

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Materiais - PPGCM

RODOLFO CARVALHO DOS SANTOS

**INTERAÇÃO DE VÓRTICES COM INTERFACES DE DEFEITOS EM
SUPERCONDUTORES MESOSCÓPICOS**

Ilha Solteira

2022

RODOLFO CARVALHO DOS SANTOS

**INTERAÇÃO DE VÓRTICES COM INTERFACES DE DEFEITOS EM
SUPERCONDUTORES MESOSCÓPICOS**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Ciência dos Materiais na área de Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Zadorosny

Ilha Solteira – SP

2022

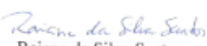
FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S237i Santos, Rodolfo Carvalho dos.
Interação de vórtices com interfaces de defeitos em supercondutores mesoscópicos / Rodolfo Carvalho dos Santos. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
117 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Física da Matéria Condensada, 2022

Orientador: Rafael Zadorosny
Inclui bibliografia

1. Supercondutividade. 2. TDGL. 3. Vórtices. 4. Defeitos.


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Interação de vórtices com interfaces de defeitos em supercondutores mesoscópicos

AUTOR: RODOLFO CARVALHO DOS SANTOS

ORIENTADOR: RAFAEL ZADOROSNY

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em CIÊNCIA DOS MATERIAIS, área: Física da Matéria Condensada pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. RAFAEL ZADOROSNY (Participação Virtual)
Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. MAYCON MOTTA (Participação Virtual)
Departamento de Física / Universidade Federal de São Carlos

Prof. Dr. JOSE JOSE BARBA ORTEGA (Participação Virtual)
Departamento de Física / Universidad Nacional de Colombia

Ilha Solteira, 22 de agosto de 2022

Dedico este trabalho à minha mãe,
Elisa Lelis Carvalho, que mesmo nas
situações mais difíceis se esforçou
desmedidamente para criar seus filhos
com dignidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço meu orientador, Prof. Dr. Rafael Zadorosny, por ser um grande profissional, compreensível e que sempre me incentivou, nunca deixando de acreditar em meu potencial. E o Prof. Dr. Edson Sardella, por todo apoio intelectual fornecido.

Agradeço a Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP) e os professores por todo aprendizado proporcionado.

Agradeço os integrantes do Grupo de Supercondutividade e Materiais Avançados (GSMA) e Grupo de Desenvolvimento e Aplicação de Materiais (GDAM), por todo companheirismo ao longo desses últimos anos e pelas contribuições enriquecedoras para que esse trabalho pudesse ser desenvolvido.

Agradeço a CAPES pelo financiamento de minha bolsa de mestrado: O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agradeço também a FAPESP pelos financiamentos dos projetos do grupo ao longo dos últimos anos.

Agradeço o Prof. Dr. Maycon Motta e novamente o Prof. Dr. Edson Sardella por aceitarem participar do Exame Geral de Qualificação e contribuir com o trabalho.

Agradeço minha namorada, Ana Maria Caffer, por todo o carinho, companheirismo e incentivo.

Agradeço meus amigos da república Rep.Tente de Ilha Solteira, minha segunda família, por todos os momentos e experiências vividas que, com toda certeza, me fizeram evoluir como cidadão.

Agradeço os amigos que fiz ao longo de toda minha trajetória de vida, eles fazem parte de minha construção como ser humano.

E, por fim, um agradecimento especial a minha mãe, Elisa, meu irmão, Thiago, e toda minha família pelo amor, carinho, e por sempre me incentivarem em todas as minhas decisões.

“A persistência é o menor caminho do êxito.”
(Charles Chaplin)

RESUMO

Com apenas algumas exceções, as propriedades eletrônicas de supercondutores do tipo II e a performance dos dispositivos supercondutores são determinadas pela ação de fluxo magnético. Sendo assim, a manipulação sistemática dos vórtices por meio de defeitos, que inclui a sua fixação e/ou o seu movimento guiado, constitui uma ferramenta importante para melhorar as propriedades desses componentes. Neste trabalho, utilizamos a Teoria de Ginzburg-Landau Dependente do Tempo (em inglês *Time-Dependent Ginzburg-Landau*, TDGL) para compreender melhor como os fluxóides que penetram em amostras supercondutoras interagem com as diferentes estruturas de defeitos. Desse modo, foram realizadas simulações numéricas utilizando o formalismo TDGL para se estudar a interação vórtice-defeito, divididas em três partes. Na parte 1, foram simuladas três amostras supercondutoras de tamanho $30\xi(0) \times 30\xi(0)$, onde $\xi(0)$ é o comprimento de coerência em $T = 0$, cada uma com um diferente tipo de defeito de tamanho $10\xi(0) \times 10\xi(0)$, concêntrico com a amostra. Os defeitos consistem de um buraco que transpassa o material (*antidot*, AD), um buraco raso (*blind-hole*, BH) e uma torre (*antipinning*, AP), e todos os sistemas foram simulados em $T = 0.5 T_c$. Na parte 2, foram simuladas quatro amostras supercondutoras de tamanho $56\xi(0) \times 56\xi(0)$, cada uma com um diferente tipo de defeito de tamanho $20\xi(0) \times 20\xi(0)$, concêntrico com a amostra, à temperatura $T = 0$. Os defeitos são AD, BH, AP e SA (*smooth antidot*), uma espécie de *antidot* onde o parâmetro de ordem cai a zero suavemente na região do defeito. Na parte 3, foram simuladas duas amostras de tamanho $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ à temperatura $T = 0$. Na primeira amostra foi inserida uma rede de defeitos com 25 defeitos triangulares e, na segunda amostra, um único defeito triangular de tal forma que ambas possuam a mesma área e tipo de defeito (BH). Observou-se que a natureza do defeito não interfere no valor do primeiro campo crítico (H_{c1}) e que as configurações dos vórtices são influenciadas pelas correntes ao redor dos defeitos. Além disso, nas amostras maiores, os vórtices formam estruturas do tipo concha e as amostras com defeitos triangulares apresentaram um aprisionamento efetivo dos vórtices nas condições estudadas.

Palavras-chave: Supercondutividade; TDGL; Vórtices; Defeitos.

ABSTRACT

With only a few exceptions, the electronic properties of type II superconductors and the performance of superconducting devices are determined by the action of magnetic flux. Therefore, the systematic manipulation of vortices using defects, which includes their immobilization and/or their guided movement, constitutes an important tool to improve the properties of these components. In this work, we use the Time-Dependent Ginzburg-Landau Theory (TDGL) to understand how the fluxoid that penetrate in superconducting samples interact with different type of defect. Thus, numerical simulations were performed using the TDGL formalism to study the vortex-defect interaction, divided into three parts. In part 1, three superconducting samples of size $30\xi(0) \times 30\xi(0)$ were simulated, where $\xi(0)$ is the coherence length at $T = 0$, each one with a different type of defect concentric with the sample, whose size is $10\xi(0) \times 10\xi(0)$. The defects are a hole that passes through the material (*antidot*, AD), a *blind-hole* (BH) and a tower (*antipinning*, AP), and all systems were simulated at $T = 0.5T_c$. In part 2, four superconducting specimens with sizes of $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ were simulated, each one decorated with a different type of defect concentric with the sample whose size is $56\xi(0) \times 56\xi(0)$, at temperature $T = 0$. The defects are AD, BH, AP and SA (*smooth antidot*), a kind of *antidot* in which the order parameter drops to zero smoothly in the defect region. In part 3, two samples with size of $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ at temperature $T = 0$ were simulated. In the first sample, an array with 25 triangular defects and, in the second sample, a single triangular defect in such a way that both have the same defect area and type (BH). It was observed that the nature of the defect does not affect the value of the lower critical field (H_{c1}) and the vortex configurations are influenced by the current distribution around the defects. Furthermore, the vortices form shell-like structures in the larger samples and the specimens decorated with triangular defects showed an effective pinning center of vortices under the conditions studied.

Keywords: Superconductivity; TDGL; Vortices; Defects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Curva $R(T)$ para uma amostra de mercúrio.	18
Figura 2.2: Comportamento de um condutor perfeito e um supercondutor quando submetidos dois processos distintos (ZFC e FC).	19
Figura 2.3: Descontinuidade na curva do calor específico em função da temperatura para o alumínio.	21
Figura 3.1: Comportamento do parâmetro de ordem ψ em uma interface normal-supercondutora.	32
Figura 3.2: Diagrama $H(T)$ de um supercondutor do tipo I.	35
Figura 3.3: Diagrama $H(T)$ de um supercondutor do tipo II.	36
Figura 3.4: Ilustração do comportamento da magnetização em função do campo magnético aplicado e esquematização do arranjo dos vórtices à medida que o campo aplicado aumenta em um SCII.	37
Figura 3.5: Ilustração do comportamento da magnetização em função do campo magnético aplicado em um SCI.	37
Figura 3.6: Esquematização da estrutura de um vórtice.	40
Figura 4.1: Ilustração da rede de Abrikosov.	42
Figura 4.2: Diagrama de fase L-T.	43
Figura 4.3: Estados de vórtices em defeitos do tipo BHs.	44
Figura 4.4: Estrutura de vórtices dentro de pilares com raios grandes (10ξ).	45
Figura 5.1: Esquematização da malha de discretização bidimensional.	51
Figura 6.1: Esquematização da amostra supercondutora simulada juntamente com as curvas do parâmetro de ordem em função da posição ao longo de uma reta que passa no centro da amostra para campo nulo.	57
Figura 6.2: Esquematização da amostra supercondutora simulada e o comportamento do parâmetro de ordem ao longo da amostra sem campo aplicado.	58
Figura 6.3: Esquematização da rede de defeitos triangulares simulada.	59
Figura 6.4: Esquematização da amostra contendo um único defeito triangular.	60
Figura 6.5: Parâmetro de ordem ao longo de uma reta que transpassa o centro de uma amostra supercondutora para vários valores de g	61
Figura 7.1: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) das amostras simuladas.	62
Figura 7.2: Distribuição do $ \psi ^2$ pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices.	63

Figura 7.3: Distribuição do $ \psi ^2$ pela amostra com defeito do tipo AP, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices.	64
Figura 7.4: Distribuição do $ \psi $ pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a segunda penetração de vórtices.	64
Figura 7.5: Distribuição de $ j $ pelas amostras na segunda penetração de vórtices.	65
Figura 7.6: Distribuição de J pelas amostras ao longo de uma reta que passa ao lado do defeito.	66
Figura 7.7: Parâmetro de ordem supercondutor no estado de equilíbrio das quatro primeiras penetrações de vórtices na amostra com defeito AP.	67
Figura 7.8: Parâmetro de ordem supercondutor no estado de equilíbrio da última penetração de vórtices para as amostras com BH e AD.	68
Figura 7.9: Número de vórtices totais e nos defeitos em cada ordem de penetração.	69
Figura 7.10: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com BH em $H = 0.488 H_{c2}(0)$	71
Figura 7.11: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AD em $H = 0.474 H_{c2}(0)$	72
Figura 7.12: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AP em $H = 0.216 H_{c2}(0)$	73
Figura 7.13: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) das amostras simuladas.	75
Figura 7.14: Diferença no comportamento da magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) para dois valores distintos de κ ($\kappa = 2$ e $\kappa = 5$).	76
Figura 7.15: Diferença no comportamento da magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) em $T = 0$ e em $T = 0.96 T_c$	77
Figura 7.16: Evolução do campo aplicado em função dos dias de simulações para $\kappa = 2$ e $\kappa = 5$	78
Figura 7.17: Distribuição do parâmetro de ordem pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices.	79
Figura 7.18: Variação da energia livre para as amostras contendo um BH, AD, AP e SA ao longo da dinâmica da primeira penetração de vórtices, ocorrida em $H = 0.399 H_{c2}(0)$	80
Figura 7.19: Análise da vorticidade no interior dos defeitos BH e SA em $H = 0.399 H_{c2}(0)$, no estado estacionário.	81
Figura 7.20: Distribuição do parâmetro de ordem nas amostras, no estado de equilíbrio, em $H = 0.500 H_{c2}(0)$	82

Figura 7.21: Análise da <i>vorticidade</i> no interior dos defeitos BH e SA em $H = 0.500 H_{c2}(0)$, no estado estacionário.	83
Figura 7.22: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AP em $H = 0.509 H_{c2}(0)$	83
Figura 7.23: Distribuição do parâmetro de ordem pelas amostras, no estado de equilíbrio, em $H = 0.700 H_{c2}(0)$ todas as amostras.	85
Figura 7.24: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) para a rede de 25 defeitos triangulares do tipo BH.	86
Figura 7.25: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para as seis primeiras penetrações de vórtices bem como os <i>snapshots</i> da função S	88
Figura 7.26: Distribuição de J pela amostra ao longo das retas $(x = 5 \xi(0), y)$, $(x = 51 \xi(0), y)$ e $(x, y = 5 \xi(0))$ em $H = 0.386 H_{c2}(0)$	90
Figura 7.27: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.409 H_{c2}(0)$	91
Figura 7.28: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.416 H_{c2}(0)$	91
Figura 7.29: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra em $H = 0.444 H_{c2}(0)$	92
Figura 7.30: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.445 H_{c2}(0)$	93
Figura 7.31: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.448 H_{c2}(0)$	94
Figura 7.32: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.493 H_{c2}(0)$	94
Figura 7.33: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.496 H_{c2}(0)$	95
Figura 7.34: <i>Snapshots</i> do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para as três primeiras expulsões de vórtices na amostra.	96

Figura 7.35: <i>Snapshots</i> do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para seis valores de campo em que houve expulsão de vórtices ao longo da retirada do campo.	97
Figura 7.36: Distribuição do parâmetro de ordem supercondutor na amostra contendo uma rede de defeitos triangulares, no estado de equilíbrio, após a retirada completa do campo magnético.	98
Figura 7.37: <i>Snapshots</i> do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para as duas últimas expulsões de vórtices na amostra.	99
Figura 7.38: Evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado para a amostra contendo uma rede de defeitos.	100
Figura 7.39: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) a amostra contendo um único defeito triangular.	101
Figura 7.40: <i>Snapshots</i> do estado de equilíbrio do $\log \psi ^2$ e da função S para as três primeiras penetrações de vórtices no sistema.	102
Figura 7.41: Distribuição do $\log \psi ^2$ pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o <i>snapshot</i> da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.496 H_{c2}(0)$	103
Figura 7.42: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para o valor de campo $H = 0.500 H_{c2}(0)$	104
Figura 7.43: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para o valor de campo $H = 0.259 H_{c2}(0)$, no ramo descendente da $M(H)$	104
Figura 7.44: Evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado para a amostra com um único defeito triangular.	105
Figura 7.45: <i>Snapshots</i> do (a) parâmetro de ordem supercondutor e da (b) <i>vorticidade</i> na amostra contendo um único defeito triangular, no estado de equilíbrio, após a retirada completa do campo magnético.	106

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SIMBOLOS

CAs	Centros de aprisionamento
J	Densidade de corrente
J_c	Densidade de corrente crítica
AD	<i>Antidot</i>
BH	<i>Blind-hole</i>
AP	<i>Antipinning</i>
SA	<i>Smooth antidot</i>
TDGL	<i>Time-Dependent Ginzburg-Landau</i>
GL	Ginzburg-Landau
ψ	Parâmetro de ordem supercondutor
T_c	Temperatura crítica
BCS	Teoria de primeiros princípios
ZFC	<i>Zero Field Cooling</i>
FC	<i>Field Cooling</i>
λ	Profundidade de penetração de London
ξ	Comprimento de coerência
κ	Parâmetro de Ginzburg-Landau
SC	Supercondutor
SCI	Supercondutor do tipo I
SCII	Supercondutor do tipo II
H_c	Campo crítico termodinâmico
H_{c1}	Primeiro campo crítico
H_{c2}	Segundo campo crítico

Sumário

1 - INTRODUÇÃO	14
1.1 Estado da Arte.....	14
1.2 História da Supercondutividade.....	16
2 - PROPRIEDADES DOS SUPERCONDUTORES.....	18
2.1 Resistividade Nula.....	18
2.2 Efeito Meissner.....	18
2.3 Descontinuidade do Calor Específico em T_c	21
3 - TEORIAS FENOMENOLÓGICAS DA SUPERCONDUTIVIDADE	22
3.1 Equações de London	22
3.2 Teoria de Ginzburg-Landau	24
3.3 Comprimentos Característicos	30
3.3.1 Comprimento de coerência.....	30
3.3.2 Profundidade de penetração de London.....	33
3.4 Tipos de Supercondutores	34
3.5 Quantização do fluxo e estrutura do vórtice	38
4 - ARRANJO DOS VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES	42
4.1 Influência do tamanho do SC no arranjo dos vórtices	42
4.2 Influência dos defeitos no arranjo dos vórtices	43
5 - FORMALISMO TEÓRICO	46
5.1 Equações TDGL.....	46
5.1 Solução numérica das equações TDGL	47
5.1.1 Campos auxiliares	47
5.1.2 Malha de discretização	50
5.1.3 Discretização da primeira equação TDGL	53
5.1.4 Discretização da segunda equação TDGL	54

6 - MATERIAIS E MÉTODOS.....	57
7 - RESULTADOS	62
7.1 Parte 1: Amostra com defeito central quadrado	62
7.2 Parte 2: Amostra com defeito central quadrado maior	74
7.3 Parte 3: Amostra com defeito triangular	86
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	107
IMPACTO CIENTÍFICO-SOCIAL DA PESQUISA.....	111
REFERÊNCIAS	112

1 - INTRODUÇÃO

1.1 Estado da Arte

As propriedades eletrônicas e a performance dos dispositivos supercondutores do tipo II são predominantemente influenciadas pela ação de fluxo magnético, i.e., pelo movimento dos vórtices [1]. A manipulação de vórtices por meio de defeitos, que na literatura recebem o nome de centros de aprisionamento (CAs), representam uma ferramenta útil para melhorar as propriedades de diversos dispositivos supercondutores [2-4].

De forma geral, em aplicações que são baseadas no transporte de correntes pelo supercondutor, os CAs são importantes pois agem neutralizando o movimento de vórtices, aumentando a densidade de corrente crítica (J_c) no material [5-7].

No caso dos dispositivos de interferência quântica (SQUIDS, do inglês *Superconducting Quantum Interference Devices*) que equipam magnetômetros supercondutores, o movimento indesejado dos vórtices cria um ruído típico $1/f$ (também conhecido por ruído rosa), causando degradação na sua performance, que pode ser reduzida por meio da inserção de CAs. [8-10].

Os CAs consistem, naturalmente, de planos maclas, deficiência em estequiometria de oxigênio, contornos de grãos, entre outros [11-13]. Entretanto, podem ser inseridos artificialmente nos supercondutores utilizando uma variedade de técnicas tais como deposição de material magnético, litografia, desbaste por feixe de elétrons ou de íons, radiação de nêutrons, entre outros [14]. Esses defeitos podem ser classificados como *antidots* (ADs, buracos que transpassam o material), *dots* (deposição de material que crescem como torres) e *blind-holes* (BHs, buracos que não transpassam a amostra).

Com o objetivo de melhorar a performance de dispositivos supercondutores, a inserção de CAs artificiais se apresenta como uma ferramenta essencial. Assim, o estudo da interação dos vórtices com esses defeitos artificiais é extremamente importante para alcançar o objetivo desejado.

Recentemente, pesquisadores mostraram como o tamanho e o arranjo de BHs influenciam no valor de J_c [15]. Eles destacaram que, com relação ao tamanho dos

defeitos, há um limite para o qual os vórtices são efetivamente imobilizados. Com relação ao arranjo, J_c é menor quanto maior for a aleatoriedade dos defeitos [15]. Porém, há contestações sobre J_c e a distribuição de defeitos. Wang e colaboradores mostraram que uma distribuição randômica pode ser melhor que uma conforme [16].

Em outro trabalho, os autores inseriram uma rede de *dots* nanométricos triangulares, que foi feito por meio da incorporação de nanotriângulos de Nb em um filme de vanádio de temperatura crítica ligeiramente mais baixa. Foi mostrado que houve um aprimoramento local da supercondutividade e a dinâmica de vórtices pôde ser controlada por parâmetros externos tais como temperatura e campo magnético aplicado [17].

Nessa linha de trabalhos, uma ferramenta útil para se estudar, teoricamente, sistemas supercondutores com defeitos é a Teoria de Ginzburg-Landau Dependente do Tempo (em inglês *Time-Dependent Ginzburg-Landau*, TDGL). Inclusive pode-se comparar seus resultados com aqueles obtidos de estudos experimentais, vide Ref. [18].

Uma outra utilidade da teoria TDGL é o seu uso no estudo de CAs chamados defeitos dinâmicos que, experimentalmente, podem ser produzidos pela incidência de radiação (laser) sobre a amostra [19-20].

Sendo assim, neste trabalho foi estudado a dinâmica de vórtices em supercondutores mesoscópicos contendo defeitos de diferentes naturezas e de diferentes geometrias. Tais sistemas foram modelados de acordo com o formalismo fenomenológico de Ginzburg-Landau, ou seja, resolvendo-se numericamente as equações TDGL. As principais análises foram feitas por meio do mapeamento do parâmetro de ordem (ψ), quantidade que caracteriza o estado supercondutor, da curva de magnetização em função do campo magnético aplicado e, também, pela investigação das configurações de correntes nos sistemas.

Inicialmente foram simulados sistemas supercondutores quadrados com defeitos também quadrados e concêntricos de diferentes naturezas: BH, AD, AP (*antipinning*) e SA (*smooth antidot*). Posteriormente, foram simulados uma rede com 25 defeitos triangulares e uma amostra com um único defeito triangular de tal modo que a área defeituosa fosse a mesma para ambos os sistemas.

Dessa maneira, o presente trabalho está organizado como segue. No Capítulo 2 são discutidas as propriedades dos supercondutores e no Capítulo 3 são

abordadas as teorias fenomenológicas da supercondutividade, tais como Teoria de London e Teoria de Ginzburg-Landau, e seus principais aspectos.

No Capítulo 4 é feita uma breve análise sobre a influência de alguns parâmetros geométricos no arranjo dos vórtices em supercondutores.

O Capítulo 5 é dedicado à discussão do formalismo teórico por trás da resolução numérica das equações TDGL e o Capítulo 6, Metodologia, descreve como o trabalho foi executado e quais os principais parâmetros de cada sistema.

Os resultados e discussões são apresentados no Capítulo 7 e, em seguida, têm-se as considerações finais, que descrevem as principais interpretações do estudo desenvolvido. Por fim, têm-se os impactos científico-sociais da pesquisa e as referências utilizadas neste trabalho.

1.2 História da Supercondutividade

A liquefação do hélio ocorreu em 1908 com o trabalho do físico holandês Heike Kamerlingh Onnes, em Leiden, na Holanda [21]. O foco de Onnes era o estudo das propriedades elétricas de metais em temperaturas extremamente baixas (da ordem de unidades de Kelvin). Naquela época, já se sabia que a resistência elétrica dos metais diminuía ao abaixar a temperatura, porém não se sabia até que ponto tal resistência diminuía. Foi em tais estudos que, em 1911, Onnes descobriu que a resistência elétrica de amostras de mercúrio caía abruptamente a zero abaixo de temperaturas menores que 4,2 K [22]. Essa temperatura de transição de fase é a temperatura crítica (T_c), e é característica de cada material [22]. Com tal descoberta, teve-se início uma busca por mais materiais que apresentassem o fenômeno da supercondutividade.

Em 1933, os físicos Walter Meissner e Robert Ochsenfeld descobriram que, além de apresentarem resistência nula, os supercondutores expulsavam todo o fluxo magnético de seu interior, evidenciando seu diamagnetismo perfeito [22]. Esse fenômeno ficou conhecido como Efeito Meissner-Ochsenfeld, sendo comumente encontrado na literatura somente por Efeito Meissner, e é de extrema importância para entender a diferença de um supercondutor e um condutor perfeito.

Dois anos após a descoberta do Efeito Meissner, em 1935, os irmãos Fritz e Hans London, propuseram uma teoria fenomenológica tomando como base as

equações de Maxwell para explicar algumas observações do fenômeno da supercondutividade. O modelo desenvolvido pelos irmãos London baseou-se na descrição da ausência do campo de indução magnética no interior do material supercondutor, possibilitando o entendimento de suas propriedades eletrodinâmicas [23]. O grande mérito da teoria foi a obtenção de um comprimento característico denominado de profundidade de penetração de London (λ) que é a distância média na qual o campo magnético consegue penetrar em uma amostra supercondutora a partir de uma interface normal.

Em 1950, uma nova teoria fenomenológica foi proposta por Vitaly Ginzburg e Lev Landau. Sua formulação consistia na explicação das propriedades termodinâmicas na transição entre o estado normal e o estado supercondutor na presença de campo magnético [24]. Essa teoria é uma adaptação da teoria de transições de fase de segunda ordem de Landau [22] e é conhecida como Teoria de Ginzburg-Landau.

As duas teorias citadas anteriormente são fenomenológicas, contudo, em 1957, os físicos John Bardeen, Leon Cooper e John Robert Schrieffer, propuseram uma teoria de primeiros princípios, a qual ficou conhecida como BCS (que são as iniciais dos nomes dos autores). Nessa teoria é descrita a existência de pares de elétrons ligados (pares de Cooper), cuja interação atrativa é mediada pelos fônons da rede, como sendo os portadores de carga do estado supercondutor [25, 26].

2 - PROPRIEDADES DOS SUPERCONDUTORES

2.1 Resistividade Nula

Esse foi o primeiro efeito que levou à descoberta dos supercondutores por H. K. Onnes, ou seja, abaixo de certa T_c , (4,2 K no caso do Hg [22]) a resistividade do material cai a zero. A Figura 1 mostra a curva histórica de resistência elétrica (R) em função da temperatura (T) obtida por Onnes para uma amostra de mercúrio.

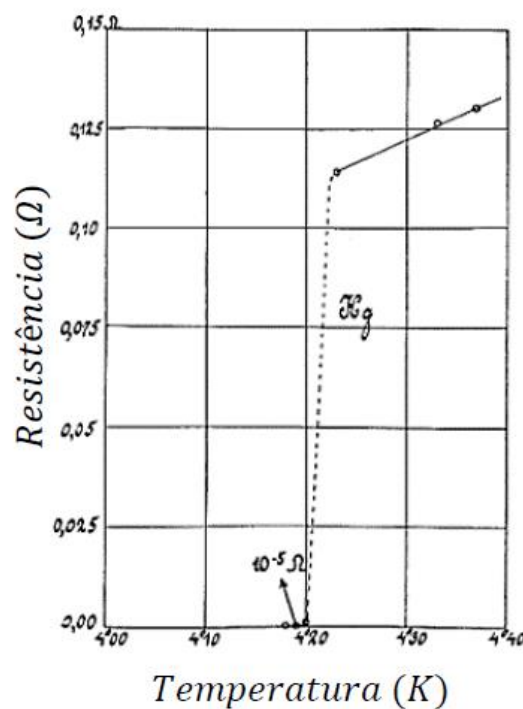


Figura 2.1: Curva $R(T)$ para uma amostra de mercúrio obtida por Onnes indicando a queda abrupta da resistência elétrica abaixo de 4,2 K. A figura foi adaptada da Ref. [27].

2.2 Efeito Meissner

A resistividade nula não é a única propriedade dos materiais supercondutores. Em 1933, os cientistas alemães Meissner e Ochsenfeld, descobriram outra importante propriedade dos supercondutores, i.e., os materiais supercondutores comportam-se, também, como diamagnetos perfeitos. Em outras palavras, um supercondutor sempre expulsa o campo de indução magnética de seu interior, mesmo não havendo variação temporal deste campo (campo estático). Esse fenômeno ficou conhecido por Efeito

Meissner-Ochsenfeld (ou somente Efeito Meissner) e é de suma importância para que seja possível diferenciar um supercondutor de um condutor hipoteticamente perfeito [22].

A Figura 2 mostra a diferença do comportamento entre um suposto condutor perfeito e um supercondutor quando resfriados de duas formas distintas: ZFC (*Zero Field Cooling*) e FC (*Field Cooling*).

No processo ZFC, os materiais são resfriados a uma temperatura abaixo de T_c e, após isso, é aplicado um campo magnético externo sobre eles. Como resposta, ambos excluíram o campo magnético ($\vec{B}$) de seu interior, ou seja, correntes superficiais que geram uma magnetização contrária ao campo externo de forma a impedir que o fluxo magnético penetre nos materiais, então, blindando-os. Já no procedimento FC, primeiro aplica-se um campo magnético externo, e só depois resfria-se os materiais a uma temperatura abaixo de T_c . Nesse caso, enquanto o condutor perfeito encontra-se no mesmo estado inicial, percebe-se que o supercondutor expulsa todo o campo magnético que inicialmente estava em seu interior. Portanto, o condutor perfeito está sujeito à Lei de Faraday, enquanto o supercondutor tem resposta magnética mesmo na presença de campo magnético estático.

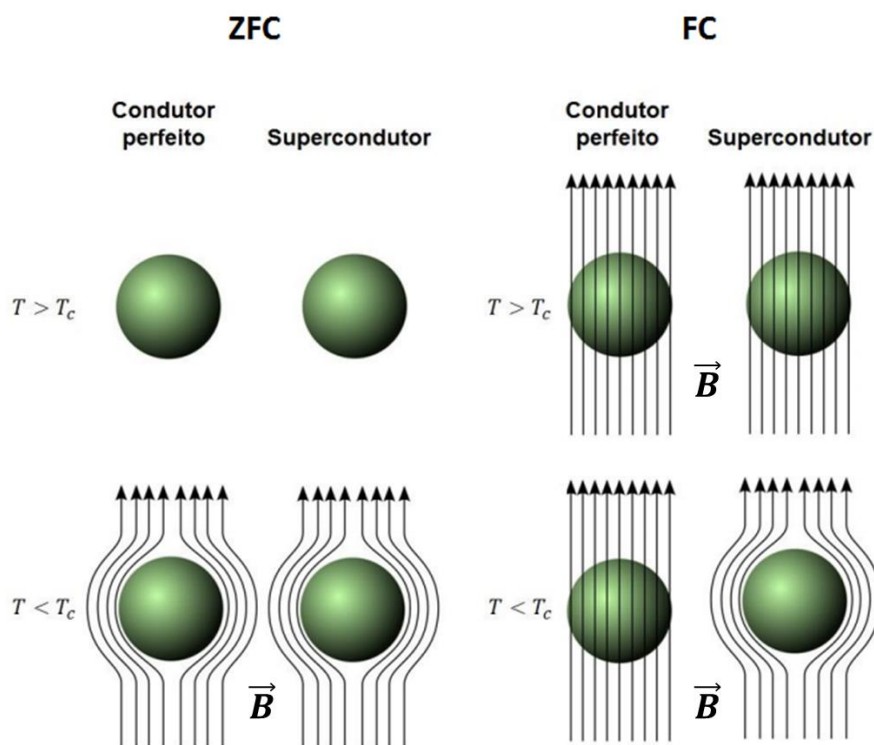


Figura 2.2: Comportamento de um condutor perfeito e um supercondutor quando submetidos a dois processos distintos (ZFC e FC). Fonte: Adaptado da Ref. [28]

Para estudar as consequências do Efeito Meissner, partiremos da equação constitutiva dos campos [27],

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (2.2.1)$$

onde μ_0 é a permissividade magnética no vácuo, $\mathbf{B}$ é o campo magnético induzido, $\mathbf{H}$ é o campo magnético aplicado e $\mathbf{M}$ é a magnetização do material, que é uma função resposta devido um campo magnético aplicado.

Podemos ainda expressar $\mathbf{M}$ em função da susceptibilidade magnética χ ($\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$) do material, considerando um material homogêneo e isotrópico [27].

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}(1 + \chi). \quad (2.2.2)$$

O efeito Meissner indica que $\mathbf{B}$ é nulo no interior do supercondutor. Assim a equação (2.2.1) pode ser expressa tal como segue,

$$\mathbf{H} = -\mathbf{M}. \quad (2.2.3)$$

Aplicando-se o rotacional em ambos os lados da equação (2.2.3), temos

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{M}, \quad (2.2.3)$$

mas, pela Lei de Ampère,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.2.4)$$

Assim, considerando que $\mathbf{E}$ é constante, isto é, $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$, vem,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{J}_{sh}, \quad (2.2.5)$$

onde $\mathbf{J}_{sh}$ (sh vem do inglês *shielding*) é a corrente de blindagem.

Substituindo a equação (2.2.5) na equação (2.2.3), obtemos

$$\mathbf{J}_{sh} = -\nabla \times \mathbf{M}. \quad (2.2.6)$$

Essa equação nos diz que a magnetização $\mathbf{M}$ ocorre devido às correntes de blindagem $\mathbf{J}_{sh}$, gerando uma magnetização contrária ao campo aplicado, excluindo-o do interior do material.

2.3 Descontinuidade do Calor Específico em T_c

O Calor Específico é uma propriedade termodinâmica que indica o comportamento energético de materiais quando submetidos a uma variação de temperatura. De maneira geral, acima de T_c ele pode ser descrito pela soma de um termo linear, referente à contribuição eletrônica, e um termo não-linear, devido às vibrações da rede (fônons) [27]:

$$C_n = \lambda T + AT^3. \quad (2.3.1)$$

Quando a T_c é atingida, a transição do estado normal para o estado supercondutor, na ausência de campo magnético, é uma transição de fase que não apresenta calor latente, mas sim uma descontinuidade no calor específico [27], i.e., é uma transição de fase de segunda ordem. A Figura 3 mostra uma curva do calor específico em função da temperatura para o alumínio, onde é possível observar a descontinuidade em T_c .

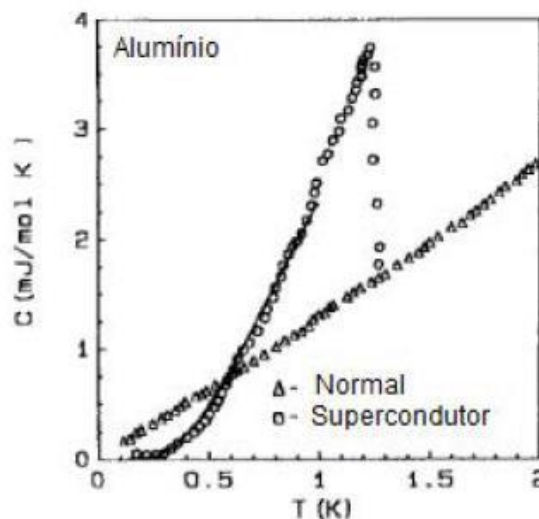


Figura 2.3: Descontinuidade na curva do calor específico em função da temperatura para o alumínio.

Fonte: Ref. [27].

O Efeito Meissner, junto à capacidade de transportar correntes sem resistência, e a descontinuidade do Calor Específico são as principais características de um supercondutor. Devido a essas propriedades peculiares, a supercondutividade é tratada como um estado da matéria [27].

3 - TEORIAS FENOMENOLÓGICAS DA SUPERCONDUTIVIDADE

3.1 Equações de London

Em 1935, os irmãos Fritz London e Heinz London propuseram uma teoria fenomenológica fundamentada em modelos clássicos para descrever o estado supercondutor [23]. Eles consideraram um modelo de dois fluídos e, utilizando princípios da mecânica e da eletrodinâmica clássicas, foram capazes de explicar alguns comportamentos apresentados pelos supercondutores.

Partindo-se da segunda lei de Newton e relacionando-a com a força elétrica sofrida pelos elétrons supercondutores na presença de um campo elétrico, temos:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E}, \quad (3.1.1)$$

onde m é a massa dos portadores de cargas supercondutoras e $\mathbf{v}$ a sua velocidade.

Em uma dada unidade de volume há n_s elétrons supercondutores com velocidade $\mathbf{v}$. Dessa maneira, a densidade de corrente de elétrons supercondutores $\mathbf{J}_s$ é dada por:

$$\mathbf{J}_s = n_s e \mathbf{v}. \quad (3.1.2)$$

Então, temos

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{J}_s}{n_s e}. \quad (3.1.3)$$

Substituindo a equação (3.1.3) na equação (3.1.1) vem que,

$$\mathbf{E} = \frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t}. \quad (3.1.4)$$

Aplicando o rotacional na equação (3.1.4), temos,

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{m}{n_s e^2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{J}_s. \quad (3.1.5)$$

O termo entre parênteses $\left(\frac{m}{n_s e^2}\right)$ será representado por Λ_L .

