



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA  
ESTEIRA TRANSPORTADORA NÃO-IDEAL ATRAVÉS DE  
SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E EXPERIMENTAIS.

Leandro Rodrigo de Oliveira

**Bauru**

**2023**

Leandro Rodrigo de Oliveira

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA  
ESTEIRA TRANSPORTADORA NÃO-IDEAL ATRAVÉS DE  
SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E EXPERIMENTAIS

Dissertação de mestrado apresentada como requisito  
de qualificação para o Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Co-orientador: Prof. Dr. Átila Madureira Bueno

**Bauru**

**2023**

Oliveira, Leandro Rodrigo.

Análise do comportamento dinâmico de uma esteira transportadora não-ideal através de simulações numéricas e experimentais / Leandro Rodrigo de Oliveira, 2023

55 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar

Coorientador: Atila Madureira Bueno

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2023

1. Esteiras transportadoras. 2. Dinâmica não-linear. 3. Simulações numéricas e experimentais. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE LEANDRO RODRIGO DE OLIVEIRA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 02 dias do mês de março do ano de 2023, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de LEANDRO RODRIGO DE OLIVEIRA, intitulada **ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA ESTEIRA TRANSPORTADORA NÃO-IDEAL ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E EXPERIMENTAIS**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica docente voluntário / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. MARCOS SILVEIRA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET (Participação Virtual) do(a) Departamento Acadêmico de Matemática / Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Jv :-

Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR

*Dedicatória...*

*A Deus, por todas as bençãos que permitiram o desenvolvimento desse trabalho. A minha esposa Lorena. Aos meus pais e minha irmã. Ao grande amigo e professor Dr.*

*José Manoel Balthazar. Aos grandes amigos Dr. Eduardo Abuhamad Petrocino e Cleber Lucena Torres. Aos professores Dr. Marcos Silveira, Dr. Paulo José Pauptiz Gonçalves, Dr. Átila Madureira Bueno, Dr. Airton Nabarrete, Dr. Maurício Ribeiro e Dr. Ângelo Tusset.*

É muito melhor conquistar a sabedoria do  
que o ouro puro. É mais proveitoso obter o  
entendimento do que a prata mais valiosa.

## *Resumo*

Esteiras transportadoras são equipamentos com ampla utilização em processos industriais. Tal fato, deve-se a necessidade de tais processos em transportar materiais sólidos através das etapas de transformação de matéria-prima em produto final. Diferentes configurações de projetos de esteiras são utilizadas de acordo com os requisitos exigidos pelo processo industrial, destes, encontra-se variação na utilização de materiais construtivos.

O presente trabalho consiste na investigação de uma esteira transportadora utilizada no processo produtivo de açúcar e álcool, também conhecido como usina sucroalcooleira, muito comuns no Brasil e América Latina. O processo em questão, consiste no transporte da matéria-prima (cana-de-açúcar) por uma esteira transportadora, promovendo a alimentação constante do processo seguinte, denominado extração. Dessa forma, o equipamento investigado possui impacto direto na produtividade do sistema.

Devido isso, propõe-se uma investigação do comportamento dinâmico desse equipamento, através da investigação realizada com análises numéricas e experimentais. Um modelo matemático simplificado, onde a esteira transportadora é representada por um corpo rígido e a estrutura de suportes da mesma, representada por 4 molas é utilizado nas simulações numéricas. As análises experimentais são realizadas através de um aparato que reproduz as características geométricas do modelo matemático descrito, utilizando uma arquitetura feita com dispositivos de IoT.

Em ambas as análises, a fonte de energia limitada que aciona a esteira é um motor CC não-ideal, fixado na estrutura da mesma, constituindo um sistema não-ideal. O motor CC possui um desbalanceamento dinâmico, promovendo assim, vibrações na estrutura.

Essas, por tratarem-se de um sistema não-ideal, possuem não-linearidades e fenômenos característicos, como o efeito Sommerfeld, objeto principal de estudo desse trabalho.

**palavras-chave:** máquinas não-ideais, dinâmica de transportadores, efeito Sommerfeld, dinâmica não-linear, internet das coisas.

## *Abstract*

Conveyor belts are equipment widely used in industrial processes. This fact is due to the need for such processes to transport solid materials through the stages of transformation of raw materials into final products. Different configurations of conveyor designs are used according to the requirements demanded by the industrial process, these, there is variation in the use of construction materials.

The present work consists of the investigation of a conveyor belt used in the sugar and alcohol production process, also known as a sugar and alcohol plant, very common in Brazil and Latin America. The process in question consists of transporting the raw material (sugarcane) by a conveyor, promoting the constant feeding of the next process, called designated. Thus, the researcher has a direct impact on the productivity of the system.

Due to this, an investigation of the dynamic behavior of this equipment is proposed, through the investigation carried out with analytical and experimental analyses. A simplified mathematical model, where a conveyor belt is represented by a rigid body and its support structure, represented by 4 springs, is used in numerical simulations. The experimental analyzes are carried out using an apparatus that reproduces the characteristics of the described mathematical model, using an architecture made with IoT devices.

In both analyses, the limited energy source that drives the treadmill is a non-ideal DC motor, fixed to its structure, constituting a non-ideal system. The DC motor has a dynamic unbalance, thus promoting vibration in the structure.

These, as they are a non-ideal system, have non-linearities and characteristic phenomena, such as the Sommerfeld effect, the main object of study in this work.

**keywords:** non-ideal machines, conveyor dynamics, Sommerfeld effect, nonlinear dynamics, internet of things.

# SUMÁRIO

**Lista de Figuras**

**Lista de Tabelas**

**Lista de Símbolos**

|          |                                                                                                   |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                                                 | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivação . . . . .                                                                               | 1         |
| 1.2      | Descrição do Problema Abordado . . . . .                                                          | 6         |
| 1.3      | Objetivos . . . . .                                                                               | 8         |
| 1.4      | Estrutura da Dissertação . . . . .                                                                | 9         |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO E POSIÇÃO DO PROBLEMA NA LITERATURA</b>                                                | <b>10</b> |
| 2.1      | Efeito Sommerfeld em Sistemas Dinâmicos Não-Ideais . . . . .                                      | 10        |
| 2.2      | Trabalhos publicados com diferentes abordagens estruturais e estratégias<br>de controle . . . . . | 12        |
| 2.3      | Trabalhos publicados com estruturas semelhantes ao modelo utilizado<br>neste trabalho . . . . .   | 14        |
| <b>3</b> | <b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>                                                                       | <b>17</b> |
| 3.1      | Representação do Modelo Físico . . . . .                                                          | 17        |
| 3.2      | Equações Governantes do Movimento . . . . .                                                       | 19        |
| 3.3      | Equações Governantes do Movimento em Variáveis de Estado . . . . .                                | 22        |
| <b>4</b> | <b>ANÁLISE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS</b>                                                           | <b>27</b> |
| 4.1      | Frequências Naturais e Modos de Vibração Lineares . . . . .                                       | 27        |

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.2      | Conclusões Sobre o Capítulo . . . . .                              | 31        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS NUMÉRICOS</b>                                        | <b>32</b> |
| 5.1      | Simulação Numérica . . . . .                                       | 32        |
| 5.2      | Conclusões Sobre o Capítulo . . . . .                              | 36        |
| <b>6</b> | <b>RESULTADOS DA ANÁLISE EXPERIMENTAL</b>                          | <b>37</b> |
| 6.1      | Materiais e Métodos . . . . .                                      | 37        |
| 6.2      | Desenvolvimento do Experimento . . . . .                           | 40        |
| 6.3      | Conclusões Sobre o Capítulo . . . . .                              | 43        |
| <b>7</b> | <b>COMPARAÇÕES ENTRE AS ANÁLISES NUMÉRICA E EXPERI-<br/>MENTAL</b> | <b>45</b> |
| 7.1      | Conclusões Sobre o Capítulo . . . . .                              | 48        |
| <b>8</b> | <b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>                              | <b>49</b> |
| <b>9</b> | <b>SÚMULA CURRICULAR</b>                                           | <b>50</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>                                  | <b>52</b> |
|          | <b>APÊNDICES</b>                                                   | <b>55</b> |
| <b>A</b> | <b>Procedimento de Calibração do Acelerômetro do Iphone</b>        | <b>55</b> |

# LISTA DE FIGURAS

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Mesa Alimentadora Real de uma Usina<br>gem Disponível em <a href="http://zbn.com.br/caldeirarias-view/mesa-alimentadora/">http://zbn.com.br/caldeirarias-view/mesa-alimentadora/</a> .<br>Accessado em 21-02-2023.] . . . . .                                                                                                                                                   | 2  |
| 1.2 | Picador e Desfibrador Real Encontrado em Usinas<br>gem Disponível em <a href="https://amesi.com.br/servicos/detalhes/montagem-de-rolamento-do-desfibrador/">https://amesi.com.br/servicos/detalhes/montagem-de-rolamento-do-desfibrador/</a> . Accessado em 21-02-2023.] . . . . .                                                                                              | 3  |
| 1.3 | Fluxograma do Sistema de Recebimento, Preparo e Extração[Desenvolvido<br>pelo Autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 4  |
| 1.4 | Picador e Desfibrador Real Encontrado em Usinas<br>gem Disponível em <a href="https://www.moreno.ind.br/produtos/acucar-etanol/sistema-para-extracao/">https://www.moreno.ind.br/produtos/acucar-etanol/sistema-para-extracao/</a> /. Accessado em 21-02-2023.] . . . . .                                                                                                       | 5  |
| 2.1 | Modelo de uma esteira transportadora com 3 graus de liberdade[(ALİŞVERİŞÇİ<br><i>et al.</i> , 2015)] . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                  | 15 |
| 3.1 | Representação do Modelo[Desenvolvido pelo autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 18 |
| 3.2 | Modelo 3D de uma Esteira Real (a) e Modelo do Sistema Usado para Esse<br>Trabalho (b, c).<br>[Imagem Disponível em <a href="https://www.turbosquid.com/3D-Models/3d-conveyor-belt-model/827002?referral=3dsecure">https://www.turbosquid.com/3D-Models/3d-conveyor-belt-model/827002?referral=3dsecure</a> . Accessado em 04-28-2021.]; b, c:<br>Elaborado pelo Autor . . . . . | 19 |
| 3.3 | Curva Característica de Torque (a) para linear (b) e não-linear (c) motor<br>CC (GONÇALVES <i>et al.</i> , 2014a). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                      | 21 |
| 4.1 | Modos de Vibração da Correia Transportadora [Desenvolvido pelo autor]                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 31 |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.1 | Reposta no Tempo para Velocidade Angular - Análise Numérica . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 33 |
| 5.2 | Reposta no Tempo para a variável $Z$ - Análise Numérica . . . . .                                                                                                                                                                                                                        | 34 |
| 5.3 | Reposta no Tempo para a Variável $X$ - Análise Numérica . . . . .                                                                                                                                                                                                                        | 35 |
| 5.4 | Reposta no Tempo para a Variável $Y$ - Análise Numérica . . . . .                                                                                                                                                                                                                        | 36 |
| 6.1 | Arduino (a) e sensor tipo encoder óptico, modelo LM 393 (b)<br>gem Disponível em <a href="https://www.embarcados.com.br/arduino-uno">https://www.embarcados.com.br/arduino-uno</a> . Acessado<br>em 04-28-2021.] . . . . .                                                               | 38 |
| 6.2 | Estratégia de Medição de Velocidade Usada Medição de Velocidade Angu-<br>lar<br>gem Disponível em <a href="https://www.arduinoecia.com.br/sensor-de-velocidade-lm393-arduino">https://www.arduinoecia.com.br/sensor-de-velocidade-lm393-arduino</a> . Acessado em 20-06-2022.] . . . . . | 38 |
| 6.3 | Iphone 6 Usado Para Medir Vibrações[Desenvolvido pelo autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                   | 39 |
| 6.4 | Equipamento usado Para a Análise Experimental (a) e Coordenadas do<br>Celular (b) (Desenvolvido Pelo Autor) . . . . .                                                                                                                                                                    | 40 |
| 6.5 | Reposta no Tempo para a Variável $X$ - Análise Experimental . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 41 |
| 6.6 | Reposta no Tempo para a Variável $Y$ - Análise Experimental . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 42 |
| 6.7 | Reposta no Tempo para a Variável $Z$ - Análise Experimental . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 43 |
| 6.8 | Reposta no Tempo para Velocidade Angular - Análise Experimental . . .                                                                                                                                                                                                                    | 44 |
| 7.1 | Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável $Z$ . . . .                                                                                                                                                                                                                | 46 |
| 7.2 | Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável $X$ . . . .                                                                                                                                                                                                                | 47 |
| 7.3 | Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável $Y$ . . . .                                                                                                                                                                                                                | 48 |
| A.1 | Localização do Aplicativo Bússula [Desenvolvido pelo Autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 56 |
| A.2 | Demonstração da Tela de Calibração [Desenvolvido pelo Autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                   | 56 |
| A.3 | Demonstração da Bússula Calibrada [Desenvolvido pelo Autor] . . . . .                                                                                                                                                                                                                    | 57 |
| A.4 | Coordenadas do Aceerômetro do Iphone [Desenvolvido pelo Autor] . . . .                                                                                                                                                                                                                   | 57 |

# LISTA DE TABELAS

|     |                                                                             |    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1 | Parâmetros Utilizados . . . . .                                             | 29 |
| 4.2 | Distância entre os nós $u_1$ e $u_2$ e o Centro de Massa do Modelo. . . . . | 30 |

# LISTA DE SÍMBOLOS

| Símbolos                         | Descrição                                                                    |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Símbolos Latinos</b>          |                                                                              |
| $a, b, c, d$                     | Comprimentos entre o centro de massa da esteira e suas extremidades          |
| $c_{1e}, c_{1d}, c_{2e}, c_{2d}$ | Coeficientes de Amortecimento                                                |
| $g$                              | Constante gravitacional                                                      |
| $h$                              | Comprimento entre o centro de massa de esteira e o vetor de atuação de força |
| $J_0$                            | Constante de Inércia do Motor                                                |
| $J_L$                            | Momento de Inércia                                                           |
| $J_B$                            | Momento de Inércia                                                           |
| $k_{1e}, k_{1d}, k_{2e}, k_{2d}$ | Constantes de Rigidez                                                        |
| $M_0$                            | Constante de Torque do Motor                                                 |
| $m_1$                            | Massa da Esteira Transportadora                                              |
| $m_2$                            | Massa de Desbalanceamento                                                    |
| $r$                              | Raio entre o eixo do motor e a massa de desbalanceamento                     |
| $t_2$                            | Tempo de Variação Entre Frequencia Final e Inicial                           |
| $x$                              | Deslocamento Linear                                                          |
| $y_1$                            | Variável de Estado referente ao deslocamento linear da esteira               |
| $y_2$                            | Variável de Estado referente a velocidade linear da esteira                  |
| $y_3$                            | Variável de Estado referente ao deslocamento angular longitudinal da esteira |
| $y_4$                            | Variável de Estado referente a velocidade angular longitudinal da esteira    |
| $y_5$                            | Variável de Estado referente ao deslocamento angular transversal da esteira  |
| $y_6$                            | Variável de Estado referente a a velocidade angular transversal da esteira   |

---

|       |                                                                  |
|-------|------------------------------------------------------------------|
| $y_7$ | Variável de Estado referente ao deslocamento angular do motor CC |
| $y_8$ | Variável de Estado referente a velocidade angular do motor CC    |

### Símbolos Gregos

|                |                                     |
|----------------|-------------------------------------|
| $\alpha$       | Deslocamento angular do transversal |
| $\dot{\alpha}$ | Velocidade angular do transversal   |
| $\Omega_0$     | Frequência do Motor CC              |
| $\Omega_1$     | Frequência Inicial do Motor CC      |
| $\Omega_2$     | Frequência Final do Motor CC        |
| $\Phi$         | Deslocamento Angular do motor CC    |
| $\dot{\Phi}$   | Velocidade Angular do Motor CC      |
| $\theta$       | Deslocamento angular longitudinal   |
| $\dot{\theta}$ | Velocidade angular longitudinal     |
| $\tau$         | Torque do Motor CC                  |

---

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Este capítulo trata de uma apresentação do processo de preparo e extração do caldo de cana-de-açúcar em usinas sucroalcooleiras, com o objetivo de exibir o sistema selecionado como objeto de estudo e motivação desta pesquisa.

O problema relacionado ao equipamento estudado é abordado e será descrito em detalhes em capítulos posteriores.

Descreve-se ainda, Os objetivos pretendidos com o desenvolvimento da pesquisa, assim como as conclusões pretendidas.

### 1.1 MOTIVAÇÃO

A motivação do presente trabalho consiste na aplicação real de um equipamento normalmente encontrado em usinas de açúcar e álcool ou sucroalcooleiras.

O equipamento, em questão, consiste em uma esteira transportadora utilizada para movimentar a matéria-prima ao sistema de extração. Este, por sua vez, necessita de alimentação constante, tornando o equipamento selecionado como objeto e estudo, primordial para a eficiência do processo produtivo.

O processo de produção de açúcar e álcool é composto por várias etapas que vão desde o corte e transporte da cana-de-açúcar; matéria-prima utilizada; até sua transformação no produto final, álcool e açúcar.

O primeiro processo; denominado sistema de recebimento e preparo; consiste na retirada da cana-de-açúcar dos caminhões que efetuaram o transporte. Para isso, um

equipamento denominado mesa de alimentação, conforme ilustrado na figura 1.1 é utilizado. O mesmo possui uma inclinação característica, de forma a proporcionar a retirada das impurezas minerais existentes na cana-de-açúcar; visto que essas são prejudiciais aos equipamentos mecânicos (HUGOT, 2014).



