’ das competências acabam por limitar e controlar qualquer escolha dos alunos pelo seus futuros profissionais.

Nos posicionamos a favor de maior diversificação de tarefas, mas não com o objetivo de que elas produzam segmentações entre os alunos por meio de competências. Consideramos ser fundamental que os estudantes tenham contato e saibam resolver tarefas das simples até as mais complexas, pois colaboram com uma visão crítica sobre o conhecimento matemático, suas aplicações e seus usos nas variadas dimensões políticas, sociais e culturais, justamente por fornecer uma gama de experiências, e não uma lista limitada do que devem fazer.

Para encerrar, vale dizer que iniciamos este eixo buscando aprofundar discussões em torno dos enunciados das tarefas resolvidas e propostas. Essa análise evidenciou que existem modos específicos de lidar com os enunciados e, em grande parte, eles acabam focalizando nos determinismos ao redor do conhecimento geométrico. O determinismo tornou-se uma maneira inerente de produzir enunciados alusivos à Geometria, tais como quando são solicitados aos alunos medidas de áreas ou cálculos de volumes.

Da mesma forma, uma característica formatadora na forma de escrever essas tarefas foi identificada. O uso dos ambientes de aprendizagem oportunizou que discussões viessem à

tona. Seja classificando as tarefas pela matriz ou ampliando algumas das referências que a compõem, conseguimos observar que há potencialidades e também limitações no que os autores estão propondo. Além disso, compreender de que maneira os tipos de enunciados permitem uma diferenciação entre os estudantes foi importante para evidenciar riscos que devem ser analisados com mais profundidade, sobretudo em sala de aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS: retomada da pesquisa, alguns resultados e sugestões de novas perguntas

Os livros didáticos possuem importância para os processos de ensino e de aprendizagem de alguma disciplina escolar ou área do conhecimento. Eles são considerados materiais de uso recorrente pelos professores e alunos, e podem acabar moldando as formas de realizar práticas pedagógicas em sala de aula. Estudar e analisar esses objetos torna-se uma ação pertinente em diferentes dimensões, tais como a social, a cultural e a educacional. Nesse sentido, investigar em que medida livros didáticos inseridos nas escolas públicas brasileiras abordam seu conteúdo é uma ação relevante no campo da Educação e, em particular, no campo da Educação Matemática, região de inquérito em que esta pesquisa se insere.

Com essas considerações sobre o livro didático, o compreendemos nesta investigação como um material que foi concebido e elaborado pelos seus autores à luz do que propõem os documentos curriculares em vigência, ou seja, situados em um período histórico específico. Os livros são materiais comercializados e distribuídos a partir de visões econômicas do mercado editorial, destinados à prática pedagógica dos docentes e à utilização pelos estudantes, colaborando para suas aprendizagens. Ademais, sem perder de vista seu papel nos contextos sociais e culturais, ele é um vetor de ideologias, contribuindo com atitudes, valores e ações para a formação dos alunos, podendo conduzir os processos educacionais em direção às reflexões sobre aspectos mundanos.

Diante disso, como olhar o livro didático enquanto um objeto de estudo? O que analisar? Sob quais lentes teóricas? Partindo dessas questões e inseridos no contexto da investigação em Educação Matemática, elegemos a Educação Matemática Crítica enquanto referencial teórico para análise dos dados. Mas, além disso, assumimos tal vertente enquanto postura de pesquisadores e professores que, preocupados com uma formação crítica dos estudantes e com subsídios para a atuação docente, vislumbra nesse material um potencial para interpretações, caminhos alternativos e reflexões que contribuam com os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Exposta uma introdução à pesquisa, consideramos que sua realização é relevante para a Educação Matemática visto que um olhar para os conteúdos de Geometria nesses materiais ainda não havia sido empregado pelas investigações deste campo. Mas, não apenas a falta desse tema na revisão de literatura foi a justificativa para sua escolha. Até porque, outros conteúdos tais como progressões, matrizes e sistemas lineares, probabilidade e números

complexos também não foram um *lócus* para a realização de estudos que se aproximam deste em termos de objeto de análise e referencial teórico assumido. Olhar para a Geometria, dessa forma, decorreu de interesses do grupo de pesquisa que participamos e, de igual modo, trouxe contribuições para a análise dos dados.

Logo, nesta dissertação trouxemos uma pesquisa que tinha como objetivo geral *compreender como a Educação Matemática Crítica permeia duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, no horizonte da Geometria*. Tal compreensão se deu a partir de ‘conceitos’ da Educação Matemática Crítica (EMC), os quais são considerados diante da perspectiva de Ole Skovsmose, principal pesquisador dessa vertente. Dessa forma, ‘conceitos’ são aqui assumidos apenas para dar conta de explicitar significados e qualificar interpretações sobre os dados, não conferindo um arcabouço teórico rígido para caracterizar a EMC no que tange qualquer investigação em Educação Matemática.

O objetivo geral foi desdobrado em dois específicos: *caracterizar quais e de que forma conceitos da EMC perpassam em capítulos de Geometria, a partir de conceitos matemáticos, situações, exemplos, exercícios (propostos e resolvidos) e demais atividades; compreender se e como as orientações didáticas, contidas no manual do professor de Matemática, estão em consonância com conceitos da EMC*. Desse modo, consideramos como objetos de estudo da investigação os livros didáticos de Matemática tanto destinados aos estudantes (‘livro do aluno’) quanto os materiais que chegam aos docentes (‘manual do professor’), o que na prática representa um único objeto, mas que se divide em conteúdos aos alunos e orientações aos professores.

As coleções escolhidas faziam parte das aprovadas no edital de 2018 do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Elas são *Matemática: Ciência e Aplicações*, de Iezzi *et al.* (2016a; 2016b; 2016c) e *Matemática: interação e tecnologia*, de Balestri (2016a; 2016b; 2016c). As coleções analisadas apresentavam a Geometria em todas as suas obras, mas com diferenças em relação à quais capítulos/unidades ela se encontrava.

Optamos por abarcar os seguintes conceitos da EMC na pesquisa: democracia e papel sociopolítico da Educação Matemática; ideologia da certeza; matemacia; e ambientes de aprendizagem. Como evidenciado no segundo capítulo da dissertação, eles são dependentes e permitem que outras noções e termos da EMC, discutidos em diferentes escritos de Skovsmose (1994; 2000; 2001; 2007; 2008; 2014; 2021a; 2021b) e nas em parceria com outros pesquisadores (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010; BORBA; SKOVSMOSE, 2001), sejam colocados em perspectiva para mostrar uma compreensão dessa vertente no âmbito da Educação Matemática.

Diante desse quadro, consideramos que todos os objetivos traçados foram cumpridos no decorrer da análise dos dados. De maneira sintética, podemos compreender que os conceitos da EMC elencados na pesquisa estiveram presentes nos capítulos de Geometria dos livros didáticos. Eles não ‘apareciam’ explicitamente nesses materiais, mas eram discutidos através do que os dados mostravam. Logo, não foi uma preocupação dos autores abarcar essa vertente em suas obras, porém podemos perceber que ela permeava conceitos matemáticos, situações, exemplos, exercícios/atividades propostos e resolvidos, além de outras atividades que não se enquadram nestas, tais como quadros e seções especiais.

Para explicitar essa compreensão, pautamos a análise dos dados em três eixos que emergiram, evidenciando quais resultados foram obtidos ao longo da pesquisa. Os eixos são: a) livro didático de Matemática como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos alunos; b) Geometria como fonte de produção de contextos; c) o papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos: do determinismo à formatação. Esses eixos não são destacados de forma independente, como categorias fechadas, pois fazemos algumas articulações diante de partes específicas encontradas nos dados.

Percebemos que os livros didáticos perquiridos direcionam a prática do professor no que tange à presença de sugestões que o orientam a realizar questionamentos aos estudantes sobre o conteúdo, aspectos teóricos, exemplos particulares; ao sugerir a verificação de respostas aos exercícios/atividades nas orientações/assessoria como forma de evidenciar quais caminhos levam à resolução; além de abarcar situações de modo que o professor retome conteúdos e/ou conceitos para que os alunos prossigam em suas aprendizagens.

Entendemos que esse direcionamento da prática docente por meio do livro didático acontece a partir de diferentes maneiras de sugerir apontamentos. Eles podem ser implícitos, quando, por exemplo, nenhuma informação que modifica ou infere ações em sala de aula são deixadas no livro do aluno e nas orientações/assessoria, ou são explícitos, como ao lançar mão de recursos na forma de comentários em cor destacada no texto do livro do aluno.

