

**UNIVERSIDA DE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM FÍSICA
CAMPUS DE RIO CLARO**

**DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DE UM INDEXO ECONÔMICO EM
MERCADO EMERGENTE – BOLSA DE VALORES DE SÃO
PAULO (IBOVESPA)**

Patrícia Soyuri Yamaguchi
Orientador: Hari Mohan Gupta

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós Graduação em
Física como requisito para a
obtenção do título de Mestre na
Área de concentração em Física
Aplicada.

Rio Claro
S.P. Brasil
2005

312 Yamaguchi, Patrícia Soyuri
Y19d Distribuição estatística de um indexo econômico mercado
emergente – Bolsa de valores de São Paulo (Ibovespa) /
Patrícia Soyuri Yamaguchi. – Rio Claro : [s.n.], 2005
73 f. : il., gráfs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Hari Moham Gupta

1. Estatística aplicada. 2. Mercado de ações – Brasil. I.
Título.

PATRICIA SOYURI YAMAGUCHI

26 anos - brasileira / casada

Fone: (19) 3405-5345 ou 9153-7557

Rua Ibirapuera, 1459 - Jardim Ipiranga

Americana/SP - CEP: 13468-490

patricia.yamaguchi@bol.com.br

Formação Acadêmica:

Curso de Primeiro Grau: E.E.P.G “Monsenhor Magi”, concluído no ano de 1992

Curso de Segundo Grau: Colégio Dom Pedro II, com habilitação em técnico em contabilidade e concluído no ano de 1995

Curso Superior: UNESP – Rio Claro, no curso de matemática- licenciatura e concluído no ano de 2001

Mestrado: início no ano de 2003 e término no mês de maio em 2005 na UNESP-Rio Claro, em física aplicada.

Experiência Profissional:

25/11/98 à 17/12/98 e 14/09/99 à 30/11/99, Escola João Batista Leme situado em Rio Claro

04/01/99 à 30/11/99, Escola Heitor Penteado, situado em Americana

17/03/00 à 30/02/02, Escola Neuza Nazatto, situado em Santa Bárbara D’ Oeste

Nestas escolas sempre trabalhei como eventual e participei do projeto de Recuperação de Férias

07/02/2002, Escola Romana e Escola Odair, situado em Santa Bárbara D’ Oeste

07/02/2003, Escola Romana, Escola Odair e Escola Brocatto, situado em Santa Bárbara D’ Oeste

07/02/2004, Escola Odair, Escola Brocatto, Escola Ulisses situadas em Santa Bárbara D’ Oeste e Escola Olympia situada em Americana.

Cursos

05/11/98 à 07/11/98, XX Semana da Matemática, na UNESP em Rio Claro no depto de matemática

28/08/00 à 30/08/00, Sim- Simpósio de Matemática para Graduação, na USP em São Carlos no instituto de ciências matemática e de computação

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM FÍSICA
CAMPUS DE RIO CLARO**

**DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DE UM INDEXO ECONÔMICO EM
MERCADO EMERGENTE – BOLSA DE VALORES DE SÃO
PAULO (IBOVESPA)**

Patrícia Soyuri Yamaguchi
Orientador: Hari Mohan Gupta

Prof. Dr. Hari Mohan Gupta – Orientador
IGCE/RC

Prof. Dr. Gerson Antônio Santarine
IGCE/RC

Prof. Dr. Osvaldo Missiato
AFA – Academia da Força
Aérea
Pirassununga/SP

Rio Claro
S.P. Brasil
2005

“Conhecimento e Imaginação são os maiores de todos os poderes.” (SILVIA HELENA CARDOSO)

**Dedico este trabalho a Deus,
a meu pai,
ao meu esposo,
nos momentos em que estive
ausente para realização
deste trabalho.**

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Hari Mohan Gupta, mestre e orientador, pela oportunidade de ter sido sua aluna, pela direção e atenção com que sempre dispensou à minha pessoa.

Aos Profs. Drs. Campanha e Dimas, pela sensatez, paciência e longanimidade com que sempre me atenderam.

Aos Profs. Drs. Gerson Antonio Santarine e Osvaldo Missiato pelas sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

Ao Instituto de Geociências e à Coordenação do Departamento de Pós – Graduação em Física da UNESP de Rio Claro, pelo apoio e suporte.

A BOVESPA pela forma gentil com que nos atendeu por e-mail fornecendo os dados para a realização deste trabalho.

Aos meus amigos Juliana, Eliana, Fabiano e Mariana, que me auxiliaram neste trabalho.

A todo o pessoal do Departamento de Física, pela gentileza com que sempre me trataram, em especial a Rosana pela paciência e por ter me ajudado neste trabalho.

Ao cursinho comunitário de Americana, e escolas de Americana e Santa Bárbara D' Oeste do estado de São Paulo, pela experiência e suporte financeiro.

A todos os meus amigos e parentes que não citarei pois não caberá nesta folha.

Ao carinho e apoio de meu pai e meu esposo pelo incentivo, paciência e ajuda financeira.

Obrigada a todos.

“É verdade, nós sabemos que somos algo mais do apenas neurônios disparando; ou, pelo menos, é isso que pensamos ser, enquanto os neurônios estão disparando.” (Patricia Churchland)

SUMÁRIO

Sumário	vi
Índice	vii
Resumo	ix
Abstract	x
Lista de Figuras	xi
Capítulo 1 – Introdução	12
Capítulo 2 – Sistemas Complexos	17
Capítulo 3 – Distribuições Estatísticas	26
Capítulo 4 – História do Mercado Financeiro e Mercado de Ações	38
Capítulo 5 – Distribuições Estatísticas nos Índices da Economia no Mercado Emergente	57
Referências Bibliográficas	69

Índice

Capítulo 1	12
Introdução	12
1.1 – Física e Finanças	12
1.2 – O Trabalho	15
1.3 – Importância do Trabalho	16
Capítulo 2	17
Sistemas Complexos	17
2.1 – Introdução	17
2.2 – Características dos Sistemas Complexos	21
2.2.1 – Distribuição da Lei de Potência	22
2.2.2 – Geometria Fractal	22
2.2.3 – Ruído um – sobre – f (1/f)	23
2.2.4 – Lei de Zipf	24
Capítulo 3	26
Distribuições Estatísticas	26
3.1 – Distribuição Normal	26
3.2 – Distribuição Exponencial	29
3.3 – Distribuição da Lei de Potência	31
3.4 – Distribuição Log – Normal	32
3.4.1 – Exemplos de Distribuição Log – Normal	34
3.5 – Distribuição da Lei de Potência Gradualmente Truncada	35
Capítulo 4	38
História do Mercado Financeiro e Mercado de Ações	38
4.1 – Sistema Financeiro como um Sistema Complexo	38
4.2 – Introdução ao Mercado Financeiro	39
4.3 – Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA)	43
4.4 – Mercado Acionário e Retornos de Preços	48
4.5 – Modelos para Mercado Acionário	50
4.6 – Hipótese do Mercado Eficiente (HME)	53

Capítulo 5	57
Distribuições Estatísticas nos Índices da Economia no Mercado Emergente	57
5.1 – Introdução	57
5.2 - Distribuições Estatísticas Diárias na Variação do Índices no Fechamento da Bolsa de Valores	59
5.3 – Discussão	67
5.4 – Conclusão	68
Referências Bibliográficas	69

RESUMO

Apesar de ser um problema de grande interesse financeiro, a distribuição e o mecanismo da variação de preços da bolsa de valores não está bem compreendido. Os Profissionais da área geralmente usam distribuição normal sempre trocando parâmetros durante a distribuição apesar de muitas outras distribuições como lei de potência que foi observado em muitos outros casos.

No presente trabalho, estudamos distribuição de variação diária percentual de preços do Ibovespa (índice da bolsa de valores de São Paulo, Brasil), no período de 1968 à 2002 com 8.562 dados e observamos que a distribuição é bem dada pela distribuição exponencial com um só parâmetro. Acreditamos que este trabalho pode ser atribuído ao resultado do efeito psicológico e econômico juntos. Para pequenos intervalos de tempo (\cong 10 minutos) fatores emocionais são mais importantes dando distribuição Lei de Potência. Já para longo intervalo de tempo (\cong 1 semana) da distribuição normal por causa de fatores econômicos.

ABSTRACT:

In spite of a problem of great financial interest, the distribution and mechanism of the variation of stock market price is not clear. Normally professional of the area use normal distribution varying parameters during the distribution, in spite of other distributions like power law is observed in many cases.

In the present work, we study statistical distribution of daily percentage variation of São Paulo stock market (Ibovespa) for the period of 1968 to 2002 with 8.562 datas. We observed that distribution is well given through exponential distribution with only one parameter. We consider that this distribution is due to combined psychological (for in minutes time scale) and economical (for time scales in weeks) effects.

Lista de Figuras:

Figura 1: Gráfico da Distribuição Normal	29
Figura 2: Gráfico da Distribuição Exponencial	30
Figura 3: Gráfico da Lei de Potência	32
Figura 4: Gráfico da Distribuição Log–Normal	34
Figura 5: Gráfico da Variação Percentual Diária pela Densidade de Frequência	60
Figura 6: Gráfico do Log das Variações Percentuais Diárias pelo Log da Densidade de Frequência das Classes Positivas	61
Figura 7 : Gráfico dos Log das Variações Percentuais Diárias pelo Log da Densidade de Frequência das Classes Negativas	62
Figura 8 : Gráfico das Variações Percentuais Diárias pelo Log da Densidade de Frequência	63
Figura 9 : Gráfico da Distribuição Normal em Comparação com os Dados Empíricos	64
Figura 10: Gráfico da Distribuição Exponencial em Comparação com os Dados Empíricos	65
Figura 11: Gráfico das Variações Percentuais pelo Log da Densidade de Frequência para intervalos de tempo de observações sucessivas De 1 minuto, 1 dia e 1 mês	66

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Física e Finanças

O que poderia haver em comum entre a física e as oscilações das bolsas de valores? Um exame mais atento, entretanto, mostra que trabalhar com dinheiro significa lidar com números e quantidades que variam de maneira complexa. E não há desejo maior de um físico do que tentar entender e modelar um sistema, utilizando ferramentas matemáticas. Tais sistemas podem ser o conjunto de moléculas em um gás, ou a dinâmica das estrelas em uma galáxia. Mas também pode ser a interação de vários agentes financeiros vendendo e comprando ações no pregão da bolsa de valores. E é justamente essa qualidade tão peculiar aos físicos que tem atraído a atenção das empresas da área financeira.

O físico não se limita a repetir métodos já existentes, mas desenvolver suas próprias ferramentas e inventar processos novos durante a resolução de um determinado problema. O treinamento, a familiaridade com a matemática e

a computação, a disciplina e a flexibilidade para resolver questões complexas que os físicos têm, dá um destaque significativo para físicos em finanças.

No início da década de 1990, alguns físicos perceberam que o comportamento dos mercados seguia leis de potência e conjecturaram que seria possível modelá-los utilizando as mesmas ferramentas usadas na física de sistemas complexos.

Todos esses fatores, acrescidos da descoberta da presença de leis matemáticas que pareciam influenciar os fenômenos financeiros, levaram, nos anos 90, ao surgimento de uma nova disciplina. Apelidada de “econofísica”, por analogia com a biofísica e a geofísica, essa nova área propõe que é possível entender os movimentos do mercado financeiros levando em conta apenas alguns fatores gerais que influenciam o comportamento dos indivíduos que nele atuam.

Um dos aspectos excitantes e controversos da aplicação dessas idéias está no estudo dos mecanismos que levam à formação de bolhas especulativas e quedas violentas dos mercados. Esses fenômenos podem ser tratados em analogia com os chamados fenômenos críticos da física, nos quais os elementos de um sistema subitamente começam a apresentar correlações estreitas entre seu comportamento. Um exemplo desse fenômeno é o que acontece com as moléculas de água quando a temperatura crítica de transição do estado líquido para o gasoso é ultrapassada.

Assim como as moléculas de água em evaporação, os agentes financeiros, estimulados por determinadas condições econômicas externas, subitamente passariam a comportar-se de maneira cooperativa. Por exemplo, num ambiente de extremo otimismo, o aumento nos ganhos de determinada ação pode induzir vários investidores a acumular cada vez mais frações desses

papéis, mesmo que os fundamentos econômicos não justifiquem tanta alta. Estaria então formada uma bolha especulativa.

Inversamente, um fato novo qualquer pode trazer grande pessimismo ao mercado e subitamente disparar uma onda de venda de papéis. Muitos investidores, vendo a queda brusca no valor de suas ações, são induzidos a vender o mais rápido possível os papéis que ainda possuem. Estaria estabelecido, então, um “crash”. Ler os sinais de possíveis solavancos do mercado pode ser uma das grandes contribuições da econofísica para os estressados administradores de risco financeiro. E, sobretudo, pode ser uma grande fonte de lucro, pois grandes retornos são conseguidos quando se compra em baixa para se vender na alta.

Em 1696, Isaac Newton, já consagrado pela proposição das leis do movimento e da gravitação universal, foi nomeado superintendente da Casa da Moeda Inglesa e participou decisivamente do bem-sucedido processo de reforma monetária daquele ano. Mas quando Newton se aventurou no mercado acionário, perdeu uma fortuna no estouro da South Sea Buble, como ficou conhecida a primeira grande queda (crash) do mercado inglês, em 1720. Sobre o traumático episódio, Newton observou: “ Consigo calcular o movimento dos corpos, mas não a insanidade das pessoas”.

Quase 280 anos após a morte de Newton, pode-se dizer que a física moderna, está propondo uma maneira de quantificar o grau de insanidade e ganância das pessoas. Ainda não dá para se prever sucesso nessa empreitada. Mas prestar um pouco mais de atenção no que os físicos têm a dizer pode ser um negócio recompensador, como já descobriram muitas instituições financeiras. Não só para obter lucro, mas principalmente para diminuir a possibilidade dos investidores acabarem como o genial físico inglês, que viu suas economias serem pulverizadas pelos caprichos impiedosos do mercado. De qualquer maneira, se não dá para físicos ganharem dinheiro através do mercado financeiro, com certeza, este tipo de análise vai ajudar

entender melhor o comportamento humano que envolve fatores emocionais, econômicos, políticos, etc, e facilitaria entender ciências sociais no mesmo rigor que entendemos hoje ciências físicas, químicas, biológicas, engenharia e medicina.

Além disso, do lado da física, daria para entender melhor sistemas complexos e leis holísticas universais da natureza que atuam nestes sistemas como a astronomia, a física, a biologia, a medicina, a geologia, a geografia e até em ciências sociais e econômicas.

