



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Câmpus de Presidente Prudente

Problema de fluxo de potência ótimo estocástico com variáveis discretas investigado através de uma abordagem determinística

Marina Schimidt

Orientador: Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo

Programa: Matemática Aplicada e Computacional

Presidente Prudente, Setembro de 2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

**Problema de fluxo de potência ótimo
estocástico com variáveis discretas investigado
através de uma abordagem determinística**

Marina Schimidt

Orientador: Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP para obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada e Computacional.

Presidente Prudente, Setembro de 2022

S335p	Schmidt, Marina Problema de fluxo de potência ótimo estocástico com variáveis discretas investigado através de uma abordagem determinística / Marina Schmidt. -- Presidente Prudente, 2022 84 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente Orientador: Antonio Roberto Balbo 1. Fluxo de potência ótimo estocástico e discreto. 2. Função de densidade de probabilidade de Weibull. 3. Energia eólica. 4. Variáveis discretas. 5. Método de pontos interiores/exterioros. I. Título.
-------	---

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MARINA SCHIMIDT, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA.

Aos 02 dias do mês de setembro do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MARINA SCHIMIDT, intitulada **Problema de fluxo de potência ótimo estocástico com variáveis discretas investigado através de uma abordagem determinística**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Proa. Dra. EDILAINE MARTINS SOLER (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP. Após a exposição pela mestranda e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, a discente recebeu o conceito final: Aprovada . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO

Dedico à minha família, por todo o apoio e amor.

Agradecimentos

À Deus pela vida e por todas as oportunidades e experiências vivenciadas até aqui.

Ao professor Dr. Antonio Roberto Balbo, meu orientador, pela oportunidade, por toda dedicação, paciência, disponibilidade e atenção no desenvolvimento, detalhes e discussões do trabalho.

À minha família, por todo incentivo e que diante de tantas adversidades me deram suporte para continuar e acreditaram junto comigo nesse sonho.

Aos professores da graduação e pós-graduação pela contribuição em minha formação acadêmica.

Ao Rafael Ramos, por toda a ajuda no desenvolvimento do trabalho.

À professora Dra. Edilaine Martins Soler e ao professor Dr. André Christovão Pio Martins, por participarem das bancas de avaliação e pelas contribuições para este trabalho.

Aos funcionários da Seção Técnica de Pós-Graduação por toda a colaboração com a parte burocrática do programa, especialmente a Cinthia, pela gentileza e atenção.

*Não sei como o mundo me vê, mas eu me sinto
como um garoto brincando na praia, contente em
achar aqui e ali, uma pedra mais lisa ou uma
concha mais bonita, mas tendo sempre diante de mim,
ainda por descobrir, "o grande oceano de verdades".*

Isaac Newton

Resumo

Neste trabalho considera-se uma modificação no modelo matemático relativo ao problema de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico (FPOE), no qual são inseridas variáveis discretas relacionadas aos *taps* dos transformadores e susceptâncias *shunt* de capacitores e reatores, redefinindo-o como um problema de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto (FPOED), em que a estocasticidade provém da introdução da geração eólica neste. Esse problema é formulado como um problema de otimização restrito, não diferenciável, não linear, não convexo, com variáveis contínuas e discretas, as quais melhor representam o cenário real, sendo um problema de difícil resolução (NP-*Hard*) para o qual uma abordagem determinística é proposta à sua resolução. Com a consideração da energia eólica, a programação do despacho de potência ativa torna-se incerta, de modo que o custo de geração eólica é determinado pela subestimação (penalidade) e superestimação (reserva) da geração através da função de densidade de probabilidade de Weibull. Matematicamente, o problema de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto (FPOED) associado a sistemas termo-eólicos tem o objetivo de minimizar os custos termelétricos e eólicos dos sistemas de geração. O método de solução proposto é o primal-dual de pontos interiores/exteriore barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia (BLMDI) e para o tratamento das variáveis discretas foi utilizada uma estratégia que transforma o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, considerando uma função penalidade senoidal, que impõe às variáveis assumirem valores discretos. A não convexidade e a existência de múltiplos pontos de mínimos e máximos para o problema de FPOED é tratada no método proposto através da estratégia de correção de inércia. Para o custo termelétrico, considerando os pontos de carregamento de válvula, variáveis auxiliares e restrições de desigualdade são consideradas para tratar de forma equivalente a função valor absoluto senoidal, uma vez que essa não é diferenciável nesses pontos. Com estas considerações, a investigação de soluções é feita através da implementação computacional em linguagem Matlab e aplicada aos sistemas IEEE 14, 30, 57 e 118 barras para testar e validar a metodologia proposta.

Palavras-Chave: *Fluxo de potência ótimo estocástico e discreto; Função de densidade de probabilidade de Weibull; Energia eólica; Variáveis discretas; Método de pontos interiores/exteriore.*

Abstract

In this work is considered a modification in the mathematical model related to the Stochastic Optimal Power Flow (SOPF) problem, in which variables are inserted related to transformer taps and shunt susceptances of capacitors and reactors, redefining it as a Discrete and Stochastic Optimal Power Flow (DSOPF) problem, where stochasticity comes from the introduction of wind power. This problem is formulated as a constrained, non-differentiable, non-linear, non-convex problem, with continuous and discrete variables, which best represent the real scenario. Since this is a difficult problem to solve (NP-Hard), a deterministic approach is applied to its resolution. With wind energy in mind, active power dispatch scheduling becomes uncertain, so the cost of wind generation is determined by the underestimation (penalty) and overestimation (reserve) of the generation through the Weibull probability density function. Mathematically, the Discrete and Stochastic Optimal Power Flow problem (DSOPF) associated with thermo-wind systems has the objective of minimizing the thermoelectric and wind costs of the generation systems. The proposed solution method is the primal-dual interior/exterior point modified discrete logarithmic barrier with inertia correction (MDLBI) and for the treatment of the discrete variables, a strategy was used that transforms the discrete problem into a sequence of continuous problems, considering a sinusoidal penalty function, which imposes on the variables to assume discrete values. The non-convexity and the existence of multiple minimum and maximum points for the DSOPF problem is dealt with the proposed method through the inertia correction strategy. For the thermoelectric cost, considering valve-point loading effect, auxiliary variables and inequality constraints are considered to treat the sinusoidal absolute value function equivalently, since it is not differentiable at these points. With these considerations, the investigation of solutions is done through the computational implementation in Matlab language and applied to the IEEE 14, 30, 57 and 118 bus systems to test and validate the proposed methodology.

Keywords: Discrete and stochastic optimal power flow; Weibull probability density function; Wind energy; Discrete variables; Interior/exterior point method.

Lista de Figuras

3.1	Saída de potência ativa eólica em função da velocidade do vento. [40]	. . .	34
5.1	Efeito de $\varrho = 5$ na função objetivo. Adaptado de [32].		48
5.2	Efeito de $\varrho = 0.2$ na função objetivo. Adaptado de [32].		49

Lista de Tabelas

2.1	Resumo das considerações dos métodos de otimização propostos anteriormente para a resolução dos problemas.	29
6.1	Parâmetros para o método BLMDI, dados das unidades de energia eólica e parâmetros da função penalidade senoidal.	63
6.2	Resultados para o sistema IEEE 14 barras	64
6.3	Resultados para o sistema IEEE 30 barras	66
6.4	Resultados para o sistema IEEE 57 barras	67
6.5	Resultados para o sistema IEEE 118 barras	69
6.6	<i>Gap</i> em % calculado para os problemas FPOD e FPOED.	70
6.7	Parâmetros para o método BLMDI, dados das unidades de energia eólica e parâmetros da função penalidade senoidal.	71
6.8	Resultados para o sistema IEEE 14 barras	72
6.9	Resultados para o sistema IEEE 30 barras	73
6.10	<i>Gap</i> em % calculado para os problemas FPOD e FPOED.	74
A.1	Dados dos geradores - Sistema IEEE 14 barras	81
A.2	Dados dos geradores - Sistema IEEE 30 barras	81
A.3	Dados dos geradores - Sistema IEEE 57 barras	81
A.4	Dados dos geradores - Sistema IEEE 118 barras	82

Lista de Abreviaturas e Siglas

AALS: Abordagem de aproximação linear sucessiva.

ABEEólica: Associação Brasileira de Energia Eólica.

AO: Aquila Optimizer.

BLM: Método primal-dual de pontos interiores/exteriores Barreira Logarítmica Modificada.

BLMDI: Método primal-dual de pontos interiores/exteriores Barreira Logarítmica Modificada Discreto com Correção de Inércia.

CS: Cuckoo Modificado.

DE: Despacho Econômico.

FDA: Função de Distribuição Acumulada.

FDP: Função de Densidade de Probabilidade.

FDPW: Função de Densidade de Probabilidade de Weibull.

FPO: Fluxo de Potência Ótimo.

FPOD: Fluxo de Potência Ótimo Discreto.

FPOE: Fluxo de Potência Ótimo Estocástico.

FPOED: Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto.

FPOR: Fluxo de Potência Ótimo Reativo.

FPORD: Fluxo de Potência Ótimo Reativo com variáveis Discretas.

FPORrS: Fluxo de Potência Ótimo Reativo com Restrições de Segurança.

IPOPT: Interior Point Optimizer.

FLA: Função Lagrangiana Aumentada.

KKT: Karush-Kuhn-Tucker.

MMSA: Modified moth swarm algorithm.

MNPL: Método de Newton com Programação Linear.

MPDBLM: Método primal-dual Barreira Logarítmica Modificada.

MPDBLPC: Método primal-dual Barreira Logarítmica Previsor Corretor.

PDBL: Primal-dual Barreira Logarítmica.

PDPIEBLM: Método primal-dual de pontos interiores/exteriores Barreira Logarítmica Modificada.

PDPIP: Primal-dual de Pontos Interiores-Penalidade.

PDPIRC: Primal-dual de Pontos Interiores com Região de Confiança.

PPNL: Problema de Programação Não Linear.

PPNLDC: Problema de Programação Não Linear com variáveis Discretas e Contínuas.

PSO: Particle Swarm Optimization.

RNBLM: Rescalamento Não-Linear Barreira Logarítmica Modificada.

TFC: Teorema Fundamental do Cálculo.

Sumário

Resumo	7
Abstract	9
Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	11
Lista de Siglas	15
Capítulos	
1 Introdução	19
2 Trabalhos correlacionados: FPO, FPOD, FPOE e FPOED	23
2.1 Variáveis discretas no problema de FPO	24
2.2 FPO considerando geração eólica	26
3 FDPW e Fonte Eólica	31
3.1 Função de Densidade de Probabilidade, Função de Distribuição Acumulada e Esperança de variáveis aleatórias contínuas	31
3.2 Função de Densidade de Probabilidade de Weibull (FDPW)	33
3.3 Cálculo da potência eólica	33
3.4 A potência eólica calculada através da FDPW	34
3.5 Custos da geração eólica	35
4 Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto (FPOED)	39
4.1 Nomenclatura	39
4.2 O modelo de FPOED	41
4.2.1 Função Objetivo	42
4.2.2 Restrições de Igualdade	42
4.2.3 Restrições de Desigualdade	43
5 Metodologia de resolução para o FPOED	45
5.1 Estratégia para o tratamento do valor absoluto na função objetivo	45
5.2 Tratamento das variáveis discretas	46
5.3 O método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia	49
5.3.1 Procedimento para o cálculo das direções de busca	51
5.3.2 Condição de positividade local	55
5.3.3 Correção de Inércia	55
5.3.4 Cálculo do comprimento do passo	57

5.3.5	Novo ponto	57
5.3.6	Atualização dos parâmetros μ e δ	58
5.3.7	Critério de Parada	59
5.3.8	Inicialização	59
5.3.9	Algoritmo do método BLMDI	59
6	Resultados	61
6.1	Testes numéricos - 1 ^a etapa	62
6.1.1	Testes Numéricos - Sistema IEEE 14 barras	63
6.1.2	Testes Numéricos - Sistema IEEE 30 barras	65
6.1.3	Testes Numéricos - Sistema IEEE 57 barras	66
6.1.4	Testes Numéricos - Sistema IEEE 118 barras	68
6.2	Análise de resultados - 1 ^a etapa	69
6.3	Testes numéricos - 2 ^a etapa	71
6.3.1	Testes Numéricos - Sistema IEEE 14 barras	71
6.3.2	Testes Numéricos - Sistema IEEE 30 barras	72
6.4	Análise de resultados - 2 ^a etapa	73
7	Conclusões	75
	Referências	76
A	Dados dos geradores	81

Introdução

Atualmente, o uso da energia elétrica é essencial para a realização de atividades do cotidiano ligadas à vida humana. Contudo, a sua produção e utilização podem trazer impactos ambientais e financeiros, pois existem diversas formas de se gerar energia e cada uma delas traz suas vantagens e desvantagens. A busca pela geração de energia limpa e renovável tem se destacado e é de interesse de dirigentes, empresas e pesquisadores da área de sistemas de geração de energia, visando a redução de impactos ambientais e de melhoria de benefícios econômicos.

Entre as fontes renováveis, a energia eólica ocupa um lugar de destaque. Segundo a Associação Brasileira de Energia Eólica (ABEEólica) [1], a energia eólica terminou o ano de 2021 com 751 parques eólicos e ultrapassando a marca de 20 GW de potência eólica instalada no Brasil. Desde 2018, a eólica é a segunda fonte de geração de energia elétrica no Brasil e, em dias de bons ventos e de produção, chega a atender cerca de 20% do país durante todo o dia e, em 2021, chegou a abastecer todo o Nordeste, durante um dia todo, por mais de uma vez.

A energia eólica além de ser uma fonte com reduzido impacto ao longo de sua implantação, não emite CO_2 em sua operação, substituindo, portanto, outras fontes de geração de energia elétrica com emissão, principalmente as térmicas, sendo essa uma de suas vantagens. Ainda de acordo com a ABEEólica, o total de emissões evitadas em 2020 foi de 21,2 milhões de toneladas de CO_2 , o equivalente à emissão anual de cerca de 21 milhões de automóveis de passeio.

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é expresso matematicamente como um problema de otimização não linear, restrito, não convexo, com variáveis contínuas e discretas que tem como objetivo otimizar uma função objetivo relacionada a geração, transmissão ou distribuição da energia dos sistemas elétricos de potência, respeitando restrições físicas e operacionais do sistema, buscando otimizar suas variáveis de controle. Cada vez mais vêm se explorando a inserção de fontes renováveis nos sistemas elétricos e como exemplo, tem-se problemas de FPO considerando geração eólica, tornando-o um problema de programação incerto, devido à estocasticidade dessa fonte de geração. Nesse caso, o problema se transforma em um de fluxo de potência ótimo estocástico, que com a consideração de variáveis de controle discretas (*taps* dos transformadores e susceptâncias *shunt* do banco de capacitores/reatores), é denominado de problema de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto (FPOED).

Um dos primeiros trabalhos sobre programação estocástica foi publicado em 1955 por George B. Dantzig [6]. Segundo ele, a motivação do estudo surgiu de uma proposta de estender os métodos de programação linear para resolver problemas de alocação com demanda incerta. Em geral, a inclusão de variáveis estocásticas em problemas de FPO

aumentam a complexidade do mesmo. Assim, na prática, os parâmetros incertos são substituídos por aproximações ou valores esperados e, então, problemas mais simples são resolvidos.

Com relação a geração de energia eólica, além de ser uma importante fonte de energia limpa, sua inserção em sistemas elétricos de potência contribui para a redução dos custos de geração, porém, a característica estocástica da velocidade do vento torna a programação ótima difícil de ser calculada. O operador do sistema deve programar quantidades adequadas de recursos de reserva de geração, de modo que a indisponibilidade de geração ocasionada pela intermitência dos geradores eólicos possa ser compensada por outras fontes disponíveis. Para isso, deve-se levar em consideração um conjunto de probabilidades para determinar uma solução que esteja mais próxima da realidade e seja capaz de tornar esse processo seguro. As reservas representam custos adicionais para o sistema elétrico. Estes custos são descritos na literatura como custos de reserva de geração ou superestimação da geração, e a minimização destes custos de reserva pode reduzir substancialmente a geração eólica. Deste modo, é adotado um custo por não utilizar a energia eólica disponível, conhecido como custo de penalidade ou subestimação da geração, conforme [12] e adotado nos trabalhos [35, 36].

Os custos de reserva e penalidade são geralmente formulados como termos expressos por integrais definidas, cuja formulação é baseada na função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW). Esses termos integrais não possuem solução analítica, ou seja, sua solução pode ser obtida apenas por métodos numéricos.

Conforme [7], atualmente, poucos métodos de resolução de problemas de FPO podem ser considerados eficientes para problemas de otimização não linear de grande porte quando envolvem variáveis discretas ou inteiras. Diversos algoritmos têm sido desenvolvidos para resolver essa classe de problemas: alguns trabalham em transformar o problema discreto em um problema contínuo e utilizar técnicas de arredondamento para obter sua solução; outros realizam uma modelagem direta das variáveis discretas, a qual está relacionada com meta-heurísticas. Ressalta-se que vários pacotes de otimização foram desenvolvidos, porém, especialmente para problemas de grande porte, estes algumas vezes falham, o que deixa claro que é necessário desenvolver novos métodos para essa classe de problemas [17].

Em [31] foi proposto um método baseado em função penalidade e método primal-dual barreira logarítmica (PDBL) para o tratamento das variáveis discretas, como os *taps* dos transformadores do problema de FPO reativo (FPOR). Inicialmente, as variáveis discretas são tratadas como contínuas e adicionam-se funções penalidade senoidais e diferenciáveis à função objetivo do problema.

No trabalho [32] as variáveis discretas do problema de FPO reativo (*taps* dos transformadores e banco de capacitores e reatores *shunt*) foram representadas como contínuas e a função objetivo é modificada com a adição de uma função de penalidade. O principal benefício desta abordagem é trabalhar com uma função objetivo diferenciável e contínua, que pode ser tratada de forma eficiente com *solvers* de programação não linear, que no caso foi utilizado o IPOPT (*Interior Point OPTimizer*).

Neste trabalho, propõe-se uma modificação no modelo do problema de FPOED para calcular a programação ótima de potência ativa e reativa com o objetivo de minimizar os custos da geração de sistemas termo-eólicos, por meio de uma abordagem de otimização determinística. Os custos da geração termelétrica levam em consideração os pontos de carregamento de válvula e os custos esperados relacionados à produção de energia eólica foram baseados nos trabalhos [12, 16].

Tendo em vista a importância do problema de FPO e a busca por métodos eficientes de resolução, nesse trabalho é realizada uma modificação no modelo desenvolvido em [35, 36],

nos quais foi considerada a energia eólica e solucionado o problema de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico (FPOE), inserindo neste as variáveis discretas *taps* dos transformadores e susceptâncias *shunt* de capacitores e reatores, transformando-o em um problema de FPO Estocástico e Discreto (FPOED) associado a sistemas termo-eólicos. À resolução do FPOED é proposta uma abordagem determinística envolvendo o método primal-dual de pontos interiores e exteriores barreira logarítmica modificada, a qual foi baseada nos trabalhos [35, 36], bem como em [7, 8, 32]. O custo de geração eólica é determinado pela subestimação (penalidade) e superestimação (reserva) da geração através da FDPW. Para o custo termelétrico, considerando os pontos de carregamento de válvula, variáveis auxiliares e restrições de desigualdade são utilizadas para tratar de forma equivalente a função valor absoluto senoidal, uma vez que essa não é diferenciável nesses pontos. Esse método foi utilizado para resolver problemas não lineares e com variáveis contínuas, enquanto neste trabalho, foi resolvido um problema não linear, não convexo e discreto misto, com a estratégia proposta em [32] e utilizada também em [7, 8]. Nesses trabalhos, para o tratamento das variáveis discretas foi utilizada uma estratégia que transforma o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, considerando uma função penalidade senoidal, que impõem às variáveis assumirem valores discretos. Testes computacionais são realizados em sistemas IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras, para comprovar a eficiência da abordagem proposta. Os testes realizados para a metodologia determinística proposta no trabalho foram organizados em duas etapas: na primeira etapa as variáveis discretas consideradas se concentram apenas nos *taps* dos transformadores e os sistemas testados são de 14, 30, 57 e 118 barras. Na segunda etapa dos testes, além dos *taps* também são inseridas as susceptâncias *shunt* como variáveis discretas e os sistemas de 14 e 30 barras foram utilizados para validar o método de solução.