Os manuais do professor nas coleções acabam por enfatizar uma tradição da matemática escolar visto que estão atrelados ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000). A presença de cenários para investigação, em contrapartida, é pontual, mas quando ocorre pode oferecer aos docentes meios para que mobilizem direcionamentos no sentido de práticas pedagógicas mais investigativas, com participação dos estudantes, em um ambiente pautado no diálogo, com vistas ao desenvolvimento de críticas e reflexões.

Nesse ambiente, a promoção da matemacia enquanto uma competência articuladora dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo, como explicitada por Skovsmose

(1994; 2001), pode estar presente. Verificamos que no âmbito dos materiais analisados, o conhecimento matemático (ou um conhecimento geométrico que é específico nesses capítulos/unidades) e o conhecimento tecnológico são abarcados, no entanto, a possibilidade de reflexões deixa a desejar, levando à ênfase da ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Essa mesma ideologia foi o predominante no direcionamento da aprendizagem dos alunos. Como explicita Lajolo (1996), os livros didáticos contribuem para a aprendizagem destes, quando mediados pelo professor. Sendo assim, a ideologia da certeza se manifesta nos materiais, por exemplo, por meio do caminho ‘conceito, exemplo e exercício’ que padroniza o formato com que os assuntos nos livros são apresentados aos estudantes. Logo, há uma lógica por detrás do processo, em que as ferramentas necessárias e os exemplos que as aplicam já estão dados aos alunos, bastando então que executem uma variada lista de exercícios/atividades propostos.

Tal lógica está amparada por um papel sociopolítico da Educação Matemática de submissão a ordens (SKOVSMOSE, 2008). Ela está manifestada nos livros didáticos através das perspectivas inseridas pelos autores que, seja na teoria evidenciada ou nos exemplos e exercícios/atividades resolvidos e propostos, direcionam quais ideias, assuntos, contextos e/ou situações os estudantes terão contato. Ao executarem a lógica subjacente à abordagem (tradicional) do conteúdo do livro, os alunos acabam sendo submissos ao que é preconizado, sem abertura para outras possibilidades.

Em oposição, há algumas passagens dos materiais em que é possível encontrar espaços que oportunizam um aprendizado qualitativamente diferente dessa submissão, como é o caso de seções ou tópicos que convidam os alunos a refletir, seja sobre conceitos puramente matemáticos ou temas presentes na sociedade. Nesse sentido, são pequenas aberturas para a promoção de cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000; 2014).

No que tange elementos relacionados com aspectos conceituais e didático-pedagógicos da Geometria, foco do segundo eixo de análise, houve discussões alusivas aos contextos utilizados nos livros didáticos para promover significados destes aspectos. São contextos presentes no decorrer das obras, encontrados em partes teóricas, exemplos, exercícios/atividades propostos e resolvidos, assim como em outras seções ou tópicos diversos pertencentes aos materiais.

Foi possível verificar que a Geometria é uma fonte para produção de distintos contextos, como os que são encontrados a partir das referências aos ambientes de aprendizagem: matemática pura, semirrealidade e realidade (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Em

grande parcela dos dados, essas referências ficam restritas ao paradigma do exercício, o que coaduna com os resultados das pesquisas levantadas pela revisão de literatura. Nestes estudos, constata-se que contextos puramente matemáticos e semirreais são os mais utilizados pelos autores, sobretudo nas obras destinadas aos Anos Finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio.

Além disso, identificamos que nem sempre há uma pertinência de contextos geométricos nos livros didáticos, o que nos levou ao entendimento de que os autores optam por situações ‘descontextualizadas’, que recorrem ao uso de enunciados ‘camuflados’ e sem criticidade, numa relação mais direta com a realidade virtual, abordada por Skovsmose (2007). Desse modo, ao promover essa virtualidade, há uma propagação de um ensino tradicional da matemática escolar, que ajuda a sustentar o discurso puro, geral e verdadeiro do conhecimento matemático, ou seja, permitindo que a ideologia da certeza se manifeste.

Por outro lado, a presença da cidadania crítica, um dos amparos para o desenvolvimento da competência democrática (SKOVSMOSE, 1994; 2001) pôde ser observada em alguns contextos, como os de acessibilidade para pessoas com mobilidade reduzida trazidos nos livros de Balestri (2016a) e Iezzi *et al.* (2016a). É importante analisar que essa presença é pontual e apenas em sala de aula poderíamos caracterizar um desenvolvimento pleno dessa competência.

Logo, por meio dos aspectos conceituais e didático-pedagógicos da Geometria, encontramos passagens nos materiais que oferecem possibilidades para críticas e reflexões diante de contextos geométricos, porém necessitam de uma atenção no momento de uso desses livros didáticos na escola. Enxergamos um caminho interessante para isso ocorrer considerando o caso em que professores e alunos perspectivam processos de ensino e de aprendizagem com qualidades voltadas ao que a EMC aborda, dentro dos contextos sociais, políticos, culturais em que esses sujeitos estão inseridos.

Por fim, no que se refere ao terceiro eixo de análise, nos dedicamos a um olhar específico sobre os modos com que enunciados são apresentados pelos autores, no que tange exemplos e os exercícios/atividades resolvidos e propostos. Para facilitar a exposição desse eixo, tomamos a liberdade de nomear exemplos e exercícios/atividades resolvidos como ‘tarefas resolvidas’, e os outros tipos de exercícios/atividades como ‘tarefas propostas’.

Enxergamos que esse foi um eixo originado a partir de inspirações advindas das pesquisas revisadas, uma vez que analisar exercícios, de uma forma geral, traduziu-se como pertinente para essas investigações, sobretudo quando trazem a matriz dos ambientes de aprendizagem como uma estrutura classificatória dessas tarefas. Reforçamos aqui, que como

Skovsmose (2000; 2014) explicita, os ambientes são abordados como uma forma de compreender possibilidades de práticas em sala de aula, sobretudo considerando a comunicação como um fator para ‘dividir’ essas práticas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). No entanto, o que se observa é que essa matriz auxilia enquanto um procedimento de análise, podendo evidenciar características interessantes.

Dizemos isso, pois conforme nossos dados, uma grandiosa parcela dos enunciados das tarefas resolvidas e também das propostas abarcou a prática do paradigma do exercício, principalmente com referências puramente matemáticas e semirreais. O que caracteriza essas tarefas é a utilização de verbos no imperativo, que não se restringiram ao ambiente (1), tais como ‘determine’, ‘calcule’, ‘obtenha’, ‘classifique’ e ‘represente’.

Além disso, enquanto as tarefas resolvidas focam em ‘verificar informações’ e ter o papel de ‘processo de resolução’, as tarefas propostas voltam-se para operacionalizar o domínio de técnicas e uso de procedimentos, em contraponto à falta de discussões sobre de que forma os conhecimentos geométricos contribuem para um olhar mais amplo sobre o próprio mundo e das diversas situações em que eles podem ser utilizados.

Percebemos, ademais, que existem modos específicos de abordar os enunciados e, em sua maioria, eles acabam se restringindo ao determinismo em torno do conhecimento geométrico. Esse determinismo transforma-se em uma característica inerente ao fato de confeccionar/elaborar enunciados no âmbito da Geometria como, por exemplo, os que são encontrados nos capítulos/unidades dedicados aos estudos das medidas de áreas e obtenção de volumes. Nessa discussão, enfim, ainda detectamos aspectos formatadores na maneira de escrever os enunciados das tarefas. À luz dos ambientes de aprendizagem, conseguimos identificar esse fato, que merece ser analisado nos seus pormenores em sala de aula, principalmente a partir de uma possível classificação e diferenciação entre os alunos (SKOVSMOSE, 2008).

Portanto, entre direcionamentos, contextos e enunciados, o que se mostrou nos dados evidencia um permear da EMC nos capítulos de Geometria dos livros didáticos de Matemática, tanto diante de aspectos positivos, quanto de negativos. Tal modo é compreendido, por um lado, enquanto força que (re)produz uma ideologia da certeza matemática, assentada na perspectiva fechada que submete os alunos a ordens e que amarra o professor na pouca expressão de outras formas de abordar conteúdos geométricos. Por outro lado, há passagens nesses materiais que permitem um desenvolvimento inicial da matemática, considerada importante para a cidadania crítica e a competência democrática, além de prover

situações em que investigações, diálogos e críticas sejam bases para reflexões sobre o conteúdo, suas aplicações, bem como suas implicações em aspectos sociais.

