

**ANÁLISE DE DISPOSITIVOS PASSIVOS TIPO *BOAT TAIL* EM
CORPOS DE AHMED UTILIZANDO CÓDIGO DE CFD *OPEN*
*SOURCE***

Pedro Luís Pereira Cardoso



CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

“ANÁLISE DE DISPOSITIVOS PASSIVOS TIPO *BOAT TAIL* EM CORPOS DE AHMED UTILIZANDO CÓDIGO DE CFD *OPEN SOURCE*”

Pedro Luís Pereira Cardoso

Orientador: Prof. Dr. Aluísio Viais Pantaleão

Trabalho de Graduação apresentado à
Faculdade de Engenharia – FE/UNESP –
Câmpus de Ilha Solteira, para
cumprimento de requisito para obtenção
do Grau de Engenheiro Mecânico.

Ilha Solteira – SP
Junho/2023

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C268a Cardoso, Pedro Luís Pereira.
Análise de dispositivos passivos tipo Boat Tail em corpos de Ahmed utilizando código de CFD open source / Pedro Luís Pereira Cardoso. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
49 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2023

Orientador: Aluísio Viais Pantaleão

Inclui bibliografia

1. Boat Tail. 2. Cfd. 3. Corpo de Ahmed. 4. Dispositivos passivos. 5. Redução de arrasto.

**ANEXO 02
MODELO DE ATA DE DEFESA**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: Análise de dispositivos passivos tipo *Boat Tail* em corpos de Ahmed utilizando código CFD *open source*.

ALUNO: Pedro Luís Pereira Cardoso RA: 181050013

Orientador: Aluisio Viais Pantaleão

Aprovado (X) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 7,0

Comissão Examinadora:

Prof. Aluisio Viais Pantaleão
Aluisio V. Pantaleão
Presidente (Orientador)

Prof. Henrique Campos Matos
H. Campos Matos

Prof. Pedro H M de Barros
Pedro H. M. de Barros

Pedro Luís Pereira Cardoso
Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 4 de julho de 2023.

RESUMO

A complexidade de alguns fenômenos aerodinâmicos, faz com que seja necessária a utilização de métodos computacionais para solução, sendo, portanto, uma ferramenta de extrema importância nas áreas acadêmicas e principalmente na cadeia produtiva. Na década de 1980, foi desenvolvido o corpo de Ahmed, um modelo automobilístico simplificado com a finalidade de permitir estudos e uma melhor compreensão dos fenômenos aerodinâmicos, sendo este, bastante difundido e utilizado globalmente. Com avanços tecnológicos, o desenvolvimento de dispositivos passivos foi fundamental para a obtenção de veículos mais econômicos e com melhor desempenho. Dessa forma, a proposta desse trabalho é estabelecer uma metodologia computacional, com a aplicação do software *OpenFoam* de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) para a visualização do escoamento, em torno de um corpo de Ahmed com diferentes dispositivos passivos de geometria *Boat Tail*, inseridos a fim de reduzir o arrasto sobre o corpo, avaliando tanto o arrasto aerodinâmico, quanto as esteiras turbulentas e suas consequências devido ao uso de diferentes configurações, considerando os efeitos da geometria e posição do mesmo. Foi possível obter reduções no coeficiente de arrasto dos corpos de Ahmed na ordem de 1,51% até 11,46% se utilizando dos dispositivos passivos tipo *Boat Tail*. Também foi possível observar as diferenças visuais entre as esteiras de arrasto formadas durante os escoamentos.

Palavras-chave: Boat Tail, CFD, Corpo de Ahmed, Dispositivos passivos, Redução de arrasto.

ABSTRACT

The complexity of some aerodynamic phenomena necessitates the use of computational methods for their solution, making them an extremely important tool in academic areas and especially in the production chain. In the 1980s, the Ahmed body was developed, which is a simplified automotive model designed to enable studies and a better understanding of aerodynamic phenomena. This model has been widely disseminated and used globally. With technological advancements, the development of passive devices has been crucial in achieving more fuel-efficient vehicles with improved performance. Therefore, the objective of this work is to establish a computational methodology using the *OpenFoam*, a CFD (Computational Fluid Dynamics) software for flow visualization around an Ahmed body with different passive devices of Boat Tail geometry. These devices are inserted to reduce drag on the body, evaluating both the aerodynamic drag and the turbulent wakes and their consequences resulting from the use of different configurations, considering the effects of geometry and position. It was possible to achieve drag coefficient reductions ranging from 1.51% to 11.46% in the Ahmed bodies by using Boat Tail passive devices. Visual differences in the drag wakes formed during the flow were also observed.

Keywords: Boat Tail, CFD, Ahmed body, Passive devices, Drag reduction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Corpo de Ahmed	14
Figura 2 – Esquema do aparato experimental elaborado por Ahmed e Ramm (1984).	15
Figura 3 – Representação esquemática da esteira gerada no corpo de Ahmed com inclinação 30°.	16
Figura 4 – Curva de coeficiente de arrasto em função dos graus de inclinação do corpo de Ahmed.....	17
Figura 5 – Linhas de corrente para o corpo de Ahmed com 30° de inclinação e razão de bloqueio de 6%	18
Figura 6 – Geometrias analisadas nos primeiros ensaios	37
Figura 7 – Comparativo entre as geometrias A, B, C, D, E e F	38
Figura 8 – Malha computacional gerada via plataforma Salome 9.8.0	39
Figura 9 – Refino de malha nas regiões próximas a superfície	40
Figura 10 – Comparativo entre as geometrias F, G, H, I e J.	41
Figura 11 – Escoamento ao redor dos corpos A, F, D e H.....	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Constantes empíricas empregadas no modelo “Standard” $k - \omega$ SST.....	29
Tabela 2 – Número de volumes de malha por geometria A, B, C, D, E e F	40
Tabela 3 – Número de volumes de malha por geometria F, G, H, I e J.	42
Tabela 4 – Resultado geometrias iniciais.	43
Tabela 5 – Resultados geometrias Boat Tail	43

LISTA DE SIMBOLOS

a	Aceleração (m/s ²)
C_p	Calor específico (J/kg · K)
Γ_ϕ	Coefficiente de difusão
C_f	Coefficiente de fricção
L	Comprimento característico (m)
d	Distância mais próxima da parede (m)
e	Energia (J)
k	Energia cinética turbulenta (J/kg)
e_a	Erro aproximado
e_{ext}	Erro extrapolado
δ	Espessura da camada limite (m)
\dot{q}_R	Fluxo térmico turbulento (W)
f_b	Força de corpo (N)
f_s	Força externa de superfície (N)
f	Força total (N)
I	Inércia
m	Massa (kg)
ρ	Massa específica (kg/m ³)
S	Módulo do tensor médio de deformação
N	Número de elementos
Ma	Número de Mach
Re	Número de Reynolds
Sc	Parcela constante do termo fonte
Sp	Parcela não-linear do termo fonte
x	Posição (m)
p	Pressão (Pa)
ϕ	Propriedade intensiva qualquer
R	Razão de crescimento
r	Razão de refinamento
J^ϕ	Soma dos fluxos convectivos e difusivos
h	Tamanho do elemento
\dot{q}_v	Taxa de calor da fonte ou sumidouro (W)
\dot{q}_s	Taxa de transferência de calor pela Superfície por unidade de área (W/m ²)
ϵ	Taxa dissipação de energia cinética Turbulenta (W/kg)
m	Taxa específica de dissipação (1/s)

T	Temperatura (K)
t	Tempo (s)
r	Tensor de tensão (Pa)
$J^{\phi,C}$	Termo convectivo
$J^{\phi,D}$	Termo difusivo
Q	Termo fonte
\dot{m}	Vazão mássica (kg/s)
v	Velocidade (m/s)
u^*	Velocidade de fricção (m/s)
U_L	Velocidade do escoamento livre (m/s)
c	Velocidade local do som (m/s)
λ	Viscosidade cinemática (m ² /s)
μ_t	Viscosidade cinemática turbulenta
μ	Viscosidade dinâmica (N · s/m ²)
V	Volume (m ³)
V_c	Volume de controle

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1. Motivações	12
1.2. Introdução Teórica.....	14
1.3. Objetivos.....	19
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	20
2.1. Fundamentação Teórica.....	20
2.1.1. Camada Limite	21
2.1.2. Conservação de massa	24
2.1.3. Conservação da quantidade de movimento	25
2.1.4. Forças de superfície	25
2.1.5. Equação da quantidade de movimento em fluidos newtonianos...26	
2.1.6. Equação geral da conservação	27
2.2. O modelo de turbulência K- ω SST.....	28
2.3. Método dos volumes finitos.	29
2.3.1. O processo de discretização.....	29
2.3.2. Malhas: estruturada e não-estruturada	30
2.3.3. Equação semi-discretizada	30
2.3.4. Esquema de diferenças centrais	33
2.3.5. Esquema “Upwind”	33
2.3.6. Discretização do termo fonte.....	34
2.4. Geometria Boat Tail	35
3. PROCEDIMENTOS	36
3.1. Geometrias.....	37
4. RESULTADOS.....	43
5. CONCLUSÃO.....	46

1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivações

Atualmente, tem-se a necessidade de um melhor gerenciamento no uso dos combustíveis fósseis, buscando conciliar interesses econômicos, e a necessidade de diminuir a emissão de gases poluentes na atmosfera almejando controlar o aquecimento global e as mudanças climáticas. Uma das alternativas possíveis a fim de solucionar o problema é aumentando a autonomia do veículo já existente, tendo em vista a necessidade da mobilidade no mundo globalizado, tanto para transporte dos mais variados materiais e produtos, quanto a locomoção de pessoas.

Em Júnior, Teixeira e Ferreira (2015) foram realizadas simulações numéricas para avaliar um comparativo aos modelos de saída *squareback* e *fastback* em veículos SAE e, conseqüentemente, na aerodinâmica desses veículos, visando a diminuição no arrasto aerodinâmico, esta, intimamente ligada a uma maior economia de combustível, uma vez que o arrasto proporciona uma resistência no deslocamento do corpo.

Devido à complexidade que envolve a geometria de um veículo real, seria de grande dificuldade a modelagem e análise dos efeitos provocados pela utilização de dispositivos passivos na mesma. Para tanto, o corpo estudado representa a simplificação dessas geometrias complexas. Por meio da utilização de métodos numéricos, CFD, torna foi realizado o estudo de corpos de Ahmed, com configurações diferentes de dispositivos passivos, em sua maioria, do tipo *Boat Tail*.

Assim, permitindo análises de escoamento em torno destes modelos e auxiliando no entendimento das características físicas que influenciam o desempenho aerodinâmico, devido, por exemplo, ao retardo na separação do escoamento e, conseqüentemente, a diminuição no arrasto. Assim, torna-se evidente a importância da investigação do uso desses dispositivos passivos capazes de modelar a região da camada limite e a esteira de arrasto, para obter veículos com desempenho cada vez melhor.