Pela Lei de Faraday no sistema CGS,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.1.6)$$

e substituindo a equação (3.1.6) na equação (3.3.5), ficamos com:

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \Lambda_L \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{J}_s. \quad (3.1.7)$$

A equação (3.1.7) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_s + \frac{\mathbf{B}}{c} \right] = 0. \quad (3.1.8)$$

A equação (3.1.8) é conhecida como Equação de London. Para o caso onde o fluxo magnético no interior do material é nulo, ou seja, quando o material se encontra no Estado Meissner, tem-se que:

$$\Lambda_L \nabla \times \mathbf{J}_s + \frac{\mathbf{B}}{c} = 0. \quad (3.1.9)$$

De acordo com a Lei de Ampère no sistema CGS ($\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_s$),

$$\frac{c(\nabla \times \mathbf{B})}{4\pi} = \mathbf{J}_s, \quad (3.1.10)$$

e substituindo a equação (3.1.10) na equação (3.1.9) obtemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{4\pi \mathbf{B}}{\Lambda_L c^2}. \quad (3.1.11)$$

Considerando a identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$ e, pelo fato de não haver monopólo magnético, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, a equação (3.1.11) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{4\pi}{\Lambda_L c^2} \mathbf{B}. \quad (3.1.12)$$

O termo $\frac{4\pi}{\Lambda_L c^2}$ tem unidades de inverso do quadrado de comprimento e é denominado de comprimento de penetração de London (λ). Dessa maneira, e lembrando que $\Lambda_L = \left(\frac{m}{n_s e^2}\right)$, temos:

$$\lambda = \left(\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.1.13)$$

Considerando, agora, um caso unidimensional no qual, para $x>0$, há um material supercondutor e para $x<0$ há uma região normal (vácuo) e, ainda, tomando um campo magnético aplicado ao longo do eixo z , a equação (3.1.12) pode ser escrita de seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2} B_z. \quad (3.1.14)$$

A solução dessa equação é do tipo:

$$B_z(x) = B_0 e^{\frac{-x}{\lambda}}, \quad (3.1.15)$$

onde B_0 é a intensidade do campo de indução magnética na interface entre a região normal e o material supercondutor.

Analisando a equação (3.1.15) verifica-se que o campo magnético aplicado decai exponencialmente no interior do material supercondutor ($x>0$) ao longo de um valor característico, λ .

3.2 Teoria de Ginzburg-Landau

A teoria fenomenológica de Ginzburg-Landau (GL) [24] foi proposta para explicar o comportamento dos supercondutores sob ação de campos magnéticos externos. As equações GL, em sua atual forma, foram derivadas a partir da teoria

microscópica (BCS) por Gor'kov [27]. Nela, massa e a carga dos elétrons supercondutores (ou superelétrons) são:

$$m_s = 2m, \quad (3.2.1)$$

$$e_s = 2e, \quad (3.2.2)$$

onde m é a massa do elétron e e a sua carga.

A teoria GL descreve o estado supercondutor a partir de uma função de onda complexa, denominada de parâmetro de ordem [22], sendo expressa como segue,

$$\psi(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|e^{i\theta}, \quad (3.2.3)$$

onde θ é a fase da função de onda.

O módulo ao quadrado de ψ é a densidade dos superelétrons, n_s , tal que,

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 = \psi\psi^* = n_s. \quad (3.2.4)$$

Para obter as equações GL para um supercondutor na presença de um campo magnético externo é preciso escrever a energia do estado termodinâmico na presença deste campo [29]. Dessa maneira, utilizamos a energia livre de Gibbs (G), sendo esta uma grandeza que busca mensurar a energia disponível em um sistema termodinâmico para a realização de um trabalho “útil”. Assim, têm-se que:

$$G = H - TS, \quad (3.2.5)$$

onde H é a entalpia, T a temperatura do sistema e S a entropia, sendo que o produto TS é o calor.

A entalpia é dada por:

$$H = U + \tau, \quad (3.2.6)$$

sendo U a energia interna do sistema e τ o máximo trabalho executável pela vizinhança sobre o sistema.

Na ausência de campo magnético, a variação da densidade da energia livre de Gibbs do estado supercondutor nas proximidades de T_c (eq. 3.2.7) é uma transição de fase de segunda ordem e pode ser escrita como uma série de potências do parâmetro de ordem. Neste caso, os termos ímpares são nulos por conta da simetria do sistema e, ainda, considerando ψ pequeno (próximo à T_c), a série é truncada em quarta ordem.

$$G_s = G_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4, \quad (3.2.7)$$

onde G_s é a energia livre do estado supercondutor, G_n a energia livre do estado normal, $\alpha = \alpha_0(T - T_c)$ sendo $T < T_c$ para o estado supercondutor, e β é uma constante fenomenológica positiva. Essa escolha para α é tal que a energia apresente um mínimo local garantindo, assim, a supercondutividade como um estado de mínima energia.

Na presença de um campo magnético, a energia livre de um supercondutor é dada por:

$$G_s = G_n + \int (G_c + G_q + G_B) d^3r, \quad (3.2.8)$$

na qual G_c é a energia necessária para a formação dos pares de Cooper, ou energia do condensado, G_q é a energia cinética (em sua formulação quântica) e G_B é a energia devida à interação do material com o campo magnético externo.

A energia no condensado G_c é a diferença entre a energia livre do estado supercondutor e a energia livre do estado normal, assim têm-se:

$$G_c = \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4. \quad (3.2.9)$$

Para se obter a energia cinética G_q , utiliza-se a Lagrangeana do sistema:

$$L = K - U, \quad (3.2.10)$$

onde K é a energia cinética e U o potencial magnético tal que,

$$L = \frac{1}{2} m_s \dot{r}^2 - e_s \dot{r} \cdot A, \quad (3.2.11)$$

onde $\mathbf{A}$ é o potencial vetor magnético.

No sistema CGS, a equação (3.2.10) é dada por:

$$L = \frac{1}{2} m_s \dot{r}^2 - \frac{e_s}{c} \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}, \quad (3.2.12)$$

onde m_s é a massa do superelétron ($2m_e$) e e_s ($2e$) a sua carga.

Utilizando as equações de Lagrange, obtemos o momento (P):

$$P = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m_s \dot{\mathbf{r}} - \frac{e_s}{c} \mathbf{A}. \quad (3.2.13)$$

Transformando o momento P em um operador a partir dos postulados da mecânica quântica, temos:

$$\hat{P} = -i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A}. \quad (3.2.14)$$

O operador energia cinética ($\hat{T}$) é dada por:

$$\hat{T} = \frac{P^2}{2m_s} = \frac{(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A})^2}{2m_s}. \quad (3.2.15)$$

O valor esperado da energia cinética é dado por:

$$\langle \hat{T} \rangle = \int \psi^* \hat{T} \psi d^3r. \quad (3.2.16)$$

Resolvendo-se essa equação, obtemos o valor esperado da energia cinética, que é igual à energia G_q em nossa notação. Logo:

$$G_q = \frac{1}{2m_s} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi \left(i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi^*. \quad (3.2.17)$$

A energia relacionada ao trabalho responsável pela expulsão do campo magnético G_B é dada pela seguinte expressão:

$$G_B = \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}, \quad (3.2.18)$$

na qual o produto escalar $\mathbf{H} \cdot \mathbf{M}$ dá a energia do trabalho da magnetização responsável pela expulsão do campo.

Assim, substituindo as equações (3.2.9), (3.2.17) e (3.2.18) na (3.2.8) obtemos a expressão da energia livre de Gibbs no sistema CGS,

$$G_s = G_n + \int \left\{ \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \left[\frac{1}{2m_s} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi \left(i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right) \psi^* \right] + \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} \right\} d^3r. \quad (3.2.19)$$

A equação (3.2.19) também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$G_s = G_n + \int \left\{ \left[\frac{1}{2m_s} (\hbar^2 \nabla \psi^* \nabla \psi - i\hbar \frac{e_s}{c} \nabla \psi^* \mathbf{A} \psi + i\hbar \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \psi^* \nabla \psi - \frac{e_s^2}{c^2} \mathbf{A} \psi^* \nabla \psi) + \frac{1}{8\pi} B^2 - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 \right] \right\} d^3r. \quad (3.2.20)$$

Para se obter as equações GL é preciso minimizar a equação (3.2.20) com relação ao parâmetro de ordem ψ^* e ao potencial vetor magnético $\mathbf{A}$.

Para se obter a 1ª equação GL, minimiza-se a equação (3.2.20) em relação à ψ^* . Trata-se de uma derivada funcional, portanto não se deriva convencionalmente, é preciso usar algum método variacional para realizar a operação [30]. Para realizar a operação, foi utilizada a relação (3.2.21):

$$\frac{\partial G_s}{\partial \psi^*} - \nabla \left[\frac{\partial G_s}{\partial (\nabla \psi^*)} \right] = 0. \quad (3.2.21)$$

Aplicando-se o método variacional e juntando-se os termos, obtemos a 1ª Equação de Ginzburg-Landau:

$$\frac{1}{2m_s} \left(-i\hbar \nabla - \frac{e_s}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.2.22)$$

Para se obter a 2ª Equação GL, minimiza-se a equação (3.2.20) em relação ao potencial vetor $\mathbf{A}$. Novamente, trata-se de uma derivada funcional, dessa forma será utilizada a relação (3.2.23) para realizar a operação. Assim, temos:

$$\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{A}} = \nabla \times \left[\frac{\partial G_s}{\partial (\nabla \times \mathbf{A})} \right] = 0. \quad (3.2.23)$$

Aplicando-se o método variacional e juntando-se os termos, obtemos a seguinte equação:

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -i \frac{\hbar}{2m_s} \frac{e_s}{c} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{c^2} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s}, \quad (3.2.24)$$

usando a propriedade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}, \quad (3.2.25)$$

e assumindo que o divergente do potencial vetor magnético ($\nabla \cdot \mathbf{A}$) pode ser considerado nulo ao usar da invariância de calibre do mesmo, logo a equação (3.2.25) torna-se:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}. \quad (3.2.26)$$

Substituindo a equação (3.2.26) na equação (3.2.24), obtemos a 2ª Equação GL:

$$\mathbf{J} = \left[-i \frac{\hbar}{2m_s} e_s (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A} |\psi|^2}{m_s} \right] \quad (3.2.27)$$

A 1ª Equação de Ginzburg-Landau, obtida pela minimização da energia em função do parâmetro de ordem ψ^* , nos fornece a variação espacial de ψ quando o material supercondutor está sob a presença de um campo magnético externo. Já a 2ª equação, obtida pela minimização da energia em função do potencial vetor magnético $\mathbf{A}$, nos fornece a corrente supercondutora. É importante notar que as duas equações GL descrevem o comportamento do parâmetro de ordem no estado de equilíbrio. Para o estado de não equilíbrio, ou seja, quando ψ e $\mathbf{A}$ dependem do tempo, utiliza-se as equações TDGL, que serão descritas posteriormente.

3.3 Comprimentos Característicos

Pela teoria fenomenológica de Ginzburg-Landau obtém-se naturalmente dois comprimentos característicos dos supercondutores, a profundidade de penetração de London (que, agora, tem uma dependência com a temperatura) e o comprimento de coerência. Os dois serão descritos na sequência.

3.3.1 Comprimento de coerência

O comprimento de coerência (ξ) é uma grandeza fundamental da supercondutividade que descreve a distância na qual o parâmetro de ordem varia apreciavelmente a partir de uma interface normal-supercondutora [29]. Para uma distância maior que ξ , ψ é aproximadamente constante e tem seu valor máximo [31].

Estudaremos o comportamento de ψ em dois casos e, em ambos, iremos considerar que não há campo magnético aplicado, ou seja, $\mathbf{A} = 0$. Porém, no primeiro caso, consideraremos que a densidade de superelétrons n_s não varia com a posição, ou seja, $\nabla\psi = 0$ e, no segundo caso, consideraremos que n_s varia com a posição, ou seja, $\nabla\psi \neq 0$.

Considerando o primeiro caso ($\mathbf{A} = 0$) e ($\nabla\psi = 0$), a minimização da energia livre de Gibbs do estado supercondutor sem a influência de campo magnético externo (Eq. 3.2.7) em relação à ψ^* fica:

$$\alpha\psi + \beta|\psi|^2 = 0. \quad (3.3.1.1)$$

Essa é a 1ª equação GL nas condições consideradas. Não existirá a 2ª equação GL nessas condições, pois ela é obtida a partir da minimização da energia livre de Gibbs com relação ao potencial vetor magnético $\mathbf{A}$.

Para o segundo caso ($\mathbf{A} = 0$) e ($\nabla\psi \neq 0$), a 1ª equação GL (Eq. 3.2.22) assume a forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s}\nabla^2\psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0 \quad (3.3.1.2)$$

e a 2ª equação GL (Eq. 3.2.24) fica:

$$\psi^* \nabla \psi = \psi \nabla \psi^*, \quad (3.3.1.3)$$

sendo o parâmetro de ordem ψ dado pela equação (3.2.4).

Considerando a equação (3.3.1.2) na forma unidimensional e sob as condições em consideração temos,

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0. \quad (3.3.1.4)$$

A partir de uma mudança de variável, pode-se escrever ψ da seguinte forma:

$$\psi = \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f. \quad (3.3.1.5)$$

Substituindo a equação (3.3.1.5) na equação (3.3.1.4), têm-se:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_s} \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \alpha \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} + \beta \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} f^3 = 0, \quad (3.3.1.6)$$

$$\left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{1/2} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\alpha f}{|\alpha|} - \frac{\alpha f^3}{|\alpha|} \right\} = 0, \quad (3.3.1.7)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + f - f^3 = 0. \quad (3.3.1.8)$$

Nota-se que o termo que acompanha a derivada parcial tem unidade de comprimento ao quadrado. Tal termo é conhecido por comprimento de coerência,

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m_s |\alpha|}. \quad (3.3.1.9)$$

Resolvendo-se a equação (3.3.1.8) obtemos:

$$f = \tanh \left(\frac{x}{\sqrt{2}\xi} \right). \quad (3.3.1.10)$$

Como f é função de ψ , fica evidente na equação (3.3.1.10) a variação de ψ com ξ . Tal grandeza, como dito anteriormente, representa a distância na qual o parâmetro de ordem ψ varia apreciavelmente e é um dos comprimentos fundamentais da supercondutividade. A Figura 3.1 ilustra o comportamento de tal função:

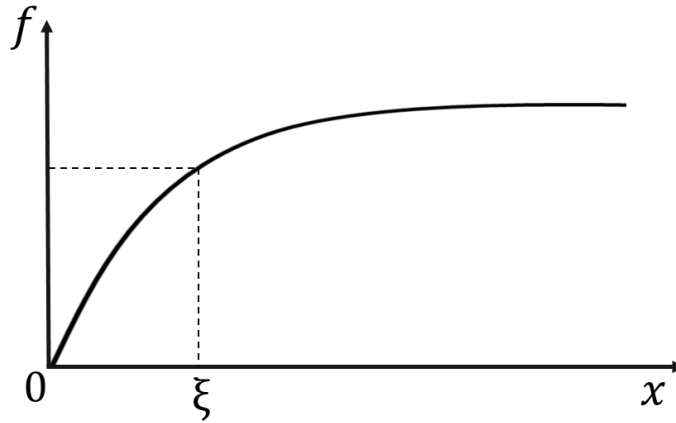


Figura 3.1: Comportamento do parâmetro de ordem ψ em uma interface normal-supercondutora.

O comprimento de coerência (ξ) e, conseqüentemente, a função f dependem da temperatura, já que $\alpha = \alpha_0(T - T_c)$. Podemos, então, expressar ξ de outra maneira. Reescrevendo α , temos:

$$\alpha(T) = \alpha_0(T - T_c) = \alpha_0 T_c \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right] \quad (3.3.1.11)$$

Substituindo a equação (3.3.1.11) na (3.3.1.9), obtemos uma expressão de ξ dependente da temperatura:

$$\begin{aligned} \xi(T) &= \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_s|\alpha|}} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_s\alpha_0 T_c}} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-\frac{1}{2}}, \\ \xi(T) &= \xi(0) \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (3.3.1.12)$$

3.3.2 Profundidade de penetração de London

A profundidade de penetração de London (λ) é uma grandeza que mede o quanto o campo magnético penetra no material a partir de uma interface normal-supercondutora. Para o estudo dessa grandeza vamos considerar que há um campo magnético aplicado, ou seja, $\mathbf{A} \neq 0$, e que n_s não varia com a posição, ou seja, $\nabla\psi = 0$. Considerando tais condições, a 1ª e a 2ª equações GL são respectivamente:

$$\frac{e_s^2 A^2 \psi}{2m_s c^2} + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0, \quad (3.3.2.1)$$

$$\mathbf{J} = -\frac{e_s^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s}. \quad (3.3.2.2)$$

Para determinar λ , utiliza-se a 2ª equação GL nas condições consideradas inicialmente.

Sabe-se que a lei de Ampère, no sistema CGS, é dada por,

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}. \quad (3.3.2.3)$$

Substituindo a equação (3.3.2.3) na equação (3.3.2.2) obtemos,

$$\frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{(e_s)^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s}. \quad (3.3.2.4)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade por $\left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right)$, temos,

$$\left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right) \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} = -\frac{(e_s)^2}{c} \frac{\mathbf{A}|\psi|^2}{m_s} \left(\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}\right), \quad (3.3.2.5)$$

$$\left(\frac{m_s c^2}{e_s^2 |\psi|^2 4\pi}\right) \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{A} = 0. \quad (3.3.2.6)$$

O termo entre parênteses na (3.4.2.6) tem unidade de comprimento ao quadrado e é λ^2 , ou seja,

$$\lambda^2 = \left(\frac{m_s c^2}{e_s^2 |\psi|^2 4\pi}\right). \quad (3.3.2.7)$$

Aplicando-se o rotacional na equação (3.3.2.6), obtemos:

$$\lambda^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \nabla \times \mathbf{A} = 0. \quad (3.3.2.8)$$

A equação (3.3.2.8) é igual à segunda equação de London. Porém, a profundidade de penetração magnética obtida pelo formalismo de Ginzburg-Landau depende da temperatura devido ao termo $|\psi|^2$, o que não acontece com o comprimento obtido pelos irmãos Fritz e Hans London [31].

Para determinar a expressão de λ dependente da temperatura vamos considerar a condição de contorno descrita inicialmente, ou seja, que o parâmetro de ordem é praticamente constante. Dessa maneira, ele pode ser escrito $|\psi|^2 = \frac{|\alpha|}{\beta}$ [32]. Assim, temos:

$$\lambda = \sqrt{\frac{m_s c^2 \beta}{e_s^2 4\pi |\alpha|}}. \quad (3.3.2.9)$$

Substituindo a constante fenomenológica $\alpha(T) = \alpha_0 T_c \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)\right]$, obtemos uma expressão de λ dependente da temperatura:

$$\lambda = \sqrt{\frac{m_s c^2 \beta}{e_s^2 4\pi \alpha_0 T_c}} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{1}{2}} = \lambda(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.3.2.10)$$

3.4 Tipos de Supercondutores

Na sessão anterior foram descritos os dois comprimentos característicos da supercondutividade, ξ e λ . A razão entre essas grandezas nos fornece o parâmetro de Ginzburg-Landau (κ). Como essas quantidades têm, em princípio, a mesma dependência com a temperatura, a sua razão não dependerá [27, 31]. Assim, temos:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}. \quad (3.3.3.1)$$

Tal grandeza é característica de cada material e permite classificar os supercondutores em duas classes: os do tipo I (SCI) e os do tipo II (SCII) [31].

Abrikosov, ao analisar a densidade de energia superficial (σ_{ns}) em interfaces normal-supercondutora, mostrou que ela é positiva quando $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$, e negativa quando $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ [33]. O supercondutor que possui energia superficial positiva foi classificado como SCI e não permite a formação de domínios normais em seu interior. O supercondutor que possui energia superficial negativa foi classificado como SCII e torna-se energeticamente favorável a formação de domínios normais em seu interior. Tais domínios são constituídos por fluxo magnético quantizados denominados vórtices de Abrikosov [27], os quais penetram no material quando há aplicação de um campo magnético externo.

A Figura 3.2 ilustra o diagrama de fases $H(T)$ de um SCI. A linha $H_c(T)$ – campo crítico termodinâmico - corresponde à região de transição entre o estado supercondutor (estado Meissner, área cinza) e o estado normal (área amarelada). Portanto, ao se aplicar um campo magnético acima de H_c ou, submeter o supercondutor a uma temperatura acima de T_c , a supercondutividade é destruída.

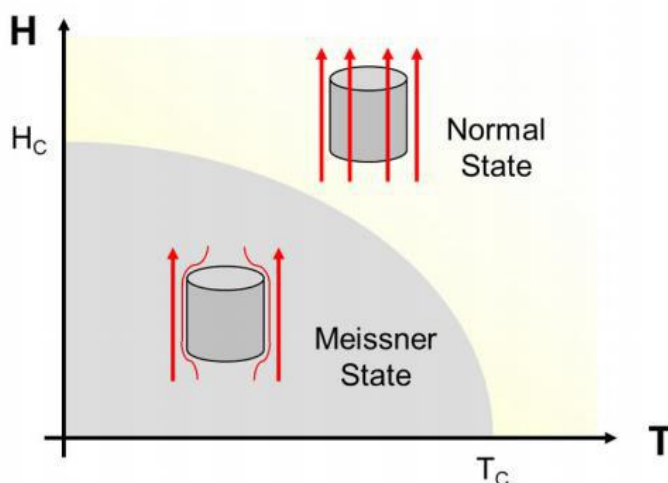


Figura 3.2: Diagrama $H(T)$ de um supercondutor do tipo I. Retirado da Ref. [34]

Já os SCII permitem a penetração de vórtices no seu interior. Assim, nessa região do diagrama de fases $H(T)$ há o convívio entre estado supercondutor e estado normal, sendo denominado de estado misto ou estado de vórtices. Dessa forma, os SCII apresentam dois campos críticos, o inferior ($H_{c1}(T)$) e o superior ($H_{c2}(T)$) [22]. A

Figura 3.3 ilustra o diagrama de fases $H(T)$ de um SCII. A área em verde corresponde ao estado misto, abaixo dela está o estado Meissner e acima o estado normal. Portanto, a linha $H_{c1}(T)$ corresponde à região de transição entre o estado Meissner e o estado misto e a linha $H_{c2}(T)$ corresponde à região de transição entre o estado misto e o estado normal.

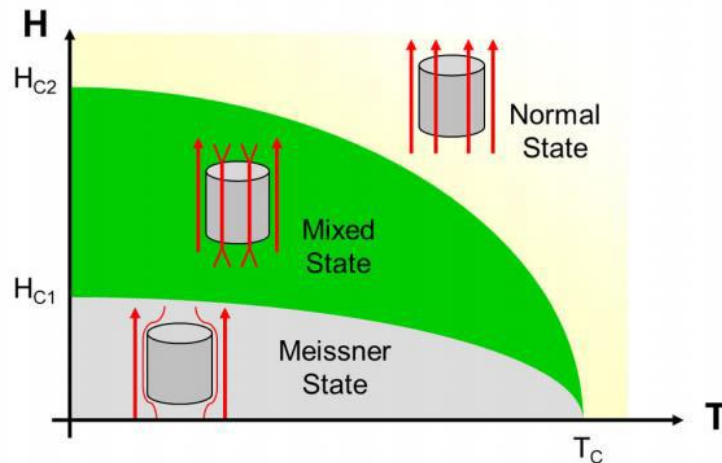


Figura 3.3: Diagrama $H(T)$ de um supercondutor do tipo II. Retirado da Ref. [34]

Em um SCII submetido a um campo magnético externo variável, à medida que o campo aumenta, o material responde com uma magnetização (M), cujo vetor é contrário ao do campo aplicado (H). Quando $H = H_{c1}$, torna-se energeticamente favorável a penetração dos primeiros vórtices na amostra. À medida que o campo magnético aumenta, o número de vórtices penetrados aumenta e a magnetização tem seu valor, em módulo, diminuído. Essa densidade de vórtices aumenta até H_{c2} , acima do qual o módulo da magnetização é nulo e a supercondutividade é destruída por conta da superposição dos núcleos dos vórtices. A Figura 3.4 ilustra o que foi detalhado neste parágrafo.

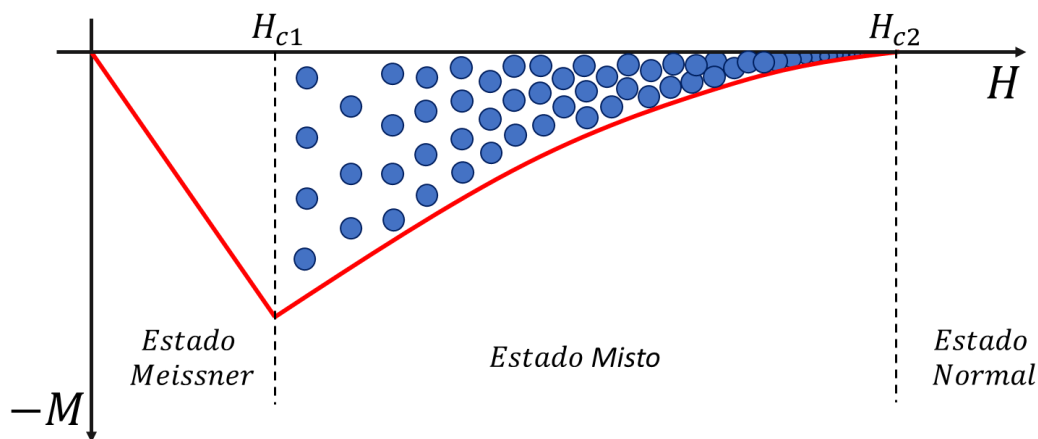


Figura 3.4: Ilustração do comportamento da magnetização em função do campo magnético aplicado e esquematização do arranjo dos vórtices (círculos em azul) que vão se adensando à medida que o campo aplicado aumenta em um SCII. Até H_{c1} têm-se o estado Meissner, entre H_{c1} e H_{c2} o estado misto e acima de H_{c2} , o material encontra-se em seu estado normal.

Já nos SCI, não há o estado misto, o material passa do estado Meissner para o estado normal (em H_c) sem haver nucleação de vórtices. À medida que o campo magnético aumenta, o módulo da magnetização aumenta e decai a zero em H_c , quando há a mudança para o estado normal. A Figura 3.5 ilustra o comportamento dos SCI.

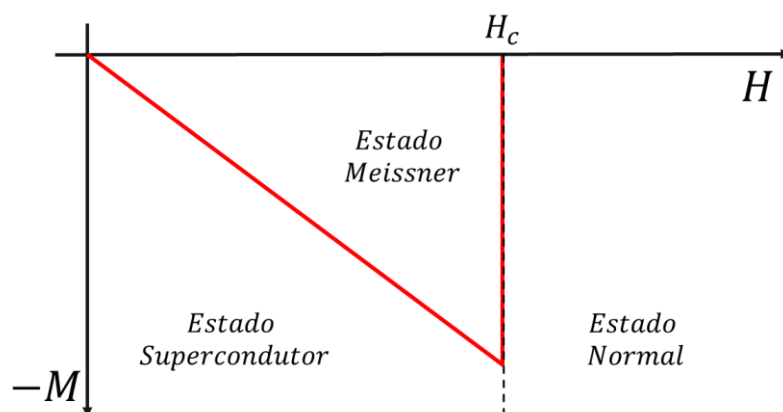


Figura 3.5: Ilustração do comportamento da magnetização em função do campo magnético aplicado em um SCI. Aqui tem-se a presença de somente um campo crítico (H_c), valor em que ocorre a mudança do estado Meissner para o estado normal.

As propriedades discutidas até aqui fazem referência a supercondutores *bulks*, ou seja, supercondutores volumétricos. Com o avanço da tecnologia tornou-se possível a produção de materiais cada vez menores, alcançando a escala

nanométrica onde observa-se mudanças no comportamento magnético em SCI e SCII.

3.5 Quantização do fluxo e estrutura do vórtice

Como dito anteriormente, os vórtices possuem em seu núcleo um *quantum* de fluxo magnético penetrando nos SCII quando estão sob a presença de campos magnéticos externos [27]. Para demonstrar essa quantização, a função de onda da 2ª equação GL (3.2.27) serão escritas em termos de seu módulo e sua fase, $\psi = |\psi|e^{i\theta}$, e será feito o desenvolvimento dessa equação com as manipulações necessárias. Assim, a 2ª Equação GL pode ser escrita da seguinte maneira,

$$J = \left\{ -i \frac{\hbar}{2m_s} e_s [|\psi|e^{-i\theta} \nabla(|\psi|e^{i\theta}) - |\psi|e^{i\theta} \nabla(|\psi|e^{-i\theta})] - \frac{e_s^2 A |\psi|^2}{c m_s} \right\}. \quad (3.5.1)$$

Trabalhando com a expressão de dentro dos colchetes, obtêm-se,

$$J = \left\{ -i \frac{\hbar}{2m_s} e_s [2i|\psi|^2 \nabla\theta] - \frac{e_s^2 A |\psi|^2}{c m_s} \right\}. \quad (3.5.2)$$

Que pode ser escrita de maneira mais simplificada,

$$J = \frac{\hbar}{m_s} e_s |\psi|^2 \nabla\theta - \frac{e_s^2 A |\psi|^2}{c m_s}. \quad (3.5.3)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (3.5.3) por $\frac{m_s c}{e_s^2 |\psi|^2}$, têm-se,

$$\frac{m_s c J}{e_s^2 |\psi|^2} = \frac{\hbar c}{e_s} \nabla\theta - A. \quad (3.5.4)$$

A equação (3.5.3) pode ser reescrita da seguinte maneira,

$$\mathbf{A} = \frac{\hbar c}{e_s} \nabla \theta - \frac{m_s c \mathbf{J}}{e_s^2 |\psi|^2}. \quad (3.5.5)$$

Pelo teorema de Stokes têm-se que,

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \oint_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS = \oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = \phi, \quad (3.5.6)$$

onde C é um contorno fechado e S é a área restrita a esse contorno. Dessa maneira, aplicando o teorema de Stokes no potencial vetor dado pela equação (3.5.5), encontra-se:

$$\frac{\hbar c}{e_s} \oint_C \nabla \theta \cdot d\mathbf{l} - \frac{m_s c}{e_s^2} \oint_C \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} = \phi \quad (3.5.7)$$

Como o parâmetro de ordem é uma função unívoca, a fase θ deve mudar em múltiplos inteiros de 2π . Assim vem que,

$$\oint_C \nabla \theta \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n. \quad (3.5.8)$$

Logo, substituindo a equação (3.5.8) na (3.5.7) obtém-se que,

$$\phi = \phi_0 n - \frac{m_s c}{e_s^2} \oint_C \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l}, \quad (3.5.9)$$

onde $\phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e_s}$ é o quantum de fluxo magnético e n é um número inteiro. Então, vêm:

$$\frac{m_s c}{e_s^2} \oint_C \frac{\mathbf{J}}{|\psi|^2} \cdot d\mathbf{l} + \phi = n \phi_0 \quad (3.5.10)$$

A expressão (3.5.10) mostra que o fluxo magnético total do supercondutor é quantizado. Por ela nota-se que o fluxo magnético devido às correntes de blindagem somado ao fluxo penetrado é um número inteiro de um *quantum* de fluxo, ϕ_0 . Quando

a densidade de corrente de blindagem é nula dentro do supercondutor (materiais com dimensões $\gg \lambda$), ou seja, longe das bordas, têm-se,

$$\phi = n \phi_0. \quad (3.5.11)$$

Demonstrando, assim, a quantização do fluxo magnético no interior dos supercondutores.

Quando um *quantum* de fluxo magnético penetra em um supercondutor ele é circundado por correntes que o impede de se espalhar pelo material. Então, o que chamamos de vórtice é, de fato, a estrutura formada pela soma do fluxo com as correntes que o circuitam. A Figura 3.6 mostra uma representação dessa estrutura.

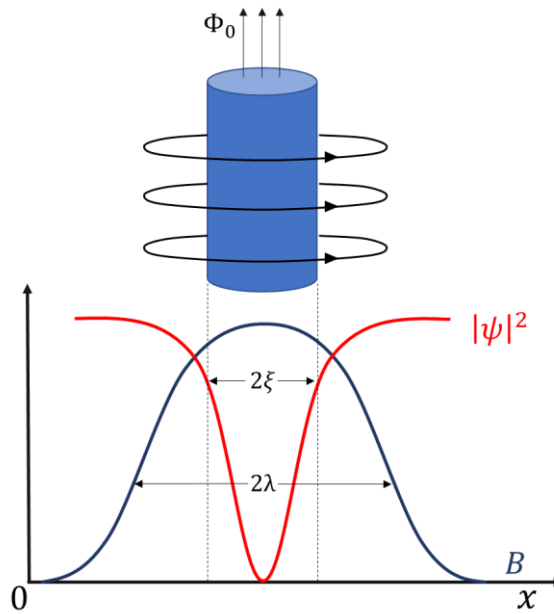


Figura 3.6: Esquemática da estrutura de um vórtice. O núcleo do fluxo magnético (cilindro azul) tem o raio igual a ξ e as correntes que o circundam raio igual a λ .

Na Figura 3.6 há dois gráficos que mostram como a densidade de superelétrons (n_s) e campo magnético (B) se comportam na região em que o vórtice está localizado. O valor de n_s decai na região onde há o fluxo magnético até atingir o valor mínimo, zero, no centro dele. Dizemos que ali o material está em seu estado normal. Já o campo magnético aumenta até atingir seu valor máximo no centro do fluxóide.

O tamanho do supercondutor (SC) bem como sua geometria e a presença de defeitos no material influenciam na maneira como esses vórtices vão se arranjar. O próximo capítulo será dedicado a discutir melhor tais pontos.

4 - ARRANJO DOS VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES

4.1 Influência do tamanho do SC no arranjo dos vórtices

O tamanho do SC tem forte influência no arranjo dos vórtices penetrados na amostra. Nos supercondutores macroscópicos (*bulks*) homogêneos, os vórtices se arranjam em uma rede triangular pelo fato de ser a geometria que minimiza a energia livre, fornecendo maior estabilidade para o sistema [31]. Essa rede triangular de vórtices é conhecida como rede de Abrikosov [33], pelo fato de ter feito tal previsão teórica. A Figura 4.1 ilustra a rede de Abrikosov.

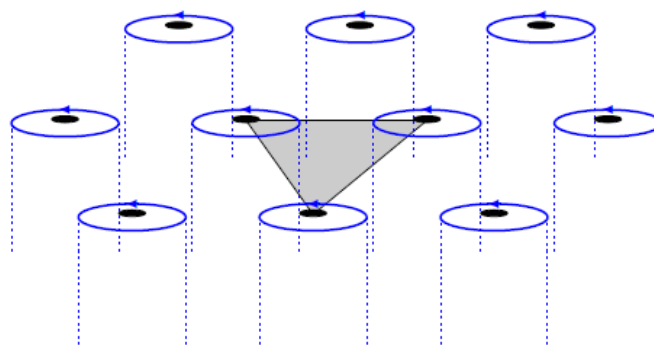


Figura 4.1: Ilustração da rede de Abrikosov. Os vórtices estão representados pelos tubos em azul [32].

Quando falamos de supercondutividade em escala mesoscópica, ou seja, onde o tamanho do supercondutor é da ordem de $\lambda(T)$ e/ou $\xi(T)$, a estrutura dos vórtices é fortemente influenciada por efeitos de confinamento. Dessa maneira há uma faixa de tamanhos (e temperaturas) onde a rede de vórtices pode apresentar um arranjo misto, havendo uma superposição entre a rede triangular de Abrikosov e uma rede que segue a simetria da amostra [35,36].

Zadorosny e colaboradores descreveram, por meio de um diagrama de fases do tamanho do supercondutor em função da temperatura, o limite macro-meso em amostras quadradas [37]. A Figura 4.3 mostra o diagrama onde, acima da linha os vórtices se arranjam na rede de Abrikosov, nas proximidades inferiores da linha há um *crossover* da rede e, abaixo da linha os vórtices se perfilarão seguindo a simetria da amostra.

