



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE CIÊNCIAS - CAMPUS DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA

Helio Fernando Gomes Maziviero

PROPOSTA DE UM JOGO DIGITAL COMO INSTRUMENTO DE APOIO A
AVALIAÇÃO FORMATIVA CONTÍNUA SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Bauru

2019

Helio Fernando Gomes Maziviero

PROPOSTA DE UM JOGO DIGITAL COMO INSTRUMENTO DE APOIO A
AVALIAÇÃO FORMATIVA CONTÍNUA SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÕES

Tese apresentada à Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, Campus de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, como um dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência (Área de Concentração: Ensino de Ciências), sob a orientação do Prof. Dr. Wilson Massashiro Yonezawa.

Bauru

2019

Maziviero, Hélio Fernando Gomes.

Proposta de um jogo digital como instrumento de apoio a avaliação formativa contínua sobre o conteúdo de funções / Hélio Fernando Gomes Maziviero, 2019
103 f.

Orientador: Wilson Massashiro Yonezawa

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2019

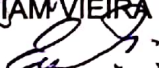
1. ensino de matemática. 2. ensino individualizado. 3. jogos digitais. 4. Avaliação formativa. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

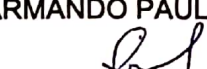
ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE HELIO FERNANDO GOMES MAZIVIERO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

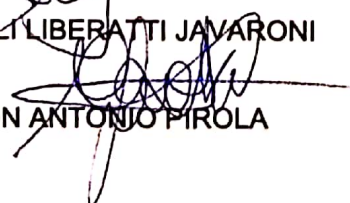
Aos 15 dias do mês de março do ano de 2019, às 08:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-Graduação da Faculdade de Ciências - Unesp/Bauru-SP, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. WILSON MASSASHIRO YONEZAWA - Orientador(a) do(a) Departamento de Computação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Prof. Dr. WILLIAM VIEIRA GONÇALVES do(a) Departamento de Matemática / Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, Prof. Dr. ARMANDO PAULO DA SILVA do(a) Acadêmico de Matemática / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procopio, Profa. Dra. SUELI LIBERATTI JAVARONI do(a) FC / UNESP/Bauru (SP), Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA do(a) Depto. de Educação / UNESP/Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de HELIO FERNANDO GOMES MAZIVIERO, intitulada **PROPOSTA DE UM JOGO DIGITAL COMO INSTRUMENTO DE APOIO A AVALIAÇÃO FORMATIVA CONTÍNUA SOBRE O CONTEÚDO DE FUNÇÕES..** Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. WILSON MASSASHIRO YONEZAWA


Prof. Dr. WILLIAM VIEIRA GONÇALVES


Prof. Dr. ARMANDO PAULO DA SILVA


Profa. Dra. SUELI LIBERATTI JAVARONI


Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

Dedico este trabalho à minha esposa Bianca pelo carinho a mim despendido e por sempre acreditar que eu sou capaz de tudo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu orientador e amigo Prof. Dr. Wilson Massashiro Yonezawa, pela confiança no meu trabalho, e por compartilhar alguns de seus conhecimentos, uma figura ímpar na ciência desse país, um exemplo que quero carregar comigo em toda minha carreira.

Aos professores Doutores Armando Paulo da Silva, Nelson Atonio Pirola, e William Vieira Gonçalves e a Professora Doutora Sueli Liberatti Javaroni por terem aceitado e participado ativamente da minha banca e pela imensa colaboração que trouxeram à minha dissertação.

Aos Funcionários da Pós-graduação sempre bem-dispostos e por serem sempre solícitos aos meus pedidos.

À toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.

Aos meus amigos Fabio Cincotto, Vinicius Martinez e Vinicius Pavani que apesar da distância não deixamos de incentivar um ao outro sempre.

Aos amigos André de Oliveira Ruz e Paulo Souza, que tornam o meu desafio lógico sempre diário, me fazendo evoluir um pouco de cada vez.

Ao amigo e GRANDE rival Rodrigo pelo incentivo a um esporte que hoje participa de grande parte da minha vida.

Aos alunos do IFSP-Matão que participaram da pesquisa, colaborando e contribuindo de forma fundamental para esse trabalho.

A todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim, fazendo esta fase da minha vida valer cada vez mais a pena.

Resumo

Apesar do aumento do uso de tecnologias no apoio educacional individualizado, esta vertente pedagógica ainda representa um campo pouco explorado. Isto se dá, entre outros fatores, principalmente pela dificuldade de identificar as características de todos alunos, devido à falta de uma ferramenta diagnóstica capaz de lidar com a quantidade excessiva de alunos em sala de aula. Neste cenário, o professor passa a avaliar a turma considerando um comportamento médio, ministrando, muitas vezes, conteúdos idênticos para alunos de diferentes níveis educacionais. Considerando tais problemáticas, o uso de recursos computacionais mostra-se uma alternativa potencial de auxílio ao professor. Assim, há de se considerar os aspectos computacionais em conjunto às teorias educacionais avaliativas. Neste sentido, apesar das muitas propostas avaliativas existentes, esta pesquisa visa a utilização dos métodos vinculados a avaliação formativa, baseados em feedbacks contínuos e na crescente melhoria de aprendizagem. Para isso, a presente pesquisa foi norteadada pela perspectiva dos jogos digitais. Foi realizada uma revisão da literatura sobre game design, voltada para o desenvolvimento de um jogo digital com características de avaliação contínua e imersão satisfatória. Desenvolvemos um jogo que teve como objetivo principal o apoio ao diagnóstico das dificuldades e facilidades dos alunos em conteúdo de matemática, em particular ao ensino de funções. Com o uso do jogo desenvolvido, 57 alunos foram submetidos à uma atividade envolvendo dois métodos de avaliação: a avaliação tradicional (questionário em papel) realizada por um professor e a avaliação realizada pelo jogo, por meio de um algoritmo matemático computacional, fundamentado e desenvolvido por meio da teoria de modelagem matemática. Para validação da eficácia da avaliação proposta, optou-se por um método quantitativo de análise de resultados. O teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov foi utilizado como o critério para filtragem. Foi investigado o Índice de Correlação Intraclassa (ICC) e seu respectivo intervalo de confiança, como parâmetro objetivo de qualidade. Os resultados indicam cenários de boa a excelente concordâncias entre os resultados dos diferentes métodos de avaliação, indicando o potencial do jogo digital como um possível substitutivo ou complemento em relação ao trabalho manual executado pelo professor.

Palavras-chave: ensino de matemática, ensino individualizado, jogos digitais, Avaliação formativa.

Abstract

Despite the increasing use of technologies in individualized educational support, this pedagogical aspect still represents a little explored field. This is due, among other factors, mainly to the difficulty of identifying the characteristics of all students, due to the lack of a diagnostic tool capable of dealing with the excessive amount of students in the classroom. In this scenario, the teacher starts to evaluate the class considering an average behaviour, often providing identical content for students of different educational levels. Considering these problems, the use of computational resources shows a potential alternative of aid to the teacher. Thus, computational aspects must be considered in conjunction with evaluative educational theories. In this sense, despite the many existing evaluative proposals, this research aims at the use of methods linked to formative evaluation, based on continuous feedbacks and increasing learning improvement. For this, the present research was guided by the perspective of the digital games. A review of literature about game design was developed, aimed at the development of a digital game with characteristics of continuous evaluation and satisfactory immersion. We developed a game that had as main objective the support to the diagnosis of the difficulties and facilities of the students in content of mathematics, in particular to the instruction of functions. With the use of the developed game, 57 students were submitted to an activity involving two methods of evaluation: the traditional evaluation (paper questionnaire) made by a teacher and the evaluation made by the game, through a computational mathematical algorithm, based and developed by means of the mathematical modelling theory. To validate the effectiveness of the proposed evaluation, we opted for a quantitative method of analysis of results. The Kolmogorov-Smirnov normality test was used as the criterion for filtering. The Intraclass Correlation Index (ICI) and its respective confidence interval were investigated as an objective quality parameter. The results indicate good scenarios and excellent agreement between the results of the different evaluation methods, indicating the potential of the digital game as a possible substitute or complement to the manual work performed by the teacher.

Keywords: Mathematics teaching. Individualized teaching. Digital games. Formative evaluation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Desafios da integração de tecnologias em sala de aula	40
Figura 2 – Uso do computador nas escolas	44
Figura 3 – Diagrama de aprendizado em um jogo de tênis	46
Figura 4 – Participação das regiões do mundo no mercado de Jogos Digitais em 2010	50
Figura 5 – Rascunhos	60
Figura 6 – Rascunhos da primeira fase	60
Figura 7 – Protótipo tela inicial	61
Figura 8 – Segundo protótipo da tela inicial	61
Figura 9 – Frames personagem correndo	62
Figura 10 – Diferença de uso no item óculos	63
Figura 11 – Animação de encerramento primeira fase	64
Figura 12 – Rascunho da segunda fase	64
Figura 13 – Rascunho da segunda fase Chefe	65
Figura 14 – Exemplo da imagem de um arquivo atlas	67
Figura 15 – Diagrama de Modelagem	76
Figura 16 – Distribuição Empírica x Distribuição Normal	78
Figura 17 – Fluxo de escolha para o ICC	82
Figura 18 – Distribuição dos dados	84
Figura 19 – Arquitetura do Algoritmo	85
Figura 20 – Superfícies do Algoritmo	86
Figura 21 – Quantidade de vezes jogadas por nível	88
Figura 22 – Distribuições de Probabilidade do vetor-erro com e sem filtro	89
Figura 23 – Dados	90

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Barreiras para a inserção de jogos na escola	54
Tabela 2	–	Características dos jogos educacionais	56
Tabela 3	–	Formas equivalentes do ICC entre Shrout e Fleiss(1979) e McGraw e Wong(1996)	80
Tabela 4	–	Funções do Algoritmo	86
Tabela 5	–	Resultado do <i>kstest</i>	89
Tabela 6	–	Resultados obtidos para a estatística do ICC	91

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	15
1.1.1	Objetivo geral	15
1.1.2	Objetivos específicos	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	O professor de matemática diante do processo de ensino	16
2.2	A Avaliação no Ensino	17
2.2.1	Avaliação Formativa	18
2.2.2	O Papel do Feedback nas avaliações formativas	20
2.2.3	Modelos de Avaliação Formativa e Feedback	22
2.3	A importância do Erro no Ensino	29
2.4	Dificuldades no Ensino de Matemática	34
2.5	Implementação das tecnologias nos ambientes educacionais	38
2.6	Jogos e ensino	43
2.7	Jogos digitais e ensino	49
3	O JOGO DESENVOLVIDO: JURANDIR E OS SEGREDOS DA MATEMÁTICA	59
3.1	O jogo	59
3.2	Concepção do jogo	59
3.3	Desenvolvimento técnico	65
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	71
4.1	A natureza da pesquisa	71
4.2	Procedimentos para a elaboração e seleção dos dados	72
4.2.1	Caracterização do banco de dados do jogo	74
4.2.2	Modelagem matemática como método para o algoritmo avaliador	75
4.3	Análise estatística	77
4.3.1	O teste de Kolmogorov-Smirnov	77
4.3.2	Índice de correlação intraclasse	78
4.3.2.1	O modelo de efeitos mistos bidirecionais	83
4.3.2.2	O Tipo	83
4.3.2.3	A Definição	83
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	84

5.1	Modelagem Matemática para o algoritmo avaliador	84
5.2	Teste de Kolmogorov-Smirnov e análise de desempenho do algoritmo	87
5.3	Conclusão	91
	REFERÊNCIAS	93

1 Introdução

A Educação no Brasil tem passado, nas últimas décadas, por transformações que acarretaram substanciais modificações nos Parâmetros Curriculares Nacionais. A matemática, como uma das principais áreas do ensino, também está sujeita ao cenário de mudanças. Entretanto, aspectos físicos, estruturais, assim como sociológicos e pedagógicos constituem alguns dos fatores que tornam ainda mais desafiadora a implementação de atualizações no ensino de matemática como será apresentado no decorrer do texto.

De acordo com o relatório da OECD (2017) o Brasil detém uma das maiores taxas da relação alunos por sala de aula, ou seja, há um elevado número de alunos concentrados em uma mesma sala de aula. Neste contexto, a participação do aluno nas atividades pedagógicas e seu desenvolvimento são prejudicados. Deste modo, torna-se dificultada a prática de um programa de ensino individualizado.

Segundo Portal et al. (2008) em classes com menor número de alunos, o professor tem mais tempo para expender a cada aluno, contribuindo para que o processo de ensino-aprendizagem torne-se mais efetivo. Para (CHEPYATOR-THOMSON; LIU, 2003), o tempo limitado em classe e a disposição dos assentos constituem alguns dos numerosos obstáculos de uma sala de aula moderna que influenciam negativamente na interação professor-aluno.

Uma forma de promover o ensino mais individualizado, ainda que com o número elevado de alunos, é a utilização de atendimento extraclasse, contudo, a disponibilidade de tempo do professor para essas atividades, assim como a ausência de políticas educacionais voltadas a este fim constituem fatores limitadores. Além disso, segundo o relatório da OECD (2017), o Brasil dispõe de baixo número de professor por turma, o que implica o fato de que o professor tende a passar maior parte de seu período de trabalho em sala de aula, restando pouco tempo para outras atividades.

Tais fatores fomentam diferentes problemas educacionais, sendo o mais comum a dificuldade no desenvolvimento da relação professor-aluno. Muitos alunos têm dificuldades de se expressar quando há uma concorrência pela atenção do professor. Os alunos mais tímidos têm receio de se expor em sala de aula, uma vez que sentem-se reprimidos em meio a uma turma numerosa (ZIMBARDO; PILKONIS; MARNELL, 1977).

Nesse caso, o professor é desafiado a encontrar metodologias alternativas que proporcionem aos alunos ambiente mais confortáveis e propícios para responder e realizar questionamentos, de maneira a otimizar o modo pelo qual o aluno faz a devolutiva de seu aprendizado no decorrer das aulas. Ao vivenciar relações positivas, os estudantes tendem a se sentir mais confortáveis e seguros. Para Braun, Fialho e Gomez (2017), estudantes

com perfis quietos e/ou reservados frequentemente demonstram todo o seu potencial com a oportunidade certa.

Considerando a dificuldade em modificar estruturalmente o sistema de ensino, o cerne da discussão muda então de foco, não é mais o tamanho da turma que tem importância e, sim quais estratégias didáticas usar para conceder um ensino produtivo em uma sala numerosa, ainda que essa situação continue sendo acatada como indesejável (PORTAL et al., 2008).

O uso de tecnologias aplicadas vem ganhando destaque na educação, entretanto dada a escassez de tempo, na adoção de tecnologias pelo professor, há de se considerar aquelas cujas implementações não sejam complexas, de maneira a agilizar parte do seu trabalho.

Quanto a viabilidade, de acordo com Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR (2016) 73% dos professores internautas afirmam utilizar computador e/ou internet com os alunos em algum tipo de atividade. As formas de emprego das tecnologias relatadas pelos professores são variadas, como aulas expositivas (Slides em PowerPoint [Microsoft Office®]), resolução de dúvidas individuais (e-mail e chat), pesquisas online, digitação de texto, produção de desenhos, gráficos, planilhas e jogos educativos.

Entretanto, ainda é possível identificar a subutilização dos recursos oferecidos pelos computadores: nem todo o potencial educacional desses recursos é explorado, o que pode causar sensação de ineficiência dos resultados esperados, levando os professores ao abandono da tecnologia (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, 2016). Uma das aplicações menos utilizadas são os jogos digitais (JD), que são recursos com grande potencial, mas pouco explorados.

A pesquisa TIC Educação 2015 indica que a busca por jogos está entre as atividades menos citadas – 43% dos docentes usaram a Internet para buscar tais ferramentas. A utilização de jogos surge com mais força entre os professores do Ensino Fundamental I (44% dos professores afirmaram utilizar jogos educativos), enquanto os percentuais para os outros níveis de ensino foram de 27% para os professores de Ensino Fundamental II e de 25% para os de Ensino Médio. Observa-se também que o uso da Internet por professores para buscar jogos educativos foi mais citado que o uso efetivo desse tipo de estratégia com os alunos – 31% dos professores usaram computador e/ou Internet com os alunos para realizar atividades com jogos (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, 2016).

As tecnologias digitais, em sua quase totalidade, são utilizadas unicamente como transmissoras de conteúdo, mas raramente proporcionam ao professor condições de compreender como tais conteúdos foram, de fato, assimilados pelos alunos (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, 2016). Ou seja, infelizmente, os JD são utilizados, muitas vezes, como recursos meramente expositivos, na tentativa de ensinar conteúdo específicos

aos alunos, tornando-se equivalente a um livro didático e levando a perda da ludicidade intrínseca aos jogos. Neste sentido esta pesquisa visa verificar a capacidade de contribuição do armazenamento de dados para o processo de avaliação e diagnóstico do professor, uma vez que possibilita acessar informações detalhadas e acompanhar de maneira mais individualizada cada aluno, podendo facilitar tanto o processo de avaliação contínua quanto o processo de avaliações periódicas.

Além da individualização, o processo de cruzamento de dados permite automatizar parâmetros avaliativos, atividades por vezes dispendiosas e desgastantes para o professor. Com eficiência nesse processo, é possível que o professor tenha uma percepção de melhoria de desempenho de suas atividades com a utilização da tecnologia. Neste sentido, elencamos os objetivos desta pesquisa abaixo.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Desenvolver e validar uma ferramenta tecnológica digital-educacional, baseada nas teorias de game design, cuja finalidade é o apoio ao diagnóstico das dificuldades e facilidades dos alunos em conteúdo de matemática, em particular ao ensino de funções, de maneira a consolidar de modo mais efetivo o uso do processo de avaliação formativa.

1.1.2 Objetivos específicos

Considerando o objetivo geral, esta pesquisa tem como estratégia os seguintes objetivos específicos:

- Compreender a aplicabilidade das teorias de *game design*, atreladas as teorias educacionais na construção de softwares para uso educacional;
- Identificar como se dá o uso de Jogos Digitais em atividades voltadas para o ensino de funções e, também, em outras áreas de ensino;
- Compreender o processo de extração de dados gerados por software educacional e sua potencialidade para o uso do professor no processo de avaliação formativa.

2 Fundamentação Teórica

2.1 O professor de matemática diante do processo de ensino

A medida que o desenvolvimento tecnológico avança, mais a sociedade contemporânea tem acesso a um amplo acervo de informações. Deste modo, torna-se evidente a mudança na dinâmica do fluxo de informações na qual os estudantes são submetidos. Estes, agora, não estão apenas prestando atenção a essas mudanças, mas também interagem com vários meios de comunicação. As escolas brasileiras, como uma das fontes de informações, não acompanharam tais mudanças, nem a alteração do perfil dos alunos submetidos a esses meios.

Portanto, é muito importante buscar novas estratégias que possibilitam a reflexão sobre a própria prática de ensino, levando os professores, assim como a escola em geral, a perceberem que às vezes tais práticas não estão funcionando ou não estão funcionando adequadamente.

Tais reflexões sobre o ensino de matemática indicam que vários fatores podem tornar os assuntos das aulas pouco atraentes no currículo da educação básica. As temáticas são consideradas muito difíceis, e lidam com objetos e teorias altamente abstratas (PONTE, 2000).

A este respeito, os alunos por vezes atribuem todas essas problemáticas aos professores. Estes, por sua vez, organizam o seu trabalho de acordo com o plano de ensino e as horas de trabalho da escola, seguindo seus regimentos e normas. Em consequência disso, surgem dificuldades na preparação das aulas, por conta da grande quantidade de conteúdos programados para um tempo limitado. Portanto, os alunos não são atraídos durante as aulas, têm dificuldade e não conseguem aprender, levando-os a rejeitar o estudo de matemática. As principais razões que levam os alunos a rejeitarem a disciplina de matemática são (REIS, 2015):

- Falta de motivação do professor no ensino e falta de motivação do aluno;
- Os alunos têm uma opinião preconcebida e acham que a matemática é difícil;
- Matemática rigorosa x experiência negativa dos alunos sobre o assunto;
- Falta de relação entre as disciplinas ensinadas pela escola e o cotidiano dos alunos;
- Prática do professor, seu relacionamento com o aluno e o modo como ensina e avalia;

A partir desses argumentos, os professores tendem a reagir de maneira resistente

uma vez que, segundo (TATTO; SCAPIN, 2004), são custosos os processos de:

- Repensar e auto avaliar as práticas de ensino;
- Compreender a realidade social dos estudantes;
- Compreender como o desenvolvimento cognitivo do aluno ocorre para não fortalecer a experiência matemática negativa;
- Ajustar recursos pedagógicos e preparar diferentes recursos para cada método;

O uso de metodologias mais dinâmicas de avaliação podem ser usadas para colaborar com a troca de informação entre professor e aluno, tais como o uso de recursos tecnológicos que consigam responder de forma coerente ao ambiente pedagógico.

É possível que o aluno chegue a perceber que um problema de matemática pode ser tão divertido quanto um jogo de palavras cruzadas, ou que o intenso trabalho mental pode ser um exercício tão agradável quanto uma partida animada de tênis. Tendo experimentado prazer no estudo da matemática, ele não a esquecerá facilmente e haverá, então, uma boa probabilidade de que ela se torne algo a mais: um hobby, um instrumento profissional, a própria profissão ou uma grande ambição (POLYA, 2006).

Enfatiza-se que, para que os recursos tecnológicos estejam inseridos de forma coerente nas salas de aula, e possam trazer divertimento juntamente com o aprendizado da matemática, se faz necessário um estudo aprofundado sobre como é o processo de avaliação existente nas salas de aula.

2.2 A Avaliação no Ensino

Para iniciar a presente discussão, é imperativo trazer alguns conceitos essenciais à exposição e análise do processo estudado, iniciando com o conceito de avaliação que, para Vasconcellos (2006), pode ser entendido como o processo de reunir evidências sobre determinado conhecimento, a capacidade de uso e a disposição de um aluno em relação à – no caso do presente estudo – matemática. Assim, a avaliação é o procedimento de valoração do conhecimento do estudante e os comparar com os demais para determinar se o método de ensino é ou não válido para o nível educacional em comento. O autor sugere ainda que a avaliação não é um ato exclusivo do setor da educação, mas encontra-se disponível em diversos atos do ser humano, pois é nela em que se baseiam as hierarquizações desde instituições religiosas até empresas multinacionais, pois o ato de comparar e buscar aprimoramento de nossas práticas é inerente à humanidade. É uma importante etapa no ensino educacional, tanto aos educadores quanto aos educandos, contudo, sua eficiência é ampliada quando aplicada de forma sequencial com outras etapas como as de instrução – onde o ensino é passado ao aluno sem que este esteja sendo diretamente avaliado – e o planejamento e aplicação do currículo anual (WIGGINS, 1998).

Por isso, nas avaliações educacionais, encontramos dois agentes de extrema importância, o aluno (avaliado) e o professor, os quais devem – em condições ideais, ter um relacionamento saudável, com respeito mútuo. Para tanto, os professores não devem se ater apenas aos dados coletados por meio de avaliações, mas também aprender sobre as experiências e antecedentes de seus alunos, a fim de conectá-los ao novo aprendizado. Além disso, os educadores também necessitam obter um vínculo com seus educandos para que estes possam compreender seus interesses e objetivos, a fim de criar lições que os envolvam e que gere um sentimento de relevância destas em suas vidas.

Os professores inevitavelmente são responsáveis pela avaliação, o que exige que eles informem sobre o progresso dos alunos a pessoas de fora de suas próprias salas de aula. Destarte, não é correto negar que a avaliação é um elemento vital para o processo educativo. Pois, além de informar e dar suporte à instrução, as avaliações comunicam informações a pessoas em vários níveis dentro do sistema escolar, atendem a numerosos objetivos de prestação de contas e fornecem dados para decisões de colocação. Enquanto lidam com esses diversos objetivos, os professores assumem papéis diferentes, desde juízes (avaliadores) a treinadores, utilizando métodos de avaliação que se encontram dentre, conforme doutrina majoritária (BLOOM et al., 1983; CORTESÃO, 2002; FERNANDES, 2006; PACHECO, 2012), os sumativos (somativos) e formativos.

Nas escolas, as avaliações mais visíveis são as sumativas, que são utilizadas para medir o que os alunos aprenderam no final de uma unidade, para promover os alunos, para garantir que eles tenham cumprido os padrões exigidos para obter certificação para conclusão escolar ou para entrar em certas ocupações, ou também como um método seletivo para ingresso em instituições. Os ministérios ou departamentos de educação – como é o caso do MEC – podem usar esse tipo de avaliações como forma de responsabilizar as escolas financiadas por fundos públicos pelo fornecimento de educação de qualidade. Não apenas em nível nacional, sendo essas avaliações aplicadas por programas internacionais como forma de hierarquizar o nível escolar de instituições de todo o mundo (BIGGS, 1998; GOMES, 2009).

Conhecedoras de menor destaque, mas igualmente importantes, são as avaliações "formativas", que terão mais enfoque no presente estudo.

2.2.1 Avaliação Formativa

Essa forma de avaliação possui como função principal a obtenção e utilização de feedback como facilitador de aprendizado (HADJI, 2001).

De acordo com Aranha (2017), a avaliação formativa é geralmente definida como avaliação para fins de instrução. A ideia central é que a avaliação não deve ser reservada para um exame de aproveitamento após o professor ter completado a instrução. Em vez

disso, a avaliação deve ser usada para obter informações que possam ajudar o professor a planejar um método de ensino eficaz, particularmente para determinado aluno. Podendo ser tanto formal (organizada), como quando o professor usa um instrumento de observação preparado para aprender sobre a motivação de seus alunos, ou pode ser informal, como quando o professor questiona espontaneamente os alunos sobre seus métodos de solução.

A partir das informações obtidas pelas avaliações, é preciso se observar quais são efetivamente relevantes para o aprimoramento dos métodos executados, devendo ser levados em consideração quatro pontos principais, quais sejam: a linha de raciocínio dos estudantes, seu desempenho, seu potencial de aprendizado e o seu interesse para a matéria em questão.

A linha de raciocínio refere-se aos processos cognitivos subjacentes ao desempenho evidente do estudante. Querendo saber a causa por trás dos problemas encontrados por seus alunos, o professor tipicamente procura a resposta ao efetuar uma análise do conhecimento que o indivíduo possui e suas dificuldades em aprender funções matemáticas, se estas são ocasionadas pela terminologia apresentada (Domínio, imagem e outros), pela compreensão de suas fórmulas ou pela relação deste conteúdo com os anteriormente introduzidos. De qualquer forma, essa abordagem, baseada nos estudos sobre o desenvolvimento de Piaget (1972) e do processamento de informações, tenta examinar o que normalmente não é óbvio, a saber, a mente da criança (BONA; SOUZA, 2015; BRASIL; LIMA; LIMA, 1977).

O desempenho refere-se ao comportamento e realizações dos estudantes, sendo um dos objetivos do educador verificar se estes dominam o conteúdo ou se auferem pontuação abaixo da média regular, sendo o segundo caso o mais interessante ao mentor, pois demonstra a necessidade de maior intervenção deste ao longo do ano letivo. Várias avaliações de desempenho em matemática surgiram, impulsionadas por uma orientação que enfatiza a necessidade de se auxiliar seus alunos de maneira individual (MARQUES et al., 2015; VIEIRA, 2016).

O potencial de aprendizagem possui relação direta com toda a vida escolar do estudante e os demais pontos observados, averiguando as capacidades do aluno em absorver os novos conteúdos que lhe serão apresentados. Em alguns casos, alguns discentes possuem um desempenho ruim e/ou crianças cujo desempenho é ruim e/ou não possuem as estratégias ou conceitos cognitivos relevantes, mas têm o potencial para aprendê-las e outros indivíduos não. Para Vygotsky et al. (2008), é importante entender os atuais processos cognitivos e conhecimento de seus alunos para constatar qual seu real nível de desenvolvimento. Contudo, também é necessário ao educador obter dados sobre esse possível potencial de resolução de problemas com o auxílio de dados captados (CARNEIRO et al., 2017; MOYSÉS, 2010).

Por fim, outro fator a ser observado pelo educador é o interesse e motivação de seus alunos em aprender matemática. Não requer grandes pesquisas para constatar a

difficuldade de prestar atenção, demonstrar interesse ou até mesmo ter aversão em aprender matemática. Desta forma se faz necessário ao professor utilizar métodos não tradicionais (como é o caso da utilização dos jogos digitais) de ensino para gerenciar o comportamento e estimular a curiosidade de seus alunos em conteúdo mais complexo e que requeira maior nível de atenção (RIBEIRO, 2008).

Cada um desses elementos da avaliação é baseado em décadas de estudos psicológicos aonde pesquisadores em vários campos (particularmente psicologia do desenvolvimento cognitivo, psicologia educacional e educação matemática) conduziram extensas investigações sobre o desenvolvimento matemático em crianças e adolescentes, suas ideias e habilidades nas áreas de número, forma, espaço, padrão e outros tópicos matemáticos (PIAGET; COOK, 1952; SANTROCK, 2009; BARBOSA et al., 2012; PASQUALI, 2017).

Os professores precisam de avaliações que proporcionem aos educandos uma experiência pessoalmente significativa e prática, fugindo daquelas que são meramente acadêmicas, ou seja, algo aprendido em ambiente escolar e que, geralmente, são irrelevantes na prática. A teoria requisitada em uma avaliação deve fazer sentido para o educador, bem como deve implicar conceitos que este possa ver contribuir para a sua prática no ensino da matemática.

Não precisa obrigatoriamente lidar com os tópicos de interesse dos pesquisadores do desenvolvimento cognitivo, nem lidar com conceitos que podem ter relevância teórica geral, mas que oferecerem poucos detalhes sobre o comportamento e características do estudante em uma sala de aula. Em contrario sensu os métodos utilizados pelo professor devem lidar com conceitos que levam a manobras pedagógicas específicas, personalizadas aproveitando de interrelações formativas para seu aprimoramento (BELLOCHIO, 2016; MESQUITA; SOARES, 2014).

Essas interrelações são aquelas em que uma situação interativa influencia a cognição, ou seja, é uma interação entre estímulo externo (aula) e feedback, e a produção interna pelo aluno. Isso envolve olhar para os três aspectos, o externo, o interno e suas interações. O professor impõe ao educando uma tarefa de onde esse formula uma resposta e, desta, o educador cria uma intervenção, para reforçar e corrigir o raciocínio apresentado. Essa estrutura básica foi descrita como iniciação-resposta-avaliação ou “IRA”, mas essa estrutura poderia representar um processo genuinamente dialógico, ou um em que os alunos são relegados a um papel de apoio (GARCEZ, 2006).