Wood, R. M. (2004), concluiu, com base em análises e dados estatísticos que cerca de 16% de toda energia utilizada nos Estados Unidos ao longo do ano de 2004 foi empregada para superar o arrasto aerodinâmico em veículos de transporte. Dessa forma, o investimento em modelos mais aerodinâmicos, poderia economizar até 20 bilhões de dólares por ano, além de diminuir a utilização de recursos naturais não renováveis, como combustíveis fósseis.

Tendo em vista que em um veículo, a parte traseira é uma das principais regiões responsáveis pelo aumento do arrasto aerodinâmico, pois é onde ocorre a separação do escoamento, o que contribui para o surgimento de um fluxo turbulento Gheysens (2016), os dispositivos analisados serão, em sua maioria, posicionados nessa região.

Para realizar estudos, com o emprego de métodos numéricos, do escoamento em torno de corpos e os fenômenos relacionados, comumente utiliza-se *softwares* de simulação numérica.

Catillo, Tenicota e Nuela (2020), utilizaram o software Fluent, da Ansys, uma ferramenta baseada no método RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) para estudar a utilização de acessórios aerodinâmicos na redução do arrasto em um caminhão e seu reboque. No estudo focou-se na representação das tensões turbulentas que descrevem as variações de pressão e velocidade do fluido ao redor do corpo. Os autores obtiveram reduções de 19% na resistência aerodinâmica, sem que houvesse impactos na capacidade de carga do veículo.

Outro estudo conduzido por Wang et al. (2014) utilizou-se um caminhão *Van-body* e acessórios aerodinâmicos para obter reduções relevantes no coeficiente de arrasto do veículo. Neste estudo, onde o escoamento é turbulento, o modelo empregado foi o RNG k- ϵ . O resultado principal foi que o emprego mútuo de dois acessórios aerodinâmicos, um posicionado na região frontal do veículo e outro na região traseira, atingiu a melhor configuração aerodinâmica.

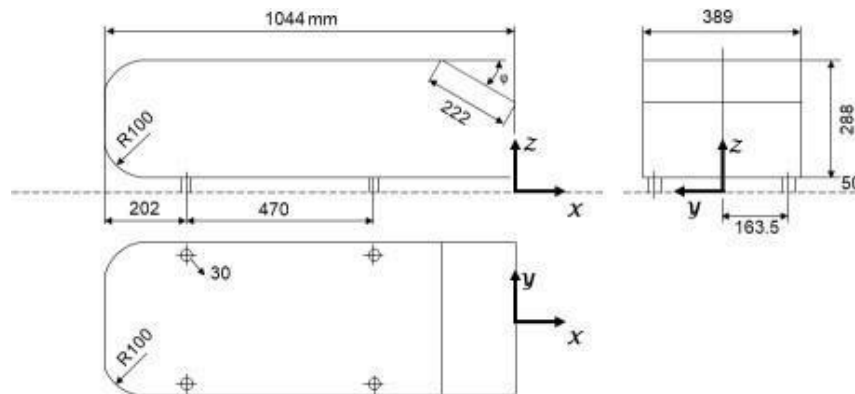
Rosilho, V. (2013) concluiu em seu estudo que a substituição dos espelhos retrovisores convencionais de um veículo de modelo popular, por câmeras internas, provocou uma redução no coeficiente de arrasto e conseqüentemente um aumento superior a 1% na autonomia do mesmo.

Oliveira et al. (2016) realizaram simulações numéricas tridimensionais pela ferramenta Fluent, da Ansys, a respeito da utilização de defletores de ar em veículos de carga entre 10 a 20 toneladas, através do modelo SST k- ω , obtendo reduções de até 36% no coeficiente de arrasto e 35% de economia de combustível, a depender do peso da carga e da velocidade de tráfego.

O projeto proposto, tem como principal foco a utilização de métodos numéricos, para a realização do estudo e visualização do escoamento e características na utilização de acessórios aerodinâmicos, em sua maioria *Boat Tail*, em corpos de Ahmed. Utilizar-se-ão diferentes configurações, tamanhos e geometrias, bem como variações nas

dimensões de alguns acessórios. Dessa forma, é esperado melhoras no desempenho aerodinâmico, analisando valores do coeficiente de arrasto. A Figura 1 ilustra as dimensões do corpo de Ahmed, geometria fundamental para esse estudo realizado.

Figura 1: Corpo de Ahmed.

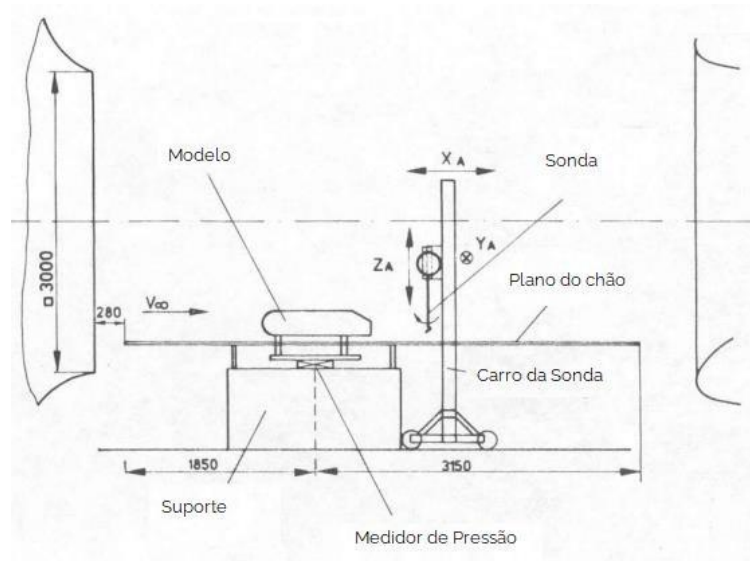


Fonte: Ahmed e Ramm (1984).

1.2 Introdução Teórica

Ahmed e Ramm (1984) conduziu o primeiro trabalho sobre escoamento ao redor dos corpos de Ahmed. Este estudo consistiu na análise experimental de veículos com diferentes ângulos de inclinação na região traseira, variando de 0° à 40° , posicionados em tuneis de vento subsônicos, tipo DFVLR, de dimensões 5 metros de comprimento e área de secção frontal quadrada com 3 metros de altura 3 metros de largura, utilizando-se uma sonda de coleta de dados localizada na parte frontal do corpo. A Figura 2 representa um esquema experimental deste estudo, utilizado por Ahmed e Ramm (1984).

Figura 2: Esquema do aparato experimental elaborado por Ahmed e Ramm (1984).

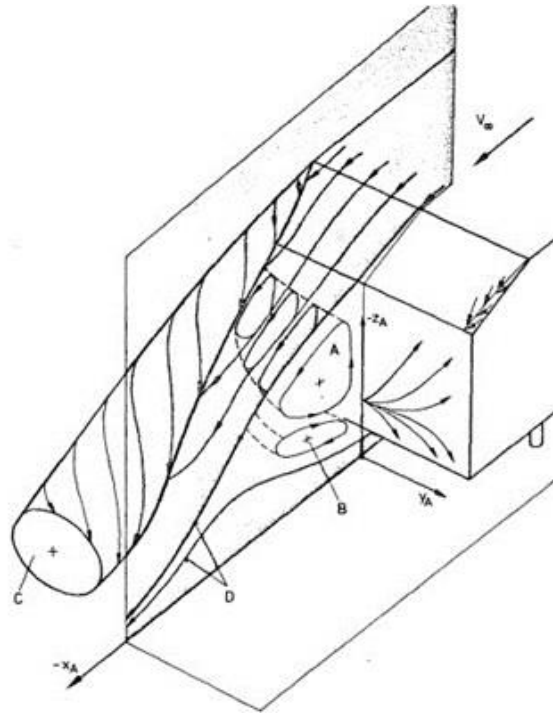


Fonte: Ahmed e Ramm (1984).

A velocidade do fluxo nos túneis, referido por V_{∞} pela Figura 2 atingiu 60 m/s, o que resultou em um número de Reynold de $4,29 \cdot 10^6$. As experimentações foram realizadas em duas cidades situadas na Alemanha. Na primeira delas, Braunschweig, foram conduzidos estudos para obter a medição de pressão e a visualização de escoamento. Na segunda cidade alemã, Gottingen, o objetivo foi realizar a medição das forças e estudo da esteira de escoamento formada.

Para melhor compreensão dos efeitos originados pelo escoamento ao redor do corpo, Ahmed e Ramm (1984) separou o veículo em três grandes regiões, sendo estas a região frontal, com arestas abauladas, a secção central, de formatado retangular, e a extremidade traseira, sendo essa inclinada. Com enfoque na primeira e terceira regiões, foram realizados os cálculos para obtenção do coeficiente de arrasto. Para coleta dos dados de pressão, foram distribuídos medidores barométricos por todo o corpo. A expectativa era de que este modelo apresentasse um elevado fluxo de deslocamento na região frontal, um fluxo mais uniforme na região central e uma grande esteira de recirculação na parte traseira, como pode ser observado na Figura 3.

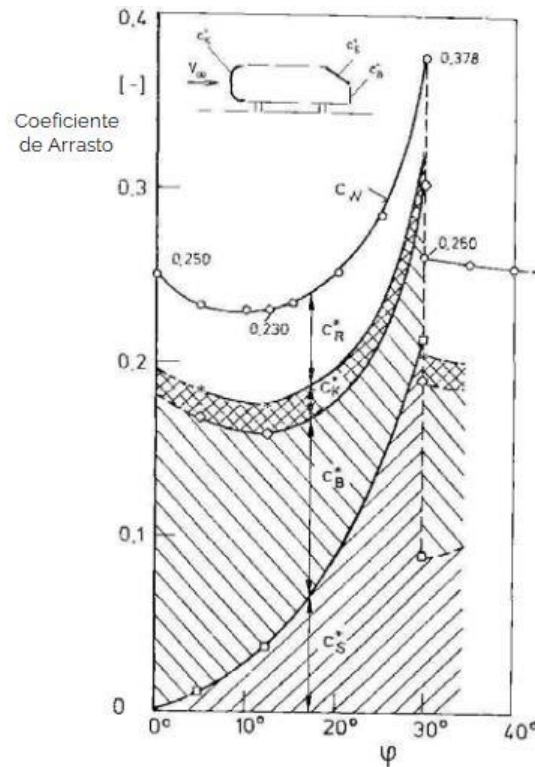
Figura 3: Representação esquemática da esteira gerada no corpo de Ahmed com inclinação de 30° .



Fonte: Ahmed e Ramm (1984).

A partir da variação da inclinação da região traseira, com ângulos de 0° à 40° , pode-se observar mudanças no coeficiente de arrasto obtido. Estes dados estão apresentados na figura 4 de Ahmed e Ramm (1984) para todas essas geometrias.

Figura 4: Curva de coeficiente de arrasto em função dos graus de inclinação do corpo de Ahmed.



Fonte: Ahmed e Ramm (1984).