As contribuições deste trabalho são:

- i) Uma modificação no modelo matemático desenvolvido por [35, 36] para o problema de FPOED associado a sistemas termo-eólicos, com o objetivo de minimizar os custos de geração termelétricos e eólicos, considerando variáveis discretas relacionadas aos *taps* dos transformadores e controles *shunt* de capacitores e reatores, visto que não há até o momento na literatura uma abordagem para problemas de FPO que considere geração eólica e variáveis de controle discretas simultaneamente;
- ii) A incorporação de estratégias para resolução do problema com variáveis estocásticas, relativas à potência eólica dependente da velocidade do vento, baseadas em [35, 36], bem como de tratamento de variáveis discretas associadas aos *taps* e susceptâncias *shunt* do problema de FPO, baseando-se em [30, 32];
- iii) A proposição de um método de solução determinístico, o primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada discreto, que incorpora uma estratégia que transforma o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, considerando uma função penalidade senoidal, para o tratamento das variáveis discretas. Além dessa, a não convexidade e a existência de múltiplos pontos de mínimos e máximos para o problema de FPOED é tratada no método proposto através da estratégia de correção de inércia;

iv) A implementação e aplicação dessa abordagem em problemas de FPOE com variáveis de controle discretas (FPOED).

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: dedica-se este capítulo à introdução. No Capítulo 2 são apresentados os trabalhos relacionados ao problema de FPO e o histórico da subestimação e superestimação da geração eólica. No Capítulo 3, apresenta-se a FDPW e o cálculo da potência eólica. O Capítulo 4 é destinado à modelagem do problema de FPOED, o Capítulo 5 ao desenvolvimento do método de solução com a abordagem do tratamento das variáveis discretas. O Capítulo 6 apresenta os resultados dos testes realizados e as conclusões e perspectivas futuras deste trabalho estão descritas no Capítulo 7.

Trabalhos correlacionados: FPO, FPOD, FPOE e FPOED

Neste capítulo são apresentados os trabalhos relacionados ao problema de FPO, bem como algumas dificuldades associadas à sua resolução e que envolvem os métodos para o tratamento das variáveis discretas e o FPO considerando a geração eólica.

Em um problema de FPO, o objetivo principal é encontrar o ajuste das variáveis de controle contínuas e/ou discretas de modo a otimizar um critério definido na operação ou no planejamento do sistema e ao mesmo tempo atender as restrições técnico-operacionais. Este critério a ser otimizado é expresso matematicamente por uma função objetivo que assume diversas formulações: podendo ser a de minimizar perdas de potência ativa no sistema de transmissão, custo de alocação de reativos, minimização do custo de geração de energia, o qual será considerado nesse trabalho, entre outras.

O problema de FPO foi proposto em [4] a partir do problema de Despacho Econômico (DE). Até então, os modelos de despacho desconsideravam aspectos importantes do sistema elétrico, como por exemplo, a transmissão e os limites de operação. Com essa inclusão, o DE passou a ser um caso particular do problema de FPO. A proposta desse autor foi convertê-lo em um problema irrestrito utilizando a função Lagrangiana clássica. Na sequência são aplicadas as condições de otimalidade na função Lagrangiana e resolve-se o sistema não linear obtido através do método de Gauss-Seidel, obtendo a solução do problema quando são satisfeitas as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

Posteriormente, outros trabalhos envolvendo novas técnicas de otimização, com mudanças na formulação do FPO foram publicados na literatura. Essas técnicas, por sua vez, diferem entre si basicamente pelo processo de otimização e as variações na modelagem do problema, abordando outras funções objetivo, restrições e o tratamento utilizado para as variáveis de controle. Na sequência será apresentado um histórico com as propostas de resolução do problema de FPO nos últimos anos. A revisão comentada a seguir é embasada nos trabalhos [7, 28, 33].

Em 1997 [5], propôs um modelo de fluxo de potência ótimo modificado, introduzindo variáveis de folga nas restrições de desigualdade e essas restrições penalizadas e combinadas com a função objetivo, e a proposta combina a programação quadrática sequencial (Newton) e a de Métodos Lagrangianos Aumentados resolvidos através do método primal-dual (MPD).

Em [2] o método da Função Lagrangiana Aumentada foi combinado ao Método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica (FLA e MPIPDBL) para minimizar as perdas de potência ativa em problemas de FPO. Nesta abordagem, variáveis de folga

são acrescentadas às restrições de desigualdade relacionadas aos limites de magnitudes de tensão e *taps* dos transformadores em-fase. Em seguida, tais variáveis de folga são incorporadas à função objetivo através da função barreira logarítmica. As demais restrições de desigualdade são tratadas pelo método da função Lagrangiana aumentada. Variáveis duais são associadas às restrições de igualdade e as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem são aplicadas. O sistema não-linear obtido foi resolvido pelo método de Newton. Testes numéricos com um sistema de 162 barras e o sistema Sul-Sudeste brasileiro de 810 barras mostraram a eficiência da proposta.

Uma variante do tipo previsor-corretor para o método da função barreira modificada (MPDBLPC) foi proposto no trabalho [34]. Nesta abordagem, as restrições de desigualdade são transformadas em igualdades pela introdução de variáveis de folga auxiliares. A condição de positividade das folgas é tratada por meio da função barreira modificada. Ao problema de barreira modificada é associada uma função Lagrangiana. As condições necessárias de otimalidade de primeira ordem são aplicadas e o sistema não-linear obtido é resolvido pelo método de Newton. Baseados nas ideias da variante do tipo previsor-corretor para pontos interiores, os autores apresentaram um procedimento preditor-corretor para o método da função barreira modificada, através da introdução de termos não-lineares de segunda ordem no vetor de resíduos. Testes numéricos com sistemas de 30 a 2256 barras mostraram que a abordagem do tipo previsor-corretor desenvolvida permite a redução do tempo computacional quando comparada ao método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e o método da função barreira modificada puro.

No trabalho [37], os autores propuseram uma abordagem do método de ponto interior/exterior primal-dual (PDPIEBLM) que usa a função de barreira logarítmica modificada juntamente com uma estratégia de teste quadrática e novos procedimentos de direção de busca para minimizar a potência ótima reativa do problema de FPO. O teste quadrático é proposto como uma estratégia alternativa para o procedimento de Cholesky para calcular a positividade da matriz hessiana do problema. As novas direções de busca investigadas no artigo são determinadas combinando à pesquisa direções calculadas nas etapas de previsão e correção, e também usando informações associadas à condições de complementaridade. O método é implementado em Matlab e aplicado na resolução do problema de FPO para sistemas de 9 e 39 barras, bem como para os sistemas de teste IEEE 14, 30, 57 e 118 barras. Os resultados reforçam a eficiência do método proposto para resolver o problema.

2.1 Variáveis discretas no problema de FPO

A formulação do problema de FPO considerando somente variáveis contínuas, como é o caso do modelo clássico, não retrata a realidade dos sistemas elétricos de potência, em que, algumas variáveis discretas devem ser consideradas, como por exemplo, os *taps* dos transformadores e as susceptâncias *shunt* que estão associadas aos bancos de capacitores e reatores do sistema. Três deficiências principais associadas à resolução de problemas de FPO, visando sua aplicação na operação real de sistemas elétricos, foram apresentadas no trabalho [38]: os equivalentes utilizados na resolução de problemas de FPO podem causar grandes erros nas soluções do problema (os equivalentes de fluxo de potência são usados para reduzir o tamanho dos problemas ou para modelar subsistemas não observáveis); os métodos para tratamento das variáveis discretas em algoritmos de problemas de FPO produzem soluções com custos significativamente maiores do que as soluções ótimas contínuas; o número de ações de controle usadas na resolução de problemas de FPO frequentemente é muito grande para ser executada em sistemas reais. Destacam ainda que, apesar de reduzirem a precisão e utilidade das aplicações de problemas de FPO, estas

questões receberam pouca atenção porque diversos aspectos fundamentais do problema de FPO tem sido ignorados. Embora o procedimento para discretização das variáveis de controle discretas pode resultar em soluções subótimas, ao menos deve-se garantir que a solução discreta obtida seja factível. Deixar que os ajustes de controles discretos sejam realizados a critério do usuário é quase sempre insatisfatório, pois os ajustes executados podem facilmente causar a violação das restrições de desigualdade, que não podem ser corrigidas completamente apenas com o ajuste das variáveis contínuas [28].

No sentido de tratar a natureza discreta das variáveis, diversos trabalhos foram desenvolvidos. O trabalho [14] apresenta novos métodos baseados em abordagens probabilísticas e adaptativas, que podem estender as restrições de segurança (FPORRS) existentes nos problemas de FPO para resolver efetivamente problemas de rede em larga escala, envolvendo dispositivos *shunt* discretos. Na primeira abordagem é utilizada uma técnica probabilística que fixa um subconjunto das variáveis discretas no valor discreto mais próximo a cada iteração. A probabilidade de fixar uma variável discreta depende da proximidade entre o valor da variável ao resolver a relaxação contínua e o valor discreto permitido mais próximo. Quando o valor contínuo da variável discreta está próximo a um valor discreto, há uma probabilidade maior de fixá-la; por outro lado, se o valor contínuo estiver mais próximo ao ponto intermediário entre dois valores discretos consecutivos, a chance de fixação da variável é baixa. A segunda abordagem é uma técnica de limitante adaptativo, na qual a variável discreta é fixada se seu valor obtido ao resolver a relaxação contínua estiver a uma distância especificada do discreto mais próximo. Conforme o processo iterativo avança, este valor, expresso como uma porcentagem do passo discreto, é aumentado para garantir a discretização de todos os controles discretos. Em ambas as técnicas, cada vez que um subconjunto de variáveis discretas é fixado o problema contínuo é resolvido novamente e a técnica reaplicada a fim de fixar outras variáveis. As técnicas propostas também foram aplicadas na prática em modelos de rede em grande escala da Grã-Bretanha. Os resultados mostram que as técnicas propostas podem alcançar uma melhor minimização de perdas nas soluções obtidas quando comparado ao método de arredondamento padrão.

Em 2012, os autores de [31] propuseram um método baseado em função penalidade e método primal-dual barreira logarítmica (PDBL) para o tratamento das variáveis discretas, como os *taps* dos transformadores e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* do problema de FPO. Inicialmente, as variáveis discretas são tratadas como contínuas e adicionam-se funções penalidade senoidais e diferenciáveis à função objetivo do problema. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 118 e 300 barras, e verificou-se que a abordagem proposta foi eficiente para o tratamento das variáveis discretas, obtendo soluções de boa qualidade para sistemas em que outros métodos falharam ou precisaram de alto tempo de processamento para atingir a solução ótima.

No trabalho [32] as variáveis discretas do problema de FPO reativo foram representadas como contínuas e a função objetivo é modificada com a adição de uma função de penalidade. O principal benefício desta abordagem é trabalhar com uma função objetivo diferenciável e contínua, que pode ser tratada de forma eficiente com Solvers de programação não linear, que no caso foi utilizado o IPOPT (*Interior Point Optimizer*).

Um modelo do problema de FPO quadrático com variáveis de controle discretas baseado em coordenadas retangulares aumentadas foi proposto em [18]. As funções de penalidade quadráticas foram incorporadas para tratar as variáveis discretas, e o método de pontos interiores primal-dual previsor-corretor (PDPIPC) foi utilizado para a resolução do problema.

Em [42], foi resolvido o problema de FPO por uma abordagem de aproximação linear sucessiva (AALS) e as variáveis de controle discretas: *taps* e capacitores *shunt*, foram

modelados por restrições lineares. Os dois modelos linearizados facilitaram a formulação do modelo do problema de FPOR linearizado restrito inteiro misto. Casos teste mostraram a eficiência do novo método.

Em [28], foram utilizadas três abordagens determinísticas baseadas em métodos com teoria de convergência desenvolvida. Na primeira abordagem, o sistema restrito de equações não lineares advindo das condições necessárias de otimalidade de KKT é resolvido com uma abordagem denominada Newton com programação linear (MNPL), na segunda abordagem as variáveis discretas são tratadas como contínuas através de funções penalidade senoidais que são incorporadas à função objetivo, penalizando-a quando as variáveis discretas assumem valores não discretos, com rescalamento não linear e primal-dual barreira logarítmica com região de confiança (RNBLM) e na terceira abordagem, cada problema penalizado é resolvido através de um método primal-dual de pontos interiores com região de confiança (PDPIRC).

Já em [29] foi proposta a utilização da função penalidade polinomial como *gap* de integralidade. Tais abordagens são descritas como: heurística de factibilidade, heurística de melhoria de solução e *gap* de integralidade. A primeira abordagem é a heurística de factibilidade, que objetiva encontrar uma solução factível para o problema de FPOR, minimizando o *gap* de integralidade das variáveis discretas, por meio de uma busca local. A segunda é a heurística de melhoria de solução, que objetiva encontrar soluções factíveis melhores a cada iteração até que não seja mais possível, por meio de uma restrição de corte de nível da função objetivo e também minimizando o *gap* de integralidade das variáveis discretas. A terceira abordagem considera a função *gap* de integralidade como restrição de igualdade adicional da relaxação contínua do problema de FPOR. Em todas as abordagens, o problema de FPOR original é transformado em um problema contínuo resolvido pelo método de pontos interiores.

Uma estratégia primal-dual de pontos interiores-penalidade para a resolução do problema FPOR com variáveis de controle discretas (FPORD) foi proposta em [7]. Para tratar as variáveis de controle discretas do problema de FPORD, foi utilizada uma estratégia que transforma o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, baseada em uma função senoidal, que obriga as variáveis a assumirem valores discretos, baseado no trabalho [32]. O método primal-dual de pontos interiores-penalidade (PDPIP) foi utilizado para resolver essa sequência de problemas contínuos. O PDPIP é baseado na união de dois métodos: o primal-dual de pontos interiores e de penalidade. Devido a importância da atualização dos parâmetros de barreira e penalidade na convergência do método, foram implementados dois algoritmos (Conservativo e Adaptativo) para uma melhor comparação e avaliação de desempenho. A cada iteração, o método de Newton gerou as direções de busca para as variáveis primais e duais, que são atualizadas considerando os passos primais e duais, e enquanto as condições de parada (baseadas nas condições KKT) do método não forem obedecidas, atualiza-se o parâmetro da função senoidal das variáveis discretas e repete-se o ciclo até que todas as variáveis convirjam para os valores discretos em seus respectivos conjuntos. No modelo utilizado, as variáveis discretas foram os *taps* dos transformadores e susceptâncias *shunt*. Os resultados numéricos foram comparados aos do método primal-dual barreira logarítmica e mostraram o potencial do método proposto na resolução do problema de FPORD, com bom desempenho computacional, de acordo com o número de iterações e tempos computacionais apresentados.

2.2 FPO considerando geração eólica

Com a busca contínua por fontes alternativas de energia, é necessário incluir a geração eólica nos problemas de FPO. Neste tópico buscou-se na literatura, como frequentemente

os custos da geração eólica são aplicados nos modelos de FPO e os métodos de resolução utilizados ao longo dos anos.

Com a caracterização estocástica da velocidade do vento uma consequência é que a potência eólica gerada também é uma variável aleatória. No trabalho [12], foi proposta uma transformação na função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW) para representar a distribuição de probabilidade da potência eólica, pois os autores inseriram geradores eólicos em um problema de DE clássico, em que a potência dos geradores eram as variáveis do problema. Nesse sentido, consideraram duas possibilidades para a potência eólica programada no sistema, ou a potência estaria abaixo da média (subestimação) ou estaria acima da média (superestimação). Para o caso da subestimação, a potência eólica programada estaria abaixo da potência eólica disponível na região ou período, tem-se um custo de penalidade, e para o caso da superestimação a potência eólica programada estaria acima da média disponível e caso esta potência não ocorra, devido a variabilidade do vento, uma reserva de energia seria necessária para suprir a demanda, ocasionando um custo de reserva. Os autores consideraram ainda um custo linear associado a amortização e manutenção dos parques eólicos, desta forma os custos linear, reserva e penalidade foram inseridos na função objetivo do modelo de DE para o cálculo dos custos da geração de um sistema termo-eólico. Simulações numéricas com uma *toolbox* de otimização do Matlab foram realizadas para um sistema teste com 2 geradores termelétricos e 2 geradores eólicos. As conclusões dos autores foram que, com o aumento do parâmetro de escala relacionado com a média de velocidade do vento, o despacho de potência eólica aumentava, assim como para o coeficiente de penalidade. No caso de aumentar o coeficiente de reserva o despacho tende a diminuir. Esses coeficientes associados aos custos da geração eólica tem por objetivo auxiliar o operador do sistema na variação do preço da geração eólica no sistema.

Em [26], é apresentada uma solução para o FPO incorporando energia eólica. Com base na distribuição de velocidade do vento, os autores determinaram uma distribuição de frequência para a potência eólica através da aplicação de Monte Carlo e da FDPW. O modelo de custo de geração eólica proposto consiste no custo de oportunidade (reserva) da escassez de energia eólica e o custo de oportunidade (penalidade) do excedente de energia eólica, que refletem o custo de despacho de capacidade de reserva adicional e o custo de perda de benefícios ambientais, respectivamente, e é integrado o programa FPO convencional. Além disso, as restrições de estabilidade são consideradas simultaneamente também durante a otimização. Um método de programação evolutiva auto-adaptável é empregado para resolver o problema de FPO com energia eólica envolvida.

Em [16] foi proposto um método de Cuckoo Modificado (CS), que foi comparado a um método de *Particle Swarm Optimization* (PSO), para a solução do problema de FPO para sistemas termo-eólicos. O modelo de FPO tem como função objetivo a minimização dos custos das termelétricas sem considerar os pontos de carregamento de válvula e o custo de geração eólica, composto da superestimação e subestimação da geração eólica, sem considerar um custo linear. Os fluxos de potência ativa e reativa são calculados através de um fluxo de carga e as demais restrições são adicionadas à função objetivo através de penalidades. Para a superestimação e subestimação da geração eólica, os autores utilizam a FDPW para a parte contínua da variável aleatória da potência eólica e consideram o custo de subestimação da geração não como um custo real e sim como um termo de penalidade por não explorar o recurso disponível. Para os testes, foi considerada uma região com parâmetro de escala $c = 10$ e de forma $k = 2$ e foi verificada a influência do coeficiente de reserva K^R no despacho de potência eólica, assim foi possível observar que com o aumento do coeficiente de reserva o sistema despachou menos potência eólica. Vale ressaltar que embora o método otimize o problema declarado com sucesso, há muito

espaço para expandir o problema para incluir restrições mais realistas, como carga variável, mudanças nos padrões de mercado, etc. O método de CS foi superior nos resultados em relação ao PSO.

O trabalho [25] propõe um modelo para incluir os parques eólicos em problemas de FPO com o objetivo de minimizar a emissão de poluentes na atmosfera. A natureza estocástica da velocidade do vento e da energia eólica é representada pela função de distribuição de probabilidade Weibull. Os autores mostram o *trade-off* entre os objetivos de minimização de custos e emissões para a usina eólica e para a resolução foi utilizado um Algoritmo de Oposição baseado na Dinâmica de Bactérias (AODB).

Em 2019, [9] propôs um modelo de FPO que envolve três funções objetivo: a de minimização do custo operacional, a minimização da perda de potência de transmissão e a melhoria do perfil de tensão dos sistemas incorporando a energia eólica combinada com calor. A FDPW, conforme a potência eólica, é utilizada para a subestimação e superestimação da geração. Além disso, um algoritmo de enxame de mariposas modificado (MMSA) foi proposto para melhorar a convergência de velocidade, o desempenho e a eficiência do método convencional. Os testes realizados mostraram que o tempo computacional do MMSA é menor do que outros métodos que foram explorados no artigo (otimização baseada em ensino-aprendizagem, algoritmo lobo cinzento melhorado e enxame de mariposas convencional), o que comprova sua eficiência tanto em problemas de pequena escala, como também em sistemas de grande escala, o que permite empregar o MMSA proposto para obter a solução ótima dos sistemas da vida real.

No trabalho [15] é proposta uma modelagem matemática de otimização multiobjetivo que explora a produção de energia eólica em um problema de despacho econômico e ambiental termo-eólico. Para sua resolução é considerada uma metodologia determinística envolvendo os métodos de otimização multiobjetivo de Programação por Metas Ponderadas com Restrições Canalizadas Progressivas (PMPRCP), em conjunto com o método de pontos interiores, sendo utilizada uma nova técnica, a qual é uma combinação entre os métodos citados. As soluções dos subproblemas gerados por estes métodos são determinadas através de pacotes computacionais, sendo apresentados resultados de casos distintos de produção de energia, evidenciando a influência da energia eólica nos custos operacionais da geração e no impacto ambiental.

