



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Adriana Jia Hui So

Calibração do Modelo de TBC modificado para Cálculos de Espectro de
Raios-X

Botucatu, dezembro de 2011.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Adriana Jia Hui So

Calibração do Modelo de TBC modificado para Cálculos de Espectro de
Raios-X

Orientador: **Prof. Dr. Paulo Roberto Costa**

Supervisor: **Prof. Dr. José Ricardo de Arruda Miranda**

Monografia apresentada ao Instituto de
Biociências da Universidade Estadual
Paulista "Júlio de Mesquita Filho",
Campus de Botucatu, para obtenção do
título de Bacharel em Física Médica.

Botucatu, dezembro de 2011.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉCNICA DE AQUISIÇÃO E
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CAMPUS DE BOTUCATU – UNESP
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: SELMA MARIA DE JESUS

So, Adriana Jia Hui.

Calibração do Modelo de TBC para cálculos de espectros de raios-X / Adriana Jia Hui So. - Botucatu [s.n], 2011.

Trabalho de conclusão de curso (bacharelado – Física Médica) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Botucatu, 2011.

Orientador: Paulo Roberto Costa

Supervisor: José Ricardo de Arruda Miranda

Capes: 10501010

1. Modelo de TBC 2.Cálculo do Espectro de Raios-X 3. Calibração

Palavras-chave: Espectro de Raios-X; Modelo de TBC; Física Médica.

Agradecimentos

Primeiramente aos meus pais por me proporcionarem a oportunidade e confiança para prosseguir os estudos apesar de toda a dificuldade. Aos meus irmãos pelo apoio e pela solidariedade depositada durante esses anos de estudo.

Ao meu namorado Jefferson Freitas por me apoiar, me ouvir, me ajudar, e por me aconselhar.

Ao amigo Victor Bertotti pela constante ajuda e amizade adquirida durante os anos de faculdade e também pelo coleguismo e competência que me ajudou a escrever esse trabalho.

Aos meus amigos Bruna Minotti, Lucas Guimarães, Marcela Oliveira e Rafael Medeiros pela amizade e ajuda constante.

Ao meu orientador Professor Dr. Paulo Roberto Costa por todos os conhecimentos transmitidos, pela amizade e por toda paciência e oportunidades a mim oferecidas.

Ao meu supervisor de estágio Professor Dr. José Ricardo de Arruda Miranda e ao Professor Paulo Roberto Fonseca por me explicar e esclarecer a linguagem de programação do *Matlab* além dos incontáveis conselhos e ajudas.

Aos colegas da USP, André A. Bürger, Bruno Hideki e Maurício Lagatta pelas dicas e observações durante o curso da Iniciação Científica.

E, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio e oportunidade.

RESUMO

As normas nacionais e internacionais prevêm que a manutenção dos níveis de radiação deve estar abaixo do permitido. Sendo assim, a ICRP [1] (*International Commission on Radiological Protection*) exige métodos de otimização para garantir que o público esteja exposto aos menores níveis de radiação possíveis.

Como método de otimização, aproximações teóricas e semi-empíricas podem realizar uma determinação do espectro de raios-X, sendo fundamental para o diagnóstico de energia, estimando a dose de radiações em pacientes e formulando modelos de blindagem. Métodos adequados de radioproteção foram desenvolvidos na física médica como a medicina nuclear, a radioterapia e a radiologia diagnóstica.

Um dos métodos semi-empíricos utilizados é o modelo de TBC que é capaz de reproduzir e calcular os espectros gerados pelo anodo de tungstênio. Com o modelo de TBC modificado é possível também obedecer às exigências das barreiras protetoras presentes na radiologia, levando em conta a forma de onda arbitrária e a filtração adicional na geração do espectro não presente no modelo original. Além disso, realiza-se a calibração do espectro gerado para que o modelo de TBC represente a quantidade e comportamento de radiações típicas.

Dessa forma, realiza-se uma revisão do modelo de TBC implementando-o ao programa matemático *Matlab* e comparando-o com os resultados adquiridos pelo Código MCNP-5 no Método de Monte Carlo. Os resultados encontrados são bastante satisfatórios, tanto em termos quantitativos quanto qualitativos dos feixes.

Para a calibração, desenvolve-se uma análise dos espectros gerados pelo TBC Modificado aplicado ao programa *Mathcad* e *Matlab* sob as mesmas condições. Os espectros gerados apresentam o mesmo comportamento, diferindo em até 12% nos valores encontrados para camadas semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e energia efetiva.

Palavras Chave: Espectro de Raios-X, Modelo de TBC; Física Médica.

SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO	7
A) O MODELO DE TBC	9
B) CALIBRAÇÃO DE ESPECTROS	11
II. METODOLOGIA.....	13
a) <i>Radiação de Bremsstrahlung</i>	14
b) <i>Radiação Característica</i>	15
III. RESULTADOS E DISCUSSÃO	17
IV. CONCLUSÃO	20
V. REFERÊNCIAS	21
ANEXO - ALGORITMO: CALIBRAÇÃO DO MODELO DE TBC MODIFICADO PARA CÁLCULO DE ESPECTROS DE RAIOS-X NO <i>MATLAB</i>	23

I. INTRODUÇÃO

Em 8 de novembro de 1895, *Wilhelm Conrad Röntgen* realizava experiências com os raios catódicos, produzindo-os em tubos de vidro onde se fazia vácuo e com dois eletrodos no tubo. Era mantida uma diferença de potencial de milhares de volts e os chamados raios catódicos passavam do eletrodo negativo (cátodo) para o positivo (ânodo), ou colidiam com a parede do tubo [2]. *Röntgen*, ao realizar tal experiência com descargas elétricas em tubos com gases a baixa pressão, identificou certa luminescência em uma peça contendo platino cianeto de bário que estava situada a uma determinada distância do tubo. Ele observava comportamentos diferentes dos raios catódicos: os novos raios emanados do tubo eram mais penetrantes e não sofriam desvio com o campo magnético além de possuir capacidade notável de atravessar diferentes materiais. Batizou-se o agente pela luminescência de raios-X e que esses raios se originavam do vidro justamente onde os raios catódicos incidiam [3].

Em 1912, *Max Von Laue* concebeu a ideia de usar um cristal como rede de difração em experimentos de difração de raios-X. Entretanto, naqueles anos havia um debate quanto à natureza da luz que foi solucionada em 1920 com a teoria de dualidade onda-partícula da luz e dos raios-X [3].

Os raios-X são produzidos quando o alvo do tubo de raios-X é bombardeado por elétrons em alta velocidade. Ou seja, quando se aquece o filamento ocorre a emissão de elétrons que são acelerados pela diferença de potencial entre os eletrodos. Quando os elétrons atingem o alvo, que é geralmente feito de um metal de alto ponto de fusão como o tungstênio, produzem raios-X [3,4].

Raios-X são gerados por dois diferentes processos quando elétrons de alta velocidade perdem energia cinética ao colidir com o alvo do tubo. Um envolve a desaceleração brusca dos elétrons com o núcleo dos átomos do material do anodo devido à atração causada pelo campo coulombiano do núcleo, produzindo raios denominados de radiação freamento ou de *bremsstrahlung*. Assim, o espectro de raios-X de freamento é contínuo, ou seja, os fótons de raios-X produzidos podem ter qualquer energia, desde valores próximos a zero até um valor máximo correspondente a diferença de tensão envolvida [3,5].

