

RESSALVA

Atendendo solicitação do autor, o
texto completo desta tese será
disponibilizado somente a partir de
26/03/2023.

ADALBERTO ZANATTA NEDER LAZARINI

**Condições relaxadas para estabilidade e estabilização
de sistemas não lineares TS utilizando majorantes
ótimos da derivada de funções de Lyapunov fuzzy e
controladores chaveados**

Ilha Solteira
2021

**Condições relaxadas para estabilidade e estabilização
de sistemas não lineares TS utilizando majorantes
ótimos da derivada de funções de Lyapunov fuzzy e
controladores chaveados**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira

2021

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- L431c Lazarini, Adalberto Zanatta Neder.
Condições relaxadas para estabilidade e estabilização de sistemas não lineares TS utilizando majorantes ótimos da derivada de funções de Lyapunov fuzzy e controladores chaveados / Adalberto Zanatta Neder Lazarini. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
103 f. : il.
- Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2021
- Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia
1. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs). 2. Controle chaveado. 3. Função de Lyapunov Fuzzy. 4. Modelos Fuzzy Takagi-Sugeno. 5. Controle Fuzzy.


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Condições relaxadas para estabilidade e estabilização de sistemas não lineares TS utilizando majorantes ótimos da derivada de funções de Lyapunov fuzzy e controladores chaveados

AUTOR: ADALBERTO ZANATTA NEDER LAZARINI

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

A handwritten signature in blue ink, which appears to read "Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira".

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. RODRIGO CARDIM (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. FLAVIO ANDRADE FARIA (Participação Virtual)
Faculdade de Ciências e Letras de Araraquara - UNESP

Prof. Dr. ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO (Participação Virtual)
Divisão de Engenharia Eletrônica / Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Prof. Dr. WALLYSONN ALVES DE SOUZA (Participação Virtual)
Coordenação de Ciências Matemáticas e Naturais / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - IFTO

Ilha Solteira, 26 de março de 2021

Resumo

Neste trabalho, é formulado um problema de otimização para majorantes de uma função custo, e é apresentada uma solução ótima para esse problema. Após isso, esse resultado é aplicado para a obtenção de condição relaxadas de estabilidade e estabilização para plantas não lineares descritas por modelos fuzzy Takagi-Sugeno (TS), baseadas na Função de Lypaunov Fuzzy (FLF) e nas desigualdades matriciais lineares (do inglês Linear Matrix Inequalities, ou LMIs). A FLF é dada por $V(x(t)) = x(t)^T P(h(x(t))) x(t)$, sendo $x(t)$ o vetor de estado da planta, $P(h(x(t))) = h_1(x(t))P_1 + h_2(x(t))P_2 + \dots + h_r(x(t))P_r$, $P_i = P_i^T > 0$ e $h_i(x(t))$ é o peso relacionado ao modelo local i na representação da planta através de modelos fuzzy TS, para $i = 1, 2, \dots, r$. Quando a derivada de $V(x(t))$ é calculada, aparece o termo $x(t)^T \dot{P}(h(x(t))) x(t)$, que normalmente é tratado utilizando-se majorantes conservadores, supondo que os limitantes das derivadas de $h_i(x(t))$, $i = 1, 2, \dots, r$, são conhecidos. O principal resultado desse trabalho é um procedimento para obter majorantes ótimos para o termo $x(t)^T \dot{P}(h(x(t))) x(t)$, que contemplem o valor máximo e sejam sempre menores ou iguais do que esse valor máximo. Além disso, é mostrada também a importância de um cálculo exato desses limitantes das derivadas de $h_i(x(t))$, $i = 1, 2, \dots, r$, quando a maioria dos resultados importantes da literatura apenas utilizam valores aleatórios para majorantes que já eram conservativos. Por fim, é proposto, uma vez que esse método de obtenção de um majorante ótimo retorna várias possibilidades de majorantes para termos desconhecidos, que toda essa informação seja associada ao projeto de estabilização em si. Seguindo essa ideia, foram propostos também controladores dependentes dos termos gerados pelo método de obtenção desses majorantes ótimos, através de controladores chaveados, gerando ainda menos conservadorismo na busca por solução do problema.