Um estudo conduzido por Almeida, E. N. A. d. (2022), baseando-se no corpo de Ahmed, foi realizado com intuito de validar as simulações produzidas para as geometrias com 25° e 30° de inclinação no software OpenFOAM e Solidworks Flow®. Os dados qualitativos para o trabalho, foram obtidos através do túnel hidrodinâmico horizontal, presente no Laboratório de Visualização de Escoamentos da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP. O túnel em questão, possui dimensões 1200X200X300 mm, assim, a malha gerada correspondia ao túnel hidrodinâmico. As geometrias do corpo de Ahmed foram redimensionadas para atender a razão de bloqueio do túnel, dessa forma buscando eliminar qualquer efeito das paredes do túnel no escoamento. O número de Reynolds obtido foi de 4000, o que caracteriza o escoamento como laminar. Nesta pesquisa houve a utilização do método de convergência de malha (GCI), para selecionar a malha mais adequada, para a simulação no software OpenFOAM. Os erros percentuais entre os valores do coeficiente de arrasto obtidos nos dois softwares permaneceram entre 5% e 8%, onde os resultados do Solidworks Flow® sempre

permaneceram mais elevados que os valores obtidos no OpenFoam. A Figura 5 abaixo, mostra os resultados do corpo de Ahmed com angulação de 30° para uma razão de bloqueio 6% retirado do trabalho de Almeida (2022).

Figura 5: Linhas de corrente para o corpo de Ahmed com 30° de inclinação e razão de bloqueio de 6%.



Fonte: Almeida E. N. A. d. (2022).

Outro estudo, conduzido por Gutierrez et al. (2020), se baseou em uma análise numérica afim de se analisar o escoamento ao redor corpo de Ahmed com ângulo de 25°. O objetivo desse era avaliar os efeitos do escoamento, priorizando a geração de vórtices e o fluxo de ar no corpo de Ahmed. Para tanto, foi gerada uma malha híbrida com elementos hexaédricos e tetragonais, além de quatro diferentes modelos de turbulência. Gutierrez et al. (2020) observou que o modelo $k - \epsilon$ foi o melhor modelo para obter a solução da viscosidade turbulenta com diferença de 3,9% em relação aos valores experimentais, enquanto o modelo Reynolds Stress Model (RSM) foi o modelo que mais se aproximou do valor de sustentação calculado experimentalmente, com uma diferença de 2,8%. Sob uma ótica qualitativa, Gutierrez et al. (2020) ainda verificou que os vórtices obtidos nas laterais e na parte frontal do corpo de Ahmed, dependem da inclinação da região traseira e que a recirculação na inclinação é gerada pela separação do escoamento.

Em um trabalho realizado por Tian et al. (2017), foram analisados os efeitos da utilização de pequenas geometrias, baseadas nos flaps presentes em aeronaves, para observar os efeitos obtidos na redução de arrasto para os corpos de Ahmed com 25° e 35° de inclinação. O estudo foi conduzido utilizando o software STAR-CCM+, malhas tetraédricas e o modelo de turbulência adotado foi o SST $k - \omega$. Os resultados obtidos no estudo de Tian et al. (2017), mostraram que para a geometria com 25° de inclinação na região traseira, houve uma redução de até 21,2% no valor do coeficiente de arrasto, utilizando um flap com 80° de inclinação posicionado na região superior, no início da secção traseira do corpo. Tian et al. (2017) conclui que foi possível observar também que as geometrias posicionadas na região inferior do corpo foram menos efetivas, resultando

em reduções de no máximo 11,2% no valor do coeficiente de arrasto.

1.3 Objetivos

Aplicar uma metodologia de simulação numérica para obter valores de coeficiente de arrasto em corpos de Ahmed utilizando diferentes acessórios aerodinâmicos, um cone posicionado na região frontal e geometrias *Boat Tail* na região traseira, a partir da utilização do *software* OpenFoam, destacam-se entre os objetivos secundários da presente proposta:

- Aplicar conceitos de mecânica dos fluidos para elaboração de modelos de teste, levando em consideração a separação de escoamento, camada limite e análise dos coeficientes de arrasto obtidos, bem como manipulações quanto ao refino de malha;
- Estabelecer uma metodologia numérica de visualização de escoamento de corpos de Ahmed.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Fundamentação teórica

Na obra escrita por Fox et al. (2006), é definido que fluidos tendem a escoar quando há interação, por exemplo, agitação. Mais precisamente, fluido é uma substância que se deforma continuamente sobre a aplicação de uma tensão de cisalhamento, não importando a magnitude desta. A mecânica dos fluidos é a ciência responsável por compreender o comportamento destes, seja em repouso ou movimento.

Alguns conceitos são extremamente necessários, como o comportamento de um fluido quando é submetido a tensão de cisalhamento. Caso a deformação seja linear, de acordo com a força aplicada, trata-se de um fluido Newtoniano, ou seja, apresentam a variação de tensão linear à sua deformação. Caso ocorra um fenômeno em específico, ou seja, o fluido não deforme de maneira linear com a tensão aplicada, este é denominado de fluido Não-Newtoniano.

Quando um fluido está em movimento, ocorre o fenômeno chamado escoamento. Este, por sua vez, pode ser classificado em unidimensional, bidimensional ou até mesmo tridimensional, de acordo com o número de coordenadas necessárias para descrever o movimento das partículas.

Ainda pode-se classificar o regime de escoamento em laminar, transicional ou turbulento, de acordo com as características que envolvem o fenômeno. Um escoamento laminar, apresenta um comportamento ordenado no movimento de suas partículas, em camadas lisas ou lâminas Fox et al. (2006). Quanto maior a velocidade do escoamento, maior a tendência das partículas moverem-se de forma mais desordenada, dessa forma, o regime entra na fase de transição. Por fim, quando o nível de desordem no movimento das partículas é elevado, este encontra-se em regime turbulento, podendo gerar até o aparecimento de vórtices.

É possível utilizar o número adimensional de Reynolds, Re , para determinar se o regime é laminar, turbulento ou mesmo transicional. O mesmo é descrito pela Equação 1.

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (1)$$

Fisicamente, seu significado é um quociente de forças de inércia por forças viscosas. Onde ρ é a massa específica, v é a velocidade do escoamento, L é o comprimento

característico e μ é a viscosidade dinâmica. Segundo descreve Moukalled et al. (2016), para o número de Reynolds abaixo de $5 \cdot 10^5$, o escoamento é tido como laminar. Para valores acima de $3 \cdot 10^6$, Çengel et al. (2006), o escoamento é determinado como turbulento. Ainda, para valores próximos a esse, é definida o regime de transição.

2.1.1 Camada Limite

Parte-se do princípio que o escoamento deve ser dividido em duas regiões sendo essas, uma externa sem viscosidade, onde poderia continuar-se utilizando a teoria do fluido ideal, e uma região interna, próxima a parede ou superfície, onde as forças viscosas e rotacionalidade não podem ser ignoradas, chamada Camada Limite. Dessa forma, soluciona-se primeiramente o escoamento na parte externa de acordo com as equações já difundidas como Bernoulli, Euler e da continuidade. A partir de então, ajusta-se uma fina camada limite, onde no seu interior, os efeitos são determinados através das equações da camada limite.

Quando um fluido escoar sobre uma superfície sólida, a parte que imediatamente entra em contato com a parede do corpo, adere à mesma, ou seja, o fluido em contato direto com o objeto possui velocidade nula. Isso ocasiona o surgimento de uma região estreita, chamada de camada limite de velocidade, que perdura até que o fluxo volte a atingir a 99% da velocidade de escoamento livre. Essa diferença no perfil de velocidade no interior da camada limite, ocorre devido às forças de atrito se fazem importantes, retardando o fluido de sua velocidade externa para um completo repouso na parede. A presença dessas forças viscosas faz com que o comportamento no interior e no exterior dessa fina camada sejam completamente diferentes, dessa forma, como proposto por Prandtl, faz-se necessária a divisão em duas regiões do escoamento promovendo, assim, uma simplificação na abordagem matemática do escoamento de um fluido real com viscosidade pequena.

Freire (1990), apresenta que o perfil de velocidades é uniforme, até que atinja o corpo em questão. A presença do mesmo, faz com que haja mudanças no fluxo e dessa forma, com o aumento da distância do bordo de ataque, a espessura, δ , de fluido retardado aumenta. Para escoamentos com a mesma velocidade, quanto menor a viscosidade do fluido, observa-se que menor será a espessura da camada limite.

Considerando o caso em que apenas estão presentes as forças de inércia e as forças de atrito, das equações de Navier-Stokes, segue-se que a força de inércia por unidade de volume é dada pela Equação 2.

$$I = \rho u \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

Do mesmo modo as forças viscosas por unidade de volume são dadas pela Equação 3.

$$F_{\mu} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (3)$$

Sendo as tensões cisalhantes na camada limite são descritas na Equação 4.

$$r = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

A espessura da camada limite eleva-se gradualmente a medida em que o fluido escoo ao longo da superfície de contato. Essa espessura pode ser mensurada como a diferença de altura entre um ponto situado na parede do corpo, onde a velocidade é nula, e um ponto imediatamente acima, onde a velocidade do fluido corresponde a aproximadamente 99% da velocidade de escoamento livre. Matematicamente, essa espessura pode ser estimada a partir da análise em que na camada limite os efeitos viscosos e os efeitos devido à inércia possuem a mesma ordem de grandeza, a Equação 5, Schlichting (1979).

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial y} = \eta \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Considerando que em algum ponto do escoamento a velocidade e escoamento é proporcional a velocidade U de escoamento livre, L o comprimento característico do objeto sob escoamento externo e δ a espessura da camada limite, pode-se aproximar a Equação 5 para a Equação 6.

$$\rho U \frac{U}{L} = \eta \left(\mu \frac{U}{\delta^2} \right) \quad (6)$$

Segue o desenvolvimento.

$$\delta = \left(\sqrt{\eta \frac{\mu L}{\rho U}} \right) = \left(\sqrt{\eta \frac{\nu L}{U}} \right) = \left(\eta \frac{L}{\sqrt{Re}} \right) \quad (7)$$

Onde Re é o número adimensional de Reynolds, para cálculos do regime de escoamento de um fluido sobre uma superfície e η corresponde a variável de similaridade, definida através da Equação 8. Em estudo a respeito da camada limite no escoamento sobre uma placa plana, também chamado de camada limite de gradiente de pressão zero, conduzido por P. R. Heinrich Blasius, aluno de Prandtl, por volta de 1908, foi introduzida a variável de similaridade η , já apresentada em equações anteriores, a partir da hipótese da similaridade. Essa variável combina as variáveis dependentes x e y , em uma variável independente adimensional, como mostrado pela Equação 8.

$$\eta = y \sqrt{\frac{u}{ux}} \quad (8)$$

Assim, ele resolveu para uma forma adimensional da componente x da velocidade, apresentado na Equação 9.

$$f'(\eta) = \frac{u}{U} \quad (9)$$

Sendo a velocidade x 99% da velocidade de escoamento livre, quando η é igual a 4,91, tem-se a Equação 10, utilizada para estimar a espessura da camada limite em regime laminar sobre uma placa plana.

$$\frac{\delta}{L} = \frac{4,91}{\sqrt{Re}} \quad (10)$$

A camada limite ainda pode ser dividida em diferentes regiões de acordo com o comportamento do fluido em seu interior. Inicialmente, o escoamento é laminar, ou seja, seu comportamento é previsível. Dependendo das condições de corrente livre, dos gradientes de pressão e da rugosidade da superfície, pode ocorrer a transição do escoamento laminar para o escoamento turbulento. O ponto no qual se inicia a camada limite turbulenta, ocorre em um ponto de transição. A espessura da camada limite então eleva-se abruptamente, devido a aleatoriedade do movimento do fluido, como a formação de vórtices. Conforme proposto por Çengel e Boles (2006), em estudos conduzidos para

uma placa plana, foi observado que para valores de $R_{x,critico} \cong 5 \cdot 10^5$ se dá início a transição do escoamento de laminar para turbulento e continua até que a camada limite seja completamente turbulenta, para valores de $R_{x,critico} \cong 3 \cdot 10^6$.