O segundo processo, diferentemente do primeiro, mostra uma característica do material do alvo e tem espectro de energia discreto. Quando um elétron incidente no alvo remove

um elétron da camada K, cria-se um buraco em seu lugar, que é imediatamente preenchido pela transição de um elétron da camada mais externa, por exemplo, da camada L, o qual, por sua vez é preenchido por um elétron da camada M e assim sucessivamente. Na transição de um elétron da camada L para a K, por exemplo, o excesso de energia é liberado sob a forma de fóton que constitui a radiação característica [3].

As aplicações dos raios-X podem ocorrer na radiologia diagnóstica como para estimativa de dose em pacientes ou para formulação modelos de blindagem de radiação. Para isso, modelos semi-empíricos são formulados para calcular e estudar tal espectro.

Um dos primeiros modelos teóricos conhecidos é o de *Kulenkampff* [6] e *Kramers* [7], sintetizado na fórmula 1:

$$E \cdot N(E)dE = constZ(T - E) \quad (1)$$

Em que E é a energia do fóton produzido, $N(E)dE$ é o número de fótons de raios-X produzidos por uma energia entre E e $E+dE$ de cada elétron incidente, Z é o número atômico do alvo e T é a energia cinética do elétron. Embora, esse modelo tenha sido amplamente usado, verificou-se mais tarde que a atenuação dos fótons não é considerada além de não convergir com resultados experimentais quando aplicado a baixos ângulos.

Posteriormente, *Soole* [8,9] desenvolveu um modelo de cálculo de espectros de raios-X emergentes de um alvo de tungstênio corrigido pela sua atenuação através de teorias quânticas de radiação. No entanto, não conseguiu apresentar o espectro. *Birch* e *Marshall* [10] estenderam o trabalho de *Soole* e obtiveram bons resultados através de ajustes de parâmetros que concordam com medições experimentais.

O Modelo de TBC [11] é uma extensão das idéias de *Birch* e *Marshall* refinando os modelos de produção de raios-X: *Bremstrahlung* e Característico. Esse modelo é capaz de quantificar o espectro de raios-X através de suas equações que consideram os fenômenos de sua produção [12]. Apesar da exatidão da reprodução dos espectros, o modelo apresenta deficiências na quantificação de suas grandezas em termos metrológicos, já que o espectro obtido é dado em unidades arbitrárias.

a) O modelo de TBC

O modelo de TBC (*Tucker-Barnes-Chakraborty*) é um modelo semi-empírico que permite a implementação de suas equações a um simples computador, e é capaz de reproduzir com precisão os espectros gerados pelo alvo de tungstênio do tubo de raios-X. Os cálculos utilizam os seguintes parâmetros de entrada do usuário: tensão [kVp], corrente [mA], tempo de exposição [s] e espessura do filtro específico (X_{Al} [mm]). O modelo é sintetizado pela soma das produções contínuas e características.

Para a produção Contínua (*Bremstrahlung*) são considerados:

- Poder de freamento: representado pela função $(1/\rho) dT/dx$ que identifica a potência de parada da massa do material do ânodo. Isto pode ser modelado pela função (2): [11]

$$\frac{1}{\rho} \frac{dT}{dx} = A_m + B_m e^{-TC_m} \quad [\text{keV m}^2 \text{ kg}^{-1}] \quad (2)$$

Em que A_m , B_m , e C_m são parâmetros de cálculo para o *Stopping Power* e T é a energia dos elétrons ao chegar ao alvo.

- Função que fornece a quantidade de fótons com energia E produzida por elétrons com energia T é denominada $B(E, T)$ que pode ser modulado pela função paramétrica: [11]

$$B(E, T) = \begin{cases} [A_0 + A_1 T] \left[1 + B_1 \left(\frac{E}{T}\right) + B_2 \left(\frac{E}{T}\right)^2 + B_3 \left(\frac{E}{T}\right)^3 + B_4 \left(\frac{E}{T}\right)^4 \right] & \text{se } E \leq T \\ 0 & \text{se } E > T \end{cases} \quad (3)$$

Em que A_0 , A_1 , B_1 , B_2 , B_3 e B_4 são parâmetros determinados experimentalmente.

- A atenuação dos fótons produzidos pelo material alvo e a filtração do tubo (inerente e adicional) é calculada pela equação: [11]

$$F(E, T) = e^{-[\mu_w(E)d_w + \mu_m(E)d_m]} = e^{-\left[\frac{\mu_w(E) \cdot x}{tg \theta} + \mu_m(E)d_m\right]} = e^{-\left[\frac{\mu_w(E) \cdot (T_0^2 - T^2)}{\rho C(T)tg \theta} + \mu_m(E)d_m\right]} \quad (4)$$

Na equação (3), $\mu_w(E)$ é o coeficiente de atenuação linear para o material alvo, $\mu_m(E)$ é o coeficiente de atenuação linear do material específico de referência da filtração do tubo (em geral de alumínio), d_m é a atenuação equivalente ao tubo de filtração, θ é o ângulo do

ânodo e $C(T)$ é obtido da constante *Thomson-Widdington* [13], em que é determinado empiricamente [11].

Com isso, o modelo de TBC propõe a seguinte equação para determinar o espectro *bremstrahlung* produzido por um alvo de tungstênio do tubo de raios-X: [11]

$$N^B(E, T_0) dE = \frac{\sigma_0 Z^2}{A} \frac{dE}{E} \int_E^{T_0} \frac{B(E, T)}{T} F(E, T) \left(\frac{1}{\rho} \frac{dT}{dx} \right)^{-1} dT \quad (5)$$

Em que T é a energia dos elétrons incidentes acelerados no alvo de tungstênio, T_0 é a energia máxima dos elétrons (numericamente igual ao valor de voltagem máxima), E é a energia do fóton produzido, Z é o número atômico do alvo, A é a massa atômica dos átomos do alvo e σ_0 é a constante da estrutura fina. [11]

Em adição, *Tucker et al* [11] propõe que E_i é a emissão fracionária da energia para o material alvo, A_k e n_k são parâmetros do modelo utilizado para montagem dos dados experimentais, R_a é a distância em que a energia cinética média dos elétrons é igual à E_k e $J(x/R_a)$ é calculado como:

$$J(x/R) = \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right) \left[1 - \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] & \text{for } x \leq R \\ 0 & \text{for } x > R \end{cases} \quad (6)$$

Assim a contribuição característica do espectro pode ser definida como:

$$N^C(E_i, T_0) = A_k \left(\frac{T_0}{E_k} - 1 \right)^{n_k} f(E_i) \int_0^{R_a} J \left(\frac{x}{R_a} \right) \cdot e^{-\frac{\mu W(E_i)}{\text{sen } \theta}} dx \quad (7)$$

Nesta equação $f(E_i)$ é a emissão fracionária da energia E_i para o material alvo, A_k e n_k são parâmetros do modelo utilizado para montagem dos dados experimentais, e $J(x/R_a)$ é mostrado pela equação (5). [11]

O modelo de TBC pode ser sintetizado como: [11]

$$N(E, T_0) = N^B(E, T_0) + N^C(E, T_0) \quad (8)$$

b) Calibração de Espectros

Para propósitos práticos do modelo de TBC, é muito conveniente que o resultado de sua aplicação torne-se um representante da quantidade de radiações típicas, ou seja, em termos metrológicos. [12]

A fim de calibrar a equação (8), um método de duas fases foi desenvolvido: [12]

- i) Calibração do componente *bremsstrahlung* usando um ajuste polinomial;
- ii) Calibração da contribuição característica considerando a fração da radiação característica em comparação com o componente *bremsstrahlung*.