Figura 1.1: Mesa Alimentadora Real de uma Usina

[Imagem Disponível em  
<http://zbn.com.br/caldeirarias-view/mesa-alimentadora/>. Acessado em  
21-02-2023.]

A cana-de-açúcar é condicionada, com o intuito de aumentar a eficiência do sistema de extração, através de um equipamento denominado picador. Este, quebra a cana-de-açúcar em pedaços menores por meio de facas afiadas, encaminhando a cana, agora em pedaços menores, para um triturador, que irá esmagar a cana. Ambos os equipamentos são demonstrados na figura 1.2.



Figura 1.2: Picador e Desfibrador Real Encontrado em Usinas

[Imagem Disponível em <https://amesi.com.br/servicos/detalhes/montagem-de-rolamento-do-desfibrador/>. Acessado em 21-02-2023.]

Um fluxograma do processo é demonstrado na figura 1.3, onde os equipamentos descritos anteriormente, mesa de alimentação, picador e triturador encontram-se denominados na cor azul. A cana-de-açúcar é ilustrada na cor verde e o fluxo do processo possui o sentido da esquerda para a direita. Todo o transporte da cana-de-açúcar é realizado por esteiras metálicas para os processos de picagem e trituração, que não são o foco de estudo desse trabalho.

As esteiras transportadoras dos processos picagem e trituração, possuem sua parte móvel; responsável pela movimentação do material sobre a mesma, constituída por materiais metálicos. O propósito de tais características, consiste no fato de os processos de picagem e trituração exigirem materiais construtivos capazes de resistir aos impactos necessários para a picagem e trituração. O transporte realizado por essas esteiras ocorre em regime permanente e em baixa velocidade linear e não constituem o equipamento abordado nessa pesquisa.

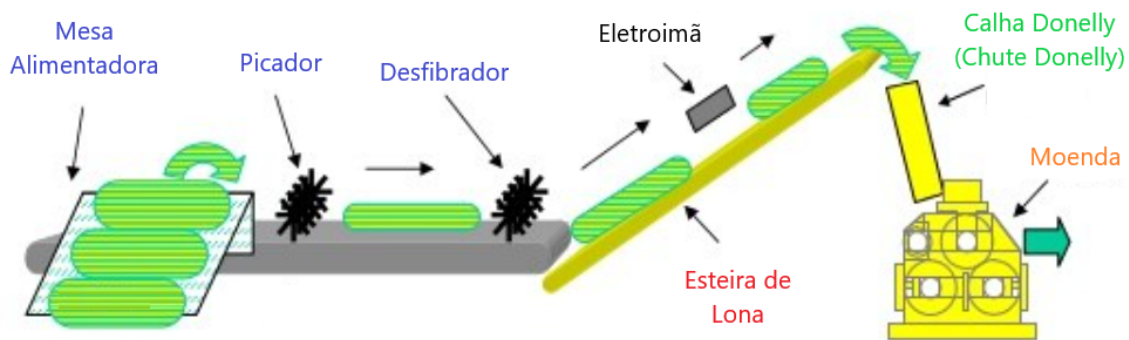


Figura 1.3: Fluxograma do Sistema de Recebimento, Preparo e Extração[Desenvolvido pelo Autor]

O próximo equipamento do sistema é a esteira de lona, equipamento foco do estudo dessa pesquisa e na figura 1.3 a mesma encontra-se denominada na cor vermelha.

A esteira de lona recebe esse nome por suas características construtivas, onde material responsável por transportar a matéria sobre a esteira é do tipo elástico.

O eletroímã, denominado na figura 1.3 na cor preta, posicionado acima da esteira de lona, tem o objetivo de eliminar impurezas metálicas que podem estar presentes na cana-de-açúcar, evitando assim, danos as partes mecânicas do sistema de extração.

A cana-de-açúcar, agora triturada; uma vez que esse é o seu estado após ser processada pelo picador e desfibrador; é conduzida a calha donelly; também popularmente conhecida como Chute Donelly; será responsável por uma reserva de cana desfibrada que alimentará as moendas. Na figura 1.3 o mesmo é descrito na cor verde e será tratado nesse trabalho apenas como calha.

A calha possui o objetivo de manter constante a alimentação das moendas que compõe o sistema de extração; descrita na figura 1.3 na cor alaranjado. Para isso, é essencial manter o nível da calha no valor máximo pelo maior tempo possível, pois em momentos onde o nível não encontra-se em seu máximo valor ocorre perda de produtividade do sistema. Dessa forma, o nível da calha; ilustrada na figura 1.4, possui uma forte correlação com a produtividade do sistema. Sendo a esteira de lona o equipamento responsável por manter esse nível constante, através de variações de velocidade, a mesma propõe um desafio para a engenharia, devido as constantes alterações de velocidade.



Figura 1.4: Picador e Desfibrador Real Encontrado em Usinas

[Imagem Disponível em <https://www.moreno.ind.br/produtos/acucar-etanol/sistema-para-extracao///>. Acessado em 21-02-2023.]

O nível da calha interfere, ainda, na eficiência da extração, pois o peso da coluna de cana triturada existente em seu interior é uma variável utilizada no ajuste do sis-

tema de extração. Uma quantidade de material maior que a previamente ajustada, irá sobrecarregar os rolos da moenda, causando danos ou desligamento.

Devido a esta característica, opta-se devido à dificuldade de controle do nível da calha por manter o nível em um valor abaixo do seu valor máximo.

## 1.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA ABORDADO

Conforme abordado anteriormente, a utilização de esteiras transportadoras constituem são facilmente encontradas na indústria. Diferentes configurações de projetos são utilizadas de acordo com os requisitos exigidos pelo processo industrial. Dessas, encontra-se variação na utilização de materiais construtivos, principalmente na parte móvel responsável pela movimentação ou transporte.

A parte móvel poderão ser fabricada em metal; para processos produtivos com maior impacto mecânico, onde o material transportado pela esteira passa por uma transformação realizada por componentes mecânicos (picadores, desfibradores, cortadores, etc); ou ainda, serem fabricas com materiais elásticos (borrachas e lonas) para processos produtivos que não possuem a necessidade de impacto mecânico.

A movimentação ocorre através de elementos de máquinas rotativos que ao serem acionados, promovem o movimento linear da parte móvel da esteira. O equipamento responsável por promover tal movimentação é, normalmente, um motore elétrico. O mesmo pode ser acoplado aos elementos rotativos através de correias, acoplamentos flexíveis, acoplamentos rígidos, correntes ou engrenagens, e pode ser fixado na estrutura da esteira transportadora.

Essa configuração, onde a fonte de energia limitada (fonte não-ideal) encontra-se acoplada na estrutura que será acionada é conhecida como um sistema não-ideal. (KONONENKO, 1969).

Sistemas não-ideais possuem a capacidade de influenciar a fonte de energia limitada. Essa interação energética entre a fonte e estrutura gera efeitos que podem ser observados, tanto na fonte de energia, quanto na estrutura.

Para a fonte de energia limitada, o efeito manifestado consiste em uma estagnação de sua velocidade angular, ainda que a variável responsável por prover a alteração de

velocidade esteja sofrendo incrementos positivos. Para a estrutura, os efeitos consistem em aumento das amplitudes das vibrações.

Tais consequências se devem ao fato de que, nas frequências naturais do sistema, a estrutura passa a transferir vibrações para a fonte de energia limitada. Essa interação energética faz com que a fonte de energia limitada permaneça sem apresentar variações na sua velocidade angular. Esta por suas vezes, pode apresentar valores fixos ou flutuantes.

Uma vez que a fonte é capaz de fornecer energia suficiente para ultrapassar esse estado de interação energética, um salto na velocidade angular da fonte é observado. A estrutura, por sua vez, enquanto capturada, apresenta um aumento significativo nas amplitudes de vibração, apresentando um decréscimo dos valores de amplitude de vibrações no mesmo instante do acréscimo da frequência da fonte de energia limitada.

Esse comportamento descrito é conhecido na literatura como fenômeno de salto, fenômeno de captura e efeito Sommerfeld (APUD (KONONENKO, 1969)).

Sommerfeld, em 1904, foi o primeiro a realizar um experimento analisando sistemas não-ideais, utilizando o acoplamento de uma fonte de energia (motor CC) a uma estrutura flexível. Nesse experimento, diferentemente do esperado, o motor CC apresentou valores flutuantes de velocidade angular apesar de continuar aumentando a tensão de armadura do mesmo. Este fenômeno observado por Sommerfeld foi estudado por Kononenko (KONONENKO, 1969). Outros autores também abordaram esse problema como Nayfeh e Mook (NAYFEH; MOOK, 2008), e Balthazar (BALTHAZAR *et al.*, 2001; BALTHAZAR *et al.*, 2003a; BALTHAZAR *et al.*, 2018; BALTHAZAR *et al.*, 2003b; BALTHAZAR, 2022) e vários outros autores que, embora não destacados nessa pesquisa, contribuíram para o desenvolvimento do estudo desse fenômeno.

Devido a esses estudos, vários problemas relacionados a sistemas não-ideais têm sido estudados e observados em publicações científicas recentes, onde muitas análises não lineares consideram a excitação de estruturas ou sistemas mecânicos em função do deslocamento de vibração, velocidade, etc.

Considerando problemas reais, a vibração do sistema afeta a fonte de energia, principalmente próximo ao comportamento de ressonância.

Esse trabalho consiste na investigação do equipamento descrito anteriormente, uma

vez que o mesmo, esta sujeito a alterações de velocidade. Essas alterações de velocidade constantemente exigidas poderão ser influenciadas; caso o sistema esteja próximo a sua frequência de ressonância.

### 1.3 OBJETIVOS

Conforme abordado anteriormente, pelo fato do equipamento estudado nesse trabalho possuir uma relação com a produtividade do sistema, e ainda, por ser caracterizado como um sistema não-ideal, o mesmo possui a natureza intrínseca de apresentar fenômenos não-lineares como o efeito Sommerfeld, uma vez que transientes de velocidade são constantemente exigidos.

Dessa forma, o foco desse trabalho consiste em analisar os impactos que podem ocorrer na alteração da velocidade angular do motor e, conseqüentemente, na velocidade linear do material transportado sobre a esteira, durante as fases em que a fonte de energia limitada; representada por um motor CC; permanece em estado de captura.

A influência do aumento das amplitudes de vibrações da esteira também são levados em consideração, porém como um objetivo secundário, visto que, ainda com o conhecimento de que tais aumentos de amplitudes podem gerar avarias nos componentes mecânicos, a ação eliminatória dos efeitos negativos sobre o motor CC, considerado como objetivo primário, irão conseqüentemente eliminar os efeitos negativos secundários, causados pelo aumento das amplitudes. Dessa forma, não são realizadas análises quantitativas sobre o aumento das amplitudes de vibrações do sistema.

Devido a característica da aplicação não apresentar variações significantes da massa de material transportada sobre a esteira, para o presente trabalho não foram realizadas análises considerando essa sensibilidade paramétrica.

Concluindo, delimita-se os objetivos a serem alcançados na verificação do efeito Sommerfeld na estrutura e sua influência no motor CC, sendo a análise numérica executada com os parâmetros de incremento de velocidade angular iguais a análise experimental.

Considera-se que tal abordagem permitirá concluir que o efeito negativo apresentado pela região de captura na estagnação do velocidade angular do motor elétrico representa um problema a ser contornado, através de ações de controladores, gerando uma rápida

passagem pela região de captura, aumento da potência disponível do motor ou ainda, alteração da matriz de massa e rigidez do sistema.

## 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta pesquisa está estruturada em 9 capítulos, a saber:

O capítulo 1 é realizado uma apresentação sobre o problema abordado, bem como a sua motivação, definindo ainda, os objetivos a serem alcançados.

O capítulo 2 traz a Revisão Bibliográfica, que contém um levantamento das principais publicações realizadas que abordam o problema a ser estudado em suas diferentes perspectivas.

O capítulo 3 apresenta o Modelo Matemático da estrutura investigada, partindo de um modelo equivalente, obtendo as equações de energia e finalizando com as equações de movimento e análise modal.

O capítulo 4 apresenta o desenvolvimento da análise das frequências naturais do sistema linearizado, de forma a verificar a existência de relações proporcionais entre as frequências naturais.

O capítulo 5 traz as Soluções Numéricas Computacionais, onde são apresentados os gráficos obtidos através da simulação numérica e suas observações.

O capítulo 6 contém o procedimento de teste e os dados dos Resultados Experimentais, bem como os resultados alcançados com o experimento.

O capítulo 7 aborda as conclusões dos resultados obtidos com o desenvolvimento da pesquisa, bem como uma sugestão para trabalhos futuros.

O capítulo 8 Apresenta o cronograma de desenvolvimento do trabalho.

O O capítulo 9, apresenta as publicações e apresentações do trabalho em congressos.

O apêndice A apresenta o procedimento de calibração do Iphone 6 utilizado para a captação das vibrações na análise experimental.

## CAPÍTULO 2

# REVISÃO E POSIÇÃO DO PROBLEMA NA LITERATURA

Este capítulo apresenta uma revisão dos principais trabalhos publicados na investigação da manifestação do efeito Sommerfeld para sistemas não-ideais excitados por fontes de potência limitada. O tema possui diversas publicações dispersas e uma possível compilação destas é realizada, considerando os diferentes tipos de estruturas estudadas. Estruturas similares são estudadas com abordagens diferentes, diferenciado-se em análises com mais ou menos graus de liberdade; concentração dos resultados nas influências observadas na estrutura e concentração dos resultados na influência observada na fonte de energia.

Trabalhos focados no desenvolvimento de estratégias para eliminar e/ou minimizar o fenômeno do salto, utilizando abordagens de controle ou, ainda, estratégias que visam a alteração das propriedades da estrutura como absorvedores, também são compiladas.

### 2.1 EFEITO SOMMERFELD EM SISTEMAS DINÂMICOS NÃO-IDEAIS

Diversas análises não-lineares consideram a excitação de estruturas ou sistemas mecânicos em função do deslocamento de vibração, velocidade, etc. Denomina-se sistemas não-ideais, sistemas em que a fonte de energia é influenciada pela estrutura à qual está acoplada.

Sommerfeld, em 1904, foi o primeiro a realizar um experimento analisando o acoplamento de uma fonte de alimentação (motor CC) a uma estrutura flexível. Neste experimento, diferentemente do esperado, o motor CC apresentou velocidade angular flutuante, apesar de continuar aumentando a tensão de armadura do mesmo. Este fenômeno observado por Sommerfeld foi estudado por Kononenko (KONONENKO, 1969), Nayfeh e Mook (NAYFEH; MOOK, 2008) e Balthazar (BALTHAZAR *et al.*, 2001; BALTHAZAR *et al.*, 2003a; BALTHAZAR *et al.*, 2018; BALTHAZAR *et al.*, 2003b; BALTHAZAR, 2022).

Kononenko fez uma revisão dos trabalhos publicados, destacando que, no ano de 1940, ocorre o primeiro trabalho a realizar um estudo qualitativo da interação existente entre estrutura e fonte, através da observação das oscilações ocorridas na velocidade angular do motor próximo à região de ressonância da estrutura, embora em 1939 o mesmo fenômeno tenha sido discutido, mas sem analisar a variável torque do motor, ou sem considerar o motor CC como uma fonte de energia limitada não linear.

O autor destaca que trabalhos anteriores demonstraram a detecção desse fenômeno, mas sem realizar uma explicação completa de sua causa, sabendo apenas que se tratava de uma interação entre a fonte de energia e sua estrutura. Em 1949 Kononenko observou a existência de regiões onde o fenômeno ocorreu.

Em 1958, o autor equacionou a não-linearidade de um motor CC e notou uma influência da velocidade ao passar pela zona de captura, tendo influência direta da velocidade na forma como ocorre a manifestação do efeito Sommerfeld, sendo esta observação confirmada experimentalmente mais tarde.

Devido a esses estudos, vários problemas relacionados a sistemas não ideais têm sido estudados como observado em diversas publicações científicas, onde (BALTHAZAR *et al.*, 2003a) realiza uma ótima revisão sobre fontes não-ideais destacando as principais publicações encontradas até o ano de 2003.

## 2.2 TRABALHOS PUBLICADOS COM DIFERENTES ABORDAGENS ESTRUTURAIS E ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Pode-se afirmar que o problema reside no fato de que, a medida que a tensão da armadura do motor CC aumenta conseguindo ultrapassar a região de captura, a finalização repentina do comportamento observado anteriormente, onde a velocidade angular encontrava-se flutuante e passa para valores maiores, pode não somente causar avarias no motor CC, como representar um problema devido ao transiente de velocidade observado na estrutura. Para a estrutura, a problemática encontra-se durante a região ou zona de captura, onde o aumento de amplitudes de vibração é manifestado, podendo também ocasionar em avarias nos elementos mecânicos, mesmo após a brusca diminuição observada.

Comportamento semelhante é observado no caso de desaceleração, mas em posições diferentes daquelas observadas durante a aceleração. Portanto, por apresentar um desafio para a engenharia, vários estudos foram realizados sobre como minimizar ou eliminar o efeito causado pelo salto de amplitude, onde (FELIX; BALTHAZAR, 2009), analisou o uso de um absorvedor de vibração eletromecânico linear e um não linear para minimizar os efeitos do salto de amplitude na estrutura, que consistia em uma viga com uma de suas extremidades engastada e a outra extremidade livre. Na extremidade livre, um motor CC desbalanceado é responsável por gerar as vibrações no sistema. O dispositivo de amortecimento, constituído por um sistema elétrico acoplado magneticamente a estrutura demonstrou que durante a passagem pela zona de captura, é possível diminuir as amplitudes de vibração, de maneira eficaz.

