



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**PERCEBER-SE PROFESSOR DE MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA
NO MOVIMENTO DE FORMA/AÇÃO**

Carolina Cordeiro Batista

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

CAROLINA CORDEIRO BATISTA

PERCEBER-SE PROFESSOR DE MATEMÁTICA COM
TECNOLOGIA NO MOVIMENTO DE FORMA/AÇÃO

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo

Rio Claro - SP

2021

B333p Batista, Carolina Cordeiro
Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimento de forma/ação / Carolina Cordeiro Batista. -- Rio Claro, 2021
258 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientadora: Rosa Monteiro Paulo

1. Educação matemática. 2. Professores Formação. 3. Estudo de aula. 4. GeoGebra. 5. Investigação matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CAROLINA CORDEIRO BATISTA

PERCEBER-SE PROFESSOR DE MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA NO MOVIMENTO DE FORMA/AÇÃO

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo (Orientadora)
Universidade Estadual Paulista – Guaratinguetá/SP

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
Universidade Estadual Paulista – Rio Claro/SP

Profa. Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti
Universidade Estadual Paulista – Presidente Prudente/SP

Profa. Dra. Luciane Ferreira Mocrosky
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Curitiba/PR

Prof. Dr. João Pedro da Ponte
Universidade de Lisboa – Portugal

Resultado: **Aprovada**

Rio Claro - SP
16 de dezembro de 2021

AGRADECIMENTOS

Albert Einstein disse que só há duas maneiras de viver a vida, uma é como se nada fosse um milagre e a outra é como se tudo fosse um milagre [...] milagres estão em toda parte [...] milagres são bondades [...] às vezes, aparecem da forma mais estranha, através de pessoas que só passam por nossas vidas [...] queridos amigos, que nos apoiam em qualquer circunstância [...] milagres são Deus [...] milagres são um jeito de Deus nos avisar que Ele está aqui.
(MILAGRES DO PARAÍSO, 2016)

Primeiramente, agradeço a Deus pela minha vida, por sempre estar comigo, amparando-me, e pelos “milagres” que me fizeram sentir a Sua presença em minha trajetória de estudos.

No âmbito familiar...

À minha querida mãe, Terezinha, por todo amor, pelas palavras de carinho, por ser a minha luz nos momentos difíceis, pelo exemplo de luta, persistência e coragem e, principalmente, por sempre apoiar as minhas escolhas, em qualquer circunstância;

Ao meu pai, Júlio, pelo apoio às minhas escolhas, pelas palavras de incentivo e pelo exemplo de inteligência e dedicação aos estudos;

Ao meu irmão, Lucas, por sempre me incentivar a correr atrás dos meus sonhos, com suas palavras e seu exemplo de dedicação, persistência e amor à vida;

Ao meu amor, Marcelino, por sempre estar ao meu lado, apoiando meus sonhos e acreditando nas minhas escolhas, com suas palavras de sabedoria, conforto e carinho que enchem meu coração de esperança e me dão forças para seguir em frente;

Aos meus anjinhos de quatro patas, Mia, Luna, Amy, Lanche, Meg e Emílio, pelas “gracinhas” e momentos de descontração, que tornam a minha vida mais leve. Olhar para os seus olhinhos e seus rabinhos abanando, após um dia difícil, alegra minha alma.

Muito obrigada por fazerem parte da minha vida!

No âmbito acadêmico e profissional...

À minha orientadora, Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo, pela paciência, atenção e amizade, pelos cafezinhos nas idas a Rio Claro, pelas sábias palavras que sempre me fazem querer ser uma profissional melhor, pela oportunidade de aprender com você a ser pesquisadora e professora e, principalmente, por ajudar a tornar o meu sonho possível. Você é um exemplo que levo para a minha vida;

Aos membros da minha banca, Profs. Drs. Rosana Miskulin, Maria Raquel Morelatti, Luciane Mocrosky e João Pedro da Ponte, pelo privilégio de poder contar com profissionais tão competentes e reconhecidos em suas áreas de atuação para a leitura do meu trabalho. Suas contribuições enriqueceram muito essa tese;

Aos amigos de Rio Claro e aos amigos do grupo de pesquisa, Carol Yumi, Rodolfo, Priscila, Ana Paula, Jonson, Nathalia, Karen, Beatriz, Verusca, Anderson, Raissa, Vanessa e muitos outros que inúmeras vezes me ajudaram nas aulas, nos trabalhos, receberam-me em suas casas em Rio Claro e oportunizaram momentos de descontração e aprendizagem que tornaram essa trajetória mais leve e contribuíram para que a minha pesquisa acontecesse;

Aos Profs. Drs. Elisangela e Antonio Carlos, por sempre poder contar com vocês e pelas contribuições que deram à minha formação;

Aos professores das disciplinas que cursei durante o Doutorado, pelos momentos de aprendizagem que contribuíram com a minha formação;

Aos professores participantes da pesquisa que, mesmo diante de todas as dificuldades enfrentadas em sua rotina de trabalho, demonstraram comprometimento e disposição para participar dos encontros do grupo, mantendo viva a esperança de que somente por meio da educação poderemos alcançar dias melhores;

À Ana e à Regina, pelo apoio e compreensão que recebi no ambiente de trabalho durante os anos de dedicação aos estudos;

À Inajara, pela paciência e atenção com que sempre atendeu as minhas solicitações.

Muito obrigada por tornarem essa trajetória possível!

Seu trabalho irá tomar uma grande parte da sua vida e o único meio de ficar satisfeito é fazer o que você acredita ser um grande trabalho. E o único meio de se fazer um grande trabalho é amando o que você faz. Caso você ainda não tenha encontrado o que é, continue procurando. Não pare. Do mesmo modo como todos os assuntos do coração, você saberá quando encontrar.
(Steve Jobs)

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia. Para a produção dos dados, um grupo de formação foi constituído com três professores de matemática de uma escola de Tempo Integral da rede pública estadual, vinculada à Diretoria de Ensino do Município de Guaratinguetá, São Paulo. Para a condução das ações junto ao grupo, orientamo-nos por uma prática de formação nomeada de estudo de aula, articulando-a à concepção fenomenológica da forma/ação. Durante o período de um ano e meio (início do 2º semestre de 2018 ao final do 2º semestre de 2019), reunimo-nos com o grupo para estudar práticas de ensino em uma perspectiva de exploração e investigação matemática com uma tecnologia eleita pelo grupo, o software GeoGebra. Nesses encontros foram planejadas aulas com seis temas diferentes. Após o planejamento, as aulas foram ministradas por um membro do grupo e acompanhadas pelos demais professores e pela pesquisadora. As aulas foram filmadas para a elaboração de vídeos com recortes de situações que possibilitavam discutir as ações dos alunos. Esses vídeos foram assistidos pelos professores para que pudessem analisar a experiência vivida. As discussões dos encontros em que os professores definiram os temas, planejaram e analisaram as aulas foram filmadas e transcritas, constituindo-se na descrição da experiência vivida, um texto que se abriu à análise e à interpretação da pesquisadora. Assumindo a postura fenomenológica na condução da pesquisa, o fenômeno *perceber-se sendo professor com tecnologia* pôde ser compreendido segundo a *atenção (dada) ao fazer do aluno e a mudança de postura do professor*, as categorias de análise evidenciadas no movimento interpretativo. Na discussão das categorias mostra-se que, atento ao fazer do aluno, o professor se volta para o movimento do corpo com a tecnologia e se abre, pela empatia, à escuta do que “dizem” seus gestos, falas, escrita, modos diversos de expressão. Nessa escuta compreende como o aluno atribui significado ao que vê na tela do computador e identifica possibilidades para mobilizar ações de ensino. A mudança de postura do professor se mostra no movimento de aprender e de ensinar. Querendo aprender para ensinar, o professor se dá conta de que as práticas que vinha realizando com a tecnologia não favoreciam a constituição de conhecimento do aluno. Voltando-se para a experiência vivida ao ensinar, identifica atitudes que não contribuem para a constituição de conhecimento do aluno e, ao se dar conta de si, busca construir modos de ser professor com tecnologia.

Palavras-chave: Educação Matemática. Estudo de Aula. Formação de Professores. GeoGebra. Investigação Matemática.

ABSTRACT

This research aims to investigate how the mathematics teacher perceives himself as a teacher with technology. To produce the research data, a formation group was formed with three mathematics teachers from a full-time public school, linked to the Education Board from the city of Guaratinguetá, in São Paulo state. In order to carry out actions with the group, we were guided by a formation practice called lesson study, articulating it to the phenomenological conception of form/action. During the period of a year and a half (from the beginning of the 2nd semester of 2018 to the end of the 2nd semester of 2019), we met with the group to study teaching practices in a mathematical exploration and investigation perspective with a technology, the GeoGebra software. In these meetings, classes with six different themes were planned. After planning, the classes were taught by a member of the group and accompanied by the other professors and the researcher. The classes were filmed to prepare videos with clippings of situations that made it possible to discuss the students' actions. These videos were watched by the teachers so that they could analyze the lived experience. The discussions of the meetings in which the teachers defined the themes, planned and analyzed the classes were filmed and transcribed, constituting in the lived experience description, a text that was open to the researcher's analysis and interpretation. Assuming the phenomenological posture in conducting the research, the phenomenon *perceiving oneself as a teacher with technology* could be understood according to the attention (given) to the student's actions and in the teacher's change of posture, the categories of analysis evidenced in the interpretive movement. In the discussion of the categories, it is shown that, attentive to the student's actions, the teacher turns to the movement of the body with technology and is open, through empathy, to listening to what "say" their gestures, speech, writing, diverse modes of expression. In this listening, he understands how the student attributes meaning to what he sees on the computer screen and identifies possibilities to mobilize teaching actions. The change in the teacher's posture is shown in the movement of learning and teaching. Wanting to learn in order to teach, the teacher realizes that the practices he had been carrying out with technology did not support the constitution of student knowledge. Turning to the experience lived while teaching, he identifies attitudes that do not contribute to the constitution of student knowledge and, when realizing himself, he seeks to build ways of being a teacher with technology.

Keywords: Mathematics Education. Lesson Study. Teacher Formation. GeoGebra. Mathematics Investigation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo de planilha para registro dos resultados das avaliações dos alunos.....	65
Figura 2 – "O Problema do Taxista" no Caderno do Aluno.....	72
Figura 3 – Construção dos gráficos das funções polinomiais de 1º grau.	74
Figura 4 – Construção de uma função polinomial de 1º grau com controles deslizantes.	74
Figura 5 – Fórmula da distância entre dois pontos associada à construção de um triângulo retângulo.	78
Figura 6 – Pontos A a G localizados na malha quadriculada.	80
Figura 7 – Resolução das partes 2 e 3 da tarefa de distância e de alinhamento de pontos.....	81
Figura 8 – Exploração geométrica da relação de dependência entre as variáveis x e y	84
Figura 9 – Construção dos quadriláteros ABPQ e QPCD com controle deslizante.....	85
Figura 10 – Exploração geométrica da relação de dependência entre x e y , com quatro quadriláteros de lado x	86
Figura 11 – Construção dos quadriláteros com controle deslizante.	87
Figura 12 – Construção para exploração das áreas dos quadriláteros ABPQ e QPCD.....	88
Figura 13 – Tabela com informações sobre os perímetros dos quadriláteros QPCD e ABPQ.	89
Figura 14 – Construção para determinação da área da parte amarela do quadrado maior.	91
Figura 15 – Construção das retas paralelas AB e CD.	95
Figura 16 – Medição dos ângulos de inclinação das retas.....	96
Figura 17 – Medição da tangente do ângulo de inclinação das retas.	96
Figura 18 – Imagem do site e a construção que o aluno fez por comparação.....	98
Figura 19 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente a da função de 2º grau.....	103
Figura 20 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente c da função de 2º grau.....	103
Figura 21 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente b da função de 2º grau.....	104
Figura 22 – Construção do ponto sobre a parábola para identificação das coordenadas de y	105
Figura 23 – Construção de um triângulo qualquer.	110
Figura 24 – Construção de um triângulo retângulo sobre os eixos coordenados.	112
Figura 25 – Construção dos quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo.	113
Figura 26 – Construção do triângulo retângulo e relação entre as medidas dos seus lados. .	114

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Apresentação dos ciclos.	69
Quadro 2 – Análise Ideográfica: Ciclo 1 “O Problema do Taxista”.	119
Quadro 3 – Análise Ideográfica: Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”	130
Quadro 4 – Análise Ideográfica: Ciclo 3 “Qual é a Área do Quadrilátero?”	140
Quadro 5 – Análise Ideográfica: Ciclo 4 “Posição Relativa de Retas”	149
Quadro 6 – Análise Ideográfica: Ciclo 5 “Ver e Mover para Compreender Gráficos”	159
Quadro 7 – Análise Ideográfica: Ciclo 6 “Quero um Triângulo do Tipo...”	171
Quadro 8 – Análise Nomotética: Ciclo 1 “O Problema do Taxista”	187
Quadro 9 – Análise Nomotética: Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”	190
Quadro 10 – Análise Nomotética: Ciclo 3 “Qual é a Área do Quadrilátero?”	194
Quadro 11 – Análise Nomotética: Ciclo 4 “Posição Relativa de Retas”.	197
Quadro 12 – Análise Nomotética: Ciclo 5 “Ver e Mover para Compreender Gráficos”	200
Quadro 13 – Análise Nomotética: Ciclo 6 “Quero um Triângulo do Tipo...”	204
Quadro 14 – Convergências Ciclos 1 a 6.	209

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
1 AS TECNOLOGIAS COMO ABERTURA PARA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	16
1.1 INVESTIGAR PARA APRENDER: POSSIBILIDADES QUE SE ABREM NA SALA DE AULA.....	16
1.2 O QUE É ISTO: PROFESSOR E ALUNO INVESTIGANDO COM TECNOLOGIAS?	22
2 SER PROFESSOR COM TECNOLOGIA: UM MOVIMENTO DE FORMA/AÇÃO	29
2.1 A FORMA/AÇÃO DO PROFESSOR COM TECNOLOGIA	29
2.2 O ESTUDO DE AULA COMO ABERTURA AO DAR-SE CONTA DE SI.....	37
2.3 O ESTUDO DE AULA CONDUZIDO EM UMA POSTURA FENOMENOLÓGICA	47
3 A METODOLOGIA: COMPREENSÕES ACERCA DO INTERROGADO	53
3.1 UM OLHAR PARA A POSTURA FENOMENOLÓGICA.....	53
3.2 O CAMINHAR DA CONSTITUIÇÃO E DA ANÁLISE DOS DADOS	57
4 CONHECER	62
4.1 A ESCOLA DE TEMPO INTEGRAL.....	63
4.2 PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARTICIPANTES DA PESQUISA	66
4.3 OS CICLOS DE ESTUDO DE AULA	68
4.3.1 Ciclo 1 “O Problema do Taxista”	71
4.3.2 Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”	76
4.3.3 Ciclo 3: “Qual é a área do quadrilátero? ”	83
4.3.4 Ciclo 4: “Posição relativa de retas”	92
4.3.5 Ciclo 5: “Ver e Mover para Compreender Gráficos”	99
4.3.6 Ciclo 6: “Quero um triângulo do tipo...”	107
5 A ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA VIVIDA	117
5.1 ANÁLISE IDEOGRÁFICA.....	117
5.2 ANÁLISE NOMOTÉTICA	186
6 DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE	211
6.1 ATENÇÃO AO FAZER DO ALUNO.....	211
6.2 MUDANÇA DE POSTURA DO PROFESSOR.....	220
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	234
REFERÊNCIAS.....	241

INTRODUÇÃO

As ideias que deram início ao caminhar desta pesquisa foram se constituindo ainda na realização da pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017), principalmente durante o período de análise dos dados. Para essa pesquisa propusemos um curso de extensão que teve a participação de 21 professores de matemática da rede estadual paulista de ensino, organizado a partir de uma parceria entre a UNESP, Câmpus de Guaratinguetá, e a Diretoria de Ensino do Município. O foco dessa pesquisa de mestrado foi o *modo pelo qual o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia*.

No curso, os professores trabalharam em duplas ou trios para poder discutir e elaborar tarefas para o ensino de conteúdos específicos de matemática com o software GeoGebra¹. Foi tomado como ponto de partida para a elaboração das tarefas, o material da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – Caderno do Professor e Caderno do Aluno. Com as tarefas prontas, cada dupla ou trio elegeu um professor para realizá-las com seus alunos. Após a aula, os professores retornaram ao grupo para analisar o feito e dizer como a produção de conhecimento do aluno se mostrava para eles no contexto do trabalho com uma tecnologia. Seguindo essas ações, envolvemo-nos com a formação do professor para ensinar com tecnologia, nos moldes do estudo de aula.

O estudo de aula é uma prática de formação por meio da qual, reunidos em pequenos grupos, os professores procuram

identificar dificuldades dos alunos, e preparam em detalhe uma aula que depois observam e analisam em profundidade. No fundo, realizam uma pequena investigação sobre a sua própria prática profissional, em contexto colaborativo, informada pelas orientações curriculares e pelos resultados da investigação relevante (PONTE *et al.*, 2016, p. 869).

Nessa prática o foco é o aluno, suas dificuldades e questões relevantes à sua aprendizagem. Os professores promovem ações junto ao grupo que são, de modo geral, organizadas em quatro etapas: o estudo dos conteúdos ou definição de um tema; o planejamento de uma ou mais aulas, dependendo da necessidade identificada pelo grupo; a realização da aula por um professor eleito dentre os participantes do grupo, enquanto os demais observam sem interferir no modo como a aula é conduzida e o retorno ao grupo para análise e discussão da

¹ O GeoGebra é um software que disponibiliza ferramentas para a construção e manipulação de objetos matemáticos, tornando possível a visualização de figuras geométricas de 2 ou 3 dimensões ou, ainda, de diversos outros conteúdos, como: álgebra, estatística, etc. Pode ser baixado de forma gratuita por meio do endereço eletrônico: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>.

experiência vivida na aula. Juntas, essas etapas constituem o que Lewis e Perry (2015) denominam de “ciclo”.

Ao analisar os dados da pesquisa de mestrado, vimos que quando o professor fala sobre a produção de conhecimento de seus alunos, ele expõe situações relativas ao seu modo de ensinar, dando indícios de como entende a aula com tecnologias. No entanto, naquela pesquisa esse não era o nosso foco e foi apenas uma abertura para futuras investigações. Relativamente ao estudo de aula, a pesquisa mostrou que os encontros favoreceram o diálogo. Nas discussões do grupo, mostraram-se algumas tentativas de reproduzir com a tecnologia tarefas que poderiam ser feitas com lápis e papel. No entanto, os professores também demonstraram disposição para enfrentar desafios e o desejo de seguir com os estudos. Isso nos incentivou a continuar, na pesquisa de doutorado, com a formação de professores, porém de modo mais efetivo no estilo do estudo de aula, constituindo um grupo de estudos e formação e não mais voltando-nos para ações no formato de um curso de extensão.

O foco da investigação no doutorado foi motivado pelas falas dos professores na pesquisa de mestrado, de modo específico o que eles manifestavam acerca do ensinar matemática com tecnologia, destacando aspectos relativos à formação do professor. Aliadas ao que foi expresso pelos professores, as leituras de Borba e Penteado (2012), que afirmam que muitos professores indicam que gostariam de mudar seu modo de ensinar, considerando que as práticas que têm realizado não estão favorecendo a construção de conhecimento do aluno, interessou-nos, inicialmente, compreender *o modo pelo qual o professor percebe a mudança de sua prática ao ensinar matemática com tecnologia*.

Entretanto, à medida que aprofundamos as leituras, principalmente com Hiratsuka (2003) e Heidegger (2015), buscando o sentido da “mudança na prática do professor” e de “ser-com tecnologia”, compreendemos que, antes que uma mudança na prática possa ser entendida, o professor percebe-se com a tecnologia, isto é, ele se dá conta de estar sendo professor de um modo em que a tecnologia está presente. Com isso, novos olhares tornaram-se possíveis, orientando-nos para a interrogação que hoje é explicitada pela pergunta: *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?* Destaca-se que o “perceber” que está em nossa pergunta diz desse dar-se conta, desejamos compreender o modo pelo qual o professor se vê, se considera, se entende sendo professor com tecnologia. O *perceber-se sendo professor com tecnologia*, explicitado pelo professor de matemática, que se manifesta por meio do interrogado, constituiu-se no fenômeno que deu origem ao projeto que elaboramos para a pesquisa de doutorado e orienta a nossa busca.

Relativamente ao ensinar com tecnologia, vale esclarecer que o entendemos como algo que vai além de práticas eventuais que realizam tarefas no laboratório de informática. Ensinar com tecnologias, segundo estamos assumindo, exige que as tecnologias façam parte do cotidiano de sala de aula e que o professor proponha tarefas que não sejam uma reprodução do que poderia ser feito com lápis e papel (ROSA; SEIDEL, 2014). Requer ver o potencial para a realização de investigações que favoreçam o desenvolvimento de habilidades, como a visualização. Consideramos que uma prática de ensino que, com as tecnologias, promova a investigação, pode se “constitui[r] uma poderosa forma de construir conhecimento”, uma vez que abarca “conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração” (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2016, p. 10) que leva o aluno a compreender o que está sendo feito.