A função calibração para contribuição *bremsstrahlung* foi definida como:

$$C^B(V, f) = \frac{A_1(f) + A_2(f)V + A_3(f)V^2}{\int_0^{E_{\max}} N^B(E) \cdot E_{tr} \cdot \left[\frac{\mu}{\rho}(E) \right]_{ar} dE} \quad (9)$$

Nesta equação, V é a voltagem aplicada ao tubo (em kV), f é a filtração total na janela de saída do tubo de raios-X (em milímetros de alumínio), E_{\max} é a energia máxima do espectro (numericamente igual ao valor do espectro de voltagem), $[(\mu/\rho)(E)]_{ar}$ é a razão entre o coeficiente de atenuação da massa do ar e sua densidade, e E_{tr} é a energia média transferida aos elétrons do meio. [12]

Os parâmetros de ajuste $A_1(f)$, $A_2(f)$ e $A_3(f)$ foram modelados como funções de *Lorentziana*, dado por: [12]

$$A_i(f) = y_i + \frac{2 \cdot a_i}{\pi} \cdot \frac{w_i}{4 \cdot (f - f_i)^2 + w_i^2} \quad (10)$$

Nesta equação os valores de y_i , a_i , w_i e f_i com seus índices correspondentes $i = 1, 2$ ou 3 são parâmetros obtidos a partir dados experimentais do Kerma do ar (Gy), do tempo (mAs) para diferentes voltagens tensões e filtros. Portanto, o componente *bremsstrahlung* em unidades de Kerma no ar por mAs para um dado potencial e filtração total f pode ser definido como: [12]

$$N_c^{B,V,f}(E) = C^B(V, f) \cdot N^B(E, f) \cdot E \cdot \left[\frac{\mu}{\rho}(E) \right]_{air} \quad (11)$$

Para a calibração das linhas características em unidades de Kerma no ar, mediram-se espectros adquiridos em 80, 90, 100, 120, 150 kV. [12]

Esses espectros corrigidos foram separados em porções *bremsstrahlung* e características usando uma rotina computacional desenvolvida em *Mathcad 2000* (*Mathsoft, inc.*). Portanto, considerando S_c como a área abaixo dos picos característicos, S_B a área abaixo da porção *bremsstrahlung* e S_T a área abaixo do espectro completo, a razão entre a porção de raios-x da contribuição característica e a total pode ser definido como: [12]

$$R = \frac{S_c}{S_T} = \frac{S_T - S_B}{S_T} = 1 - \frac{S_B}{S_T} \quad (12)$$

Estas razões podem ser avaliadas para cada medida de espectro. A dependência de R em relação à voltagem aplicada também foi modelada usando uma função *Lorentziana*: [12]

$$R(V) = R_0 + \frac{2 \cdot A_R}{\pi} \cdot \frac{w_R}{4 \cdot (V - V_c)^2 + w_R^2} \quad (13)$$

Na equação (13) A_R , R_0 , w_R e V_c são parâmetros de ajuste. Portanto, considerando E_k como cada uma das oito linhas características K de uma liga de tungstênio-rênio, a função de calibração para o componente característico foi definido como: [12]

$$C^c(V, f) = R(V) \cdot \frac{\int_0^{E_{\max}} N_{c,}^{B,V,f}(E) dE}{\sum_k N^c(E_k) E_k \left[\frac{\mu}{\rho}(E_k) \right]_{air}} \quad (14)$$

Usando a equação (14), o espectro característico calibrado pode ser escrito da seguinte forma: [12]

$$N_{c,}^{C,V,f}(E_k) = C^c(V, f) \cdot N^c(E_k, f) \cdot E_k \cdot \left[\frac{\mu}{\rho}(E_k) \right]_{air} \quad (15)$$

Finalmente, o total de espectros gerados por um alvo de tungstênio do tubo de raios-X alimentado por uma alta tensão V , e filtrado por uma espessura f de um material de referência é expresso por: [12]

$$N_c^{V,f}(E) = N_c^{B,V,f}(E) + N_c^{C,V,f}(E) \quad (16)$$

No presente projeto, as equações acima serão incorporadas em um algoritmo desenvolvido no software *MatLab* 2009 (*Mathworks*, inc.) , a fim de compará-lo a um programa desenvolvido sob as mesmas condições no aplicativo *Mathcad*. Além disso, os espectros gerados são também analisados com outro modelo de cálculo como o Método de Monte Carlo (Código MCNP-5). Por fim, como parâmetros de comparação, verificam-se os valores das primeiras e segundas camadas semi-redutoras (CSR_1 e CSR_2) de cada espectro, assim como o Coeficiente de Homogeneidade (CH) e a Energia Efetiva (EE).

II. METODOLOGIA

Realizou-se a implementação das equações do modelo de TBC no aplicativo *Matlab* para o cálculo do espectro de raios-X e obtenção das proporções do espectro contínuo e característico. Para isso, utilizaram-se dados característicos do tubo de raios-X *PHILIPS – MG 450* presente no Prédio das Fontes do Laboratório de Dosimetria do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (USP).

Dessa forma, a comparação dos resultados obtidos foi feita em duas etapas.

A primeira envolveu a comparação entre os espectros obtidos pelo Modelo de TBC e o Método de Monte Carlo (Código MCNP-5) [16], sob as mesmas condições no tubo de raios-X *PHILIPS – MG 450*. Posteriormente, os espectros obtidos são normalizados, através dos cálculos de suas áreas.

Com isso, analisam-se qualitativamente e quantitativamente os espectros, segundo os valores das primeiras e segundas camadas semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e energia efetiva.

A segunda etapa visou revisar a calibração do modelo através da comparação entre os resultados do Modelo de TBC aplicado a duas plataformas diferentes: a já existente no *Mathcad* e a desenvolvida por esse trabalho no *Matlab*.

a) Radiação de *Bremstrahlung*

O cálculo da proporção contínua do espectro inicia-se com a quantificação do *Stopping Power* e da quantidade de fótons com energia E produzidas pela incidência dos elétrons de energia T, representada pela função B(E,T).

Posteriormente, calcula-se F(E,T) que fornece a quantidade de fótons que chegam ao detector após a filtração inerente e adicional. Para isso, é necessário adicionar um banco de dados com os valores dos coeficientes de atenuação. Desse modo, geraram-se os valores da razão entre os coeficientes de atenuação e densidade do tungstênio, rênio, alumínio, acrílico (PMMA), ar, água, e berílio para uma energia variante entre 5 e 150 keV num incremento de 0,01 através de uma plataforma disponível na internet referente ao *National Institute of Standards and Technology - NIST* [14]. Dessa forma, o espectro contínuo da radiação é dado por $N^B(E, T_0)dE$.

Quanto à calibração dessa porção, realizaram-se medições experimentais referentes ao rendimento do tubo de raios-X em questão para diferentes valores de filtração adicional. Utilizou-se o tubo de raios-X *PHILIPS* MG-450 e a câmara de ionização *Radcal* – Modelo 10x6-6 colocada em um tripé localizado a um metro de distância do detector. O detector foi posicionado no centro do feixe, o que pôde ser comprovado na imagem fornecida pela radiografia computadorizada (CR) para uma técnica de 30 kV e 0,25 mAs.