1.2 O Trabalho:

Apesar de um problema de grande interesse financeiro, distribuição e mecanismo de variação de preço da bolsa de valores ainda não é bem estabelecida. Profissionais da área geralmente usam distribuição normal sempre trocando parâmetros, o que dá uma grande incerteza. Recentes trabalhos mostraram que a distribuição de variação de preço é dado pela lei de potência em vez de distribuição normal. Então precisamos analisar mais sistemas para estabelecer mecanismos e distribuição de variação de preço.

O objetivo deste trabalho é propor a análise das distribuições estatísticas do índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) com 8562 observações referentes ao dia do fechamento no período de 1968 até 2002 em busca de mecanismos que descreve esta variação, envolvendo os fatores econômicos, políticos e emocionais.

A metodologia aplicada é o estudo de sistemas complexos que são de natureza estatística e, portanto, não predizem detalhes específicos. Distribuições estatísticas são recursos matemáticos muito utilizados em Física e receberam grande destaque nas áreas da Física Estatística e, mais notavelmente, na Mecânica Quântica. Os estudos de alguns sistemas complexos são realizados pela análise das distribuições estatísticas de dados

sobre grandezas relevantes desses sistemas. Veremos com mais detalhes no capítulo 2.

O capítulo 3 trata de algumas teorias das distribuições estatísticas que foram utilizadas nesta tese. O capítulo 4 o assunto mencionado retrata como começou o mercado financeiro, quando foi criada a Bolsa de Valores em São Paulo (Bovespa) e como é o funcionamento envolvendo várias definições. O capítulo 5 trata das distribuições estatísticas nos índices da economia no mercado emergente.

1.3 Importância do Trabalho:

Este trabalho ajuda a entender o mecanismo geral nas oscilações dos índices da bolsa de valores particularmente do Brasil que envolvem fatores econômicos, políticos e emocionais de investidores nesta bolsa, o presente trabalho poderia ser de utilidade para:

- a. Profissionais na área de finanças para tomarem decisões mais acertadas na hora certa;
- b. Para compreender melhor o comportamento do psiquismo humano em tempos de crises e euforia, o que pode vir a ser importante para outras ciências sociais como sociologia, psicologia, etc;
- c. Para os físicos visando o entendimento de propriedades coletivas (holísticas) de sistemas naturais na elaboração das leis universais.

CAPITULO 2

SISTEMAS COMPLEXOS

2.1 Introdução

Definimos Física, que provém da palavra grega “pysiqué”, que significa natureza, ou seja, é o estudo das leis universais da natureza.

Para compreensão e elaboração de previsões de comportamento de um sistema aplica-se o método científico, em geral, de acordo com critérios de execução, segundo quatro itens de ação:

1. Observação, descrição e classificação de um fenômeno natural ou grupo de fenômenos;
2. Dedução das regularidades e leis que permitam a explicação do fenômeno por meio de hipóteses;
3. Uso dessas hipóteses para fazer previsões sobre a ocorrência do fenômeno e de fenômenos correlacionados;
4. Comparação das previsões com os resultados dos experimentos e observações subseqüentes, empreendidos por experimentadores e observadores independentes. (Einstein, 1976).

Caso a aplicação dos itens anteriores sobre um determinado fenômeno, experimento ou observação se ajustem ao resultado das hipóteses apresentadas, tornam-se teoria ou leis da Natureza, caso contrário, devem ser rejeitadas ou reavaliadas.

O século XIX e XX presenciou o apogeu do método científico, associado ao enfoque reducionista, em que os sistemas devem ser observados sob um nível crescente de resolução na busca por seus constituintes elementares. Em decorrência disto, a matéria foi considerada como uma formação sucessiva de moléculas, átomos, núcleos, e quarks, constituindo a base de tudo o que existe na Natureza.

Utilizando-se o enfoque reducionista encontramos as seguintes leis da natureza em física :

- a) Lei de movimento de Newton;
- b) Equações de Maxwell's para sistemas elétricos e magnéticos;
- c) Equações da Relatividade de Einstein para altas velocidades;
- d) Mecânica Quântica para descrição de movimento e energia de partículas como elétrons, etc.

Estas leis poderiam ser escritas por equações em poucas páginas mas, a matemática envolvida para resolver essas equações da física é extremamente difícil, principalmente envolvendo sistemas com dois ou mais objetos. Por exemplo, calcular o movimento de dois planetas em presença de outros planetas e do Sol, é extremamente difícil.

A termodinâmica por sua vez, introduziu novos conceitos de modelos e previsões utilizando apenas variáveis que se mostram relevantes para uma descrição satisfatória do comportamento de um sistema, ou seja, a utilização de variáveis macroscópicas para descrever

satisfatoriamente o comportamento do sistema. Como no caso dos gases, através da utilização das variáveis macroscópicas de estado de equilíbrio (pressão, volume e temperatura), por meio da “Lei dos gases perfeitos”. Esta descrição permite a utilização de um modelo simples e tratável, no nível microscópico, possibilitando também fazer previsões do comportamento futuro, associadas ao comportamento do sistema como um todo, nível macroscópico.

Somente em meados do século XIX com a introdução da mecânica estatística por Maxwell, Boltzman e Gibbs houve alteração sobre o conceito laplaciano de predição, que se mostrava ineficaz em vários casos, assim como no exemplo da previsão do comportamento dos gases ou terremoto. Neste caso aplica-se o conceito de predição probabilística, calculando-se apenas a distribuição de probabilidade das variáveis e não a solução exata associada ao conjunto de condições iniciais.

Para descrever um sistema através da mecânica estatística se faz necessário aceitar que todas as possíveis combinações associadas aos processos rápidos, ou seja, processos que são muito mais velozes do que a escala de tempo de nossas observações, ocorrem de acordo com uma distribuição fixa de probabilidade. Assim, por meio de uma equação de movimento, calcula-se a distribuição de probabilidade associada a esta equação de movimento e suas propriedades. Conseguimos descrever na mecânica estatística, o comportamento de cristais que possuem regularidade periódica ou os gases, onde todas as partículas são estatisticamente iguais. Estes exemplos citados acima se enquadram na definição de sistemas simples, que poderia ser reduzidas à seguintes critérios:

- a) leis básicas usando equações matemáticas;
- b) poucas partículas ou corpos;
- c) poucas interações;

d) e possuem um estado de equilíbrio constante.

Mas nosso mundo não é composto apenas por sistemas que podem ser definidos sob o enfoque reducionista como gás ou cristais para previsão de comportamentos futuros. Os terremotos, por exemplo, são um caso em que teoricamente poderíamos entender seu comportamento, desde que atribuíssemos condições iniciais a cada partícula elementar, medindo posições e velocidades associadas a trilhões e trilhões dessas partículas e depois computar individualmente a trajetória e estado de cada uma delas inserindo-as num sistema de equações diferenciais de ordem extremamente elevada, num esforço impraticável na busca por soluções numéricas.

Definimos sistemas complexos como terremotos, ciclones, furacões, meteorologia, bolsa de valores, etc, os quais as seguintes características:

- a) muitas partículas ou corpos;
- b) muitas e fortes interações;
- c) um comportamento ao longo do tempo que não se mostra nem completamente ordenado e previsível, nem completamente aleatório e a evolução espaço temporal do sistema revela padrões e estruturas coerentes, que se desenvolvem em várias escalas, sem que apresentem um relacionamento elementar entre si;
- d) não possuem estado de equilíbrio constante.

Todos sistemas complexos apesar de manifestarem comportamento complexo, apresentam leis universais de comportamento. A ciência tem canalizado seus esforços na convicção da existência dessas leis, que seriam aplicáveis a todas as classes de sistemas, (Badii, 1997). O grande propósito seria o de identificá-las.

Entender o comportamento de sistemas complexos significa compreender como suas diversas partes agem em conjunto de forma a produzirem o comportamento dos todos. Em decorrência surgem os fenômenos coletivos e as propriedades que não estão presentes nas partes quando analisadas separadamente.

O estudo do comportamento dos sistemas complexos provocou o surgimento de novas linhas de pesquisas em áreas da física, geografia, geologia, economia, biologia, etc. Cada uma trabalhando seus próprios objetos e conceitos com a finalidade de compreender melhor o comportamento complexo. Não há evidentemente, especialistas que tenham uma visão geral e profunda do comportamento de todos os fenômenos naturais que apresentam sistemas complexos, sendo um estudo fundamentalmente interdisciplinar, porém não podem ser definidas dentro de um domínio científico específico, se faz necessário então, uma teoria geral ou alguns mecanismos que possibilitem explicar estas observações em todas as áreas. Técnicas matemáticas e estatísticas vêm sendo desenvolvidas na Física com objetivo de utilizá-las em todos os sistemas complexos.

Comparar aspectos estatísticos com padrões gerais é uma confrontação essencial para qualquer esforço científico; não seria diferente para sistemas complexos onde a conjugação entre a abstração e a natureza estatística e probabilística poderia parecer estranha para alguns cientistas, que esperam obter uma caracterização exata dos fenômenos reais. No entanto, a teoria da complexidade é de natureza estatística, pois estuda os fenômenos reais, por meio de teorias probabilísticas, através da confrontação entre teoria e experimentos ou observações, comparando as características estatísticas com padrões gerais.

2.2 Características dos Sistemas Complexos

Através de observações empíricas estabelecidas em diversas áreas, enumeramos algumas características de um sistema complexo (Poon, 1995, Bak, 1997, Macau, 2002):

2.2.1 Distribuição da Lei de Potência

Alguns sistemas complexos, devido a uma natureza interativa, podem apresentar comportamentos catastróficos, onde uma parte do sistema pode afetar outra, em um efeito dominó. Este mecanismo é o da Realimentação Positiva, em que quando acontece um evento, há um outro elemento que ajuda a aumentar a magnitude deste evento.

Por exemplo, quando um aluno apresenta alguma habilidade em alguma área de conhecimento, o meio a que ele pertence lhe dá melhores condições para que desenvolva essa habilidade e seus pais ao perceber seu talento podem reforçar as condições específicas para essa área em detrimento das outras. Sua escola pode incluí-lo em projetos afins. Ele acaba se sobressaindo, cada vez mais, seu desenvolvimento pode sempre ser ampliado e seu progresso ilimitado.

Este comportamento catastrófico poderia ser explicado pela Lei de Potência. A teoria da Lei de Potência foi desenvolvida considerando realimentação positiva (Pareto, 1896-1965), entropia não extensiva (Tsallis,1999) e auto criticabilidade (Bak,1997), mas ainda não tem uma visão definitiva. Discutiremos Lei de Potência com mais detalhes numa próxima seção.

2.2.2 Geometria Fractal

O termo “Fractal” significa fragmentado, quebrado, irregular (latim: fractus). Utilizado pela primeira vez por Mandelbrot para definir estruturas que apresentam formas geométricas caracterizadas por modelos básicos que são repetidos mesmo em escalas muito pequenas e invariante em diferentes escalas, ou seja, cada fragmento é estatisticamente semelhante ao todo, descreve em geral objetos de dimensões fracionárias (Mandelbrot, 1983). As partes constituintes dos fractais relacionam-se entre si, sempre modificando os limites formados; apresentam características como auto-similaridade, lacunaridade, complexidade infinita e mesma dimensão em qualquer escala.

Mandelbrot mostrou que diversos objetos da natureza são, geralmente, fractais, por exemplo, o tamanho do litoral que varia de acordo com a escala utilizada para medi-lo. Uma escala muito grande, de quilômetros, por exemplo, resulta numa medida de litoral bem menor do que em metros. As observações de Mandelbrot são muito importantes para explicar aspectos da natureza. Precisamos de uma estrutura geral teórica que explique a estrutura fractal da natureza. Nenhuma lei da Física até agora, define o surgimento dos fractais.

2.2.3 Ruído um-sobre-f ($1/f$)

Ruído do tipo $1/f$ é uma das manifestações da Lei de Potência e tem sido observado em diversos sistemas tais como, o nível de água do rio Nilo (Hurst, 1951), luzes de quasares e tráfego em rodovias (Mandelbrot, 1999). Estes fenômenos apresentam detalhes em toda as escalas de tempo. J. Hurst passou parte de sua vida estudando o nível de água do rio Nilo, em várias escalas de tempo, (de minutos até anos)

observou que esta série temporal poderia ser vista graficamente como uma superposição de sinais de todas as variações do nível de água do rio, ou seja, como uma superposição de sinais periódicos de todas as frequências. O espectro da frequência por meio da transformação de Fourier é equivalente a uma superposição de sinais periódicos em todas as frequências. Os sinais $1/f$ possuem também picos de todas as durações. Podemos dizer que são fractais no tempo.

A potência da componente de frequência é maior para as frequências menores, sendo inversamente proporcional a frequência, é por isso que o chamamos comportamento $1/f$, embora o correto seria tratá-lo como sinal e não como comportamento.

Sinais $1/f$ são diferentes de ruídos brancos aleatórios, onde não existe correlação entre os valores que descrevem o sinal e, geralmente, incluem todas as frequências em iguais quantidades.

Existem casos em que o espectro de frequência não pode ser distribuído como sinal $1/f$, mas como $1/f^\alpha$, onde $0 \leq \alpha \leq 2$, embora continue com a denominação $1/f$.

2.2.4 Lei de Zipf

Em seu livro: “ O comportamento humano e a lei do menor esforço”, o professor George Kingsley Zipf (Zipf, 1949) da Universidade Harvard, fez várias observações para algumas regularidades simples de sistemas na área de ciências humanas. Utilizando dados como o número de habitantes de cidades em que traçou um gráfico log da classificação (em ordem decrescente, ranking) pelo log de número de habitantes (tamanho), obteve uma reta com inclinação muito próxima a 1.

Zipf observou também, com que frequência determinada palavra era usada na obra “Ulisses” de James Joyce, e numa coleção de jornais americanos, utilizando o mesmo critério aplicou log da colocação (ranking) pelo log do número de frequência das palavras e obteve o mesmo gráfico de regularidade: uma linha reta, com queda próxima da unidade 1, tal tipo de comportamento é hoje conhecido como a Lei de Zipf (1949).

Procuramos demonstrar, no próximo capítulo técnicas e algumas distribuições estatísticas usadas para definir o estudo dos sistemas complexos.

CAPITULO 3

DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS

As distribuições estatísticas são de grande interesse para a Física e outras disciplinas, pois têm servido como base para o estudo de sistemas compostos por grande número de unidades.

Procuraremos demonstrar, neste capítulo, técnicas e algumas distribuições estatísticas, comumente usadas para definir o estudo dos sistemas complexos.

3.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal foi considerada simplesmente como sendo uma aproximação da distribuição Binomial (Moivre, 1733). Redescoberta somente no século XIX por Laplace e Gauss (Laplace, 1781; Gauss, 1816) quando desenvolveram a teoria dos Erros de Observação utilizando a função normal.

Durante muito tempo, por influencia dos trabalhos de Gauss e Laplace considerava-se como axioma que todas as distribuições estatísticas se aproximavam da distribuição normal e o desvio de qualquer variável aleatória de sua media era olhado como um “erro” sujeito à Lei dos Erros.

