

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

“Inclusão do Efeito da Frequência nas Equações de Estado de Linhas Bifásicas: Análise no Domínio do Tempo”

FÁBIO NORIO RAZÉ YAMANAKA

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira – SP
Março/2009

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

Y19i	<p>Yamanaka, Fábio Norio Razé. Inclusão do efeito da frequência nas equações de estado de linhas bifásicas : análise no domínio do tempo / Fábio Norio Razé Yamanaka. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2009. 108 f. : il., (algumas color.)</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2009</p> <p>Orientador: Sérgio Kurokawa Bibliografia: p. 104-108</p> <p>1. Energia elétrica - Transmissão. 2. Linhas de transmissão - Modelos. 3. Análise de transitórios eletromagnéticos. 4. Parâmetros dependentes da frequência.</p>
------	--

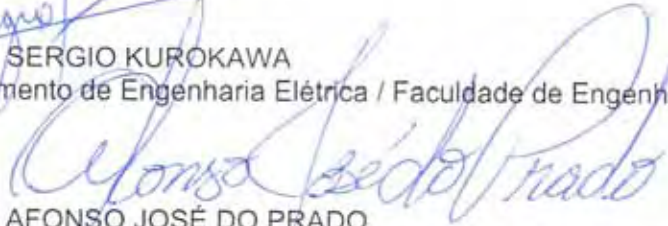
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: INCLUSÃO DO EFEITO DA FREQUÊNCIA NAS EQUAÇÕES DE ESTADO DE LINHAS BIFÁSICAS: ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO

AUTOR: FÁBIO NORIO RAZÉ YAMANAKA
ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. AFONSO JOSÉ DO PRADO
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual de Londrina


Prof. Dr. LOURENÇO MATIAS
Escola de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade Federal de Goiás

Data da realização: 09 de março de 2009.

*Dedico aos meus pais,
Leonardo e Jandira, aos meus
irmãos, Fernando e Fabrício e
a minha noiva Lilian.*

Agradecimentos

Aos meus pais, Leonardo Hayao Yamanaka e Jandira Reis Razé Yamanaka, por serem meus exemplos de vida e por fornecerem toda a minha base na educação para formação pessoal e profissional.

Aos meus irmãos, Fernando Mineo Razé Yamanaka e Fabrício Sadao Razé Yamanaka, parceiros na música, no esporte, no lazer e na vida, para sempre meus amigos.

A Lilian Duarte Silva, minha noiva, pelo carinho e atenção em momentos difíceis e pelo apoio, companheirismo e incentivo para concluir este trabalho.

Ao Germano Ferreira Wedy e Renan Silva Maciel, amigos nas horas de lazer e estudo.

Aos Prof. Dr. Luiz Fernando Bovolato e Prof. Dr. Afonso J. Prado pela participação na banca e pelas sugestões e questionamentos para melhoria deste trabalho.

E ao Prof. Dr. Sérgio Kurokawa, por esses cinco anos de trabalho e convivência, três anos na graduação, onde descobri os benefícios de se fazer pesquisa com qualidade, e dois anos na pós-graduação, onde a confiança e paciência dele foram itens essenciais para a conclusão desta dissertação.

RESUMO

O objetivo deste projeto é o desenvolvimento de um modelo de linha de transmissão bifásica diretamente no domínio do tempo, que leve em consideração o efeito da frequência sobre seus parâmetros longitudinais, utilizando os conceitos de variáveis de estado. Os parâmetros longitudinais, variáveis em relação à frequência, serão aproximados por funções racionais, cujos pólos e resíduos deverão ser determinados por meio do algoritmo *vector fitting*. Em seguida, as funções racionais que descrevem o comportamento dos parâmetros longitudinais serão associadas com um circuito elétrico equivalente, que será inserido em cada um dos circuitos π , constituindo uma grande quantidade de cascata de circuitos π . O modelo será utilizado para a realização de simulações de transitórios resultantes das operações de manobras e chaveamentos que ocorrem em uma linha bifásica com plano de simetria vertical. Os resultados serão comparados com os resultados obtidos com programas computacionais do tipo EMTP (cascata de circuitos π inserida no EMTP). Ao término do projeto teremos a nossa disposição um modelo de linha de transmissão que não necessita do uso de simuladores do tipo EMTP.

Palavra-Chave: Transitórios eletromagnéticos, parâmetros dependentes da frequência, domínio do tempo, linha de transmissão, parâmetros da linha de transmissão, variáveis de estado.

ABSTRACT

The objective of this work is to implement a computational model of two-phase transmission line in time domain taking into account its frequency dependent longitudinal parameters. The line is represented through a cascade of π circuits and the frequency dependence of the longitudinal parameters is approximated by a rational functions that can be associated with an equivalent circuit representation and this equivalent circuit is inserted in each π circuit. After that the cascade is described through state equations. Validating the model, a frequency dependent two-phase line is represented by a cascade of π circuits. The model will be use for typical switching transients in a two-phase transmission line with a vertical symmetrical plan. The simulations were carried out using state space techniques and an EMTP program (in this case, the cascade was inserted in the EMTP program). It is observed that the simulation results obtained with state space representation are in agreement with those results obtained with EMTP.

Keywords: Electromagnetic transients, frequency dependence, time domain, transmission line, transmission line parameters, state-space methods.

SUMÁRIO

Capítulo 1 – Introdução

1.1 – Modelos de linhas de transmissão	10
1.2 – Organização do texto	12
1.3 – Artigos publicados	13

Capítulo 2 – Equações diferenciais da linha de transmissão

2.1 – Introdução	15
2.2 – Equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica	15
2.3 – Equações diferenciais de uma linha polifásica	19
2.4 – Conclusão	21

Capítulo 3 – Soluções das equações diferenciais da linha de transmissão

3.1 – Introdução	22
3.2 – Solução no domínio do tempo para linhas sem perdas	22
3.3 – Solução no domínio do tempo para linhas com perdas	23
3.4 – Solução no domínio do tempo por meio de integrais de convolução	25
3.5 – Conclusão	27

Capítulo 4 – Parâmetros de uma linha de transmissão considerando o efeito da frequência

4.1 – Introdução	29
4.2 – Impedância longitudinal da linha de transmissão	29
4.2.1 – Impedância externa de uma linha de transmissão	30
4.2.2 – Impedância interna de uma linha de transmissão	32
4.2.3 – Impedância considerando o efeito do solo	34
4.3 – Admitância transversal da linha de transmissão (FUCHS, 1979)	38
4.4 – Conclusão	41

Capítulo 5 – Representação da linha de transmissão bifásica no domínio modal

5.1 – Introdução	42
5.2 – Decomposição modal de linhas de transmissão	42
5.3 – Linha de transmissão bifásica no domínio modal	47
5.4 – Conclusão	53

Capítulo 6 – Representação dos parâmetros da linha de transmissão por meio de funções racionais

6.1 – Introdução	54
6.2 – Conceitos básicos	54
6.3 – <i>Vector fitting</i> (GUSTAVSEN et al., 1999)	55
6.3.1 – Cálculo dos resíduos e do termo d	56
6.3.2 – Cálculo dos pólos de $f(s)$	59
6.4 – Ajuste das impedâncias longitudinais	60
6.5 – Conclusão	62

Capítulo 7 – Representação da linha de transmissão por meio de variáveis de estado

7.1 – Introdução	63
7.2 – Representação da linha com parâmetros constantes	63
7.3 – Representação da linha com parâmetros dependentes da frequência	65
7.4 – Conclusão	70

Capítulo 8 – Implementação do modelo: linha monofásica

8.1 – Introdução	71
8.2 – Diagrama de blocos para a linha monofásica	71
8.3 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão monofásica	72
8.4 – Sínteses dos parâmetros pelo método <i>vector fitting</i>	74
8.5 – Resultado obtido para linha monofásica	76
8.6 – Conclusão	77

Capítulo 9 – Implementação do modelo: linha bifásica

9.1 – Introdução	78
9.2 – Diagrama de blocos do programa	78
9.3 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão bifásica	80
9.4 – Representação dos parâmetros no domínio modal	85
9.5 – Sínteses dos parâmetros pelo método <i>vector fitting</i>	87
9.6 – Resultados obtidos para casos específicos	91
9.7 – Conclusão	100
Capítulo 10 – Conclusão	101
Referências	104

1

INTRODUÇÃO

1.1 – Modelos de linhas de transmissão

Linhas de transmissão constituem-se como o elemento do sistema elétrico de potência que conecta a geração à carga bem como une as instalações de produção de energia de grandes áreas geográficas. Pode-se dizer que a transmissão de energia elétrica é uma das contribuições de maior importância que a engenharia ofereceu à civilização moderna.

A distribuição das correntes, diferenças de potencial e a transferência de energia ao longo de uma linha de transmissão podem ser analisadas por diversos processos, sendo esperado que todos conduzam ao mesmo resultado. Em problemas de engenharia, em geral, não se pode aplicar indiscriminadamente uma única fórmula para a solução de um problema específico, sem o conhecimento completo das limitações e simplificações admitidas em sua derivação. Vale dizer que tal circunstância levaria ao seu uso indevido. As chamadas soluções matemáticas dos fenômenos físicos exigem, normalmente, simplificações e idealizações (FUCHS, 1979).

Logo, existem diversos modelos que representam as linhas de transmissão e podem ser classificados, quanto à natureza de seus parâmetros em modelos a parâmetros constantes e modelos a parâmetros variáveis com a frequência.

Os modelos a parâmetros constantes em relação à frequência são de fácil utilização, mas não podem representar adequadamente a linha em toda a faixa de frequências nas quais estão presentes os fenômenos de natureza transitória. Na maior parte dos casos, esses modelos aumentam a amplitude das harmônicas de ordem elevada, distorcendo as formas de onda e produzindo picos exagerados (FARIA et al., 2002).

Para a adequada representação da linha de transmissão deve-se considerar que os parâmetros longitudinais da linha são fortemente dependentes da frequência, incluindo nos modelos a parâmetros variáveis com a frequência, a soma do efeito do solo, desenvolvido por Carson e por Pollaczek (DOMMEL, 1986), com o efeito pelicular, cujo comportamento em

função da frequência pode ser calculado por meio de fórmulas derivadas das equações de Bessel.

Os modelos com parâmetros variáveis em relação à frequência são considerados mais precisos, quando comparados aos modelos que consideram os parâmetros constantes. A variação está na dependência da frequência, podendo essa variação ser representada por meio da associação série e paralela de elementos resistivos e indutivos puros (TAVARES,1999, MARTÍ, 1982).

Como as linhas de transmissão estão inseridas em um sistema elétrico que possui diversos elementos não lineares e, dessa forma, são de difícil representação no domínio da frequência, dá-se preferência por modelos de linhas que são desenvolvidos diretamente no domínio do tempo (MARTÍ, 1988).

Outro fato que faz com que os modelos de linhas desenvolvidos diretamente no domínio do tempo sejam mais utilizados é que a maioria dos programas que realizam simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos requer que os componentes do sistema estejam representados no domínio do tempo.

Um dos primeiros modelos a representar a linha de transmissão diretamente no domínio do tempo foi desenvolvido por H. W. Dommel (DOMMEL, 1969), que baseou-se no método das características ou método de Bergeron. O seu modelo consistia em combinar o método das características com o método numérico de integração trapezoidal, resultando em um algoritmo que é capaz de simular transitórios eletromagnéticos em redes cujos parâmetros são discretos ou distribuídos. Esse algoritmo sofreu sucessivas evoluções e atualmente é conhecido como *Eletromagnetic Transients Program*, ou simplesmente EMTP (DOMMEL, 1986).

Em situações em que se deseja simular a propagação de ondas eletromagnéticas resultantes de operações de manobras e chaveamento realizadas nas linhas de transmissão, pode-se representar a mesma como sendo uma cascata de circuitos π .

Nesse modelo, cada segmento é constituído de uma associação série e paralela de resistores e indutores que resultam em uma resistência e uma indutância, variáveis em função da frequência, que representam o efeito solo e o efeito pelicular (MARTI, 1982, TAVARES,1999).

Devido ao fato de que programas do tipo EMTP não são de fácil utilização, diversos autores tais como NELMS et al. (1989), MAMIS (2003), MAMIS e NACAROGLU (2003) e MÁCIAS et al. (2005) sugerem descrever as correntes e tensões na cascata de circuitos π por

meio de variáveis de estado. As equações de estado são então transformadas em equações diferenciais e podem ser resolvidas utilizando qualquer linguagem computacional.

A representação da linha por meio de variáveis de estado pode ser utilizada no ensino de conceitos básicos de propagação de ondas em linhas de transmissão (NELMS et al., 1989, YAMANAKA, et al. 2005, KUROKAWA et al. 2006, KUROKAWA et al. 2007, KUROKAWA et al. 2008), na análise da distribuição de correntes e tensões ao longo da linha (MAMIS; NACAROGLU, 2003), e na simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão que tenham elementos não lineares (MAMIS, 2003).

Apesar da técnica de variáveis de estado ser amplamente utilizada na representação de linhas de transmissão, pode-se verificar em publicações recentes (MAMIS, 2003, MAMIS; NACAROGLU, 2003, MÁCIAS et al., 2005), que a mesma, somente foi utilizada para representar linhas cujos parâmetros longitudinais possam ser considerados constantes e independentes da frequência.

No entanto, reconhece-se atualmente que a utilização de parâmetros constantes para representar a linha em toda a faixa de frequência, presente nos sinais durante a ocorrência de distúrbios na mesma, pode resultar em respostas em que as componentes harmônicas de alta frequência possuam amplitudes maiores do que são na realidade (MARTÍ, 1982).

Desse modo, este trabalho pretende inserir o efeito da frequência em uma linha representada por meio de circuitos π conectados em cascata e obter as correntes e tensões na linha a partir da utilização da técnica de variáveis de estado. O método será aplicado em uma linha monofásica e outra bifásica, em que se considera a presença dos efeitos do solo e pelicular.

Essas linhas serão aproximadas por uma cascata de circuitos π que, em seguida, serão representadas por meio de equações de estado. As equações de estado, que são as tensões e correntes ao longo da linha, serão então simuladas no ambiente Matlab[®]. A cascata também será implementada num software do tipo EMTP (DOMMEL, 1986), utilizado para simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. Em seguida os resultados obtidos com o Matlab[®] e com o EMTP serão comparados entre si, para a linha monofásica.

1.2 – Organização do texto

Esta dissertação está organizada em 10 capítulos. No capítulo 2 serão deduzidas as equações diferenciais da linha de transmissão e suas soluções serão apresentadas no capítulo 3. O capítulo 4 estudará os parâmetros longitudinais da linha de transmissão

dependentes da frequência. A representação modal de linhas de transmissão que permite uma linha de transmissão, de n fases, seja decomposta em seus n modos de propagação será apresentada no capítulo 5. Já o capítulo 6, mostrará que os parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão podem ser aproximados por meio de funções racionais. No capítulo 7, será proposto um modelo de linha de transmissão que considera o efeito da frequência nos seus parâmetros longitudinais. Os capítulos 8 e 9 apresentarão os resultados obtidos para uma linha monofásica e bifásica, respectivamente. Finalmente, as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 10, seguido das referências bibliográficas.

1.3 – Artigos publicados

Journal Electric Power Systems Research (Elsevier), *Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: State space formulation.* KUROKAWA, S. ; YAMANAKA, F. N. R. ; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J., 2009.

Revista Sba Controle & Automação, *Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais.* KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J., 2007.

IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, *Using state-space techniques to represent frequency dependent single-phase lines directly in time domain.* KUROKAWA, S. ; YAMANAKA, F. N. R. ; PRADO, A. J. ; PISSOLATO FILHO, J., Bogotá - Colômbia, 2008.

XVI Congresso Brasileiro de Automática, *Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado considerando o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais.* KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J., Salvador - Brasil, 2006.

XIX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, *Utilização de variáveis de estado no desenvolvimento de modelos de linhas de transmissão: Inclusão do efeito da frequência nas matrizes de estado.* KUROKAWA, S. ; YAMANAKA, F. N. R. ; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J. ; BOVOLATO, L. F., Rio de Janeiro - Brasil, 2007.

Sixth Latin-American Congress: Electricity Generation and Transmission, *Analysis of longitudinal and temporal distribution of electromagnetic waves in transmission lines by using state-variable techniques.* YAMANAKA, F. N. R. ; KUROKAWA, S. ; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J. ; BOVOLATO, L. F., Mar Del Plata - Argentina, 2005.

2

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

2.1 – Introdução

As linhas de transmissão são caracterizadas por sua capacidade de conduzir a energia eletromagnética. Uma análise rigorosa desse problema exigiria uma aplicação das equações de Maxwell nos problemas de campo. Entretanto, um exame dessas equações pode demonstrar que em certas condições usa-se uma aproximação muito mais simples, conforme será demonstrado neste capítulo.

2.2 – Equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica

Considera-se que uma linha de transmissão é constituída por dois condutores metálicos, retilíneos e completamente isolados. Pela necessidade da existência de um circuito fechado, pode-se considerar o próprio solo como sendo o segundo condutor ou condutor de retorno. A figura 2.1 mostra uma representação de uma linha de transmissão monofásica de comprimento d (HEDMAN, 1983, FUCHS, 1979).

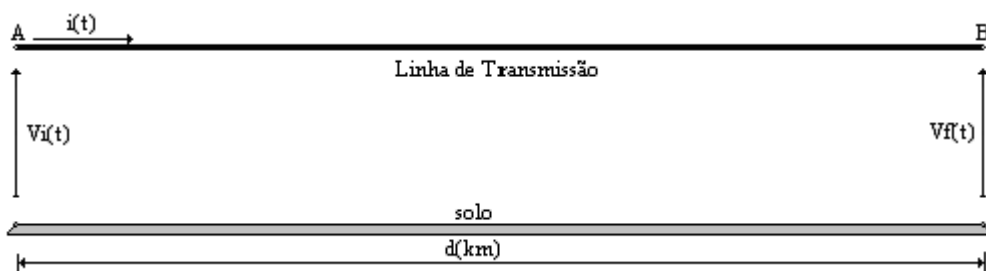


Figura 2.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .

Para a linha mostrada na figura 2.1, considera-se que a mesma possui ao longo de seu comprimento uma indutância e uma resistência conectadas em série e distribuídas uniformemente ao longo do comprimento. Esses são os parâmetros longitudinais da linha.

Também se considera que existe uma capacitância e uma condutância, conectadas em paralelo, entre o condutor e o solo. Esses são os parâmetros transversais da linha e estão uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da mesma.

Desse modo, podemos considerar que um elemento infinitesimal da linha mostrada na figura 2.1 será representado conforme mostra a figura 2.2 (CHIPMAN, 1972, GREENWOOD, 1977).

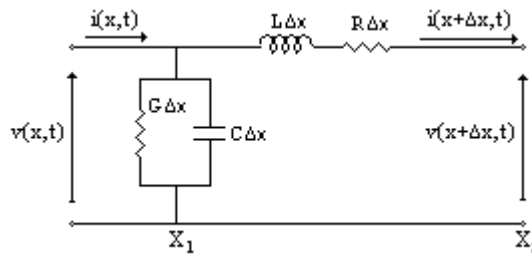


Figura 2.2 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.

Na figura 2.2, tem-se uma linha de transmissão de comprimento infinitesimal Δx , cuja resistência possui um valor R , a indutância possui um valor L , a capacitância possui um valor C e a condutância possui um valor G , que estão uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da linha.

As equações de corrente e de tensão para esse circuito são, então:

$$i(x + \Delta x, t) = i(x, t) - G\Delta x v(x, t) - C\Delta x \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$v(x + \Delta x, t) = v(x, t) - L\Delta x \frac{\partial i(x + \Delta x, t)}{\partial t} - R\Delta x i(x + \Delta x, t) \quad (2.2)$$

A corrente e a tensão, bem como suas respectivas derivadas parciais, podem ser expandidas por séries de Taylor como (SWOKOWSKI, 1995):

$$i(x + \Delta x, t) \approx i(x, t) + \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \Delta x + \dots \quad (2.3)$$

$$v(x + \Delta x, t) \approx v(x, t) + \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \Delta x + \dots \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial i(x + \Delta x, t)}{\partial t} \approx \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x \partial t} \Delta x + \dots \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \approx \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x \partial t} \Delta x + \dots \quad (2.6)$$

Considerando apenas os dois primeiros termos e substituindo as séries nas equações (2.1) e (2.2), obtêm-se:

$$\begin{aligned} i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = \\ - C \Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} - G \Delta x v(x + \Delta x, t) + C \Delta x^2 \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x \partial t} + G \Delta x^2 \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} v(x + \Delta x, t) - v(x, t) = \\ - L \Delta x \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} - R \Delta x i(x, t) - L \Delta x^2 \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x \partial t} - R \Delta x^2 \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Aplicando a definição de derivada (SWOKOWSKI, 1995), mostra-se que:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \quad (2.9)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (2.10)$$

Logo:

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = G v(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (2.11)$$

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R i(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (2.12)$$

As equações (2.11) e (2.12) são equações diferenciais de primeira ordem que descrevem o comportamento das correntes e tensões na linha monofásica no domínio do tempo.

No domínio da frequência, as equações (2.11) e (2.12), conforme (CHIPMAN, 1976), tornam-se:

$$-\frac{dI(x,\omega)}{dx} = Y(\omega) V(x,\omega) \quad (2.13)$$

$$-\frac{dV(x,\omega)}{dx} = Z(\omega) I(x,\omega) \quad (2.14)$$

sendo:

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (2.15)$$

$$Y(\omega) = G + j\omega C \quad (2.16)$$

Nas expressões (2.13) e (2.14), $V(x,\omega)$ e $I(x,\omega)$ são, respectivamente, a corrente e a tensão em uma posição x da linha no domínio da frequência. Os termos $Z(\omega)$ e $Y(\omega)$ são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal da linha por unidade de comprimento.

Nas equações (2.15) e (2.16), o termo ω corresponde à frequência angular. Os parâmetros R , L , Z e Y são variáveis em relação à frequência.

Derivando as equações (2.13) e (2.14) em relação à x , obtêm-se:

$$-\frac{d^2 I(x,\omega)}{dx^2} = Y(\omega) \frac{dV(x,\omega)}{dx^2} \quad (2.17)$$

$$-\frac{d^2 V(x,\omega)}{dx^2} = Z(\omega) \frac{dI(x,\omega)}{dx^2} \quad (2.18)$$

Substituindo-se as equações (2.14) e (2.13) nas equações (2.17) e (2.18), respectivamente, e fazendo-se os devidos ajustes, obtêm-se:

$$\frac{dI^2(x, \omega)}{dx^2} = Y(\omega) Z(\omega) I(x, \omega) \quad (2.19)$$

$$\frac{dV^2(x, \omega)}{dx^2} = Z(\omega) Y(\omega) V(x, \omega) \quad (2.20)$$

As equações (2.19) e (2.20) são equações diferenciais de segunda ordem de uma linha de transmissão monofásica, escritas no domínio da frequência.

2.3 – Equações diferenciais de uma linha polifásica

Para uma linha polifásica, no domínio da frequência, a impedância longitudinal e a admitância transversal, por unidade de comprimento, são escritas nas formas:

$$[Z(\omega)] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[Y(\omega)] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2n} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & \cdots & Y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Nas expressões (2.21) e (2.22), têm-se:

$$Z_{ii} = R_{ii}(\omega) + j\omega L_{ii}(\omega) \quad (2.23)$$

$$Z_{ij} = R_{ij}(\omega) + j\omega L_{ij}(\omega) \quad (2.24)$$

$$Y_{ii} = G_{ii} + j\omega C_{ii} \quad (2.25)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + j\omega C_{ij} \quad (2.26)$$

sendo:

Z_{ii} - impedância própria da fase i;

Z_{ij} - impedância mútua entre as fase i e j;

Y_{ii} - admitância própria da fase i;

Y_{ij} - admitância mútua entre as fase i e j;

Nas equações (2.19) e (2.20), as matrizes $[Z(\omega)]$ e $[Y(\omega)]$ são, respectivamente, as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal da linha, por unidade de comprimento.

Desse modo, considerando as equações 2.21 e 2.22, têm-se:

$$\frac{dI^2(x, \omega)}{dx^2} = Y(\omega) Z(\omega) I(x, \omega) \quad (2.27)$$

$$\frac{dV^2(x, \omega)}{dx^2} = Z(\omega) Y(\omega) V(x, \omega) \quad (2.28)$$

Nas equações (2.27) e (2.28), $[I(\omega)]$ e $[V(\omega)]$ são, respectivamente, os vetores com as correntes e as tensões de fase da linha, escritas no domínio da frequência.

2.4 – Conclusão

Neste capítulo, foram deduzidas as equações diferenciais que representam uma linha de transmissão cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha e dependentes da frequência.

Foram mostradas as equações diferenciais da linha no domínio do tempo e no domínio da frequência.

3

SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

3.1 – Introdução

A obtenção da solução das equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica diretamente no domínio do tempo é bastante trabalhosa. Porém, pode ser obtida para caso de linhas sem perdas, cujos parâmetros são invariáveis com a frequência.

Uma opção para se obter a solução das equações diferenciais da linha no domínio do tempo consiste em escrever essas equações no domínio da frequência, obter suas soluções no domínio da frequência e a partir do uso de transformadas inversas de Laplace ou Fourier, chegar à resposta no domínio do tempo.

Essa opção permite que seja levado em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha. No entanto, esse procedimento exige o uso de integrais de convolução, cujas soluções não são encontradas com facilidade.

Existem modelos que permitem obter a resposta diretamente no domínio do tempo, sem o uso de integrais de convolução. Nesses modelos, a linha é representada por meio de uma grande quantidade de circuitos π conectados em cascata e o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais pode ser sintetizado por meio da associação série e paralela de resistores e indutores.

3.2 – Solução no domínio do tempo para linhas sem perdas.

Conforme mostrado no capítulo 2, uma linha de transmissão monofásica pode ser descrita pelas seguintes equações diferenciais:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R i(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G v(x,t) + C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

Para o caso de uma linha sem perdas, R e G são nulos. Desse modo, as equações (3.1) e (3.2) tornam-se:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

A solução das equações diferenciais (3.3) e (3.4) são bem conhecidas (NAIDU, 1985).

No entanto, esse modelo não representa adequadamente uma linha real, pois não leva em consideração as perdas de energia e a variação dos parâmetros com a frequência.

3.3 – Solução no domínio do tempo para linhas com perdas.