Há ainda outra região muito importante no estudo da camada limite, trata-se do ponto de separação do escoamento. Segundo Fox et. al. (2006) a separação do escoamento, ocorre devido ao balanço de quantidade de movimento próximo a superfície. No ponto de separação da camada limite, a energia cinética não é o suficiente para avançar sobre campo com gradiente de pressão adverso, sendo assim, o escoamento percorre então, o caminho com menor resistência, deixando a parede do corpo. Este tipo de fenômeno pode ser observado em diversos escoamentos, e possui como principais consequências aumento do arrasto de pressão, vibrações e podendo gerar instabilidade no equilíbrio do objeto.

2.1.2 Conservação de Massa

O princípio de conservação de massa de um sistema apresenta que, caso não haja a presença de sumidouros ou geradores de massa, não haverá alteração na quantidade de massa presente no sistema. Ou seja, a variação temporal da massa por unidade de volume, no interior do volume de controle de dimensões infinitesimais é igual a variação espacial do fluxo de massa por unidade de tempo que atravessa a superfície de controle, como diz Rosa (2009) e representado pela Equação 11.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (11)$$

Sendo ρ a massa específica e \mathbf{v} a velocidade de escoamento. Podendo ainda ser descrita na forma de fluxo, Equação 12.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla [\rho \cdot \mathbf{v}] = 0 \quad (12)$$

A partir dessa equação é possível observar que para um fluxo onde o fluido apresenta densidade constante, ou seja, incompressível, tem-se $D\rho/Dt = 0$. Portanto, obtém-se que a equação de conservação da massa para fluido incompressível pode ser descrita pela Equação 13.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (13)$$

2.1.3 Conservação da quantidade de movimento

Caso não haja uma força externa sendo aplicada ao corpo, o princípio da conservação da quantidade de movimento garante que este manter sua quantidade de movimento total, bem como manterá sua trajetória inalterada, visto que se trata de uma grandeza vetorial. A respeito disso, pode-se obter duas equações, sendo uma dessas a forma não conservativa da conservação da quantidade de movimento, apresentada pela Equação 14.

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) \cdot v \right] = f \quad (14)$$

Por sua vez, a forma conservativa da conservação da quantidade de movimento é apresentada na Equação 15.

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho v] + \nabla \cdot \rho v v = f \quad (15)$$

Ainda deve-se levar em consideração as forças externas de superfície (f_s) e forças de corpo (f_b) agindo sobre o volume de controle, tem-se válida a Equação 16.

$$f = f_s + f_b \quad (16)$$

2.1.4 Forças de Superfície

Devido a pressões e tensões viscosas, surgem forças que atuam na superfície de um de um volume de controle, podendo essas serem explicitadas em termos do tensor de tensões Σ . Os elementos presentes na matriz do tensor das tensões, representada na Equação 17, que estão alocados na diagonal principal, representam as tensões normais ao volume de controle. Por sua vez, os demais valores, são responsáveis por indicar as tensões cisalhantes entre os planos.

Dessa forma, o tensor pode ser descrito em dois termos, sendo esses apresentados na Equação 17.

$$\Sigma = - \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = -pI + \tau \quad (17)$$

Onde p é a pressão, I a matriz identidade e τ o tensor das tensões viscosas, e ainda, $r_{ij} = \Sigma_{ij} + p$ quando $i = j$. A pressão é calculada a partir da negativa da média das tensões normais. Dessa forma, para representar as forças de superfície, a Equação 18.

$$f_s = [\nabla \cdot \Sigma] = -\nabla p + [\nabla \cdot \tau] \quad (18)$$

2.1.5 Equação da quantidade de movimento em fluidos newtonianos

Quando o escoamento envolve fluidos newtonianos, visto que a deformação é linear com a quantidade de tensão aplicada, o tensor das tensões acaba por ser função linear da taxa de deformação.

$$\tau = \mu \{ \nabla v + (\nabla v)^T \} + \lambda (\nabla \cdot v) I \quad (19)$$

Onde μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica e λ o coeficiente de viscosidade cinemática, geralmente definido como função da viscosidade dinâmica, sendo $\lambda = -2/3\mu$. A Equação 20 apresenta o tensor das tensões para fluidos newtonianos na forma expandida.

$$\tau = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot v & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial v} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial w} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial v} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial v} + \lambda \nabla \cdot v & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial v} + \frac{\partial v}{\partial w} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial w} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial v} + \frac{\partial v}{\partial w} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot v \end{bmatrix} \quad (20)$$

Sendo o divergente do tensor das tensões determinado na Equação 21.

$$[\nabla \cdot \tau] = \nabla \cdot \mu [(\nabla v + (\nabla v)^T) + \nabla(\lambda \nabla \cdot v)] \quad (21)$$

Adicionando as forças de superfície, obtém-se a Equação 22.

$$\frac{\partial}{\partial t} [pv] + \nabla \cdot \{pvv\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{ \mu [(\nabla v + (\nabla v)^T)] + \nabla(\lambda \nabla \cdot v) \} \quad (22)$$

Para escoamentos incompressíveis, resulta na Equação 23.

$$\frac{\partial}{\partial t} [pv] + \nabla \cdot \{pvv\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{\mu[(\nabla v + (\nabla v)^T)]\} + f_b \quad (23)$$

2.1.6 Equação geral da conservação

Agora iremos abordar a Equação Geral de Conservação.

$$\nabla \cdot (\rho v \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \phi \nabla \phi) + Q \phi \quad (24)$$

A respeito dos termos apresentados, da esquerda para a direita, o primeiro termo é o convectivo, esse expressa a variação na superfície do volume controle. Na sequência, o termo difuso apresenta o fluxo de entrada e saída da propriedade intensiva ϕ . Por fim, o termo mais a direita, é o termo fonte, apresentando a geração e o sumidouro de ϕ dentro do volume de controle. Dessa forma, pode-se analisar qualquer propriedade intensiva, seja ela velocidade, massa específica, entre outras.

2.2 O modelo de turbulência k – ω SST

Conforme apresentado por Guerrero & Bargiacchi (2014) diz que o objetivo de modelar a turbulência é desenvolver formas de prever os parâmetros de velocidade, pressão e campo de temperatura, sem de fato, calcular o fluxo turbulento em função do tempo, sendo o modelo de turbulência de k – ω SST muito adotado para tal finalidade. Esse método é a junção k – ω e do “Standard” k – ϵ , normalmente utilizado para escoamentos com separação de camada limite.

Conforme apresentado por Menter (1994), a partir dessa combinação, pode-se utilizar um modelo similar ao k – ω para regiões próximas a parede e um modelo similar ao “Standard” k – ϵ para regiões distantes da camada limite para obter melhor análise da separação do escoamento. Com isso, pode-se utilizar o que cada método separado tinha de melhor e, com isso, modelar de forma mais precisa os problemas.

No modelo “Standard” k – ϵ , o transporte da energia cinética turbulenta e da dissipação de turbulência, são determinados respectivamente pelas Equações 25 e 26:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v k) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k - \rho \epsilon \quad (25)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \epsilon) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \epsilon \right) + C_{1\epsilon} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (26)$$

Considerando $\epsilon = C\mu k\omega$, a Equação 27:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla\omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta\rho\omega^2 \\ + 2\frac{\rho\sigma_{\omega^2}}{\omega} \nabla k : \nabla\omega \end{aligned} \quad (27)$$

No modelo $k - \omega$ tem-se o transporte da taxa específica de dissipação determinado através da Equação 28.

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla\omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta\rho\omega^2 \quad (28)$$

Observando as equações percebe-se um termo adicional na Equação 28, e a partir dele que é feito a junção entre os modelos. Para isso, basta multiplicar o termo adicional por $(1 - F_1)$. Obtendo a Equação 29:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\omega) = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla\omega \right) + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta\rho\omega^2 \\ + 2(1 - F_1) \frac{\rho\sigma_{\omega^2}}{\omega} \nabla k : \nabla\omega \end{aligned} \quad (29)$$

Para $F_1 = 1$, o termo adicional será nulo, assim, o modelo aplicado é análogo ao $k - \omega$, o que ocorre em regiões próximas a parede.

Para $F_1 = 0$, o termo adicional permanece e o modelo aplicado será similar ao “Standard” $k - \epsilon$, sendo o que ocorre em regiões distantes da parede.

Na Equação 29, a função de combinação F_1 é dada pela Equação 30:

$$F_1 = \tanh \left(\arg_1^4 \right) \quad (30)$$

A função F_1 realiza a combinação de constantes empíricas, dadas pela equação abaixo:

$$\phi = F_1\phi(\omega) + (1 - F_1)\phi_\epsilon \quad (31)$$

A Tabela 1 abaixo ilustra as constantes empíricas utilizadas:

Tabela 1: Constantes empíricas empregadas no modelo “Standard” $k - \omega$ SST.

Constante	ϕ_ω	ϕ_ϵ
β	0,0750	0,0828
β^*	0,09	0,09
σ_k	0,5	1,0
σ_ω	0,5	0,856
σ_D	0,856	0,856
α	5/9	0,44

Fonte: Menter (1994).

A tangente hiperbólica presente na Equação 30 torna a junção entre os métodos mais suaves sendo o termo \arg_1 pode ser escrito na Equação 32.

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_\omega k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \quad (32)$$

A partir dessa equação, percebe-se que o argumento acima depende da distância da parede que é dada por d . Essa distância varia em cada elemento da malha. Percebe-se que quando maior o valor de d , maior será o valor do argumento. O que faz a viscosidade ser limitada.

2.3 Método dos Volumes Finitos

2.3.1 O processo de discretização

O processo de discretização faz-se necessário para obtenção dos resultados numéricos. Ou seja, é necessário dividir o domínio em porções menores, volumes, não sobrepostos, a fim de se obter os valores da propriedade ϕ analisada em cada um desses pontos.