A distribuição Normal é dada por:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.1)$$

Onde $P(x)$ representa densidade de probabilidade da variável aleatória continua x . $\langle x \rangle$ representa a média aritmética da distribuição; e σ representa desvio padrão da distribuição.

A média e o desvio padrão são dados respectivamente por:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i) \quad (3.2)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2 \quad (3.3)$$

Então a probabilidade de achar x dentre x_1 e x_2 é:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx \quad (3.4)$$

Considerando a variável:

$$U = \frac{x - \langle x \rangle}{\sigma} \quad (3.5)$$

P(U) será:

$$P(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}} \quad (3.6)$$

para calcular a probabilidade de U menor que um valor θ , definimos:

$$\Phi(\theta) = [0 \leq U \leq \theta] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\theta} e^{-\frac{U^2}{2}} dx \quad (3.7)$$

$\Phi(\theta)$ resulta na probabilidade da variável U ser menor do que θ .

Geralmente, as bibliografias estatísticas (Ayres, 2000; Magalhães, 2001) consideram apenas valores positivos de θ , pois $P(x) = P(-x)$.

A configuração gráfica da distribuição normal é uma curva em forma de sino simétrica em torno da média. A figura mostra a distribuição normal de média zero e desvio padrão 1.

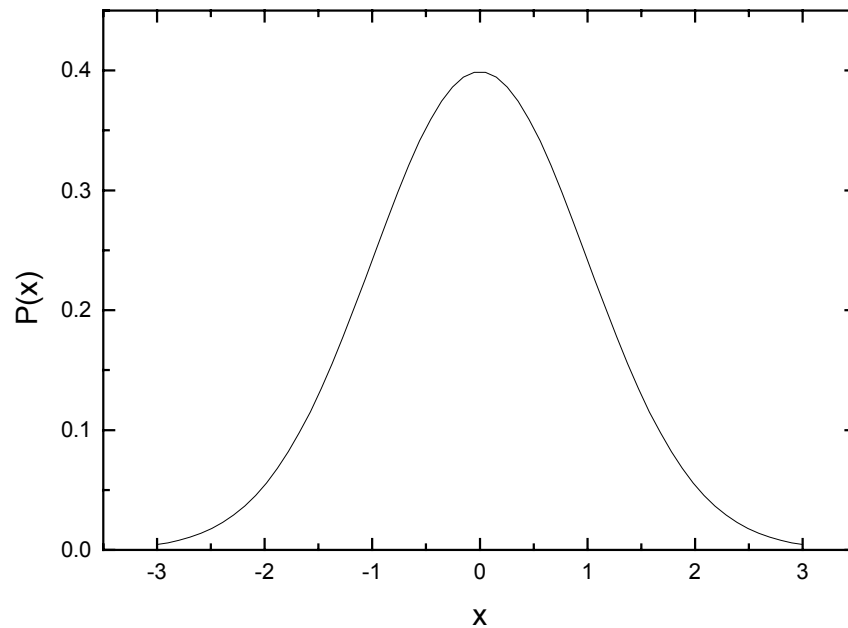


figura 1: curva normal de média zero e desvio padrão um ($P(x)$ versus (x)).

3.2 Distribuição Exponencial

Uma variável aleatória contínua X , assumindo valores não negativos, tem distribuição exponencial com parâmetro $\lambda > 0$ se a sua função densidade de probabilidade $P(x)$ é dada por:

$$P(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

O gráfico $P(x)$ vs x é dado pela figura2 para $\lambda=1$:

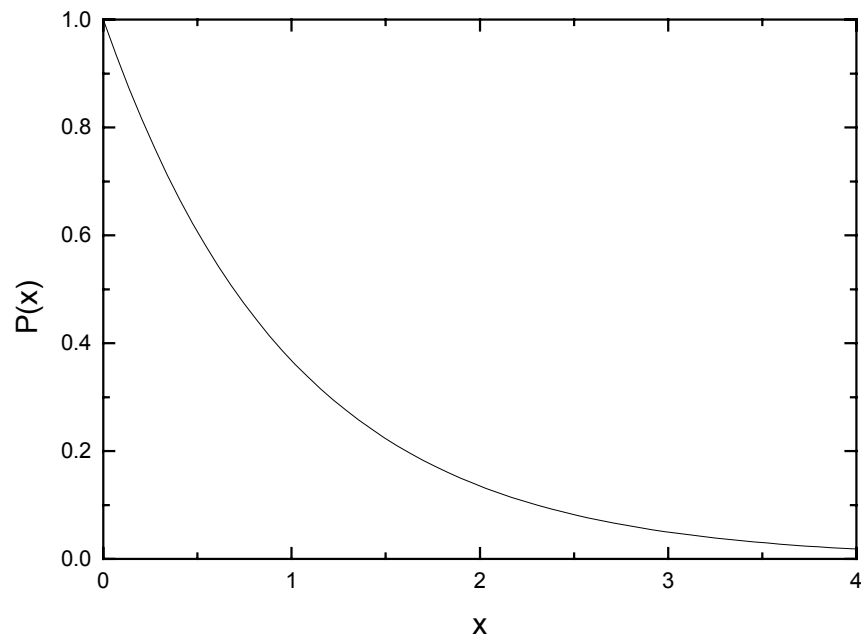


figura 2: distribuição exponencial para $\lambda=1$ ($P(x)$ versus (x)).

Para calcular a probabilidade de x menor do que um valor θ , definimos

$$\Phi(0 < x < \theta) = \int_0^{\theta} \lambda e^{-\lambda x} dx = \left(-e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{\theta} = 1 - e^{-\lambda \theta} \quad (3.9)$$

O valor médio de x e desvio padrão é dado por:

$$\langle x \rangle = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \left(-x e^{-\lambda x} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{\infty} = (0 - 0) - \left(0 - \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda} \quad (3.10)$$

De modo análogo, chegamos a:

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} \quad (3.11)$$

3.3 Distribuição da Lei de Potência

Algumas distribuições são assimétricas, ao contrário da distribuição normal. Nesta distribuição, a probabilidade $p(x)$ a partir de um valor máximo, cai bem mais devagar do que se espera na distribuição normal, para valores cada vez maiores de x . Algumas destas distribuições podem ser explicadas pela Lei de Potência ou distribuição Log-Normal.

Se investigarmos uma distribuição de renda total dos indivíduos em um grande país, encontraremos um significativo número de pessoas com rendimentos dez vezes maiores do que a média dessa distribuição e ainda algumas poucas pessoas com rendimentos cem vezes maiores que a média. Tais distribuições possuem caudas longas quando representadas graficamente e foram primeiramente estudadas por Pareto, que coletou dados estatísticos de rendimentos e riqueza individual em muitos países e em diversas épocas da história.

Para sistemas complexos naturais, Pareto em seus estudos da distribuição de rendimentos pessoais (Pareto, 1896), propôs a distribuição denominada Lei de Potência dada por:

$$P(x) = c \cdot \frac{1}{x^{1+\alpha}} \quad (3.12)$$

Onde c é constante e $(1+\alpha)$ é o índice da potência.

Aplicando \log em ambos os lados temos:

$$\log P(x) = A - (1+\alpha) \log x \quad (3.13)$$

Onde $A = \log c$ é uma constante. Então um gráfico dentre $\log P(x)$ vs $\log x$ seria uma linha reta com inclinação $\{-(1+\alpha)\}$. A é valor de $\log P(x)$ para $x=1$. A figura 3 mostra uma distribuição de Lei de Potência com $(1+\alpha) = 2,5$ e $c = 10^5$.

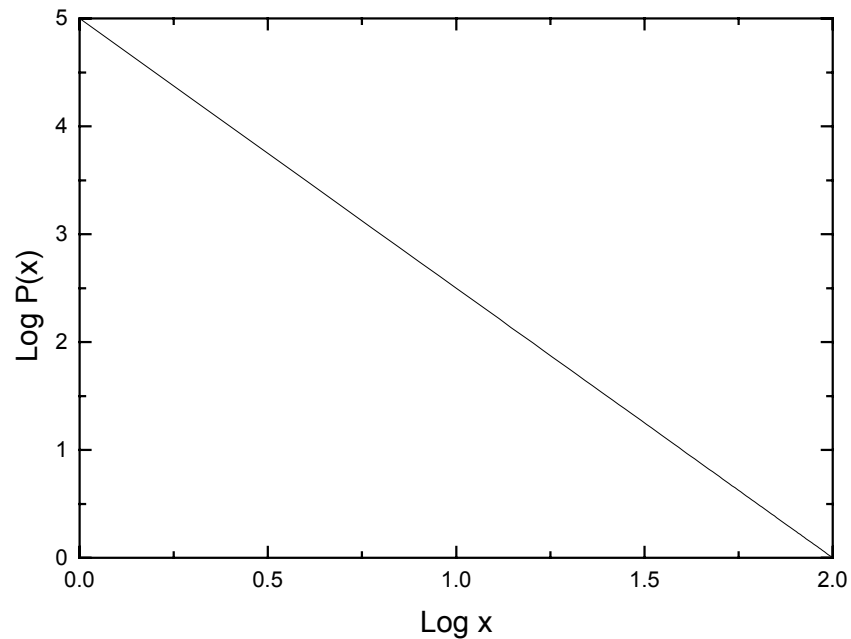


figura 3: distribuição da lei de potência com $(1+\alpha)=2.5$ e $c=10^5$ ($\log P(x)$ versus $\log x$).

3.4 Distribuição Log – Normal

Uma distribuição que é freqüentemente associada à distribuição com caudas longas é a distribuição Log – normal. Ela é definida por:

$$P(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \langle \ln x \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.14)$$

onde $\langle \ln x \rangle$ é o valor médio de $\ln x$, σ é desvio padrão de $\ln x$.

Shockley (Shockley, 1957) propôs o seguinte mecanismo para explicar caudas longas. Isso existe em uma distribuição de progressão que exija um bom resultado para diversos empreendimentos, onde o fracasso de um provocaria o fracasso do projeto. Ele usou a publicação de documentos técnicos como exemplo. Considerou importante algumas habilidades abaixo mencionadas.

- 1.Habilidade de levantar um bom tema;
- 2.Habilidade para trabalhar nele;
- 3.Habilidade para reconhecer soluções que valham a pena;
- 4.Habilidade de tomar decisões de quando parar ou levantar resultados;
- 5.Habilidade de redigir adequadamente;
- 6.Habilidade de aproveitar-se construtivamente das críticas;
- 7.Determinação para apresentar o trabalho em jornais;
- 8.Disposição para agüentar julgamentos de oposição.

Então, ele relata que a probabilidade de um pesquisador produzir um trabalho de sucesso em tempo determinado seria o produto de um conjunto de probabilidades que provocaria o sucesso do empreendimento, ou seja, possuindo cada uma das habilidades dos itens anterior o sucesso seria evidente.

$$p=p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 \cdot p_6 \cdot p_7 \cdot p_8 \quad (3.15)$$

O aspecto log - normal torna – se aparente ao considerarmos logarítmos acima.

Logo:

$$\text{Log}p=\text{log}p_1+\text{log}p_2+\dots+\text{log}p_8 \quad (3.16)$$

Desde que $\log p$ seja a soma de um conjunto de variáveis, cada qual com sua própria distribuição de função, o teorema do limite central é aplicável de modo que a distribuição da função $\ln p$ poderia ser Gaussiana.

A figura mostra a configuração da função log – normal com $\langle \ln x \rangle = 0$ e $\sigma = 1$

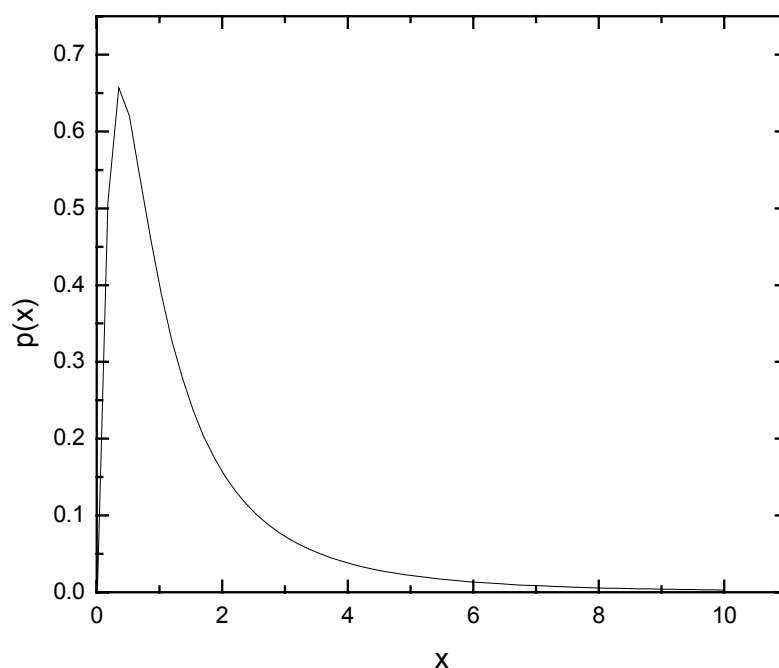


figura 4: distribuição log-normal com $\langle \ln x \rangle = 0$ e $\sigma = 1$ ($P(x)$ versus (x)).

3.4.1 Exemplos de distribuição Log-Normal

Geologia e mineração: Na crosta terrestre, a concentração de elementos e seus agentes radioativos geralmente seguem a distribuição log - normal (Razumovsky,1940).

Medicina Humana: Uma variedade de exemplos da medicina ajusta-se a distribuição log-normal. Períodos latentes de doenças infecciosas têm sido

freqüentemente demonstrados como log-normal (Sartwell, 1950; Sartwell, 1952; Sartwell, 1966; Kondo, 1977); aproximadamente 70% de 86 exemplos publicados por Kondo(Kondo, 1977) aparentam ser log-normais. Sartwell documenta 37 casos que se ajustaram à distribuição log-normal.

Meio Ambiente: A distribuição de partículas químicas e orgânicas no meio ambiente são freqüentemente log-normal (Biondini, 1976)

Ecologia: Na espécie animal (pássaros, peixes, insetos e vegetal) , a maioria de suas comunidades seguem a distribuição log-normal (truncada). Esta distribuição foi discutida por Magurran (Magurran, 1988)

Ciências Sociais e Econômicas: Exemplos de distribuição log – normal em Ciências Sociais incluem: idade de casamento, tamanho de fazendas e rendimentos, em Economia, tamanho de empresas (Aitchison, Brown, 1957; Gibrat, 1931).

3.5 Distribuição Da Lei de Potência Gradualmente Truncada

A distribuição de Lei de Potência possui desvio padrão infinito, embora os sistemas físicos reais apresentem desvio padrão finito. Ao aplicarmos então, a distribuição de Lévy, Pareto ou ainda em alguns casos de Log-normal, precisamos truncar distribuições após um determinado valor, a fim de evitar um desvio padrão infinito.