Uma linha de transmissão, cujos parâmetros possam ser considerados independentes da frequência, pode ser representada, de maneira aproximada e obedecendo a uma série de restrições, como sendo uma cascata de circuitos π (NELMS, 1989, MAMIS, 2003).

A figura 3.1 mostra uma linha de transmissão monofásica representada por meio de uma cascata de n circuitos π .

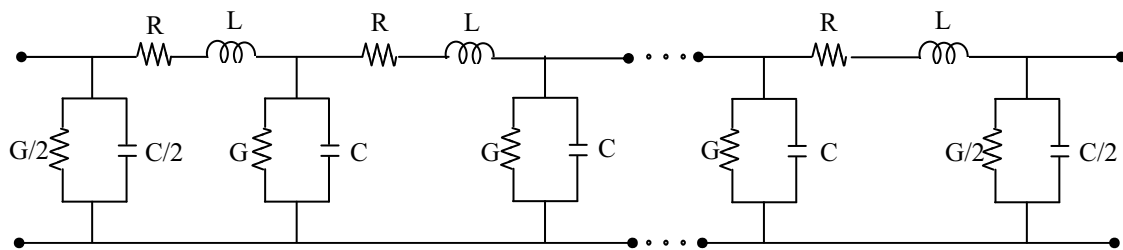


Figura 3.1 – Linha representada por meio de uma cascata de circuitos π .

Na figura 3.1, os parâmetros R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais da linha e os parâmetros G e C são, respectivamente, a condutância e a capacitância transversais. Esses parâmetros são escritos como sendo:

$$R = R' \frac{d}{n} \tag{3.5}$$

$$L = L' \frac{d}{n} \tag{3.6}$$

$$G = G' \frac{d}{n} \tag{3.7}$$

$$C = C' \frac{d}{n} \tag{3.8}$$

Nas equações (3.5) a (3.8), R' , L' , C' e G' são os parâmetros totais da linha, por unidade de comprimento, d é o comprimento da linha e n a quantidade de circuitos π .

O efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais podem ser sintetizados por meio de uma associação série paralela de resistores e indutores, que substituirão a associação RL série em cada um dos circuitos π mostrados na figura 3.1 (SARTO, 2001).

A figura 3.2 mostra um circuito π de uma cascata que representa uma linha cuja influência da frequência é levada em consideração (TAVARES,1999, MARTI, 1982).

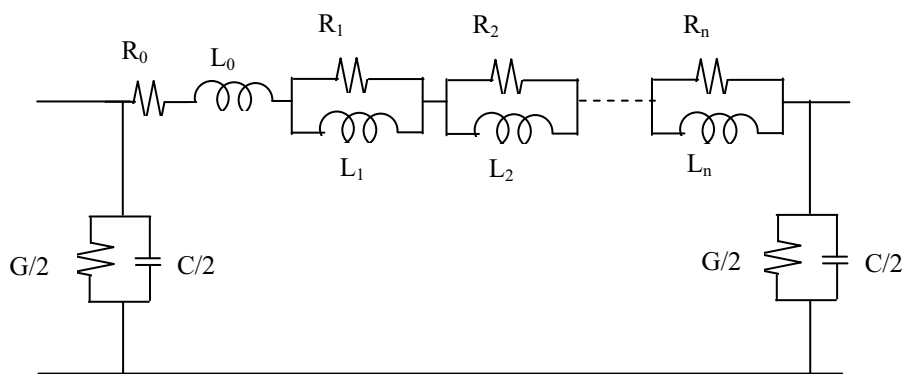


Figura 3.2 – Cascata de circuitos π considerando o efeito da frequência.

Uma linha que é representada por meio de uma cascata de circuitos π , conforme mostrado na figura 3.1, pode ser descrita também por meio de variáveis de estado (NELMS et al. 1989, MAMIS, 2002, MAMIS, 2003). No entanto, esse modelo somente foi utilizado pelos

autores, anteriormente mencionados, para representar linhas de transmissão monofásicas em que a influência da frequência sobre os parâmetros possa ser desconsiderada.

Na figura 3.2, as associações RL paralelas são tantas quantas forem necessárias para representar a variação dos parâmetros em cada década de frequência que será considerada.

(KUROKAWA, et al. 2007, KUROKAWA, et al. 2008) inseriu a influência da frequência nas matrizes de estado que descrevem uma linha de transmissão monofásica. Desse modo, se uma cascata de n circuitos π do tipo mostrado na figura 3.2 é utilizada para representar uma linha monofásica de comprimento d e são utilizadas m associações paralelas de resistores e indutores para sintetizar a influência da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha, essa linha pode ser descrita na forma de variáveis de estado. Ou seja:

$$[\dot{X}] = [A] [X] + [B] u(t) \tag{3.9}$$

Em (3.9), $[\dot{X}]$ é o vetor de estados, $[A]$ é uma matriz quadrada e $[B]$ é uma matriz coluna. A função $u(t)$ é a entrada que será aplicada no sistema. O vetor $[X]$ é denominado vetor de estado, enquanto que as matrizes $[A]$ e $[B]$ são denominadas matrizes de estado. O vetor $[\dot{X}]$ é a derivada do vetor $[X]$ em relação ao tempo.

3.4 – Solução no domínio do tempo por meio de integrais de convolução.

Considere uma linha de comprimento d , conforme mostra a figura 3.3.



Figura 3.3 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .

Na figura 3.3, $V_A(\omega)$ e $V_B(\omega)$ são as tensões nos terminais A e B da linha, enquanto que $I_A(\omega)$ e $I_B(\omega)$ são as correntes nos respectivos terminais no domínio da frequência.

No capítulo 2, foi mostrado que as equações diferenciais que descrevem as correntes e tensões no domínio da frequência em uma linha monofásica são escritas como sendo:

$$-\frac{dI(x, \omega)}{dx} = Y(\omega) V(x, \omega) \quad (3.10)$$

$$-\frac{dV(x, \omega)}{dx} = Z(\omega) I(x, \omega) \quad (3.11)$$

Mostra-se que as soluções para as equações (3.10) e (3.11), quando aplicada na linha da figura 3.3, conforme (BUDNER, 1970), são:

$$V_A(\omega) = V_B(\omega) \cosh(\gamma d) - Z_C I_B(\omega) \sinh(\gamma d) \quad (3.12)$$

$$I_A(\omega) = I_B(\omega) \cosh(\gamma d) - \frac{V_B(\omega)}{Z_C} \sinh(\gamma d) \quad (3.13)$$

Nas equações (3.12) e (3.13), o termo γ é a constante de propagação, e Z_C é a impedância característica (ou impedância natural) da linha. Tais termos são escritos como sendo (MARTI, 1982, CHIPMAN, 1976):

$$\gamma(\omega) = \sqrt{Z(\omega) Y(\omega)} \quad (3.14)$$

$$Z_C(\omega) = \sqrt{\frac{Z(\omega)}{Y(\omega)}} \quad (3.15)$$

Nas equações (3.14) e (3.15), Z e Y são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal da linha por unidade de comprimento.

Das equações (3.12) e (3.13), obtêm-se:

$$I_A(\omega) = \frac{1}{Z_C} \cosh(\gamma d) V_A(\omega) - \frac{1}{Z_C \sinh(\gamma d)} V_B(\omega) \quad (3.16)$$

$$I_B(\omega) = \frac{1}{Z_C} \cosh(\gamma d) V_B(\omega) - \frac{1}{Z_C \sinh(\gamma d)} V_A(\omega) \quad (3.17)$$

As expressões (3.16) e (3.17) podem ser escritas de maneira simplificada como sendo:

$$I_A(\omega) = Y_{AA}(\omega) V_A(\omega) + Y_{AB}(\omega) V_B(\omega) \quad (3.18)$$

$$I_B(\omega) = Y_{BA}(\omega) V_A(\omega) + Y_{BB}(\omega) V_B(\omega) \quad (3.19)$$

As equações (3.18) e (3.19) estão no domínio da frequência. As correspondentes soluções no domínio do tempo são (BUDNER, 1970):

$$i_A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{AA}}(t-\tau) v_A(t) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{AB}}(t-\tau) v_B(t) d\tau \quad (3.20)$$

$$i_B(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{BA}}(t-\tau) v_A(t) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{BB}}(t-\tau) v_B(t) d\tau \quad (3.21)$$

As grandezas $i_A(t)$, $i_B(t)$, $v_A(t)$ e $v_B(t)$ são as correntes e tensões nos extremos da linha. Verifica-se nas equações (3.20) e (3.21) a presença de integrais de convolução. Nessas equações, as correntes nos terminais da linha, em um instante t qualquer, são obtidas de uma soma ponderada das tensões nos instantes t e $t-\tau$.

As grandezas $\overline{y_{AA}}$, $\overline{y_{AB}}$, $\overline{y_{BA}}$, $\overline{y_{BB}}$ são as transformadas inversas de Fourier das admitâncias Y_{AA} , Y_{AB} , Y_{BA} , Y_{BB} , respectivamente (SPIEGEL, 1971).

A obtenção das correntes e tensões nos terminais da linha por meio de integrais de convolução é um processo bastante complexo, pois as funções $\overline{y_{AA}}(t-\lambda)$, $\overline{y_{AB}}(t-\lambda)$, $\overline{y_{BA}}(t-\lambda)$ e $\overline{y_{BB}}(t-\lambda)$ dificilmente podem ser expressas na forma analítica.

3.5 – Conclusão

Neste capítulo, foram mostradas as soluções de uma linha de transmissão monofásica no domínio do tempo.

O caso mais simples é uma linha sem perdas, cujos parâmetros sejam independentes da frequência, sendo, provavelmente, a única situação em que as equações diferenciais possuem uma solução analítica simples.

Portanto, foram mostradas as soluções diretamente no domínio do tempo para linhas com perdas, considerando ou não a influência da frequência sobre seus parâmetros longitudinais, utilizando equações de estado ou por meio do uso de integrais de convolução. Foi constatado que o uso de integrais de convolução é um processo bastante complexo.

4

PARAMÊTROS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO CONSIDERANDO O EFEITO DA FREQUÊNCIA

4.1 – Introdução

Uma linha de transmissão de energia elétrica possui quatro parâmetros que influenciam no seu comportamento como componente de um sistema de potência, são eles: resistência, indutância, capacitância e condutância.

Um dos aspectos mais importantes na representação da linha, para estudos de transitórios eletromagnéticos, consiste em considerar que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento e que são variáveis em função da frequência.

Modelos em que os parâmetros são considerados constantes não representam adequadamente a linha em toda faixa de frequência presente durante o transitório sendo que, na maioria dos casos, a utilização de parâmetros constantes amplifica as componentes harmônicas dos sinais e provoca distorções nas formas de onda.

4.2 – Impedância longitudinal da linha de transmissão

As impedâncias, próprias e mútuas, inseridas nas equações de uma linha representada no domínio da frequência, podem ser obtidas a partir da solução das equações de Maxwell, levando em consideração as condições de contorno de três materiais: o condutor propriamente dito, o ar e o solo (HOFMANN et al., 2003). Considerando que esses três materiais podem ser caracterizados por uma resistência, por uma permeabilidade magnética e por uma permissividade dielétrica, mostra-se que as impedâncias da linha podem ser escritas em função das propriedades físicas do sistema (ar, solo e condutor) e da frequência.

Os parâmetros da linha de transmissão são variáveis em função da frequência devido aos efeitos solo (equações de Carson) e pelicular (equações modificadas de Bessel) (KUROKAWA, 2003).

A impedância longitudinal de uma linha de transmissão, a título de cálculo, é dividida em três componentes que são:

- Z_{ext} : Impedância externa;
- Z_{int} : Impedância Interna;
- Z_{solo} : Impedância devido ao retorno da corrente através do solo.

A matriz de impedância $[Z]$ pode ser escrita como sendo então (KUROKAWA, 2003):

$$[Z(\omega)] = [Z(\omega)]_{ext} + [Z(\omega)]_{int} + [Z(\omega)]_{solo} \quad (4.1)$$

4.2.1– Impedância externa de uma linha de transmissão

Considere os condutores i e k de uma linha de transmissão genérica que está sobre um solo ideal, conforme mostra a figura 4.1 (FUCHS, 1979, HOFMANN et al., 2003).

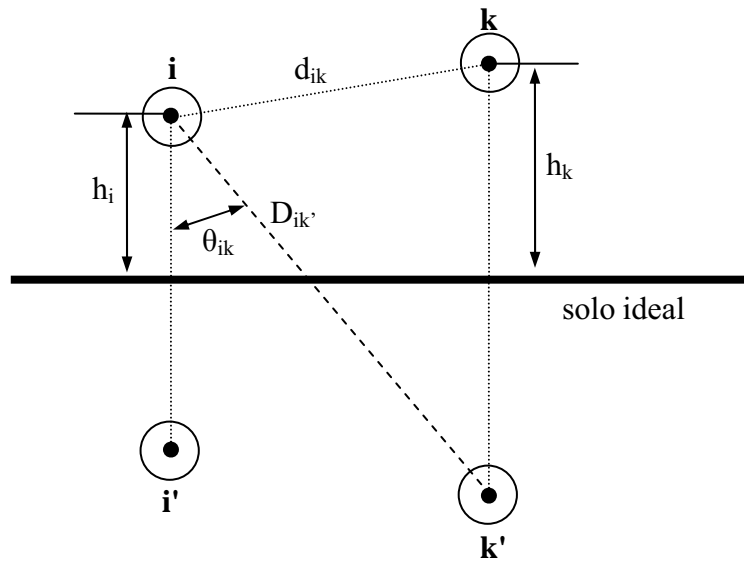


Figura 4.1 – Condutores i e k , sobre um solo ideal, e suas respectivas imagens i' e k' .

A impedância externa é devido ao campo magnético presente no ar, que envolve os condutores e, em seu cálculo, considera-se o solo com condutividade infinita.

A impedância externa é representada pela seguinte equação:

$$Z_{ext} = R_{ext} + jX_{ext} \quad (4.2)$$

Definindo R_{ext} como nulo tem-se que as impedâncias externas próprias dos condutores i e k são descritas como sendo:

$$Z_{\text{ext}(ii)}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (4.3)$$

$$Z_{\text{ext}(kk)}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (4.4)$$

Nas equações (4.3) e (4.4), r_i e r_k são os raios dos condutores i e k , respectivamente, μ é definido por $\mu = \mu_0 \mu_r$, onde para o ar e para o material metálico não magnético $\mu_r \cong 1$.

As impedâncias externas mútuas relativas aos condutores i e k são descritas como sendo:

$$Z_{\text{ext}(ik)}(\omega) = Z_{\text{ext}(ki)}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik'}}{d_{ik}}\right) \quad (4.5)$$

A impedância externa pode ser escrita como sendo:

$$Z_{\text{ext}}(\omega) = j\omega L_{\text{ext}} \quad (4.6)$$

Na equação (4.6), vale observar que $Z_{\text{ext}}(\omega)$ é uma reatância indutiva, sendo que é composta apenas pela parcela imaginária.

Desse modo, para uma linha de n fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedâncias externas $[Z_{\text{ext}}]$ como sendo:

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A matriz de impedância $[Z_{\text{ext}}]$ pode ser escrita como sendo:

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega[L_{\text{ext}}] \quad (4.8)$$

onde: $[L_{\text{ext}}]$ é a matriz de indutâncias externas.

A matriz $[L_{\text{ext}}]$ pode ser escrita sob a forma:

$$[L_{\text{ext}}] = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Observa-se na equação (4.9) que a matriz de indutância externa da linha é função das características geométricas dos condutores e das características do meio que constituem a linha e é independente da frequência.

4.2.2– Impedância interna de uma linha de transmissão.

A impedância interna ou impedância devido ao efeito pelicular (ou efeito skin) está presente sempre que um condutor é percorrido por uma corrente alternada. Quando percorrido por corrente alternada ocorre uma distribuição não uniforme de corrente elétrica na área da seção transversal do condutor, que causa um aumento na resistência efetiva do condutor e diminuição na indutância interna à medida que a frequência aumenta.

No cálculo da impedância interna de um condutor cilíndrico e sólido pode-se utilizar as funções de Bessel de primeira ordem ou funções modificadas de Bessel. Desse modo, a impedância interna é obtida como a razão entre a queda de tensão ao longo da superfície e a corrente total num circuito fechado. Logo, tal impedância pode ser expressa como (FUCHS, 1979, STEVENSON, 1978, GATOUS, 2005):

$$Z(\omega)_{\text{int}} = \frac{j \omega \mu}{2 \pi r m} \left[\frac{\text{ber}(m r) + j \text{bei}(m r)}{\text{bei}'(m r) - j \text{ber}'(m r)} \right] \quad (4.10)$$

sendo:

$$m = \sqrt{j \omega \sigma \mu} \quad (4.11)$$

Nesse caso, r [m] é o raio do condutor, μ [H/m] é a permeabilidade magnética do material do condutor e σ [Ω/m^2] é a condutividade do material do condutor. A permeabilidade magnética é usualmente definida por:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (4.12)$$

onde: μ_0 (H/m) é a permeabilidade magnética do vácuo e μ_r é a permeabilidade magnética relativa do material do condutor.

As funções $\text{ber}(mr)$ e $\text{bei}(mr)$ e as suas derivadas $\text{ber}'(mr)$ e $\text{bei}'(mr)$ são funções de Bessel usualmente definidas por:

$$\text{ber}(mr) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(mr/2)^{2k}}{k! \Gamma(k+1)} \cos\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (4.13)$$

$$\text{bei}(mr) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(mr/2)^{2k}}{k! \Gamma(k+1)} \sin\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (4.14)$$

$$\text{ber}'(mr) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k(mr/2)^{2k-1}}{k! \Gamma(k+1)} \cos\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (4.15)$$

$$\text{bei}'(mr) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k(mr/2)^{2k-1}}{k! \Gamma(k+1)} \sin\left(\frac{2k\pi}{4}\right) \quad (4.16)$$

sendo:

$$\Gamma(k) = (k - 1)! \quad (4.17)$$

Logo, a impedância interna de um condutor pode ser determinada em qualquer frequência, desde que sejam conhecidos o raio, a resistividade e a permeabilidade magnética. Para ser consistente com o S.I., a resistividade deve ser dada em $[\Omega/\text{m}]$ e a permeabilidade magnética relativa do vácuo vale $4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$.

Portanto, para uma linha de n fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedâncias internas $[Z_{\text{int}}]$ como sendo:

$$[Z_{\text{int}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{int}(11)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{\text{int}(22)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{\text{int}(nn)} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Assim, a impedância interna pode ser escrita como sendo uma componente real e outra imaginária:

$$Z_{\text{int}}(\omega) = R_{\text{int}}(\omega) + j\omega L_{\text{int}}(\omega) \quad (4.19)$$

Os termos R_{int} e L_{int} , são a resistência e a indutância, que são variáveis com a frequência.

4.2.3– Impedância considerando o efeito do solo

Os efeitos do solo sobre os parâmetros longitudinais podem ser calculados por meio das equações de Carson e de Pollaczek. Ambas as equações podem ser aplicadas em linhas aéreas (DOMMEL, 1986, KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008).

Considere os condutores i e k dispostos sobre um solo não ideal, conforme mostra a figura 4.2.

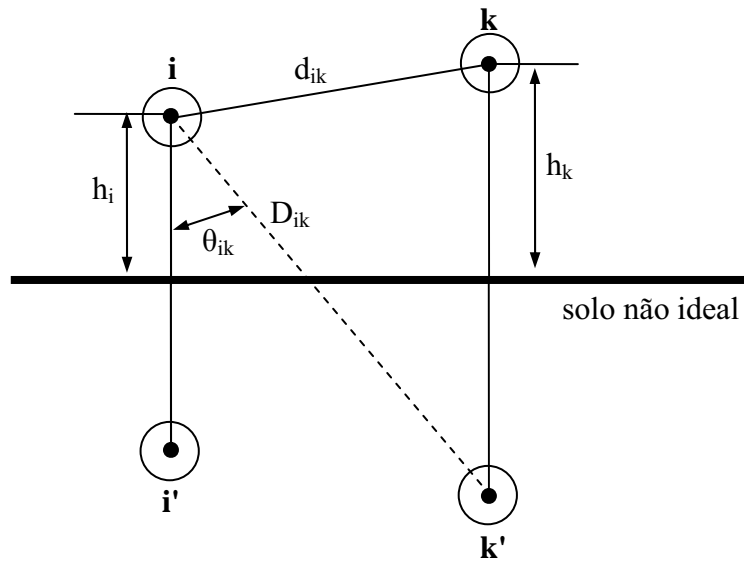


Figura 4.2 – Condutores i e k, sobre um solo não ideal, com suas imagens i' e k'.

Considerando condutores paralelos ao solo, admitindo a resistividade como uniforme e a extensão como infinita, Carson demonstrou que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais às impedâncias para um circuito envolvendo um solo ideal, no qual se pode considerar um condutor imagem à mesma profundidade que a altura do condutor sobre o solo, acrescida de um fator de correção aplicável a ambas as impedâncias (DOMMEL, 1996).

O termo de correção foi então denominado impedância devido ao efeito solo. Desse modo, para os condutores i e k, mostrados na figura 4.2, as impedâncias próprias e mútuas (devido ao efeito solo) desses condutores podem ser calculadas, respectivamente, da seguinte maneira (FUCHS, 1979, STEVENSON, 1978):

$$Z_{\text{solo}} = \Delta R + j\Delta X \quad (4.20)$$

Na equação (4.20), ΔR é o fator de correção dos termos de resistência considerando o efeito do solo e ΔX é o fator de correção dos termos de indutância considerando o efeito do solo. Os termos de correção ΔR e ΔX são funções do ângulo θ , ($\theta = 0$ para ΔR_{ii} , ΔX_{kk} e $\theta = \theta_{ik}$ para ΔR_{ik} e ΔX_{ik}) e o termo a é definido por (DOMMEL, 1996):

$$a = 4\pi\sqrt{5}10^{-7} D \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (4.21)$$

Na equação (4.21), ρ é a resistividade do solo, em $[\Omega.m]$, $D = D_{ik}$ é a distância entre o condutor i e a imagem do condutor k para os termos de correção mútuos (ΔR_{ik} , ΔX_{ik}). Para os termos de correção próprios (ΔR_{ii} , ΔX_{kk}), sendo h_i a altura do condutor i em relação ao solo, tem-se:

$$D = D_{ii} = 2h_i \quad (4.22)$$

Para $a \leq 5$, têm-se (DOMMEL, 1996):

$$\begin{aligned} \Delta R = 4\omega 10^{-4} & \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 a \cos\theta + b_2 [(c_2 - \ln a)a^2 \cos 2\theta + \theta a^2 \sin 2\theta] \right. \\ & + b_3 a^3 \cos 3\theta - d_4 a^4 \cos 4\theta - b_5 a^5 \cos 5\theta + b_6 [(c_6 - \ln a)a^6 \cos 6\theta + \theta a^6 \sin 6\theta] \\ & \left. + b_7 a^7 \cos 7\theta - d_8 \cos 8\theta - \dots \right\} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta X = 4\omega 10^{-4} & \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln a) + b_1 a \cos\theta - d_2 a^2 \cos 2\theta + b_3 a^3 \cos 3\theta \right. \\ & - b_4 [(c_4 - \ln a)a^4 \cos 4\theta + \theta a^4 \sin 4\theta] + b_5 a^5 \cos 5\theta - d_6 a^6 \cos 6\theta + b_7 a^7 \cos 7\theta \\ & \left. - b_8 [(c_8 - \ln a)a^8 \cos 8\theta + \theta a^8 \sin 8\theta] + \dots \right\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Os coeficientes b_i , c_i e d_i das equações (4.23) e (4.24) são constantes e podem ser obtidos pelas seguintes relações:

$$b_i = |b_{i-2}| \frac{\text{sign}}{i(i+2)} \quad (4.25)$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad (4.26)$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (4.27)$$

A partir de: $b_1 = \sqrt{2}/6$, $b_2 = 1/16$ e $c_2 = 1,3659315$.

A função sign alterna-se em quatro termos sucessivos (sign = +1 para $i = 1, 2, 3, 4$; sign = -1 para $i = 5, 6, 7, 8$, alternando-se sucessivamente).

Para $a > 5$, têm-se (DOMMEL, 1996):

$$\Delta R = \frac{4\omega 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\theta}{(a)^2} + \frac{\cos 3\theta}{(a)^3} + \frac{3 \cos 5\theta}{(a)^5} + \frac{5 \cos 7\theta}{(a)^7} \right) \quad (4.28)$$

$$\Delta X = \frac{4\omega 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \theta}{a} - \frac{\cos 3\theta}{(a)^3} + \frac{3 \cos 5\theta}{(a)^5} - \frac{5 \cos 7\theta}{(a)^7} \right) \quad (4.29)$$

Desse modo, a matriz de impedâncias de uma linha em que há o retorno de corrente através do solo é escrita como sendo:

$$[Z_{\text{solo}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{solo}(11)} & Z_{\text{solo}(12)} & \cdots & Z_{\text{solo}(1n)} \\ Z_{\text{solo}(21)} & Z_{\text{solo}(22)} & \cdots & Z_{\text{solo}(2n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\text{solo}(n1)} & Z_{\text{solo}(n2)} & \cdots & Z_{\text{solo}(nn)} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

A matriz de impedância $[Z_{\text{solo}}]$ pode ser decomposta em uma componente real e outra imaginária, resultando em:

$$[Z_{\text{solo}}] = [R_{\text{solo}}(\omega)] + j\omega[L_{\text{solo}}(\omega)] \quad (4.31)$$

Na equação (4.31), $[R_{\text{solo}}(\omega)]$ é a matriz de resistências devido ao efeito solo enquanto que $[L_{\text{solo}}(\omega)]$ é a matriz de indutâncias devido ao efeito solo.

As matrizes $[R_{\text{solo}}(\omega)]$ e $[L_{\text{solo}}(\omega)]$ são variáveis em relação à frequência.

4.3 – Admitância transversal da linha de transmissão (FUCHS, 1979)

A diferença de potencial entre os condutores de uma linha de transmissão faz com que se carreguem da mesma maneira que as placas de um capacitor quando entre elas existe uma diferença de potencial. A capacitância entre os condutores é a carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles.

Além da capacitância, existe também, em uma linha aérea de transmissão, uma condutância entre os condutores e o solo. Essa condutância é denominada condutância de dispersão (STEVENSON, 1978).