2.2.2 O Papel do Feedback nas avaliações formativas

Nas últimas décadas, houve uma mudança na forma como professores e pesquisadores escrevem sobre a aprendizagem dos alunos de todos os níveis de ensino. Em vez de caracterizá-lo como um processo de aquisição simples baseado na transmissão de professores,

o aprendizado é agora mais comumente conceituado como um processo pelo qual os alunos constroem ativamente seus próprios conhecimentos e habilidades (BASSANEZI, 2002; RANDI; CARVALHO et al., 2013; SIROTHEAU et al., 2011).

Os alunos interagem com o conteúdo do assunto, transformando-o e discutindo-o com os outros, a fim de internalizar o significado e fazer conexões com o que já é conhecido. Termos como "aprendizagem centrada no aluno", que entraram há poucos anos no léxico do ensino, são um reflexo do surgimento de novos modos de pensar. Embora haja discordância quanto à definição precisa da aprendizagem centrada no aluno, as premissas centrais são o engajamento ativo na aprendizagem e a responsabilidade do aluno pelo gerenciamento da aprendizagem (ANASTASIOU; ALVES et al., 2004).

Apesar dessa mudança nas concepções de ensino e aprendizagem, uma mudança paralela em relação à avaliação formativa e *feedback* foi menor. No ensino de forma generalizada, os métodos de avaliação e o feedback dos resultados ainda são amplamente controlados e vistos como responsabilidade dos professores. Além disso, o *feedback* é geralmente conceituado como um processo de transmissão, embora alguns pesquisadores tenham recentemente desafiado esse ponto (EKPENYONG; HUANG, 2007).

Os professores fornecem aos seus alunos mensagens (*feedback*) sobre o que é certo e errado em seu trabalho/atividade acadêmico(a), sobre seus pontos fortes e fracos, e os alunos usam essas informações para fazer melhorias subsequentes que são novamente testadas por meio de uma nova intervenção, demonstrando assim o ciclo "IRA". Contudo, existem vários problemas com a forma que essas informações são fornecidas e aplicadas para se efetuar uma avaliação formativa.

Em primeiro lugar, se a avaliação formativa estiver exclusivamente nas mãos dos professores, é difícil ver como os alunos podem se fortalecer e desenvolver as habilidades de autorregulação necessárias para prepará-los para aprender em ambientes diversos do escolar e ao longo de suas vidas (KNIGHT; YORKE, 2003). Em segundo lugar, há uma suposição de que, quando os professores transmitem informações de feedback aos alunos, essas mensagens são facilmente decodificadas e traduzidas em ações. Em terceiro lugar, ver o feedback como um processo cognitivo envolvendo apenas a transferência de informação ignora a forma como o feedback interage com a motivação e as crenças dos envolvidos.

Os seres humanos em geral, são movidos e regulados por suas crenças e motivações pessoais. O feedback externo – aquele advindo de um terceiro que não o aluno – pode vir a influenciar como os alunos se sentem sobre si mesmos (tanto positiva quanto negativamente), e o que e como eles aprendem dessas informações (DECI et al., 1991). BZUnECK (2001) cita que as crenças podem regular os efeitos das mensagens de feedback (utilizando-se à título de exemplo, percepções de auto eficácia podem ser mantidas reinterpretando as causas do fracasso).

Na literatura sobre pesquisa em aprendizagem, o feedback como elemento primário na avaliação formativa foi inicialmente identificado com o conhecimento dos resultados. Isso se refere a resultados simples (como uma resposta a um item de determinado teste) que podem ser classificados como corretos ou incorretos. Como Sá, Alves e Costa (2014) colocaram, o feedback é qualquer um dos numerosos procedimentos que são usados para dizer a um aluno se uma resposta instrucional está certa ou errada. A implicação era que, se os alunos fossem informados, eles saberiam que deveriam estudar para remediar o problema.

As características de feedback que foram importantes nos primeiros estudos permanecem importantes hoje, embora o foco tenha mudado. Na educação em geral, a ênfase mudou da promoção da memorização de material factual para o desenvolvimento das habilidades dos alunos para produzir respostas a tarefas de avaliação que são divergentes e complexas, e não simples e convergentes. Boas (2006) retrata tais julgamentos como sendo feitos diretamente pelo cérebro de uma pessoa, que, portanto, funciona tanto como fonte quanto como instrumento para cada avaliação.

Santos (2010) sugere que o feedback é capaz de fazer a diferença para a aprendizagem, mas a mera prestação de feedback não necessariamente leva a melhorias, um fato bem conhecido pelos professores em todos os setores da educação. Correndo o risco de fazer referência de forma singela sobre o que se sabe sobre o feedback, o quadro geral é que a relação entre sua forma, tempo e eficácia é complexa e variável, sem fórmulas mágicas ou milagrosas. Mesmo algo tão aparentemente direto quanto incluir elogios não necessariamente resulta em ganhos de aprendizado. Lobo (2010) propõe que existe uma diferença crucial entre os efeitos do elogio ao aluno como pessoa (feedback que envolve o ego) e o elogio dirigido a quão bem uma tarefa foi realizada (envolvimento do aluno e o desafio imposto a este).

2.2.3 Modelos de Avaliação Formativa e Feedback

As práticas de avaliação formativa podem fornecer dados oportunos sobre o que os alunos entendem. Professores dedicados sabem que as oportunidades para uma análise refinada da aprendizagem dos alunos estão ao seu redor. Cada vez que é realizada uma discussão com os alunos, examinando a escrita de seus alunos, sugerindo jogos lúdicos e semelhantes, surge uma nova forma de avaliar seus estudantes.

De modo formativo, o questionamento inicial do professor é projetado para incentivar mais reflexão, o aluno é envolvido mais ativamente e o trabalho do professor é menos previsível: a interação formativa é contingente. Assim, a atenção do professor é focada no que ele ou ela pode aprender sobre o pensamento do aluno a partir do que explicita de diferentes formas (ROSA, 2014). No entanto, o que o aluno realmente ouve e interpreta não é necessariamente o que o professor pretendia transmitir; da mesma forma o que o

professor ouve e interpreta não é necessariamente o que o aluno pretendia transmitir.

O papel do educador é reconhecido por Hoyle (1969)) como essencial e necessário, por este ter dentre suas funções a de mediador entre, por um lado, um grupo de conhecimentos e habilidades a serem aprendidos e, por outro lado, o educando. A base de conhecimento é inanimada e, em alguns casos, não é rigidamente fixa, mas ainda maleável, sendo por vezes negociável sua forma de apresentação. O aprendiz é, no entanto, uma pessoa, um ser sensível, situado em um contexto amplamente construído por outros.

O papel do professor poderia ser amplamente descrito como trabalhando para reduzir (mas não necessariamente eliminar) a taxa de produção de erros na aprendizagem por tentativa e erro, e assim tornar o aprendizado mais eficiente. Os professores só podem fazer isso de maneira eficaz se souberem profundamente os dois lados da operação e como construir pontes entre os dois. Essa visão do ensino se aplica quando o professor é responsável e essa responsabilidade é aceita por ele e por seus aprendizes.

Nesse sentido, os pesquisadores e professores buscam novas formas de avaliação (formativa) para ampliar a apropriação de conhecimento dos alunos e, para tanto, baseiam-se em três questionamento chave que devem ser observados no desenvolvimento de novos métodos, quais sejam: a) O que está sendo pedido ao estudante; b) Qual o raciocínio utilizado; c) Quais mudanças devem ser realizadas para que o estudante compreenda o exposto (LAYOUS et al., 2017).

Esse ciclo é conhecido como *looping de feedback* e é utilizado nas diversas formas de avaliação formativa, que podem ser classificados – de maneira generalizada – em formais, informais, individuais, coletivas, planejadas e/ou interativas (passíveis de aplicação em conjunto), nas formas tradicionais e/ou modernas de ensino (VOERMAN et al., 2012).

A avaliação formativa formal geralmente começa com os alunos realizando uma atividade planejada ou selecionada antecipadamente pelo professor para que as informações possam ser coletadas com mais precisão, uma vez que são devidamente registradas, não ficando a cargo da memória do educador anotar as peculiaridades de cada um. Estas tipicamente se encontram embutidas no currículo acadêmico e enfocam algum aspecto específico da aprendizagem, mas também podem ser questionamentos diretos, questionários e similares. A atividade permite que os professores recuem em pontos-chave durante a instrução, verifiquem o entendimento do aluno e planejem os próximos passos que devem seguir para avançar no aprendizado de seus alunos, tomando seu tempo para analisar detalhadamente (fora da aula) os dados coletados e organizar seus novos planos de ação/cronograma escolar (CARVALHO, 2017).

Para criar avaliações formativas formais eficazes no currículo novo ou já existente, várias considerações podem ser feitas. A colaboração de especialistas em avaliação, juntamente com os desenvolvedores do currículo anual, é vital. Primeiro, quando uma

discrepância é percebida entre um modelo atual de ensino e seus objetivos, o aluno escolhe agir com base no que ele ou ela prevê que reduzirá essa discrepância. O aluno pode mudar de um plano para outro, modificar níveis previamente definidos ou tentar inventar novos meios - novas táticas e estratégias - para aumentar a sua taxa de progresso. Alternativamente, o aluno pode optar por abandonar a tarefa e, assim, definir um objetivo completamente diferente, desistindo ou se desmotivando com a matéria em questão (BOUD; MOLLOY, 2013).

Segundo, um progresso reduzido e contínuo nas tarefas acadêmicas formais (como exercícios de fixação) a uma taxa menor do que a esperada pode gerar um efeito negativo, pois o aluno pode vir a ignorar as incumbências opcionais do ensino, aumentando seu desgosto pelo assunto. Terceiro, o feedback gerado internamente é inerente à cativação de tarefas (BOUD; MOLLOY, 2013).

O tipo mais simples e mais comum de feedback nos métodos formais é o dos resultados, que nada mais é do que informações descrevendo se os resultados estão corretos ou não (aceitáveis em relação aos critérios definidos previamente pelo educador) ou, se dados em etapas no meio de uma tarefa, se o trabalho está ou não em um caminho que pode levar à sua correta realização. O feedback de resultados não traz informações adicionais sobre a tarefa, além daquilo que resultou do raciocínio aplicado pelo estudante. Assim, esse tipo de feedback fornece orientação externa mínima para um aprendiz sobre como ele deve utilizar de seus conhecimentos adquiridos para alcançar a resposta esperada pelo professor (OLIVEIRA, 2015; YOSHIDA, 2008).

A avaliação formativa informal, por sua vez, se baseia na ideia de que muito do que é feito e falado pelos professores e seus alunos em suas salas de aula é potencialmente válido, como forma de coleta de evidência do nível de compreensão dos estudantes (ZUIKER; WHITAKER, 2014; BENNETT, 2015).

Também usa atividades cotidianas de aprendizado como possíveis avaliações que fornecem evidências da aprendizagem dos alunos de diferentes modo, podendo se destacar: (a) evidências escritas (resumos); (b) evidência oral (por exemplo, perguntas e respostas dos alunos, ouvir o que eles dizem em pequenos grupos, conversas com estudantes); (c) evidências gráficas (desenhos, mapas conceituais de desenhos); (d) evidências práticas - como a criação de um foguete a água e outras atividades que ponham em prática as teorias apresentadas em aula e; (e) evidência não verbal (postura, linguagem corporal do aluno) (SHUTE; KIM, 2014).

O foco da avaliação pode variar desde a compreensão conceitual (por exemplo, se o aluno compreende o conceito de função matemática) até a parte social envolvendo as avaliações (por exemplo, se os alunos estão participando da conversa/atividade, caso a resposta seja negativa, qual o motivo?). As informações podem envolver uma ou mais fontes de evidências (prática e oral, oral e escrita, etc.) e podem ser acumuladas ao longo

do tempo, construindo uma imagem clara do nível de conhecimento de determinado aluno, podendo essa acumulação ocorrer em um período de poucos meses (bimestre, trimestre, etc.) até períodos mais longos, onde os professores utilizaram todos os dados coletados para formar um juízo de valor (ALONZO, 2018).

Alonzo (2018) indica que, para completar um ciclo de avaliação formativa informal, as informações recém-adquiridas devem ser usadas para moldar o curso imediato dos eventos dentro do contexto de aprendizagem determinado. A título de exemplo, um comentário de um estudante pode demonstrar seu nível insuficiente de conhecimento sobre determinada matéria, alertando o professor sobre a necessidade de um reforço de conteúdo, que pode ocorrer de forma espontânea e flexível, como estimulando os demais alunos a se manifestarem sobre o assunto e, com essas demonstrações, auxiliar a compreensão de todos.

A avaliação formativa informal, portanto, não se concentra nos meios tradicionais de avaliação (que veremos em momento posterior) para coletar e interpretar informações sobre os alunos, mas é consistente com os propósitos de uma avaliação educacional sólida: ela apoia decisões instrucionais baseadas em inferências feitas sobre os alunos. As decisões do professor são frequentemente feitas "na hora", com os dados coletados naquele instante, de forma a permitir que a instrução se mova em direções diferentes, dependendo das maneiras pelas quais os alunos respondem. Quando a avaliação formativa informal ocorre, imprevistos surgem continuamente, pois os educadores estão constantemente buscando entender as respostas, ações, comentários e comportamentos de seus educandos (FREITAS et al., 2017).

A avaliação individual é idealizada com o intuito de ser aplicada exclusivamente aos alunos de forma individual, sem a intervenção de terceiros durante sua realização, seja por meio de revisões de materiais ou exercícios acadêmicos. Sua principal função, para o educador, é identificar qual o gatilho para a motivação extrínseca do aluno e coletar dados sobre o método utilizado por estes para a resolução de problemas (GRIFFIN; CARE, 2014).

Não apenas isso, esse tipo de avaliação tem o efeito de aumentar o nível de autoconhecimento dos estudantes sobre suas necessidades, bem como estimulando neste a sensação de que estudar para a avaliação individual ajuda a construir uma estrutura de estudo, na qual o conhecimento das matérias a seguir pode ser facilmente adicionado. Devido reiterar ainda que essa modalidade de avaliação proporciona ao professor um conhecimento mais específico sobre as características (dificuldades, possibilidade de avanço antecipado na matéria, etc.) de seus alunos de forma individual, facilitando modificações precisas e particulares nas suas abordagens acadêmicas para cada aluno.

Dessa forma, quanto mais soubermos sobre as individualidades de cada aluno à medida que dados são coletados no processo de ensino, melhor podemos ajustar a instrução

para garantir que todos continuem a progredir em seu aprendizado (GRIFFIN; CARE, 2014).

As avaliações em grupo possuem objetivos e abordagens diversas das avaliações individuais, tendo como aspectos principais a colaboração entre alunos, sua comunicação e método de resolução. Portanto, a suposição de que os professores usam o trabalho em grupo como uma estratégia para desenvolver as habilidades de trabalho em grupo dos alunos e não como um meio para os alunos adquirirem conhecimento acadêmico é um tanto equivocada (BLACK; WILIAM, 1998; SACRISTÁN; GÓMEZ et al., 2002; ARIMOTO et al., 2015).

A colaboração é, por um lado, o trabalho conjunto dos alunos e, por outro lado, a identificação de “quem foi responsável por qual parte” e “qual critério para separação de tarefas” para facilitar a avaliação individual de cada participante do grupo, considerando quais que efetivamente colaboraram e quais os destaques (positivos e negativos) de contribuição. A comunicação no grupo é outro fator com alto nível de valorização, pois com ele é possível verificar o nível de argumentação de seus alunos ao definir a divisão de tarefas. Por fim, o método de resolução é definido por meio de diálogos entre os integrantes, os quais devem manter sua comunicação verificada em cada etapa da avaliação para que possam alterar suas abordagens quando necessário (BLACK; WILIAM, 1998; SACRISTÁN; GÓMEZ et al., 2002).

Um exemplo de avaliação coletiva é quando o professor expõe um questionamento que foi cuidadosamente (e previamente) projetado para levar os alunos aos resultados pretendidos. Depois desta exposição, o professor define como será realizada a separação dos estudantes em grupos, conduzindo-os para que apresentem a resolução da questão, bem como critiquem os apresentados pelos demais grupos. Para tanto, o educador deve manter o foco no aprendizado dos indivíduos. Se as contribuições dos alunos foram diversas do esperado pelo questionador, este deve tomar decisões em frações de segundos para seguir o novo tópico ou trazer a conversa ao ponto pretendido. A pressão para valorizar cada contribuição é forte, pois, além de promover o aprendizado de toda a turma, o professor buscará minimizar o sentimento de rejeição que um aluno poderá sentir se sua contribuição for rejeitada (ARIMOTO et al., 2015).

Cowie e Bell (1999) referem em sua obra a existência de duas classificações (ou modelos) de avaliações formativas, as planejadas e as interativas. A primeira destas, como a nomenclatura sugere, é aquela que tem todo seu processo previamente organizado, tendo o educador pensado nas possíveis variáveis que venham ao longo do exercício/avaliação a ser realizada com seus alunos. A avaliação formativa interativa, por sua vez ocorre espontaneamente em uma sala de aula de forma não planejada, não tendo resultados antecipados, se houver, o educador deve interagir com seus educandos ao longo da avaliação, adaptando-se às necessidades que iriam surgindo no curso deste procedimento. Portanto,

estas avaliações podem surgir a qualquer momento da aula, bastando apenas que exista uma interação entre alunos e professores para a sua ocorrência. A forma de obtenção de informações nas modalidades planejadas e interativas são diferenciadas pela forma de *feedback* oferecido pelos educadores, onde na primeira está possibilitado aos professores analisarem minuciosamente suas anotações sobre cada aluno para, por meio do método hipotético dedutivo, criar hipóteses acerca dos possíveis problemas que determinado aluno terá ao lhe ser apresentada uma nova matéria.

Já na segunda, o professor deve utilizar das informações contidas em sua memória e aquelas que surgiram de forma imediata (formas verbais e não verbais) para aprimorar ainda mais seus métodos educativos, uma vez que esse tipo de informação, por vezes, está disponível por um pequeno espaço de tempo (linguagem corporal, por exemplo) e pode muito bem não se repetir sem que haja o estímulo (negativo ou positivo) devido.

Além disso, outros pontos negativos podem surgir durante uma avaliação interativa, como por exemplo a desigualdade de atenção despendida com determinados alunos em detrimento do resto da turma pois, em que pese a habilidade do educador, com o número relativamente alto de alunos em algumas salas de aula, se torna improvável que esse consiga dar atenção devida à todos quando uma oportunidade momentânea – não planejada – surge (ZIBAS, 2005).

Es e Sherin (2002) sugerem que os diálogos com intuito avaliativo só acontecem quando há um claro objetivo de aprendizagem guiando os diálogos interativos e há clareza do tipo de evidência necessária para saber que o objetivo de aprendizagem foi atingido. Se tal referência não existir, as conversas se tornam ineficazes para fins de avaliação, ainda que haja uma interação entre alunos-professor.

Os professores podem explicar o objetivo de aprendizagem, bem como os critérios de sucesso (forma como os alunos atingirão êxito na matéria) para os alunos, bem como eles podem envolver os alunos na discussão da meta de aprendizado e no desenvolvimento de critérios de sucesso, ou seja, poderá lhes ser explicado o que e como eles irão aprender. Esclarecer os objetivos de aprendizado e revisá-los várias vezes ajuda os alunos a permanecerem focados e motivados e a valorizar o que estão fazendo.

A habilidade em identificar o momento em que é proveitosa a interação como avaliação formativa é necessária, conforme indica Andrade e Cizek (2010), em professores competentes que busquem o melhor para seus alunos, pois as técnicas de *feedback* podem ter um efeito negativo caso mal utilizadas pelos profissionais da educação, pois essas interações destinadas a extrair informações da turma, de um grupo de alunos ou de um aluno individual, na tentativa de definir melhor o curso da instrução que pode, caso seja explícita, retrair o aluno e o desestimular em responder com a honestidade necessária para uma correta coleta de dados. Os educadores devem estar aptos com técnicas que os permitam adaptar os métodos mais efetivos de conversação com cada aluno em particular,

sabendo identificar quais interagem melhor, por exemplo, com questões espontâneas e quais apresentam melhor resultado quando são sutilmente impulsionados a participarem.

Os métodos de ensino sofreram grandes alterações ao longo da história da humanidade, devido à busca incessante pelas melhores formas de atingir um ensino ideal. O método tradicional de ensino é aquele no qual o educador utiliza de orientações verbais ou escritas padronizadas que, combinada com cargas de exercícios, buscam desenvolver técnicas de memorização em seus estudantes. O método tradicional demonstra ser mais centralizado na figura do educador na sua sala de aula, utilizando dos materiais ali disponíveis para efetuar avaliações nos termos que julgar mais interessantes para expor seu conteúdo e determinar o nível de conhecimento de seus alunos (HIEP, 2000; SERBESSA, 2006).

A insatisfação com os testes padronizados existentes e com a confiança no real valor das avaliações (em especial sumativas) deu origem a propostas para novos métodos de ensino, com maior diversidade de avaliações. Essa metodologia de ensino passou então a ser considerada como moderna – também denominada alternativa. Essa modalidade possibilita maior integração da motivação na aprendizagem, enfatizando as habilidades de metacognição (reflexão e percepção acerca de suas habilidades) dos alunos e sua relação afetiva com a matéria, pois a mera aquisição de conhecimento e habilidades não transforma pessoas em pensadores competentes ou solucionadores de problemas. Eles também devem adquirir a disposição para usar as habilidades e estratégias e saber quando aplicá-las, sem necessidade da presença física do professor em cada ação sua, gerando assim uma autorregulação baseada nos *feedbacks* adquiridos previamente.

Lepper e Greene (2015), ao avaliarem os efeitos das motivações intrínsecas e extrínsecas, sugerem que os métodos tradicionais de avaliação, por meio de hierarquização dos alunos e valoração numérica (motivação extrínseca) não apresentam resultados tão eficazes no desenvolvimento escolar, sendo as motivações intrínsecas mais eficazes, pois o aprendizado é mais bem construído quando possui algum valor emocional para seu alvo.

Assim, com o advento de tecnologias como computadores e smartphones, a possibilidade de novos métodos que encorajam discussões sobre novas ideias, pensamentos divergentes, múltiplas soluções para um mesmo problema, múltiplos modos de expressão (debates acadêmicos, interpretações de papéis, etc.) e habilidades de pensamento crítico surgem para além das salas de aula, podendo coletar dados que oportunizarão aos professores e alunos novas formas de feedback.

Conforme veremos em capítulos posteriores, no âmbito da matemática, são diversas as dificuldades sofridas pelos professores – ao ensinar – e aos alunos – em aprender, que podem ser solucionadas por meio destes métodos alternativos (modernos) de ensino que utilizam a ciência cognitiva e técnicas estatísticas para gerar modelos detalhados do entendimento do aluno e usá-lo para fornecer feedback formativo e, posteriormente, modificando a sequência instrucional.

Um exemplo da utilização de programas de computador no ensino da matemática é o exposto por Dourado (2015) e posteriormente por Porto e Moreira (2017) que defendem o uso de jogos digitais como forma de auxiliar os estudantes a entender conceitos até então complexos por meio da identificação das dificuldades desses ao interagirem com os problemas que lhes eram exposto ao longo de uma sessão de jogatina.

Destarte, ambos os métodos possuem pontos negativos e positivos, podendo se destacar a pessoalidade dos métodos tradicionais por meio de interações presenciais entre alunos e professores e a capacidade de coleta de dados dos métodos digitais que proporcionam uma maior base de dados sobre os alunos aos educadores. Outro fator de destaque nos métodos modernos é sua complexidade, pois requer a delicada orquestração de sistemas sociais, pedagógicos e tecnológicos. Qualquer estrutura de projeto e desenvolvimento que tente endereçar este domínio precisa identificar ferramentas metodológicas que lhe permitam lidar com tais complexidades. Essas ferramentas precisam equilibrar a necessidade de uma diretiva nítida de ação com uma representação rica de contexto, intenções e possíveis soluções (BALLANTINE; HAMMACK; STUBER, 2017).

Além das diversas formas de avaliação disponíveis aos professores, estes também contam com o auxílio de profissionais da educação, como pesquisadores, para identificar formas de ampliar sua coleta de dados e sua interação com os educandos, conectando as instruções com o currículo anual e não apenas o material a ser passado em um momento específico.

Se as lições estiverem ligadas apenas ao material que foi abordado, o tempo de instrução pode ser usado incorretamente, focalizando conceitos ou procedimentos que podem não ser vitais para o objetivo geral da unidade instrucional. Isso pode levantar questões sobre a necessidade de algumas lições nos currículos existentes, desviando a atenção que deveria estar sendo direcionada aos alunos.

2.3 A importância do Erro no Ensino

O trabalho abrangente de Platão lida com as questões sobre o que é a essência em diferentes lugares de conhecimento e a habilidade de como o homem alcança o conhecimento. Platão desenvolve a ideia de que conhecimento e compreensão como participação no mundo das ideias em última análise sempre têm componentes não-proposicionais, pelo menos em seu significado para o sujeito que é o portador deste conhecimento, não podendo ser totalmente resolvido proposicional e acaba por ser conhecimento útil apenas em ação (PAVIANI, 2013).

É sempre uma questão de entender a relevância de erros e erros na progressão da cognição, e da maneira pela qual uma mera afirmação, que pode estar certa, mas também errada, difere do conhecimento. Além de, por exemplo, como sugere Bicudo (1998) a

Alegoria da Caverna na Politeia ou o Diálogo Menon é de particular importância para essa questão no que diz respeito à compreensão em matemática, uma vez que Platão examina o curso dos processos de aprendizagem em um exemplo geométrico em parte de seus diálogos.

Para este fim, Platão tem seu protagonista, Sócrates, em uma conversa com Menon, expõe um exemplo em que um menino está preocupado com a questão de como pode ser construído a partir de um dado objeto quadrado um novo quadrado, que tem a área de superfície dupla do quadrado original. Esta demonstração é dividida em três etapas: Na primeira parte, afirma-se que o menino acredita falsamente que sabe como a construção pode ser feita. Então ele é levado para a aporia (vazio filosófico), onde ele percebe que realmente não sabe como resolver o problema - Sócrates fala da "solidificação" do menino, que não é prejudicial, mas apenas permite o reconhecimento subsequente, sendo seguido pela solução do problema. No sentido do conceito de anamnésia de Platão, a memória do menino é despertada novamente, sendo posteriormente expressa a visão de que o menino ainda não havia adquirido nenhum conhecimento por meio da solução única da tarefa, mas a princípio tinha apenas uma opinião correta e que somente por meio de novas práticas ele seria capaz de adquirir conhecimento real ao longo do tempo (BICUDO, 1998).

Cada um desses três estágios, mas também o subsequente processo de exercício corresponde aos níveis de autorreflexão, sendo a forma de conhecimento caracterizada pela presente forma de autorreflexão. No primeiro estágio, o estudante inconscientemente não sabe dos erros que comete e acredita estar fazendo a coisa certa - no exemplo, ele quer primeiro construir um quadrado duas vezes maior, dobrando os dois lados, sem perceber que a superfície então quadruplicou.

No confronto com as contradições, o aluno experimenta seus erros e percebe que apenas seguiu uma opinião errada. No entanto, esta reflexão orientada para a ação sobre seus próprios erros também lhe dá a oportunidade de chegar a uma opinião correta no terceiro estágio, quando vê que o dobro do quadrado pode ser construído por meio da diagonal. No entanto, o exercício leva ao conhecimento, que é caracterizado, entre outras coisas, pela segurança na aplicação, que o aprendiz ainda não possui na terceira etapa (BICUDO, 1998).

No aprendizado psicologicamente interpretado, essa visão de aquisição de conhecimento significa que há uma sequência necessária no processo de aprendizagem que resulta no confronto com os próprios erros e na experiência de contradições onde o aprendiz entende o problema e produz sua solução. O exercício consolida o que foi aprendido e garante um conhecimento seguro, que é robusto na sua aplicação mesmo sob condições variáveis e acompanhado por habilidades de mediação (NOGARO; GRANELLA, 2004).

No que diz respeito à aprendizagem escolar de hoje, essa perspectiva ainda é significativa: a compreensão aparece como um estágio de clareza súbita que é alcançado

em um processo criativo que deve ser preparado ao lidar com seus próprios erros e termina subjetivamente em um momento em que o aluno recombina associações, onde esse toma conhecimento de conexões previamente conhecidas sob uma nova perspectiva. Dessa forma, do ponto de vista da filosofia de Platão, o erro é de suma importância no processo de aprendizagem e compreensão.

Contudo, diferente do grande filósofo, grande parte dos pesquisadores têm diferentes percepções sobre seus erros durante seus estudos. Erros podem ser vistos como questões importantes por uma organização, eles podem causar estresse, problemas de desempenho e atitudes negativo. A maneira como um aluno lida com um erro depende das atitudes de seus colegas e da instituição escolar como um todo. Alguns tentam evitar erros a todo custo e alguns tentam aprender com os erros. Contudo, antes de se buscar aprender com seus erros, as pessoas precisam entender suas próprias percepções em relação aos erros (NOGARO; GRANELLA, 2004).

Erros são as ocasiões, que incluem atividades mentais ou físicas planejadas que não conseguem ter sucesso para o resultado pretendido. O erro pode fazer com que um sistema tenha um desempenho menos satisfatório do que o usual, sendo algumas de suas formas encontradas ao se buscar resolução de problemas, tomada de decisão, fala e julgamento (SPINILLO et al., 2014).

É difícil demonstrar uma representação exata de uma estrutura para erro no ensino. Prever com precisão a ocorrência de um erro é tarefa difícil, pois depende da análise de fatores como a natureza geral da pessoa, a natureza da tarefa e os métodos a serem utilizados. Não apenas isso, mas os professores também devem considerar a avaliação do erro em um contexto específico, a fim de localizar as relações entre os métodos de ensino e características do aluno como fator causador do erro (VERÍSSIMO; ANDRADE, 2001).

A noção de que os erros são uma parte importante da aprendizagem não é uma ideia nova; inúmeros pesquisadores apontam que os erros são frequentemente um aspecto inevitável da atividade e da investigação humanas, sendo todo o conhecimento humano potencialmente falível e equivocado (ASTOLFI, 1999).

Embora alguns métodos de ensino acabem por impor, ainda que indiretamente, um valor negativo aos erros dos alunos, estes podem oferecer efeitos positivos com as estratégias devidas, como por exemplo quando o aprendizado equivocado é seguido por um feedback corretivo, tornando assim uma situação não desejada (e até mesmo constrangedora) mas se tornando um momento benéfico aos olhos do estudante e seu professor (MENTI, 2003).

Curiosamente, os efeitos benéficos são particularmente evidentes quando os indivíduos acreditam firmemente que seu erro está correto: erros cometidos com alta confiança são corrigidos mais prontamente do que erros de baixa confiança. O feedback corretivo (aquele que busca corrigir algo), incluindo a análise do raciocínio que levou ao erro, é

crucial. Além do benefício direto para os alunos, os professores obtêm informações valiosas dos erros, e a tolerância a erros motiva os alunos a terem uma participação mais ativa e exploratória na sala de aula, gerando assim o ciclo de feedback. Se a meta é um desempenho ideal em situações de alto risco, pode valer a pena permitir e até encorajar os alunos a cometerem e corrigirem erros enquanto estiverem em situações de aprendizagem de baixo risco, em vez de evitarem assiduamente erros a todo custo (RAMOS; COUTO, 2017).