Pareto explicou a distribuição de Lei de Potência baseando-se na realimentação positiva. De uma forma simples, um exemplo da economia seria de que o “dinheiro faz dinheiro”, ou seja, pessoas com grande rendimento pessoal conseguem em suas aplicações financeiras melhores taxas de retorno, conseguindo dessa forma multiplicar os seus

rendimentos. Gupta e Campanha (Gupta, Campanha, 1999) consideram que a validade da Lei de Potência tem um limite devido à capacidade física do sistema, portanto a realimentação positiva também deveria cessar após algum valor da variável. Como em sistemas complexos temos várias interações e grande número de componentes interagindo de maneiras diferentes, esperamos que o truncamento desta probabilidade seja gradual após certo ponto crítico. A distribuição proposta por eles é denominada 'Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada' e é dada por:

$$P_{gt}=P(x)f(x) \quad (3.17)$$

onde $P(x)$ é a distribuição da Lei de Potência e, $f(x)$ é dada por:

$$f(x)=\left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{se } x \leq x_c \\ \exp\left(-\left(\frac{x-x_c}{k}\right)^{2-\alpha}\right) & \text{se } x \geq x_c \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

x_c é o ponto crítico onde a suposta distribuição, i.é, a distribuição log-normal ou a distribuição da lei de potência começa a deslocar da curva dos dados empíricos. α é índice da lei de potência e k uma constante de truncamento gradual. Para valores de k menores, o truncamento será mais rápido. Este parâmetro foi ajustado para melhor adequação à curva empírica.

Esta distribuição tem desvio padrão finito e também variância finita. No limite obtém-se uma Distribuição Normal como exigido pelo Teorema do limite Central (Gupta, Campanha, 2000). Esta distribuição também obedece a Lei de Potência em sua parte central e decaimento

exponencial nos valores extremos de x . Podemos considerá-la equivalente à distribuição de Tsallis (Tsallis, 2000), obtidas pela termodinâmica para sistemas complexos. A Distribuição Gradualmente Truncada torna mais simples a extração de informações úteis que descrevem o sistema real (Gupta e Campanha, 2002).

Esta distribuição foi aplicada para distribuição da bolsa de valores de Nova York (S&P 500) (Gupta e Campanha, 2000), notas de Vestibular da Unesp (Gupta, Campanha e Chavarette, 2003) e faturamento de firmas dos E.U.A (Gupta e Campanha 2001). Em todos os casos houve concordância entre o modelo teórico e os dados empíricos.

CAPITULO 4

HISTÓRIA DO MERCADO FINANCEIRO E MERCADO DE AÇÕES

4.1 Sistema Financeiro como um Sistema Complexo

A economia também não pode ser dissociada e estudada em partes. Neste sistema não existe a possibilidade de estudar o efeito de um único parâmetro em laboratório, como fazemos na física, pois temos fatores como política, psicologia, o desenvolvimento tecnológico e outros que sempre estão interagindo sem a possibilidade de separação.

Portanto, a economia possui um sistema muito complicado sendo geralmente estudado de forma qualitativa ou semi-quantitativa. Somente após o desenvolvimento da Física de Sistemas Complexos, os sistemas financeiros passaram a ser estudados de forma semelhante a usada em sistemas físicos.

Há alguns anos, estudiosos da Física Estatísticas, iniciaram pesquisas na área econômica e financeira (Stanley, 1999; Mandelbrot, 1963; Stanley et al., 1995) sendo que dois tópicos causaram grande interesse entre eles: o comportamento estatístico sobre a evolução dos preços de mercado e a distribuição do crescimento e dinâmica de desenvolvimento de empresas.

Mandelbrot (Mandelbrot, 1963) demonstrou que logaritmos de preços de mercado poderiam ser dados pela distribuição de Lei de Potência. Recentemente Gupta e Campanha (Gupta, Campanha, 2002) mostraram que os preços de mercado possuem propriedades fractais e que sua distribuição é dada pela Lei de Potência Gradualmente Truncada tanto para curtos períodos de tempo em observações sucessivas, isto é, de um minuto, tanto para longo período de tempo, ou seja, uma semana.

4.2 Introdução ao Mercado Financeiro

A boa saúde do sistema monetário de uma nação está diretamente relacionada com o bem estar de sua população e do país como um todo. Se o único ativo financeiro de uma sociedade for o papel moeda, então esta sociedade apresenta um sistema financeiro bastante primitivo. Nas economias desenvolvidas, existem complexos sistemas financeiros no qual a moeda é somente um dos ativos financeiros (o bem pode ser um animal, ouro, títulos de dívida, ações, derivados de um outro ativo principal, etc). As instituições financeiras são instituições através das quais a moeda e os outros ativos financeiros fluem. Elas são especializadas em poupança e investimento e estabelecem o contato entre emprestadores e tomadores de recursos, provendo diferentes ativos financeiros para tal.

Uma ação representa a menor parcela do capital de uma sociedade por ações (cotas de participação), ou seja, são títulos nominativos negociáveis que representam, para quem as possui, uma fração do capital

social de uma empresa (ação é um pedacinho de uma empresa, com um ou mais pedacinhos da empresa, se torna sócio dessa empresa). As ações podem ser:

- ordinárias, que concedem àquelas pessoas que as possuem o poder de voto nas assembleias deliberativas da companhia; ou
- preferenciais, que oferecem preferência na distribuição de resultados ou no reembolso do capital em caso de liquidação da companhia, não concedendo o direito de voto, ou restringindo-o.

As ações, ordinárias ou preferenciais, são sempre nominativas, originando-se do fato a notação ON ou PN depois do nome da empresa.

Há uma diferença de preço das ordinárias com as preferenciais, que são os dividendos na qual correspondem à parcela de lucro líquido distribuída aos acionistas, na proporção da quantidade de ações detida, ao fim de cada exercício social. A companhia deve distribuir, no mínimo, 25% de seu lucro líquido ajustado. As ações preferenciais recebem 10% a mais de dividendos que as ordinárias caso o estatuto social da companhia não estabeleça um dividendo mínimo.

Para se investir em ações deve-se procurar uma corretora de valores. As corretoras e outros intermediários financeiros dispõem de profissionais voltados à análise de mercado, de setores e de companhias, e com eles poderá se informar sobre o momento certo de comprar e vender determinadas ações para obter melhores resultados. Existe também um clube de investimento, que se trata de uma aplicação financeira criada por um grupo de pessoas que desejam investir seu dinheiro em ações.

Ele pode ser criado por empregados ou contratados de uma mesma entidade ou empresa ou, ainda, por um grupo de pessoas que têm objetivos em comum, como professores, metalúrgicos, donas-de-casa, médicos, aposentados, entre outros. Para criar o Clube de Investimento precisa de um administrador que pode ser de uma corretora.

O preço de uma ação é formado pelos investidores do mercado que, dando ordens de compra ou venda de ações às corretoras das quais são clientes, estabelecem o fluxo de oferta e procura de cada papel fazendo com que se estabeleça o preço justo da ação. A maior ou menor oferta ou procura por determinada ação, que influencia o processo de desvalorização de uma ação, está relacionada ao comportamento histórico dos preços e principalmente às perspectivas futuras de desempenho da empresa emissora da ação. Tais perspectivas podem ser influenciadas por notícias sobre o mercado no qual a empresa atua, divulgação do balanço da empresa (com dados favoráveis ou desfavoráveis), notícias sobre fusão de companhias, mudanças tecnológicas e muitas outras que possam afetar o desempenho da empresa emissora da ação.

Para se determinar se uma ação está em alta ou em baixa, é necessário observar a sua oscilação, ou seja, a variação (positiva ou negativa) no preço da ação em um determinado período e tempo. Determinamos se uma ação está em alta ou em baixa verificando a relação entre o último preço negociado da ação e o seu preço de fechamento no dia anterior. Assim, se o último preço negociado para a ação for superior ao seu preço de fechamento do dia anterior, essa ação está em alta. Se o último preço for inferior à cotação de fechamento, a ação está em baixa.

As bolsas de valores são os mais importantes centros das negociações das ações, devido ao expressivo volume e maior transparência das operações. Organizadas como associações civis sem fins lucrativos e com funções de interesse público, as bolsas atuam como auxiliares da

Comissão de Valores Mobiliários – CVM – na fiscalização do mercado (em especial de seus membros, as Sociedades Corretoras) e têm ampla autonomia na sua esfera de responsabilidade, portanto é o local onde se compram e se vendem as ações das companhias.

Desde os anos 70, uma série de mudanças significativas tem ocorrido no mundo das finanças. Começava a era do mercado financeiro globalizado, ligado 24 horas por dia ao redor de todo o Mundo. Desde este tempo, o mercado financeiro tem crescido de uma forma impressionante, movimentando uma quantidade imensa de dinheiro, ativos e mercadorias em um ambiente competitivo e globalizado

Uma segunda revolução começou nos anos 80 com a negociação eletrônica de ativos financeiros. A armazenagem eletrônica de dados relacionados aos preços de um determinado ativo financeiro que os participantes do mercado desejam comprar ou vender permite que hoje uma grande quantidade destes dados esteja prontamente disponível. Isto significa que o intervalo de tempo entre dois dados armazenados consecutivos pode ser de apenas alguns segundos.

A expansão do mercado financeiro tem várias propriedades que o caracterizam como um sistema complexo. São sistemas abertos onde um grande número de operadores (“traders”) interagem entre si e reagem às informações externas para determinar o melhor preço de um dado ativo financeiro. Além disso, as regras deste mercado são bem estáveis e a evolução no tempo do preço, volume e do número de transações dos ativos financeiros é continuamente monitorada, sendo então possível desenvolver modelos e testar sua validade usando esta grande base de dados.

4.3 Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa)

Primeiramente para se definir o Ibovespa, vamos colocar algumas definições:

Carteira teórica: é um grupo de ações, no qual se fará o investimento teórico representado pelo índice. Isto é, são as ações escolhidas para comporem o índice.

Índice de ações: é um indicador do desempenho de uma carteira teórica de ações, e têm por finalidade servir como indicador médio do comportamento do mercado acionário como um todo, ou de um segmento econômico específico do mercado. Assim, os índices são desenhados de modo a mostrar se as ações do mercado, em média, valorizam-se ou se desvalorizam em um dado período de tempo e são calculados pelas Bolsas de Valores ou por instituições especializadas.

E os índices de ações são utilizados por investidores e indivíduos em geral que queiram informar-se sobre o comportamento do mercado acionário, e também administradores de recursos, corretoras de valores, departamentos de pesquisa de instituições financeiras e empresas, consultores de investimentos e investidores institucionais.

A unidade de medida de um índice de ações é o “ponto”. Ele representa um valor absoluto, cuja função é a de servir de instrumento de comparação, permitindo a análise de variação do valor de uma carteira de ativos ao longo do tempo. A rentabilidade é representada pela variação dos pontos do índice. Ou seja, divide-se o valor do índice em uma determinada data pelo valor do índice na data de referência passada, subtrai-se 1 do resultado obtido nessa operação e multiplica-se o resultado por 100 para se obter a rentabilidade em termos percentuais da carteira.

Pregão: é o recinto físico (viva-voz) ou eletrônico onde são realizadas as negociações, onde o pregão viva-voz é o recinto de negociações onde os operadores (funcionários das Corretoras) se reúnem e, de acordo com as ordens recebidas dos investidores, realizam negócios (isto sempre requer a intermediação de uma Corretora, que esta credenciada a executar, em pregão, a ordem de compra ou venda de seu cliente, por meio de um de seus operadores) de compra ou venda de ações. Simultaneamente ao pregão viva-voz, ocorre negociação de ações no sistema eletrônico (mega bolsa), via terminais.

Corretoras de Valores: são instituições financeiras membros das bolsas de valores, credenciadas pelo Banco Central, pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) e pelas próprias bolsas, e estão habilitadas, entre outras atividades nos mercados financeiros e de capitais, a negociar valores mobiliários com exclusividade no pregão físico (viva voz) ou eletrônico das bolsas. Portanto é a instituição que compra e vende ações.

O **Ibovespa** (índice Bovespa) é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato de o Ibovespa retratar o comportamento dos principais papéis negociados na Bovespa (Bolsa de Valores de São Paulo) e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação, em 2 de janeiro de 1968. Ele é formado a partir de uma aplicação imaginária, em Reais, em uma quantidade da carteira teórica de ações. A participação de cada ação na carteira teórica tem relação direta com a representatividade desse título no mercado à vista – em termos de número de negócios e volume financeiro - ajustada ao tamanho da amostra. Essa representatividade é obtida pelo índice de negociabilidade da ação, calculado pela seguinte fórmula:

$$IN = \sqrt{\frac{ni}{N} * \frac{vi}{V}} \quad (4.1)$$

Onde:

IN: índice de negociabilidade ;

ni: número de negócios com a ação “i” no mercado a vista;

N: número total de negócios no mercado a vista da Bovespa;

vi: volume financeiro gerado pelos negócios com a ação “i” no mercado a vista;

V: volume financeiro total do mercado a vista Bovespa.

Para tanto, as ações que fazem parte do índice representam mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro negociados no mercado à vista. Como as ações que fazem parte dessa carteira têm grande representatividade, podemos dizer que se a maioria delas estiver subindo, o mercado, medido pelo índice Bovespa, está em alta, e se estiver caindo, está em baixa, ou seja, a bolsa fechou em “alta” quando o índice de fechamento de determinado pregão é superior ao índice de fechamento do pregão anterior. Analogamente, a bolsa fechou em “baixa” quando o índice de fechamento de determinado pregão é inferior ao índice de fechamento do pregão anterior e “estável” quando o índice de fechamento de determinado pregão está no mesmo nível do índice de fechamento do pregão anterior.

A Bovespa não fixa um limite de queda para os índices que calcula e nem há limite de alta para um índice, ou seja, os preços das ações podem subir ilimitadamente, porém o mais importante do que o nível de alta do índice é a tendência de alta dos preços sinalizada pelo mercado. No entanto, a Bolsa adota para o índice Bovespa um mecanismo chamado de “interruptor de circuitos” (“circuit breaker”), que consiste na interrupção das negociações quando o Ibovespa atinge um determinado percentual de queda. Esse parâmetro foi determinado de acordo com a

volatilidade histórica do índice. O mecanismo de “circuit breaker” tem o objetivo de amenizar quedas do mercado em situações que se mostram anormais e portanto, deve ser utilizado apenas nessas situações atípicas pois seu uso freqüente pode acabar elevando a volatilidade do mercado, gerando um efeito inverso ao pretendido.

O “circuit breaker” é ativado tomando por base o valor de fechamento do Ibovespa do dia anterior, da seguinte maneira:

- interrupção de meia hora para uma queda de 10% no índice;
- interrupção adicional de uma hora se o índice cair mais 5% após a reabertura (completando uma queda de 15%).