Assim, lançamo-nos ao desafio de discutir com os professores modos de ensinar com tecnologia que se distanciem da tendência de reproduzir os mesmos procedimentos que realizam de outro modo (ROSA; SEIDEL, 2014). Entretanto, a discussão das práticas de ensino com tecnologia não pode ser aleatória, deve ser analisada e refletida. Portanto, faz-se necessário olhar para a formação do professor que, para nós, é compreendida de acordo com a concepção fenomenológica da forma/ação. Nessa concepção, conforme Bicudo (2014), a forma/ação é um movimento contínuo de busca pela forma de ser professor; forma que não é dada *a priori*, como um modelo no qual o professor deva se conformar, ou moldar-se. Ela vai se constituindo nas ações de ser professor, atento às possibilidades do seu aluno e do processo de constituição de conhecimento, e, portanto, mantém-se sempre em condição de vir a ser. É uma forma almejada, vislumbrada, mas nunca pronta ou acabada.

O estudo de aula, que conhecemos na pesquisa de mestrado, mostrou-se, nessa concepção de forma/ação, como um espaço de diálogo com potencialidade para favorecer a compreensão do professor acerca das possibilidades que tem para ensinar matemática com tecnologia. Na pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017), com os professores que participaram do curso de extensão, pudemos realizar apenas um ciclo do estudo de aula, uma vez que o limite de encontros no curso não permitiu iniciar outros ciclos. Na pesquisa de doutorado, com a constituição do grupo de estudos e formação, tivemos um período de tempo mais longo, o que possibilitou uma quantidade maior de ciclos com um grupo menor de professores. Com isso, foi possível acompanhar, de modo sistemático, cada etapa realizada dos ciclos.

Constituído o grupo e sendo-lhes apresentada a proposta, os professores (sujeitos da pesquisa) escolheram o software (GeoGebra) como a tecnologia que desejavam explorar, elaboraram tarefas e as realizaram com seus alunos em sala de aula.

A tese que buscamos defender neste trabalho é a de que há, no estudo de aula, o movimento de forma/ação que possibilita, ao professor, realizar e discutir práticas de ensino de matemática com tecnologias em uma perspectiva de investigação. A forma de ser professor com tecnologia vai se constituindo nas ações realizadas no estudo de aula e cada um dos professores participantes vai se dando conta de seu modo de ser professor. Para explicitar o feito, organizamos este texto em sete seções.

Na seção 1, intitulada **As tecnologias como abertura para investigação matemática**, discutimos possibilidades de as práticas de ensino de matemática serem realizadas por meio de tarefas de investigação com tecnologias. Para isso, apresentamos nossa compreensão de investigação no contexto da aprendizagem de matemática em sala de aula, descrevemos ações que podem ser conduzidas pelo professor durante um trabalho de investigação, bem como de exploração, e os modos de o professor acompanhar e avaliar a atividade do aluno durante a realização das tarefas. Também trazemos uma discussão que perpassa os conceitos de corpo-próprio e intencionalidade, como entendidos em uma perspectiva fenomenológica, para dizer do modo pelo qual compreendemos o movimento de investigação do professor ou do aluno ao estar com um software, como o GeoGebra.

Na seção 2, denominada **Ser professor com tecnologia: um movimento de forma/ação**, apresentamos o modo pelo qual compreendemos a formação do professor para ensinar com tecnologias, ao assumirmos a concepção fenomenológica de forma/ação. Descrevemos aspectos que consideramos relevantes para a compreensão do estudo de aula, como: o contexto de sua criação, as etapas necessárias para a sua realização, resultados positivos apontados por pesquisadores que promovem práticas com estudo de aula e as ações do pesquisador-formador que se propõe a conduzir as ações junto ao grupo de professores. Finalizamos a seção trazendo uma compreensão do estudo de aula conduzido em uma postura fenomenológica.

Na seção 3, **A metodologia: compreensões acerca do interrogado**, explicitamos a postura assumida na condução das ações e na análise dos dados da pesquisa, bem como os procedimentos de produção desses dados. Para isso, apresentamos a abordagem assumida: a pesquisa qualitativa de orientação fenomenológica e a pergunta que orientou nossa investigação. Seguimos com a descrição do contexto em que os dados foram produzidos e a explicitação do modo pelo qual eles foram analisados.

Na seção 4, intitulada **Conhecer**, trazemos uma descrição do cenário em que os dados foram constituídos. Nessa descrição, apresentamos a Escola de Tempo Integral, os professores

de matemática participantes do grupo de formação e os ciclos de estudo de aula realizados pelo grupo.

Na seção 5, **A análise da experiência vivida**, são elaborados os quadros de análise ideográfica e nomotética que nos permitem expor o movimento de análise efetuado segundo a abordagem fenomenológica. Nesses quadros apresentamos a nossa interpretação e compreensão acerca da descrição da experiência vivida junto ao grupo, que se constituiu por meio da transcrição das falas dos professores – sujeitos da pesquisa.

Na seção 6, que nomeamos de **Discussão das categorias de análise**, explicitamos nossa interpretação do que se mostrou no movimento de análise dos dados. Isto é, discutimos as categorias abertas (1) **atenção ao fazer do aluno** e (2) **mudança de postura**. Na discussão buscamos expor o modo pelo qual a percepção de ser com tecnologia se manifestou para o professor de matemática, segundo a análise interpretativa da pesquisadora.

Na última seção traremos as **Considerações finais** acerca da experiência vivida. Pretendemos discutir o modo pelo qual a pesquisa possibilitou compreensões do fenômeno, que não se esgota com esta pesquisa, pois sempre poderá abrir-se a outros olhares que a investigação possibilita.

1 AS TECNOLOGIAS COMO ABERTURA PARA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Uma discussão sobre as possibilidades que se abrem no trabalho com tecnologias digitais² pode direcionar a muitos modos de compreensão, com diversas justificativas. A realização de tarefas³ com tecnologias nas aulas de matemática é incentivada por pesquisadores que a consideram como um modo de motivar os alunos a se envolverem nas atividades de sala de aula, considerando a familiaridade que eles possuem com as tecnologias e a necessidade de uma alfabetização tecnológica nas escolas (VILLARREAL, 2013). Enfatiza-se sua relevância para o desenvolvimento de habilidades como a visualização (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015) ou relativas ao diálogo e à autonomia do aluno (KENSKI, 2012). Muitas são as perspectivas consideradas e os modos pelos quais as tecnologias são assumidas com a finalidade de tornar os alunos ativos no processo de construção de conhecimento matemático.

É consenso que o trabalho de ensinar com tecnologias deve ir além de práticas eventuais de tarefas no laboratório de informática, pois as tecnologias devem fazer parte do cotidiano das atividades escolares, envolvendo tarefas que contribuam para o conhecimento do aluno e deixem de ser mera reprodução no computador do que eles fazem com lápis e papel (ROSA; SEIDEL, 2014).

É preciso, porém, eleger uma forma de trabalho que potencialize essas características apontadas. Nesta pesquisa elegemos um modo de trabalho que, embora não seja exclusivo para as ações de ensinar com tecnologias, vem sendo apontado por autores como Ponte, Quaresma e Branco (2017) e Pinheiro e Detoni (2018) como uma opção com resultados positivos para a constituição de conhecimento do aluno. Trata-se de assumir as possibilidades das tecnologias para a investigação matemática.

1.1 INVESTIGAR PARA APRENDER: POSSIBILIDADES QUE SE ABREM NA SALA DE AULA

² Ao dizermos tecnologias, estamos considerando as tecnologias digitais, que envolvem computadores, *smartphones*, *tablets*, etc. e seus softwares e aplicativos.

³ Neste texto, tarefa e atividade são termos distintos, assumidos conforme Ponte (2014). Nessa perspectiva, atividade diz respeito às ações, físicas ou mentais, realizadas pelo aluno em um determinado contexto. Tarefa pode ser compreendida como o conjunto de situações propostas que se constitui no objetivo em direção ao qual a atividade do aluno se desdobra, sendo, portanto, algo externo ao aluno. De outro modo, é por meio da atividade do aluno que se dá a busca por soluções para as tarefas propostas, que pode levar à constituição do conhecimento matemático.

Investigar é um termo que pode ser assumido a partir de várias perspectivas. Iniciaremos nossa discussão considerando o significado de “investigar”, tal qual o podemos compreender com as leituras de Ponte (2003), para quem é uma capacidade que remete a algo que

não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com [os quais] nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos (PONTE, 2003, p. 2).

Assim entendido, investigar é uma capacidade que pode ser favorecida no contexto da sala de aula dependendo do modo pelo qual as aulas são conduzidas. O investigar se dá por meio de ações distintas que envolvem a disposição do professor ou aluno, a compreensão e a busca por soluções para problemas. São ações presentes no processo de construção de conhecimento, destacam Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). Desse modo, é importante que seja incentivada e praticada em tarefas planejadas e realizadas ao longo do ano letivo, em situações previstas nos diversos tipos de práticas dos professores, inclusive naquelas com tecnologias digitais.

Porém, investigar em matemática pode, a princípio, parecer um trabalho bastante complexo, inacessível a todos os alunos e confuso para muitos professores que podem não saber muito bem como fazer para, em sua prática de ensinar, desencadear ações favoráveis à investigação. Muitas vezes a atividade investigativa aproxima-se mais do trabalho dos matemáticos profissionais do que das práticas escolares (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016) e a aparente dificuldade e incompatibilidade com o ambiente de sala de aula pode se constituir um motivo para que esse modo de trabalho não seja assumido pelos professores.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 13) salientam que, no trabalho dos matemáticos profissionais, a investigação está presente como um meio de “descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. Investigando, eles criam novas ideias e encontram novas preposições, teoremas, etc. Os autores ainda consideram que no trabalho desses profissionais uma investigação se dá de forma espontânea e muitas vezes realizada através de ações que visam reconhecer e explorar uma situação, formular questões, elaborar conjecturas, realizar testes e refinar as conjecturas, argumentar e demonstrar resultados que serão avaliados por seus pares de modo a serem validados.

Esses são momentos (ou ações) da investigação que, se levados para situações do trabalho em sala de aula, dão abertura para alguns questionamentos que buscamos compreender. É possível, ao aluno, investigar a partir das tarefas que são propostas em sala de aula?

Considerando que a matemática tratada na escola é frequentemente vista como pronta e acabada, como se investigam conteúdos matemáticos na sala de aula? Como é possível, para o professor, propor e conduzir investigações diante das dificuldades dos alunos?

Se tomarmos como referência os modos de investigar dos matemáticos profissionais e nos voltarmos para a matemática escolar ou para o fazer matemática na escola, vê-se que algumas possibilidades se mantêm. Relativamente à formulação de questões vê-se que investigar na sala de aula também exige formular questões que sejam do interesse dos investigadores, nesse caso dos alunos, e para as quais não se tenha uma resposta imediata. Quanto aos problemas, os da sala de aula se diferem dos criados pelos matemáticos apenas em relação ao seu grau de complexidade. Se desejarmos que os alunos se envolvam no processo de investigação, os problemas não devem ter um nível de dificuldade muito elevado, optando-se por respeitar os seus conhecimentos prévios que é a condição de possibilidade da tarefa. Logo, o desafio é buscar uma solução fundamentada e rigorosa (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 9).

Desse modo, investigar em sala de aula

não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 9).

A busca por soluções deve dispor os alunos levando-os a realizar esforços para compreender o proposto e formular estratégias para a resolução. Ao formular estratégias, os alunos levantam hipóteses que são testadas e podem ser comprovadas ou refutadas, envolvem-se em um processo que requer saber conceitos, eleger procedimentos e construir representações matemáticas. Precisam analisar os resultados obtidos e, dependendo do ano de escolaridade em que estão, esboçar uma demonstração. Portanto, esse modo de trabalhar tem como característica o estilo conjectura-teste-demonstração (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016; PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017) que está na base de toda construção de conhecimento matemático (inclusive do matemático profissional).

Entendemos, com os autores, que é possível investigar na sala de aula e que as tarefas realizadas nessa perspectiva de investigação levam o aluno a voltar-se para uma determinada situação buscando soluções próprias, isto é, com base no conhecimento que tem do assunto. É um modo de agir em sala de aula ou uma postura que favorece a classificação de objetos e a busca por relação entre propriedades (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017). Logo, investigar em sala de aula não é descobrir ideias consideradas novas para a matemática, é buscar

modos próprios de compreender e interpretar conteúdos do currículo escolar redescobrimo o fazer matemática e o conceito original que está presente na base de todo currículo escolar.

Vale destacar ainda que a investigação matemática muitas vezes é tratada como sinônimo de exploração. Para explicitar os aspectos que as diferem, voltamo-nos para o modo pelo qual as tarefas matemáticas são classificadas por Ponte (2014). Para o autor, o grau de desafio que uma tarefa representa depende de sua estrutura – fechada ou aberta – e de seu grau de dificuldade – reduzido ou elevado. Nas tarefas fechadas expõe-se de forma clara o que é dado e o que precisa ser feito, nas abertas as informações dadas podem levar a distintas possibilidades de compreensão e caminhos para a solução.

As tarefas fechadas e com dificuldade reduzida são denominadas exercícios e aquelas com dificuldade mais elevada são os problemas (PONTE, 2014). A investigação e a exploração se caracterizam por trazer tarefas abertas que, além de possibilitarem diferentes caminhos para a solução, não têm uma solução previsível (ou conhecida necessariamente pelo professor, no caso da sala de aula). As tarefas investigativas podem levar a soluções não previstas que, para serem validadas, requerem o exame cuidadoso do percurso traçado, do caminho percorrido, dos conceitos evocados. Os dois tipos de tarefas – as investigativas e as exploratórias – são relevantes para a aprendizagem matemática, uma vez que possibilitam o desenvolvimento da atividade matemática do aluno (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014), mas a diferença está no modo como essa atividade dos alunos se desenvolve.

De modo geral, podemos dizer que falamos de tarefas de investigação “quando se trata de tarefas num contexto matemático mais sofisticado com um considerável grau de desafio matemático e de explorações quando se trata de situações que permitem um fácil envolvimento da generalidade dos alunos” (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017, p. 217). Nas duas situações há o desenvolvimento de conceitos novos para o aluno, tomando como ponto de partida outros já conhecidos, mas uma investigação permite, ainda, que conceitos já conhecidos sejam (re)significados, revisitados, trabalhados de modo criativo (PONTE; QUARESMA, 2017).

Cabe considerar que o modo como a atividade do aluno se desenvolve não depende somente da tarefa. Pode depender também de outros fatores, como os conhecimentos prévios, a disposição para participação na aula, os modos de o professor conduzir a proposta para a atividade, etc. Para Ponte (2003), esse pode ser um dos motivos pelos quais nem sempre é fácil definir, no momento do planejamento, o grau de dificuldade que a tarefa aberta representará aos alunos, o que leva as tarefas abertas a serem sempre chamadas de investigação.

Na sala de aula, um trabalho de investigação, bem como o de exploração, pode ser realizado em três fases ou etapas que podem acontecer em uma ou mais aulas, de acordo com os diferentes modos de condução do professor, a disponibilidade dos alunos e os vários tipos de recursos. Tem início com a introdução da tarefa, segue com a realização da investigação pelos alunos e é finalizado com a discussão dos resultados obtidos na investigação (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016).

Na introdução cabe ao professor explicitar aos alunos “o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa. O professor tem também de organizar o desenvolvimento do trabalho pela turma” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014, p. 219). O professor deverá apresentar a proposta informando apenas o que for essencial para que os alunos saibam o que deverão fazer, sem expor detalhes acerca dos modos de resolução e das possíveis respostas. Os alunos precisam sentir-se desafiados a procurar estratégias para resoluções que não sejam conhecidas previamente. Além disso, o professor também definirá o modo de trabalho dos alunos – ou seja, se eles irão trabalhar individualmente, em duplas ou grupos – o tempo destinado à realização das investigações, modos de apresentação dos registros dos resultados e outras informações que considerar relevantes.

Durante a realização da investigação, hipóteses ou conjecturas poderão ser levantadas pelos alunos por meio da análise ou da manipulação dos dados, assim como poderão ser feitas analogias com situações vistas anteriormente. Essas conjecturas nem sempre serão expressas, podendo ficar restritas à compreensão imediata do aluno ou serem parcialmente explicitadas. Isso pode acontecer por diversos motivos, dentre os quais a falta de vocabulário do aluno, o que pode ser atenuado incentivando-o a recorrer a linguagem cotidiana ou mesmo a linguagem gestual. O professor também deverá ficar atento ao trabalho dos grupos para evitar a tendência dos alunos em aceitarem conjecturas após a verificação de um número reduzido de casos (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016) tomados como exemplos. Ou seja, no trabalho com a investigação a generalidade deve sempre ser incentivada.

Para ter acesso às conjecturas, aos resultados explicitados ou ao raciocínio exposto pelos alunos, o professor poderá fazer perguntas – individualmente ou para o grupo – enquanto acompanha a realização das investigações. Poderá solicitar registros escritos – de diversas formas – que são úteis tanto ao professor quanto aos alunos, uma vez que, ao mesmo tempo em que expressam o compreendido, contribuem para a organização do caminho percorrido. Ao professor poderá dar elementos que lhe possibilite analisar o desempenho dos alunos orientando-o na elaboração das próximas aulas. Para os alunos é uma forma de comunicar o pensar, ajudando-os a organizarem as ideias, tornando-as mais claras. Ainda, o registro escrito

– e a expressão oral – contribui para que se estabeleça um consenso em relação ao que foi construído no decorrer do trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

Finalizada a fase da investigação segue-se ao momento em que os resultados serão discutidos coletivamente por professor e alunos. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) a ausência desse momento pode fazer com que o sentido da investigação seja perdido. É um momento importante para que os alunos entendam a finalidade do trabalho de investigação realizado e desenvolvam capacidades fundamentais para a constituição de conhecimento, como a comunicação matemática, a reflexão e a argumentação.

Em um trabalho de investigação, a escolha das tarefas e o modo de condução das ações pelo professor são fundamentais para a abertura de possibilidades e para a constituição de conhecimento matemático. No planejamento das tarefas, o professor deverá selecionar aquelas que estejam de acordo com os objetivos estabelecidos para a aula e que, ao mesmo tempo, estejam adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos que irão realizá-las (PONTE; QUARESMA, 2017). Isto é, ele deve propor tarefas possíveis de serem resolvidas pelos alunos. Não será possível alcançar os objetivos esperados para uma aula se, por exemplo, as tarefas requererem passos muito elaborados e os alunos não tiverem familiaridade com o trabalho de investigação.

Relativamente ao modo de condução da investigação pelo professor, ele deverá acompanhar o trabalho buscando apoiar, desafiar e avaliar seus alunos, incentivando-os a raciocinar matematicamente. Apoiar e não direcionar o fazer, pois é preciso dar autonomia para que a autoria dos alunos na investigação não seja comprometida. Desafiar, para que os alunos compreendam que o trabalho do professor não se limita a validar suas respostas. É um modo de contribuir para que se instaure uma postura interrogativa e que os alunos vejam que podem produzir questões relevantes do ponto de vista matemático (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

A avaliação não deverá se restringir ao trabalho final dos alunos, os questionamentos realizados durante a investigação são indicativos de sua compreensão e, pelo encaminhamento do professor, poderão gerar, ao final do trabalho, momentos interessantes e desafiantes de discussão (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2014).

Nesse modo de compreender o trabalho de investigação, como também o de exploração, em sala de aula,

O professor, em lugar de ensinar diretamente procedimentos e algoritmos, mostrando exemplos e propondo exercícios para praticar, propõe aos alunos um trabalho de descoberta, ao mesmo tempo que promove momentos de negociação de significados,

argumentação e discussão coletiva. Procura-se, deste modo, levar os alunos a desenvolver seu raciocínio, mas também a sua compreensão da Matemática bem como a capacidade de a usar nas mais diversas situações (PONTE; QUARESMA, 2017, p. 282).

Propor esse trabalho de descoberta implica entrar em um cenário desconhecido, em que não se sabe *a priori* os pontos de partida, as estratégias e os resultados que vão se mostrar na atividade dos alunos (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017), ainda que se faça um planejamento das tarefas tentando prever possibilidades. Mas, por outro lado, dá aos alunos uma abertura para que elaborem soluções diferenciadas, algumas vezes até mais importantes que as previstas pelo professor (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016), podendo, inclusive, favorecer a discussão de conteúdos e o desenvolvimento de habilidades que não seriam trabalhados naquele momento.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) argumentam que uma investigação matemática pode ajudar a trazer o espírito original da atividade matemática para a sala de aula. Os alunos passam a formular questões que depois são provadas ou refutadas, apresentam resultados e argumentam a respeito do proposto com os colegas que se debruçam para compreender e para resolver os mesmos problemas, tentando tornar suas soluções aceitas pelo grupo. Esse modo de agir contribui para o desenvolvimento de habilidades relevantes ao raciocínio matemático. Entre essas habilidades destacamos a generalização, a visualização, a comunicação e a utilização de diferentes formas de representação e de modos de encontrar conexões entre conteúdos de matemática. Tais habilidades contribuem para que conteúdos de matemática façam sentido aos alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016; PONTE; QUARESMA, 2017).