Nestas considerações, vemos como importante avaliar o procedimento metodológico utilizado na pesquisa: a análise documental. Compreendemos que a análise preliminar permitiu um olhar específico sobre os livros didáticos. Ela é sugerida por Cellard (2012) como um meio para a análise documental. Notamos que a investigação de um capítulo ou unidade de alguma coleção caracterizava, em linhas gerais, a forma e o conteúdo com que cada autor tratava sua obra. Logo, analisar os materiais previamente, buscando identificar aspectos particulares e recorrentes utilizados pelos autores oportunizou um olhar interpretativo relevante que pode auxiliar novas pesquisas quando tomam os livros didáticos enquanto objetos de estudo.

Acreditamos, além disso, que com uma visão mais geral para um único capítulo ou unidade, os processos de escolha/seleção dos livros didáticos podem ser beneficiados. Especialmente porque evidencia para o professor as potencialidades e limitações em que ele precisará adaptar ao considerar a sua vivência e a interação com seus alunos. Ademais, acessar o Guia dos Livros Didáticos pode auxiliar os docentes na árdua tarefa de terem diversas coleções para olhar, num curto espaço de tempo (ZAMBON; TERRAZAN, 2013).

O momento da escolha dos livros pelo professor tem implicação direta sobre o processo de formação crítica dos alunos. Daí decorre a necessidade de uma conscientização do docente para a importância da seleção desse recurso, a fim de que este não contribua para a manutenção do *status quo*. Desse modo, o livro didático não pode ser entendido enquanto campo neutro no qual está em discussão apenas o conteúdo de algum componente curricular ou disciplina escolar, tal como é o caso da Matemática. Há necessidade, nesse pensar, de perspectivar uma consciência crítica alusiva à escolha desse material (PEROVANO, 2022) e, além disso, em considerá-lo como uma peça importante no que tange processos de ensino e de aprendizagem com qualidades críticas e reflexivas.

Tomar os livros como documentos e assumir as sugestões de Cellard (2012) para os dois momentos de análise vislumbrou um caminho interessante para ser adotado e ampliado nos estudos que se dedicam a esses materiais, mas também outros semelhantes, como apostilas, cadernos de atividades, manuais escolares etc. O autor aborda ‘documento’ ou fonte, como texto escrito à mão ou impresso, registrado em papel. As fontes são exploradas ao longo da pesquisa, e não criadas, tais como as anotações em diário de campo ou a transcrição de entrevistas. Consideramos ser importante, além disso, olhar documento como algo que pode estar em outro suporte, por exemplo, os meios digitais (ALVES-MAZZOTTI, 1998).

Como Cellard (2012) faz apontamentos gerais para os documentos e, conseqüentemente, para a análise, entendemos que a liberdade do pesquisador ao utilizar esse referencial metodológico é maior. Ao mesmo tempo, isso traz certos cuidados para não cair na falácia do ‘vale qualquer interpretação’ quando estamos assumindo uma pesquisa de viés qualitativo. O autor considera que a análise envolve articulações entre os dados, o contexto em que a investigação ocorre, o problema que se põe a estudar, bem como o quadro teórico adotado e as próprias experiências do pesquisador, ou seja, sua subjetividade. Como exemplo, inferimos que buscar qual a lógica por detrás dos livros didáticos pôde evidenciar um formato que promove a ideologia da certeza, quando os autores optam pelo padrão ‘conceito, exemplo e exercício’. Sendo assim, ter clareza na adoção desse referencial metodológico torna-se imprescindível para perquirir materiais semelhantes, caso os pesquisadores assim o desejarem.

Como conceitos da EMC permeiam livros didáticos do Ensino Médio, no âmbito da Geometria? Esta foi a pergunta de pesquisa que direcionou nosso olhar. Acreditamos que diante do exposto até aqui, uma ‘resposta’ a ela foi discutida. Contudo, vemos como pertinente avançar um pouco mais no campo da investigação alusiva ao livro didático, mas tomando por base a EMC e ampliar o debate, tanto desse objeto, quanto deste referencial teórico. Nesse sentido, trazemos alguns questionamentos que de certo modo guiaram o presente estudo, mas (re)escritos de forma a contribuir com o emprego de novas pesquisas e que deixamos como sugestões:

- a) A presença do livro didático em sala de aula pode reduzir a prática do professor de Matemática ao ensino tradicional? Por quê?
- b) Ao fazer uso desse material, tanto os estudantes quanto o professor estarão imersos em uma realidade virtual? O que os autores de livros didáticos podem fazer para não promulgar essa realidade? E os editais do PNLD?
- c) De que forma as abordagens de aspectos democráticos e sociais são interpretadas pelos alunos, quando encontradas/identificadas nos livros didáticos de Matemática? Como isso pode colaborar para amparar *foregrounds* e desenvolver a competência da matemacia?
- d) Professor e estudantes veem que as aplicações ‘camufladas’ da Matemática no cotidiano suportam uma ideologia da certeza? De que maneira percebem a ‘matemática em ação’ no livro didático?

- e) Como amparar práticas que objetivam a promoção de ambientes de aprendizagem críticos, reflexivos e pautados no diálogo por meio desse material?

Defendemos a pertinência dessas questões devido a alguns avanços sobre o referencial teórico, que foram encontradas através desta pesquisa. Por exemplo, percebemos que a ideologia da certeza seria desafiada quando práticas voltadas à interdisciplinaridade são propostas pelos autores. Ao permitir olhares que colocam a Matemática como parceira de outras disciplinas, tais como a Geografia observada nos livros, existe uma intencionalidade por exprimir essa ciência enquanto articulada a outros conhecimentos, não sendo visível uma disposição hierárquica entre ambas. A centralidade do conhecimento matemático para aplicações em situações cotidianas é um dos fatores que promovem a ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 2001) e, diante dessa discussão, ela pode ser enfraquecida.

Ou, em relação às referências utilizadas para dar significado aos ambientes de aprendizagem, notamos que há outras duas além da matemática pura, semirrealidade e realidade: uma ‘matemática pura camuflada’ e algo ‘possivelmente real’. Elas foram identificadas a partir de uma análise sobre os enunciados das tarefas, quando se torna difícil realizar uma classificação delas à luz da matriz dos ambientes (SKOVSMOSE, 2000; 2014). Essa ampliação vai ao encontro de outras pesquisas, como a de Biotto Filho, Faustino e Moura (2017), que trazem novos olhares para os ambientes de aprendizagem.

Nesse sentido, compreender se essas novas referências estariam presentes em sala de aula, assim como a aderência ou não das práticas interdisciplinares para desafiar a ideologia, configuram caminhos pertinentes sugeridos por nós para que estudos sejam iniciados, de maneira a encontrar dados e realizar interpretações qualitativamente diferentes das deixadas neste trabalho, de modo a contribuir com a pesquisa em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ABNT. Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. 4. ed. Rio de Janeiro: [S.n.], 2020. Disponível em: https://www.causc.gov.br/wp-content/uploads/2020/09/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1_-03-08-2020.pdf. Acesso em: 02 dez. 2022.
- ABREU, M. L.; MACHADO, A. C. Diferentes contextualizações de uma atividade matemática: relação do livro didático e a prova do ENEM de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: [Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul], 2016. p. 1-12.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998. p. 107-188.
- AMARAL-SCHIO, R. B. Livro didático de ensino médio, geometria e a presença das tecnologias. **Renote**, [s.l.], v. 16, n. 2, p. 1-11, 2018.
- APPLE, M. W. Democratic education in neoliberal and neoconservative times. **International Studies in Sociology of Education**, [s.l.], v. 21, n. 1, p. 21-31, 2011.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. p. 31-51.
- AZEVEDO, S. S. **Educação financeira nos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2019. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016a. v. 1.
- BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016b. v. 2.
- BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016c. v. 3.
- BENNEMANN, M.; ALLEVATO, N. S. G. Educação matemática crítica. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 103-112, 2012.
- BIGODE, A. J. L. Base, que base? O caso da matemática. In: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (org.). **Educação é a base?** 23 educadores discutem a BNCC. São Paulo: Ação Educativa, 2019. p. 123-144.
- BIOTTO FILHO, D. **O desenvolvimento da matemática no trabalho com projetos**. 100 f. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

BIOTTO FILHO, D.; FAUSTINO, A. C.; MOURA, A. Q. Cenários para investigação, imaginação e ação. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 64-80, 2017.