Ou seja, O processo de discretização pode ser descrito como a subdivisão em elementos de tamanho menor que compreendem todo o volume de controle analisado, dispostos de forma a não se sobreporem e faces limitadas por vértices e dispostas de forma conjugada. Além disso, podem estar organizados em uma forma estruturada ou não estruturada. Esse conjunto resulta no complexo chamado malha. As equações diferenciais parciais são aplicadas individualmente sobre cada um desses domínios e dessa forma, o resultado obtido em um dos elementos é utilizado como valor de entrada para os cálculos dos adjacentes. A disposição dessas equações algébricas é formada por matrizes e vetores,

onde os índices correspondem aos elementos analisados.

Quanto maior o número de elementos, ou seja, quanto mais células compreendem um mesmo volume de controle, os resultados obtidos tendem a se aproximar da solução exata. Porém, cabe a utilização de técnicas para determinar o melhor arranjo de malha e número de elementos para cada problema, visto que o formato e a disposição das células podem favorecer ou prejudicar a análise numérica. Após a definição, é aplicado um método de solução de sistemas algébricos, sendo esse independente do processo de discretização adotado.

2.3.2 Malhas: estruturada e não-estruturada

Por definição, uma malha é estruturada quando cada célula do interior do domínio é conectada ao mesmo número de células vizinhas, onde estas podem ser identificadas utilizando índices i , j e k de acordo com as coordenadas x , y e z , respectivamente, conforme diz Moukalled et al. (2016). Já uma malha não estruturada não há uma regra para conectar as faces e os nós em um conjunto com índices, como ocorre na malha estruturada, dessa forma, a conexão se inicia escolhendo a entidade geométrica para um elemento particular.

Falando em termos de gasto de memória computacional, utilizar malhas estruturadas gera um gasto computacional menor, pois é possível localizar os elementos via expressão matemática. No caso da malha não estruturada, apesar de ter-se uma maior flexibilidade entre os elementos, tem-se também um maior custo computacional com seu uso.

2.3.3 Equação Semi-Discretizada

Para o processo de discretizar um volume de controle é necessário que se integre todo o espaço analisado e após isso se aplique a equação de Gauss para transformar as integrais de volume obtidas em integrais de superfície, como mostram as Equações 33 e 34.

$$\oint_{\partial V_C} (\rho \mathbf{v} \phi) \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\partial V_C} (\Gamma^\phi \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S} + \int_{V_C} Q^\phi dV \quad (33)$$

$$\int_{V_C} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) V = \int_{V_C} \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) V + \int_{V_C} Q^\phi V \quad (34)$$

Para simplificar os termos nas integrais de superfície, denota-se os termos convectivos e difusivos, respectivamente, como $J^{\phi,C}$ e $J^{\phi,D}$. Além disso, pode-se dizer que o fluxo total é a soma desses termos. Sendo as Equações 35, 36 e 37 respectivamente os fluxos convectivos, difusos e o fluxo total.

$$\mathbf{J}^{\phi,C} = \rho \mathbf{v} \phi \quad (35)$$

$$\mathbf{J}^{\phi,D} = -\Gamma^\phi \nabla \phi \quad (36)$$

$$\mathbf{J}^\phi = \mathbf{J}^{\phi,C} + \mathbf{J}^{\phi,D} \quad (37)$$

Dessa forma, substituindo as integrais de superfície sobre o volume de controle pelo somatório dos termos de fluxo nas faces do elemento, obtém-se as Equações 38, 39 e 40.

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^{\phi,C} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f (\rho \mathbf{v} \phi) \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (38)$$

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^{\phi,D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f (\Gamma^\phi \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (39)$$

$$\oint_{\partial V_C} \mathbf{J}^\phi \cdot d\mathbf{S} = \sum_{f \sim \text{faces}(V_C)} \left(\int_f \mathbf{J}_f^\phi \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (40)$$

Considerando apenas um ponto de integração na face, a equação da conservação discretizada, pode ser escrita a Equação 41.

$$\sum_{f \sim nb(C)} (\rho \mathbf{v} \phi - \Gamma \nabla \phi)_f \cdot \mathbf{S}_f = Q_C^\phi V_C \quad (41)$$

Conforme apresentado por Moukalled et al. (2016), tem-se o fluxo de ϕ representado por uma parte não-linear e por outra linear, como na Equação 42.

$$\mathbf{J}f^\phi \cdot \mathbf{S}_f = \underbrace{FluxT_f}_{\substack{\text{fluxo total} \\ \text{para face } f}} = \underbrace{FluxC_f}_{\substack{\text{coeficiente de linearização} \\ \text{do fluxo para } C}} \phi_C + \underbrace{FluxF_f}_{\substack{\text{coeficiente de linearização} \\ \text{do fluxo para } F}} \phi_F + \underbrace{FluxV_f}_{\substack{\text{parte não-linearizada}}} \quad (42)$$

Substituindo a equação 42 em 41, tem-se a Equação 43.

$$\begin{aligned} \sum_{f \sim nb(C)} (\mathbf{J}f^\phi \cdot \mathbf{S}_f) &= \sum_{f \sim nb(C)} (FluxT_f) \\ &= \sum_{f \sim nb(C)} (FluxC_f \phi_C + FluxF_f \phi_F + FluxV_f) \end{aligned} \quad (43)$$

Já a linearização do termo fonte é determina conforme a Equação 44.

$$\begin{aligned} Q_C^\phi V_C &= FluxT \\ &= FluxC \phi_C + FluxV \end{aligned} \quad (44)$$

Para discretizar o termo difusivo aplica-se o teorema de Gauss, para que, a integral de volume seja convertida para integral de superfície e depois por meio da regra do ponto médio obtém-se a equação discretizada do termo convectivo, determinada através da Equação 45.

$$\sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\overline{\Gamma \nabla \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\Gamma \nabla \phi)_f \quad (45)$$

Para discretizar o termo convectivo, utiliza-se a mesma metodologia aplicada ao termo difusivo. De modo que obtém-se a Equação 46.

$$\sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\overline{\rho \mathbf{v} \phi})_f = \sum_{f \sim nb(C)} \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{v} \phi)_f \quad (46)$$

O termo fonte é determinado pela Equação 47.

$$\int_{V_C} Q^\phi dV = S_c Q_c + S_p Q_c \phi_c \quad (47)$$

Onde considera-se que Q^ϕ é constante ou varia linearmente dentro do volume de controle, onde S_c corresponde a parte constante do termo fonte e S_p representa a parte não linear.

2.3.4 Esquema de diferenças centrais

Nesse esquema de interpolação, assume-se que o valor de ϕ tenha uma variação em um perfil linear. Dessa forma, considerando f um ponto como sendo o centroide da face do elemento, pode-se escrever que ϕ na Equação 48.

$$\phi_f = f_x \phi_c + (1 - f_x) \phi_N \quad (48)$$

Sendo f_x determinado na Equação 49.

$$f_x = \frac{|x_f| - |x_N|}{|d|} \quad (49)$$

O esquema de diferenças centrais é mais bem aplicado para o processo de difusão, como apresentado por Moukalled et al. (2016). Isso ocorre pois, nesse processo as variações a jusante e a montante afetam o fenômeno, diferentemente da convecção que é um processo direcional, ou seja, transporta a propriedade apenas na direção do fluxo.

2.3.5 Esquema “Upwind”

Este esquema de interpolação utilizado para os processos convectivos, pois esse método é dependente da direção do fluxo. Para um ponto f novamente o centroide da face do elemento, tem-se a Equação 50.

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_C & \text{se } \dot{m}_f > 0 \\ \phi_N & \text{se } \dot{m}_f < 0 \end{cases} \quad (50)$$

Sendo \dot{m}_f determinado na Equação 51

$$\dot{m}_f = (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{S})_f = (\rho u S)_f \quad (51)$$

Para valores baixos de Peclet o esquema *Upwind* não é tão preciso quanto o anterior, pois usa precisão de primeira ordem. Dessa forma, esse método tem acuraria maior em número de Peclet um pouco mais elevado.

2.3.6 Discretização do termo fonte

O termo fonte afeta a física do problema, bem como, a estabilidade computacional. Normalmente os valores negativos do sumidouro são tratados de forma implícita e os valores positivos de fonte são tratados de forma explícita. Ele é representado por:

$$Q_C^\phi = Q(\phi_C) \quad (52)$$

Deve-se notar que quanto maior a influência do termo fonte nas equações governantes, maior será a interferência negativa sobre a taxa de convergência. Dessa forma, usando a expansão de Taylor, pode-se obter a Equação 53.

$$\begin{aligned} Q(\phi_C) &= Q(\phi_C^{t-\Delta t}) + \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} (\phi_C - \phi_C^{t-\Delta t}) \\ &= \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} \phi_C + Q(\phi_C^{t-\Delta t}) - \left(\frac{\partial Q}{\partial \phi_C}\right)^{t-\Delta t} \phi_C^{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (53)$$

Para a forma discreta da equação de conservação geral, o termo fonte pode ser escrito como:

$$a_C \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} a_F \phi_F = Q_C^\phi V_C \quad (54)$$

Substituindo 54 em 53, obtém-se a Equação 55.

$$[a_C - FluxC_C] \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} a_F \phi_F = FluxV_C \quad (55)$$

2.4 Geometria Boat Tail

Alterações geométricas na carenagem de corpos é algo comum na busca pela obtenção de melhores resultados aerodinâmicos, entre eles a redução do coeficiente de arrasto. Um desses estudos é a utilização de geometria Boat Tail, sendo essa uma configuração posicionada na parte traseira do veículo, que aumenta o comprimento longitudinal do mesmo.

Em Tran et al. (2018) foram analisadas diferentes angulações na inclinação de Boat Tails cônicos posicionados na parte traseira de corpos axialmente simétricos. Para tanto, foi utilizada a técnica GLOF (*Global Luminescent Oil-Film*) sobre a carenagem em regime turbulento e incompressível. Os resultados obtidos demonstraram que para angulações menores, próximas a 10°, o escoamento permaneceu próximo ao objeto analisado, gerando poucas regiões descolamento e recirculações. À medida que os ângulos de inclinação aumentavam, o escoamento descolava mais precocemente, até o momento que toda a região do Boat Tail estava envolta na região de geração de vórtices, em ângulos superiores a 20°.

O trabalho desenvolvido por Lee e Lee (2017) investigou a utilização dessa geometria em um modelo referente a um veículo de carga real, sendo a geometria *Boat Tail* inserida. Na região traseira do caminhão, após a carroceria, foram instaladas geometrias formadas a partir de 4 placas planas, onde a cada ensaio, foi alterada a inclinação da placa inferior, funcionando como um refletor de fluxo de ar. No estudo foi avaliada a variação do coeficiente de arrasto com relação a cada configuração ensaiada. Os testes foram realizados em um túnel de vento. Os resultados obtidos por Lee e Lee (2017), mostraram uma redução próxima a 10% com relação ao corpo com sem a aplicação do defletor inferior, ou seja, somente com as outras 3 placas, mostrando grande influência do dispositivo no coeficiente de arrasto.

3. PROCEDIMENTOS

Para realização deste trabalho, foi utilizado o *software* Salome Platform 9.8.0, sendo essa uma plataforma livre que possibilita a construção de geometrias, bem como a geração de malhas computacionais.