É importante entender que professores também cometem erros e que estes podem ter um efeito substancial na aprendizagem do aluno, sendo os alunos influenciados pela forma como seus educadores demonstram lidar com isto, fazendo com que desenvolvam concepções sobre como lidar com seus próprios erros.

Para auxiliar a edificação de uma autorregulação em seus estudantes, Heimbeck et al. (2003) sugerem que os educadores utilizem a análise de erros para identificar as principais dificuldades dos estudantes ao longo de suas interações. A análise de erros é uma estratégia instrucional que promete ajudar os alunos a manter seu aprendizado, consistindo em apresentar uma declaração de problema com as etapas tomadas para chegar a uma solução na qual uma ou mais das etapas estão incorretas, muitas vezes chamadas, conforme explanado por Adams et al. (2014), de exemplos errôneos. Os alunos analisam e explicam os erros e concluem o exercício corretamente, fornecendo raciocínio para a sua própria solução. A análise de erros leva os alunos a promulgar dois padrões de prática matemática, quais sejam, reparar sua compreensão dos problemas apresentados e como sua solução é funcional.

(GOG; RUMMEL, 2010) alvitraram que além de lhes ser proveitoso o *feedback* recebido por si por meio da análise de erros, os alunos também podem aprender a partir das interações dos professores com seus colegas, observando, comentando e absorvendo suas linhas de raciocínio. Além disso, indicam os autores que os professores também podem aumentar a eficiência de seus métodos utilizando de discursos enfatizando que os argumentos de seus alunos não precisam ser longos para a resolução de problemas, mas sim demonstrar clareza e conter a descrição do raciocínio utilizado. Importante ressaltar que a descrição pode ser feita de diversas formas, como gráficos, desenhos ou por escrita.

Os erros indicam áreas de dificuldade para os alunos e, como tal, são as áreas nas quais a instrução deve ser focada. Os erros também fornecem indicações ao professor sobre o que os alunos estão pensando e o que os desvia da solução correta. Compreender o mal-entendido dos alunos pode ajudar o professor a se concentrar nos aspectos dos conceitos a serem aprendidos que precisam ser esclarecidos (SERRAMONA; LÓPEZ, 2008).

Hays, Kornell e Bjork (2010) mostraram que o feedback não precisa ser, necessariamente, dado dentro do momento da ocorrência do erro para ser efetivo. Contudo, os autores sugerem que as correções e sugestões devem ter como participante o autor do erro.

Uma pesquisa realizada sobre o tempo de utilização do feedback conclui que, em alguns casos, o atraso desta prática demonstra um índice maior de sucesso do que o comentário imediato do professor aos erros cometidos.

Jacoby e Wahlheim (2013) analisaram a possibilidade de que os erros tenham um efeito facilitador na medida em que estão relacionados à lembrança do evento episódico original no qual a resposta correta e o erro foram incorporados. A ideia é que os indivíduos possam lembrar o contexto em que cometeram um erro e, ao fazê-lo, pensar não apenas no erro em si, mas também no contexto em torno do qual ficou claro qual erro foi cometido e qual era a resposta correta. Esse tipo de lembrança foi tratado pelo autor como lembrança recursiva e depende da memória explícita ou episódica do aluno para o evento, inclusive cometendo o erro e recebendo a correção. A teoria parece implicar que a memória para a resposta correta deve ser particularmente melhorada se o erro for regenerado no momento da recuperação.

Embora poucos métodos que tiram proveito dos erros das pessoas tenham sido implementados no ensino, existe um exemplo interessante: as forças armadas americanas usam um método de treinamento em batalha que se concentra em erros. A análise pós-ação é um método de treinamento militar (americano) descrito por Bolton (2016), em que sua essência é que unidades de aprendizes novatos se envolvem em uma ação contra a chamada força oposta que é extremamente bem treinada e bem versada. A unidade de principiante é tipicamente derrotada de forma decisiva. Os novatos passam então pela análise pós-ação, no qual a classificação é colocada de lado e todos são livres para expressar sua opinião. Um indivíduo treinado está presente para fornecer conhecimento especializado útil e garantir que todos participem, bem como as sessões não sejam de julgamento das pessoas envolvidas.

Todo passo em falso (erro cometido) é analisado e a discussão gira em torno do que as pessoas deveriam ter feito e por quê. O conceito é que se aprende mais com a derrota do que com a vitória, contanto que os novatos tenham a chance de considerar todos os seus erros e fazer planos para resolvê-los, e que tal aprendizado seja melhor realizado em uma batalha simulada do que na batalha real pois, na próxima vez que a unidade encontrar a força adversária, o desempenho melhora e esse encontro também é seguido por uma nova avaliação. Somente depois de muitas dessas batalhas, cada uma seguida por uma avaliação, é a que unidade estará pronta para implantação. Desta forma, métodos semelhantes podem ser aplicados no sistema de ensino, vez que é possível apresentar feedbacks positivos dos erros cometidos para que os educandos aprendam o método correto em situações semelhantes (STEFANO et al., 2015).

As implicações do tratamento do ensino de matemática dos alunos por meio do uso de análise de erros são que o aprendizado dos alunos pode ser estimulado e a retenção do conhecimento do conteúdo pode ser mais longa. Quando um professor é capaz de ter a

prática de seus alunos criticando o raciocínio dos outros e criando argumentos viáveis – analisando erros na matemática, os alunos não apenas são capazes de cumprir o raciocínio esperado para a solução de problemas, mas também está criando uma habilidade ao longo da vida, a de analisar a eficácia de argumentos plausíveis, distinguir lógica correta ou raciocínio daquilo que é falho, e se houver uma falha em um argumento ou lógica, ser capaz de explicá-la (BORASI, 1987).

Outro fator de suma importância que deve ser observado ao se utilizar a análise de erros está relacionada à atenção do aluno. Mesmo que a falta de atenção e concentração seja uma das razões plausíveis pelas quais os estudantes persistentemente cometem erros, conforme sugerem diversos estudos (SAMUELS; TURNURE, 1974; WILSON; KORN, 2007; BENCZIK, 2000), há preocupações de que os professores possam procurar exclusivamente por esse traço e deixar de considerar outras razões (HERHOLDT; SAPIRE, 2014).

Portanto, o método de ensino deve incorporar a análise de erros com outros elementos observados ao longo das lições e avaliações, extirpando a concepção de proibição de equívocos e os utilizando como forma de adquirir devidamente conhecimento.

2.4 Dificuldades no Ensino de Matemática

Os sistemas de representação são as chaves para a aprendizagem conceitual e determinam, de forma significativa, o que é aprendido. A capacidade de identificar e representar o mesmo conceito em diferentes representações permite aos alunos ver relacionamentos ricos e desenvolver uma compreensão mais profunda (LOEWENBERG et al., 2003).

A dificuldade de representar diferentes tópicos em matemática tem sido estudada extensivamente. Uma conclusão comum na maioria desses estudos é que os estudantes têm entendimentos deficientes em relação aos modelos e linguagem necessários para representar ou ilustrar e manipular conceitos matemáticos (TALL, 1991; FLEVARES; SCHIFF, 2014). Vários pesquisadores nas últimas três décadas abordam a importância das representações na compreensão de conceitos matemáticos (TALL, 1991; DREYFUS, 2002; LOEWENBERG et al., 2003; FLEVARES; SCHIFF, 2014).

O presente capítulo se concentra no tópico das funções matemáticas por dois motivos em especial. Em primeiro lugar as funções são um tópico que aparecem apenas no fim do ensino fundamental / início do ensino médio e representam um dos primeiros pontos da matemática em que um estudante usa um sistema simbólico para expandir e entender outro – como por exemplo, funções algébricas e seus gráficos. Em segundo, a utilização de funções pode ser vista como um dos momentos críticos no início da matemática, pois esta introdução de sistemas simbólicos apenas evoluirá ao longo do ensino, sendo extremamente importante que haja um aprendizado correto pelos alunos para que estes possam acompanhar as futuras matérias (DREYFUS, 2002).

Embora as relações funcionais tenham sido reconhecidas por algum tempo como importantes construtos no desenvolvimento do conhecimento matemático abstrato (Piaget), esse não era o caso de algumas décadas atrás, onde o objeto de muita investigação intelectual pela comunidade educacional estava em outros conteúdos matemáticos como adição e subtração, frações e outros. Contudo, atualmente o conceito de função tem sido considerado internacionalmente como um tema unificador nos currículos de matemática e, ao mesmo tempo, de grande dificuldade para alguns estudantes, os quais enfrentam muitos obstáculos instrucionais ao desenvolver uma compreensão das funções (TALL, 1991; SCHOENFELD; SLOANE, 2016).

Dentre estes estudos, Kieran (1992) questiona se a incapacidade dos alunos de entender conceitualmente as funções está relacionada ao seu ensino ou se é devido ao modo inadequado dos alunos de abordar as tarefas da função. Sajka (2003) indica que as habilidades dos alunos em resolver tarefas envolvendo funções são influenciadas pela natureza típica das tarefas escolares, levando ao uso de procedimentos padrão. De acordo com uma sequência didática padrão, os alunos são solicitados a inferir as propriedades de uma função usando o gráfico dado, seguindo um procedimento específico.

Assim, a compreensão das funções não parece ser fácil, dada a diversidade de representações associadas a esse conceito (HITT, 1998). Aspinwall, Shaw e Presmeg (1997) afirmaram que em muitos casos as representações gráficas (visuais) podem causar dificuldades cognitivas, porque a análise perceptual e a síntese de informações matemáticas apresentadas implicitamente em um diagrama frequentemente fazem maiores exigências em um estudante que qualquer outro aspecto de um problema.

As formas representacionais padrão de alguns conceitos matemáticos, como o conceito de função, não são suficientes para que os alunos construam todo o significado e compreendam toda a gama de aplicações relevantes. Os instrutores de matemática, em sua maioria, concentram suas instruções no uso de representações algébricas de funções. A maioria das práticas instrucionais limita as representações de funções à tradução da forma algébrica de uma função para sua forma gráfica. Vinner (1992) afirmou que uma função, como ensinada nas escolas, é frequentemente identificada com apenas uma de suas representações, seja a simbólica ou a gráfica - a primeira pode resultar na interpretação da função como “fórmula”.

Sfard (1992), por outro lado, descobriu que os alunos são incapazes de preencher as representações algébricas e gráficas das funções e que não levam em conta representações verbais e intuitivas. Além disso, Yerushalmy e Houde (1986) descreve que a maioria das abordagens de ensino não leva em consideração o movimento de um tipo de representação para outro, que é um processo complexo e se relaciona com a generalização do conceito em questão.

Uma primeira definição explícita do conceito de função como expressão analítica

foi finalmente dada por Gottfried Leibniz (1673), onde também apareceram os conceitos de constante e variável. A seguir, Euler apresentará a um estudo mais detalhado o conceito de função e proporá uma definição semelhante à proposta por Leibniz, alterando a palavra "quantidade" por "expressão analítica", referindo ser a função da grandeza variável uma expressão analítica composta de qualquer forma, dessa quantidade e de números ou quantidades constantes (YERUSHALMY; HOUDE, 1986; KLEINER, 2009).

Paralelamente a essa definição, Euler também desenvolverá métodos para obter expressões analíticas de funções, o que levará a uma primeira classificação de funções, pensando que as funções podem ser obtidas de operações algébricas, transcendentais, exponenciais e logarítmicas e outras operações fornecidas pelo cálculo integral. As funções podem ser implícitas, explícitas, paramétricas ou obtidas a partir do inverso de outra função. Dessa forma, Tall (1991) refere a dificuldade dos educandos em relação aos modelos e linguagem necessários para representar ou ilustrar e manipular conceitos matemáticos complexos como os acima expostos.

Voltamo-nos agora para uma visão geral das principais questões relacionadas à aprendizagem dos alunos na área de funções e gráficos, já que o aluno aprende o domínio por meio de seu envolvimento em tarefas, sendo os principais fatores relacionados às suas dificuldades, as suas intuições e erros. Quanto aos erros, estes já foram tratados anteriormente, portanto, para fim de evitar escusável tautologia, trataremos neste momento apenas das intuições.

As intuições são características do conhecimento de um aluno que surgem mais comumente da experiência cotidiana; em geral, eles são vistos como existentes antes da instrução formal específica. O pensamento mais recente na educação matemática vê as intuições como positivas e como ocasiões em torno das quais se constrói instrução e aprendizagem.

O conceito de função foi difundido desde a antiga babilônia, passando pela Grécia e chegando aos formatos sofisticados da matemática contemporânea. Ainda que considerado um conceito complexo, é inegável o fato de que é, também, um dos mais importantes conteúdos matemáticos, dada sua ampla aplicabilidade de cenários diversos da sociedade, como no mercado financeiro, na área da saúde, e nas despesas domésticas (THOMAS, 2006).

Além disso, o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (BRASIL, 2002)

Apesar das vertentes pedagógicas atuais reduzirem a importância das formalizações inerentes à matemática e valorizar a ênfase no saber relacionado à resolução de problemas

de diferentes maneiras, a formalização ainda é necessária, mesmo que em pequenas partes do conteúdo. No estudo de funções, em particular, é necessário que o estudante saiba lidar com as noções primitivas de ponto e retas, assim como suas características básicas. Sem isso não há, mesmo que de forma simplória, como o aluno realizar generalizações das resoluções de situações específicas apresentadas como situações de aprendizagem.

O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas (BRASIL, 2002)

Há cerca de um século, os manuais davam grande destaque às expressões que eram estudadas em detalhe antes do início do estudo das equações, estando as funções remetidas a um lugar secundário. Atualmente, este papel tem sido invertido, onde cada vez mais se dá destaque ao conceito de função.

O tópico das funções (em sua forma mais avançada) é extremamente complexo. Isto deve-se a vários fatores, incluindo os seguintes: (a) É frequentemente associado a outros conceitos matemáticos complexos (isto é, variável, crescimento, limite, extremo, significado pictórico); (b) é de natureza integradora, reunindo vários subconceitos e campos da matemática; e (c) aparece em muitas representações diferente (RIBEIRO; CURY, 2018).

Por causa da complexidade do conceito de função, Ribeiro e Cury (2018) referem que traçar as raízes do pensamento funcional maduro para as intuições das crianças envolve a busca por múltiplas fontes. De fato, não é incomum encontrar uma série de intuições aparentemente não relacionadas discutidas na literatura. Isso é natural, no entanto, porque por natureza as intuições são apenas parcialmente realizadas e mal coordenadas. A tarefa de instrução e aprendizado é expandir e reunir esses tópicos aparentemente díspares em uma noção madura e unificada de função.

Por fim, além de auferir aos alunos as dificuldades do ensino de funções, também é devido citar a parcela referente ao educador, que deve ter um conhecimento amplo acerca dos pontos positivos e negativos de cada aluno, devendo ser sensível às decisões sobre entrada, sequenciamento, explicações, exemplos e representações. Contudo, não há iniciação consolidada entre os pesquisadores para as funções matemáticas, podendo esta ser inserida no currículo de diversas maneiras, desde uma das formas de avaliação formativa até a explanação direta de conceitos. Obviamente, a seleção da entrada decide, em certa medida, o caminho subsequente de instrução e aprendizado, ou sequenciamento, do qual são criadas explicações que aproveitam ou constroem conhecimentos prévios (CARVALHO, 2014).

Além disso, Booth (1988) sugere que os educadores atentem às dificuldades dos educandos em compreender o uso de letras e sua representação matemática, bem como sua ligação com as fórmulas a serem introduzidas, uma vez que o uso de determinada letra

pode leva-los à uma compreensão equivocada do “valor” real destas, confundindo-os, por vezes, com outros itens apresentados no problema a ser solucionado.

Também há de se considerar a abordagem da história da matemática, uma vez que os alunos podem aprender os caminhos lógico das construções e de demonstrações instrucionais em sala de aula (BROLEZZI, 1991).

Outro componente da história da matemática é a linguagem simbólica. Essa propriedade também é vista como um fator negativo porque pode ser processada superficialmente, de maneira a produzir um analfabetismo matemático. No entanto, se a linguagem matemática é apresentada de forma contextualizada e possui valores semânticos associados a seus símbolos, a aprendizagem torna-se significativa e, em última análise, aumenta a motivação para o aprendizado (BROLEZZI, 1991).

2.5 Implementação das tecnologias nos ambientes educacionais

A relação entre a educação e tecnologia não é novidade, novas ferramentas são importantes impulsionadores da pedagogia, ainda que sua criação não tenha sido visionada diretamente para este fim. A educação teve seu início com atividades mais práticas como a caça, tendo o uso da escrita se dado apenas em momento posterior, uma vez que esta foi criada inicialmente para o uso comercial e não educacional (MERCADO, 2002).

Já o livro, outro objeto muito utilizado na educação, teve sua criação inicial para propagação de teorias e ou palavras religiosas, não sendo diretamente vinculada à educação da população. Com a revolução industrial e a produção em massa de tecnologias, tendo novos aparatos sido inventados, sendo o principal instrumento desenvolvido para uso pedagógico foi o quadro negro, evoluindo para sua versão mais atual com a lousa virtual / interativa (MANACORDA; NOSELLA; OLIVEIRA, 2002).

De forma geral a educação não é visionada diretamente pelo desenvolvimento tecnológico, tendo de aproveitar criações úteis de outros setores como o do lazer e o econômico, uma vez que cada vez mais se buscam facilitar a vida das pessoas, as quais possuem pouco tempo diário para quaisquer atividades (MANACORDA; NOSELLA; OLIVEIRA, 2002).

A variedade e o poder das tecnologias atuais, em especial as digitais, faz com que os educadores – e o sistema educacional como um todo – por vezes tenham algumas dificuldades em implementá-las em seus respectivos ambientes educacionais (KENSKI, 2003).

Lévy (2000) mostra as perspectivas de mudança e adaptação dos seres humanos ao longo do tempo, incluindo tecnologias que ajudaram a construir o conhecimento. Desde o surgimento da principal forma de disseminação de conhecimento, algumas tecnologias da

informação contribuíram para essa mudança, e o surgimento da informática é uma delas. Portanto, daremos foco ao uso das tecnologias da informação pelas crianças, uma vez que têm habilidades consideráveis para lidar com tais tecnologias antes, até, dominarem a leitura e a escrita.

Deste modo, devido ao potencial para modificar e evoluir os modelos educacionais atuais, é determinante que os envolvidos no setor educacional – desde as instituições até os professores – demonstrem interesse na implementação de tecnologias, em especial nas digitais que são alvo de tanto interesse dos alunos na atualidade (CONDIE; MUNRO, 2007).

Para isto, se faz necessário identificar as vantagens das tecnologias digitais na educação e quais fatores dificultam sua utilização nas escolas, como forma de melhorar a integração de novas tecnologias que visem melhorar a qualidade dos métodos educacionais até então aplicados. Com o desenvolvimento da tecnologia digital e a maior acessibilidade da Internet, percebemos a velocidade de receber, modificar e/ou transmitir informações aumentar significativamente, assim como o desenvolvimento de novas competências relacionadas aos meios digitais, especialmente às crianças que usam esses recursos, e também nas trocas interpessoais dos jovens em redes sociais ou jogos de videogames (BANDEL et al., 2016).

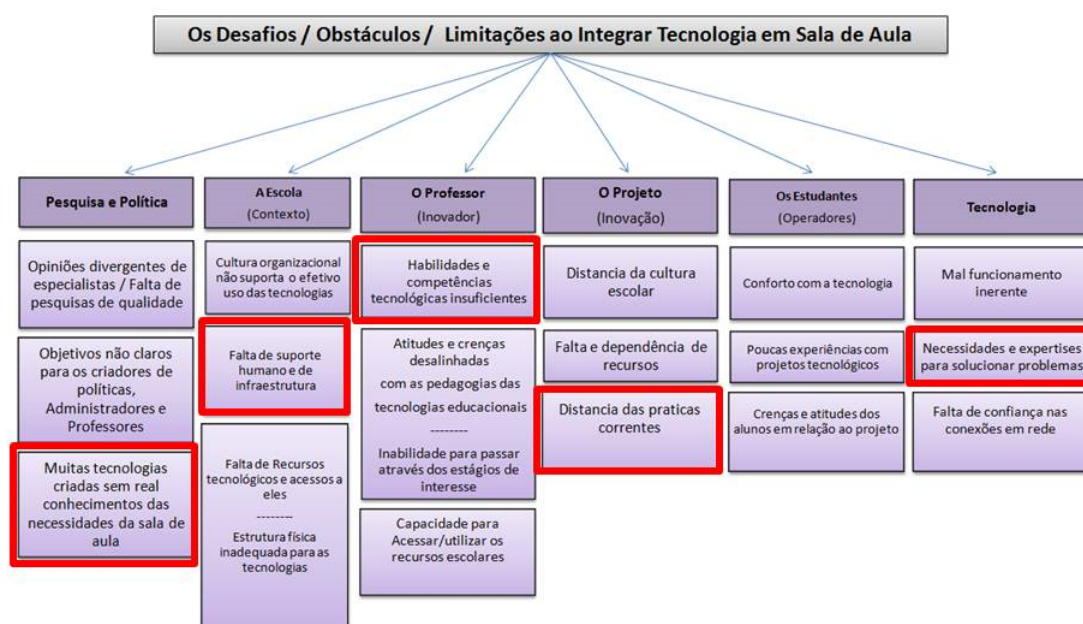
Alguns estudos (MERCADO, 2002; MANACORDA; NOSELLA; OLIVEIRA, 2002) indicam que o uso de tecnologias em ambientes educacionais é essencial para propiciar aos estudantes o contato diversificado com a tecnologia, utilizando-a não apenas como meio de comunicação social, mas também como ferramenta de aprendizagem e obtenção específica e correta de informações acadêmicas.

BAIRRAL (2009), Borba e Penteado (2016) discutiram como utilizar a tecnologia da informação e comunicação (TIC) para tornar significativa a aprendizagem da matemática. Além de estimular a criatividade e a motivação dos alunos, os professores podem mudar a sala de aula e alterar o conteúdo da lição. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), “a tecnologia deve se tornar um ambiente educacional rico por meio da participação ativa, a chave para a construção de conhecimento inovador fornecido por alunos e professores” (BRASIL, 2002).

Neste sentido Wastiau et al. (2013) sugere que os métodos tradicionais de instrução (educadores) e absorção de conteúdo (educandos) têm se tornado obsoletos na atualidade, podendo os instrumentos tecnológicos disponíveis promover uma melhora nas práticas pedagógicas dos educadores, bem como auxiliar os educandos no seu processo de aprendizado. Além disto, o tempo de aula dedicado ao aprendizado com contato direto é reduzido e, por meio de uma devida coleta de dados, é possível ao professor observar e identificar quais alunos necessitam de maior atenção, bem como quais são as dificuldades que estes encontram durante a resolução de problemas. Entretanto, mesclar o lápis e

o papel juntamente ao computador destaca um aspecto fundamental da aprendizagem, o experimento. Os alunos podem discutir e relativizar as atividades desenvolvidas em experimentos (BORBA; PENTEADO, 2016). Entretanto há ainda algumas dificuldades na implementação de tecnologias em ambientes educacionais (GROFF; MOUZA, 2008)

A Figura 1 exibe a divisão dos desafios, obstáculos e limitações para integração tecnológica em sala de aula. Nota-se a subdivisão desses fatores em 6 subclasses: Pesquisa e Política, A Escola, O Professor, O Projeto, Os Estudantes e a Tecnologia. A estrutura proposta por Groff e Mouza (2008), leva a reflexão da necessidade de uma reforma estrutural na educação para a implantação de tais tecnologias em salas de aula. Entretanto, pode-se notar que há possibilidades de atuação em pontos específicos. Em cada subclasse, o retângulo em vermelho destaca os principais pontos nos quais o jogo desenvolvido buscou minimizar a problemática expressa, considerando o fato de que não haveria a necessidade de mudanças drásticas.



8

Figura 1 – Desafios da integração de tecnologias em sala de aula
Fonte: (GROFF; MOUZA, 2008).

Neste sentido, se deve considerar as potencialidades do jogo em gerar resultados significativos no processo de ensino aprendizagem, pois a tecnologia pode ser adaptada facilmente devido às suas características fundamentais de construção polimórfica. Deste modo, entendemos que o jogo consiste em um facilitador, sendo em cada etapa de seu

planejamento norteado por estas preocupações, pois, quando uma tecnologia é desenvolvida simplificada, torna-se mais adaptável ao ambiente que for inserida.

A falta de confiança dos educadores em utilizar aparatos tecnológicos é também uma das barreiras encontradas no ensino atual, sendo esta dificuldade objeto de estudo de Wild (1996) e posteriormente Castro (2014). propõe que o medo de errar seja um dos fatores que causam desconforto em professores tradicionais, reduzindo sua confiança em aderir novos métodos de ensino. Além disto, sugere ainda que o uso de novas tecnologias pode trazer ansiedade em ter de ensinar seus alunos com algo que possuem um conhecimento limitado, tendo (PERALTA; COSTA, 2007) ressaltado a resistência do corpo docente em serem ensinados a utilizarem computadores e/ou determinados softwares.

Sendo assim, professores que possuam maior confiança nas ferramentas digitais sentem-se mais capazes de agregar novos métodos de ensino em seu cronograma pedagógico, desde utilização de imagens explanatórias criadas com o auxílio de editores de imagem até a criação de grupos de estudos em estilo de fórum onde seja estimulada a participação do aluno fora da sala de aula. Além disto, esta confiança acaba sendo passada ao educando, o qual adquire maior interesse em compreender a forma correta de utilização de computadores, com consciência e segurança (WASTIAU et al., 2013).

Outro obstáculo à integração de tecnologias na sala de aula é, conforme (GROFF; MOUZA, 2008), a (in)competência dos professores em conciliar tecnologias e seus métodos pedagógicos. Na pesquisa de Almerich et al. (2016), os autores constataram que diversos professores não detinham conhecimentos necessários para utilização, observando que a competência relacionada advém de duas sub competências, a tecnológica e a pedagógica, onde a primeira apresenta maior grau de influência em relação à segunda.

Outras pesquisas como as de Albirini (2006), Korte e Hüsing (2006) e Wastiau et al. (2013) demonstraram que a competência tecnológica é uma das principais barreiras encontradas em diversos países, ainda que em níveis diversos de interferência. Em seu estudo Albirini (2006) observou que a falta de competência (com computadores no caso do estudo) foi o principal fator agravatório para o emprego de métodos pedagógicos que aproveitem as funcionalidades das tecnologias disponíveis.

Korte e Hüsing (2006) realizaram um amplo relatório sobre a utilização de TIC em escolas da Europa. Os dados analisados foram coletados por meio da aplicação de questionários a professores e diretores de 27 países do continente em questão, atingindo um grupo de mais de trinta mil avaliados. De igual forma, suas descobertas mostram que os educadores optam por não utilizar computadores devido à sua falta de habilidades (competência).

A competência tecnológica influencia, segundo Wastiau et al. (2013), o aprendizado dos alunos em relação às habilidades necessárias para se desenvolver no mundo digital. O

estudo dos autores demonstra uma relação direta da competência dos professores com a sua confiança e consequente uso de computadores e outras tecnologias em aula.

Outro fator exposto por Groff e Mouza (2008) como obstáculo para a implementação da tecnologia em ambientes educacionais é a falta de suporte humano / técnico e infraestrutura adequada, a qual possui relação direta com a falta de recursos e barreiras internas como a falta de confiança e falta de competência.

NISHI, SILINSKE e LÖBLER (2014) indicam que a falta de suporte técnico aos professores impossibilita o uso de novos instrumentos e aparelhos tecnológicos, mostrando que a presença de infraestrutura é ineficaz sem um suporte humano capaz de auxiliar o corpo docente. No estudo dos autores, a escola estadual avaliada (localizada em Santa Maria – RS) recebeu uma lousa digital sem que os professores que ali trabalhavam tivessem o conhecimento necessário para utilizá-la, tendo se concluído pela necessidade de maior disponibilização de métodos de capacitação para seus educadores.

Apesar das dificuldades de implementação citadas, não há mais como ignorar a inserção dos meios tecnológicos nas instituições de ensino. É preciso então modificar a forma do desenvolvimento das tecnologias, para que se adaptem de maneira facilitada ao sistema de ensino vigente.

O professor já é sobrecarregado nas instituições de ensino, sendo assim, deve-se focar na produção tecnológica que corrobore com seu trabalho sem onerar sua saúde e seu tempo. Para que tal resultado seja alcançado, é necessário desenvolver ferramentas que não exijam muitos ajustes ou horas de estudo em manuais complexos. É preciso elaborar tecnologias intuitivas e práticas.

Essa simplificação do software, não exige as instituições de ensino de proporcionar formação pedagógica relacionada à tecnologia para os professores, ao invés de tão somente treiná-los na utilização de novos equipamentos e instrumentos tecnológicos. Desta forma, os educadores terão convicção de que estes novos métodos pedagógicos adicionam valor aos seus ensinamentos, compreendendo não apenas como utilizar computadores, mas a real utilidade destes para si e para seus alunos (CONDIE; MUNRO, 2007).

Contudo, Condie e Munro (2007) defendem que é necessário que o treinamento e formação pedagógica dos educadores levem em consideração competências específicas necessárias ao ambiente educacional que pretendem lecionar.

Kopcha (2012) afirma que workshop de treinamento sem um suporte (sequente) adequado por parte das instituições coíbe o uso do material aprendido e adquirido, além de que a falta de oportunidade para o desenvolvimento profissional caso o conteúdo que lhes seja apresentado seja simplificado ou não seja específico para suas necessidades pedagógicas.

Essa gama de conhecimentos necessários se deve a quantidade de novas informações que surgem a todo momento, com diz Scherer (2003) “a tecnologia tende a apresentar

novidades a cada dia e assim aumentar a demanda por uma educação que privilegie o uso das linguagens das tecnologias, aumentando também a demanda por professores que as utilizem em processos significativos de aprendizagem”.

A afirmação supracitada nos mostra a realidade que está cada vez mais presente em algumas salas de aula, não obstante os alunos e professores têm se movido em direção a novas formas de educação, agora acompanhados por uma variedade de mídias digitais que são novos aliados no processo de ensinar e aprender matemática.

É então necessário entender como a mídia digital é usada para a educação. Barreto e Nascimento (2014) também alertaram para a aplicação da tecnologia digital no ambiente educacional, apontando que as escolas precisam entender as tecnologias fornecidas para “posicionar-se criticamente e analisar sua eficácia diante das ferramentas técnicas existentes”, o mundo e os conceitos de aprendizagem, e escolher aqueles que estão mais próximos de seus métodos de ensino.