Por fim, vale ressaltar que a Bovespa assegura um período de 30 minutos de negociação continua no final da sessão regular, de modo a possibilitar que compradores e vendedores ajustem suas posições.

Quanto a tendência de movimento dos índices de ações não pode ser prevista com precisão pois o movimento dos índices depende de vários fatores, tais como lucros e perspectivas das companhias integrantes da carteira, o que sempre dependerá do nível de informação e das expectativas econômicas de quem faz a análise. É importante ressaltar que análises de movimento passados do índice devem ser cuidadosas, pois as conjunturas econômicas mudam com o tempo, refletindo-se de maneira singular no mercado de ações.

A apuração do índice Bovespa é o somatório dos pesos (quantidade teórica da ação multiplicada pelo último preço da mesma) das ações integrantes de sua carteira teórica. Assim sendo, pode ser apurado, a qualquer momento, por meio da seguinte fórmula:

$$Ibovespa_t = \sum_{i=1}^n P_{i,t} * Q_{i,t} \quad (4.2)$$

Onde:

$Ibovespa_t$ = índice Bovespa no instante t ;

n = número total de ações componentes da carteira teórica;

P_i = último preço da ação “ i ” no instante t ;

Q_i = quantidade teórica da ação “ i ” na carteira no instante t .

Para que uma empresa possa fazer parte da Bovespa, esta empresa tem que ser uma companhia aberta. Uma companhia é considerada aberta quando promove a colocação de valores mobiliários em bolsas de valores ou no mercado de balcão. São considerados valores mobiliários: ações, bônus de subscrição, debêntures e notas promissórias para distribuição pública.

As empresas mais negociadas de maior peso no índice são: Telemar, Petrobrás, Eletrobrás, Embratel, Brasil Telecom Participações, Bradesco, Globo Cabo e Vale do Rio Doce.

Além do Ibovespa, o mercado paulista de ações conta com outros índices, de menor visibilidade na mídia, mas importantes no trabalho dos analistas que é o IBrX- Índice Brasil é um índice de preços que mede o retorno de uma carteira composta por 100 ações selecionadas entre as mais negociadas na Bovespa, em termos de número de negócios e volume financeiro. Mais recentemente foi criado o índice IBrX-50, cuja carteira é composta por 50 ações.

A Bovespa dispõem de um sistema de negociação que permite que se envie ordens de compra e venda de ações através da internet que se

chama Home Broker. Para se ter este tipo de negociação é necessário que seja cliente de uma corretora da Bovespa que disponha do sistema Home Broker.

Há também um ativo negociado no pregão da Bovespa que é um aumento de capital deliberado por uma Empresa, com o lançamento de novas ações para obtenção de recursos. Os acionistas da empresa têm preferência na compra dessas novas ações emitidas pela companhia, na proporção que lhe couber, pelo preço e no prazo preestabelecidos pela empresa. Essa preferência detida pelos acionistas é chamada de Direito de Subscrição, que no decorrer do prazo preestabelecido para o exercício do Direito de Subscrição, o ativo deixa de existir depois de transcorrido.

4.4 Mercado Acionário e Retornos de Preços

O preço de uma ação em bolsa é fruto das condições de mercado (oferta e demanda) que refletem as condições da economia do país e específicas da empresa ou de seu setor econômico.

Virtualmente qualquer aspecto de finanças e de economia financeira envolve e foca toda a sua teoria na definição de retornos, ao invés de preços. Por razões teóricas e empíricas, que veremos mais adiante, retornos possuem propriedades estatísticas muito mais significativas do que os preços em si.

O retorno esperado, $R_{t+\Delta t}$, para um período de tempo entre $t + \Delta t$ e t , é definido como sendo:

$$R_{t+\Delta t} = \left(\frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{P_t} \right) + \frac{D_{t+\Delta t}}{P_t} \quad (4.3)$$

na qual, P_t , é o valor de mercado da ação no tempo t e $D_{t+\Delta t}$ é o dividendo pago aos acionistas dentro do tempo t e $t + \Delta t$. Pode-se interpretar o primeiro termo como sendo o dividendo proporcional futuro.

A unidade de tempo, Δt , utilizada na análise de dados financeiros neste trabalho será a de tempo de negociação (“trading time”). Esta unidade está bem definida em finanças como sendo o tempo que passa somente entre a abertura e o fechamento do pregão em uma Bolsa de Valores Mobiliários. Assim, o tempo será medido somente durante em que o pregão está aberto.

$R_{t+\Delta t}$ pode ser calculado a posteriori, mas, se vistos a partir do tempo t , os preços futuros de mercado, $P_{t+\Delta t}$, e o dividendo futuro, $D_{t+\Delta t}$, são incertos e o investidor, no máximo, pode fazer uso das técnicas estatísticas e de teoria das distribuições para fazer qualquer análise de previsão futura para o tempo $t + \Delta t$. Segue de (4.3) que:

$$1+R_{t+\Delta t} = \left[\frac{P_{t+\Delta t} + D_{t+\Delta t}}{P_t} \right] \quad (4.4)$$

Se todos os dividendos D são re-investidos na ação e incorporados ao preço de mercado P ao final do período, podemos reescrever (4.4) como:

$$P_{t+i.\Delta t} = P_t(1+R_{t+\Delta t}) \quad (4.5)$$

Considerando ainda que os dividendos pagos sejam incorporados nos preços de mercado da ação, podemos re-escrever, em primeira aproximação para Δt pequeno, a equação (4.3) da seguinte maneira:

$$R_{t+\Delta t} = \left(\frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{P_t} \right) \cong \ln \left(\frac{P_{t+\Delta t}}{P_t} \right) \quad (4.6)$$

O retorno é uma grandeza relativa, independente da unidade monetária, assumindo um caráter universal, sendo possível comparações entre diversos mercados e ativos financeiros.

4.5 Modelos para Mercado Acionário

A tentativa pioneira de se modelar o mercado acionário foi feita em 1900 por Bachelier, um matemático francês, em sua tese intitulada: A Teoria da Especulação (Théorie de la spéculation), onde o preço de opções (derivativos de um outro ativo fundamental no qual paga, no dia do vencimento, o máximo entre o valor de mercado deste ativo fundamental e o valor acordado em contrato) em mercados especulativos era descrito como um processo aleatório. Novas tentativas de modelagem do mercado acionário só se deram a partir dos anos 50, quando resultados empíricos sobre a correlação temporal das variações nos preços dos ativos financeiros mostraram que estas correlações eram desprezíveis e que o comportamento da série temporal de preços dos ativos poderia ser marchas aleatórias não correlacionadas (movimento Browniano aritmético). No entanto, a proposta de Bachelier de que as mudanças de preços estariam distribuídas gaussianamente foi trocada pelo modelo no qual os preços dos ativos são distribuídos log-normalmente, isto é, os preços estariam sofrendo um movimento Browniano geométrico. (Em um movimento Browniano geométrico, as diferenças dos logaritmos dos preços estão gaussianamente distribuídos). Este modelo é conhecido por fornecer somente uma primeira aproximação do que é observado nos dados reais. Por esta razão, um número grande de modelos alternativos tem sido propostos com o objetivo de explicar a evidência empírica de que as caudas das distribuições que descrevem as grandes variações de preços, como os “crashes” são mais largas do que as previstas por um movimento Browniano geométrico.

Recentemente, vários estudos têm sido realizados em sistemas econômicos e financeiros. Uma primeira área de estudos objetiva a caracterização estatística completa do processo estocástico das variações do preço de um ativo financeiro, analisado, por exemplo, a forma da distribuição de frequências destes valores e a memória temporal entre eles. Esta continua sendo uma área bastante ativa, e tentativas estão sendo feitas para desenvolver o modelo estocástico mais satisfatório que descreva todos os fenômenos encontrados nos dados e nas análises empíricas.

Uma segunda área se preocupa com o desenvolvimento de um modelo dinâmico que seja capaz de descrever todas as características essenciais dos mercados financeiros reais, Black e Scholes publicaram o primeiro artigo onde foi representada uma fórmula racional de cálculo do preço de um contrato de opção (Black and Scholes, 1973). Desde então, vários outros modelos têm sido propostos (por exemplo, modelos econométricos de séries temporais como os ARCH, GARCH e algumas das principais propriedades da dinâmica estocástica do preço de uma ação são reproduzidos por estes modelos, por exemplo o caráter não-gaussiano destas distribuições. Tentativas paralelas para se modelar o mercado financeiro tem sido desenvolvidas por economistas e, em particular, na econometria.

Dentro da primeira área, o modelo proposto recentemente mais revolucionário foi a hipótese de Mandelbrot nos anos 60, de que as variações de preços seguem uma distribuição de Lévy, com parâmetro $0 < \alpha < 2$ é uma distribuição que tem decaimento em lei de potência $(1 + \alpha)$ para grandes valores do argumento (Lévy, 1937).

Um das características mais importantes das distribuições de Lévy é a de possuir momentos divergentes quando $\alpha < 2$. Estes processos, apesar de bem definidos matematicamente, são extremamente difíceis de

serem aplicados a sistemas reais pois, em geral os momentos das distribuições estão relacionadas a propriedade do sistema.

Por exemplo, em finanças, uma variância finita dificulta a mensuração do risco. Daí a necessidade de darmos um passo além das distribuições de Lévy e incluir um termo de encurtamento das caudas, tornando o segundo momento finito, e, portanto aplicável ao mundo prático de finanças, como por exemplo, o gerenciamento de riscos financeiros.

Distribuições que obedecem as leis de potência não tem uma escala típica, isto é, são invariantes por mudança de escala. A quebra de invariância de escala associada ao encurtamento da cauda da distribuição de um ativo financeiro está relacionada a fatores externos tais como bandas de flutuação de câmbio, suspensão de cotações, etc.

4.6 Hipótese do Mercado Eficiente (HME)

Quando os economistas se referem ao mercado de capitais como sendo eficiente querem dizer que, os preços de ativos e retornos são determinados pela lei da oferta e da procura num mercado competitivo, populado por operadores racionais que imediatamente assimilam qualquer informação que seja relevante ajustando seus preços.

Então, indivíduos diferentes não possuem vantagens comparativas na aquisição de informação. Segue-se que em tal mundo, não deverá existir nenhuma oportunidade de obter um retorno numa ação que esteja em excesso ao preço justo para o risco da compra daquela ação. Em suma, lucros anormais, resultados da compra e venda de ativos, não devem existir nesta teoria.

Estes agentes processam a informação eficientemente e imediatamente incorporam esta informação ao preço do ativo. Se as informações atuais ou passadas são imediatamente incorporadas nos preços atuais, então, somente nova informação ou novidade deverá causar mudanças nos preços. Uma vez que as notícias novas não são previsíveis, então, mudanças nos preços ou no retorno também não o são: nenhuma informação no tempo t ou anterior poderia ajudar a melhorar a previsão dos retornos, existindo uma independência entre presente e futura.

Isto descreve a Hipótese do Mercado Eficiente (HME), formulado nos anos 60: o preço de mercado de uma ação no tempo t , P_t , já incorpora todas as informações relevantes e a única razão para a eventual mudança no preço entre o tempo t e $t + \Delta t$ é a chegada de novas informações ou acontecimentos não antecipados.

Desta forma, erros de estimativa, ou seja,

$$\varepsilon_{t+\Delta t} = P_{t+\Delta t} - E_t[P_{t+\Delta t}] \quad (4.7)$$

onde E_t representa o valor esperado no tempo t do valor futuro da ação, pode ser considerado como sendo uma medida do lucro ou prejuízo inesperado durante o intervalo de tempo Δt .

Uma outra forma de descrever a HME é dizer que, em um mercado eficiente, é impossível para investidores realizarem lucro anormal comprando e vendendo ações. Dizemos que estamos sob a tutela de um “jogo limpo”. A teoria elementar do jogo limpo vem do matemático Girolamo Cardano desde 1565: o mais fundamental princípio de todos em jogos limpos é simplesmente a de condições iguais para cada jogador. Caso as condições não forem iguais, um dos jogadores é injusto e o outro um tolo.

A versão mais simples da hipótese de mercado eficiente consiste de incrementos independentes e identicamente distribuídos (IID) no qual, a dinâmica dos preços é dada pela equação seguinte:

$$P_{t+\Delta t} = (\mu + P_t + \varepsilon_{t+\Delta t}); \varepsilon_{t+\Delta t} \approx \text{IID}(0, \sigma^2) \quad (4.8)$$

onde μ é a variação esperada do preço ou “taxa de arrasto” ou de “carregamento” (por exemplo juros estimados e correções monetárias) no jargão financeiro, e $\text{IID}(0, \sigma^2)$ denota que $\varepsilon_{t+\Delta t}$ é independente e identicamente distribuído com média 0 e variância σ^2 . A média nula dos incrementos $\{\varepsilon_{t+\Delta t}\}$ implica que a marcha aleatória é também um jogo limpo e a independência quer dizer não somente que os incrementos não são correlacionados, mas que qualquer função não-linear dos incrementos são igualmente não-correlacionadas.

Considere a média e a variância em uma data t , condicionadas a algum valor inicial P_0 na data $t = 0$:

$$E[P_t | P_0] = P_0 + \mu \cdot t \quad (4.9)$$

$$\text{Var}[P_t | P_0] = \sigma^2 \cdot t \quad (4.10)$$

A distribuição mais comum para as inovações ou incrementos $\{\varepsilon_t\}$ é a Gaussiana ou Normal, com média μ e variância σ^2 , denotada aqui por $N(\mu, \sigma^2)$. Se os $\{\varepsilon_t\}$ são IID $N(0, \sigma^2)$, então a equação (4.8) é equivalente a um Movimento Browniano Aritmético, amostrado em intervalos de tempo regularmente espaçados. Esta suposição de distribuição simplifica muitos os cálculos que envolvem a marcha aleatória, porém, sofre do mesmo problema que aflige os preços normalmente distribuídos: a violação do princípio da não-negatividade do preço de um ativo. Se a distribuição de P_t

é normal, então, haverá sempre uma probabilidade não nula de $P_t < 0$, o que violaria este princípio.

Para evitar a violação deste princípio em finanças, deve-se utilizar a hipótese de que o logaritmo natural dos preços segue uma marcha aleatória com incrementos normalmente distribuídos. Assim usamos em vez de preço na equação (4.8) o logaritmo natural dos preços dando:

$$\ln(P_{t+\Delta t}) = \mu' + \ln(P_t) + \varepsilon_{t+\Delta t} \quad \varepsilon_{t+\Delta t} \approx N(0, \sigma^2) \quad (4.11)$$

A equação (4.11) implica que retornos são variáveis IID normalmente distribuídas com média μ e variância σ^2 o que leva ao modelo log-normal–Movimento Browniano Geométrico. Neste caso as variações dos logaritmos naturais dos preços é normalmente distribuída em vez de preço, ou em outras palavras, variações percentuais $\left(\frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{P_t} \right)$ é normalmente distribuído, em vez de variações absolutas $(P_{t+\Delta t} - P_t)$.