Em um trabalho mais recente, [13] apresenta um problema de FPOE com o objetivo de obter a melhor potência programada de parques eólicos, reduzindo os custos operacionais totais. Um novo método meta-heurístico chamado otimização Aquila (AO) é usado para resolver o problema, que é inspirado nos comportamentos do Aquila na natureza durante o processo de captura da presa. A velocidade do vento é representada pela FDPW. São realizados testes nos sistemas IEEE 30, 57 e 118 barras e os resultados são comparados com outros métodos meta-heurísticos presentes na literatura. Com seis cenários para os coeficientes de penalidade e custo reverso, o FPOE é aplicado a um sistema IEEE 30 barras modificado com dois parques eólicos para obter a potência programada ideal, o que reduz o custo total de operação. Os autores concluem que o método AO apresenta superioridade na resolução de problemas complicados de FPO em um sistema de grande porte com a incorporação da energia eólica.

Nos trabalhos [35, 36] é proposto um modelo de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico (FPOE) para sistemas termo-eólicos com o objetivo de minimizar os custos da geração termelétrica e da geração eólica. O método de resolução é o de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada (PDPIE-BLM) e as principais contribuições concentram-se na utilização do Teorema Fundamental do Cálculo para a determinação das derivadas de primeira e segunda ordem dos custos de reserva e penalidade associados à geração eólica.

A Tabela 2.1 traz um resumo das principais considerações dos métodos de otimização que foram propostos nas seções anteriores, evidenciando quais métodos consideraram a geração eólica e quais realizaram um tratamento para as variáveis de controle discretas.

Tabela 2.1: Resumo das considerações dos métodos de otimização propostos anteriormente para a resolução dos problemas.

Referência Contínuo	Método de solução	FPO	FPO Discreto	FPO Estocástico	FPO Estocástico e Discreto
[5]	MPD	✓	-	-	-
[2]	FLA e MPIPDBL	✓	-	-	-
[34]	MPDBLPC	✓	-	-	-
[37]	PDPIEBLM	✓	-	-	-
[14]	FPORRS	✓	✓	-	-
[31]	PDBL	✓	✓	-	-
[32]	<i>Solver</i> IPOPT	✓	✓	-	-
[18]	PDPIPC	✓	✓	-	-
[42]	AALS	✓	✓	-	-
[28]	MNPL, RNBLM, PDPIRC	✓	✓	-	-
[29]	<i>Gap</i> de integralidade	✓	✓	-	-
[7]	PDPIP	✓	✓	-	-
[12]	<i>Toolbox</i> Matlab	✓	-	✓	-
[26]	Monte Carlo e FDPW	✓	-	✓	-
[16]	CS	✓	-	✓	-
[25]	AODB	✓	-	✓	-
[9]	MMSA	✓	-	✓	-
[15]	PMPRC	✓	-	✓	-
[13]	AO	✓	-	✓	-
[35, 36]	PDPIE-BLM	✓	-	✓	-
Proposta	BLMDI	✓	✓	✓	✓

Neste capítulo foram apresentados alguns dos trabalhos correlacionados com o problema de FPO, considerando a geração eólica e variáveis discretas em seus modelos e métodos de solução. A partir da Tabela 2.1, nota-se que a maioria das abordagens propostas na literatura para a resolução do problema de FPO, os controles discretos são modelados como variáveis contínuas, poucos trabalhos consideram a geração eólica em suas formulações e na maioria deles fez-se o uso de métodos meta-heurísticos para sua resolução. As estratégias de resolução do FPOED propostas neste trabalho foram baseadas em [7, 8, 30, 32, 35, 36] e consideram ambas as abordagens, tanto a geração eólica quanto o tratamento das variáveis discretas, sendo esta uma das contribuições deste trabalho. A seguir são apresentadas as principais definições e resultados teóricos que possibilitarão a utilização de métodos determinísticos à resolução do FPOED, abordagem que não é encontrada na literatura, conforme a Tabela 2.1.

FDPW e Fonte Eólica

Neste trabalho é proposta uma modificação no modelo matemático desenvolvido em [35, 36] para o problema de FPOED associado a sistemas termo-eólicos, que tem como objetivo minimizar o custo de geração de energia, considerando as fontes termelétrica e eólica. A potência termelétrica despachada para cada gerador produzir é controlável pelo operador que determina a quantidade a ser gerada para atender a demanda. Mas no caso da geração eólica, que necessita do vento para sua produção e como a velocidade do vento é uma variável aleatória, a potência eólica real gerada torna-se uma variável aleatória estocástica e é preciso portanto, determinar a probabilidade de ocorrência da potência eólica disponível, pois o custo da geração eólica é calculado a partir da subestimação e superestimação da geração. A potência eólica programada é uma das variáveis do modelo e dessa forma obtém-se um modelo de FPOED ativo/reactivo para sistemas termo-eólicos considerando as variáveis discretas e contínuas.

As seções a seguir, são baseadas nos trabalhos [12, 16, 35, 36]. Nelas são apresentadas as definições da área de probabilidade, a função de densidade de probabilidade de Weibull, que representa a incerteza da velocidade do vento e são determinados os custos da geração eólica que foram inseridos na função objetivo da formulação proposta, a ser apresentada no Capítulo 4.

3.1 Função de Densidade de Probabilidade, Função de Distribuição Acumulada e Esperança de variáveis aleatórias contínuas

Em probabilidade, uma função X que associa a cada evento do espaço amostral um número real $X(\omega) \in \mathbb{R}$, é denominada uma variável aleatória que pode ser classificada como discreta ou contínua, dependendo do domínio dos valores de X .

Utiliza-se a potência eólica como uma das variáveis do modelo de FPOED e a mesma depende da velocidade do vento, tornando-se uma variável aleatória contínua, cuja distribuição é representada por uma função de densidade de probabilidade (FDP). As variáveis discretas possuem distribuição que é representada por uma função de distribuição de probabilidade e ambas possuem função de distribuição acumulada.

A partir dessas funções é possível calcular a probabilidade de ocorrência de um intervalo de velocidade do vento, para um determinado período ou região. Há intervalos de velocidade que a potência é constante, como no caso da velocidade do vento ser menor que a velocidade mínima de operação da turbina, ou após velocidade do vento atingir a

geração de potência nominal da turbina. Nesses casos tem-se a parte discreta da variável aleatória da potência eólica com função de distribuição de probabilidade.

A parte contínua da geração de potência eólica corresponde ao intervalo entre a velocidade mínima do vento para a operação da turbina eólica até a geração de potência nominal. A definição da FDP é dada a seguir.

Definição: Uma **função de densidade de probabilidade** (FDP) é uma função $f(x)$ que satisfaz as seguintes propriedades:

•

$$f(x) \geq 0$$

•

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

- Dada uma função $f(x)$ satisfazendo as propriedades acima, então $f(x)$ representa alguma variável aleatória contínua X , de modo que:

$$Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

A FDP fornece as informações sobre a variável aleatória contínua X , ou seja, a partir dela, pode-se calcular qualquer probabilidade associada à variável aleatória X ou calcular probabilidades associadas a uma variável aleatória contínua X a partir da **função de distribuição acumulada**, cuja definição é dada a seguir.

Definição: Dada uma variável aleatória X , a **função de distribuição acumulada** (FDA) de X é definida por:

$$F(x) = Pr(X \leq x), \forall x \in \mathbb{R}$$

satisfazendo as seguintes propriedades:

- $0 \leq F(x) \leq 1$;
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$;
- $a < b \rightarrow F(a) \leq F(b)$.

Há uma relação entre a função de densidade de probabilidade e a função de distribuição acumulada, que é resultante do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC). Por definição, segue o resultado:

$$F(x) = Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u)du$$

e do TFC resulta que

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$$

isto é, a função de densidade de probabilidade é a **derivada** da função de distribuição acumulada.

Sabendo a diferença das funções de densidade e distribuição, outro conceito é utilizado para determinar os custos da energia eólica, a Esperança de variáveis aleatórias contínuas.

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade f . A **esperança** (ou **média** ou **valor esperado**) de X é definida como:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

A função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW), dentre várias aplicações é amplamente utilizada para o cálculo da probabilidade da variável aleatória de velocidade do vento.

3.2 Função de Densidade de Probabilidade de Weibull (FDPW)

Através da FDPW é possível estimar a probabilidade de ocorrência da velocidade do vento em determinada região ou período. Na sequência segue a definição da FDPW, de acordo com [12] e o desenvolvimento mais detalhado dos resultados estão no trabalho [35]:

$$f^V(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{(k-1)} \exp\left(-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right), 0 < v < \infty \quad (3.1)$$

em que:

v Velocidade do vento;

c Fator de escala em um determinado local, relacionado com a velocidade média;

k Fator de forma em um determinado local, referente à uniformidade da distribuição dos valores da velocidade do vento.

A função de distribuição acumulada da FDPW é definida como:

$$F^V(v) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right), v \geq 0 \quad (3.2)$$

A variável aleatória utilizada neste trabalho não é a velocidade do vento em si e sim a potência eólica calculada a partir da velocidade do vento. Na seção a seguir é apresentado o cálculo da potência eólica a partir da velocidade do vento.

3.3 Cálculo da potência eólica

Para expressar a variável aleatória da potência eólica (p_j^G), relativa aos geradores eólicos ($j \in \Omega_E$), em função da velocidade do vento (v), consideram-se as restrições físicas da turbina eólica, relativas à velocidade mínima (v^I), velocidade nominal (v^R) e velocidade de corte (v^O) do vento (ver Figura 3.1), tal que a potência eólica em função da velocidade do vento é definida como segue em (3.3):

$$p_j^G(v) = \begin{cases} 0, & \text{para } v < v^I \text{ e } v > v^O \\ P^n \frac{(v-v^I)}{(v^R-v^I)} & \text{para } v^I \leq v \leq v^R \\ P^n & \text{para } v^R \leq v \leq v^O \end{cases} \quad (3.3)$$

em que:

P^n Potência nominal;

v^I Velocidade mínima do vento para início da operação da turbina eólica;

v^R Velocidade do vento em que a turbina eólica atinge a potência nominal P^n ;

v^O Velocidade de corte do vento, que cessa a operação da turbina eólica.

A Figura 3.1 mostra a interpretação gráfica da Função (3.3).

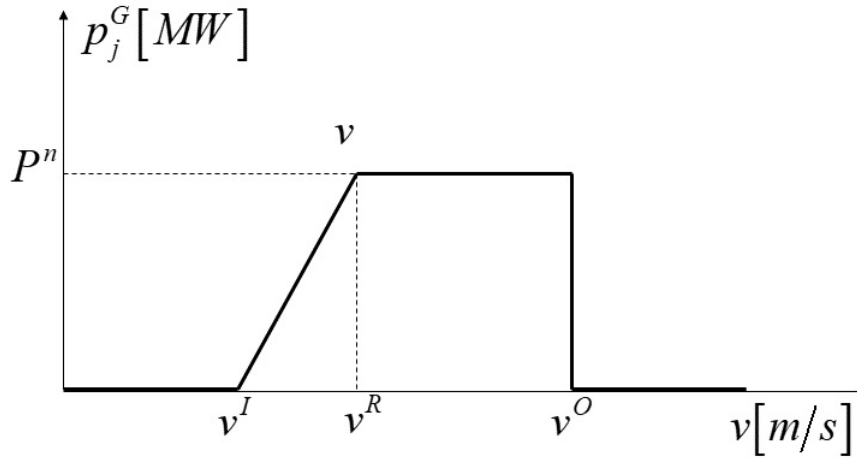


Figura 3.1: Saída de potência ativa eólica em função da velocidade do vento. [40]

3.4 A potência eólica calculada através da FDPW

Para calcular a probabilidade de ocorrência de uma saída de potência eólica é utilizada a FDPW.

No trabalho [35] foi utilizada a FDPW conforme a potência eólica baseada no trabalho [16]. A geração eólica é determinada em função da velocidade do vento (3.3), através da função definida em (3.9) é possível estimar os custos para a geração eólica, essa função possui variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Para as partes discretas de saída de potência eólica utiliza-se a função de distribuição acumulada, assim para a função (3.4) as probabilidades de potência eólica para os intervalos de velocidade do vento abaixo da velocidade mínima de operação das turbinas ou acima da velocidade de corte, caso em que por questões físicas da turbina, a geração é interrompida. Na função (3.5) as probabilidades de potência eólica para o intervalo entre a velocidade nominal e a velocidade de corte da turbina e esta foi a parte considerada para o cálculo das probabilidades de ocorrência da potência eólica programada.

$$\Pr \{P = 0\} = F(v^I) + (1 - F(v^O)) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{v^I}{c} \right)^k \right) + \exp \left(- \left(\frac{v^O}{c} \right)^k \right) \quad (3.4)$$

$$\Pr \{P = P^n\} = F(v^O) - F(v^R) = \exp \left(- \left(\frac{v^R}{c} \right)^k \right) - \exp \left(- \left(\frac{v^O}{c} \right)^k \right) \quad (3.5)$$

De acordo com a função de potência eólica dada em (3.3), e assumindo que a velocidade do vento v está dentro da parte linear, onde v é limitado por $v^I \leq v \leq v^R$, isolando v em (3.3) conforme mostrado em (3.6):

$$v = \frac{p_j^G (v^R - v^I)}{P^n} + v^I. \quad (3.6)$$

Substituindo a expressão de v dada em (3.6) na função de densidade de probabilidade de Weibull (3.1) (3.7):

$$f^V(v(p_j^G)) = \left(\frac{k}{c} \right) \left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n} \right)^{(k-1)} e^{-\left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n} \right)^k}, 0 < v < \infty. \quad (3.7)$$

Ao usar a regra da cadeia do cálculo, também pode-se derivar a relação descrita em (3.8):

$$f^W(p_j^G) = f^V(v(p_j^G)) \frac{dv}{dp_j^G} = f^V(v(p_j^G)) \frac{(v^R - v^I)}{P^n}. \quad (3.8)$$

Finalmente, ao substituir (3.7) em (3.8), obtem-se uma função de densidade de probabilidade para a geração eólica, conforme descrito em (3.9):

$$f^W(p_j^G) = \frac{k (v^R - v^I)}{c P^n} \left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n} \right)^{(k-1)} e^{-\left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n} \right)^k}, 0 < p_j^G < P^n. \quad (3.9)$$

3.5 Custos da geração eólica

Embora a energia eólica seja uma fonte renovável e sua geração seja a partir do vento, ela possui custos para ser produzida. Para determinar esses custos deve-se considerar duas possibilidades: ou a potência estaria abaixo da média (subestimação) ou estaria acima da média (superestimação).

Os custos relacionados a geração eólica são: o custo linear que está associado a manutenção dos parques eólicos (C^L), o custo penalidade quando potência eólica programada estaria abaixo da potência eólica disponível na região ou período (C^P) e o custo reserva, quando a potência eólica programada estaria acima da média disponível e caso esta potência não ocorra, devido a variabilidade do vento, uma reserva de energia seria necessária para suprir a demanda (C^R), sendo Ω_E o conjunto dos geradores eólicos e ω_j^R e ω_j^P os fatores de ponderação propostos no trabalho [12] e apresentados em [35]. Assim o custo de geração eólica é expresso em (3.10):

$$C_j^E(p_j^G) = C_j^L(p_j^G) + \omega_j^R C_j^R(p_j^G) + \omega_j^P C_j^P(p_j^G), \forall j \in \Omega_E \quad (3.10)$$

O **custo linear** está indicado em (3.11)

$$C_j^L(p_j^G) = d_j p_j^G \quad (3.11)$$

em que d_j é o coeficiente linear de custo dos geradores eólicos.

O **custo de reserva** encontra-se na equação (3.12):

$$C_j^R(p_j^G) = K_j^R \left(p_j^G \int_0^{p_j^G} f^W(w)dw - \int_0^{p_j^G} w f^W(w)dw \right) \quad (3.12)$$

em que K_j^R é o coeficiente de reserva e f^W é a função descrita em (3.9).

Observa-se que no caso das integrais $\int f(w)dw$ é calculada a probabilidade de ocorrência da potência eólica programada no sistema, enquanto que na integral $\int w f(w)dw$ calcula-se a média ou valor esperado para a ocorrência da potência eólica em questão.

No Custo de Reserva, determina-se a diferença entre a probabilidade de ocorrência da potência eólica e a média de ocorrência dessa potência, no intervalo de zero até a potência eólica programada.

Se essa diferença é muito grande o custo de Reserva aumenta pois está sendo estimada uma potência acima da média esperada e com isso precisaremos de mais garantias caso isso não ocorra.

O **custo de penalidade** está descrito na equação (3.13)

$$C_j^P(p_j^G) = K_j^P \left(\int_{p_j^G}^{P_j^n} w f^W(w)dw - p_j^G \int_{p_j^G}^{P_j^n} f^W(w)dw \right) \quad (3.13)$$

em que K_j^P é o coeficiente de penalidade e P_j^n é a potência nominal do gerador eólico.

No Custo de Penalidade, calculamos a diferença entre a média ou valor esperado de ocorrência da potência eólica, pela probabilidade dessa potência, no intervalo da potência programada até a potência nominal P^n .

Se essa diferença é muito grande o Custo de Penalidade aumenta pois está despachando uma potência abaixo da média e com isso deixa de gerar energia renovável.

O Algoritmo 1 apresenta a forma como os custos de reserva e penalidade são calculados, através do comando **trapz** (Integração numérica trapezoidal), disponível em linguagem de programação Matlab.

Algoritmo 1: Cálculo dos custos de reserva e penalidade

- 1 Determinar dois vetores w_r e w_p com números igualmente espaçados entre os limites de integração de cada custo através do comando **linspace**;
 - 2 Determinar os vetores f_r e f_p com o valor da função $(P - w)f(w)$ para cada componente dos vetores w_r e w_p , respectivamente;
 - 3 Determinar $I_r = \text{trapz}(w_r, f_r)$ e $I_p = \text{trapz}(w_p, f_p)$;
 - 4 Calcular $C^R = K^R I_r$ e $C^P = K^P I_p$
-

No método Barreira Logarítmica Modificada (BLM) utilizado em [35] para a resolução do problema de FPOE foi necessário determinar as derivadas de primeira e segunda ordem da função objetivo e restrições do modelo. Para o cálculo das derivadas dos custos de reserva e penalidade presentes na função objetivo do modelo foi aplicado o Teorema Fundamental do Cálculo e uma simplificação nos custos de reserva (3.14) e penalidade

(3.15) também foram considerados, em que $p_j^G = P$ e P é uma variável.

Custo de Reserva

$$C^R = K^R \int_0^P (P - w)f(w)dw \quad (3.14)$$

Custo de Penalidade

$$C^P = K^P \int_P^{P^n} (w - P)f(w)dw = K^P \int_{P^n}^P (P - w)f(w)dw \quad (3.15)$$

Aplicando o Teorema Fundamental do cálculo, tem-se nos Custos:

$$C(P) = \int_0^P f(w)dw \Rightarrow C'(P) = f(P) \quad (3.16)$$

$$C_1(P) = \int_0^P wf(w)dw \Rightarrow C'_1(P) = Pf(P) \quad (3.17)$$

Utilizando a simplificação nas notações:

Custo de Reserva

$$C(P) = \int_0^P (P - w)f(w)dw \quad (3.18a)$$

$$C(P) = P \int_0^P f(w)dw - \int_0^P wf(w)dw \quad (3.18b)$$

$$C'(P) = 1 \int_0^P f(w)dw + Pf(P) - Pf(P) \quad (3.18c)$$

$$C'(P) = \int_0^P f(w)dw \quad (3.18d)$$

$$C''(P) = f(P) \quad (3.18e)$$

Custo de Penalidade

$$C(P) = \int_{P^n}^P (P - w)f(w)dw \quad (3.19a)$$

$$C(P) = P \int_{P^n}^P f(w)dw - \int_{P^n}^P wf(w)dw \quad (3.19b)$$

$$C'(P) = 1 \int_{P^n}^P f(w)dw + Pf(P) - Pf(P) \quad (3.19c)$$

$$C'(P) = \int_{P^n}^P f(w)dw \quad (3.19d)$$

$$C''(P) = f(P) \quad (3.19e)$$

Deve-se considerar nas derivadas de primeira e segunda ordem do custo de reserva (3.18), o coeficiente de reserva K^R e o fator de ponderação ω^R pré-multiplicando as expressões. Assim como no custo de penalidade, pré-multiplicar as expressões (3.19) pelo coeficiente de penalidade K^P e o fator de ponderação ω^P .