Considerando a possibilidade de se estabelecer um cenário de investigação na sala de aula de matemática em que haja possibilidade de constituição de conhecimento matemático, voltamo-nos para compreender o que é esse fazer investigativo com tecnologia.

1.2 O QUE É ISTO: PROFESSOR E ALUNO INVESTIGANDO COM TECNOLOGIAS?

Consideramos que práticas com tecnologias digitais não só possibilitam como também potencializam a realização de tarefas de investigação em sala de aula. Essa afirmação é corroborada por Ponte, Quaresma e Branco (2017), quando indicam que o trabalho com computadores na escola

é, provavelmente, o principal fator responsável pela divulgação e crescente aceitação das tarefas de exploração e investigação. Na verdade, as tecnologias permitem simular com facilidade situações complexas que, de outro modo, teríamos dificuldade de estudar. Permitem verificar o que acontece num grande número de casos, favorecendo

a formulação e teste de conjecturas (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017, p. 215).

Considerando-se, por exemplo, um software de Geometria Dinâmica vê-se que há abertura para investigação em decorrência das possibilidades que se abrem para a visualização de objetos. Os modos pelos quais esses objetos podem ser vistos se configurando e desconfigurando em movimento, na tela do computador (PINHEIRO; DETONI, 2018), são distintos. No configurar e desconfigurar dos objetos, a visualização de características e propriedades que se mantêm em uma construção vai se tornando clara para o aluno que realiza a investigação, dando-lhe condições de compreender diferentes aspectos do conteúdo matemático, como por exemplo, propriedades invariantes.

Mas, ao afirmar que assumimos as tecnologias digitais como uma abertura de possibilidades para investigação matemática, pode parecer que nossa compreensão se dá a partir da junção “tecnologias digitais” mais “investigação matemática”. Se assim fosse, bastaria compreender conceitos relativos às tecnologias digitais e à investigação para poder abarcar e dizer do *como se dá* a ação para quem investiga *com* tecnologias digitais. Começamos por destacar que assumimos que a investigação está no “movimento” do professor ou do aluno. Logo, se tomamos o exemplo do software de geometria dinâmica que possibilita realizar investigação mediante o movimento, o que se move? Há um professor ou um aluno que se move com a tecnologia. Ou seja, há um dinamismo que tem “como solo constituinte a possibilidade de movimento” que permite a investigação (PINHEIRO; DETONI, 2018, p. 56), mas que só se realiza por uma pessoa – aluno, professor, etc.

Há um professor ou um aluno que se dispende a (ou estando aberto para) essa possibilidade de movimento, o realiza *com* a tecnologia. A tecnologia sem eles é uma ferramenta estática que não se move e não produz conhecimento e a investigação sem o movimento do professor ou do aluno é apenas uma teoria. Para explicitar como se dá uma investigação com tecnologias é preciso compreender como se dá o movimento.

Para que o movimento seja realizado há que se ter um encontro entre professor ou aluno e a tecnologia, uma disposição. Esse encontro é o meio pelo qual as possibilidades de investigação se mostram e são atualizadas pelo ato de investigar (PINHEIRO; DETONI, 2018). Desse modo, a realização do movimento é impulsionada por um voltar-se para e um querer fazer:

Esse querer é direcionado, quer-se mover *para*: atualizar uma possibilidade; explorar o ambiente disponível; atualizar um pensamento sobre o fazer; verificar uma conjectura e/ou resposta. Ainda, quer-se mover *para* compreender e ser

compreendido, o que expõe o movimento também como linguagem, como expressão (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2019, p. 281).

Compreendemos que é linguagem, uma vez que o que se mostra na tela do computador, na abertura de possibilidades, é uma linguagem própria da tecnologia. O professor e o aluno, a cada ação, buscam interpretar essa linguagem, compreender o que se mostra. Com isso seguem buscando sentidos que os levem a definir suas próximas ações, que serão expressas no movimento *com* a tecnologia. Trata-se de uma experiência pessoal, de uma ação sua, pessoa intencionada que se volta para a tecnologia orientada pelo seu querer realizar um movimento.

Relativamente aos softwares de Geometria Dinâmica, o modo como suas interfaces são estruturadas, com ferramentas para a elaboração de construções próprias e viabilizando a realização de operações para manipulação dessas construções, pode se constituir em um convite a esse querer fazer. As operações que o software apresenta conduzem professor e aluno às ações que os fazem retomar o sentido de se ocupar com o que está com eles no mundo, querendo avançar, clicar, mover e estender-se ao que vê, para agir com a interface (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2019), de modo que cada movimento produz novas experiências, abre novas possibilidades de ação. Assim, essas operações combinadas às ferramentas do software, potencializam modos diversos de construção de objetos matemáticos e mobilizam a exploração de diferentes conteúdos. Em um software como o GeoGebra, um mesmo objeto, por exemplo um triângulo equilátero, pode ter modos distintos de construção: por meio de um polígono regular de três lados ou por meio da rotação de um segmento por um ângulo de 60° , dentre outras. Essas duas possibilidades de construção dizem do objeto triângulo equilátero, mas cada uma delas mobiliza conhecimentos diferentes para sua execução.

Na disposição da pessoa que se volta para a tela do computador realizando ações com a tecnologia, vivenciando o movimento, a intencionalidade se revela. A intencionalidade, na concepção fenomenológica, pode ser compreendida como a essência da consciência. Tem origem no “termo ‘tendere’, do latim, que quer dizer ‘esticar’. A consciência se estica, se expande para o mundo” (BICUDO, 1990, p. 82). Ou, dito de outro modo, intencionalidade é dirigir-se para, estender-se a... para entrar em contato com o mundo (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990). No mundo em que as tecnologias estão presentes, a intencionalidade se manifesta no ato de clicar em uma ferramenta, de mover partes de uma construção, de explorar o objeto presente na tela, etc. Portanto,

Todos os atos humanos são intencionalidades e esta intencionalidade é um comportamento dirigido a alguma coisa no mundo. A consciência tem essa capacidade e o sujeito que vive esta experiência está fazendo isso. No entender de Husserl, não há fase ou aspecto da consciência humana que surja de si e por si própria; consciência

é sempre consciência de alguma coisa não havendo fenômeno que não seja fenômeno para uma consciência (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 33).

A consciência é sempre consciência de algo que existe para ela. Desse modo, consciência e objeto não podem ser concebidos como entidades separadas, uma vez que um objeto só poderá ter seu significado constituído por meio de vivências intencionais da consciência (SILVA, 2009). É assim que haverá sempre uma intencionalidade no movimento do professor e do aluno direcionando-os a novas experiências com a tecnologia, abrindo-lhes para novas investigações.

Na vivência de novas experiências, à medida que avança na investigação, novos conteúdos e conceitos matemáticos vão sendo compreendidos. A pessoa intencionada tende a voltar-se para conteúdos não dados para a consciência, reenviados de maneira compreensiva por meio de outros conteúdos já dados, porque existe “‘intencionalidade’ sempre que, através de um dado, nós ‘visamos’ algo não dado, sempre que uma certa presença ‘exprimir’ uma determinada ausência” (MOURA, 2007, p. 12).

Nesse sentido, há que se levar em conta que no movimento, por mais aberta que seja a tarefa, também haverá certo “limite” com relação às possibilidades que se abrem, uma vez que a investigação sempre será circunscrita pela presença da intencionalidade do programador, que programou aquela tecnologia para determinadas ações. Isto é, os sentidos que se abrem à compreensão do professor ou do aluno que investigam apontam para aquilo que o programador espera que eles possam fazer com a tecnologia (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2019). No software GeoGebra, por exemplo, essas possibilidades apontam para o conjunto de propriedades e axiomas da Geometria Euclidiana, regras que norteiam os conteúdos de funções, conceitos relacionados à Estatística, etc. dependendo das funcionalidades eleitas para o trabalho com o software.

Para Detoni (2000, p. 58) a “intencionalidade fenomenológica desfaz a noção de que há um mundo organizado objetivamente à espera de um sujeito capaz de se adequar ao conhecer suas leis de formação”. A intencionalidade se revela na ação, pois o mundo não é dado como algo objetivo, à espera de ser descoberto, é a pessoa intencionada que se volta a ele e vivencia experiências para constituição de sua realidade. Em nosso contexto, essas experiências têm como plano de fundo as possibilidades que se mostram no mundo em que a tecnologia está presente. É na intencionalidade, atento ao que sua ação, a realização do movimento, mostra na tela do computador, que se torna possível estudar e compreender o que se mostra (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2019). Novamente vale destacar que o professor poderá se preparar para o trabalho a ser realizado, mas nunca poderá definir *a priori* os caminhos a serem trilhados por

seus alunos, uma vez que as possibilidades serão abertas pela natureza da tarefa proposta e, principalmente, pela ação intencionada de cada aluno que se dispõe a realizar a investigação.

Quando nos referimos à pessoa – professor ou aluno – que realiza o movimento, a compreendemos como corpo-próprio, isto é, o corpo em sua forma carne e espírito. Assumindo o corpo desse modo, ele “é entendido como Leib, corpo com movimento intencional. Nele, estão compreendidas todas as experiências vivenciadas, sendo ele, também, ponto zero para novas experiências” (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2018, p. 158). Com Merleau-Ponty (1999, p. 193) entende-se que o movimento é possível pelo corpo, pois “mover seu corpo é visar as coisas através dele, é deixá-lo corresponder à sua solicitação”. Desse modo,

o corpo não é um objeto passível de ser tratado ao modo de um objeto físico, decomposto em partes que, justapostas, formam sua totalidade. Antes, e ao contrário, ele já é uma totalidade vivida em sua inteireza ao locomover-se intencionalmente em direção a..., ao perceber-se estando “ao mundo” com os outros seres e entes. Realiza a existência, expressando o que sente, ama, rejeita (BICUDO, 2004, p. 81).

O corpo é, então, compreendido como *um todo* e não como a soma de partes que são estudadas e compreendidas separadamente por áreas distintas da ciência uma vez que, conforme afirma Merleau-Ponty (1999, p. 3), “eu não sou o resultado ou o entrecruzamento de múltiplas causalidades que determinam meu corpo [...] eu não posso pensar-me como uma parte do mundo, como o simples objeto da biologia, da psicologia e da sociologia, nem fechar sobre mim o universo da ciência”. O corpo-encarnado é o todo que realiza sua existência à medida que vivencia suas experiências intencionalmente voltado para o mundo. Na realização de sua existência se percebe com outras pessoas e objetos e é capaz de se expressar.

Lima (1993, p. 16) afirma que, tal qual se pode compreender com Merleau-Ponty, “corpo é expressão, movimento, lugar, tempo e “fala””. Há no corpo intencionalidade e atribuição de significado. Esses significados são expressos pelo corpo por meio de gestos humanos que são, em algumas situações, mais relevantes para a constituição da realidade interpessoal do que a escrita ou a emissão de sons. Os gestos do corpo-próprio dizem (expressam) o que a pessoa sente e compreende no mundo, expõe a intencionalidade ao outro e revela um modo de significação em que não se separa o que é expresso da expressão (BICUDO, 2004). Com a tecnologia esses gestos se dão no clicar, mover, arrastar objetos na interface dos softwares, usando o *mouse* ou com um toque das mãos na tela. Mas o que se move, move-se com um movimento do corpo por meio do qual cada ação avança como uma resposta a algo que se mostra na tela do computador. No contexto da sala de aula, essa ação pode ser desencadeada por um questionamento do professor ou pelo desejo de compreender uma ação anterior.

No desenrolar das ações do professor e do aluno com a tecnologia compreendemos em Pinheiro, Bicudo e Detoni (2019, p. 281) que a “*figura-em-movimento* é também o *corpo-próprio-em-movimento*, e como o corpo-próprio-em-movimento é um gesto que avança e expõe sentidos que podem ser interpretados”, não se separa o corpo que está movendo e a figura em movimento. Com isso entende-se que a figura-em-movimento só o é dessa forma pela ação deles, o que expõe um gesto. Portanto, pode-se dizer que a tecnologia sem uma pessoa é uma ferramenta estática. A dinamicidade não está (ou é) na tecnologia, mas mostra-se no movimento do corpo-próprio. O corpo-próprio é dinâmico, experiencia objetos, vê, toca, sente de diversos modos revelando distintas possibilidades de se mover. O corpo próprio pode fazer variar um objeto por meio de sua imaginação ou ver faces que não se mostram (PINHEIRO; BICUDO; DETONI, 2018) e isso não significa uma ficção, mas uma possibilidade daquele que vê.

Na dinamicidade do corpo-próprio ele espacializa e nos dá a conhecer. O que isso significa? Assim como o corpo não é constituído por uma junção de partes, o objeto ao qual ele se dirige também não é o somatório de momentos discretos. O movimento, para o corpo, é absoluto, contínuo. Ele, experienciando o movimento, é. Com o corpo nos percebemos sendo no mundo com os outros e os objetos e reorganizamos nosso olhar para compreender o que percebemos. Não há espaços vazios nessa experiência perceptiva. “O movimento é, então, antes que um fenômeno físico, um fenômeno de permanência do sujeito em sua experiência. É um fenômeno de espacialidade enquanto só é possível a um sujeito orientado e posicionado imediatamente no mundo” (DETONI, 2000, p. 57).

Compreendendo o movimento como um fenômeno de espacialidade, para que haja movimento é suficiente que espaço e corpo-próprio coexistam como um campo de ação (LIMA, 1993), de abertura de possibilidades para a pessoa mover-se espacializando o mundo da experiência vivida. Para a fenomenologia, compreender o corpo-próprio como a experiência original do espaço, significa existir como corpo-encarnado. Um corpo que toma o espaço natural e tem sua experiência fundada em atos de objetivação. É assim que na experiência do corpo-próprio se dá todo o conhecimento (ANASTACIO, 2003).

Assumimos a compreensão de que as experiências de investigação são vivenciadas no movimento do professor e do aluno e que eles se voltam para o que se abre no fazer com as tecnologias. Desse modo, enfrentamos o desafio de discutir com os professores modos de ensinar conteúdos de matemática previstos no currículo escolar com tecnologias, buscando compreender como isso se mostra. Nesse sentido, e considerando que a discussão das práticas para ensinar com tecnologias não pode ser aleatória, uma vez que deve ser analisada e refletida, apresentaremos, na próxima seção, a forma pela qual estamos compreendendo que o estudo de

aula constitui uma alternativa relevante para a formação do professor que se dispõe a ensinar com tecnologias.

2 SER PROFESSOR COM TECNOLOGIA: UM MOVIMENTO DE FORMA/AÇÃO

Conduzir uma investigação no solo da formação de professores de matemática com tecnologias permite que o olhar se volte para inúmeros horizontes de discussão, pois, na atualidade, há uma presença cada vez mais constante das tecnologias nas atividades rotineiras das pessoas levando os pesquisadores a buscarem compreensões acerca do tema e, ao expor os resultados dessas pesquisas, apontarem modos de o professor “vivenciar uma formação que considere as mudanças tecnológicas da sociedade” (ROSA; SEIDEL, 2014, p. 344).

Iniciamos nossa caminhada compreensiva nos voltando para o que afirmam Borba e Penteado (2012) sobre a presença das tecnologias nas aulas. Segundo eles, essa presença requer uma mudança de postura do professor, pois muitos até “reconhecem que a forma como estão atuando não favorece a aprendizagem dos alunos e possuem um discurso que indica que gostariam que fosse diferente” (BORBA; PENTEADO, 2012, p. 56). Entretanto, diante dos desafios de ensinar com tecnologias, eles se desanimam e se mantêm fazendo o mesmo. Isto é, a maioria dos professores não “se lança” às mudanças, por não estar preparada ou não se sentir segura, preferindo manter estratégias de ensino que domina e com as quais é capaz de controlar as ações de sala de aula.

Por outro lado, há professores que não se contentam em fazer o mesmo e enfrentam o desafio dispondo-se a realizar práticas com tecnologias em suas aulas (BORBA; PENTEADO, 2012). Mas será que ao “dispor-se para” esses professores estão assumindo uma mudança de postura? Esse questionamento requer reflexões que perpassam a formação do professor para ensinar com tecnologias, bem como as ações que subsidiam o seu dar-se conta de um modo de ser professor.

2.1 A FORMA/AÇÃO DO PROFESSOR COM TECNOLOGIA

Mesmo professores que se dispõem a ensinar com tecnologias precisam ultrapassar um “abismo” que, segundo Rosa e Seidel (2014), pode ser criado entre o modo como as tarefas são realizadas com tecnologias e o conhecimento matemático e pedagógico. Esse “abismo” surge, na maioria das vezes, porque o que é trabalhado com a tecnologia não tem relação com os assuntos que se apresentam regularmente na aula de matemática. O professor leva os alunos para realizar uma tarefa no laboratório de informática, tarefa isolada, sem articulação com o que irão ver nas aulas seguintes, nas quais se volta para a rotina da sala de aula sem retomar ou relacionar o conteúdo matemático discutido por meio da tecnologia com o que ensina sem a

tecnologia. Dá-se, portanto, o abismo ou a dicotomia entre o que é feito no laboratório de informática, como prática isolada, e o modo pelo qual se ensina (e aprende) matemática na sala de aula.

Desse modo, embora a disposição seja fundamental para que o professor comece a ensinar com tecnologias, não é suficiente para que ele se lance às mudanças requeridas, assumindo práticas que possibilitem relacionar o fazer com as tecnologias e o modo pelo qual concebe o conhecimento matemático e pedagógico. É preciso que o professor “crie pontes” ao invés de “abismos” (ROSA; SEIDEL, 2014). Ou seja, ensinar com tecnologias requer mudança na prática de ensino de matemática tanto quanto na concepção que se tem sobre ensinar e aprender matemática.

Porém, conforme discute Hiratsuka (2003), mudar a concepção não é uma tarefa simples, pois exige uma “mudança de paradigma”, entendido como

um recorte conceitual de um determinado momento histórico que traz implícita sua concepção de ensino de Matemática levando em conta as diferentes visões de mundo, homem e sociedade. O paradigma se coloca na prática como um modelo de ensino com formas e procedimentos característicos que são seguidos por um grupo de professores (HIRATSUKA, 2003, p. 05).

Isso esclarece porque as mudanças não ocorrem repentinamente, pois é preciso mudar um paradigma que envolve as concepções de ensino do professor e as concepções sobre a prática de ensino de matemática com tecnologias. Então, olhar para a mudança da prática do professor de matemática é olhar para o modo pelo qual ele se abre às perspectivas (ou possibilidades) de ensinar e analisar se ele compreende que as tecnologias potencializam a constituição de conhecimento matemático.

Consideramos que toda e qualquer mudança de paradigma requer espaço para reflexão, entendemos que, se houver apoio ao professor, diálogo sobre a prática de ensino, análise do feito e reconhecimento das possibilidades que se abrem ao estar com as tecnologias, talvez o professor possa se sentir seguro. Há pesquisas que vêm mostrando que o apoio ao professor é tão importante para a sua prática quanto a própria formação (FIRME, 2015; PAULO; FIRME, 2016), pois ele se arrisca a mudar se entende o seu propósito e sente ser capaz de ensinar de modo diferente.

Assim, os espaços formativos têm se mostrado como uma opção para esse apoio e para o diálogo, considerando que a intenção de formar o professor para ensinar com tecnologias traz “esperança”, uma vez que se discute com ele o significado de trabalhar com tecnologias na escola e tem-se a oportunidade de ensinar-lhe alguns recursos. Mas, será que a participação do professor em cursos de formação continuada é a solução para que ele compreenda os desafios

e se lance à mudança? Acreditamos que não é bem assim. Não negamos que esses cursos podem ajudar a conhecer recursos variados e mesmo discutir as potencialidades das tecnologias para o ensino, mas eles podem não resolver o problema, isto é, fazer o professor sentir-se seguro e capaz de ensinar com tecnologias.

Muitos cursos ou programas de formação são propostos com a intenção de “atender a finalidades técnicas específicas” (ROSA; SEIDEL, 2014, p. 354), destinando-se a “ensinar” funcionalidades dos softwares disponíveis nas escolas e, muitas vezes, trazem exemplos de tarefas para serem reproduzidas nas aulas. Nesse caso, apesar de se tratar de uma tecnologia presente na escola, ainda há um distanciamento entre as possibilidades da tecnologia e o contexto de ensino de matemática.