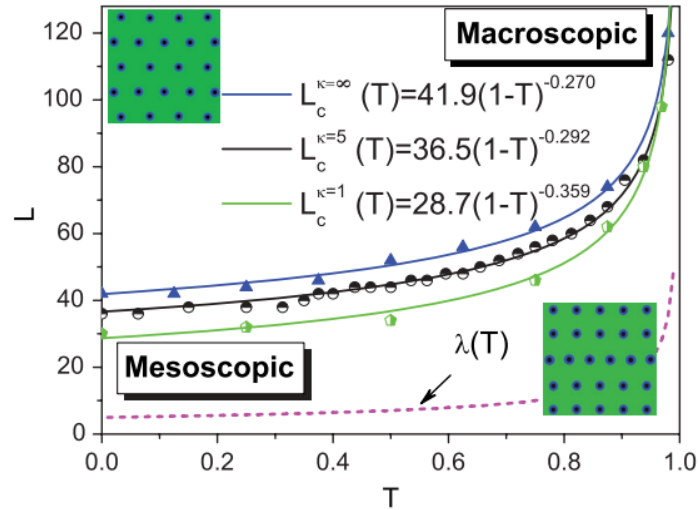


Figura 4.2: Diagrama de fase L-T. Acima da linha crítica o supercondutor tem o comportamento de uma amostra macroscópica (formação de redes de Abrikosov) e abaixo dela um comportamento de uma amostra mesoscópica (não há as redes de Abrikosov) [37].

4.2 Influência dos defeitos no arranjo dos vórtices

O arranjo e a dinâmica dos vórtices são fortemente influenciados pela presença de defeitos no material supercondutor (que podem existir naturalmente ou ser inseridos artificialmente por meio de algumas técnicas experimentais [14]). Na literatura, quando esses defeitos transpassam o material supercondutor, são denominados por *antidots* (ADs) [38-40], em oposição às deposições de material magnético que são crescidos como torres (*dots*) na superfície do material. Há, ainda, os buracos que não transpassam a amostra, deixando material SC remanescente. Nesses casos, esses defeitos são denominados por “*blind-holes*” (BHs) [41-45].

A presença de defeitos no material supercondutor se torna uma ferramenta interessante para prevenir a movimentação indesejada dos vórtices pela amostra. Como se sabe, o movimento de vórtices é dissipativo, o que gera aquecimento e pode levar um SC ao estado normal. Para evitar a destruição prematura da supercondutividade, é desejável que os vórtices deixem de se mover. Assim, é necessário que haja centros que os mantenham aprisionados, mesmo quando estão sob a ação de uma força de Lorentz (gerada pela interação dos vórtices com correntes de transporte ou mesmo com as correntes de blindagem).

Apesar dos BHs, de forma geral, possuírem uma força de aprisionamento mais fraca que aquela apresentada pelos ADs, seu estudo permite visualizar estados de vórtices dentro do defeito e uma gama de arranjos surgem devido à interação vórtice-contorno do BH. Na Figura 4.4 são mostrados estados possíveis de vórtices obtidos tanto teoricamente [41] quanto experimentalmente [42]. No trabalho teórico foi usada a teoria de Ginzburg-Landau no estado de equilíbrio. Pela imagem é possível notar que os vórtices perfilam a simetria dos defeitos, formando uma estrutura chamada do tipo concha (*shell-like*).

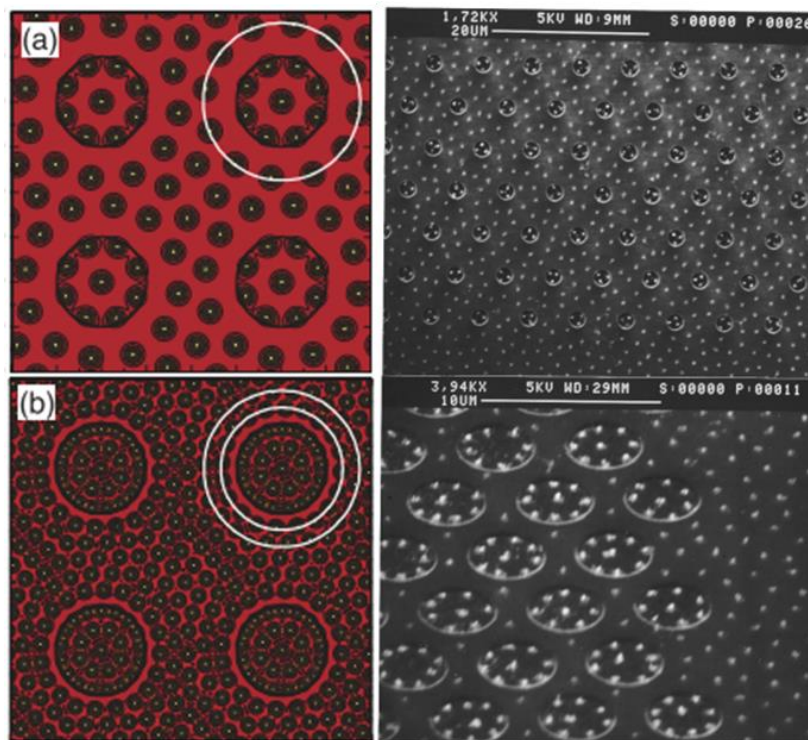


Figura 4.3: Estados de vórtices em defeitos do tipo BHs. O painel da esquerda mostra estados obtidos por meio da teoria de Ginzburg-Landau [41] e o painel à direita mostra imagens obtidas por decoração do tipo *Bitter decoration* [42].

Como já dito, os CAs do tipo BH e AD são ferramentas importantes para neutralizar o movimento indesejado dos vórtices. Porém, há defeitos que, ao invés de atraírem os vórtices, os repelem. Exemplos desse tipo de defeito são conhecidos por dots, que são torres criadas pela deposição de materiais que podem ser magnéticos, outros supercondutores ou consistindo do mesmo material que a matriz.

Berdiyrov e colaboradores mostraram, utilizando a teoria de Ginzburg-Landau, que os defeitos em formato de torres em filmes supercondutores formam regiões com

potenciais repulsivos para os vórtices [46]. Esses defeitos são populados com vórtices somente quando há uma grande pressão magnética. Nesse trabalho, eles também verificaram que quando o defeito é populado por vórtices, ele impõe sua geometria a esse conjunto de fluxóides, assim como acontece nos BHs, como mostra a Figura 4.4.

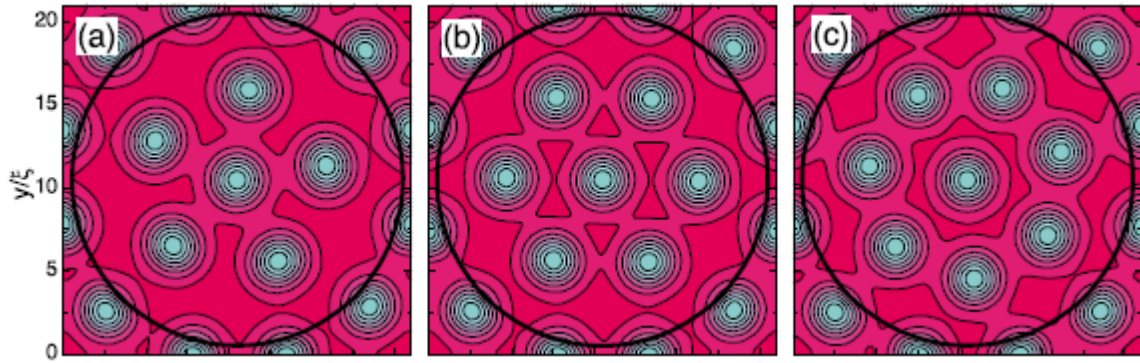


Figura 4.4: Distribuição de vórtices dentro de pilares com raios grandes (10ξ). Os pilares impõem sua geometria aos vórtices confinados [46].

Do ponto de vista teórico, os sistemas supercondutores mesoscópicos com presença de defeitos têm sido estudados resolvendo-se numericamente as equações de Ginzburg-Landau. No próximo capítulo será descrito um método para se resolver numericamente essas equações para, depois, aplicá-lo no estudo de sistemas supercondutores com diferentes tipos de defeitos.

5 - FORMALISMO TEÓRICO

5.1 Equações TDGL

A variação temporal de ψ e $\mathbf{A}$ foi introduzida à teoria GL em 1966 por Schmid [47] de tal forma a preservar a invariância de calibre de tais equações. Assim, as equações TDGL são dadas, em sua forma adimensional, por

$$\begin{aligned} u \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi(\mathbf{r}, t) \right) \psi(\mathbf{r}, t) \\ = (i\mathbf{\nabla} - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t))^2 \psi(\mathbf{r}, t) \\ + (g(\mathbf{r}) - T - |\psi(\mathbf{r}, t)|^2) \psi(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{\nabla} \varphi(\mathbf{r}, t) \right) = J_s(\mathbf{r}, t) - \kappa^2 \mathbf{\nabla} \times \mathbf{\nabla} \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (5.1.2)$$

$$J_s(\mathbf{r}, t) = \text{Re}(\psi^*(\mathbf{r}, t)(-i\mathbf{\nabla} - \mathbf{A}(\mathbf{r}, t))\psi(\mathbf{r}, t)), \quad (5.1.3)$$

onde φ é o potencial escalar elétrico e J_s é a densidade de corrente supercondutora. Foi inserido na equação (5.1.1) a função $g(\mathbf{r})$, que modula ψ e define as regiões de defeitos na amostra, podendo tanto degradar quanto incrementar seu valor. Se $g > 1$, tem-se um material com T_c maior do que o da matriz supercondutora (agindo como se fosse um local com propriedades supercondutoras “mais robustas”); se $0 \leq g < 1$, a T_c local é menor do que a da matriz. As equações (5.1.1), (5.1.2) e (5.1.3) estão escritas na forma adimensional: as distâncias estão em unidades do comprimento de coerência em $T = 0$, $\xi(0)$; os campos em unidades do campo crítico superior em $T = 0$, $H_{c2}(0)$; $\mathbf{A}$ em unidades de $H_{c2}(0) \xi(0)$; o tempo em unidades do tempo característico, $t_{GL} = \pi\hbar/8k_B T_c$; $\kappa = \lambda/\xi$ é o parâmetro de Ginzburg-Landau. Como não houve correntes de transporte nos problemas estudados, foi aplicado o calibre de Coulomb, $\varphi = 0$, para todos os tempos.

Na primeira equação temos o parâmetro u , que é definido como a razão entre o tempo de relaxação do ψ e o tempo de Ginzburg-Landau $\tau_{GL}(0)$, ou seja, $u = \frac{\tau_\psi(0)}{\tau_{GL}(0)}$ [48,49]. Há, basicamente, dois valores possíveis para u , que são obtidos em duas condições partindo de teoria microscópica: no caso de uma amostra com alta

concentração de impurezas paramagnéticas $u = 12$, e no caso de baixas concentrações de impurezas paramagnéticas $u = 5,79$. Vale ressaltar que quanto maior o valor de u , maior o tempo computacional gasto. Sendo assim, a dinâmica de vórtices foi estudada com baixos valores de u [49].

5.1 Solução numérica das equações TDGL

As equações TDGL são equações não-lineares e, portanto, não possuem soluções analíticas. Sendo assim, soluções aproximadas para essas equações são determinadas por meio de métodos numéricos. No caso deste trabalho, foi utilizado o método das variáveis de ligação para discretizar as equações, que tem como base o trabalho do físico John B. Kogut sobre teoria de calibre e foi popularizado por William D. Gropp *et al* [50,51].

Como as equações TDGL são invariantes de calibre (*gauge invariance*), ou seja, não apresentam variações sob transformações de simetria, estudá-las por meio do método das variáveis de ligação é interessante, pois o mesmo preserva esta invariância.

5.1.1 Campos auxiliares

Como já mencionado, trabalhamos com o calibre de Coulomb, ou seja, $\varphi = 0$. Dessa forma, as equações (5.1.1) e (5.1.2) podem ser reescritas da seguinte maneira,

$$u \frac{\partial \psi}{\partial t} = (i\mathbf{\nabla} - \mathbf{A})^2 \psi + (g - T - |\psi|^2) \psi, \quad (5.1.1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_s - \kappa^2 \mathbf{\nabla} \times \mathbf{\nabla} \times \mathbf{A}. \quad (5.1.1.2)$$

Para se resolver numericamente tais equações, o processo de discretização é feito introduzindo o vetor campo auxiliar $\mathcal{U} = (\mathcal{U}_x, \mathcal{U}_y)$, que garante a invariância de calibre para as equações TDGL. As componentes do campo auxiliar são dadas por,

$$\mathcal{U}_x = e^{-i \int_{x_0}^x A_x dx}, \quad (5.1.1.3)$$

$$\mathcal{U}_y = e^{-i \int_{y_0}^y A_y dy}, \quad (5.1.1.4)$$

sendo (x_0, y_0) um ponto de referência arbitrário.

Derivando a equação (5.1.1.3) em relação a x , vem:

$$\frac{\partial \mathcal{U}_x}{\partial x} = -i A_x \mathcal{U}_x \quad (5.1.1.5)$$

Utilizando a propriedade dos campos auxiliares, $\mathcal{U}^* \mathcal{U} = 1$, e fazendo a associação entre $\mathcal{U}_x$ e ψ por meio da expressão $\frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} = \left(\frac{\partial \mathcal{U}_x}{\partial x}\right) \psi + \mathcal{U}_x \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$, obtêm-se a seguinte expressão após algumas manipulações algébricas:

$$-i \mathcal{U}_x^* \frac{\partial(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} = \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x\right) \psi. \quad (5.1.1.6)$$

Derivando a expressão (5.1.1.6), têm-se:

$$\mathcal{U}_x^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x^2} = -\left(-i \frac{\partial}{\partial x} - A_x\right)^2 \psi. \quad (5.1.1.7)$$

Fazendo esse mesmo processo para a coordenada y , temos:

$$\mathcal{U}_y^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_y \psi)}{\partial y^2} = -\left(-i \frac{\partial}{\partial y} - A_y\right)^2 \psi. \quad (5.1.1.8)$$

Dessa maneira, substituindo as equações (5.1.1.7) e (5.1.1.8) na equação (5.1.1.1), obtemos a primeira equação TDGL em termos dos campos auxiliares,

$$u \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = u_x^* \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_x \psi)}{\partial x^2} + u_y^* \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_y \psi)}{\partial y^2} + (g - T - |\psi|^2) \psi. \quad (5.1.1.9)$$

Agora, vamos introduzir o campo auxiliar na segunda equação TDGL (5.1.1.2). Podemos escrever a componente x da corrente supercondutora (5.1.3) da seguinte maneira,

$$J_{sx} = \text{Re} \left[\psi^* \left(-i u_x^* \frac{(\partial \mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} \right) \right]. \quad (5.1.1.10)$$

Como $\text{Re}(-iz) = \text{Im}(z)$, onde z é um número complexo dado por $z = a + ib$, reescrevemos a equação (5.1.1.10) como segue,

$$J_{sx} = \text{Im} \left(\psi^* u_x^* \frac{(\partial \mathcal{U}_x \psi)}{\partial x} \right). \quad (5.1.1.11)$$

De maneira similar, tem-se a seguinte expressão da componente y da corrente supercondutora,

$$J_{sy} = \text{Im} \left(\psi^* u_y^* \frac{(\partial \mathcal{U}_y \psi)}{\partial y} \right). \quad (5.1.1.12)$$

Então, a segunda equação TDGL, em termos do campo auxiliar, é dada por,

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = J_{s\zeta} - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (5.1.1.13)$$

onde,

$$J_{s\zeta} = \text{Im} \left(\psi^* u_\zeta^* \frac{(\partial \mathcal{U}_\zeta \psi)}{\partial \zeta} \right). \quad (5.1.1.14)$$

Sendo ζ a notação generalizada para as duas coordenadas em que $\zeta = x, y$.

5.1.2 Malha de discretização

O processo de discretização consiste em transformar as variáveis contínuas em discretas. Dessa maneira, podemos encontrar soluções numéricas para equações que não possuem solução analítica.

Ao se trabalhar com as equações TDGL, as aproximações numéricas têm sido feitas utilizando o Método das Diferenças Finitas, sendo este um caminho interessante para se determinar soluções fisicamente aceitáveis, além de ser um método mais simples de se programar [52]. Esse método consiste em utilizar uma malha retangular $N_x \times N_y$ com células de dimensões $a_x \times a_y$ que dão a resolução da malha. As quantidades físicas são calculadas em diferentes pontos da célula. Sendo assim, quanto menor forem os valores de a_x e a_y , mais precisa será a solução. Contudo, maior será o tempo computacional gasto. As equações TDGL são resolvidas levando em consideração as condições iniciais para o parâmetro de ordem ψ e o potencial vetor $\mathbf{A}$, e as condições de contorno que dependem de cada problema a ser estudado.

Para se resolver as equações TDGL, as variáveis (x, y) são substituídas por suas variáveis discretas (x_i, y_i) . A amostra tem geometria retangular com dimensões (L_x, L_y) e este será dividido em intervalos (a_x, a_y) que corresponde ao tamanho de cada uma das células da malha. Dessa maneira, os vértices da malha são dados por $x_i = (i - 1)a_x$ e $y_j = (j - 1)a_y$, para todo $i = 1, \dots, N_x + 1$ e $j = 1, \dots, N_y + 1$, onde $N_x = L_x/a_x$ e $N_y = L_y/a_y$ corresponde ao número de células unitárias nas direções x e y , respectivamente. A Figura 5.1 mostra uma esquematização da malha de discretização bem como o local onde cada uma das quantidades físicas é calculada. A região supercondutora da amostra é delimitada pela linha tracejada dentro da malha. Os pontos fora da linha tracejada são pontos falsos.

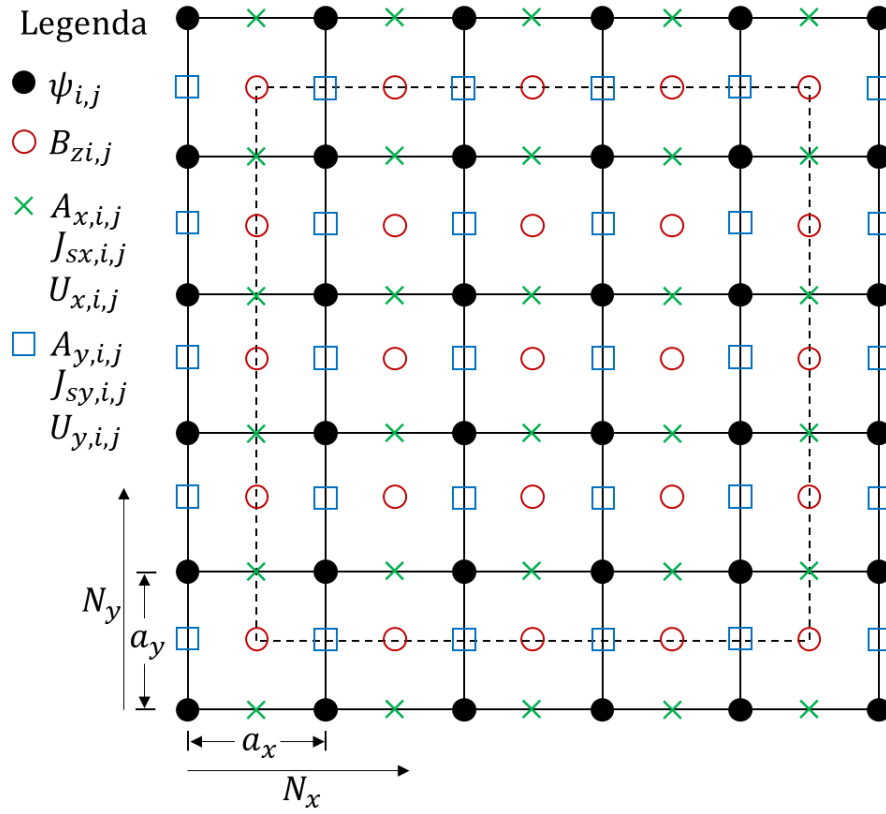


Figura 5.1: Esquemática da malha de discretização bidimensional. A legenda ao lado esquerdo mostra onde cada quantidade física é calculada na célula unitária.

Agora serão definidas as quantidades físicas a serem calculadas em cada ponto da malha. Fazendo, então, a substituição das variáveis contínuas pelas variáveis discretas, obtemos cada uma dessas quantidades em sua forma discreta.

O parâmetro de ordem (ψ) fica definido como

$$\psi_{i,j} = \psi(x_i, y_i). \quad (5.1.2.1)$$

Para o potencial vetor (A), a corrente supercondutora (J_s) e variável de ligação (U) no eixo x , temos:

$$A_{x,i,j} = A_x\left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j\right), \quad (5.1.2.2)$$

$$J_{sx,i,j} = J_{sx}\left(x_i + \frac{a_x}{2}, y_i\right), \quad (5.1.2.3)$$

$$U_{x,i,j} = \mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_i) \mathcal{U}_x^*(x_i, y_i). \quad (5.1.2.4)$$

Para o potencial vetor (A), corrente supercondutora (J_s) e variável de ligação (U) no eixo y , temos:

$$A_{y,i,j} = A_y \left(x_i, y_j + \frac{a_x}{2} \right), \quad (5.1.2.5)$$

$$J_{sy,i,j} = J_{sy} \left(x_i, y_j + \frac{a_x}{2} \right), \quad (5.1.2.6)$$

$$U_{y,i,j} = \mathcal{U}_y(x_i, y_{j+1}) \mathcal{U}_y^*(x_i, y_j). \quad (5.1.2.7)$$

A variável de ligação ao longo do eixo x , $U_{x,i,j}$, pode ser reescrita utilizando a equação (5.1.1.4) da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} U_{x,i,j} &= \exp \left(-i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_i) dx \right) \exp \left(+i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_i) dx \right) \\ &= \exp \left(-i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_i) dx - i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_i) dx + i \int_{x_0}^{x_i} A_x(x, y_i) dx \right) \\ &= \exp \left(-i \int_{x_0}^{x_{i+1}} A_x(x, y_i) dx \right) \\ &= \exp(-i A_{x,i,j} a_x). \end{aligned} \quad (5.1.2.8)$$

Fazendo o procedimento análogo para a variável de ligação ao longo do eixo y , $U_{y,i,j}$ e utilizando a equação (5.1.1.7), obtemos,

$$U_{y,i,j} = \exp(-i A_{y,i,j} a_y). \quad (5.1.2.9)$$

Aqui fica claro que as variáveis de ligação conectam os pontos adjacentes da malha por meio do potencial vetor no ponto médio da aresta da célula unitária.

5.1.3 Discretização da primeira equação TDGL

Na primeira equação TDGL (5.1.1.11) temos duas expressões que aparecem derivadas parciais de segunda ordem, uma é em relação à componente x ($\mathcal{U}_x^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x^2}$) e a outra em relação à y ($\mathcal{U}_y^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_y\psi)}{\partial y^2}$).

Para discretizar essas expressões e, assim, resolvê-las numericamente, vamos reescrevê-las utilizando a aproximação para a derivada de segunda ordem de acordo com a série de Taylor, que é dada pela equação (5.1.3.1).

$$f''(x) = \frac{f(x + a_x) - 2f(x) + f(x - a_x)}{a_x^2}. \quad (5.1.3.1)$$

Dessa maneira, podemos reescrever a primeira expressão fazendo $f(x) = \mathcal{U}_x\psi$:

$$\left(\mathcal{U}_x^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x^2} \right)_{x_i, y_j} = \mathcal{U}_x^*(x_i, y_j) [\mathcal{U}_x(x_{i+1}, y_j)\psi(x_{i+1}, y_j) - 2\mathcal{U}_x(x_i, y_j)\psi(x_i, y_j) + \mathcal{U}_x(x_{i-1}, y_j)\psi(x_{i-1}, y_j)] / a_x^2. \quad (5.1.3.2)$$

Utilizando a definição (5.1.2.5) obtêm-se:

$$\left(\mathcal{U}_x^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_x\psi)}{\partial x^2} \right)_{x_i, y_j} = \frac{\mathcal{U}_{x,i,j}\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \mathcal{U}_{x,i-1,j}\psi_{i-1,j}}{a_x^2}. \quad (5.1.3.2)$$

De maneira análoga, para a coordenada y obtêm-se:

$$\left(\mathcal{U}_y^* \frac{\partial^2(\mathcal{U}_y\psi)}{\partial y^2} \right)_{x_i, y_j} = \frac{\mathcal{U}_{y,i,j}\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \mathcal{U}_{y,i-1,j}\psi_{i-1,j}}{a_y^2}. \quad (5.1.3.3)$$

Portanto, a forma discretizada da primeira equação TDGL (5.1.1.11) é dada por:

$$\begin{aligned}
u \frac{\partial \psi}{\partial t} = & \frac{u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + u_{x,i-1}^* \psi_{i-1,j}}{a_x^2} \\
& + \frac{u_{y,i,j} \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + u_{y,i-1}^* \psi_{i-1,j}}{a_y^2} \\
& + (g - T - |\psi|^2) \psi.
\end{aligned} \tag{5.1.3.4}$$

5.1.4 Discretização da segunda equação TDGL

Para discretizar a segunda equação TDGL vamos reescrever as componentes x e y da densidade de corrente supercondutora (equações 5.1.1.13 e 5.1.1.14) utilizando a aproximação para a derivada de primeira ordem de acordo com a série de Taylor, que é dada por:

$$f'(x) = \frac{f\left(x + \frac{a_x}{2}\right) - f\left(x - \frac{a_x}{2}\right)}{a_x} \tag{5.1.4.1}$$

A coordenada x da densidade de corrente envolve o produto de $\psi^* u_x^*$ e $\frac{(\partial u_x \psi)}{\partial x}$. Aplicando a derivada de primeira ordem de Taylor fazendo $f(x) = u_x \psi$, obtêm-se:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x}\right)_{x_i + \frac{a_x}{2}, y_j} = & \\
& \frac{[u_x(x_{i+1}, y_j) \psi(x_{i+1}, y_j) - u_x(x_i, y_j) \psi(x_i, y_j)]}{a_x}
\end{aligned} \tag{5.1.4.2}$$

Para o outro termo, têm-se:

$$\begin{aligned}
\psi^* u_x^*|_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = & \\
& \frac{[\psi^*(x_{i+1}, y_j) u_x^*(x_{i+1}, y_j) - \psi^*(x_i, y_j) u_x^*(x_i, y_j)]}{2}
\end{aligned} \tag{5.1.4.3}$$

Multiplicando as equações (5.1.4.2) e (5.1.4.3), utilizando a identidade $u_x u_x^* = 1$ e a definição (5.1.2.8), obtêm-se:

$$\left(\psi^* u_x^* \frac{\partial(u_x \psi)}{\partial x} \right)_{(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j)} = \frac{[u_{x,i,j}^* \psi_{i+1,j}^* + \psi_{i,j}^*][u_{x,i,j} \psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}]}{2a_x} \quad (5.1.4.4)$$

Então, substituindo a equação (5.1.4.4) na (5.1.1.13) é obtida a forma discretizada da densidade de corrente para a componente x :

$$J_{sx,i,j} = \frac{\text{Im}(\psi_{i,j}^* u_{x,i,j} \psi_{i+1,j}^*)}{a_x}. \quad (5.1.4.5)$$

De maneira análoga, obtêm-se a discretização da componente y da densidade de corrente:

$$J_{sy,i,j} = \frac{\text{Im}(\psi_{i,j}^* u_{y,i,j} \psi_{i,j+1}^*)}{a_y}. \quad (5.1.4.6)$$

Agora, será discretizado o termo do campo magnético da segunda equação. Têm-se que $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B}$. Considerando que o campo magnético é aplicado ao longo da direção z , o rotacional $\nabla \times \mathbf{B}$ fica: $\hat{i} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \hat{j} \frac{\partial B_z}{\partial x}$.

Aplicando a aproximação (5.1.4.1) para a primeira derivada, encontra-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} \right)_{(x_i, \frac{a_x}{2}, y_j)} &= \\ &= \frac{B_z(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j + \frac{a_y}{2}) - B_z(x_i + \frac{a_x}{2}, y_j - \frac{a_y}{2})}{a_y} = \\ &= \frac{(B_{z,i,j} - B_{z,i,j-1})}{a_y} \end{aligned} \quad (5.1.4.7)$$

De forma análoga, para a outra derivada têm-se:

$$-\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_{(x_i, y_j + \frac{a_y}{2})} = -\frac{(B_{z,i,j} - B_{z,i-1,j})}{a_x} \quad (5.1.4.8)$$

Agora, pode-se escrever a segunda equação TDGL utilizando as discretizações obtidas para a densidade de corrente supercondutora e o para o campo magnético. Para a componente x , tem-se:

$$\frac{\partial A_{x,i,j}}{\partial t} = \frac{\text{Im}(\psi_{i,j}^* \mathcal{U}_{x,i,j} \psi_{i+1,j}^*)}{a_x} - \kappa^2 \frac{(B_{z,i,j} - B_{z,i,j-1})}{a_y} \quad (5.1.4.9)$$

A componente y da segunda equação TDGL fica:

$$\frac{\partial A_{y,i,j}}{\partial t} = \frac{\text{Im}(\psi_{i,j}^* \mathcal{U}_{y,i,j} \psi_{i,j+1}^*)}{a_y} + \kappa^2 \frac{(B_{z,i,j} - B_{z,i-1,j})}{a_x} \quad (5.1.4.10)$$

6 - MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho foi dividido em três partes. Este capítulo será dedicado a explicar os principais parâmetros utilizados em cada uma dessas partes.

A parte 1 do trabalho teve como finalidade investigar a influência de diferentes defeitos quadrados na dinâmica de vórtices de uma amostra supercondutora. Sendo assim, primeiramente foi simulada uma amostra quadrada de tamanho $30 \xi(0) \times 30 \xi(0)$ com um defeito concêntrico com tamanho $10 \xi(0) \times 10 \xi(0)$. Aqui foram avaliados três diferentes tipos de defeitos:

- Buraco transpassante, o qual denominou-se de *antidot* (AD);
- Buraco parcial (em inglês *blind-hole*, BH);
- Torre, o qual denominou-se *antipinning* (AP).

Na Figura 6.1 é mostrada uma esquematização da amostra simulada e, no painel à direita, tem-se as curvas de ψ em função da posição para melhor exemplificar o seu comportamento ao longo de um caminho que passa pelo centro da amostra, ou seja, em $x = 15 \xi(0)$.

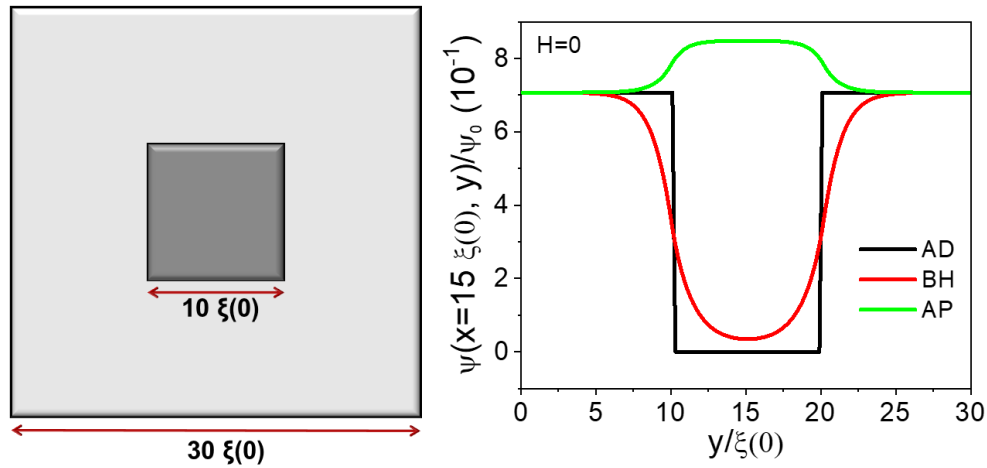


Figura 6.1: Esquematização da amostra supercondutora simulada, na qual a região mais escura representa o defeito, juntamente com as curvas do parâmetro de ordem em função da posição ao longo de uma reta que passa no centro da amostra para campo nulo.

A temperatura de banho térmico utilizada nas simulações foi $T = 0.5 T_c$ e $\kappa = 5$ (valor equivalente ao da liga de Pb-In [27]) e o campo magnético foi aplicado na direção z com passos $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$.

Na parte 2, foi simulada uma amostra supercondutora um pouco maior ($56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$), com um defeito quadrado concêntrico de tamanho $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$, no qual foi explorado quatro diferentes naturezas de defeitos:

- *Antidot* (AD);
- *Blind-hole* (BH);
- *Antipinning* (AP);
- *Smooth antidot* (SA), uma espécie de *antidot* onde o parâmetro de ordem não cai abruptamente a zero na região do defeito.

Na Figura 6.2 é mostrada uma esquematização da amostra simulada junto do comportamento do parâmetro de ordem ao longo de uma reta que transpassa o centro da amostra.

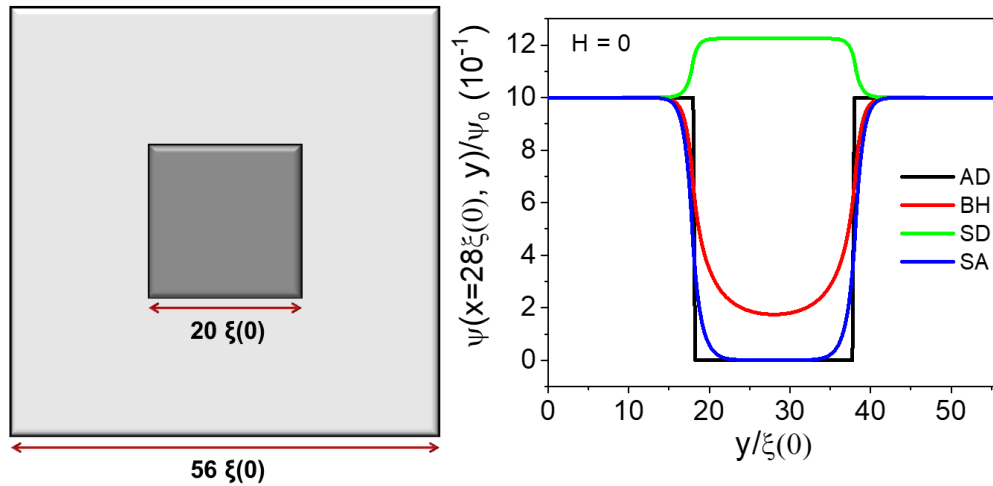


Figura 6.2: Esquematização da amostra supercondutora simulada e o comportamento do parâmetro de ordem ao longo da amostra sem campo aplicado.

Aqui, a temperatura de banho térmico foi $T = 0 T_c$, $\kappa = 2$ e o campo magnético aplicado na direção z com passos $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$.

Na parte 3, o objetivo foi compreender como é o comportamento dos vórtices na presença de defeitos triangulares. Sendo assim, primeiramente, foi simulada uma amostra supercondutora quadrada, de tamanho $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$, com 25 defeitos triangulares distribuídos de tal forma que a distância entre um triângulo e todos os triângulos vizinhos fossem iguais. As dimensões da amostra, bem como as dimensões dos triângulos isósceles e o espaçamento entre eles estão evidenciados na Figura 6.3.

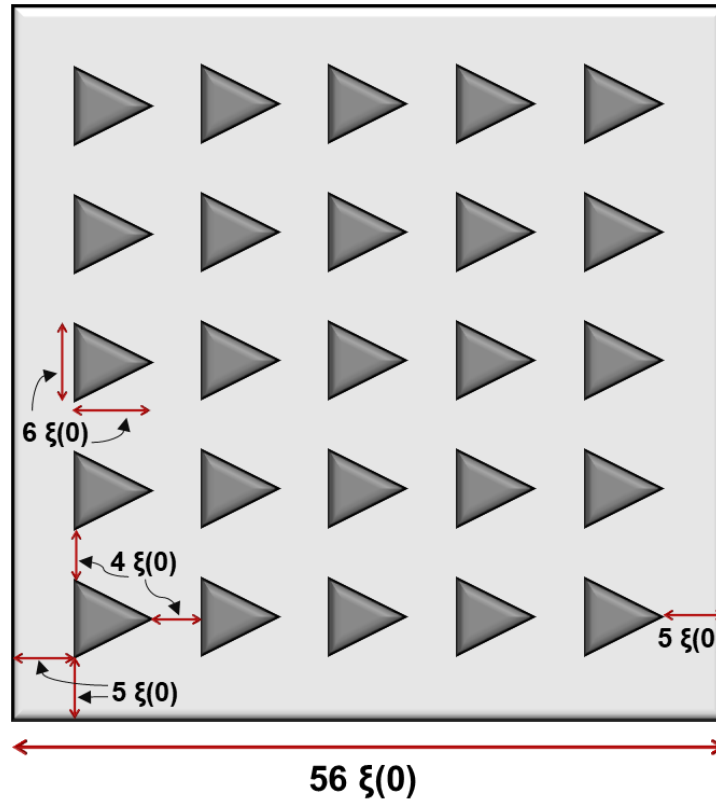


Figura 6.3: Esquemática da rede de defeitos triangulares simulada. Cada defeito tem tamanho $6 \xi(0)$ e estão espaçados de $4 \xi(0)$. A distância dos defeitos mais externos até a borda da amostra é de $5 \xi(0)$.