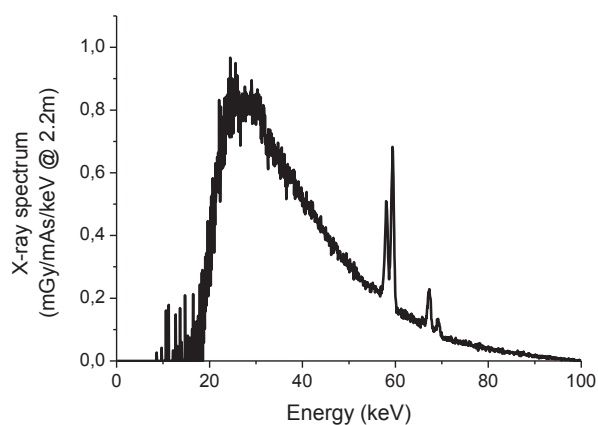
Foram realizadas medições variando as filtrações de Alumínio (Al) de 0 a 10 mm, num intervalo de 1 mm, para obter o rendimento através do monitor de radiação *Radcal* 9015.

Com tais valores, realizam-se dois ajustes: um utilizando um polinômio de segundo grau relacionando a razão kerma no ar/mAs (numerador da equação 9) para cada valor de espessura filtro, f, e outro utilizando a função *Lorentziana* (equação 10) que fornecerá parâmetros para a obtenção das funções $A_1(f)$, $A_2(f)$ e $A_3(f)$ para a função de calibração $C^B(V, f)$ (equação 9). Então, o espectro de *Bremstrahlung* calibrado é dado por $N_B^{V, f}$ (equação 11).

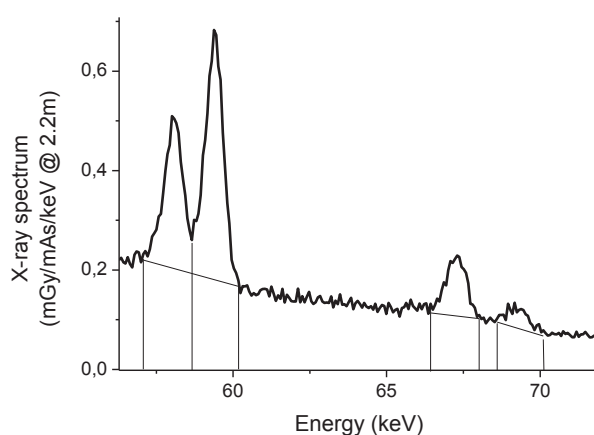
b) Radiação Característica

Para os cálculos da radiação característica necessita-se do valor do rendimento fracionário $f(E_i)$. Assim, uma abordagem puramente empírica foi aplicada para o cálculo do CBR (Razão de áreas entre a contribuição *Breemstrahlung* e Característica) em função da tensão aplicada, V variante entre 80 e 160 kV. [15]

Para isso, a área total de cada espectro, como mostrado na figura 1 (a), $T(V)$ foi calculado utilizando a função de integração das áreas presente no *software* Origin 8.0 (OriginLab, Co.). Posteriormente, as áreas individuais dos quatro picos do espectro, $C_K(V)$, foi calculado. Esse cálculo considerou a subtração das áreas correspondentes de *bremsstrahlung* abaixo de cada pico. Essa região foi estimada como uma área trapezoidal, como mostra a figura 1(b). [15]



(a)



(b)

Figura 1 (a) Espectro de raios-X total obtido utilizando 100 kV, e (b) Região de interesse para cálculo de áreas abaixo de cada pico característico.

Assim, a função CBR (V) foi calculada como:

$$CBR(V) = \frac{(\sum_1^4 C_K(V))_{ave}}{(T(V))_{ave}} \quad (17)$$

Nesta equação, o índice *ave* representa o valor médio da soma das áreas para as linhas características e a média correspondente a área total do espectro para uma dada voltagem aplicada.

Após esse procedimento calibra-se o espectro característico. Com os valores de CBR obtidos, realiza-se um ajuste *Lorentziano* que fornecerá as constantes necessárias para o cálculo de R(V). Dessa forma, se obtém o fator de Calibração $C^c(V, f)$ (equação 14) e o espectro característico calibrado $N_c^{V,f}$ (equação 15).

Finalmente, o espectro de raios-X total e calibrado é dado por $N_c^{V,f}(E)$ (equação 16).

A fim de analisar os espectros obtidos, analisam-se os valores das primeiras e segundas camadas semi-redutoras (CSR_1 e CSR_2), e o Coeficiente de Homogeneidade (CH):

$$CH = \frac{CSR_1}{CSR_2} \quad (18)$$

A Energia Efetiva (EE) também é avaliada através de:

$$\mu_{Al}(EE) = \frac{\ln 2}{CSR_1} \quad (19)$$

Em que μ_{Al} corresponde ao coeficiente de atenuação do alumínio.

III. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando as formulações do Modelo de TBC encontram-se os seguintes espectros de raios-X para energia de 80, 100 e 140 kVp, 675 mAs, 2.5 mm Al como filtro adicional, 4 mm de Be como filtro inerente e ângulo anódico de 22°:

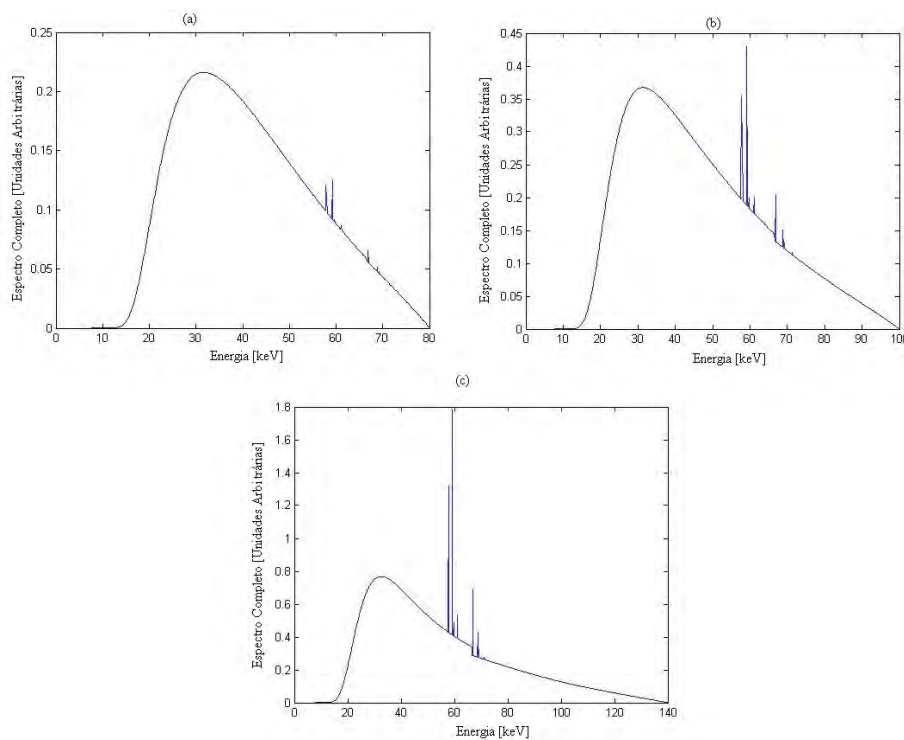


Figura 2: Espectros de Raios-X para 80 (a), 100 (b) e 140 (c) keV obtidos pelo modelo de TBC.

Verifica-se através da figura 2 que o comportamento adequado dos espectros é obedecido, já que com o aumento da tensão aplicada, aumenta-se também a quantidade de fótons produzidos. Além disso, nota-se a presença dos picos característicos nas devidas energias do material do anodo, ou seja, o tungstênio.