BISERRA, A. J.; WIELEWSKI, G. D.; SOUZA, G. R. C. Concepção presente em um livro didático do terceiro ano do ensino médio sobre o recurso da contextualização da matemática. **REAMEC**, Cuiabá, v. 1, n. 1, p. 61-72, 2013.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C. Prefácio. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Tradução de Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001. p. 7-12.

BORBA, M. C. Teaching mathematics: challenging the sacred cow of mathematical certainty. **The Clearing House**, [s.l.], v. 65, n. 6, p. 332-333, 1992.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. Tradução de Jussara de Loiola Araújo. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Tradução de Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001. p. 127-148.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**: educação é a base. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Decreto nº 6.949, de 25 de agosto de 2009. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília-DF, ano 146, n. 163, p. 3-9, 26 ago. 2009.

BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília-DF, ano 154, n. 137, p. 7-8, 19 jul. 2017a.

BRASIL. **Edital de convocação 04/2015 – CGPLI**: edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2018. [Brasília-DF]: Ministério da Educação, 2015. Disponível em: <https://www.fnede.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/7932-pnld-2018>. Acesso em: 05 jul. 2021.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2012 matemática. Brasília-DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2015 matemática ensino médio. Brasília-DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília-DF, ano 134, n. 248, p. 27833-27841, 23 dez. 1996.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília-DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio – Parte I – Bases legais. [Brasília-DF: Ministério da Educação], 2000a.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio – Parte III – Bases legais – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. [Brasília-DF: Ministério da Educação], 2000b.

BRASIL. **PCN+ ensino médio**: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. [Brasília-DF: Ministério da Educação], 2002.

BRASIL. **PNLD 2018**: apresentação – guia de livros didáticos – ensino médio. Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília-DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017b.

BRASIL. **PNLD 2018**: matemática – guia de livros didáticos – ensino médio. Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília-DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017c.

BROWN, M. W. The teacher-tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, J. T; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (org.). **Mathematics teachers at work**: connecting curriculum materials and classroom instruction. New York: Taylor & Francis, 2009. p. 17-36.

BRUM, W. P.; SCHUHMACHER, E.; SILVA, S. C. R. As geometrias esférica e hiperbólica em foco: sobre a apresentação de alguns de seus conceitos elementares a estudantes do Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 29, n. 51, p. 419-427, 2015.

CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO. **Produção e vendas do setor editorial brasileiro**: série histórica 13 anos. [São Paulo]: Câmara Brasileira do Livro/SNEL/FIPE, [2018]. Disponível em: <http://cbl.org.br/downloads/fipe>. Acesso em: 05 set. 2021.

CARRETA, C. L. A. **O programa nacional do livro didático. Do conceito de função à função logarítmica**: um olhar sociocrítico. 2017. 54 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2017.

CARRETA, C. L. A.; GODOY, E. V. Programa nacional do livro didático: um olhar sociocrítico para a abordagem do conceito de função. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 7, n. 13, p. 152-180, 2018.

CÁSSIO, F. L. Base nacional comum curricular: ponto de saturação e retrocesso na educação. **Retratos da Escola**, Brasília-DF, v. 12, n. 23, p. 239-253, 2018.

CÁSSIO, F. Participação e participacionismo na construção da base nacional comum curricular. **Nexo Jornal**, São Paulo, 02 dez. 2017. Disponível em: <https://www.nexojornal.com.br/ensaio/2017/Participa%C3%A7%C3%A3o-e-participacionismo-na-constru%C3%A7%C3%A3o-da-Base-Nacional-Comum-Curricular>. Acesso em: 21 ago. 2021.

CECHINEL, A. *et al.* Estudo/análise documental: uma revisão teórica e metodológica. **Criar Educação**, [s.l.], v. 5, n. 1, p. 1-7, 2016.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. *et al.* **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2012. p. 295-316.

CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 1, n. 1, p. 9-20, 2012.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

COSTA, J. R. **A importância do manual do professor na transposição didática da matemática**. 2008. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática), Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMBROSIO, U. Literacy, matheracy, and technocracy: a trivium for today. **Mathematical Thinking and Learning**, [s.l.], v. 1, n. 2, p. 131-153, 1999.

DIAS, D. P.; GABAN, A. A. Educação financeira nos livros didáticos de matemática do ensino médio. **Tangram**, Dourados, v. 2, n. 1, p. 67-78, 2019.

FAGGIAN, H. C. **Geometria e GPS**. 2019. 57 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

FAN, L. Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. **ZDM Mathematics Education**, [s.l.], v. 45, n. 5, p. 765-777, 2013.

FAN, L.; ZHU, Y.; MIAO, Z. Textbook research in mathematics education: development status and directions. **ZDM Mathematics Education**, [s.l.], v. 45, n. 5, p. 633-646, 2013.

FARIA, A. L. G. **Ideologia no livro didático**. 15. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

GABAN, A. A. **Educação financeira e o livro didático de matemática: uma análise das coleções aprovadas no PNLD 2015 para o ensino médio**. 2016. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

GABAN, A. A.; DIAS, D. P. Educação financeira e o livro didático de matemática: uma análise dos livros aprovados no PNLD 2015. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: [Programa de

Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul], 2016. p. 1-11.

GENTIL, L. A. **As funções da geometria em outros campos da matemática**: uma análise de livros didáticos. 2020. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

GODOY, E. V.; CARRETA, C. L. A. O programa nacional do livro didático (PNLD) e a educação matemática crítica: uma análise dos conceitos de função e funções polinomiais do 1º e 2º graus no livro didático mais adotado no PNLD 2015. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 18, p. 117-135, 2018a.

GODOY, E. V.; CARRETA, C. L. A. Uma proposta de análise do livro didático à luz da educação matemática crítica. **BoEM**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 392-412, 2018b.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 14. ed. Rio de Janeiro: Record, 2015.

GONÇALVES, F. R. **Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de matemática ao utilizar o livro didático**. 2022. 212 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. 277 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação), Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GUIMARÃES, D. R.; PEROVANO, A. P. Perspectivas e direcionamentos de algumas pesquisas apresentadas na terceira edição da conferência internacional em pesquisa e desenvolvimento de livros didáticos de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [s.l.], v. 14, n. 2, p. 199-211, 2021.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: ciência e aplicações: ensino médio. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016a. v. 1.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: ciência e aplicações: ensino médio. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016b. v. 2.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: ciência e aplicações: ensino médio. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016c. v. 3.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, Brasília-DF, v. 16, n. 69, p. 3-9, 1996.

LIMA, A. F. *et al.* Panorama sobre os livros didáticos de matemática no XIII ENEM: algumas peças de um mosaico em construção. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2022, Brasília. **Anais [...]**. Brasília: Even3, 2022. p. 1-11.

LIMA, A. P. M.; BEZERRA, L. Livros de histórias infantis dos acervos complementares: um olhar sobre os possíveis ambientes de aprendizagem e conteúdos matemáticos. In:

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. Cuiabá: [S.n.], 2019. p. 1-15.

LITOLDO, B. F. **A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de geometria presentes em livros didáticos de matemática sob a perspectiva do *opportunity-to-learn***. 2021. 222 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021.

LITOLDO, B. F.; AMARAL-SCHIO, R. B. Mathematics textbooks as subject of study: producing knowledge on the presence of geometry. **The Mathematics Enthusiast**, [s.l.], v. 18, n. 3, p. 502-534, 2021.

LOPES, A. C. Apostando na produção contextual do currículo. In: AGUIAR, M. A.; DOURADO, L. F. (org.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas**. Recife: ANPAE, 2018. p. 23-27.

LOPES, J. A. O livro didático, o autor e as tendências em educação matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. (org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 35-62.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. Rio de Janeiro: E.P.U., 1986.

LUNA, L. C. **O uso da calculadora em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental: análise à luz da educação matemática crítica**. 2019. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

LUNA, L. C.; CARVALHO, L. M. T. L. “Resolva de cabeça e confira na calculadora”: análise de atividades em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, n. 1, p. 1-21, 2021.

MACEDO, E. “A base é a base”. E o currículo, o que é? In: AGUIAR, M. A.; DOURADO, L. F. (org.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas**. Recife: ANPAE, 2018. p. 28-33.