A velocidade do escoamento livre U_L utilizada nas simulações numéricas foi de 60 m/s, valor igual ao utilizado por Ahmed e Ramm (1984). Foi definida a temperatura do escoamento em 15°C, de acordo com Fox et al. (2006), resulta em uma massa específica do ar de 1,23 kg/m³ e viscosidade dinâmica de 1,79.10⁻⁵ N. s/m². O comprimento característico utilizado foi de 1,044 m para o corpo de Ahmed com 30° de inclinação, podendo atingir 1,2 m para a geometria analisada com maior comprimento. O número de Reynolds obtido ficou em torno de 4,29. 10⁶, mesmo valor encontrado por Ahmed e Ramm (1984).

A partir da Equação 66 é possível determinar a altura do primeiro elemento de malha em relação a superfície do corpo, adotando y^+ igual a 1.

$$y = \frac{y^+ \mu}{\rho u^*} \quad (66)$$

A partir da Equação 67, para escoamentos turbulentos, pode-se calcular a espessura da camada limite.

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,382}{R_e^{0,2}} \quad (67)$$

Portanto, a partir da Equação 68 é possível determinar o número de camadas da camada limite que deve ser utilizado na simulação numérica.

$$n \geq \log_{R_e} \left(\frac{\delta (R_e - 1)}{x} + 1 \right) \quad (68)$$

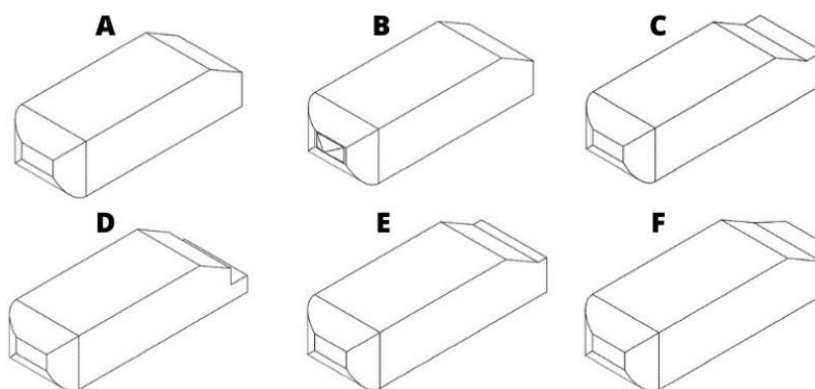
Portanto, obtém-se o valor de 36 camadas necessárias para construir a camada limite.

O *software* utilizado nas simulações é o *OpenFOAM* v2206, sendo esse um *software* de código aberto, licenciado sobre a *GNU General Public License* e gerenciado pela *OpenCFD*.

3.1 Geometrias

Foram analisadas nove geometrias diferentes, além da geometria base, utilizada como controle para comparativo entre os dados coletados. A seleção das geometrias foi realizada em dois momentos distintos. Sendo as primeiras geometrias analisadas apresentadas na Figura 6.

Figura 6: Geometrias analisadas nos primeiros ensaios.

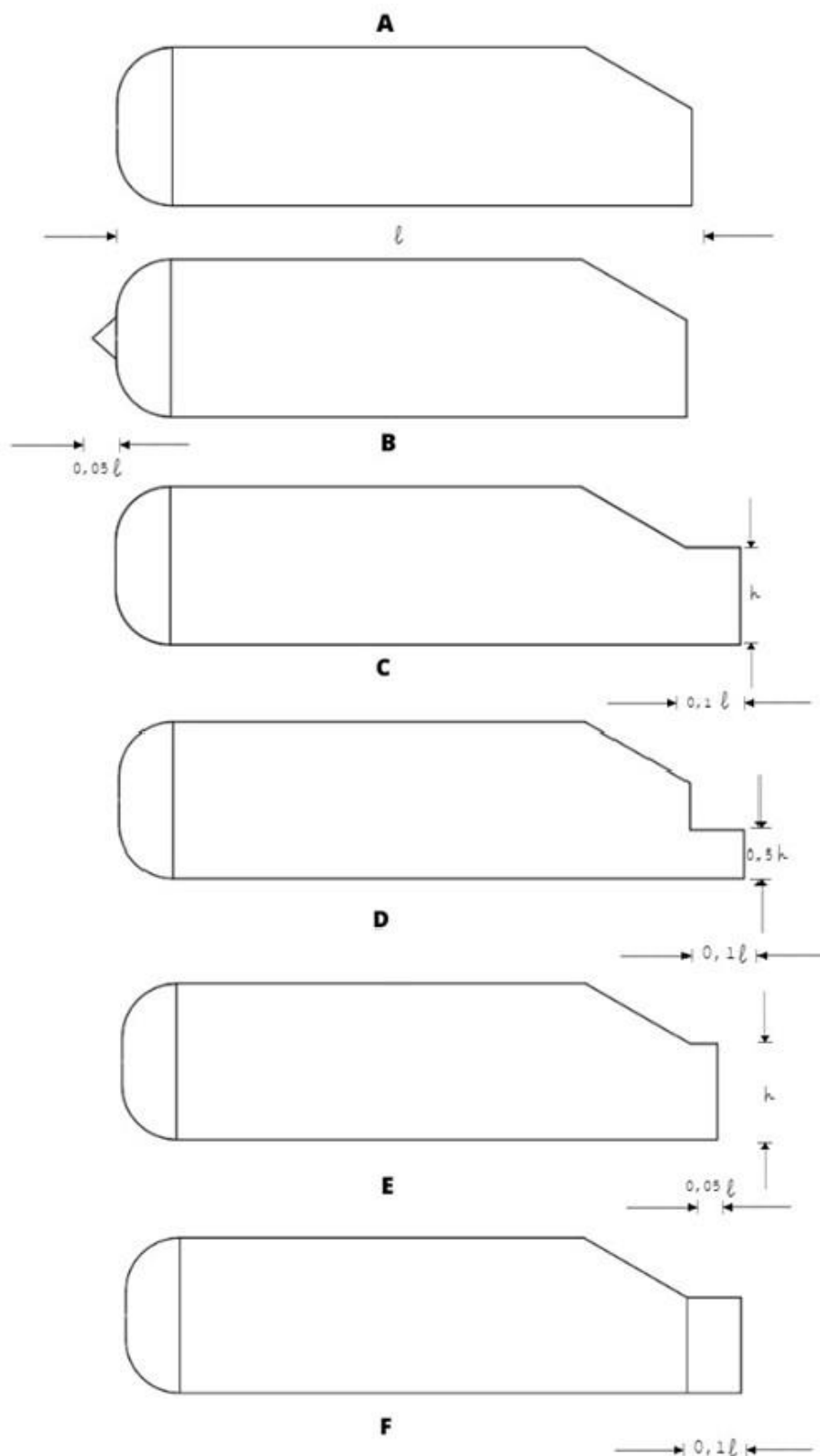


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Geometria A foi utilizada como base para comparativo entre os resultados obtidos com os demais corpos. Essa, por sua vez, é o modelo do corpo de Ahmed com 30 graus de inclinação na parte traseira.

A partir dessa, foram criadas geometrias acrescidas de dispositivos passivos, sendo eles uma pirâmide na parte frontal e um paralelepípedo na região traseira, buscando alterações no escoamento e objetivando a redução no valor do coeficiente de arrasto. A Figura 7 apresenta um comparativo entre as geometrias A, B, C, D, E e F.

Figura 7: Comparativo entre as geometrias A, B, C, D, E e F.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a obtenção da geometria B foi posicionada uma geometria semelhante a uma pirâmide de base retangular, com altura de 5% do comprimento L base do corpo, na parte

frontal, visando influenciar no escoamento desde o momento inicial de contato com o corpo.

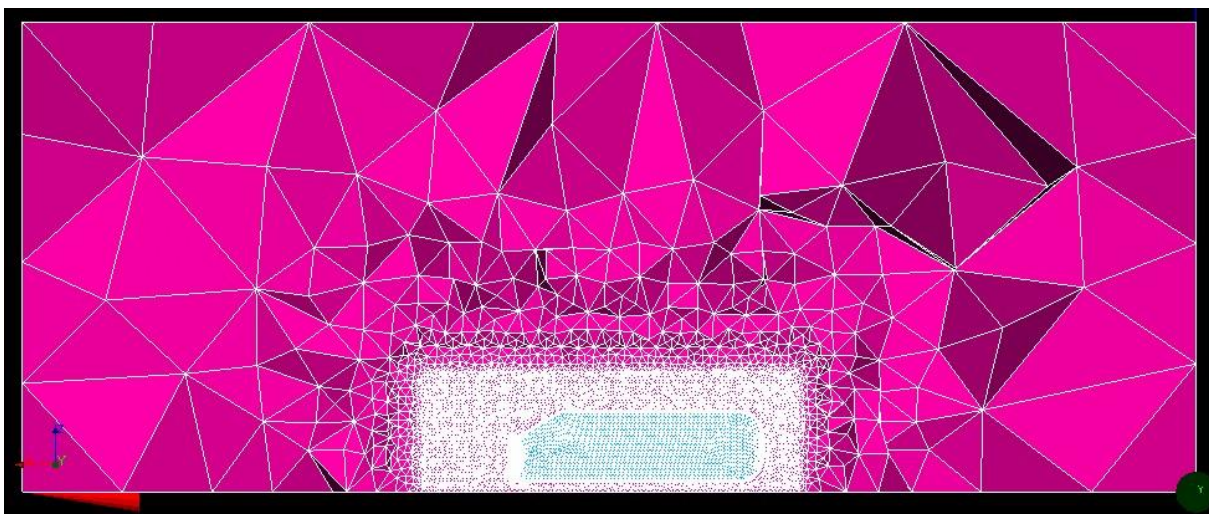
A geometria C foi pensada com base nos modelos de veículos sedan, com um paralelepípedo de 10% do comprimento L base do corpo, buscando observar o comportamento do escoamento em detrimento de veículos modelo *hatch*. A Figura 8 apresenta um comparativo entre as geometrias A e C.

As geometrias D e E são variações com relação à altura e comprimento, respectivamente, em relação ao dispositivo passivo adicionado anteriormente na geometria C. Ou seja, na geometria D, a altura foi reduzida pela metade e o comprimento foi mantido. No corpo E, o comprimento foi reduzido em 50% e a altura foi mantida, com relação à carenagem C.

Por fim, nessa primeira etapa, o corpo F foi confeccionada pensando em representar um modelo *Tail Boat*, geometria essa bastante difundida e estudada na literatura em escoamentos externos ao redor de corpos.

Após a confecção das geometrias, utilizando o software Salome, foi possível construir as malhas poliédricas, delimitando a região do escoamento e utilizando um refino maior de malha nas regiões próximas a superfície do corpo, visto ser a região que mais sofre influências no escoamento devido a formação da camada limite. A Figura 8 ilustra a malha computacional gerada para o corpo A (base).