Um estudo sobre a técnica de controle de saturação para supressão de amplitudes de vibração foi estudado numericamente por (FELIX, 2002), que realizou diversos testes numéricos para essa estratégia de controle para um sistema de ressonância 1:2. Para esse trabalho, uma estrutura aporticada constituída de duas colunas engastadas, acopladas entre si por uma viga horizontal onde o motor CC é fixado é utilizada, constituindo um sistema de três graus de liberdade. Outra abordagem focada no controle foi estudada por (BALTHAZAR *et al.*, 2001), obtendo o tempo mínimo de passagem por ressonância em um sistema de dois graus de liberdade, constituído por um motor CC acoplado a

uma mola e um amortecedor engastados em uma das suas extremidades e uma mola e um amortecedor fixados a um corpo rígido em sua outra extremidade.

Além da estratégia de controle com foco em absorvedores, que podem ser constituído por elementos mecânicos ou eletromecânicos e da estratégia de controle através da passagem rápida pela ressonância existe ainda a utilização de materiais inteligentes, que podem alterar suas propriedades geométricas. Tal técnica tem sido estudada como uma das estratégias de controle, pois sua capacidade de alterar suas propriedades permite serem utilizados como atuadores, onde (KOSSOSKI *et al.*, ) realizou um estudo através da variação de temperatura em materiais inteligentes, verificando a viabilidade na aplicação deste tipo de material para um modelo matemático constituído de uma viga engastada em uma extremidade com um motor CC fixado em sua extremidade livre. Através de simulações numéricas, demonstrou-se que a variação de temperatura de materiais inteligentes que consequentemente alteram as propriedades mecânicas da estrutura, apresentam uma alternativa para a diminuição das amplitudes de vibração durante a passagem pela ressonância.

As alternativas de controle para atenuar as amplitudes de vibração que visam atuar na alteração de massa ou rigidez da estrutura apresentam uma alternativa para a supressão da vibração, visto que a característica limitada da fonte de energia podem não representar uma possibilidade de alteração.

Os trabalhos (PETROCINO *et al.*, 2022) e (GONÇALVES *et al.*, 2014b) abordam claramente a característica de potência limitada da fonte de energia, que pode apresentar um problema durante a passagem pela região de ressonância, devido à falta de potência disponível para superar a região de ressonância da estrutura, fazendo com que o motor CC permaneça capturado nesta região. Em ambos os trabalhos, a estrutura utilizada consiste em uma viga engastada em uma de suas extremidades e um motor CC desbalanceado fixado na extremidade livre, porém com análises numéricas e experimentais com maior concentração nos parâmetros elétricos do motor CC.

A estratégia para resolver o problema do salto de vibração controlando o motor CC foi estudada por (BISOI; SAMANTARAY; BHATTACHARYYA, 2017) modificando as características do motor CC para que mais potência possa ser entregue na região de frequência natural da estrutura, uma vez que, conforme constatado na pesquisa de

(MUKHERJEE; KARMAKAR; SAMANTARAY, 1999), o motor não pode ultrapassar seu limite de estabilidade, pois próximo a este limite, qualquer energia extra fornecido ao motor excitará a estrutura, aumentando assim a amplitude das vibrações estruturais, como também são relatados por (CVETICANIN, 2010).

Esse tipo de aumento nas vibrações estruturais foi observado por (TSUCHIDA *et al.*, 2003), que realizou um estudo utilizando um sistema de dois graus de liberdade com ressonância 1:1 e observou um aumento na amplitude de vibração da estrutura. Este mesmo problema foi observado por (TSUCHIDA; GUILHERME; BALTHAZAR, 2005) na frequência de ressonância 1:2. Em ambos os trabalhos, a estrutura utilizada consiste na mesma estrutura utilizada no trabalho de (BALTHAZAR *et al.*, 2001).

Nestes trabalhos, o efeito Sommerfeld ocorre devido à não-linearidade do acoplamento não-ideal entre a estrutura e o motor, resultando em vibrações de maior amplitude na estrutura, uma vez que comportamentos caóticos são esperados em sistemas excitados por energia fontes não-ideais, como observado nestes trabalhos de (KRASNOPOLSKAYA; SHVETS, 1993; ZUKOVIC; CVETICANIN, 2009), através da análise numérica de um pêndulo excitado por uma fonte de energia não-ideal.

## 2.3 TRABALHOS PUBLICADOS COM ESTRUTURAS SEMELHANTES AO MODELO UTILIZADO NESTE TRABALHO

(ALİŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015) realizou a análise das vibrações não lineares em uma estrutura composta por duas molas engastadas em uma de suas extremidades e conectadas a um corpo rígido em sua outra extremidade. Fixado no corpo rígido um motor CC desbalanceado é responsável por promover as vibrações no sistema. Nesse trabalho, o foco não reside na análise da manifestação do efeito Sommerfeld. Porém, considera-se que a estrutura estudada pode reproduzir o comportamento de esteira transportadora, através da representação da parte móvel responsável pelo transporte de material por um corpo rígido, visto que normalmente é esteiras transportadoras utilizam a representação por elementos-finitos. A figura 2.1, utilizada no trabalho de (ALİŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015) representa a estrutura descrita, onde  $B_1$  e  $B_2$  são, as posições de fixação das molas;  $l_1$

e  $l_2$  as distâncias do centro de massa  $C$  da estrutura até as extremidades. os valores de  $m_0$  e  $m_1$  são, respectivamente, a massas da estrutura e do desbalanceamento dinâmico do motor, utilizado para produzir as vibrações no sistemas.  $D$  representa o centro do eixo do motor e  $r$ , a distância do eixo até sua extremidade representado por  $A$ , onde encontra-se a massa desbalanceada.  $l_3$  representa a distância entre o centro de massa da estrutura  $C$  e o centro do eixo do motor  $D$ . A inclinação da estrutura é representada por  $x_c$ .

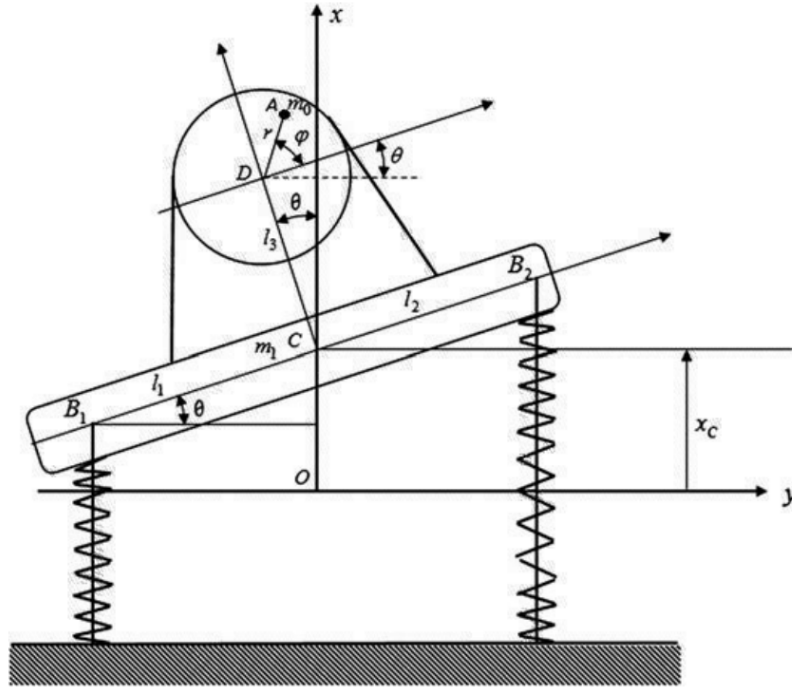


Figura 2.1: Modelo de uma esteira transportadora com 3 graus de liberdade[(ALIŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015)]

(ALIŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015) demonstrou nesse trabalho a existência de modos não lineares de vibração, permitindo concluir que a estrutura não-ideal utilizada poderia ser utilizada como modelo de referência para esse projeto, considerando algumas adaptações, como a modelagem utilizando as três dimensões e não somente o plano.

A análise do modelo matemático do trabalho de (ALIŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015), permitiu o desenvolvimento da estrutura utilizada nesse trabalho para análises numéricas e experimentais, representando a esteira com uma abordagem que representa a parte móvel da estrutura como um corpo rígido. Optou-se por utilizar de forma integral a mesma modelagem, ainda que o motor esteja posicionado no centro da estrutura, devido ao fato de que esteiras transportadoras que possuem longas distâncias possuem motores acopla-

dos nessa localização. Embora a aplicação utilizada como motivação para esse trabalho possua o motor acoplado em sua extremidade, compreende-se que para a investigação e objetivos propostos para esse trabalho não apresentará ônus.

Sendo assim, revisão dos trabalhos publicados permite concluir que diversas configurações contrutivas apresentam a manifestação do efeito Sommerfeld e que as observações realizadas, tanto nas variáveis da estrutura como da fonte de energia demonstram um desafio para a engenharia. As estratégias para minimizar os efeitos de aumento de amplitude da estrutura possuem abordagens que consistem em alterar as propriedades mecânicas da mesma, através do uso de absorvedores e materiais inteligentes. As estratégias com maior foco na fonte de energia limitada consistem na disponibilização de maior potência disponível, resultando bem como alteração da velocidade de aceleração do motor CC.

## CAPÍTULO 3

# MODELAGEM MATEMÁTICA

O capítulo atual demonstra o desenvolvimento da modelagem matemática utilizada para representar o equipamento estudado nesse trabalho.

O modelo que idealiza a esteira é representado como um corpo rígido suportado por 4 molas, onde as mesmas possuem pares de comprimentos diferentes, adicionando ao modelo a mesma inclinação do equipamento real.

Dessa forma, o desenvolvimento do modelo é simplificado para obter uma similaridade com a estrutura utilizada para o desenvolvimento da análise experimental, sem perder as características de um equipamento real.

São demonstradas as equações de Lagrange, utilizadas para o desenvolvimento das equações de movimento do sistema, bem como a seleção das variáveis de estado que irão representar a dinâmica do sistema.

### 3.1 REPRESENTAÇÃO DO MODELO FÍSICO

O modelo do sistema é composto por um corpo rígido suportado por quatro molas conforme descrito anteriormente. O motor CC desbalanceado é fixado ao corpo rígido; que representa a esteira; e atua como uma fonte de energia limitada não-ideal.

As quatro molas, com constantes de rigidez definidos como  $k_{1e}$ ,  $k_{1d}$ ,  $k_{2e}$  e  $k_{2d}$  e coeficientes de amortecimento definidos como  $c_{1e}$ ,  $c_{1d}$ ,  $c_{2e}$  e  $c_{2d}$  têm pares de comprimentos iguais, onde  $k_{1e}$ ,  $k_{1d}$  possuem o mesmo comprimento e  $k_{2e}$  e  $k_{2d}$  também possuem mesmo comprimento. Dessa forma, obtém-se a inclinação encontrada no equipamento real. To-

dos os coeficientes de rigidez e amortecimento possuem o mesmo valor, porém optou-se diferencia-los de forma a fornecer informações sobre sua localização no modelo.

Este modelo foi inspirado no trabalho de (ALİŞVERİŞÇİ *et al.*, 2015), que realizou um experimento semelhante, mas desenvolvido para apenas 3 graus de liberdade; com a perspectiva do plano; demonstrando a presença de vibrações não-lineares em seu trabalho, sendo o mesmo equivalente ao modelo da figura 2.1. Para essa pesquisa foi inserido mais um grau de liberdade, sendo o modelo analisado nas três dimensões.

A figura 3.1 demonstra o modelo e as relações geométricas, onde o corpo rígido representa a esteira transportadora e as comprimentos foram definidos usando o centro de massa da estrutura como referência. Esses comprimentos, chamados  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  representam o tamanho da esteira,  $h$  representam o comprimento entre o vetor de atuação do de força vertical e o centro de massa da estrutura  $C$ ,  $e$  representa o comprimento entre o centro de massa  $C$  e o centro do eixo do motor  $CC$   $B$ . A variável  $r$  representa o comprimento entre e o centro do eixo do motor  $CC$   $B$  e a posição da massa desbalanceada  $A$ , onde encontra-se fixada a massa  $m_2$ .

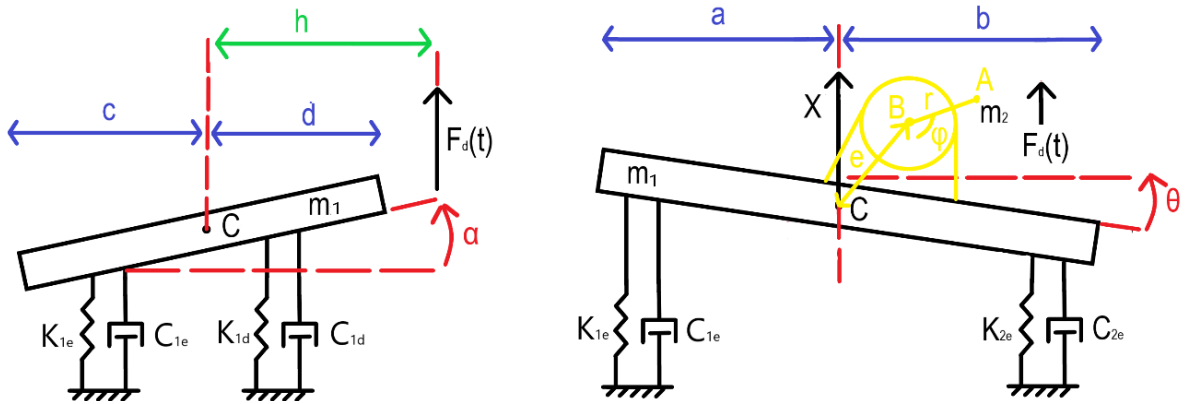


Figura 3.1: Representação do Modelo[Desenvolvido pelo autor]

O sistema foi modelado para obter as variações angulares transversais, através do ângulo  $\alpha$ , e as variações angulares longitudinais, através do ângulo  $\theta$ . O deslocamento vertical é representado por  $x$ . A massa da esteira transportadora é representada por  $m_1$  e a massa desbalanceada do motor CC por  $m_2$ . A figura 3.1 demonstra as relações geométricas do modelo.

Uma esteira transportadora é exibida na figura 3.2 (a). A figura 3.2 e (b) e (c), demonstram o modelo utilizado neste trabalho que foi utilizado para impressão 3D e posteriormente, utilizado para as simulações experimentais.

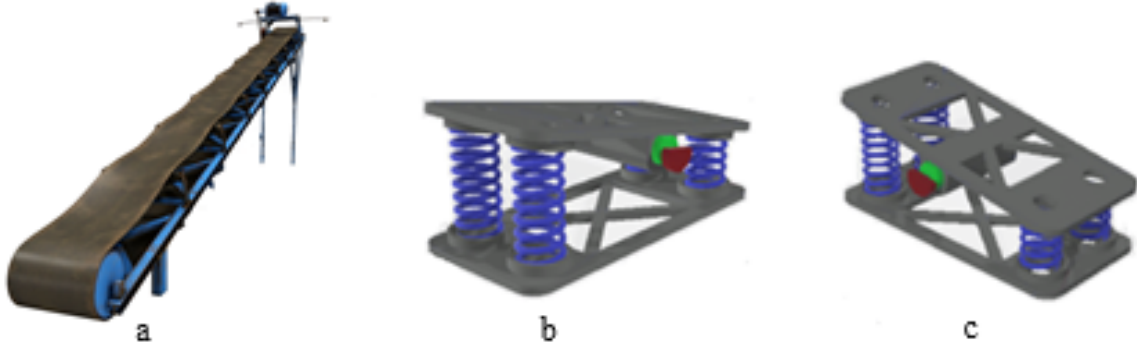


Figura 3.2: Modelo 3D de uma Esteira Real (a) e Modelo do Sistema Usado para Esse Trabalho (b, c).

(a: [Imagem Disponível em <https://www.turbosquid.com/3D-Models/3d-conveyor-belt-model/827002?referral=3dsecure>. Acessado em 04-28-2021.]; b, c: Elaborado pelo Autor

## 3.2 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO MOVIMENTO

As coordenadas generalizadas ilustradas na figura 3.1 que representa as relações geométricas foram selecionadas como  $x$ , que representa o deslocamento vertical da esteira,  $\theta$ , que representa o deslocamento angular longitudinal, e  $\alpha$ , que representa o deslocamento angular transversal.

O motor CC foi acoplado nas equações como a fonte de energia não-ideal responsável por produzir a excitação do sistema. O mesmo foi modelado usando as equações de Lagrange, onde sua coordenada generalizada é  $\Phi$ , que representa a velocidade angular do eixo do motor CC, possibilitando analisar os deslocamentos angulares longitudinais e transversais e, o deslocamento linear vertical da esteira transportadora.

Usando as equações Lagrangianas na forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} = Q_k; L = T - U \quad (3.1)$$

Onde:

$L$  é o Lagrangeano,

$T$  é a energia cinética,

$U$  é a energia potencial,

$R$  Função de Dissipação de Rayleigh,

$q_k$  são as coordenadas generalizadas,

$Q_k$  são as forças generalizadas.

As equações de energia obtidas para o sistema são representadas pela Eq. 3.2 e Eq. 3.3

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_L \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_B \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_2 e^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 r^2 \dot{\phi}^2 + m_2 r e \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi + m_2 (-e \dot{\theta} \sin \theta + r \dot{\phi} \cos \phi) \dot{x} \quad (3.2)$$

$$U = \frac{1}{2} k_{1e} y_{1e}^2 + \frac{1}{2} k_{1d} y_{1d}^2 + \frac{1}{2} k_{2e} y_{2e}^2 + \frac{1}{2} k_{2d} y_{2d}^2 + m_2 g r \sin (\phi + \theta) \quad (3.3)$$

Selecionando como coordenadas generalizadas as variáveis  $q_1 = x$ ,  $q_2 = \theta$ ,  $q_3 = \alpha$  e  $q_4 = \Phi$ , as equações de movimento para coordenadas generalizadas são dadas pelas equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7.