A fim de comparar os espectros reproduzidos pelo Modelo de TBC, foram gerados espectros de raios-X através do Método de Monte Carlo (MMC) - (Código MCNP-5) [16] sob as mesmas condições aplicadas ao tubo de raios-X, ou seja, energia de 80, 100 e 140 kVp, 675 mAs, 2.5 mm Al como filtro adicional, 4 mm de Be como filtro inerente e ângulo anódico de 22°. Posteriormente, normalizou-se os espectros obtidos pelos dois modelos e obteve-se a seguinte figura:

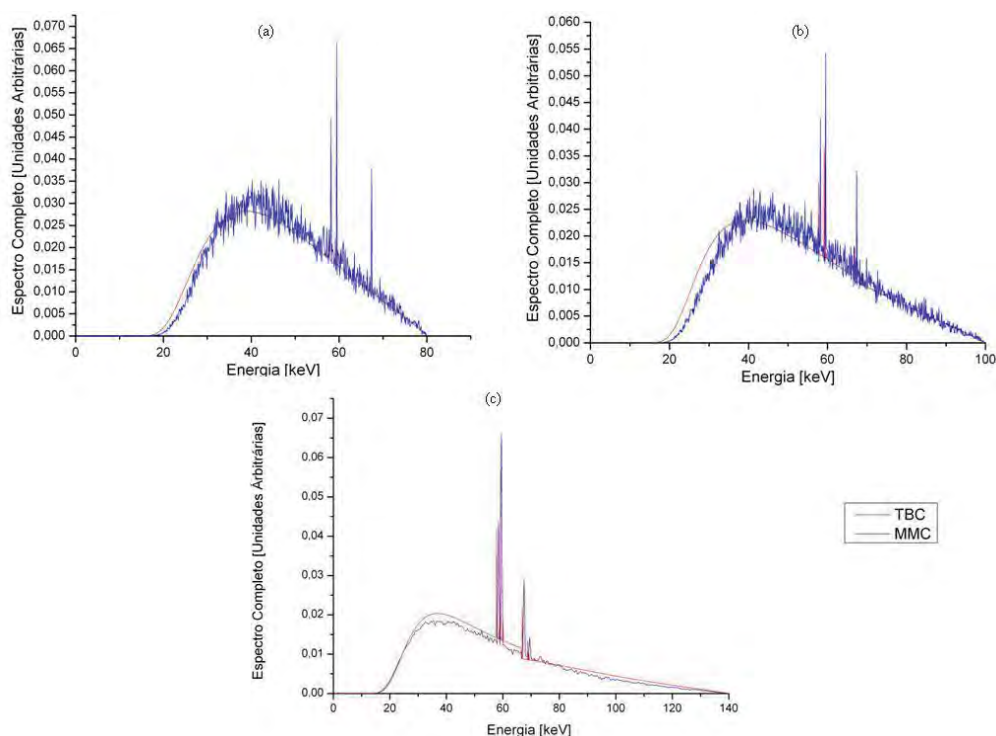


Figura 3: Espectros de Raios-X para 80 (a), 100 (b) e 140 (c) keV, 675 mAs e 2.5 mm de Al obtido pelo modelo de TBC no *Matlab* (TBC) e Método de Monte Carlo (MMC).

Assim, verifica-se graficamente a semelhança entre os espectros e que o resultado obtido pelo modelo de TBC apresenta uma descontinuidade nas proximidades da energia de 60 keV, característica do material do anodo (Tungstênio), enquanto que o mesmo não ocorre no MMC.

Analisando quantitativamente os espectros comparativos, temos a tabela 1:

Tabela 1: Análise comparativa entre primeira camadas semi-redutora (CSR_1), segunda camadas semi-redutora (CSR_2), Coeficiente de Homogeneidade (CH) e a Energia Efetiva (EE) para os espectros gerados pelos métodos utilizados.

Voltagem (kV)	CSR1 (mm Al)			CSR2 (mm Al)			CH			EE (keV)		
	TBC	MMC	Diferença(%)	TBC	MMC	Diferença (%)	TBC	MMC	Diferença (%)	TBC	MMC	Diferença (%)
80	5,25	5,37	2,29	6,45	6,51	0,93	0,82	0,83	1,22	42,88	43,31	1,00
100	6,23	6,29	0,96	7,70	7,77	0,91	0,81	0,81	0,00	46,79	47,04	0,53
140	5,74	6,17	7,49	7,24	8,45	16,71	0,79	0,73	7,59	44,73	46,52	4,00

Através dos resultados apresentados na tabela 1, verifica-se que a diferença entre os métodos foi no máximo 17%, sendo ela menor quando analisada para baixas energias.

A fim de comparar os resultados obtidos pela Calibração do modelo de TBC Modificado aplicado ao *Matlab* e também ao *Mathcad* tem-se a Figura 4:

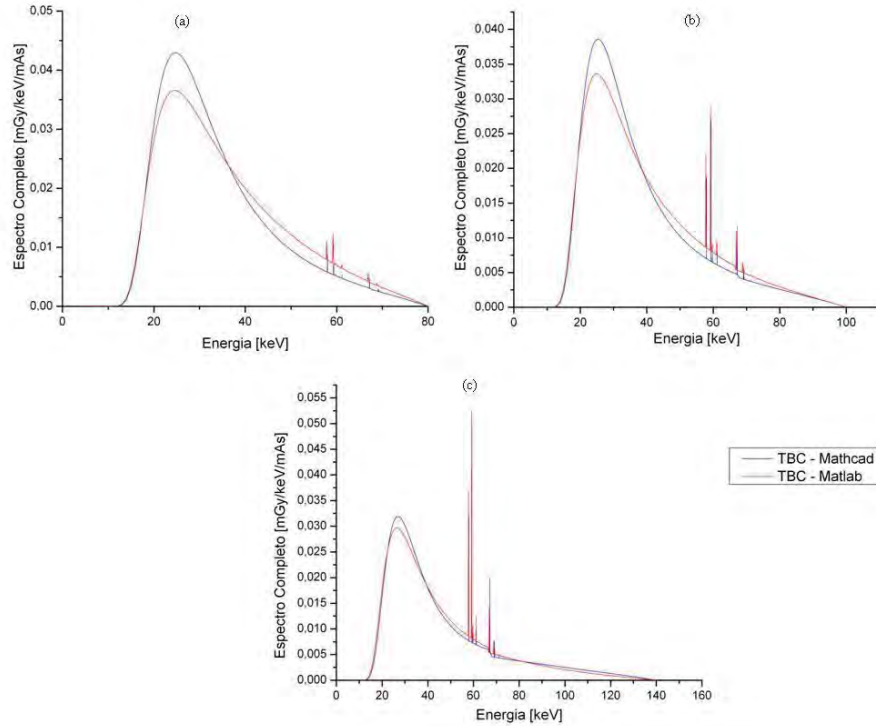


Figura 4: Espectro de Raios-X para 80 (a), 100 (b) e 140 (c) keV obtidos pela Calibração do modelo de TBC nos *softwares Matlab e Mathcad*.

Observa-se que os espectros possuem o mesmo comportamento, coincidindo também nas energias características, além de possuir o mesmo intervalo de energia. No entanto, há uma diferença, principalmente para energias baixas.