MACHADO, N. J. Sobre livros didáticos: quatro pontos. **Em aberto**, Brasília-DF, v. 16, n. 69, p. 30-38, 1996.

MACHADO, P. F. **Fundamentos de geometria plana**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

MARCONE, R.; MILANI, R. Educação matemática crítica: um diálogo entre sua gênese nos anos 1970 e suas discussões em 2017 no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 261-278, 2020.

MAZZI, L. C. **As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de geometria**. 2018. 160 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

MAZZI, L. C.; AMARAL-SCHIO, R. B. Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI. **Intermaths**, Vitória da Conquista, v. 2, n. 1, p. 88-105, 2021.

MEDEIROS, D. J.; LIMA, I. M. S. Letramento estatístico em livros didáticos adotados por escolas do campo do agreste pernambucano: uma análise à luz da educação matemática crítica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. Cuiabá: [S.n.], 2019. p. 1-14.

MELO, D. P.; PESSOA, C. A. S. Educação financeira no ensino médio: relações com a matemática financeira na prática docente. **Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista, v. 3, n. 1, p. 109-137, 2018.

MESQUITA, F. N. A.; CARVALHO, J. C.; GUERRA, R. B. Articulação de conteúdos no livro didático e a educação matemática crítica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais [...]**. [Ilhéus, BA: Via Litterarum], 2010. p. 1-10.

MOLINA, O. **Quem engana quem: professor x livro didático**. 2. ed. Campinas: Papirus, 1988.

MUNAKATA, K. O livro didático como mercadoria. **Pro-Posições**, [s.l.], v. 23, n. 3, p. 51-66, 2012b.

MUNAKATA, K. O livro didático: alguns temas de pesquisa. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, v. 12, n. 3, p. 179-197, 2012a.

NOGUEIRA, P. O. **O papel do editor no processo de edição do manual do professor**. 2018. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação: História, Política, Sociedade), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

OLIVEIRA, A. A. **Educação financeira nos anos iniciais do ensino fundamental: como tem ocorrido na sala de aula?** 2017. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

OLIVEIRA, J. C. G. **Currículos de matemática no ensino médio: significados que professores atribuem a uma trajetória hipotética de aprendizagem desenvolvida à luz da educação matemática crítica**. 2015. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

OLIVEIRA, P. R. V. **A cidadania no livro didático de matemática: um diagnóstico a partir dos temas transversais trabalho e consumo**. 2004. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

PAULILO, A. L. Os manuais do professor como fonte de pesquisa. **História: Questões & Debates**, Curitiba, v. 56, n. 1, p. 181-206, 2012.

PEREIRA, T. **Aspectos sobre o ensino de matemática e a inclusão de estudantes cegos: reflexões a partir de falas e práticas de professoras**. 2021. 166 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.

PEROVANO, A. P. **Perspectivas de professores sobre a escolha do livro didático de matemática**. 2022. 284 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.

PEROVANO, A. P.; GUIMARÃES, D. R.; LITOLDO, B. F. Análise do livro didático de matemática no third international conference on mathematics textbooks research and development: perspectivas e possibilidades de pesquisa. **Alexandria**, Florianópolis, v. 15, n. 2, p. 237-261, 2022.

PRAMPOLIM, G.; AMARAL-SCHIO, R. B. Objetos educacionais digitais e sua integração aos livros didáticos de matemática. **BoEM**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 160-180, 2018.

QUEIROZ, M. R. P. P. P.; BARBOSA, J. C. Exercícios de livros didáticos de matemática financeira e suas fronteiras com situações do cotidiano e de ambientes de trabalho. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais [...]**. Brasília: [SBEM], 2015. p. 1-12.

RIBEIRO, M.; AMARAL, R. B. Guia e tecnologia dos/nos livros didáticos de matemática: uma primeira discussão. **Educação Matemática em Revista**, [s.l.], n. 51, p. 64-75, jul. 2016.

SANTANA, K. C. L. **Currículo de matemática da educação de jovens e adultos: uma análise baseada em livros didáticos**. 2012. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS, L. T. B. **Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas nos livros dos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores?** 2017. 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

SANTOS, L. T. B.; PESSOA, C. A. S. Atividades de educação financeira a partir da perspectiva dos ambientes de aprendizagem de Skovsmose. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 130-151, 2019a.

SANTOS, L. T. B.; PESSOA, C. A. S. Educação financeira: analisando atividades propostas em livros de matemática dos anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: [Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul], 2016. p. 1-12.

SANTOS, L. T. B.; PESSOA, C. A. S. Educação financeira: analisando, à luz da educação matemática crítica, sugestões ao professor presentes em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 6, n. 3, p. 150-173, 2019b.

SANTOS, L. T. B.; PESSOA, C. A. S. Sugestões para o trabalho com a educação financeira presentes em manuais de professores de livros dos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. Cuiabá: [S.n.], 2019c. p. 1-14.

SANTOS, S. C. S. *et al.* Análise dos periódicos qualis/CAPES: visão geral da área de ensino em ciências e matemática. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v. 2, n. 1, p. 106-126, 2018.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, [s.l.], v. 1, n. 1, p. 1-15, 2009.

SILVA, D. R. **Livro didático de matemática: lugar histórico e perspectivas**. 2010. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

SILVA, I. T. **Programa de educação financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a matemática**. 2017. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

SILVA, I. T.; SELVA, A. C. V. As orientações no livro do professor contribuem para potencializar cenários de investigação na sala de aula? Uma análise do material didático do programa nacional de educação financeira nas escolas – ensino médio à luz da educação matemática crítica. **ReBECM**, Cascavel, v. 3, n. 2, p. 333-354, 2019.

SILVA, I. T.; SELVA, A. C. V. Programa de educação financeira nas escolas – ensino médio: uma análise dos materiais na perspectiva da educação matemática crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 350-370, 2017.

SILVA, I. T.; SELVA, A. C. V. Programa de educação financeira nas escolas – ensino médio: uma análise das orientações contidas nos livros do professor e suas relações com a matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 9, n. 1, p. 140-157, 2018.

SILVA, M. M. F.; SELVA, A. C. V. Educação financeira: uma análise das atividades propostas no livro didático de matemática do ensino médio da educação de jovens e adultos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 236-260, 2020.

SKOVSMOSE, O. A philosophy of critical mathematics education. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, [s.l.], n. 37, p. 1-24, 2021a. Disponível em: <https://education.exeter.ac.uk/research/centres/stem/publications/pmej/pome37/index.html>. Acesso em: 03 dez. 2022.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. Critical mathematics education: a dialogical journey. In: WAGER, A. A.; STINSON, D. W. (ed.). **Teaching mathematics for social justice: conversations with educators**. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, 2012. p. 35-47.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Tradução de Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Esboçando uma filosofia da educação matemática crítica. *In*: SILVA, G. H. G.; LIMA, I. M. S.; RODRÍGUEZ, F. A. G. (org.). **Educação matemática crítica e a (in)justiça social**: práticas pedagógicas e formação de professores. Campinas: Mercado de Letras, 2021b. p. 33-62.

SKOVSMOSE, O. Mathematics: a critical rationality? *In*: ERNEST, P.; SRIRAMAN, B.; ERNEST, N. (ed.). **Critical mathematics education**: theory, praxis, and reality. Charlotte, NC: IAP, 2016. p. 1-22.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014.

SOUZA, N. F.; BITTAR, M. Contextualização no ensino da álgebra: análise de um livro didático do 7º ano do ensino fundamental. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais [...]**. Guarapuava, PR: [S.n.], 2013. p. 1-16.

VALLE, J. C. Apontamentos sobre as ausências da base nacional comum curricular de matemática. **Revemop**, Ouro Preto, v. 3, p. 1-26, 2021.

VIEIRA, V. S. F. Análise de uma coleção de livros didáticos de matemática na perspectiva do enfoque ontossemiótico. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: [Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul], 2016. p. 1-12.

ZAMBON, L. B.; TERRAZZAN, E. A. Políticas de material didático no Brasil: organização dos processos de escolha de livros didáticos em escolas públicas de educação básica. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília-DF, v. 94, n. 237, p. 585-602, 2013.

APÊNDICE A – LISTA DE PERIÓDICOS REVISADOS

Quadro 11 – Periódicos investigados para busca de artigos científicos.