O levantamento bibliográfico realizado no capítulo anterior, o problema de FPO considerando geração eólica e o tratamento adequado das variáveis discretas de controle, darão a base para a proposta do método de solução e para as modificações no modelo de FPOED a ser investigado nesse trabalho, o qual é descrito no próximo capítulo.

Fluxo de Potência Ótimo Estocástico e Discreto (FPOED)

Baseando-se no trabalho [35], é apresentado neste capítulo o problema de FPOED que considera a geração eólica e variáveis discretas (*taps* dos transformadores e susceptâncias *shunts* de capacitores e reatores) em sua formulação. Além das variáveis magnitudes, ângulos de tensão, *taps* dos transformadores, as susceptâncias *shunt* do banco de capacitores, as potências ativas dos geradores do sistema termo-eólico também tornaram-se variáveis. Dessa forma, têm-se um problema de FPOED Ativo/Reativo com despacho integrado e o que torna o modelo estocástico são os geradores eólicos, pois a potência eólica é calculada a partir da curva de potência da turbina eólica em função da incerteza da velocidade do vento.

De acordo com esses apontamentos, um modelo modificado para o problema de FPOED é considerado com o objetivo de minimizar os custos da geração de potência ativa dos geradores termelétricos e eólicos, sujeito as restrições de balanço de potência ativa e reativa para as barras de geração e carga. Consideram-se também restrições canalizadas para as injeções de potência reativa nas barras de geração e restrições canalizadas para a potência ativa dos geradores e magnitudes de tensão. Os *taps* dos transformadores e bancos de capacitores e reatores *shunt* do sistema devem pertencer aos seus respectivos conjuntos discretos.

A seguir são apresentados os índices, conjuntos, parâmetros, variáveis e funções que compõem o modelo do problema de FPOED.

4.1 Nomenclatura

Índices

- i i-ésimo gerador termelétrico;
- j j-ésimo gerador eólico;
- k, m barras terminais, inicial e final respectivamente, de um ramo do sistema.

Conjuntos

- Ω_B barras do sistema;

Ω_C	barras de carga;
Ω_{tap}	ramos $k - m$ com transformadores em-fase;
Ω_T	barras com geradores termelétricos;
Ω_E	barras com geradores eólicos;
Ω_k	barras vizinhas à barra k ;
$\Omega_{D_k}^{sh}$	valores discretos que a susceptância <i>shunt</i> conectada à barra k pode assumir;
$\Omega_{B^{sh}}$	barras com capacitores e reatores <i>shunt</i> ;
Ω_{Tkm}	valores discretos para os transformadores <i>taps</i> localizados na barras $k - m$.

Parâmetros

a_i, b_i, c_i, e_i, f_i	coeficientes da função de custo de combustível para a unidade térmica i ;
d_j	coeficiente da função linear do custo da energia eólica para a unidade j ;
K_j^R, K_j^P	valores de preço adotados para as funções reserva e penalidade, respectivamente, para a unidade j ;
ω_j^R, ω_j^P	fatores de ponderação adotados na função objetivo para os custos de reserva e penalidade, respectivamente, para a unidade j ;
b_k^{sh}	susceptância <i>shunt</i> do banco de capacitores/reatores na barra k ;
P_k^C, Q_k^C	demanda de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente;
P_k^G, Q_k^G	potência ativa e reativa gerada na barra $k \in \Omega_C$, respectivamente;
P_k^{Gmin}, P_k^{Gmax}	limites inferior e superior, respectivamente, da potência ativa gerada na barra k ;
P_j^n	potência nominal da unidade de energia eólica j ;
Q_k^{Gmin}, Q_k^{Gmax}	limites inferior e superior, respectivamente, da potência reativa gerada na barra k ;
V_k^{min}, V_k^{max}	limites inferior e superior, respectivamente, da magnitude de tensão na barra k ;

Variáveis

p^G	geração de potência ativa;
V_k, V_m	magnitude de tensão das barras k e m , respectivamente;
θ_{km}	diferença dos ângulos da tensão nas barras $k - m$;
t_{km}	<i>tap</i> do transformador entre as barras $k - m$;
b_k^{sh}	susceptância <i>shunt</i> do banco de capacitores/reatores na barra k ;

V	vetor das magnitudes de tensão das barras do sistema;
θ	vetor dos ângulos de tensão das barras do sistema;
t	vetor dos <i>taps</i> dos transformadores em-fase do sistema;
b^{sh}	vetor das susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores <i>shunt</i> do sistema.

Funções

C^T	custo de geração termelétrica;
C^E	custo de geração eólica;
C^L	custo linear da geração eólica;
C^R	custo de reserva da geração eólica;
C^P	custo de penalidade da geração eólica;
f^W	função de densidade de probabilidade de Weibull conforme a potência eólica;
P_{km}, Q_{km}	fluxos de potência ativa e reativa no ramo $k - m$, respectivamente;
q_k^G	geração de potência reativa na barra k ;
Q_k^{sh}	componente da injeção de potência reativa devida ao elemento <i>shunt</i> da barra k .

4.2 O modelo de FPOED

O modelo de FPOED considerado, matematicamente é um problema de otimização não-linear, não diferenciável, não convexo, com variáveis contínuas e discretas e de grande porte. As variáveis do problema são as potências ativas (p^G) das barras de geração termelétricas e eólicas, as magnitudes de tensão (V), os ângulos de tensão nas barras (θ), os *taps* dos transformadores em-fase (t) e o banco de capacitores e reatores *shunt* do sistema (b^{sh}). A seguir é apresentado o modelo FPOED proposto.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in \Omega_T} C_i^T(p_i^G) + \sum_{j \in \Omega_E} C_j^E(p_j^G) \quad (4.1a)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V, \theta, t) - p_k^G + P_k^C = 0, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (4.1b)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V, \theta, t) - P_k^G + P_k^C = 0, \forall k \in \Omega_C \quad (4.1c)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) - Q_k^G + Q_k^C - Q_k^{sh}(V, b_k^{sh}) = 0, \forall k \in \Omega_C \quad (4.1d)$$

$$Q_k^{G_{min}} \leq q_k^G(V, \theta, t, b_k^{sh}) \leq Q_k^{G_{max}}, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (4.1e)$$

$$P_k^{G_{min}} \leq p_k^G \leq P_k^{G_{max}}, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (4.1f)$$

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max}, \forall k \in \Omega_B \quad (4.1g)$$

$$t_{km} \in \Omega_{Tkm}, \forall k \in \Omega_{tap} \quad (4.1h)$$

$$b_k^{sh} \in \Omega_{Dk}^{sh}, \forall k \in \Omega_{Bsh} \quad (4.1i)$$

4.2.1 Função Objetivo

Na função objetivo (4.1a), o primeiro termo é a função de custo dos geradores termelétricos, expressa por (4.2):

$$C_i^T(p_i^G) = a_i(p_i^G)^2 + b_i p_i^G + c_i + e_i |\text{sen}(f_i(P_i^{G_{min}} - p_i^G))| \quad (4.2)$$

A função custo de geração termelétrica considera os pontos de carregamento de válvula o que torna a função não convexa e não diferenciável nestes pontos.

O segundo termo da função (4.1a) é o custo associado a geração eólica, apresentado na Seção 3.5 e descrito novamente em (4.3):

$$C_j^E(p_j^G) = C_j^L(p_j^G) + \omega_j^R C_j^R(p_j^G) + \omega_j^P C_j^P(p_j^G) \quad (4.3)$$

em que

$$C_j^L(p_j^G) = d_j p_j^G \quad (4.4)$$

$$C_j^R(p_j^G) = K_j^R \int_0^{p_j^G} (p_j^G - w) f^W(w) dw \quad (4.5)$$

$$C_j^P(p_j^G) = K_j^P \int_{p_j^G}^{P_j^n} (w - p_j^G) f^W(w) dw \quad (4.6)$$

Diferentemente das abordagens tradicionais, no trabalho [35] são introduzidos os fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P em (4.3) associados aos custos de reserva e penalidade, respectivamente. Esses fatores de ponderação diferem conceitualmente dos valores de reserva e penalidade, K_j^R e K_j^P , respectivamente, no sentido de que, o primeiro é usado para ponderar os custos de reserva e penalidade na função objetivo geral (4.1a), enquanto o segundo representa os preços da reserva e da penalidade adotados. Portanto, nossa abordagem de modelagem diferencia entre preços reais e fatores de ponderação usados na função objetivo para custos de reserva e penalidade.

4.2.2 Restrições de Igualdade

A restrição (4.1b) corresponde ao balanço de potência ativa das barras de geração do sistema, em que a potência ativa gerada p_k^G é uma variável do problema, sendo que para os geradores eólicos, esta é uma variável aleatória. Na equação (4.1c) há o balanço de potência ativa das barras de carga, em que a potência ativa gerada P_k^G é uma constante, por esse motivo a nomenclatura diferente.

A equação (4.1d) representa o balanço de potência reativa das barras de carga do problema, em que a potência reativa é representada por Q_k^G , para diferenciar da função potência reativa q_k^G nas barras de geração do problema.

O componente da injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt*, Q_k^{sh} , os fluxos de potência ativa P_{km} e reativa Q_{km} , são descritos, respectivamente, em (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11):

$$Q_k^{sh} = V_k^2 b_k^{sh} \quad (4.7)$$

$$P_{km} = g_{km} \frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}), \text{ se } k \text{ é nó inicial.} \quad (4.8)$$

$$P_{km} = g_{km} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}), \text{ se } k \text{ é nó final.} \quad (4.9)$$

$$Q_{km} = -(b_{km} \frac{1}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}), \text{ se } k \text{ é nó inicial.} \quad (4.10)$$

$$Q_{km} = -(b_{km} + b_{km}^{sh} V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}), \text{ se } k \text{ é nó final.} \quad (4.11)$$

4.2.3 Restrições de Desigualdade

Para as restrições de desigualdade canalizadas do problema, existe em (4.1e) e (4.1f) os limites de geração de potência reativa e ativa, respectivamente. A função de potência reativa q_k^G é expressa em (4.12):

$$q_k^G(V, \theta, t, b_k^{sh}) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) + Q_k^C - Q_k^{sh}(V, b_k^{sh}) \quad (4.12)$$

A restrição (4.1g) representa os limites mínimo e máximo de operação das magnitudes de tensão nas barras. Em (4.1h) e (4.1i) os *taps* dos transformadores e bancos de capacitores e reatores *shunt* do sistema devem pertencer aos respectivos conjuntos discretos.

Neste capítulo foi apresentado o modelo para o problema de FPOED. No Capítulo 5 é apresentada a metodologia de resolução para a solução do problema de FPOED a partir de um método determinístico.

Metodologia de resolução para o FPOED

Considerando as estratégias de tratamento das funções objetivo de custo de geração termelétricas, das variáveis discretas que serão descritos neste capítulo e o custo de geração eólica, descrito na Seção 3.5, foi proposto um método determinístico denominado método primal-dual de pontos interiores/exterior barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia (BLMDI) descrito na Seção 5.3 e de acordo com [7, 32, 35, 37] para a utilização do método BLMDI foram definidas estratégias expressas nos seguintes aspectos:

- Estratégia de tratamento da função valor absoluto senoidal relacionado a função custo de geração termelétrica, como proposto em [3], em que o módulo na função objetivo é substituído por uma variável auxiliar a ser minimizada e essa é limitante inferior e superior de uma restrição de desigualdade da função sem módulo, a ser vista na Seção 5.1;
- Estratégia de determinação das derivadas de primeira e segunda ordem das integrais que definem os custos de reserva e penalidade considerados para a potência eólica, através do Teorema Fundamental do Cálculo, como proposto em [35, 36];
- Estratégia de tratamento das variáveis discretas utilizando uma função penalidade senoidal conforme [30, 32], a ser vista na Seção 5.2;
- Estratégia de correção de inércia apresentada na Seção 5.3.3 para garantir, não somente a determinação da variável discreta, mas também a minimização da função objetivo (5.9), uma vez que sem essa estratégia o método poderia determinar pontos de máximo discretos, conforme proposto no trabalho [7].

5.1 Estratégia para o tratamento do valor absoluto na função objetivo

Neste trabalho, para os custos termelétricos, são considerados os pontos de carregamento de válvula para a função custo de geração termelétrica, tal como foi apresentada em (4.2). O tratamento da não diferenciabilidade desta função, devido aos valores absolutos senoidais foi realizado de acordo com [35] que baseou-se nos trabalhos de [3, 22]. Uma estratégia com restrições de desigualdade e variáveis artificiais para o tratamento desta possibilita a utilização de métodos baseados no gradiente da função.

Considere o problema de minimização do valor absoluto de uma função apresentada em (5.1), em que $p(x, y)$ é o somatório de $p_i(x, y)$ tal que $i \in \Omega_T$, para $x \in \mathbb{R}^{nx}$ e $y \in \mathbb{R}^{ny}$:

$$\text{Minimizar } |p(x, y)| \quad (5.1)$$

Para a resolução de (5.1) a função $p(x, y)$ é acrescentada como restrições canalizadas do problema limitada por uma variável artificial $\nu \in \mathbb{R}$, que é acrescida na função objetivo do problema para ser minimizada de acordo com (5.2):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \nu \\ &\text{Sujeito a: } -\nu \leq p(x, y) \leq \nu \end{aligned} \quad (5.2)$$

O problema (5.2) pode ser reescrito como (5.3):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \nu \\ &\text{Sujeito a: } -p(x, y) - \nu \leq 0 \\ &\quad \quad \quad p(x, y) - \nu \leq 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.2 Tratamento das variáveis discretas

A proposta desse trabalho é resolver um problema não linear discreto misto e para o tratamento das variáveis discretas do problema foi utilizada uma função senoidal proposta em [30, 32] e adotada também em [7]. A metodologia de solução consiste em resolver um de problema de programação não linear (PPNL) cuja solução é equivalente a solução do problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas (PPNLDC). Esse problema é obtido incorporando à função objetivo do problema original uma função que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos. A função penalidade proposta em [30, 32] é contínua e diferenciável, de modo que o problema modificado pode ser resolvido por métodos de otimização que fazem o uso do cálculo de derivadas. Propõe-se neste trabalho determinar a solução do problema de programação não linear pelo método primal-dual de pontos interiores/exteriorres barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia, o qual será descrito na Seção 5.3. A abordagem para transformar o PPNLDC em um PPNL será apresentada a seguir.

A forma geral de um PPNLDC é dada por:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x, y) \\ &\text{Sujeito a: } g(x, y) = 0 \\ &\quad \quad \quad h(x, y) \leq 0 \\ &\quad \quad \quad x^{\min} \leq x \leq x^{\max} \\ &\quad \quad \quad y_i \in D_{y_i}, i = 1, \dots, ny \end{aligned} \quad (5.4)$$

em que:

$x \in \mathbb{R}^{nx}$ representa as variáveis de controle contínuas;

$y \in \mathbb{R}^{ny}$ representa as variáveis de controle discretas;

$f(x, y)$ é a função objetivo, $f : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}$;

$g(x, y)$ é a função das restrições de igualdade, $g : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}^m$;

$h(x, y)$ é a função das restrições de desigualdade, $h : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}^p$;

$x^{min} \in \mathbb{R}^{nx}$ e $x^{max} \in \mathbb{R}^{nx}$ é o limitante inferior e superior da variável x , respectivamente;

D_{yi} representa o conjunto de valores discretos para a variável y_i .

Dado o problema (5.4), utiliza-se a função senoidal proposta por [32]:

$$\varrho\phi(y) \quad (5.5)$$

em que:

$$\phi(y) = \sum_{i=1}^{ny} \left[\text{sen}\left(\frac{y_i}{y_i^{sup} - y_i^{inf}} \pi + \gamma\right) \right]^{2\varpi} \quad (5.6)$$

$\varrho > 0$ é o fator de ajuste que determina a amplitude da função ϕ ;

ϖ é um número inteiro positivo;

y_i^{sup} é o valor discreto mais próximo superiormente de y_i ;

y_i^{inf} é o valor discreto mais próximo inferiormente de y_i ;

γ é uma constante tal que $0 \leq \gamma < \pi$ escolhida de modo que a função $\phi(y)$ se anule somente nos valores discretos de y .

Desta forma:

$$\phi(y) = \begin{cases} 0, & \text{se } y_i \in D_{yi} \\ \sum_{i=1}^{ny} \left[\text{sen}\left(\frac{y_i}{y_i^{sup} - y_i^{inf}} \pi + \gamma\right) \right]^{2\varpi} > 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.7)$$

ou seja, $\phi(y)$ assume valores positivos somente se y não assumir valores discretos.

Assim, conforme [32] encontrar uma solução ótima para o problema (5.4) é equivalente a resolver uma sequência de problemas (5.8):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && f(x, y) + \varrho\phi(y) \\ &\text{Sujeito a:} && g(x, y) = 0 \\ &&& h(x, y) \leq 0 \\ &&& x^{min} \leq x \leq x^{max} \\ &&& y^{min} \leq y \leq y^{max} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Para resolver o PPNLDC (5.4), em cada iteração o problema (5.8) é resolvido pelo método proposto na seção 5.3. Se na solução obtida para este problema as variáveis y (que são as variáveis discretas do problema original) assumem valores discretos, admitindo uma tolerância E_1 , o algoritmo é finalizado e esta é a solução para (5.8). Caso contrário, a amplitude da função senoidal para variáveis discretas ϱ^K é atualizada e um novo problema é resolvido. O processo continua até que as variáveis y_i assumam valores discretos de

acordo com a tolerância E_1 , ou seja, $|y_i^* - y_i^{*'}| < E_1$, para $i = 1, 2, 3, \dots, ny$, onde $y_i^{*'}$ é o valor discreto mais próximo de y_i^* . Para atualizar a amplitude da função $\varrho\phi(y)$ no decorrer das iterações atualiza-se o parâmetro por: $\varrho^{(K+1)} = c\varrho^{(K)}$, em que $c > 1$. De acordo com [30], para c escolhido dessa forma os valores do parâmetro ϱ^K crescem gradualmente no decorrer das iterações [7].

O parâmetro de penalidade ϱ inicial e o seu fator de atualização c devem ser escolhidos de maneira criteriosa, uma vez que afetam a convergência do método e até mesmo não garantem que uma solução encontrada seja ótima. Valores demasiadamente grandes de ϱ podem causar mau condicionamento da matriz hessiana do problema, além de atribuir um peso excessivo na função penalidade em relação à função objetivo, de modo que a minimização tenha prioridade na função penalidade ao invés da função objetivo original. Por outro lado, para valores muito pequenos de ϱ a função penalidade pode tornar-se insignificante, não garantindo uma convergência das variáveis originalmente discretas para seus valores discretos. Para o fator de atualização c , alguns valores podem causar um término prematuro do método, ou seja, obtém-se uma solução factível porém, não ótima [39].

Para uma boa compreensão do efeito que a função penalidade e seu respectivo parâmetro ϱ provoca na função objetivo, em [32] as Figuras 5.1 e 5.2 mostram a função objetivo $f(x) = x^2$, e esta acrescida da função penalidade senoidal e as alterações em sua forma. As notações d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 e d_6 , representam os valores discretos que a variável pode assumir. Nota-se que a função penalidade também insere vários máximos locais, dificultando a solução do problema. Para resolver esse problema, neste trabalho propõe-se uma estratégia de correção de inércia que garante a obtenção apenas de mínimos locais à função objetivo do FPOED.

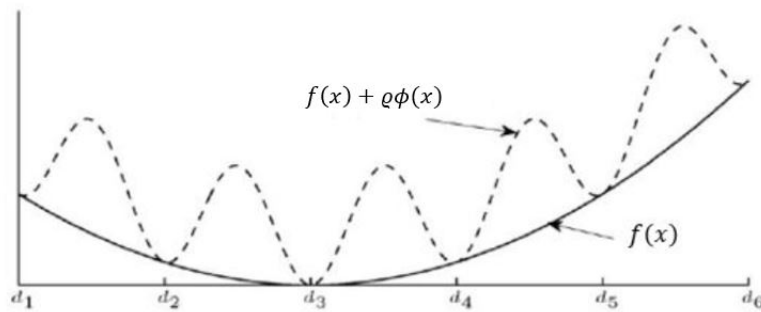


Figura 5.1: Efeito de $\varrho = 5$ na função objetivo. Adaptado de [32].