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{x} + (c_{1e} + c_{1d} + c_{2e} + c_{2d}) \dot{x} + [- (c_{1e} + c_{1d}) a + (c_{2e} + c_{2d}) b] \dot{\theta} \\ + [- (c_{1e} + c_{2e}) c + (c_{1d} + c_{2d}) d] \dot{\alpha} + (k_{1e} + k_{1d} + k_{2e} + k_{2d}) x \\ + [- (k_{1e} + k_{1d}) a + (k_{2e} + k_{2d}) b] \dot{\theta} + [- (k_{1e} + k_{2e}) c + (k_{1d} + k_{2d}) d] \dot{\alpha} = \\ -m_2 (-e \dot{\theta} \sin \theta - e \theta^2 \cos \theta + r \ddot{\phi} \cos \phi - r \dot{\phi}^2 \sin \phi) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} (J_L + m_2 e^2) \ddot{\theta} + [(c_{1e} + c_{1d}) a^2 + (c_{2e} + c_{2d}) b^2] \dot{\theta} \\ + [(c_{1e} c - c_{1d} d) a - (c_{2e} c - c_{2d} d) b] \dot{\alpha} + [(c_{1e} + c_{1d}) a - (c_{2e} + c_{2d}) b] \dot{x} \\ + [(k_{1e} + k_{1d}) a^2 + (k_{2e} + k_{2d}) b^2] \theta + [(k_{1e} c - k_{1d} d) a - (k_{2e} c - k_{2d} d) b] \alpha \\ + [(k_{1e} + k_{1d}) a - (k_{2e} + k_{2d}) b] x = -m_2 r e \ddot{\phi} \sin \phi + m_2 r e \dot{\phi}^2 \cos \phi - m_2 e \ddot{x} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} (J_B + m_2 r^2) \ddot{\alpha} + [(c_{1e} + c_{2e}) c^2 + (c_{1d} + c_{2d}) d^2] \dot{\alpha} - [(c_{1e} + c_{2e}) c - (c_{1d} + c_{2d}) d] \dot{x} \\ + [(c_{1e} c + c_{1d} d) a - (c_{2e} c + c_{2d} d) b] \dot{\theta} + [(k_{1e} + k_{2e}) c^2 + (k_{1d} + k_{2d}) d^2] \alpha \\ - [(k_{1e} + k_{2e}) c - (k_{1d} + k_{2d}) d] x + [(k_{1e} c + k_{1d} d) a - (k_{2e} c + k_{2d} d) b] \theta = \\ -m_2 (-e \dot{\theta} \sin \theta - e \theta^2 \cos \theta + r \ddot{\phi} \cos \phi - r \dot{\phi}^2 \sin \phi).h \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$(J_0 + m_2 r^2) \ddot{\Phi} + m_2 r e \dot{\theta} \sin \phi + m_2 r \cos \phi \ddot{x} + m_2 g r \cos \phi = \tau (\dot{\Phi}) \quad (3.7)$$

Em que  $\tau$  representa o torque disponível no eixo do motor CC em função da velocidade de acordo com a Eq. 3.8.

$$\tau (\dot{\Phi}) = M_0 (1 - \frac{\dot{\Phi}}{\Omega_0}) \quad (3.8)$$

A variável  $g$  representa a constante gravitacional utilizada para a calcular a força da gravidade exercida sobre a estrutura.  $J_L$  e  $J_B$  são, respectivamente, os momentos de inércia da esteira transportadora para os deslocamentos angulares longitudinal e transversal,  $J_0$  é a constante de inércia do motor CC e  $r$  é a distância entre os centro do eixo do motor CC e a posição da massa desbalanceada  $m_2$  conectada ao eixo do motor CC. As variáveis que representam os comprimentos da estrutura podem ser encontradas na figura 3.1.

Para obter o comportamento do motor CC de potência limitada e representar o torque em função da velocidade angular, são utilizados dois parâmetros  $M_0$  e  $\Omega_0$ , que respectivamente, é a constante de torque do motor CC e a frequência máxima de torque.

De acordo com a figura 3.3 (a), quando a velocidade angular  $\Phi$  é igual a zero, o torque  $M_0$  é máximo, ou seja, o valor do torque transmitido à CC eixo do motor e, conseqüentemente, transformada em força para movimentação da esteira transportadora.

À medida que a velocidade angular aumenta, o torque disponível no eixo do motor CC diminui linearmente conforme mostrado na figura 3.3 (b), atingindo um valor igual a zero, e  $\Omega_0$  representa a velocidade angular quando o torque disponível no eixo do motor CC é zero.

No entanto, a curva real de torque em função velocidade de um motor CC não é linear, como ilustrado na Fig. 3.3 (b), mas não-linear, conforme ilustrado 3.3 (c) .

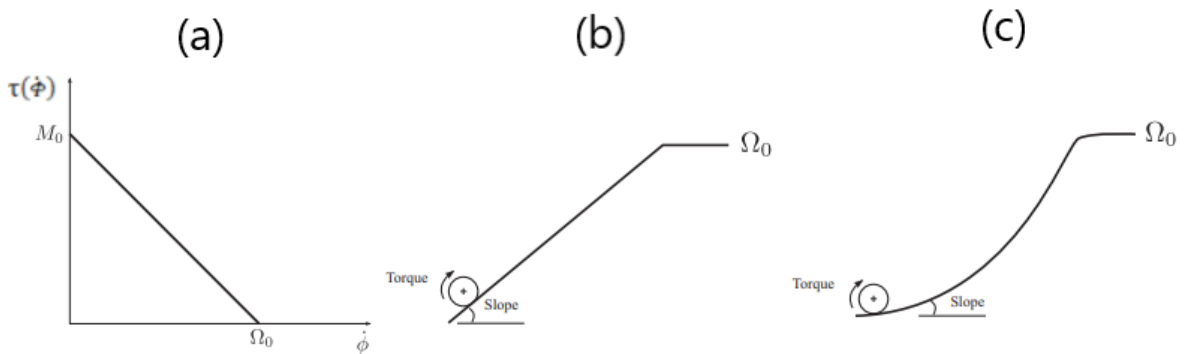


Figura 3.3: Curva Característica de Torque (a) para linear (b) e não-linear (c) motor CC (GONÇALVES *et al.*, 2014a).

Para obter o efeito de aceleração do motor entre o torque inicial e final, é necessário definir  $\Omega_0$  como uma função dependente do tempo de acordo com a Eq. 3.9. Dessa forma, possibilita-se simular a aceleração do motor nos mesmos parâmetros utilizados

na análise experimental.

$$\Omega_0(t) = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{t_2} t \quad (3.9)$$

Assim, o valor do torque torna-se dependente de  $\Omega_2$  que é a velocidade angular quando o torque é zero, e  $\Omega_1$  a velocidade angular inicial quando o torque é máximo.

A variável  $t_2$  representa o tempo de aceleração para a variação do motor CC entre a velocidade angular inicial  $\Omega_1$  e a velocidade angular final  $\Omega_2$ .

A variável  $t_2$  influencia diretamente na maneira como ocorre a manifestação do efeito Sommerfeld, onde uma passagem mais rápida pela frequência ressonante faz com que a captura da velocidade angular do motor CC apresente flutuações de velocidade de diferentes maneiras.

### 3.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO MOVIMENTO EM VARIÁVEIS DE ESTADO

A variáveis de estados selecionadas para representar a dinâmica do sistema consistem em  $y_1 = x$ ,  $y_2 = \dot{x}$ ,  $y_3 = \theta$ ,  $y_4 = \dot{\theta}$ ,  $y_5 = \alpha$ ,  $y_6 = \dot{\alpha}$ ,  $y_7 = \Phi$  e  $y_8 = \dot{\Phi}$

E as equações de estado são:

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (3.10)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{num_1}{den_1} \quad (3.11)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
num_1 = & -\frac{1}{(m_2 + m_1)}((\cos y_7 m_2 r(-m_2 \tau - m_1 \tau - \cos y_7(((-gm_1 - y_5 ck_{2e} + y_5 dk_{2d} - \\
& y_5 ck_{1e} + y_5 dk_{1d} + (y_6 c_{2d} + y_6 c_{1d})d - y_6 cc_{2e} - y_6 cc_{1e})m_2 - gm_2^2)r - y_7^2 \sin y_7 m_2^2 r^2) - \\
& y_4((- \sin y_7 em_2^2 - \sin y_7 em_1 m_2)r + \sin y_3 \cos y_7 em_2^2 r + \\
& \cos y_7(bc_{2e} + bc_{2d} - ac_{1e} - ac_{1d})m_2 r) + \\
& y_3^2 \cos y_3 \cos y_7 em_2^2 r - y_3 \cos y_7(bk_{2e} + bk_{2d} - ak_{1e} - \\
& ak_{1d})m_2 r - y(1) \cos y_7(k_{2e} + k_{2d} + k_{1e} + k_{1d})m_2 r - \\
& y_2 \cos y_7(c_{2e} + c_{2d} + c_{1e} + c_{1d})m_2 r))
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
den_1 = & (-m_1 J + m_2(-J - m_1 r^2) - m_2^2 r^2 + \cos y_7^2 m_2^2 r^2) - \\
& y_7^2 \sin y_7 m_2 r + y_4(\sin y_3 em_2 + bc_{2e} + bc_{2d} - ac_{1e} - ac_{1d}) - \\
& y_3^2 \cos y_3 em_2 + y_3(bk_{2e} + bk_{2d} - ak_{1e} - ak_{1d}) + \\
& y(1)(k_{2e} + k_{2d} + k_{1e} + k_{1d}) - y_5 ck_{2e} + y_5 dk_{2d} - y_5 ck_{1e} + \\
& y_5 dk_{1d} + (y_6 c_{2d} + y_6 c_{1d})d + y_2(c_{2e} + c_{2d} + c_{1e} + c_{1d}) - y_6 cc_{2e} - y_6 cc_{1e}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\dot{y}_3 = y_4 \tag{3.14}$$

$$\dot{y}_4 = \frac{num_2}{den_2} \tag{3.15}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
num_2 = & -\frac{1}{(J_L + (e^2)m_2)} - ((\sin y_3 em_2(-(\cos y_7 m_2 r(-m_2 \tau - m_1 \tau - \\
& \cos y_7((-gm_1 - y_5 ck_{2e} + y_5 dk_{2d} - y_5 ck_{1e} + y_5 dk_{1d} + \\
& (y_6 c_{2d} + y_6 c_{1d})d - y_6 cc_{2e} - y_6 cc_{1e})m_2 - \\
& gm_2^2)r - y_7^2 \sin y_7 m_2^2 r^2) - y_4((- \sin y_7 em_2^2 - \sin y_7 em_1 m_2)r + \\
& \sin y_3 \cos y_7 em_2^2 r + \cos y_7(bc_{2e} + bc_{2d} - ac_{1e} - ac_{1d})m_2 r) + \\
& y_3^2 \cos y_3 \cos y_7 em_2^2 r - y_3 \cos y_7(bk_{2e} + bk_{2d} - ak_{1e} - \\
& ak_{1d})m_2 r - y_7 \cos y_7(k_{2e} + k_{2d} + k_{1e} + k_{1d})m_2 r - \\
& y_2 \cos y_7(c_{2e} + c_{2d} + c_{1e} + c_{1d})m_2 r))
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
den_2 = & (-m_1 J + m_2(-J - m_1 r^2) - m_2^2 r^2 + \cos y_7^2 m_2^2 r^2) - \\
& y_8^2 \cos y_7 em_2 r + y_3(b^2 k_{2e} + b^2 k_{2d} + a^2 k_{1e} + \\
& a^2 k_{1d}) + y(1)(bk_{2e} + bk_{2d} - ak_{1e} - ak_{1d}) - y_5 bck_{2e} + \\
& y_5 bdk_{2d} + y_5 ack_{1e} - y_5 adk_{1d} + (y_6 bc_{2d} - y_6 ac_{1d})d + \\
& y_4(b^2 c_{2e} + b^2 c_{2d} + a^2 c_{1e} + a^2 c_{1d}) + \\
& y_2(bc_{2e} + bc_{2d} - ac_{1e} - ac_{1d}) - y_6 bcc_{2e} + y_6 acc_{1e}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\dot{y}_5 = y_6 \tag{3.18}$$

$$\dot{y}_6 = \frac{num_3}{den_3} \tag{3.19}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
num_3 = & -\frac{1}{(J_B)}((\cos y_7 h m_2 r(-m_2 \tau - m_1 \tau - \cos y_7(((-g m_1 - \\
& y_5 c k_{2e} + y_5 d k_{2d} - y_5 c k_{1e} + y_5 d k_{1d} + (y_6 c_{2d} + y_6 c_{1d})d - y_6 c c_{2e} - \\
& y_6 c c_{1e})m_2 - g m_2^2)r - y_7^2 \sin y_7 m_2^2 r^2) - y_4((- \sin y_7 e m_2^2 - \\
& \sin y_7 e m_1 m_2)r + \sin y_3 \cos y_7 e m_2^2 r + \cos y_7(b c_{2e} + b c_{2d} - a c_{1e} - a c_{1d})m_2 r) + \\
& y_3^2 \cos y_3 \cos y_7 e m_2^2 r - y_3 \cos y_7(b k_{2e} + b k_{2d} - a k_{1e} - a k_{1d})m_2 r - \\
& y_1 \cos y_7(k_{2e} + k_{2d} + k_{1e} + k_{1d})m_2 r - y_2 \cos y_7(c_{2e} + c_{2d} + c_{1e} + c_{1d})m_2 r)) \quad (3.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den_3 = & (-m_1 J + m_2(-J - m_1 r^2) - m_2^2 r^2 + \cos y_7^2 m_2^2 r^2) - \\
& y_7^2 \sin y_7 h m_2 r + y_4(\sin y_3 e h m_2 + (b c_{2d} - a c_{1d})d - b c c_{2e} + a c c_{1e}) - \\
& y_3^2 \cos y_3 e h m_2 + y_3(-b c k_{2e} + b d k_{2d} + a c k_{1e} - a d k_{1d}) + \\
& y_1(-c k_{2e} + d k_{2d} - c k_{1e} + d k_{1d}) + y_5 c^2 k_{2e} + y_5 d^2 k_{2d} + \\
& y_5 c^2 k_{1e} + y_5 d^2 k_{1d} + (y_6 c_{2d} + y_6 c_{1d})d^2 + y_2((c_{2d} + c_{1d})d - \\
& c c_{2e} - c c_{1e}) + y_6 c^2 c_{2e} + y_6 c^2 c_{1e}) \quad (3.21)
\end{aligned}$$

$$\dot{y}_7 = y_8 \quad (3.22)$$

$$\dot{y}_8 = \frac{num_4}{den_4} \quad (3.23)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
num_4 = \frac{1}{(J + m_2 r^2)} & \left( -(\cos y_7 m_2 r (\cos y_7 m_2 r \tau + \right. \\
& y_4 (\sin y_3 (em_2 J + em_2^2 r^2) + bc_{2e} J + bc_{2d} J - ac_{1e} J - ac_{1d} J + \\
& m_2 (bc_{2e} r^2 + bc_{2d} r^2 - ac_{1e} r^2 - ac_{1d} r^2) - \cos y_7 \sin y_7 em_2^2 r^2) + \\
& y_3^2 \cos y_3 (-em_2 J - em_2^2 r^2) + \sin y_7 (ry_7^2) (-m_2 J - m_2^2 r^2) + \\
& y_3 (bk_{2e} J + bk_{2d} J - ak_{1e} J - ak_{1d} J + m_2 (bk_{2e} r^2 + bk_{2d} r^2 - ak_{1e} r^2 - ak_{1d} r^2)) + \\
& y_1 (k_{2e} J + k_{2d} J + k_{1e} J + k_{1d} J + m_2 (k_{2e} r^2 + k_{2d} r^2 + k_{1e} r^2 + k_{1d} r^2)) \\
& + y_2 (c_{2e} J + c_{2d} J + c_{1e} J + c_{1d} J + m_2 (c_{2e} r^2 + c_{2d} r^2 + c_{1e} r^2 + c_{1d} r^2)) + \\
& d(y_6 c_{2d} J + y_6 c_{1d} J) - y_5 c k_{2e} J + y_5 d k_{2d} J - y_5 c k_{1e} J + y_5 d k_{1d} J - y_6 c c_{2e} J - \\
& y_6 c c_{1e} J + m_2 (d(y_6 c_{2d} r^2 + y_6 c_{1d} r^2) - y_5 c k_{2e} r^2 + y_5 d k_{2d} r^2 - \\
& y_5 c k_{1e} r^2 + y_5 d k_{1d} r^2 - y_6 c c_{2e} r^2 - y_6 c c_{1e} r^2) - \cos y_7^2 g m_2^2 r^2) \left. \right) \quad (3.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
den_4 = & (-m_1 J + m_2 (-J - m_1 r^2) - m_2^2 r^2 + \cos y_7^2 m_2^2 r^2) + \\
& \tau - \cos y_7 g m_2 r - y_4 \sin y_7 e m_2 r \quad (3.25)
\end{aligned}$$

## CONCLUSÕES SOBRE O CAPÍTULO

A representação do modelo de forma a obter o comportamento dinâmico da esteira real e o desenvolvimento das equações de movimento do sistema, bem como sua representação em espaço de estados para análise do comportamento dinâmico da esteira demonstraram-se eficientes, alcançando um modelo que permite a verificação das variáveis de interesse para essa pesquisa.

As referências utilizadas para o desenvolvimento do modelo foram de grande importantes para obter um modelo confiável, tendo em vista que a representação da esteira transportadora como um corpo rígido difere de vários trabalhos que representam a esteira como um conjuntos de elementos.