Periódico	Instituição ou Responsável	Site
Abakós – Journal of Interdisciplinary Studies on Science and Informatics	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	http://periodicos.pucminas.br/index.php/abakos/
Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e de Matemática	Universidade Luterana do Brasil	http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta
Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia	Universidade Federal de Santa Catarina	https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria
Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemáticas (Online)	Universidade Federal do Pará	https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia
BoEM – Boletim online de Educação Matemática	Universidade do Estado de Santa Catarina	https://revistas.udesc.br/index.php/boem
Bolema – Boletim de Educação Matemática	Universidade Estadual Paulista	https://www.scielo.br/j/bolema/
Boletim Gepem	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro	http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/index
Caminhos da Educação Matemática em Revista	Instituto Federal de Sergipe	https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/index
CoInspiração – Revista de professores que Ensinam Matemática	Universidade do Estado de Mato Grosso	https://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao
Com a Palavra, o Professor	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	http://revista.geem.mat.br/index.php/CP
Dynamis	Fundação Universidade Regional de Blumenau	https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis
Educação Matemática em Debate	Universidade Estadual de Montes Claros	https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd
Educação Matemática em Revista	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr
Educação Matemática em Revista – RS	Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Regional do Rio Grande do Sul	http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-RS/index
Educação Matemática Pesquisa	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	https://revistas.pucsp.br/emp
Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática	Universidade Federal da Fronteira Sul	https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/EMSF
Em teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana	Universidade Federal de Pernambuco	https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/index
Ensino da Matemática em Debate	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	https://revistas.pucsp.br/index.php/emd
Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista – ENCITEC	Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões	https://san.uri.br/revistas/index.php/encitec/index
Ensino em Re-vista	Universidade Federal de Uberlândia	https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/index
Hipátia – Revista Brasileira de História, Educação e Matemática	Instituto Federal de São Paulo	https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia

Continua

Intermaths	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths
Investigações em Ensino de Ciências	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	http://www.if.ufrgs.br/ienci/ienci_old.php
Linhas críticas	Universidade de Brasília	https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas
Perspectivas da Educação Matemática	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/index
RBECM – Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática	Universidade de Passo Fundo	http://seer.upf.br/index.php/rbecm
RBECT – Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect
RBEM – Revista Baiana de Educação Matemática	Universidade do Estado da Bahia	https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/index
RBHM – Revista Brasileira de História da Matemática	Sociedade Brasileira de História da Matemática	https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM
ReBECM – Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática	Universidade Estadual do Oeste do Paraná	https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem
RECM – Revista de Educação, Ciências e Matemática	Universidade Unigranrio	http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm
REMat – Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo	Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo	https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP
REMAT – Revista Eletrônica da Matemática	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul	https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT
REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura	Universidade Federal do Pará	https://www.rematec.net.br/index.php/rematec
REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática	Universidade Cruzeiro do Sul	https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima
Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática	Universidade Federal de Santa Catarina	https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat
ReviSeM – Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática	Universidade Federal de Sergipe	https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/index
Revista Educação Matemática em Foco	Universidade Estadual da Paraíba	https://revista.uepb.edu.br/REM
Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica	Instituto Federal do Espírito Santo	https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect
Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática	Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática	https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/index
RIDEMA – Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática	Universidade Federal de Juiz de Fora	https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema
RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/riperm
RPEM – Revista Paranaense de Educação Matemática	Universidade Estadual do Paraná	https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem

Continua

Tangram – Revista de Educação Matemática	Universidade Federal da Grande Dourados	https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram
Zetetiké	Universidade Estadual de Campinas	https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

APÊNDICE B – EXEMPLO COM QUADRO DE ANÁLISE DOS DADOS

Quadro 12 – Análise do capítulo ‘Geometria Espacial’ da coleção *Matemática: interação e tecnologia*.

Seção, subseção ou outras seções	O que é identificado	Observações	Orientações didáticas
Páginas de abertura	As duas páginas de abertura abordam a Ressonância Magnética Nuclear (RMN); as relações estabelecidas com a Matemática, particularmente à Geometria, não estão muito claras, mas referem-se aos planos e às imagens tridimensionais. O autor explica o funcionamento da RMN e pede ao professor que proponha uma questão para a turma e que explique outros objetivos possíveis, além dos destacados nas páginas.	O questionamento feito não está relacionado com a Matemática e há o direcionamento do trabalho pedagógico, visto que é pedido ao professor que explique os objetivos e retome-os ao longo dos estudos da unidade.	As orientações estão no capítulo “O trabalho com as unidades”. O autor explica que se faz “importante que os alunos compreendam que a geometria aqui estudada baseia-se na obra <i>Elementos</i> , de Euclides, e que, no entanto, existem outras geometrias que não seguem os mesmos postulados e teoremas trabalhados” (p. 308, grifo do autor).
Estudando geometria espacial	Breve contexto do surgimento da Geometria, mencionando as relações com a Astronomia e os papéis de Tales e Euclides. Em seguida, são mostrados os conceitos primitivos de ponto, reta e plano, mas associando com representações reais, respectivamente, marca da ponta de um lápis no papel, linha traçada com a régua e a superfície do chão. O autor mostra qual notação será usada para indicar os conceitos e apresenta exemplos de segmento, vértices, polígono, ângulo, semirreta, plano e face. Ao final, relembra algumas posições relativas que, segundo ele, foram estudadas em anos anteriores. Por fim, classifica as figuras geométricas em planas e espaciais.	É perceptível a intenção de relacionar conceitos que não existem na realidade com objetos reais, como o caso dos conceitos primitivos, no entanto, os outros exemplos são todos da matemática, perdendo essa noção de representação objeto-realidade. Há indicação para o professor lembrar os alunos da diferença entre segmento de reta e semirreta (refletir, pois o autor fala que a semirreta não tem “fim”, mas o segmento também pode ser visto como infinito, porém limitado.) ⁷⁸ .	O autor expõe que neste nível de ensino, “espera-se que os alunos sejam capazes de defender e expressar ideias matemáticas, baseando-se em argumentos de demonstração como os apresentados” (p. 308). Mostra, ainda, que a unidade tem imagens e situações que exemplificam as definições dadas. Também há aplicações, como o caso das projeções ortogonais.
Alguns postulados e teoremas	São enunciados seis postulados da Geometria espacial e, depois, dois teoremas com as respectivas demonstrações.	Nota-se, aqui, uma diferença em relação ao que Iezzi <i>et al.</i> apresentaram, visto que nesta unidade o autor desenvolve os postulados e os resultados de modo “quebrado”.	O autor retoma os objetivos apresentados inicialmente, mas acrescenta um: “Reconhecer alguns postulados da Geometria espacial” (p. 308).

Continua

⁷⁸ Os destaques aqui e ao longo do quadro são frutos de reflexões que surgiram a partir da análise dos dados.

Atividades resolvidas	Seção com duas atividades (ou quatro itens), todos da matemática pura; usando os verbos classifique/corrija e determine.	A primeira atividade é do tipo <i>definiu-aplicou</i> ; a segunda atividade leva em conta, em sua resolução, o uso da análise combinatória; esta atividade ainda possui orientação para o professor, sugerindo que ele solicite aos alunos a construção do polígono da atividade e indique quais são as retas que podem ser traçadas. Esta atividade seria diferente se o autor já sugerisse essa construção no lugar do que foi pedido, apesar disso, ele relaciona com um conteúdo matemático visto em anos anteriores.	Dentro dos Comentários e Sugestões, o autor fala das relações interdisciplinares. Afirma que os conceitos primitivos são “verificados” nas estruturas da natureza (será que são mesmo?). As áreas que podem ser relacionadas são Física (estrutura atômica e interações eletromagnéticas, nas páginas de abertura 8 e 9; estudos do calor e seus efeitos na matéria, ao trazer o funcionamento da impressora 3D, na p. 31), Educação Física (situação da linha de impedimento, na p. 17), Geografia (paisagens e formas dos relevos terrestres, como visto nas curvas de nível da p. 23) e Arte (técnicas de desenho, representações bi e tridimensionais, perspectivas e semelhanças, com as projeções na p. 28; uma das obras de Escher, na p. 20 – neste caso, percebemos um aprofundamento, visto que, para o aluno, essas relações não são tão claras, a imagem parecia apenas decorativa).
Atividades	Seção com duas atividades (ou sete itens), todas da matemática pura; o verbo usado é classifique/corrija e a outra atividade possui itens relacionados com identificação e contagem.	As atividades são muito semelhantes às mostradas na seção anterior, como o próprio enunciado e itens. Apesar disso, a primeira atividade, ao pedir para corrigir sentenças falsas, permite uma resposta que se diferencie de outras, mas com o “resultado” igual.	O trabalho por páginas começa a ser descrito com as de abertura (p. 8-9): articulação com áreas da Biologia e Física; mostrar a importância e necessidade de trabalho em conjunto com profissionais de áreas diferentes do conhecimento para o desenvolvimento tecnológico e científico (aqui pode ter relação com as ideias de Skovsmose, apesar da matemática não aparecer em evidência); solicitação de pesquisas feitas pelos alunos, relacionadas com a RMN, entrevistando pessoas que fizeram o exame e uma pesquisa sobre a realização do exame em si.
Posição relativa entre duas retas	Definição de retas coincidentes (ou paralelas iguais).	—	p. 13: lembrar, durante a atividade 2, que os planos são estendidos infinitamente e não possuem espessura.