Essa diferença se deve ao fato de que o algoritmo presente no *Mathcad* utiliza os coeficientes de atenuação provenientes de uma aproximação através do método dos mínimos quadrados:

$$\frac{\mu}{\rho}(u) = a_1 + a_2 u^{(-1.6)} + a_3 u^{(-2.7)} + a_4 u^{(-3.5)} + a_5 u^{(-4.5)} \quad (20)$$

Em que a_i são constantes provenientes do procedimento de ajuste a dados experimentais e u é dado por:

$$u = \frac{E}{100} \quad (21)$$

Onde E é a Energia dado em [keV].

Já para o algoritmo construído no *Matlab* inseriu-se um banco de dados referentes a esses coeficientes de atenuação retirados no *NIST* [14].

Comparando esses dados, verifica-se uma diferença significativa, principalmente entre as energias de 30 a 100 keV. Para complementar as análises verificam-se os parâmetros de comparação através da Tabela 2:

Tabela 2: Análise comparativa entre CSR₁, CSR₂, CH e EE para os espectros gerados pelo Modelo de TBC aplicado ao *Matlab* (TMI) e pelo *Mathcad* (TMt)

Voltagem (kV)	CSR ₁ (mm Al)			CSR ₂ (mm Al)			CH			EE (keV)		
	TMI	TMt	Diferença (%)	TMI	TMt	Diferença (%)	TMI	TMt	Diferença (%)	TMI	TMt	Diferença (%)
80	2,49	2,26	10,18	3,56	3,44	3,49	0,63	0,66	4,55	35,23	32,49	8,43
100	2,86	2,65	7,92	4,74	4,24	11,79	0,60	0,63	4,76	38,97	32,86	18,59
140	3,49	3,51	0,57	5,9	5,85	0,85	0,59	0,6	1,67	44,78	43,49	2,96

Analisando tais resultados, nota-se que, os valores encontrados pelo Modelo de TBC aplicado ao *Matlab* (TMI), são em geral, maiores que os mesmos obtidos pelo *Mathcad* (TMt). Além disso, os erros presentes não ultrapassam os 19%, sendo que melhores resultados são apresentados quando analisados para maiores energias.

IV. CONCLUSÃO

A revisão do Modelo de TBC é apresentada através de um algoritmo desenvolvido no software *Matlab* a fim de calcular, reproduzir e comparar os espectros de raios-X. Com os resultados obtidos, nota-se a presença da concordância espectral de acordo com os valores de tensão aplicados. Dessa forma, o algoritmo, o banco de dados referentes aos coeficientes de atenuação e os métodos puramente empíricos envolvidos mostraram-se eficazes e ótimos na resolução dos espectros obtidos.

Além disso, comparando seus resultados com outro modelo de cálculo, o Método de Monte Carlo (MMC) sob as mesmas condições, verificam-se bons resultados em termos das primeiras e segundas camadas semi-redutoras, energias efetivas e coeficiente de

homogeneidade. Esses valores apresentaram-se bastante coerentes diferindo em até 17%. No entanto, graficamente, nota-se uma discrepância significativa na região de 60 keV, em que o espectro apresentado pelo Modelo de TBC possui uma quebra característica do coeficiente de atenuação do material anódico do tubo de raios-X, o Tungstênio, enquanto que o mesmo não é apresentado pelo espectro reproduzido no Método de Monte Carlo.

Apesar da exatidão da reprodução dos espectros, o modelo de TBC apresenta deficiências na quantificação de suas grandezas em termos metroológicos. Para isso, aplica-se o Modelo de TBC Modificado que generaliza o espectro através de sua calibração, também utilizando o *Matlab*.

Com a calibração realizada utilizando parâmetros próprios do tubo de raios-X estudado, comprova-se a eficácia do Modelo de TBC Modificado com os resultados dos algoritmos empregados nos softwares *Matlab* e *Mathcad* que possuem uma diferença de até 19%. A explicação para as diferenças entre os resultados está presente nas fontes referentes aos coeficientes de atenuação. Enquanto o algoritmo desenvolvido no *Mathcad* utiliza uma aproximação teórica para seus resultados, o presente trabalho retirou seus dados do *National Institute of Standards and Technology (NIST)*. E ambos, quando comparados possuem uma discrepância altamente relevante.

Assim, conclui-se que o trabalho desenvolvido apresentou bons resultados e os métodos utilizados foram eficientes.

V.REFERÊNCIAS

1. INTERNATIONAL COMMISSION ON RADIOLOGICAL PROTECTION. 1990 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection. Pergamon Press, New York, 1990. (Publication 60)
2. SCAFF, L.A.M.; Produção de Raios-X, Radiologia: Base Física para Técnicos. 1 ed. Ed.Projeto Saber, São Paulo, 2004.cap.7,p.57-63.
3. OKUNO E.; YOSHIMURA E.M.; Física das Radiações. 1 ed. Ed. Oficina de Textos, São Paulo, 2010, cap. 2, p.36-38.
4. JOHNS, H.E.; CUNNINGHAM, J.R. *The Physics of Radiology*. 3 ed. Charles C Thomas Publisher, Springfield, 1974, cap.2, p. 22-54.
5. CURRY, T., S.; DOWDEY J.E.; MURRY R.C.; Chistenses's Physics of Diagnostic Radiology. 4 ed. Lippincott Williams E Wilkins, Philadelphia, 1990, cap.2, p. 10-36.

6. KULENKAMPPF, H.; Uber das kontinuierliche Rontgenspektrum. Ann. Phys. Leipzi, v.69, p. 548 – 596, 1922.
7. KRAMERS H.A.; On the theory of x-ray absorption and of the continuous x-ray spectrum. Philos Mag., v.46, p. 839 – 871, 1923.
8. SOOLE B.W.; A method of x-ray attenuation analysis for approximating the intensity distribution at its point of bremsstrahlung excite in a thick target by incident electrons of constant medium energy. Phys. Med. Biol. v.21, p. 369 – 389, 1976.
9. SOOLE B.W.; A determination by a analysis of x-ray attenuation in aluminum of the intensity distribution at its point of origin in a thick tungsten target of bremsstrahlung excited by a constant potenciales of 60 – 140 kV. Phys. Med. Biol. v.22, p. 187 – 207, 1977.
10. BIRCH, R.; MARSHALL, M.; Computation of bremsstrahlung x-ray spectra and comparison with spectra measured with a Ge(Li) detector. Rev. Phys. Med. Biol., v.24, p.505-517, 1979.
11. TUCKER, D.M.; BARNES G.T.; CHAKRABORTY D.P; Semiempirical model for generating tungsten target x-ray spectra. Rev. Med.Phys., v.18, n.2, p. 211-218, agosto 1990.
12. COSTA, P. R., NERISSIAN, D. Y., SALVADOR, F. C., RIO, P. B., CALDAS, L. V. E. Generation of Calibrated Tungsten Target x-ray Spectra: The TBC Model Revisited. Health Physics. , v.92, p.24 - 33, 2007
13. WHIDDINGTON R.; The transmission of cathode rays through matter. Proc. R. Soc. London Ser. v. 86, p. 360 – 370, 1912.
14. X-Ray Mass Attenuation Coefficients, Stopping-Power and Range Tables for Electrons *e* X-Ray Transition Energies. *Disponível em: <http://www.nist.gov/pml/data/index.cfm>. Acesso em: 05 de Agosto – 2011.*
15. SO, A. J. H.; COSTA, P. R.; Measurement of characteristic-to-bremsstrahlung ratio of tungsten x-ray spectra in diagnostic range of energies: preliminary results., ICMP Proc. Vol. 18, International Conference on Medical Physics , Porto Alegre, Brazil, 2011.
16. SO, A. J. H.; COSTA, P. R.; RIBEIRO, V. A. B.; FERNANDES M. A. R.; Análise Comparativa entre os espectros de raios-X de 140 kVp calculados pelo Modelo de TBC e pelo Método de Monte Carlo., CONFIAM Vol. 7, Congresso de Física Aplicada a Medicina, Botucatu, São Paulo, 2011.