Considerando os condutores i e k da figura 4.2 carregados com carga Q_i e Q_k , e seus condutores imagens com cargas $-Q_i$ e $-Q_k$, respectivamente, tem-se que a diferença de potencial do condutor i em relação ao solo é dada por (FUCHS, 1979):

$$V_i = \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} + \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik'}}{d_{ik}} \quad (4.32)$$

E a diferença de potencial do condutor k em relação ao solo é:

$$V_k = \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_k}{r_k} + \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik'}}{d_{ik}} \quad (4.33)$$

Nas equações (4.32) e (4.33), r_i e r_k são os raios dos condutores i e k , respectivamente. O termo ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo e assume o valor $\epsilon_0 = (1/36\pi)10^{-6}$ F/ km.

Para um sistema de n condutores a diferença de potencial de um condutor em relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{2h_1}{r_1} + Q_2 \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} + \dots + Q_n \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} \right) \quad (4.34)$$

Na equação (4.34), Q_1 , Q_2 e Q_n representam as cargas no primeiro, segundo e n -ésimo condutor. Esses condutores apresentam raios r com índices $1, 2, \dots, n$ para primeiro, segundo e n -ésimo respectivamente. De forma análoga, pode-se verificar as equações para os demais condutores do sistema.

$$V_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} + Q_2 \ln \frac{2h_2}{r_2} + \dots + Q_n \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} \right) \quad (4.35)$$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(Q_1 \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} + Q_2 \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} + \dots + Q_n \ln \frac{2h_n}{r_n} \right) \quad (4.36)$$

Escrevendo (4.34) a (4.36) na forma genérica matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1n'}}{d_{1n}} \\ \ln \frac{D_{21'}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2n'}}{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n1'}}{d_{n1}} & \ln \frac{D_{n2'}}{d_{n2}} & \dots & \ln \frac{2h_n}{r_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

A equação matricial (4.37) pode ser escrita como:

$$[V] = [E] [Q] \quad (4.38)$$

Na equação (4.38), a matriz $[E]$ é denominada matriz dos coeficientes de potencial (ou matriz dos coeficientes de campo elétrico).

A partir da definição de capacitância de um sistema de dois condutores, pode-se definir a seguinte relação matricial para uma linha de n condutores:

$$[Q] = [C] [V] \quad (4.39)$$

Na expressão (4.39), a matriz $[C]$ é a matriz de capacitâncias de um sistema de n condutores.

Desse modo, a partir das equações (4.38) e (4.39), pode-se escrever a matriz de capacitâncias como sendo:

$$[C] = [E]^{-1} \quad (4.40)$$

Na expressão (4.40), os elementos da matriz $[C]$ são expressos em $[F/km]$, para ϵ_0 em $[F/km]$.

Logo, a matriz de capacitância da equação matricial (4.39) pode ser determinada como sendo:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

O significado dos elementos da matriz $[C]$, mostrada na expressão (4.41), pode ser visualizado na figura 4.3.

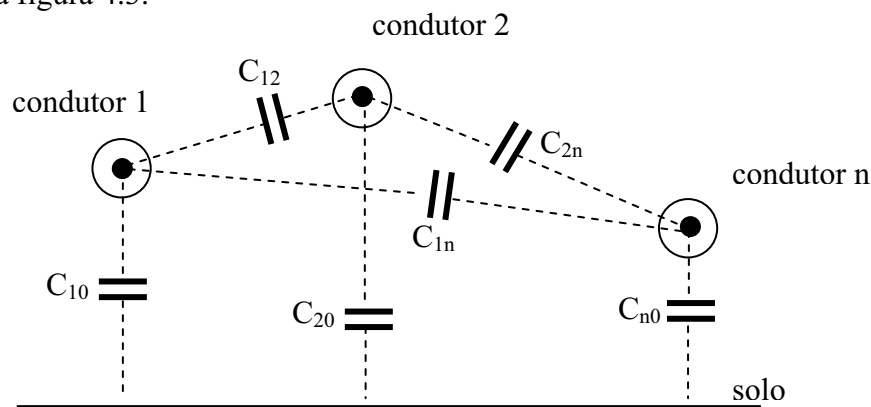


Figura 4.3 – Capacitâncias em um sistema de n condutores.

Considerando que os condutores da figura 4.3 estão nos potenciais V_1, V_2, \dots e V_n em relação ao solo, as cargas elétricas armazenadas em cada um dos respectivos condutores são (FUCHS, 1979):

$$Q_1 = (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n})V_1 - C_{12} V_2 - \dots - C_{1n} V_n \quad (4.42)$$

$$Q_2 = -C_{21} V_1 + (C_{20} + C_{21} + \dots + C_{2n})V_2 - \dots - C_{2n} V_n \quad (4.43)$$

$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$

$$Q_n = -C_{n1} V_1 - C_{n2} V_2 - \dots + (C_{n0} + C_{n1} + C_{n2} + \dots)V_n \quad (4.44)$$

As equações (4.42), (4.43) e (4.44) podem ser escritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n}) & -C_{12} & \dots & -C_{1n} \\ -C_{21} & (C_{20} + C_{21} + \dots + C_{2n}) & \dots & -C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{n1} & C_{n2} & \dots & (C_{n0} + C_{n1} + C_{n2} + \dots) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Logo, (4.45) pode ser escrita como:

$$[Q] = [C][V] \quad (4.46)$$

Relacionando (4.41) e (4.45), pode-se concluir que os elementos com índice ii , ou seja, C_{ii} em (4.41), correspondem à soma das capacitâncias existentes entre o i -ésimo condutor e os demais, além da capacitância existente entre esse condutor e o solo. Um elemento com índice ij , ou seja, C_{ij} , corresponde à capacitância entre os condutores i e j .

Conclui-se que a matriz de admitâncias transversais de uma linha de transmissão é dada por (FUCHS, 1979):

$$[Y] = j\omega[C] \quad (4.47)$$

Na expressão (4.47), $[C]$ é a matriz de capacitâncias obtida na equação (4.45).

4.4 – Conclusão

Neste capítulo, foram estudados os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão, sendo que os mesmos podem ser obtidos a partir do cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal, respectivamente.

O efeito do retorno através do solo e o efeito skin (pelicular), tornam os parâmetros da linha altamente dependentes da frequência, sendo que Carson e Pollaczek desenvolveram modelos matemáticos que representam o efeito do retorno de corrente através do solo (PETTERSSON et al., 1999, D' AMORE et al., 1997).

Portanto, os parâmetros de uma linha de transmissão são fortemente dependentes da frequência.

5

REPRESENTAÇÃO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO BIFÁSICA NO DOMÍNIO MODAL

5.1 – Introdução

Uma linha de transmissão de n fases pode ser decomposta em seus n modos. E a representação de uma linha em seus modos é apenas um método matemático para a simplificação dos cálculos dos transitórios eletromagnéticos. Uma vez, obtidos os resultados nos modos, aplicam-se as matrizes de transformação para ter os resultados nas fases, pois, quando se representa uma linha polifásica em seus modos, a linha de n fases se transforma em n linhas monofásicas. Assim, a implementação dos cálculos eletromagnéticos em um software é feita de forma simples (KUROKAWA, 2003, BUDNER, 1970).

Este capítulo mostrará de forma simplificada o processo de decomposição modal de linhas de transmissão (KUROKAWA, 2003), a dedução da matriz de transformação $[T_V]$ e a representação de uma linha bifásica em seus modos para a simulação dos transitórios eletromagnéticos.

5.2 – Decomposição modal de linhas de transmissão

As equações diferenciais de primeira ordem para uma linha de transmissão com n fases são:

$$\frac{\partial[V(x, \omega)]}{\partial x} = -[z(\omega)][I(x, \omega)] \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial[I(x, \omega)]}{\partial x} = -[y(\omega)][V(x, \omega)] \quad (5.2)$$

As equações diferenciais de segunda ordem para uma linha de transmissão com n fases, escritas no domínio da frequência, são:

$$\frac{\partial^2 [V(x, \omega)]}{\partial x^2} = [z(\omega)][y(\omega)][V(x, \omega)] \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial^2 [I(x, \omega)]}{\partial x^2} = [y(\omega)][z(\omega)][I(x, \omega)] \quad (5.4)$$

As matrizes $[z(\omega)]$ e $[y(\omega)]$ são, respectivamente, as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal por unidade de comprimento da linha. Os vetores $[V(x, \omega)]$ e $[I(x, \omega)]$ são, respectivamente, os vetores com as tensões e correntes de fase.

O termo ω corresponde a frequência angular. As matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal por unidade de comprimento da linha, assim como os vetores de corrente e tensão, são variáveis em relação à frequência. Por questões de simplificação, o termo ω será omitido dessas grandezas no restante deste capítulo.

A matriz $[z]$ leva em consideração o efeito do solo e o efeito pelicular (DOMMEL, 1969, MARTI, 1983). Os vetores $[V]$ e $[I]$ são os vetores de tensões e correntes de fase, respectivamente.

As equações de (5.1) a (5.4) estão no domínio das fases e são de difícil resolução, uma vez que os produtos matriciais $[z][y]$ e $[y][z]$ são, de maneira genérica, distintos (as matrizes $[z]$ e $[y]$ não são matrizes diagonais).

Tais produtos podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização de uma transformação de similaridade (CHEN, 1984). Nesse caso, os produtos matriciais $[z][y]$ e $[y][z]$ resultarão em matrizes diagonais cujos elementos são os autovalores dos produtos matriciais.

A matriz $[\lambda_v]$, que é a matriz com os autovalores de $[z][y]$ é calculada por meio da seguinte relação:

$$[\lambda_v] = [T_v]^{-1} [z][y][T_v] \quad (5.5)$$

Os autovalores $[\lambda_1]$ do produto matricial $[y][z]$ são:

$$[\lambda_1] = [T_1]^{-1} [y][z][T_1] \quad (5.6)$$

Nas equações (5.5) e (5.6), as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são, respectivamente, as matrizes cujas colunas são os autovetores das matrizes $[z][y]$ e $[y][z]$. As matrizes $[T_V]$, $[T_I]$, $[\lambda_I]$ e $[\lambda_V]$ são complexas e variáveis em relação à frequência.

Os produtos matriciais $[z][y]$ e $[y][z]$, de maneira genérica são distintos e, portanto, as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são diferentes.

No entanto, mesmo sendo $[z][y]$ e $[y][z]$ matrizes distintas, seus determinantes e conseqüentemente seus autovalores $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ são iguais:

$$[\lambda_V] = [\lambda_I] \quad (5.7)$$

Denominando os autovalores dos produtos $[z][y]$ e $[y][z]$ de $[\lambda_m]$, obtêm-se:

$$[\lambda_m] = [\lambda_V] \quad (5.8)$$

$$[\lambda_m] = [\lambda_I] \quad (5.9)$$

Substituindo as equações (5.8) e (5.9) nas equações (5.5) e (5.6), respectivamente, e fazendo alguns ajustes, têm-se:

$$\frac{\partial^2 [V]}{\partial x^2} = [T_V][\lambda_m][T_V]^{-1} [V] \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial^2 [I]}{\partial x^2} = [T_I][\lambda_m][T_I]^{-1} [I] \quad (5.11)$$

Pré-multiplicando as equações (5.10) e (5.11) por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$, respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 [T_V]^{-1} [V]}{\partial x^2} = [\lambda_m][T_V]^{-1} [V] \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial^2 [\mathbf{T}_I]^{-1} [\mathbf{I}]}{\partial x^2} = [\lambda_m] [\mathbf{T}_I]^{-1} [\mathbf{I}] \quad (5.13)$$

Nas equações (5.12) e (5.13), pode-se definir as correntes e tensões modais como sendo:

$$[\mathbf{E}_m] = [\mathbf{T}_V]^{-1} [\mathbf{V}] \quad (5.14)$$

$$[\mathbf{I}_m] = [\mathbf{T}_I]^{-1} [\mathbf{I}] \quad (5.15)$$

Manipulando as equações (5.14) e (5.15), obtêm-se:

$$[\mathbf{V}] = [\mathbf{T}_V] [\mathbf{E}_m] \quad (5.16)$$

$$[\mathbf{I}] = [\mathbf{T}_I] [\mathbf{I}_m] \quad (5.17)$$

Nesse caso, $[\mathbf{E}_m]$ e $[\mathbf{I}_m]$ são os vetores com as tensões e as correntes modais da linha, respectivamente. Substituindo $[\mathbf{V}]$ e $[\mathbf{I}]$ das equações (5.16) e (5.17) nas equações (5.10) e (5.11), respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 [\mathbf{E}_m]}{\partial x^2} = [\lambda_m] [\mathbf{E}_m] \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial^2 [\mathbf{I}_m]}{\partial x^2} = [\lambda_m] [\mathbf{I}_m] \quad (5.19)$$

As expressões (5.18) e (5.19) são as equações diferenciais dos modos exatos da linha. Devido ao fato de $[\lambda_m]$ ser uma matriz diagonal, as mesmas são idênticas às equações diferenciais de n linhas monofásicas independentes, cujas possíveis técnicas de resolução já foram mostradas em capítulos anteriores.

Para matrizes de impedâncias e de admitâncias modais exatas, ao substituir os vetores $[\mathbf{V}]$ e $[\mathbf{I}]$ das equações (5.16) e (5.17) nas equações (5.1) e (5.2), têm-se:

$$-\frac{\partial [T_v][E_m]}{\partial x} = [z][T_i][I_m] \quad (5.20)$$

$$-\frac{\partial [T_i][I_m]}{\partial x} = [y][T_v][E_m] \quad (5.21)$$

Pré-multiplicando as equações (5.20) e (5.21) por $[T_v]^{-1}$ e $[T_i]^{-1}$, respectivamente, obtêm-se:

$$\frac{\partial [E_m]}{\partial x} = -[T_v]^{-1}[z][T_i][I_m] \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial [I_m]}{\partial x} = -[T_i]^{-1}[y][T_v][E_m] \quad (5.23)$$

As equações (5.22) e (5.23) podem ser escritas como sendo:

$$\frac{\partial [E_m]}{\partial x} = -[z_m][I_m] \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial [I_m]}{\partial x} = -[y_m][V_m] \quad (5.25)$$

Nas equações (5.24) e (5.25), $[z_m]$ e $[y_m]$ são, respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais modais exatas da linha. Essas matrizes são escritas como sendo:

$$[z_m] = [T_v]^{-1}[z][T_i] \quad (5.26)$$

$$[y_m] = [T_i]^{-1}[y][T_v] \quad (5.27)$$

As matrizes $[z_m]$ e $[y_m]$ são matrizes diagonais (KUROKAWA, 2003). Dessa forma, têm-se:

$$\frac{\partial^2 [\mathbf{E}_m]}{\partial x^2} = [\mathbf{z}_m][\mathbf{y}_m][\mathbf{E}_m] \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial^2 [\mathbf{I}_m]}{\partial x^2} = [\mathbf{z}_m][\mathbf{y}_m][\mathbf{I}_m] \quad (5.29)$$

As equações (5.28) e (5.29) são as equações diferenciais modais da linha. Uma vez que as matrizes $[\mathbf{z}_m]$ e $[\mathbf{y}_m]$ são diagonais, as equações (5.28) e (5.29) estão desacopladas e suas soluções são conhecidas (BUDNER, 1970).

5.3 – Linha de transmissão bifásica no domínio modal

A figura 5.1 representa uma linha de transmissão bifásica com os condutores a uma certa altura h e com uma distância d entre os condutores das fases 1 e 2.

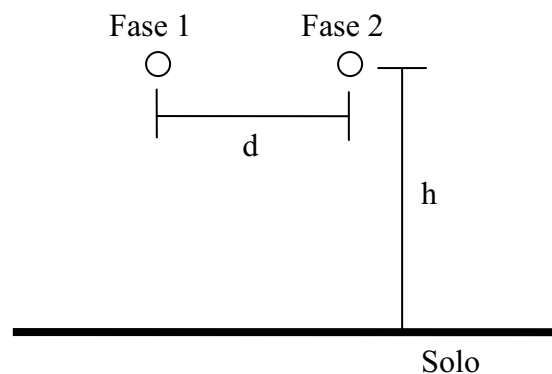


Figura 5.1 – Representação de uma linha de transmissão bifásica.

Na figura 5.1, está representada uma linha de transmissão bifásica no domínio das fases.

Devido ao acoplamento existente entre as fases da linha, acoplamento este representado pelos termos mútuos das matrizes $[\mathbf{z}]$ e $[\mathbf{y}]$, não é possível representar a mesma por meio de uma cascata de circuitos π .

Observa-se que a linha bifásica mostrada na figura 5.1 possui um plano de simetria vertical.

Nas equações (5.30) e (5.31), têm-se as matrizes de impedância e admitância da linha bifásica.

$$[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$[y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

sendo:

z_{11} e z_{22} - Impedância própria dos cabos 1 e 2, respectivamente;

z_{12} - Impedância mútua entre os cabos 1 e 2;

z_{21} - Impedância mútua entre os cabos 2 e 1;

y_{11} e y_{22} - Admitância dos cabos 1 e 2 respectivamente ;

y_{12} - Admitância entre os cabos 1 e 2;

y_{21} - Admitância entre os cabos 2 e 1.

Para a linha bifásica da figura 5.1, têm-se que a impedância z_{11} é igual a impedância z_{22} e a impedância z_{12} é igual a impedância z_{21} . Têm-se também que a admitância y_{11} é igual a y_{22} e a admitância y_{12} é igual a y_{21} .

Assim, fazendo:

$$z_{11} = z_{22} = A \quad (5.32)$$

$$z_{12} = z_{21} = B \quad (5.33)$$

$$y_{11} = y_{22} = C \quad (5.34)$$

$$y_{12} = y_{21} = D \quad (5.35)$$

Substituindo as equações (5.32) e (5.33) na equação (5.30) e as equações (5.34) e (5.35) na equação (5.31), obtêm-se:

$$[z] = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$[y] = \begin{bmatrix} C & D \\ D & C \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Para uma linha bifásica temos que as equações diferenciais da linha no domínio das fases são dadas por (FUCHS, 1979):

$$\frac{\partial^2 [V]}{\partial x^2} = [z][y][V] \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial^2 [I]}{\partial x^2} = [y][z][I] \quad (5.39)$$

Fazendo o produto $[z][y]$ e $[y][z]$, têm-se que:

$$[z][y] = \begin{bmatrix} AC + BD & AD + BC \\ AD + BC & AC + BD \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$[y][z] = \begin{bmatrix} AC + BD & AD + BC \\ AD + BC & AC + BD \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Assim, verifica-se que os produtos $[z][y]$ e $[y][z]$ são iguais para uma linha bifásica com plano de simetria vertical.

Os produtos $[z][y]$ e $[y][z]$ serão representados por:

$$[z][y] = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_2 & K_1 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

sendo:

$$K_1 = AC + BD \quad (5.43)$$

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{A} \mathbf{D} + \mathbf{B} \mathbf{C} \quad (5.44)$$

Fazendo o vetor de tensão e corrente iguais a:

$$[\mathbf{V}]^T = [V_1 \ V_2] \quad (5.45)$$

$$[\mathbf{I}]^T = [I_1 \ I_2] \quad (5.46)$$

Assim, as equações diferenciais de tensão e corrente do condutor 1 ficam:

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = \mathbf{K}_1 V_1 + \mathbf{K}_2 V_2 \quad (5.47)$$

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial x^2} = \mathbf{K}_1 I_1 + \mathbf{K}_2 I_2 \quad (5.48)$$

As equações diferenciais para o condutor 2 ficam:

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial x^2} = \mathbf{K}_2 V_1 + \mathbf{K}_1 V_2 \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial^2 I_2}{\partial x^2} = \mathbf{K}_2 I_1 + \mathbf{K}_1 I_2 \quad (5.50)$$

Conforme (KUROKAWA, 2003), sabe-se que a matriz $[\mathbf{T}_V]$ diagonaliza o produto $[\mathbf{z}][\mathbf{y}]$.

Para determinar os autovalores do produto $[\mathbf{z}][\mathbf{y}]$, foi utilizada a equação (SWOKOWSKI, 1995):

$$\det([\mathbf{z}][\mathbf{y}] - \lambda [\mathbf{I}_d]) = 0 \quad (5.51)$$

Na equação (5.51), λ é o autovalor do produto $[\mathbf{z}][\mathbf{y}]$ e $[\mathbf{I}_d]$ é a matriz identidade. Fazendo o desenvolvimento da equação (5.51), obtêm-se:

$$\lambda_1 = K_1 + K_2 \quad (5.52)$$

$$\lambda_2 = K_1 - K_2 \quad (5.53)$$

Sendo que os valores de K_1 e K_2 são:

$$K_1 = AC + BD = x \quad (5.54)$$

$$K_2 = AD + BC = y \quad (5.55)$$

Sendo a matriz $[T_V]$ igual a:

$$[T_V] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Para determinar os valores de λ_{11} , T_{11} e T_{21} , faz-se o seguinte desenvolvimento:

Fazendo o produto $[z][y]$ igual a γ para simplificar os cálculos, obtêm-se:

$$\gamma T_1 = \lambda_1 T_1 \quad (5.57)$$

Substituindo os valores de γ , λ_1 e T_1 na equação (5.57), tem-se:

$$\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{bmatrix} = (x + y) \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

Desenvolvendo a equação (5.58), obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} x T_{11} + y T_{21} \\ y T_{11} + x T_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x T_{11} + y T_{11} \\ x T_{21} + y T_{21} \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

sendo:

$$x T_{11} + y T_{21} = x T_{11} + y T_{11} \quad (5.60)$$

$$y T_{11} + x T_{21} = x T_{21} + y T_{21} \quad (5.61)$$

Logo $T_{11} = T_{21}$.

De forma análoga para λ_2 , obtém-se:

$$\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{22} \end{bmatrix} = (x + y) \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{22} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

Desenvolvendo a equação (5.62), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} x T_{12} + y T_{22} \\ y T_{12} + x T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x T_{12} - y T_{12} \\ x T_{22} - y T_{22} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

Logo $T_{12} = -T_{22}$.

Fazendo T_{11} e T_{12} iguais a 1, a matriz $[T_V]$ assume os seguintes valores (WEDEPOHL, 1996):

$$[T_V] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Sabe-se que (KUROKAWA, 2003):

$$[T_I] = [T_V]^{-T} \quad (5.65)$$

Na equação (5.65), $[T_V]^{-T}$ corresponde à matriz $[T_V]^{-1}$ transposta. Desse modo, conclui-se que a matriz $[T_I]$ será escrita como sendo:

$$[T_I] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

A figura 5.2 mostra a linha bifásica da figura 5.1 representada no domínio dos modos a partir da matriz de transformação $[T_V]$.

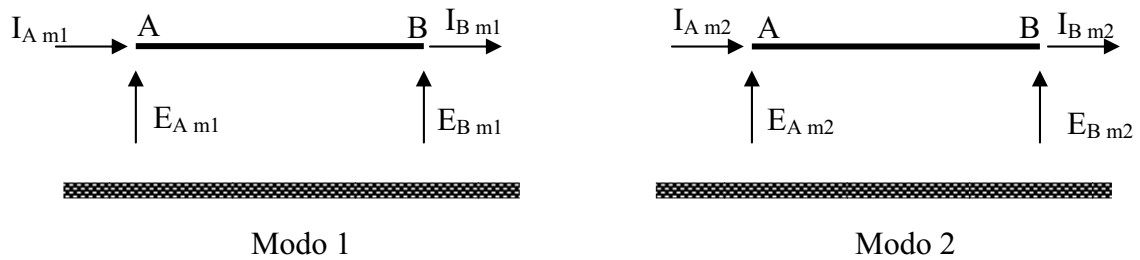


Figura 5.2 – Linha bifásica e sua representação no domínio dos modos.

Uma vez encontradas as correntes e tensões de cada modo, pode-se encontrar as correntes e tensões de fase por meio das equações (5.16) e (5.17), respectivamente.

5.4 – Conclusão

Neste capítulo, mostrou-se o processo de decomposição modal de linhas de transmissão.

A representação modal de linhas permite que uma linha de transmissão de n fases seja decomposta em seus n modos de propagação, sendo possível representar uma linha de transmissão bifásica em seus modos por meio das matrizes de transformação.

Devido à configuração da matriz $[T_V]$ da linha bifásica, não é necessário a utilização de métodos numéricos para determinar a matriz $[T_V]$.

Portanto, a linha bifásica pode ser representada nos modos comportando-se como duas linhas monofásicas. Logo, é possível, a representação por meio de uma cascata de circuitos π para cada uma das linhas.

6

REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO POR MEIO DE FUNÇÕES RACIONAIS

6.1 – Introdução

Sabe-se que a simulação das correntes e tensões nos terminais de uma linha exige a solução, no domínio de tempo, de diversas integrais de convolução. A solução dessas integrais pode ser realizada por meio de métodos numéricos, mas com um elevado esforço computacional.

Uma técnica muito utilizada para reduzir o esforço computacional, consiste em aproximar os parâmetros por funções racionais. Desse modo, as integrais de convolução podem ser resolvidas por meio de fórmulas recursivas.

Isso permite que o efeito da frequência seja inserido nos modelos a parâmetros discretos utilizando circuitos π .

Tais modelos permitem obter as correntes e tensões ao longo da linha diretamente no domínio do tempo, sem o uso de integrais de convolução.

6.2 – Conceitos básicos

Considere uma função $f(s)$, cujos valores são tabulados, que pode ser aproximada por uma função racional constituída de n pólos. Então, a função $f(s)$ pode ser escrita como sendo:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d \quad (6.1)$$

Na equação (6.1), c_n e a_n são o n -ésimo resíduo e o n -ésimo pólo da função $f(s)$, respectivamente. O termo independente d é um número real positivo, enquanto que os pólos são números reais negativos. Sabe-se que a equação (6.1) também pode ser escrita como sendo:

$$f(s) \approx d \frac{\prod_{n=1}^N (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - a_n)} \quad (6.2)$$

Em (6.2), z_n é o n -ésimo zero de $f(s)$. Portanto, para aproximar a função tabulada $f(s)$ por uma função racional deve-se, a partir de (6.1), determinar os elementos c_n , a_n e d ou, a partir de (6.2), determinar os elementos z_n , a_n e d .

A obtenção da função racional que descreve a função tabulada $f(s)$ será feita por meio de método de ajuste denominado *vector fitting*. Esse método de ajuste baseia-se no método dos mínimos quadrados.