Rosa e Seidel (2014, p. 355) consideram que cursos dessa natureza estão mais para uma “alfabetização digital” do que para a formação do professor e uma “consequência desta dissociação entre a alfabetização digital e o contexto específico de atuação dos docentes [...] é a tendência à reprodução com computadores dos mesmos procedimentos realizados em sala de aula”. Interpretamos, da fala desses autores, que se não há na formação um espaço para que as possibilidades didáticas e pedagógicas do software sejam discutidas com/entre os professores, eles podem aprender a utilizar as ferramentas e conhecer o software, mas na prática de sala de aula vão direcionar o que aprenderam para a realização de tarefas que reproduzam, com a tecnologia, as mesmas situações que fariam com lápis e papel, por exemplo. Isso porque não fica claro para o professor *o que e como* se aprende com tecnologias. Então, o professor se dispõe a trabalhar com a tecnologia e até mesmo pode vir a se sentir seguro – pois conhece o software –, mas continuará fazendo o mesmo “tipo” de tarefa. Não haverá mudança.

Mocrosky, Mondini e Orlovski (2018) afirmam que, em geral, a preocupação que se mostra quando se trata das tecnologias na escola, é com o *ter* e o *saber usar*. Ter, pois a presença delas na sociedade fez com que também fossem exigidas na escola e com isso os recursos tecnológicos, como lousas digitais, computadores, etc., foram disponibilizados para contribuir com as práticas dos professores. O saber usar trouxe os cursos que têm como finalidade fazer com que os professores aprendam as funcionalidades das tecnologias que a escola tem. Acreditou-se que o *ter* e o *saber usar* seriam suficientes para promover a mudança na prática do professor, que passaria a ensinar com tecnologias dando ao aluno a oportunidade de aprender com elas. Porém, as autoras alertam que

a inserção das tecnologias digitais nas escolas não é suficiente para promover avanços na aprendizagem e que, do mesmo modo, saber usar instrumentos e conhecer algumas possibilidades pedagógicas não tem promovido suficientes avanços no ensino, inclusive da matemática (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018, p. 42).

Mostra-se, portanto, que o *ter* e o *saber usar* não estão sendo suficientes para que as possibilidades de constituição de conhecimento matemático com as tecnologias sejam compreendidas, pois, nos processos de formação do professor é preciso que sejam discutidos os modos pelos quais a presença das tecnologias pode oportunizar formas de ensinar e de aprender. As autoras defendem que a formação precisa caminhar na direção de uma Educação Tecnológica que possa ser promovida pelo professor na escola, na qual se reconheça que “mais do que compreender a tecnologia, *é preciso compreender-se com ela*, tanto o professor como o aluno. É preciso ir além do ter e do saber usar” (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018, p. 42, grifo das autoras).

Direcionando nosso olhar para essa perspectiva defendida pelas autoras, indo além do ter e do saber usar a tecnologia, voltamo-nos para o significado de formação. Com Bicudo (2003) vê-se que as pesquisas que focam a formação do professor se intensificam a partir da década de 1980, época em que houve uma busca por um ensino que possibilitasse a aprendizagem dos alunos, avançando para além da ideia da reprodução e memorização. Reconhecendo a impossibilidade de o professor lidar sozinho com esses aspectos, houve uma procura por cursos. No início, esses cursos tratavam apenas dos conteúdos a serem ensinados e, posteriormente, passaram a abarcar também os aspectos pedagógicos relativos ao ensino. Nessa direção, apoiando-se em análises e críticas da realidade escolar e dos cursos de formação inicial, a formação continuada de professores, considerando aqueles já formados e que estão trabalhando, passou a ter importância. Ao longo dos anos, os cursos de formação inicial passaram a ser alvo de críticas, desencadeando movimentos cuja intenção era a reforma no currículo e o estabelecimento de políticas governamentais de formação voltada para a atuação docente.

Embora a formação possa ser tratada sob várias perspectivas, com Mocrosky, Oslovski e Lidio (2019, p. 225) ela é entendida “como um movimento contínuo de devir; como movimento ininterrupto em que a ação e forma estão sempre em marcha, dando-se mutuamente, ou seja, a formação de professores passa pelo desenvolvimento de experiências de produção de ser”. A *forma* vai se moldando no processo de constituição do ser professor e se mantém em um movimento de evolução e aperfeiçoamento contínuo (GADAMER, 1997).

Assim compreendida, a formação do professor não é um resultado que se busca alcançar e também não é o cultivo de uma aptidão. Se assim fosse, estaríamos supondo a existência de

uma forma ideal, um modelo pronto, e assumindo o exercício de ser professor como um meio para alcançar e manter esse modelo (BICUDO, 2003; MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018). Isto é, o “ter formação” seria assumido como uma condição para o professor poder ensinar (com tecnologias).

Nesse sentido, a formação não pode ser um “adestramento” (BICUDO, 2003), sugerindo que o professor precisa ser treinado para atender determinadas finalidades e adequar-se a certos modos de ensinar. Ela carrega significados complexos que

pode assimilar os modos e os meios da instrução e tudo que assimila, nela brota e preserva-se. É, portanto, um conceito histórico, por preservar a tradição, tão importante para as ciências do espírito. É, também, um conceito que engloba a mudança, pois carrega consigo a força imperante que avança do devir para o ser (BICUDO, 2003, p. 29).

A formação se mostra no entrelaçar dos modos pelos quais o professor realiza suas práticas, os meios que tem a sua disposição para organizar suas aulas, a tradição que orienta a constituição de suas concepções de ensino, as suas escolhas por agir de um determinado modo, e a possibilidade de mudança que torna o provável possível. Considerar a formação requer compreender os aspectos humanos, relativos ao ser professor. Na formação de professores de matemática com tecnologias, a formação poderia brotar de um “pensamento que buscasse unificar a formação de professores de matemática e a tecnologia com vistas a compreender-se humano, e nesse sentido, resgatasse o aspecto do ser em formação, contrário ao ‘ter formação para’” (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018, p. 47). Ou seja, a busca não é formar – dar forma – ao professor para ensinar com tecnologias, mas abrir possibilidades para que ele possa constituir modos de ser professor *com* tecnologias.

Assim, voltando-nos para o professor que é sendo, em formação, que se envolve nas ações que efetivam suas práticas de ensino, buscamos expor o sentido que para nós tem a formação entendida como forma/ação. Esse conceito busca explicitar a ideia de forma e ação separadas e unidas ao mesmo tempo, entrelaçando-se no movimento que envolve os professores e a constituição de conhecimento. Forma/ação que pode ser “entendida como um movimento contínuo, porque histórico, que se realiza sendo-se professor/a, ao estar junto ao aluno, ao que e com o que se trabalha pedagogicamente” (BICUDO, 2014, p. 19). Histórico porque ao estar *com*, seja com o aluno, outro professor, o formador, os materiais de ensino, as tecnologias, etc., modos de se dispor ao mundo são abertos e se mostram na experiência vivida pelo professor.

Busquemos tornar mais claro o que evidencia a forma e a ação que compõem forma/ação. Bicudo (2018) afirma que forma

é a ideia que construímos na história da nossa cultura a respeito do modo de ser professor e, em específico, de professor de Matemática. Ela traz consigo concepções de professor e concepções de Matemática, de maneira que essas concepções pairam como um fundo ou como um solo em que, ao estarmos situados em uma sociedade, vão adquirindo nuanças em modalidades antevistas de acontecerem (BICUDO, 2018, p. 34).

Conforme compreendemos, a forma vai se constituindo e se atualiza ao longo das vivências do professor no mundo com os outros, que também vivenciam situações diversas nesse mundo. Na forma estão implícitas concepções que orientam vivências como professor, com outros professores, com os alunos e com a matemática e que se reorganizam por meio dessas vivências. É uma ideia que se modifica ao longo da história, mas que, apesar das mudanças sofridas, não busca pela forma ideal, como na perspectiva em que sempre se fala em o professor estar ou não bem formado (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018). Não há uma forma ideal preestabelecida, pois a forma só se realiza por meio da matéria e de um ato que precisa ser efetivado, uma ação da pessoa que faz com que a matéria exponha os modos de ser da forma (BICUDO, 2018) e, simultaneamente, essa ação dá à forma a ideia de movimento, de algo que não está aprisionado, pronto e acabado e, portanto, pode ir se constituindo em diversas configurações, mas não de modo aleatório, pois se dá no solo da cultura.

A ação é, então, “configuração artística e plástica, formatando a imagem. Realiza a plasticidade, o movimento, a fluidez que atuam na forma” (BICUDO, 2003, p. 29). É um movimento organizado, que se revela no cenário de uma cultura, em que a imagem que se deseja de homem e de sociedade – modo de vida, costumes, valores, etc. – se manifesta, onde a matéria já impregnada de forma é encontrada (BICUDO, 2003, p. 29). Realiza-se pelo corpo-próprio intencionado que, no solo de sua cultura, movimenta-se junto aos outros. Logo, forma, matéria e ação unem-se na realização de quaisquer atividades (BICUDO, 2018), possibilitando que o ser professor de matemática se constitua.

A formação do professor compreendida como forma/ação é um movimento que não tem uma data de início, assim como não tem um prazo para se encerrar. Ela se dá ao longo de sua vida. Antes mesmo do início do seu processo de escolarização, quando vivencia situações que envolvem a matemática, familiarizando-se com elas, e, durante esse processo, em todos os níveis da educação básica e no ensino superior, em cursos de Graduação que, na área de matemática, são de Licenciatura em Matemática, ou, ainda, de Pedagogia, com a intenção de formar o professor que poderá ensinar matemática nas escolas. Do mesmo modo, não se encerra com a conclusão de um curso de Graduação. Tem continuidade na experiência vivida na qual está sendo professor de matemática, aprendendo com seus alunos, com outros professores, com situações de sua prática profissional, com o planejamento dessas práticas, com o modo como

as atividades são organizadas na escola, com seus estudos, etc. (BICUDO, 2018). É por isso que o professor sempre está em forma/ação e que, portanto, a forma/ação não pode ser confundida com o próprio curso que anuncia a formação do professor, seja inicial ou continuada.

Isso significa que “formo-me vivendo e vivo me formando” (MOCROSKY; ORLOVSKI; LIDIO, 2019, p. 226), pois a forma almejada é subjetiva, é particular, é de cada professor que eleger um modo de ser. No movimento de forma/ação o professor, no encontro com colegas, com seus alunos e com o conteúdo curricular de sua disciplina, vai se dando conta de si e constituindo um modo de ensinar, considerando aspectos de sua prática que julga importante ser mantidos, reorganizados ou desconsiderados. É, portanto, uma forma sempre intencionada, embora nunca esteja pronta, já que as ações que nela atuam estão em constante movimento.

A forma/ação é um movimento contínuo – o sendo professor – no qual a forma almejada direciona o movimento, provoca novas ações, abre novas possibilidades de ser, ao mesmo tempo em que essas ações atuam na forma imprimindo-lhe modos de ser professor (BICUDO, 2003).

No contexto da pesquisa, olhar para a formação do professor de matemática, conforme apontam Miarka e Bicudo (2010), é entender que há um professor que está sempre em processo de forma/ação, de modo que nunca está formado. Para os autores,

essa forma/ação ocorre no próprio ato de efetuar a educação informadora e formadora. Com essa concepção fenomenológica de forma/ação, o foco passa a ser o movimento constante de pensar e repensar a ação, em um movimento de ação-reflexão-ação-reflexão do professor (MIARKA; BICUDO, 2010, p. 562).

Ao explicitarmos o assumido nesta pesquisa como formação do professor de matemática entendendo-a como forma/ação, movimento em que esse profissional nunca está formado (ou formatado), retornamos para o modo de ser professor com tecnologias. O que se busca quando se propõe a forma/ação continuada de professores de matemática com tecnologias? Quais as nuances da forma a ser perseguida? Quais ações, para que o professor de matemática possa avançar para além do *ter* e do *saber usar* a tecnologia na direção de compreender-se como um professor em forma/ação *com* tecnologia?

Bicudo (2018) salienta que o foco na forma/ação do professor de matemática para ensinar com tecnologias requer a articulação entre áreas de conhecimento como Educação e Matemática e as tecnologias. O trabalho que tem como intenção a forma/ação do professor precisa “abranger, então, tanto o como fazer e por que fazer assim, nessas áreas de investigação,

como um pensar crítico e reflexivo sobre esse fazer e por que fazer” (BICUDO, 2018, p. 32). Compreendemos que essa perspectiva abre ao professor um horizonte de possibilidades para que possa realizar escolhas no seu trabalho com tecnologias, seja para manter ou para modificar práticas de trabalho.

Envolve, portanto, um ato reflexivo que, conforme Bicudo (2018, p. 41), é uma “ação de se dar conta de si, do que se está fazendo na própria ação do fazer, que nos ajuda a transcender a ação prática e de visualizações de justificativas [...] para se perceber fazendo, dando-se conta disso que se faz”. O dar-se conta de si é um modo de aprofundar e de expandir a abrangência da constituição do conhecimento que abre possibilidades para que o professor possa assumir esse conhecimento em seu modo de ser.

Busca-se, na forma/ação continuada do professor de matemática com tecnologias, favorecer cenários para o diálogo e a reflexão em que possibilidades de trabalho com tecnologias sejam expostas, discutidas e realizadas entrelaçando-se as ações relativas às práticas com tecnologias com o pensar crítico e reflexivo. Nesse cenário, assume-se que as tecnologias e os conhecimentos matemáticos e pedagógicos constituem-se em um todo que não se separa, mas que se abre em um horizonte de possibilidades para que o professor possa dar-se conta de si, entendendo-se como ser que está no mundo com a tecnologia e com os outros, envolvido em um processo no qual a constituição de conhecimento matemático se dá, e esteja aberto para que esse conhecimento constituído possa desenhar-se em sua forma de ser professor.

Dar-se conta de si no mundo com a tecnologia é pensar-com a tecnologia, onde o “pensar-com é um modo de ser-com” (ROSA; BICUDO, 2018, p. 28). Para os autores pensar-com a tecnologia expressa a presença da tecnologia no próprio pensar. É um modo de perceber-se com elas no movimento de constituição de conhecimento, que também se dá nas relações com os outros e com o mundo. Essa compreensão é contrária a ideia que traz as tecnologias como ferramenta para auxiliar o trabalho do professor, por exemplo, como um giz que auxilia a escrita na lousa.

O *com* diz de um modo de estar junto ao outro em um cenário de diálogo e reflexão que possibilita o conhecimento, que se dá na subjetividade do professor de matemática que pensa-com a tecnologia. Mas que não se restringe a essa esfera subjetiva, pois é expresso e, portanto, torna-se intersubjetivo, expondo o pensado, alimentando o movimento em que a constituição de conhecimento se dá. Entende-se que o modo de estar no mundo com as tecnologias faz com que a subjetividade do professor e do aluno intencionados se amplie e seja potencializada pelas tecnologias abrindo possibilidades de pensar-com. A intencionalidade sempre traz o outro também presente de maneira intencional, com o qual se está nesse mundo estabelecendo a

comunicação. Há, portanto, no estar junto ao outro com as tecnologias, modos de voltar-se para o que se mostra, constituindo a intersubjetividade (BICUDO, 2009). Na manifestação da intersubjetividade busca-se compreensões, concordâncias quanto aos modos de expressão e repetições do compreendido, que são expressos e dão a objetividade, entendida como a expressão do conhecimento constituído (ROSA; BICUDO, 2018).

O professor que se compreende como ser em forma/ação e entende o modo de ser professor com tecnologias como abertura à constituição de conhecimento viabiliza ações, modos de ser e estar com seus alunos nas aulas, em que traz “questões que possam fazer convergir intencionalidades dos sujeitos presentes, promovendo exposições de raciocínios, modos de realizar atividades, modos de expressá-las, bem como promovendo o exercício de ouvir o outro e de compreendê-lo”, possibilitando ao aluno avançar com sua compreensão do conteúdo trabalhado (ROSA; BICUDO, 2018, p. 35). Portanto, não se trata de usar as tecnologias, mas de ter determinadas ações com tecnologias que abram oportunidade à constituição de conhecimento, à investigação.

Para nós, esse modo de compreender a forma/ação do professor para ensinar com tecnologias, pode oportunizar o dar-se conta desse modo de ser professor. Portanto, requer um espaço de diálogo no qual as possibilidades para a constituição de conhecimento com tecnologias sejam compreendidas. Tal qual estamos entendendo, o estudo de aula mostra-se como esse espaço favorável ao diálogo na forma/ação do professor.

2.2 O ESTUDO DE AULA COMO ABERTURA AO DAR-SE CONTA DE SI

O estudo de aula é uma prática de formação de professores que se originou no Japão, logo após o início do período conhecido como Revolução Meiji, ocorrido naquele país entre os anos de 1868 e 1912 (FELIX, 2010). Tornou-se conhecido pelo termo *jogyokenkyuu*⁴ (*jogyo* – aula e *kenkyuu* – estudo ou investigação) (BAPTISTA *et al.*, 2014).

Descrevendo aspectos que levaram à origem do estudo de aula, Felix (2010) e Souza, Wrobel e Baldin (2018) relatam que o ambiente de ensino japonês, anterior à Revolução Meiji, era organizado de modo individualizado, com vários alunos de diferentes faixas etárias e níveis de conhecimento participando de sessões de estudo em uma mesma sala. Essas sessões eram

⁴ Neste texto optamos por utilizar o termo “estudo de aula” em português, conforme assumido por um grupo de pesquisadores de Portugal (PONTE *et al.*, 2015; BAPTISTA *et al.*, 2014). O termo *jogyokenkyuu* possui versões nas mais diversas línguas, como o inglês, *lesson study*, e o espanhol, *estudio de clases*.

conduzidas por um professor que ensinava cada aluno individualmente, identificando e estimulando seus talentos. Nesse período não existiam, no Japão, aulas expositivas.

Com o início da Revolução Meiji, o Japão, que até então vivia um período de isolamento quase total do restante do mundo, teve um processo de reabertura que permitiu mudanças na educação (FELIX, 2010). A reabertura possibilitou aos professores estrangeiros entrarem no país levando o modelo de aulas expositivas, no qual os alunos se organizam de modo enfileirado na frente do professor que fica à frente da turma. Com a implantação desse modelo, os alunos foram organizados em salas seriadas de acordo com suas idades e a aula tornou-se uniformizada, isto é, realizada de modo que alunos de uma mesma turma estudam os mesmos conteúdos. Essa reorganização do ambiente de ensino deu início a uma atividade de observação das aulas expositivas, na qual os professores japoneses faziam críticas e comentários sobre as aulas, tendo como foco a aprendizagem dos alunos (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018).

Desde o início dessas primeiras ações das quais se originaram o estudo de aula “a observação de uma aula modelo não era contemplativa do procedimento ou de atitudes, mas sim, uma fonte de investigação para a melhoria da compreensão sobre ‘como ensinar para que um aluno aprenda o máximo’” (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018, p. 118). Isto é, a observação não buscava avaliar o modo de ensinar do professor ou suas atitudes para com os alunos, mas olhar para o modo como os alunos aprendem no decorrer da aula, compreender quais situações são melhores para a aprendizagem ou quais dificuldades se manifestam de modo mais efetivo. Tais compreensões poderiam orientar as futuras práticas do professor. Tratava-se de um modo de “estudar a aula” visando contribuir com a prática do professor em benefício da aprendizagem do aluno.

Felix (2010) relata que, nessa época, alunos de cursos de formação que observaram aulas expositivas, ao se formarem, tornaram-se professores em escolas distribuídas por diversas cidades do país e também começaram a ter suas aulas observadas. Na ocasião, os que observavam as aulas elaboravam comentários que posteriormente eram discutidos coletivamente entre os professores da escola. Esse método foi incentivado, passou por algumas adaptações e foi disseminado por todo o Japão. Atualmente, o estudo de aula é uma prática generalizada, trabalhada em larga escala e com apoio de autoridades educacionais (PONTE *et al.*, 2018). É promovida em mais de 98% das escolas públicas que oferecem Ensino Fundamental e médio e 94% de escolas públicas exclusivamente de Ensino Médio (LEWIS; PERRY, 2014) e utilizada, inclusive, como meio para implementação de novos currículos (CLIVAZ; TAKAHASHI, 2018). Tornou-se uma prática tão popularizada que Fujii (2018)

afirma que, para os educadores japoneses, o estudo de aula é como o ar que eles respiram, pois está por toda parte nas escolas.

No Japão, o *jugyokenkyuu* é a principal prática de desenvolvimento profissional de professores há mais de cem anos (LEWIS; PERRY; 2015; TAKAHASHI; MCDOUGAL; 2016). Fora do Japão, tornou-se popular inicialmente nos Estados Unidos, no final dos anos 90, com a publicação do livro *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom* (STIGLER; HIEBERT, 1999) que inclui um capítulo em que os autores descrevem uma prática promovida pelos japoneses para melhoria dos processos de ensino e aprendizagem.