No mapeamento sobre o uso das tecnologias em sala de aula, encontra-se um documento elaborado pelo Comitê Gestor da Internet no Brasil (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, 2016), que exibe como os recursos tecnológicos são utilizados de diferentes formas dentro das escolas (Figura 2).

A figura 2 representa o percentual sobre o total de professores das escolas públicas que utilizam o computador e internet nas atividades com os alunos. Como pode ser observado, o apoio individualizado com o uso dos computadores representa um índice de bom desempenho, diferentemente de 6 anos atrás em que aparecia na última colocação de uso. Entretanto, nos últimos anos, o aumento foi acentuado, alcançando a terceira posição do ranking do uso dos computadores nas escolas.

Esta pesquisa é fundamentada e inspirada nesse crescente aspecto, juntamente aos jogos digitais que ainda tem uma parcela muito modesta no uso escolar.

A justificativa se dá no fato de que o apoio individualizado por meio de tecnologias é notoriamente um viés em expansão, pois um dos maiores desafios dos professores em sala de aula é lidar com a pluralidade dos indivíduos e reconhecer suas características.

2.6 Jogos e ensino

Os jogos fazem parte do universo do entretenimento humano, como o cinema, a televisão e a literatura, por exemplo, ao jogar, o sujeito se diverte de várias formas. Em contraponto a essas formas de entretenimento, os jogos podem tomar conteúdos e elementos das linguagens de outras formas da arte e comunicação e transformá-los de acordo com as necessidades de seu próprio meio (ALVES; COUTINHO, 2016). Isto fica evidente ao considerarmos que todo jogo e seu jogar somente podem acontecer dentro de um espaço

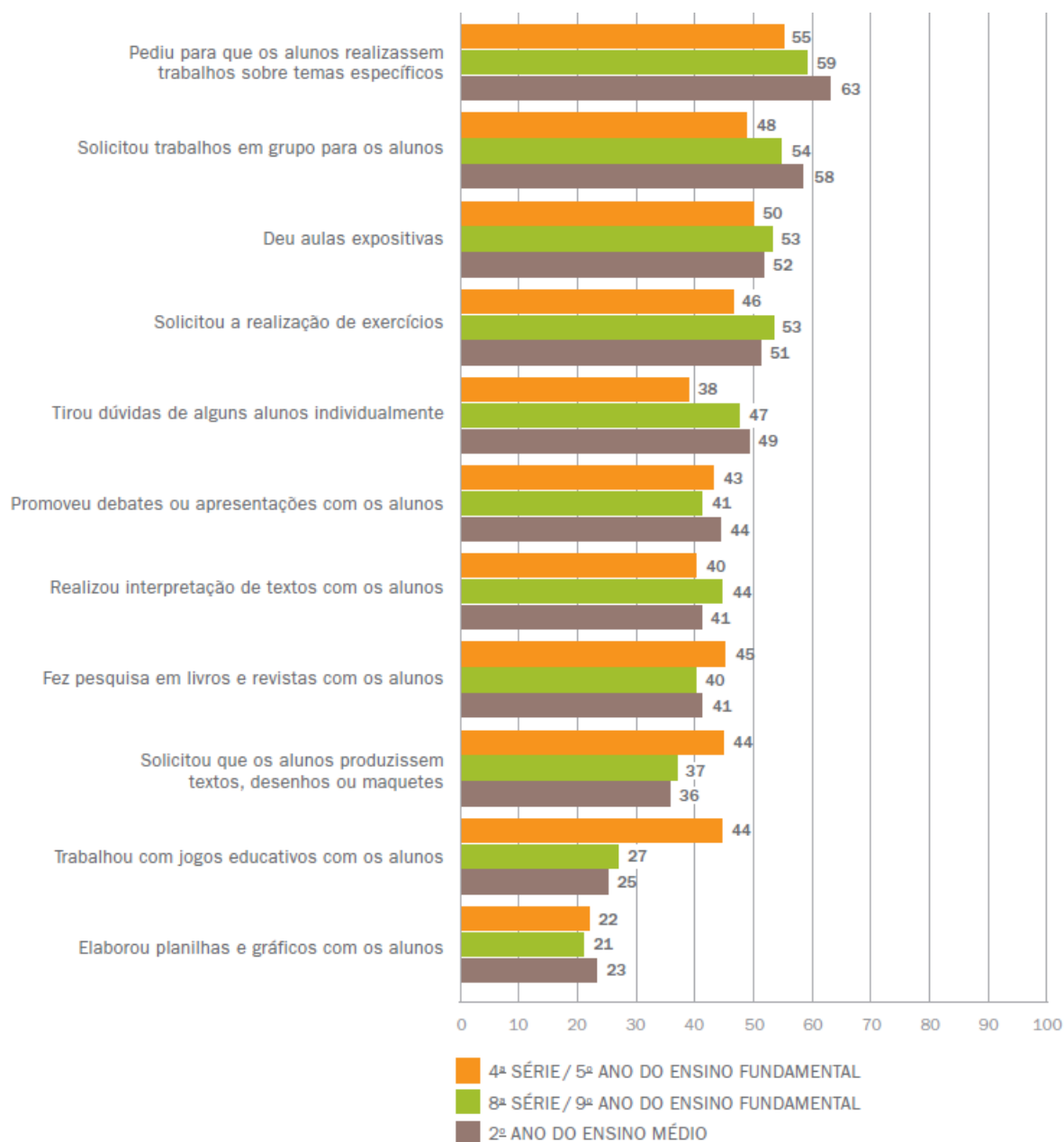


Figura 2 – Uso do computador nas escolas
 Fonte: (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, 2016).

de liberdade – a condição é que todo jogador entre livremente no espaço do jogo.

Com a chegada da globalização e a possibilidade de troca rápida de informações aumentou o interesse por métodos mais lúdicos de ensino, como é o caso da utilização de jogos educativos desde um contexto inicial de aprendizagem (primeiros anos escolares) até o fim da vida acadêmica (RAPKIEWICZ et al., 2007).

Os jogos educativos demonstram condições favoráveis para o ensino, incluindo feedbacks, participação ativa de alunos e maior interação entre eles e seu educador, bem como tem impacto definitivo na aprendizagem cognitiva, psicomotora e emocional (RAPKIEWICZ et al., 2007).

De acordo com Rapkiewicz et al. (2007) o jogo motiva o aluno, fortalece o conhecimento, promove a resolução de problemas e influencia a mudança de comportamento e atitudes destes fatores destacados como problemas pelos autores. Estudos relatam (RAMANI; SIEGLER; HITTI, 2012; LANDERS; LANDERS, 2014) o impacto do jogo na aprendizagem, desenvolvendo nos alunos habilidades de cooperação, comunicação e relacionamento social. Os jogos são capazes de fazer com que jovens que antes não demonstrassem interesses em comum entrem em contato uns com os outros, dialogando, colaborando, compartilhando emoções, ideias e dificuldades, bem como desenvolvendo novos laços de amizade, espírito de equipe e até mesmo competitividade.

O prazer expresso pelas emoções despertadas durante uma troca autêntica por meio da cumplicidade emocional despertada pelo jogo ajuda a tecer ligações e enriquecer futuras relações educacionais. Além disto, o fato de estarem brincando motiva os alunos durante seu aprendizado, os quais estarão mais dispostos em se esforçar e gastarem energia para realizarem novas tarefas (KISHIMOTO, 2017; RANDI; CARVALHO et al., 2013)

A motivação deve ser um dos principais objetivos durante a criação do jogo educacional, enfatizando nos participantes o senso de compromisso, onde estes sintam a necessidade de serem ativamente envolvidos durante o curso do jogo, instigando o desejo de perseverar. O jogo deve dar sentido ao aprendizado por meio de um objetivo final a ser considerado importante (KISHIMOTO, 2017; RANDI; CARVALHO et al., 2013).

Lawrence (2004) mede a motivação favorecida pelo jogo por meio do nível de satisfação e entusiasmo expressa pelo aluno durante o jogo e os benefícios que estas emoções trazem em termos de aprendizagem. O autor considera a atmosfera criada pela pelos jogos como agradável, sendo capaz de reduzir o stress e aumentar sua propensão em efetuar trabalhos em grupo, despertando / causando o desejo de participar.

Entretanto o jogo não é atrativo sempre. Csikszentmihalyi (2014), analisando os meios para se obter a melhor experiência durante um jogo, propõe um diagrama de aprendizado em um jogo de tênis, como exibe a Figura 3. Essa análise pode ser transferida a outros tipos de atividades, sobretudo ao contexto dos jogos digitais. No diagrama, o

autor buscou evidenciar a dinâmica e a correlação entre os diferentes níveis de habilidades do jogador e dos desafios propostos pelo jogo. O "canal do fluxo" representa a zona ótima de equilíbrio, na qual os jogadores sentem-se motivados do começo ao fim de sua participação. Por outro lado, na medida em que as habilidades e desafios tornam-se quantitativamente distantes, os jogadores tendem a situarem-se nas zonas de desequilíbrio: zonas do tédio e ansiedade.

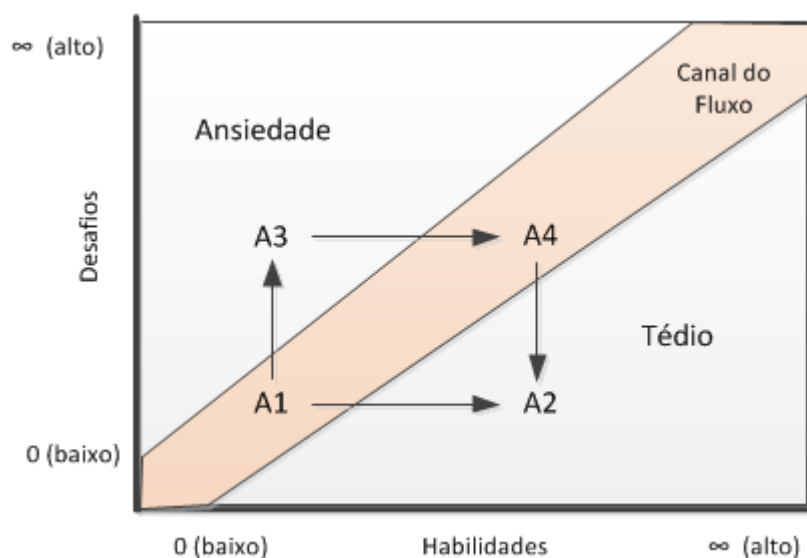


Figura 3 – Diagrama de aprendizagem em um jogo de tênis
Fonte: Csikszentmihalyi (2014)

Os jogos promovem a estruturação do conhecimento apresentado que permite a construção e organização das informações por parte dos educandos, facilitando o processo de entendimento de determinado conceito ou situação. Os jogos tem um impacto significativo na assimilação de conteúdo e resolução de problemas, permitindo que estes processos ocorram de forma mais intuitiva, além de permitir que as informações armazenadas ao longo da sua vida acadêmica sejam mais bem organizadas, facilitando sua compreensão (HWANG; HUNG; CHEN, 2014)

Não apenas isto, mas os jogos promovem a integração de conhecimento, o uso de noções teóricas ou conceitos em situações práticas. De forma mais específica, o jogo permite ao jogador estabelecer a ligação entre o conhecimento adquirido (mas que permanecem abstratos) e conhecimento concreto (PURUSHOTMA, 2005; HWANG; HUNG; CHEN, 2014).

O jogo reforça a habilidade de retenção de informações a longo prazo, ainda que os conteúdos apresentados por eles sejam novos e específicos, possibilitando a integração destas novas informação àquelas já adquiridas, transferindo os conhecimentos ainda não concretizados devido aos requisitos exigidos pelo exercício (PURUSHOTMA, 2005; HWANG; HUNG; CHEN, 2014).

A habilidade de resolução de problemas é alvo de desenvolvimento causado pela utilização de jogos educacionais, estando este desenvolvimento relacionado a vários aspectos da cognição, como a construção de esquemas/diagramas, a transferência, criatividade (desenvolvimento de novas soluções) e pensamento crítico (reflexão). O Jogo permite o desenvolvimento de estratégias e capacidades para tomar decisões, entender um problema e fazer suposições de soluções (REIS et al., 2017).

Sendo assim, portanto, os jogos têm um impacto positivo, pois permitem que os alunos desenvolvam o raciocínio necessário para resolver um problema em um ambiente de aprendizado com um ambiente tanto relaxado quanto competitivo. Não apenas isto, mas o compromisso com o jogo permite o uso de habilidades de pensamento crítico floresça durante a etapa de tomada de decisões, as quais em sua grande maioria irão impactar o curso do jogo (REIS et al., 2017).

A tipologia das atividades lúdicas (não digitais) é baseada nas possíveis habilidades a serem utilizadas durante sua realização, sejam intelectuais, físicas, interpessoais, psicomotoras ou outra categoria que se encaixe melhor com o proposto. Todas as capacidades e requisitos de execução do exercício dependendo do nível de desenvolvimento e maturidade das aptidões que permitirão o estudante a enfrentar, dominar e modificar conforme sua vontade as suas ações e a forma que percebe como estas afetam o resultado e o mundo ao seu redor (MALUF, 2011).

Os materiais lúdicos são os instrumentos ideais pelos quais as atividades lúdicas podem se materializar, sendo o jogo uma das formas mais conhecidas e utilizadas. Portanto, não se deve aqui elaborar uma lista de atividades lúdicas e materiais, pois não seria nem restritiva nem exaustiva, já que com cada geração novos itens são excluídos ou acrescentados conforme acreditam ser melhor variando de acordo com o grau de conhecimento, ciência e tecnologia alcançadas pela cultura regional (MALUF, 2011).

O jogo propicia aos professores e alunos promoverem diversas discussões morais, políticas, culturais, e também aprender novas maneiras de interagir com ambientes de comunicação, por meio de interrogatórios e intervenções, contribuindo para a ampliação do conhecimento (ALVES; COUTINHO, 2016).

A observação e o comportamento de professores e alunos em relação ao uso de jogos tem sido temática para muitos pesquisadores, pois acreditam que as atividades técnicas, além de tornar os cursos mais interessantes, podem tornar o ambiente escolar mais atrativo aos estudantes. Por esse motivo:

Os jogos devem possuir objetivos pedagógicos e sua utilização deve estar inserida em um contexto e em uma situação de ensino baseados em uma metodologia que oriente o processo, por meio da interação, da motivação e da descoberta, facilitando a aprendizagem de um conteúdo (PRIETO et al., 2005).

Para Vygotsky et al. (2008), a influência lúdica atua diretamente no desenvolvimento dos alunos, inspira a curiosidade e, portanto, deve estar no cotidiano. É por esta influência que os alunos aprendem a agir, tomam iniciativa e adquirem confiança para brincar, desenvolvendo ideias e foco, possibilitando um novo aprendizado. O autor acredita que, por meio dos métodos de ensino significativos, os alunos terão resultados positivos na estrutura matemática, visando a linguagem e a educação infantil simbólica incorporada no processo educacional. Ainda de acordo com Vygotsky et al. (2008):

O brincar é fonte de desenvolvimento e de aprendizagem, constituindo uma atividade que impulsiona o desenvolvimento, pois a criança se comporta de forma mais avançada do que na vida cotidiana, exercendo papéis e desenvolvendo ações que mobilizam novos conhecimentos, habilidades e processos de desenvolvimento e de aprendizagem.

Pode-se dizer, portanto, que ao jogar o aluno adquire as funções psicológicas, habilidades e experiência de diferentes papéis. Assim, diferentes atividades desenvolvidas como um princípio educacional podem melhorar a imaginação do aluno e adaptá-lo à realidade. Neste caso, o jogo é o verdadeiro recurso de ensino para ajudar na aprendizagem (VYGOTSKY, 1998).

Parafraseando Wittgenstein e Rhees (1987): "se eu sei jogar esse jogo, eu compreendo este jogo!". É interessante ensinar a jogar e assim consequentemente aprende-se sobre o conteúdo acadêmico envolvido no jogo.

Segundo Vygotsky (1998), as crianças podem desenvolver habilidades importantes como atenção, imitação, memória e imaginação por meio de diferentes métodos de aprendizagem. O autor também aponta que, para que as crianças se desenvolvam e imaginem, devem ter uma experiência rica e variada. Hoje, as crianças estão mais envolvidas em tecnologias que podem ajudá-las nos processos de ensino e aprendizagem. Portanto, os alunos precisam sentirem-se felizes e desafiados a aprender mais e mais.

Para o professor, e para os responsáveis pelo calendário pedagógico, portanto, caberá a responsabilidade de selecionar jogos ou brinquedos que estejam de acordo com as exigências dos objetivos que foram estabelecidos, a partir da longa lista de jogos e atividades com os quais ele está familiarizado (MALUF, 2011).

Ele também será obrigado a levar em consideração a idade de seus alunos e o nível de seu desenvolvimento para selecionar aquele que seja ideal para todos, implicando em um amplo conhecimento de psicologia e técnicas pedagógicas de sua parte. Para tanto, o ideal é que o processo de seleção de atividades passe por três etapas (MALUF, 2011; KISHIMOTO, 2017).

A primeira etapa é a de identificação das necessidades do aluno, suas preferências, habilidades existentes e inclinação para participação. Nesta etapa o educador deve considerar ainda quais as possíveis reações deste aluno quando o problema lhe é apresentado, bem

como as deste ao ser colocado a participar de um jogo em grupo, por exemplo (MALUF, 2011; KISHIMOTO, 2017).

Em um segundo momento, devem ser avaliados os materiais disponíveis, desde sua origem (artificial ou não), estrutura (complexa ou simples), técnica ou método utilizado para sua produção, usos potenciais além daquele inicialmente visionado, o grau de interesse esperado da criança e o papel do ambiente (professor) que pode ser estimulante, repressivo, autoritário ou cooperativo (MALUF, 2011; KISHIMOTO, 2017).

Por fim, devem ser definidos os objetivos de aprendizagem, com a organização das etapas do processo e seu conteúdo, estabelecer formas possíveis de transformar o processo, usando o jogo como fonte de inspiração e equipando o jogo para torná-lo mais atraente e mais acessível à criança. Isso envolve métodos evolutivos para avaliar os resultados em termos de metas de ensino e condições sob as quais novos processos de aprendizagem podem ser transferidos (MALUF, 2011; KISHIMOTO, 2017).

A descrição desses vários estágios mostra que pode haver laços estreitos entre aprendizagem e jogos, e que o papel do professor é descobri-los ou criá-los. Se tiver sucesso, ele estará meramente respondendo a uma lei da natureza, pela qual a criança inconscientemente aprende em um jogo.

O jogo pode atender a critérios que podem tornar as atitudes dos alunos em relação à matemática mais motivadoras. Os elementos que compõem o jogo, como tramas e personagens, podem ser construídos utilizando os conceitos e questões da disciplina, visando mudar a perspectiva do aluno perante o conteúdo.

Este tipo de atividade decorre naturalmente na vida das crianças. Não é difícil notar que, ao brincar com jogos, as crianças promovem forte motivação, inserem-nas em um mundo inteiramente composto delas e quaisquer distrações são elusivas. Ao usar diferentes métodos, os professores podem aliviar várias questões sobre a rejeição matemática. É importante enfatizar que essas tendências não são as únicas soluções. A prática do professor, a particularidade e o ambiente de cada aluno, são fatores que devem ser considerados ao se construir uma abordagem eficaz.

Mesmo que um professor possa ensinar tudo seguindo determinada estratégia, é provável que não esgote todas as possibilidades de implementação do processo de ensino. Portanto, a ligação entre diferentes tendências torna-se a base para construir metodologias e aumentar a probabilidade de sucesso.

2.7 Jogos digitais e ensino

A indústria de videogames tem-se desenvolvido consideravelmente ao longo das últimas décadas. Em 2010, somente nos Estados Unidos, os gastos totais dos consumidores

sobre a indústria de jogos totalizaram US\$ 25,1 bilhões (SIWEK, 2010). É também uma das indústrias de mais rápido crescimento na economia dos EUA: De 2005 a 2010, por exemplo, a indústria de videogames mais do que duplicou, enquanto todo o PIB dos Estados Unidos cresceu cerca de 16 %.

Os jovens entre 8 e 18 anos passam em torno de 7h30m por dia em mídias móbile; vídeo games portáteis representam em torno de 1h15m desse total (RIDEOUT; FOEHR; ROBERTS, 2010). Somando-se as horas em jogos de computadores e consoles, o tempo gasto passa a ser significativo na vida das pessoas como um elemento que não pode ser mais marginalizado. A América latina, de acordo com Fleury, Nakano e Cordeiro (2014), contava com apenas 2% do mercado global de games em 2010 (Figura 4) e, apesar de o Brasil ainda apresentar dados modestos no mercado de jogos digitais, no exterior já há um corpo considerável de literatura disponível sobre a produção, distribuição e diferentes formas de uso dos jogos digitais.

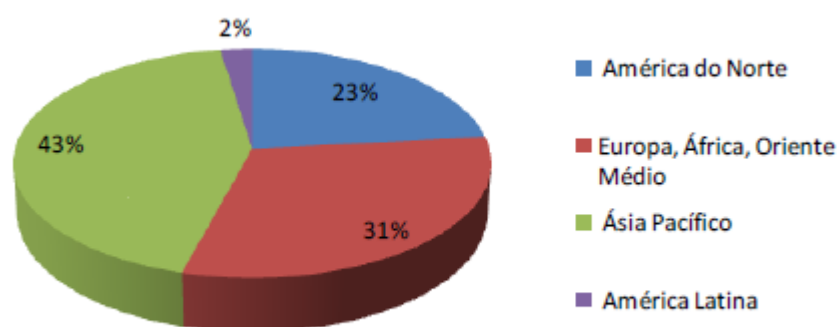


Figura 4 – Participação das regiões do mundo no mercado de Jogos Digitais em 2010
Fonte: Fleury, Nakano e Cordeiro (2014)

Baseado nos números de pesquisas e no capital financeiro envolvidos no mercado de jogos digitais no exterior, a aprendizagem baseada em jogos na sala de aula e os potenciais benefícios disso para a educação ampliaram uma grande discussão ao longo dos últimos anos, mas a enorme popularidade dos videogames com os jovens não é a principal razão que os cientistas de aprendizagem têm tido um interesse; é a sua capacidade para efetuar mudança cognitiva e comportamental (STEINKUEHLER; SQUIRE, 2014).

Os jogos digitais têm adentrado as escolas ao longo do tempo, entretanto os tipos de utilização dados pelos professores e gestores educacionais tem grande variação.

Para Alves e Coutinho (2016 apud EGENFELDT-NIELSEN, 2010, p. 128)

“A aprendizagem baseada em jogos eletrônicos na educação formal ainda é vista como algo de natureza difícil e exótica por muito professores,

seja pelos problemas envolvidos na observação dos resultados, seja pela complexidade que envolve os processos de avaliação nessa área”.

Essa dificuldade ocorre em partes porque o gênero dos jogos digitais engloba diferentes representações de tecnologias desde um pequeno celular ou videogame portátil, até computadores e consoles com potenciais de áudio e vídeo de altíssimo nível. Juntamente a essa pluralidade de equipamentos, a sua forma de interação com o mundo dos videogames também pode se tornar ora mais ora menos imersiva.

Ao analisar um jogo digital, deve-se compreender que é um software desenhado para fins de entretenimento em uma ou mais plataformas, e é a interação gerada entre os jogadores e o software que trará melhores ou piores resultados. O jogo não é somente o software, mas sim o que se faz com o software e a partir dele (ALVES; COUTINHO, 2016).

Dadas a popularidade dos jogos e as dificuldades em definir qual interação traz melhores resultados aos estudantes por meio dos jogos, as pesquisas tem estimulado o desenvolvimento de estudos que investiguem como os jogos digitais podem ser utilizados para envolver os alunos dentro da sala de aula. Entretanto, a tentativa dessas pesquisas é indicar um uso dos jogos, sem que haja perda do caráter motivacional e imersivo criado pela indústria do entretenimento.

Na última década, o uso de jogos digitais na educação tem despertado considerável atenção, explorando como e porque os jogos podem constituir poderosas em sala de aula.

Caso o educador deseje utilizar um jogo já existente como método pedagógico, é necessário que este tenha plena consciência da diferença entre os jogos digitais que foram projetados exclusivamente para entretenimento com aqueles que possuem um caráter (ainda que secundário) educacional (CUPERSCHMID; HILDEBRAND, 2013; RIBEIRO et al., 2015).

Os jogos educativos acabam por se diferir dos jogos de entretenimento de várias maneiras. É possível encontrar diferenças na qualidade gráfica e na maneira como o jogo é implementado, objetivo do jogo e os tipos de atividade envolvidas, como o próprio jogo é aprendido, o tempo gasto para se jogar e a maneira como a colaboração e a competição são integradas no design do jogo (CUPERSCHMID; HILDEBRAND, 2013).

Os jogos de entretenimento comercial têm orçamentos extremamente altos em comparação com os jogos projetados para a educação, mesmo levando em consideração que a maioria dos países possui uma grade curricular nacional. Dadas estas condições de baixo orçamento e interesse de desenvolvedores, não há como os jogos educativos serem capazes de competir com os jogos de entretenimento em termos da criação de mundos de jogos virtuais com alta definição, devido ao seu custo relacionado à produção e efetiva utilização (CUPERSCHMID; HILDEBRAND, 2013; RIBEIRO et al., 2015).

Há alguns estudos como o de Gee e Dolah (2018) que analisam a relação entre gráficos e a sua influência no aprendizado, tendo os autores submetido 39 pessoas dentre professores e estudantes, a uma série de perguntas relacionadas ao tema. Durante a aplicação do questionário os estudantes foram questionados acerca da frequência em que jogam vídeo games, como eles se sentem quando jogam, qual gênero preferido, qual aspecto lhe é mais relevante, qual seu nível de interesse e satisfação acerca de jogos digitais educacionais, qual seu interesse em matemática, o quão dispostos estariam em aprender por meio de jogos digitais e outras questões semelhantes.

Como conclusão, os autores constataram que 60% dos alunos não tem interesse em matemática, mas que 83,3% deles estariam dispostos a utilizarem jogos digitais para aprender a matéria no futuro. Além disto, 60% dos alunos referiram que os gráficos são o aspecto que mais lhe chama a atenção, demonstrando assim a importância deste para os jovens da atualidade, uma vez que quanto melhores os gráficos do jogo em questão maior o nível de imersão e consequente nível de interesse (GEE; DOLAH, 2018).

Em sentido oposto é a opinião de Dormans (2011), onde este refere que o realismo excessivo pode prejudicar a aprendizagem dos jogos educativos, fazendo com que seja difícil a transferência do conhecimento adquirido para situações semelhantes na vida real. O autor afirma que o realismo não deve ser o principal objetivo almejado e sugere a utilização de simulação simbólica e indicial como métodos relevantes para o design do jogo.

A simulação indicial neste caso se trata da relação de determinado objeto representado no jogo e sua relação com a sua versão (aproximado) no mundo real, enquanto a simulação simbólica é aquela em que determinada situação entre a realidade e o ambiente do jogo é diferenciada por uma regra apresentada, tendo o autor apresentado o exemplo do jogo Super Mario Bros. (Nintendo Entertainment, 1991), onde os jogadores aceitam que naquela realidade que lhes é apresentada o personagem é capaz de eliminar inimigos caso pule sobre eles.

Susi, Johannesson e Backlund (2007) diferenciam os jogos educacionais (englobados pelos jogos sérios – serious games) e os jogos de entretenimento por diversos fatores, sendo os dos mais relevantes o propósito de sua criação. Os jogos educativos, ainda que possuam características envolventes e motivacionais, seu objetivo principal é facilitar o aprendizado, enquanto os jogos de entretenimento têm como finalidade a diversão e lazer. Um grande desafio para os designers, todavia, é garantir que a diversão e qualidade da jogabilidade sejam mantidas enquanto os resultados almejados (de aprendizagem) vão sendo alcançados.

O equilíbrio entre a absorção de conteúdo e a diversão é uma tarefa árdua àqueles que buscam criar um jogo educativo, pois por vezes diversos objetivos educacionais são apresentados, sendo tarefa do educador e desenvolvedor garantir que os ensinamentos estão sendo passados da forma correta (SUSI; JOHANNESSON; BACKLUND, 2007).

Por fim, o tempo a ser despendido durante o ato de jogar é um fator de diferenciação entre os jogos digitais educacionais e os com fins de entretenimento. O tempo para fins de jogos educativos é relativamente curto quando comparado aos jogos convencionais, já que serão usados durante curtos períodos e, por muitas vezes, por mais de um estudante. Deste modo, a eficácia do método pedagógico estará no gerenciamento de tempo, pois os ensinamentos devem ser passados em períodos muitas vezes inferiores à uma hora, devendo o desenvolvedor e/ou professor estar ciente do período que lhe é disponível para cada etapa a ser apresentada (SUSI; JOHANNESON; BACKLUND, 2007; RIBEIRO et al., 2015).

Entretanto, apesar da evolução na produção e distribuição dos jogos digitais educacionais, ainda há barreiras a serem transpostas para que essa cultura seja inserida nas instituições de ensino. Klopfer et al. (2009) listaram as barreiras mais comuns encontradas, conforme disposto na Tabela 1.

Os itens citados na Tabela 1 são barreiras geralmente impostas pela cultura dos meios acadêmicos, verbas despendidas e falta de conhecimento sobre jogos. Essas barreiras não serão transpostas em uma única investida. Há que se projetar jogos cada vez melhores, com maior divulgação de resultados favoráveis ao ensino e mais aceitos, tanto pela sociedade em geral como para o meio acadêmico.

Neste sentido, a implementação dos jogos em salas de aula deve ser feita com muito cuidado. O processo deve ser minucioso e bem projetado, mas não abandonado, pois não há como deixar de se utilizar a ferramenta tão difundida socialmente (SIWEK, 2010).

À medida que a tecnologia se torna cada vez mais popular no cotidiano das pessoas, crianças, jovens e adultos continuam a usar os jogos digitais como uma forma de entretenimento e uma ferramenta importante para ajudar no aprendizado. Jogos educativos, especialmente envolvendo números, quando cuidadosamente projetados em formas estratégicas e com conteúdo educacional, podem ser vistos como objetos de aprendizagem cujos elementos incorporados são reutilizados em diferentes ambientes educacionais.

Os jogos fazem parte do cotidiano das crianças. As atividades do jogo são uma alternativa a realização pessoal, que permite a expressão de emoções e promove aprendizado de comportamentos adequados e adaptativos. A motivação do aprendiz é usar a pedagogia para usar os resultados da exploração livre e divertida. Jogos educativos digitais aumentam a probabilidade de aprendizagem, ajudam a construir confiança e aumentar a motivação no ambiente de aprendizagem (AGUIAR, 2008).

O avanço tecnológico exige que as escolas, especialmente os professores, adotem novos métodos de ensino em sala de aula, estabelecendo novas situações que exijam que os professores adquiram tais recursos de ensino compatíveis, para que os novos conceitos de ensino possam ser construídos na matemática.