6.3 – *Vector fitting* (GUSTAVSEN et al., 1999)

O *vector fitting* necessita de uma estimativa inicial para os pólos de $f(s)$. Considere, então, que os elementos $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$ são uma aproximação inicial para os pólos de $f(s)$. Definindo uma equação racional $\sigma(s)$ do tipo:

$$\sigma(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \quad (6.3)$$

Na equação (6.3), \tilde{c}_n é o n -ésimo resíduo de $\sigma(s)$, sendo que os pólos de $\sigma(s)$ são as estimativas iniciais para os pólos de $f(s)$.

A função $\sigma(s)$ também pode ser escrita como sendo:

$$\sigma(s) \approx \frac{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \bar{a}_n)} \quad (6.4)$$

Considerando também que é válida a seguinte aproximação:

$$f(s) \cdot \sigma(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \bar{a}_n} + d \quad (6.5)$$

Escrevendo a equação (6.5) de outra forma, tem-se:

$$f(s) \cdot \sigma(s) \approx d \frac{\prod_{n=1}^N (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \bar{a}_n)} \quad (6.6)$$

A partir de (6.4) e (6.6), tem-se:

$$f(s) \approx d \frac{\prod_{n=1}^N (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)} \quad (6.7)$$

A equação (6.7) mostra que os pólos da função $f(s)$ são os zeros da função $\sigma(s)$.

6.3.1– Cálculo dos resíduos e do termo d

A partir (6.3) e (6.5), é possível escrever:

$$f(s) \left(\sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \right) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \bar{a}_n} + d \quad (6.8)$$

Portanto, a partir de (6.8), tem-se:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \bar{a}_n} + d - f(s) \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{a}_n} \quad (6.9)$$

Os valores de $f(s)$ são conhecidos para diversos valores de (s) . Considerando que f_1, f_2, \dots, f_m são valores de $f(s)$ nas frequências s_1, s_2, \dots, s_m e aplicando os valores tabulados de $f(s)$ na equação (6.9), têm-se:

$$f_1 \approx \frac{c_1}{s_1 - \bar{a}_1} + \frac{c_2}{s_1 - \bar{a}_2} + \dots + \frac{c_n}{s_1 - \bar{a}_n} + d - f_1 \frac{\tilde{c}_1}{s_1 - \bar{a}_1} - f_1 \frac{\tilde{c}_2}{s_1 - \bar{a}_2} - \dots - f_1 \frac{\tilde{c}_n}{s_1 - \bar{a}_n} \quad (6.10)$$

$$f_2 \approx \frac{c_1}{s_2 - \bar{a}_1} + \frac{c_2}{s_2 - \bar{a}_2} + \dots + \frac{c_n}{s_2 - \bar{a}_n} + d - f_2 \frac{\tilde{c}_1}{s_2 - \bar{a}_1} - f_2 \frac{\tilde{c}_2}{s_2 - \bar{a}_2} - \dots - f_2 \frac{\tilde{c}_n}{s_2 - \bar{a}_n} \quad (6.11)$$

$$f_m \approx \frac{c_1}{s_m - \bar{a}_1} + \frac{c_2}{s_m - \bar{a}_2} + \dots + \frac{c_n}{s_m - \bar{a}_n} + d - f_m \frac{\tilde{c}_1}{s_m - \bar{a}_1} - f_m \frac{\tilde{c}_2}{s_m - \bar{a}_2} - \dots - f_m \frac{\tilde{c}_n}{s_m - \bar{a}_n} \quad (6.12)$$

O conjunto de equações mostrado anteriormente, consiste em um sistema de m equações e z_n+1 incógnitas, onde as incógnitas são os resíduos de $f(s)$ (c_1, c_2, \dots, c_n), resíduos de $\sigma(s)$ ($\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_n$) e o termo d.

Escrevendo na forma $[A].[x]=[b]$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{s_1 - \bar{a}_1} & \dots & \frac{1}{s_1 - \bar{a}_n} & 1 & \frac{-f_1}{s_1 - \bar{a}_1} & \dots & \frac{-f_1}{s_1 - \bar{a}_n} \\ \frac{1}{s_2 - \bar{a}_1} & \dots & \frac{1}{s_2 - \bar{a}_n} & 1 & \frac{-f_2}{s_2 - \bar{a}_1} & \dots & \frac{-f_2}{s_2 - \bar{a}_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{s_m - \bar{a}_1} & \dots & \frac{1}{s_m - \bar{a}_n} & 1 & \frac{-f_m}{s_m - \bar{a}_1} & \dots & \frac{-f_m}{s_m - \bar{a}_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \\ d \\ \tilde{c}_1 \\ \vdots \\ \tilde{c}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Devido ao fato de $[A]$ possuir dimensão $m \times (2n+1)$ com $m > (2n+1)$, o sistema descrito em (6.13) não possui solução. No entanto, pode-se encontrar um vetor $[x]$, tal que:

$$[\varepsilon] = -[A][x] + [b] \quad (6.14)$$

O vetor $[\varepsilon]$ contém os erros associados ao sistema descrito em (6.14). Desenvolvendo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1(2n+1)} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2(2n+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{m(2n+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n+1} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

A partir de (6.15), é possível obter:

$$\varepsilon_1 = \mathbf{b}_1 - (A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1(2n+1)}x_{2n+1}) \quad (6.16)$$

$$\varepsilon_2 = \mathbf{b}_2 - (A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2(2n+1)}x_{2n+1}) \quad (6.17)$$

$$\varepsilon_m = \mathbf{b}_m - (A_{m2}x_1 + A_{m2}x_2 + \dots + A_{m(2n+1)}x_{2n+1}) \quad (6.18)$$

Para minimizar o valor do erro $[\varepsilon]$ em (6.15), pode-se utilizar o método dos mínimos quadrados. (RUGIERO, 1998). Definindo uma função $g(x_1, x_2, \dots, x_{2n+1})$ como sendo:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}) = g = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^2 \quad (6.19)$$

Substituindo (6.16) a (6.18) na expressão (6.19), tem-se:

$$\begin{aligned} g = & \left[\mathbf{b}_1 - (A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1(2n+1)}x_{2n+1}) \right]^2 \\ & + \left[\mathbf{b}_2 - (A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2(2n+1)}x_{2n+1}) \right]^2 \\ & + \left[\mathbf{b}_m - (A_{m2}x_1 + A_{m2}x_2 + \dots + A_{m(2n+1)}x_{2n+1}) \right]^2 \end{aligned} \quad (6.20)$$

A função g é mínima quando seu gradiente é nulo. Ou seja:

$$\nabla g = \frac{\partial g}{\partial x_1} + \frac{\partial g}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial g}{\partial x_{2n+1}} = 0 \quad (6.21)$$

A equação (6.21) pode ser escrita na forma matricial com sendo:

$$[A]^T ([b] - [A][x]) = 0 \quad (6.22)$$

Fazendo alguns ajustes na equação (6.22), tem-se:

$$[x] = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T [b] \quad (6.23)$$

A matriz $([A]^T [A])^{-1} [A]^T$ é denominada pseudo-inversa de $[A]$. O vetor $[x]$, encontrado em (6.23), contém $c_1, c_2, \dots, c_n, d, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_n$.

6.3.2– Cálculo dos pólos de $f(s)$

Sabe-se que os pólos de $f(s)$ são os zeros de $\sigma(s)$, sendo que os pólos de $f(s)$ são os valores da matriz $[H]$ que é definida por:

$$[H] = [A_1] - [b_1][\tilde{c}] \quad (6.24)$$

Em (6.24), $[A_1]$ é uma matriz diagonal cujos elementos são estimativas iniciais para os pólos de $f(s)$, $[b_1]$ é um vetor coluna unitário e $[\tilde{c}]$ é um vetor linha contendo os resíduos de $\sigma(s)$.

Para determinar a função racional que ajusta uma função tabulada $f(s)$, tem-se o seguinte processo iterativo:

- i) Escolher uma estimativa inicial para os pólos de $f(s)$;
- ii) Determinar os resíduos de $f(s)$, $\sigma(s)$ e o termo d utilizando (6.23);
- iii) Estruturar a matriz $[H]$ por meio de (6.24), sendo que os pólos de $f(s)$ são os autovalores de $[H]$;
- iv) Considerar os pólos obtidos em (iii) como sendo uma nova estimativa e voltar para (ii).
- v) Finalizar o processo na convergência dos pólos e zeros.

6.4 – Ajuste das impedâncias longitudinais

Os parâmetros longitudinais de linhas de transmissão com retorno através do solo são fortemente dependentes da frequência. A descrição do efeito solo foi desenvolvida por Carson e por Pollaczek, em Dommel (1986). Ambos os modelos apresentam resultados iguais quando aplicados em linhas aéreas. No entanto, em se tratando de cabos subterrâneos, as equações de Pollaczek apresentam melhores resultados. (KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008).

A impedância interna resulta do efeito do campo eletromagnético no interior do condutor. Essa impedância própria é constituída de uma resistência e de uma indutância, devido ao enlace de fluxo interno cujos comportamentos em função da frequência podem ser calculados por meio de fórmulas derivadas das equações de Bessel. Devido ao efeito pelicular, o valor dessa resistência aumenta, à medida que a frequência aumenta enquanto que a indutância diminui com o aumento da frequência (MARTI, 1983), como citado por Kurokawa et al. (2007), Kurokawa et al. (2008).

Quando se leva em conta os efeitos do solo e pelicular, os parâmetros longitudinais, por unidade de comprimento, de um segmento de uma linha de transmissão resultam em uma impedância $Z(\omega)$ escrita como sendo:

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (6.25)$$

Na equação (6.25) $R(\omega)$ e $L(\omega)$ são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinal do segmento de linha.

Geralmente, não existe uma função que descreva a impedância $Z(\omega)$ pois os parâmetros $R(\omega)$ e $L(\omega)$ são obtidos por meio de séries numéricas. No entanto, a impedância $Z(\omega)$ pode ser descrita, de maneira aproximada, por meio de uma função racional $F(\omega)$ cujos pólos são todos reais negativos e os resíduos são números reais positivos (KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008). Desse modo, a impedância $F(\omega)$ pode ser escrita como sendo (SARTO et al., 2001):

$$F(\omega) = \frac{Z(\omega) - R_{dc}}{j\omega} \quad (6.26)$$

Na equação (6.26), R_{dc} é o valor da resistência extraída de $Z(\omega)$ para $\omega=0$. Sabe-se que a função $F(\omega)$, dada pela equação (6.26), pode ser ajustada por uma função racional dado por:

$$F(\omega) = d + \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{j\omega - a_n} \quad (6.27)$$

Igualando a equação 6.26 com 6.27, tem-se:

$$Z(\omega) \approx R_{dc} + j\omega d + \sum_{i=1}^m \frac{j\omega c_i}{j\omega - a_i} \quad (6.28)$$

Na equação (6.28) c_i e a_i são os pólos e os resíduos, respectivamente, da função racional $F(\omega)$ (KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008).

A impedância descrita na equação (6.28) é relativa ao circuito da figura 6.1.

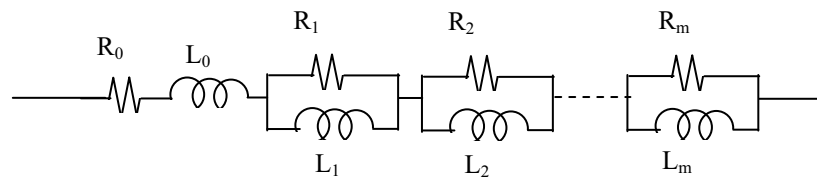


Figura 6.1 – Circuito relativo à função $F(\omega)$.

De acordo com Sarto et al. (2001), a impedância equivalente do circuito da figura 6.1 é dada por:

$$Z(\omega) = R_0 + j\omega L_0 + \sum_{i=1}^m \frac{j\omega R_i}{j\omega + \frac{R_i}{L_i}} \quad (6.29)$$

sendo:

$$R_0 = R_{dc} \quad (6.30)$$

$$L_0 = d \quad (6.31)$$

$$R_i = c_i \quad (6.32)$$

$$L_i = -\frac{c_i}{a_i} \quad (6.33)$$

Os resistores e indutores do circuito da figura 6.1 representam os parâmetros longitudinais da linha. Ou seja, a impedância longitudinal. Os valores dos resistores e indutores da figura 6.1 podem ser obtidos a partir de diversos métodos descritos por Sarto et al. (2001) e Lima et al. (2005), citados por Kurokawa et al. (2007) e Kurokawa et al., (2008).

6.5 – Conclusão

Neste capítulo, mostrou-se a aproximação dos parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão por meio de funções racionais. Isso permite considerar o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais considerados.

Portanto, os modelos com parâmetros variáveis com a frequência são considerados mais precisos quando comparados aos modelos que consideram os parâmetros constantes. A variação está na dependência da frequência, podendo tal dependência ser representada por meio da associação série e paralela de elementos R e L (MARTI, 1982, TAVARES,1999).

7

REPRESENTAÇÃO DA LINHA DE TRANSMISSÃO POR MEIO DE VARIÁVEIS DE ESTADO

7.1 – Introdução

Neste capítulo, será mostrado um modelo matemático para representar uma linha de transmissão utilizando um circuito elétrico. Com esse modelo, será possível fazer um estudo do comportamento de uma linha de transmissão durante manobras de energização da mesma.

7.2 – Representação da linha com parâmetros constantes

Uma linha de transmissão, cujos parâmetros possam ser considerados independentes da frequência, pode ser representada, de maneira aproximada e obedecendo a uma série de restrições, como sendo uma cascata de circuitos π (NELMS et al., 1989, MÁCIAS et al., 2005, YAMANAKA, et al., 2005, KUROKAWA et al., 2006, KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008).

Cada segmento de circuito π consiste em uma resistência e uma indutância em série e uma condutância e capacitância em paralelo, como mostra a figura 7.1.

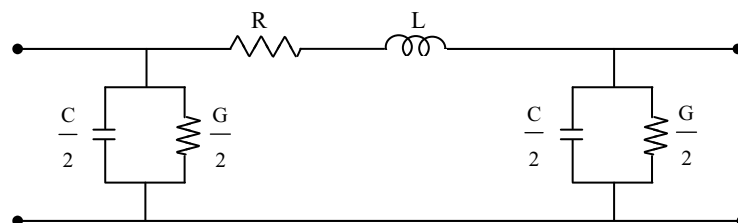


Figura 7.1 – Segmento de circuito π .

Para representar uma linha de transmissão através desse modelo, conecta-se n circuitos π em cascata, assim a figura 7.2 mostra uma linha de transmissão monofásica de comprimento ℓ representada por meio de n circuitos π conectados em cascata.

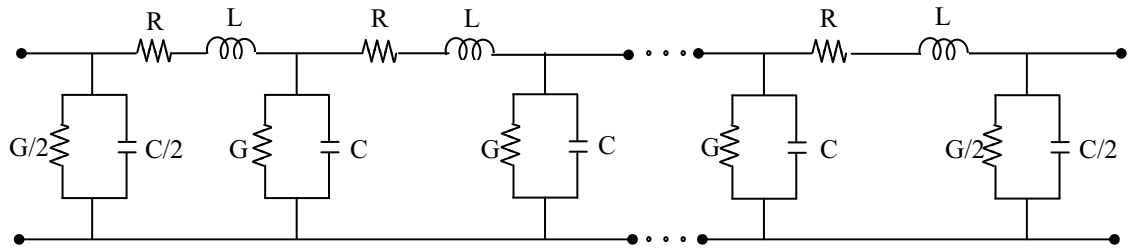


Figura 7.2 – Linha representada por meio de uma cascata de circuitos π .

Na figura 7.2, os parâmetros R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais da linha. Os parâmetros G e C são, respectivamente, a condutância de dispersão e a capacitância transversais. Esses parâmetros são escritos como sendo:

$$R = R' \frac{\ell}{n} \tag{7.1}$$

$$L = L' \frac{\ell}{n} \tag{7.2}$$

$$G = G' \frac{\ell}{n} \tag{7.3}$$

$$C = C' \frac{\ell}{n} \tag{7.4}$$

Nas equações (7.1) a (7.4), R' e L' são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinal da linha por unidade de comprimento, enquanto que os termos G' e C' são a condutância e a capacitância transversal da linha por unidade de comprimento.

Usando esta representação de linha, um modelo de estado é formulado para o sistema de energia que usa as tensões no capacitor e correntes no indutor como as variáveis de estado. O sistema que descreve as equações de estado é transformado em um conjunto de equações diferenciais cuja solução é dada pelo uso da integração trapezoidal. As variáveis de estado são encontradas pela resolução do conjunto de equações.

Apesar da técnica de variáveis de estado ser amplamente utilizada na representação de linhas de transmissão, é aplicada apenas em representações de linhas cujos parâmetros longitudinais possam ser considerados constantes e independentes da frequência.

No entanto, reconhece-se atualmente que a utilização de parâmetros constantes para representar a linha em toda a faixa de frequência, presente nos sinais durante a ocorrência de distúrbios na mesma, pode resultar em respostas em que as componentes harmônicas de alta frequência possuam amplitudes maiores do que são na realidade (MARTI, 1982).

7.3 – Representação da linha com parâmetros dependentes da frequência

A representação de linhas de transmissão por meio de cascatas de circuitos π , levando em consideração o efeito da frequência, geralmente é implementada em programas do tipo EMTP.

Outro inconveniente dos programas do tipo EMTP é que os mesmos limitam a quantidade de circuitos π que podem ser utilizados para representar a linha. Desse modo, dependendo do comprimento da linha a ser representada, a qualidade dos resultados obtidos a partir das simulações podem ficar comprometidas.

Para contornar as dificuldades mencionadas, Nelms et al. (1989), Mamis (2003), Mamis e Nagaroclu (2003) sugeriram descrever a cascata de circuitos π por meio de equações de estado. No entanto, esses autores desprezaram o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha.

Os modelos propostos por Nelms et al. (1989), Mamis (2003), Mamis e Nagaroclu (2003) tornar-se-iam mais completos caso o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha fosse inserido nos mesmos.

Considerando que os parâmetros de uma linha de transmissão podem ser sintetizados por meio de um circuito do tipo mostrado na figura 6.1, pode-se utilizar uma cascata de circuitos π para representar uma linha de transmissão levando em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da mesma. Nesse caso, cada um dos circuitos π terá o aspecto mostrado na figura 7.3.

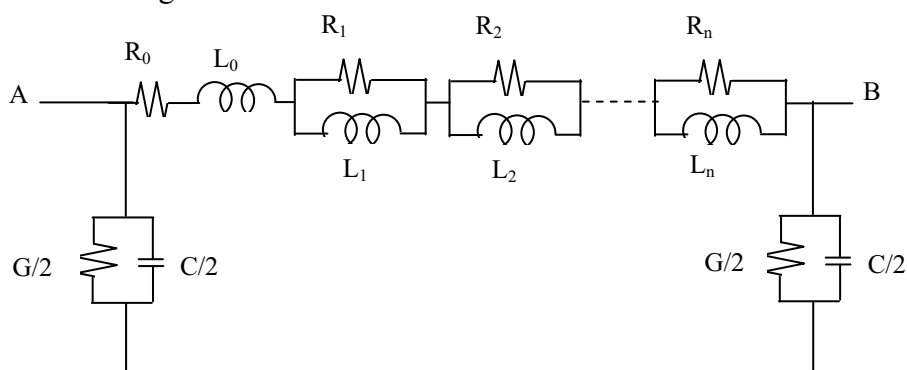


Figura 7.3 – Cascata de circuitos π considerando o efeito da frequência.

Na figura 7.3, as associações RL paralelas são tantas quantas forem necessárias para representar a variação dos parâmetros em cada década de frequência que será considerada.

Inicialmente, serão mostradas as matrizes de estado para uma linha representada por um único circuito π , considerando que o efeito da frequência é sintetizado por meio de n associações RL. Em seguida, os resultados serão estendidos para uma linha representada por meio de uma cascata de n circuitos π , considerando n associações RL para sintetizar o efeito da frequência.

Antes de serem determinadas as equações de estado para uma linha representada por uma cascata de n circuitos π , será mostrado detalhadamente o desenvolvimento das equações de estado considerando somente um circuito π . Em seguida, o desenvolvimento feito para um único elemento π poderá ser estendido para uma cascata com uma quantidade genérica desses circuitos.

Considere, conforme mostrado na figura 7.3, uma linha de transmissão representada por meio de um único circuito π , onde o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais é representado por meio de n associações RL.

Na linha mostrada na figura 7.3 as tensões nos terminais A e B são $v_a(t)$ e $v_b(t)$, respectivamente. Considere também que nos indutores $L_0, L_1, L_2, \dots, L_m$ circulam as correntes $i_{10}(t), i_{11}(t), \dots, i_{1m}(t)$, respectivamente.

A partir das correntes e tensões existentes no circuito da figura 7.3 pode-se determinar:

$$\frac{di_{10}}{dt} = \frac{i_{10}}{L_0} \left(- \sum_{j=1}^m R_j \right) + \frac{1}{L_0} \left(\sum_{j=1}^m R_j i_{1j} \right) + \frac{1}{L_0} u(t) - \frac{1}{L_0} v_1(t) \quad (7.5)$$

$$\frac{di_{11}}{dt} = \frac{R_1}{L_1} i_{10} - \frac{R_1}{L_1} i_{11} \quad (7.6)$$

$$\frac{di_{12}}{dt} = \frac{R_2}{L_2} i_{10} - \frac{R_2}{L_2} i_{12} \quad (7.7)$$

$$\frac{di_{1m}}{dt} = \frac{R_m}{L_m} i_{10} - \frac{R_m}{L_m} i_{1m} \quad (7.8)$$

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = \frac{2}{C} i_{10} - \frac{G}{C} v_1(t) \quad (7.9)$$

Nas equações (7.5) a (7.9), os termos i_{10} , i_{11} , ..., i_{1m} são notações simplificadas para as correntes $i_{10}(t)$, $i_{11}(t)$, ..., $i_{1m}(t)$, respectivamente.

As equações (7.5) a (7.9), que descrevem o circuito mostrado na figura 7.4, podem ser escritas na forma:

$$[\dot{X}] = [A][X] + [B]u(t) \quad (7.10)$$

sendo:

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{j=0}^{j=m} R_j}{L_0} & \frac{R_1}{L_0} & \frac{R_2}{L_0} & \dots & \frac{R_m}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \\ \frac{R_1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{R_2}{L_2} & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \frac{R_m}{L_m} & 0 & 0 & \dots & \frac{R_m}{L_m} & 0 \\ \frac{2}{C} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

$$[X]^T = [i_{10} \quad i_{11} \quad i_{12} \quad \dots \quad i_{1m} \quad v_1(t)] \quad (7.13)$$

$$[\dot{X}] = \frac{d[X]}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{di_{10}}{dt} & \frac{di_{11}}{dt} & \frac{di_{12}}{dt} & \dots & \frac{di_{1m}}{dt} & \frac{dv_1(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Nas equações (7.12) e (7.13), $[B]^T$ e $[X]^T$ correspondem a $[B]$ e $[X]$ transpostos, respectivamente.

Os resultados obtidos mostram que o vetor $[X]$ possui $(m + 2)$ elementos e que a matriz $[A]$ é uma matriz quadrada de ordem $(m + 2)$.

Os resultados obtidos para a linha representada por um único circuito π podem ser estendidos para a linha representada por uma cascata de n destes circuitos. Nesse caso, a matriz $[A]$ será uma matriz de ordem $n(m + 2)$ e o vetor $[X]$ terá dimensão $n(m + 2)$ e serão escritos na forma:

$$[A] = \begin{bmatrix} [S] & [N_1] & [N_2] & \cdots & [N_m] & [T] \\ [M_1] & -[M_1] & [Z] & \cdots & \cdots & [Z] \\ [M_2] & [Z] & -[M_2] & [Z] & \cdots & [Z] \\ \vdots & \vdots & [Z] & \ddots & [Z] & [Z] \\ [M_m] & \vdots & \vdots & [Z] & -[M_m] & [Z] \\ [U] & [Z] & [Z] & [Z] & [Z] & [V] \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

$$[X]^T = [[X_1] \quad [X_2] \quad \cdots \quad [X_n]] \quad (7.16)$$

Na equação (7.15), $[A]$ é uma matriz tridiagonal e $[Z]$ é uma matriz nula. As matrizes $[S]$, $[T]$, $[U]$ e $[V]$ estão representadas nas equações seguintes:

$$[S] = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{j=m} R_j & & & & & \\ -\frac{\sum_{j=0}^{j=m} R_j}{L_0} & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \sum_{j=0}^{j=m} R_j & & & \\ & & & -\frac{\sum_{j=0}^{j=m} R_j}{L_0} & & \\ & & & & & \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (7.17)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} -1/L_0 & & & & & \\ 1/L_0 & \ddots & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1/L_0 & -1/L_0 & \\ & & & & & \end{bmatrix}_{n \times n-1} \quad (7.18)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} 1/C & -1/C & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1/C & \\ & & & & 1/C \end{bmatrix}_{(n-1) \times n} \quad (7.19)$$

$$[V] = \begin{bmatrix} -G/C & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -G/C & \end{bmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \quad (7.20)$$

As matrizes $[M_m]$ e $[N_m]$ são matrizes diagonais e são dadas por:

$$[M_m] = \begin{bmatrix} \frac{R_m}{L_m} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \frac{R_m}{L_m} & \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (7.21)$$

$$[N_m] = \begin{bmatrix} \frac{R_m}{L_0} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \frac{R_m}{L_0} & \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (7.22)$$

Considerando que a linha é representada por uma cascata de n circuitos π , o vetor $[B]$ possui dimensão $n(m + 2)$. Para o caso de $u(t)$ ser uma fonte de tensão conectada no início da linha $[B]$ possui um único elemento não nulo, que é o primeiro elemento da matriz, e possui valor $(1/L_0)$.

Um vetor $[X_k]$ genérico, na equação (7.16), é escrito como sendo:

$$[X_k]^T = [i_{k0} \quad i_{k1} \quad i_{k2} \quad \cdots \quad i_{km} \quad v_{k1}] \quad (7.23)$$

Os elementos do vetor explícito em (7.18) são descritos como: i_{k0} é a corrente no indutor L_0 , no k -ésimo circuito π ; i_{k1} é a corrente no indutor L_1 , no k -ésimo circuito π ; i_{k2} é a

corrente em L_2 , no k -ésimo circuito π ; i_{km} é a corrente em L_m , no k -ésimo circuito π ; e v_{kl} é a tensão no capacitor no lado direito do k -ésimo circuito π .