Foi simulado, também, para efeito de comparação, uma amostra do mesmo tamanho ($56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$), porém com um único defeito triangular cujo centro do defeito coincide com o centro da amostra. O triângulo possui base e altura medindo $30 \xi(0)$, ou seja, $450 \xi^2(0)$ de área, valor este que é exatamente igual à soma da área de todos os defeitos da amostra representada na Figura 6.3. Portanto, ambas as amostras possuem a mesma área de defeito. A Figura 6.4 mostra uma esquematização desta amostra.

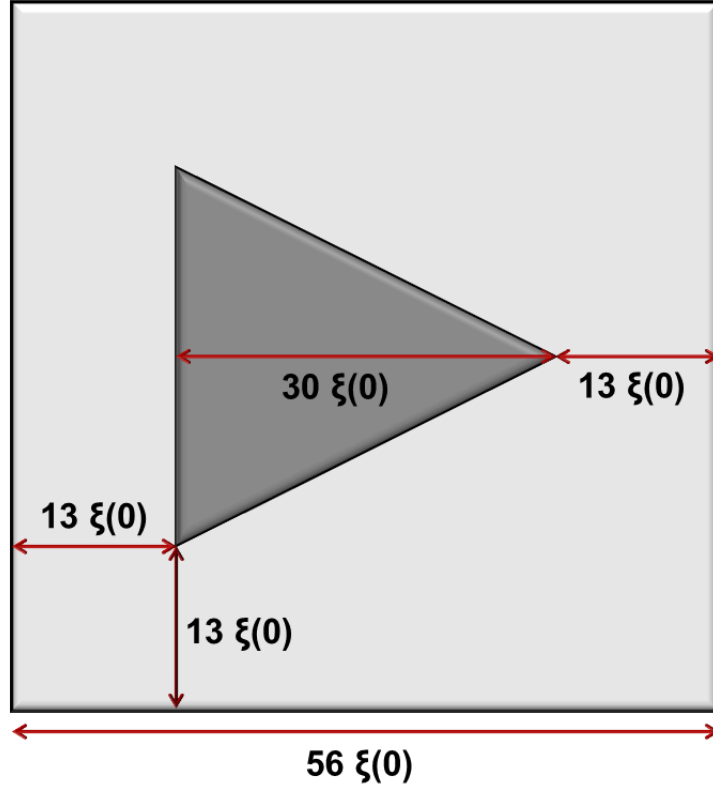


Figura 6.4: Esquemática da amostra contendo um único defeito triangular. O centro do defeito coincide com o centro da amostra.

A temperatura de banho térmico utilizada em tais simulações foi $T = 0 T_c$, $\kappa = 2$ e o campo magnético aplicado na direção z com passos $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$.

Como foi dito no capítulo 5, os defeitos são modelados via função g , com exceção do *antidot* que é produzido via condições de contorno (na interface supercondutor-defeito não há $\mathbf{J}$ perpendicular). Para se obter um defeito do tipo *blind-hole* é preciso fazer com que a região do defeito tenha $0 \leq g < 1$, fazendo com que a T_c local seja menor que a da matriz. No caso deste trabalho foi utilizado $g = 0$ para se produzir este defeito. Para considerar um *antipinnig* se utiliza $g > 1$, gerando uma região cuja T_c é maior que a da matriz. Para gerar o que chamamos de *smooth antidot*, basta colocar o g negativo ($g < 0$).

A Figura 6.5 mostra o perfil de ψ ao longo de uma reta que corta o centro de uma amostra com defeito central quadrado para vários valores negativos da função g . Nela se observa que quanto mais negativa é essa função, maior é a região no defeito no qual o valor do parâmetro de ordem é nulo, se aproximando cada vez mais de um *antidot*, que tem o parâmetro de ordem nulo em toda a região defeituosa.

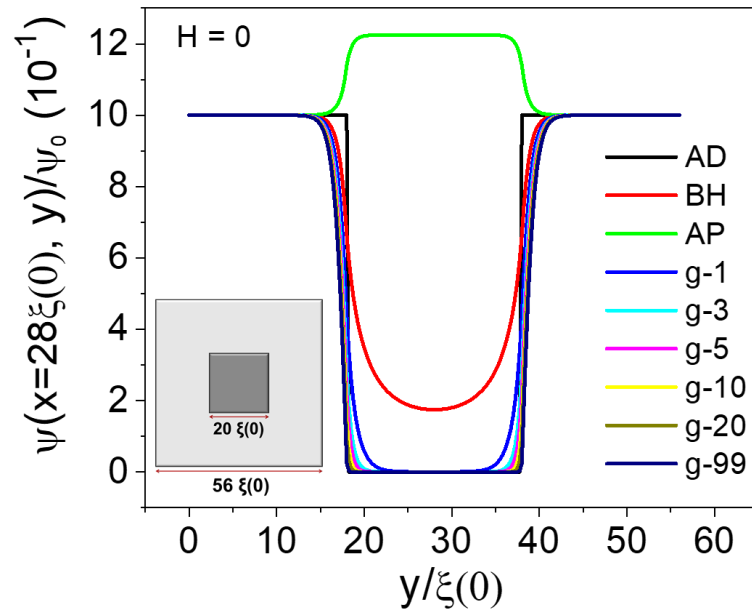


Figura 6.5: Parâmetro de ordem ao longo de uma reta que transpassa o centro de uma amostra supercondutora (esquematzada ao lado esquerdo da imagem) para vários valores de g . Quanto mais negativo é esse valor, maior é a região no defeito onde o parâmetro de ordem nulo.

O valor utilizado em nossas simulações para gerar o defeito SA foi $g = -1$.

Os principais parâmetros utilizados na parte 1 e parte 2 do trabalho, e que foram descritos anteriormente, estão resumidos na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Principais parâmetros utilizados em cada uma das partes do trabalho.

	Parte 1	Parte 2	Parte 3
Tamanho da amostra	$30 \xi(0) \times 30 \xi(0)$	$56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$	$56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$
Área com defeito	$100 \xi^2(0)$	$400 \xi^2(0)$	$450 \xi^2(0)$
Tipo de defeito	Defeito central quadrado	Defeito central quadrado	Defeito triangular
Natureza dos defeitos	- <i>Blind-hole</i> (BH); - <i>Antidot</i> (AD); - <i>Antipinning</i> (AP).	- <i>Blind-hole</i> (BH); - <i>Antidot</i> (AD); - <i>Antipinning</i> (AP); - <i>Smooth Antidot</i> (SA).	- Rede com 25 defeitos do tipo <i>Blind-hole</i> (BH). - Defeito único do tipo <i>Blind-hole</i> (BH).
T	$T = 0,5 T_c$	$T = 0$	$T = 0$
κ	$\kappa = 5$	$\kappa = 2$	$\kappa = 2$
ΔH	$\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$	$\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$	$\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$

7 - RESULTADOS

7.1 Parte 1: Amostra com defeito central quadrado

Investigando, primeiramente, a amostra supercondutora de tamanho $30 \xi(0) \times 30 \xi(0)$ e defeito de tamanho $10 \xi(0) \times 10 \xi(0)$, foi aplicado um campo magnético cuja intensidade máxima foi $H = 0.5 H_{c2}(0)$. A Figura 7.1 mostra o comportamento da magnetização em função do campo aplicado para as amostras BH, AD e AP desse sistema, em que cada salto nas curvas representam a penetração de vórtices nas amostras.

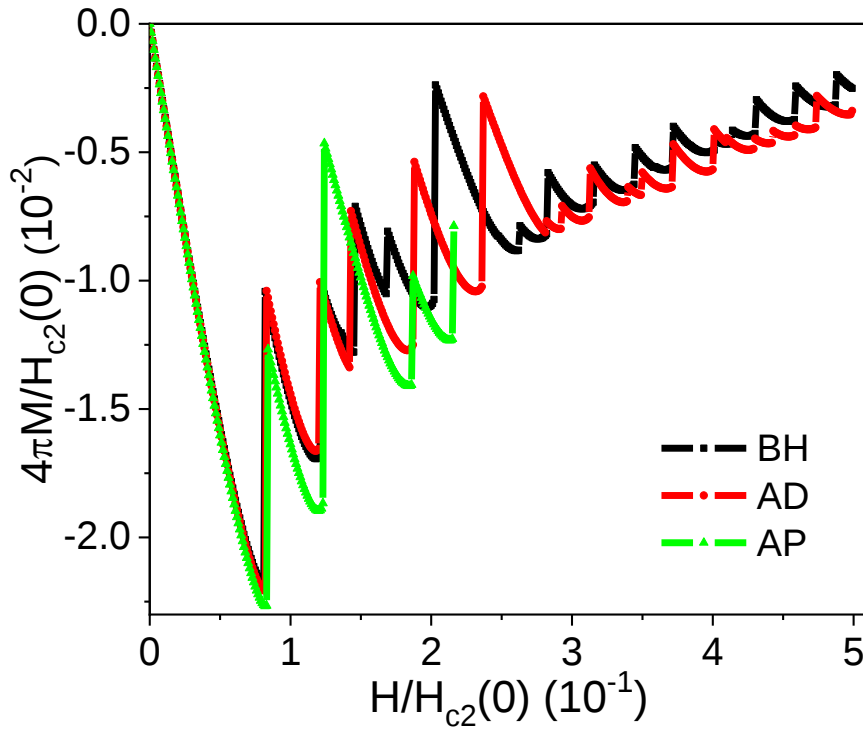


Figura 7.1: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) das amostras simuladas. O tamanho da amostra é $30 \xi(0) \times 30 \xi(0)$ e o defeito $10 \xi(0) \times 10 \xi(0)$. Foi utilizado $\kappa = 5$.

Como pode-se observar, independentemente do tipo de defeito utilizado, o primeiro campo crítico (H_{c1}) é aproximadamente o mesmo, $0.082 H_{c2}(0)$, $0.083 H_{c2}(0)$ e $0.084 H_{c2}(0)$ para as amostras AD, BH e AP, respectivamente.

Quando ocorre a primeira penetração de vórtices, quatro vórtices são nucleados em todas as amostras. Porém, nas amostras BH e AD é energeticamente

favorável a penetração dos fluxóides nos defeitos, fazendo com que eles fiquem aprisionados tal como mostra a Figura 7.2.

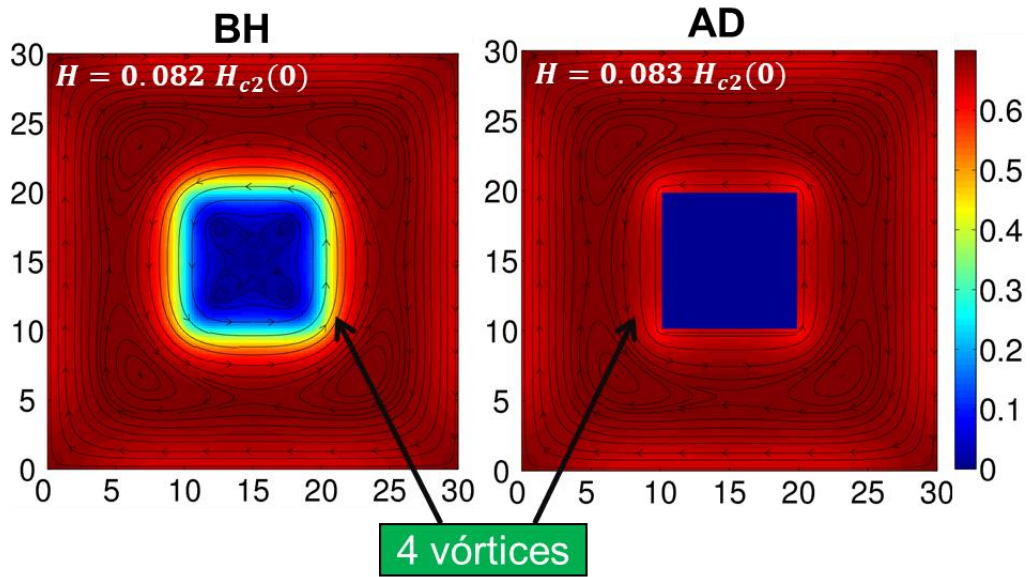


Figura 7.2: Distribuição do $|\psi|^2$ pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices. No painel à esquerda tem-se a amostra com defeito do tipo BH e no painel à direita do tipo AD.

Na amostra BH os vórtices penetram no defeito pelas faces laterais e, posteriormente, se reorganizam de tal forma a ficarem o mais distante possível um do outro, ou seja, ocupando as áreas próximas aos vértices dele. Na amostra AD os vórtices também penetram pelas faces laterais. Como a região defeituosa é uma região normal (vácuo), não podemos ver os vórtices pela variação do parâmetro de ordem local, mas podemos confirmar que o vórtice realmente penetrou no defeito pela variação de ψ ao redor do AD e, também, pelo sentido da corrente que contorna o AD, sendo esta, de sentido contrário ao das correntes de blindagem, tal como ocorre na amostra contendo um BH.

Diferentemente das amostras BH e AD, na amostra AP os quatro primeiros vórtices que penetram na amostra não adentram à região de defeito, tal como pode-se observar na Figura 7.3.

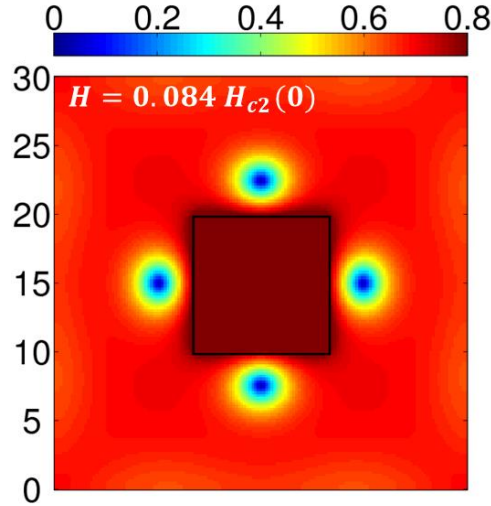


Figura 7.3: Distribuição do $|\psi|^2$ pela amostra com defeito do tipo AP, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices. Nenhum dos 4 vórtices nucleados penetrou no defeito.

Este defeito age como um centro repulsor de vórtices, pois ele cria em sua região uma espécie de barreira energética onde não é favorável a penetração de vórtices. Esse efeito é observado também nos trabalhos de Berdiyrov *et al.* e Brisbois *et al.* [46,53].

Na segunda penetração de vórtices, que ocorreu em $H = 0.122 H_{c2}(0)$, $H = 0.121 H_{c2}(0)$ e $H = 0.124 H_{c2}(0)$ para as amostras AD, BH e AP respectivamente, a configuração dos vórtices ficou tal como mostra a Figura 7.4.

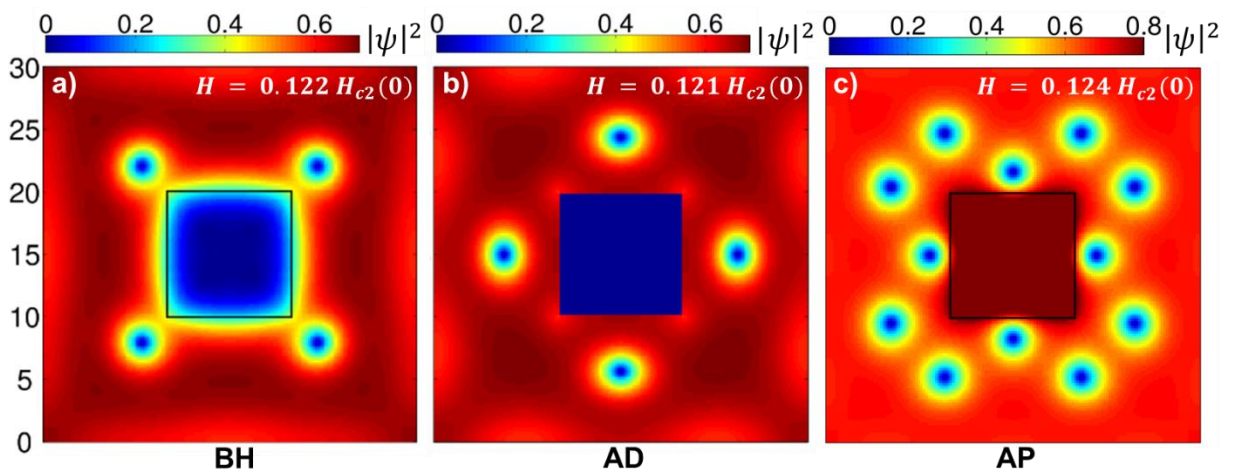


Figura 7.4: Distribuição do $|\psi|$ pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a segunda penetração de vórtices. No painel (a) temos a amostra com defeito do tipo BH, no (b) defeito do tipo AD e no (c) defeito do tipo AP. Penetra-se 4 vórtices nas amostras BH e AD e 8 vórtices na amostra AP.

Observando os painéis (a) e (b) nota-se que ambas as amostras têm a mesma vorticidade, com quatro vórtices nos defeitos e quatro na matriz supercondutora. Por conta dos quatro vórtices que já estavam nos defeitos, os outros quatro que penetraram na segunda nucleação não o adentraram pois ele já estava quase saturado, já que o número de saturação (n_{sat}) para esse defeito é aproximadamente 5 ($n_{sat}(T) = \frac{R}{2\xi(T)} \approx 5$) [54]. Já a amostra com defeito AP (painel (b)) possui uma vorticidade maior comparada com as duas anteriores, porém com todos os doze vórtices permeando a região ao redor do defeito, mostrando que, de fato, esse tipo de defeito atua como um centro repulsor de vórtices.

Comparando as amostras com defeitos BH e AD observa-se uma diferença na disposição dos vórtices que se estabeleceram na matriz supercondutora. Na amostra com defeito do tipo BH os vórtices se localizam próximos aos seus vértices, enquanto que na amostra AD os vórtices se localizam próximo às faces do defeito.

Fazendo-se a imagem da distribuição da densidade de corrente supercondutora pelos sistemas (ver Figura 7.5), nota-se um acúmulo da densidade de corrente (*current crowding effect*) [55-57] nos vértices do AD. Esta é, então, uma região de maior blindagem, interagindo repulsivamente com os vórtices que estão no mar supercondutor. Como, ainda, tem-se um sistema mesoscópico confinado, os vórtices são expelidos para as faces laterais do defeito. Já na amostra BH, os vórtices ficam próximos dos vértices do defeito, visto que ali a densidade de corrente é menor e, portanto, há uma blindagem menor.

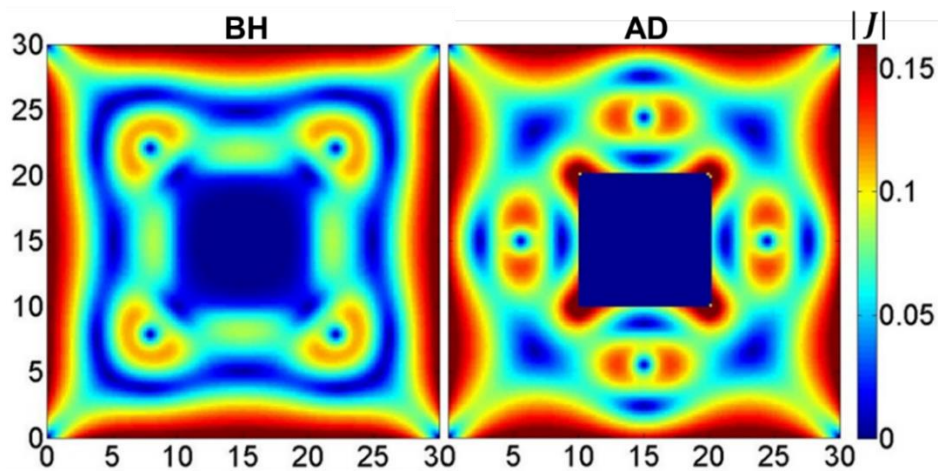


Figura 7.5: Distribuição de $|J|$ pelas amostras na segunda penetração de vórtices. No painel à direita, verifica-se uma densidade de corrente maior nos vértices do defeito (*current crowding effect*).

É notório, então, que a natureza do defeito influencia a disposição dos vórtices pelo sistema supercondutor. O fato de haver uma interface supercondutor-vácuo, como no sistema contendo um AD, faz com que apareça o efeito de acúmulo de correntes e, da interação vórtice-corrente, tem-se que o seu arranjo é diferente daquele apresentado na amostra com BH.

A Figura 7.6 mostra $J(H = 0.070 H_{c2}(0))$ em função da posição ao longo de uma reta que passa próxima às bordas dos defeitos ($x = 9.8\xi(0)$, y) e ao longo de uma reta que passa pelo centro dos defeitos ($x = 15\xi(0)$, y). Mesmo no estado Meissner, antes da penetração de vórtices, as correntes apresentam perfis bem distintos ao redor dos diferentes defeitos. Contudo, como era esperado pelos valores de H_{c1} , que não são alterados, as correntes de blindagem são idênticas para as três amostras. As alterações na distribuição e no módulo da densidade de corrente supercondutora passam a ser distinguíveis a uma distância de cerca de $3\xi(0)$ da borda dos defeitos.

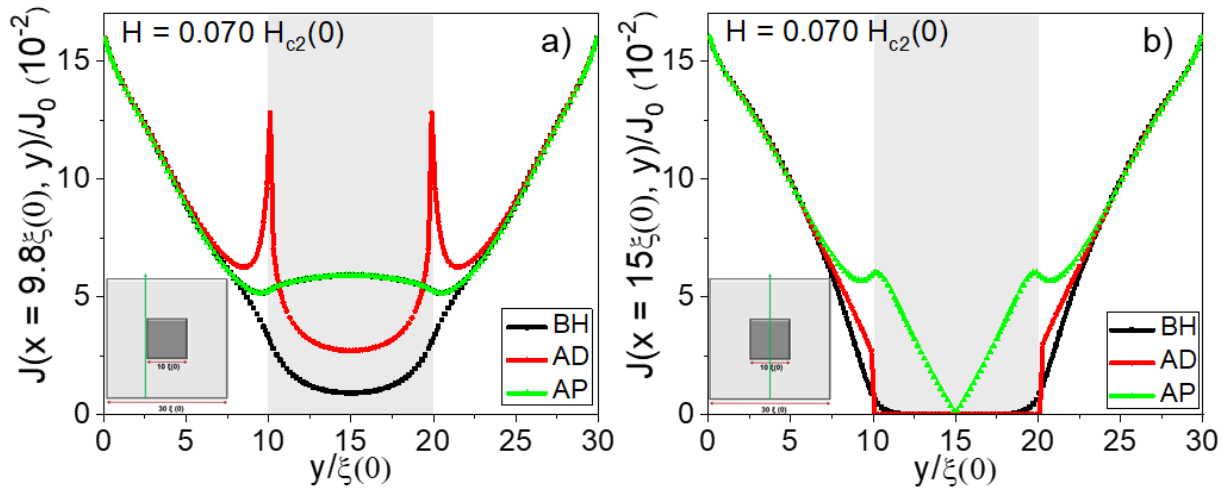


Figura 7.6: Distribuição de J pelas amostras ao longo de uma reta que passa ao lado do defeito (painel (a)) e ao longo de outra que corta o meio do defeito (painel (b)) em um campo da curva Meissner ($H = 0.070 H_{c2}(0)$).

Olhando o painel (a) nota-se que a corrente muda suavemente próximo aos vértices do defeito BH, enquanto que para o AD, J apresenta uma variação acentuada cujo valor máximo é $J = 12.8 \times 10^{-2} J_0$ nas posições $y = 10.1 \xi(0)$ e $y = 19.9 \xi(0)$, indicando o efeito de aglomeração de correntes citado anteriormente. No painel (b), onde é mostrada a variação de J ao longo de uma reta que passa no centro dos

defeitos ($x = 15\xi(0)$), enquanto J decai a zero abruptamente na região do AD, ela decai suavemente a zero para o BH. No entanto, para o AP, J apresenta uma dependência linear e um mínimo local no centro do defeito.

O comportamento de J em AP explica a penetração tardia dos vórtices em seu interior com relação ao BH e ao AD. Como tal, o defeito apresenta melhores propriedades supercondutoras (maiores T_c e J) do que o material circundante, sendo assim, uma pressão magnética substancial deve ser aplicada para mover os vórtices na matriz (que atua como um reservatório de vórtices) para a região AP. Somente em $H = 0.216 H_{c2}(0)$, após vinte vórtices penetrados na amostra, é que ocorre a primeira penetração no defeito AP.

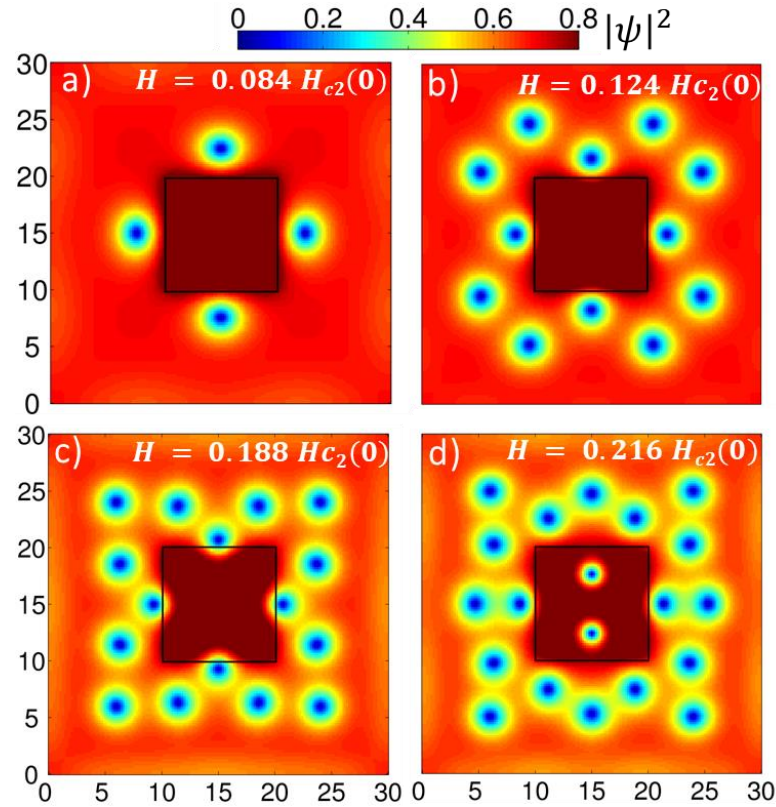


Figura 7.7: Parâmetro de ordem supercondutor no estado de equilíbrio das quatro primeiras penetrações de vórtices na amostra com defeito AP. (a) Primeira penetração de vórtices em $H = 0.084 H_{c2}(0)$; (b) Segunda penetração de vórtices em $H = 0.124 H_{c2}(0)$; (c) Terceira penetração de vórtices em $H = 0.188 H_{c2}(0)$; (d) Quarta penetração de vórtices em $H = 0.216 H_{c2}(0)$.

Por conta de problemas técnicos (quando muitos vórtices penetravam na amostra eles se organizavam de forma assimétrica), a amostra com defeito AP foi

simulada apenas até a quarta penetração de vórtices. Já amostras com defeito BH e AD foram simuladas até $H = 0.5 H_{c2}(0)$. A última penetração de vórtices, no intervalo de campos magnéticos estudado, ocorreu em $H = 0.488 H_{c2}(0)$ para a amostra com BH e em $H = 0.474 H_{c2}(0)$ para a amostra com AD. A configuração dos vórtices em tais campos, no estado de equilíbrio, está mostrada na Figura 7.8.

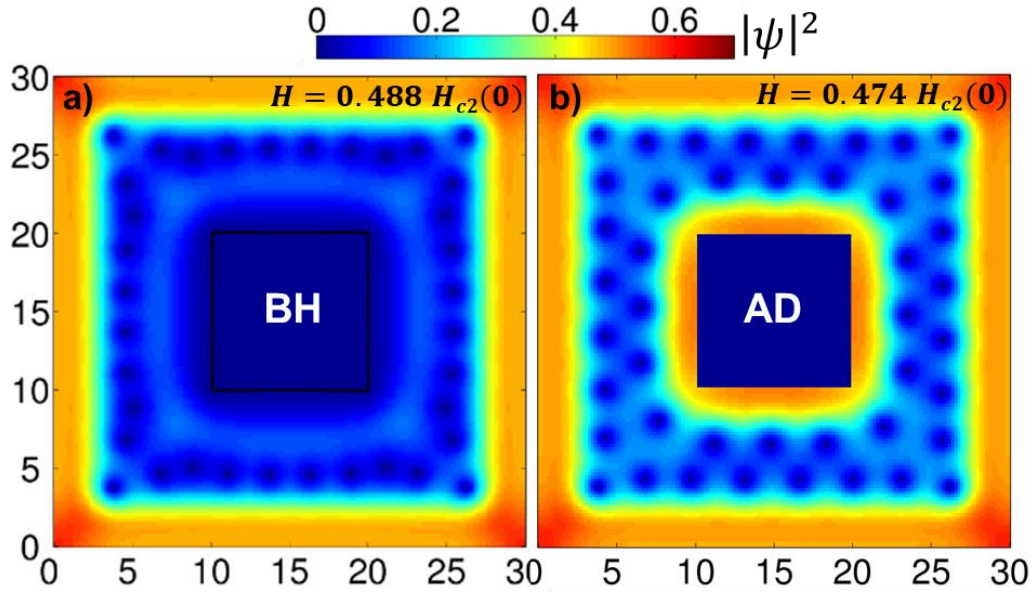


Figura 7.8: Parâmetro de ordem supercondutor no estado de equilíbrio da última penetração de vórtices para as amostras com BH e AD. (a) Última penetração de vórtices em $H = 0.488 H_{c2}(0)$ para a amostra com BH; (b) Última penetração de vórtices em $H = 0.474 H_{c2}(0)$ para a amostra com AD.

Nesse estágio, as amostras com BH e AD acumulam no total 56 e 54 vórtices, respectivamente. Embora esses números sejam semelhantes, o defeito BH apresenta 20 vórtices contra apenas 10 no AD, ou seja, o dobro. Esse resultado é contrário ao que foi encontrado na Ref. [58]. No entanto, devemos enfatizar que no trabalho da Ref. [58], os autores consideraram um filme infinito com um conjunto regular de defeitos. Isso aponta que, em um material mesoscópico, uma superfície suave (BH) entre a região supercondutora e o defeito cria uma barreira mais fraca à penetração de mais vórtices quando se comparado a uma interface abrupta (AD) entre o material supercondutor e, no caso, o vácuo ou uma região isolante.

Analisando ainda a Figura 7.8, pode-se observar que ao redor do BH, a supercondutividade é suprimida e os vórtices são dispostos em uma estrutura tipo concha (painel (a)). Por outro lado, para a amostra AD (painel (b)), a

supercondutividade é mais preservada ao redor do defeito e os vórtices são distribuídos em duas fileiras formando uma rede quase triangular.

Na Figura 7.9 é exibido o número total de vórtices na matriz supercondutora e nos defeitos para cada uma das amostras após cada penetração. Em todos os sistemas, o estado misto começa com vorticidade quatro (4 vórtices), o que significa que esse primeiro evento se deve apenas à geometria da amostra. As penetrações subsequentes mostram que tanto a geometria quanto a característica dos defeitos são essenciais para controlar a configuração dos vórtices.

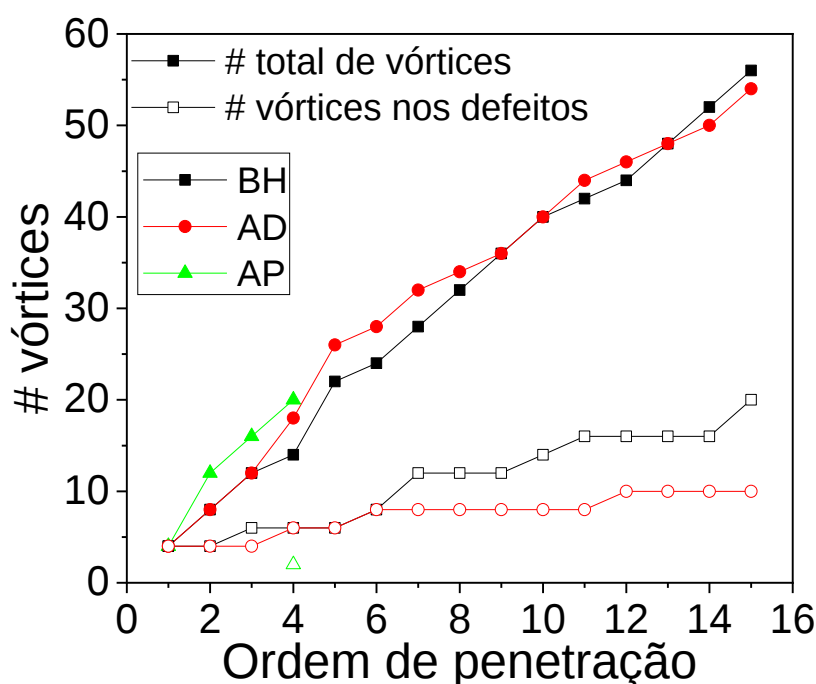


Figura 7.9: Número de vórtices totais e nos defeitos em cada ordem de penetração. Os símbolos fechados representam a vorticidade total nas amostras em cada evento de penetração e os símbolos abertos mostram a vorticidade dos defeitos.

No gráfico, pode-se notar que da 7ª penetração em diante, o número de vórtices no BH é maior do que o equivalente no AD, finalizando com o dobro de vórtices na 15ª penetração.

Até aqui, foram feitas discussões a respeito da matéria de vórtices apenas em seu estado de equilíbrio. Agora, será abordada a dinâmica dos vórtices, ou seja, estados de não-equilíbrio do sistema. Para esse aprofundamento foi calculada, em cada um dos sistemas, a evolução temporal da voltagem induzida, magnetização e energia livre por meio das equações (7.1.1), (7.1.2) e (7.1.3), respectivamente.

$$V = -\frac{\partial}{\partial t} \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}, \quad (7.1.1)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{B} - \mathbf{H} \quad (7.1.2)$$

$$E = \left[\left(\frac{1}{2} |\psi|^2 - (g(r) - T) \right) |\psi|^2 + |(-i\nabla - \mathbf{A})\psi|^2 + \kappa^2 (B - H)^2 \right] d^3r \quad (7.1.3)$$

Para resolver numericamente essas equações, usou-se das discretizações mostradas no Capítulo 5 deste trabalho. O campo de indução magnética ($\mathbf{B}$), a magnetização ($\mathbf{M}$) e a voltagem induzida (V) podem ser calculadas utilizando a solução numérica do potencial vetor.

O painel principal da Figura 7.10 mostra a dependência temporal da voltagem induzida ($V(t)$) (voltagem gerada pela movimentação dos vórtices) e da magnetização ($M(t)$) no campo em que há a penetração de vórtices na amostra contendo um BH ($H = 0.488 H_{c2}(0)$). O *inset* mostra o comportamento temporal da energia livre ($E(t)$). São apresentados, ainda, os *snapshots* de $|\psi|^2$, enumerados de (I) a (VI), que mostram a evolução temporal do parâmetro de ordem. O tempo, em picossegundos, foi calculado levando em consideração uma liga Pb-In, com $T_c = 7 K$ e $\kappa = 5$.