Palavras chave: Modelos fuzzy Takagi-Sugeno. Funções de Lyapunov fuzzy. Desigualdades matriciais lineares (LMIs). Estabilidade. Estabilização. Controle fuzzy. Controle chaveado.

Abstract

This work initially proposes an optimization problem and after presents its optimal solution. Then, this result is applied to obtain relaxed conditions to design controllers for nonlinear plants described by Takagi-Sugeno (TS) models, based on fuzzy Lyapunov function (FLF) and Linear Matrix Inequalities (LMI). The FLF are given by $V(x(t)) = x(t)^T P(\alpha(x(t)))x(t)$, where $x(t)$ is the plant state vector, $P(\alpha(x(t))) = \alpha_1(x(t))P_1 + \alpha_2(x(t))P_2 + \dots + \alpha_r(x(t))P_r$, $P_i = P_i^T > 0$ and $\alpha_i(x(t))$ is the weight related to the local model i in the representation of the plant by TS fuzzy models, for $i = 1, 2, \dots, r$. When one calculates the time derivative of this $V(x(t))$, it appears the term $x(t)^T \dot{P}(\alpha(x(t)))x(t)$, that is usually handled using conservative upper bounds, supposing that the bounds of the time derivative of $\alpha_i(x(t))$, $i = 1, 2, \dots, r$, are available. The main result of this paper is a procedure to obtain optimal upper bounds for the term $x(t)^T \dot{P}(\alpha(x(t)))x(t)$, such that they contemplate the maximum value and are always smaller than or equal to the maximum value. Furthermore, it is also shown the importance of a exact calculation of these bounds of the derivatives of $h_i(x(t))$, $i = 1, 2, \dots, r$, while most of the important results of the literature only utilize random values for these already constraint upper bounds. Finally, it is proposed, once this procedure to obtain these optimal upper bounds utilizes many possibilities for these upper bounds using unknown terms, that all this information gets associated to the stabilization design itself. From this idea, it was also proposed controllers that are dependent from this term generated by this method for these optimal upper bounds, through switched controllers, resulting in even less constraints for search of the solution to the problem.

Keywords: Takagi-Sugeno Fuzzy Models. Fuzzy Lyapunov functions. Linear Matrix Inequalities (LMIs). Stability. Stabilization. Fuzzy control. Switched Control.

Lista de Figuras

1	Ilustração da aproximação obtida por modelos fuzzy TS.	15
2	Área de factibilidade para $r = 3$, $\times$ para o Teorema 1 em (GUEDES <i>et al.</i> , 2013) e $\circ$ para o algoritmo.	34
3	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 3 original e $(\cdot, \times)$ para Teorema 3 utilizando o Algoritmo 1 apresentado no Teorema 1.	39
4	Área de factibilidade para $r = 3$, $(\cdot)$ para Teorema 3 original e $(\cdot, \times)$ para Teorema 3 utilizando o Algoritmo 1 apresentado no Teorema 1.	39
5	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 4 original e $(\cdot, \times)$ para Teorema 4 utilizando o Algoritmo 1 presente no Teorema 1.	45
6	Área de factibilidade para $r = 2$ com intervalos diferentes de a e b , $(\cdot)$ para Teorema 4 original e $(\cdot, \times)$ para Teorema 4 utilizando o Algoritmo 1 presente no Teorema 1.	46
7	Área de factibilidade para $r = 2$ com intervalos diferentes para os limitantes $\hat{h}_i$, $(\cdot)$ para Teorema 4 original e $(\cdot, \times)$ para Teorema 4 utilizando o Algoritmo 1.	47
8	Área de factibilidade para $r = 3$, $(\cdot)$ para Teorema 4 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 3 original, $(\cdot, \times, \circ)$ para Teorema 3 utilizando o Algoritmo 1. . . .	48
9	Área de factibilidade para $r = 3$, $(\cdot)$ para Teorema 3 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 3 utilizando o Algoritmo 1.	49
10	Área de factibilidade para $r = 3$, $(\cdot)$ para Teorema 4 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 4 utilizando o Algoritmo 1, $(\cdot, \times, \circ)$ para Teorema 3 utilizando o Algoritmo 1.	50
11	Área de factibilidade para $r = 3$, $(\cdot)$ para Teorema 4 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 4 utilizando o Algoritmo 1.	51