A equação de estado, que descreve uma linha representada por uma cascata de n circuitos π pode, então, ser resolvida por meio de métodos numéricos (YAMANAKA, et al., 2005, KUROKAWA et al., 2006, KUROKAWA et al., 2007, KUROKAWA et al., 2008), como o de *Euler* e de *Heun*.

7.4 – Conclusão

Neste capítulo, foi mostrado como representar uma linha de transmissão por meio de uma cascata de circuitos π com parâmetros constantes. Mas sabe-se que a frequência causa influência nos parâmetros longitudinais de uma linha. Assim, um modelo foi estudado para inserir o efeito da frequência na cascata de circuitos π .

O modelo considerou uma associação série e algumas associações paralelas de resistências e indutâncias. Os blocos de resistências e indutâncias paralelas representam os parâmetros dependentes da frequência. As resistências e indutâncias em séries são os parâmetros da linha de transmissão dependentes somente da geometria do condutor da linha de transmissão quando calculados para a frequência de regime permanente da linha.

Utilizando o modelo estudado foi possível desenvolver as equações de estado que descrevem a linha de transmissão e montar a matriz correspondente, sendo possível, resolvê-las a partir da fórmula de Heun, também denominada como o método da integração trapezoidal, sendo esse, o mais adequado. (NELMS et al., 1989, RUGGIERO, 1998).

8

IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO: LINHA MONOFÁSICA

8.1 – Introdução

Neste capítulo, será mostrada a implementação de um modelo que representará uma linha de transmissão monofásica por meio de uma cascata de circuitos π , considerando o efeito da frequência nos seus parâmetros longitudinais e utilizando o conceito de variáveis de estado. Em seguida os resultados obtidos serão comparados com os resultados obtidos com o EMTP.

8.2 – Diagrama de blocos do programa para linha monofásica

O modelo que representa a linha monofásica foi implementado em um microcomputador, utilizando o *software* MatLab[®].

Os dados da linha de transmissão monofásica são lidos na primeira parte do programa, em seguida são calculados os parâmetros da linha de transmissão considerando a influência da frequência.

Após observar o comportamento dos parâmetros da linha monofásica em função da frequência, é necessário representar essa influência no modelo de linha de transmissão proposto no capítulo 7. Para isso, utilizou-se o método denominado *vector fitting* que representa os parâmetros longitudinais da linha monofásica por meio de funções racionais.

Com esses parâmetros sintetizados e distribuídos no modelo proposto de uma linha monofásica, é possível calcular as tensões e correntes nos terminais desta linha.

O modelo representado por uma cascata de circuitos π pode ser representado por um sistema linear que será representado por meio de variáveis de estado. Para obter a solução do sistema representado por $\dot{x} = [A]x + [B]u$ será utilizado a fórmula de Heun (método da integração trapezoidal). Esse método é bastante utilizado em simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência (RUGIERO, 1998, EDWARDS, 1995, DOMMEL, 1996, NELMS et al., 1989).

Na figura 8.1, é mostrado um diagrama de blocos do algoritmo do programa desenvolvido para a linha monofásica.

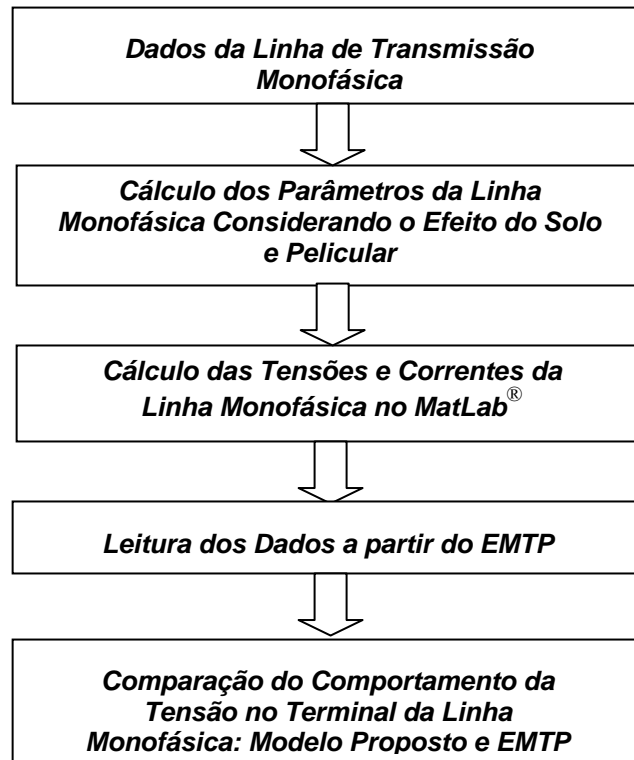


Figura 8.1 – Diagrama de blocos do programa desenvolvido para a linha monofásica

8.3 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão monofásica

A figura 8.2 mostra a representação de uma linha monofásica.

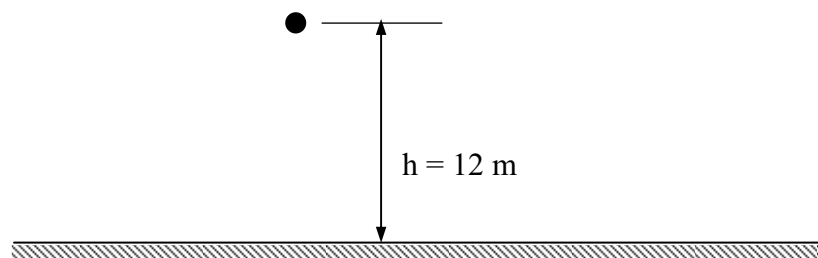


Figura 8.2 – Representação de uma linha monofásica.

A linha monofásica representada na figura 8.2 mostra um condutor com raio de 0,01m do tipo grosbeak, com o comprimento da linha de 100 km.

A figura 8.3 mostra o comportamento da resistência da linha mostrada na figura 8.2 devido à influência da frequência.

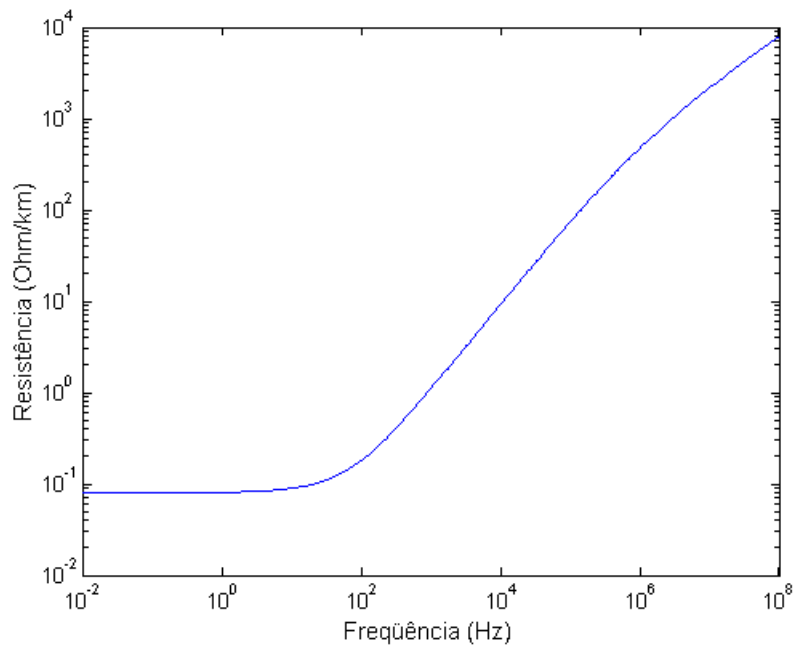


Figura 8.3 – Resistência própria da linha monofásica.

A figura 8.4 mostra a indutância própria da linha mostrada na figura 8.2 em função da frequência.

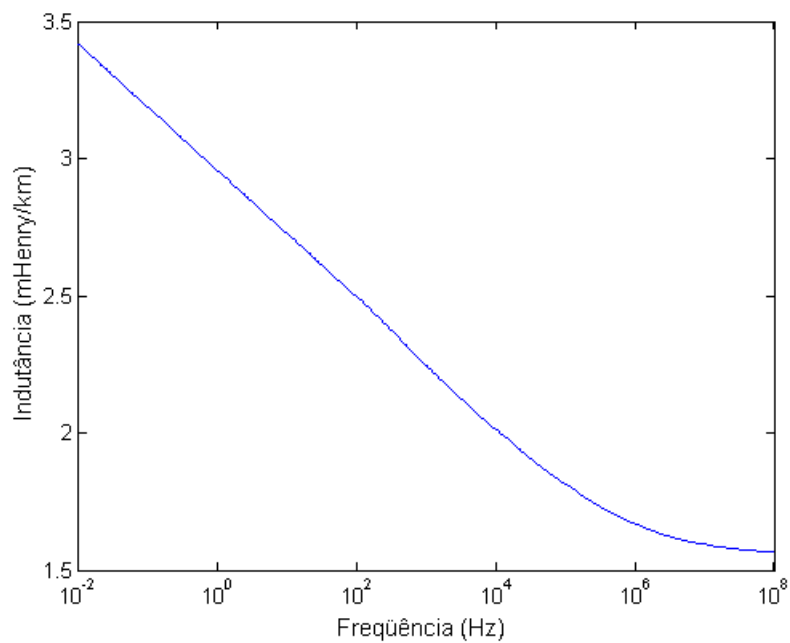


Figura 8.4 – Indutância própria da linha monofásica.

A partir dos dados da linha monofásica representada na figura 8.2 foi possível calcular os parâmetros longitudinais, resistência e indutância, levando em consideração o efeito da

freqüência sobre os mesmos. Ou seja, considerando o efeito pelicular e o efeito solo como foi estudado no capítulo 4.

O comportamento da resistência e indutância própria, mostradas na figura 8.3 e 8.4, da linha monofásica foi obtido a partir da expressão (8.1), onde para cada valor de freqüência, tem-se um valor de impedância. Tais valores de freqüência, que estão compreendidos na faixa de 10^{-2} a 10^8 , encontram-se em um vetor que será lido e utilizado para o cálculo pela expressão (8.1).

$$[Z(\omega)] = [Z(\omega)]_{\text{ext}} + [Z(\omega)]_{\text{int}} + [Z(\omega)]_{\text{solo}} \quad (8.1)$$

Dessa forma, foi possível calcular os parâmetros da linha de transmissão monofásica e verificar seu comportamento em função da freqüência. A capacitância calculada na linha monofásica foi de 7,1667 nF/m.

8.4 – Sínteses dos parâmetros pelo método *vector fitting*

Conforme visto no capítulo 6 é possível aproximar os parâmetros longitudinais da linha monofásica por meio de funções racionais, utilizando o método *vector fitting* e permitindo que o efeito da freqüência seja inserido nos modelos de parâmetro discretos.

A equação que sintetiza os parâmetros longitudinais da linha monofásica é dada por:

$$Z_{\text{fit}}(\omega) = R_0 + j\omega L_0 + \frac{j\omega R_1}{j\omega + \frac{R_1}{L_1}} + \frac{j\omega R_2}{j\omega + \frac{R_2}{L_2}} + \frac{j\omega R_3}{j\omega + \frac{R_3}{L_3}} + \frac{j\omega R_5}{j\omega + \frac{R_5}{L_5}} + \frac{j\omega R_6}{j\omega + \frac{R_6}{L_6}} \quad (8.2)$$

Os valores dos elementos R e L da equação (8.2), encontrados a partir do método *vector fitting*, estão representados na tabela 1.

A partir dos valores da tabela 1 é possível visualizar a síntese dos parâmetros longitudinais da linha da seguinte forma: substituem-se os valores da tabela 1 na expressão (8.2) e atribuem-se valores de freqüência compreendidos na faixa de 10^{-2} a 10^8 para que seja possível o cálculo da impedância longitudinal sintetizada.

No circuito equivalente foram considerados os valores na faixa de freqüência de 10^{-2} a 10^6 , pois os transitórios que ocorrem na linha de transmissão estão dentro desta faixa, logo os

6 blocos R L em paralelo, representados na figura 8.5, estão representando a influência da frequência nos parâmetros longitudinais da linha de transmissão monofásica.

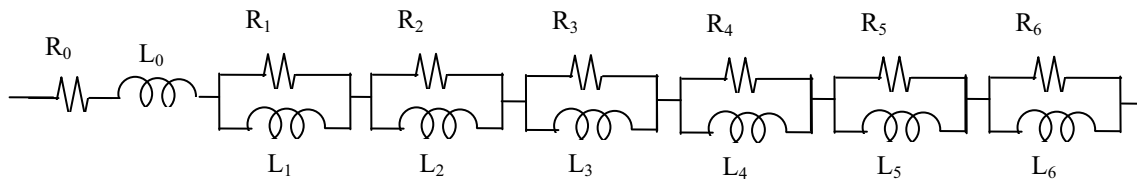


Figura 8.5 – Representação dos parâmetros longitudinais da linha no circuito equivalente

Tabela 1 – Valores dos elementos R e L para a linha monofásica

Resistência (Ω/km)		Indutância (mH/km)	
R_0	0,07994	L_0	1,55455
R_1	3320,59	L_1	0,04908
R_2	572,262	L_2	0,13191
R_3	65,6522	L_3	0,21813
R_4	4,95593	L_4	0,26938
R_5	0,54356	L_5	0,32698
R_6	0,01164	L_6	0,37950

A figura 8.6 mostra o comportamento da resistência da linha sintetizada por meio de funções racionais.

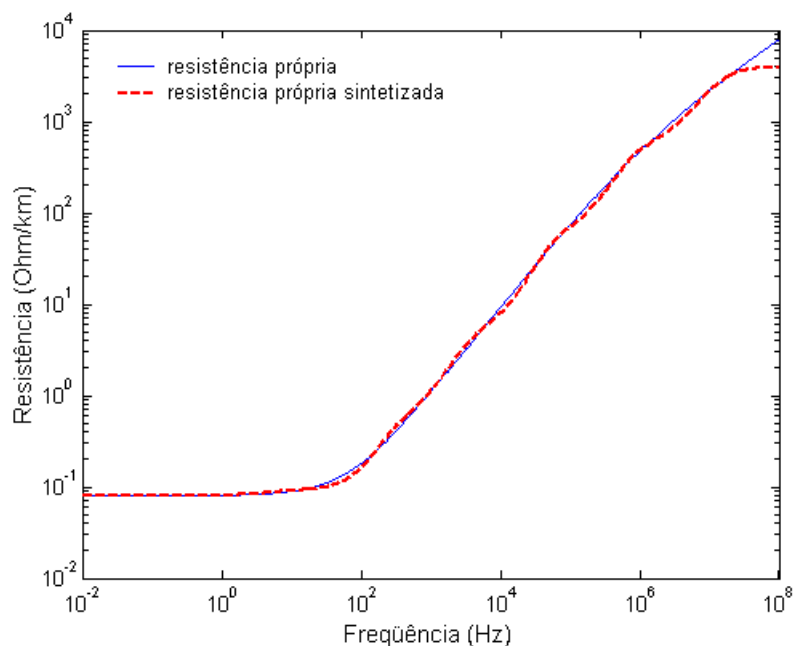


Figura 8.6 – Resistência própria sintetizada da linha monofásica.

A figura 8.7 mostra a indutância própria da linha sintetizada por meio de funções racionais.

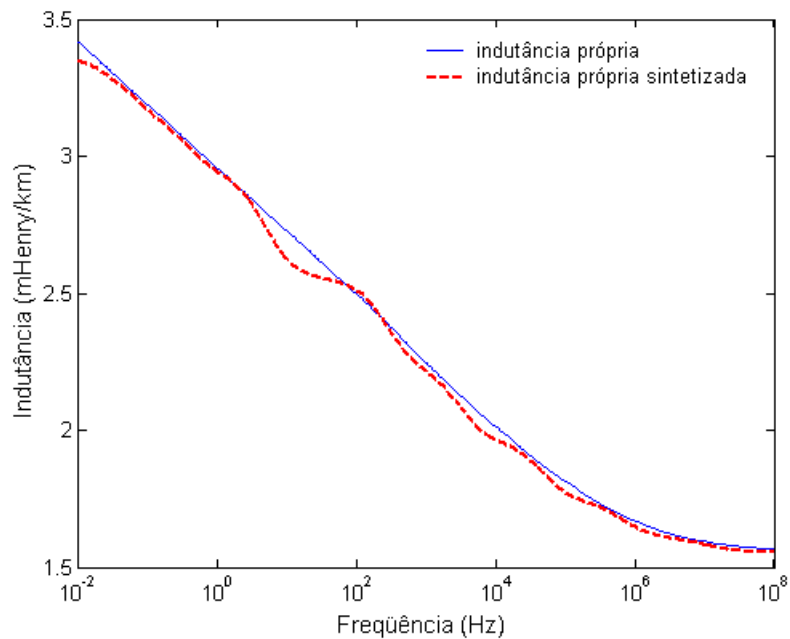


Figura 8.7 – Indutância própria sintetizada da linha monofásica.

Portando, a síntese dos parâmetros que serão considerados no circuito equivalente da linha proposto no capítulo 6 estão representados nas figuras 8.6 e 8.7.

8.5 – Resultado obtido para linha monofásica

Após as sínteses dos parâmetros longitudinais, os mesmos foram distribuídos no circuito equivalente proposto no capítulo 6 e representados numa cascata de circuitos π conforme mostrado no capítulo 7.

A figura 8.8 mostra uma linha monofásica da figura 8.2 com o terminal alimentando um transformador em vazio.



Figura 8.8 – Linha monofásica com o terminal alimentando um transformador em vazio.

A mesma cascata de circuitos π foi também inserida no programa de transitórios eletromagnéticos. Desse modo, é possível comparar os resultados obtidos com o modelo proposto com os resultados obtidos a partir de um programa de referência do tipo EMTP.

A figura 8.9 mostra a tensão no terminal da linha alimentando um transformador em vazio durante o processo de energização da mesma.

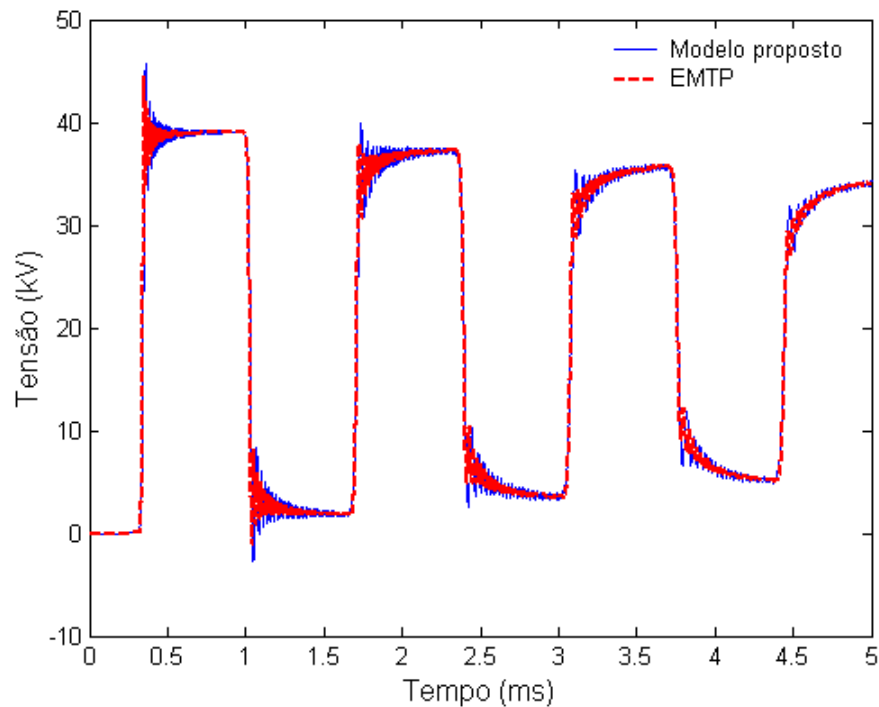


Figura 8.9 – Tensão do terminal da linha – Modelo proposto e EMTP.

Observa-se que os resultados obtidos com o modelo proposto são praticamente coincidentes com os resultados obtidos com o programa do tipo EMTP, constatando que o modelo proposto apresenta resultados confiáveis.

8.6 – Conclusão

Como já era previsto, uma linha de transmissão monofásica, quando é energizada, sua tensão no terminal aberto assume valores que podem ser o dobro do valor aplicado no terminal da fonte. Na figura 8.9, observou-se que o modelo proposto está coerente com o programa do tipo EMTP, apresentando resultados satisfatórios e confiáveis (FUCHS,1979).

Portanto, no capítulo seguinte o modelo proposto será aplicado para uma linha de transmissão bifásica.

9

IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO: LINHA BIFÁSICA

9.1 – Introdução

Neste capítulo, será mostrada a implementação de um modelo que representará uma linha de transmissão bifásica com plano de simetria vertical, utilizando uma cascata de circuitos π e considerando o efeito da frequência nos seus parâmetros longitudinais. O sistema resultante será solucionado por meio de variáveis de estado.

9.2 – Diagrama de blocos do programa para linha bifásica

Da mesma forma que na linha monofásica, a linha bifásica também foi implementada em um microcomputador, utilizando o mesmo *software* MatLab[®]. Foi escolhido o MatLab[®] devido à grande facilidade do mesmo em realizar operações matemáticas envolvendo matrizes.

Na primeira etapa do programa, são lidos os dados da linha de transmissão bifásica a ser simulada, tais como: a altura e o raio dos condutores da fase 1 e 2. Em seguida são calculados os parâmetros da linha de transmissão, considerando a influência da frequência (influência do solo e o efeito pelicular).

Em uma segunda etapa, realiza-se a transformação modal dos parâmetros da linha bifásica calculados na etapa anterior. Ou seja, a linha bifásica é representada no domínio modal por duas linhas monofásicas. A partir disso, os parâmetros longitudinais da linha no domínio modal são representados por meio de funções racionais, onde os pólos e resíduos dessa função racional serão determinados com o auxílio do método denominado *vector fitting*.

Com os parâmetros no domínio modais sintetizados e distribuídos na cascata de circuitos π , é possível calcular as tensões e correntes nos terminais das duas linhas monofásicas no domínio modal, a partir da representação das mesmas por meio de variáveis de estado.

A implementação do método de integração trapezoidal irá desenvolver o sistema dado por $\dot{x} = [A]x + [B]u$. (RUGIERO, 1998, EDWARDS, 1995, DOMMEL, 1996, NELMS et al., 1989).

Com as tensões e correntes modais, aplica-se a transformação modal inversa. Com isso, têm-se os valores de tensão e de corrente da linha bifásica.

Na figura 9.1, é mostrado um diagrama de blocos do algoritmo do programa desenvolvido para a linha bifásica.

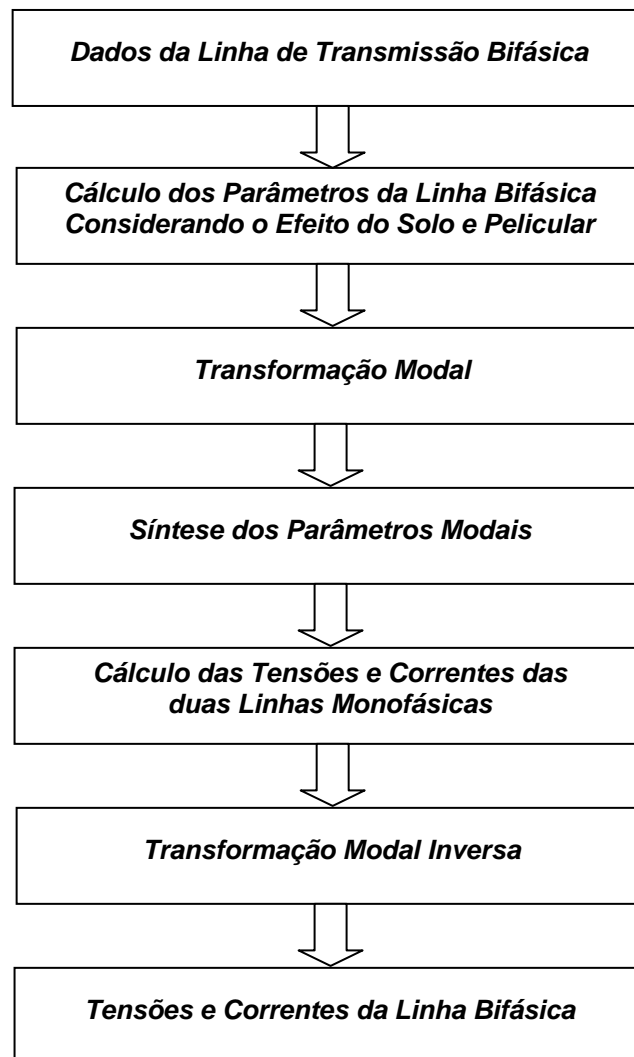


Figura 9.1 – Diagrama de blocos do programa desenvolvido para a linha bifásica

O modelo desenvolvido será utilizado para simular transitórios em uma linha de transmissão bifásica com um plano de simetria vertical. Serão analisados transitórios resultantes das operações de manobras e chaveamentos que ocorrem na linha.

9.3 – Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão bifásica

Na figura 9.2 é mostrada a estrutura de uma linha de transmissão bifásica hipotética que foi considerada.

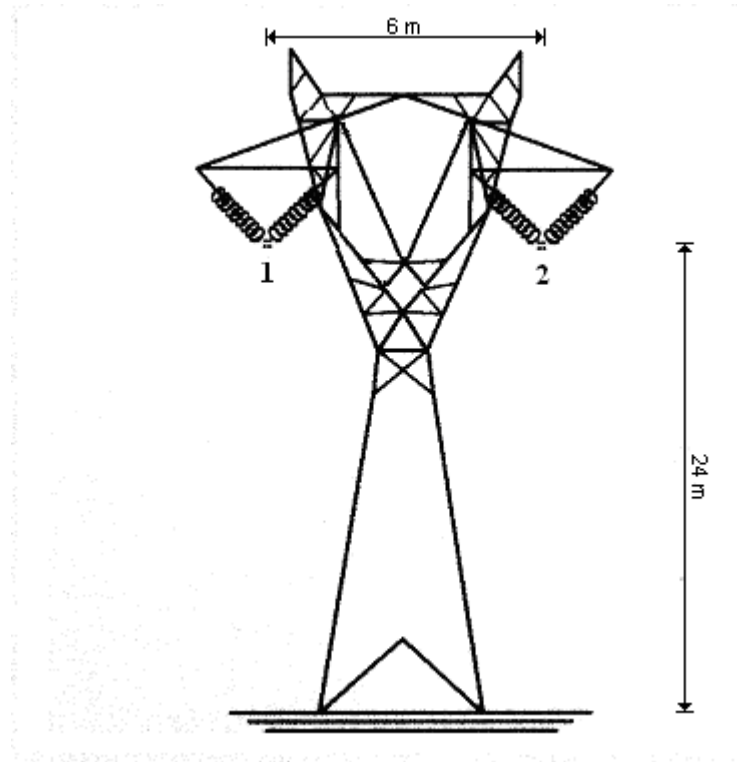


Figura 9.2 – Linha de transmissão bifásica hipotética.