## CAPÍTULO 4

# ANÁLISE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

Este capítulo desenvolve a análise modal da estrutura, a fim de obter as frequências naturais da mesma. A equação característica para um sistema linear invariante no tempo é desenvolvida, encontrando assim os modos de vibração da estrutura, realizando uma comparação da influência do deslocamento linear da estrutura nos deslocamentos angulares selecionados para visualização dos modelos de vibração. A linearização dos coeficientes não lineares não é realizada através de um ponto de operação específico, mas sim para um valor igual a zero. Tal escolha deve-se ao objetivo de verificar a existência de com relações proporcionais entre as frequências naturais, conforme encontrado em outros trabalhos.

### 4.1 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO LINEARES

Usando as equações de movimento encontradas em Eq 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7, as mesmas equações podem ser rearranjadas e reescritas na matriz forma como:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Fg \\ Fh \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
m_{11} &= m_1 + m_2, m_{22} = J_L + m_2 g^2, m_{33} = J_B + m_2 h^2, \\
F &= m_{2r}(\ddot{\Phi} \sin \Phi + \dot{\Phi}^2 \cos \Phi), \\
k_{11} &= k_{1e} + k_{1d} + k_{2e} + k_{2d}, k_{12} = -(k_{1e} + k_{1d})a + (k_{2e} + k_{2d})b, \\
k_{13} &= -(k_{1e} + k_{2e})c + (k_{1d} + k_{2d})d, k_{21} = -((k_{1e} + k_{1d})a - (k_{2e} + k_{2d}))b, \\
k_{22} &= (k_{1e} + k_{1d})a^2 + (k_{2e} + k_{2d})b^2, k_{23} = [(k_{1e}c - k_{1d}d)a - (k_{2e}c - k_{2d}d)b, \\
k_{31} &= -((k_{1e} + k_{2e})c - (k_{1d} + k_{2d})d), k_{32} = (k_{1e}c - k_{1d}d)a - (k_{2e}c - k_{2d}d)b, \\
k_{33} &= (k_{1e} + k_{2e})c^2 + (k_{1d} + k_{2d})d^2
\end{aligned}$$

A equação característica para um sistema linear invariante no tempo  $f$  é dada por:

$$f = \det [k_m - \lambda m_m] \quad (4.2)$$

Em que  $k_m$  é a matriz de rigidez e  $m_m$  é a matriz de massa mostrada na Eq. 4.1.

Assim, o  $f$  é obtido após a resolução da Eq. 4.2 na forma:

$$\begin{aligned}
f = & ((-\lambda(g^2 m_1 + J_B) + b^2(k_{2e} + k_{2d}) + a^2(k_{1e} + k_{1d}))(-\lambda(h^2 m_1 + J_L) + c^2(k_{2e} + k_{1e}) \\
& + d^2(k_{2d} + k_{1d})) - (a(ck_{1e} - dk_{1d}) - b(ck_{2e} - dk_{2d}))^2) - (b(k_{2e} + k_{2d}) + a(-k_{1e} \\
& - k_{1d}))(b(k_{2e} + k_{2d} - a(k_{1e} + k_{1d}))(-\lambda(h^2 m_1 + J_L) + c^2(k_{2e} + k_{1e}) + d^2(k_{2d} + k_{1d})) \\
& - (d(k_{2d} + k_{1d}) - c(k_{2e} + k_{1e}))(a(ck_{1e} - dk_{1d}) - b(ck_{2e} - dk_{2d}))) + (c(-k_{2e} - k_{1e}) \\
& + d(k_{2d} + k_{1d}))(b(k_{2e} + k_{2d} - a(k_{1e} + k_{1d}))(a(ck_{1e} - dk_{1d}) - b(ck_{2e} - dk_{2d}))) \\
& - (d(k_{2d} + k_{1d}) - c(k_{2e} + k_{1e}))(-\lambda(g^2 m_1 + J_B) + b^2(k_{2e} + k_{2d}) + a^2(k_{1e} + k_{1d})))
\end{aligned} \quad (4.3)$$

Em que  $\lambda = \omega^2$ . Para resolver 4.3 e encontrar as frequências naturais, foram utilizados os valores em tabela 4.2.

Os valores dos parâmetros foram selecionados de acordo com o modelo do experimento para as distâncias  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $g$ ,  $h$  e  $rand$  para as massas  $m_1$  e  $m_2$ . Para as constantes de rigidez  $k_{1e}$ ,  $k_{1d}$ ,  $k_{2e}$  e  $k_{2d}$  e coeficientes de amortecimento  $c_{1e}$ ,  $c_{1d}$ ,  $c_{2e}$  e  $c_{2d}$  foram medidos experimentalmente.

Os parâmetros do motor CC  $J_0$  e  $M_0$  e os momentos de inércia da correia transportadora  $J_L$  e  $J_B$  foram determinados empiricamente através de testes em análise numérica.

Tabela 4.1: Parâmetros Utilizados

| Parâmetros                                                       | Valores                  |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Coefficientes de Rigidez $k_{1e}, k_{2e}, k_{1d}, k_{2d}$        | 193 N/m                  |
| Coefficientes de Amortecimentos $c_{1e}, c_{2e}, c_{1d}, c_{2d}$ | 0.01 N s/m               |
| Distância $a$                                                    | 0.08 m                   |
| Distância $b$                                                    | 0.05 m                   |
| Distância $c$                                                    | 0.05 m                   |
| Distância $d$                                                    | 0.04 m                   |
| Raio $r$                                                         | 0.015 m                  |
| Distância $e$                                                    | 0.015 m                  |
| Distância $h$                                                    | 0.15 m                   |
| Constante de Inércia do Motor CC $J_0$                           | 1e-4 N m <sup>2</sup>    |
| Constante de Torque do Motor CC $M_0$                            | 5e-2 N m                 |
| Massa da Esteira Transportadora $m_1$                            | 0.23 kg                  |
| Massa de Desbalanceamento $m_2$                                  | 4.8e10-3 kg              |
| Momento de Inércia $J_L$                                         | 15e10-6 N m <sup>2</sup> |
| Momento de Inércia $J_B$                                         | 9e10-6 N m <sup>2</sup>  |

As frequências naturais resultantes são  $\omega_1 = 59,01$  rad/s;  $\omega_2 = 119,77$  rad/s e  $\omega_3 = 176,92$  rad/s. É possível notar que as relações entre as frequências naturais obtidas são aproximadamente 1:1 e 1:2, as mesmas relações obtidas nos trabalhos de (TSUCHIDA *et al.*, 2003; TSUCHIDA; GUILHERME; BALTHAZAR, 2005; FELIX *et al.*, 2002).

Para vibração livre, consideramos uma solução harmônica:

$$x(t) = X \cos(\omega t + \phi), \quad \theta(t) = \Theta \cos(\omega t + \phi), \quad \alpha(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (4.4)$$

Usando a Eq. 4.2 obteve a Eq. 4.5

$$\begin{bmatrix} -m_{11}\omega^2 + k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & -m_{22}\omega^2 + k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & -m_{33}\omega^2 + k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Theta \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Tabela 4.2: Distância entre os nós  $u_1$  e  $u_2$  e o Centro de Massa do Modelo.

| <b>Modos de Vibrar</b> | <b>Valores de <math>u_1</math> and <math>u_2</math></b> |
|------------------------|---------------------------------------------------------|
| Modo 1                 | $u_1^{(1)} = 0.267$ m<br>$u_2^{(1)} = 0.328$ m          |
| Modo 2                 | $u_1^{(2)} = 0.378$ m<br>$u_2^{(2)} = -0.001$ m         |
| Modo 3                 | $u_1^{(3)} = -0,002$ m<br>$u_2^{(3)} = -0,058$ m        |

Com os valores obtidos anteriormente, podemos determinar a razão entre as amplitudes pela Eq. 4.5

$$\frac{X^{(n)}}{\Theta^{(n)}} = u_1^{(n)} \quad (4.6)$$

$$\frac{X^{(n)}}{A^{(n)}} = u_2^{(n)} \quad (4.7)$$

Em que  $u_1$  é a distância entre o nó e o centro de massa para deslocamento longitudinal e  $u_2$  é a distância entre o nó e o centro de massa para deslocamento transversal. Os valores para cada modo de vibração são exibidos na Tabela 4.2. A mesma demonstra os valores obtidos, onde para o terceiro modo de vibração, para cada unidade de deslocamento em  $x$ , é realizado um grande deslocamento angular por  $\alpha$ . Conclui-se que o terceiro modo de vibração representa um limite que deve ser evitado, podendo colocar em risco a integridade do equipamento.

Na figura 4.1 a projeção das distâncias obtidas na tabela 4.2 é mostrada e as linhas tracejadas ilustram os deslocamentos angulares de  $\alpha$  e  $\theta$ , permitindo visualizar como os deslocamentos de cada ângulo ocorrerão de acordo com as vistas frontal e horizontal do equipamento.

A normalização foi realizada para determinar as variações angulares para cada unidade de variação  $x$ , possibilitando determinar a influência de cada modo de vibração nos movimentos angulares transversais e longitudinais.

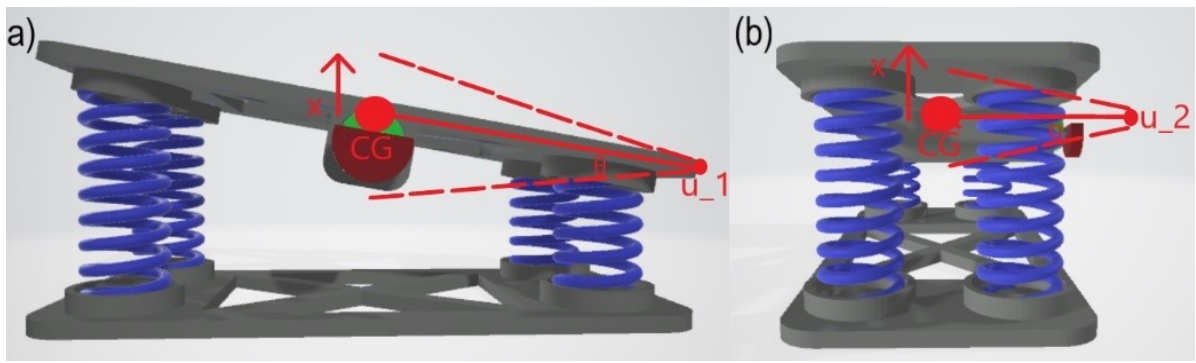


Figura 4.1: Modos de Vibração da Correia Transportadora [Desenvolvido pelo autor]

## 4.2 CONCLUSÕES SOBRE O CAPÍTULO

A análise modal do sistema permitiu concluir que a influência das vibrações pode causar danos ao equipamento real, conforme previsto.

A utilização da visualização dos efeitos de vibração nas variáveis angulares que representam os movimento longitudinal e transversal, demonstram que deve-se levar em consideração que ultrapassar a terceira frequência natural do sistema pode apresentar um efeito prejudicial para a estrutura.

## CAPÍTULO 5

# RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo apresenta-se o desenvolvimento da simulação numérica de forma a resolver as equações diferenciais que representam o movimento da esteira transportadora.

O desenvolvimento é realizado através do software Matlab® utilizando o método numérico de quarta-quinta ordem de Runge-Kutta, tendo como parâmetros para a tolerância relativa do erro e tolerância absoluta do erro os valores padrões da função que correspondem, respectivamente, 0,001 e 0,000001, uma vez que esses parâmetros definem o erro aceitável para cada passo na resolução das equações diferenciais do movimento do sistema, que foram desenvolvidas através das equações de Lagrange.

A evolução da resolução numérica no tempo são representadas graficamente para as variáveis de estado, de forma a permitir a verificação da manifestação do efeito Sommerfeld na velocidade angular do motor e nas amplitudes de vibração do equipamento.

Não são realizadas simulações de sensibilidade paramétricas, visto que outros trabalhos abordados na revisão bibliográfica demonstram a influência da velocidade de passagem pela região de ressonância, bem como a variação de massa da estrutura.

### 5.1 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação numérica foi realizada utilizando como condições iniciais:  $y_1 = 0$ ;  $y_2 = 0$ ;  $y_3 = 0$ ;  $y_4 = 0$ ;  $y_5 = 0$ ;  $y_6 = 0$ ;  $y_7 = 0$ ,  $y_8 = 0$  e os mesmos parâmetros da tabela 4.1. O software Matlab® foi utilizado para resolver numericamente as equações diferenciais através do método Runge-Kutta de quarta e quinta ordem.

Para a simulação, os valores de  $\Omega_1 = 1$ ,  $\Omega_2 = 857$  e  $t_2 = 300$  foram usados como parâmetros não-ideais do motor CC, escolhidos de forma a representar os mesmos parâmetros do motor utilizado na análise experimental.

A figura 5.1 representa a velocidade angular do motor CC com sua evolução demonstrada no tempo. A figura demonstra duas regiões em que o motor apresenta flutuações em sua velocidade angular, devido a entrada na região de ressonância da estrutura. Também visualiza-se claramente o salto da frequência, demonstrado por um alinhamento vertical nos valores de frequência.

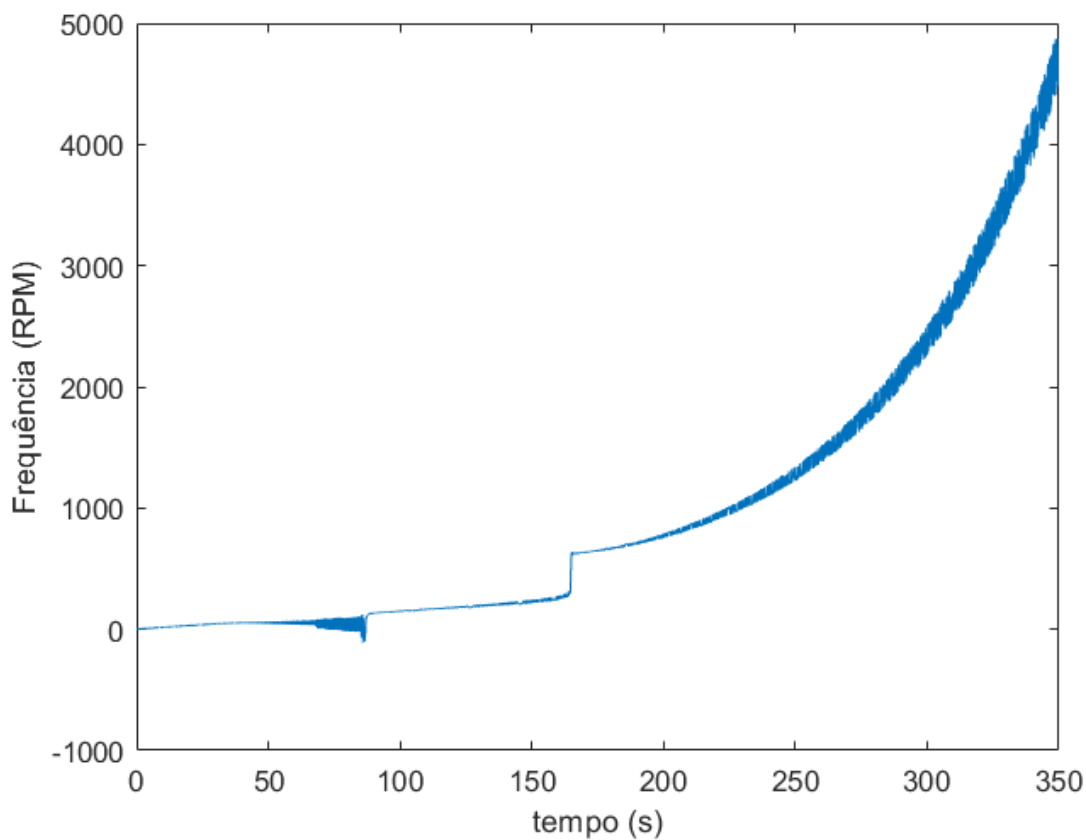


Figura 5.1: Resposta no Tempo para Velocidade Angular - Análise Numérica

A figura 5.2 representa o deslocamento linear da estrutura, onde fica evidenciado o aumento nas amplitudes de vibração da estrutura com posterior diminuição em aproximadamente 50 segundos, mesma região onde observa-se a flutuação na velocidade angular do motor na figura 5.1. O aumento das amplitudes de vibração ocorre até aproximadamente 90 s, quando ocorre a diminuição das amplitudes. É notável novamente um incremento, desta vez mais modesto, nas amplitudes de vibração até aproximadamente 160 s quando, novamente, ocorre a diminuição característica do efeito

Sommerfeld. Após 160 segundo visualiza-se um incremento de vibrações, porém com valores oscilatórios entre altas e baixas amplitudes.