12	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos iguais para os limitantes de $\dot{h}_i$	55
13	Área de factibilidade diferente para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos iguais para os limitantes de $\dot{h}_i$	56
14	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos diferentes para os limitantes de $\dot{h}_i$	57
15	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos iguais para os limitantes de $\dot{h}_i$	58
16	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos simétricos para os limitantes de $\dot{h}_i$	59
17	Área de factibilidade para $r = 2$, $(\cdot)$ para Teorema 5 original, $(\cdot, \times)$ para Teorema 5 utilizando o Algoritmo 1, com intervalos diferentes para os limitantes de $\dot{h}_i$	60
18	Região de Operação.	62
19	Pêndulo Invertido	63
20	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.6).	65
21	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.6).	65
22	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.7).	66
23	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.7).	66
24	Região de Factibilidade, $(\cdot)$ para o Teorema 3 original e $(\cdot, \times)$ para as LMIs adaptadas (5.13)-(5.15) com Região de Operação.	67
25	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.9).	68

26	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.9).	69
27	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.10).	69
28	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (6.10).	70
29	Região de Factibilidade, $(\cdot)$ para o Teorema 4 original e $(\cdot, \times)$ para as LMIs adaptadas (5.13)-(5.15) com Região de Operação.	70
30	Região de factibilidade comparativa para $r = 2$ e intervalos iguais de $\dot{h}_i$	86
31	Região de factibilidade comparativa para $r = 2$ e intervalos diferentes de $\dot{h}_i$	87
32	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.75).	88
33	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.75).	88
34	Comportamento das Derivadas das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.75).	89
35	Chaveamento de Índices do Controlador K_σ para o Sistema Realimentado com os Ganhos (7.75).	89
36	Comportamento da Função de Lyapunov do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.75).	90
37	Comportamento Dinâmico do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.76).	91
38	Comportamento das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.76).	91
39	Comportamento das Derivadas das Funções de Pertinência do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.76).	92
40	Chaveamento de Índices do Controlador $K_\sigma(h(x(t)))$ para o Sistema Realimentado com os Ganhos (7.76).	92
41	Comportamento da Função de Lyapunov do Sistema Realimentado com os Ganhos (7.76).	93
42	Região de factibilidade comparativa para $r = 3$ e intervalos iguais de $\dot{h}_i$	94
43	Região de factibilidade comparativa para $r = 3$ e intervalos simétricos de $\dot{h}_i$	95

44	Região de factibilidade comparativa para $r = 4$ e intervalos iguais de $\dot{h}_i$. . .	96
45	Região de factibilidade comparativa para $r = 4$ e intervalos iguais de $\dot{h}_i$. . .	97

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$\mathbb{R}^n$	Conjunto de vetores com $n \times 1$ elementos reais.
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto de vetores com $n \times m$ elementos reais.
$\mathbb{K}_N$	Conjunto dos primeiros N números inteiros positivos: $\{1, 2, \dots, N\}$.
M^T	Transposto de uma matriz real M .
$M > (\geq) 0$	M é uma matriz positiva definida (semi-definida).
$M < (\leq) 0$	M é uma matriz negativa definida (semi-definida).
I	Matriz Identidade.
$ z $	Valor absoluto de um número real z .
$\text{diag}\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$	Matriz bloco diagonal cujos elementos diagonais são $M_1, M_2, \dots, M_n$.
$\mathcal{E}(P, \delta)$	Conjunto elipsoidal formado pelo vetor de estados $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ tal que $x(t)^T P x(t) \leq \delta$, $P = P^T \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $P > 0$.