Os condutores possuem raio de 0,01021 metros e a resistência do solo como sendo de $1000 \Omega.m$ (KUROKAWA, 2003).

A partir dos dados da linha bifásica representada na figura 9.2, foi possível calcular os parâmetros longitudinais, resistência e indutância, levando em consideração o efeito da frequência sobre os mesmos. Ou seja, considerando o efeito pelicular e o efeito solo como foi estudado no capítulo 4.

Vale ressaltar que o efeito pelicular e do solo são dependentes da frequência do sinal aplicado nos condutores, das características físicas dos condutores e dos dados geométricos espaciais sobre o posicionamento dos condutores, da distância entre eles e do solo.

A figura 9.3, mostra o comportamento da resistência dos cabos das fases 1 e 2 devido à influência da frequência.

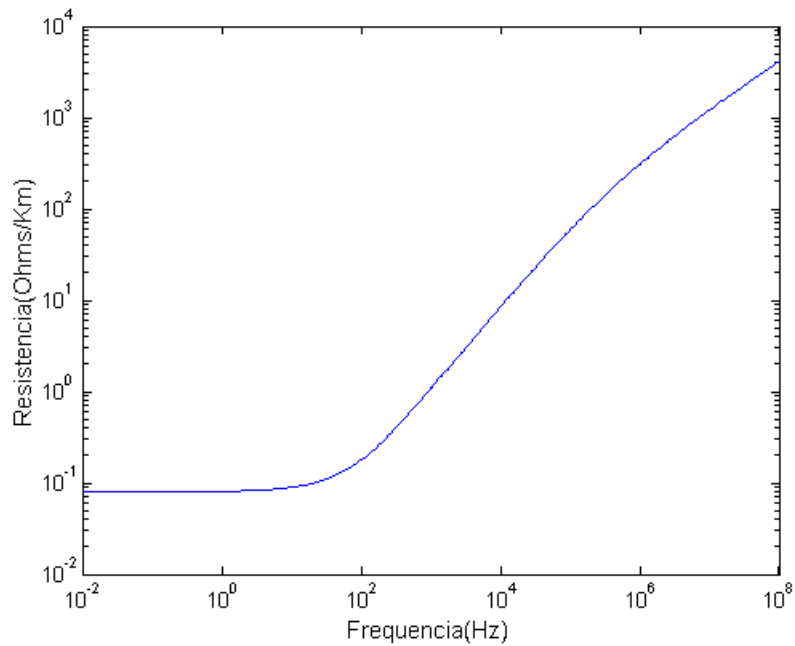


Figura 9.3 – Comportamento da resistência própria dos condutores 1 e 2 com a frequência.

A figura 9.4, mostra a resistência mútua (DOMMEL,1996) entre os condutores 1 e 2 da figura 9.2 em função da frequência.

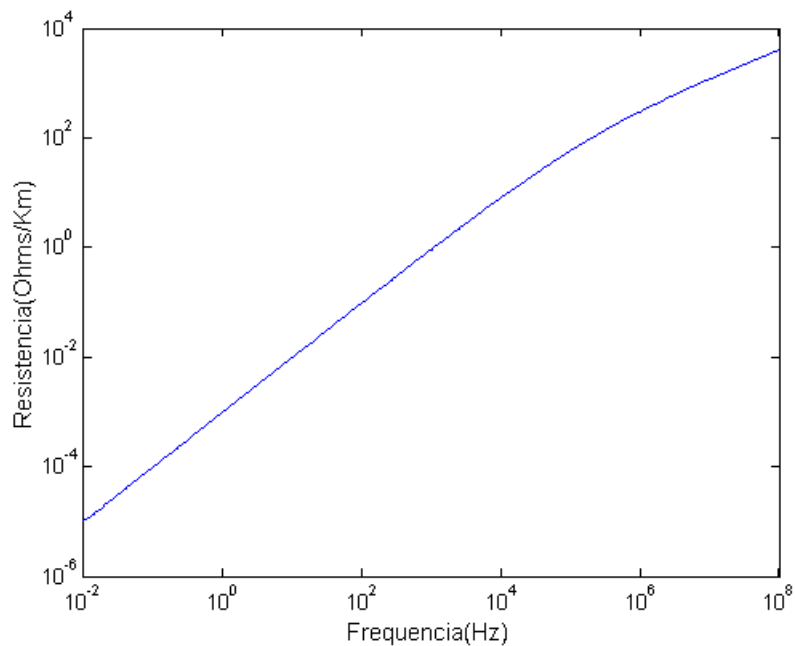


Figura 9.4 – Comportamento da resistência mútua dos condutores 1 e 2 com a frequência..

Observa-se, na figura 9.3, que a resistência da linha de transmissão varia em função da frequência. Para baixas frequências a resistência é praticamente constante. No entanto, ao aumentar-se o valor da frequência notou-se que a resistência apresenta aumento correspondente.

As resistências próprias dos condutores 1 e 2 apresentam o mesmo comportamento devido ao plano de simetria vertical. Essa resistência é formada pela soma da resistência devido ao efeito solo e efeito pelicular conforme as expressões (9.1) e (9.2), respectivamente:

$$Z_{\text{int}}(\omega) = R_{\text{int}}(\omega) + j\omega L_{\text{int}}(\omega) \quad (9.1)$$

$$[Z_{\text{solo}}] = [R_{\text{solo}}(\omega)] + j\omega[L_{\text{solo}}(\omega)] \quad (9.2)$$

Pela figura 9.4, observou-se que a resistência mútua entre dois cabos 1 e 2, da linha mostrada na figura 9.2, aumenta de valor em função da frequência.

A figura 9.5, mostra a indutância própria dos cabos das fases 1 e 2, da linha de transmissão mostrada na figura 9.2, em função da frequência.

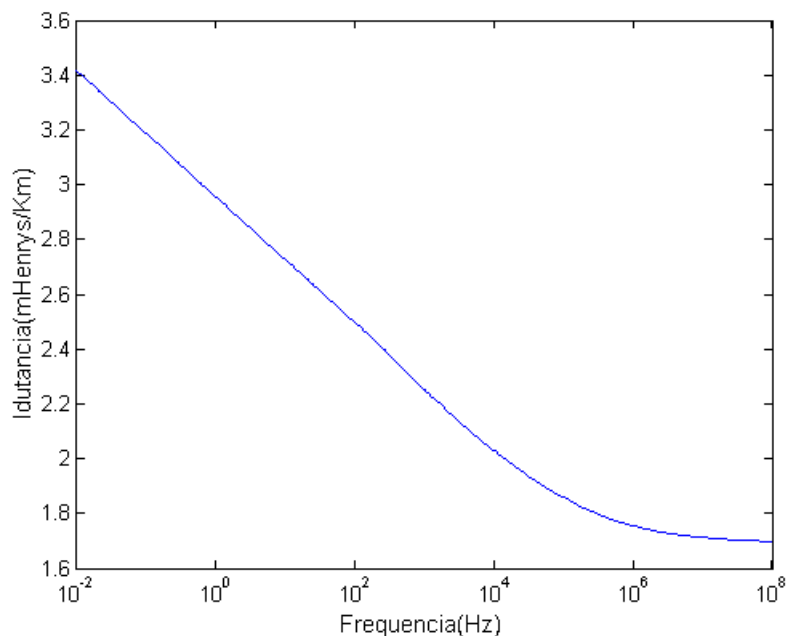


Figura 9.5 – Comportamento da indutância própria dos condutores 1 e 2 com a frequência.

As indutâncias próprias dos condutores 1 e 2 apresentam o mesmo comportamento devido ao plano de simetria vertical. A indutância própria é formada pela soma da indutância

devido ao efeito pelicular, efeito solo e pela indutância externa do condutor, conforme as expressões (9.1), (9.2) e (9.3), respectivamente.

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega[L_{\text{ext}}] \quad (9.3)$$

A figura 9.6, mostra a indutância mútua entre os condutores 1 e 2, da linha de transmissão mostrada na figura 9.2, em função da frequência.

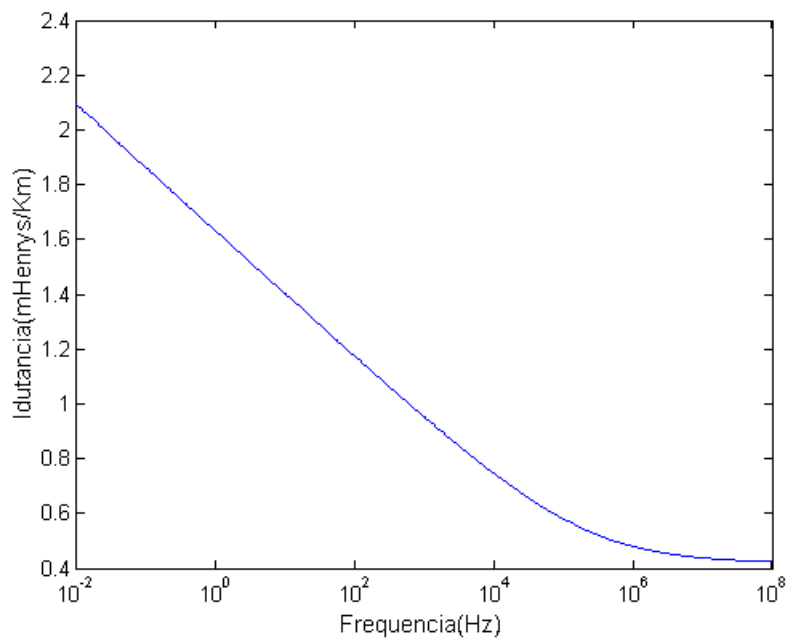


Figura 9.6 – Comportamento da indutância mútua dos condutores 1 e 2 com a frequência.

Da mesma forma que na linha monofásica, o comportamento das resistências e indutâncias próprias e mútuas, mostrados nas figuras 9.3 a 9.6, da linha bifásica foi obtido a partir da expressão (9.4), onde para cada valor de frequência tem-se um valor de impedância. Tais valores de frequência, que estão compreendidos na faixa de 10⁻² a 10⁸, encontram-se em um vetor que será lido e utilizado para o cálculo pela expressão (9.4).

$$[Z(\omega)] = [Z(\omega)]_{\text{ext}} + [Z(\omega)]_{\text{int}} + [Z(\omega)]_{\text{solo}} \quad (9.4)$$

Portanto, foi possível calcular os parâmetros da linha de transmissão bifásica e verificar seus comportamentos em função da frequência.

A figura 9.7, mostra a linha bifásica considerada na figura 9.2 ilustrando as distâncias entre seus condutores.

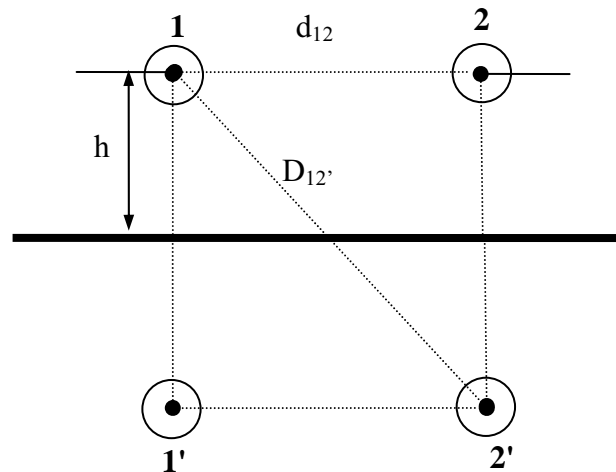


Figura 9.7 – Distância entre os condutores da linha bifásica.

Para o cálculo das capacitâncias da linha bifásica é necessário obter a matriz dos coeficientes de campo elétrico, dada por:

$$[E] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h}{r_1} & \ln \frac{D_{12'}}{d_{12}} \\ \ln \frac{D_{21'}}{d_{21}} & \ln \frac{2h}{r_2} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

Logo, sabe-se que a matriz das capacitâncias da linha de transmissão bifásica é dada pela seguinte equação:

$$[C] = [E]^{-1} = \begin{bmatrix} 1,259 & -0,311 \\ -0,311 & 1,259 \end{bmatrix} \frac{\text{nF}}{\text{m}} \quad (9.6)$$

A capacitância própria relativa às duas fases é de 1,259 nF/m. A capacitância mútua entre duas fases é de 0,311 nF/m. Portanto a matriz de admitâncias transversais de uma linha de transmissão é dada por (FUCHS, 1979):

$$[Y] = j\omega[C] \quad (9.7)$$

9.4 – Representação dos parâmetros no domínio modal

Conforme visto no capítulo 5, uma linha de transmissão de n fases pode ser decomposta em seus n modos.

A figura 9.8 apresenta a componente resistiva da impedância modal 1 (Z_{m1}).

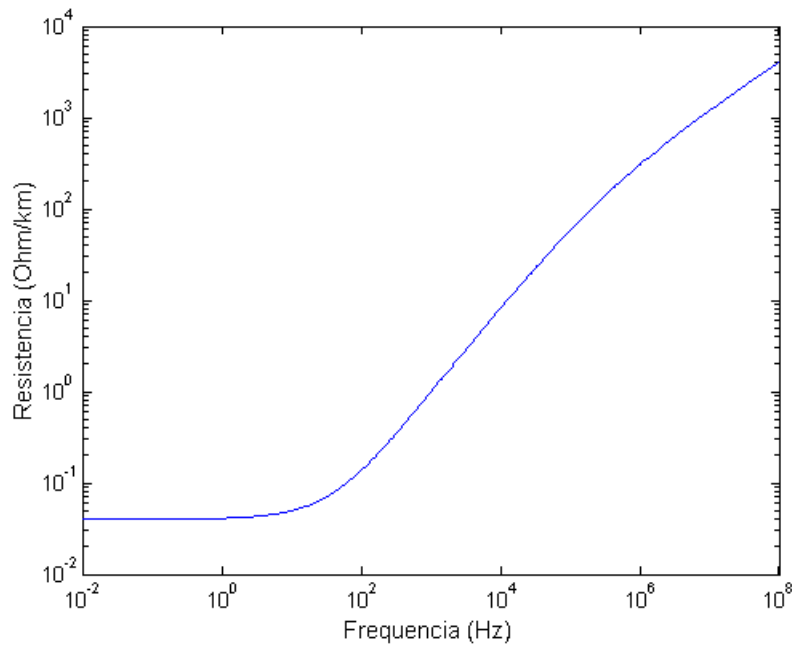


Figura 9.8 – Componente resistiva de Z_{m1} .

A figura 9.9 apresenta a componente indutiva da impedância modal 1 (Z_{m1}).

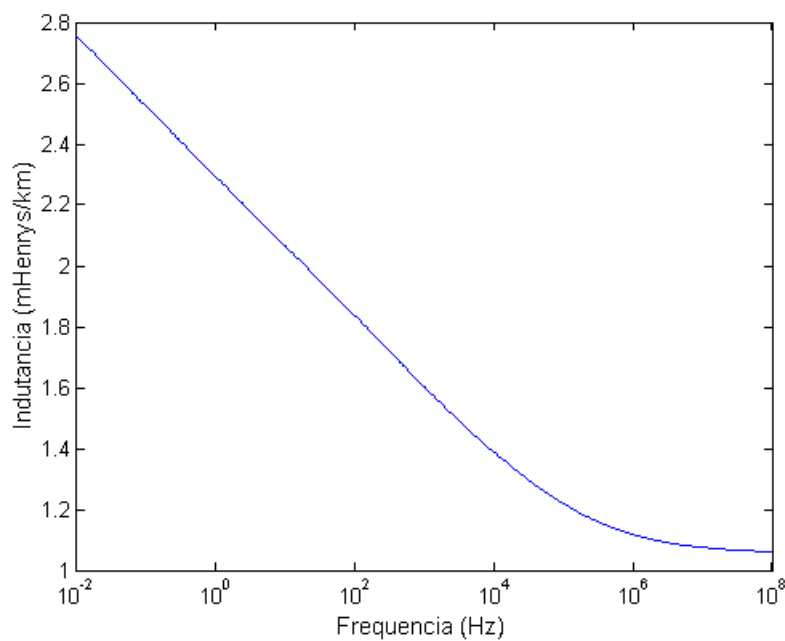


Figura 9.9 – Componente indutiva de Z_{m1} .

A figura 9.10 apresenta a componente resistiva da impedância modal 2 (Z_{m2}).

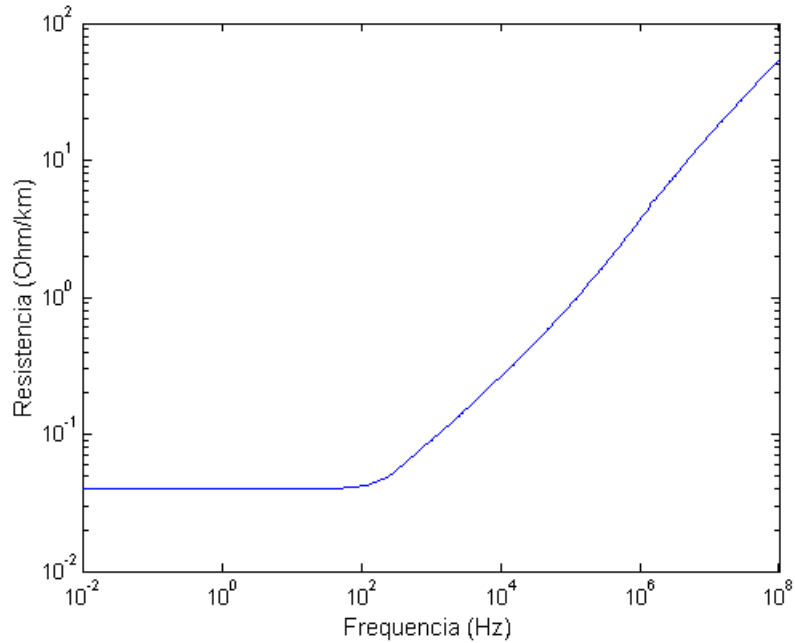


Figura 9.10 – Componente resistiva de Z_{m2} .

A figura 9.11 apresenta a componente indutiva da impedância modal 2 (Z_{m2}).

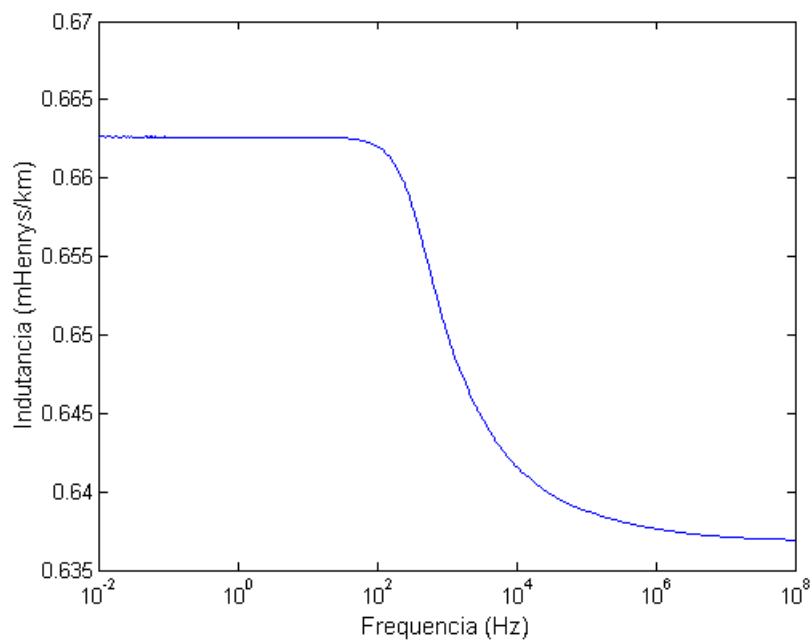


Figura 9.11 – Componente indutiva de Z_{m2} .

Aplicando a matriz de transformação $[T_V]$, é possível representar os parâmetros da linha bifásica em seus modos. Tais modos comportam-se como duas linhas monofásicas e são calculados a partir da expressão:

$$[Z_m] = [T_v]^{-1} [z] [T_1] \quad (9.8)$$

O comportamento das componentes resistivas e indutivas dos modos Z_{m1} e Z_{m2} , mostrados nas figuras 9.8 a 9.11, da linha bifásica foi obtido a partir da expressão (9.8), onde para cada valor de impedância, tem-se um valor de impedância modal, mostrado na expressão (9.9).

$$\begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 \\ 0 & Z_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

Na expressão (9.9), os valores de z_{11} , z_{12} , z_{22} e z_{21} , foram obtidos a partir da expressão (9.4), onde para cada valor de frequência, tem-se um valor de impedância.

Portanto, a partir dos valores dos modos Z_{m1} e Z_{m2} da expressão (9.9), será possível a representação por meio de uma cascata de circuitos π para cada um dos modos obtidos na transformação modal.

9.5 – Sínteses dos parâmetros pelo método *vector fitting*

Pelo capítulo 6, é possível aproximar os parâmetros longitudinais dos modos Z_{m1} e Z_{m2} da linha bifásica por meio de funções racionais, utilizando o método de *vector fitting* e permitindo que o efeito da frequência seja inserido nos modelos de parâmetro discretos.

As equações que sintetizam os modos Z_{m1} e Z_{m2} , respectivamente são dadas por:

$$Z_{\text{fit_MODO_1}}(\omega) = R1_0 + j\omega L1_0 + \frac{j\omega R1_1}{j\omega + \frac{R1_1}{L1_1}} + \dots + \frac{j\omega R1_5}{j\omega + \frac{R1_5}{L1_5}} + \frac{j\omega R1_6}{j\omega + \frac{R1_6}{L1_6}} \quad (9.10)$$

$$Z_{\text{fit_MODO_2}}(\omega) = R2_0 + j\omega L2_0 + \frac{j\omega R2_1}{j\omega + \frac{R2_1}{L2_1}} + \dots + \frac{j\omega R2_5}{j\omega + \frac{R2_5}{L2_5}} + \frac{j\omega R2_6}{j\omega + \frac{R2_6}{L2_6}} \quad (9.11)$$

Os valores dos elementos R e L das equações (9.10) e (9.11), encontrados a partir do método *vector fitting*, estão representados nas tabelas 2 e 3, respectivamente.

A partir dos valores das tabelas 2 e 3 é possível visualizar a síntese dos modos Z_{m_1} e Z_{m_2} da linha bifásica da seguinte forma: substituem-se os valores das tabelas 2 e 3 nas expressões (9.10) e (9.11), respectivamente e atribuem-se valores de frequência compreendidos na faixa na faixa de 10^{-2} a 10^8 para que seja possível o cálculo das componentes resistivas e indutivas sintetizada.

Tabela 2 – Valores dos elementos R e L para o modo Z_{m_1}

Componente resistiva (Ω/km)		Componente indutiva (mH/km)	
R1 ₀	0,03998	L1 ₀	1,05508
R1 ₁	1172,56	L1 ₁	0,04701
R1 ₂	202,220	L1 ₂	0,13401
R1 ₃	22,9579	L1 ₃	0,22816
R1 ₄	1,68625	L1 ₄	0,25125
R1 ₅	0,20985	L1 ₅	0,21073
R1 ₆	0,02246	L1 ₆	0,19416

Tabela 3 – Valores dos elementos R e L para o modo Z_{m_2}

Componente resistiva (Ω/km)		Componente indutiva (mH/km)	
R2 ₀	0,03997	L2 ₀	0,63686
R2 ₁	26,8771	L2 ₁	0,00049
R2 ₂	3,08748	L2 ₂	0,00138
R2 ₃	0,40645	L2 ₃	0,00364
R2 ₄	0,09194	L2 ₄	0,00688
R2 ₅	0,04074	L2 ₅	0,01391
R2 ₆	0,00001	L2 ₆	0,00001

No circuito equivalente que irá representar a linha bifásica como duas linhas monofásicas, foram considerados os valores na faixa de frequência de 10^{-2} a 10^6 , pois os transitórios que ocorrem na linha de transmissão estão dentro dessa faixa. Logo os seis blocos RL em paralelo, representados na figura 9.12 e 9.13, estão representando a influência da frequência nas componentes resistivas e indutivas dos modos Z_{m_1} e Z_{m_2} .

A figura 9.12 representa os parâmetros distribuídos no circuito equivalente do modo Z_{m_1} .

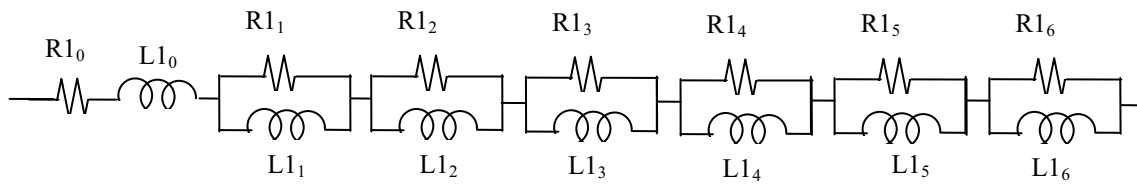


Figura 9.12 – Parâmetros longitudinais do modo Z_{m1} no circuito equivalente.

A figura 9.13 representa os parâmetros distribuídos no circuito equivalente do modo Z_{m2} .

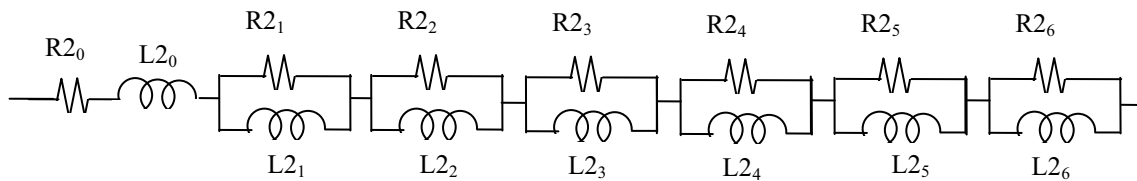


Figura 9.13 – Parâmetros longitudinais do modo Z_{m2} no circuito equivalente.