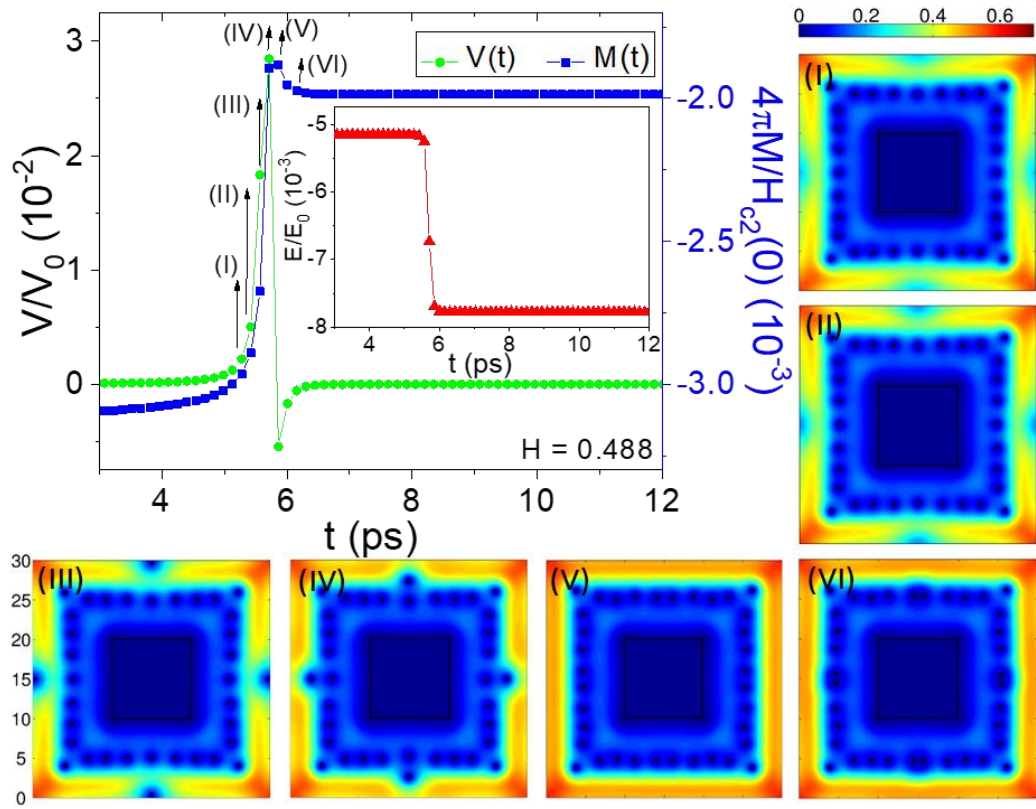


Figura 7.10: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com BH em $H = 0.488 H_{c2}(0)$. Os *snapshots* do $|\psi|^2$, enumerados de (I) a (VI), mostram a configuração dos vórtices ao longo de sua dinâmica.

A curva $V(t)$ está diretamente relacionada ao movimento e acomodação do vórtice. A voltagem aumenta com a nucleação dos vórtices, como pode ser visto nos *snapshots* I, II e III atingindo um valor máximo, $V = 2.85 \times 10^{-2} V_0$, com a penetração completa do vórtice em $t = 5.71$ ps. No entanto, a forte interação repulsiva com os vórtices internos (ver *snapshot* IV) retarda os vórtices penetrantes levando $V(t)$ a uma queda rápida. Depois disso, ocorre um pequeno vale em $t = 5.86$ ps com um $V(t)$ negativo ($V = -0.54 \times 10^{-2} V_0$). Tal comportamento está relacionado a uma acomodação dos vórtices (exemplificado pelos *snapshots* V e VI na Figura 7.10). Entre a penetração do vórtice na amostra ($V(t)$ positivo) e a acomodação do vórtice ($V(t)$ negativo) passam-se apenas 0.15 ps, indicando uma dinâmica extremamente rápida. Sabendo-se que nesse intervalo de tempo o vórtice percorreu aproximadamente $2 \xi(0)$ e que $\xi(0) \approx 30$ nm para o Pb-In [27], conclui-se que a velocidade do vórtice é da ordem de 10^6 m/s.

Sobre os comportamentos das curvas de $M(t)$ e $E(t)$, quando se torna energeticamente favorável a penetração de vórtices, a magnetização, responsável

pela blindagem da amostra, tem seu valor em módulo diminuído, visto que o sentido do fluxo penetrado no sistema é contrário ao campo gerado pela magnetização. Já a energia livre é minimizada, ou seja, a energia do sistema responsável pela execução do trabalho de blindagem da amostra diminui após a penetração do fluxo.

A Figura 7.11 mostra as curvas $V(t)$, $M(t)$ e $E(t)$ na última penetração de vórtices da amostra contendo um AD ($H = 0.474 H_{c2}(0)$), bem como os *snapshots* que mostram a configuração dos vórtices ao longo de sua dinâmica.

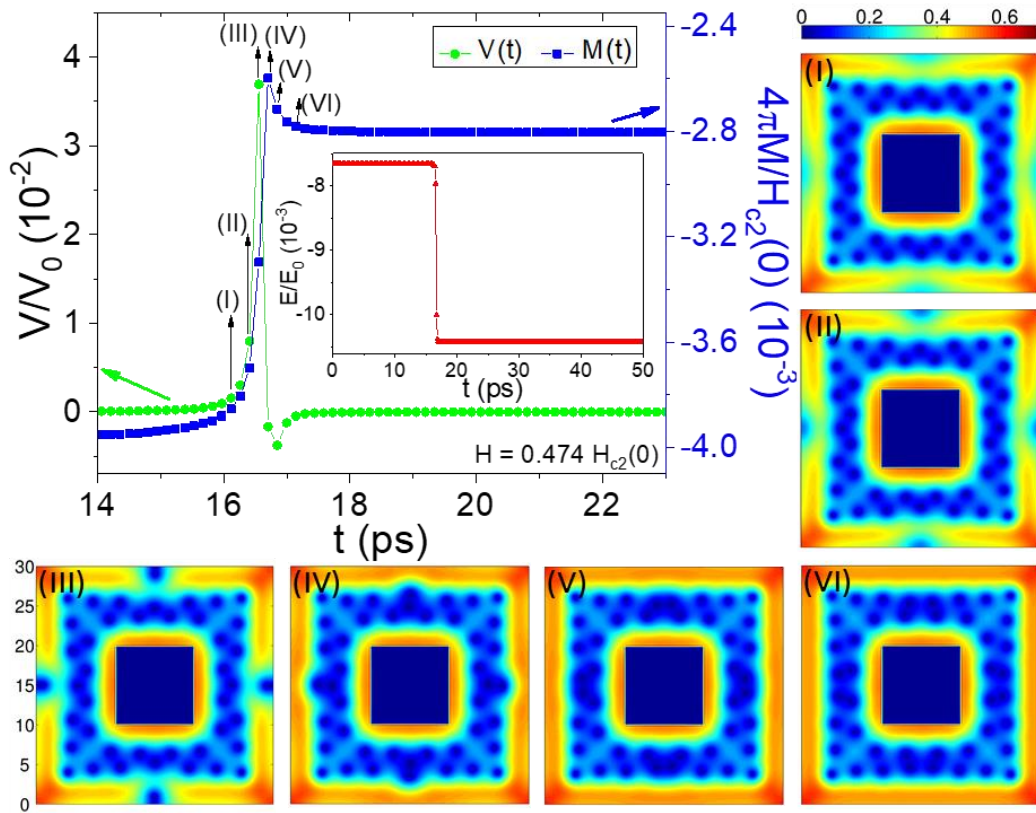


Figura 7.11: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AD em $H = 0.474 H_{c2}(0)$. Os *snapshots* do $|\psi|^2$, enumerados de (I) a (VI), mostram a configuração dos vórtices ao longo de sua dinâmica.

Na amostra com AD, o valor máximo da voltagem induzida, ou seja, quando o vórtice penetra completamente na amostra, acontece em $t = 16.55$ ps e tem valor $V = 3.62 \times 10^{-2} V_0$. Após isso, há um vale nesta mesma curva em $t = 16.85$ ps com $V(t)$ negativo ($V = -0.38 \times 10^{-2} V_0$), o que caracteriza a acomodação dos vórtices na amostra, tal como ocorre na amostra com BH. Entre a penetração do vórtice e sua acomodação decorre um tempo $t = 0.30$ ps, mostrando que nesse sistema tal

dinâmica ocorre em um tempo duas vezes maior que para o sistema com BH. Apesar de aqui a dinâmica ser ligeiramente mais demorada, é preciso salientar que estamos tratando de tempos da ordem de picosegundos ($10^{-12}s$), que é extremamente difícil de se detectar experimentalmente. Este maior tempo de acomodação comparativamente à amostra com BH deve estar relacionado com a menor região supercondutora contendo uma densidade maior de vórtices atrasando o sistema de encontrar um estado de equilíbrio.

Com relação às curvas $M(t)$ e $E(t)$, vale a mesma análise feita para o sistema com BH, ressaltando que no sistema com AD tanto a magnetização quanto a energia livre são mais negativos principalmente pelo fato da análise estar sendo feita em um campo magnético menor ($H = 0.474 H_{c2}(0)$).

A Figura 7.12 mostra a dinâmica de vórtices para a amostra com AP no campo em que houve a primeira penetração no defeito ($H = 0.216 H_{c2}(0)$). Aqui é possível perceber mudanças qualitativas nas curvas $V(t)$, $M(t)$ e $E(t)$ quando comparadas com as respostas obtidas nos sistemas contendo BH e AD.

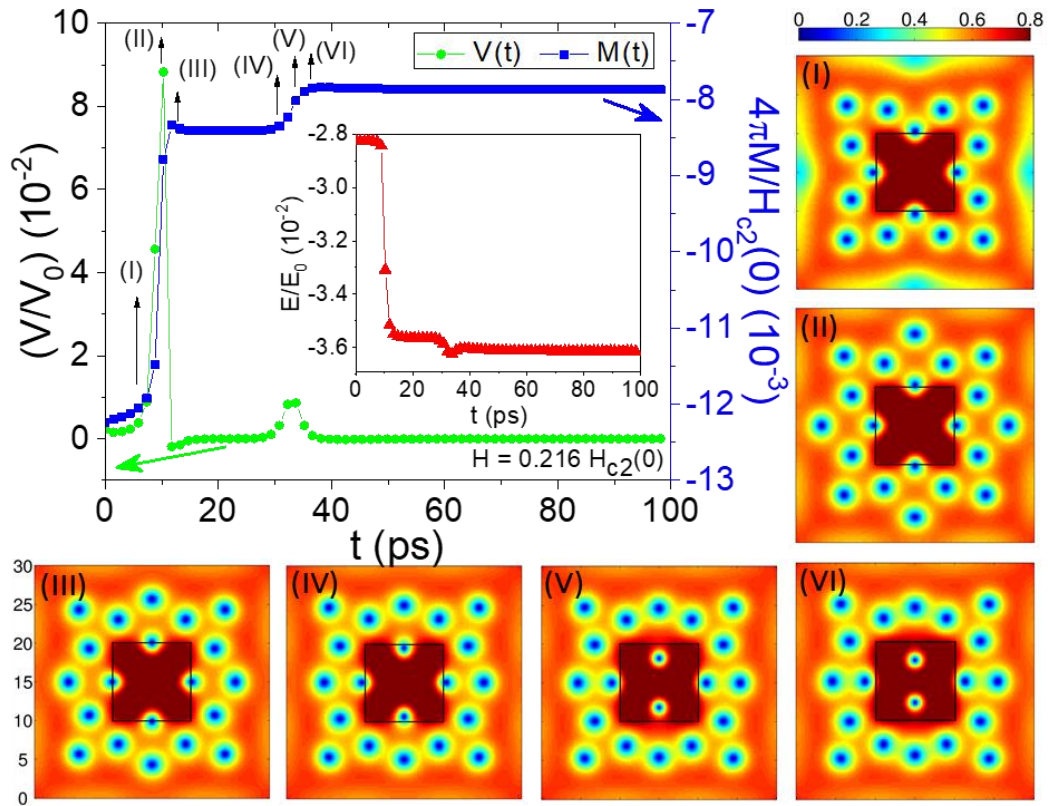


Figura 7.12: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AP em $H = 0.216 H_{c2}(0)$. Os *snapshots* de $|\psi|$, enumerados de (I) a (VI), mostram a configuração dos vórtices ao longo de sua dinâmica.

Nesse caso, a curva $V(t)$ apresenta dois picos. O primeiro ocorre em $t = 10.25 \text{ ps}$ ($V = 8.82 \times 10^{-2} V_0$), e representa a penetração de quatro vórtices na amostra, tal como mostra os *snapshots* I e II. O segundo pico ocorre em $t = 33.69 \text{ ps}$ ($V = 0.87 \times 10^{-2} V_0$), devido à penetração de dois vórtices nos defeitos como mostra a sequência de *snapshots* III a VI. Entre a penetração dos quatro vórtices na amostra e a penetração dos dois vórtices no defeito passam-se 23.44 ps .

A curva $M(t)$ aumenta (diminui em módulo) com a penetração de quatro vórtices na amostra, seguido por um estado de equilíbrio metaestável caracterizado por um platô de cerca de 17 ps . Depois disso há um novo aumento na curva de magnetização, caracterizando a penetração dos dois vórtices no defeito, seguido por um longo platô que representa a transição para o estado estacionário.

A energia livre ($E(t)$) diminui com a penetração dos vórtices na amostra e diminui novamente com a penetração dos vórtices no defeito. Ela apresenta também dois platôs, o primeiro representando o estado metaestável e o segundo representando a transição para o estado estacionário.

A evolução temporal de algumas propriedades físicas de sistemas supercondutores como $V(t)$, $M(t)$ e $E(t)$ é uma boa ferramenta para estudar a dinâmica de vórtices, em especial $V(t)$ e $E(t)$, pois são grandezas, em geral, de fácil verificação experimental.

Agora, na sequência, serão mostrados os principais resultados da Parte 2 do trabalho. Aqui não será dado muito foco à dinâmica dos vórtices, mas sim às suas configurações em seu estado estacionário.

7.2 Parte 2: Amostra com defeito central quadrado maior

Investigando, agora, a amostra supercondutora de tamanho $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ com um defeito $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$, foi aplicado um campo magnético cuja intensidade máxima foi $H = 0.7 H_{c2}(0)$. A Figura 7.13 mostra o comportamento da magnetização em função do campo aplicado para as amostras BH, AD, AP e SA desse sistema.

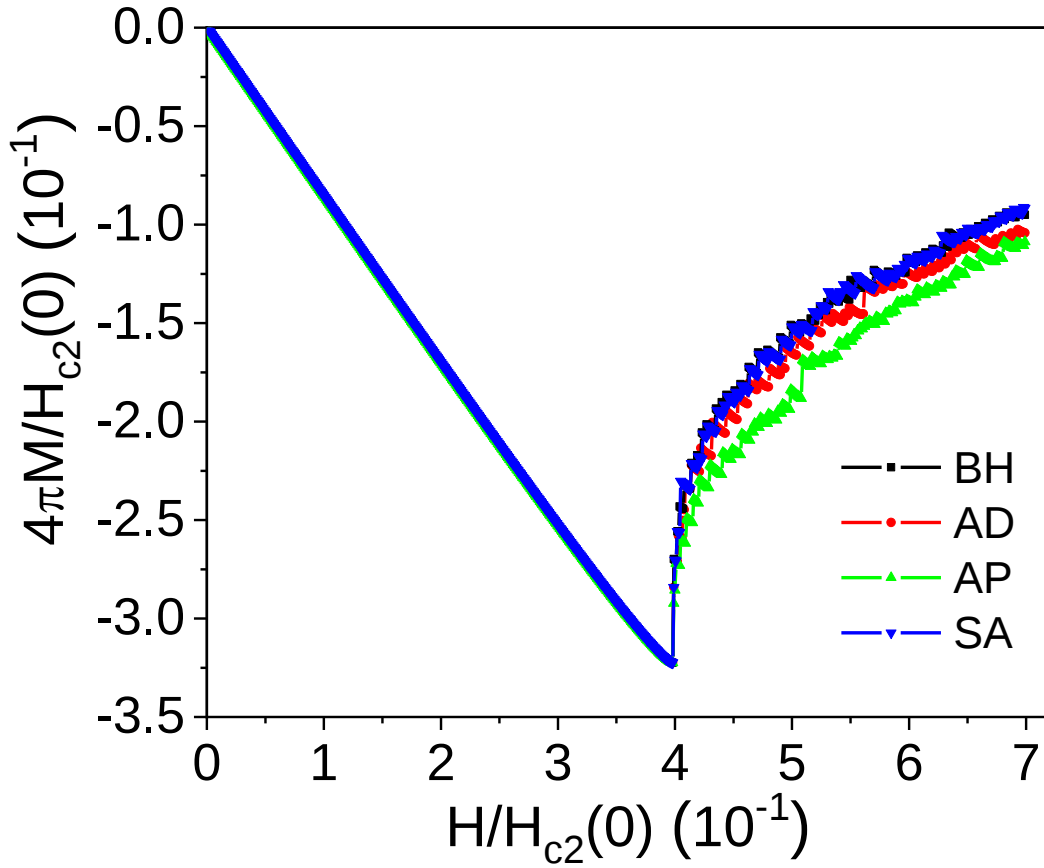


Figura 7.13: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) das amostras simuladas. O tamanho da amostra é $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ e o defeito $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$. Foi utilizado $\kappa = 2$.

Assim como foi observado na Parte 1 dos Resultados, o primeiro campo crítico (H_{c1}) também independe da natureza do defeito. Para todas as amostras, o valor de H_{c1} foi exatamente o mesmo: $H = 0.399 H_{c2}(0)$.

Comparando a curva $M(H)$ da amostra de tamanho $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ (Figura 7.12) com a $M(H)$ da amostra de tamanho $30\xi(0) \times 30\xi(0)$ (Figura 7.1), é possível notar que o H_{c1} foi bem superior na amostra maior. O tamanho da amostra, de fato, influencia em H_{c1} , porém de maneira contrária ao que foi encontrado aqui, ou seja, quanto menor for a amostra, maior é H_{c1} [59]. O que elevou o valor de H_{c1} na amostra grande foi, principalmente, parâmetro de Ginzburg-Landau utilizado ($\kappa = 2$), levando à conclusão de que quanto menor for o valor de κ , maior é H_{c1} e, no limite de $\kappa = 1/\sqrt{2}$, $H_{c1} \rightarrow H_c$. A Figura 7.14 mostra essa diferença na curva $M(H)$ para dois valores distintos de κ ($\kappa = 2$ e $\kappa = 5$) em uma amostra contendo como defeito um BH à temperatura $T = 0$.

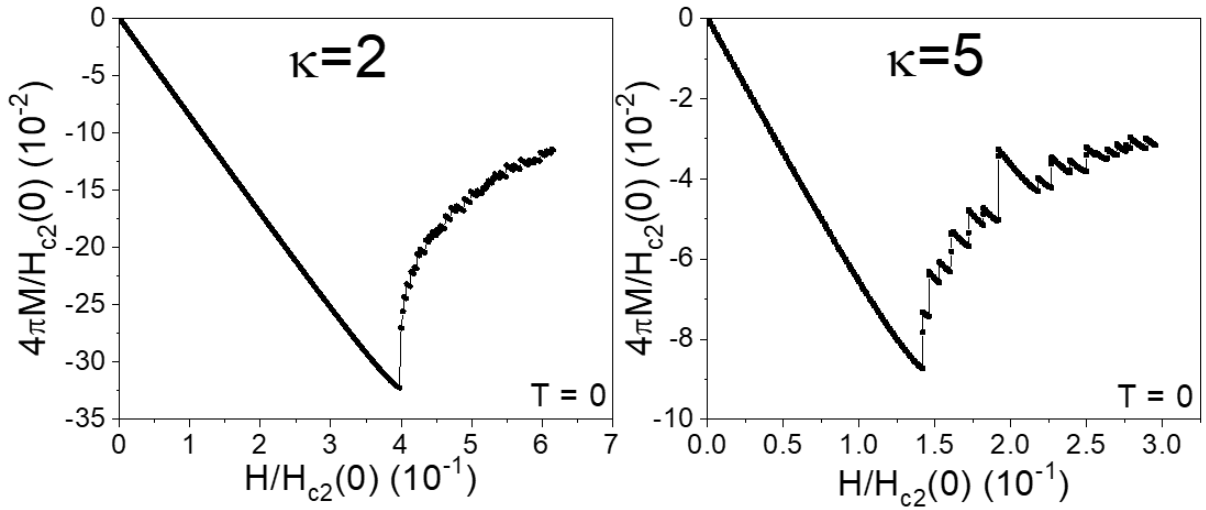


Figura 7.14: Diferença no comportamento da magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) para dois valores distintos de κ ($\kappa = 2$ e $\kappa = 5$). Para ambas as curvas foi utilizada uma amostra de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ com defeito $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$ do tipo BH à temperatura $T = 0$.

Observando a figura fica evidente como o valor de κ influencia na curva $M(H)$, corroborando o que foi dito anteriormente.

Outro fator que influenciou no maior valor de H_{c1} foi a temperatura de banho térmico (T) utilizada (quanto menor T , maior é H_{c1}), enquanto na amostra de $30\xi(0) \times 30\xi(0)$ utilizou-se $T = 0.5 T_c$, aqui as simulações foram feitas em $T = 0$. A Figura 7.15 mostra essa dependência de $M(H)$ com a temperatura.

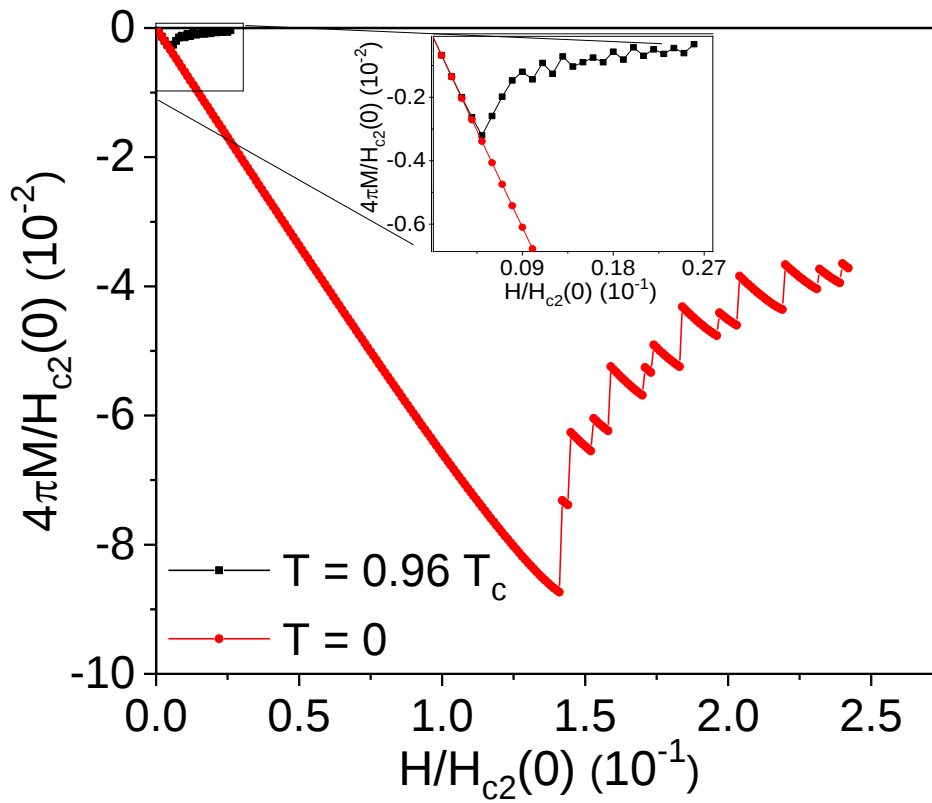


Figura 7.15: Diferença no comportamento da magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) em $T = 0$ e em $T = 0.96 T_c$. Para ambas as curvas foi utilizada uma amostra de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ com defeito $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$ do tipo BH e $\kappa = 5$.

Portanto, observando as Figuras 7.14 e 7.15, fica compreensível o motivo pelo qual os valores de H_{c1} foram maiores para a amostra utilizada na Parte 2 do trabalho: devido à diminuição nos valores de T e κ .

A diminuição do valor de κ para essa parte do trabalho teve um motivo central: o tempo de simulação. Reduzindo o valor de κ foi possível minimizar o tempo de simulação a menos da metade do que para com $\kappa = 5$. A Figura 7.16 mostra a evolução do campo aplicado em função dos dias de simulações em uma amostra de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ contendo um BH central para dois valores distintos de κ . Pode-se notar, então, que se leva menos dias de simulação para atingir um determinado valor de campo se κ for menor.

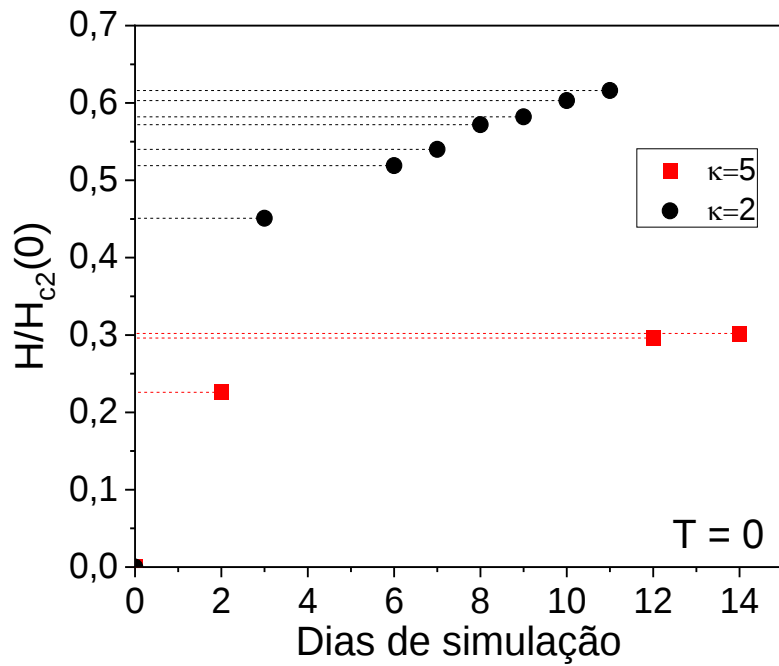


Figura 7.16: Evolução do campo aplicado em função dos dias de simulações para $\kappa = 2$ e $\kappa = 5$. Foi utilizada uma amostra de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ com defeito $20 \xi(0) \times 20 \xi(0)$ do tipo BH e $T = 0$.

A amostra com $\kappa = 2$ leva menos de seis dias para atingir o valor de campo $H = 0.5 H_{c2}(0)$, enquanto que na amostra com $\kappa = 5$, a simulação demorou 14 dias para atingir um valor um pouco maior do que $H = 0.3 H_{c2}(0)$. É claro que, conforme os vórtices vão penetrando na amostra, a evolução do campo diminui para ambas as amostras e as curvas tendem a saturar, porém fica nítido o ganho temporal ao se utilizar $\kappa = 2$.

O valor de $\kappa = 2$ faz referência a uma liga metálica de Pb-Bi (95% de Pb e 5% de Bi) [60]. Contudo, tal valor também pode ser encontrado produzindo filmes finos de Nb [61], Pb [62] e Al [18].

Voltando à Figura 7.13, quando ocorre o primeiro salto na curva $M(H)$, 28 vórtices são nucleados nas amostras com BH, AD e SA, no qual oito deles adentram os defeitos. Na amostra com AP, apenas 20 vórtices são nucleados e nenhum penetra no defeito. Veja então, que é o tamanho do mar supercondutor ao redor do defeito que dita a dinâmica da primeira penetração, todas as amostras possuem 20 vórtices em tal região, os defeitos do tipo BH, AD e SA agem como sugadores de fluxo magnético, comportando mais vórtices e, com isso, diminuindo mais a pressão magnética externa se comparada com a amostra com AP. A Figura 7.17 mostra a configuração dos

vórtices em seu estado estacionário para o primeiro campo crítico de cada uma das amostras.

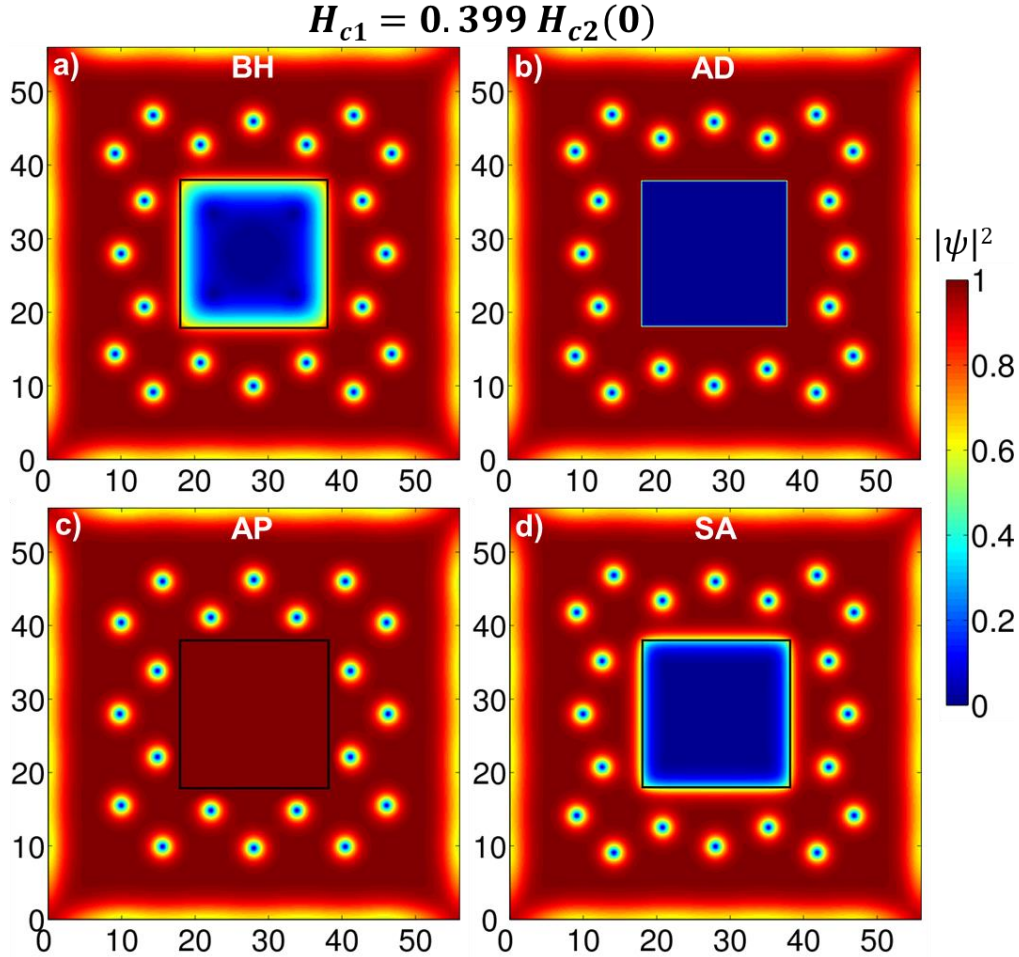


Figura 7.17: Distribuição do parâmetro de ordem pelas amostras, no estado de equilíbrio, após a primeira penetração de vórtices (que ocorreu em $H = 0.399 H_{c2}(0)$ todas as amostras). No painel (a) temos a amostra com defeito do tipo BH, no (b) defeito do tipo AD; no (c) defeito do tipo AP e no (d) defeito do tipo SA.

Observando os *snapshots*, fica evidente que a disposição dos vórtices na matriz supercondutora é bastante parecida em todas as amostras, uma vez que alojam o mesmo número de vórtices. No sistema com AD, os vórtices da matriz ficam ligeiramente mais longe dos defeitos por conta do efeito de aglomeração de correntes que aparece ao redor da interface supercondutor-vácuo. Esse efeito foi mostrado e discutido na Parte 1 dos Resultados.

Olhando para o comportamento da energia livre ao longo dessa dinâmica, observa-se uma menor variação desta quantidade física na amostra com defeito AP

quando comparado com as outras amostras. Enquanto na amostra com AP a variação foi $\Delta E = 0.0007 E_0$, nas outras amostras têm-se $\Delta E = 0.0486 E_0$, $\Delta E = 0.0333 E_0$ e $\Delta E = 0.0338 E_0$ para as amostras contendo um BH, AD e SA, respectivamente. Isso mostra que, de fato, a pressão magnética externa diminui mais nas amostras com BH, AD e SA comparada com a amostra AP. A Figura 7.18 exemplifica o que foi discutido neste parágrafo.

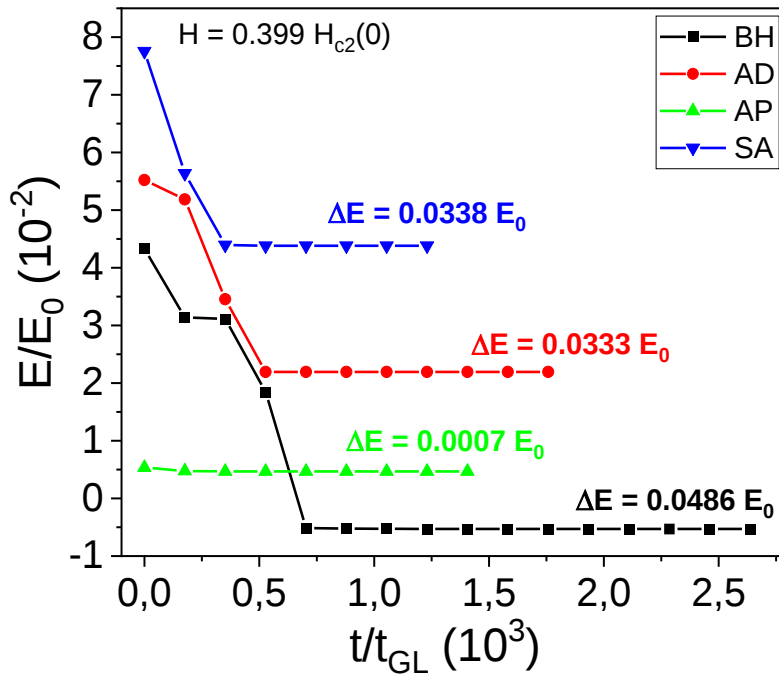


Figura 7.18: Variação da energia livre para as amostras contendo um BH, AD, AP e SA ao longo da dinâmica da primeira penetração de vórtices, ocorrida em $H = 0.399 H_{c2}(0)$. Observa-se que essa variação foi maior nas amostras com BH, AD e SA quando se comparado com a amostra com AP.

No interior dos defeitos BH e SA, os vórtices se organizam de maneira ligeiramente diferente. Olhando a Figura 7.17, não é possível identificar com clareza os vórtices nos defeitos por conta de que ali a degradação do parâmetro de ordem, promovida pela natureza do defeito, se mistura com a degradação causada pelos vórtices, ficando difícil de identificá-los por meio de $|\psi|^2$. Então, para visualizar suas posições, usou-se a análise da *vorticidade*, que exhibe, na matriz geradora da amostra, os pontos onde estão localizados os núcleos de cada um dos vórtices presentes. A Figura 7.19 mostra os defeitos BH e SA utilizando tal análise.

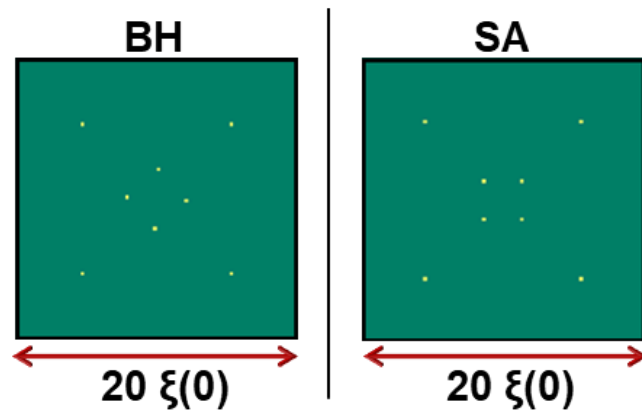


Figura 7.19: Análise da vorticidade no interior dos defeitos BH e SA em $H = 0.399 H_{c2}(0)$, no estado estacionário. Cada ponto em amarelo representa a posição do núcleo de um vórtice.

Os vórtices se organizam em duas camadas no interior desses defeitos, uma camada mais externa, com quatro vórtices, e outra interna, com quatro vórtices também. A camada mais interna se difere por uma rotação de 90° na posição dos vórtices. Enquanto no BH esses vórtices se organizam formando um “losango”, no SA esses vórtices se organizam formando um “quadrado”.