Sumário

1	Introdução	11
2	Sistemas Fuzzy Takagi-Sugeno	13
2.1	Sistemas Fuzzy TS	13
2.2	Funções de Lyapunov	16
2.2.1	<i>Função de Lyapunov Quadrática</i>	17
2.2.2	<i>Função de Lyapunov Fuzzy</i>	17
3	Definição do Problema	18
3.1	Definição do Problema e Análise da Solução	19
3.2	Solução do Problema	22
3.3	Algoritmo 1	23
4	Condições de Estabilidade para Sistemas Fuzzy TS via FLF	32
4.1	Condições Relaxadas para Estabilidade de Sistemas Fuzzy TS Utilizando FLF	32
4.2	Resultados Numéricos	33
5	Condições Para Estabilização de Sistemas Fuzzy TS via FLF	35
5.1	Análise Sobre Condições de Relaxamento Para Estabilização de Sistemas Não Lineares Fuzzy TS	35
5.1.1	<i>Comparação com (MOZELLI; PALHARES; AVELLAR, 2009)</i>	35
5.1.2	<i>Comparação com (LIU et al., 2017)</i>	40
5.1.3	<i>Comparação com (QIAO; YANG, 2018)</i>	52
6	Condições de Estabilização para Sistemas Fuzzy TS Sujeitos a Região de Operação	61
6.1	Representação da Região de Operação	61

6.2	Condições de Estabilização para Sistemas Não Lineares Fuzzy TS Sujeitos a Região de Operação	62
6.2.1	<i>O Pêndulo Invertido</i>	62
6.2.2	<i>Comparação com (MOZELLI; PALHARES; AVELLAR, 2009) - Região de Operação</i>	63
6.2.3	<i>Comparação com (LIU et al., 2017) - Região de Operação</i>	67
7	Novas Condições de Estabilização para Sistemas Fuzzy TS	71
7.1	Introdução	71
7.2	Novas Propostas para Estabilidade de Sistemas Fuzzy TS	72
7.2.1	<i>Utilizando-se um controlador fuzzy $K(h(x(t)))$</i>	72
7.2.2	<i>Utilizando-se um ganho único K</i>	75
7.2.3	<i>Utilizando-se um ganho chaveado K_σ</i>	78
7.2.4	<i>Utilizando-se um conjunto de ganhos chaveados $K_\sigma(h(t))$</i>	82
7.2.5	<i>Resultados Comparativos</i>	85
8	Conclusões	98
	REFERÊNCIAS	100

1 Introdução

A introdução da lógica *fuzzy* (ZADEH, 1965) teve grande papel no avanço de processamento de dados e análises de sistemas, sendo um dos principais avanços dessa nova abordagem o estudo de sistemas não lineares. Com esta abordagem, é possível descrever sistemas desse tipo em função de uma combinação convexa de sistemas lineares, na chamada modelagem Takagi-Sugeno (TS) (TAKAGI; SUGENO, 1985).

Além disso, outra ferramenta introduzida para facilitar projetos de sistemas controle, ou até solucionar problemas e sistemas mais complexos, foram as LMIs (*Linear Matrix Inequalities*, ou Desigualdades Matriciais Lineares) (BOYD *et al.*, 1994; WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1996). Através delas, o projeto de controladores robustos para sistemas incertos e/ou sujeitos a falha se tornou mais fácil, porém tornou-se necessário o uso de um maior poder computacional para a resolução dos problemas de otimização propostos pelas LMIs.

Assim, utilizando-se da modelagem TS para sistemas não lineares e do projeto de controladores via LMIs, além das teorias de análise de sistemas dinâmicos (LYAPUNOV, 1992), a gama de soluções de controle aumentou consideravelmente, criando ainda novas abordagens, como o controle chaveado (SOUZA *et al.*, 2013), entre outros.