Jogos educativos digitais são projetados para proporcionar aos alunos um ambiente

Tabela 1 – Barreiras para a inserção de jogos na escola

Barreiras para adoção	
Requisitos curriculares	Historicamente, as escolas relutam em desistir de livros didáticos ou comprar tecnologias que não estão claramente vinculadas a padrões estaduais ou que não comprovaram sua eficácia.
Atitudes	Alguns pais e educadores têm atitudes negativas sobre os videogames, que são reforçados por um diálogo limitado na mídia sobre os méritos relativos dos videogames em geral.
Logística	Os educadores geralmente acham difícil integrar o jogo na estrutura de tempo do dia letivo, que é frequentemente regido por aulas de 50 minutos. Em algumas escolas, o acesso a computadores é muito limitado para que os jogos desempenhem um papel positivo na aprendizagem. Para jogos móveis, a proibição de telefones celulares e outros dispositivos portáteis nas escolas é uma grande barreira à entrada.
Suporte para professores	A maioria dos professores tem pouca experiência em integrar jogos em sala de aula e os programas de desenvolvimento profissional na maioria das vezes não incluem apoio nesta área. Professores não têm tempo, incentivos e apoio para este trabalho.
Avaliação	Embora os jogos possam ser especialmente bons para ensinar habilidades de ordem superior, essas habilidades não são tipicamente avaliadas em exames padronizados. Novos quadros para avaliação dessas habilidades devem ser desenvolvidos se os jogos devem ser aproveitados dentro da cultura orientada para o desempenho da maioria das escolas.
Evidências	Embora isso esteja mudando, não foram feitos estudos suficientes até o momento para mostrar que os jogos educacionais são eficazes. Sem essa evidência, as atitudes e barreiras discutidas acima serão lentas para mudar.
Usos dos Jogos	Exemplos de como os jogos podem ser integrados em uma variedade de experiências curriculares são cruciais. Um conjunto limitado desses modelos existe atualmente.
Estruturas sociais e culturais	Estruturas sociais e culturais existentes em torno da educação, escola, aprendizagem e Jogos, tornam a absorção dos jogos educativos um desafio. Essas estruturas são incrivelmente difíceis e lentas para mudar, e representam talvez o maior desafio para o espaço de jogos educativos.
Visão limitada	As pessoas geralmente têm uma visão limitada da variedade de jogos disponíveis, o que reduz as expectativas em torno da viabilidade de jogos para envolver os alunos.

Fonte: (KLOPFER et al., 2009)

de aprendizagem como uma das principais funções. A diversão aumenta as chances de aprender a entender o conteúdo on-line do jogo. Pode-se definir o "micromundo" do jogo, que permite aos alunos inserirem um mundo fictício, por meio de um mundo lúdico, afim de proporcionar a aprendizagem de jogar (SILVEIRA; RANGEL; CIRÍACO, 2012).

Um resultado da aplicação do jogo digital com computadores pode ser uma maneira divertida e agradável de explorar um determinado ramo do conhecimento, além de desenvolver uma série de habilidades, tais como destreza, associação, pensamento, raciocínio lógico e indução (SILVEIRA; RANGEL; CIRÍACO, 2012).

Silveira, Rangel e Ciríaco (2012) destacam alguns aspectos positivos do uso de jogos digitais educativos, pois estes fornecem aos alunos ferramentas para ajudá-los a manter o foco no conteúdo. Ademais, recursos educacionais para os professores usarem a seu favor, ajudam a melhorar o ensino e a aprendizagem ao longo do curso.

Os jogos digitais usados nas escolas podem ser utilizados como um estímulo para mostrar aos alunos a importância de aprender o conteúdo escolar. Jogos interativos digitais envolvem o interesse dos alunos na aprendizagem, construindo uma forma agradável para promover o desenvolvimento do pensamento e do conhecimento lógico do espaço interativo diferente para as atividades estudantis (SILVEIRA; RANGEL; CIRÍACO, 2012).

Como há cada vez mais tecnologia inserida no ambiente educacional, a interação entre alunos e computadores tornou-se mais atraente, e o jogo se tornou uma ferramenta básica para monitorar o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos. Os jogos podem não só desenvolver habilidades, mas também verificar os conhecimentos obtidos de outras formas.

Vários pesquisadores Bongioiolo, Braga e Silveira (1998), II (1991), Mayer (2014) indicam que o estímulo ao processo de ensino e aprendizagem com jogos digitais promovem a interação dos alunos com o que aprenderam. O jogos também trazem uma forma mais prazerosa de aprendizado. No entanto, para um jogo se tornar uma ferramenta emocionante, há certas características que devem estar presentes no jogo, tais como as apresentadas na Tabela 2.

Estas são características definidoras de jogos no sentido de que, para ser chamado de jogo, um ambiente de aprendizagem tem que possuir no mínimo as cinco características. De acordo com Mayer (2014), mesmo possuindo as características citadas, o desenvolvimento de jogos digitais para o ensino deve atentar-se para alguns aspectos que podem trazer elementos positivos e negativos em relação ao ensino.

No lado positivo, os recursos dos jogos podem aumentar a motivação do jogador, promovendo assim o processamento cognitivo generativo, levando-o a resultados de aprendizagem subjacentes. Os recursos instrucionais podem guiar a atenção do jogador para o conteúdo acadêmico, além de apoiar o processamento essencial e impulsionar o

Tabela 2 – Características dos jogos educacionais

Característica	Descrição	Elementos do Jogo
Baseado em regras	Os eventos ocorrem de forma casual, baseados em regras conhecidas	Abstração de conceitos de realidade e Regras bem definidas
Responsivo	O ambiente permite aos jogadores agir e responderem prontamente as suas ações	Feedback e Replay
Desafiador	O ambiente providencia oportunidades de sucesso em tarefas que são difíceis para os jogadores	Objetivos, níveis, conflito e competição ou colaboração
Cumulativo	O estado corrente do ambiente reflete as ações prévias do jogador permitindo seu acesso a outros níveis	Tempo e Estrutura de Recompensa
Agregador	O ambiente é interessante, apelativo e divertido para o jogador	Estética, curva de Interesse e narrativa

Fonte: (MAYER, 2014)

processamento mais profundo do conteúdo acadêmico, desse modo, favorecendo o processo gerativo.

Quanto aos aspectos negativos, os recursos dos jogos podem distrair o aluno, causando aumento no processamento cognitivo extrínseco e levando-o a resultados mais pobres. Algumas das funcionalidades instrucionais podem destruir a diversão do jogo, reduzindo o interesse do jogador e diminuindo a disposição em se envolver em processos gerativos.

Não se pode perder, então, as características importantes, tanto do meio acadêmico, quanto dos jogos digitais. O estudo de Araújo et al. (2017) adapta as características apresentadas por Savi e Ulbricht (2008) e traz esses pontos para a aplicação dos jogos digitais na educação. O autor cita algumas das potencialidades do ensino de jogos digitais, três das quais são importantes para o uso do jogo:

1. Efeitos de Incentivo Os jogos digitais têm a capacidade de atrair os alunos para a criação de opções em seus projetos e interfaces, quando existem várias maneiras de interagir para nos distrair. A existência de um jogo digital bem projetado é uma questão de várias possibilidades para o aluno se divertir, aprender é essencial, e o aluno está aberto ao que está exposto, pois esse conhecimento receptivo e adquirente será mais efetivo;
2. Descobrir a aprendizagem de *feedback* imediato e um ambiente livre de riscos estimula a experimentação e exploração, inspirando curiosidade e aprendendo por meio da descoberta e perseverança. Porque não há perigo real no jogo para explorar o espaço

mais apropriado, de modo que mais e mais alunos estão curiosos para saber, e curiosidade para tentar explorar, resultando na maioria das novas informações;

3. O ambiente de jogo socializado é propício para os jogadores, neste caso, é a interação com os alunos, portanto, apenas a ajuda na disciplina cognitiva não é grande, mas também a relação interpessoal, a assistência e a interação dos alunos. Há uma transferência de conhecimento, informação e experiência para expandir as possibilidades de conhecimento adquirido.

Além dessas características, Prensky (2010) apontou que, por meio de videogames, as crianças aprendem a lidar com erros de forma interativa. O jogo, em geral, ajuda os alunos a entender e usar as regras, capacitando-os a desenvolver a autoconsciência, aprendendo a lidar com símbolos, iluminando com sucesso o que é conhecido com imaginação, tudo de forma mais prazerosa (BRASIL, 2002).

Enquanto atividade lúdica, os games se constituem como dispositivos educativos, que despertados pelo desejo e interesse, oferecem aos jogadores condições de observações, o estabelecimento de associações e relações, escolhas, classificação, autonomia, entre outras possibilidades que podem potencializar posturas inovadoras (ALVES; RIOS; CALBO, 2013).

Alves, Rios e Calbo (2013) enfatizam que, em nossas escolas, desafios como persistência, confiança, ferramentas e habilidades de colaboração não são comuns. Segundo Prensky (2010), é necessário utilizar outros métodos que estimulem a criatividade dos alunos e gere interesse neles:

Entre esses meios, a aprendizagem baseada em jogos digitais tem sua importância. Certamente não é o único, mas representa um dos primeiros meios efetivos e factíveis de alterar o processo de aprendizagem, de forma que chame a atenção da "geração dos jogos" e lhe cause interesse (PRENSKY, 2010).

Uma das questões relacionadas ao ambiente escolar é a motivação dos alunos no processo de ensino. Assim, “a motivação dos alunos é meta interna e externa, e os fatores psicológicos envolvidos nesse processo, trazem a necessidade a agradar os alunos em relação a apresentação dos conteúdos” (PRENSKY, 2010).

Desta forma, o jogo pode ser usado como um conjunto de ferramentas que podem despertar o interesse e a atenção desta geração habilidosa em jogos. A internet é um meio digital em que encontramos diversos tipos de jogos para todos os gostos. Entre eles, podemos encontrar uma variedade de jogos educativos no ensino de matemática, do simples ao complexo. Os jogos de matemática são importantes recursos pedagógicos para o processo de ensino-aprendizagem, e sua aplicação no ensino ajuda os professores a encontrarem maneiras de analisarem de maneira mais eficiente a compreensão dos alunos:

Os jogos fazem parte do cotidiano das pessoas dentro e fora da escola, mas no que diz respeito à sala de aula, esse recurso ganha uma nova aplicação: o trabalho com jogos de forma didática. Os jogos e os materiais pedagógicos exercem uma influência benéfica e positiva sobre os alunos durante a construção de conceitos em matemática, mas demandam uma organização e planejamento anteriores, à luz da intenção didática do professor (ABUD; SILVA; ALVES, 2011).

Pautado nessa base teórica, o objetivo desta pesquisa é trazer a matemática para a realidade dos alunos, uma vez que os nativos digitais têm grande flexibilidade no manuseio de diversas mídias, tornando os jogos digitais um poderoso aliado no ensino de matemática.

3 O Jogo desenvolvido: Jurandir e os segredos da Matemática

3.1 O jogo

O jogo apresentado foi elaborado para conter duas características principais que o diferenciam dos jogos educativos comumente encontrados para uso em ambientes escolares. Primeiramente, o jogo foi desenvolvido de modo que o estudante não irá aprender enquanto joga. O intuito é exatamente o oposto a esse, pois é o computador que deve aprender enquanto o aluno joga. Inicialmente pode parecer inquietante a ideia do aluno despendendo tempo em algo apenas para dar informações e não ser recompensado diretamente com conhecimento, mas é o princípio avaliativo que está sendo buscado nesse momento, deixando os feedbacks e melhorias a cargo do professor que, por sua vez, estará munido de um conjunto rico e detalhado de informações acerca do estudante.

O diferencial apresentado pelo jogo não está presente visualmente para nenhum jogador ou professor, pois se trata do algoritmo desenvolvido para análise e tratamento dos milhares de dados coletados durante a dinâmica do jogo.

A interface e jogabilidade desenvolvida para o jogo foram trabalhadas em consonância com os elementos do game design já discutidos na fundamentação teórica e serão discutidas a seguir juntamente com os conceitos matemáticos sobre funções aplicados na criação do jogo.

3.2 Concepção do jogo

O processo de criação do jogo aconteceu por meio de um *brainstorm* com rascunhos de personagens e elementos do jogo, como demonstrado na Figura 5.

Outros rascunhos encontram-se nos anexos dessa pesquisa. Esse processo levou a questionamentos que inicialmente pareciam irrelevantes como tamanho do personagem, quantidade de movimentos possíveis, posicionamento de elementos na tela. Entretanto, como veremos posteriormente, são pontos extremamente delicados na construção de um jogo que envolve a temática de funções, em que o posicionamento dos elementos do jogo tem influência direta nas resoluções esperadas.

O pensamento inicial deu origem a três possíveis cenários: o primeiro consistia na exploração do plano cartesiano, incluindo elementos tais como pontos, retas e parábolas; o segundo se deu na ideia de verificar conceitos como inclinações de retas baseados em

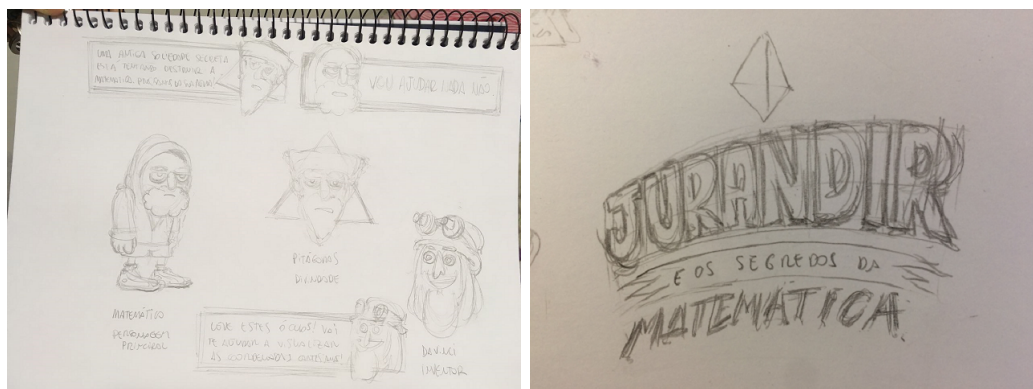


Figura 5 – Rascunhos

Fonte: Autor

pontos pré definidos; o terceiro seria trabalhar conceitos de parábolas.

Com o desenvolvimento do projeto, ficou nítida a impossibilidade de trabalharmos os três elementos propostos, devido ao tempo e à complexidade envolvidos computacionalmente. Sendo assim, optou-se por desenvolver com melhor qualidade apenas os elementos do plano cartesiano e o trabalho com funções lineares e afim. Delimitadas as diretrizes do projeto, foi dado início a concepção dos cenários para que os personagens pudessem interagir com o sistema cartesiano. Alguns rascunhos são apresentados na Figura 6.

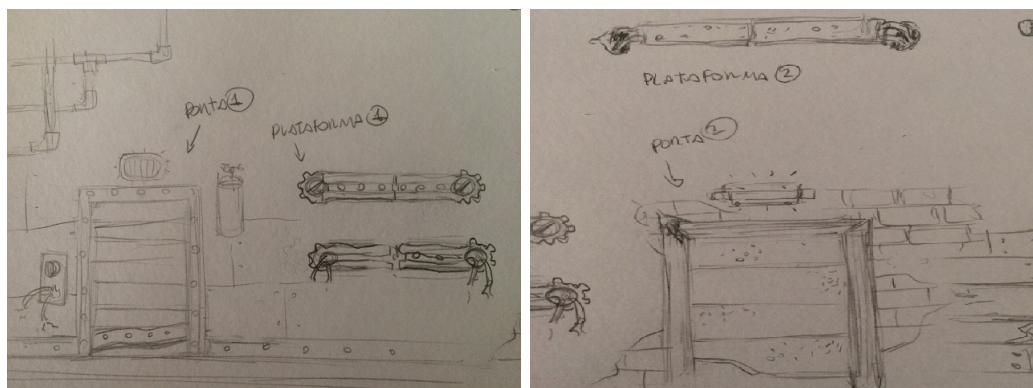


Figura 6 – Rascunhos da primeira fase

Fonte: Autor

No começo do desenvolvimento da parte computacional, nos deparamos com dificuldades, como o tamanho de um sistema cartesiano que fosse plausível para uma boa jogabilidade sem suprimir elementos matemáticos necessários, além de não consumir todo o processamento do computador. Para este fim, foram feitos muitos testes em computadores com diferentes desempenhos e com quantidades variadas de proporções de eixos cartesianos, resultando na proporção que ficasse agradável e coerente. Tivemos um primeiro protótipo de tela inicial, como mostrado na Figura 7.

Podemos notar que a tela inicial proposta continha o elemento "chão", onde o

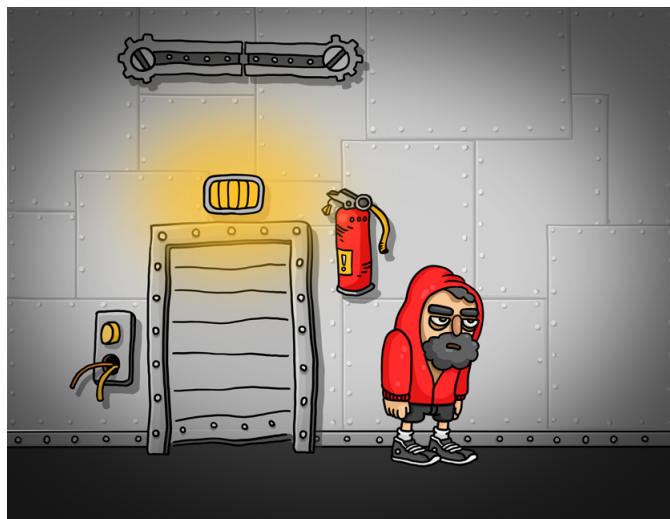


Figura 7 – Protótipo tela inicial

Fonte: Autor

personagem caminharia para alcançar plataformas que seriam pontos do sistema cartesiano. Novamente, por meio de alguns testes, percebemos que uma base para o movimento do personagem limitaria muito a quantidade de plataformas a ser colocada, pois gostaríamos de testar ambientes que ampliassem e diminuíssem ao longo das fases.

Colocando os personagens todos em uma tela, juntamente às plataformas, e removendo o elemento de suporte "chão", conseguimos chegar a um possível cenário adequado para o jogo, como mostra a Figura 8.



Figura 8 – Segundo protótipo da tela inicial

Fonte: Autor

Os elementos extras mostrados na figura foram inseridos de acordo com o tempo

e as necessidades verificadas, como o vilão, o mentor, o óculos, entre outros que serão detalhados adiante.

Foi necessário, a partir dessa concepção, dar vida ao cenário, como nos movimentos dos personagens, na introdução de um vilão que pudesse trazer um elemento mais lúdico aos processo e também aos elementos colecionáveis para que o jogo não ficasse tão fácil.

O personagem principal conta com a maioria dos movimentos do jogo. Esses movimentos são complexos e definidos para dar fluidez à jogabilidade. Um exemplo de movimentação é o do personagem correndo, como apresentado na Figura 9.



Figura 9 – Frames personagem correndo
Fonte: Autor

A partir deste momento, criamos uma estrutura simplista de jogo, dando início ao processo de inserção dos elementos matemáticos para que o aluno consiga interagir fornecendo dados sobre seu conhecimento para posterior análise. Como a ideia consistia em trazer um plano cartesiano variável em que o aluno começaria cada momento em uma posição aleatória, foi necessário gerar alguma forma de verificação em que plataforma o aluno estaria parado em determinado momento. Para tal tarefa, criamos o item "óculos Mágico" que faz com que o estudante consiga enxergar as posições referentes as plataformas temporariamente. Vejamos na Figura 10 a diferença do cenário em um modo normal e o cenário com o "óculos" ativado.

Com todos os aspectos funcionais testados, tivemos que verificar quais seriam as dificuldades possíveis de serem exploradas em um ambiente controlado de um sistema cartesiano. Há de se começar pelo conceito mais primitivo, o par ordenado (x, y) . Sendo assim, geramos elementos aleatórios que solicitam que os alunos estacionem em uma plataforma específica baseada no par ordenando que está sendo exibido no canto inferior direito, posteriormente os níveis de dificuldade vão avançando conforme o desempenho do aluno. A partir do quarto nível, o aluno começa a se deparar com funções constantes $f(x) = a$ e também com funções afins $f(x) = ax + b$. Assim, o aluno necessita estacionar em uma plataforma que satisfaça as funções apresentadas, demonstrando domínio sobre a

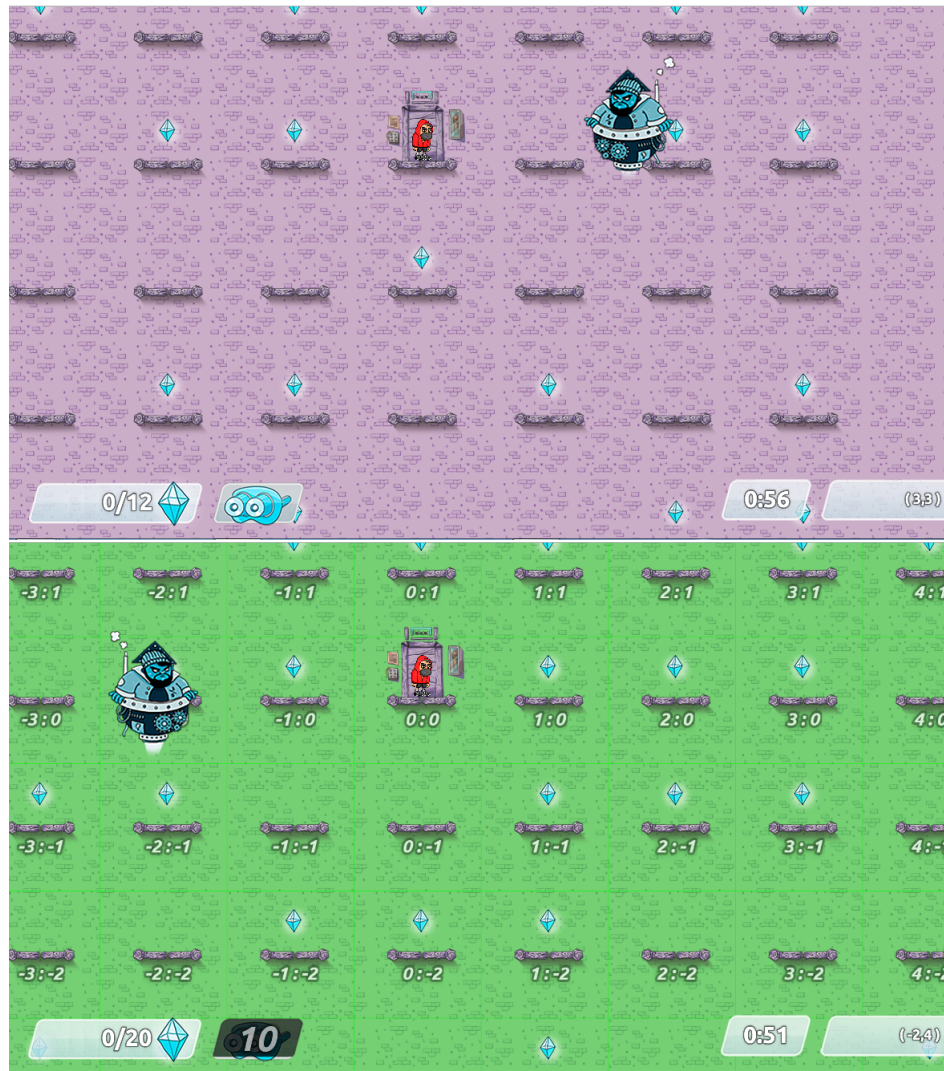


Figura 10 – Diferença de uso no item óculos

Fonte: Autor

plotagem de gráficos no sistema cartesiano. E como teste mais avançado, o estudante irá se deparar com funções quadráticas na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Após o aluno chegar ao fim da primeira fase, ele irá se deparar com uma cena de animação (Figura 11), que mostrará o primeiro vilão sendo eliminado e o personagem irá ganhar um novo item para que possa prosseguir no jogo disparando projéteis.

A partir desse ponto começa a produção da parte do jogo que relacionaria as funções afins, vinculando as definições de pontos e o coeficiente angular envolvido na inclinação da curva.

Optou-se por um modelo mais estático, pois a possibilidade de navegar no sistema cartesiano como um todo trás grande dificuldade computacional, tanto em relação ao desenvolvimento do algoritmo de controle do jogo, quanto para a carga de processamento exigida do dispositivo eletrônico. Analogamente ao primeiro jogo, foram realizados alguns



Figura 11 – Animação de encerramento primeira fase

Fonte: Autor

rascunhos iniciais dos níveis, como podemos ver nas Figuras 12 e 13.

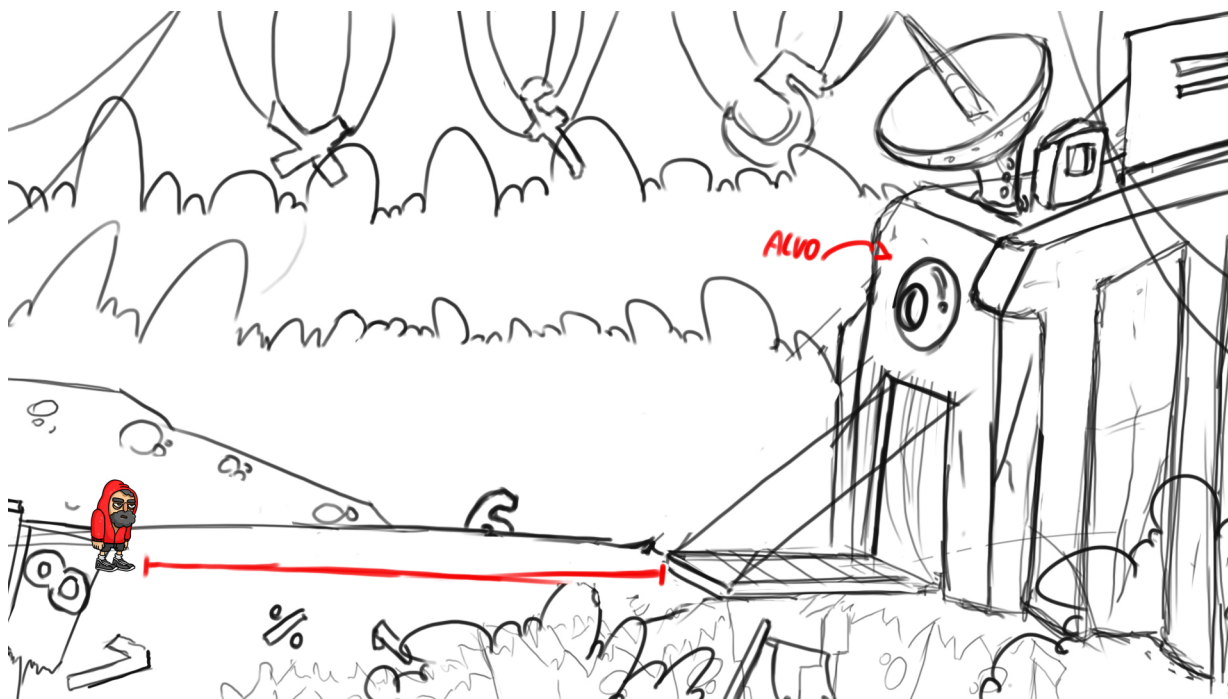


Figura 12 – Rascunho da segunda fase

Fonte: Autor

Objetivamos um alvo que estaria em um par ordenado aleatório (x, y) , o aluno deveria descobrir a inclinação da arma do personagem necessária para acertar o alvo,

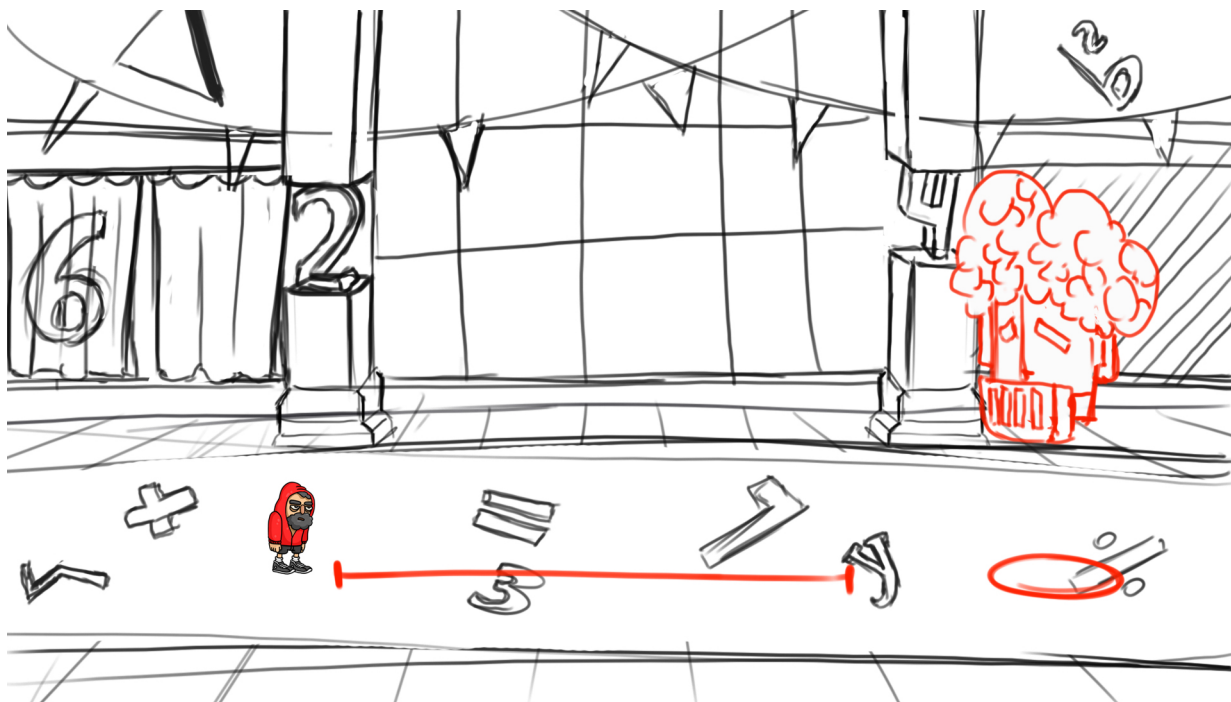


Figura 13 – Rascunho da segunda fase Chefe
Fonte: Autor

baseado no ponto em que o estudante estivesse localizado, verificando se os dois pontos pertencem a mesma reta.

Nesse ponto da produção ocorreu grande esforço matemático, pois não é tão simples trabalhar com a proporção da tela de um computador com elementos de distância matemática e argumentos que são variáveis. Isso quer dizer, para cada vez que modificamos a quantidade de elementos no eixo x, devemos reestruturar todo o grid de entendimento do computador para que ele se mantenha proporcional a quantidade de elementos utilizados.