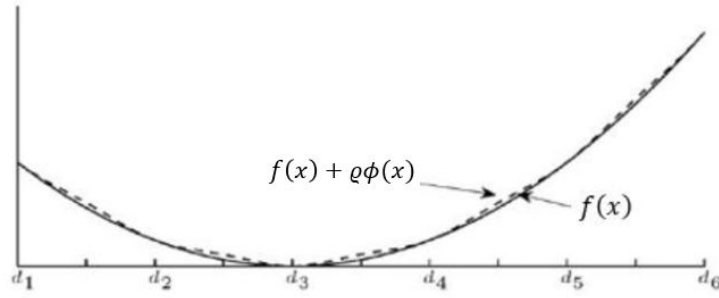


Figura 5.2: Efeito de $\varrho = 0.2$ na função objetivo. Adaptado de [32].

5.3 O método primal-dual de pontos interiores/exteriorres barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia

Nesta seção é apresentado o método BLM, proposto em [35, 36] para a resolução de um problema FPOE, agora utilizado e modificado para a resolução do problema de FPOED, denominado método primal-dual de pontos interiores/exteriorres barreira logarítmica modificada discreto com correção de inércia (BLMDI). Considere o problema geral de otimização não-linear com restrições de igualdade, desigualdade, termo modular na função objetivo e com variáveis canalizadas. Baseando-se em [7] o problema pode ser reescrito na forma dada em (5.9), em que $z = (x, y)$ e $q(z) = f(x, y) + \varrho\phi(y)$:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && q(z) + |p(z)| \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) = 0 \\
 &&& u_1 \leq h_1(z) \leq u_2 \\
 &&& u_3 \leq z \leq u_4
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

em que:

$z \in \mathbb{R}^{nx+ny}$	Vetor das variáveis de otimização do problema;
$q(z)$	é a função objetivo, $q : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}$;
$g(z)$	é a função das restrições de igualdade, $g : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}^m$;
$h(z)$	é a função das restrições de desigualdade, $h : \mathbb{R}^{nx+ny} \rightarrow \mathbb{R}^p$;
u_1 e $u_2 \in \mathbb{R}^p$	Vetores limitantes inferior e superior de $h_1(z)$, respectivamente;
u_3 e $u_4 \in \mathbb{R}^n$	Vetores limitantes inferior e superior de z , respectivamente.

De acordo com [3, 22] o problema (5.9) pode ser reescrito de forma equivalente em (5.10):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && q(z) + \nu \\
 &\text{Sujeito a:} && g(z) = 0 \\
 &&& u_1 \leq h_1(z) \leq u_2 \\
 &&& u_3 \leq z \leq u_4 \\
 &&& -\nu \leq p(z) \leq \nu
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

O problema (5.10) pode ser reescrito como em (5.11), em que as restrições canalizadas são divididas em dois conjuntos de restrições:

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar} && q(z) + \nu \\
&\text{Sujeito a:} && g(z) = 0 \\
&&& -h_1(z) + u_1 \leq 0 \\
&&& h_1(z) - u_2 \leq 0 \\
&&& -z + u_3 \leq 0 \\
&&& z - u_4 \leq 0 \\
&&& -p(z) - \nu \leq 0 \\
&&& p(z) - \nu \leq 0
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Assumindo-se $h(z)$ como sendo o conjunto das restrições de desigualdade do problema (5.11), tem-se o problema (5.12):

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar} && q(z) + \nu \\
&\text{Sujeito a:} && g(z) = 0 \\
&&& h(z) \leq 0
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Ao adicionar variáveis de folga às restrições de desigualdade, essas podem ser reescritas como restrições de igualdade e temos o problema (5.13):

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar} && q(z) + \nu \\
&\text{Sujeito a:} && g(z) = 0 \\
&&& h(z) + s = 0 \\
&&& s \geq 0
\end{aligned} \tag{5.13}$$

em que $s \in \mathbb{R}_+^r$ é o vetor das variáveis de folga das restrições de desigualdade.

Baseado na função barreira logarítmica modificada de [24], tem-se o seguinte problema lagrangiano aumentado:

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar} && q(z) + \nu - \mu \sum_{i=1}^r \delta_i \ln(\mu^{-1} s_i + 1) \\
&\text{Sujeito a:} && g(z) = 0 \\
&&& h(z) + s = 0
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Verifica-se que as restrições de desigualdade são incorporadas a função objetivo do problema, em que $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira e $\delta \in \mathbb{R}_+^r$ é o vetor de estimadores dos multiplicadores de Lagrange relativos às restrições de não-negatividade das variáveis de folga.

As restrições de igualdade são incorporadas à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange $\eta \in \mathbb{R}^m$ e $\lambda \in \mathbb{R}_+^p$. Desta forma, obtém-se a seguinte função Lagrangiana barreira logarítmica modificada, apresentada em (5.15):

$$L_\mu(z, s, \eta, \lambda) = q(z) + \nu - \mu \sum_{i=1}^r \delta_i \ln(\mu^{-1} s_i + 1) + \sum_{j=1}^m \eta_j g_j(z) + \sum_{i=1}^r \lambda_i (h_i(z) + s_i) \tag{5.15}$$

As condições necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são aplicadas à função lagrangiana (5.15) e o seguinte sistema não linear é obtido:

$$\nabla q(z) + [\nabla g(z)]^t \eta + [\nabla h(z)]^t \lambda = 0 \quad (5.16a)$$

$$-\mu \bar{Z}^{-1} \delta + \lambda = 0 \quad (5.16b)$$

$$g(z) = 0 \quad (5.16c)$$

$$h(z) + s = 0 \quad (5.16d)$$

em que $\nabla g(z)$ e $\nabla h(z)$ são as matrizes jacobianas de g e h , respectivamente e $\bar{Z}$ é definido por:

$$\bar{Z} = \text{diag}(s_1 + \mu, \dots, s_r + \mu) \quad (5.17)$$

$$\bar{Z}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{s_1 + \mu}, \dots, \frac{1}{s_r + \mu}\right) \quad (5.18)$$

De acordo com [21], o sistema (5.16) é usualmente rescrito como (5.19), pois o produto $\bar{Z}\lambda$, pelo teorema da dualidade forte nos fornece a condição de complementaridade entre as variáveis primais s e as duais λ :

$$\nabla q(z) + [\nabla g(z)]^t \eta + [\nabla h(z)]^t \lambda = 0 \quad (5.19a)$$

$$\bar{Z}\lambda - \mu\delta = 0 \quad (5.19b)$$

$$g(z) = 0 \quad (5.19c)$$

$$h(z) + s = 0 \quad (5.19d)$$

5.3.1 Procedimento para o cálculo das direções de busca

O método BLMDI é um método iterativo que gera uma sequência de pontos a partir de um ponto inicial $(z^0, s^0, \eta^0, \lambda^0)^t$, que convergem para a solução ótima do problema (5.9). Para determinação desses pontos a cada iteração k são determinadas direções de busca $(dz^k, ds^k, d\eta^k, d\lambda^k)^t$ e é calculado o comprimento do passo (α^k) dado nessas direções para a atualização das variáveis.

Para determinar as direções de busca, um sistema de equações ampliado, dado por (5.20), deve ser resolvido.

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(z^k)^t & \nabla h(z^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(z^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(z^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dz^k \\ ds^k \\ d\eta^k \\ d\lambda^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ s^k \\ t^k \\ u^k \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

em que I_p é a matriz identidade de ordem p e $K = \nabla_{zz}^2 L(z^k, s^k, \eta^k, \lambda^k)$. Esse sistema é denominado sistema primal-dual.

O termo m^k é denominado *resíduo de viabilidade dual*, dado por 5.21:

$$m^k = -\nabla q(z^k) - \nabla g(z^k)^t \eta^k - \nabla h(z^k)^t \lambda^k. \quad (5.21)$$

O termo s^k é denominado de *resíduo de complementaridade*, dado por 5.22:

$$s^k = -\bar{Z}_k \lambda^k + \mu \delta^k - ds^k \circ d\lambda^k. \quad (5.22)$$

$$t^k = -g(z^k). \quad (5.23)$$

$$\mathbf{u}^k = -h(z^k) - s^k. \quad (5.24)$$

Considerando o sistema (5.20) e com base em [35], são definidos os procedimentos previsor e corretor para a determinação das direções de busca do método BLMDI.

5.3.1.1 Procedimento Previsor

Para o procedimento previsor, no resíduo dado em (5.22) existe um fator não-linear que depende de direções que não são conhecidas *a priori* e que serão desconsideradas, portanto, tem-se que:

$$ds^k \circ d\lambda^k = 0$$

e o resíduo utilizado no sistema previsor será:

$$\tilde{s}^k = -\bar{Z}_k \lambda^k + \mu \delta^k \quad (5.25)$$

Usualmente na literatura em (5.25), o parâmetro de barreira μ é desconsiderado. Baseado em [20], neste trabalho este parâmetro não é desprezado, pois segundo o autor o mesmo possui influência nas condições de complementaridade. Outros autores como [27] e [10] também utilizaram o parâmetro de barreira em ambos os procedimentos em seus métodos. Assim o sistema a ser resolvido no passo previsor é dado por (5.26):

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(z^k)^t & \nabla h(z^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(z^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(z^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{dz}^k \\ \tilde{ds}^k \\ \tilde{d\eta}^k \\ \tilde{d\lambda}^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ \tilde{s}^k \\ t^k \\ u^k \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

A resolução do sistema (5.26), como segue, determina as direções de busca do procedimento previsor, dadas por: $\tilde{dz}^k, \tilde{ds}^k, \tilde{d\eta}^k$ e $\tilde{d\lambda}^k$.

Logo na última linha do sistema (5.26), tem-se:

$$\nabla h(z^k) \tilde{dz}^k + \tilde{ds}^k = u^k, \quad (5.27)$$

assim,

$$\tilde{ds}^k = u^k - \nabla h(z^k) \tilde{dz}^k. \quad (5.28)$$

Para a segunda linha do sistema (5.26), tem-se:

$$\Lambda^k \tilde{ds}^k + \bar{Z}_k \tilde{d\lambda}^k = \tilde{s}^k, \quad (5.29)$$

e, portanto,

$$\tilde{d\lambda}^k = \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k \tilde{ds}^k). \quad (5.30)$$

As direções de busca, $\tilde{dz}^k$ e $\tilde{d\eta}^k$, são obtidas ao considerar a primeira linha do sistema (5.26):

$$K \tilde{dz}^k + \nabla g(z^k)^t \tilde{d\eta}^k + \nabla h(z^k)^t \tilde{d\lambda}^k = m^k. \quad (5.31)$$

Ao substituir em (5.31) a direção de busca $\tilde{d\lambda}^k$, obtida em (5.30), tem-se (5.32):

$$K \tilde{dz}^k + \nabla g(z^k)^t \tilde{d\eta}^k + \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k \tilde{ds}^k) = m^k \quad (5.32)$$

Na equação (5.32), substitui-se a direção de busca $\tilde{ds}^k$, obtida em (5.28):

$$K\tilde{d}z^k + \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k + \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} [\tilde{s}^k - \Lambda^k (d^k - \nabla h(z^k) \tilde{d}z^k)] = m^k, \quad (5.33)$$

agrupando em (5.33) os termos, tem-se (5.34):

$$\begin{aligned} [K + \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} \Lambda^k \nabla h(z^k)] \tilde{d}z^k + \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k \\ + \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k d^k) = m^k. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Ao definir

$$\theta_k = K + \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} \Lambda^k \nabla h(z^k) \quad (5.35)$$

denominada de matriz hessiana modificada do problema e,

$$\tilde{p}^k = \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k u^k). \quad (5.36)$$

a equação (5.34), pode ser reescrita como (5.37):

$$\theta_k \tilde{d}z^k + \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k = m^k - \tilde{p}^k. \quad (5.37)$$

Observa-se que a equação (5.37) e a terceira equação do sistema (5.26) estão escritas em função das mesmas variáveis e definem o sistema reduzido (5.38).

$$\begin{pmatrix} \theta_k & \nabla g(z^k)^t \\ \nabla g(z^k) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}z^k \\ \tilde{d}\eta^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k - \tilde{p}^k \\ t^k \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

Da segunda equação de (5.38), obtem-se:

$$\nabla g(z^k) \tilde{d}z^k = t^k \quad (5.39)$$

De (5.37) tem-se (5.40):

$$\nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k = m^k - \tilde{p}^k - \theta_k \tilde{d}z^k. \quad (5.40)$$

Pré-multiplicando (5.40), pela matriz θ_k^{-1} , tem-se (5.41):

$$\theta_k^{-1} \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k = \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - \tilde{d}z^k. \quad (5.41)$$

Pré-multiplicando (5.41) por $\nabla g(z^k)$ obtêm-se (5.42):

$$\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k = \nabla g(z^k) \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - \nabla g(z^k) \tilde{d}z^k. \quad (5.42)$$

Substituindo (5.39) em (5.42), tem-se (5.43):

$$\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k = \nabla g(z^k) \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - t^k. \quad (5.43)$$

Com isso, determina-se $\tilde{d}\eta^k$ como em (5.44):

$$\tilde{d}\eta^k = [\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} \nabla g(z^k)^t]^{-1} [\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - t^k]. \quad (5.44)$$

Assim, é possível calcular $\tilde{d}z^k$ ao utilizar a 1ª equação do sistema (5.38), como em (5.45):

$$\tilde{d}z^k = \theta_k^{-1} [m^k - \tilde{p}^k - \nabla g(z^k)^t \tilde{d}\eta^k]. \quad (5.45)$$

Desta forma, tem-se as direções do procedimento predictor definidas por $\tilde{d}z^k$ (5.45), $\tilde{d}\eta^k$ (5.44), $\tilde{d}\lambda^k$ (5.30) e $\tilde{d}s^k$ (5.28).

5.3.1.2 Procedimento Corretor

No procedimento corretor, os termos de segunda ordem dos resíduos de complementaridade, dados em (5.22) são considerados, com as direções do procedimento previsor já calculadas:

$$s^k = -\bar{Z}_k \lambda^k + \mu \delta^k - \tilde{d}s^k \circ \tilde{d}\lambda^k. \quad (5.46)$$

Desta forma, o sistema a ser resolvido no procedimento corretor é dado por:

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(z^k)^t & \nabla h(z^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(z^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(z^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dz^k \\ ds^k \\ d\eta^k \\ d\lambda^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ s^k \\ t^k \\ u^k \end{pmatrix}, \quad (5.47)$$

Como no passo previsor, as direções corrigidas são determinadas a partir da solução de (5.47) dada por:

$$d\eta^k = [\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} \nabla g(z^k)^t]^{-1} [\nabla g(z^k) \theta_k^{-1} (m^k - p^k) - t^k], \quad (5.48)$$

$$dz^k = \theta_k^{-1} [m^k - p^k - \nabla g(z^k)^t d\eta^k], \quad (5.49)$$

$$ds^k = u^k - \nabla h(z^k) dz^k, \quad (5.50)$$

$$d\lambda^k = \bar{Z}_k^{-1} (s^k - \Lambda^k ds^k), \quad (5.51)$$

em que

$$p^k = \nabla h(z^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (s^k - \Lambda^k u^k). \quad (5.52)$$

É possível perceber que para o cálculo das direções dos procedimentos previsor ($\tilde{d}z^k$, $\tilde{d}\eta^k$, $\tilde{d}\lambda^k$ e $\tilde{d}s^k$) e corretor (dz^k , $d\eta^k$, $d\lambda^k$ e ds^k) há a necessidade do cálculo de uma matriz inversa θ_k^{-1} , o que computacionalmente se torna muito complexo e inviável, devido ao processamento e à capacidade de memória limitados dos computadores. Na implementação computacional do método BLMDI, esse cálculo é realizado utilizando matrizes esparsas. As matrizes esparsas são aquelas onde apenas alguns de seus elementos possuem valores diferentes de zero. Neste caso, o armazenamento de toda a matriz representa um desperdício de espaço de armazenagem e de poder computacional em operações aritméticas com zeros. No Matlab é possível considerar a esparsidade de uma matriz utilizando o comando *sparse*, que armazena apenas os elementos não nulos da matriz original, desconsiderando os elementos iguais a zero.

Além dessa consideração, para evitar o cálculo da matriz θ_k^{-1} que ocorre nas expressões (5.44), (5.45), as direções de busca são obtidas a partir da resolução do sistema reduzido (5.38), o qual determinará as direções previsoras $\tilde{d}z^k$, $\tilde{d}\eta^k$ e a partir dessas são determinadas as direções $\tilde{d}\lambda^k$ e $\tilde{d}s^k$. Como no passo previsor, as direções do procedimento corretor são determinadas de forma análoga.

5.3.2 Condição de positividade local

As direções calculadas nos procedimentos previsor e corretor precisam ser direções de descida, para garantir a convergência do método. Para isso a matriz hessiana modificada do problema, definida em (5.35) precisa ser definida positiva.

Utiliza-se neste trabalho a estratégia de condição de positividade local, presente no trabalho de [23], descrita no algoritmo 2 para realizar os testes para os casos que envolvem apenas variáveis contínuas (FPOE e FPO) que serão explorados com mais detalhes nas Tabelas 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.8 e 6.9 no Capítulo 6.

Algoritmo 2: Condição de positividade local da matriz θ_k

```

1 Considere  $d^0 = z^0$ ,  $d^k = ||dz^{k-1}||^{-1} dz^{k-1}$ , se  $k \neq 0$ ;
2 while  $(d^k)^t \theta_k d^k < 0$  do
3   |  $\beta_k = \beta_k \alpha_\beta$ 
4   |  $\theta_k = \theta_k + \beta_k I_n$ 
5 end
```

em que α_β é definido por (5.53):

$$\alpha_\beta = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2 \alpha^2 + 1} \right) \quad (5.53)$$

e $\alpha \in (0, 1)$ é um parâmetro pré-estabelecido na inicialização do método.

A cada iteração do método, a atualização de β_k é realizada pelo procedimento heurístico apresentado em [23], considera-se:

$$\beta_{k+1} = \begin{cases} \beta_k / \alpha_\beta, & \text{Se } Dif < 0.25 \\ \beta_k, & \text{Se } 0.25 \leq Dif \leq 0.75 \\ \beta_k \alpha_\beta, & \text{Se } Dif > 0.75, \end{cases} \quad (5.54)$$

em que

$$Dif = L_\mu(z^k, s^k, \eta^k, \lambda^k) - L_\mu(z^{k+1}, s^{k+1}, \eta^{k+1}, \lambda^{k+1}) \quad (5.55)$$

5.3.3 Correção de Inércia

De acordo com [27] quando o problema de otimização é não convexo, as direções de busca determinadas através da resolução do sistema (5.20) nem sempre são produtivas na busca de mínimos locais. Isto ocorre porque a resolução do sistema apenas visa a busca por pontos que satisfaçam as condições de KKT. Isto significa que não apenas pontos de mínimo local, mas também pontos de máximo e outros pontos estacionários podem ser determinados. A estratégia de correção de inércia visa garantir a convergência do método para mínimos locais do problema.

Em alguns tipos de situações em que a matriz A , definida em (5.56) não possui a inércia desejada, uma modificação pode ser feita na mesma, visando favorecer a obtenção de direções de descida ao resolver o sistema. Espera-se que a matriz Hessiana possua $nx + ny + p$ autovalores positivos, relacionados às variáveis primais e ao problema de minimização, e $m + p$ autovalores negativos, relacionados às variáveis duais e ao problema de maximização [19].

$$A = \begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(z^k)^t & \nabla h(z^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \overline{Z_k} \\ \nabla g(z^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(z^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

Com base nos trabalhos [7, 19, 27], a modificação realizada visa corrigir a inércia da matriz A , pois para a matriz K não há nenhuma garantia que ela seja uma matriz definida positiva. A ideia é substituir esta matriz por $K + \beta I_{n_x+n_y}$, em que $\beta > 0$ é escolhido suficientemente grande para assegurar que a inércia de A é igual $I(A) = (n_x + n_y + p; m + p; 0)$. O valor necessário para o parâmetro não é conhecido a priori, de modo que valores sucessivamente maiores devem ser testados, até que a inércia desejada seja obtida. Além disso, a matriz A pode se tornar singular devido à deficiência de posto da matriz $\nabla g(z^k)^t$. Este problema pode ser evitado através da utilização de um parâmetro $\zeta > 0$ além do termo βI_n apresentado anteriormente. Desta forma, tem-se a matriz modificada:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} K + \beta I_n & 0 & \nabla g(z^k)^t & \nabla h(z^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \overline{Z_k} \\ \nabla g(z^k) & 0 & -\zeta I_m & 0 \\ \nabla h(z^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

O sinal $-$ (negativo) para a perturbação ζI_m tem por objetivo evitar que um número excessivo de autovalores positivos sejam produzidos, o que prejudicaria a obtenção da inércia desejada.