Uma dessas novas abordagens foi a utilização de uma função de Lyapunov fuzzy (FLF) na análise de estabilidade e/ou projeto de controladores para estabilização de sistemas não lineares TS (MOZELLI *et al.*, 2009; MOZELLI; PALHARES; AVELLAR, 2009; ESTEVES, 2011; GUEDES, 2015). Porém, a abordagem dos limitantes inferiores e superiores das derivadas temporais das funções de pertinência ($\dot{h}_i(x(t))$) ainda era conservativa. Assim, em (LAZARINI, 2017), foram propostas condições necessárias e suficientes para estabilidade de sistemas não lineares TS. No entanto, a abordagem adotada em (LAZARINI, 2017) para o ajuste de pesos foi aplicada apenas para análise da estabilidade de sistemas não lineares TS. Neste trabalho os resultados apresentados em (LAZARINI, 2017) serão devidamente formalizados e generalizados. Será mostrado que essa abordagem pode ser aplicada para otimização de vários tipos de funções dependentes dos termos associados a certos pesos, a fim de obter-se majorantes ótimos dessas funções.

Neste trabalho, é apresentado um problema de otimização para majorantes de uma função custo, e é apresentada uma solução ótima para esse problema. Após isso, esse resultado é aplicado para obter-se condição relaxadas de estabilidade e estabilização para plantas não lineares descritas por modelos TS, baseadas na FLF e nas LMIs. A FLF é dada por $V(x(t)) = x(t)^T P(h(x(t))) x(t)$, sendo $x(t)$ o vetor de estados da planta, $P(h(x(t))) = h_1(x(t))P_1 + h_2(x(t))P_2 + \dots + h_r(x(t))P_r$, $P_i = P_i^T > 0$ e $h_i(x(t))$ é o peso local relacionado ao modelo local i na representação da planta em modelos fuzzy TS, para $i = 1, 2, \dots, r$. Quando a derivada de $V(x(t))$ é calculada, aparece o termo $x(t)^T \dot{P}(h(x(t))) x(t)$, que normalmente é tratado utilizando-se majorantes conservadores, supondo que os limitantes das derivadas de $h_i(x(t))$, $i = 1, 2, \dots, r$, são conhecidos. O principal resultado desse trabalho é um procedimento para o cálculo de um majorante ótimo para o termo $x(t)^T \dot{P}(h(x(t))) x(t)$, que contemple o valor máximo e é sempre menor ou igual que esse valor máximo.

No Capítulo 2, será feita uma breve revisão de sistemas não lineares fuzzy TS, em conjunto com alguns aspectos importantes desses sistemas, que serão utilizados nos resultados desse trabalho. No Capítulo 3, será apresentado o algoritmo que resulta no ajuste ótimo de pesos em que se baseia todo esse trabalho e, no Capítulo 4, esse algoritmo será aplicado na análise de estabilidade de sistemas não lineares TS. No Capítulo 5, serão comparados resultados obtidos utilizando-se o algoritmo apresentado no Capítulo 3 para estabilização de sistemas não lineares TS com artigos publicados recentemente na literatura especializada. No Capítulo 6, será utilizado o conceito de região de operação, em combinação com o algoritmo citado, a fim de garantir as condições de existência do sistema, e também explicitar a importância de se calcular de maneira exata os limitantes das derivadas das funções de pertinência ($\dot{h}_i(x(t))$). No Capítulo 8, serão propostas novas técnicas para projeto de controladores para sistemas não lineares TS, a partir dos modelos formados pelo algoritmo que será apresentado no Capítulo 3, incluindo controladores chaveados (SOUZA *et al.*, 2014). Por fim, no Capítulo 8 serão apresentadas as conclusões do trabalho, bem como perspectivas de continuidade da linha de pesquisa.

8 Conclusões

Neste trabalho, foram analisadas condições de estabilidade e estabilização de sistemas não-lineares fuzzy TS a partir da utilização de Funções de Lyapunov Fuzzy (FLF) e uma nova abordagem para otimização de funções com termos dependendo de pesos limitados.

A princípio, foi apresentado o Teorema 1, que permite um ajuste ótimo de pesos para uma função custo, com o objetivo de obter-se um majorante superior dessa função.

Utilizando esse ajuste ótimo de pesos apresentado pelo Teorema 1, foi proposto a utilização do Algoritmo 1 para adaptação do termo $\dot{P}(h(x(t)))$, problema introduzido pela utilização da FLF, em função dos limites das derivadas das funções de pertinência dos modelos locais do sistema fuzzy TS.