Trabalhamos com transformações de coordenadas polares para cordeadas retangulares, fazendo ajustes em relação as proporções utilizadas pelo aplicativo de desenvolvimento. Chegamos a um resultado final de fase estática, mas com estrutura variável do sistema cartesiano que rege a fase .

3.3 Desenvolvimento técnico

Dividido em dois jogos, o produto foi desenvolvido usando HTML5 como suporte de marcação, embora toda a engine seja feita em JavaScript. Em ambos os casos, a engine escolhida foi o Phaser.

O Phaser é uma engine de desenvolvimento baseada em JavaScript e que roda em navegadores com suporte a HTML5. Usa o elemento Canvas do subset de HTML5 para renderizar gráficos em tempo real numa velocidade determinada pelo programador - o que

é importante neste caso devido a vasta distinção de máquinas que o jogo precisaria rodar.

É fato que o parque computacional das escolas brasileiras varia muito. Desde computadores modernos e atualizados em algumas escolas até máquinas defasadas em outras. Devido a esta peculiaridade, certos princípios nortearam o desenvolvimento dos games:

1. Os jogos deveriam possuir um frame-rate variável: Preferencialmente as imagens deveriam ser renderizadas 60 vezes por segundo (60 fps). No entanto, quando o computador não tivesse a potência necessária para tal, o jogo poderia ajustar-se até 30 fps, sem prejuízo para a jogabilidade.
2. Os jogos deveriam ter modos de resolução de tela variáveis. A quantidade de pixels renderizados na tela tem influência no desempenho. Logo, caso mesmo com a redução de quadros, caso ainda houvesse dificuldade na aplicação, a resolução poderia ser diminuída, permitindo o jogo.
3. Os jogos deveriam ser simples, com poucos quadros de animação e engine simplificada.

O Phaser funciona bem neste cenário devido a sua natureza aberta. Além da vantagem do custo zero, o seu código aberto permite os ajustes necessários para que os jogos fossem otimizados para sua performance, embora o tempo de desenvolvimento fosse curto.

Os princípios de código de ambos os jogos são semelhantes: Há um “kernel” (núcleo), função executada em um loop infinito, responsável pelo desenho de cada quadro do jogo, e os seus respectivos cálculos de posicionamento, controle, colisão e física. Antes da execução contínua, há uma função denominada “init” que é responsável pela definição do quadro de jogo: Um elemento canvas comum, posicionado de uma forma a ocupar toda a tela, mantendo o aspecto escolhido para o jogo, 16 x 9.

A função init também é responsável por carregar os arquivos gráficos do jogo: São divididos em imagens “comuns”, de formato PNG, para compor os cenários, marcadores de pontuação e outros elementos estáticos, e imagens compostas no formato “atlas”, para compor os elementos animados.

O formato atlas é baseado na composição de uma imagem segmentada e um arquivo JSON. Todos os gráficos das animações são compostos em apenas uma imagem, e divididos em pedaços pelas instruções do arquivo JSON. Isso economiza no tamanho das animações, dada a natureza de compressão dos formatos de imagem. A Figura 14 exhibe um exemplo de uma imagem no formato atlas.

As imagens e arquivos atlas do jogo foram otimizados a ponto de não ocuparem muito espaço em memória, podendo ser carregadas todas de uma vez. Não há “loading

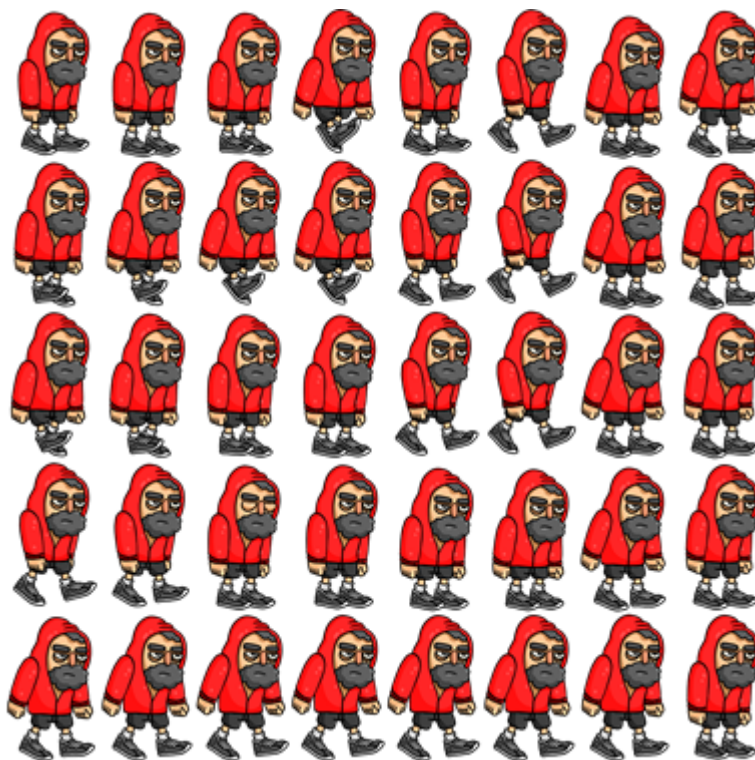


Figura 14 – Exemplo da imagem de um arquivo atlas
Fonte: Autor

time” no jogo, além do seu carregamento inicial: Todo o jogo está acondicionado em memória após esse passo. Por isso todas as transições entre as fases são imediatas.

A maioria das animações dos sprites foram baseadas apenas nos arquivos atlas, como, por exemplo, as animações de andar e pular do personagem. Todas animações de texto foram feitas com a própria engine, sem utilizar imagens. Porém, algumas poucas animações, como a animação da porta abrindo e fechando no primeiro jogo, foram compostas por meio de máscaras: A porta tem um tamanho fixo, e o que é apresentado dela é escondido atrás de uma máscara quando ela sobe.

As animações dos inimigos também têm componentes híbridos: O inimigo do jogo das plataformas é animado por um atlas, porém seu posicionamento na tela é aferido por meio de uma função que leva em conta a posição do personagem e uma animação contínua de flutuação que é feita de modo manual. A mesma função é usada na movimentação do inimigo do segundo jogo, porém, sem a movimentação de acordo com a posição do personagem.

Ambos os jogos são divididos em “cenas” (states): A apresentação, a tela de início, o jogo, o final, são todos cenas distintas. Cada cena dessa é uma função separada, filha do objeto “state”, e é composta de quatro subfunções: “preload”, “create”, “update” e “render”. .

```
var state={};
state.nomedostate={
  preload:function(){
    },
  create:function(){
    },
  update:function(){
    }
  render:function(){
    }
}
```

Na função `preload` residem todos os cálculos e carregamentos necessários para aquela cena ocorrer. Ela é executada antes de todas as outras funções, e não pode desenhar nada na tela, que é a diferença fundamental entre ela e a função `create`: Ela também é executada apenas uma vez como a `preload`, no entanto, pode desenhar elementos na tela. A função `create` é usada para desenhar todos os elementos do jogo nas suas posições iniciais. A função “`update`” é executada sempre que um frame do jogo é desenhado. Ela é usada para testar a colisão dos objetos, movimentá-los e atualizar as pontuações e tempo. Ela sempre roda dentro da thread principal, e é executada dentro do kernel do jogo.

Já a função “`render`” é específica para aplicar efeitos de “pós produção”: Ela funciona durante a etapa de desenho da engine. Não é executada em todas as cenas, e foi utilizada somente para debug, ou aplicação de efeitos de pixel shader (que foram removidos na versão final do jogo).

As funções de controle são vinculadas a função do kernel, porém rodando em uma thread paralela, funcionando do seguinte modo: Se um botão é apertado, sua variável variável é definida como “`true`”. Quando é solto, é definida como “`false`”. Cabe ao kernel usar estas informações para realizar as ações do personagem. Isso permite uma responsividade muito maior dos controles do jogo, devido à natureza dos processadores atuais; já que muitos possuem mais de um núcleo.

Dividindo os controles e o desenho em threads diferentes, a performance não fica comprometida: Caso o jogo fosse baseado em apenas um núcleo, se houvesse uma lentidão de processamento momentânea, os controles poderiam não responder, e fazer o personagem não realizar uma ação que o usuário desejasse. Isso contribui para afetar a imersão do jogo, que é fundamental em um jogo educacional .

```
controls={
```

```
move:game.input.keyboard.createCursorKeys(),
jump:game.input.keyboard.addKey(Phaser.Keyboard.SPACEBAR),
glass:game.input.keyboard.addKey(Phaser.Keyboard.G),
forceEnd:game.input.keyboard.addKey(Phaser.Keyboard.P)
}
```

Todos os sons do jogo são no formato mp3, para compatibilidade com todos os navegadores. As músicas são carregadas em loop contínuo, trocadas quando há necessidade, e também são armazenadas em memória. Os sons rodam na mesma função dos controles, numa thread separada, para evitar que toquem em momentos inoportunos devido a alguma lentidão da thread principal. São todos de domínio público, obtidos de forma gratuita na internet, com a sua respectiva licença.

A primeira parte do código de cada jogo é composta por um objeto JSON, denominado “config”. Neste objeto vão todas as constantes que afetam o jogo, permitindo sua regulação conforme o resultado dos testes. Desde os parâmetros da gravidade da engine de física, distância do pulo, velocidade do projétil, até o tamanho do personagem, são definidos por estas configurações. Isso permite uma flexibilidade na aplicação, bem como ajustes individuais. Algumas dessas constantes podem ser definidas por meio da URL do jogo, permitindo seus ajustes sem a necessidade de alterar o código.

A movimentação do personagem (andar, pular, atirar) é toda baseada na engine de física padrão do Phaser (denominada Arcade Physics), que é otimizada para desempenho. Existiam outras opções mais robustas para basear a física dos jogos, no entanto, para as ações simples dos personagens e inimigos, a engine básica foi suficiente. Exceto no caso do segundo jogo, em um ponto específico, do personagem voando: Essa escolha de design foi feita no final da etapa de desenvolvimento, devido a uma peculiaridade matemática: Certas obviedades de cálculo, caso ela não fosse introduzida, tornaria o jogo monótono. Deste modo, nesta situação específica, a engine de física não oferecia a mecânica adequada para fazer o personagem flutuar de modo a jogabilidade não ficar comprometida, e foi desligada.

Todas as colisões são medidas por meio do recurso de colisão da engine. Inclusive são responsáveis pela interação do personagem com o mundo: No primeiro jogo (das plataformas), as plataformas são objetos sólidos, e o personagem colide com elas quando pula em cima de uma. Também se aplica aos cristais que o personagem recolhe: É a engine de física que calcula a colisão. Quando o tempo do jogo acaba, a engine de física é desligada imediatamente, e o sistema verifica se a plataforma que o personagem está é uma das que ele deveria estar. Caso seja, ele mantém o personagem no ponto que ele está, caso não, desliga a colisão das plataformas com o personagem e o permite cair.

No segundo jogo, há apenas a colisão entre o personagem e o chão, e o movimento

horizontal. O movimento vertical e a colisão entre o projétil e o inimigo é baseada em lógica customizada.

Todas as animações complexas foram feitas em vídeo: os tutoriais, abertura e encerramento. Foram inseridas no final da etapa de produção. A grafia do jogo é toda baseada na fonte “Ubuntu”, também de código aberto. Ela é renderizada em caracteres individuais pela engine, possibilitando efeitos gráficos e animações. Seu carregamento é feito pela thread do navegador, e não pela engine JavaScript, como os outros gráficos e sons. A biblioteca “WebFontLoader” foi usada para tal, permitindo o acondicionamento da fonte na memória, para uso da engine. Esse método foi escolhido para evitar que houvesse a possibilidade do jogo iniciar antes da fonte estar carregada, o que causaria problemas gráficos.

Houve a preocupação do programador em manter o código legível, a parte de sua documentação. Todas as funções e métodos do jogo foram programados de maneira a serem orientadas a objeto, nomeadas adequadamente e com identificação de acordo com os padrões da linguagem.

Entre as dificuldades apresentadas, cabe ressaltar um ponto importante, que ocorreu principalmente no desenvolvimento do segundo jogo. Como é um jogo sobre matemática, a exatidão dos cálculos é primordial. Por performance da engine, o JavaScript é uma linguagem que não prioriza a exatidão numérica: Muitas funções arredondam ou cortam a precisão de números para simplificar o cálculo, já que é uma linguagem interpretada e roda em ambientes com performance reduzida.

O cálculo dos ângulos responsável pela colisão exata entre o projétil e o inimigo no segundo jogo é baseado em conversões que, comumente, devido a linguagem, efetuava o arredondamento de números que não deveriam ser arredondados, causando diferenças mínimas no final, impedindo o funcionamento exato do jogo. Algumas funções numéricas customizadas foram criadas para efetuar o cálculo, impedindo esses arredondamentos.

Foram realizadas algumas tentativas de incluir no jogo alguns efeitos de pixel shader: No momento em que o óculos no primeiro jogo é usado, e se abre um overlay de um plano cartesiano sobre a visão do jogador, informando-o da numeração das plataformas, a concepção inicial envolvia um efeito de distorção. No entanto, ele se mostrou muito pesado para computadores de baixa capacidade, e foi substituído por uma tela verde comum. Também foi retirado um efeito de partículas de explosão quando o inimigo é acertado no segundo jogo, pelo mesmo motivo. Este foi substituído por um efeito de partículas da própria engine, menos custoso para a máquina.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 A natureza da pesquisa

Esta tese está distribuída sequencialmente em etapas de modo que haja uma estrutura para posteriores pesquisas baseadas em avaliação por meio de jogos digitais. Esse capítulo apresenta como essas etapas foram idealizadas para que possam corroborar com os resultados esperados.

Inicialmente, houve uma revisão bibliográfica acerca dos temas principais vinculados a pesquisa. Tal revisão se baseou em pesquisas, livros, periódicos e softwares relacionados à matemática envolvida na temática do jogo, jogos digitais educacionais e avaliação no ensino.

Quanto a pesquisa relacionada a jogos digitais educacionais, inicialmente não houve qualquer restrição sobre as áreas de ensino ou tipos de utilização dos jogos, tendo somente posterior estreitamento mediante análise dos materiais. Os critérios utilizados como filtros de materiais sobre avaliação buscaram encontrar teorias que utilizassem o conceito de avaliação formativa em detrimento a avaliação somativa, entendendo que o jogo a ser desenvolvido deve se enquadrar como uma ferramenta de uso contínuo e não meramente pontual.

Considerando a viabilidade e a importância das temáticas consultadas, o tema matemático introdução ao ensino de funções foi escolhido, devido a sua complexidade no ensino e sua forte relação de integração ao ensino médio.

Com a base teórica fundamentada, a etapa seguinte trata da elaboração do jogo digital utilizado como cerne da pesquisa. Para tal construção foram pesquisados elementos complementares de game design, conceitos sobre educação matemática e matemática, já expostos anteriormente no corpo da tese.

Buscando adequar o jogo a uma dinâmica de forma a proporcionar perda mínima de dados gerados durante a aplicação definitiva aos alunos, houve calibragem prévia do protótipo do jogo por intermédio de algumas aplicações piloto com alunos de ensino médio e superior. A calibragem proporcionou uma estimativa para o tempo de duração de cada etapa do jogo e dos níveis de dificuldades a serem exigidos.

Posteriormente, para o momento de aplicação da pesquisa, houve dois momentos distintos:

1. Aplicamos uma avaliação teórica, no modelo tradicional de avaliação, relacionada ao

conteúdo de funções constituída pelos mesmos conceitos abordados pelo jogo.

2. Sem qualquer intervenção relacionada ao conteúdo apresentado, os estudantes participaram de uma sessão com o jogo em uma sala de computadores. Ainda neste momento, houve uma aplicação com 57 participantes, distribuídos entre as 3 séries do ensino médio, o que, com a característica determinada pela estrutura de coleta do jogo, gerou milhares de dados para análise.

De posse dos dados, iniciamos o processo de criação e implementação do algoritmo responsável pelo sistema de avaliação dos estudantes no jogo. Com os pares de dados, Professor x Algoritmo, realizamos uma filtragem estatística para posterior análise. Por fim, foram calculados os índices de correlação intraclasse, no sentido de analisar a consistência e a concordância entre os diferentes avaliadores considerados.

4.2 Procedimentos para a elaboração e seleção dos dados

Toda ação realizada pelo aluno ao jogar foi armazenada em um banco de dados interno, utilizado para posterior análise. Sendo assim, implementando o algoritmo de análise, o jogo verificou o domínio dos alunos e em que nível dominam os conteúdos. Com isso, é possível gerar um relatório que possibilita o professor realizar um acompanhamento de sua turma sem despendar tempo em aplicar trabalhos e ter que corrigi-los para, finalmente, gerar um *feedback*, o que consiste em uma das características positivas buscadas no sentido da viabilidade da implementação tecnológica (Seção 2.5) e , sobretudo, em consonância com as teorias sobre avaliação formativa (Seção 2.2.1).

Nesse ponto, a dúvida que surge é: como julgar se o jogo consegue proporcionar ao professor informações fidedignas em relação aos seus alunos? O fundamento para este questionamento se dá no fato de que um trabalho aplicado em papel passa pelo crivo do professor, deixando-o muito mais confiante quanto aos apontamentos a serem feitos.

De que modo um computador poderia substituir tal crivo do professor? Buscando responder de forma coerente essa pergunta, a pesquisa levou em consideração as notas dadas pelos professores advindas de avaliações no formato tradicional (papel), para os conteúdos explicitados. O formulário conteve as seguintes questões:

Exercícios

1-)Localize os pares ordenados no plano cartesiano:

(i) $(-9, 4)$

(ii) $(8, 3)$

(iii) $(0, -3)$

(iv) $(-4, -9)$

(v) $(8, 0)$

2-) Localize pelo menos três pares ordenados no plano cartesiano que passam pelas funções:

(i) $f(x) = x + 1$

(ii) $f(x) = 5$

(iii) $f(x) = 2x + 3$

(iv) $f(x) = 4x - 2$

(v) $f(x) = -2x + 1$

3-) Localize pelo menos três pares ordenados no plano cartesiano que passam pelas funções:

(i) $f(x) = x^2 + x + 1$

(ii) $f(x) = x^2 - 3x + 5$

(iii) $f(x) = 2x^2 + x + 3$

(iv) $f(x) = 4x^2 - 2$

(v) $f(x) = -2x^2 + x - 4$

4-) Determine o coeficiente angular da reta r , que passa pelos pontos:

(i) $A(1, 4)$ e $B(3, 6)$

(ii) $A(0, 0)$ e $B(5, 8)$

(iii) $A(2, 2)$ e $B(5, 10)$

(iv) $A(2, 8)$ e $B(5, 4)$

(v) $A(0, 9)$ e $B(6, 0)$

De posse das atividades em papel, o professor colaborador realizou as correções, atribuindo notas de 0 a 10 para cada exercício do questionário.

Após a aplicação tradicional, os alunos foram encaminhados a sala de computação para que pudessem jogar e terem suas habilidades avaliadas pelo software em questão. Neste momento, todo o banco de dados foi gerado para posteriores reestruturação e análise.

4.2.1 Caracterização do banco de dados do jogo

Ao final da aplicação da atividade, o jogo reuniu, por um processo dinâmico, em uma matriz de dimensão 1135x11 todos os dados gerados na atividade pelos jogadores, totalizando 12.485 informações. Foram armazenadas informações das seguintes variáveis:

1. **Id:** Identificação do Jogador;
2. **Estágio:** Registro das tentativas em cada nível;
3. **Vitória:** Identificação lógica do tipo SIM/NÃO em cada jogada;
4. **Tempo disponível:** Tempo total do nível;
5. **Tempo restante:** Tempo registrado ao término do nível;
6. **Motivo da derrota:** Descrição sintética do motivo de derrota, com categorias "Tempo esgotado(o jogador excede o tempo disponível)", "Resposta errada (o jogador escolhe a plataforma errada)", "Queda da plataforma (o jogador não estabiliza o personagem em alguma plataforma do cenário)" e "Faltaram cristais(o jogador não coleta o número mínimo de cristais exigido)".
7. **Cristais:** Número mínimo de cristais a serem coletados no nível;
8. **Cristais coletados:** Total de cristais coletados pelo jogador no nível;
9. **Percurso:** Conjunto de pares ordenados cartesianos que descrevem a trajetória completa percorrida no nível;

Faremos, aqui, uma breve descrição mais detalhada do uso de algumas variáveis. A variável “Estágio” representa o número de tentativas que o jogador permaneceu em cada nível do jogo até que a vitória ocorresse (se ocorresse). Por exemplo, se o jogador cometeu 4 erros no nível 1 e foi vitorioso na quinta tentativa, então esta variável, neste momento, gera um vetor de informações com os valores "1,1,1,1,1". Na sequência, esta variável continua a mesma contagem, em analogia, para o nível 2. Ou seja, o vetor é atualizado para "1,1,1,1,1,2, ...". A dinâmica se repetiu até que o jogador encerrasse sua participação. A variável “Motivo da derrota” está intimamente relacionada a variável “Estágio” e armazena 1 dos 4 tipos de motivos de derrota na etapa. Para o exemplo anterior, a variável “Motivo da derrota” gera um vetor com 5 componentes sendo a quinta componente nula, já que está associada a vitória do jogador.

As variáveis anteriormente descritas foram detalhadas pois consistem nas variáveis consideradas mais importantes para o algoritmo avaliador proposto pelo presente estudo. As demais variáveis estão intimamente ligadas à dinâmica do jogo e aos possíveis tipos

de erros. Desta forma, tais informações possibilitam ao jogo a elaboração de um relatório qualitativo mais aprofundado e descritivo sobre o aluno.

4.2.2 Modelagem matemática como método para o algoritmo avaliador

Esta pesquisa, durante o processo de elaboração e validação do algoritmo avaliador proposto ao jogo, baseou-se nas ideias de (BASSANEZI, 2002), acerca do processo de ensino e aprendizagem por meio da Modelagem Matemática.

Para (BASSANEZI, 2002), nas pesquisas científicas, a matemática consiste em um instrumento fundamental para a formulação de teorias acerca de um fenômeno. Isto porque, dentre outros fatores, a matemática dispõe de alto poder sintético e de generalização. Neste sentido, há de se considerar as potencialidades da teoria da modelagem e os modelos Matemáticos. Segundo o autor:

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formaliza-los por meio de um sistema artificial: o modelo (...). A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Quando aplicados com intuito educacional, os modelos são baseados em pequeno número de variáveis e admitem suposições simplistas, além de dispor em quase sua totalidade, de soluções analíticas (BASSANEZI, 2002). Contudo, ainda que simplórios:

(...)a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada (...) (BASSANEZI, 2002)

Neste sentido, um modelo não se trata de um conjunto de regras, leis e respostas que tragam ao pesquisador a reprodução imutável ou inalterada da realidade, mas sim um caráter congênere da mesma. Bassanezi (2002) propõe um diagrama a fim de ilustrar o processo de modelagem, que pode ser observado na Figura 15.

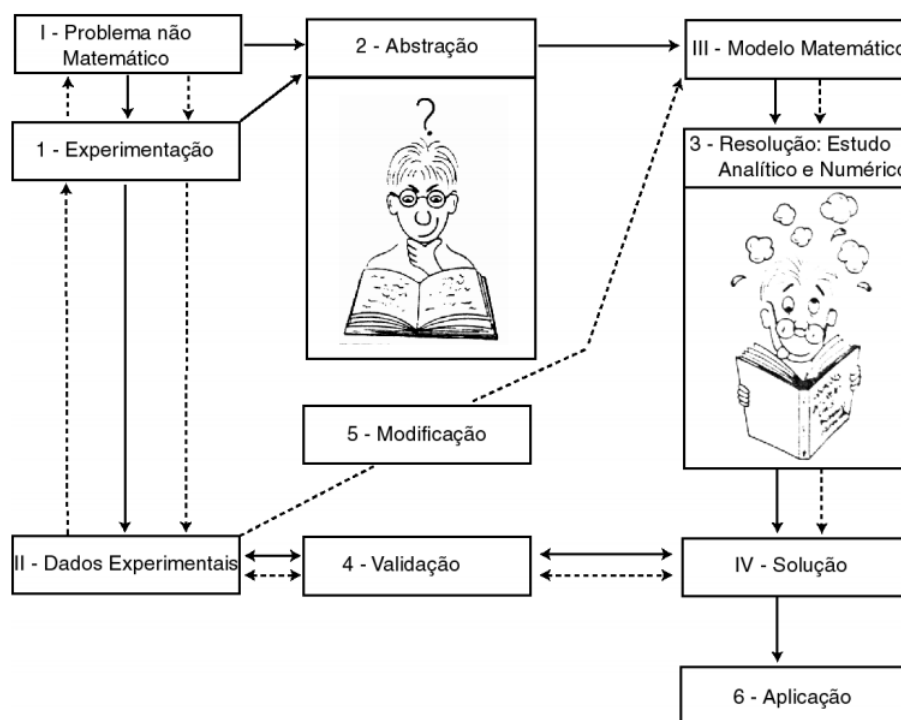


Figura 15 – Diagrama de Modelagem
Fonte: (BASSANEZI, 2002)

Posteriormente Santos (2015), baseado nas ideias de (BASSANEZI, 2002), explora o diagrama da Figura 15 e sintetiza as etapas envolvidas no processo de modelagem matemática:

- a) **Experimentação** – obtenção de dados experimentais ou empíricos que ajudam na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. É um processo essencialmente laboratorial e/ou estatístico;
- b) **Abstração** – Identificação do problema e seleção das variáveis essenciais da situação ; formulação do problema real em linguagem “natural” e formulação das “leis empíricas” que serão testadas a partir dos dados experimentais;
- c) **Resolução** – o modelo matemático é montado quando se substitui a linguagem “natural” por uma linguagem matemática. O estudo do modelo depende de sua complexidade e pode ser um processo numérico. Quando os argumentos conhecidos não são eficientes, novos métodos podem ser criados, ou então o modelo deve ser modificado;
- d) **Validação** – Comparação entre a solução obtida via resolução do modelo matemático e os dados reais. É um processo de decisão de aceitação ou não do modelo inicial. O grau de aproximação desejado será o fator preponderante na decisão;
- e) **Modificação** – Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito, deve-se modificar as variáveis ou a lei de formação e com isso o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente;

f) **Aplicação** – A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças (BASSANEZI, 2002)

A implementação do processo de modelagem para o desenvolvimento do algoritmo avaliador está detalhada nos resultados da pesquisa.

4.3 Análise estatística

Esta seção detalha o processo estatístico utilizado para comparação dos resultados obtidos pelo algoritmo modelado e as notas por meio da correção tradicional feita pelo professor. Também serão discutidos os processos de filtragem de dados anômalos, fundamentados a partir um teste de normalidade, de modo a atenuar a influência da pouca experiência em jogos por parte de alguns estudantes.

4.3.1 O teste de Kolmogorov-Smirnov

Utilizamos, neste estudo, o teste de Kolmogorov-Smirnov (KST) (JR, 1951) para verificar a hipótese de normalidade dos dados, no sentido de fundamentar o processo de filtragem de dados anômalos.

O KST é utilizado para avaliar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{Os dados seguem uma distribuição normal} \\ H_1 : & \text{Os dados não seguem uma distribuição normal} \end{cases}$$

O KST determina a máxima diferença absoluta entre a função de distribuição acumulada assumida para os dados (neste caso, a distribuição Normal) e a função de distribuição empírica dos dados. O resultado do teste é comparado a um valor crítico, obtido a partir do nível de significância α , associado ao tamanho N da amostra.

Matematicamente, sejam $X_1, X_2, \dots, X_n$ uma amostra aleatória simples obtidas a partir de uma população na qual a função de distribuição acumulada, F_X é contínua e desconhecida. A estatística do KST é dada por:

$$D_n = \sup_x |F(x) - F_n(x)| \quad (4.1)$$

A Figura 16 exhibe um exemplo da estatística de KST.

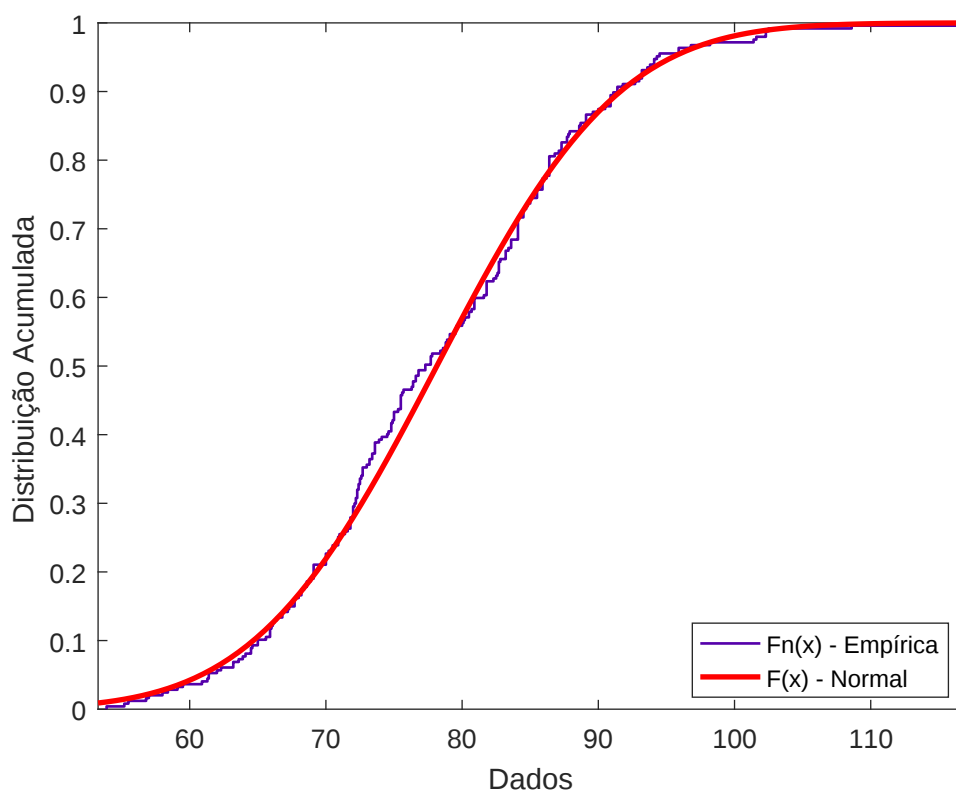


Figura 16 – Distribuição Empírica x Distribuição Normal
Fonte: Autor

As funções $F(x)$ e $F_n(x)$ representam, respectivamente, a função de distribuição acumulada assumida para os dados e a função de distribuição acumulada empírica dos dados. Desta forma, o parâmetro D_n do teste indica a distância máxima vertical entre as referidas distribuições. Se D_n resulta em valor maior que o valor crítico, então rejeita-se H_0 com $(1 - \alpha) \times 100\%$ de confiança. Caso contrário, a hipótese de normalidade é aceita.