Nos anos seguintes à sua introdução nos Estados Unidos, espalhou-se por diversos países do mundo, dos quais destacamos: China (HAN; HUANG, 2019), África do Sul (ADLER; ALSHWAikh; 2019), Dinamarca (WINSLØW; BAHN; RASMUSSEN, 2018), Inglaterra (DUDLEY *et al.*, 2019), Portugal (PONTE *et al.*, 2018), Chile (ESTRELLA; MENA; OLFOS, 2018) e Brasil (BATISTA, 2017; CURI, 2018; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019). E, ainda que a maioria dos relatos de experiências com estudo de aula seja relativa a práticas realizadas em pequena escala, em casos isolados, tendo em vista as diferenças entre os sistemas educacionais e a cultura profissional dos professores (PONTE *et al.*, 2018), diversos são os aspectos positivos apontados por pesquisadores que buscam, por meio dessa prática, promover a formação de professores, especialmente de matemática.

Nas diversas experiências promovidas pelo mundo, adaptações foram feitas em relação ao modelo japonês, mas as características principais se mantêm. De modo geral, o estudo de aula tem início com a constituição de um grupo de professores que se reúnem com a intenção de discutir e elaborar uma aula sobre um tema de comum interesse, eleito pelo grupo (LEWIS; PERRY, 2014). Com o grupo reunido, os professores dão início à um “ciclo” que prevê quatro etapas principais: definir as informações que nortearão o trabalho a ser feito, planejar uma aula de acordo com conteúdos, objetivos ou questões definidas na etapa anterior, realizar a aula planejada por um dos professores do grupo e retornar ao grupo para discussão da experiência na aula. Entretanto, caso seja do interesse do grupo, ao final dessas etapas é possível fazer um novo planejamento, considerando-se os aspectos que, nas discussões, os professores consideraram que precisavam ser trabalhados de um modo diferente. Nesse caso, a nova aula planejada pode ser realizada com outras turmas de alunos e novamente discutida, para que o processo seja continuado (RICHIT; PONTE, 2020; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019).

No ciclo, elementos familiares aos professores como o estudo do conteúdo, do currículo, do raciocínio e da forma de trabalho dos alunos (possibilitados pela observação da aula) se

articulam num contexto de planejamento colaborativo e da análise da prática (LEWIS; PERRY, 2015). Contudo, o trabalho do grupo não se encerra com a conclusão de um ciclo. Pode constantemente recomeçar dando origem a outras aulas, outras perspectivas explicitadas, outras discussões, outros “ciclos”. Compreendemos o “ciclo” (LEWIS *et al.*, 2012; LEWIS; PERRY, 2015) como abertura para que os professores possam se lançar a novas experiências sempre que a discussão de uma aula é concluída, iniciando novo trabalho no grupo.

O estudo de aula é uma prática de desenvolvimento profissional em que os professores se reúnem em grupos e trabalham de forma colaborativa, levando em consideração que o trabalho no grupo deve ter como foco as aprendizagens dos alunos (PONTE *et al.*, 2015; CURI, 2018; SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018; RICHIT; PONTE, 2020). Isto é, as ações realizadas no grupo para promover a formação do professor são orientadas pelo foco no aluno, na sua forma de envolver-se com a proposta, no seu raciocínio, nas situações que lhe potencializam a compreensão de conceitos e outros aspectos relativos a atividade do aluno na aula. Voltando-se para a aprendizagem do aluno o professor pode analisar suas práticas, modificando-as caso seja necessário, mantendo-as se as considerar eficientes ou ampliando-as para potencializar a constituição de conhecimento do aluno. Desse modo, pode considerar-se que o estudo de aula é um espaço formativo no qual são valorizadas a aprendizagem profissional e a experiência vivida do professor em seu contexto de atuação.

Para Lewis *et al.* (2019) o termo *estudo de aula* é frequentemente mal interpretado, assumido como um processo cujo foco é o planejamento de uma aula. As autoras ressaltam que, embora haja o planejamento, ele é apenas uma pequena parte desse trabalho no qual cada etapa é relevante para o desenvolvimento profissional a que se propõe o ciclo.

Na primeira etapa são definidas as informações necessárias ao encaminhamento do trabalho e os autores se referem a ela com várias denominações: identificação de um problema ou uma questão orientadora (PONTE *et al.*, 2016; FUJII, 2016), formulação de objetivos (CURI, 2018; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019), estudo do conteúdo e dos materiais de ensino (LEWIS; PERRY; HURD, 2004; TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016). O importante é entender que se trata de uma etapa na qual são definidos temas, questões, objetivos e os conteúdos que vão orientar as ações dos professores no planejamento da aula.

Fujii (2016) afirma que é importante reconhecer que o início de um ciclo se dá com a definição de uma questão e não com respostas já prontas. Logo, identificar essa questão que se constituirá no tema do estudo de aula, é o primeiro passo do trabalho. Para Curi (2018, p. 21) essa primeira etapa é o momento em que “o grupo estabelece os objetivos para a aula de acordo com os problemas de aprendizagem detectados, as metas que traçam para seus alunos, seus

interesses e dificuldades e o currículo”. Ou, como destacam outros autores, é um momento em que os professores se preocupam com as dificuldades dos alunos relativamente a um tema eleito pelo grupo (RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019).

Relativamente à primeira etapa, Lewis e Perry (2014) afirmam que é o momento em que os professores estudam o currículo, levando em consideração as metas de longo prazo para os alunos. Mas, além do currículo, os professores também podem estudar artigos sobre pesquisas relevantes para a compreensão do tema eleito (CLIVAZ; TAKAHASHI, 2018) e os livros didáticos que tratam do assunto. Com esse estudo os professores podem discutir conceitos e habilidades fundamentais para a aprendizagem de seus alunos, considerando conhecimentos prévios e as possíveis respostas que darão às tarefas, além de estabelecerem comparações entre o modo como determinado assunto é apresentado em diferentes materiais e currículos. Nesse momento muitas perguntas podem surgir e, se necessário, os professores recorrem a recursos externos para responder-lhes (LEWIS; PERRY; HURD, 2004).

Takahashi e McDougal (2016) afirmam que, no Japão, o estudo do conteúdo e dos materiais de ensino é denominado *kyouzai kenkyuu*. Para os autores,

é análogo a uma revisão de literatura em pesquisa científica. Envolve uma investigação da trajetória de aprendizagem pretendida em relação ao tópico, das primeiras às séries mais avançadas, através de uma revisão dos padrões e do currículo, e pesquisa sobre questões de ensino e aprendizagem como mal-entendidos típicos sobre o tópico. Kyouzai kenkyuu também inclui considerações sobre possíveis ferramentas, manipulativos, ou materiais que podem ser usados, e possíveis tarefas que podem ser apresentadas aos alunos. O kyouzai kenkyuu completo ajuda a evitar “reinventar a roda” (TAKAHASHI; MCDUGAL; 2016, p. 9, tradução nossa)⁵.

É o momento em que os professores se preparam para planejar, realizar e discutir a aula, e conhecer os materiais e as normas disponíveis sobre o tema poderá contribuir para que o trabalho a ser feito seja orientado por aspectos da realidade escolar em que atuam.

No Japão, os livros didáticos e os materiais conhecidos como manuais dos professores subsidiam essa etapa, pois eles tratam de aspectos da aprendizagem do professor e dão atenção ao pensamento dos alunos (LEWIS *et al.*, 2012). Lewis e Perry (2014) acrescentam que há, nos livros e manuais japoneses, prováveis estratégias de resolução dos alunos para as tarefas propostas que são associadas às ideias matemáticas identificadas como mais relevantes em cada unidade. Em outros países, os materiais disponíveis nas escolas podem não fornecer

⁵ “[I]t is analogous to a literature review in scientific research. It involves an investigation of the intended learning trajectory related to the topic from lower to higher grades, through a review of the standards and curriculum, and research into teaching and learning issues such as typical misunderstandings around the topic. Kyouzai kenkyuu also includes consideration of possible tools, manipulatives, or materials that may be used, and possible tasks that may be presented to students. Thorough kyouzai kenkyuu helps avoid “reinventing the wheel”.

informações sobre o conteúdo ou sobre o pensamento do aluno, como os do Japão, e por isso há grupos que realizam o estudo de aula adaptando materiais já existentes, a partir de modelos de livros didáticos japoneses (LEWIS; PERRY, 2015).

A segunda etapa do trabalho no grupo de professores é destinada ao planejamento de tarefas para uma ou mais aulas (dependendo da necessidade e do interesse do grupo). Para Richit e Ponte (2020, p. 22) este é o momento de “estabelecer um percurso de aprendizagem da matemática para os alunos”, que é importante e necessário para que os professores possam se preparar melhor para as práticas de ensino e para que tenham a oportunidade de aprofundar conteúdos matemáticos que pretendem ensinar.

Nessa etapa, os professores organizam um plano que descreve o modo como o tema eleito será encaminhado na aula, expondo como esperam trabalhar para que os conteúdos específicos sejam ensinados (FUJII, 2016). Contém, ainda, as expectativas de aprendizagem dos alunos e informações, conceitos e habilidades, relacionados aos objetivos. Sempre de modo colaborativo os professores analisam as possíveis tarefas e discutem possíveis raciocínios envolvidos, estratégias de resolução e dificuldades dos alunos relativas às tarefas propostas (RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019). Vale destacar que, de modo geral, o trabalho do grupo nesta etapa leva em consideração o currículo e as pesquisas sobre o assunto (PONTE *et al.*, 2018).

Para Lewis *et al.* (2019) o uso de um modelo para escrever o plano para a aula, o auxílio de alguém externo ao grupo para revisar esse plano, investigar os tipos de raciocínio implícitos, prever respostas específicas dos alunos da turma que participará da aula e promover situações nas quais os professores se coloquem a resolver as tarefas, são algumas das estratégias a serem realizadas durante o planejamento da aula.

As discussões que, segundo Fujii (2018), devem estar presentes nessa fase do planejamento não podem deixar de considerar a adequação das tarefas, a razoabilidade das soluções previstas para os alunos e a qualidade do modo pelo qual será feita a discussão das respostas. Isto é, para o autor, ao planejarem as ações os professores devem ver se as tarefas estão adequadas aos objetivos e se possibilitam tratar os conteúdos previstos para a aula, devem procurar prever a respostas dos alunos, considerando a turma como um todo, bem como as possibilidades que os alunos têm para responder às questões, sem deixar de analisar o ritmo de aprendizagem dos alunos, e prever a potencialidade das tarefas para gerar discussões na aula ao serem consideradas as estratégias de solução. Fuji (2018) destaca que é importante que a aula tenha um momento em que os alunos compartilhem suas estratégias de solução, pois, cada uma

delas, mesmo que leve a respostas semelhantes, pode apresentar ideias diferentes que potencializam o diálogo.

No Japão, é priorizada a elaboração de tarefas de resolução de problemas que possam promover aulas com maior participação dos alunos e favorecer o levantamento de questões mais abertas (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018). Em outros países, as práticas com resolução de problemas também são priorizadas, bem como aquelas que envolvem tarefas de exploração e investigação (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016; PONTE *et al.*, 2018; RICHIT; PONTE, 2020).

Planejada a aula, o grupo elege um professor para realizá-la com sua turma. Essa aula, orientada pelo plano elaborado na etapa anterior, é conhecida pelos japoneses pelo termo *kenkyu jugyou*, traduzido para o inglês como “research lesson” (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016; CLIVAZ; TAKAHASHI, 2018) que, em português é chamada “aula de pesquisa”.

Essa aula conta com a participação dos demais membros do grupo, professores que assumem o papel de observadores, isto é, que participam da aula acompanhando as ações sem interferir no modo como o professor da turma a conduz. A intenção é que esses professores contribuam com o registro das ações ocorridas, reunindo dados que possam ser analisados e deem possibilidade de compreender a aprendizagem dos alunos (LEWIS; PERRY, 2014; CURI, 2018). Portanto, destacam-se informações sobre o que os alunos dizem ou escrevem, o modo como utilizaram os materiais relativos à aula e quais aspectos favoreceram ou dificultaram a compreensão dos conteúdos. A observação pode ser feita considerando cada aluno individualmente ou um grupo de alunos (LEWIS; PERRY; HURD, 2004). Para auxiliar o registro, frequentemente as aulas são filmadas (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016).

A observação é uma oportunidade para que os professores analisem as hipóteses que levantaram no planejamento acerca do ensino dos conteúdos, construam hábitos de observação das atitudes dos alunos e melhorem a qualidade da comunicação entre eles, uma vez que favorece o compartilhar das experiências de ensino (LEWIS *et al.*, 2019). Para Ponte *et al.* (2018), a observação da aula com foco no aluno, e não nas ações do professor, é a principal diferença entre o estudo de aula e outras práticas que promovem a observação da sala de aula, como estágios e outros processos de avaliação de professores.

Caminhando para a finalização do ciclo, na quarta etapa, os professores retornam ao grupo para discussão da aula. Essa discussão pode ser subsidiada pelas gravações em vídeo, por “lembranças” dos que lá estavam presentes ou pelas anotações que eles fizeram durante a observação da aula. Este é o momento em que se analisa a experiência vivida, a relevância da proposta para a aprendizagem do aluno à luz de respostas dadas às tarefas propostas, bem como

se exploram as possibilidades de reformulação da tarefa a partir do que é visto (FUJII, 2016). Nas discussões é importante que se procure ouvir os pontos de vista de todos os professores, ver o modo pelo qual os alunos responderam às tarefas matemáticas mais desafiadoras (LEWIS; PERRY, 2015), compreender o que os professores puderam aprender com o ciclo realizado, articulando esse aprendizado com os conhecimentos relativos à própria prática, e fortalecer o compromisso com o aprimoramento de suas práticas e dos colegas do grupo (LEWIS *et al.* 2019).

Cabe ressaltar que, ainda que os professores apontem possíveis adequações para as tarefas, de acordo com Takahashi e McDougal (2016), não é objetivo do estudo de aula aperfeiçoar o plano de aula. Ou seja, as discussões que ocorrem no contexto do grupo de formação buscam sempre a construção de novos conhecimentos para o ensino e a aprendizagem. Esses conhecimentos é que irão orientar a manutenção ou reformulação das práticas dos professores considerando os resultados positivos ou visando à transformação daquelas que os professores consideram que não foram satisfatórias, pois não potencializaram a aprendizagem do aluno. A constituição de novos conhecimentos é, desse modo, o verdadeiro propósito do estudo de aula; o motivo pelo qual no Japão não é comum que uma mesma aula ocorra em mais de um ciclo.

Conforme apontam as pesquisas de estudo de aula, a participação dos professores nas etapas do ciclo possibilita o aprofundamento de conhecimentos matemáticos e de conhecimentos relativos ao ensino e a aprendizagem (LEWIS; PERRY; HURD, 2004; LEWIS *et al.*, 2012; PONTE *et al.*, 2014; UTIMURA, 2018; RICHIT; PONTE, 2020), favorece mudanças das suas crenças e das suas práticas (LEWIS; PERRY, 2015; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019) e abre oportunidades para promover um trabalho colaborativo (LEWIS; PERRY; HURD, 2004; LEWIS *et al.*, 2012; PONTE *et al.*, 2014; CURI, 2018; RICHIT; PONTE, 2020).

No que diz respeito ao aprofundamento do conhecimento matemático, Richit e Ponte (2020) afirmam que o trabalho no grupo dá aos professores a oportunidade de revisarem conteúdos, explorando suas especificidades e aprofundando propriedades e relações que frequentemente são deixados de lado quando eles preparam suas aulas isoladamente. Esse modo de proceder no grupo favorece a análise dos conceitos discutidos por meio desses conteúdos e da disposição desses conteúdos no currículo (PONTE *et al.*, 2014).

A participação do professor no estudo de aula também lhe dá oportunidade para aprofundar conhecimentos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem. Dentre esses conhecimentos, Utimura (2018) destaca as aprendizagens relativas à própria prática e aos

processos de raciocínio dos alunos e o desenvolvimento da habilidade de comunicação. Salienta, ainda, a oportunidade de, coletivamente, o professor se dispor a propor tarefas mais desafiadoras para seus alunos. Para Richit e Ponte (2020) esse é mais um aspecto favorável do estudo de aula: os professores se dedicam à realização de tarefas diferenciadas, como as de exploração e investigação.

Com relação às crenças dos professores, Lewis e Perry (2015) apontam que as discussões no grupo podem favorecer mudanças nas crenças relativas ao desempenho dos alunos, levando-os a compreender que suas expectativas em relação aos resultados dos alunos devem estar associadas às práticas efetivadas. Para as autoras, mudanças nas crenças podem influenciar diretamente a prática do professor porque, à medida que eles observam suas aulas e compreendem quais ações são relevantes para a aprendizagem dos alunos, começam a dedicar mais tempo à análise de suas ações. Na mesma direção, considerando que o estudo de aula é organizado em etapas que perpassam diversos aspectos das práticas dos professores, Richit, Ponte e Tomkelski (2019) consideram que há possibilidade de mudanças. Para os autores

Ante as especificidades na dinâmica de desenvolvimento do estudo de aula, diversos aspectos da prática profissional em matemática são colocados no centro dos processos de discussão e reflexão, por meio dos quais se torna possível superar crenças, rever concepções e modificar práticas de sala de aula. Estes muitas vezes trazem desafios, exigem adaptações e, sobretudo, apontam possibilidades de promover o desenvolvimento profissional docente (RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019, p. 59).

Esse trabalho colaborativo que potencializa a organização do planejamento das ações de sala de aula (CURI, 2018), promove “o crescimento profissional a partir do diálogo, do apoio mútuo, incentivo pessoal e da troca de experiências entre pares” (RICHIT; PONTE, 2020, p. 25), permitindo aos participantes relacionar conhecimentos sobre os assuntos estudados com aqueles relativos às suas experiências (PONTE *et al.*, 2014) e ajuda na construção de uma comunidade por meio da qual os professores possam, frequentemente, compartilhar práticas, ideias e recursos (LEWIS; PERRY; HURD, 2004). Além disso, o trabalho colaborativo também favorece o desenvolvimento de habilidades de negociação de opiniões, para que cheguem a um consenso na escolha dos assuntos e alternativas para as práticas elegendo as ações, trabalhando na “nossa aula” para “nossos alunos” (LEWIS *et al.*, 2012), isto é, cria-se um vínculo em que as decisões passam a ser coletivas.

Cada etapa do estudo de aula, segundo Lewis e Perry (2014), tem uma contribuição específica. No caso do “estudo do conteúdo e dos materiais de ensino”, os professores passam a conhecer o conteúdo matemático que é explícito nesses materiais. Na etapa de

“planejamento”, há a negociação de uma melhor prática que atenda às necessidades de aprendizagem dos alunos. Já as etapas de “realização” e de “discussão da aula” constituem-se em oportunidades para que os professores compreendam os resultados das ações, analisando a manutenção ou reorganização das tarefas para maior envolvimento dos alunos e para a aprendizagem.

Para ajudar os professores com o encaminhando das ações, é importante que haja nos encontros do grupo uma pessoa capaz de esclarecer possíveis dúvidas quanto aos aspectos relativos às etapas do ciclo, auxiliar no registro das aulas e fomentar o diálogo no grupo. Para Scheller, Ponte e Quaresma (2019, p. 2) essa pessoa assume um papel próximo ao de um formador, podendo ser “alguém conhecedor do processo, que o tenha vivido anteriormente ou até estudado outras experiências”. Um professor ou pesquisador que tenha conhecimento do estudo de aula pode ser essa pessoa, disposta a esclarecer as dúvidas e apoiar os professores no decorrer do processo, participando e acompanhando as ações do grupo.

Takahashi e McDougal (2016) mencionam o termo *knowledgeable other* para se referir a quem se dispõe a apoiar os professores na condução das ações do estudo de aula japonês. Para os autores, o *knowledgeable other* é uma pessoa com profundo conhecimento do conteúdo e de aspectos relativos ao ensino e com experiência em estudo de aula. Trata-se de um professor ou de um formador de fora do grupo, cuja participação se dá, principalmente, na etapa de planejamento ou nas discussões pós-aula, fase em que participa, principalmente, com comentários sobre o trabalho feito, destacando situações que não foram discutidas no grupo, visando estabelecer relação entre o que foi discutido na aula e novos conhecimentos provenientes de pesquisa.

Fora do Japão, essas pessoas são, muitas vezes, pesquisadores de Universidades que assumem o papel de formadores, a partir de parcerias estabelecidas com as escolas nas quais o estudo de aula é realizado; participam da condução de todas as etapas junto aos professores do grupo (CURI, 2018; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019; BATISTA, 2017; TAKAHASHI; MCDOUGAL, 2016). Scheller, Ponte e Quaresma (2019) destacam que as ações de convidar, informar, apoiar e desafiar, podem ser feitas pelo formador de modo a suscitar as discussões no grupo. O convite é feito para a participação, ou seja, para que o professor se sinta confiante para expor suas ideias e apresentar suas perspectivas. Informar deve caminhar na direção do incentivo, trazendo exemplos que possam vir a acrescentar novas informações às ideias apresentadas e propiciar sugestões. Apoiar, no sentido de empreender

uma ação em que o formador procura levar os participantes a avançar com suas explicações e justificações e a relacionar ideias. Através dela, solicita informações,

opiniões ou esclarecimentos que visam proporcionar novas informações ou procura que os participantes indiquem as suas compreensões acerca de uma questão (SCHELLER; PONTE; QUARESMA; 2019, p. 7).