A atualização do parâmetro β , conforme [27] é dada por

$$\beta^{k+1} = \delta_1 \beta^k \quad (5.58)$$

em que $\delta_1 > 1$ é o fator de aumento.

Uma vez que a inércia desejada é obtida, o valor de β é reduzido através de um parâmetro $\delta_2 > 1$ para a iteração seguinte.

A fim de determinar a inércia da matriz $\tilde{A}$, uma proposta feita no trabalho [20] mostrou-se complexa computacionalmente o que inviabilizou a sua aplicação. Então, utilizando um comando interno do Matlab, denominado de *eig*, o qual realiza o cálculo dos autovalores positivos, negativos e nulos de uma determinada matriz, portanto, através deste comando é possível determinar a inércia da matriz $\tilde{A}$.

Um algoritmo baseado em [27] que baseou-se em [19] é apresentado no Algoritmo 3.

Algoritmo 3: Correção de Inércia

```

1 Inicialização: faça  $\beta \leftarrow \beta_0$  e escolha  $\delta_1 > 1$  e  $\delta_2 > 1$ ;
2 Faça  $\beta \leftarrow \beta/\delta_2$  e  $\zeta \leftarrow 0$ .
3 while  $I(\tilde{A}) \neq (n_x + n_y + p; m + p; 0)$ , faça  $\beta \leftarrow \delta_1 \beta$  do
4   if  $\tilde{A}$  possui autovalores nulos then
5      $\zeta \leftarrow 10^{-6}$ ;
6   end
7   if  $\beta = 0$  then
8      $\beta \leftarrow 10^{-4}$ ;
9   end
10  Realize a operação interna do Matlab eig e volte para o início do processo iterativo.
11 end
```

5.3.4 Cálculo do comprimento do passo

O cálculo do comprimento dos passos primais e duais, denominados de, $\alpha_{P,\text{prev}}^k$ (5.59), $\alpha_{P,\text{cor}}^k$ (5.60), $\alpha_{D,\text{prev}}^k$ (5.61) e $\alpha_{D,\text{cor}}^k$ (5.62), é o mesmo utilizado em [21], que baseou-se em [11].

$$\alpha_{P,\text{prev}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{(s_j^k)}{\tilde{d}s_j^k} : s_j^k > 0 \text{ e } \tilde{d}s_j^k < 0 \right\}, \quad (5.59)$$

$$\alpha_{P,\text{cor}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{(s_j^k)}{ds_j^k} : s_j^k > 0 \text{ e } ds_j^k < 0 \right\}, \quad (5.60)$$

$$\alpha_{D,\text{prev}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{\lambda_j^k}{\tilde{d}\lambda_j^k} : \lambda_j^k > 0 \text{ e } \tilde{d}\lambda_j^k < 0 \right\}, \quad (5.61)$$

$$\alpha_{D,\text{cor}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{\lambda_j^k}{d\lambda_j^k} : \lambda_j^k > 0 \text{ e } d\lambda_j^k < 0 \right\}. \quad (5.62)$$

em que σ é determinado através do procedimento visto em [41], apresentado em (5.63):

$$\sigma = 1 - \frac{1}{9\sqrt{q}}, \quad (5.63)$$

com q sendo o número de restrições do problema.

5.3.5 Novo ponto

Para a atualização do ponto em [35], além da estratégia que utiliza as direções corretoras, foi utilizada outra estratégia que apresentou bons resultados em relação ao número de iterações do método até a solução ótima do problema. As duas estratégias utilizadas determinam direções de busca para o método.

Para a atualização do ponto, considera-se inicialmente as soluções provisórias do procedimento previsor (5.64) e do corretor (5.65):

$$\begin{aligned} z_p^k &= z^k + \alpha_{P,\text{prev}}^k \tilde{d}z^k \\ s_p^k &= s^k + \alpha_{P,\text{prev}}^k \tilde{d}s^k \\ \eta_p^k &= \eta^k + \alpha_{D,\text{prev}}^k \tilde{d}\eta^k, \\ \lambda_p^k &= \lambda^k + \alpha_{D,\text{prev}}^k \tilde{d}\lambda^k \end{aligned} \quad (5.64)$$

e

$$\begin{aligned} z_c^k &= z^k + \alpha_{P,\text{cor}}^k dz^k \\ s_c^k &= s^k + \alpha_{P,\text{cor}}^k ds^k \\ \eta_c^k &= \eta^k + \alpha_{D,\text{cor}}^k d\eta^k \\ \lambda_c^k &= \lambda^k + \alpha_{D,\text{cor}}^k d\lambda^k. \end{aligned} \quad (5.65)$$

Essas soluções provisórias são necessárias para a definição da estratégia 2, que utiliza o teste de complementaridade proposto em [27], para determinar as direções mais promissoras.

As estratégias que determinam as direções de busca para o método são descritas a seguir:

5.3.5.1 Estratégia 1

Como em [21], são utilizadas as direções do procedimento corretor, com isso a atualização do ponto é realizada através de (5.65).

5.3.5.2 Estratégia 2

Nesta estratégia, verifica-se a cada iteração quais direções são mais promissoras, do procedimento predictor ou do corretor. Essa escolha é realizada através do teste de complementaridade, definido em (5.66).

$$(s_p^k + \mu e)^t \lambda_p^k < \chi (s_c^k + \mu e)^t \lambda_c^k \quad (5.66)$$

em que $\chi \in (0, 1)$ e e é um vetor coluna.

Proposta em [37], as novas direções, $d_n z^k$, $d_n s^k$, $d_n \eta^k$ e $d_n \lambda^k$ são determinadas utilizando uma combinação convexa das direções do procedimento predictor com as direções do corretor, ou seja, dados dois escalares ω_1 e $\omega_2 \in (0, 1)$, em que $\omega_1 + \omega_2 = 1$, as direções que recebem o maior escalar são as direções mais promissoras, determinadas através do teste de complementaridade (5.66).

$$\begin{aligned} d_n z^k &= \omega_1 \tilde{d} z^k + \omega_2 d z^k \\ d_n s^k &= \omega_1 \tilde{d} s^k + \omega_2 d s^k \\ d_n \eta^k &= \omega_1 \tilde{d} \eta^k + \omega_2 d \eta^k \\ d_n \lambda^k &= \omega_1 \tilde{d} \lambda^k + \omega_2 d \lambda^k \end{aligned} \quad (5.67)$$

São calculados novos passos primal $\alpha_P^k > 0$ e dual $\alpha_D^k > 0$, considerando as novas direções determinadas em (5.67), de tal forma que a atualização do ponto é apresentada em (5.68).

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k + \alpha_P^k d_n z^k \\ s^{k+1} &= s^k + \alpha_P^k d_n s^k \\ \eta^{k+1} &= \eta^k + \alpha_D^k d_n \eta^k \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \alpha_D^k d_n \lambda^k \end{aligned} \quad (5.68)$$

Neste trabalho, é utilizada a atualização do ponto conforme (5.68).

5.3.6 Atualização dos parâmetros μ e δ

A atualização do parâmetro de barreira μ segue a heurística de [21] e é apresentada em (5.69):

$$\mu_{k+1} = \tau \mu_k, \quad (5.69)$$

em que uma relaxação do parâmetro μ é realizada para todo s^{k+1} seguindo o teste:

Se $s_j^{k+1} > -\mu_{k+1}$, para todo j , então (5.69) permanece.

Caso contrário, para $s_j^{k+1} \leq -\mu_{k+1}$, para algum j , μ é atualizado por (5.70):

$$\mu_{k+1} = -(1 + \tau) \times \min(s), \quad (5.70)$$

em que $\tau \in (0, 1)$ é um parâmetro de atualização.

Neste trabalho os estimadores dos multiplicadores de Lagrange δ são atualizados conforme [21] e definido em (5.71):

$$\delta^{k+1} = \lambda^{k+1}. \quad (5.71)$$

5.3.7 Critério de Parada

Os métodos iterativos, como neste trabalho, não determinam uma solução exata para o problema, logo necessitam de um critério de parada.

Neste trabalho é adotado o critério de parada utilizado por [21]. Neste, quando os resíduos relativos à factibilidade primal, t^k e u^k , factibilidade dual, m^k e folgas complementares, s^k , são suficientemente pequenos quanto a uma precisão $\varepsilon > 0$ pré-estabelecida, uma boa solução é obtida.

Isso pode ser expresso por: $\|(m^k, s^k, t^k, u^k)\|_\infty \leq \varepsilon$

5.3.8 Inicialização

Para a inicialização do método, o vetor das variáveis de controle z^0 é dado, mas para as variáveis de folga s e para os multiplicadores de Lagrange η e λ são considerados:

$$s^k \leftarrow -h(z^0) \quad (5.72)$$

$$\lambda^k \leftarrow \mu^0 \bar{Z}_k^{-1} \delta^0 \quad (5.73)$$

$$\eta^k \leftarrow -[\nabla g(z^0) \nabla g(z^0)^t]^{-1} \nabla g(z^0) [\nabla q(z^0) + \nabla h(z^0)^t \lambda^k] \quad (5.74)$$

5.3.9 Algoritmo do método BLMDI

O algoritmo (4) apresentado nesta subseção é uma versão readaptada do método BLM apresentado em [35].

Algoritmo 4: Método Barreira Logarítmica Modificada Discreto com Correção de Inércia

```

1  Inicialização: Tolerância de convergência  $E_1 > 0$ , precisão  $\varepsilon > 0$  para o critério de
   parada, parâmetro de barreira  $\mu^0 > 0$ , seu fator de redução  $\tau \in (0, 1)$ , parâmetro de
   amortecimento  $\beta^0 \in (0, 1)$ , seu fator de atualização  $\alpha \in (0, 1)$ , os estimadores dos
   multiplicadores de Lagrange  $\delta^0 > 0$ ,  $z^0$  e  $k = 0$ ;
2  Considere:  $\|(m^k, s^k, t^k, u^k)\|_\infty \geq \varepsilon$  para a inicialização do processo iterativo.
3  while  $|y_i^* - y_i^{*'}| > E_1$  do
4      while  $\|(m^k, s^k, t^k, u^k)\|_\infty \geq \varepsilon$  do
5          Faça  $k = k + 1$ ;
6          Calcule:  $q(z^k)$ ,  $\nabla q(z^k)$ ,  $g(z^k)$ ,  $\nabla g(z^k)$ ,  $h(z^k)$ ,  $\nabla h(z^k)$ , para  $k = 1$  considere
              $z^k = z^0$ .
7          Para  $k = 1$ , considere  $s^k$  (5.72),  $\lambda^k$  (5.73) e  $\eta^k$  (5.74).
8          Monte as matrizes  $\bar{Z}_k^{-1}$  (5.18) e  $\Lambda^k = \text{diag}(\lambda^k)$ ;
9          Construa a matriz  $\tilde{A}$  e realize o procedimento de correção de inércia utilizando
             o Algoritmo 3;
10         Calcule os resíduos do procedimento predictor:  $m^k$  (5.21),  $\tilde{s}^k$  (5.25),  $t^k$  (5.23) e
              $u^k$  (5.24);
11         Calcule o vetor  $\tilde{p}^k$  (5.36);
12         Determine  $\theta_k$  (5.35) (considere a derivada de segunda ordem descrita em
             (3.18e) e (3.19e) para calcular  $K$  em (5.20));
13         Calcule as direções do procedimento predictor:  $\tilde{d}z^k$  (5.45),  $\tilde{d}s^k$  (5.28),  $\tilde{d}\eta^k$  (5.44)
             e  $\tilde{d}\lambda^k$  (5.30);
14         Calcule o resíduo  $s^k$  (5.46) do procedimento corretor e o vetor  $p^k$  (5.52);
15         Calcule as direções do procedimento corretor:  $dz^k$  (5.49),  $ds^k$  (5.50),  $d\eta^k$ 
             (5.48) e  $d\lambda^k$  (5.51);
16         Calcule os passos primal  $\alpha_P^k$  e dual  $\alpha_D^k$  a partir da Subseção 5.3.4;
17         Calcule o novo ponto a partir de uma das estratégias de determinação:
             Estratégia 1 (5.65) ou Estratégia 2 (5.68);
18         Atualize o parâmetro de barreira  $\mu$  e os estimadores dos multiplicadores de
             Lagrange  $\delta$  (5.71).
19         Calcule:  $\|(m^k, s^k, t^k, u^k)\|_\infty$ 
20     end
21     Atualize o parâmetro da função senoidal por  $\varrho^{(K+1)} = c\varrho^{(K)}$ .
22 end
23 Retorne a solução ótima:  $z^* = z^k$ ,  $s^* = s^k$ ,  $\eta^* = \eta^k$  e  $\lambda^* = \lambda^k$ .

```

No próximo capítulo são apresentados os resultados numéricos associados aos sistemas 14, 30, 57 e 118 barras. O método BLMDI apresentado na Seção 5.3 associado ao tratamento das variáveis discretas e a não diferenciabilidade das funções envolvidas é aplicado à resolução do problema estudado.

Resultados

Para avaliar a abordagem proposta foram realizados testes numéricos com o Algoritmo BLMDI, apresentado na Seção 5.3.9, aplicado ao problema de FPOED. A implementação partiu dos trabalhos [35, 36] com as modificações propostas no modelo para a introdução do tratamento das variáveis discretas descritas na Seção 5.2 e a estratégia de correção de inércia, conforme descrito na Seção 5.3.3. O programa foi executado em um computador *notebook* com processador Core i5, com 4GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10. Na realização dos testes numéricos foram considerados os *taps* dos transformadores e as susceptâncias *shunt* de capacitores e reatores como variáveis discretas do problema.

Para os testes realizados com o método BLMDI foram utilizados os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 57 e 118 barras, sendo que os dados de barra e linha foram obtidos na página www.pserc.cornell.edu/matpower/index.html (acessados em março de 2022) e os dados dos geradores para os sistemas 14 e 30 barras obtidos do trabalho [22]. Os dados dos geradores termelétricos são apresentados no Apêndice A.

Os testes foram realizados com o método BLMDI levando em consideração os seguintes casos:

- Sistemas com geradores termelétricos e variáveis contínuas (FPO - Fluxo de Potência Ótimo);
- Sistemas termo-eólicos com variáveis contínuas (FPOE - Fluxo de Potência Ótimo Estocástico);
- Sistemas termelétricos com variáveis discretas (FPOD - Fluxo de Potência Ótimo Discreto);
- Sistemas termo-eólicos com variáveis discretas (FPOED - Fluxo de Potência Ótimo Estocástico Discreto);
- Soluções arredondadas para os problemas (FPOa - Fluxo de Potência Ótimo arredondado e FPOEa - Fluxo de Potência Ótimo Estocástico arredondado).

As soluções para os problemas FPO e FPOE com variáveis contínuas foram obtidas com a aplicação do algoritmo BLM proposto no trabalho [35, 36], ou seja, sem a utilização da correção de inércia e sem a resolução do ciclo externo do BLMDI, necessário apenas para determinar soluções discretas. A princípio, os testes computacionais para os casos discretos mencionados (FPOD e FPOED) foram realizados sem a estratégia de correção de inércia e as soluções resultantes não foram satisfatórias, pois obtém-se pontos

de máximo locais para o problema, sendo necessária a adaptação do algoritmo BLM para o BLMDI. Para a obtenção das soluções arredondadas (FPOa e FPOEa), foi realizado um arredondamento das variáveis para os valores discretos mais próximos do conjunto pré-estabelecido, os valores foram fixados e o algoritmo foi executado novamente. A implementação computacional foi realizada para todos os casos citados.

O Algoritmo BLMDI possui dois ciclos: o ciclo interno que resolve o problema contínuo e o ciclo externo que verifica se as variáveis do problema atingiram os valores discretos pré estabelecidos, ou seja, enquanto o teste de discretização das variáveis não for atendido, o algoritmo volta a realizar o ciclo interno e nesse processo o número de iterações a cada etapa vão sendo somadas. Para os problemas FPOa, FPOEa, FPOE e FPO não há o teste de verificação das variáveis discretas (ciclo externo) e nem utilização da correção de inércia, já para os problemas FPOED e FPOD é utilizada a estratégia da correção de inércia e o ciclo externo é avaliado até que se obtenha soluções discretas factíveis.

Para a realização dos testes, um conjunto de turbinas eólicas formam um parque eólico, e neste trabalho um conjunto de parques eólicos com uma determinada potência nominal representa um gerador eólico que é acrescido ou substituído a um gerador termelétrico nos sistemas estudados. A organização dos testes acontece em duas etapas: na primeira etapa as variáveis discretas consideradas se concentram apenas nos *taps* dos transformadores e os sistemas testados são de 14, 30, 57 e 118 barras. Na segunda etapa, além dos *taps* também são consideradas as susceptâncias *shunt* como variáveis discretas e os sistemas de 14 e 30 barras foram utilizados para validar a abordagem proposta.

6.1 Testes numéricos - 1^a etapa

Nesta primeira etapa da realização dos testes numéricos apenas os *taps* dos transformadores foram efetivamente modelados como variáveis discretas do problema assumindo valores que estão compreendidos entre 0.9 pu e 1.1 pu, espaçados por passos de 0.02, já as susceptâncias *shunt* de capacitores e reatores foram consideradas como valores fixos.

Os parâmetros iniciais adotados no método BLMDI, os dados para as unidades de energia eólica e os parâmetros relativos à função penalidade senoidal são descritos na Tabela 6.1:

Tabela 6.1: Parâmetros para o método BLMDI, dados das unidades de energia eólica e parâmetros da função penalidade senoidal.

Parâmetros	Sistemas			
	14 barras	30 barras	57 barras	118 barras
ε	0.01	0.01	0.01	0.01
μ^0	0.05	0.5	0.05	0.05
τ	0.15	0.15	0.15	0.25
α	0.15	0.15	0.15	0.25
β^0	0.1	0.1	0.01	0.1
X	0.95	0.95	0.95	0.95
V^{min}	0.9	0.9	0.9	0.9
V^{max}	1.1	1.1	1.1	1.1
t^{min}	0.9	0.9	0.9	0.9
t^{max}	1.1	1.1	1.1	1.1
espaçamento taps	0.02	0.02	0.02	0.02
ω_{pred}	0.95	0.95	0.95	0.95
ω_{cor}	0.05	0.05	0.05	0.05
k	2	2	2	2
c	10	10	10	10
v^I	3	3	3	3
v^R	15	15	15	15
v^0	30	30	30	30
d	1	1	1	15
k^P	2	2	1	15
k^R	1.5	1.5	0.5	30
ϱ	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
ϖ	2	2	4	2
γ	0	0	0	0
c (fator de atual. de v)	2	2	2	2
E_1	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
Atualização β (inércia)	4	4	2	2

*Nos sistemas 57 e 118 barras os valores para o critério de parada ε sofreram uma alteração: para os casos FPOEa, FPOE, FPOa e FPO o valor foi de 0.01 e para os casos discretos FPOED e FPOD, no caso 57 barras foi de 0.05 e no 118 barras foi de 0.08.

6.1.1 Testes Numéricos - Sistema IEEE 14 barras

Nesta subseção, são apresentados os resultados obtidos com a abordagem proposta. O sistema elétrico IEEE 14 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 4 barras de controle reativo;
- 9 barras de carga;
- 20 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável;
- 1 susceptância *shunt* variável;
- 5 geradores.

As Tabelas 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 mostram os despachos de geração; a demanda do sistema atendida; os custos térmicos (dados pelos custos quadráticos e pelo custo de ponto de válvula (PV)), os custos com energia eólica (dados pelos custos lineares e pelos custos de reserva e penalidade), os custos totais, envolvendo custos térmicos e eólicos; os valores dos *taps* e dos bancos de capacitores *shunts*, o número de iterações e os tempos computacionais.