De posse do resultado do teste de normalidade, procedemos a filtragem dos dados a partir dos intervalos de confiança. Assim, com o conjunto de dados filtrados, procedemos a análise estatística de correlação.

4.3.2 Índice de correlação intraclasse

É importante levar em consideração o fato de, antes que quaisquer instrumentos de medição ou ferramentas de avaliação computacionais possam ser usados em sala de aula, sua confiabilidade deve ser estabelecida. Confiabilidade é definida como a taxa em que as medidas podem ser replicadas (DALY; BOURKE, 2008).

Em outras palavras, confiabilidade não só diz respeito a correlação entre medições, mas também à concordância entre elas. Em termos matemáticos, confiabilidade trata-se da razão entre variâncias das medições e os eventuais erros probabilísticos intrínsecos às

medidas. Neste sentido, o Coeficiente de Correlação Intraclass (ICC, do inglês Intraclass Correlation Coefficient) consiste em uma estatística robusta para análise e entendimento dos experimentos sujeitos a instrumentos de medições e ferramentas computacionais aplicadas a educação, tema norteador da presente pesquisa.

O ICC dispõe de diferentes formulações que podem, de maneira independente, serem aplicadas ao mesmo conjunto de dados. Deste modo, é crucial entender qual a formulação adequada para o presente estudo. McGraw e Wong (1996) e Shrout e Fleiss (1979) definem diversos tipos de ICC, cujas formulações e as respectivas equivalências estão representadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Formas equivalentes do ICC entre Shrout e Fleiss(1979) e McGraw e Wong(1996)

Convenção de McGraw e Wong (1996)	Convenção de Shrout e Fleiss (1979)	ICC
Efeitos unidirecionais aleatórios, concordância absoluta, único avaliador/medida	ICC(1,1)	$\frac{MS_R - MS_W}{MS_R + (k+1)MS_W}$
Efeitos bidirecionais aleatórios, consistência, único avaliador/medida	-	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + (k-1)MS_E}$
Efeitos bidirecionais aleatórios, concordância absoluta, único avaliador/medida	ICC(2,1)	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + (k-1)MS_E + \frac{k}{n}(MS_C - MS_E)}$
Efeitos bidirecionais mistos, consistência, único avaliador/medida	ICC(3,1)	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + (k-1)MS_E}$
Efeitos bidirecionais mistos, concordância absoluta, único avaliador/medida	-	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + (k-1)MS_E + \frac{k}{n}(MS_C - MS_E)}$
Efeitos unidirecionais aleatórios, concordância absoluta, múltiplos avaliadores/-medidas	ICC(1,k)	$\frac{MS_R - MS_W}{MS_R}$
Efeitos bidirecionais aleatórios, consistência, múltiplos avaliadores/medidas	-	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R}$
Efeitos bidirecionais aleatórios, concordância absoluta, múltiplos avaliadores/medidas	ICC(2,k)	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + \frac{MS_C - MS_E}{n}}$
Efeitos bidirecionais mistos, consistência, múltiplos avaliadores/medidas	ICC(3,k)	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R}$
Efeitos bidirecionais mistos, concordância absoluta, múltiplos avaliadores/medidas	-	$\frac{MS_R - MS_E}{MS_R + \frac{MS_C - MS_E}{n}}$

Fonte: (KOO; LI, 2016)

Koo e Li (2016) introduziram um guia para a escolha do ICC de acordo com as características e objetivos da análise. Para isso, a escolha deve ser norteadas por 4 questões:

1. O conjunto de avaliadores é o mesmo para todos os dados?
2. Os avaliadores são selecionados aleatoriamente de uma população maior ou de uma amostra específica de avaliadores?
3. O interesse se dá na confiabilidade de um único avaliador ou no valor médio de múltiplos avaliadores?
4. A prioridade se dá para a consistência ou na concordância entre os dados?

Nesta pesquisa, o conjunto de avaliadores é o mesmo para os dados analisados, sendo um professor de matemática o avaliador das atividades propostas no formato convencional e sendo o algoritmo de pontuação do jogo o outro avaliador das atividades propostas no formato digital. Deste modo, temos dois avaliadores específicos: Professor e Computador (resposta para as questões 1 e 2). Considerando o intuito do jogo no sentido de corroborar a avaliação dada pelo professor, buscamos analisar a confiabilidade do algoritmo como avaliador em relação ao professor (resposta da questão 3). Devido a pesquisa ter o intuito de aproximação das notas dos avaliadores, priorizamos a concordância entre os dados gerados, mas também levando em consideração a importância da consistência. A Figura 17 exibe o fluxograma de decisão para os tipos de ICC, e o fluxo de escolha do ICC para o presente estudo.

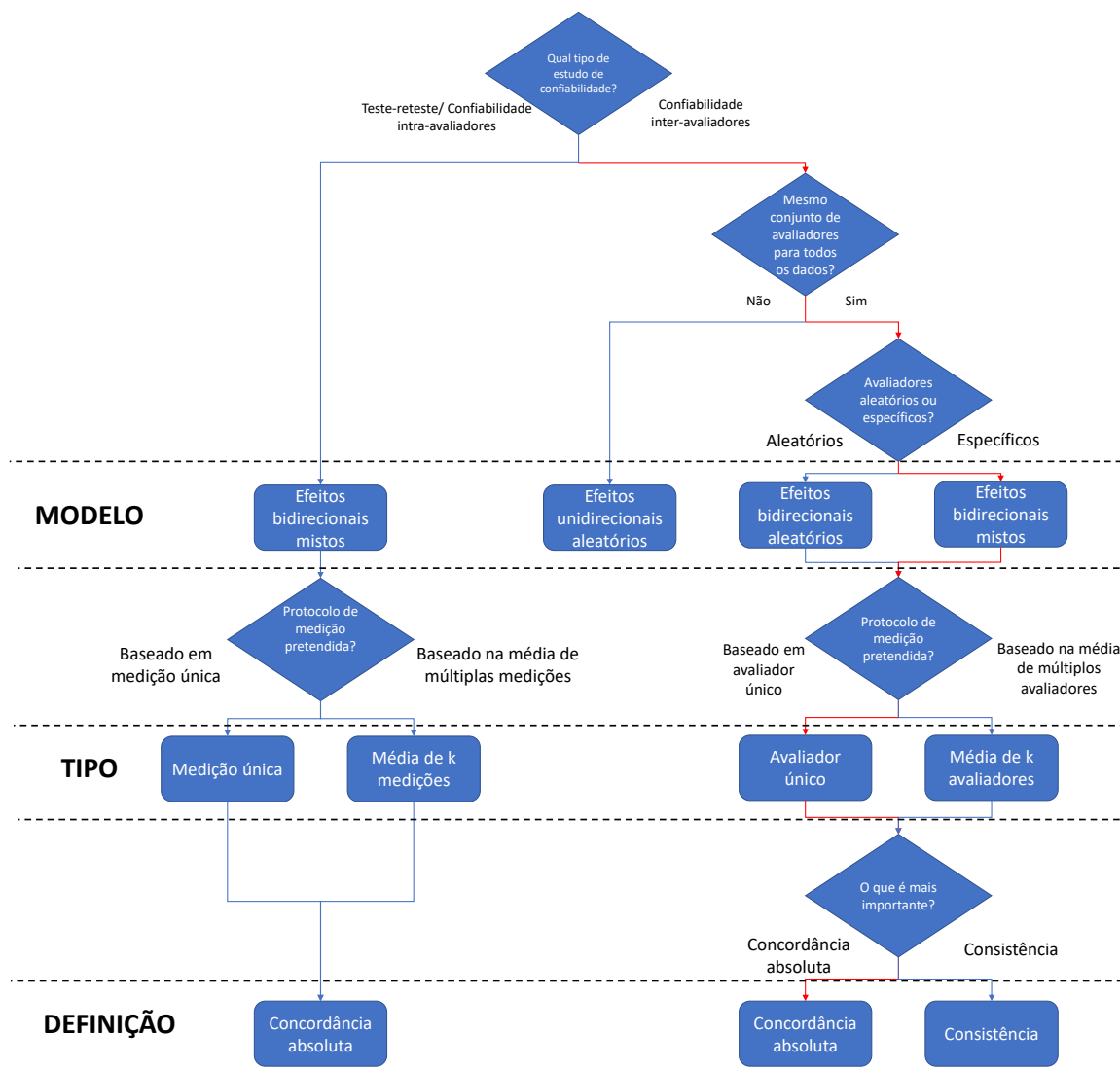


Figura 17 – Fluxo de escolha para o ICC

Fonte: Adaptado de (KOO; LI, 2016)

De acordo com o destaque indicado na figura, e as respectivas respostas para as perguntas 1 e 2, o modelo adequado para determinar a confiabilidade dos dados desta pesquisa é do tipo “Modelo de Efeitos Mistos Bidirecionais”. Considerando ainda os aspectos das perguntas 3 e 4 acima descritos, o tipo (caso particular do modelo escolhido) é baseado na confiabilidade de um único avaliador. Ademais, a definição baseia-se na absoluta concordância, mas também será considerado a consistência como parâmetro complementar de análise.

4.3.2.1 O modelo de efeitos mistos bidirecionais

No modelo de efeitos mistos bidirecionais os avaliadores selecionados são os únicos avaliadores de interesse. Desta forma, os resultados indicados por esse método representam a confiabilidade dos avaliadores específicos envolvidos na pesquisa: Professor x Algoritmo computacional. Deste modo, os resultados aqui obtidos não podem ser generalizados para outros avaliadores, mesmo se esses avaliadores tiverem características semelhantes às dos avaliadores selecionados no experimento de confiabilidade.

4.3.2.2 O Tipo

A seleção do tipo depende de como o protocolo de medição foi conduzido na aplicação real. Como pretendíamos usar a medição de um único avaliador (Professor) como a base da mediação real, o tipo “baseado em um único avaliador” selecionado, corroborando com o guia descrito por (KOO; LI, 2016).

4.3.2.3 A Definição

Para ambos os tipos de modelos de efeitos mistos, há duas definições possíveis do ICC: “concordância absoluta” e “consistência”, sendo que tal escolha deve considerar qual dos fatores “concordância absoluta ou consistência entre os avaliadores” é o mais importante para a pesquisa. Concordância absoluta refere-se ao caso em que diferentes avaliadores atribuem o mesmo escore ao mesmo sujeito. De modo alternativo, a definição de consistência diz respeito às pontuações dos avaliadores para o mesmo grupo de indivíduos que estão correlacionados de maneira aditiva, isto é, podem diferir por um fator de erro sistemático.

5 Resultados e Discussões

5.1 Modelagem Matemática para o algoritmo avaliador

Baseados nas ideias supracitadas, dispomos da seguinte estrutura de modelagem na elaboração do algoritmo avaliador:

Experimentação

A dinâmica de constituição dos dados experimentais já foi abordada na Seção 4.2.1.

Abstração

De posse dos dados, foram identificadas como variáveis mais importantes, aquelas já mencionadas na Seção 4.2.1. Contudo, notamos que as variáveis desempenham papéis de relevâncias distintas para o processo de atribuição numérica das notas. Isto porque consideramos, neste processo de modelagem, dois grandes grupos que influenciam diretamente o algoritmo: "Erros graves" e "Erros leves".

A primeira classe é constituída de uma única informação, quando o aluno conscientemente escolhe uma "Resposta Errada", ou seja, quando o jogador chega ao final do estágio e tendo compreendido que está sob a plataforma correta, opta por finalizar o jogo e responder. A segunda classe é constituída de informações menos relevantes, do ponto de vista educacional, mas indispensáveis por estarem intimamente atreladas à filosofia do propósito do jogo (o de se atentar não somente aos conceitos matemáticos envolvidos, mas em toda a dinâmica do jogo), como as informações de "Queda da plataforma", "Faltaram cristais" e "Tempo esgotado". A Figura 18 exibe o número de ocorrências para cada uma das informações geradas pelo jogo.

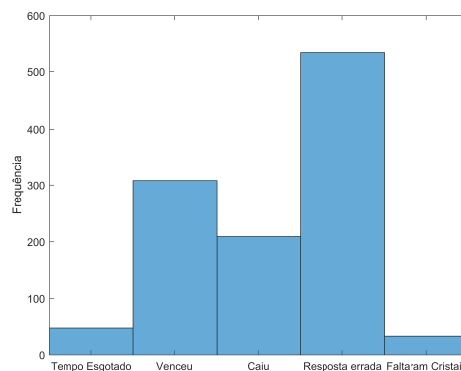


Figura 18 – Distribuição dos dados
Fonte: Autor

Pode-se observar que a classe de informações do tipo "Erros graves" tem a maior ocorrência, ou seja, erros associados diretamente ao entendimento matemático dos conceitos explorados no jogo. A partir disso, podemos concluir que a jogabilidade não consiste em um problema majoritário na dinâmica da atividade, embora tenha, em alguns casos, ocorrido.

A Figura 19 exibe a arquitetura geral do algoritmo no processo de atribuição de notas aos jogadores estudantes.

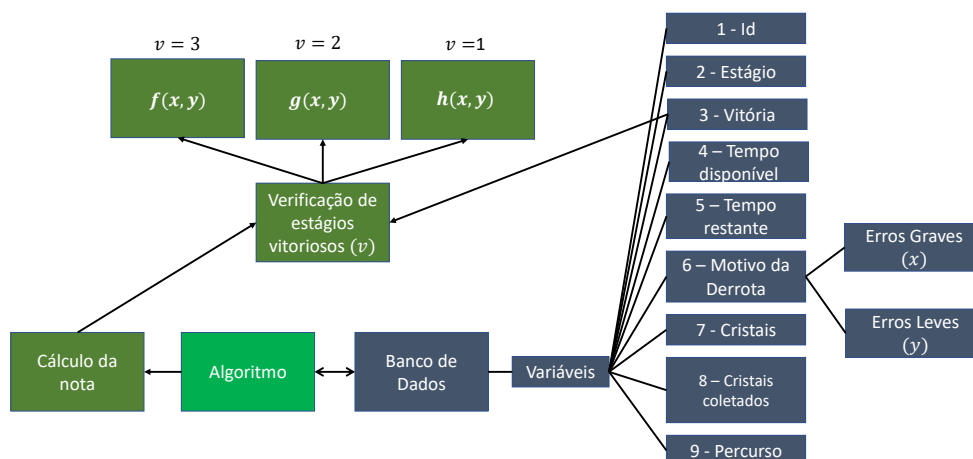


Figura 19 – Arquitetura do Algoritmo
Fonte: Autor

Nota-se que, no diagrama, o algoritmo acessa o banco de dados e seleciona as variáveis necessárias. Em seguida, o módulo de "cálculo de nota" é acionado. Neste momento, o algoritmo aciona 1 dos 3 compartimentos associados ao número de estágios vitoriosos, tendo em cada um dos casos uma função responsável pelo cálculo da nota final, as quais serão detalhadas no próximo item.

Cabe aqui destacar que, pela similaridade de conceitos e os níveis de dificuldade correlacionados, os 9 estágios do jogo foram agrupados em 3 grupos: Grupo 1 (com a nota associada aos estágios 1, 2 e 3), Grupo 2 (com a nota associada aos estágios 4, 5 e 6) e Grupo 3 (com a nota associada aos estágios 7, 8 e 9). A nota final dada pelo jogo consiste na média aritmética das 3 notas geradas pelo algoritmo. Salientamos, ainda, que as funções f , g e h diferem de grupo para grupo, tendo um conjunto de expressões utilizadas para a nota do Grupo 1 e outro conjunto de expressões para as notas dos Grupos 2 e 3, concomitantemente.

Resolução

O algoritmo foi idealizado de modo a gerar resultados aproximados ao raciocínio padrão utilizado por professores no processo de correção de atividades dos alunos, atribuindo

maiores "prejuízos" à nota final quando ocorrem erros de ordem conceitual, e minimizando-os quando da ocorrência de erros associados à falta de atenção ou destreza (no caso do jogo), erros pelos quais os alunos devem se atentar a corrigi-los, mas que não revelam grandes comprometimentos no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos. Neste momento, apresentamos as justificativas para as escolhas das expressões analíticas que desempenham o papel de gerar as notas computacionalmente.

Foram construídas 3 funções de 2 variáveis (Erros Graves (x) e Erros Leves (y)), $f(x, y)$, $g(x, y)$ e $h(x, y)$. A Tabela 4 exibe as expressões analíticas das referidas funções e os casos nos quais cada uma é acionada pelo algoritmo.

Tabela 4 – Funções do Algoritmo

Grupo	Função	Expressão Analítica	Condição de uso
1	$f(x, y)$	$10 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 3$
	$g(x, y)$	$8 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 2$
	$h(x, y)$	$3 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 1$
2 e 3	$f(x, y)$	$10 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 3$
	$g(x, y)$	$7 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 2$
	$h(x, y)$	$4 - \frac{x}{2} - \frac{y}{10}$	$v = 1$

Fonte: Autor

Nota-se que as expressões das funções são similares para os Grupos 1, 2 e 3. Contudo, apresentam leves variações quanto aos termos independentes. Isso se dá pelo fato de que o Grupo 1 consiste no conjunto de estágios iniciais do jogo, nos quais o jogador é levado ao aprendizado da mecânica e desenvolvimento da jogabilidade. Para os Grupos 2 e 3, partimos do pressuposto que, ao ter as primeiras experiências com os estágios do Grupo 1, o jogador está mais consciente de como deve operar suas ações ao longo dos estágios dos Grupos 2 e 3. A Figura 20 exibe as representações tridimensionais (superfícies) das funções utilizadas na atribuição das notas.

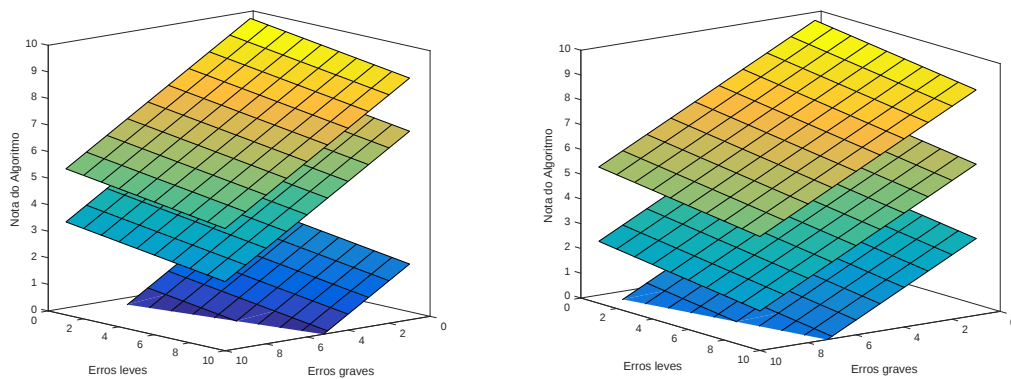


Figura 20 – Superfícies do Algoritmo

Fonte: Autor

Destacamos que superfícies exibidas consistem em planos, paralelos 2 a 2, que buscam representar o decréscimo linear das notas em função dos tipos de erros cometidos, tal qual espera-se, de modo simplificado, das ações dos professores. Não nos parece razoável supor, para uma modelagem inicial, outros tipos de superfície. Entretanto, estudos direcionados à busca de melhores modelos e a obtenção de superfícies ótimas tornam-se possíveis em um contexto de Otimização, o qual não compõe o objeto cerne desta pesquisa.

Validação

O processo de validação desta pesquisa consiste na comparação entre as notas atribuídas pelo professor e a respectiva nota gerada pelo algoritmo. Trataremos tal comparativa por meio de uma análise estatística, utilizando um teste de correlação, conforme exposto nas próximas seções.

Modificação

O algoritmo, antes de sua formulação final, passou por um processo de adequação das funções responsáveis por gerar as notas de acordo com as características dos dados. Deste modo, foram testados alguns casos dos termos presentes nas funções avaliadoras até que obtivéssemos um conjunto de funções razoavelmente capazes de fornecer forte correlação com os dados e suas características.

Aplicação

Com os resultados que serão detalhados nas próximas seções, verifica-se que o processo de modelagem proposto nesta pesquisa e o algoritmo avaliador são adequados à realidade e aos objetivos propostos e, sobretudo, contribuem para a agilidade do processo de ensino-aprendizagem.

5.2 Teste de Kolmogorov-Smirnov e análise de desempenho do algoritmo

De posse dos dados, iniciamos o processo de avaliação de desempenho do algoritmo. Entretanto, notamos que devido a característica da pesquisa (uso de jogo digital), ocorreram erros associados a fase inicial de adaptação dos alunos na jogabilidade. Isto é, até que os alunos compreendessem na íntegra a mecânica do jogo, a maior parte dos alunos permaneceu sem evoluir do nível 1 para os demais estágios do jogo. Após o período de adaptação, a maior parte dos alunos conseguiu evoluir no jogo e na dinâmica da atividade, como representado na Figura 21.

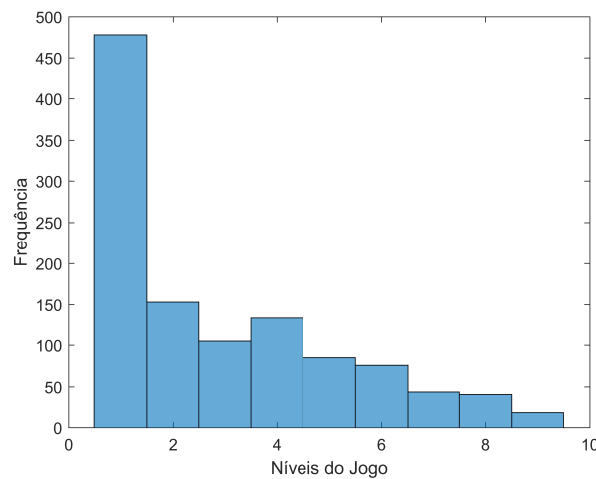


Figura 21 – Quantidade de vezes jogadas por nível
Fonte: Autor

Devido ao fato de que uma pequena porção dos alunos não conseguiu se adaptar à dinâmica do jogo, fez-se necessário a validação dos dados. Isto se deu devido ao fato de que, nestes casos, os dados gerados não apresentam informações consistentes em relação ao conhecimento matemático do aluno e, portanto, representam dados anômalos no banco de dados.

Deste modo, realizamos um teste de normalidade no sentido de filtrar a influência das anomalias. Para isso, inicialmente foi gerado um vetor (nomeadamente vetor-erro) contendo, ponto a ponto, a diferença entre as notas geradas pelo algoritmo e pelo professor, ou seja, um vetor que consiste na discrepância pontual dos pares de dados. Neste vetor foi aplicado o teste de normalidade (Kolmogorov-Smirnov).

Utilizamos, como ferramenta computacional, a função *kstest* do software MATLAB R2016a. O *kstest* fornece os parâmetros:

1. D_n o parâmetro do teste, considerando os dados da pesquisa;
2. D o parâmetro crítico do teste, considerando a distribuição normal;
3. *valor – p* probabilidade de significância do teste;
4. h Resultado do teste de normalidade: Se $h = 0$ então não há evidências para Rejeitar H_0 . Se $h = 1$ Rejeita-se H_0

A Tabela 5 exhibe os resultados obtidos.

Tabela 5 – Resultado do *kstest*

Teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov			
D_n	D	$valor - p$	h
0,129182491371239	0,186600972889231	0,333313857689716	0
H_0 : O vetor-erro segue uma distribuição normal			
H_1 : O vetor-erro não segue uma distribuição normal			
Resultado do teste: $h = 0$ ($D_n < D$ e $valor - p > 0,05$) Não Rejeita H_0			

Nota-se que há dupla evidência para a hipótese de normalidade do vetor-erro, uma vez que $D_n < D$ e $valor - p > \alpha = 0,05$. Assim, tais resultados fundamentam o processo de filtragem padronizado utilizado nesta pesquisa. Ou seja, consideramos o processo de filtragem de modo a restringir o banco de dados para a região de confiança de 95%. Destacamos que, neste processo, foram filtrados 3 dos 57 conjuntos de dados gerados na atividade.

A Figura 22 exibe as funções de distribuições acumuladas empíricas, juntamente à curva de distribuição normal, do vetor-erro com e sem o processo de filtragem.

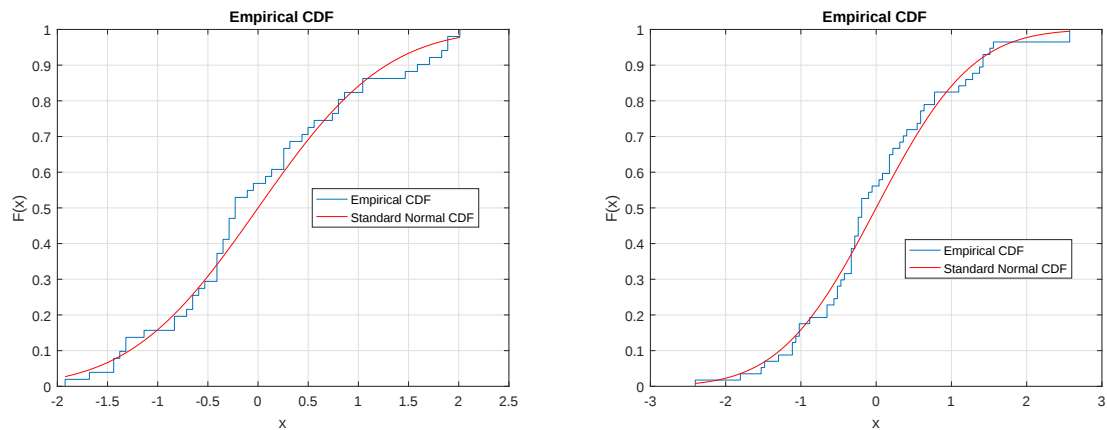


Figura 22 – Distribuições de Probabilidade do vetor-erro com e sem filtro
Fonte: Autor

Embora o número de dados filtrados seja baixo, nota-se que há aproximação significativa entre as curvas de distribuição, tornando os conjuntos de dados mais coesos em relação aos dados não filtrados, fato que influencia diretamente na qualidade do Índice de Correlação Intraclass, que será exibido a seguir.

Como já apresentado anteriormente, o ICC leva em consideração a razão entre as variâncias dos dados. No caso deste estudo, as variâncias estão relacionadas às notas atribuídas pelo jogo e pelo professor. A Figura 23 exibe o diagrama de notas atribuídas, para cada aluno, pelos diferentes avaliadores.

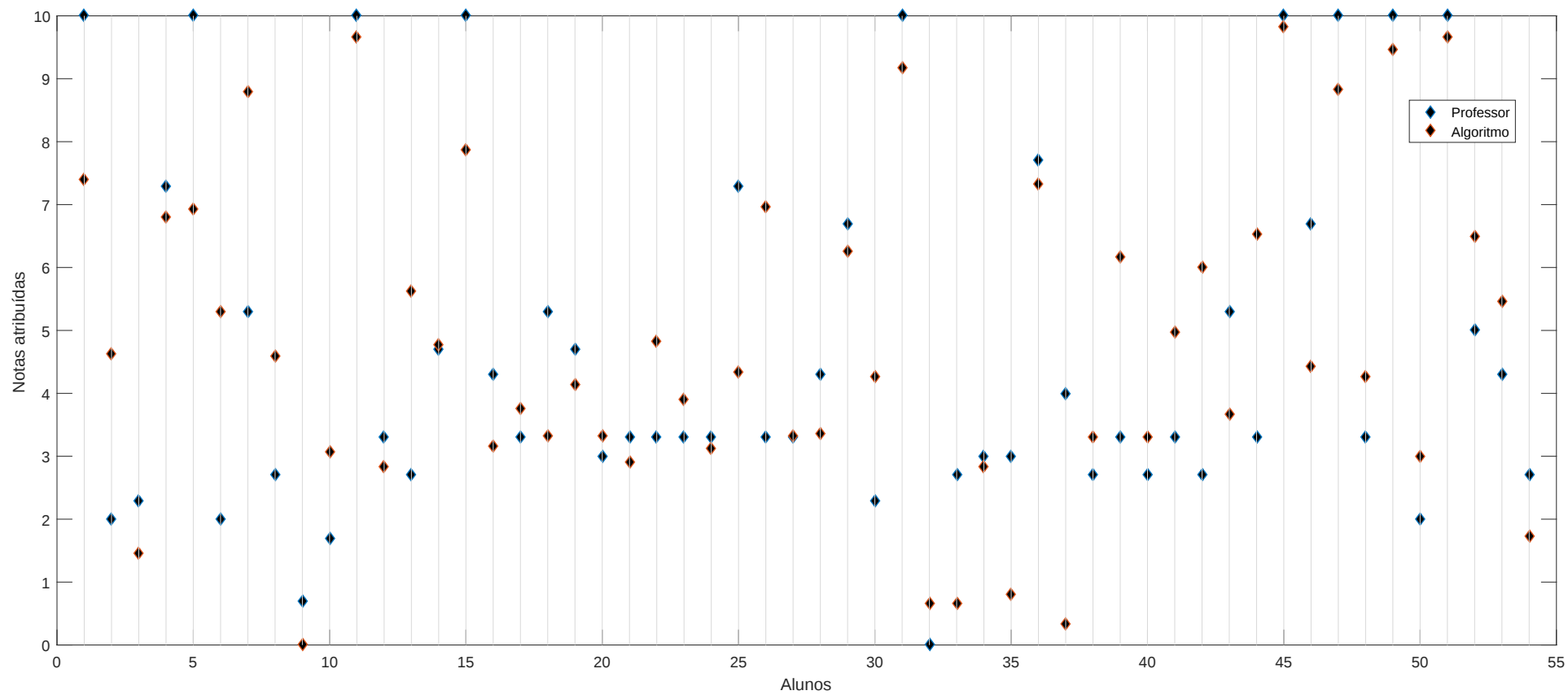


Figura 23 – Dados
Fonte: Autor

Pode-se notar que há pares de notas atribuídas para cada um dos estudantes. A proximidade entre os pontos de cada par de notas representa o grau de concordância entre os avaliadores. Isto é, pontos mais próximos representam pontos de maior concordância entre as notas atribuídas e pontos mais distantes representam menor concordância. Contudo, não é suficiente apenas uma análise gráfica e visual. Daí a necessidade do cálculo do ICC.

Para o cálculo do ICC foi utilizado uma implementação em MATLAB, baseada nos estudos de (MCGRAW; WONG, 1996) e disponível na central de Downloads do MathWorks¹. A Tabela 6 exibe os resultados obtidos para o ICC.

Tabela 6 – Resultados obtidos para a estatística do ICC

Parâmetros do ICC		
ICC	Limite inferior	Limite Superior
0,777153971923351	0,640895918590315	0,862741786227347

Os limites inferior e superior representam, respectivamente, o intervalo de confiança para o ICC. Deste modo, o ICC pode variar, em um aspecto de inferência probabilística, entre os valores apresentados, com 95% de confiança. Segundo Cicchetti (1994) as diretrizes de concordância, neste caso, são qualificadas como **EXCELENTES**. Considerando o intervalo de confiança, temos a qualidade do ICC de **BOM a EXCELENTE**.