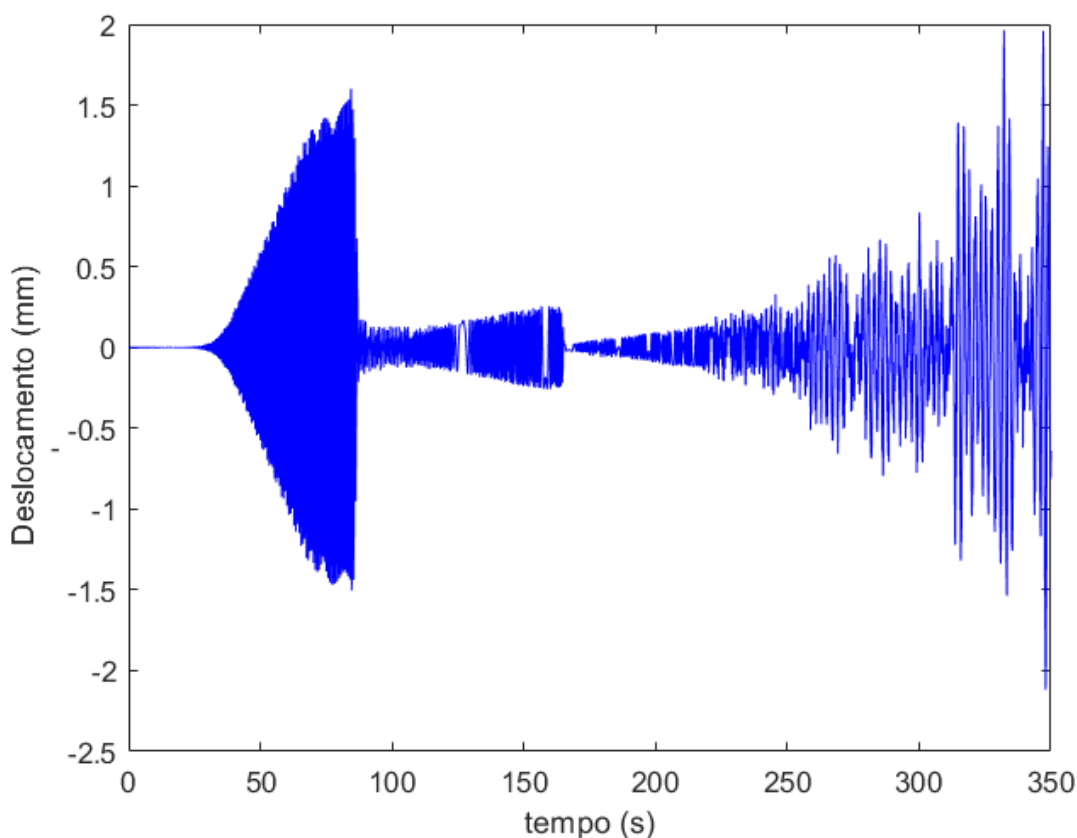


Figura 5.2: Reposta no Tempo para a variável  $Z$  - Análise Numérica

A figura 5.3 representa o angular transversal da estrutura, onde fica evidenciado o aumento nas amplitudes de vibração da estrutura com posterior diminuição brusca em aproximadamente 50 segundos assim como a figura 5.2. Para essa figura, observa-se ainda regiões onde o aumento nas amplitudes de vibração ocorreu de maneira significativa, como em aproximadamente 160 s, porém o descréscimo não ocorre de forma brusca como é característico do efeito Sommerfeld, sendo reduzido gradativamente até aproximadamente 220 s. Após isso, observa-se as mesmas oscilações entre altos e baixos valores de amplitudes da figura 5.2.

A figura 5.4 representa o deslocamento angular longitudinal da estrutura, demonstrando o aumento nas amplitudes de vibração da estrutura que inicia-se em aproximadamente 90 segundos. O incremento nos valores das amplitudes de vibração ocorre de maneira característica do efeito Sommerfeld, com a redução brusca ocorrendo em aproximadamente 160 segundos. Após esse momento, ocorre um aumento das amplitudes

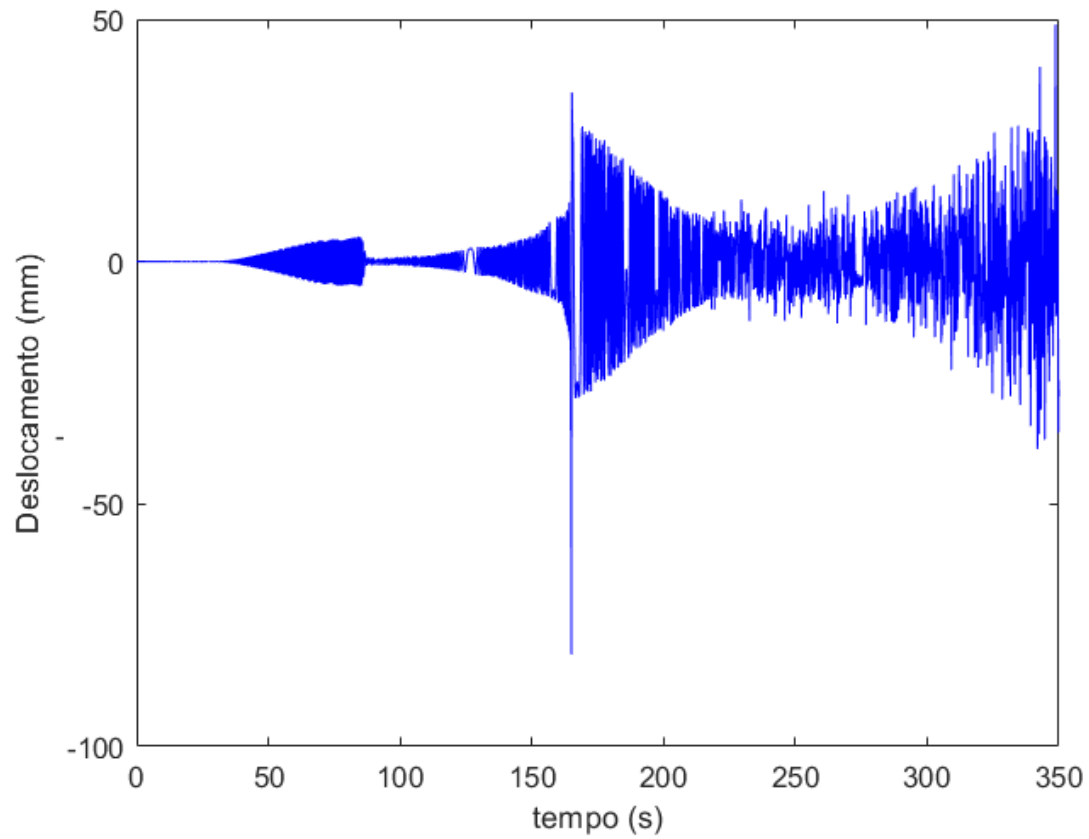


Figura 5.3: Reposta no Tempo para a Variável  $X$  - Análise Numérica

com posterior estagnação dos valores, não apresentando as mesmas características de valores oscilatórios altos e baixos apresentados pelas figuras 5.2 e 5.3.

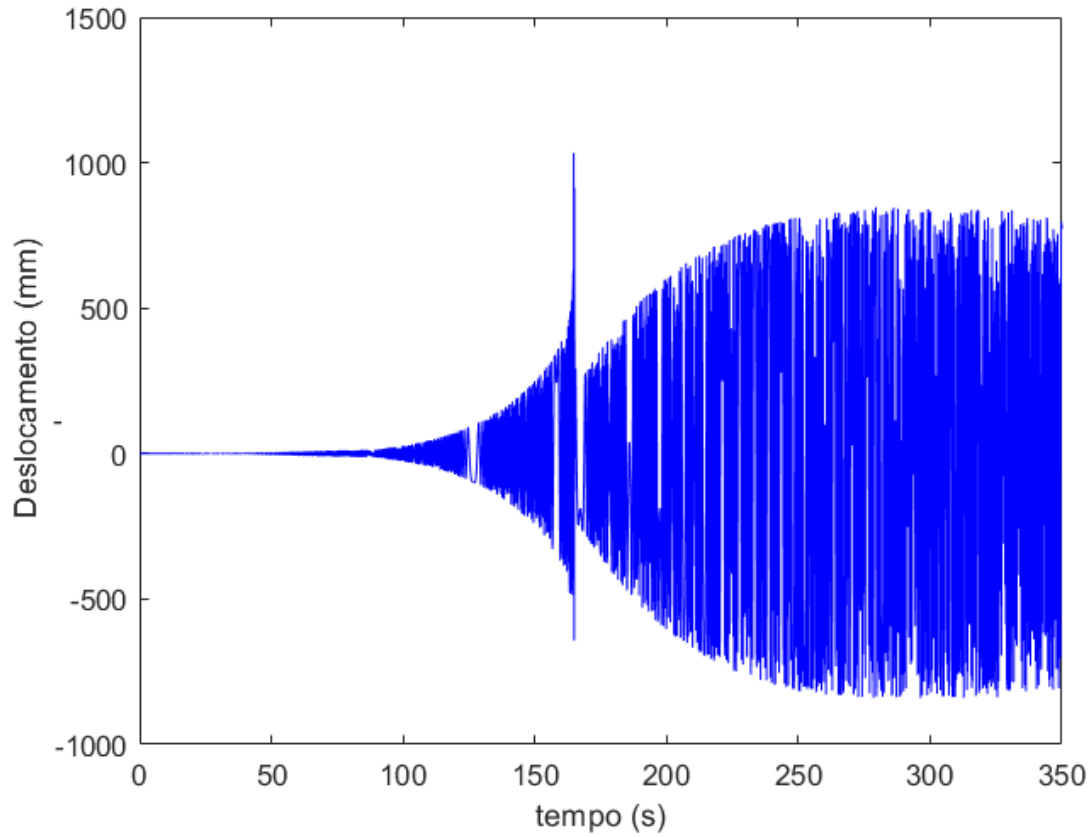


Figura 5.4: Reposta no Tempo para a Variável  $Y$  - Análise Numérica

## 5.2 CONCLUSÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo permite concluir através que fica evidente através da análise da velocidade angular do motor CC a existência do efeito Sommerfeld em duas regiões. Analisando as regiões onde ocorre a flutuação da velocidade angular do motor, verifica-se comportamento característico da manifestação do efeito Sommerfeld, onde ocorre o aumento de amplitude da vibração, com posterior diminuição das amplitudes de vibração.

## CAPÍTULO 6

# RESULTADOS DA ANÁLISE EXPERIMENTAL

O presente capítulo consiste na análise experimental através de ensaios realizados em uma estrutura que visa replicar um comportamento semelhante a de uma esteira transportadora.

O experimento foi utilizado utilizando equipamento de IoT, de forma a verificar a possibilidade de utilização de equipamentos de mais fácil acesso quando comparados a ensaios utilizados com instrumentação de laboratórios de engenharia.

As evolução no tempo do experimento amplitudes de vibração são demonstradas graficamente, forma a permitir a compreensão do comportamento da esteira transportadora e realizar conclusões sobre os objetivos propostos no desenvolvimento desse trabalho.

### 6.1 MATERIAIS E MÉTODOS

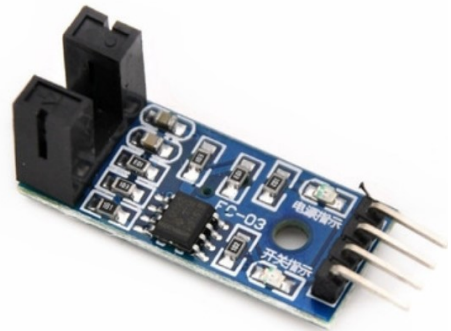
A análise experimental é realizada usando um microcontrolador Arduino demonstrado na figura 6.1 (a). Por se tratar de uma plataforma de prototipagem de código livre, o Arduino permite o desenvolvimento de aplicações que requerem um controlador por meio de programação em linguagem C. Devido à sua característica de possuir entradas e saídas, é possível realizar acionamento de motores CC, bem como a leitura de variáveis através de diversos sensores.

O sensor tipo encoder óptico, modelo LM 393, demonstrado na figura 6.1 (b) realiza

a medição de velocidade através de cálculos que correlacionam a detecção da interrupção da luz com a velocidade angular do motor CC.



(a)



(b)

Figura 6.1: Arduino (a) e sensor tipo encoder óptico, modelo LM 393 (b)

[Imagem Disponível em <https://www.embarcados.com.br/arduino-uno>. Acessado em 04-28-2021.]

A Figura 6.2 ilustra a estratégia semelhante utilizada para medir a velocidade angular, onde acoplado ao eixo do motor encontra-se um disco com 4 orifícios que irão permitir a passagem do feixe de luz proveniente do emissor. O receptor irá captar o feixe de luz, enviando um sinal elétrico para a entrada digital do Arduino. Um número de interrupções igual ao número de orifícios do disco corresponde a uma rotação, permitindo dessa forma, realizar a medição da velocidade angular do motor CC.

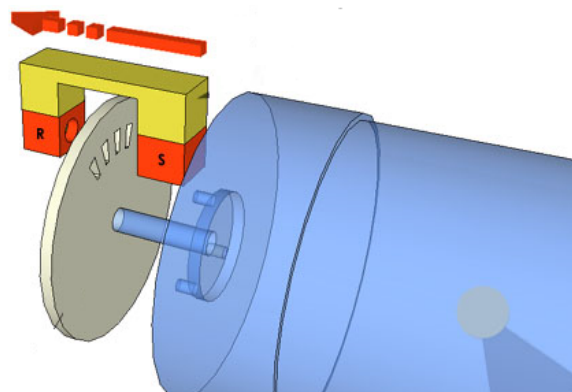


Figura 6.2: Estratégia de Medição de Velocidade Usada Medição de Velocidade Angular

[Imagem Disponível em <https://www.arduinoecia.com.br/sensor-de-velocidade-lm393-arduino>. Acessado em 20-06-2022.]

Para realizar a análise experimental, uma impressora 3D modelo Ender-3 V2 do

fabricante Creality é utilizada para desenvolver o aparato que irá representar a esteira transportadora. A estrutura constitui em um corpo rígido suportado por 4 molas de alumínio com diâmetro de 5 cm, similares a espirais utilizados para unir páginas de cadernos. As molas possuem pares de tamanhos diferentes, a fim de obter a inclinação encontrada no equipamento real utilizado como motivação para esta pesquisa. Essa inclinação pode ser compreendida através da representação da esteira de lona na figura 1.3.

A medição das vibrações é realizada utilizando um celular modelo Iphone 6 que pode ser visto na figura 6.3. O mesmo possui um acelerômetro que permite identificar as vibrações através de diversos aplicativos disponíveis gratuitamente. O procedimento de calibração do acelerômetro é descrito no apêndice desse trabalho.

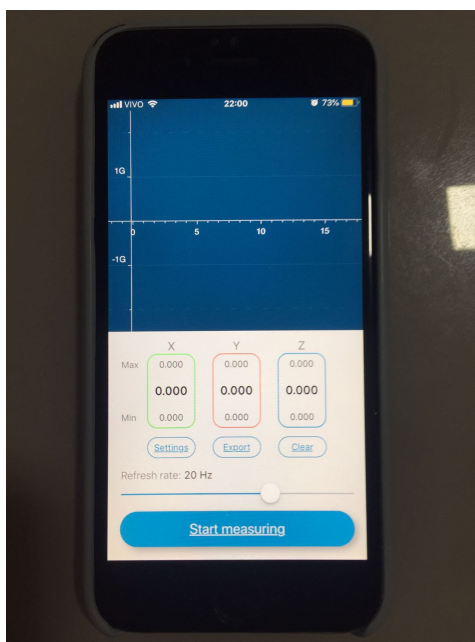


Figura 6.3: Iphone 6 Usado Para Medir Vibrações[Desenvolvido pelo autor]

## 6.2 DESENVOLVIMENTO DO EXPERIMENTO

A análise experimental é realizada a fim de verificar a existência de comportamento semelhante ao observado pela análise numérica utilizando um aparato desenvolvido e impresso em uma impressora 3D, seguindo as mesmas propriedades do modelo matemático utilizado.

É utilizado um motor de 5VDC de 5000 RPM e o controle de velocidade é realizado com o Arduino, onde o motor CC possui uma massa desbalanceada em seu eixo, responsável por gerar vibrações no sistema com o aumento da velocidade angular, conforme simulado numericamente, o aumento da velocidade angular é desenvolvido incrementando 0,014 V a cada 1 s, a fim de verificar a captura do motor CC nas regiões de ressonância da estrutura e reproduzir o mesmo intervalo de tempo utilizado na análise numérica.

A velocidade angular do motor CC é medida por meio de um LM393 (módulo de sensor óptico de luz fotossensível) e o Arduino é responsável pela aquisição dos dados, conforme relatado nos materiais e métodos. Para a aquisição dos dados de vibração é utilizado o acelerômetro de celular iPhone 6.

A figura 6.4 representa a configuração utilizada para realizar a análise experimental (a) e as coordenadas que equivalem ao deslocamento do acelerômetro interno do celular utilizado para a aquisição dos dados de vibração no experimento em (b) .

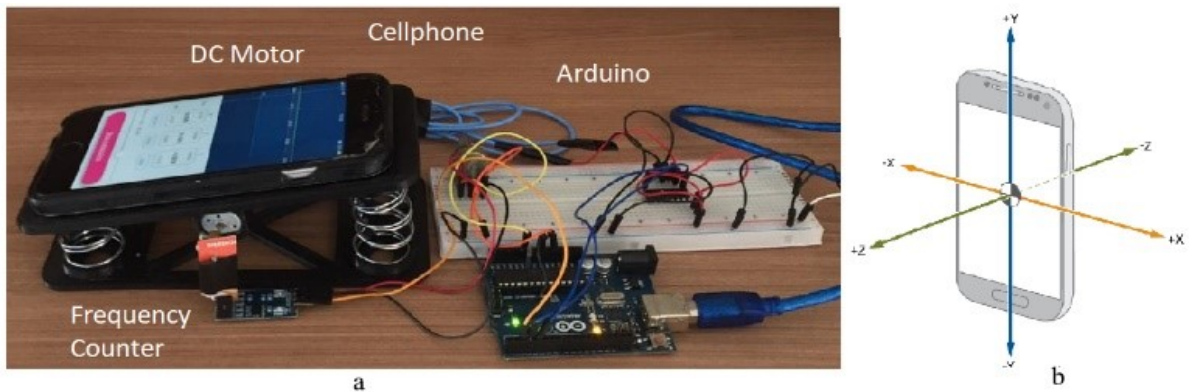


Figura 6.4: Equipamento usado Para a Análise Experimental (a) e Coordenadas do Celular (b) (Desenvolvido Pelo Autor)

As figuras representadas pelas variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que são equivalentes aos deslocamentos transversal, longitudinal e deslocamento linear vertical respectivamente. É demonstrado nas figuras 6.5, 6.6 e 6.7.