Continua

Paralelas (ou paralelas distintas)	Definição de retas paralelas e enunciação e demonstração de um teorema. Ao final, é enunciado outro postulado (postulado das paralelas).	–	–
Concorrentes (ou secantes)	Definição de retas concorrentes e enunciação e demonstração de um teorema.	–	–
Reversas	Definição de retas reversas. Ao final da seção há representações, com lápis e folha de caderno (reta e plano, respectivamente) para mostrar as três situações anteriores. Por fim, o autor monta um esquema (semelhante ao de teia), que organiza o que foi apresentado.	No caso de mostrar as representações, o autor sugere ao professor que, ao usar lápis e folha de papel, devem se desconsiderar a espessura destes objetos (percebemos aqui a ideia de modelo geométrico, visto que adaptações para representar objetos matemáticos são necessárias).	–
Atividades resolvidas	Seção com uma atividade (ou três itens), da matemática pura e com uso do verbo determine.	A atividade se assemelha com uma proposta por Iezzi <i>et al.</i> Nota-se que cada item corresponde, exatamente, com as três posições relativas definidas antes, ou seja, <i>definiu-aplicou</i> . Sugere ao professor ver as sugestões da atividade ao final.	p. 15: sugere que os alunos levem para a sala de aula embalagens com o formato visto na atividade (paralelepípedo retângulo), pois entende que “pode contribuir para a visualização dos segmentos de retas correspondentes às arestas” (p. 309).
Atividades	Seção com cinco atividades (ou 15 itens), todos da matemática pura. Os verbos usados são: classifique/reescreva, determine (1 item), escreva e elabora/verifique. Destacamos que uma das atividades é do tipo produção textual.	Novamente uma das atividades (atividade 3) permite respostas diferentes, mas que possuem resultados iguais. A atividade 6 possui caráter de desafiar a ideologia da certeza e o paradigma do exercício, visto que não possui única resposta possível. O contexto e comandos da atividade 7 (produção textual) sugerem um cenário para investigação. O segundo item da atividade 4 pode levar a uma confusão, apesar disso, se bem entendida pelos alunos, poderia levar a um cenário.	–

Continua

Impedimento no futebol	Seção informativo-descritiva sobre o impedimento no futebol, exemplificando uma situação fictícia e explicando os procedimentos computacionais para mostrar o “tira-teima”. Ao final, são propostos três itens para os alunos, sendo do tipo determine. Também se questiona em quais outros lances poderia ser utilizado o tira-teima.	Apesar de a situação explorar alguns recursos, as perguntas formuladas são apenas para atender ao conteúdo passado, como a posição relativa entre a linha de fundo e lateral do campo de futebol e a linha de impedimento.	p. 17: informar os alunos que algumas emissoras usam, no lugar da linha de impedimento, um plano perpendicular, pois apresenta maior precisão, como ver se o tronco do jogador está ou não à frente. Ainda pede para informar que a regra não se aplica à cobrança de lateral.
Posição relativa entre reta e plano	A posição relativa irá depender da quantidade de pontos em comum de uma reta e um plano.	—	—
Reta contida no plano	Definição da reta contida no plano.	—	—
Reta paralela ao plano	Definição da reta paralela ao plano.	—	—
Reta concorrente (ou secante) ao plano	Definição da reta concorrente (ou secante) ao plano. Ao final dessa definição há a enunciação e demonstração de um teorema. Em seguida, o autor traz, novamente, representações de lápis e folha de caderno para exemplificar as posições relativas mencionadas. Por fim, apresenta, também de modo semelhante, um esquema que organiza o estudo das posições relativas entre uma reta e um plano.	O autor sugere ao professor, novamente, que diga aos alunos sobre a necessidade de desprezar a espessura do lápis e da folha de caderno.	—
Atividades resolvidas	Seção com uma atividade (ou três itens), da matemática pura e com uso do verbo responda.	Nota-se que cada item corresponde, exatamente, com as três posições relativas definidas antes, ou seja, <i>definiu-aplicou</i> .	—
Atividades	Seção com três atividades (ou nove itens), todos da matemática pura, com uso dos verbos: classifique/reescreva e determine; a outra atividade foca em identificações.	O primeiro item da atividade 8 está incorreto, visto que contraria um resultado já demonstrado pelo autor. A atividade 8 possui caráter semelhante ao de outras atividades do tipo classifique, visto que pode levar o aluno a resoluções diferentes.	—

Continua

Posição relativa entre dois planos	Há a enunciação de mais um postulado. O autor explica, assim, as possibilidades de interseção entre dois planos (dois pontos, todos os pontos ou nenhum). Há, ao lado esquerdo, uma fotografia de uma das obras de Escher, no entanto, a relação com o descrito na seção não é feita.	Diferente de antes, o autor vai tomar agora um sólido e depois mostrará as possíveis posições relativas entre dois planos. Esse movimento se aproxima do que Iezzi <i>et al.</i> fizeram.	p. 20: realizar outras perguntas a partir do mostrado na definição, uma vez que o exemplo ilustrativo das definições mostra apenas uma situação.
Coincidentes (ou paralelos iguais)	Definição de planos coincidentes (ou paralelos iguais).	—	—
Paralelos (ou paralelos distintos)	Definição de planos paralelos (ou paralelos distintos).	—	—
Concorrentes (ou secantes)	Definição de planos concorrentes (ou secantes). Ao final, o autor mostra, novamente, um esquema que organiza o que foi estudado e mostra as possíveis posições relativas, com auxílio de folhas de caderno e objetos como mesa e esquadro.	Novamente, a questão de mostrar objetos matemáticos, recorrendo aos objetos do mundo real.	—
Solução de um sistema linear 3 X 3	Nesta seção o objetivo é relacionar a posição relativa de três planos com as soluções de um sistema linear 3 X 3. O autor traz possibilidades dessas posições e pergunta três itens relacionados aos tipos de soluções que os sistemas apresentam. Ao final, questiona quantos pontos em comum os planos que correspondem ao sistema possível e determinado possuem.	Apesar de interessante a abordagem, não fica claro qual o objetivo da seção, visto que apenas pede uma identificação pelos alunos.	—
Atividades resolvidas	Seção com uma atividade, da semirrealidade (quadra de vôlei).	A representação da quadra se assemelha a uma cadeira vista em Iezzi <i>et al.</i> , pois não há foto ou o objeto cadeira, e sim uma construção que toma apenas alguns elementos do objeto. Qual o objetivo de tomar a rede de vôlei como um plano? Tem algum sentido fazer isso?	—