A figura 9.14 apresenta a síntese da componente resistiva da impedância modal Z_{m1} .

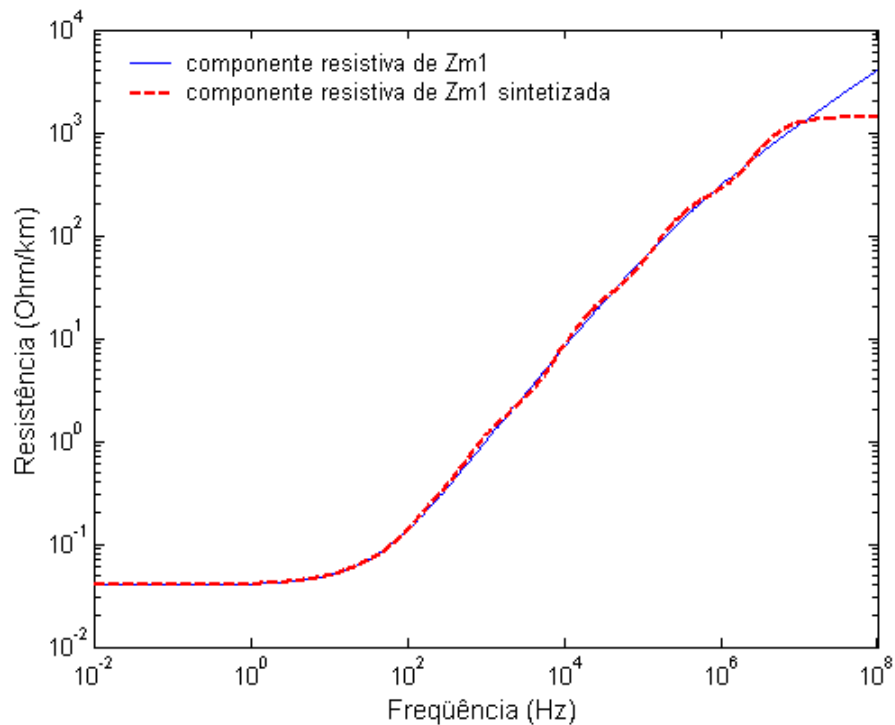


Figura 9.14 – Componente resistiva sintetizada de Z_{m1}

A figura 9.15 apresenta a síntese da componente indutiva da impedância modal Z_{m1} .

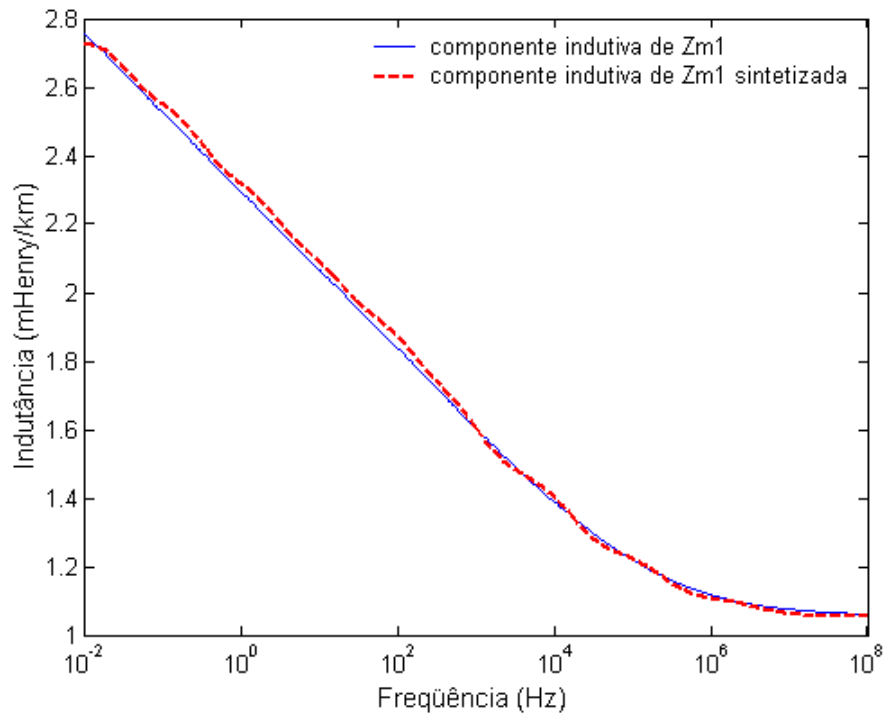


Figura 9.15 – Componente indutiva sintetizada de Z_{m1}

A figura 9.16 apresenta a síntese da componente resistiva da impedância modal Z_{m2} .

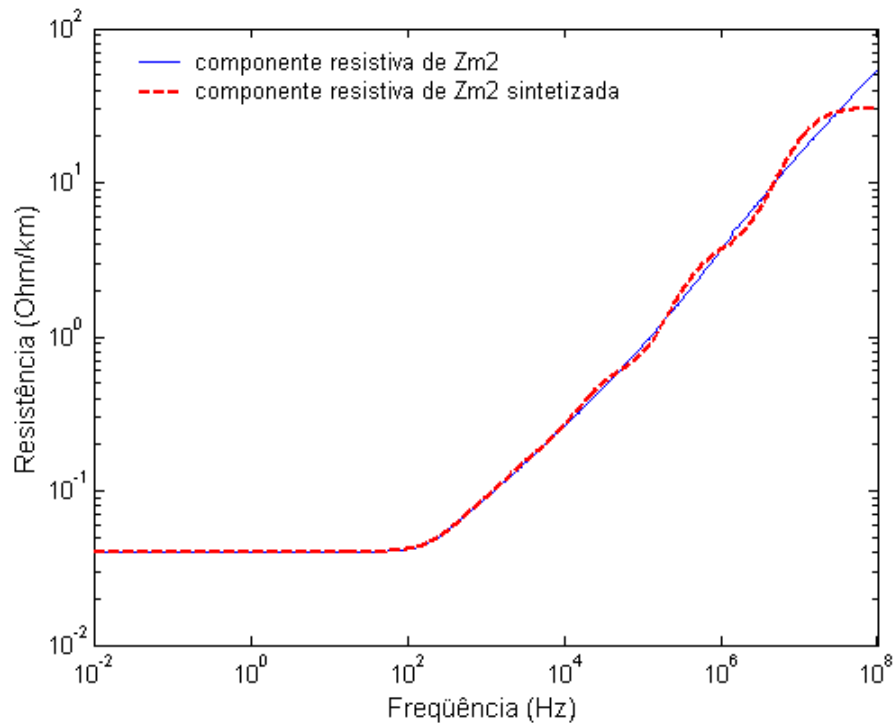


Figura 9.16 – Componente resistiva sintetizada de Z_{m2}

A figura 9.17 apresenta a síntese da componente indutiva da impedância modal Z_{m2} .

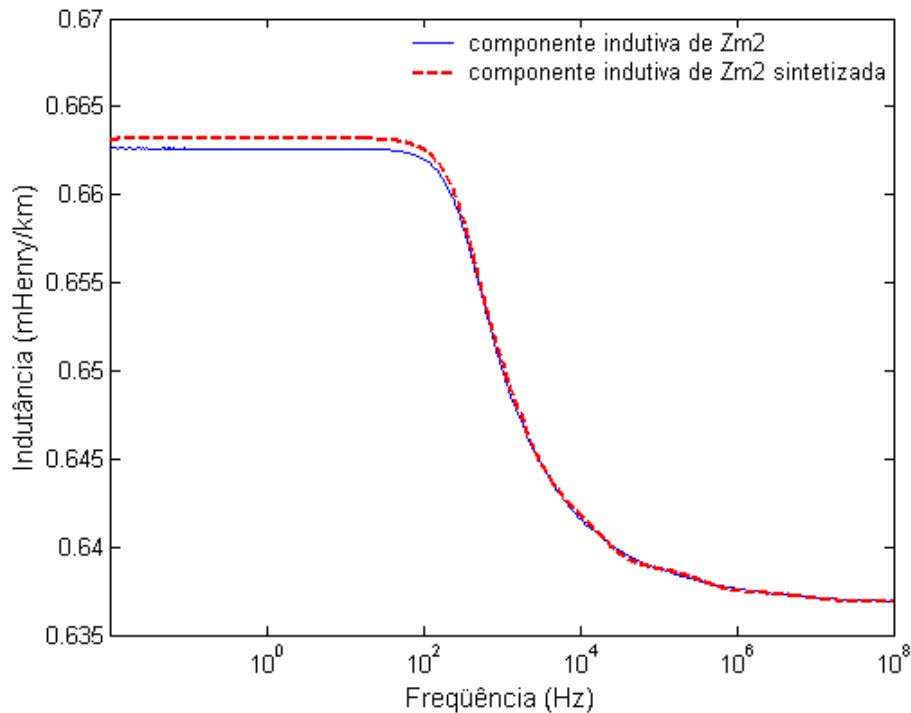


Figura 9.17 – Componente indutiva sintetizada de Z_{m2}

Pelas figuras 9.14 a 9.17, pode-se observar que os parâmetros da linha bifásica, considerando a transformação modal e o efeito da frequência, foram sintetizados na forma de funções racionais, onde é possível, a partir dos pólos e zeros dessas funções, se chegar aos valores dos parâmetros do circuito proposto em KUROKAWA et al. (2007) e KUROKAWA et al. (2008).

9.6 – Resultados obtidos para casos específicos

Os parâmetros da linha de transmissão bifásica foram calculados levando em conta o efeito da frequência a partir da equação (9.4). Em seguida, aplicou-se a transformação modal nos parâmetros longitudinais da linha pela equação (9.8). Dessa forma, considerou-se uma linha bifásica como duas linhas monofásicas. Ou seja, a linha bifásica é representada nos seus modos Z_{m1} e Z_{m2} .

Com as componentes resistivas e indutivas sintetizadas e os modos Z_{m1} e Z_{m2} representados em cascata de circuitos π , respectivamente, é possível, a partir do método de integração trapezoidal, simular alguns casos específicos de manobras na linha bifásica.

Cada linha monofásica, representada nos seus modos, tem 100 circuitos π conectados em cascata. O comprimento da linha de transmissão considerada é de 100 Km.

Na primeira parte da simulação, os terminais da linha de transmissão estão em aberto e a figura 9.18 mostra como a linha de transmissão bifásica da figura 9.2 será energizada na simulação.

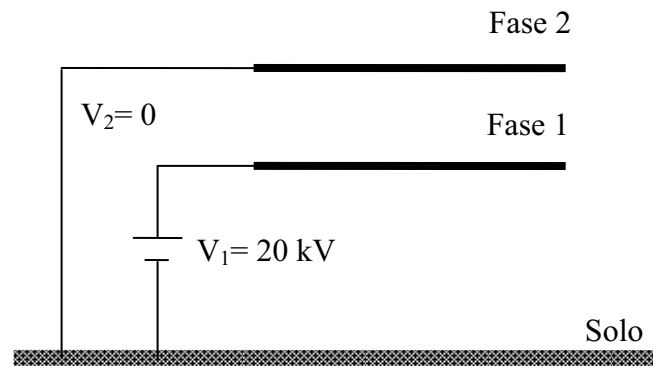


Figura 9.18 - Linha de transmissão bifásica com os terminais abertos.

A figura 9.19, mostra o comportamento da tensão nos terminais das fases 1 e 2.

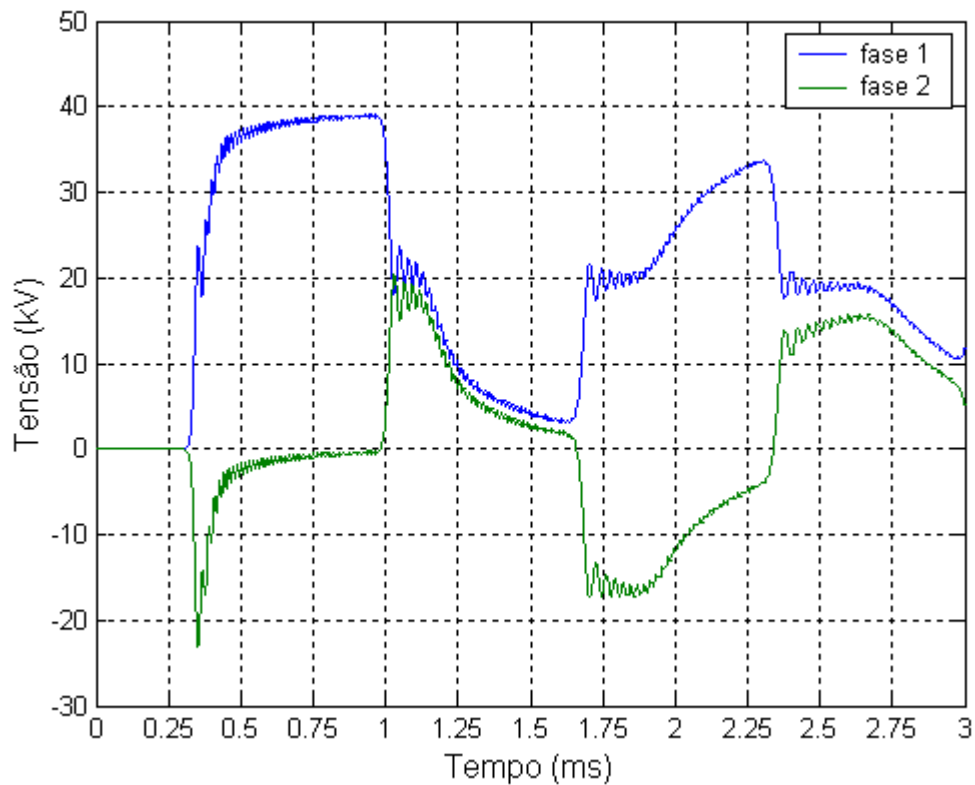


Figura 9.19 – Comportamento da tensão nos terminais abertos das fases 1 e 2.

Na figura 9.19, a tensão da fase 1, no terminal oposto ao da energização da linha bifásica, assume no instante em torno de 0,40ms um valor próximo do dobro do valor da fonte, já a tensão da fase 2 assume um valor negativo no instante em torno de 0,35ms. Esse valor negativo é a influência da energização da fase 1 na fase 2. Ou seja, essa influência é causada pelo acoplamento mútuo entre as duas fases (GUSTAVSEN, 1998).

Sabe-se que, quando uma linha de transmissão monofásica isolada é energizada com uma fonte de tensão em um terminal e o outro terminal da linha fica em aberto, o valor da tensão observada no terminal oposto da fonte é próximo do dobro da tensão de energização durante o transitório. E quando uma linha de transmissão monofásica isolada tem um terminal aterrado, não há tensão no outro terminal (FUCHS, 1979).

Entretanto, essa característica não se mantém na linha bifásica, devido a uma interação entre as linhas da fase 1 e 2, como mostrado na figura 9.19.

Nota-se que nas figuras 9.20 e 9.21, as correntes são praticamente nulas, tendo valores somente durante o transitório.

A figura 9.20 mostra o comportamento da corrente na fase 1.

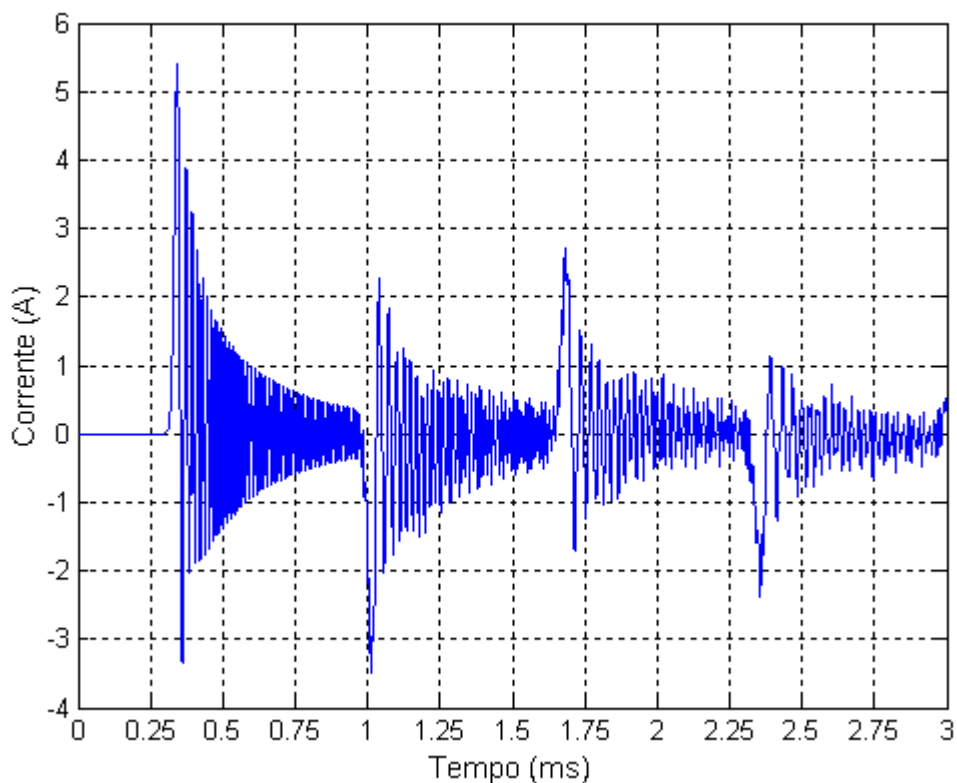


Figura 9.20 – Comportamento da corrente na fase 1 com terminal aberto.

A figura 9.21 mostra o comportamento da corrente na fase 2.

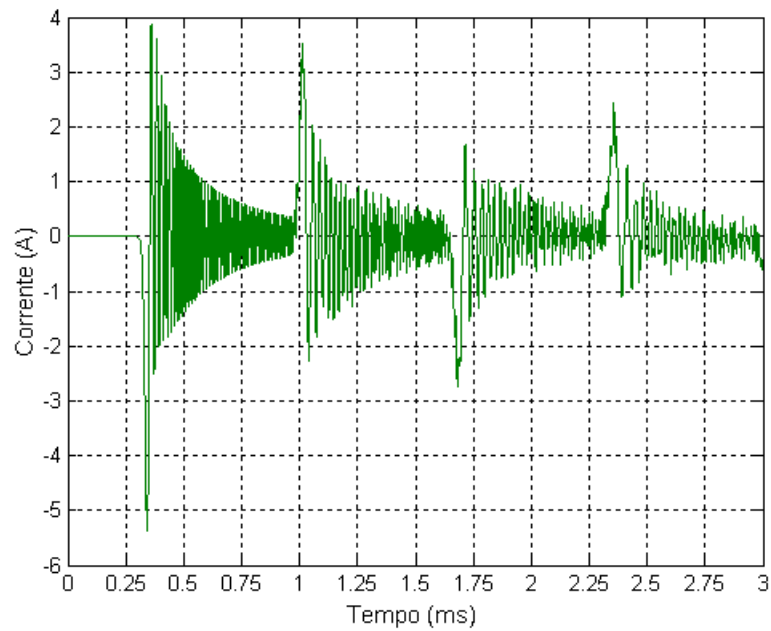


Figura 9.21 – Comportamento da corrente na fase 2 com terminal aberto.

A figura 9.22 mostra o comportamento da tensão no terminal aberto das linhas das fases 1 e 2 atingindo o regime permanente.

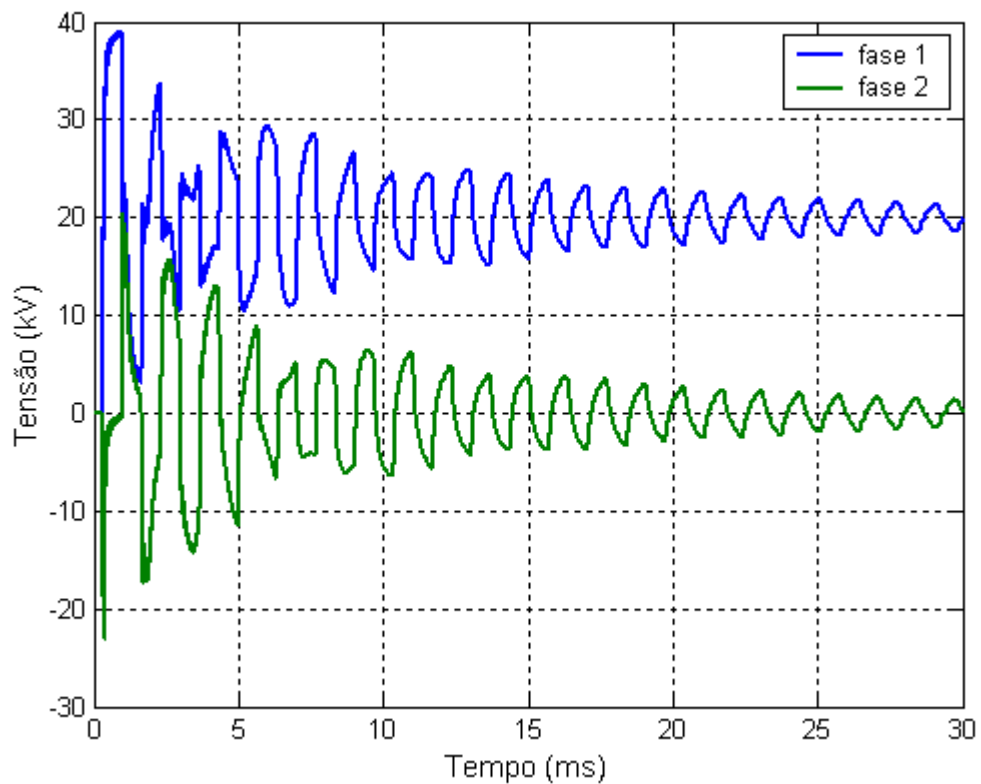


Figura 9.22 – Tensão nos terminais abertos das fases 1 e 2 em regime permanente.

Nota-se que na figura 9.22, o valor de tensão da fase 1 tende a se estabilizar em 20 kV em regime permanente e o valor da fase 2 tende a ficar nulo conforme o esperado.

A figura 9.23 representa a linha bifásica a ser simulada com os seus terminais curto-circuitados. Considerou-se que umas das fases será energizada com uma tensão de 20 kV e a outra fase aterrada.

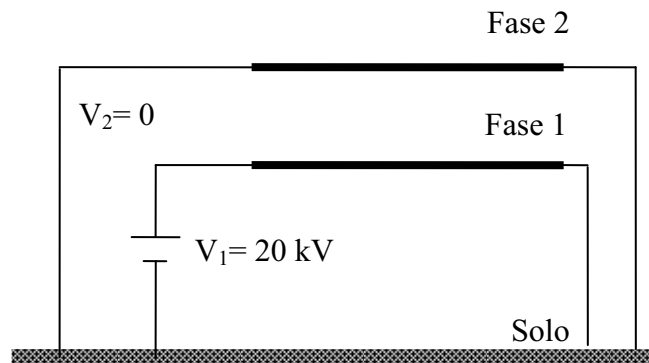


Figura 9.23 - Linha de transmissão bifásica com os terminais curto-circuitados.

A figura 9.24 mostra o comportamento da tensão nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2.

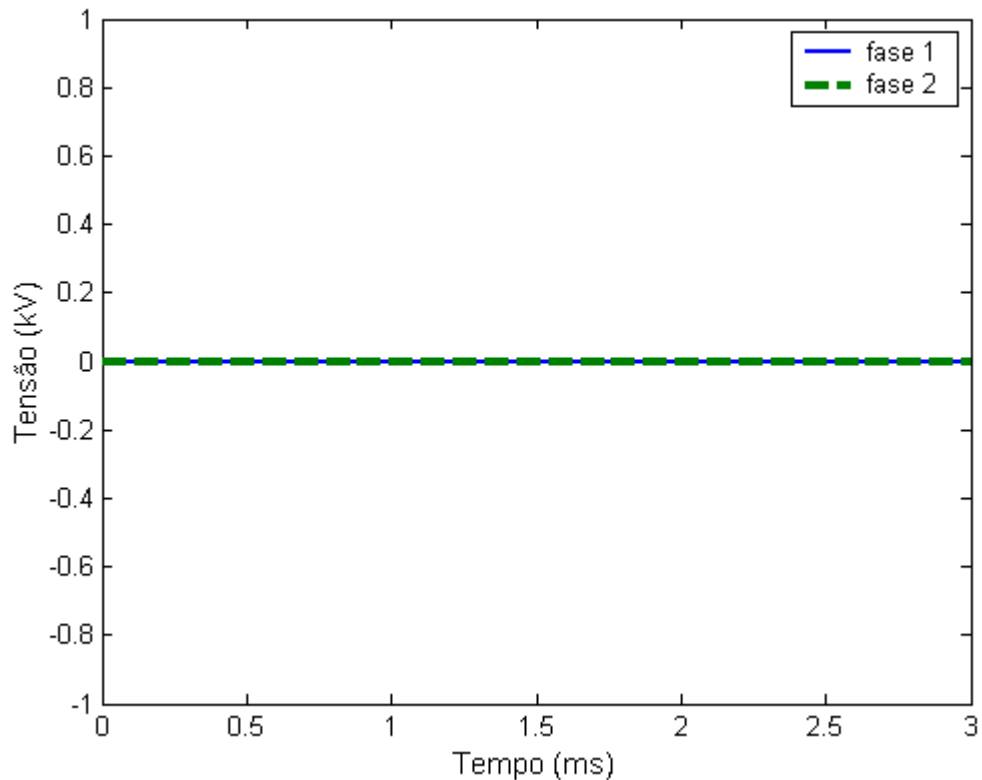


Figura 9.24 – Comportamento da tensão nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2.

Nota-se pela figura 9.24 que não há tensão nos terminais das fases aterradas como já era previsto.

A figura 9.25 mostra o comportamento das correntes nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2 da linha bifásica.