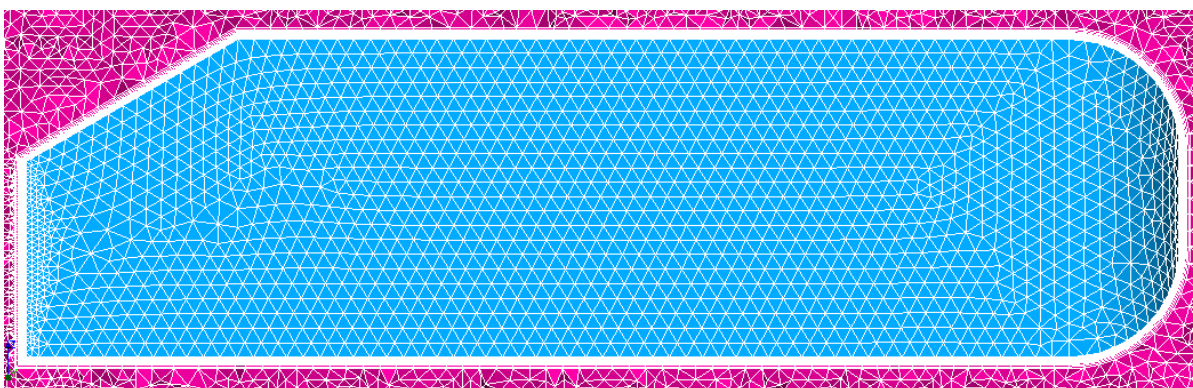
Figura 8: Malha computacional gerada via plataforma Salome 9.8.0.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se observar que nas regiões próximas ao corpo, o tamanho médio dos elementos da malha computacional é menor, a fim de se obter maior precisão nas regiões onde haverá a formação de vórtices. Também vale destacar o refino de malha ainda maior nas regiões próximas a superfície do corpo, para poder captar o desenvolvimento da camada limite e seu impacto nos resultados do escoamento. A Figura 9 apresenta detalhes do maior refinamento dos elementos próximos ao corpo de Ahmed.

Figura 9: Refino de malha nas regiões próximas a superfície.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 2 apresenta a quantidade de elementos em cada uma das malhas geradas para os corpos estudados.

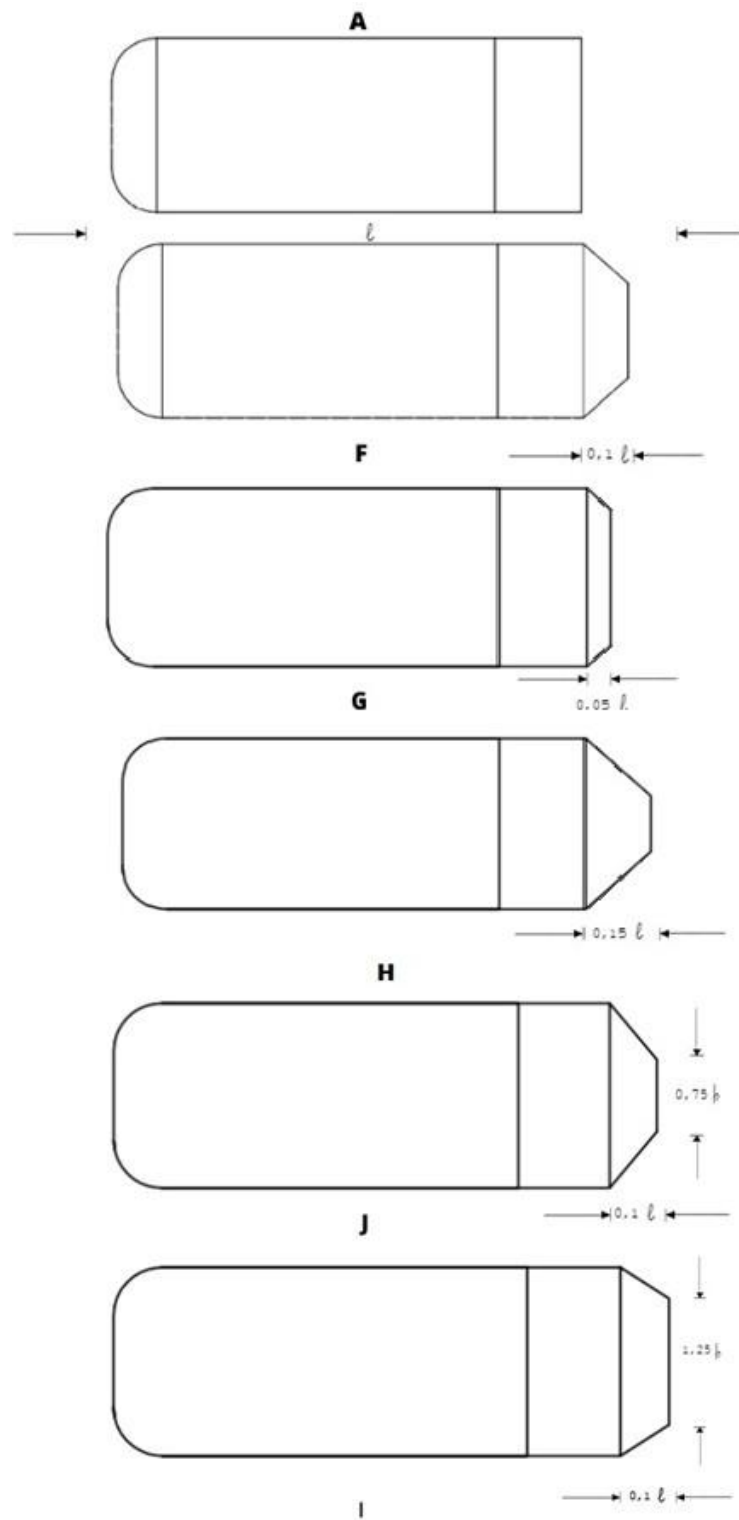
Tabela 2: Número de volumes de malha por geometria A, B, C, D, E e F.

Geometria	Número de volumes
A	2.050.528
B	2.107.364
C	2.073.744
D	2.082.169
E	2.074.869
F	2.090.187

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após foi realizado um estudo buscando abordar a geometria “*Boat Tail*” e seus efeitos no escoamento. Dessa forma, foram confeccionados mais 4 corpos, com variações referentes ao corpo F. O comparativo entre as dimensões é apresentado na Figura 10.

Figura 10: Comparativo entre as geometrias A, F, G, H, I e J.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Primeiramente, foi criada a geometria G, sendo que essa possuía 50% do comprimento do dispositivo passivo utilizado no corpo F. A Figura 15 apresenta um comparativo entre as geometrias F e G.

De forma semelhante, foi confeccionada a geometria H, sendo que nessa, o comprimento do dispositivo passivo foi acrescido de 50% em relação ao do corpo F. A Figura 16 apresenta um comparativo entre as geometrias F e G.

A geometria J, foi fixado o comprimento do dispositivo passivo utilizado no corpo F, porém, foi alterado o ângulo do mesmo. Ou seja, visto que foi utilizado um ângulo de saída cerca de 20% maior, resultou em uma aresta de saída 25% menor em comprimento.

De forma semelhante, a última geometria construída foi a I. Nessa também foi mantido o mesmo comprimento que o dispositivo passivo do corpo F, alterando somente a angulação, visto que foi reduzido em cerca de 20%, resultou em uma aresta de saída de comprimento 25% maior.

Utilizando os mesmos parâmetros que para as malhas anteriores, foram confeccionadas as malhas computacionais para esses corpos. A Tabela 3 apresenta o número de células, elementos, em cada uma das malhas geradas.

Tabela 3: Número de volumes de malha por geometria F, G, H, I e J.

Geometria	Número de volumes
F	2.090.187
G	2.077.606
H	2.073.346
I	2.071.802
J	2.074.038

Fonte: Elaborado pelo autor.

4. RESULTADOS

Com a realização das simulações numéricas de todas as configurações geradas, obteve-se os valores de coeficiente de arrasto apresentados na Tabela 4..

Tabela 4: Resultados geometrias iniciais.

Geometria	Cd	Δ	%
A (Base)	0.3012	0.0000	0.00%
B	0.3087	0.0076	2.51%
C	0.3205	0.0194	6.43%
D	0.3410	0.0398	13.22%
E	0.3300	0.0288	9.56%
F	0.2712	-0.0300	-9.95%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Também foram analisados os resultados das geometrias *Boat Tail*, sendo na Tabela 5 apresentado um comparativo dos resultados entre esses corpos, sendo na tabela adotado como padrão para controle a geometria F (*Tail Boat Base*).

Tabela 5: Resultados geometrias *Boat Tail*.

Geometria	Cd	Δ	%
F (<i>Tail Boat Base</i>)	0.2712	0.0000	0.00%
G	0.2966	0.0254	8.44%
H	0.2666	- 0.0045	-1.51%
I	0.2691	- 0.0021	-0.68%
J	0.2849	- 0.0137	4.54%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos resultados apresentados nas tabelas 4 e 5, pode-se observar que entre as geometrias testadas, somente as do tipo *Boat Tail* conseguiram reduzir o coeficiente de arrasto em relação ao corpo de Ahmed padrão, variando entre 1,51% até 11,46%.

Em relação a todos os valores, observa-se que a geometria que implicou em maior redução do coeficiente de arrasto, foi a geometria I, que apresentou uma redução de

11,46%, sendo essa a geometria que apresenta maior comprimento relativo do dispositivo passivo em comparação com o comprimento original do corpo de Ahmed.

Já a geometria D, apresentou o maior aumento em relação ao valor do coeficiente de arrasto obtido para o corpo de Ahmed, de 13,22%.

O posicionamento do dispositivo passivo na região frontal do corpo de Ahmed influenciou pouco no escoamento, aumentando o coeficiente de arrasto em 2,51%.