O desafio deve fazer avançar, elaborando ideias pouco desenvolvidas e argumentando em favor de determinadas posições assumidas (SCHELLER; PONTE; QUARESMA; 2019). Conforme compreendemos, as ações do formador deverão contribuir para que os professores, cada vez mais, estejam envolvidos nas etapas do estudo de aula e o considerem alguém com quem podem dialogar e compartilhar experiências, reconheçam que as discussões no grupo visam à tomada de decisões, que será sempre coletiva e em favor da melhoria da qualidade das aulas para a aprendizagem dos alunos.

Tal qual entendemos, considerando as características e os aspectos apontados por Fujii (2016), o estudo de aula é uma prática de formação que difere de cursos de formação tradicionalmente conhecidos. Isto é, de cursos nos quais um especialista em determinado assunto assume o papel de professor para outros professores, estes fazem as tarefas propostas que são elaboradas, organizadas e conduzidas pelo especialista. No estudo de aula, ainda que haja a presença de um formador, há participação ativa dos professores em todas as fases do processo, desde as decisões sobre o modo de as ações serem efetivadas pelo grupo até a sua condução na aula com os alunos. Os professores escolhem os conteúdos, as questões, as tarefas, a data e o membro do grupo que realizará a aula; os recursos a serem utilizados, as turmas com as quais as aulas serão realizadas, etc., sempre orientados pela realidade vivida com seus alunos e com a coparticipação do formador. Logo, a orientação do trabalho no grupo é dada pelas preocupações e necessidades identificadas na realidade vivida na escola.

Desse modo, o estudo de aula propõe um trabalho que vai sendo constituído a partir de compreensões da experiência vivida, vai se configurando como um grupo de estudos e formação com potencialidade para transformar as ações visando sempre a aprendizagem do aluno. Logo, segundo compreendemos, trata-se de um espaço formativo que se articula à compreensão fenomenológica de forma/ação.

2.3 O ESTUDO DE AULA CONDUZIDO EM UMA POSTURA FENOMENOLÓGICA

Compreendo a proposta formativa do estudo de aula, interpretamos que há articulações com a proposta de forma/ação conduzida em postura fenomenológica, pois ele se constitui como um espaço em que há participação ativa do professor e, no caso desta pesquisa, abre a

possibilidade para os professores analisarem suas práticas de investigação com tecnologia para dar-se conta do que fazem.

Como salientamos, o estudo de aula, focando a experiência vivida, oportuniza o diálogo e a reflexão das práticas e das situações de aprendizagem vividas pelos professores com seus alunos. Isso lhes possibilita pensar a realidade que, nesta pesquisa, diz do ensinar matemática com tecnologias. Conforme entendemos com Bicudo e Garnica (2011, p. 56), “pensar a realidade, vivendo-a, é o ponto de referência do que chamam de análise crítica, reflexiva e abrangente, necessária ao que comumente denomina-se ação/reflexão/ação”. Portanto, pensar a realidade é não se deixar levar pela aceitação daquilo que se mostra na experiência vivida, mas assumir o que é experienciado coletivamente como objeto de discussão, de questionamento e de análise crítica que se presentifica nas escolhas feitas e na realização de novas ações; que norteia as práticas seguintes e retornam para o grupo abrindo um novo ciclo para o pensar.

A postura assumida pelo pesquisador é preciosa, exigindo-lhe que dê liberdade a esse pensar a realidade. Essa “doação” vai se constituindo no modo de relacionar-se de uns com os outros, no modo de estar com os professores, de abrir-se a ouvir inquietações, de fazer questionamentos, expor compreensões e, ao mesmo tempo, tornar-se parte do grupo, professor em desenvolvimento, sujeito das ações que está junto com os professores (MIARKA; BICUDO, 2010).

Assumir a postura fenomenológica é dar-se conta de que, assim como os professores participantes, o pesquisador também traz em seu modo de estar com o grupo suas concepções de ser professor de matemática, de tecnologias, de ser professor de matemática com tecnologias, de investigação matemática, de estudo de aula, etc. Desse modo, ao mesmo tempo em que se lança às experiências vividas com o grupo, também deve “estar atento para que suas experiências vividas em torno do que busca compreender não conduzam a investigação” (VENTURIN; SILVA, 2014, p. 12). Isto é, deve se manter alerta, crítico acerca de sua própria participação, atento ao seu principal objetivo: convidar, informar, apoiar e desafiar os participantes do grupo (SCHELLER; PONTE; QUARESMA, 2019) para que eles estejam, junto com ele, lançando-se ao desafio de elaborar modos de estar com seus alunos ensinando matemática em uma perspectiva de investigação com tecnologias. O ambiente que se constitui, deve propiciar o dar-se conta de ser professor em forma/ação sem lhes retirar a autonomia de ser professor de sua turma, sem direcionar as ações a serem realizadas, mas orientando para que as compreensões e concepções se manifestem e possam lançar luz ao modo de ensinar e aprender matemática.

Ao estar com o grupo vivenciando o estudo de aula, o pesquisador-formador não tem a pretensão de “ensinar” aos professores melhores práticas ou recursos de tecnologias, ele deseja compreender como as práticas de ensinar matemática com tecnologias vão se mostrando para os professores, qual o sentido que isso vai fazendo para eles. O pesquisador, assumindo uma postura fenomenológica, deseja “ir a coisa mesma”, isto é, realizar ações de modo atento, preocupado, “ouvindo, falando, em diálogo argumentativo em relação ao que ouviu e ao que entendeu, no silêncio, na busca de compreensões e, também, nas dificuldades encontradas e em seus enfrentamentos” (BARBARIZ, 2017, p. 135), no movimento de ser professor junto aos professores de matemática que, com ele, são participantes do grupo de estudo de aula.

A experiência vivida no contexto do estudo de aula, em um trabalho colaborativo, mostra-se na abertura ao outro em que professores e pesquisador-formador se expressam por meio de palavras, gestos (surpresa, preocupação, negação, etc.) ou mesmo pelo silêncio. Nessa abertura ao outro a intropatia e a linguagem vão se constituindo e tornando possível a comunicação (BICUDO, 2016). A

intropatia é basicamente conhecimento do outro que se desenvolve nas vivências em que o outro é dado (trazido, exposto) ao eu em sua corporeidade [...]. No ato da percepção entropática se estabelece uma ligação permitida pela constatação do “igual a mim”, ou seja, o outro a quem me posso expor, pois pode compreender comigo o que estou compreendendo de minha experiência vivida. Mas este ato, ainda que fundante da comunicação intersubjetiva, não a consuma, pois em si não expressa. Há que se contar com os signos que indicam e com a palavra que, pela voz, diz (BICUDO, 2016, p. 39).

Tal qual compreendemos, a intropatia é um ato que faz com que, ao nos voltarmos para os outros com as quais estamos, possamos reconhecer o outro como igual a mim, ou conforme Ales Bello (2006), é um ato que faz sentir imediatamente a presença de outro ser humano com quem é possível compartilhar certezas e incertezas e compreender o que, na vivência, se expõe pela comunicação que é estabelecida. É um ato anterior a qualquer juízo de valor ou sentimento que se possa estabelecer acerca do outro, assim como também é anterior à expressão, uma vez que esta é dada pela linguagem, seja ela escrita, oral, gestual, pictórica, etc., requerida para o estabelecimento da comunicação.

No grupo de estudo de aula, o espaço de interlocução se estabelece pela postura de colaboração assumida pelos participantes. Eles compartilham ideias, angústias e certezas e, pela intropatia, valorizam as contribuições de todos, quer seja em relação à escolha das ações a serem realizadas no grupo, que se dá principalmente pela definição de questões e objetivos e no planejamento da aula, quer seja para buscar compreender a experiência vivida na discussão pós-aula.

De forma colaborativa, os professores se lançam às ações junto ao grupo de forma/ação, em um movimento em que subjetividade e intersubjetividade se entrelaçam caminhando em direção à constituição da objetividade, isto é, da expressão do que foi compreendido. Na perspectiva fenomenológica, a constituição da objetividade não é a busca por um conhecimento pronto e imutável, que possa ser compartilhado e assumido em outros contextos. Venturim e Silva (2014) afirmam que

[q]uando os sujeitos estão em consonância com os significados expressos em linguagem, dizemos que há a possibilidade de expressar uma compreensão que evidencia significados acordados pelas pessoas na comunidade. Este movimento de expor os significados acordados intersubjetivamente em linguagem, articulada, inteligível sinaliza que estamos entrando na esfera da objetividade do tema dialogado [...]. A subjetividade, intersubjetividade e objetividade não são dimensões separadas nem podem ser entendidas como ocorrendo em um movimento linear passível de ser descrito em completude. São dimensões complexas que expressam como estamos nos entendendo (VENTURIN; SILVA, 2014, p. 5).

Compreendemos nas palavras dos autores que caminhar em direção à objetividade se constitui em movimento de busca que envolve o modo como o professor percebe e compreende determinada situação, mas que, também, está atento ao que é expresso pelo outro, aberto à intersubjetividade, disposto a pensar junto e decidir, dentre o que foi compartilhado, o que faz sentido para todos, podendo, isso que faz sentido, ser legitimado e assumido de modo objetivo no grupo. No caso de nossa pesquisa, podemos dizer que isso que faz sentido é o modo pelo qual o grupo compreende o significado de ser professor com tecnologias.

Essa compreensão, legitimada no grupo, objetivada, pois é expressa, passa a orientar a escolha das tarefas para a aula, a definição de práticas, o modo de estar com a tecnologia para favorecer a constituição de conhecimento matemático, etc. Mas, uma vez que subjetividade, intersubjetividade e objetividade não se sucedem de modo linear, mesmo as compreensões já assumidas como válidas pelo grupo podem ser revisitadas e, mediante o diálogo sobre novas experiências vividas, serem transformadas.

Os professores que compartilharam a experiência de estar com os alunos podem, nas discussões, reativar o sentido do vivido para enfatizar aspectos que consideram relevantes serem discutidos. Barbariz (2017) salienta que é pela lembrança que as experiências vividas são retomadas, não para reproduzir o feito, mas para compreender o presente vivido e lançar-se nas possibilidades futuras. Pela lembrança, os professores revivem situações das aulas, retomam aspectos da experiência vivida ao ensinar com tecnologias e se lançam em situações novas que podem propiciar a constituição do conhecimento matemático por meio das tarefas de

investigação. No diálogo que retoma o vivido e agora visto, eles expressam o compreendido e buscam novas aberturas.

Assistir as filmagens da aula no grupo é um modo de reativar, pela lembrança, o sentido da experiência vivida. Ou ainda, é dar-se conta das situações não vistas no momento da aula: aquele aluno que questionou o professor, mas não foi ouvido devido ao som da conversa; a pergunta que foi respondida rapidamente devido à preocupação com o tempo; a resposta do aluno que foi dada em voz baixa e que, embora pudesse gerar discussões relevantes, não teve a devida importância; o aluno que participa pouco das aulas de matemática, mas que, ao estar com a tecnologia, se põe a investigar e faz as tarefas, dentre tantas outras situações que, agora, no olhar atento para a tela do computador em que se vê a filmagem, podem saltar aos olhos e se tornar tema das discussões do grupo.

Conforme expõe Barbariz (2017), vai sendo possível compreender que o conhecimento constituído ao estar com o outro e com a tecnologia se entrelaça ao conhecimento constituído nas lembranças expressas e se reorganiza, constituindo novas lembranças e novos conhecimentos. Do mesmo modo, esse conhecimento pode se relacionar com situações vividas fora do contexto da discussão, lançando novos olhares para aquilo que já conhecem, abrindo novas compreensões para as situações da experiência vivida.

De modo geral, sustentados na afirmação de Richit e Ponte (2020, p. 10) de que “distanciar-se da própria prática e olhá-la de forma crítica é, certamente, uma importante contribuição da experiência vivida no estudo de aula para o desenvolvimento profissional do professor”, compreendemos que nas ações realizadas no âmbito de um trabalho com estudo de aula há potencialidade para “dar um passo atrás” e olhar para si mesmo sendo professor, para a própria prática de sala de aula, sem buscar explicações ou justificativas para seus modos de ser, mas buscando compreender a prática tal qual ela se mostra, com aspectos que favorecem ou não a constituição de conhecimento do aluno. Vale destacar que cada compreensão é uma abertura para novas possibilidades, pois os ciclos não se esgotam e sempre é possível percorrer novos caminhos. Assim, vemos, nesse caminhar, a presença do movimento de ação-reflexão-ação-reflexão (MIARKA; BICUDO, 2010) em que brota possibilidades de ação que se presentifica e atua na forma de ser professor de matemática.

A ação que atua na forma do professor que está com tecnologias lhe permite compreender como “saber-fazer-com”, isto é, agir com as tecnologias de modo que ele se perceba fazendo e reflita sobre o fazer, produzindo conhecimento e construindo-se como ser (ROSA; BICUDO, 2018). A experiência vivida com o grupo abre possibilidades para o dar-se conta de si enquanto professor de matemática que está em forma/ação com tecnologias e,

portanto, vendo-se como alguém que não busca uma “receita” para ensinar desse modo, mas que assume um papel ativo na busca pela forma vislumbrada, mas nunca definitiva, de ser professor, isto é, uma forma com potencialidade para *vir a ser* de outro modo, caso isso seja relevante para a aprendizagem de seus alunos.

3 A METODOLOGIA: COMPREENSÕES ACERCA DO INTERROGADO

Nesta seção serão descritos os aspectos metodológicos assumidos na pesquisa e os procedimentos de constituição e análise dos dados. Para a compreensão dos aspectos metodológicos, explicitaremos a postura assumida no decorrer da experiência vivida: a pesquisa qualitativa fenomenológica e a pergunta que orientou essa vivência. Na sequência, apresentaremos o contexto em que a experiência vivida se constituiu, isto é, o cenário que tornou possível estar com o grupo de professores de matemática que se dispôs a realizar práticas com tecnologia, dando-se conta desse modo de ser professor. Serão descritos, ainda, o movimento de análise dos dados.

3.1 UM OLHAR PARA A POSTURA FENOMENOLÓGICA

No caminhar em que apresentamos compreensões acerca da postura assumida na pesquisa, consideramos relevante explicitar, inicialmente, o sentido que o termo pesquisa faz para nós. De acordo com (BICUDO, 2011a, p. 21), pesquisa “diz de se perquirir sobre o que nos chama a atenção e que nos causa desconforto e perplexidade, de modo atento e rigoroso, [sendo que] não há um modo correto ou certo de pesquisar-se”. Conforme compreendemos, pesquisa diz de se investigar algo que *a priori* não está claro ao pesquisador e por isso lhe causa inquietações que o movem na busca por compreensões. Para tornar possível essa investigação, ainda que não haja um modelo para se pesquisar, deve haver um rigor na condução da pesquisa. Esse rigor se mostra na busca do pesquisador por tornar claras a interrogação que o move e a postura assumida no seu caminhar, à medida que procura aprofundar seu conhecimento sobre algo. Para Bicudo (2011a, p. 23) “a interrogação se comporta como se fosse um pano de fundo onde as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido”, isto é, a interrogação é o que direciona o olhar do pesquisador e pode ser explicitada por meio de uma pergunta. No solo em que essa pesquisa se realizou a interrogação foi explicitada pela pergunta: *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?*

Por meio da pergunta nosso horizonte de investigação se constituiu, tendo como foco a percepção do professor de matemática em um contexto em que seu modo de ser professor se dá com uma tecnologia. Tendo clareza da interrogação que dirige nosso olhar, foram compreendidos o foco, os objetivos e eleita a postura a ser assumida no caminhar.

Para a realização da pesquisa os dados foram produzidos e analisados assumindo a abordagem qualitativa de pesquisa em uma postura fenomenológica. Assumir a abordagem

qualitativa significa considerar que “o qualitativo da pesquisa informa que se está buscando trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise” (BICUDO, 2011a, p.14), sendo possível explorar “nuanças dos modos de a qualidade mostrar-se e explicitarem-se compreensões e interpretações” (BICUDO, 2011a, p. 21). Ainda, sendo qualitativa, visa expor a vivência de certa região de inquérito ou grupo de pessoas.

Relativamente à postura fenomenológica, iniciamos a discussão explicitando nossa compreensão sobre fenomenologia, palavra constituída por *fenômeno* e *logos*. Fenômeno é um termo originário do grego *phainomenon*, que procede do verbo *phainesthai*, e tem como significado “tudo o que se mostra, se manifesta, se desvela ao sujeito que interroga” (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 36). Enquanto o termo *logos*, também do grego, significa pensamento ou a capacidade de refletir. Portanto, a fenomenologia pode ser compreendida como a reflexão acerca daquilo que se mostra (ALES BELLO, 2006).

Para Martins, Boemer e Ferraz (1990), o pesquisador que assume a postura fenomenológica na condução das ações da pesquisa

não vai ter princípios explicativos, teorias ou qualquer indicação definitiva do fenômeno a priori; ele vai iniciar o seu trabalho interrogando fenômeno apenas. Isto não exclui que ele tenha um pensar. Ao recusar os conceitos prévios, as teorias e as explicações a priori, já existentes, o pesquisador não parte de um marco zero ou de um vazio. Vive-se num pré-reflexivo e enquanto esse pré-reflexivo não se torna reflexivo no sentido que “toma consciência de”, ainda não tem uma inteligibilidade do fenômeno (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 40).

Ao assumir a postura fenomenológica tem-se como intenção interrogar o fenômeno e não o explicar ou buscar justificativas para o seu modo de se mostrar. Mas, ao mesmo tempo, esse interrogar não desconsidera o pensar do pesquisador, por meio do qual são articuladas compreensões prévias que, ainda que não sejam tomadas como um modo de direcioná-lo a determinadas explicações, podem fornecer elementos para as reflexões que orientam sua trajetória, enquanto ainda se vive no pré-reflexivo, isto é, ainda não há clareza acerca do fenômeno interrogado. Esse pensar faz com que o caminhar do pesquisador não seja iniciado a partir de um vazio. Para o que temos a intenção de interrogar, esse pensar é relativo às tecnologias, à investigação com tecnologias, à formação de professores, ao estudo de aula, etc., que contribuíram para as compreensões que foram fundamentais na condução das ações com o grupo de formação, tornando possível a constituição da experiência vivida com os professores.

Na perspectiva da postura assumida, os dados da pesquisa não existem à espera de serem descobertos, mas se constituem na experiência vivida com os professores (FINI, 1994). Isto é, ao estar com o grupo de professores de matemática buscam-se compreensões acerca do vivido

durante a participação no estudo de aula, sem que se deem explicações prévias sobre a postura que devem vir a assumir ou os modos pelos quais deverão conduzir suas aulas para ensinar com tecnologias. Segundo Bicudo (1994), assumir uma postura fenomenológica significa voltar-se atentamente para o que se mostra na realidade vivida buscando compreensões.

Desse modo, voltamo-nos para o que se mostra na experiência vivida no grupo de forma/ação, com os professores, e descrevemos o vivenciado. Essa descrição traz os dados da pesquisa que, à luz do interrogado, permite expor o compreendido e interpretado. Vale destacar que, essa compreensão da “interrogação sobre o fenômeno não se esgota porque sempre haverá um outro sujeito para o qual ele se mostrará de uma maneira diferente. O fenômeno é, portanto, perspectival” (FINI, 1994, p. 26). O fenômeno mostra certo aspecto, segundo a perspectiva sob a qual o olhamos. Ou, dito de outra forma, os modos pelos quais ele aparece se modificam em decorrência do modo pelo qual nós o olhamos, pela perspectiva que elegemos. Logo, o fenômeno se mostra em modos de doação que fazem surgir o visado (por mim, em diferentes perspectivas ou pelo outro).

Nesta pesquisa, ao interrogarmos como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?, visamos à *explicitação desse modo de ser professor com tecnologia* que se atualiza em cada modo de agir do professor. Ser professor com tecnologia mostra-se para ele sob certas perspectivas, quais são? Como ele as vê e as explicita no grupo de forma/ação? O fenômeno é, portanto, *esse modo de o professor perceber-se sendo professor com tecnologia*. Por meio da descrição da vivência no grupo do estudo de aula, voltamo-nos para a expressão dos professores buscando compreender como eles percebem o seu modo de ensinar matemática com tecnologia, em uma perspectiva de investigação. Essa percepção explícita pelo professor traz, também, o que significa para ele ensinar matemática com tecnologia realizando investigação.