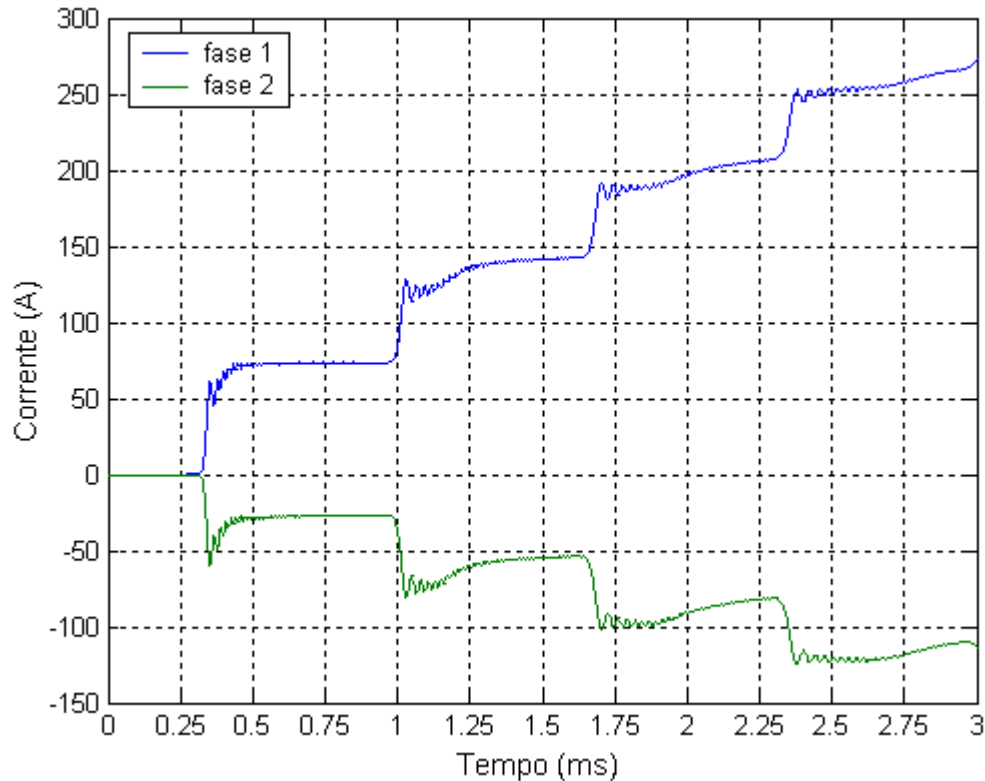


Figura 9.25 – Comportamento das correntes nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2

Já na figura 9.25, a forma de onda da corrente da fase 1, com o passar do tempo, tende a aumentar, pois quando se aterrava um condutor energizado, esse assume valores de correntes elevadas (GREENWOOD,1971). Nota-se também que a corrente da fase 2 da linha de transmissão é praticamente o inverso da corrente da fase 1, mas diferenciando-se em seus valores absolutos. Isso se deve ao acoplamento entre as fases.

A figura 9.26 representa a segunda parte da simulação onde a linhas de transmissão bifásica terá suas duas fases alimentadas por uma tensão de 20 kV, simultaneamente, e com os seus terminais em aberto.

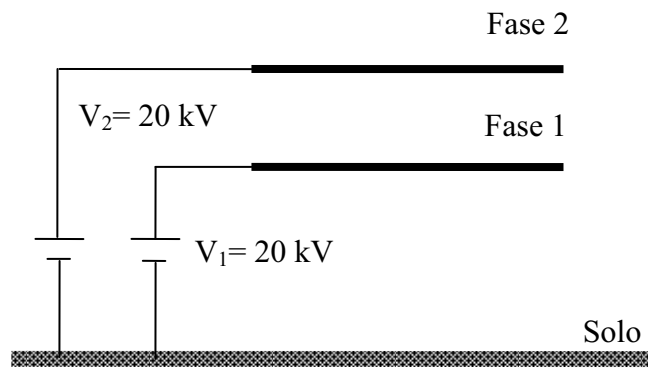


Figura 9.26 - Linha de transmissão bifásica com ambas as fases alimentadas e com os terminais em aberto.

A figura 9.27 mostra o comportamento das tensões nos terminais abertos da fase 1 e 2, simultaneamente energizadas, como mostrado na figura 9.26.

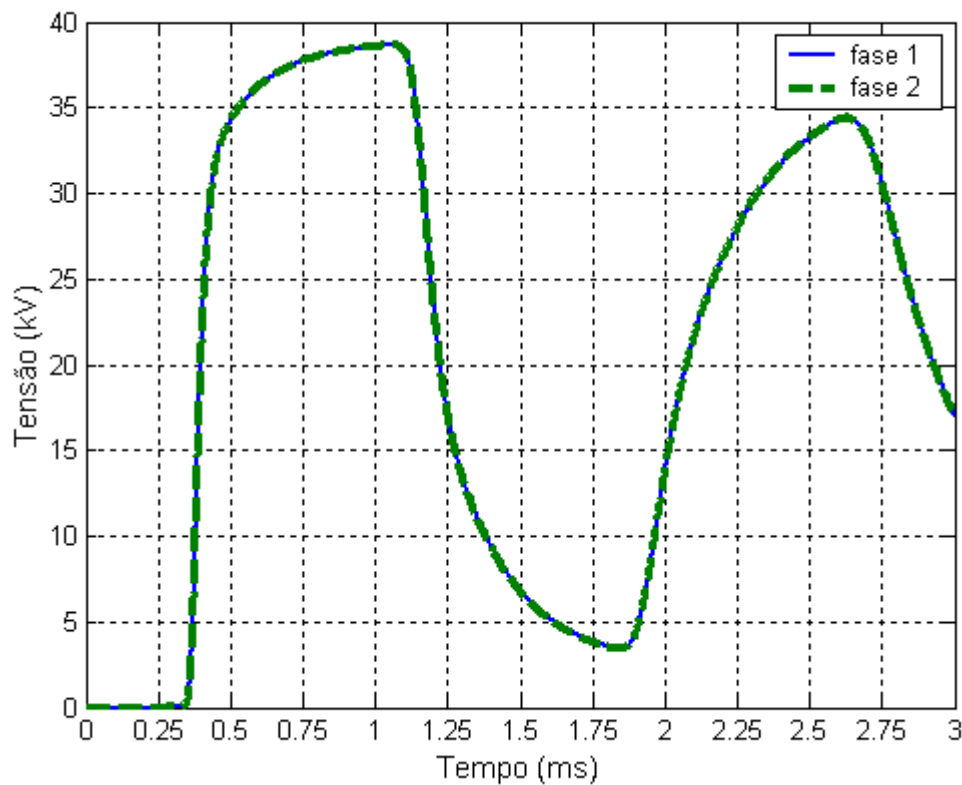


Figura 9.27 – Comportamento das tensões nos terminais abertos das fases 1 e 2 simultaneamente energizadas

A figura 9.28 mostra o comportamento das correntes nos terminais da fase 1 e 2 para situação mostrada na figura 9.26.

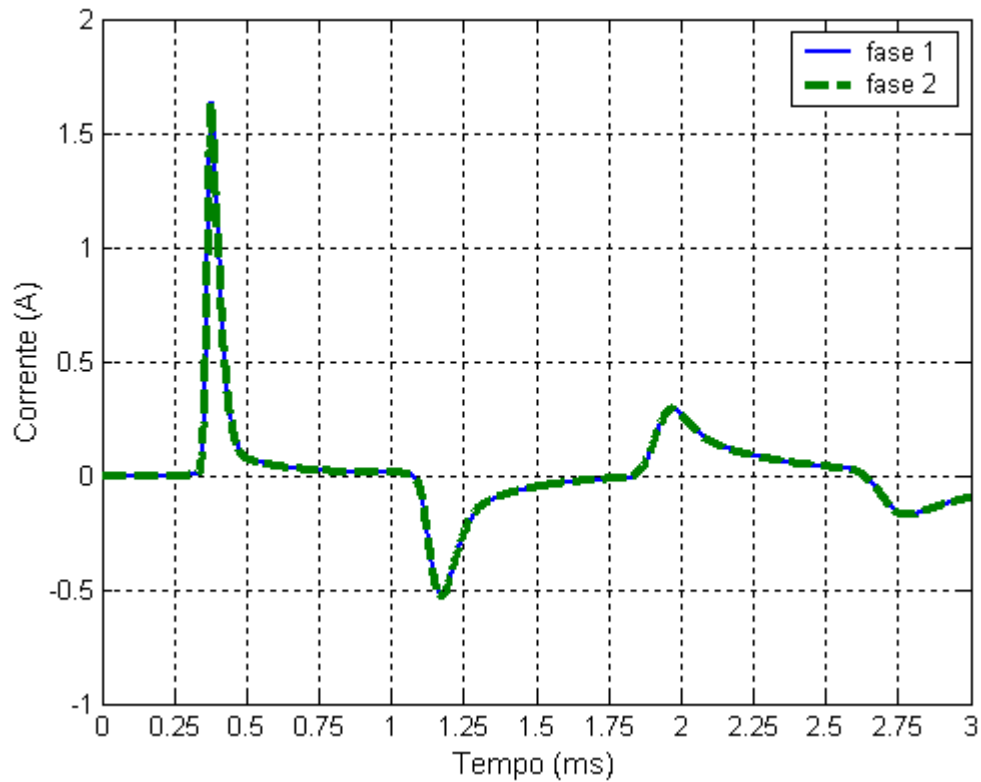


Figura 9.28 – Comportamento das correntes nos terminais abertos das fases 1 e 2 simultaneamente energizadas

Nota-se que, nas figuras 9.27 e 9.28, o comportamento é equivalente a energização de uma linha monofásica, pois nessa situação, a linha bifásica teve as suas duas fases alimentadas simultaneamente por 20 kV (FUCHS, 1979).

A figura 9.29 mostra a linha de transmissão bifásica com suas fases alimentadas, mas com seus respectivos terminais em curto-circuito.

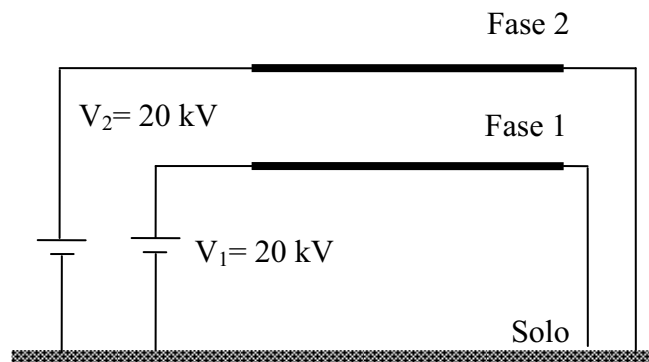


Figura 9.29 - Linha de transmissão bifásica com ambas as fases alimentadas e com os terminais em curto-circuito.

A figura 9.30 mostra o comportamento das tensões nos terminais da fase 1 e 2 para situação mostrada na figura 9.29.

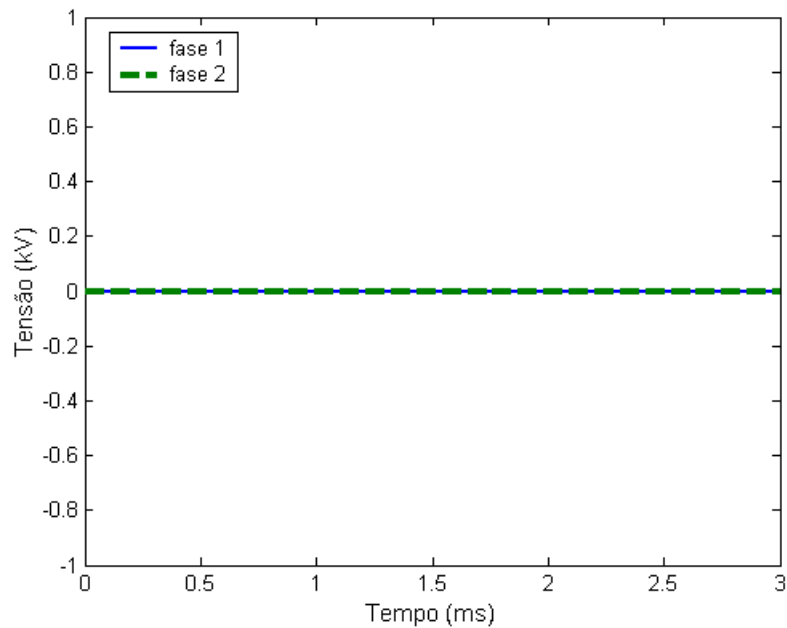


Figura 9.30 – Comportamento das tensões nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2 simultaneamente energizadas

A figura 9.31 mostra o comportamento das correntes nos terminais da fase 1 e 2 para situação mostrada na figura 9.29.

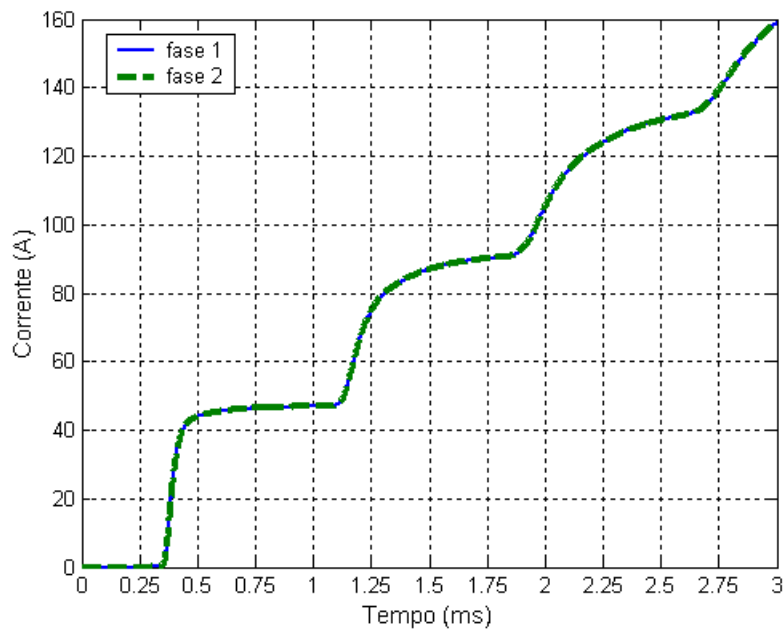


Figura 9.31 – Comportamento das correntes nos terminais curto-circuitados das fases 1 e 2 simultaneamente energizadas

Novamente, percebe-se que nas figuras 9.30 e 9.31, o comportamento é equivalente a energização de uma linha monofásica, pois nessa situação, a linha bifásica teve as suas duas fases alimentadas simultaneamente por 20 kV (FUCHS, 1979).

9.7 – Conclusão

Como estudado, os parâmetros da linha de transmissão são fortemente dependentes da frequência. Neste capítulo, foi possível observar a influência da frequência. Por meio do modelo implementado em um microcomputador com o software MatLab[®], foi possível analisar como os parâmetros longitudinais se comportam com a variação da frequência.

Observou-se que em frequências inferiores a 100 Hz, os valores das partes resistivas das impedâncias da linha que está sendo estudada foram praticamente iguais ao valor da resistência geométrica da linha por unidade comprimento. Para a faixa de frequência compreendida entre 100 Hz e 10 kHz, as partes resistivas das impedâncias próprias e mútuas tornam-se dependentes da frequência e em frequências superiores a 10 kHz, as partes resistivas próprias e mútuas assumem valores crescentes.

Aplicando a matriz de transformação $[T_V]$, foi possível representar os parâmetros da linha bifásica em seus modos. Logo, a partir dos valores das componentes resistivas e indutivas dos modos Z_{m1} e Z_{m2} , foi possível a representação por meio de uma cascata de circuitos π para cada um dos modos obtidos na transformação modal e assim aproximaram os parâmetros longitudinais dos modos Z_{m1} e Z_{m2} da linha bifásica por meio de funções racionais, utilizando o método de *vector fitting*. Isso permitiu que o efeito da frequência fosse inserido nos modelos de parâmetro discretos.

Notou-se que na figura 9.19, quando somente uma fase de uma linha bifásica é energizada, a outra fase que está aterrada, sofre influência da energização. Sabe-se que em uma linha de transmissão monofásica isolada, quando ela é energizada e seu terminal está em aberto, sua tensão final assume valores próximos do dobro do valor da fonte. Já nessa linha bifásica, a fase que está sendo energizada induz uma tensão na fase que está aterrada, que faz com que, a tensão demore um pouco mais para assumir o valor próximo do dobro do valor da fonte. Na figura 9.25, observou-se que a corrente da fase 1 que está sendo energizada tende a crescer com o passar do tempo e a corrente na fase 2 é praticamente o inverso da corrente na fase 1, mas diferenciando-se em seus valores absolutos.

Portanto, o modelo proposto para uma linha bifásica apresentou resultados satisfatórios e coerentes.

10

CONCLUSÃO

O capítulo 1 apresentou as motivações que levaram o desenvolvimento deste trabalho, e propôs um modelo de linha de transmissão, representado por meio de cascata de circuitos π , que considera o efeito da frequência em seus parâmetros longitudinais.

No capítulo 2, foram deduzidas as equações diferenciais que representam uma linha de transmissão, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência.

O capítulo 3 mostrou que as soluções diretamente no domínio do tempo para linhas com perdas e considerando a influência da frequência sobre os parâmetros longitudinais são dadas por meio do uso de integrais de convolução ou por meio de equações de estado.

Foram estudados no capítulo 4, os parâmetros longitudinais da linha de transmissão, considerando o efeito do solo e o efeito pelicular sobre os mesmos. Tais parâmetros são fortemente dependentes da frequência.

Uma vez que a linha de transmissão a ser simulada seria uma linha bifásica, no capítulo 5, mostrou-se que a mesma pode ser representada nos seus modos, comportando-se como duas linhas monofásicas. Ou seja, a representação modal de linhas permite que uma linha de transmissão de n fases seja decomposta em seus n modos de propagação. Isso torna possível representar uma linha de transmissão bifásica em seus modos utilizando das matrizes de transformação.

No capítulo 6, mostrou-se a aproximação dos parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão por meio de funções racionais que permite considerar o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais. Logo no capítulo 7, foi proposto um modelo de linha de transmissão que considera o efeito da frequência nos seus parâmetros longitudinais da seguinte forma: enquanto que as resistências e indutâncias em séries são os parâmetros da linha de transmissão dependentes somente da geometria do condutor da linha de transmissão, os blocos de resistências e indutâncias paralelas representam os parâmetros dependentes da frequência. A partir do modelo obtido foi possível desenvolver as equações de estado que descrevem a linha de transmissão e montar a matriz de estado, sendo assim possível resolvê-las pela fórmula de Heun, conhecida também como o método da integração trapezoidal, sendo esse, o mais adequado.

O capítulo 8 apresenta os parâmetros longitudinais da linha monofásica calculados em função da frequência. A partir do método *vector fitting*, esses parâmetros foram sintetizados e distribuídos no modelo proposto para uma linha monofásica. Com o modelo implementado foi possível verificar, como já previsto, que uma linha de transmissão monofásica quando é energizada sua tensão no terminal aberto assume valores que podem ser o dobro do valor aplicado no terminal da fonte, e quando comparado com o resultado do EMTP, conclui-se que o modelo proposto está coerente.

No capítulo 9, a linha bifásica foi representada nos seus modos comportando-se como duas linhas monofásicas. No domínio modal, as componentes resistivas e indutivas dos modos Z_{m1} e Z_{m2} da linha bifásica, foram aproximadas por meio de funções racionais. Utilizando o método de *vector fitting*, foi possível inserir o efeito da frequência nos modelos de parâmetro discretos. Dessa forma, representou-se por meio de uma cascata de circuitos π para cada uma das linhas monofásicas no domínio modal e, a partir disso, o modelo foi implementado em um software computacional como uma rotina numérica para estudos de transitórios eletromagnéticos. Neste capítulo pode-se observar que quando somente uma fase de uma linha bifásica é energizada, a outra fase que está aterrada sofre influência da energização. Diferentemente da linha de transmissão monofásica isolada, que quando ela é energizada e seu terminal está em aberto, sua tensão final assume valores próximos do dobro do valor da fonte. Já na linha bifásica, a fase que está sendo energizada induz uma tensão na fase que está aterrada, que faz com que, a tensão demore um pouco mais para assumir o valor próximo do dobro do valor da fonte.

Portanto, este trabalho desenvolveu um modelo de linha de transmissão bifásica diretamente no domínio do tempo, levando em consideração o efeito da frequência sobre seus parâmetros longitudinais, utilizando o conceito de variáveis de estado; sendo que os parâmetros longitudinais, variáveis com a frequência, foram aproximados por funções racionais cujos pólos e resíduos foram determinados por meio do algoritmo *vector fitting*.

O modelo proposto para linha bifásica, no domínio do tempo, possui uma ampla aplicação na análise de transitórios eletromagnéticos, resultantes das operações de manobras e chaveamento que ocorrem no sistema elétrico. Com um custo relativamente baixo para implementação, o uso ilimitado de circuitos π , a consideração do efeito da frequência nos parâmetros longitudinais e os resultados obtidos diretamente no domínio do tempo, esse modelo se destaca diante de outros modelos, pois apresenta resultados satisfatórios e mais próximos da realidade.

Como sugestão para trabalhos futuros, é o desenvolvimento de modelos de linhas trifásicas, cuja aplicação é bastante ampla nos estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Referências

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program, **IEEE Trans. Power App. And Systems**, Denver, v.PAS-89, n. 1, p. 88-97, jan. 1970.

CHIPMAN, R. A. **Teoria e problemas de linhas de transmissão**. São Paulo: Mc Graw Hill do Brasil, 1976. 276p.

D'AMORE, M.; SARTO, M. S. A new formulation of lossy ground return parameters for transient analysis of multiconductor dissipative lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v.12, n.1, p. 303 - 314, 1997.

DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A. E.; CASTANHEIRA, A. The complex ground return plane – A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power App. and Systems**, New York, v. PAS 100, n.8, p. 3686-3693, 1981.

DOMMEL, H. W. **Electromagnetic transients program reference manual**. Vancouver : Department of Electrical Engineering-University, 1996. pag. irreg.

DOMMEL, H.W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks. **IEEE Trans. On Power App. And Systems**, v. PAS-88, n.4, p. 388-399, 1969.

EDWARDS J. C. H. PENNY, D. E. **Equações diferenciais elementares com problemas de contorno**. 3.ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil , 1995. 643 p.

FARIA, A.B.; WASHINGTON, L.A.; ANTÔNIO, C.S. Modelos de linhas de transmissão no domínio das fases: estado da arte. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 14, 2002, Natal. **Anais...** Natal: [s.n.], 2002. p. 801-806.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica: linha aéreas; teoria das linhas em regime permanente**, 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 582 p.

GATOUS, O. M. O. **Uma nova implementação do efeito skin no modelo de linhas de transmissão**. 2005. 121f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

GREENWOOD, A. **Electrical transients in power systems**. New York: John Wiley&Sons, 1971. 558 p.

GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. Combined phase and modal domain calculation of transmission line transients based on vector fitting. **IEEE Trans. on Power Delivery**, [S.l.], v.3, n.2, p. 596-604, 1998.

GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses on by vector fitting. **IEEE Trans. on Power Delivery**, [S.l.], v.4, n.3, p. 1052-1061, 1999.

HEDMAN, D. E. **Teorias das linhas de transmissão-II**. 2.ed. Santa Maria: Edições UFSM , 1983. v. 2 e 3.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v.18, n. 2, p. 564-570, 2003.

KUROKAWA, S. **Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase**. 2003. 151f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais. **Sba Controle& Automação**, Campinas, v.18, n.3, p.337-346, 2007.

KUROKAWA, S. ; YAMANAKA, F. N. R. ; PRADO, A. J. ; PISSOLATO FILHO, J. . Using state-space techniques to represent frequency dependent single-phase lines directly in time domain. In: THE 2008 IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: Latin America, 2008, Bogotá. **Proceedings...**, Bogotá:[s.n.], 2008. p. 312-316,.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado considerando o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA-CBA, 16, 2006, Salvador. **Anais...** Salvador: [s.n.], 2006. v. 1 p. 268-273,

LIMA, A. C. S.; FERNANDES, A. B.; CARNEIRO S. Rational approximation of frequency domain responses in the S and Z planes. **IEEE Power Engineering Society General Meeting**, San Francisco, v.1, p. 126-131, 2005.

MÁCIAS, J. A. R.; EXPÓSITO A. G.; SOLER, A. B. A Comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.20, n.2, p. 894-903, 2005.

MAMIS, M. S. Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. **IEE. Proc. General Transmission and Distribution**, [S.l.], v.150, n.2, p. 200-203, 2003.

MAMIS, M. S.; NACAROGLU, A. Transient voltage and current distributions on transmission lines. **IEE. Proc. General Transmission and Distribution**, [S.l.], v.149, n. 6, p. 705-712, 2003.

MARTÍ, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. PAS-101, n. 1, p.147-155, 1982.

MARTÍ, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.] , v. 3, n.3, p.1099-1110, 1988.

NAIDU, S. R., **Transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência**. Campina-Grande: Ed. Grafset, , 1985. 316 p.

NELMS, R. M.; SHEBLE, G. B.; NEWTON, S. R.; GRIGSBY, L. L.; Using a personal computer to teach power system transients. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.] v. 4, n. 3, p. 1293-1297, 1989.

PETTERSSON, P. Propagation of waves on a wire above a lossy ground – different formulations with approximations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v.14, n.3, p. 1173 - 1180, 1999.

RUGGIERO, M.A.G. ; LOPES, V.L.R **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacional**. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1998. 406p.

SARTO, M. S., SCARLATTI, A. HOLLOWAY, C. L.,. On the use of fitting models for the time-domain analysis on problems with frequency-dependent parameters. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY, 2001, Montreal: **Proceeding...** Montreal: [s.n], 2001. p. 588-593

SPIEGEL, M. R., **Transformadas de laplace**. São Paulo: Ed. McGraw-Hill, 1971. 344p.

STEVENSON, W. D. J. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill Book do Brasil, 1978. 348p.

SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Ed. Makron do Brasil, 1994. v. 2, 792p.

TAVARES, M. C. **Modelo de linha de transmissão polifásico utilizando quase-modos**, 1998. 255f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, M. C. Quasi-modes multiphase transmission line model, **Electric Power Systems Research**, [S.l.],v. 49, n. 3, p. 159-167, 1999.

WEDEPOHL, L. M. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.11, n. 3, p.1538-1546, 1996.

YAMANAKA, F. N. R.; KUROKAWA, S.; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J.; BOVOLATO, L. F. Analysis of longitudinal and temporal distribution of electromagnetic waves in transmission lines by using state-variable techniques. In: SIXTH LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION, 16, 2005, Mar del Plata. Proceeding... Mar del Plata: [s.n.], 2005. p. 1-7.