O Mercado Eficiente é um sistema ideal. Mercados reais são aproximadamente eficientes. Quando uma dada informação afeta o mercado numa direção específica, o mercado não é completamente eficiente, o que é detectado na série temporal de dados. No entanto, estas flutuações duram até que o mercado misture todas as fontes de informação durante a formulação de preços, recuperando sua eficiência.

CAPITULO 5

Distribuições Estatísticas nos Índices da Economia no Mercado Emergente

5.1 Introdução

Com o desenvolvimento do campo “sistemas complexos”, no qual os físicos estão interessados nos sistemas como um todo em vez da parte individual, eles também começaram a trabalhar em sistemas sociais financeiros onde os sistemas complexos possuem um grande número de componentes com várias interações. Ainda mais que, esses sistemas não tem um estado de equilíbrio. O comportamento coletivo é mais importante do que unidades individuais.

Um dos problemas de interesse para os físicos no mundo financeiro é a evolução temporal das variações de preços das bolsas de valores. As teorias anteriores das variações de preços das bolsas de valores são baseadas em:

i) Hipótese do mercado eficiente (HME) no qual é baseada sobre hipóteses, onde qualquer informação nova são imediatamente e eficientemente incorporadas para o atual preço de um ativo.

ii) O movimento futuro dos preços ativos devido ao efeito externo, como inesperados são imprevisíveis.

Com estas duas suposições, a mudança nos preços ativos são descritos por um processo de Markov, isto é , preços ativos não são correlacionados no tempo, a troca relativa na bolsa de valores resulta no movimento aleatório browniano. A representação matemática no processo estocástico é:

$$\frac{\Delta P}{P} = \sigma \Delta X ,$$

onde $\frac{\Delta P}{P}$ é a variação relativa dos preços durante um intervalo de tempo ΔT , σ é o desvio padrão da data histórica (ou volatilidade em termos financeiros) e ΔX é uma variação aleatória tirada de uma distribuição normal com média zero e variância ΔT . Este modelo é apropriado em uma série de observações a intervalos de longo tempo ($\Delta T \approx 1$ mês), mas falhas em séries com observação a intervalo de curto tempo (minutos ou dia), isto é, em limites de frequência alta devido à largas flutuações (estrondo, etc) que não pode ser descrito pela distribuição Gaussiana.

Na última década os pesquisadores começaram a trabalhar sobre intervalo de tempo ΔT de ordem 1 minuto por causa da disponibilidade dos dados de alta frequência no mercado financeiro. Recentemente Gupta e Campanha (Gupta e Campanha, 2000) mostrou que a variação de preço das bolsas de valores S&P 500 nos Estados Unidos que pode ser explicada através da distribuição de Levy gradualmente truncada, distantes de valores de ΔT até um minuto. Nesta distribuição, a probabilidade relativa da variação é dada através da Lei de potência, na qual é gradualmente truncada depois de um certo valor crítico devido para limite físico de sistemas com variância finita. Esta distribuição fica igual à distribuição Gaussiana com aumento de intervalo de tempo (ΔT), como foi observado.

O comportamento estatístico no mercado emergente como mercado no índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) pode ser diferente porque é uma espécie diferente de investidores. Em vista disso recentemente, Miranda e Riera (Miranda e Riera, 2001) estudaram a relativa variação nos índices para um período de 1986 à 2000 e considerou que a variação de preço pode ser explicado pela distribuição de Levy flight exponencialmente truncada (LFET). Como eles precisam mudar valores de parâmetros durante as distribuições na comparação de distribuição empírica com a teórica, a validade da teoria é duvidosa particularmente para larga variações.

No presente trabalho estudamos as variações diárias relativas para um período muito grande, isto é, de 1968 à 2002 e, mostramos que densidade de probabilidade das variações diárias, isto é, em um período de variações sucessivas intermediárias pode ser dado através da distribuição exponencial com somente um parâmetro ajustável.

Como informações ou fofocas (informações especulativas) que afetam os preços são aleatoriamente distribuídos por dia, as distribuições estatísticas do índice de preços reflete a reação humana. Finalmente, discutimos um resultado em termos de comportamento humano, isto é, uma reação mais agitada de investidores adiante de fofocas ou informações. Achamos que isso é mesmo um fenômeno que dá uma violência excessiva da população sobre alguma informação política ou religiosa, até torcedor de jogo de futebol começa a brigar por causa de uma pequena discussão ou gol feito de um time contra.

5.2 Distribuições Estatísticas Diárias na Variação dos Índices no Fechamento da Bolsa de Valores

Neste capítulo, estudaremos estatisticamente o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro que é o índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA). Esses dados foram

fornecidos pela Bovespa onde são negociadas as principais ações, à partir do dia em que foi fundada em 02 de janeiro de 1968 até 31 de outubro de 2002, totalizando as amostras em 8562 índices da bolsa de valores no fechamento diário, e são referentes a 34 anos.

Com essas 8562 amostras experimentais, efetuamos o cálculo da variação percentual diária que é dado pela seguinte maneira:

$$V_n = \left[\frac{P_n - P_{n-1}}{P_{n-1}} \cdot 100 \right]$$

onde:

V_n : variação percentual diária

P_n : dia do fechamento

P_{n-1} : dia anterior do fechamento

Em seguida, obtivemos resultados das variações percentuais diárias e calculamos a densidade de freqüência, que é dada por:

$$\text{densidade de freqüência} = \frac{\text{freq}}{\Delta P}$$

onde:

freq = freqüência

ΔP = intervalo de variação percentual

isto é, número de eventos por variação de porcentagem. Para variação percentual pequena, isto é, menos de 5% nós consideramos intervalo de 0.1% e acima disto ajustamos intervalo de densidade de freqüência para evitar o zero, porque log de zero é menos infinito. Foram aplicados testes de distribuições estatísticas, que veremos a seguir:

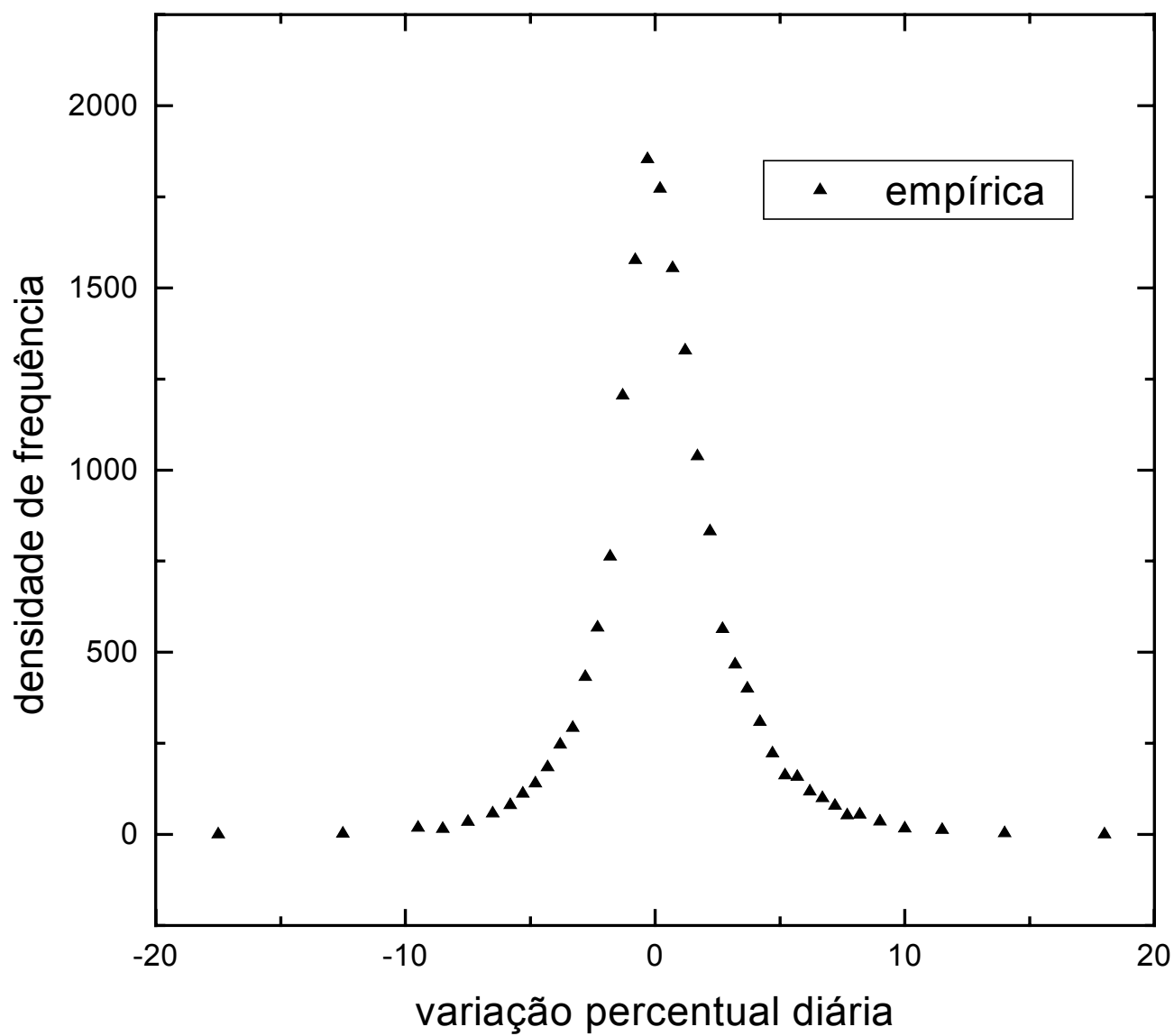


Figura5: variação percentual diária versus densidade de frequência

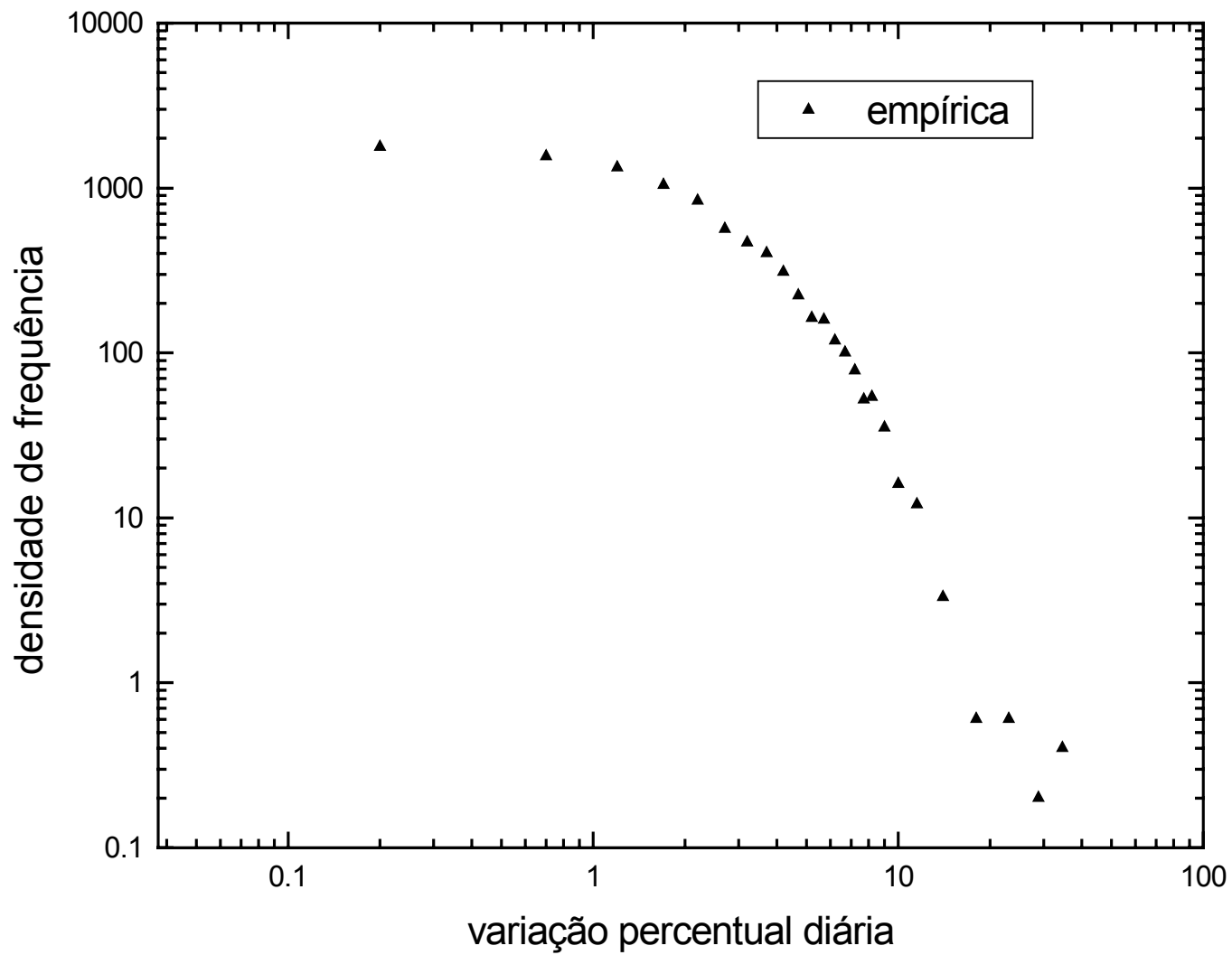


Figura 6: log das variações percentuais diárias versus log da densidade de frequência das classes positivas ;