ANEXO - Algoritmo: Calibração do Modelo de TBC Modificado para Cálculo de Espectros de Raios-X no *Matlab*

```

% Calibração do Modelo de TBC
    fprintf(1,'Calibração do Modelo de TBC.\n')

%%Parâmetros Entrada;
%Dados de Entrada pelo Usuário;

%Tensão - V= [Kvp];

V= input('Digite o valor da tensao de 5 a 150 kv> ');

%Corrente - I= [mAs];
I= input('Digite o valor da corrente em mA> ');%

%Tempo de Exposição - texp= [s];
texp= input('Digite o valor do tempo de exposição em segundos> ');

% Relação mAs
mAs=I*texp;

%Alvo - [W, W e/ou Re];
porcW= 100;
PorcW=porcW/100;
porcre= 0;
Porcre=porcre/100;

%Filtracao - F=[RQR, RQA, Xal[mm], XCu{mm}];

xAl= input('Digite o valor da Filtração de Al em mm> ');
FxAl=xAl*(10^-3);
xCu= 0;
FxCu=xCu*(10^-3);
xBe= input('Digite o valor da Filtração de Be em mm> ');
FxBe=xBe*(10^-3);

%Angulo do Anodo - tet[em graus]
tet= input('Digite o valor do angulo do anodo em graus> ');

%Distancia Fonte Detector
r= input('Digite o valor da Distancia Fonte Detector em metros> ');

%KCâmara de Ionização
Kcamara= input('Digite o valor da Câmara de Ionização> ');

disp('Calculando... ');

%Energia Maxima dos Espectros - Tmax[keV]
Tmax=V;

%Energia Minima dos Espectros - Tmin [keV]
Tmin=5;

%Energia dos fotons T em um determinado instante pode variar entre Tmin e Tmax
T=Tmin:0.1:Tmax;

%Energia do fóton produzido- E varia entre Tmax e Tmin
E=Tmin:0.1:Tmax;

%%Constantes utilizadas nos Cálculos
%Parâmetros para o modelo de Bremstrahlung

A0=3.685*(10^-2); %fotons/eletron
A1=2.9*(10^-5); %fotons/eletron kev

```

```

B1=-5.049;
B2=10.847;
B3=-10.516;
B4=3.842;

%Parâmetros de Modelo do Stopping power
Am = 202.41; % keV m^2 kg^-1
Bm = 1036.1; % keV m^2 kg^-1
Cm = 0.04695; % keV m^2 kg^-1

%Constantes da Estrutura Fina- alfa
alfa=7.297*10^-3;

%Numero Atomico do Alvo - Z ( no caso, W)
ZW= 74;

%Massa Atomica do Alvo - A (no caso, W)
AW= (183.91)*(1.66*(10^-27));

%Quantidade de linhas
T0=V;
linhas=((T0-Tmin)/0.1)+1;

%Coeficientes de Atenuação
miw=importdata('coefw.dat');
mial=importdata('coefal.dat');
miagua=importdata('coefagua.dat');
miar=importdata('coefar.dat');
mibe=importdata('coefbe.dat');
micu=importdata('coefcu.dat');
mipmma=importdata('coefpmma.dat');
mire=importdata('coefre.dat');
coef1=miw./10;
coef2=mial./10;
coef3=mire./10;
coef4=miar./10;
coef5=micu./10;
coef6=mibe./10;

%%Cálculos de Espectro de Raios X

%Determinar o espectro de Bremsstrahlung NB
T0=V;

%Potência de parada da massa do material do Ânodo ou Poder de Freamento
%(1/ro)=Am+Bm*(e)^(T*Cm);

T=Tmin;
linhas=((T0-Tmin)/0.1)+1;

for i=1:linhas
    Stoppower(i,1)=Am+(Bm*exp(-(T*Cm)));
    T=T+0.1;
end

%Quantidade de fótons com energia E produzida por elétrons com energia
%B(E,T)=B
E=Tmin;
colunas=linhas;

for i=1:linhas
    T=Tmin;
    for j=1:colunas
        BB(i,j)=(A0+(A1*T0))*(1+(B1*(E/T))+(B2*(E/T)^2)+(B3*(E/T)^3)+(B4*(E/T)^4));
        T=T+0.1;
    end
    E=E+0.1;
end

```



```

B=triu(BB); % função triu ja mostra a diagonal superior da matriz BB, gerando
%zeros para a diagonal inferior.

%Atenuação de fótons - F(E,T)=F

    %coef1(E)= coeficiente de atenuação linear para o material alvo W
    %coef2(E)= coeficiente de atenuação linear para o material específico de referência, no
caso, o Alumínio
    %dm=Fcal= atenuação equivalente ao tubo de filtração

    %tet= ângulo do ânodo
    % C(T)= constante de Thomson-Widdington dado por C(T)= ((T0^2)-(T^2))/ro; Unidade:
KV^2.m^2/Kg

    for i=1:linhas
        C(i,1)=3.936*10^4+((3.021*10^2)*T);
        T=T+0.1;
    end

    %F(E,T)=exp[(coef1*(T0^2-T^2))/(ro*C*tan(tet)]+coef2*dm

angulo=(tet*pi)/180;
T=Tmin;
roal=((2.7*(10^3)));
rocu=8.96*(10^3);
robe=1.85*(10^-2);

for i=1:linhas
    T=5;
    for t=1:colunas
        F(i,t)=exp(-
((coef2(i,2)*roal*FxA1)+(coef5(i,2)*rocu*FxCu)+(coef6(i,2)*robe*FxBE)+((coef1(i,2)*(T0^2-
T^2))/(tan(angulo)*C(i,1)))));
        T=T+0.1;
    end
end

re=2.82*(10^-15) ;
cte=(alfa*(re^2)*(ZW^2))*(6.242*(10^15))/AW;
NBTOT(linhas,1)=0;
i=0;

for E=5:0.1:T0
    i=i+1;

    for T=E:0.1:T0
        if E>=T
            Nb(i,:)=(cte/E).*((B(i,:)./T).*(F(i,:))*((1./Stopower(1:linhas,1))));
            NBTOT(i,:)=NBTOT(i,:)+Nb(i,:);
        end
    end
end

end

%Para visualizar a Contribuição Continua de acordo com a Energia na tabela
T=Tmin;
for i=1:linhas
    for j=1:2
        if j==1
            NBenergia(i,j)=T;
        elseif j==2
            NBenergia(i,j)=NBTOT(i,1);
            T=T+0.1;
        end
    end
end

end

%Determinar o espectro de Continuo NC