Para os casos de estabilização, foi mostrado que utilizando-se do ajuste de pesos propostos pelo Teorema 1 para o termo $\dot{P}(h(x(t)))$ em teoremas publicados em periódicos recentes e importantes, é possível relaxar a busca por controladores robustos para sistemas complexos e incertos.

No Capítulo 6, foi mostrado ainda que, se o sistema estiver sujeito a uma região de operação, é possível realizar um cálculo preciso dos limitantes do $\dot{h}_i$'s. Neste caso, a utilização do Teorema 1 fica ainda mais interessante, uma vez que não é mais necessária a suposição dos limitantes, fato que pode atrapalhar a busca por factibilidade das LMIs se forem considerados desnecessariamente limitantes muito altos. Adicionalmente, ainda há uma garantia de que, se as condições iniciais desse sistema estiverem dentro de um intervalo conhecido, ele nunca sairá desse intervalo, o que ajuda na busca de uma solução, já que todos os casos produzidos pelo algoritmo presente no Teorema 1 estarão dentro da faixa de operação real do sistema.

No Capítulo 7, foram propostas novas abordagens em relação ao projeto de controladores para sistemas não lineares TS, utilizando-se diferentes tipos de controladores: um ganho K único (Teorema 7), um K_σ chaveado em função das possibilidades de ordem decrescentes dos P_i 's, retornada pelo Algoritmo 1 (Teorema 8) e um conjunto de ganhos chaveados $K_{\sigma j}$, em função dos modelos locais dos sistema fuzzy TS e também das possibilidades de ordem decrescentes dos P_i 's, retornada pelo Algoritmo 1 (Teorema 9).

As simulações apresentadas mostraram que a utilização do Algoritmo 1 para um cálculo otimizado da influência do termo $\dot{P}(h(x(t)))$ ocasionalmente possibilita resultados mais relaxados utilizando-se apenas um ganho K único de realimentação, mesmo quando comparados com controladores mais sofisticados, porém que utilizam métodos diferentes para cálculo do termo $\dot{P}(h(x(t)))$ (MOZELLI; PALHARES; AVELLAR, 2009). Além disso, os resultados mostraram que as novas propostas de técnica para projeto dos controladores, agora utilizando-se de índices chaveados em relação a que modelo do algoritmo o sistema está mais próximo em cada momento, produziram áreas de factibilidade maiores dos que os outros controladores propostos na literatura recente.

A continuação do trabalho consiste na proposta de ainda mais técnicas de controle baseadas nos modelos que o algoritmo presente no Teorema 1 produz, e utilização de controladores dependentes não somente do $h(x(t))$, mas também de $\dot{h}(x(t))$, reduzindo ainda mais a influência do termo $\dot{P}(h(x(t)))$ e relaxando a busca por soluções do problema.

REFERÊNCIAS

ABDELMALEK, I. *Non linear systems control: LMI fuzzy approach*. 104 p. Tese (Doutorado) — University Hadj Lakhdar de Batna - République Algérienne Démocratique et Populaire, 2009.

ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R. de; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. de. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, p. 1408–1433, 2016.

BERNAL, M.; HUSEK, P. Non-quadratic performance design for Takagi-Sugeno fuzzy systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, v. 15, n. 3, p. 383–391, 2005.

BOYD, S.; GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear matrix inequalities in systems and control theory*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. 193 p.

CAMPOS, V. C. S.; NGUYEN, A.; PALHARES, R. M. A comparison of different upper-bound inequalities for the membership functions derivative. *IFAC Paper Online*, IFAC, p. 3001–3006, 2017.

CARDIM, R. *Projeto de controladores baseados em LMIs: realimentação derivativa e sistemas chaveados utilizando estrutura variável*. 120 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

CHADLI, M.; MAQUIN, D.; RAGOT, J. Relaxed stability conditions for Takagi-Sugeno fuzzy systems. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, 2000, Nashville. Nashville, 2000. p. 3514–3519.

ESTEVEES, T.; JÚNIOR, E. M.; MOREIRA, M.; CARDIM, R.; ALVES, M. P.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E. Análise da estabilidade de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno utilizando funções de Lyapunov fuzzy. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 2011, São João del-Rei. São João del-Rei, 2011. p. 885–890.