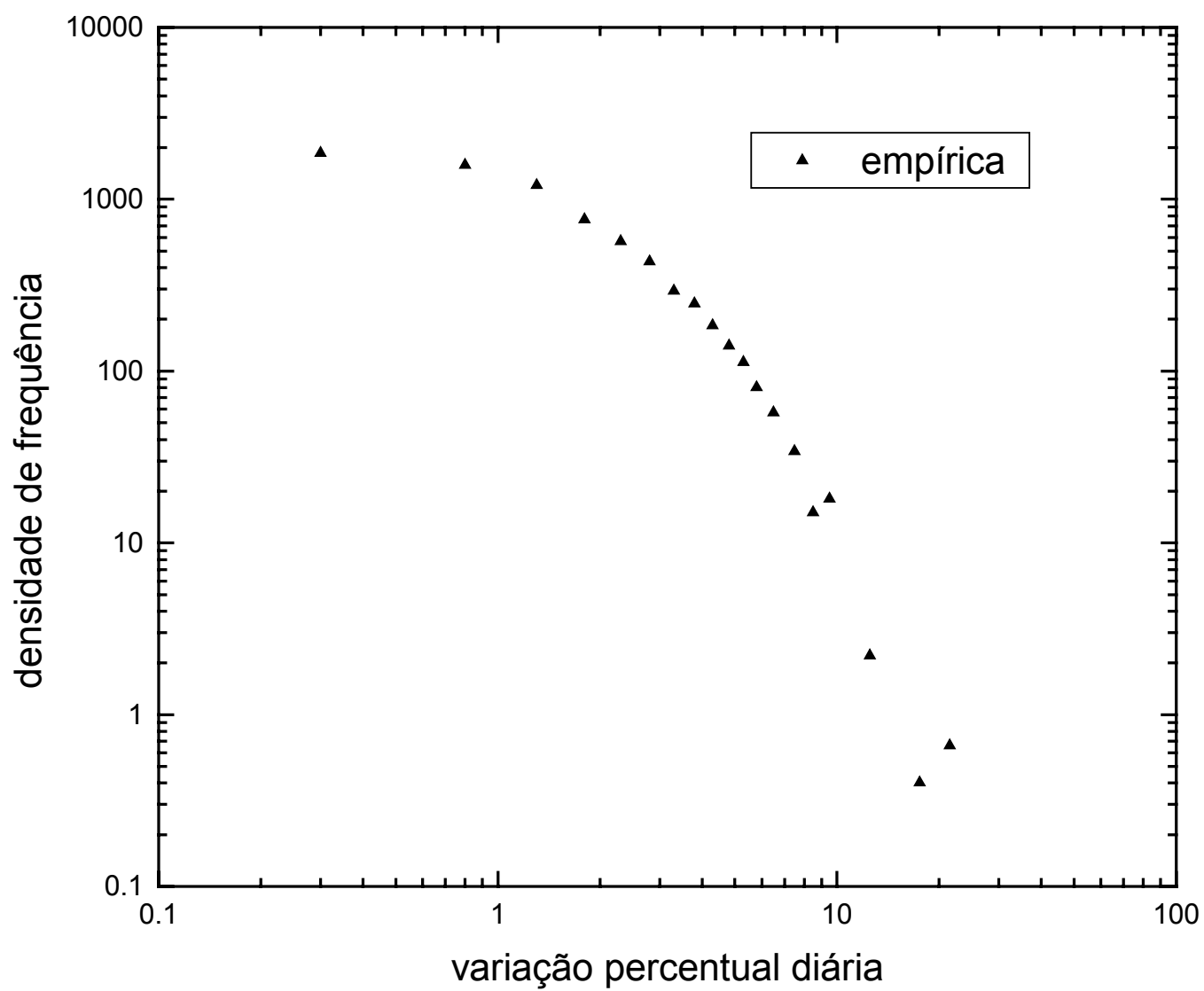


Figura 7: log do módulo das variações percentuais diárias versus log da densidade de frequência das classes negativas;

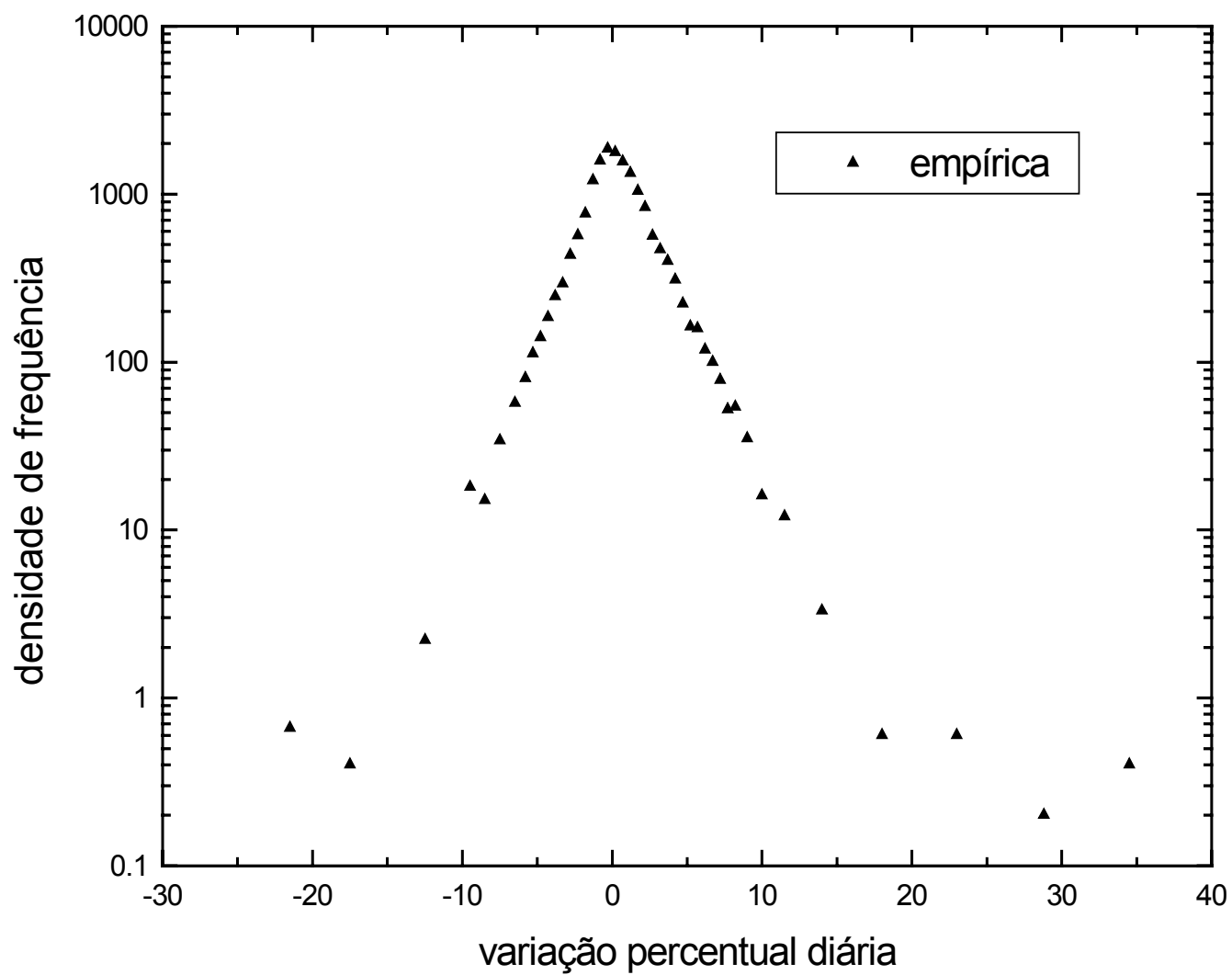


Figura 8: variações percentuais diárias versus log da densidade de frequência;

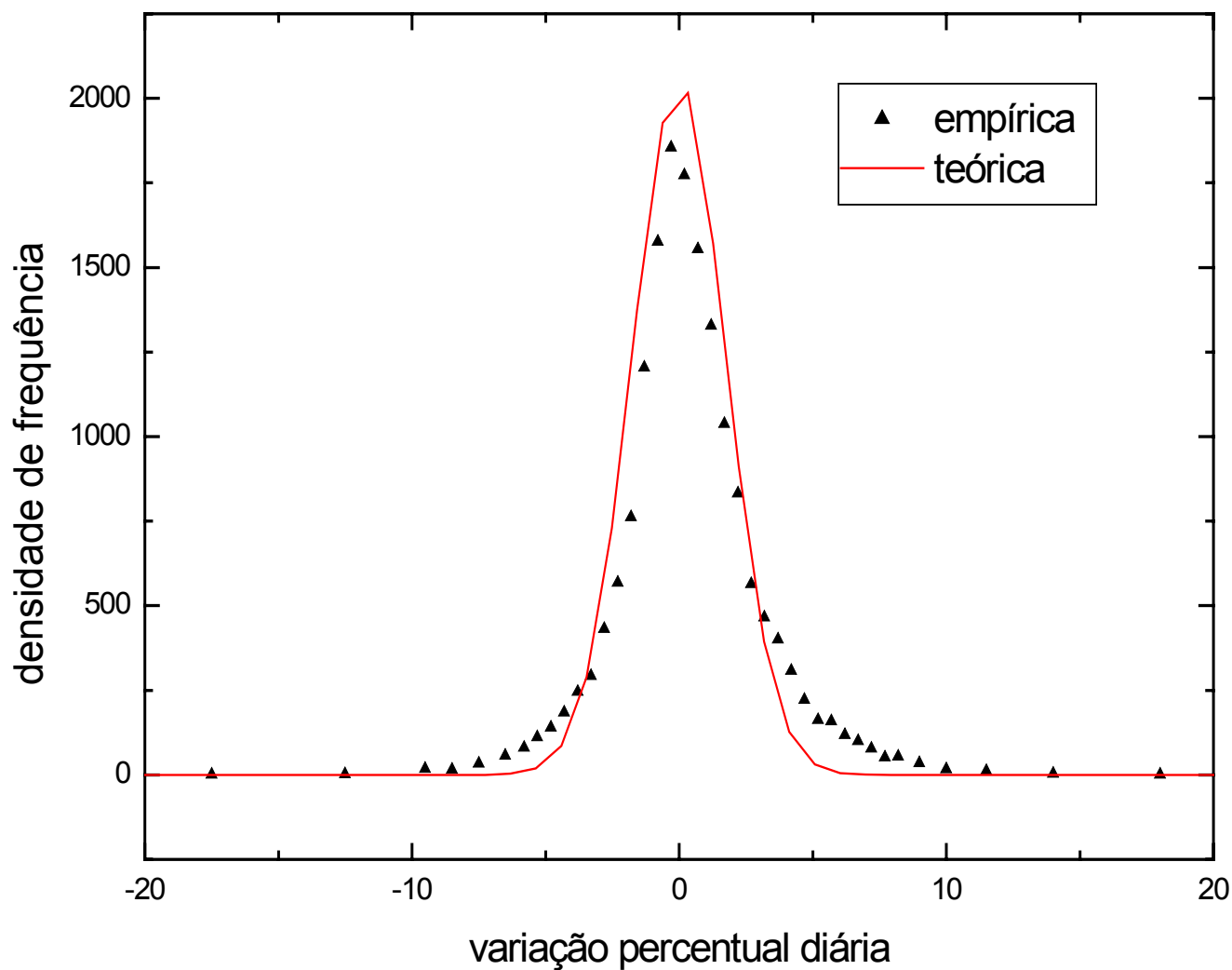


Figura 9: comparação entre a distribuição normal com os dados empíricos

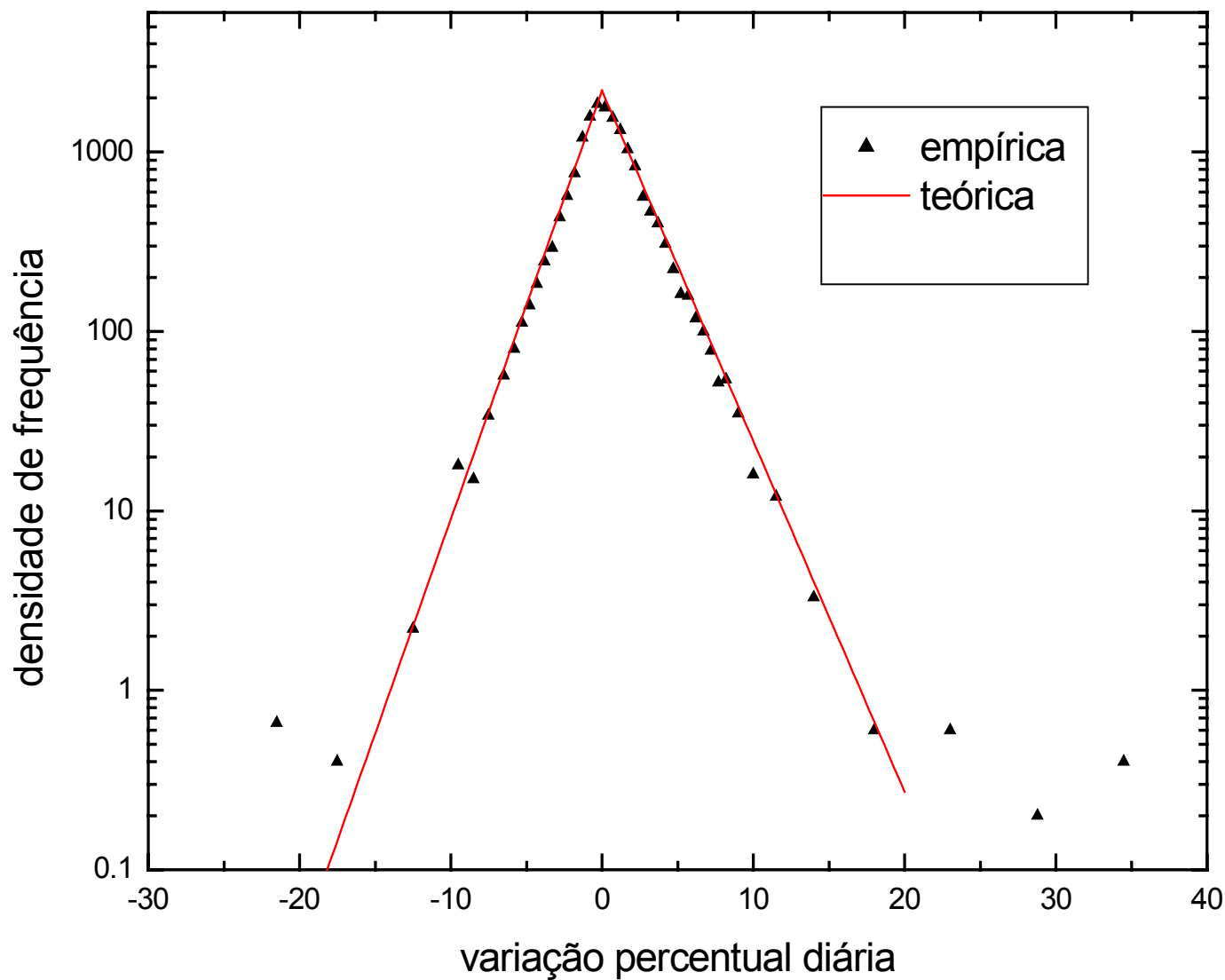


Figura 10: comparação entre a distribuição exponencial com os dados empíricos.