Tendo clareza da postura assumida na pesquisa, ainda é importante explicitar o sentido que a pergunta tem para nós. Iniciamos pelo *como*. Bicudo (2011b, p. 38) nos diz que as pesquisas que perguntam *como* determinadas vivências são dadas, solicitam a investigação dos “modos pelos quais sujeitos contextualizados vivenciam suas experiências, por exemplo, de amor, de ódio, de aprendizagem etc.”. Então, perguntando pelo *como*, buscamos compreender os modos pelos quais as vivências do professor para ensinar matemática com a tecnologia, mediante tarefas investigativas, fazem sentido, como ele se dá conta de que está sendo professor desse modo e se entende que esse modo se difere de outros nos quais a tecnologia não está presente.

O *dar-se conta* possibilita que a experiência vivida seja percebida pela pessoa que a vivencia ou é o que permite perceber-se vivenciando (BELLO, 2006). Em nossa pesquisa, esse modo de ser professor com a tecnologia é percebido pelo professor no grupo de estudo de aula, quando se volta para o vivido. O que por ele é percebido, torna-se expresso, portanto, aberto à compreensão do pesquisador.

Relativamente à percepção, ainda é importante esclarecer que, conforme Bicudo (1994, p. 18) afirma, ela “não ocorre no vazio, mas em um estar-com-o-percebido. Todavia, o que é percebido, nunca é visto sem que seja olhado. É o invisível se mostrando, tornando-se visível”. Ao estar com os outros professores considerando a vivência com seus alunos, o professor percebe seu modo de ensinar. Essa percepção é possível porque o professor está atento àquilo que se mostra em suas ações. Disso entende-se que,

[n]ão há uma separação entre o percebido e a percepção de quem percebe, uma vez que é exigida uma correlação de sintonia, entendida como doação, no sentido de exposição, entre ambos. Nesta perspectiva não se assume uma definição prévia do que será observado na percepção, mas fica-se atento ao que se mostra (BICUDO, 2011a, p. 19).

A percepção e o percebido não podem ser tratados como ações separadas, uma vez que o percebido é dado para a percepção, entrelaçando-se em um movimento no qual não se define previamente o que pode se mostrar. Nesse sentido, é relevante dizer que a percepção, como entendida na obra de Merleau-Ponty (1999, p. 6), “é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam”. Para esse autor, a percepção oferece verdades como presença, o que significa dizer que o objeto percebido se torna claro, nítido, no momento em que faz sentido para o sujeito da percepção. Porém, o percebido pode se dissipar, perder-se, ficando restrito à consciência. Para que isso não ocorra o percebido precisa ser expresso. É para essa expressão do percebido que nos voltamos.

O que se mostra na percepção do professor, mostra-se como um modo de ser e ensinar com tecnologias, segundo certo olhar singular que ele lança para a experiência vivida ou, dito de outra forma, a explicitação *desse modo de ser professor com tecnologia* se atualiza em cada *percepção* singular, em cada novo olhar lançado para o vivido.

Para finalizarmos o esclarecimento acerca do que perguntamos em nossa pesquisa, resta dizer o sentido que para nós tem o ser professor *com* tecnologia. Esse ser-com está sendo assumindo na concepção heideggeriana, em que o ser é sempre dado no mundo com os outros – pessoas ou objetos –, e “o ‘com’ é uma determinação da presença” (HEIDEGGER, 2015, p. 174). Na pesquisa, o professor de matemática que se volta para as possibilidades de ensinar com as tecnologias, torna-as presente para si e essa presença passa a ser parte de sua prática à

medida que ele se percebe nesse mundo. Assim, ser-com tecnologias é abrir “possibilidades de o sujeito vivente se atualizar em materialidades como bits, avatares, imagens, sons, expondo-se”, de modo que as tecnologias “se tornam o meio pelo qual o ‘eu’ se desvela ao mostrar-se” (ROSA; BICUDO, 2018, p. 26). Mostrando-se, revela a presença dos outros com os quais compartilha suas práticas com tecnologias – professor e alunos –, pois “o mundo da presença é mundo compartilhado. O ser-em é ser-com os outros” (HEIDEGGER, 2015, p. 175).

As possibilidades que se abrem no movimento do ser-com a tecnologia, fazem com que elas não possam ser entendidas como ferramentas e nem como próteses, não podem assumir um papel de suplementação, nem de substituir o ser humano ou repor algo que lhes falta (ROSA; BICUDO, 2018). No cenário em que as tecnologias são consideradas em sua potencialidade há uma reorganização da atividade intelectual do professor, seja relativa à sua memória, aos modos de armazenar informações, buscas ou reproduções de tarefas (FERREIRA, 2019).

Cabe ressaltar que nos referimos ao ser como *sendo*, assumindo que o ser é enquanto vai se tornando, fazendo e acontecendo (BICUDO, 2011a), em um movimento dinâmico de vir a ser.

Isto significa que o “é” não se deixa aprisionar no instante do seu acontecimento; que não é estático; que sempre traz consigo o que antecipa em termos de possibilidades de acontecer e o que realizou em acontecimentos pretéritos e retidos na lembrança e em suas expressões sociais históricas e culturais. Em uma palavra: ele é, sendo (BICUDO, 2011a, p. 13).

Desse modo, faz sentido referirmo-nos ao professor como *sendo* com tecnologia enquanto vivência situações por meio das quais planeja, realiza e analisa suas aulas *com* o software. Ao lançar-se no processo de forma/ação abre-se ao movimento de ação e reflexão, às possibilidades de vir a ser de outro modo, a partir de experiências vividas vislumbra práticas futuras, sempre abertas e assumidas em um modo de ser professor com tecnologia que se atualiza em novas formas, que nunca será aprisionado em uma forma pronta e acabada.

3.2 O CAMINHAR DA CONSTITUIÇÃO E DA ANÁLISE DOS DADOS

O grupo de estudo de aula foi constituído por três professores de matemática que discutiram e realizaram práticas de investigação matemática com uma tecnologia, o software GeoGebra. Essa constituição foi possível graças a uma parceria estabelecida entre a UNESP, Câmpus de Guaratinguetá, e uma Escola de Tempo Integral de Ensino Médio da rede estadual paulista, vinculada à Diretoria de Ensino do Município de Guaratinguetá. Convidamos uma

professora de matemática da escola para participar da pesquisa de doutorado, expondo-lhe os objetivos e a dinâmica da formação. Essa professora já havia participado de minha pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017), o que deu abertura para a realização do convite.

A intenção era ter um grupo de estudos e formação que fosse um espaço de reflexão, e não apenas um curso. O foco do trabalho no grupo seria direcionado à percepção do professor acerca de suas práticas com tecnologias. O convite foi aceito pela professora que se dispôs a conversar com seus dois colegas, também professores de matemática, para participarem. Com o aceite deles, o grupo se constituiu com três professores dessa mesma escola e iniciaram-se os trâmites junto aos gestores para oficializar a parceria, reorganizar os horários dos professores para que pudessem estar no grupo e definir o espaço físico para a realização dos encontros.

Foi agendada, em meados de maio de 2018, uma reunião com os gestores da escola – Diretor e Professor Coordenador Geral (PCG) – para que fosse feita a apresentação do projeto da pesquisa e solicitada autorização para iniciar o trabalho. Na reunião, foi destacada a intenção de que o trabalho com o grupo de professores ocorresse a partir de conteúdos, objetivos ou questões eleitas por eles, considerando a prática de formação do estudo de aula, dando oportunidade aos professores para estudar conteúdos de matemática, elaborar e realizar situações de ensino em uma perspectiva de investigação com tecnologias. A autorização para realização da pesquisa foi concedida⁶ e ficou acordado que, para viabilizar a constituição do grupo, o horário de trabalho dos três professores seria reorganizado a partir do 2º semestre de 2018, assim todos teriam um período semanal de 1 hora e 40 minutos (duas aulas de 50 minutos) livre de aulas ou de outras atividades da escola, para dedicar-se aos encontros de estudo de aula. No 2º semestre de 2018, o período reservado para as reuniões do grupo foi das 14h50min às 16h30min às quintas-feiras e, no ano letivo de 2019, embora continuando às quintas-feiras, o horário dos encontros foi alterado, passando a acontecer das 12h50min às 14h30min.

Uma vez definido o horário das reuniões, no dia 30 de agosto de 2018, ocorreu nossa primeira reunião com os professores de matemática e com o PCG dando início ao trabalho com o grupo. Nessa reunião, foi definido que os encontros seriam realizados semanalmente, seguindo as etapas do estudo de aula, exceto nas semanas em que houvesse feriados, reuniões com a Supervisora de Ensino ou outras atividades da escola que não pudessem ser adiadas. A participação da pesquisadora-formadora no grupo seria quinzenal, coincidente com pelo menos dois encontros de planejamento e com a etapa de discussão pós-aula de cada ciclo, e em todas

⁶ Os modelos de “Carta de Autorização de Realização de Pesquisa na Escola” e de “Declaração de Ciência de Participação em Pesquisa” constam nos anexos I e II, respectivamente. Optamos por não disponibilizar a carta e as declarações preenchidas e assinadas para preservar o anonimato da escola e dos professores.

as observações das aulas do grupo. Com isso, quando a pesquisadora-formadora não estivesse presente os professores dariam continuidade às atividades, estudando os materiais de ensino, as tarefas desses materiais e as planilhas com resultados das avaliações dos alunos e discutiriam possibilidades de trabalhar com tarefas de investigação, bem como de exploração, com o GeoGebra. Para favorecer as discussões e o esclarecimento de dúvidas relativas aos encontros, um grupo foi criado no WhatsApp. O início dos trabalhos do grupo se deu em 6 de setembro de 2018 e se estendeu até o final do 2º semestre letivo de 2019, com atividades que descreveremos em detalhes na próxima seção.

Os dados da pesquisa são, portanto, oriundos das filmagens desses encontros da pesquisadora-formadora com o grupo de professores. Destaca-se que foram gravadas as telas dos computadores em que os professores elaboraram as construções com o GeoGebra durante os encontros. Gravamos também a tela dos computadores dos alunos, enquanto eles realizavam as explorações com o software nas aulas. Essas gravações foram feitas com o software *aTube Catcher*⁷. A captura das telas dos professores foi importante para a compreensão dos diálogos estabelecidos entre eles durante a elaboração das transcrições e a captura das telas dos alunos ajudou a fomentar as discussões que aconteceram na etapa pós-aula. Os vídeos dos dezoito encontros realizados com o grupo, relativos às etapas de estudo de conteúdos/definição de tema, de planejamento e de discussão-pós-aula, foram transcritos tornando-se dados abertos à análise e interpretação.

A transcrição dos encontros é essencial, uma vez que a partir dela é possível descrever a experiência vivida, assumindo uma postura em que não se busca explicações acerca dos motivos pelos quais a experiência se mostrou de tal modo. Essa descrição, na postura fenomenológica, prevê rigor para que se possa compreender o fenômeno. Por meio de uma rigorosa descrição o pesquisador então inicia sua busca por “uma forma de reflexão que deve incluir a possibilidade de olhar as coisas como elas se manifestam. É à volta as coisas mesmas” (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 36). Nessa perspectiva, voltar-se para as “coisas mesmas” é olhar de forma atenta ao fenômeno que se mostra diante dos olhos do pesquisador, afastando-se de quaisquer teorias ou explicações dadas previamente, de modo que

Este olhar atento, dirigido para a coisa mesma que se põe diante do pesquisador para ser experienciada, constitui o que Husserl chamou de epoché: suspensão ou parada; uma saída da maneira comum de olhar e abandonar os preconceitos e pressupostos em relação a ela. Ao colocar o fenômeno em suspensão, a trajetória fenomenológica procura estabelecer um contato direto com o fenômeno que está sendo vivido (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 42).

⁷ O software *aTube Catcher* é gratuito e está disponível para download em: <https://www.atube.me/pt-br/>.

Assumindo essa postura, seguimos com a descrição da experiência vivida pelos professores ao estarem no grupo de formação e realizamos a análise dos dados (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990). Portanto, a descrição, no contexto em que os dados desta pesquisa foram constituídos, expõe o discurso dos professores durante suas ações junto ao grupo de forma/ação e dá ao pesquisador elementos para compreender *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia*. Conforme a orientação fenomenológica, a análise da descrição segue-se por meio da análise ideográfica e da análise nomotética.

Na análise ideográfica, serão destacadas do texto das transcrições, isto é, da descrição, as unidades de significado – UDS, que são “recortes” – frases, parágrafos – do discurso dos participantes do grupo de forma/ação que fazem sentido ao pesquisador e lhe permite compreender como o professor se percebe sendo professor de matemática com tecnologia. Como serão realizadas filmagens de mais de um professor, em vários encontros e em distintos momentos de discussão, várias UDS poderão ser destacadas. Para Bicudo e Klüber (2013, p. 36), trata-se de uma busca que “se dá pelos significados do dito e indo além deles, pelo sentido que faziam para nós pesquisadores, à luz da pergunta/questão”. Ou seja, o que é significativo na expressão dos participantes, no diálogo com o grupo, o é a partir do que se intenciona compreender. Portanto, as UDS são relevantes para a análise dos dados da pesquisa e serão interpretadas pelo pesquisador à luz de sua interrogação, sendo fiéis às ideias do discurso dos professores (MACHADO, 1994).

Entretanto, à medida que o pesquisador se volta para as UDS, no movimento de interpretação individual, vai identificando ideias centrais ou ideias nucleares que permeiam as distintas UDS e que fazem sentido à luz de sua interrogação. Essas ideias nucleares são interpretadas e convergem para aspectos relevantes à compreensão. E assim, a análise ideográfica (individual) vai se entrelaçando à análise nomotética (busca de generalidade), que aponta para a norma, isto é, para o que se mostra de comum no discurso dos distintos professores (BICUDO, 2011c), possibilitando compreender o todo da pesquisa.

Na análise nomotética o pesquisador vai articulando as convergências de sentido percebidas nas interpretações individuais com vistas à generalização ou ao que caracteriza a estrutura do fenômeno (MACHADO, 1994) até que seja capaz de articular o interpretado em categorias abertas. Abertas, conforme compreendido em Fini (1994, p. 28) considerando que “são dadas à compreensão e interpretação do fenômeno na região de inquérito investigada”. Estas, ao serem interpretadas e discutidas, lhe permitirá expor o compreendido na pesquisa.

Assumindo a postura fenomenológica para a condução das ações junto ao grupo de forma/ação, bem como para a análise de dados, a experiência vivida que originou os dados dessa pesquisa se constituiu ao estar com os professores discutindo possibilidades de realização de práticas de investigação matemática com tecnologia. Na próxima seção, serão apresentados a Escola de Tempo Integral, os professores de matemática e os modos pelos quais o grupo se envolveu nas discussões do estudo de aula, para que o leitor possa conhecer o solo em que se deu o caminhar da pesquisadora.

4 CONHECER

Esta seção foi a mais prazerosa e talvez a mais difícil de escrever. Prazerosa porque fez com que a experiência vivida na temporalidade com o grupo de formação que, aos poucos, foi deslizando para um passado, fosse retomada pela lembrança, reativada pelos registros – gravações em vídeo e transcrições. E quantas lembranças! Lembranças que agora brotam e se articulam junto aos registros e vão permitindo que o leitor conheça o caminho trilhado na pesquisa. Muitos desafios, desabafos dos professores e incertezas, pois “parece que a turma não se comportou como deveria no laboratório de informática” ou “a tarefa poderia ter sido organizada de outro modo”, ou ainda, “eu poderia ter discutido mais aquela investigação”, vivências que se explicitam pela linguagem tentando expor o sentimento que afeta cada um e a todos. São muitos momentos de aprendizagem, de surpresa e de esperança, pois “olhando agora para a gravação da aula parece que eles exploraram bastante”; veja como “esse aluno participou da aula de matemática”; “parece que agora compreenderam o que é uma função”. Momentos... no agora do ato de escrever, situações diversas que se mostram no fluxo das lembranças.

Como traduzir para um texto escrito toda a experiência vivida junto ao grupo de formação? A pesquisadora-formadora chegou à escola com um projeto nas mãos, muitas ideias e, principalmente, muitos prazos a cumprir. Deixou de frequentar a escola após um longo percurso – opto por dizer “deixou de frequentar a escola”, pois o contato com o grupo de formação não cessou – carrega consigo muitos “causos” para contar, inclusive aqueles episódios que nem sempre ocorreram conforme o planejado. Situações que fizeram com que os caminhos escolhidos tomassem uma forma um pouco diferente, talvez com mais curvas, mais voltas, mas que ainda assim levaram ao destino final. Consequências de um texto escrito – o projeto – que se torna vivência, fazer com o outro, estar junto ao grupo de formação, experiência humana que carrega sentimentos e abre possibilidades para as pessoas envolvidas no processo, no caminhar. A experiência vivida constituiu-se em algo que o projeto – e projeto algum – jamais conseguiria descrever em detalhe: a realidade vivida pelo professor de matemática ao estar com tecnologias no grupo de formação.

De toda essa boa lembrança, da experiência vivida e retomada, vem a parte difícil: retratar ou expor pela linguagem escrita a experiência vivida. Como constituir elementos para que o ato da leitura permita que o leitor adentre ao contexto escolar, compreendendo o caminho trilhado junto ao grupo de formação? Difícil (senão impossível), mas tentaremos.

Após explicitarmos, na seção de metodologia, o porquê de nossa pesquisa, isto é, expor a questão que orientou o nosso percurso, seguimos com uma apresentação para que o leitor

possa conhecer o “onde”, isto é, o “mundo” em que se deram as ações de estudo de aula – a Escola de Tempo Integral; conhecer “quem”, os professores de matemática que se dispuseram a estudar e a compreender as potencialidades das tecnologias para a sua prática de ensino de matemática; conhecer o “como”, os ciclos de estudo de aula em que a rotina da escola, os professores de matemática e as tecnologias se entrelaçaram desdobrando-se em possibilidades de o professor de matemática dar-se conta de ser com tecnologias. Esperamos com esse trajeto ser capaz de, pelo menos, encaminhar o leitor para parte da experiência vivida com o grupo de forma/ação.

4.1 A ESCOLA DE TEMPO INTEGRAL

A criação das Escolas de Tempo Integral nos municípios do Estado de São Paulo se deu por meio do Programa Ensino Integral⁸. Esse programa faz parte das ações realizadas pelo Governo paulista no âmbito do Programa Educação – Compromisso de São Paulo⁹, junto à Secretaria de Educação do Estado, com o intuito de valorizar os profissionais da educação e promover uma educação de qualidade nas escolas da rede estadual de ensino (SÃO PAULO, 2011a).

A Escola de Tempo Integral recebe essa denominação devido ao modo como se dá a sua organização, que prevê, dentre outras particularidades, a frequência dos alunos na escola em período integral com jornada diária de até 9 horas e 30 minutos. Durante o tempo de permanência na escola, os alunos cursam disciplinas da Base Nacional Comum e participam de atividades de um currículo diversificado, por meio do qual podem planejar seu próprio projeto de vida, participar de aulas com tecnologias e práticas experimentais e dedicar-se a sessões de orientação de estudos (SÃO PAULO, 2014a).

Outra particularidade que diferencia a Escola de Tempo Integral das demais escolas da rede estadual paulista é que as atribuições do coordenador da escola são divididas: há o Professor Coordenador Geral (PCG) e o Professor Coordenador por Área de Conhecimento (PCA). O PCA é o responsável por acompanhar e avaliar o trabalho dos professores das disciplinas relacionadas à sua área de conhecimento. Relativamente aos professores de matemática, quem assume esse papel é o PCA de Ciências da Natureza e Matemática, que

⁸ O Programa Ensino Integral para as escolas de Ensino Médio foi instituído no âmbito da Lei Complementar nº 1.164, de 4 de janeiro de 2012, alterada pela Lei Complementar nº 1.191, de 28 de dezembro de 2012 (SÃO PAULO, 2012).

⁹ O Programa Educação – Compromisso de São Paulo foi criado pelo Decreto nº 57.571, de 2 de dezembro de 2011 (SÃO PAULO, 2011a).

também acompanha o trabalho dos professores de Física, Química e Biologia (SÃO PAULO, 2014c). Para esse profissional, além da coordenação de área, são atribuídas aulas da disciplina de sua área de formação.

Para nortear as ações da escola, o Programa Ensino Integral adota algumas premissas, dentre as quais está a formação continuada que busca promover o constante desenvolvimento profissional dos professores (SÃO PAULO, 2014c). Na escola em que esta pesquisa foi realizada, uma das práticas promovidas para a formação continuada do professor é a observação de aula. Por meio dessa prática, o PCA frequentemente observa as aulas de cada um dos professores das disciplinas de sua área de conhecimento, destacando aspectos das ações do professor que considera poderem ser mantidos, aprimorados ou modificados. Como ele também assume o papel de professor, sua aula é observada pelo PCG. Destaca-se, nessa prática, que, ainda que a observação realizada tenha como foco a prática do professor e não as ações dos alunos, os professores da escola já estavam familiarizados com a observação de suas aulas, o que contribuiu para parte do trabalho com o estudo de aula que propusemos.