Tabela 6.2: Resultados para o sistema IEEE 14 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_1^G	96.07	96.07	96.07	96.07	96.07	96.07
p_2^G	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
p_3^G	70.32	69.61	69.66	58.39	56.23	56.43
p_6^G	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00
p_8^G (eólica)	35.15	31.71	31.73	45.00	45.00	45.00
Demanda (MW)	296.54	292.40	292.46	294.46	292.30	292.50
Custo Quadrático(\$/h)	900.41	893.63	894.11	978.23	960.62	962.21
Custo PV (\$/h)	158.46	158.45	158.45	175.77	174.84	174.92
Custo Termelétrico(\$/h)	1058.87	1052.08	1052.57	1154.01	1135.46	1137.13
Custo Linear(\$/h)	35.16	31.71	31.73	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	18.72	15.25	15.26	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	1.00	1.94	1.93	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	54.87	48.90	48.92	-	-	-
Custo Total (\$/h)	1113.83	1100.98	1101.49	1154.01	1135.46	1137.13
tap_{4-7} (pu)	0.98	0.9859	0.9999	0.9	0.9000	0.9399
tap_{4-9} (pu)	0.96	0.9600	1.0399	1.0	0.9946	0.9400
tap_{5-6} (pu)	1.00	0.9978	0.9599	0.96	0.9607	0.9199
b_9^{sh} (pu)	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19
Iterações	13	11	88	10	12	43
Tempo(s)	1.19	1.13	6.06	1.02	1.11	3.61

Nos testes realizados para o sistema 14 barras o gerador eólico foi inserido na barra 8 com potência máxima de 45 MW. De acordo com a tabela 6.2, nota-se que o método proposto foi eficiente para resolver os problemas FPOEa, FPOE, FPOED, FPOa, FPO, FPOD. Nos casos contínuos (FPOE e FPO) o método BLM atingiu a solução em 11 e 12 iterações, respectivamente. Para estes mesmos dois casos, a matriz hessiana modificada, definida em (5.35) precisa ser definida positiva, para que os procedimentos previsor e corretor determinem direções de descida para garantir que o método convirja. Portanto, nestes casos, foi suficiente utilizar a estratégia de condição de positividade local proposta na Seção 5.3.2.

Para os casos discretos (FPOED e FPOD) foi aplicada a estratégia de correção de inércia apresentada na Seção 5.3.3 para garantir, não somente a determinação da variável discreta, mas também a minimização da função objetivo (5.9), uma vez que sem essa estratégia o método poderia determinar pontos de máximo discretos. Verifica-se que o número de iterações para a convergência foi substancialmente maior para esses casos, porém esse é o “preço” a pagar para a obtenção de soluções discretas factíveis de boa qualidade. O aumento no número de iterações é esperado, já que a função de penalidade senoidal utilizada insere não linearidades adicionais ao problema de FPOED.

Para as formulações contínuas e arredondadas, os tempos computacionais obtidos pela abordagem proposta, são significativamente menores do que aqueles apresentados pelo método BLMDI levando em consideração a estratégia para o tratamento dos *taps* discretos, sendo 1.02 segundos o menor tempo para o problema de FPO termelétrico com solução contínua arredondada (FPOa) e 6.06 segundos o maior tempo computacional para o sistema termo-eólico com variáveis discretas (FPOED). Embora o tempo de resolução

seja maior, obtemos soluções de boa qualidade e soluções mais realistas para o sistema estudado.

Ao compararmos o valor da função objetivo para os seis testes (FPOEa, FPOE, FPOED, FPOa, FPO, FPOD), verifica-se que a substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico foi mais vantajosa para esse sistema em ambos os casos (FPOE e FPOED). Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos. É importante ressaltar também, que ao considerar os *taps* dos transformadores como variáveis discretas o valor da função objetivo sofre uma pequena alteração, o que implica que a natureza dessas variáveis influencia na geração das potências desse sistema, e conseqüentemente no seu custo. As soluções arredondadas apresentadas na Tabela 6.2 como FPOa e FPOEa, mostram que o método proposto determina soluções discretas que minimizam mais a função objetivo do problema, em comparação com aquelas obtidas por arredondamento de soluções contínuas.

6.1.2 Testes Numéricos - Sistema IEEE 30 barras

O sistema elétrico IEEE 30 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 5 barras de controle reativo;
- 24 barras de carga;
- 41 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 2 susceptâncias *shunt* variáveis;
- 6 geradores.

Tabela 6.3: Resultados para o sistema IEEE 30 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_1^G	200.00	200.00	200.00	185.70	200.00	200.00
p_2^G	31.17	33.81	33.90	31.79	43.17	43.28
p_5^G	16.43	16.98	17.00	16.56	18.63	18.65
p_8^G	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
p_{11}^G	20.75	10.00	10.00	21.65	10.00	10.00
p_{13}^G (eólica)	24.18	22.82	22.83	22.73	12.00	12.00
Demanda (MW)	302.53	293.61	293.74	302.73	293.80	293.93
Custo Quadrático(\$/h)	761.21	729.99	730.36	848.13	803.91	804.35
Custo PV (\$/h)	39.36	35.16	35.22	43.75	38.95	38.97
Custo Termelétrico(\$/h)	800.57	765.16	765.58	891.89	842.86	843.31
Custo Linear(\$/h)	24.18	22.82	22.83	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	9.91	8.79	8.80	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	3.35	4.05	4.05	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	37.44	35.67	35.67	-	-	-
Custo Total (\$/h)	838.01	800.84	801.25	891.89	842.86	843.31
tap_{6-9} (pu)	1.04	1.0472	0.9799	1.04	1.0476	0.9799
tap_{6-10} (pu)	0.9	0.9000	0.9600	0.9	0.9000	0.9599
tap_{4-12} (pu)	1.02	1.0285	0.9400	1.02	1.0305	0.9401
tap_{28-27} (pu)	0.98	0.9748	0.9601	0.98	0.9751	0.9600
b_{10}^{sh} (pu)	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19
b_{24}^{sh} (pu)	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043
Iterações	10	9	18	11	9	18
Tempo(s)	1.50	1.30	3.78	1.48	1.16	4.05

No caso do sistema 30 barras, a potência nominal do gerador eólico é de 40 MW. Os casos contínuos foram resolvidos utilizando o teste de convergência quadrática e os casos discretos o teste de correção de inércia. Analogamente ao caso 14 barras, a substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico continua sendo rentável para o sistema. Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos. Os testes com variáveis discretas (FPOED e FPOD) apresentam alterações nos valores da função objetivo com relação aos casos contínuos (FPOE e FPOD), embora sejam pequenas, esse fato novamente confirma que a natureza dessas variáveis influencia diretamente os custos de geração. Além disso, as soluções discretas obtidas pelo método são melhores que as arredondadas aos problemas vistos.

Para as formulações contínuas e arredondadas, os tempos computacionais e número de iterações obtidos pela abordagem proposta, são significativamente menores do que aqueles apresentados pelo método BLMDI levando em consideração a estratégia para o tratamento dos *taps* discretos, sendo 1.16 segundos o menor tempo para o problema de FPO termelétrico com solução contínua e 4.05 segundos o maior tempo computacional para o sistema termelétrico FPOD com variáveis discretas. Embora o tempo computacional seja maior, obtemos soluções de boa qualidade e mais realistas para o sistema estudado.

6.1.3 Testes Numéricos - Sistema IEEE 57 barras

O sistema elétrico IEEE 57 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 6 barras de controle reativo;
- 50 barras de carga;

- 80 linhas de transmissão;
- 17 transformadores com *tap* variável;
- 3 susceptâncias *shunt* variáveis;
- 8 geradores.

Tabela 6.4: Resultados para o sistema IEEE 57 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_1^G	246.48	248.86	247.74	282.32	162.16	287.38
p_2^G	150.00	150.00	150.00	135.10	150.00	150.00
p_3^G	150.00	150.00	150.00	141.12	150.00	150.00
p_6^G	120.00	120.00	120.00	65.17	120.00	120.00
p_8^G	225.00	225.00	224.65	217.49	225.00	224.39
p_9^G	120.00	120.00	120.00	120.00	120.00	119.92
p_{12}^G	225.00	225.00	225.00	271.94	300.00	184.58
p_{45}^G (eólica)	34.77	34.65	34.48	39.96	40.00	40.00
Demanda (MW)	1271.25	1273.50	1271.91	1273.11	1267.26	1276.27
Custo Quadrático(\$/h)	2730.43	2743.69	2741.01	2977.26	2805.27	2815.93
Custo PV (\$/h)	127.36	75.43	99.15	103.47	82.15	89.59
Custo Termelétrico(\$/h)	2857.78	2819.13	2840.17	3080.73	2887.42	2905.52
Custo Linear(\$/h)	34.76	34.50	33.33	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	6.82	6.72	6.29	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	0.15	0.16	0.25	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	41.72	41.38	39.86	-	-	-
Custo Total (\$/h)	2899.41	2859.79	2878.82	3080.73	2887.42	2905.52
tap_{4-18} (pu)	1.0	0.9912	1.0600	1.0	0.9915	1.0202
tap_{4-18} (pu)	1.0	0.9912	0.9600	1.0	0.9915	0.9201
tap_{21-20} (pu)	1.0	1.0042	1.0200	1.0	1.0041	1.0001
tap_{24-25} (pu)	0.94	0.9357	1.0199	0.94	0.9380	0.9799
tap_{24-25} (pu)	0.94	0.9357	1.0199	0.94	0.9380	1.0399
tap_{24-26} (pu)	0.98	0.9896	1.0000	1.0	0.9919	1.0000
tap_{7-29} (pu)	0.98	0.9714	0.9799	0.98	0.9721	1.0000
tap_{34-32} (pu)	0.92	0.9205	1.0000	0.92	0.9225	0.9799
tap_{11-41} (pu)	0.90	0.9000	0.9599	0.90	0.9000	0.9800
tap_{15-45} (pu)	1.06	1.058	1.0400	1.04	1.0430	0.9401
tap_{14-46} (pu)	0.98	0.9717	0.9600	0.98	0.9700	0.9800
tap_{10-51} (pu)	0.98	0.9823	0.9800	0.98	0.9790	0.9401
tap_{13-49} (pu)	0.94	0.9419	1.0200	0.94	0.9397	0.9800
tap_{11-43} (pu)	0.96	0.9655	1.0000	0.96	0.9664	0.9399
tap_{40-56} (pu)	0.98	0.9796	0.9800	0.98	0.9844	1.0399
tap_{39-57} (pu)	0.94	0.9457	0.9800	0.96	0.9500	1.0999
tap_{9-55} (pu)	0.98	0.9725	0.9800	0.98	0.9738	0.9999
b_{18}^{sh} (pu)	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
b_{25}^{sh} (pu)	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059
b_{53}^{sh} (pu)	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
Iterações	25	22	85	47	23	71
Tempo(s)	4.53	4.63	105.22	18.36	4.72	66.92

A Tabela 6.4 resume os resultados obtidos para o sistema 57 barras, em que a potência nominal do gerador eólico é de 40 MW. Os casos contínuos foram resolvidos utilizando o teste de convergência quadrática e os casos discretos o teste de correção de inércia. Analogamente aos casos 14 e 30 barras, a substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico continua sendo rentável para o sistema. Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos. Os

tempos computacionais e número de iterações foram mais baixos para as formulações contínuas e arredondadas (FPOEa, FPOE e FPO), embora tal fato aconteça, nos testes discretos obtemos soluções de boa qualidade, mais realistas e melhores que as soluções arredondadas.

6.1.4 Testes Numéricos - Sistema IEEE 118 barras

O sistema elétrico IEEE 118 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 53 barras de controle reativo;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável;
- 14 susceptâncias *shunt* variáveis;
- 54 geradores.

Tabela 6.5: Resultados para o sistema IEEE 118 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_{36}^G (eólica)	137.03	136.86	136.94	-	-	-
p_{49}^G (eólica)	205.60	205.35	205.36	-	-	-
Demanda (MW)	4350.68	4340.42	4341.71	4348.08	4338.67	4342.47
Custo Quadrático(\$/h)	119243.11	118821.48	118874.26	131020.67	130604.30	130651.19
Custo PV (\$/h)	4102.72	4372.10	4395.30	4047.57	4097.56	4194.87
Custo Termelétrico(\$/h)	123345.82	123193.58	123269.57	135068.23	134701.85	134846.06
Custo Linear(\$/h)	3083.96	3080.20	3080.48	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	893.25	890.92	891.09	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	1241.65	1243.52	1243.38	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	5218.85	5214.64	5214.95	-	-	-
Custo Total (\$/h)	132043.37	131883.85	131961.57	135068.23	134701.85	134846.06
tap_{8-5} (pu)	0.98	0.9701	0.9801	0.98	0.9714	0.9800
tap_{26-25} (pu)	1.1	1.0999	0.9603	1.1	1.0999	0.9603
tap_{30-17} (pu)	0.98	0.9800	0.9600	0.98	0.9837	0.9601
tap_{38-37} (pu)	0.98	0.9754	0.9399	0.98	0.9767	0.9400
tap_{63-59} (pu)	0.98	0.9793	0.9600	0.98	0.9822	0.9599
tap_{64-61} (pu)	1.0	1.0001	0.9801	1.0	1.0002	0.9801
tap_{65-66} (pu)	0.98	0.9886	0.9401	0.98	0.9894	0.9404
tap_{68-69} (pu)	0.94	0.9362	0.9399	0.94	0.9369	0.9399
tap_{81-80} (pu)	0.98	0.9876	0.9399	0.98	0.9896	0.9399
b_5^{sh} (pu)	-0.4	-0.4	-0.4	-0.4	-0.4	-0.4
b_{34}^{sh} (pu)	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
b_{37}^{sh} (pu)	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25
b_{44}^{sh} (pu)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
b_{45}^{sh} (pu)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
b_{46}^{sh} (pu)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
b_{48}^{sh} (pu)	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
b_{74}^{sh} (pu)	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
b_{79}^{sh} (pu)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
b_{82}^{sh} (pu)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
b_{83}^{sh} (pu)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
b_{105}^{sh} (pu)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
b_{107}^{sh} (pu)	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
b_{110}^{sh} (pu)	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
Iterações	14	12	16	29	27	31
Tempo(s)	20.13	15.98	26.44	41.92	38.64	43.50

Na Tabela 6.5, está detalhado o despacho de energia eólica para as barras 36 e 49, com potência nominal de 400 e 600 MW, respectivamente. Os casos contínuos foram resolvidos utilizando o teste de convergência quadrática e os casos discretos o teste de correção de inércia. A substituição dos geradores termelétricos pelos geradores eólicos é uma estratégia positiva para o sistema. Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos. As soluções arredondadas são piores que as soluções contínuas e discretas.

6.2 Análise de resultados - 1ª etapa

Para avaliar as características do método de função de penalidade senoidal usado para lidar com as variáveis discretas nas abordagens FPOD e FPOED, o *gap* de integralidade é calculado para todos os sistemas testados, cujos valores são apresentados na Tabela 6.6. Observa-se que os valores para o *gap* de integralidade são mantidos em valores muito

baixos para todos os sistemas testados e para todas as abordagens: a abordagem para o FPOD apresenta o menor *gap* para o sistema IEEE 30 barras; a abordagem FPOED apresenta o menor *gap* para os sistemas IEEE 14 e 30 barras. Isso significa que para todos os métodos o valor da função objetivo do problema discreto está próximo do valor associado à solução do problema relaxado (contínuo). Esta é uma característica importante da função de penalidade senoidal (método usado para tratar as variáveis discretas em todas as abordagens), que permite obter uma solução discreta para os problemas FPOED e FPOD de boa qualidade.

Tabela 6.6: *Gap* em % calculado para os problemas FPOD e FPOED.

Sistema	FPOD	FPOED
IEEE 14 barras	0.1469	0.0463
IEEE 30 barras	0.0533	0.0511
IEEE 57 barras	0.6229	0.6610
IEEE 118 barras	0.1069	0.0588

Observa-se que a função penalidade utilizada para o tratamento das variáveis discretas não atua arredondando as variáveis, quando incorporada ao algoritmo BLMDI, possibilita que o método atinja soluções discretas de boa qualidade e melhores do que aquelas obtidas por arredondamento de variáveis contínuas. De modo geral, a inclusão das variáveis discretas torna a resolução dos problemas de FPOED e FPOD mais complexa computacionalmente, exigindo maior tempo de processamento. Embora isso aconteça, as soluções apresentam boa qualidade e são mais fidedignas aos sistemas estudados, visto que algumas variáveis são discretas. O método proposto mostrou-se eficiente, sendo capaz de convergir em todos os sistemas testados, sendo necessário apenas alguns ajustes nos parâmetros.

6.3 Testes numéricos - 2ª etapa

Nesta seção serão apresentados os resultados dos testes obtidos para os sistemas 14 e 30 barras, nas quais são consideradas como variáveis discretas do problema os *taps* dos transformadores e as susceptâncias *shunt* de capacitores e reatores.

Os parâmetros iniciais adotados no método BLMDI, os dados para as unidades de energia eólica e os parâmetros relativos à função penalidade senoidal são descritos na Tabela 6.7.

Tabela 6.7: Parâmetros para o método BLMDI, dados das unidades de energia eólica e parâmetros da função penalidade senoidal.

Parâmetros	Sistemas	
	14 barras	30 barras
ε	0.01	0.05
μ^0	0.05	0.5
τ	0.15	0.15
α	0.15	0.15
β^0	0.1	0.1
X	0.95	0.95
V^{min}	0.9	0.9
V^{max}	1.1	1.1
t^{min}	0.9	0.9
t^{max}	1.1	1.1
espaçamento taps	0.02	0.02
ω_{pred}	0.95	0.95
ω_{cor}	0.05	0.05
k	2	2
c	10	10
v^I	3	3
v^R	15	15
v^0	30	30
d	1	1
k^P	2	2
k^R	1.5	1.5
ϱ	0.0001	0.0001
ϖ	2	2
γ	0	0
c (fator de atual.)	2	2
E_1	10^{-2}	10^{-2}
Atualização β (inércia)	4	4

6.3.1 Testes Numéricos - Sistema IEEE 14 barras

As Tabelas 6.8 e 6.9 mostram os despachos de geração; a demanda do sistema atendida; os custos térmicos (dados pelos custos quadráticos e pelo custo de ponto de válvula (PV)), os custos com energia eólica (dados pelos custos lineares e pelos custos de reserva e penalidade), os custos totais, envolvendo custos térmicos e eólicos; os valores dos *taps* e dos bancos de capacitores *shunts*, o número de iterações e os tempos computacionais.

Nos casos discretos (FPOED e FPOD), considerou-se que os *taps* dos transformadores assumem valores discretos que estão compreendidos entre 0.9 pu e 1.1 pu, espaçados por passos de 0.02 e as susceptâncias *shunt* equivalente do banco de capacitores na barra 9 deve pertencer ao conjunto:

$$D_9^{sh} = \{0; 0.19; 0.34; 0.39\}$$

Tabela 6.8: Resultados para o sistema IEEE 14 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_1^G	96.07	96.07	96.07	96.07	96.07	96.07
p_2^G	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
p_3^G	70.33	69.11	69.95	58.43	56.23	56.50
p_6^G	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00
p_8^G (eólica)	35.11	32.21	31.74	45.00	45.00	45.00
Demanda (MW)	296.51	292.39	292.47	294.50	292.30	292.57
Custo Quadrático(\$/h)	900.60	888.74	892.18	978.54	960.61	963.07
hline Custo PV (\$/h)	158.46	158.43	158.20	175.79	174.84	174.97
Custo Termelétrico(\$/h)	1059.46	1047.17	1050.38	1154.33	1135.45	1138.04
Custo Linear(\$/h)	35.11	32.21	31.81	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	18.68	15.21	15.34	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	1.01	1.78	1.91	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	54.80	49.20	49.05	-	-	-
Custo Total (\$/h)	1113.89	1096.37	1099.20	1154.33	1135.45	1138.04
tap_{4-7} (pu)	1.02	1.0215	0.9600	1.02	1.0251	0.9400
tap_{4-9} (pu)	0.9	0.9000	1.0000	0.9	0.9000	0.9400
tap_{5-6} (pu)	1.0	0.9991	0.9400	1.0	0.9954	0.9000
b_9^{sh} (pu)	0.19	0.1245	0.1907	0.19	0.1311	0.1899
Iterações	12	14	41	12	15	43
Tempo(s)	1.25	1.41	3.78	1.08	1.27	3.98

Na Tabela 6.8, está detalhado o despacho de energia e o gerador eólico foi substituído na barra 8, com potência nominal de 45 MW. Os casos com variáveis contínuas foram resolvidos utilizando o teste de convergência quadrática e os casos discretos o teste de correção de inércia. A substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico é uma estratégia positiva ao sistema, pois reduz o custo de operação ao mesmo tempo que atende a demanda de energia desse. Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos, entretanto, as soluções discretas obtidas pelo método são melhores que as soluções arredondadas.