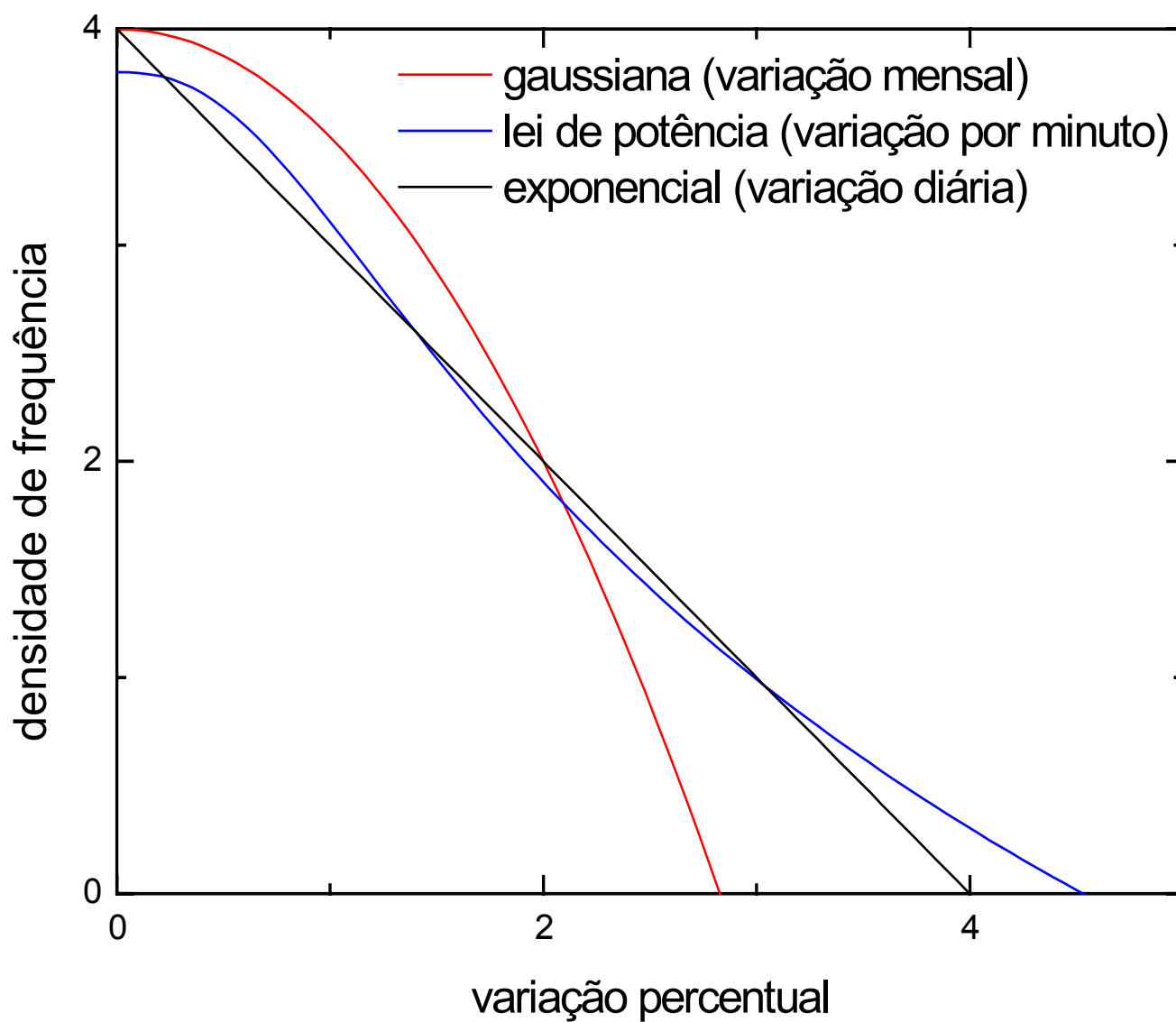


Figura 11: log da densidade de frequência pelas variações percentuais para intervalos de tempo de observações sucessivas de 1 minuto, 1 dia e 1 mês

5.3 Discussão

Na figura 9, onde comparamos a empírica com a teórica (distribuição normal), calculamos a média e o desvio padrão por meio das observações empíricas e chegamos a um resultado que nada pode se afirmar. Nas figuras 6 e 7, como foram aplicados log nos dois eixos dos gráficos se a distribuição fosse pela lei de potência os gráficos seriam uma linha reta e não curvas o que não é o caso. Na figura 10, que foi comparada a empírica com a teórica (distribuição exponencial, $P(x) = \alpha e^{-k|x|}$), calculamos os valores de α tanto pelo lado positivo que deu $k = 0,45$ e no lado negativo que deu $k = 0,55$ por meio de observações empíricas onde a constante $\alpha = 2200$, e observamos que o ajustamento da curva teórica é muito boa com pontos empíricos, exceto algumas variações muito grandes e fica fora de previsão de qualquer teoria geral. Na figura 11, comparamos com o log da densidade de frequência com as variações percentuais para intervalos de tempo de observações sucessivas de 1 minuto (lei de potência gradualmente truncada), 1 dia (exponencial) e 1 mês (gaussiana).

Gupta e Campanha (Gupta e Campanha, 2000) estudaram a distribuição de variação de preço por minuto na bolsa de valores Standard and Poor 500 de Nova York, E.U.A, eles mostraram que a distribuição é dada pela Lei de Potência Gradualmente Truncada. Isso acontece por causa de fatores emocionais que poderia ser explicado através do comportamento psicológico (Thaler, 1993, Kahneman et. al 1982). Pessoas em geral reagem demais com uma informação ou boato. Estas pessoas ficam ótimas quando tem uma boa notícia e péssimas caso contrário. Isso leva para grandes variações, isto é, a probabilidade de grande variações é bem maior do que dado pela distribuição normal. Este processo é o mesmo que acontece em uma discussão sem importância ou um jogo de futebol e acaba em uma grande briga ou homicídio. No período de uma semana ou mais este otimismo ou pessimismo termina e a pessoa acaba encontrando a realidade. Neste caso, a realidade econômica de empresas são predominantes e a distribuição de preço da bolsa de valores é dado pela distribuição normal, isto é, varia com e^{-kx^2} onde x é o tamanho da variação.

No limite intermediário, isto é, variação diária, ambos fatores como emocionais, econômicos são importantes e assim, a distribuição fica entre a distribuição normal e a distribuição lei de potência que é a distribuição exponencial, como foi observado.

5.4 Conclusão

Observamos que a distribuição de variação diária do IBOVESPA (índice da Bolsa de Valores de São Paulo) é dado pela distribuição exponencial com um parâmetro ajustável. Isso acontece por efeito de fatores emocionais e realidade econômica como previa no trabalho de Gupta e Campanha (Gupta e Campanha, 1999 e 2000). Achamos que uma carteira de ações para aplicação na bolsa de valores basea na distribuição exponencial da variação de preço da bolsa de valores seria uma ótima escolha.

Referências:

AITCHISON, J.; BROWN, J.A.C. **The Log-normal Distribution**. Cambridge: Cambridge United Press, 1957.

ARTHUR, W.B. Complexity and the Economy. **Science**, Washington, v.284, n.5411, p.107-109,1999.

AXTELL, R.L. Zipf Distribution of U.S. Firm Size. **Science**. Washington, DC, v.293, n.5536, p.1818-1820, 2001.

AYRES, M.; AYRES JR, M.; AYRES, D.L.; SANTOS, A.S. **Bioestat 2.0**: aplicações estatística nas áreas das ciências biológicas e médias. Belém: Sociedade Civil Mamirauá; MCT-CNPq, 2000.

BADII, R.; POLITI, A. **Complexity-Gierarchical strutures and scaling in physics** ,Cambridge, UK, 1997.

BAK, P. **How nature works**: The science of self-organized criticality. Oxford: University Press, 1997.

BACHELIER. L. **Théorie de la Speculation** (PhD thesis) Annales Scientifiques de l' École Normale Supérieure III- 17: 1900.

BLACK, F.; SHOLES, M. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**, J. Polit. Econ. v. 81, p. 637-654, 1973.

BIONDINI, R. Cloud motion and rainfall statistics. **Journal of Applied Meteorology**, Charlottesville, v.15, p. 205-224, 1976.

CHAVARETTE, F. R. et al. Um breve comentário sobre o vestibular da UNESP: Um exemplo de modelo dinâmico aleatório de sistema complexo. **IN: CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL**, 1., 2002, São José do Rio Preto. Anais... São José do Rio Preto: SBMAC, 2002. p. 879-886.

CHAVARETTE, F. R. **A Distribuição de Lei de Potência Gradualmente Truncada na Educação: Exame de Vestibular da UNESP. 2002.** 60 f. dissertação (mestrado em Física Aplicada)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

DAVIS, H. T. **The Theory of Econometrics.** USA: Bloomington Indiana, 1941.

EINSTEIN, A., INFELD, L., **The Evolution of Physics: From Early Concepts to Relativity and Quanta.** USA: Simin & Schuster, 1976

FECHNER, G.T. **Elemente der Psychophysik.** Leipzig: Breitkopf und Hartel, 1860.

FECHNER, G.T. **Kollektivmasslehre.** Leipzig: Engelmann, 1897.

FELLER, W. **An introduction to probability theory and its applications.** New York: Wiley, 1971.

GADDUM, J. H. **Reports on biological standards III: methods of biological assay depending on a quantal response.** London: Medical Research Council, 1945.

GAUSS, C. F. Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen. **Zeitschrift für Astronomie**, Berlin, v.1, p.185-197, 1816

GIBRAT, R. **Les inégalités économiques.** Paris: Librairie du Recueil Sirey, 1931.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R. The gradually truncated Lévy flight: stochastic process for complex systems. **Physica A**, New York, v.268, p. 231-239, 1999.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R. The gradually truncated Lévy flight: stochastic process for complex systems. **Physica A**, New York, v.275, p. 531-543, 2000.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R. Tsallis statistics and gradually truncated Lévy flight – distribution of an economical index. **Physica A**, New York, v. 309, p. 381-387, 2002.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R. **Gradually truncated log-normal distribution – size distribution of firms**. arXiv.org e-Print archive, v.1, 30 nov 2001. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0111579>>.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R.; CHAVARETTE, F.R. **Power Law Distribution in Education: Effect of Economical Teaching and Study Conditions in University Entrance Examination**. International Journal of Modern Physics C, New York, v.14, p. 449-457, 2003.

HART, P.E.; PRAIS, S. J. 156, The analysis of business concentration: A statistical approach. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series A, v.119, 150-181.

HURST, H. E. Long- tem storage of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, Reston, v.116, p.770-779, 1951.

KAPTEYN, J. C.; VAN UEN, M. J. **Skew frequency curves in biology and statistics**. Groningen: Astronomical Laboratory at Groningen, 1916.

KAHNEMAN, D.; SLOVIC, P.; TVERSKAY, A . **Judgemente Under Uncertainty: Heuristics and Biases**, Cambridge University Press, Cambridge, 1982.

KONDO, K. The log-normal distribution of the incubation time of exogenous diseases. **Japanese Journal of Human Genetic**, Nigata, v.21, n.4, p.217-237, 1977.

LAPLACE, P. S. Mémoire sur les probabilités. **Histoire de l'Alcadémie Royale de Sciences**, Paris, v.9, p.227-332, 1781.

LÉVY, P. **Théorie de Láddition des Variables Aléatoires**. Paris: Gauthier-Villars, 1937.

MACAU, E.E.N. Sistemas Complexos. **Anais do I Congresso de Dinâmica e Aplicações**. Rio Claro, v.1, p.29-49, 2002.

MAGALHÃES, M. V.; LIMA, A.C.P. **Noções de probabilidade e estatística**. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 2001.

MAGURRAN, A.E. **Ecological Diversity and its Measurement**. London: Croom Helm, 1988.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **Journal of Business of The University of Chicago**, Chicago, v.36, p.394,1963.

MANDELBROT, B. **The fractal geometry of nature**. New York: Freeman, 1983.

MANDELBROT, B. **Multifractals and 1/f Noise: Wild Self- Affinity in Phsics**. Springer-verlag, 1999.

MANTEGNA, R.; STANLEY, H.E. Stochastic Process with Ultraslow Convergence to a Gaussian: The truncated Lévy Flight. **Physical Review Letters**. N.Y., v.73, n.22, p.2946-2949, 1994.

MANTEGNA, R.; STANLEY, H.E. Scaling behavior in the dynamics of economics index. **Nature**, London, v.376, p.46-49, 1995.

MIRANDA, L. COUTO; RIERA, R.Truncated Lévy Walks and na Emerging Market Economic Index, **Physica A**, v.297, p.509-520, 2001.

Mc- ALLISTER, D. The law of the geometrical mean. **Royal Society of London**, London, v.29, p.369-375, 1879.

MOIVRE, A. de. **Approximation ad summam terminorum binomii(a+b)ⁿ in seirem expansi**. Lomdon: Supplement to Miscellanea Analytica, 1733.

PARETO, V. **Cours d'Economic Politique**. Reprint as a volume. Ouvres Completes. Droz Geneur, 1896-1965.

POON, L.; GREBOGI, C. Controlling Complexity. **Physical Review Letters**. N>Y., v.75, p. 4023-4026, 1995.

RAZUMOVSKY, N. K. Distribution of metal values in ore deposits. **Doklady Academii**, Moscaou, v.28, n.9, p.814-816, 1940.

SARTWELL, P.E. The distribution of incubation periods of infectious disease. **American Journal of Hygiene**, Baltimore, v.51, n.3, p.310-318, 1950.

SARTWELL, P.E. The incubation period of poliomyelitis. **American Journal of Public Health and the National Health**, Washington, v. 42, n.11, p.1403-1408, 1952.

SARTWELL, P.E. the incubation period and the dynamics of infectious disease. **American Journal of Epidemiology**, Baltimore, v. 83, n.2, p. 204-216, 1966.

SHOCKLEY, P. E. Log- Normal Distribution Citation index **Proceeding of. IRE**, USA, v. 45, p. 279, 1957.

SINGH, A; WHITTINGTON, G. The size and Growth of firms. **Review of Economic Studies**, Bristol, v.42, n.1, p.15-26, 1975.

STANLEY, H.E. Scaling, universality, and renormalization: Three pillars of modern critical phenomena. **Reviews of Modern Physics**, v. 71, n.2, p. 5358-5366, 1999.

STANLEY, M.H.R.; BULDYREV, S.V.; HAVLIN, S.; MANTEGNA, R.N.; SALINGER, M.A.; STANLEY, H.E. Zipf plots and the size distribution of firms. **Economics Letters**, Boston, Boston University, v.49, p.453-457, 1995.

THALER, R.H. (Ed), *Advances in Behavioral Finance*, Russel Sage Foundation, New York, 1993

TSALLIS, C. Nonextensive Statistics: Theoretical, Experimental and Computacional Evidences and Connections. **Brazilian Journal of Physics**, SP, v.29, p.1-45, 1999.

TSALLIS, C. As distribuições de Lévy. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 22, p.156-162, 2000

VEIRA, S. **Introdução à bioestatística**. 4. ed. São Paulo: Campus, 2000.

WEBER, H. **De pulsa resorptione auditu et tactu. Annotationes anatomicae et physiologicae**. Leipzig: Koehler, 1834.

ZIPF, G. K. **Human behavior and the principle of least effort**. Cambridge: Addison- Wesley, 1949.