Observando, agora, a disposição dos vórtices para um valor de campo um pouco mais elevado, temos as configurações dadas pela Figura 7.20.

Para $H = 0.500 H_{c2}(0)$, os vórtices formam três camadas ao redor dos defeitos BH, AD e SA. No defeito AP são formadas quatro camadas de vórtices de forma a perfazerem uma rede hexagonal e, ainda, mesmo com tantos vórtices povoando a amostra, nenhum adentrou no defeito. Esse tipo de arranjo em camadas é chamado de estrutura do tipo concha (em inglês, *shell like structure* [41,46]). Na amostra com AD, essas camadas de vórtices formam uma espécie de arco cuja concavidade aponta no sentido oposto ao defeito. Pode-se notar, também, que os vórtices se organizam formando uma quase rede de Abrikosov ao redor do defeito das amostras BH, AD e SA, mostrando que estamos lidando com uma amostra próxima de um limite macroscópico [35-37].

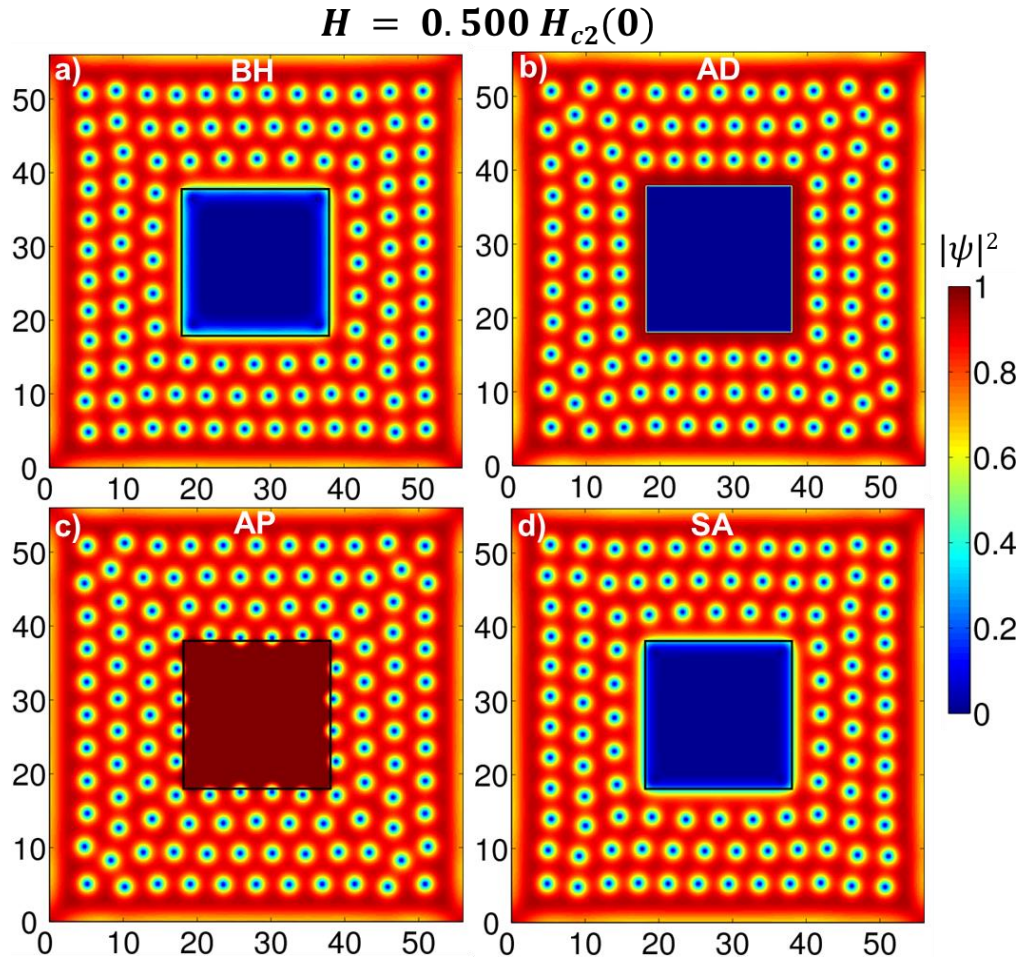


Figura 7.20: Distribuição do parâmetro de ordem nas amostras, no estado de equilíbrio, em $H = 0.500 H_{c2}(0)$. No painel (a) temos a amostra com defeito do tipo BH, no (b) defeito do tipo AD; no (c) defeito do tipo AP e no (d) defeito do tipo SA.

No interior dos defeitos BH e SA os vórtices formam uma estrutura do tipo X, povoando a região ao longo das diagonais dos defeitos (ver Figura 7.21). No centro, há quatro vórtices formando um quadrado. Fora deste arranjo, outros oito vórtices se dispõem nas proximidades da quarta parte da diagonal. Na amostra SA esses vórtices estão mais próximos daqueles das diagonais do defeito. Esse comportamento pode estar relacionado ao fato de ψ ser mais degradado no centro do defeito SA.

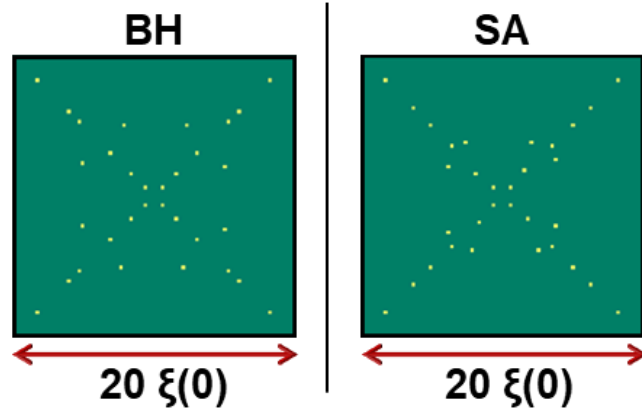


Figura 7.21: Análise da vorticidade no interior dos defeitos BH e SA em $H = 0.500 H_{c2}(0)$, no estado estacionário. Cada ponto em amarelo representa a posição do núcleo de um vórtice.

Na amostra com defeito AP, os vórtices penetram no defeito somente em $H = 0.509 H_{c2}(0)$, mostrando que este defeito realmente age como um centro repulsor de vórtices e só permite a sua penetração quando a pressão magnética é muito alta. Antes de tal penetração, a região supercondutora em torno do AP contava com 120 vórtices. Somente com a nucleação de mais oito vórtices no sistema é que ocorre a primeira penetração no defeito. A Figura 7.22 mostra a dinâmica de penetração dos primeiros vórtices no defeito AP.

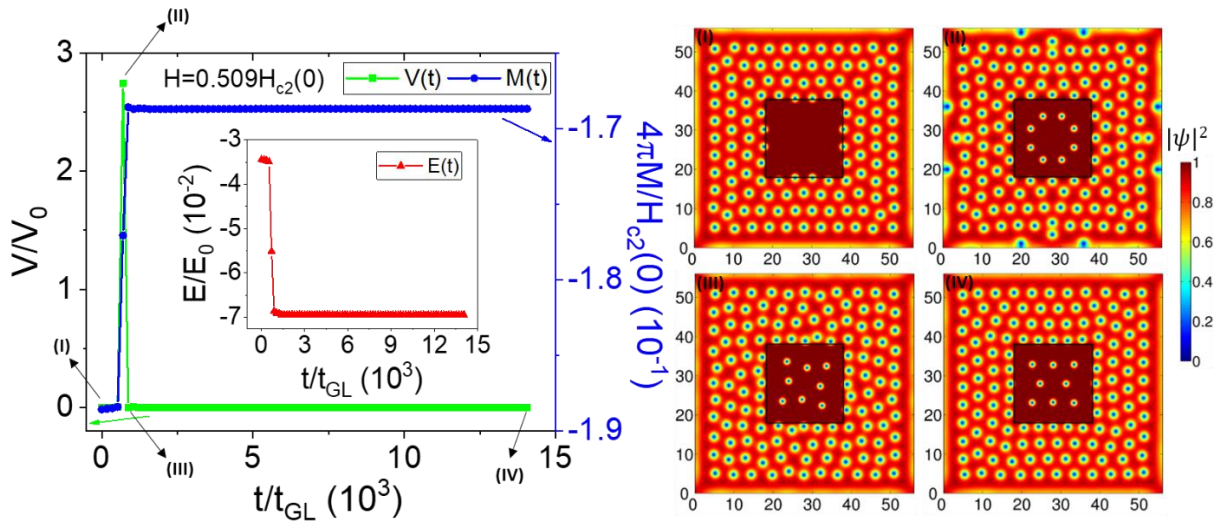


Figura 7.22: Evolução temporal da voltagem induzida $V(t)$, magnetização $M(t)$, e energia livre $E(t)$ para a amostra com AP em $H = 0.509 H_{c2}(0)$. Os *snapshots* do $|\psi|^2$, enumerados de (I) a (IV), mostram a configuração dos vórtices ao longo de sua dinâmica.

Oito vórtices penetram nos defeitos no mesmo instante em que oito vórtices são nucleados na amostra e, assim, um único pico na curva da voltagem aparece em $t = 0.70 t_{GL}$, cujo valor máximo é $V = 2.74 V_0$. O *snapshot* II mostra a situação da amostra no instante em que há o aumento brusco no valor da voltagem, onde é possível ver com clareza a penetração dos vórtices nos defeitos e na amostra.

Logo após a penetração dos vórtices no defeito, eles formam uma espécie de anel. Depois eles se reorganizam em três linhas, onde na primeira e na terceira linha há três vórtices e outros dois se localizam na segunda linha, que é uma configuração bastante distinta da que foi observada nos defeitos BH e SA.

Com relação à abcissa dos gráficos da Figura 7.22, optou-se por utilizar o tempo normalizado em termos do tempo de Ginzburg-Landau (t_{GL}), diferentemente da Parte 1 dos Resultados em que se utilizou o tempo em picosegundos. O motivo se deve à dificuldade em se determinar com clareza a T_c do sistema simulado, já que não encontramos um material específico com $k = 2$ para considerar como característica desta temperatura, e, conseqüentemente, o t_{GL} desse sistema, uma vez que $t_{GL} = \frac{\pi\hbar}{8k_B T_c u}$. Dessa maneira, sem um valor claro de t_{GL} , fica comprometida a mudança de unidade para picosegundos. Então, o tempo foi avaliado de maneira mais qualitativa.

Para o último valor de campo magnético ($H = 0.700 H_{c2}(0)$), temos as configurações mostradas na Figura 7.23. Nesta figura foi feita, para as amostras com BH e SA, uma junção dos *snapshots* do parâmetro de ordem e da *vorticidade*. Assim, é possível observar, na mesma imagem, a distribuição dos vórtices na matriz e no defeito.

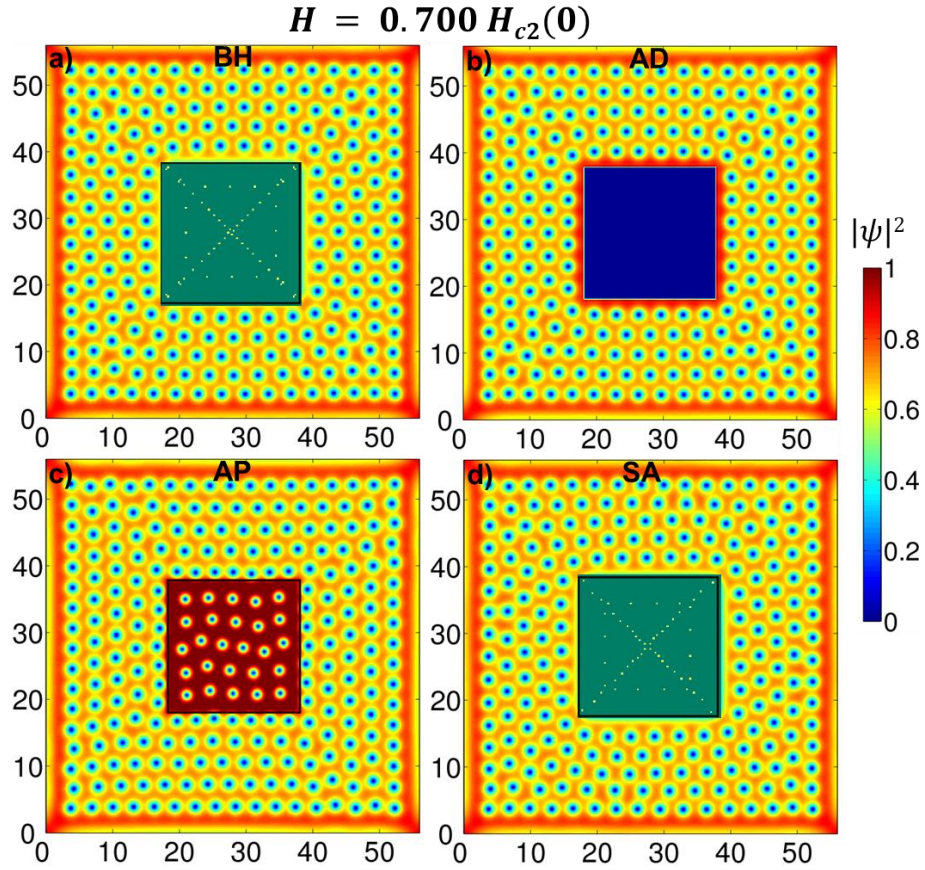


Figura 7.23: Distribuição do parâmetro de ordem pelas amostras, no estado de equilíbrio, em $H = 0.700 H_{c2}(0)$ todas as amostras. No painel (a) temos a amostra com defeito do tipo BH, no (b) defeito do tipo AD; no (c) defeito do tipo AP e no (d) defeito do tipo SA.

No interior do BH e do SA os vórtices continuam perfilando um formato principal em X envolto em uma outra distribuição na simetria do defeito, assim como acontecia em $H = 0.500 H_{c2}(0)$. O número de vórtices é de 60 no BH e 56 no SA. Já no interior no AP, os vórtices se organizam de maneira totalmente diferente onde pode-se notar uma rede quase hexagonal.

Na região supercondutora envolta dos defeitos, os vórtices formam uma rede hexagonal, somente distorcida nas diagonais das amostras. Contudo, na amostra AP há uma densidade maior de vórtices em comparação com as outras amostras, formando uma estrutura do tipo concha ao redor do defeito, tal como observado por Berdiyrov e colaboradores [45]. Isso se deve à forte repulsão inter-vórtice no interstício e à barreira formada pelo AP que impede a penetração de vórtices. Observa-se, também, que na amostra com AD a supercondutividade é preservada no entorno do defeito.

Resumindo, o comportamento dos vórtices na região fora do defeito é muito parecido em todas as amostras: tendem a formar redes de Abrikosov e estruturas do tipo concha. No interior dos defeitos, as configurações são muito similares para o BH e SA. No AD, como não há material (é uma região de vácuo), há um fluxo contínuo do campo magnético penetrado. O defeito AP destoa bastante e exibe configurações de vórtices particulares tendendo, também, a ter uma distribuição similar a uma rede hexagonal.

Com relação ao defeito SA, a ideia seria verificar se ele se comporta como um AD, pois, caso se comportasse, seria uma maneira mais simples de produzi-lo. Como AD é gerado por meio de condições de contorno, em defeitos mais complexos (como um triângulo, por exemplo) é bastante difícil estabelecer tais condições, ficando extremamente viável gerá-lo tal como o SA (via função g). Porém, fica claro que o defeito SA está mais próximo de um BH do que de um AD. Dessa maneira, pode-se concluir que não é possível reproduzir o AD via função g dentro das condições trabalhadas neste estudo.

Comparando a Parte 1 com a Parte 2 dos Resultados conclui-se que o aumento da amostra fez com que as configurações dos vórtices ficassem mais semelhantes. Enquanto na Parte 1 a configuração dos vórtices da matriz do sistema com BH era bastante distinta da configuração do sistema com AD, aqui, os vórtices apresentam configurações similares em ambos os sistemas. Observou-se, também, que mesmo com o aumento da amostra e do defeito, todos os sistemas continuaram tendo o mesmo H_{c1} corroborando a ideia inicial de que a natureza do defeito, de fato, não influencia na primeira penetração dos vórtices.

Para a próxima etapa do trabalho, a ideia é trabalhar com defeitos triangulares de natureza AD. Porém, devido à dificuldade de gerar esse tipo de defeito em geometrias mais complexas, optou-se por utilizar triângulos do tipo BH.

7.3 Parte 3: Amostra com defeito triangular

Analisando, agora, a amostra supercondutora de tamanho $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ com uma rede de 25 defeitos triangulares do tipo BH, foi aplicado um campo magnético com intensidade máxima $H = 0.5 H_{c2}(0)$. Posteriormente esse campo foi

diminuído com o mesmo passo ($\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$) até anular-se, momento no qual foi aplicado um campo no sentido contrário do inicial até $H = -0.050 H_{c2}(0)$. A Figura 7.24 mostra o comportamento da magnetização em função do campo $M(H)$ aplicado para essa amostra.

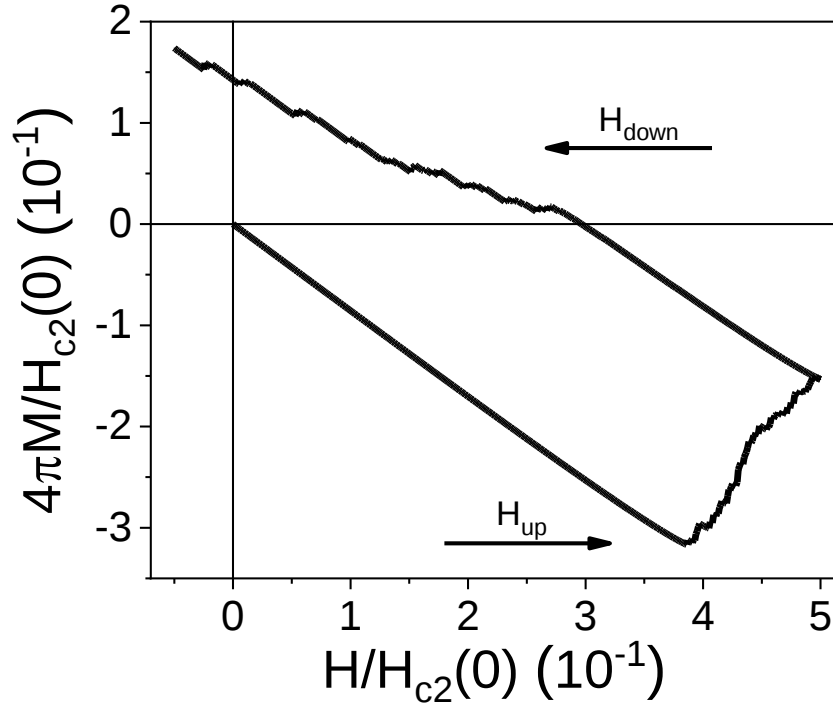


Figura 7.24: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) para a rede de 25 defeitos triangulares do tipo BH. A amostra possui dimensões de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ e cada triângulo possui altura de $6 \xi(0)$. Foi utilizado $\kappa = 2$.

Analisando a Figura 7.24 observa-se que a primeira descontinuidade na magnetização (H_{c1}) ocorre em $H = 0.387 H_{c2}(0)$. A Figura 7.25 mostra o estado de equilíbrio do parâmetro de ordem para as seis primeiras penetrações, bem como os *snapshots* da função S [53],

$$S(x, y) = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \left(\frac{\partial |\psi(x, y)|^2}{\partial t} \right)^2} \quad (7.1.4)$$

a qual indica as regiões por onde os vórtices se moveram.

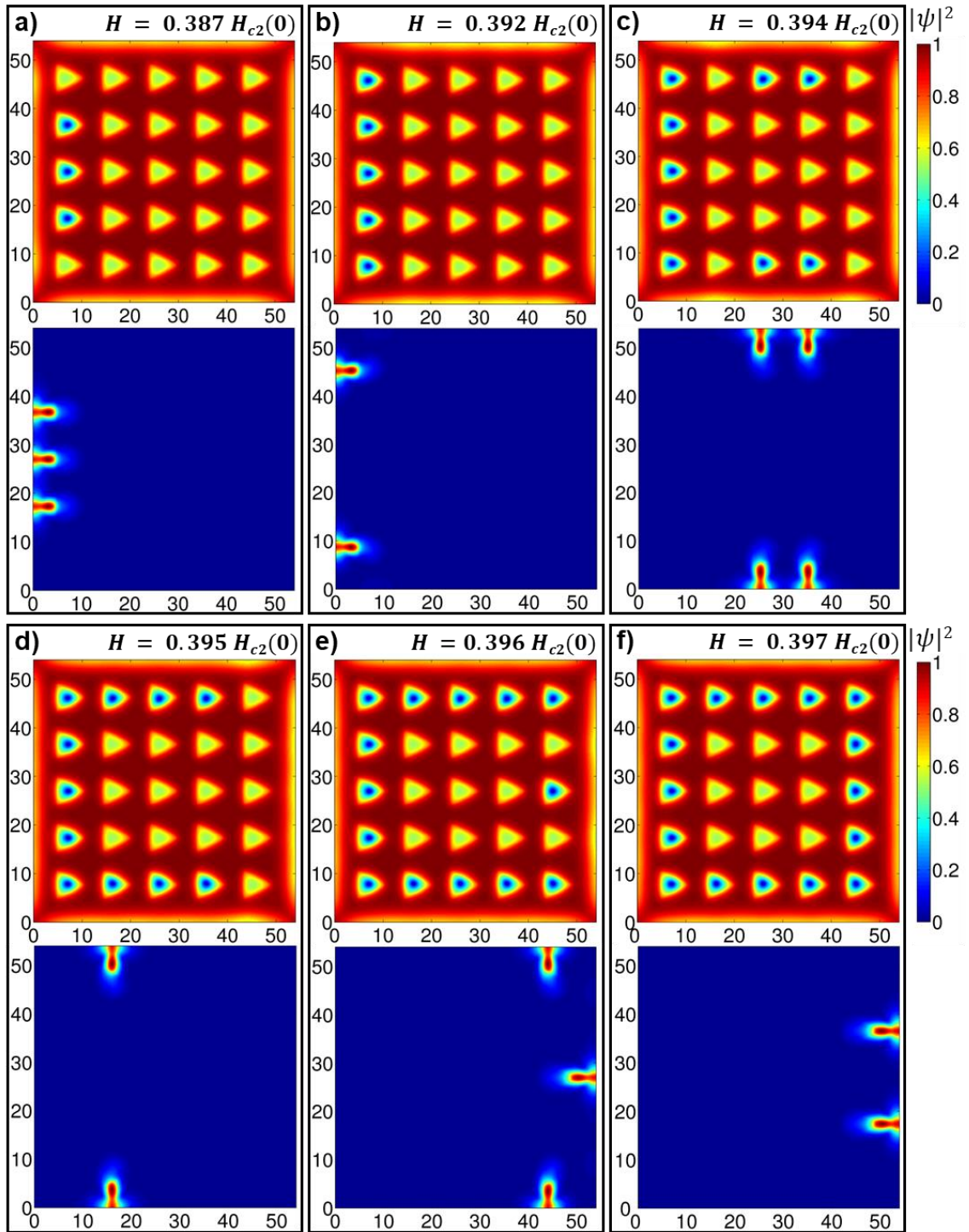


Figura 7.25: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para as seis primeiras penetrações de vórtices bem como os *snapshots* da função S [53], que indica a região por onde os vórtices se moveram (painéis (a) – (f)).

A função S é bastante interessante pois ela mostra as regiões onde houve variação do $|\psi|^2$, ou seja, por onde o vórtice passou. Dessa maneira é possível compreender melhor a dinâmica de penetração e/ou saída dos fluxóides.

Considerando a rede de defeitos como uma matriz do tipo $M_{5 \times 5}$ com elementos do tipo $a_{i,j}$, onde i são as linhas, j as colunas e cada elemento da matriz 5×5 corresponde a um defeito, percebe-se que na primeira penetração (quadro (a)), três vórtices são nucleados pelo lado onde estão localizadas as bases dos triângulos (lado esquerdo da amostra) ocupando os defeitos das posições $a_{2,1}$, $a_{3,1}$, $a_{4,1}$. Esses vórtices penetram nesses defeitos pela região central da base dos triângulos.

Na segunda penetração (quadro (b)), que ocorre em $H = 0.392 H_{c2}(0)$, mais dois vórtices são nucleados, ocupando as posições $a_{1,1}$, $a_{5,1}$ e, conseqüentemente, preenchendo a primeira coluna de defeitos. Aqui os vórtices também adentram ao defeito pela base do triângulo.

Na terceira penetração (quadro (c)), quatro vórtices são nucleados, dois pelo lado superior da amostra e dois pelo lado inferior, ocupando os defeitos localizados nas posições $a_{1,3}$, $a_{1,4}$, $a_{5,3}$ e $a_{5,4}$. Aqui, diferentemente das dinâmicas descritas anteriormente, os vórtices penetram pelos vértices dos defeitos.

Nas penetrações de ordem 4, 5 e 6 (quadros (d), (e) e (f)), sete vórtices são nucleados no total e adentram nos triângulos pelos vértices e/ou pontas, preenchendo todos os defeitos mais externos da rede. Para efeito de diferenciação, será denominado de “ponta” do triângulo o vértice que está localizado à direita.

Observando a dinâmica mostrada nos quadros (a) – (f), fica visível que os defeitos mais externos têm uma ordem de ocupação pelos vórtices. Primeiramente são ocupados os defeitos do lado esquerdo (primeira coluna). Depois são ocupados os defeitos da parte superior e inferior. E, por último, os defeitos do lado direito na amostra (última coluna).

A Figura 7.26 mostra um gráfico do módulo da densidade de corrente para a amostra, em um passo de campo antes de H_{c1} (i.e., $H = 0.386 H_{c2}(0)$), ao longo de uma reta vertical que passa próximo às bases dos defeitos triangulares da primeira coluna ($x = 5 \xi(0)$, y), ao longo de uma reta vertical que passa próximo à ponta dos triângulos da última coluna ($x = 51 \xi(0)$, y) e ao longo de uma reta horizontal que passa pelos vértices dos triângulos da primeira linha de defeitos ($x, y = 5 \xi(0)$), mostrando que há diferenças na densidade de corrente entre essas regiões, fato que está relacionado com a preferência de penetração inicial dos vórtices.

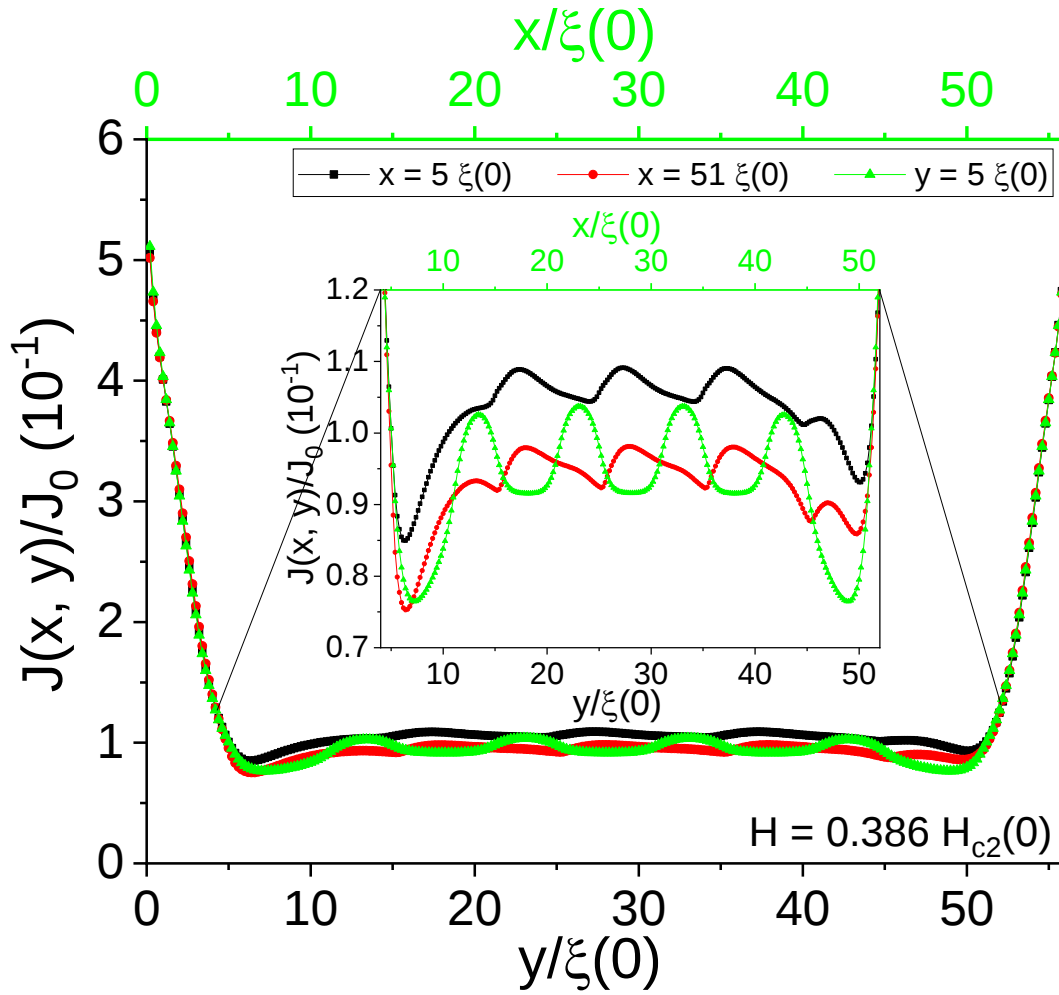


Figura 7.26: Distribuição de J pela amostra ao longo das retas $(x = 5 \xi(0), y)$, $(x = 51 \xi(0), y)$ e $(x, y = 5 \xi(0))$ em $H = 0.386 H_{c2}(0)$.

Pelo gráfico é possível perceber que ao longo da reta $(x = 5 \xi(0), y)$ o valor de J é maior comparado com os valores ao longo das retas $(x = 51 \xi(0), y)$ e $(x, y = 5 \xi(0))$, mostrando que em defeitos do tipo BH o acúmulo de correntes é maior nos lados do defeito e menor nos seus vértices.

Depois que a camada mais externa de defeitos é ocupada por um vórtice, os fluxóides tendem a se nuclear pelo lado direito da amostra e ocupam a última coluna de defeitos com dois vórtices em $H = 0.409 H_{c2}(0)$. A Figura 7.27 mostra o estado de equilíbrio do parâmetro de ordem para esse campo bem como o *snapshot* da função S que exemplifica a dinâmica ocorrida neste valor de campo.

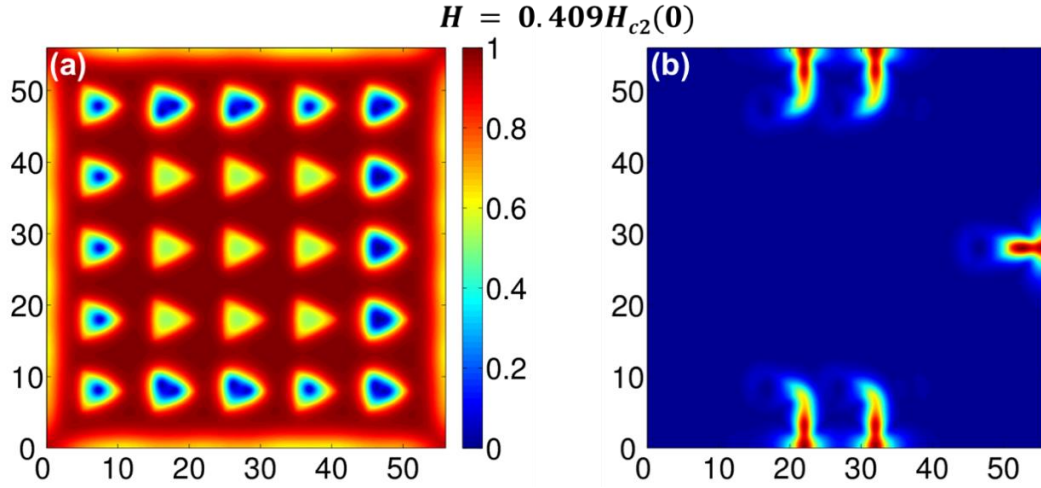


Figura 7.27: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o *snapshot* da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.409 H_{c2}(0)$.

A partir do painel (b) verifica-se que, neste valor de campo, cinco vórtices penetraram na amostra: dois pelo lado superior, dois pelo lado inferior e um pelo lado direito. Todos adentraram aos defeitos pelas pontas dos triângulos. O vórtice que penetrou pelo lado direito preencheu o defeito da posição $a_{3,5}$ com mais um vórtice e, assim, todos os vórtices da última coluna ficam com vorticidade dois.

Em $H = 0.416H_{c2}(0)$ todos os defeitos perimetrais possuem vorticidade 2. Neste valor de campo, três vórtices penetram na amostra: dois pelo lado direito e um pelo lado esquerdo. O vórtice que penetrou pelo lado esquerdo adentra o defeito $a_{3,1}$ pelo centro da base do triângulo, ocupando o último defeito que ainda possuía vorticidade 1. A Figura 7.28 mostra essa dinâmica.

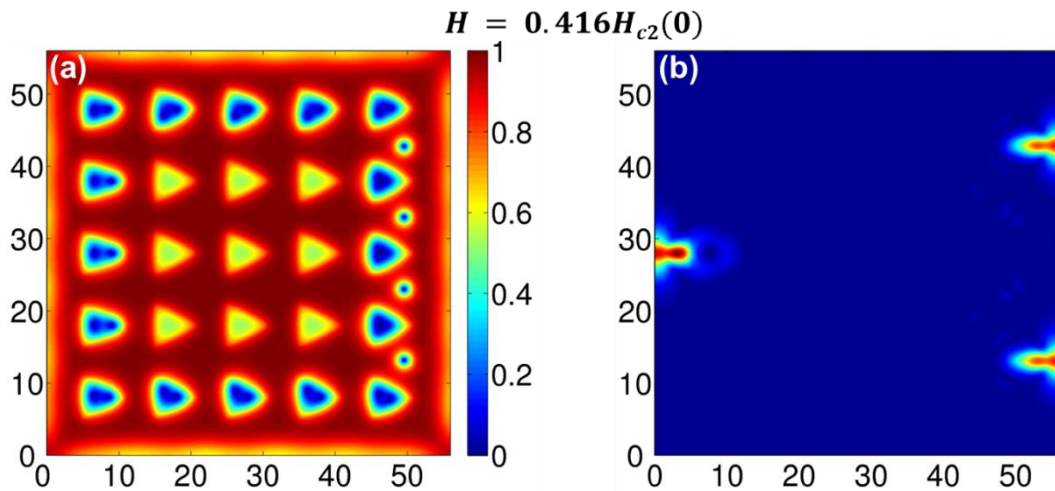


Figura 7.28: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o *snapshot* da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.416 H_{c2}(0)$.

Veja que os nove defeitos mais internos ainda não foram preenchidos e, mesmo assim, há quatro vórtices que não os adentram, barrados pela repulsão daqueles aprisionados nos defeitos, se dispondo, então, na região intersticial.

Observa-se que há diferenças na dinâmica de preenchimento da camada mais externa de defeitos. Inicialmente, quando não há vórtices, cada defeito da camada mais externa da rede é preenchido com um vórtice da seguinte forma: primeiro se preenche a coluna da esquerda, depois a primeira e a última linha e, por último, a última coluna de defeitos. Depois, com cada defeito da camada externa da rede já preenchido com um vórtice, o preenchimento com o segundo vórtice acontece no sentido contrário: primeiro é preenchida a última coluna, depois a primeira e a última linha e, por último, a primeira coluna de defeitos. Isso mostra que a presença de vórtices nos defeitos altera a dinâmica de penetração.

Após cada defeito da camada mais externa estar preenchido com dois vórtices, começa a acontecer o preenchimento dos defeitos mais internos conforme o campo aplicado é aumentado. O último defeito a ser preenchido é o da posição $a_{3,4}$. Até o valor de campo $H = 0.444 H_{c2}(0)$, ele não estava preenchido com vórtices, enquanto todos os outros defeitos tinham pelo menos vorticidade dois. A Figura 7.29 mostra a distribuição do parâmetro de ordem para esse valor de campo.