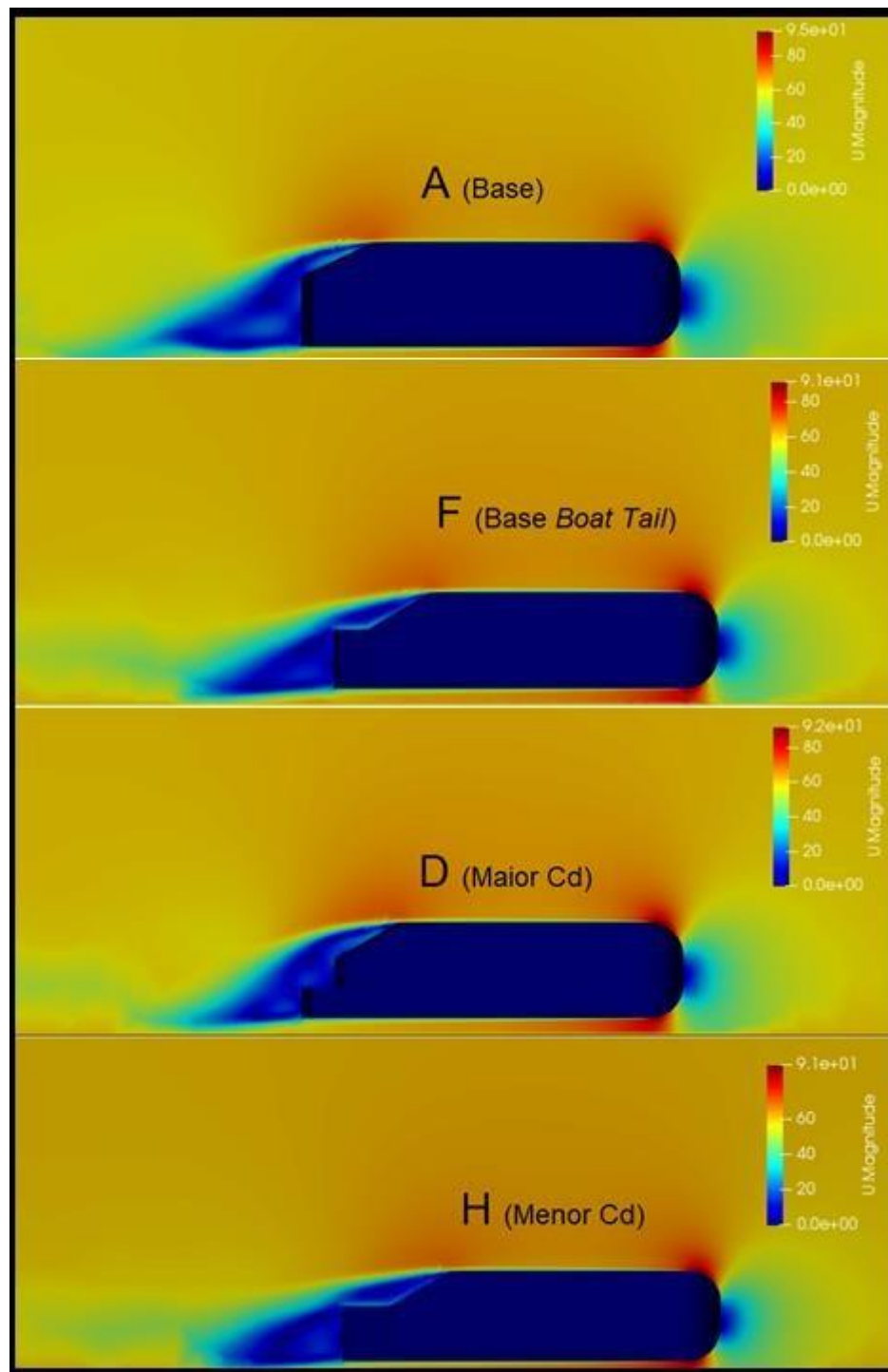
Ao analisar o espectro de velocidades e o comportamento do escoamento, observa-se que a geometria D apresenta uma região de esteira viscosa maior em relação as demais geometrias, isso corrobora com o resultado obtido, sendo essa a geometria com maior coeficiente de arrasto. A geometria H, por sua vez, apresenta menor região de esteira de arrasto.

Os resultados obtidos na análise visual, corroboram com os resultados numéricos e permitem exemplificar que é possível reduzir o coeficiente de arrasto, reduzindo a região da esteira viscosa.

Também é possível notar que, como não há alteração geométrica na região frontal dos corpos estudados, não há diferença no comportamento do escoamento nessa região.

Na figura 11, é apresentado um comparativo entre os escoamentos das geometrias A (base), D (pior resultado) e H (melhor resultado).

Figura 11: Escoamento ao redor dos corpos A, F, D e H.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. CONCLUSÃO

Ao fim desse trabalho, que dentre seus objetivos buscou evidenciar que é possível investigar alterações aerodinâmicas e suas implicações no escoamento ao redor de corpos utilizando poucos recursos computacionais, desde que sejam utilizadas geometrias simplificadas, como o corpo de Ahmed e dispositivos passivos de geometria simples e tamanho relativamente relevante (superior a 5% do comprimento do corpo de Ahmed base).

Visto que foi utilizado um software de código aberto e um computador de uso pessoal, os resultados foram satisfatórios e pois foi possível observar os fenômenos de manipulação da esteira viscosa e também obter resultados numéricos que condizem com os efeitos observado.

A metodologia de geração de malha, volumes finitos, modelagem e solução dos problemas computacionais são condizentes com demais estudos apresentados no decorrer do presente trabalho.

Ademais, sobre as geometrias testadas, pode-se afirmar que a utilização de dispositivos passivos é responsável por influenciar no comportamento do escoamento e consequentemente das propriedades avaliadas, no caso, o coeficiente de arrasto. A utilização de uma geometria posicionada na região frontal do corpo de Ahmed de 30°, corpo B, influenciou pouco o escoamento, aumentando em 2,51% o coeficiente de arrasto, em relação ao corpo base. O posicionamento dos dispositivos passivos na terceira parte do corpo de Ahmed ocasionou influências maiores, visto que as geometrias C, D e E elevaram o coeficiente de arrasto, respectivamente, em 6,43%, 13,22% e 9,56%.

O estudo de um tipo específico de geometria utilizada na região traseira do veículo teste, chamada *Boat Tail*, evidenciou a capacidade desse dispositivo na redução no valor do coeficiente de arrasto, haja visto que todas as geometrias apresentação queda no C_d , sendo as reduções verificadas para as geometrias F, G, H, I e J, respectivamente de 9,95%, 1,51%, 11,46%, 5,41% e 10,63%

Como sugestão de possíveis estudos futuros, pode-se citar a utilização de malhas estruturadas, a fim de verificar a influência na escolha de malha nos resultados da simulação numérica, bem como a utilização de outros softwares ou até mesmo a utilização de outros métodos de solução e modelos de turbulência, haja visto que cada qual possui suas particularidades.

Por fim, também é interessante verificar as soluções computacionais obtidas das simulações, em campo, ou seja, utilizar as geometrias citadas nesse trabalho em túnel hidrodinâmico ou túnel de vento, buscando verificar as semelhanças e diferenças, a fim de que um estudo possa complementar o outro.

REFERÊNCIAS

AHMED, S. R., RAMM, G., “Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake”, SAE-Paper 840300, 1984.

ALMEIDA, E. N. A. d. (2022), “Simulações de escoamento ao redor do corpo de ahmed via cfd código aberto e comercial”. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2022. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/217298>>.

ALMEIDA, G. C., (2022), “Simulação de escoamento ao redor do Corpo de Ahmed utilizando OpenFOAM 2106”.]

CASTILHO, A., TENICOTA, A., y. NUELA, S. (2020). ‘Comportamiento aerodinámico en la reducción del arrastre mediante la variación de accesorios en un tractocamión’. 3C Tecnología. Glosas de innovación aplicadas a la pyme, 9(4), 17-43.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. (2006), “Termodinâmica”. 5. ed., McGraw-Hill.

FOX, R. W., MCDONALD, A. T. e PRINTCHARD, P. (2006), ‘Introdução à mecânica dos fluidos, 6ª edição’, Rio de Janeiro: LTC.

FREIRE, A. P. S. (1990), “Teoria de Camada Limite”, Programa de Engenharia Mecânica Universidade Federal do Rio de Janeiro.

GUEYSSENS, T. (2016). “Aerodynamic analysis of a platoon of bluff bodies subjected to cross wind, a numerical investigation on the effect of drag reduction devices.”

GUERRERO, J. & BARCHIAGGI, M. (2014), ‘Introductory openfoam course’, Università degli Studi di Genova.

GUIDE, A. (1998). Guide: Guide for the verification and validation of computational fluid dynamics simulations (AIAA g-077-1998(2002)). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.

GUTIERREZ, J. E. C., DUARTE, L. E. V., OLIVEIRA Jr, A. A. M. e CANCINO, L. R. (2020), ‘Enc-2020-0060 the ahmed body’s external aerodynamics at slant angle rear surface: A numerical analysis using cfd’.

JASAK, H. (2009). Openfoam: open source cfd in research and industry. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 1(2):89–94.

JÚNIOR, C. V. G., TEIXEIRA M. B., FERREIRA, V. (2015), “Estudo da Diminuição do Arrasto Aerodinâmico e do Consumo de Combustível de uma Geometria Veicular”. XII SEGeT.

KIM, J. J., Lee, E. J., LEE, S. J. (2020). Wind tunnel tests on drag reduction of heavy vehicles using sinusoidal boat tails. Journal of Mechanical Science and Technology 34.

KOLMOGOROV, A. N. (1941), ‘The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers’, Cr Acad. Sci. URSS 30, 301–305.

LEE, E. J., LEE, S.J. (2017), “Drag reduction of a heavy vehicle using a modified boat tail with lower inclined air deflector”. Department of Mechanical Engineering, Advanced Fluid Engineering Research Center, Pohang University of Science and Technology (POSTECH).

MENTER, F. R. (1994), “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”, *AIAA journal* 32(8), 1598–1605.

MOUKALLED, F., MANGANI, L., DARWISH, M. et al. (2016), *The finite volume method in computational fluid dynamics*, Vol. 113, Springer

OLIVEIRA, T. D.; TOFANELLI, L. A.; MAGALHÃES, T. F.; SANTOS, A. A. B. (2016), “Redução de Consumo de Combustível em Veículos de Carga Rodoviários: Uma Abordagem Numérica e Analítica”. *Revista Virtual de Química*. DOI: 10.21577/1984-6835.20160086.

OPENFOAM (2022), <https://www.openfoam.com/documentation/overview>. (Acesso em 12/08/2022).

ROSA, E. S., (2009), “Forma Diferencial das Equações de Transporte”, FEM/DE UNICAMP.

ROSILHO, V. (2013), “Diminuição do Arrasto e Economia de Combustível de um Veículo Devido a Substituição dos Espelhos Retrovisores Externos por Câmeras”. São Caetano do Sul, SP. CEUN – CECEA.

SALOME PLATAFORM. The open-source platform for numerical simulation (2022), <https://www.salome-platform.org/>. (Acesso em 12/08/2022).

SCHLICHTING, H. (1968), “Boundary-Layer Theory”, Alemanha, 1º Ed. McGraw-Hill.

TIAN J, ZHANG Y, ZHU H, XIAO H., (2017) “Aerodynamic drag reduction and flow control of Ahmed body with flaps.” *Advances in Mechanical Engineering*. DOI: 10.1177/1687814017711390.

TRAN T. H., AMBO, T., LEE T., CHEN, L., NOMOURA, T., ASAI, K. (2018), Effect of Boattail Angles on the Flow Pattern on an Axisymmetric Afterbody Surface at Low Speed, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 99. ISSN 0894-1777.

WANG, D., WANG, Y., HAN, Y., DANG, Y., FANG, D., LI, L. (2014), “Numerical Simulation of the Influence of Additional Aerodynamic Devices on the Aerodynamic Drag of Van-Body Truck”, School of Automotive Studies, Tongji University.

WOOD, Richard M. (2004), “Impact of Advanced Aerodynamic Technology on Transportation Energy Consumption”, Technical report, SAE Technical Paper.