A figura 6.5 que apresenta a resposta no tempo para a variável  $x$ , demonstrando que o início da captura do motor CC ocorre em aproximadamente 50 s. A diminuição repentina, característica do efeito Sommerfeld também é evidenciada na figura. Posteriormente observa-se um aumento repentino das vibrações em aproximadamente 160 s. As amplitudes apresentam valores que reduzem gradativamente ao longo do tempo, apresentando após 220 segundos valores oscilatórios altos e baixos de amplitudes.

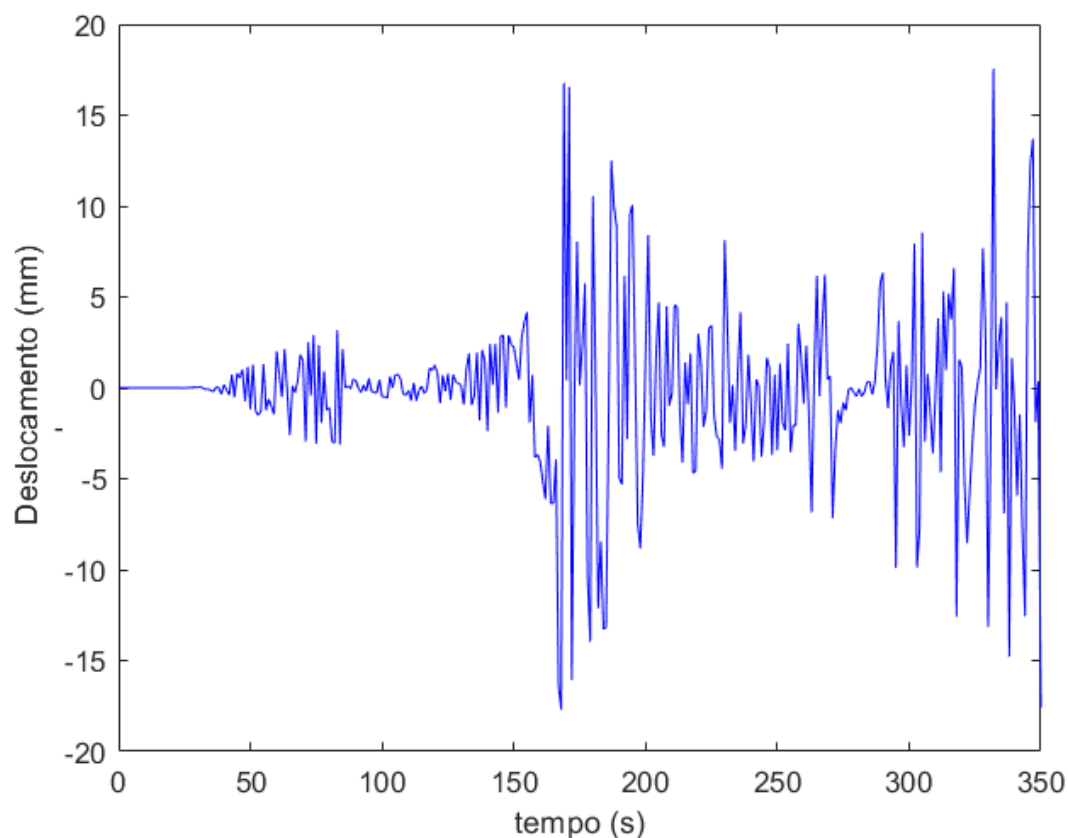


Figura 6.5: Resposta no Tempo para a Variável  $X$  - Análise Experimental

A figura 6.6 representa a variável  $y$ , que equivale ao deslocamento transversal da estrutura, nos mesmos momentos em que percebe-se na a variável  $x$ , onde observa-se o aumento das amplitudes de vibração em aproximadamente 120 s, evoluindo para acréscimos constantes até aproximadamente 150 s. Após esse momento, valores oscilatórios entre altas e baixas amplitudes são demnostrados na figura.

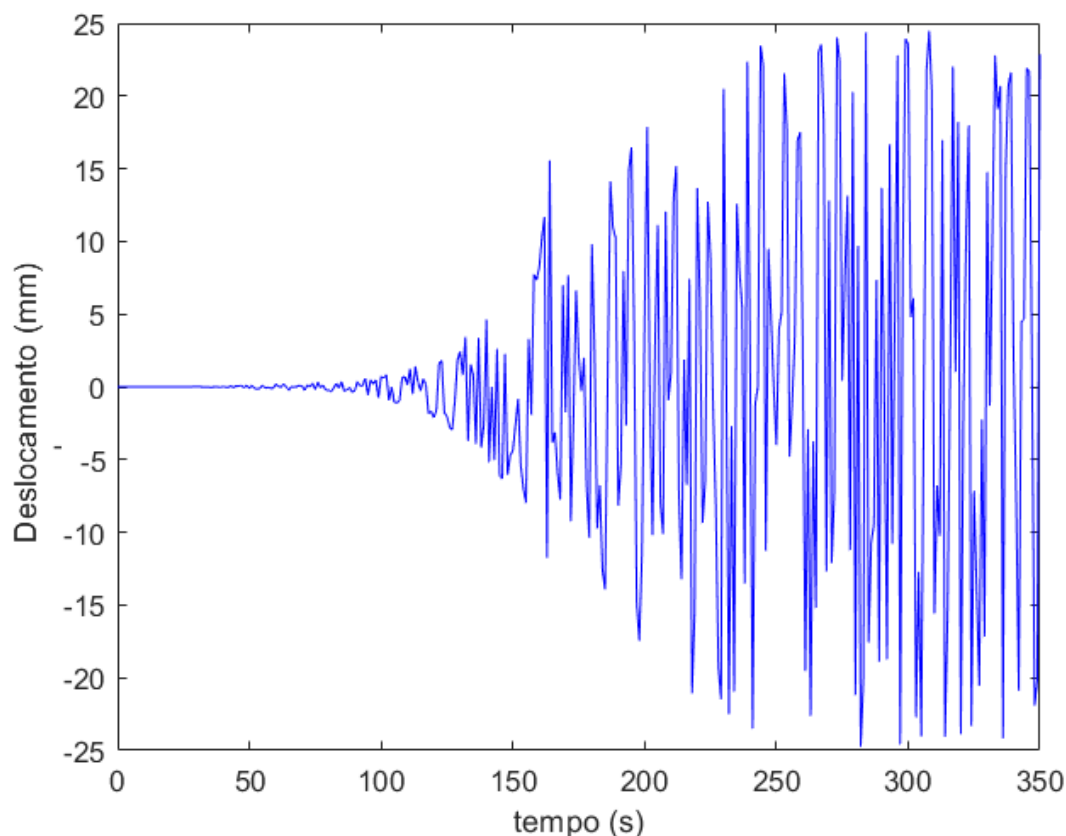


Figura 6.6: Reposta no Tempo para a Variável  $Y$  - Análise Experimental

A figura 6.7 representa o deslocamento no eixo  $z$  que equivale ao deslocamento linear vertical da estrutura. Visualiza-se um comportamento semelhante ao observado na figura 6.5, com o aumento de amplitudes de vibração em aproximadamente 50 s. A redução repentina ocorre em aproximadamente 60 s.

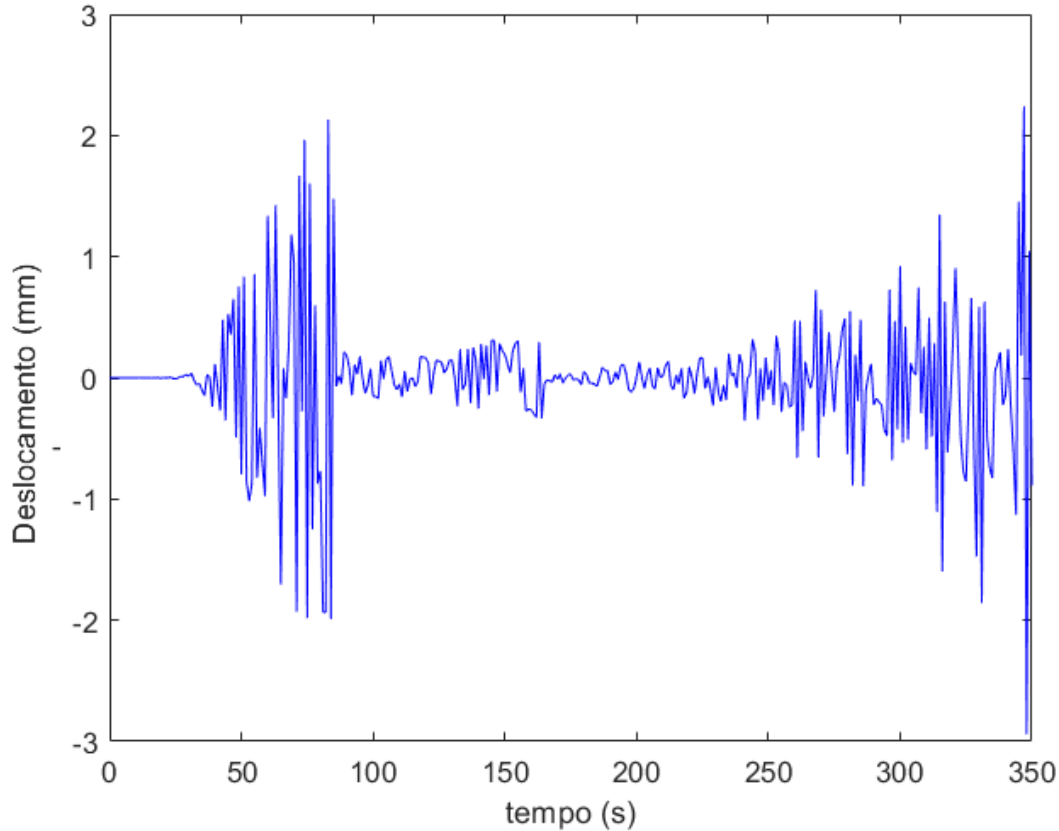


Figura 6.7: Reposta no Tempo para a Variável  $Z$  - Análise Experimental

A figura 6.8 demonstra a evolução da frequência do motor em relação ao tempo. Observa-se flutuação na velocidade angular em aproximadamente 75 s, com aumento repentino, característico do efeito Sommerfeld em aproximadamente 160 s, representado na figura 6.8 por uma linha vertical.

### 6.3 CONCLUSÕES SOBRE O CAPÍTULO

O presente capítulo permite concluir que o desenvolvimento de simulações experimentais com o uso de IoT, em particular o Arduino é possível de ser utilizado, porém é necessário considerar que a baixa resolução na aquisição de dados. Para o experimento em questão, onde a velocidade máxima atingida não representava valores de alta frequência para o Arduino, o mesmo apresentou ser viável para essa aplicação.

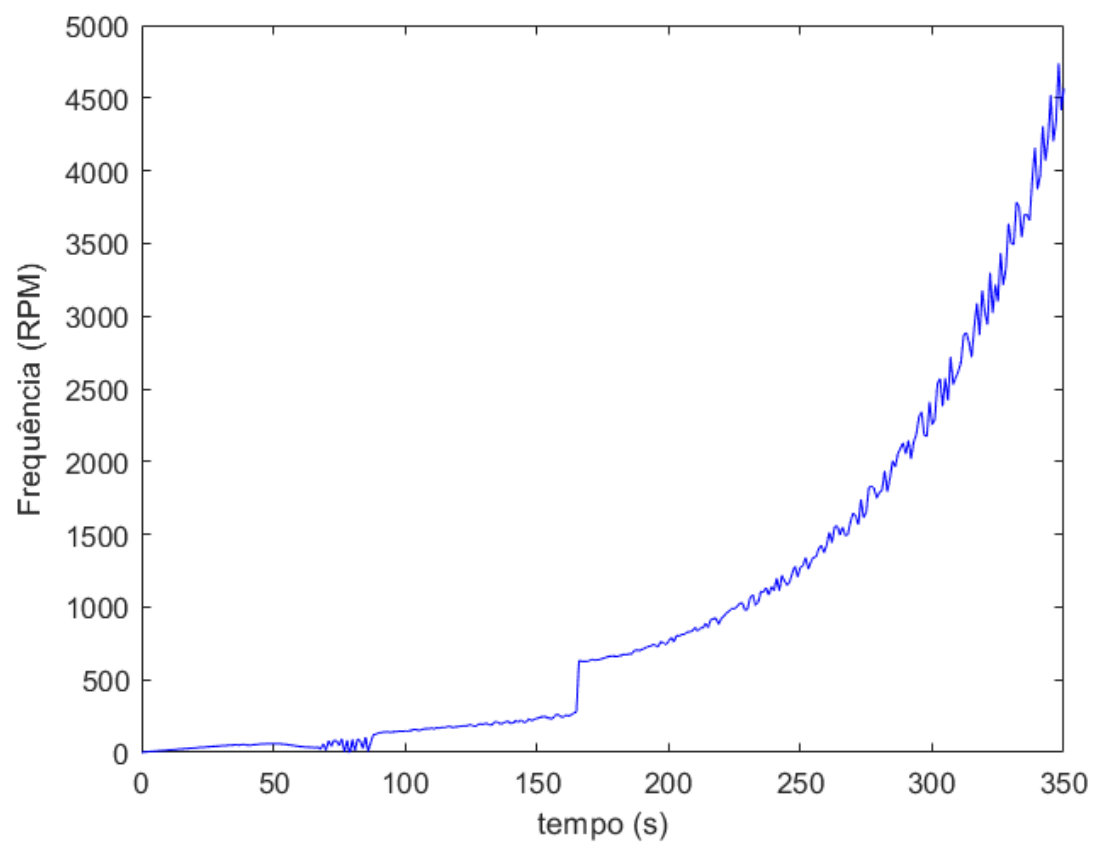


Figura 6.8: Reposta no Tempo para Velocidade Angular - Análise Experimental

## CAPÍTULO 7

# COMPARAÇÕES ENTRE AS ANÁLISES NUMÉRICA E EXPERIMENTAL

A figura 7.1 demonstra a comparação entre a análise numérica e experimental para a variável de deslocamento linear da estrutura. Observa-se que o aumento das amplitudes de vibrações, característico do efeito Sommerfeld, ocorre de maneira similar para as duas figuras.

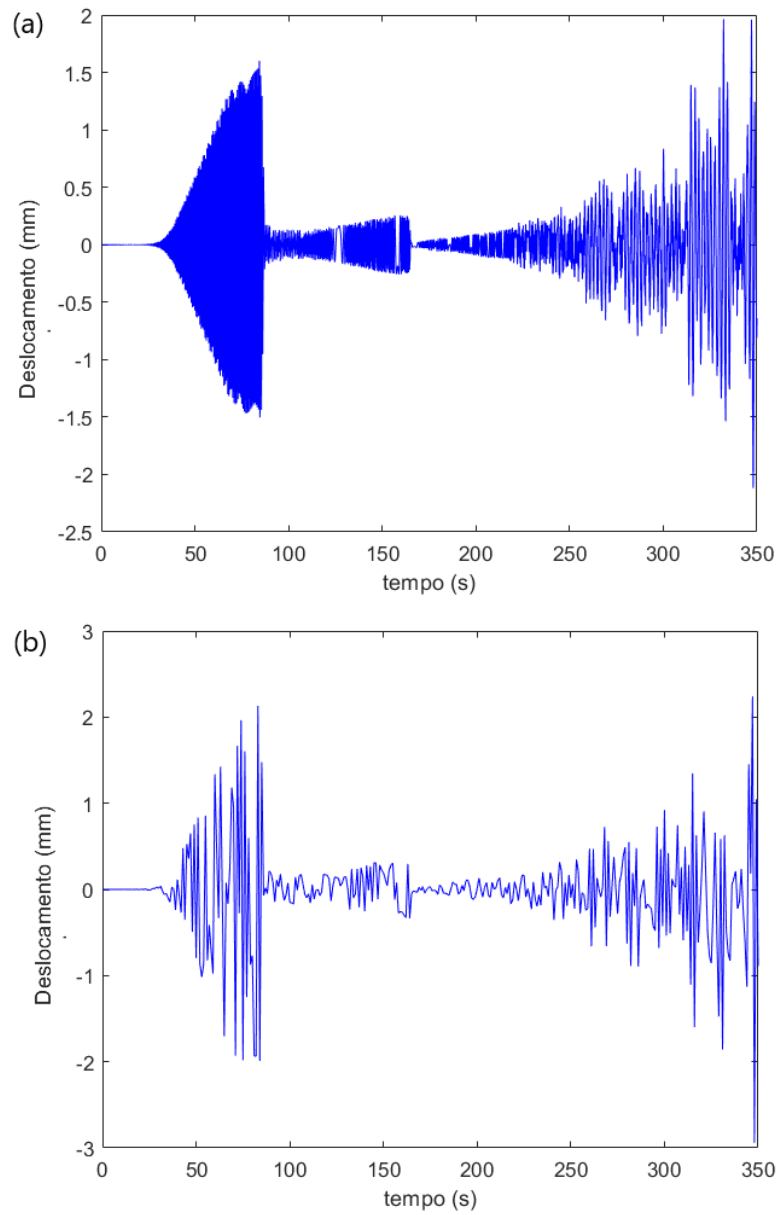


Figura 7.1: Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável  $Z$

A figura 7.2 demonstra a comparação entre a análise numérica e experimental para a variável de deslocamento angular transversal da estrutura. Observa-se as características da manifestação do efeito Sommerfeld nas mesmas regiões, porém as amplitudes de vibração encontram-se diferentes.