5.3 Conclusão

Concluimos, portanto, que o ICC confirma a qualidade do algoritmo implementado pelo jogo no sentido de constituir uma ferramenta em potencial para o professor.

Deste modo, com o uso do jogo, o professor dispõe de uma ferramenta didática ágil e eficiente que, por sua vez, corrobora no processo de avaliação formativa dos alunos. Devido às características computacionais, o feedback passa a ser contínuo, que consiste em uma das bases da teoria de avaliação formativa. Além disso, o banco de dados permite que o professor tenha condições de realizar análises pontuais com maior precisão.

A partir do presente estudo, outras importantes investigações tornam-se possíveis em várias áreas de pesquisa, tais como:

1. Otimização: busca de algoritmos avaliadores ótimos/ manipulação e reparametrizações das variáveis;
2. Inteligência computacional: Machine learning para análise de padrões dos alunos; Implementação de Lógica Fuzzy para estudo de variáveis linguísticas;

¹ <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/22099-intraclass-correlation-coefficient-icc>

3. Ensino: Adaptação e aplicação do jogo em diferentes áreas de ensino e aspectos da educação (como na Educação Inclusiva, por exemplo)
4. Ensino e Estatística para fins gerenciais: Utilização do jogo como avaliação em larga escala;

As sugestões citadas são apenas algumas das inúmeras possibilidades que a presente pesquisa faz decorrer, que certamente tendem a colaborar no processo de inserção, reflexão e entendimento do uso de tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, visando colaborar com a estrutura escolar de um modo geral.

Referências

- ABUD, K. M.; SILVA, A. C. de M.; ALVES, R. C. *Ensino de história*. [S.l.]: Cengage Learning, 2011.
- ADAMS, D. M. et al. Using erroneous examples to improve mathematics learning with a web-based tutoring system. *Computers in Human Behavior*, Elsevier, v. 36, p. 401–411, 2014.
- AGUIAR, E. V. B. As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem. *VÉRTICES, Rio de Janeiro*, v. 10, p. 63–71, 2008.
- ALBIRINI, A. Teachers' attitudes toward information and communication technologies: The case of syrian efl teachers. *Computers & Education*, Elsevier, v. 47, n. 4, p. 373–398, 2006.
- ALMERICH, G. et al. Teachers' information and communication technology competences: A structural approach. *Computers & Education*, Elsevier, v. 100, p. 110–125, 2016.
- ALONZO, A. C. An argument for formative assessment with science learning progressions. *Applied Measurement in Education*, Taylor & Francis, v. 31, n. 2, p. 104–112, 2018.
- ALVES, L.; COUTINHO, I. d. J. *Jogos digitais e aprendizagem: fundamentos para uma prática baseada em evidências*. [S.l.]: Campinas, SP: Papirus, 2016.
- ALVES, L.; RIOS, V.; CALBO, T. Games: delineando novos percursos de interação. *Intersemiose: Revista Digital. ANO II*, n. 04, p. 268–293, 2013.
- ANASTASIOU, L. d. G. C.; ALVES, L. P. et al. Estratégias de ensinagem. *Processos de ensinagem na universidade. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula*, Univille Joinville, v. 3, p. 67–100, 2004.
- ANDRADE, H.; CIZEK, G. J. Students as the definitive source of formative assessment: Academic self-assessment and the self-regulation of learning. In: *Handbook of formative assessment*. [S.l.]: Routledge, 2010. p. 102–117.
- ARANHA, Á. Orientação de estágios pedagógicos: avaliação formativa versus avaliação somativa. *Boletim Sociedade Portuguesa de Educação Física*, n. 7-8, p. 157–165, 2017.
- ARAÚJO, A. K. L. et al. Jogos digitais na educação matemática. *Encontro de Iniciação a Docência de UEPB. V ENID. Disponível em: < goo. gl/tQShhP >*. Acesso em, v. 5, 2017.
- ARIMOTO, M. et al. Cultural perspectives on classroom assessment: A path toward the “japanese assessment for learning network. *Annual Bulletin, Graduate School of Education, Tohoku University*, Graduate School of Education, Tohoku University, v. 1, p. 41–62, 2015.
- ASPINWALL, L.; SHAW, K. L.; PRESMEG, N. C. Uncontrollable mental imagery: Graphical connections between a function and its derivative. *Educational Studies in Mathematics*, Springer, v. 33, n. 3, p. 301–317, 1997.
- ASTOLFI, J. P. El error, un medio para enseñar. Díada Sevilha, 1999.

- BAIRRAL, M. A. Tecnologias da informação e comunicação na formação e educação matemática. *Rio de Janeiro: Edur*, v. 1, 2009.
- BALLANTINE, J. H.; HAMMACK, F. M.; STUBER, J. *The sociology of education: A systematic analysis*. [S.l.]: Routledge, 2017.
- BANNEL, R. I. et al. Educação no século xxi: cognição, tecnologias e aprendizagens. *Petrópolis: Vozes. Rio de Janeiro: Editora PUC*, 2016.
- BARBOSA, D. R. et al. Contribuições para a construção da historiografia da psicologia educacional e escolar no brasil. *Psicologia: ciência e profissão*, Conselho Federal de Psicologia, v. 32, n. spe, p. 104–123, 2012.
- BARRETO, M.; NASCIMENTO, F. Jogos digitais na educação infantil. *Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. [S.l.]: Editora Contexto, 2002.
- BELLOCHIO, C. Educação básica e educação musical: formação, contextos e experiências formativas. *InterMeio: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação-UFMS*, v. 19, n. 37, 2016.
- BENCZIK, E. B. P. *Transtorno de déficit de Atenção*. [S.l.]: Casa do Psicólogo, 2000.
- BENNETT, D. P. Elementary school teacher perceptions of using formative strategies to improve instruction. 2015.
- BICUDO, I. Platão e a matemática. *Letras Clássicas*, n. 2, p. 301–315, 1998.
- BIGGS, J. Assessment and classroom learning: a role for summative assessment? *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, Taylor & Francis, v. 5, n. 1, p. 103–110, 1998.
- BLACK, P.; WILIAM, D. Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: principles, policy & practice*, Taylor & Francis, v. 5, n. 1, p. 7–74, 1998.
- BLOOM, B. S. et al. *Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar*. [S.l.: s.n.], 1983.
- BOAS, B. M. d. F. V. Avaliação formativa e formação de professores: ainda um desafio. *Linhas críticas*, Universidade de Brasília, v. 12, n. 22, 2006.
- BOLTON, F. C. Use of the after-action review to improve learning. *Assessment Update*, Wiley Online Library, v. 28, n. 2, p. 3–15, 2016.
- BONA, A. S. d.; SOUZA, M. T. C. C. d. Aulas investigativas ea construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de piaget. *Psicologia USP*, SciELO Brasil, v. 26, n. 2, p. 240–248, 2015.
- BONGIOLO, C. E. F.; BRAGA, E. R.; SILVEIRA, M. S. Subindo e escorregando: jogo para introdução do conceito de adição de números inteiros. In: *Congresso da rede iberoamericana de informática na educação*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 4.

- BOOTH, L. R. Children's difficulties in beginning algebra. *The ideas of algebra, K-12*, v. 19, p. 20–32, 1988.
- BORASI, R. Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the learning of Mathematics*, JSTOR, v. 7, n. 3, p. 2–8, 1987.
- BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. [S.l.]: Autêntica, 2016.
- BOUD, D.; MOLLOY, E. *Feedback in higher and professional education: understanding it and doing it well*. [S.l.]: Routledge, 2013.
- BRASIL, L. A. S.; LIMA, L. de O.; LIMA, A. E. de O. *Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática*. [S.l.]: Forense-Universitária, 1977.
- BRASIL, S. Pcn+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. *Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.
- BRAUN, J. R. R.; FIALHO, F. A. P.; GOMEZ, L. S. R. Aplicações da criatividade na educação brasileira. *Revista Diálogo Educacional*, v. 17, n. 52, p. 575–593, 2017.
- BROLEZZI, A. C. A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática. *São Paulo*, 1991.
- BZUNECK, J. A. A motivação do aluno: aspectos introdutórios. *A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea*, Vozes Petrópolis RJ, v. 3, p. 9–36, 2001.
- CARNEIRO, V. F. et al. Avaliação da aprendizagem: concepções e olhares de docentes do curso de odontologia. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 12, n. 2, p. 900–915, 2017.
- CARVALHO, D. L. de. *Metodologia do ensino da matemática*. [S.l.]: Cortez Editora, 2014.
- CARVALHO, L. M. D. de. Avaliação das aprendizagens em educação física. *Boletim Sociedade Portuguesa de Educação Física*, n. 10-11, p. 135–151, 2017.
- CASTRO, C. G. d. S. A utilização de recursos educativos digitais no processo de ensinar e aprender: práticas dos professores e perspectivas dos especialistas. 2014.
- CHEPYATOR-THOMSON, J. R.; LIU, W. Pre-service teachers' reflections on student teaching experiences: Lessons learned and suggestions for reform in pete programs. *Physical Educator*, Phi Epsilon Kappa Fraternity, v. 60, n. 2, p. 2, 2003.
- CICCHETTI, D. V. Guidelines, criteria, and rules of thumb for evaluating normed and standardized assessment instruments in psychology. *Psychological assessment*, American Psychological Association, v. 6, n. 4, p. 284, 1994.
- CONDIE, R.; MUNRO, B. The impact of ict in schools: Landscape review. British Educational Communications and Technology Agency (Becta), 2007.
- CORTESÃO, L. Formas de ensinar, formas de avaliar: breve análise de práticas correntes de avaliação. *Reorganização curricular do ensino básico: avaliação das aprendizagens: das concepções às novas práticas*, 2002.

- COWIE, B.; BELL, B. A model of formative assessment in science education. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, Taylor & Francis, v. 6, n. 1, p. 101–116, 1999.
- CSIKSZENTMIHALYI, M. Toward a psychology of optimal experience. In: *Flow and the foundations of positive psychology*. [S.l.]: Springer, 2014. p. 209–226.
- CUPERSCHMID, A. R. M.; HILDEBRAND, H. R. *Heurísticas de jogabilidade: usabilidade e entretenimento em jogos digitais*. [S.l.]: Marketing Aumentado, 2013.
- DALY, L.; BOURKE, G. J. *Interpretation and uses of medical statistics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- DECI, E. L. et al. Motivation and education: The self-determination perspective. *Educational psychologist*, Taylor & Francis, v. 26, n. 3-4, p. 325–346, 1991.
- DORMANS, J. Beyond iconic simulation. *Simulation & Gaming*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 42, n. 5, p. 610–631, 2011.
- DOURADO, L. F. Diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial e continuada dos profissionais do magistério da educação básica: concepções e desafios. Brasil, 2015.
- DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: *Advanced mathematical thinking*. [S.l.]: Springer, 2002. p. 25–41.
- EGENFELDT-NIELSEN, S. The challenges to diffusion of educational computer games. *Leading Issues in Games Based Learning*, v. 141, 2010.
- EKPENYONG, A. E.; HUANG, Y.-F. Feedback constraints for adaptive transmission. *IEEE Signal Processing Magazine*, IEEE, v. 24, n. 3, p. 69–78, 2007.
- ES, E. A. V.; SHERIN, M. G. Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, Society for Information Technology & Teacher Education, v. 10, n. 4, p. 571–596, 2002.
- FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação formativa. *Revista portuguesa de educação*, Centro de Investigação em Educação (CIEd), Universidade do Minho, v. 19, n. 2, p. 21–50, 2006.
- FLEURY, A.; NAKANO, D.; CORDEIRO, J. Mapeamento da indústria brasileira e global de jogos digitais. *São Paulo: GEDIGames/USP*, 2014.
- FLEVARES, L. M.; SCHIFF, J. R. Learning mathematics in two dimensions: A review and look ahead at teaching and learning early childhood mathematics with children's literature. *Frontiers in Psychology*, Frontiers, v. 5, p. 459, 2014.
- FREITAS, L. C. et al. *Avaliação educacional: caminhando pela contramão*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2017.
- GARCEZ, P. d. M. A organização da fala-em-interação na sala de aula: controle social, reprodução de conhecimento, construção conjunta de conhecimento. *Calidoscópio. São Leopoldo, RS. Vol. 4, n. 1 (jan./abr. 2006)*, p. 66-80, 2006.
- GEE, L. L. S.; DOLAH, J. Graphic styles appearance: Perception of malaysian students. In: SPRINGER. *Proceedings of the Art and Design International Conference (AnDIC 2016)*. [S.l.], 2018. p. 117–123.

- GOG, T. V.; RUMMEL, N. Example-based learning: Integrating cognitive and social-cognitive research perspectives. *Educational Psychology Review*, Springer, v. 22, n. 2, p. 155–174, 2010.
- GOMES, M. J. Problemáticas da avaliação em educação online. Universidade do Minho. Centro de Competência TIC (CCTIC UM), 2009.
- GRIFFIN, P.; CARE, E. *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approach*. [S.l.]: Springer, 2014.
- GROFF, J.; MOUZA, C. A framework for addressing challenges to classroom technology use. *AACe Journal*, Association for the Advancement of Computing in Education (AACE), v. 16, n. 1, p. 21–46, 2008.
- HADJI, C. *Avaliação desmistificada*. [S.l.]: Artmed Editora, 2001.
- HAYS, M. J.; KORNELL, N.; BJORK, R. A. The costs and benefits of providing feedback during learning. *Psychonomic bulletin & review*, Springer, v. 17, n. 6, p. 797–801, 2010.
- HEIMBECK, D. et al. Integrating errors into the training process: The function of error management instructions and the role of goal orientation. *Personnel Psychology*, Wiley Online Library, v. 56, n. 2, p. 333–361, 2003.
- HERHOLDT, R.; SAPIRE, I. An error analysis in the early grades mathematics-a learning opportunity? *South African Journal of Childhood Education*, AOSIS Publishing, v. 4, n. 1, p. 43–60, 2014.
- HIEP, P. H. Traditional versus modern teaching methods. *Teachers Edition*, v. 2, p. 20–24, 2000.
- HITT, F. Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, JAI, v. 17, n. 1, p. 123–134, 1998.
- HOYLE, E. *The role of the teacher*. [S.l.]: Routledge & Kegan Paul Books, 1969.
- HWANG, G.-J.; HUNG, C.-M.; CHEN, N.-S. Improving learning achievements, motivations and problem-solving skills through a peer assessment-based game development approach. *Educational Technology Research and Development*, Springer, v. 62, n. 2, p. 129–145, 2014.
- II, D. O. S. The graph of prisoners' dilemma supergame payoffs as a function of the discount factor. *Games and Economic Behavior*, Elsevier, v. 3, n. 3, p. 368–384, 1991.
- JACOBY, L. L.; WAHLHEIM, C. N. On the importance of looking back: The role of recursive reminders in recency judgments and cued recall. *Memory & cognition*, Springer, v. 41, n. 5, p. 625–637, 2013.
- JR, F. J. M. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American statistical Association*, Taylor & Francis, v. 46, n. 253, p. 68–78, 1951.
- KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. [S.l.]: Papirus Editora, 2003.
- KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. Macmillan Publishing Co, Inc, 1992.

- KISHIMOTO, T. M. *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. [S.l.]: Cortez editora, 2017.
- KLEINER, I. Evolution of the function concept: A brief survey. *Who gave you the epsilon*, p. 14–26, 2009.
- KLOPFER, E. et al. Moving learning games forward. *Cambridge, MA: The Education Arcade*, Citeseer, 2009.
- KNIGHT, P.; YORKE, M. *Assessment, learning and employability*. [S.l.]: McGraw-Hill Education (UK), 2003.
- KOO, T. K.; LI, M. Y. A guideline of selecting and reporting intraclass correlation coefficients for reliability research. *Journal of chiropractic medicine*, Elsevier, v. 15, n. 2, p. 155–163, 2016.
- KOPCHA, T. J. Teachers' perceptions of the barriers to technology integration and practices with technology under situated professional development. *Computers & Education*, Elsevier, v. 59, n. 4, p. 1109–1121, 2012.
- KORTE, W. B.; HÜSING, T. Benchmarking access and use of ict in european schools 2006: Results from head teacher and a classroom teacher surveys in 27 european countries. *empirica*, Citeseer, v. 1, p. 0, 2006.
- LANDERS, R. N.; LANDERS, A. K. An empirical test of the theory of gamified learning: The effect of leaderboards on time-on-task and academic performance. *Simulation & Gaming*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 45, n. 6, p. 769–785, 2014.
- LAWRENCE, R. Teaching data structures using competitive games. *IEEE Transactions on Education*, IEEE, v. 47, n. 4, p. 459–466, 2004.
- LAYOUS, K. et al. What triggers prosocial effort? a positive feedback loop between positive activities, kindness, and well-being. *The Journal of Positive Psychology*, Taylor & Francis, v. 12, n. 4, p. 385–398, 2017.
- LEPPER, M. R.; GREENE, D. *The hidden costs of reward: New perspectives on the psychology of human motivation*. [S.l.]: Psychology Press, 2015.
- LÉVY, P. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. rio de janeiro: Editora 34, 1993 (coleção trans). __. *Cibercultura*. São Paulo: Editora, v. 34, 2000.
- LOBO, A. S. Avaliação formativa, avaliação sumativa e exames na prática de três professoras de português de 12º ano. 2010.
- LOEWENBERG, D. et al. *Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education*. [S.l.]: Rand Corporation, 2003.
- MALUF, A. C. M. *Atividades lúdicas para Educação Infantil: conceitos, orientações e práticas*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2011.
- MANACORDA, M. A.; NOSELLA, P.; OLIVEIRA, R. dos A. *História da educação: da antiguidade aos nossos dias*. [S.l.]: Cortez, 2002.

- MARQUES, M. M. et al. Efeitos da avaliação externa das aprendizagens no desenvolvimento profissional de professores de matemática do ensino básico em Portugal. *Revista Meta: Avaliação*, v. 7, n. 19, p. 58–84, 2015.
- MAYER, R. E. *Computer games for learning: An evidence-based approach*. [S.l.]: MIT Press, 2014.
- MCGRAW, K. O.; WONG, S. P. Forming inferences about some intraclass correlation coefficients. *Psychological methods*, American Psychological Association, v. 1, n. 1, p. 30, 1996.
- MENTI, M. d. M. Efeito de dois tipos de feedback corretivo, recast e elicitção, no desempenho de alunos de inglês como le. 2003.
- MERCADO, L. P. L. *Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática*. [S.l.]: UFAL, 2002.
- MESQUITA, N. A. da S.; SOARES, M. H. F. B. Diretrizes para a formação de professores da educação básica em interface com a licenciatura em química: em contexto as possibilidades formativas. *Quim. Nova*, v. 37, n. 6, p. 1072–1077, 2014.
- MOYSÉS, L. *Aplicações de Vygotsky a educação matemática*. [S.l.]: Papirus Editora, 2010.
- Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR. *Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TIC educação 2015*. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2016. Disponível em: <http://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/TIC_Edu_2015_LIVRO_ELETRONICO.pdf>.
- NISHI, J. M.; SILINSKE, J.; LÖBLER, M. L. O uso pedagógico das tics: As percepções dos docentes diante suas competências tecnológicas. 2014.
- NOGARO, A.; GRANELLA, E. O erro no processo de ensino e aprendizagem. *Revista de Ciências Humanas*, v. 5, n. 5, p. 31–56, 2004.
- OECD. *Education at a Glance 2017*. [s.n.], 2017. 456 p. Disponível em: <<https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/eag-2017-en>>.
- OLIVEIRA, A. M. de. O desenvolvimento da escrita em francês: Os tipos de feedback dados pelo professor a partir dos gêneros textuais. *Revista Non Plus*, v. 3, n. 5, p. 136–152, 2015.
- PACHECO, J. A. Avaliação das aprendizagens: políticas formativas e práticas sumativas. *Encontros de Educação*, Secretaria da Educação, Governo Regional da Madeira, p. 1–9, 2012.
- PASQUALI, L. *Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2017.
- PAVIANI, J. *Platão & a educação*. [S.l.]: Autêntica, 2013.
- PERALTA, H.; COSTA, F. A. Competência e confiança dos professores no uso das tic síntese de um estudo internacional. *Sísifo–Revista de Ciências da Educação*, Sísifo–Revista de Ciências da Educação, p. 77–86, 2007.

- PIAGET, J. Desenvolvimento e aprendizagem. *Studying teaching*, 1972.
- PIAGET, J.; COOK, M. T. The origins of intelligence in children. WW Norton & Co, 1952.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Interciência, 2006. ISBN 9788571931367. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=ef_ZNAEACAAJ>.
- PONTE, J. P. d. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? *Revista Iberoamericana de educación*, p. 63–90, 2000.
- PORTAL, M. S. et al. Contribuição da avaliação formativa para o ensino/aprendizagem da produção escrita em turmas numerosas. Universidade Federal do Pará, 2008.
- PORTO, M. D.; MOREIRA, M. de F. As contribuições dos jogos para o processo de ensino/aprendizagem em matemática no ensino médio. In: *Anais do Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão da UEG (CEPE)(ISSN 2447-8687)*. [S.l.: s.n.], 2017. v. 3.
- PRENSKY, M. Não me atrapalhe, mãe-eu estou aprendendo!': como os videogames estão preparando nossos filhos para o sucesso no século xxi, e como você pode ajudar. *São Paulo: Phorte*, 2010.
- PRIETO, L. M. et al. Uso das tecnologias digitais em atividades didáticas nas séries iniciais. *Renote*, v. 3, n. 1, 2005.
- PURUSHOTMA, R. Commentary: you're not studying, you're just... University of Hawaii National Foreign Language Resource Center, 2005.
- RAMANI, G. B.; SIEGLER, R. S.; HITTI, A. Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of educational psychology*, American Psychological Association, v. 104, n. 3, p. 661, 2012.
- RAMOS, M. S.; COUTO, R. V. da M. A prática do feedback: Aplicabilidade e efetividade. In: *Anais-CAT-Congresso de Administração e Tecnologia*. [S.l.: s.n.], 2017. v. 2, n. 1.
- RANDI, M. A. F.; CARVALHO, H. F. d. et al. Aprendizagem através de role-playing games: uma abordagem para a educação ativa. *Revista Brasileira de Educação Médica*, Associação Brasileira de Educação Médica, 2013.
- RAPKIEWICZ, C. E. et al. Estratégias pedagógicas no ensino de algoritmos e programação associadas ao uso de jogos educacionais. *RENOTE: revista novas tecnologias na educação [recurso eletrônico]*. Porto Alegre, RS, 2007.
- REIS, G. et al. Identificação e adaptação do nível de habilidade em jogos educacionais. In: *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*. [S.l.: s.n.], 2017. v. 28, n. 1, p. 704.
- REIS, L. *Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção*. 2015.
- RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a Formação do Professor: explorando os conceitos de equação e de função*. [S.l.]: Autêntica, 2018.
- RIBEIRO, F. D. *Jogos e modelagem na educação matemática*. [S.l.]: Editora Ibpe, 2008. v. 6.

- RIBEIRO, R. J. et al. Teorias de aprendizagem em jogos digitais educacionais: um panorama brasileiro. *RENOTE*, v. 13, n. 1, 2015.
- RIDEOUT, V. J.; FOEHR, U. G.; ROBERTS, D. F. Generation m [superscript 2]: Media in the lives of 8-to 18-year-olds. *Henry J. Kaiser Family Foundation*, ERIC, 2010.
- ROSA, R. M. Discutindo o papel da escuta nas práticas interpretativas. In: *ANAIS DO CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PERFORMANCE MUSICAL*. [S.l.: s.n.], 2014. v. 1, n. 1.
- SÁ, S. O.; ALVES, M. P.; COSTA, A. P. A avaliação formativa no ensino superior: o contributo do feedback interativo e construtivo na aprendizagem ativa dos estudantes. *Comunicação & Informação*, v. 17, n. 2, p. 55–69, 2014.
- SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, P. et al. Comprender y transformar la enseñanza. *Colección pedagogía manuales*, 2002.
- SAJKA, M. A secondary school student's understanding of the concept of function-a case study. *Educational studies in mathematics*, Springer, v. 53, n. 3, p. 229–254, 2003.
- SAMUELS, S. J.; TURNURE, J. E. Attention and reading achievement in first-grade boys and girls. *Journal of Educational Psychology*, American Psychological Association, v. 66, n. 1, p. 29, 1974.
- SANTOS, D. B. M. dos. Um panorama de pesquisas sobre o uso da modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014. EBRAPEM, 2015.
- SANTOS, S. C. D. O processo de ensino-aprendizagem e a relação professor-aluno: aplicação dos "sete princípios para a boa prática na educação de ensino superior". *REGE Revista de Gestão*, v. 8, n. 1, 2010.
- SANTROCK, J. W. *Psicologia educacional*. [S.l.]: AMGH Editora, 2009.
- SAVI, R.; ULBRICHT, V. R. Jogos digitais educacionais: benefícios e desafios. *RENOTE*, v. 6, n. 1, 2008.
- SCHERER, S. O papel do professor nos ambientes virtuais de aprendizagem. In: *Congresso de Educação a Distância-mercosul*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 7, p. 270–274.
- SCHOENFELD, A. H.; SLOANE, A. H. *Mathematical thinking and problem solving*. [S.l.]: Routledge, 2016.
- SERBESSA, D. D. Tension between traditional and modern teaching-learning approaches in ethiopian primary schools. *Journal of International cooperation in education*, v. 9, n. 1, p. 123–140, 2006.
- SERRAMONA, J.; LÓPEZ, J. *Teoría de la educación : reflexión y normativa pedagógica*. Editorial Ariel, 2008. (Ariel Ciencias Sociales). ISBN 9788434426702. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=tkyc4FEWDJ8C>>.
- SFARD, A. Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification-the case of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, v. 25, p. 59–84, 1992.

- SHROUT, P. E.; FLEISS, J. L. Intraclass correlations: uses in assessing rater reliability. *Psychological bulletin*, American Psychological Association, v. 86, n. 2, p. 420, 1979.
- SHUTE, V. J.; KIM, Y. J. Formative and stealth assessment. In: *Handbook of research on educational communications and technology*. [S.l.]: Springer, 2014. p. 311–321.
- SILVEIRA, S. R.; RANGEL, A. C. S.; CIRÍACO, E. de L. Utilização de jogos digitais para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. # *Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia*, v. 1, n. 1, 2012.
- SIROTHEAU, S. et al. Aprendizagem de iniciantes em algoritmos e programação: foco nas competências de autoavaliação. In: *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 1, n. 1.
- SIWEK, S. *Video games in the 21st century: The 2010 report*. Washington, DC: Entertainment Software Association. 2010.
- SPINILLO, A. G. et al. O erro no processo de ensino aprendizagem da matemática: errar é preciso. *Boletim Gepem*, v. 64, p. 1–12, 2014.
- STEFANO, G. D. et al. *Learning by thinking: Overcoming the bias for action through reflection*. [S.l.]: Harvard Business School Cambridge, MA, USA, 2015.
- STEINKUEHLER, C.; SQUIRE, K. Videogames and learning. *Cambridge handbook of the learning sciences*, Cambridge University Press New York, NY, p. 377–396, 2014.
- SUSI, T.; JOHANNESSON, M.; BACKLUND, P. *Serious games: An overview*. [S.l.]: Institutionen för kommunikation och information, 2007.
- TALL, D. *Advanced mathematical thinking*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1991. v. 11.
- TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: Por que o nível elevado de rejeição? *Revista de Ciências Humanas*, v. 5, n. 5, p. 57–70, 2004.
- THOMAS, M. O. Developing versatility in mathematical thinking. *Proceedings of Retirement as Process and Concept: A Festschrift for Eddie Gray and David Tall*, Charles University Prague,, Czech Republic, p. 223–241, 2006.
- VASCONCELLOS, C. dos S. *Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar*. [S.l.]: Libertad, 2006.
- VERÍSSIMO, D. S.; ANDRADE, A. dos S. Estudo das representações sociais de professores de 1^a. a 4^a. série do ensino fundamental sobre a motivação dos alunos e o papel do erro na aprendizagem. *Paidéia*, Universidade de São Paulo, v. 11, n. 21, 2001.
- VIEIRA, S. d. C. M. *A importância da avaliação formativa nas diversas disciplinas, na escola secundária de Penafiel*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2016.
- VINNER, S. The function concept as a prototype for problems in mathematics learning. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, Mathematical Association of America, Washington, DC, v. 25, p. 195–213, 1992.

- VOERMAN, L. et al. Types and frequencies of feedback interventions in classroom interaction in secondary education. *Teaching and Teacher Education*, Elsevier, v. 28, n. 8, p. 1107–1115, 2012.
- VYGOTSKY, L. S. The problem of age. *The collected works of LS Vygotsky*, Plenum Press New York and London, v. 5, p. 187–206, 1998.
- VYGOTSKY, L. S. et al. *Pensamento e linguagem*. [S.l.]: Martins Fontes São Paulo, 2008.
- WASTIAU, P. et al. The use of ict in education: a survey of schools in e urope. *European Journal of Education*, Wiley Online Library, v. 48, n. 1, p. 11–27, 2013.
- WIGGINS, G. *Educative Assessment. Designing Assessments To Inform and Improve Student Performance*. [S.l.]: ERIC, 1998.
- WILD, P. An assessment of strategies for information system evaluation: Lessons for education. *International Journal of Educational Research*, Elsevier, v. 25, n. 4, p. 361–371, 1996.
- WILSON, K.; KORN, J. H. Attention during lectures: Beyond ten minutes. *Teaching of Psychology*, Taylor & Francis, v. 34, n. 2, p. 85–89, 2007.
- WITTGENSTEIN, L.; RHEES, R. *Remarks on Frazer's Golden bough*. [S.l.]: Humanities Pr, 1987.
- YERUSHALMY, M.; HOUDE, R. A. The geometric supposer: Promoting thinking and learning. *The Mathematics Teacher*, JSTOR, v. 79, n. 6, p. 418–422, 1986.
- YOSHIDA, R. Teachers' choice and learners' preference of corrective feedback types. *Language awareness*, Taylor & Francis, v. 17, n. 1, p. 78–93, 2008.
- ZIBAS, D. M. Refundar o ensino médio? alguns antecedentes e atuais desdobramentos das políticas dos anos de 1990. *Educação e Sociedade*, SciELO Brasil, v. 26, n. 92, p. 1067–1086, 2005.
- ZIMBARDO, P. G.; PILKONIS, P. A.; MARNELL, M. E. Shyness: What it is, what to do about it. Addison-Wesley Reading, MA, 1977.
- ZUIKER, S.; WHITAKER, J. R. Refining inquiry with multi-form assessment: Formative and summative assessment functions for flexible inquiry. *International Journal of Science Education*, Taylor & Francis, v. 36, n. 6, p. 1037–1059, 2014.