Continua

Atividades	Seção com três atividades (ou seis itens), sendo um da matemática pura e dois da realidade (fotos: prédio e monumento). Os verbos usados são: classifique/reescreva e os outros dois são perguntas com foco em identificação, apenas.	Novamente, vemos a ocorrência de uma atividade (11), que mostra outras possibilidades de resolução. As duas atividades que trazem referências reais, apenas focam na identificação de posições relativas; ambas poderiam ser discutidas em momentos que relacionam a construção civil (12) e a história (13).	–
Curvas de nível	Seção que mostra as curvas de nível, usadas em mapas de regiões geográficas. A seção, assim como outras semelhantes, faz a descrição-informação da situação e propõe, ao final, três itens para relacionar as figuras tridimensionais com a representação no plano.	Mais uma vez apresentação de seção que não explora possibilidades de investigação, exploração, questionamentos etc.	p. 23: verificar a possibilidade de construir uma representação de curva de nível com os estudantes. O autor mostra a possível organização da turma, os materiais usados e os passos da construção. Ao final, sugere questionamentos e a realização de uma pesquisa sobre aplicações das curvas de nível por profissionais diferentes. Notamos que ao buscar essa atividade, o autor vai além do descrito nas páginas do aluno.
Perpendicularismo no espaço	Retoma brevemente o que foi visto em seções anteriores e passa o foco para o perpendicularismo no espaço.	–	–
Retas perpendiculares e retas ortogonais	Estudo das retas perpendiculares e ortogonais, o autor define cada uma delas e apresenta o recurso de relacionar com lápis e folha de caderno.	O exemplo de representação com a caneta azul prejudica a visualização da ideia que o autor quer passar.	–
Reta perpendicular ao plano	Definição da reta perpendicular ao plano. Enunciação e “análise intuitiva” de um teorema. Novamente, uso de lápis e folha de caderno, dessa vez com esquadros, para mostrar a relação.	–	–
Planos perpendiculares	Definição de planos perpendiculares. Neste caso, o autor usa tanto as folhas de caderno quanto um sólido para identificar os planos perpendiculares.	–	–
Atividades resolvidas	Seção com duas atividades (ou quatro itens), todos da matemática pura; não são usados verbos e sim o formato de pergunta. Em todas as atividades o autor pede a justificativa.	A segunda atividade trabalha com contraexemplos, apesar do autor não se referir.	–

Continua

Atividades	Seção com cinco atividades (ou 12 itens), sendo três da matemática pura, um da semirrealidade (dobradiças) e um da realidade (balanço). Os verbos usados são: indique, responda (2), classifique (1 item) e determine (1 item). Uma das atividades é de alternativas. Dentre as atividades, uma delas é um desafio.	Atividade 14 apresenta um exemplo que pode justificar a ideia vista na cadeira (Iezzi <i>et al.</i>) e na quadra de vôlei (este volume), pois o autor mostra o balanço e um “esquema correspondente”. Em algumas atividades e itens o autor pede a justificativa. Analisar a resposta para a atividade 18-b.	–
Projeções ortogonais	O autor parte de uma situação real, no caso, de desenhos técnicos elaborados para um projeto, em que se faz necessário o estudo de projeções.	Notamos a partida de algo real para o estudo matemático (geométrico, no caso).	p. 28: verificar se os alunos perceberam a representação de diferentes feixes de luz para as projeções do avião, e não apenas um único feixe, visto que são mostradas três projeções ortogonais.
Projeção de um ponto sobre um plano	Definição da projeção de um ponto sobre um plano.	–	–
Projeção de uma figura sobre um plano	Definição da projeção de uma figura sobre um plano.	–	–
Projeção de uma reta ou um segmento de reta sobre um plano	Definição da projeção de uma reta ou um segmento de reta sobre um plano.	–	–
Atividades resolvidas	Seção com uma atividade, da matemática pura, com uso do verbo represente.	Exemplo que aplica o que foi definido anteriormente, porém adiciona outros planos de projeção, o que nas definições aparecia apenas um.	–
Atividades	Seção com três atividades (ou nove itens), todos da matemática pura, com uso dos verbos: escreva/desenhe, elabore/verifique e faça. Uma das atividades é do tipo produção textual.	A atividade de produção textual pode levar a um cenário para investigação, visto que não apresenta resposta única. As outras atividades têm foco em repetir procedimentos aplicados ou definidos antes.	–

Continua

Como funciona – A impressora 3D	A seção aborda o funcionamento de uma impressora 3D, o autor traz as etapas de produção de uma peça e faz sugestões para o professor.	A sugestão é que o professor retome as páginas de abertura e verifique se os alunos percebem as imagens do crânio como vistas laterais que, quando sobrepostas, formam uma imagem tridimensional. Em seguida, mostra uma estratégia que os alunos poderiam ler a seção novamente e verificar como o objeto é obtido a partir da impressora, visto que essa máquina também faz a sobreposição de camadas da peça produzida.	p. 31: após trabalhar com essa seção, o professor pode levar para a sala alguns objetos ou sólidos feitos de plástico e que estejam no cotidiano dos alunos. Assim, eles podem representar o objeto com vistas diferentes e o professor pode orientar na retomada de conceitos e reforçar as temáticas trabalhadas na unidade.
Distâncias no espaço	–	–	–
Distância entre dois pontos	Definição da distância entre dois pontos.	–	–
Distância entre ponto e reta	Definição da distância entre ponto e reta.	–	–
Distância entre ponto e plano	Definição da distância entre ponto e plano.	–	–
Distância entre retas paralelas	Definição da distância entre retas paralelas.	–	–
Distância ente reta e plano paralelos	Definição da distância entre reta e plano paralelos.	–	–
Distância entre planos paralelos	Definição da distância entre planos paralelos.	–	–
Distância entre retas reversas	Definição da distância entre retas reversas.	–	–
Atividades resolvidas	Seção com uma atividade (ou três itens), da matemática pura com uso do verbo determine.	Os itens são aplicações de algumas das definições de antes. A exceção é que o terceiro item recorre ao Teorema de Pitágoras para a resolução.	–

Continua

Atividades	Seção com seis atividades (ou 17 itens), todas da matemática pura (em uma há a “representação esquemática de uma piscina”, mas assemelha-se aos modelos já vistos antes, por isso é da matemática pura). Os verbos usados são: classifique/justifique, determine (4, sendo 2 em itens), escreva/verifique e escreva (1 item). Uma das atividades é do tipo produção textual.	Novamente, vemos uma atividade que não apresenta, exatamente, uma mesma solução (atividade 22); assim como a atividade 24, que é produção textual. Notamos uma semelhança muito grande entre as atividades 23, 25 e 26, visto que mudam apenas o enunciado ou acrescentam medidas de arestas, o objetivo continua sendo o de identificar as distâncias. A atividade 27 é interessante, visto que traz um problema relacionado com conteúdo ainda não trabalhado, que é a distância da diagonal de um cubo.	—
Sobre a unidade	Assim como em outros volumes, essa seção traz perguntas para os estudantes relacionadas com a autoavaliação (1 e 2); com a explicação dada sobre conceitos primitivos (3); as possibilidades de empregar pesquisas (4, sobre as geometrias não euclidianas; 5, situações em que os conteúdos da unidade estão presentes). Ao final, há as ideias matemáticas, fazendo um esquema com tópicos vistos e ligando-os, neste caso, o autor pede a realização de um texto que descreva as relações entre essas ideias, com possibilidade de trazer outras.	As sugestões para o professor são a de conversar com os alunos sobre os objetivos da unidade, ver se compreenderam noções estudadas; orientar os alunos para aprimorar o esquema das ideias matemáticas; que os estudantes registrem as discussões e produzam uma síntese da unidade.	—
Considerações do capítulo: Uma primeira lógica mais clara está na construção do conceito de posições relativas, visto que o autor traz alguns casos, depois mostra um esquema organizacional e a relação destes objetos matemáticos com objetos reais (lápiz, folha de caderno); isso pode ser visto em p. 14-15, p. 18-19 e p. 20-21. Quando o autor traz essa relação com objetos reais, diferente de Iezzi <i>et al.</i>, ele usa a ideia de representação, em Iezzi <i>et al.</i>, temos a ideia de imaginação. Outro ponto que chama atenção, quando comparado com Iezzi <i>et al.</i>, está na apresentação de casos contrários ou particulares à ideia que foi estudada; estes casos são mostrados em pequenas caixas com uma seta indicativa; no caso de Iezzi <i>et al.</i>, todos os casos eram mostrados no texto normalmente. Parece que ao trazer, novamente, nas orientações, os objetivos da unidade, o autor faz de modo proposital, visto que um dos questionamentos e sugestões ao professor seria estabelecer, caso julgue necessário, novos objetivos. Notamos, ainda, que as orientações mudam e não apenas complementam o que é mostrado nas seções para os alunos, como o caso de fazer pesquisas e levar objetos para a sala de aula, o que não é mencionado nas páginas do estudante. Assim, caso o professor leia e desenvolva algumas das propostas ali colocadas, as situações poderiam levar a investigações, explorações e explicações de conceitos matemáticos aplicados à realidade, levando ao favorecimento da matemacia.			

Fonte: Dados da pesquisa (2022).