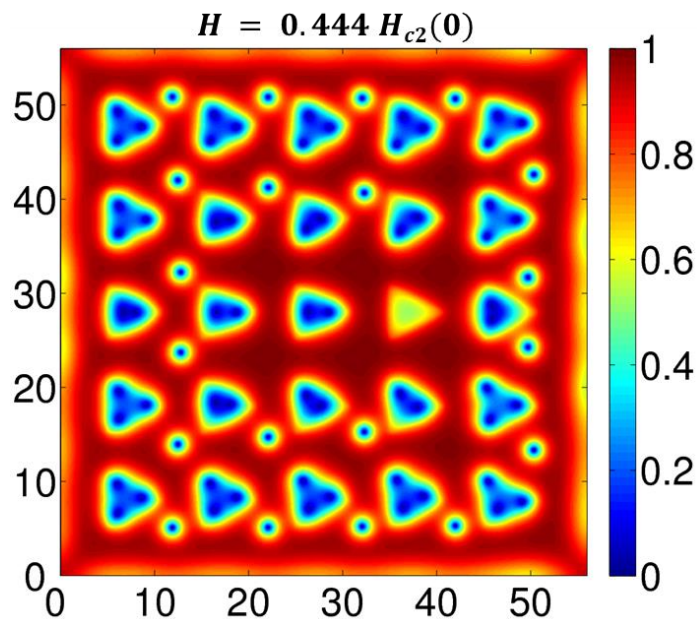


Figura 7.29: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra em $H = 0.444 H_{c2}(0)$, último valor de campo no qual ainda há defeito sem a presença de vórtice em seu interior.

Um passo de campo depois, em $H = 0.445 H_{c2}(0)$, ocorre a nucleação de dois vórtices na amostra e, finalmente, todos os defeitos da amostra são ocupados. A Figura 7.30 (a) mostra a distribuição do parâmetro de ordem no estado estacionário e o painel (b) traz um *snapshot* com a sobreposição do parâmetro de ordem e da função S para exemplificar a dinâmica ocorrida.

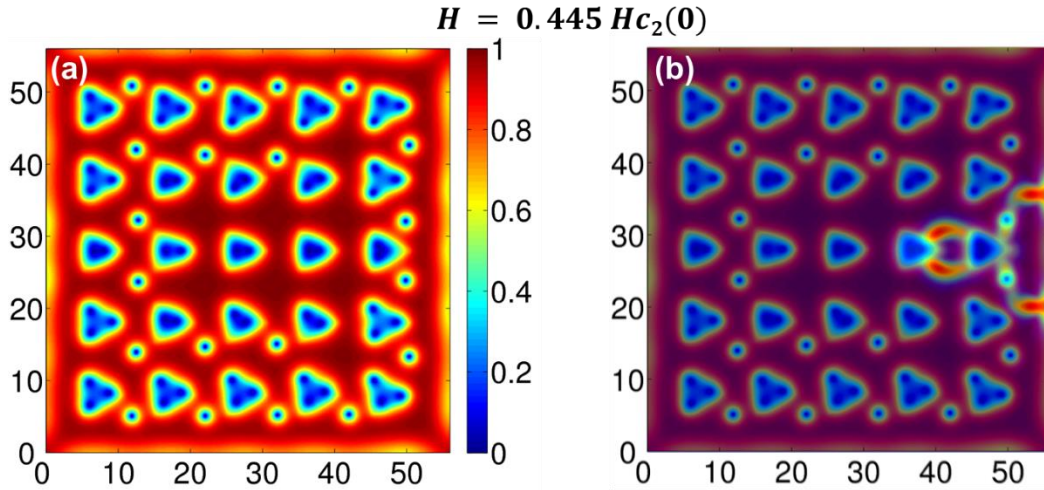


Figura 7.30: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, e *snapshot* da sobreposição do parâmetro de ordem com a função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.445 H_{c2}(0)$, que mostra em qual região do defeito os vórtices penetraram.

Neste valor de campo, os dois vórtices entram pelo lado direito da amostra. Eles adentram o defeito $a_{3,5}$ e empurram os vórtices que estavam lá para o defeito $a_{3,4}$, fazendo com que todos os defeitos da amostra fiquem preenchidos com pelo menos dois vórtices. Pode-se verificar que, por conta da simetria, os dois vórtices penetram na aresta do triângulo, bem próximo à ponta. Devido ao efeito de repulsão entre eles, ambos não conseguem adentrar exatamente pela ponta e adentram ao defeito no início da aresta. A saída dos vórtices que estavam no triângulo $a_{3,5}$ se dá pelos vértices, devido ao efeito de aglomeração de corrente, e penetram próximo à ponta do triângulo da coluna seguinte.

Em $H = 0.448 H_{c2}(0)$ é o primeiro valor de campo no qual todos os defeitos da camada externa de defeitos ficam ocupados por três vórtices. A Figura 7.31 mostra o parâmetro de ordem e a função S para esse campo. Nota-se que, devido a presença de vórtices intersticiais entre as interfaces da amostra e os defeitos, alguns vórtices aprisionados saem dos BHs e se deslocam em direção ao centro do sistema.

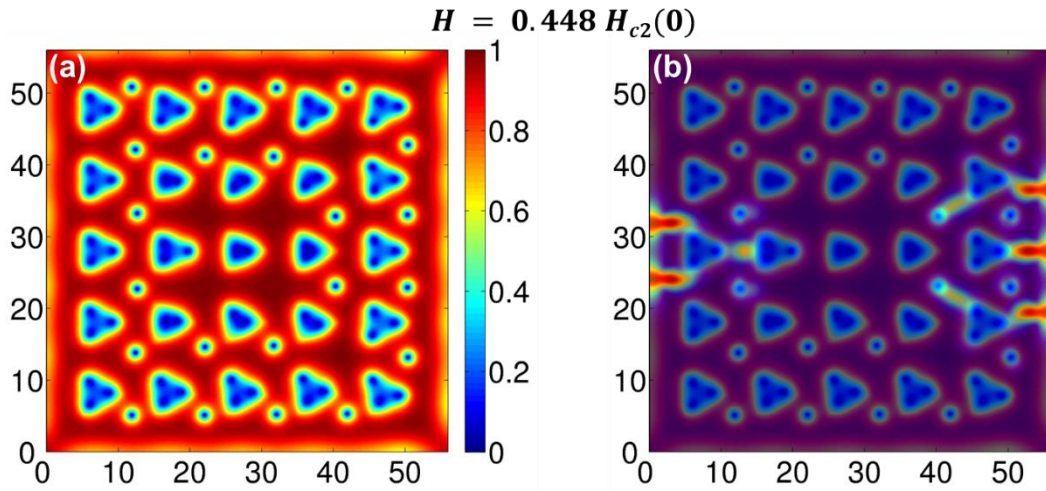


Figura 7.31: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, e *snapshot* da sobreposição do parâmetro de ordem com a função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.448 H_{c2}(0)$.

Os três vórtices nucleados no lado direito da amostra penetram nos defeitos pela região na qual há aglomeração de corrente, ou seja, na ponta dos triângulos. Os outros dois vórtices, que nuclearam pelo lado esquerdo da amostra, penetram pelos vértices do triângulo central da primeira coluna ($a_{3,1}$).

Aumentando ainda mais o valor do campo aplicado, em $H = 0.493 H_{c2}(0)$ penetram-se dois vórtices pelo lado esquerdo da amostra e todos os defeitos ficam com, no mínimo, quatro vórtices em seu interior, sendo que três deles ficam com cinco vórtices ($a_{2,5}$, $a_{3,5}$ e $a_{4,5}$), como mostra a Figura 7.32.

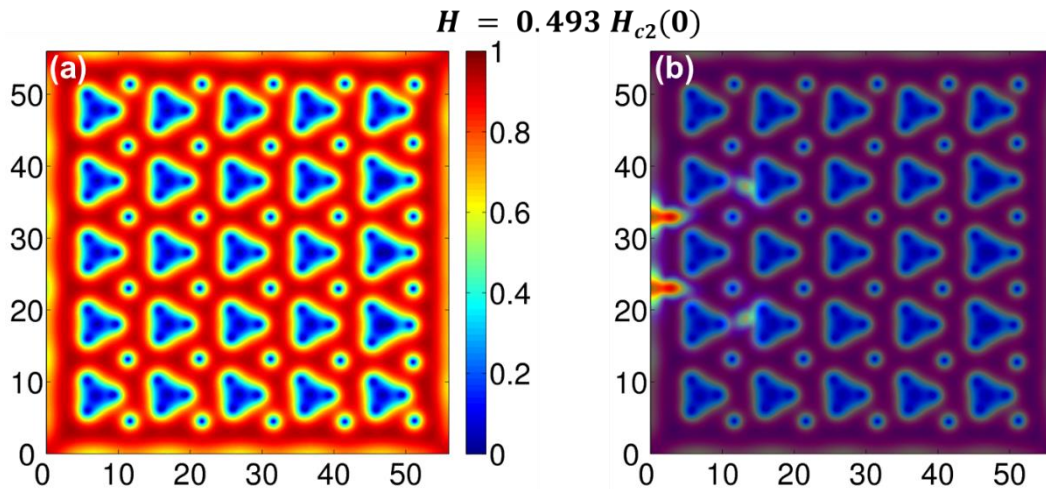


Figura 7.32: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, e *snapshot* da sobreposição do parâmetro de ordem com a função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.493 H_{c2}(0)$.

Os dois vórtices nucleados pelo lado esquerdo do sistema adentram aos defeitos $a_{2,1}$ e $a_{4,1}$ e empurram outros dois vórtices dos respectivos defeitos. Os vórtices empurrados saem dos BHs pelas pontas e penetram em outros dois defeitos da segunda coluna ($a_{2,2}$ e $a_{4,2}$) pelas bases, bem próximo aos vértices.

A última penetração de vórtices simulada ocorre em $H = 0.496 H_{c2}(0)$, onde dois vórtices penetram pelo lado esquerdo da amostra e se estabelecem no interstício. Para esse valor de campo há, no total, 135 vórtices na amostra, no qual 103 estão nos defeitos e 32 na região intersticial. A Figura 7.33 mostra a distribuição do parâmetro de ordem, da função S e do $\log|\psi|^2$ para esse valor de campo.

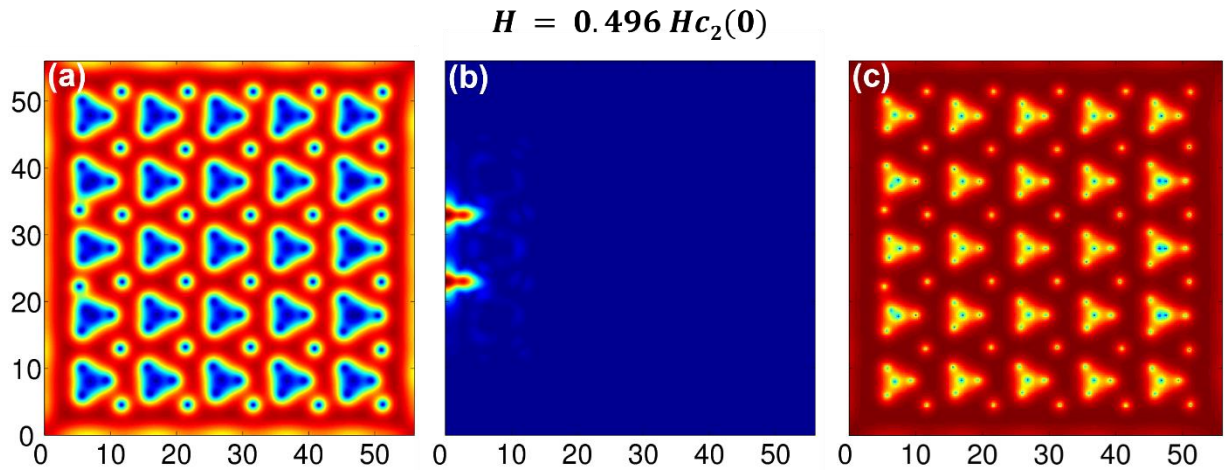


Figura 7.33: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o *snapshot* da função S (painel (b)) e $\log|\psi|^2$ (painel (c)) para o valor de campo $H = 0.496 H_{c2}(0)$.

Portanto, até o valor máximo de campo aplicado ($H = 0.500 H_{c2}(0)$), o número total de vórtices na amostra não ultrapassou 135 e o número máximo de vórtices que penetraram em um único defeito foi cinco (5). Nota-se, também, que há uma maior densidade de vórtices no lado direito da amostra. Isso pode indicar que numa situação dinâmica, os vórtices teriam mais facilidade para mover quando a força de Lorentz sobre eles aponta da esquerda para direita do que o contrário, situação já conhecida por efeito catraca (*ratchet effect*) [63-64].

Observando a dinâmica para o ramo crescente do campo aplicado é importante ressaltar que não há um lado preferencial para a nucleação de vórtices na amostra. Além disso percebe-se que os vórtices ocupam, primeiramente, a camada mais

externa de defeitos com dois vórtices para depois ocupar os mais internos, no qual o defeito $a_{3,4}$ é o último a ser populado.

Agora será analisada a dinâmica de saída de vórtices conforme o campo magnético é diminuído. Lembrando que o campo é diminuído com o mesmo passo em que foi aumentado ($\Delta H = -10^{-3} H_{c2}(0)$).

É interessante notar que até $H = 0.278 H_{c2}(0)$, os 135 vórtices que tinham sido nucleados permaneceram na amostra, porém muitos deles saíram dos defeitos conforme o campo foi diminuído. Em $H = 0.500 H_{c2}(0)$ haviam 32 vórtices nos interstícios, em $H = 0.278 H_{c2}(0)$ este número aumentou para 46. O primeiro vórtice sai da amostra pelo lado direito, quando o valor de campo atinge $H = 0.277 H_{c2}(0)$ e, assim, o número de vórtices no interstício diminui para 45. A Figura 7.34 mostra os *snapshots* do parâmetro de ordem e da função S no estado de equilíbrio do sistema para as três primeiras dinâmica de expulsão de vórtices.

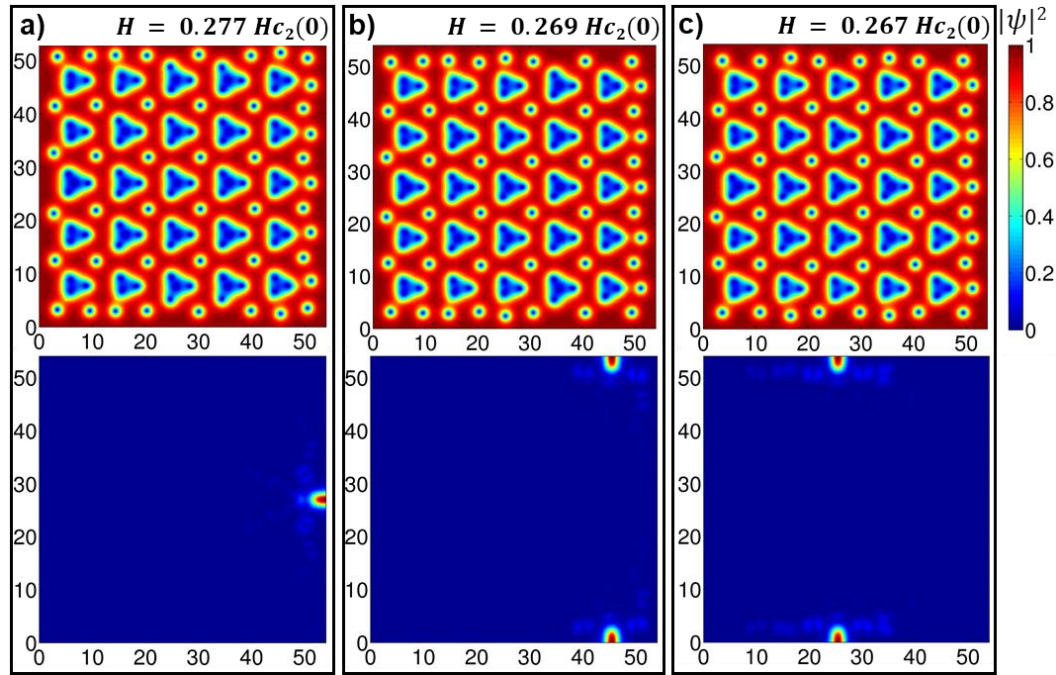


Figura 7.34: *Snapshots* do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para as três primeiras expulsões de vórtices na amostra. (a) primeira expulsão ($H = 0.277 H_{c2}(0)$); (b) segunda expulsão ($H = 0.269 H_{c2}(0)$); (c) terceira expulsão ($H = 0.267 H_{c2}(0)$).

Na segunda parte da dinâmica de expulsão, dois vórtices que também estavam na região intersticial saem pelos lados superior e inferior da amostra. O mesmo

acontece na terceira dinâmica de expulsão. Por meio dos *snapshots* nota-se que há uma maior densidade de vórtices fora dos defeitos no lado direito da amostra.

Ao longo da diminuição do campo aplicado, ocorrem várias expulsões de vórtices. A Figura 7.35 mostra a distribuição do parâmetro de ordem, no estado de equilíbrio, e *snapshots* da função S para alguns valores de campo onde houve expulsão de vórtices da amostra.

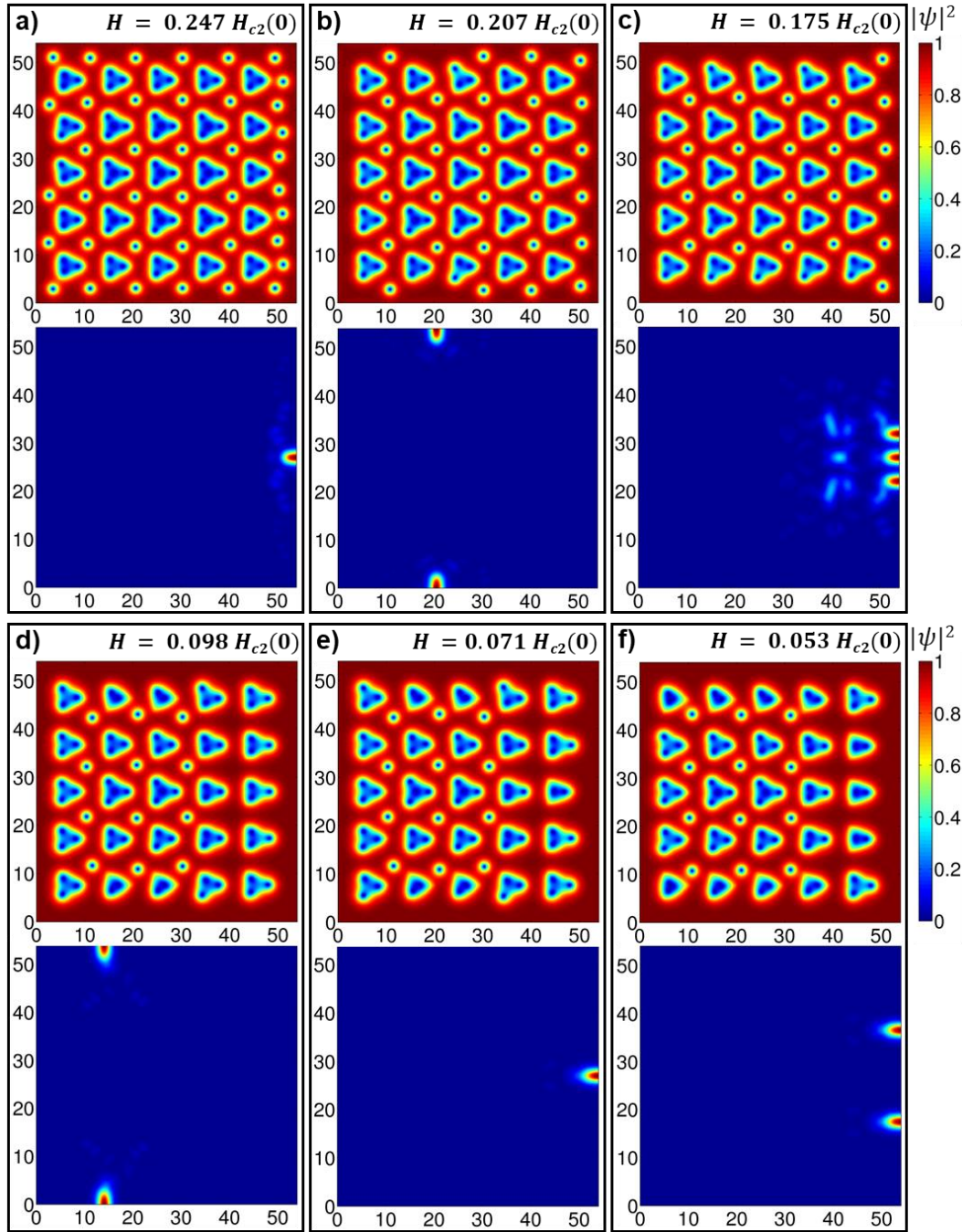


Figura 7.35: Snapshots do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para seis valores de campo em que houve expulsão de vórtices ao longo da diminuição do campo magnético (painéis (a) – (f)).

Em todos os casos, são os vórtices intersticiais que saem da amostra. Primeiramente eles saem dos defeitos, se acomodam na região intersticial e, posteriormente, saem da amostra.

Quando o campo aplicado se anula, é possível notar que há vórtices aprisionados nos defeitos e na região intersticial, mostrando que tanto os defeitos como também tais regiões são efetivos como centros de aprisionamento em $T = 0$. A Figura 7.36 mostra a distribuição do parâmetro de ordem quando o campo aplicado se anula.

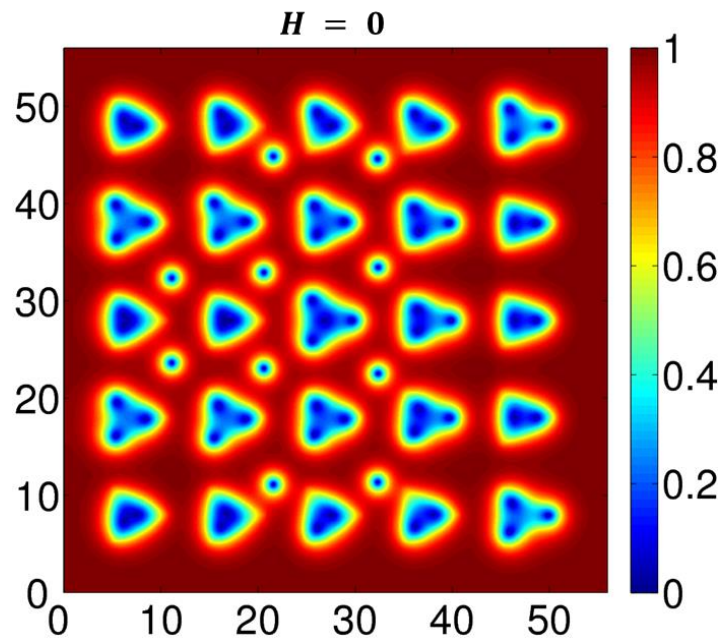


Figura 7.36: Distribuição do parâmetro de ordem supercondutor na amostra contendo uma rede de defeitos triangulares, no estado de equilíbrio, após a redução completa do campo magnético.

Observando a $M(H)$ na Figura 7.24 nota-se que, de fato, há uma magnetização remanente quando o campo é zerado, $M_{rem} = 1.42 \times 10^{-1} H_{c2}(0)$, indicando o aprisionamento de vórtices na amostra. No total, 73 vórtices ficaram aprisionados na amostra, 63 nos defeitos e 10 no interstício.

Quando se inverte o sinal do campo (aqui representado por um H negativo), há duas dinâmicas de expulsão de vórtices antes do campo atingir o valor que foi pré-estabelecido na simulação ($H = -0.050 H_{c2}(0)$). Tais dinâmicas ocorrem em $H = -0.019 H_{c2}(0)$ e $H = -0.025 H_{c2}(0)$ e estão mostradas na Figura 7.37.

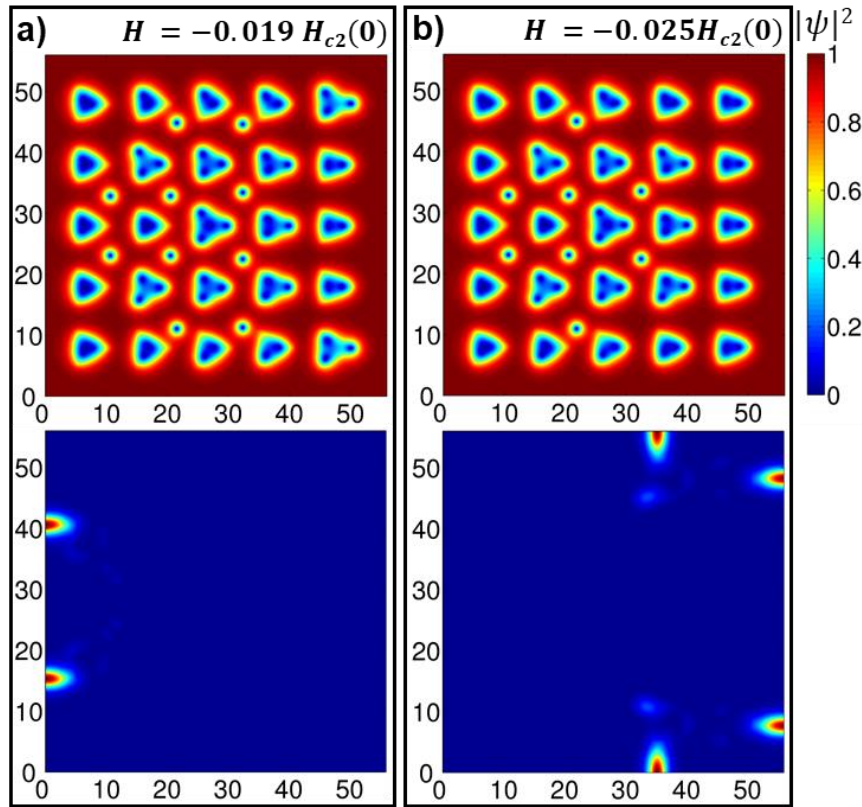


Figura 7.37: Snapshots do estado de equilíbrio do parâmetro de ordem e da função S para as duas últimas expulsões de vórtices na amostra. (a) ($H = -0.019 H_{c2}(0)$); (b) ($H = -0.025(0)$).

Sendo assim, ficam 67 vórtices aprisionados na amostra mesmo após a aplicação de um campo magnético em sentido contrário ao inicialmente aplicado, com intensidade máxima de $0.050 H_{c2}(0)$. Nesse valor de campo, tem-se $M = 1.74 \times 10^{-1} H_{c2}(0)$. Para que todos os vórtices fossem retirados da amostra seria necessário aumentar ainda mais a intensidade desse campo, algo que não foi feito neste trabalho por demandar muito tempo computacional.

Com relação à dinâmica de entrada e saída de vórtices, é possível inferir, por meio da Figura 7.38, que há uma maior facilidade dos vórtices penetrarem na amostra do que serem expulsos. Esse gráfico mostra a evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado. Em preto, têm-se a evolução do número de vórtices conforme o campo é aumentado, e em vermelho conforme ele é retirado.

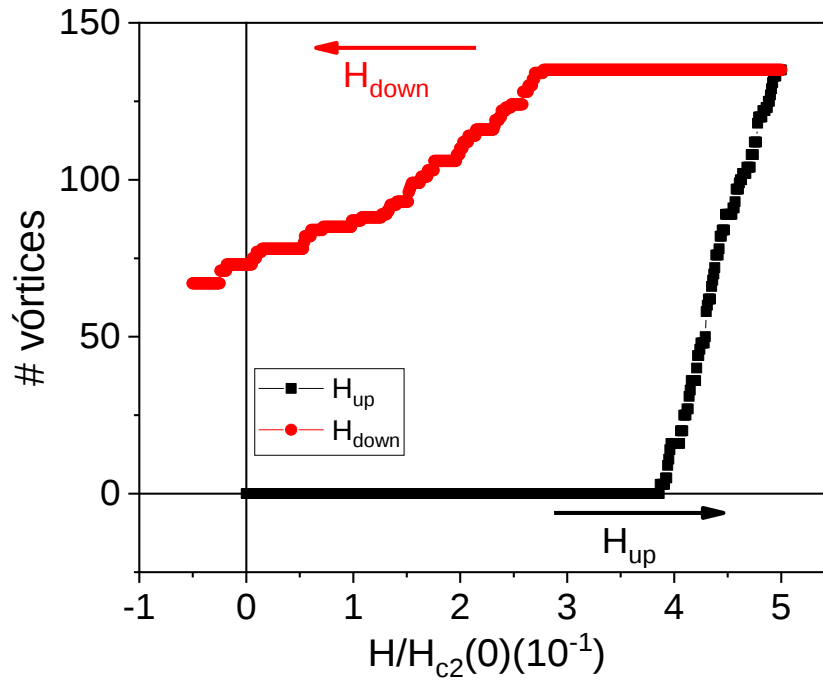


Figura 7.38: Evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado para a amostra contendo uma rede de defeitos. A curva em preto representa a evolução dos vórtices para o valor de campo aumentando e em vermelho para o valor de campo diminuindo.

Nota-se, então, que a curva em preto (vórtices penetrados) é muito mais inclinada, tendo ainda um perfil linear, do que a curva em vermelho (saída de vórtices, com perfil logarítmico), corroborando com o que foi descrito no parágrafo anterior. Isso mostra que esse sistema é efetivo para o aprisionamento de vórtices e o aprofundamento de estudos em sistemas dessa natureza é importante para melhorar a compreensão de como utilizar defeitos para a manipulação de vórtices e para o aumento da corrente crítica.

Por fim, analisando a amostra supercondutora com um único defeito triangular do tipo BH, foi aplicado um campo magnético, com passos $\Delta H = 10^{-3} H_{c2}(0)$, até atingir $H = 0.5 H_{c2}(0)$. Depois, esse campo foi diminuído com o mesmo passo até anular-se. A Figura 7.39 mostra o comportamento da curva $M(H)$ para essa amostra.

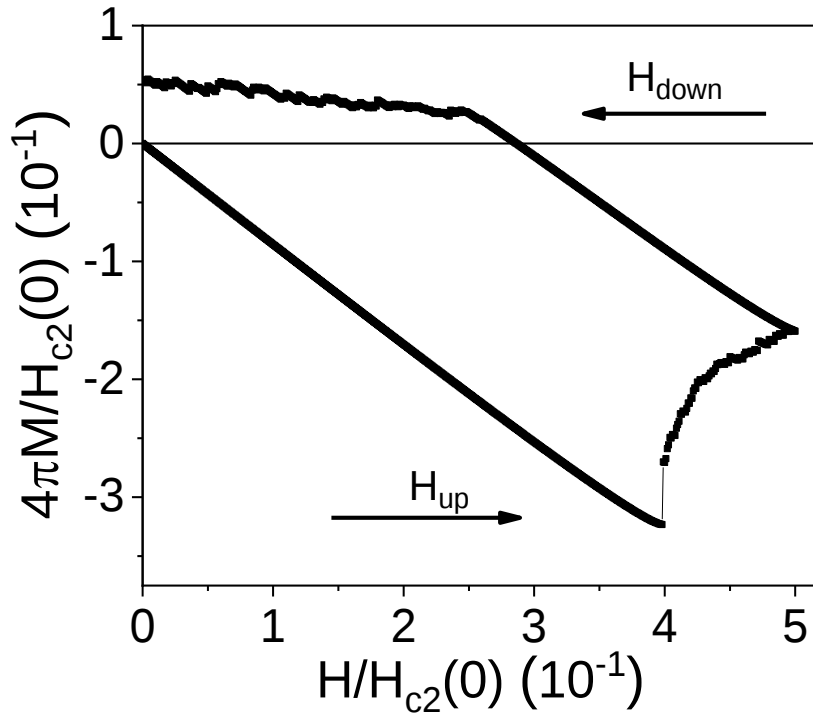


Figura 7.39: Magnetização em função do campo aplicado ($M(H)$) a amostra contendo um único defeito triangular. A amostra possui dimensões de $56 \xi(0) \times 56 \xi(0)$ e o triângulo possui $30 \xi(0)$ de base e altura. Foi utilizado $\kappa = 2$.

Os primeiros vórtices penetram na amostra em $H = 0.399 H_{c2}(0)$, valor este ligeiramente maior do que o encontrado para a rede de defeitos, mostrando que uma diferente distribuição da área defeituosa pela amostra pode alterar o valor de H_{c1} .

A Figura 7.40 mostra o arranjo dos vórtices pela amostra por meio de *snapshots* do $\log|\psi|^2$, para que seja possível observar a distribuição dos vórtices no interior do defeito, bem como as regiões por onde os vórtices se moveram (utilizando a função S) para as três primeiras penetrações.

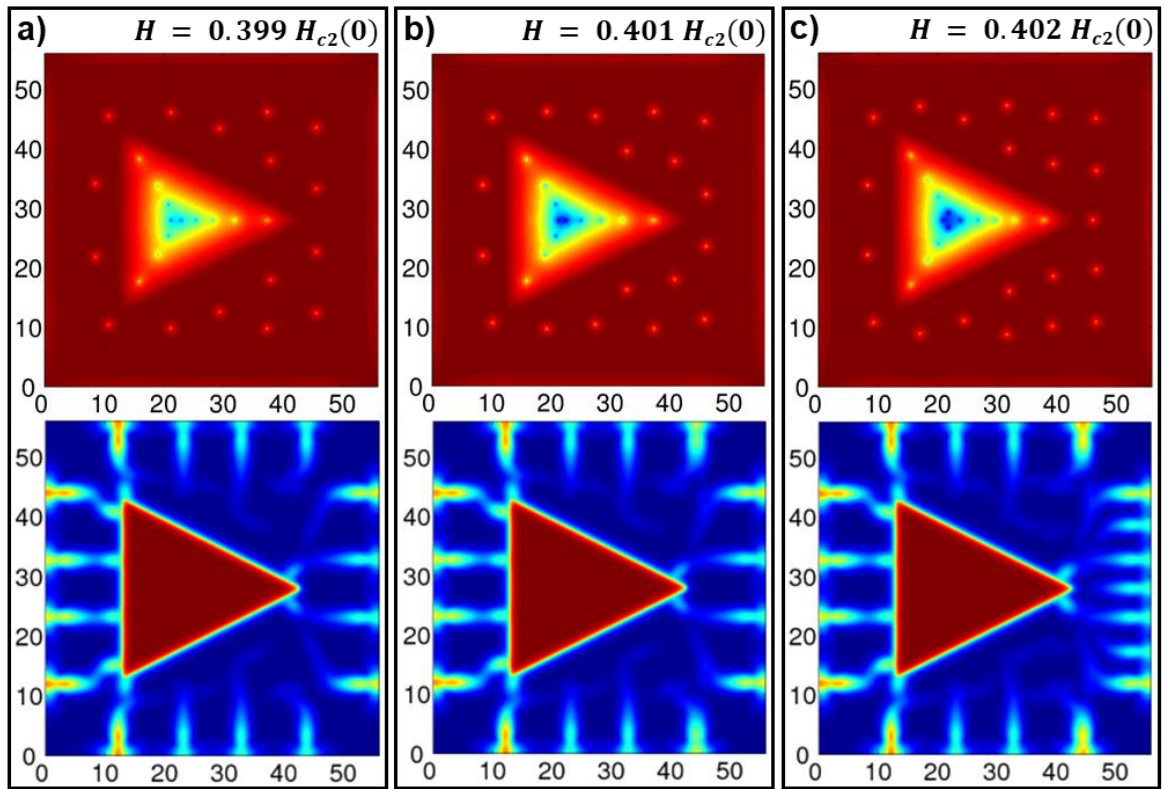


Figura 7.40: Snapshots do estado de equilíbrio do $\log|\psi|^2$ e da função S para as três primeiras penetrações de vórtices no sistema (painéis (a) – (c)).

É importante ressaltar que, neste sistema, a função S foi calculada de uma maneira um pouco diferente. No sistema com rede de defeitos, a matriz da função S era “zerada” a cada passo de campo, já neste sistema, a matriz gerada em um campo sucessor é somada à matriz do campo antecessor. A ideia aqui é tentar captar, quando houver bastante vórtices nucleados, quais foram as regiões preferenciais de penetrações de fluxo.