```

```

% Liga de Tungstênio e Rênio
roW=(1/((PorcW*183.84)+(PorcRe*186.21)));
miroWRe=roW*((PorcW*183.84).*coef1(1:linhas,2))+((PorcRe*186.21).*coef3(1:linhas,2));
roWRe=(PorcW*19.3+PorcRe*20.53)*10^3;%(kg/m^3)

%E(k)= Energia em cada pico k
for k=1:linhas

    if k==529
        Ek(k)=57.865;
        f(k)=0.3184;
        mi(1)=0.3590;

    elseif k==543
        Ek(k)=59.197;
        f(k)=0.4881;
        mi(2)=0.3390;

    elseif k==548
        Ek(k)=59.72;
        f(k)=0.02883;
        mi(3)=0.3320;

    elseif k==562
        Ek(k)=61.14;
        f(k)=0.04988;
        mi(4)=0.3120;

    elseif k==639
        Ek(k)=68.863;
        f(k)=0.0387;
        mi(5)=1.03;

    elseif k==620
        Ek(k)=66.955;
        f(k)=0.1453;
        mi(6)=1.11;

    elseif k==643
        Ek(k)=69.2;
        f(k)=0.0173;
        mi(7)=1.02;

    elseif k==663
        Ek(k)=71.2;
        f(k)=0.00429;
        mi(8)=0.9480;

    elseif k==linhas
        Ek(k)=0;
        f(k)=0;

    end
end
Ek=Ek';

%R= é a distancia em que a energia cinetica media do eletron é igual a %E(k)

EK=(PorcW*69.5)+(PorcRe*71.5);
CintEK=3.936*(10^4)+(3.021*10^2*EK);
R=(T0^2-EK^2)/(roWRe*CintEK);

% Cálculo da Contribuição Característica do Espectro (NCTOT)

Ak=1.349*(10^-3); %fotons/eletrons
nk=1.648;
IK=f(:)*(6.242*(10^15));
Nc=IK*Ak*((T0/EK)-1)^nk;
NCc(8,1)=0;
angulo=(tet*pi)/180;
mi=mi';

```

```

for x=0:(10^-8):R
    NC=R*exp(-(mi*roWRe*(x/tan(angulo))));
    NCC=NCC+NC;
end

NCT(529)=NC(1);
NCT(543)=NC(2);
NCT(548)=NC(3);
NCT(562)=NC(4);
NCT(639)=NC(5);
NCT(620)=NC(6);
NCT(643)=NC(7);
NCT(663)=NC(8);
NCT(linhas)=0;
NCT=NCT';
NCTOT=(Nc.*NCT);

%Para visualizar a Contribuição Característica de acordo com a Energia na tabela
T=5;
for i=1:linhas
    for j=1:2
        if j==1
            NCenergia(i,j)=T;
        elseif j==2
            NCenergia(i,j)=NCTOT(i,1);
            T=T+0.1;
        end
    end
end

% Espectro de Raio-X em unidades arbitrárias

Espectro=NBTOT+NCTOT;
T=5;
for i=1:linhas
    for j=1:2
        if j==1
            Esp(i,j)=T;
        elseif j==2
            Esp(i,j)=Espectro(i,1);
            T=T+0.1;
        end
    end
end

E=[5:0.1:T0];
plot(E,Espectro)
eixox=xlabel('Energia [keV]');
eixoy=ylabel(' Espectro [Unidades Arbitrárias]');

%% Calibração do Espectro

% Calibração do componente bremsstrahlung usando ajuste polinomial.
% Dados tirados do ajuste no Origin

y01=-0.0051;
a1= -0.1719;
w1=2.8797;
xc1=0.5881;

y02=-3*(10^-4);
a2= 0.2059;
w2=0.5405;
xc2=-1.948;

y03=5.4152*(10^-6);
a3= -1*(10^-4);
w3=1.3249;
xc3=-0.9443;

```

```

Aa1=y01+(((2*a1)/pi)*(w1/((4*(xAl-xc1)^2)+(w1^2))));
Aa2=y02+(((2*a2)/pi)*(w2/(4*((xAl-xc2)^2)+(w2^2))));
Aa3=y03+(((2*a3)/pi)*(w3/(4*((xAl-xc3)^2)+(w3^2))));

% Função calibração para a contribuição Bremsstrahlung- Cb (unidades de kerma do ar por
mAs, para dado potencvial V, com um ripple de referencia O e filtração total FxAl)

%V= voltagem em Kv
%FxAl ou FxCu= filtração total em mm de AL ou Cu.
%Emax= energia máxima do espectro, numericamente igual a V
%Etr= Energia média transferida ao meio

V=T0;
EE=Tmin:0.1:T0;
Etr=EE';
cb1=(Aa1+(Aa2*V)+(Aa3*(V^2)));
cb2=sum(NBTOT.*Etr.*coef4(1:linhas,2));
CBVf=cb1/cb2;
NBVf =(CBVf).*(NBTOT.*Etr.*coef4(1:linhas,2));

% Calibração da contribuição característica considerando a fração da radiação
característica em comparação com o componente bremsstrahlung

% Função Calibração para a Contribuição Característico:

Ac1=99.26379;
y0c=-0.19336;
xcc=150.14972;
wc=218.54625;

Rc=abs(y0c+((2*Ac1)/pi)*(wc/(4*((T0-xcc)^2)+(wc^2))));

C1=sum(NBVf);
C2=Ek.*NCTOT.*coef4(1:linhas,2);
C2S=sum(C2);
ccvf =Rc*(C1/C2S);

CCVf=(Ek.*NCTOT.*coef4(1:linhas,2));
NCVf=(CCVf*ccvf);

% Cálculo de Espectros Totais Gerados NTOT

% fprintf(1,'O calculo dos espectros totais gerados = NTOT.\n')
NTOT=(10*NBVf)+NCVf;

% Espectro Calibrado

NTOTf=(mAs/(r^2)).*NTOT;
E=5:0.1:T0;
%figure, plot(E,NTOTf)

%% Kerma no Ar

fk=sum(NTOTf)/10;
FC=Kcamara/fk;

Espectro1=NTOTf*FC;
Emin=5;

E=Emin:0.1:T0;

figure, plot(E,Espectro1)
eixox=xlabel('Energia [keV]');
eixoy=ylabel(' Espectro [mGy/keV]');
T=Tmin;

for i=1:linhas
    for j=1:2

```

```

        if j==1
            Espectrofim(i,j)=T;
        elseif j==2
            Espectrofim(i,j)=Espectro1(i,1);
            T=T+0.1;
        end
    end
end

% mGy/mAs.keV

i=0;
Espectrotot=0;

for E=Emin:0.1:T0
    i=i+1;
    Espectro2=E*Espectro1(i);
    Espectrotot=Espectrotot+Espectro2;
end

Espectro3=sum(Espectro1);
Eef=Espectrotot/Espectro3;

%Cálculo de Áreas

Kb=sum(Espectro1);
Kc=sum(NCVf);
Kt=Kb+Kc;

%% Parâmetros de Comparação

% Filtrando o espectro calibrado

i=1;
miAl=coef2(1:linhas,2).*(2.7*(10^3));

for x=0:0.01:30
    I(i,1)=x;
    I(i,2)=sum(Espectro1.*(exp(-miAl.*x.*(10^-3))));
    i=i+1;
end

%Cálculo da Primeira Camada Semi-Redutora

%(I(x)/I(0))=0.5
Espessuras=I(:,1);
Intensidade=I(:,2);
ICSR1=max(Intensidade)*0.5;
CSR1=interp1(Intensidade,Espessuras,ICSR1) %resultado em mm

%Cálculo da Segunda Camada Semi-Redutora

%(I(x)/I(0))=0.25
Espessuras=I(:,1);
Intensidade=I(:,2);
ICSR2=max(Intensidade)*0.25;
CSR2=(interp1(Intensidade,Espessuras,ICSR2))-CSR1 %resultado em mm

%Cálculo do Coeficiente de Homogeneidade

CH=CSR1/CSR2

%Cálculo da Energia Efetiva

EnergiaEfetiva=Eef

```