6.3.2 Testes Numéricos - Sistema IEEE 30 barras

Nos casos discretos (FPOED e FPOD), considerou-se que os *taps* dos transformadores assumem valores que estão compreendidos entre 0.9 pu e 1.1 pu, espaçados por passos de 0.02 e as susceptâncias *shunt* equivalentes dos bancos de capacitores nas barras 10 e 24 devem pertencer, respectivamente, aos conjuntos:

$$D_{10}^{sh} = \{0; 0.19; 0.34; 0.39\}$$

$$D_{24}^{sh} = \{0; 0.05; 0.09\}$$

Tabela 6.9: Resultados para o sistema IEEE 30 barras

p_k^G (MW)	FPOEa	FPOE	FPOED	FPOa	FPO	FPOD
p_1^G	184.98	186.94	200.00	183.27	191.00	200.00
p_2^G	39.36	40.13	33.81	41.05	42.12	39.09
p_5^G	20.13	20.24	16.98	20.56	20.90	19.78
p_8^G	12.89	13.05	10.00	14.03	15.78	12.45
p_{11}^G	20.27	10.23	10.00	20.63	11.67	10.38
p_{13}^G (eólica)	24.00	22.65	22.82	22.67	12.00	12.00
Demanda (MW)	302.12	293.25	293.61	302.22	293.47	293.71
Custo Quadrático(\$/h)	755.89	727.57	729.99	841.63	803.79	804.66
Custo PV (\$/h)	41.44	37.66	35.17	42.94	37.80	37.55
Custo Termelétrico(\$/h)	797.33	765.23	765.16	884.58	841.58	842.21
Custo Linear(\$/h)	23.97	22.64	22.82	-	-	-
Custo de Reserva(\$/h)	9.74	8.65	8.79	-	-	-
Custo de Penalidade(\$/h)	3.45	4.15	4.05	-	-	-
Custo Eólico (\$/h)	37.16	35.44	35.67	-	-	-
Custo Total (\$/h)	834.45	800.65	800.82	884.58	841.58	842.21
tap_{6-9} (pu)	1.0	0.9990	0.9800	1.0	0.9991	0.9801
tap_{6-10} (pu)	0.98	0.9790	0.9801	0.98	0.9788	0.9801
tap_{4-12} (pu)	1.0	0.9982	0.9399	1.0	0.9976	0.9401
tap_{28-27} (pu)	0.98	0.9788	0.9599	0.98	0.9790	0.9999
b_{10}^{sh} (pu)	0.19	0.1900	0.1889	0.19	0.1900	0.1899
b_{24}^{sh} (pu)	0.05	0.0621	0.0497	0.05	0.0615	0.0494
Iterações	10	9	25	11	9	37
Tempo(s)	2.02	1.66	8.92	2.05	1.77	11.86

No caso do sistema 30 barras, a potência nominal do gerador eólico é de 40 MW. Os casos contínuos foram resolvidos utilizando o teste de convergência quadrática e os casos discretos o teste de correção de inércia. A qualidade das soluções encontradas é similar ao caso 14 barras, no qual a substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico continua sendo rentável para o sistema. Os casos de geração termelétrica apresentam valores de função objetivo relativamente maiores comparados aos casos estocásticos. Os testes com variáveis discretas (FPOED e FPOD) apresentam alterações nos valores da função objetivo com relação aos casos contínuos (FPOE e FPOD), embora sejam pequenas, esse fato confirma que a natureza dessas variáveis influencia diretamente os custos de geração e soluções discretas obtidas pelo método são melhores que as arredondadas.

Para as formulações contínuas e arredondadas, os tempos computacionais obtidos pela abordagem proposta, são significativamente menores do que aqueles apresentados pelo método BLMDI levando em consideração a estratégia para o tratamento dos *taps* e susceptâncias *shunt* como variáveis discretas, porém, as soluções são mais legítimas e de boa qualidade.

6.4 Análise de resultados - 2ª etapa

Na Tabela 6.10 foi calculado o *gap* de integralidade para os sistemas testados e o menor *gap* foi para a abordagem FPOED relacionada ao sistema 30 barras e isso significa que o valor da função objetivo do problema discreto está próximo do valor associado à solução do problema relaxado (contínuo). No sistema 14 barras o *gap* para ambas as abordagens FPO e FPOED ficaram muito próximos.

Tabela 6.10: *Gap* em % calculado para os problemas FPOD e FPOED.

Sistema	FPOD	FPOED
IEEE 14 barras	0.2275	0.2574
IEEE 30 barras	0.0748	0.0212

Os resultados obtidos com a implementação do Algoritmo BLMDI visto na Seção 5.3.9 proposto neste trabalho indicam que esta abordagem é promissora para a resolução de problemas de FPOED, visando a minimização dos custos de geração de sistemas termo-eólicos. Em todos os testes o algoritmo convergiu em tempo computacional aceitável. Todas as restrições são atendidas com a tolerância especificada. Observa-se que a função penalidade utilizada para o tratamento das variáveis discretas não atua arredondando as variáveis, quando incorporada ao algoritmo BLMDI, possibilita que o método atinja soluções discretas de boa qualidade e melhores do que aquelas obtidas por arredondamento. De modo geral, a inclusão das variáveis discretas torna a resolução dos problemas de FPOED e FPOD mais difícil e levemente mais custosa computacionalmente. No entanto, obtém-se soluções mais realistas visto que algumas variáveis são discretas. O método proposto mostrou-se eficiente, sendo capaz de convergir em todos os sistemas testados, sendo necessário apenas alguns ajustes nos parâmetros.

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões e perspectivas futuras para continuação deste trabalho.

Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma modificação no modelo de FPOED para a programação do despacho de potência ativa e reativa de um sistema termo-eólico com o objetivo de minimizar os custos da geração do sistema considerando variáveis contínuas e discretas. Na função objetivo foram considerados os custos de geração termelétrica com os pontos de carregamento de válvula e os custos associados a geração eólica. Para tratar as variáveis de controle discretas do problema de FPOED, foi utilizada uma estratégia que transforma o problema discreto em uma sequência de problemas contínuos, baseada em uma função senoidal, que impõe às variáveis assumirem valores discretos.

O desenvolvimento deste trabalho traz as seguintes contribuições: na matemática aplicada a contribuição está relacionada com a incorporação de estratégias para resolução de variáveis estocásticas e com a nova abordagem para resolução de problemas de otimização não lineares, não convexos e com variáveis contínuas e discretas. Na área de engenharia elétrica atua como uma opção viável para a resolução do problema de FPOED, pois a inserção de fonte de energia limpa e renovável é de interesse de empresas e pesquisadores, e considerando os controles discretos deste modelo, permite um estudo mais fidedigno no planejamento e na programação de operação de sistemas de energia.

Nota-se que o método BLMDI, possui bom desempenho em termos do número de iterações para obtenção da solução e também em termos da obtenção de pontos de mínimo (menor valor de função objetivo). Este resultado é, de certa forma, esperado, já que o método BLMDI é definido na fronteira da região factível, e apresenta a capacidade de operar no exterior da região factível, o que aumenta o espaço de busca pelo ótimo, favorecendo encontrar diferentes pontos de mínimo.

Os resultados numéricos mostraram a importância da estratégia de correção de inércia proposta para a obtenção de pontos de mínimos locais associados às variáveis discretas, evitando-se dessa forma os pontos de máximo.

O trabalho desenvolvido mostra o potencial do método proposto na resolução do problema de FPOED em que, nas soluções obtidas os *taps* dos transformadores e as susceptâncias *shunt* assumem valores discretos, os quais influenciam no valor da função objetivo do problema de FPOED e são soluções melhores que as soluções arredondadas vistas. Além dessa consideração, mostra a importância da inserção da produção eólica nos sistemas, os quais reduzem os custos de operação.

Partindo-se do algoritmo e da implementação propostos por [7, 35], em que um *upgrade* foi realizado para o tratamento das variáveis discretas, pretende-se na continuação do trabalho: **i)** tratar as susceptâncias *shunt* como variáveis discretas para os sistemas maiores de 57 e 118 barras; **ii)** explorar resultados associados às variáveis duais do problema relativos aos custos marginais dos sistemas; **iii)** tem-se ainda a possibilidade de

considerar a função de despacho ambiental aos problemas investigados e explorar a otimização multiobjetivo à sua resolução.

Referências

- [1] Associação Brasileira de Energia Eólica. Boletim anual de geração eólica, 2020.
- [2] E. C. Baptista; E. A. Belati; V. A. Sousa; G. R. M. da Costa. Primal-dual logarithmic barrier and augmented lagrangian function to the loss minimization in power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(7):775–784, 2006.
- [3] D. P. Bertsekas. Nonlinear programming. *Journal of the Operational Research Society*, 48(3):334–334, 1997.
- [4] J. Carpentier. Contribution à l’étude du dispatching Économique. *Bulletin de la Société Francoise des Electriciens*, 3(8):431–447, 1962.
- [5] G. R. M. Costa. Optimal reactive dispatch through primal-dual method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(2):669–674, 1997.
- [6] G. Dantzig. *Linear Programming under uncertainty*. Management Science, 1955.
- [7] J. A. Delgado. *Método primal-dual de pontos interiores-penalidade e o problema de fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, Março 2021.
- [8] J. A. Delgado; E. C. Baptista; A. R. Balbo; E. M. Soler; D. N. S; A. C. P. Martins; L. Nepomuceno. A primal-dual penalty-interior-point method for solving the reactive optimal power flow problem with discrete control variables. *Electric Power Systems Research*, 138:107917, 2022.
- [9] E. E. Elattar. Optimal power flow of a power system incorporating stochastic wind power based on modified moth swarm algorithm. *IEEE Access*, 7:89591–89593, 2019.
- [10] E. Gonçalves. Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. Master’s thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, 2014.
- [11] S. Granville. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):136–146, 1994.
- [12] J. Hetzer; D. C. Yu ; K. Bhattarai. An economic dispatch model incorporating wind power. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 23(2):603–611, 2008.
- [13] A. K. Khamees; A. Y. Abdelaziz; M. R. Eskaros; A. El-Shahat. Optimal power flow solution of wind-integrated power system using novel metaheuristic method. *Energies*, 14:6117, 2021.

- [14] P. J. Macfie; G. A. Taylor; M. R. Irving; P. Hurlock; W. Hai-Bin. Proposed shunt rounding technique for large-scale security constrained loss minimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 25(3):1478–1485, 2010.
- [15] A. C. S. Martins. *Métodos de otimização multiobjetivo em problemas de despacho econômico e ambiental de sistemas termo-eólico*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, 2020.
- [16] C. Mishra; S. P. Singh; J. Rokadia. Optimal power flow in the presence of wind power using modified cuckoo search. *IET Generation, Transmission Distribution*, 9(7):615–626, 2015.
- [17] W. Murray; K. M. Ng. An algorithm for nonlinear optimization problems with binary variables. *Computational Optimization and Applications*, 47(2):257–288, 2010.
- [18] Y. Nie; Z. Du; Z. Wang; H. Feng. Pcpdipm based optimal reactive power flow model with discrete variables. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 69:116–122, 2015.
- [19] J. Nocedal; A. Wachter; R. A. Waltz. Adaptive barrier update strategies for nonlinear interior methods. *SIAM Journal on Optimization*, 19(4):1674–1693, 2009.
- [20] R. B. N. Pinheiro. Um método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores barreira logarítmica modificada, com estratégias de global e de ajuste cúbico, para problemas de programação não-linear e não-convexa. Master’s thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, 2012.
- [21] R. B. N. Pinheiro, A. R. Balbo, E. C. Baptista, and L. Nepomuceno. Interior-exterior point method with global convergence strategy for solving the optimal reactive power flow problem. Aceito para publicação na revista *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2015.
- [22] R. B. Pinheiro; A. R. Balbo; L. Nepomuceno. Solving network-constrained nonsmooth economic dispatch problems through a gradient-based approach. *International Journal of Electrical Power Energy Systems, Taylor & Francis*, 113:264–280, 2019.
- [23] R. B. Pinheiro; L. Nepomuceno; A. R. Balbo;. Solving large-scale reactive optimal power flow problems by a primal–dual m^2bf approach. *Optim Eng*, 21:485–515, 2019.
- [24] R. A. Polyak. Modified barrier functions. *Mathematical Programming*, 54, 1992.
- [25] S. S. Reddy; S. Kamel; J. A. Momoh. Minimum emissions optimal power flow in wind-thermal power system using opposition based bacterial dynamics algorithm. *IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, pages 1–5, 2016.
- [26] L. Shi; C. Wang; L. Yao; Y. Ni; M. Bazargan. Optimal power flow solution incorporating wind power. *IEEE Systems Journal*, 6(2):233–241, 2012.
- [27] D. N. Silva. Método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e exteriores com estratégias de correção de inércia e suavização hiperbólica aplicado ao problema de despacho econômico com ponto de válvula e representação da transmissão. Master’s thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, 2014.

- [28] D. N. Silva. *Novas Abordagens Determinísticas de Otimização para Resolução de Problema de Fluxo de Potência Ótimo*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2019.
- [29] D. P. Silva. *Gap de Integralidade das Variáveis Discretas para a Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, Maio 2020.
- [30] E. M. Soler. *Resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2011.
- [31] E. M. Soler; E. N. Asada; G. R. M. Costa. Um método eficiente para resolução do problema de despacho ótimo de reativos com controle discreto do tap dos transformadores. *Revista Controle Automação*, 23(5), 2012.
- [32] E. M. Soler; E. N. Asada; G. R. M. Costa. Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. *IEEE Transaction on Power Systems*, 28(3):2174–2182, 2013.
- [33] V. A. Sousa. *Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo via Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2006.
- [34] V. A. Sousa; E. C. Baptista; G. R. M. da Costa. Loss minimization by the predictor–corrector modified barrier approach. *Electric Power Systems Research*, 79(5):803–808, 2009.
- [35] R. R. Souza. *Programação do despacho termo-eólico por fluxo de potência ótimo ativo/reactivo solucionado por métodos de interiores/exteriores*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru, Novembro 2020.
- [36] R. R. Souza; A. R. Balbo; A. C. P. Martins; E. M. Soler; E. C. Baptista; D. N. Sousa; L. Nepomuceno. A gradient-based approach for solving the stochastic optimal power flow problem with wind power generation. *Electric Power Systems Research*, 210:108090, 2022.
- [37] R. R. Souza; A. R. Balbo; L. Nepomuceno; E. C. Baptista; E. M. Soler; R. B. N. Pinheiro. A primal-dual interior/exterior point method, with combined directions and quadratic test in reactive optimal power flow problems. *IEEE Latin America Transactions*, 15(8):1413–1421, 2017.
- [38] W. F. Tinney; J. M. Bright; K. D. Demaree; B. A. Hughes. Some deficiencies in optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):676–683, 1988.
- [39] M. F. Tófoli; E. M. Soler; A. R. Balbo; E. C. Baptista; L. Nepomuceno. Interior/exterior-point methods with inertia correction strategy for solving optimal reactive power flow problems with discrete variables. *Annals of Operations Research*, 286(1):243–263, 2020.
- [40] VESTAS. *NM82/1650: General Specification V82 - 1.65 MW MK II*. Dinamarca: Technology Documentation, 2005.
- [41] M. H. Wright. Why a pure primal newton barrier step may be infeasible. *SIAM Journal on Optimization*, 5(1):1–12, 1995.

-
- [42] Z. Yang; A. Boze; H. Zhong; N. Zhang; Q. Xia; C. Kang. Optimal reactive power dispatch with accurately modeled discrete control devices: A successive linear approximation approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(3):2435–2444, 2016.

Dados dos geradores

Neste Apêndice encontra-se os dados utilizados para os geradores dos sistemas IEEE 14, 30, 57 e 118 barras.

Tabela A.1: Dados dos geradores - Sistema IEEE 14 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	100	10	1000	-1000	0.00375	2	0	80	0.073
2	50	20	50	-40	0.0175	1.75	0	30	0.032
3	80	15	40	0	0.0625	1	0	50	0.051
6	45	10	24	-6	0.00834	3.25	0	25	0.026
8	45	10	24	-6	0.025	3	0	25	0.026

Tabela A.2: Dados dos geradores - Sistema IEEE 30 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	200	50	250	-20	0.00375	2	0	18	0.037
2	80	20	50	-40	0.0175	1.75	0	16	0.038
5	50	15	40	-40	0.0625	1	0	14	0.04
8	35	10	40	-10	0.00834	3.25	0	12	0.045
11	30	10	24	-6	0.025	3	0	13	0.042
13	40	12	24	-6	0.025	3	0	13.5	0.041

Tabela A.3: Dados dos geradores - Sistema IEEE 57 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	575.88	0	300	-200	0.01	0.3	0.2	87.24	2.18
2	150	0	60	-50	0.01	0.3	0.2	6.76	8.38
3	150	0	60	-50	0.01	0.3	0.2	6.76	8.38
6	120	0	50	-40	0.01	0.3	0.2	4.51	10.47
8	300	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	24.76	4.19
9	120	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	4.51	10.47
12	300	0	50	-40	0.01	0.3	0.2	24.76	4.19
45	40	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	0.71	31.41

Tabela A.4: Dados dos geradores - Sistema IEEE 118 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	100	0	15	-5	0.01	40	0	102.50	0.12566371
4	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
6	100	0	50	-13	0.01	40	0	102.50	0.12566371
8	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
10	550	0	200	-147	0.0222222222	20	0	443.06	0.02284795
12	185	0	120	-35	0.117647059	20	0	193.16	0.06792633
15	100	0	30	-10	0.01	40	0	102.50	0.12566371
18	100	0	50	-16	0.01	40	0	102.50	0.12566371
19	100	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
24	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
25	320	0	140	-47	0.0454545455	20	0	276.36	0.03926991
26	414	0	1000	-1000	0.0318471338	20	0	343.46	0.03035355
27	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
31	107	0	300	-300	1.42857143	20	0	462.39	0.11744272
32	100	0	42	-14	0.01	40	0	102.50	0.12566371
34	100	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
36	400	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
40	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
42	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
46	119	0	100	-100	0.526315789	20	0	245.83	0.10559975
49	600	0	210	-85	0.0490196078	20	0	265.25	0.04133675
54	148	0	300	-300	0.208333333	20	0	188.08	0.08490791
55	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
56	100	0	15	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
59	255	0	180	-60	0.064516129	20	0	232.38	0.04927988
61	260	0	300	-100	0.0625	20	0	235.63	0.04833219
62	100	0	20	-20	0.01	40	0	102.50	0.12566371
65	491	0	200	-67	0.0255754476	20	0	399.64	0.02559342
66	492	0	200	-67	0.0255102041	20	0	400.38	0.02554140
69	805.2	0	1000	-1000	0.0193648335	20	0	716.48	0.01560652
70	100	0	32	-10	0.01	40	0	102.50	0.12566371
72	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
73	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
74	100	0	9	-6	0.01	40	0	102.50	0.12566371
76	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
77	100	0	70	-20	0.01	40	0	102.50	0.12566371
80	577	0	280	-165	0.0209643606	20	0	462.99	0.02177881
85	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
87	104	0	1000	-100	2.5	20	0	728.00	0.12083049
89	707	0	300	-210	0.0164744646	20	0	559.37	0.01777422
90	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
91	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
92	100	0	9	-3	0.01	40	0	102.50	0.12566371
99	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
100	352	0	155	-50	0.0396825397	20	0	298.92	0.03569992
103	140	0	40	-15	0.25	20	0	192.50	0.08975979
104	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
105	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
107	100	0	200	-200	0.01	40	0	102.50	0.12566371
110	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
111	136	0	1000	-100	0.277777778	20	0	196.44	0.09239978
112	100	0	1000	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
113	100	0	200	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
116	100	0	1000	-1000	0.01	40	0	102.50	0.12566371