ESTEVEES, T. T. *Análise da estabilidade de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno utilizando as desigualdades de Lyapunov-Metzler*. 99 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011.

GUEDES, J. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Stability of nonlinear system using Takagi-Sugeno fuzzy models and hyper-rectangle of LMIs. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 24, n. 1-2, p. 46–53, 2013.

GUEDES, J. B. *Novas condições de estabilidade de sistemas não lineares utilizando funções Lyapunov fuzzy*. 92 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- Campus Ilha Solteira, 2015.

JADBABAIE, A. A reduction in conservatism in stability and L_2 gain analysis of Takagi-Sugeno fuzzy systems via linear matrix inequalities. In: IFAC WORD CONGRESS, 1999, China. *Proceedings...* China, 1999. p. 285–289.

JOHANSSON, M.; RANTZER, A.; ARZEN, K. Piecewise quadratic stability of fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Piscataway, v. 7, n. 6, p. 713–722, 1999. ISSN 1063-6706.

LAZARINI, A. Z. N. *Condições de relaxamento para a estabilidade de sistemas não lineares T-S utilizando funções lyapunov fuzzy*. 87 p. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2017.

LEE, D. H.; JOO, Y. H.; TAK, M. H. Local stability analysis of continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy systems: A fuzzy Lyapunov function approach. *Information Sciences*, Santa Rosa, v. 257, p. 163 – 175, 2014. ISSN 0020-0255.

LEE, D. H.; PARK, J. B.; JOO, Y. H. A fuzzy Lyapunov function approach to estimating the domain of attraction for continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy systems. *Information Sciences*, Santa Rosa, v. 185, n. 1, p. 230 – 248, 2012. ISSN 0020-0255.

LIU, C.; LAM, H.; FERNANDO, T.; IU, H. H. Design of fuzzy functional observer-controller via higher order derivatives of Lyapunov function for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, New York, v. 47, n. 7, p. 1630–1640, July 2017.

LYAPUNOV, A. M. *General problem of the stability of motion*. [S.l.]: CRC Press, 1992. 270 p.

MACHADO, E. R. M. D. *Modelagem e controle de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno*. 190 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2003.

MOZELLI, L. A.; PALHARES, R. M.; AVELLAR, G. S. C. A systematic approach to improve multiple Lyapunov function stability and stabilization conditions for fuzzy systems. *Information Sciences*, v. 179, p. 1149–11162, 2009.

MOZELLI, L. A.; PALHARES, R. M.; SOUZA, F. O.; MENDES, E. M. A. M. Reducing conservativeness in recent stability conditions of TS fuzzy systems. *Automatica*, Kidlington, v. 45, n. 6, p. 1580–1583, 2009.

OHTAKE, H.; TANAKA, K.; WANG, H. Piecewise nonlinear control. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL. Maui, 2003. v. 5, p. 4735–4740. ISSN 0191-2216.

QIAO, L.; YANG, Y. Fault-tolerant control for T-S fuzzy systems with sensor faults: Application to a shop propulsion system. *Journal of the Franklin Institute*, p. 4854 – 4872, 2018.

- RHEE, B. J.; WON, S. A new fuzzy Lyapunov function approach for a Takagi - Sugeno fuzzy control system design. *Fuzzy Sets and Systems*, p. 1211–1228, 2006.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using takagi-sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, p. 1720–1727, 2014.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. *Mathematical Problems in Engineering*, p. 10, 2013.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, New York, v. 15, n. 1, p. 116–132, 1985.
- TANAKA, K.; HORI, T.; WANG, H. A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, New York, v. 11, n. 4, p. 582–589, 2003.
- TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Amsterdam, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998a. ISSN 1063-6706.
- TANAKA, K.; SANO, M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Amsterdam, v. 2, n. 2, p. 119–134, 1994. ISSN 1063-6706.
- TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 9, n. 4, p. 525–538, 2001. ISSN 1063-6706.
- WANG, H.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Piscataway, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996. ISSN 1063-6706.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 2, p. 338–353, 1965.