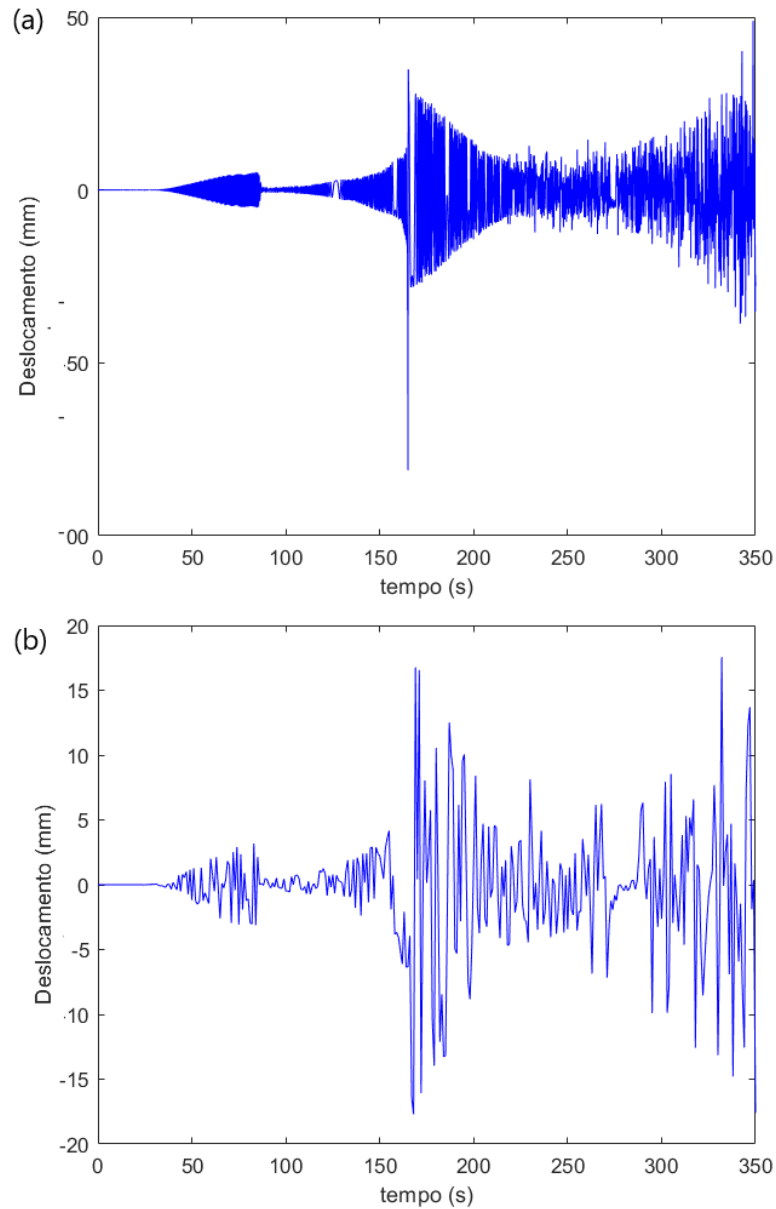


Figura 7.2: Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável  $X$

A figura 7.3 demonstra a comparação entre a análise numérica e experimental para a variável de deslocamento angular longitudinal da estrutura. Observa-se o mesmo comportamento das demais figuras 7.1 e 7.2 quanto as características da manifestação do efeito Sommerfeld.

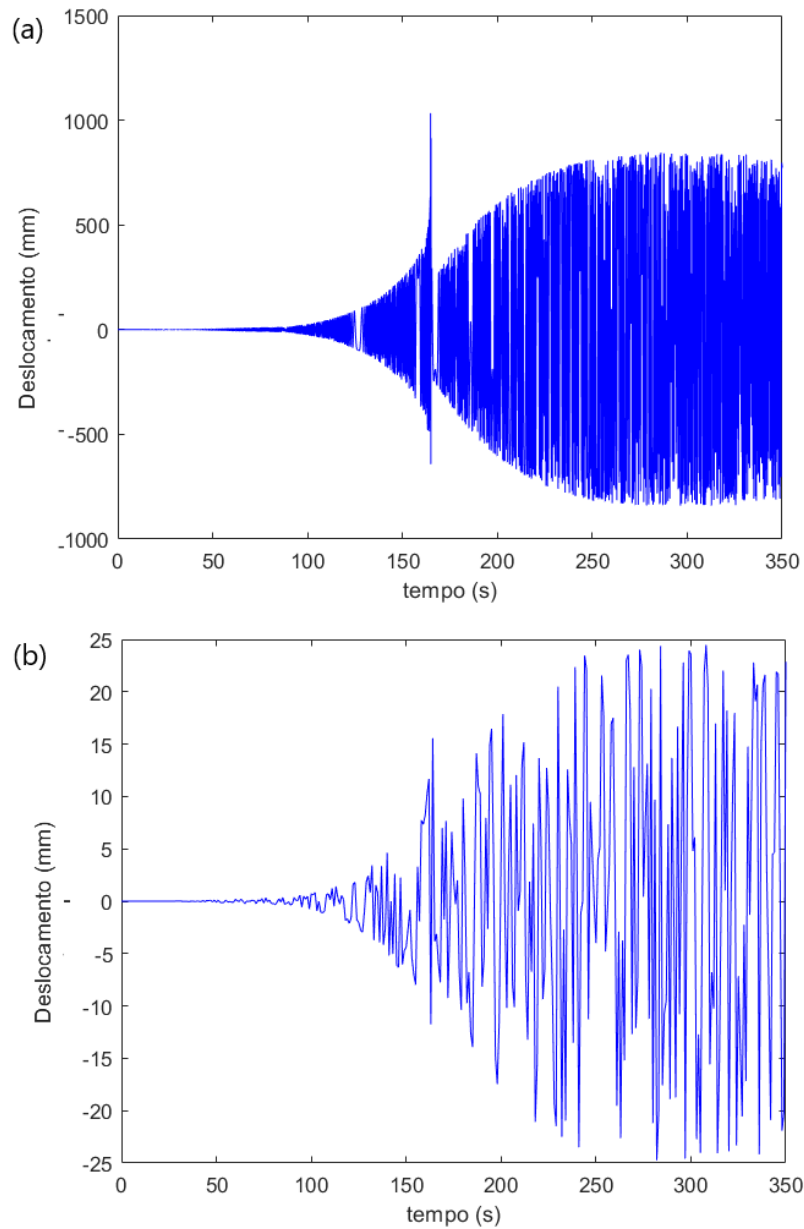


Figura 7.3: Análise Numérica (a) e Análise Experimental (b) para variável  $Y$

## 7.1 CONCLUSÕES SOBRE O CAPÍTULO

O presente capítulo permite concluir que o modelo físico utilizado para o desenvolvimento desse trabalho apresenta grande aderência ao modelo real, devido aos comportamentos semelhantes para as amplitudes de vibrações representadas no decorrer do tempo, ainda que unidades de engenharia diferentes tenham sido utilizadas para os movimentos transversal e longitudinal da estrutura. Porém, é necessário ressaltar que as amplitudes apresentam valores discrepantes.

## CAPÍTULO 8

# CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Conclui-se com o desenvolvimento do presente trabalho que o modelo físico utilizado para as análises experimentais possui aderência ao modelo matemático utilizado para as análises numéricas, embora os resultados apresentados tenham valores de amplitudes de vibrações diferentes. Tal fato, deve-se a sensibilidade paramétrica do sistema e que alguns dos parâmetros da estrutura, a saber,  $J_B$ ,  $J_L$ , que foram adotados de forma empírica e não linearidades que podem não ter sido consideradas, como por exemplo, o acoplamento das molas na estrutura, e ainda, as próprias molas. Sendo assim, conclui-se, para trabalhos futuros, pode-se acrescentar mais não linearidades a estrutura de forma a observar se existirá mais semelhança nos valores de amplitudes de vibração. Também é possível prosseguir com o desenvolvimento dessa pesquisa abordando o desenvolvimento de um controlador que vise diminuir a influência do efeito Sommerfeld na estrutura e no motor CC, e a análise do efeito Sommerfeld através da demonstração gráfica das amplitudes de vibração em função da frequência e ainda, movimentar o motor CC para a extremidade da esteira. Sendo assim, conclui-se que os objetivos propostos inicialmente, que era a constatação da existência do efeito Sommerfeld na respectiva esteira transportadora, bem como a análise da influência dos efeitos colaterais causados no motor CC e na estrutura foram alcançados de forma satisfatória.

# CAPÍTULO 9

## SÚMULA CURRICULAR

1. Formação Engenharia de Automação e Controle, 2013 - UNIP - Bauru/SP
2. Disciplinas cursadas no Programa de Mestrado.

As Disciplinas cursadas durante o desenvolvimento do trabalho no programa são:

Dynamics Applied to Mechanical Systems

Signal Processing for Vibration and Acoustics

Special Topics in Nonlinear Mechatronic Engineering

Structural Dynamics

Special Topics: Mechanical Projects I

Modal Interaction in Nonlinear Oscillatory Systems

Special Topics in Mechatronics I: Optimum Control

Special Topics: Mechanical Projects II

Nonlinear Dynamics and Chaos

3. Publicações em Congressos.

L. R. Oliveira, J. M. Balthazar, E. A. Petrocino<sup>1</sup>, A. M. Bueno, A. Nabarrete ,P. A. Tusset, "Some Remarks On Experimental Analysis Of A Non-Ideal Conveyor Belt.", "Published on "Dynamics Systems - Theory and Applications"(DSTA 2021) Conference Books – Abstracts, pages 77-78"

4. Submissões.

L. R. Oliveira, J. M. Balthazar<sup>1</sup>, E. A. Petrocino<sup>1</sup>, A. M. Bueno, M. Silveira ,P. J. P. Gonçalves, "Dynamic behavior of a non-linear and non-ideal conveyor belt through numerical and experimental simulations.", "Internacional Congress of Mechanical Engineering"(COBEM, 2023).

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIŞVERİŞÇİ, G. F. *et al.* On dynamic behavior of a nonideal torsional machine suspension structure. In: SPRINGER. **Dynamical Systems Theory and Applications**. [S.l.], 2015. p. 1–10.

AWREJCEWICZ, J. *et al.* Dsta-2021 conference books–abstracts. Lodz University of Technology Press, 2021.

BALTHAZAR, J. M. **Nonlinear Vibrations Excited by Limited Power Sources**. [S.l.]: Springer, 2022.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* Remarks on the passage through resonance of a vibrating system with two degrees of freedom, excited by a non-ideal energy source. **Journal of Sound and Vibration**, v. 239, n. 5, p. 1075–1085, 2001.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* An overview on non-ideal vibrations. **Meccanica**, Kluwer Academic Publishers, v. 38, n. 6, p. 613–621, 2003.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* An overview on non-ideal vibrations. **Meccanica**, Kluwer Academic Publishers, v. 38, n. 6, p. 613–621, 2003.

BALTHAZAR, J. M. *et al.* An overview on the appearance of the sommerfeld effect and saturation phenomenon in non-ideal vibrating systems (nis) in macro and mems scales. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 93, n. 1, p. 19–40, 2018.

BARR, A.; MCWHANNELL, D. Parametric instability in structures under support motion. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 14, n. 4, p. 491–509, 1971.

BISOI, A.; SAMANTARAY, A.; BHATTACHARYYA, R. Control strategies for dc motors driving rotor dynamic systems through resonance. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 411, p. 304–327, 2017.

CVETIĆANIN, L. Dynamics of the non-ideal mechanical systems: A review. **Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics**, v. 4, n. 2, p. 75–86, 2010.

FELIX, J. **Teoria de sistemas vibratórios aporticados não-lineares e não-ideais**. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, UNICAMP, 2002.

FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M. Comments on a nonlinear and nonideal electromechanical damping vibration absorber, sommerfeld effect and energy transfer. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 55, n. 1, p. 1–11, 2009.

FELIX, J. L. P. *et al.* Teoria de sistemas vibratórios aporticados não-lineares e não-ideais. [sn], 2002.

GARZERI, F. J. **Dinâmica não linear de um pórtico plano sob carregamento não ideal: análise numérica e experimental**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2001.

- GONÇALVES, P. *et al.* The dynamic behavior of a cantilever beam coupled to a non-ideal unbalanced motor through numerical and experimental analysis. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 333, n. 20, p. 5115–5129, 2014.
- GONÇALVES, P. *et al.* The dynamic behavior of a cantilever beam coupled to a non-ideal unbalanced motor through numerical and experimental analysis. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 333, n. 20, p. 5115–5129, 2014.
- GONÇALVES, P. *et al.* Double resonance capture of a two-degree-of-freedom oscillator coupled to a non-ideal motor. **Meccanica**, Springer, v. 51, n. 9, p. 2203–2214, 2016.
- HUGOT, E. **Handbook of cane sugar engineering**. [S.l.]: Elsevier, 2014.
- KONONENKO, V. O. **Vibrating systems with a limited power supply**. [S.l.]: Iliffe, 1969.
- KOSSOSKI, A. *et al.* Jump phenomenon in a nonideal system with shape memory element.
- KRASNOPOLSKAYA, T. S.; SHVETS, A. Y. Chaos in vibrating systems with a limited power-supply. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, American Institute of Physics, v. 3, n. 3, p. 387–395, 1993.
- MAZZILLI, C. E. N. Dinâmica não-linear e estabilidade: uma formulação para sistemas submetidos a excitação de suporte ou a carregamentos não-conservativos. 1988.
- MUKHERJEE, A.; KARMAKAR, R.; SAMANTARAY, A. K. Modelling of basic induction motors and source loading in rotor–motor systems with regenerative force field. **Simulation Practice and Theory**, Elsevier, v. 7, n. 5-6, p. 563–576, 1999.
- NAYFEH, A. H.; MOOK, D. T. **Nonlinear oscillations**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- PETROCINO, E. *et al.* Vibration control of a cantilever beam coupled to a non-ideal power source by coil impedance matching. In: **Advances in Nonlinear Dynamics**. [S.l.]: Springer, 2022. p. 221–231.
- PICCIRILLO, V. Dinâmica não linear e controle de um sistema vibratório modelado com memória de forma e, excitado por fontes de energia do tipo ideal e não ideal. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2007.
- PICCIRILLO, V. *et al.* On a nonlinear and chaotic non-ideal vibrating system with shape memory alloy (sma). **Journal of theoretical and Applied Mechanics**, v. 46, n. 3, p. 597–620, 2008.
- RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. [S.l.]: Pearson Educación, 2009.
- SAMANTARAY, A. Efficiency considerations for sommerfeld effect attenuation. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 235, n. 21, p. 5247–5260, 2021.
- TSUCHIDA, M. *et al.* On regular and irregular vibrations of a non-ideal system with two degrees of freedom. 1: 1 resonance. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier BV, p. 949–960, 2003.
- TSUCHIDA, M.; GUILHERME, K. de L.; BALTHAZAR, J. M. On chaotic vibrations of a non-ideal system with two degrees of freedom: 1: 2 resonance and sommerfeld effect. **Journal of Sound and Vibration**, v. 282, n. 3-5, p. 1201–1207, 2005.

TUSSET, A. M. *et al.* A non-ideally excited pendulum controlled by sdre technique. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer, v. 38, n. 8, p. 2459–2472, 2016.

ZUKOVIC, M.; CVETICANIN, L. Chaos in non-ideal mechanical system with clearance. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 15, n. 8, p. 1229–1246, 2009.

# APÊNDICE A

## PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO DO ACELERÔMETRO DO IPHONE

Como calibrar os sensores de posição do iPhone.

Etapa 1. Desligue o iPhone com pressionando por 5 segundos o botão liga / desliga, aguardando até que o mesmo seja desligado.

Etapa 2. Aguarde alguns segundos e volte a pressionar o botão liga / desliga, aguardando até que o iPhone seja inicializado

Etapa 3. Abra o aplicativo Bússula conforme imagem A.1.

Passo 4. Aparecerá dois círculo com pequena listas conforme imagem A.2. Para calibrar O acelerômetro e giroscópio, será necessário movimentar o telefone de forma que as listras do circulo tenham suas cores alteradas para branco.

Quando o círculo todo possui todas as listras alteradas para a cor branca, a imagem da bússula será exibida conforme a figura A.3 e os sensores do Iphone estarão calibrados.

Os sensores encontram-se posicionados no centro do aparelho, e as coordenadas de de acordo com os eixos são exibidos na figura A.4



Figura A.1: Localização do Aplicativo Bússula [Desenvolvido pelo Autor]

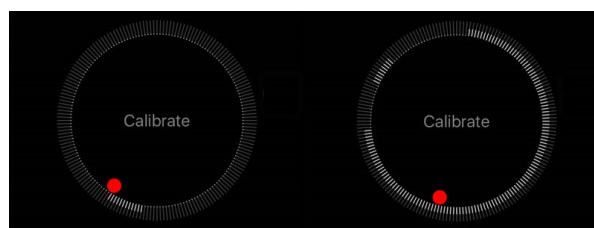


Figura A.2: Demonstração da Tela de Calibração [Desenvolvido pelo Autor]



Figura A.3: Demonstração da Bússula Calibrada [Desenvolvido pelo Autor]

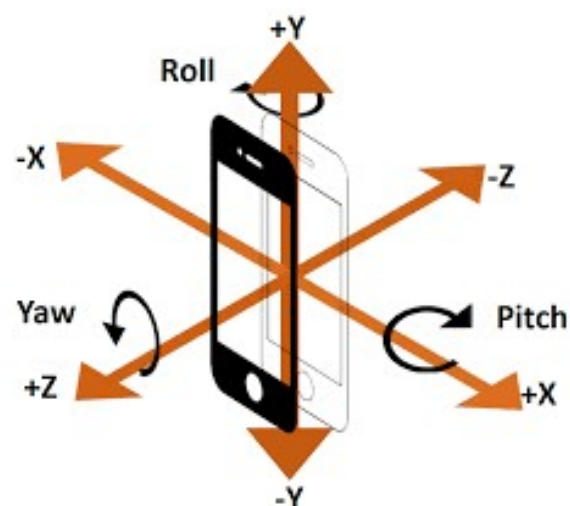


Figura A.4: Coordenadas do Aceerômetro do Iphone [Desenvolvido pelo Autor]