Na primeira penetração 28 vórtices são nucleados, bem diferente do sistema anterior em que somente três vórtices adentram ao sistema. Desses 28 vórtices, 12 vão para a região de defeito e os outros 16 se estabelecem na matriz supercondutora. Na segunda penetração, mais dois vórtices são nucleados e, na terceira, outros cinco adentram na amostra, totalizando 35 vórtices penetrados (14 no defeito e 21 na matriz). Por meio dos *snapshots* fica evidente que os vórtices que se estabelecem no interior do triângulo perfilam o formato do defeito. Berdiyrov e colaboradores verificaram esse mesmo efeito, porém para um defeito circular [41].

Quando analisamos o campo em que houve a última penetração de vórtices, $H = 0.499 H_{c2}(0)$, é possível ver as regiões preferenciais de entrada de vórtices por

meio do *snapshot* da função S . A Figura 7.41 mostra os *snapshots* do $\log|\psi|^2$ e da função S para tal valor de campo. Nota-se que as regiões mais vermelhas no painel (b) são aquelas com maior movimentação de vórtices, ou seja, preferencialmente os vórtices penetram na região dos vértices da base do defeito (à esquerda, tanto na borda inferior quanto na superior). Outra região com grande fluxo de movimentação de vórtices é aquela nas laterais superior e inferior do lado direito, próximas à ponta do triângulo.

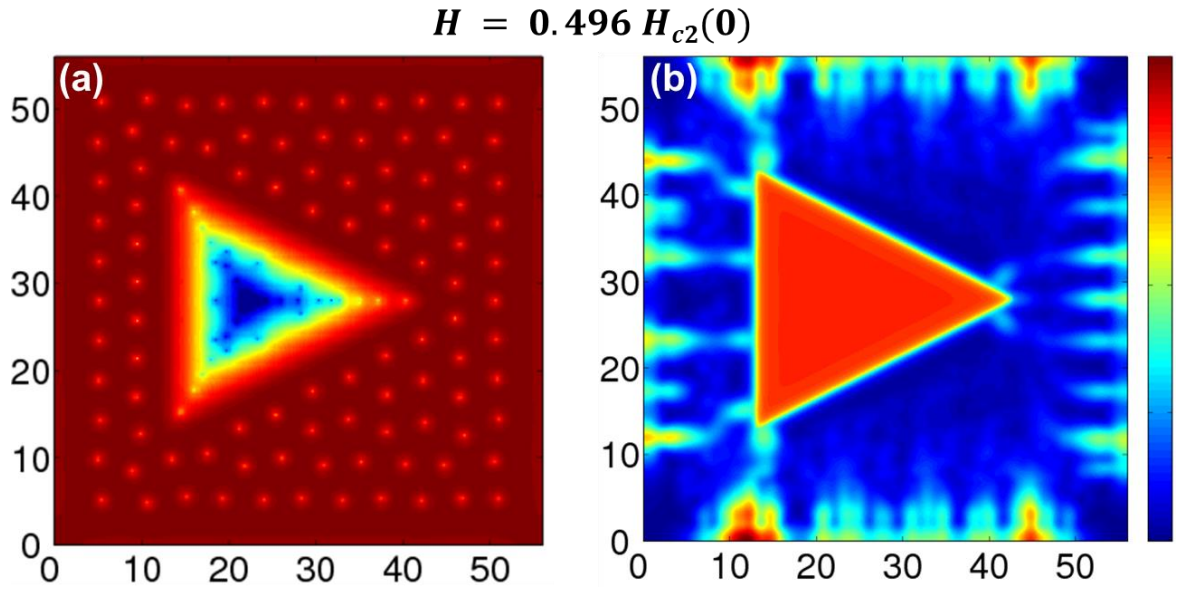


Figura 7.41: Distribuição do $\log|\psi|^2$ pela amostra (painel (a)), no estado de equilíbrio, bem como o *snapshot* da função S (painel (b)) para o valor de campo $H = 0.496 H_{c2}(0)$.

Até o valor máximo de campo aplicado ($H = 0.500 H_{c2}(0)$), o número total de vórtices na amostra não ultrapassou 131, um pouco menos que na amostra com uma rede de defeitos, que atingiu 135 vórtices para esse mesmo valor de campo. Dos 131 vórtices nucleados, 98 se estabelecem na região intersticial, número bem diferente da amostra com a rede de defeitos onde apenas 32 vórtices ficam em tal região. A Figura 7.42 mostra um *snapshot* do parâmetro de ordem para o valor máximo de campo.

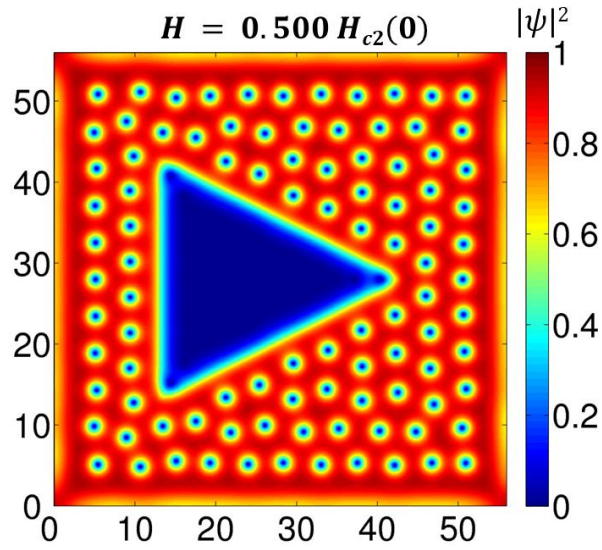


Figura 7.42: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para o valor de campo $H = 0.500 H_{c2}(0)$.

Olhando para o ramo descendente do campo magnético, verifica-se que até $H = 0.259 H_{c2}(0)$ os 131 vórtices permanecem na amostra, enquanto que na rede de defeitos os vórtices permanecem na amostra até $H = 0.278 H_{c2}(0)$. Outro fato a se observar é que nenhum vórtice saiu do defeito entre $H = 0.500 H_{c2}(0)$ e $H = 0.259 H_{c2}(0)$, diferentemente da rede de defeito, onde 14 vórtices saíram dos defeitos entre $H = 0.500 H_{c2}(0)$ e $H = 0.278 H_{c2}(0)$. A Figura 7.43 mostra a configuração do parâmetro de ordem em $H = 0.259 H_{c2}(0)$.

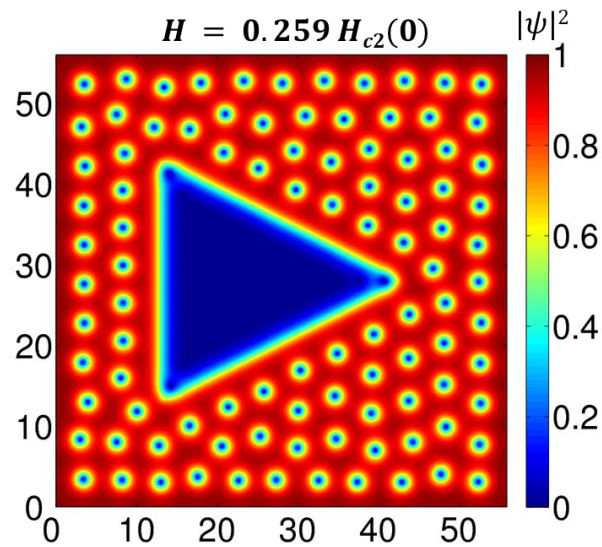


Figura 7.43: Distribuição do parâmetro de ordem pela amostra, no estado de equilíbrio, para o valor de campo $H = 0.259 H_{c2}(0)$, no ramo descendente da $M(H)$.

O primeiro vórtice sai da amostra em $H = 0.258 H_{c2}(0)$. À medida que o campo externo é diminuído, mais vórtices vão sendo expulsos, porém, o cálculo da função S realizado nessa etapa não nos permite analisar em quais pontos da amostra os vórtices são expulsos, por esse motivo optou-se por não explorar isso.

A Figura 7.44 mostra um gráfico a evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado. Em preto, têm-se a evolução do número de vórtices conforme o campo é aumentado, e em vermelho conforme ele decresce.

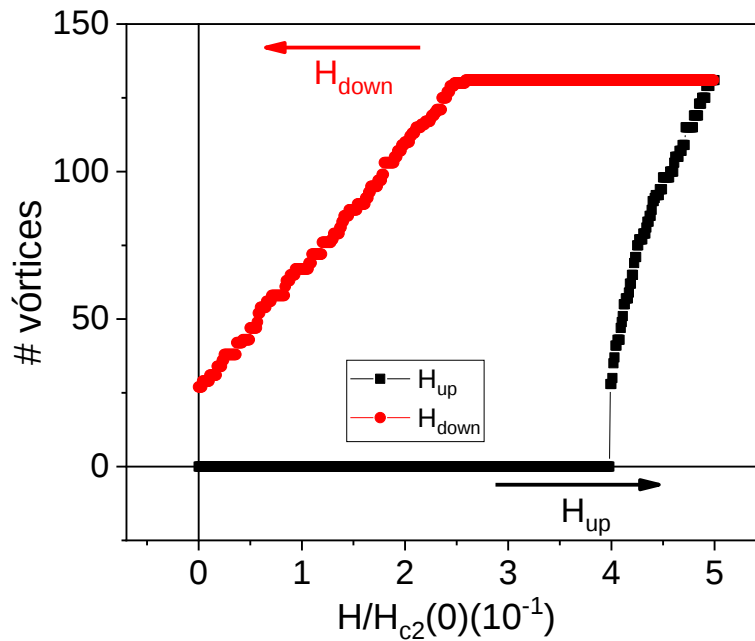


Figura 7.44: Evolução do número de vórtices na amostra em função do campo aplicado para a amostra com um único defeito triangular. A curva em preto representa a evolução dos vórtices para o valor de campo aumentando e em vermelho para o valor de campo diminuindo.

Conforme o campo é retirado, observa-se que há, após a saída do primeiro vórtice, uma relação de linearidade entre o número de vórtices e o campo aplicado. Quando o campo é totalmente retirado observam-se 27 vórtices aprisionados no sistema, todos dentro do defeito. A Figura 7.45 mostra *snapshots* do parâmetro de ordem e da vorticidade quando o campo é totalmente removido ($H = 0$).

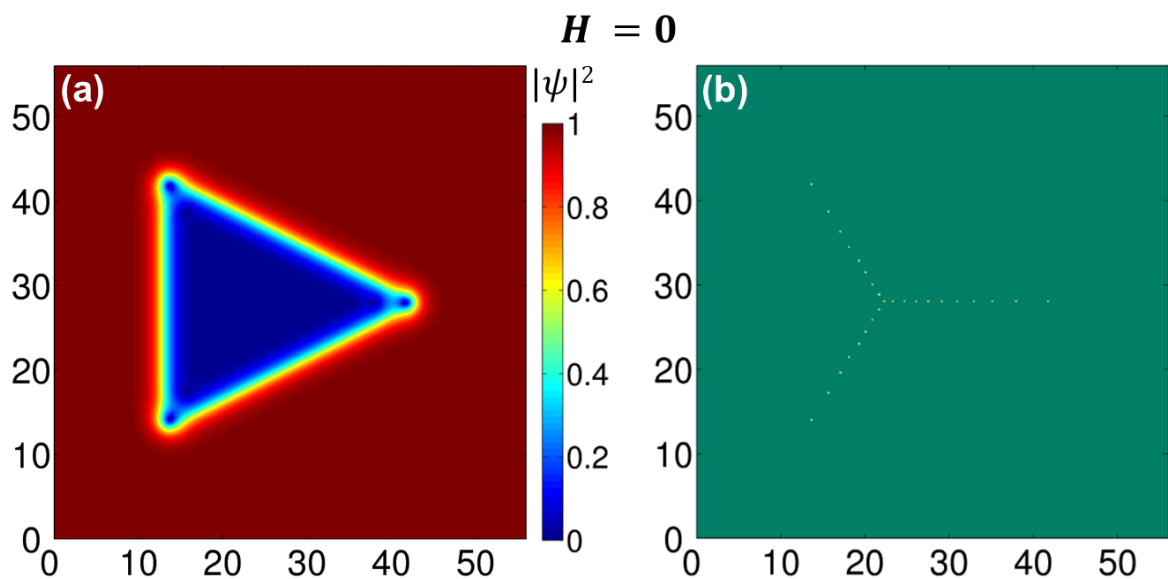


Figura 7.45: Snapshots do (a) parâmetro de ordem supercondutor e da (b) vorticidade na amostra contendo um único defeito triangular, no estado de equilíbrio, após a redução completa do campo magnético.

Olhando a Figura 7.45, nota-se que ao redor do defeito a supercondutividade está bastante preservada (ver painel (a)) e no interior dele observa-se que os vórtices ocupam linhas que vão do baricentro do triângulo até seus vértices (ver painel (b)).

Apesar de tal amostra aprisionar 27 vórtices mesmo após a diminuição do campo magnético, mostrando que ela é efetiva como centro de aprisionamento nas condições estudadas, podemos inferir que ela não é tão efetiva nesse aspecto quanto o sistema com uma rede de defeitos, já que nele ficaram aprisionados 73 vórtices.

Sendo assim, pode-se concluir que, nas condições estabelecidas, a amostra com uma rede de defeitos é mais efetiva como centro de aprisionamento de vórtices do que uma amostra com um único defeito. Assim, a amostra com uma rede de defeitos poderia suportar uma maior corrente crítica (J_c), sendo um sistema mais interessante para aplicações que utilizam o transporte de corrente pelo material. Apesar disso, na amostra com um único defeito, a saída de vórtices possui um comportamento melhor definido, ou seja, possui uma relação linear entre o número de vórtices e o valor do campo aplicado, fazendo com que seja possível prever (ou contar), com maior precisão, o número de vórtices do sistema para determinado valor de campo aplicado quando este está decrescendo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas análises apresentadas na Parte 1, em que se estudou três amostras de tamanho $30\xi(0) \times 30\xi(0)$ com defeitos quadrados centrais de tamanho $10\xi(0) \times 10\xi(0)$ de diferentes tipos, constatou-se que H_{c1} (campo em que ocorre a primeira penetração) não depende da natureza do defeito e a presença de defeitos de diferentes estruturas altera a dinâmica de penetração dos vórtices nos supercondutores e seu arranjo pela amostra. No sistema cujo defeito consiste de um *blind-hole* (BH), a supercondutividade é destruída a partir do defeito para as bordas, já que o mesmo trata-se de um supercondutor de T_c menor que a da matriz que o circunda. Dessa forma, há um crescimento efetivo da interface normal-supercondutora, o que influencia, de sobremaneira, no arranjo dos vórtices ao longo da região intacta.

Pela geometria dos sistemas simulados, os vórtices penetrados sempre tendem a ficar no centro dos mesmos, com isso, aquelas amostras com defeitos centrais consistindo de um BH ou um *antidot* (AD) acabam por aprisionar o vórtice em seu interior. Contudo, isso não acontece no sistema com um *antipinning* (AP) (que consiste de uma região supercondutora de T_c maior que o da matriz), no qual os vórtices só entram na região de defeito a partir da quarta penetração ($H = 0.216H_{c2}(0)$). Esse defeito poderia proteger o material interno e controlar a dinâmica de vórtices com mais precisão nesta região, uma vez que há uma menor quantidade de vórtices penetrando no AP quando comparado com os outros defeitos.

Com relação às correntes próximas da interface supercondutor-defeito, os três sistemas apresentam configurações distintas. No sistema com AD, ocorre o efeito de acúmulo de correntes nos vértices do defeito, produzindo uma região supercondutora menos degradada nessa localidade. Essa região remanescente pode fazer com que a amostra com um AD apresente um H_{c2} mais alto do que amostras com BH.

No sistema com BH, a densidade de corrente possui valor mínimo no centro das laterais do defeito, enquanto que no sistema AP essa região apresenta uma maior aglomeração de correntes. Essas distintas configurações de correntes próximas à interface supercondutor-defeito influenciam na dinâmica e na disposição dos vórtices nas amostras.

As curvas de voltagem induzida, magnetização e energia livre em função do tempo fornecem uma assinatura da dinâmica dos vórtices, sendo possível estudá-las por meio de tais medidas. Como já mencionado anteriormente, a curva de voltagem induzida é bastante interessante, pois fornece um suporte para possíveis estudos experimentais da dinâmica de vórtices em amostras supercondutoras mesoscópicas.

Com relação às análises apresentadas na Parte 2, em que se estudou quatro amostras de tamanho $56\xi(0) \times 56\xi(0)$ com defeitos quadrados centrais de tamanho $20\xi(0) \times 20\xi(0)$ de diferentes tipos, constatou-se, novamente, que a natureza do defeito não influencia em H_{c1} , cujo valor foi exatamente igual para todas as amostras ($H = 0.399H_{c2}(0)$). Além disso, verificou-se que a diminuição do valor de κ faz com que o tempo de simulação diminua, fator importante de se considerar quando se trata de simulação em amostras grandes.

O aumento do tamanho da amostra fez com que os vórtices se organizassem formando uma rede de *Abrikosov* em várias regiões da matriz, revelando que se trata de uma amostra com dimensões macroscópicas. Contudo, a amostra AP apresenta uma maior densidade de vórtices ao redor do defeito, formando o que na literatura denomina-se de estrutura do tipo concha (*shell-like structure*).

Os vórtices que penetram nos defeitos BH e SA formam uma estrutura do tipo X (se organizam ao longo da diagonal do quadrado e, dependendo da densidade de vórtices, forma-se, também, uma estrutura quadrada ao redor daquela em forma de X). No defeito AP, os vórtices penetram somente quando há uma pressão magnética substancial, mostrando, mais uma vez, que esse defeito atua como um centro repulsor de vórtices. Quando, enfim, ocorre a penetração de vórtices no mesmo, observa-se que eles se organizam de maneira totalmente diferente dos vórtices presentes nos outros defeitos.

Sobre SA, verificou-se que apesar do parâmetro de ordem ser nulo em uma grande região do defeito, ele não atua como um AD. O AD apresenta uma região ao redor do defeito em que a supercondutividade é preservada devido ao fenômeno aglomeração de correntes, o que não acontece com na amostra com SA. Sendo assim, a criação de um AD via parâmetro g (tal como é feito o SA) foi descartada.

De forma geral, o aumento do tamanho dos sistemas fez com que os vórtices se organizassem de maneira bastante similar em todas as amostras na região ao redor

do defeito, diferentemente do que acontece nos sistemas de dimensões mesoscópicas (Parte 1) em que as configurações são bem distintas.

Na Parte 3, estudou-se dois sistemas cujas dimensão são de $56\xi(0) \times 56\xi(0)$, um com uma rede de defeitos triangulares e outra com um único defeito triangular, de tal modo que a área de defeito seja a mesma para ambos. Na amostra com uma rede de defeitos triangulares, o lado esquerdo da amostra (que está próximo à base dos triângulos) apresenta uma maior densidade de corrente de blindagem (quando comparado com o lado direito). Assim, é pela interface do lado esquerdo que os vórtices inicialmente penetram na amostra. À medida que ocorre a penetração dos vórtices, observa-se que eles preenchem a camada mais externa de defeitos com dois vórtices antes de ocupar as camadas mais internas.

Com relação às penetrações seguintes, durante a ascensão do campo magnético externo, observou-se que não há um lado preferencial para a entrada de vórtices na amostra, sendo difícil prever os locais onde ocorrerão as nucleações de fluxo. Já na amostra com um único triângulo, constatou-se que os vórtices entram preferencialmente pelas partes superior e inferior da amostra na região mais próxima do defeito.

Quando o campo chega ao valor máximo simulado ($H = 0.5 H_{c2}(0)$), constata-se que o lado direito da amostra com uma rede de defeitos possui uma maior densidade de vórtices, ocasionada pela baixa efetividade na blindagem daquele lado. Ainda, a quantidade máxima de vórtices que um único defeito experimentou foi cinco (5), e este defeito está justamente no lado direito da amostra. O número total de vórtices nessa amostra foi 135 e na amostra com um único defeito triangular, 131.

À medida que o campo é diminuído, os vórtices vão saindo das amostras. Porém, quando o campo é nulo, verifica-se a presença de 73 vórtices na amostra com uma rede de defeitos contra apenas 27 na amostra com defeito único, mostrando que a rede de defeitos é mais efetiva para o aprisionamento de vórtices nas condições estudadas. Quando se trata de aplicações que são baseadas no transporte de correntes pelo supercondutor, ter um sistema que aprisiona os vórtices com efetividade é extremamente importante.

Ainda assim, a amostra com um único defeito possui uma característica muito interessante que a outra amostra não possui: uma relação linear entre o número de vórtices e o campo aplicado quando eles estão sendo expulsos do sistema. Isso traz

como consequência a possibilidade de prever com maior exatidão o número de vórtices da amostra ao longo do ramo ascendente da $M(H)$, que é importante quando se estuda a manipulação sistemática desses fluxóides.

Para trabalhos futuros, seria bastante interessante a inserção de defeitos dinâmicos na amostra (em que a T_c do defeito varia também no tempo), que estão sendo bastante estudados atualmente e que têm aplicabilidades muito interessantes como, por exemplo, em dispositivos detectores de fóton único (em inglês, *single photon detectors*, SPDs) [65-67].

IMPACTO CIENTÍFICO-SOCIAL DA PESQUISA

O estudo da matéria de vórtices em filmes supercondutores desempenha um papel importante para o entendimento de aplicações da supercondutividade de forma geral. Na maioria das aplicações eletrônicas, o fluxo magnético penetra no supercondutor e a presença de vórtices - ou o seu movimento - levará a processos dissipativos, ruídos de fluxo, ou modificação local das propriedades supercondutoras nesses dispositivos. Na maioria das aplicações, isto significa que a performance do dispositivo é diminuída. O movimento guiado e/ou o aprisionamento de vórtices podem reduzir ou até prevenir esses efeitos.

Ademais, a manipulação de vórtices não é apenas uma ferramenta útil para evitar a degradação das propriedades dos dispositivos supercondutores, mas também pode ser usada para analisar e entender propriedades físicas novas e interessantes e desenvolver novos conceitos para aplicações desses materiais.

No caso deste trabalho, a partir das simulações feitas pudemos compreender melhor como os fluxóides que penetram nos sistemas supercondutores interagem com as diferentes estruturas de defeitos, contribuindo para um entendimento mais amplo dos parâmetros essenciais para o aprisionamento e/ou manipulação dos vórtices.

Além disso, a evolução deste trabalho estimulou o estudo de novas estruturas de defeitos (como, por exemplo, os defeitos dinâmicos), abrindo espaço para o desenvolvimento de novos conceitos para aplicações de supercondutores.

Assim, a compreensão ampla e profunda da dinâmica de vórtices é muito importante em aplicações que utilizam sistemas supercondutores e requer mais investigações. Uma melhor compreensão levará a uma melhoria do desempenho dos componentes supercondutores já existentes e pode, também, fomentar o desenvolvimento de novos dispositivos.

Além da parte prática descrita, há ainda que considerar que este trabalho amplia o conhecimento científico, trazendo novos aspectos ou mesmo ampliando os existentes. Adicionalmente, forma-se um profissional melhor qualificado, com conhecimento e visão profissional mais ampla se comparado com um outro que se insere no mercado de trabalho logo após a sua graduação.

REFERÊNCIAS

- [1] EMBON, L. et al. Imaging of super-fast dynamics and flow instabilities of superconducting vortices. **Nature communications**, v. 8, n. 1, p. 1-10, 2017.
- [2] WÖRDENWEBER, R.; LAHL, P.; SELDERS, P.. Vortex matter in active and passive superconducting devices. **Journal of low temperature physics**, v. 130, n. 3-4, p. 435-447, 2003.
- [3] WÖRDENWEBER, R. Engineering of superconductors and superconducting devices using artificial pinning sites. **Physical Sciences Reviews**, v. 2, n. 8, 2017.
- [4] WÖRDENWEBER, Roger. **Superconductors at the Nanoscale: From Basic Research to Applications**. de Gruyter, 2017.
- [5] KARAPETROV, G. et al. Evidence of vortex jamming in Abrikosov vortex flux flow regime. **Physical Review B**, v. 86, n. 5, p. 054524, 2012.
- [6] INOUE, M. et al. Enhancement of In-Field Current Transport Properties in GdBCO Coated Conductors by BaHfO₃ Doping. **IEEE transactions on applied superconductivity**, v. 23, n. 3, p. 8002304-8002304, 2013.
- [7] JONES, A. et al. Dominant factors for the pinning enhancement by large artificial partial and complete antidots in superconducting films. **Superconductor Science and Technology**, v. 33, n. 3, p. 035004, 2020.
- [8] SELDERS, P.; WÖRDENWEBER, R. Low-frequency noise reduction in YBa₂Cu₃O_{7-δ} superconducting quantum interference devices by antidots. **Applied physics letters**, v. 76, n. 22, p. 3277-3279, 2000.
- [9] MARX, A.; GROSS, R. Scaling behavior of 1/f noise in high-temperature superconductor Josephson junctions. **Applied physics letters**, v. 70, n. 1, p. 120-122, 1997.
- [10] YOKOSAWA, K. et al. Mechanisms of noise increase in direct-coupled high T_c superconducting quantum interference device magnetometers exposed to magnetic fields. **Journal of Applied Physics**, v. 90, n. 8, p. 4049-4055, 2001.
- [11] KWOK, W. K. et al. Direct observation of dissipative flux motion and pinning by twin boundaries in YBa₂Cu₃O_{7-δ} single crystals. **Physical review letters**, v. 64, n. 8, p. 966, 1990.
- [12] VARGAS, J. L.; LARBALESTIER, D. C. Flux pinning by ordered oxygen-deficient phases in nearly stoichiometric YBa₂Cu₃O_{7-δ} single crystals. **Applied physics letters**, v. 60, n. 14, p. 1741-1743, 1992.
- [13] PANDE, C. S.; SUENAGA, M. A model of flux pinning by grain boundaries in type-II superconductors. **Applied Physics Letters**, v. 29, n. 7, p. 443-444, 1976.

- [14] ANTONČÍK, F. et al. Nanosized Pinning Centers in the Rare Earth-Barium-Copper-Oxide Thin-Film Superconductors. **Nanomaterials**, v. 10, n. 8, p. 1429, 2020.
- [15] SADOVSKYY, I. A. et al. Effect of hexagonal patterned arrays and defect geometry on the critical current of superconducting films. **Physical Review B**, v. 95, n. 7, p. 075303, 2017.
- [16] WANG, Y. L. et al. Enhancing superconducting critical current by randomness. **Physical Review B**, v. 93, n. 4, p. 045111, 2016.
- [17] ROLLANO, V. et al. Vortex dynamics controlled by local superconducting enhancement. **New Journal of Physics**, v. 21, n. 11, p. 113059, 2019.
- [18] ADAMI, O.-A. et al. Onset, evolution, and magnetic braking of vortex lattice instabilities in nanostructured superconducting films. **Physical Review B**, v. 92, n. 13, p. 134506, 2015.
- [19] JELIĆ, Ž. L. et al. Stroboscopic phenomena in superconductors with dynamic pinning landscape. **Scientific reports**, v. 5, p. 14604, 2015.
- [20] XUE, C. et al. Open circuit voltage generated by dragging superconducting vortices with a dynamic pinning potential. **New Journal of Physics**, v. 21, n. 11, p. 113044, 2019.
- [21] BLUNDELL, S. **Superconductivity: A Very Short Introduction** (1^a ed.). UK, USA: Oxford University Press, Oxford University Press Inc. New York. 2009, 1-153 p. ISBN: 978-0-19-954090-7.
- [22] TINKHAM, M. **Introduction to Superconductivity**. Dover Publications, Inc., New York, USA, ed.2, (2004).
- [23] LONDON, F.; LONDON, H. The electromagnetic equations of the supraconductor. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences**, v. 149, n. 866, p. 71-88, 1935.
- [24] GINZBURG V. L.; LANDAU, L. D., Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. 20, 1064 (1950).
- [25] BARDEEN, J.; COOPER, L. N.; SCHRIEFFER, J. R. Theory of superconductivity. **Physical review**, v. 108, n. 5, p. 1175, 1957.
- [26] COOPER, L. N. **Phys. Rev.** 104, 1189, (1956).
- [27] POOLE JR, C. P.; FARACH, H. A.; CRESWICK, R. J. **Superconductivity**. Academic Press, San Diego, USA (1995).
- [28] SOUTO, V. S. **Efeito de restrições na dinâmica de vórtices cinemáticos em supercondutores gap-like e gapless**. Dissertação (Mestrado em Ciência dos Materiais na área de Física da Matéria Condensada/Supercondutividade), Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP/FEIS. Ilha Solteira, 2018.

- [29] DUARTE, E. C. S. **Influência de uma fenda na dinâmica de vórtices utilizando a teoria de Ginzburg-Landau dependente do tempo**. Dissertação. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Departamento de Física e Química. Programa de Pós-Graduação em Ciências dos Materiais (PPGCM). Ilha Solteira, 2013.
- [30] ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. **Física Matemática: métodos matemáticos para engenharia e física**. Rio de Janeiro: Elsevier: Campus, 2007.
- [31] SEVERINO, A. L. **Estudo de materiais supercondutores em forma de SQUID com uma constrição usando métodos de paralelização computacional**. Dissertação. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Faculdade de Ciências. Bauru, 2015.
- [32] PASCOLATI, M. C. V. **Dinâmica de vórtices em filmes finos supercondutores de superfície variável**. Dissertação. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Faculdade de Ciências. Bauru, 2010.
- [33] ABRIKOSOV, A. A. On the magnetic properties of superconductors of the second group. **Soviet Physics-JETP**, v. 5, p. 1174-1182, 1957.
- [34] MOTTA, M. **Flux avalanches in patterned superconducting thin films: ac susceptibility, morphology and related studie**. Tese Doutorado, UFSCar São Carlos, (2013).
- [35] SCHWEIGERT, V. A.; PEETERS, F. M.; DEO, P. Singha. Vortex phase diagram for mesoscopic superconducting disks. **Physical review letters**, v. 81, n. 13, p. 2783, 1998.
- [36] BAEUS, B. J.; PEETERS, F. M. Dependence of the vortex configuration on the geometry of mesoscopic flat samples. **Physical Review B**, v. 65, n. 10, p. 104515, 2002.
- [37] ZADOROSNY, R. et al. Crossover between macroscopic and mesoscopic regimes of vortex interactions in type-II superconductors. **Physical Review B**, v. 85, n. 21, p. 214511, 2012.
- [38] SILHANEK, A. V. et al. Enhanced vortex pinning by a composite antidot lattice in a superconducting Pb film. **Physical Review B**, v. 72, n. 1, p. 014507, 2005.
- [39] HARADA, K. et al. Direct observation of vortex dynamics in superconducting films with regular arrays of defects. **Science**, v. 274, n. 5290, p. 1167-1170, 1996.
- [40] SILHANEK, A. V.; RAEDTS, Sophie; MOSHCHALKOV, V. V. Ac response of Pb thin films with a periodic pinning potential. **Physica C: Superconductivity**, v. 404, n. 1-4, p. 345-349, 2004.
- [41] BERDIYOROV, G. R.; MILOŠEVIĆ, M. V.; PEETERS, F. M. Composite vortex ordering in superconducting films with arrays of blind holes. **New Journal of Physics**, v. 11, n. 1, p. 013025, 2009.

- [42] BEZRYADIN, A.; OVCHINNIKOV, Y. N.; PANNETIER, B. Nucleation of vortices inside open and blind microholes. **Physical Review B**, v. 53, n. 13, p. 8553, 1996.
- [43] REICHHARDT, C.; GRØNBECH-JENSEN, N. Collective multivortex states in periodic arrays of traps. **Physical review letters**, v. 85, n. 11, p. 2372, 2000.
- [44] SHAW, G. et al. Metastable inhomogeneous vortex configuration with non-uniform filling fraction inside a blind hole array patterned in a BSCCO single crystal and concentrating magnetic flux inside it. **Superconductor Science and Technology**, v. 29, n. 6, p. 065021, 2016.
- [45] HORNG, L. et al. Experimental and simulation study of pinning phenomena in superconductors with regular composite pinning arrays. **Journal of Applied Physics**, v. 113, n. 17, p. 17E118, 2013.
- [46] BERDIYOROV, G. R. et al. Pillars as antipinning centers in superconducting films. **Physical Review B**, v. 77, n. 2, p. 024526, 2008.
- [47] SCHMID, A. **Phys. Kondens. Mater.** 5, 302 (1966).
- [48] WATTS-TOBIN, R. J.; KRÄHENBÜHL, Y.; KRAMER, L. Nonequilibrium theory of dirty, current-carrying superconductors: Phase-slip oscillators in narrow filaments near T_c . **Journal of Low Temperature Physics**, v. 42, n. 5, p. 459-501, 1981.
- [49] DUARTE, E. C. S. **Processos térmicos e estado resistivo em supercondutores mesoscópicos**: dinâmica de vórtices e gradiente e difusão térmica estudados usando o teorema da energia livre e o formalismo de Ginzburg-Landau. 2018. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira, 2018.
- [50] KOGUT, J. B. An introduction to lattice gauge theory and spin systems. **Reviews of Modern Physics**, v. 51, n. 4, p. 659, 1979.
- [51] GROPP, W. D. et al. Numerical simulation of vortex dynamics in type-II superconductors. **Journal of Computational Physics**, v. 123, n. 2, p. 254-266, 1996.
- [52] WINIECKI, T.; ADAMS, C. S. A fast semi-implicit finite-difference method for the TDGL equations. **Journal of Computational Physics**, v. 179, n. 1, p. 127-139, 2002.
- [53] BRISBOIS, J. et al. Flux penetration in a superconducting film partially capped with a conducting layer. **Physical Review B**, v. 95, n. 9, p. 094506, 2017.
- [54] MKRTCHYAN, G. S.; SHMIDT, V. V. Interaction between a cavity and a vortex in a superconductor of the second kind. **Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics**, v. 34, p. 195, 1972.
- [55] OKIMOTO, D.; SARDELLA, E.; ZADOROSNY, R. Profile and Crowding of Currents in Mesoscopic Superconductors With an Array of Antidots. **IEEE Transactions on Applied Superconductivity** (Print), v. 25, p. 1-4, 2015.

- [56] CLEM, J. R.; BERGGREN, K. K. Geometry-dependent critical currents in superconducting nanocircuits. **Physical Review B**, v. 84, n. 17, p. 174510, 2011.
- [57] MOTTA, M. et al. Controllable morphology of flux avalanches in microstructured superconductors. **Physical Review B**, v. 89, n. 13, p. 134508, 2014.
- [58] RAEDTS, S. et al. Flux pinning properties of holes and blind holes arranged periodically in a superconductor. **Physica C: Superconductivity**, v. 404, n. 1-4, p. 298-301, 2004.
- [59] LISBOA-FILHO, P. N.; MALVEZZI, A. L.; SARDELLA, E. Minimum size for the occurrence of vortex matter in a square mesoscopic superconductor. **Physica B: Condensed Matter**, v. 403, n. 5-9, p. 1494-1496, 2008.
- [60] KRAMER, L.; PESCH, W.; WATTS-TOBIN, R. J. Local structure and thermodynamic behavior of dirty superconductors in the mixed state at arbitrary temperature. **Journal of Low Temperature Physics**, v. 14, n. 1, p. 29-51, 1974.
- [61] GUBIN, A. I. et al. Dependence of magnetic penetration depth on the thickness of superconducting Nb thin films. **Physical Review B**, v. 72, n. 6, p. 064503, 2005.
- [62] EMBON, L. et al. Imaging of super-fast dynamics and flow instabilities of superconducting vortices. **Nature communications**, v. 8, n. 1, p. 1-10, 2017.
- [63] SILVA, C. C. S. et al. Controlled multiple reversals of a ratchet effect. **Nature**, v. 440, n. 7084, p. 651-654, 2006.
- [64] SILVA, C. C. S. et al. Vortex ratchet effects in films with a periodic array of antidots. **Physical Review B**, v. 73, n. 1, p. 014507, 2006.
- [65] SÖDERSTRAND, Alexander. Models of superconducting nanowire single-photon detection. 2017.
- [66] YOU, L. Superconducting nanowire single-photon detectors for quantum information. **Nanophotonics**, v. 9, n. 9, p. 2673-2692, 2020.
- [67] KORZH, B. et al. Demonstration of sub-3 ps temporal resolution with a superconducting nanowire single-photon detector. **Nature Photonics**, v. 14, n. 4, p. 250-255, 2020.