Os professores que atuam nas escolas de Tempo Integral cumprem toda a sua carga horária de trabalho, 40 horas semanais (8 horas diárias de segunda a sexta-feira), na mesma escola (SÃO PAULO, 2012). Essa dedicação integral possibilita que eles, além das aulas das disciplinas da Base Nacional Comum, realizem outras atividades na escola. Por exemplo, produzirem material didático para a sua área de atuação, atuarem em disciplinas da parte diversificada do currículo e participarem de ações de formação continuada. Essa característica, aliada à preocupação com a formação do professor e ao incentivo ao trabalho com tecnologias na escola (SÃO PAULO, 2014a), viabilizou a realização da pesquisa, pois possibilitou a reorganização do horário de aulas dos professores para que eles tivessem um horário semanal livre e participassem dos encontros do grupo de estudos na própria escola.

Outra particularidade do trabalho do professor nessa escola de tempo integral é a avaliação dos alunos que é realizada por meio de dois processos distintos: a avaliação diagnóstica e a avaliação da aprendizagem em processo. A avaliação diagnóstica acontece no início do ano letivo, nas disciplinas de Língua Portuguesa/Leitura e Matemática. É voltada para a verificação da aprendizagem de conteúdos trabalhados em anos anteriores e o seu resultado é considerado para a elaboração do plano de nivelamento (SÃO PAULO, 2014d). A avaliação da aprendizagem em processo é realizada ao final de cada bimestre para analisar quais habilidades foram desenvolvidas. Seus resultados orientam o professor a elaborar um documento para cada aula de recuperação realizada, denominado de “plano de ação docente para recuperação intensiva”. Nesse plano há informações que identificam o professor e a turma, as habilidades a

serem desenvolvidas, o tema da aula, a sequência de tarefas para o trabalho com as habilidades destacadas, a data da aula, as defasagens identificadas nos resultados da avaliação e as metas de recuperação (conforme modelo adaptado que consta no anexo III)¹⁰. É impresso em um papel com o timbre da escola e entregue aos gestores para registro e acompanhamento das aulas de recuperação.

Os resultados das avaliações são registrados em planilhas de forma individual e coletiva. Por exemplo, na Figura 1 é apresentada parte de uma planilha que registra, de forma individual, os resultados de uma dessas avaliações.

Figura 1 – Modelo de planilha para registro dos resultados das avaliações dos alunos.

aluno		Habilidades																				
Nome do aluno		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		Total
1	Aline	a	x	d	x	c	x	d	x	b	x	c		d		d	x	d		b	x	7
2	Beatriz	a	x	d	x	c	x	d	x	b	x	d		c	x	d	x	c	x	b	x	9
3	Bruno	a	x	d	x	c	x	d	x	a		d		c	x	d	x	c	x	b	x	8
4	Cláudia	a	x	a		a		d	x	c		a	x	c	x	d	x	a		b	x	6
5	Daniela	a	x	d	x	c	x	d	x	b	x	d		c	x	d	x	c	x	b	x	9
6	Danilo	a	x	d	x	d		d	x	b	x	a	x	c	x	a		c	x	b	x	8

Fonte: Adaptado de SÃO PAULO (2014d, p. 19).

Nessa planilha¹¹ são preenchidas as informações relativas às respostas dadas pelos alunos em cada uma das questões da avaliação, seguidas de um “x” para aquelas que foram respondidas corretamente. Na planilha da Figura 1 a aluna “Aline” assinalou a alternativa “a” na questão 1. Como a resposta da aluna estava correta, um “x” foi marcado ao lado da resposta. Ao final de cada linha é registrado o total de acertos do aluno. Esse procedimento é feito para todas as questões e, a cada duas questões, uma habilidade diferente é associada. Ao final da planilha é informado também o total de acertos da turma.

Esses resultados são registrados, também, de modo coletivo para que os professores possam comparar o desempenho de cada uma das turmas em termos das habilidades

¹⁰ O mesmo modelo de plano era utilizado pelos professores para planejar aulas de nivelamento, propostas pela escola e, no estudo de aula, também foi usado para os conteúdos previstos para o bimestre. Os planos feitos para as ações da pesquisa foram entregues aos gestores para registro da escola e conhecimento das ações de formação que vinham sendo desenvolvidas.

¹¹ As planilhas de avaliação da escola foram utilizadas para subsidiar o trabalho dos professores no estudo de aula, embora não fosse o foco de nosso trabalho. Porém, para resguardar os nomes e o desempenho dos alunos nas referidas avaliações, a planilha que trazemos na Figura 1 não é da escola, é parte das orientações da Secretaria de Estado da Educação (SÃO PAULO, 2014d).

consideradas. Após verificar quais habilidades não foram desenvolvidas, os professores planejam ações de nivelamento ou de recuperação das disciplinas.

As planilhas com os resultados da avaliação diagnóstica e de aprendizagem de matemática foram utilizadas pelos professores de matemática participantes de nossa pesquisa para orientar a escolha de alguns temas para o estudo de aula. Desse modo, além de optarem por temas que estavam previstos para serem trabalhados no decorrer do ano letivo, houve temas que foram eleitos com a intenção de promover ações de nivelamento ou de recuperação. Além disso, o preenchimento dos planos de recuperação e de nivelamento foi feito no decorrer dos encontros de planejamento e considerado plano da aula a ser realizada.

Seguindo com a apresentação do contexto em que se deu a experiência vivida, falaremos dos professores de matemática de uma escola de tempo integral.

4.2 PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARTICIPANTES DA PESQUISA

Chega-se ao momento de apresentar os sujeitos da pesquisa: os professores de matemática que passaram a integrar o grupo de estudos e formação aceitando abrir-se a discussão de ensinar e aprender com tecnologias.

O grupo de estudo de aula, conforme dissemos, foi constituído com três professores que nomeamos de Luciana, Euclides e Leonardo¹². Eles são os responsáveis por todas as aulas de matemática da escola na qual a pesquisa se realizou e têm, pelo menos, 20 anos de experiência profissional, com trajetórias diferenciadas conforme descreveremos brevemente a seguir.

Luciana é formada em Licenciatura em Matemática. Ela tem 23 anos de magistério, todos eles dedicados à mesma escola. Nos anos de 2018 e 2019 foi a responsável pelas aulas de matemática das três turmas do 1º ano do Ensino Médio (turmas A, B e C) e acumulou a atribuição de professora com a função de PCA de Ciências da Natureza e Matemática. Depois de Luciana, Euclides é o professor que trabalha há mais tempo na escola, onde está há 18 anos, dos 28 de sua carreira. Ele também possui formação em Licenciatura em Matemática e nos anos de 2018 e 2019 deu aulas de matemática nas duas turmas de 3º ano de Ensino Médio (turmas A e B), além de aulas de Física para outras turmas. O terceiro membro do grupo, Leonardo, possui formação em Licenciatura em Matemática, Pedagogia e Engenharia Mecânica. É o professor que está há menos tempo na escola, tendo lá começado em 2018, ano que a escola aderiu ao Programa Ensino Integral. No entanto, Leonardo possui 20 anos de experiência como

¹² Visando preservar a identidade dos professores, atribuímos nomes fictícios a eles.

professor. Em 2018 e 2019 foi responsável pelas aulas de matemática e de Práticas Experimentais de Matemática nas duas turmas de 2º ano de Ensino Médio (turmas A e B) e de Práticas Experimentais de Matemática para as três turmas do 1º ano.

Na época em que nos reunimos com os professores, Leonardo e Euclides, juntamente com alguns de seus alunos, estavam se dedicando a outros projetos em andamento na escola, em parceria com a UNESP, Guaratinguetá. Por exemplo, nos anos de 2018 e 2019, Leonardo participou de um projeto de Robótica, como responsável por orientar as ações dos alunos e acompanhá-los em feiras e competições relativas ao assunto. Esse projeto tinha parceria com empresas da região.

Euclides, nesse mesmo período, participava de um projeto de maquetes de pontes, em parceria com alunos do curso de Engenharia Civil da UNESP, Guaratinguetá. O projeto levou o professor e seus alunos a participarem de uma competição para escolha da equipe que produziu a melhor maquete.

Luciana, Euclides e Leonardo já haviam participado de cursos de extensão oferecidos pela UNESP sobre uso do GeoGebra. No 1º semestre de 2016, Luciana participou de um Curso de Extensão Universitária denominado de “As potencialidades das tecnologias digitais em atividades investigativas de conteúdos matemáticos do Currículo Estadual Paulista”¹³. Nesse curso foram feitas tarefas envolvendo conteúdos matemáticos propostos no Caderno do Aluno, material da Secretaria de Estado da Educação, que eram trabalhadas no GeoGebra. No 2º semestre de 2016, Luciana participou do curso realizado para a pesquisa de mestrado de Batista (2017), nomeado de "Formação de Professores para ensinar Matemática com Tecnologias Digitais" em que, os participantes, organizados em duplas ou trios, realizaram as ações previstas em um ciclo de estudo de aula, isto é, eles planejaram as tarefas que seriam feitas com o GeoGebra, elegeram um professor para realizá-las com uma de suas turmas e retornaram ao grupo para análise da experiência vivida. Em 2018, os três professores – Luciana, Euclides e Leonardo – participaram do Curso de Extensão Universitária intitulado: "O ensino de Matemática com o software GeoGebra: possibilidades na formação de professores", no qual foram feitas, no GeoGebra, tarefas envolvendo números complexos, estatística e trigonometria.

A participação nesses cursos deu aos três professores a oportunidade de conhecer o software GeoGebra e discutir tarefas para ensinar matemática com ele. Logo, eles conheciam

¹³ Esse curso foi ministrado pelo Prof. Dr. Tiago Giorgetti Chinelatto. Foi parte das ações do Projeto nº 16429/2012, do Edital Universal, financiado pelo CNPq, intitulado Mapeamento do Uso das Tecnologias da Informação nas aulas de Matemática do estado de São Paulo, coordenado pela Profª. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, da Unesp, Bauru.

as principais funcionalidades do software e, inclusive, relataram, nas discussões no grupo, já terem trabalhado com o GeoGebra em suas aulas. Relativamente ao estudo de aula, apenas Luciana o conhecia, considerando sua participação em um dos grupos de estudo de aula do curso de formação da pesquisa de Batista (2017).

O PCG da escola, Newton¹⁴, possui formação na área de Física e teve um papel fundamental para que o estudo de aula pudesse acontecer na escola, uma vez que se dispôs a reorganizar os horários de aulas dos professores de matemática para que eles pudessem se dedicar semanalmente ao grupo de estudos. Newton também esteve presente na observação de algumas aulas realizadas no decorrer da formação, fazendo comentários e destacando situações que ajudaram a fomentar as discussões no grupo. A postura de Newton mostrou seu compromisso com os professores e seu interesse em contribuir para a formação continuada deles.

Tendo apresentado o grupo de professores participantes da pesquisa, na próxima subseção explicitaremos os ciclos de estudo de aula e sua importância para o envolvimento dos professores.

4.3 OS CICLOS DE ESTUDO DE AULA

Foram seis ciclos de estudo de aula ocorridos durante os dezoito encontros da pesquisadora com o grupo de professores e onze aulas, de uma hora e quarenta minutos, em que os professores trabalharam com os alunos. Nos ciclos foram planejadas, realizadas e discutidas aulas de seis temas distintos, eleitos pelos professores.

Estando em um contexto de ensino formal, onde há uma exigência grande para que os professores cumpram o programa anual estabelecido, dando conta de ensinar os conteúdos previstos – além da cobrança por aulas de nivelamento e recuperação –, houve, por parte dos professores, muita ansiedade para, no estudo de aula, elaborar os planejamentos de ensino dos diferentes conteúdos. Com isso, após cada discussão pós-aula, o grupo quis planejar um tema diferente e não se voltar para a reorganização (ou revisão) do planejamento da aula já realizada.

Ressaltamos que os encontros do grupo ocorreram na escola e as aulas aconteciam no laboratório de informática que tinha doze computadores funcionando e com o GeoGebra instalado. Após cada aula, a pesquisadora elaborava um vídeo com recortes das situações que evidenciavam a exploração dos alunos, as questões levantadas, suas dúvidas, estratégias de

¹⁴ Também mencionado por meio de nome fictício.

resolução e os momentos de interação. Esse vídeo era assistido no próximo encontro do grupo e discutido por todos. Filmamos esses encontros e os transcrevemos para a constituição de dados de análise na pesquisa.

Antes, porém, de passar para a análise dos dados, optamos por apresentar uma síntese dos encontros, das aulas e dos temas das tarefas no Quadro 1, organizado da seguinte forma: na primeira coluna é trazida a ordem dos ciclos (1º, 2º, 3º...), na segunda coluna o título que os professores atribuíram à tarefa e na terceira coluna as datas e as etapas de cada ciclo do estudo de aula em que a pesquisadora-formadora esteve presente. Logo após o Quadro 1, traremos detalhes do ocorrido em cada ciclo do estudo de aula.

Quadro 1 – Apresentação dos ciclos.

CICLOS	TAREFA	ENCONTROS COM A PESQUISADORA-FORMADORA
1º	O PROBLEMA DO TAXISTA	<u>Planejamento</u>
		13 e 27/9/2018 (1º e 2º encontros)
		<u>Aula</u>
		27/9/2018 (1ª aula – 3º ano B)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		18/10/2018 – 3º encontro
2º	GEOMETRIA ANALÍTICA: DISTÂNCIA E ALINHAMENTO DE PONTOS	<u>Estudo de conteúdos/Definição do Tema</u>
		22/11/2018 (4º encontro)
		<u>Planejamento</u>
		14 e 28/3/2019 (5º e 6º encontros)
		<u>Aulas</u>
		1/4/2019 (2ª aula – 3º ano A)
		1/4/2019 (3ª aula – 3º ano B)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		18/4/2019 (7º encontro)

CICLOS	TAREFA	ENCONTROS COM A PESQUISADORA-FORMADORA
3º	QUAL É A ÁREA DO QUADRILÁTERO?	<u>Estudo de conteúdos/Definição do Tema</u>
		18/4/2019 (7º encontro)
		<u>Planejamento</u>
		2 e 9/5/2019 (8º e 9º encontros)
		<u>Aulas</u>
		8/5/2019 (4ª aula – 1º ano A) 9/5/2019 (5ª aula – 1º ano C) 10/5/2019 (6ª aula – 1º ano B) 13/5/2019 (7ª aula – 1º ano A)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		14/6/2019 (11º encontro)
4º	POSIÇÃO RELATIVA DE RETAS	<u>Planejamento</u>
		30/5/2019 (10º encontro)
		<u>Aula</u>
		6/6/2019 (8ª aula – 3º ano B)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		15/8/2019 (12º encontro)
5º	VER E MOVER PARA COMPREENDER GRÁFICOS	<u>Estudo de conteúdos/Definição do Tema</u>
		15/8/2019 (12º encontro)
		<u>Planejamento</u>
		29/8 e 26/9/2019 (13º e 14º encontros)
		<u>Aula</u>
		2/10/2019 (9ª aula – 1º ano A)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		3/10/2019 (15º encontro)

CICLOS	TAREFA	ENCONTROS COM A PESQUISADORA-FORMADORA
6º	QUERO UM TRIÂNGULO DO TIPO...	<u>Planejamento</u>
		24 e 31/10/2019 (16º e 17º encontros)
		<u>Aulas</u>
		6/11/2019 (10ª aula – 1º ano A)
		7/11/2019 (11ª aula – 1º ano C)
		<u>Discussão pós-aula</u>
		14/11/2019 (18º encontro)

Fonte: Elaborado pela autora.

4.3.1 Ciclo 1 “O Problema do Taxista”

Planejamento

Os dois primeiros encontros do grupo com a pesquisadora-formadora ocorreram nos dias 13 e 27 de setembro de 2018. Foram encontros direcionados à etapa de planejamento do estudo de aula. Logo nas primeiras discussões, os professores demonstraram interesse em realizar tarefas relativas ao estudo das funções, embora sem definir com qual função gostariam de trabalhar. Apresentaram diversos tipos de tarefas que haviam selecionado previamente para que, coletivamente, escolhessem a que o grupo considerasse mais viável para os alunos.

Após as discussões, o grupo optou por trabalhar com o conteúdo “função polinomial de 1º grau”, que seria voltado às turmas de 3º ano do Ensino Médio. Essa decisão foi tomada porque, apesar desse conteúdo já ter sido trabalhado com os alunos no 1º ano, os professores consideravam que eles demonstravam dificuldade com a construção, visualização e interpretação de gráficos. Essa dificuldade se mostrou na análise que fizeram das planilhas de resultado da avaliação diagnóstica e, mesmo tendo sido trabalhada em ações de nivelamento, não apresentou resultados positivos.

Definido o tema, os professores retomaram o plano que haviam elaborado para uma aula de nivelamento, realizada sem o GeoGebra, e, considerando que os alunos continuavam demonstrando as mesmas dificuldades, decidiram manter o tema e as habilidades e modificar a proposta das tarefas. Optaram por realizá-las com o GeoGebra.

Analysaram as tarefas propostas no planejamento e selecionaram aquelas que entendiam que seria possível trabalhar de modo exploratório com o software. Porém, ainda não estava

claro para eles o que seria uma tarefa viável à exploração, ou seja, as primeiras tarefas do grupo indicavam uma tendência a reproduzir com a tecnologia os mesmos passos que realizavam com lápis e papel. Sugeriram, inclusive, descrever o “passo a passo” da construção de um dos gráficos requeridos nas tarefas para que os alunos pudessem seguir tais passos para construir o gráfico no GeoGebra. O objetivo estava na construção do gráfico e não em sua exploração. Vendo isso, encaminhamos as discussões. Solicitamos que eles considerassem quais explorações não poderiam ser feitas com lápis e papel (quer pela complexidade do conteúdo ou dificuldade da própria construção gráfica). Nas discussões, os professores passaram a explorar as ferramentas do software e concluíram que uma possibilidade seria trabalhar com a ferramenta “Controle Deslizante”, que, segundo entenderam, permitiria explorar os gráficos da função polinomial do 1º grau com diferentes inclinações de reta, variando a construção inicial.

Ainda nesse encontro, os professores manifestaram o desejo de trabalhar esse conteúdo com os alunos por meio de uma tarefa contextualizada, isto é, que envolvesse uma situação do cotidiano. Após analisar vários problemas, elegeram, como ponto de partida do planejamento da aula, uma tarefa proposta no Caderno do Aluno do 1º ano do Ensino Médio (Figura 2). Nomearam-na “O Problema do Taxista”. Sugerimos que eles não se limitassem a fazer o que estava proposto no Caderno, mas ampliassem a exploração. Tendo encerrado o tempo, os professores optaram por dar continuidade ao planejamento no encontro seguinte.

Figura 2 – "O Problema do Taxista" no Caderno do Aluno.

10. O preço P a ser cobrado em uma corrida de táxi é composto por uma quantia a fixada, igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional ao número x de quilômetros rodados: $P = a + bx$ (b é o custo de cada quilômetro rodado).

Em certa cidade, temos $P = 15 + 0,8x$ (P em reais e x em quilômetros).

- a) Qual será o preço a ser cobrado por uma corrida de 12 km?
- b) Calcule a diferença entre os preços de duas corridas, uma de 20 km e outra, de 21 km.
- c) Esboce o gráfico de P em função de x .

Fonte: (SÃO PAULO, 2014e, p. 67).

Aceitando a sugestão da pesquisadora-formadora, no 2º encontro os professores começaram a discutir explorações possíveis para a tarefa e decidiram que elas seriam apresentadas aos alunos em um roteiro¹⁵. Ou seja, eles iriam elaborar questões para orientar os

¹⁵ O planejamento elaborado pelos professores seguia o modelo do ANEXO III. O roteiro era um documento que tinha a finalidade de orientar o professor na condução das tarefas durante a aula. Nas aulas com o GeoGebra, quando havia um roteiro, eles registravam no plano de aula, que a sequência de atividades seria feita conforme o roteiro.

alunos a fazer a tarefa no GeoGebra (ANEXO IV). Para isso, eles próprios começaram a fazer a tarefa no software e discutiram explorações que poderiam levar os alunos às respostas dos questionamentos do roteiro, bem como desenvolver as habilidades descritas no plano. Esse movimento de pensar nas explorações e fazer a tarefa, levou-os a considerar que seria importante propor, na sala de aula, um trabalho em duplas (ou trios) para favorecer o diálogo entre os alunos e dar-lhes condições de ver o que estava sendo entendido por eles.

Uma situação bastante discutida no grupo foi que a reta do gráfico construído no GeoGebra assumia valores negativos para x (quilômetros rodados) e para y (preço da corrida). No início, os professores consideraram colocar uma condição na equação para limitar o intervalo da reta traçada. No entanto, concluíram que seria importante deixar os alunos traçarem a reta e, mediante o feito, promover discussões coletivas que os levassem a interpretar os gráficos, dando-lhes condições de concluir se, no contexto do problema, o gráfico poderia assumir valores negativos para x e y . Essa foi a única possibilidade de discussão coletiva levantada no encontro.

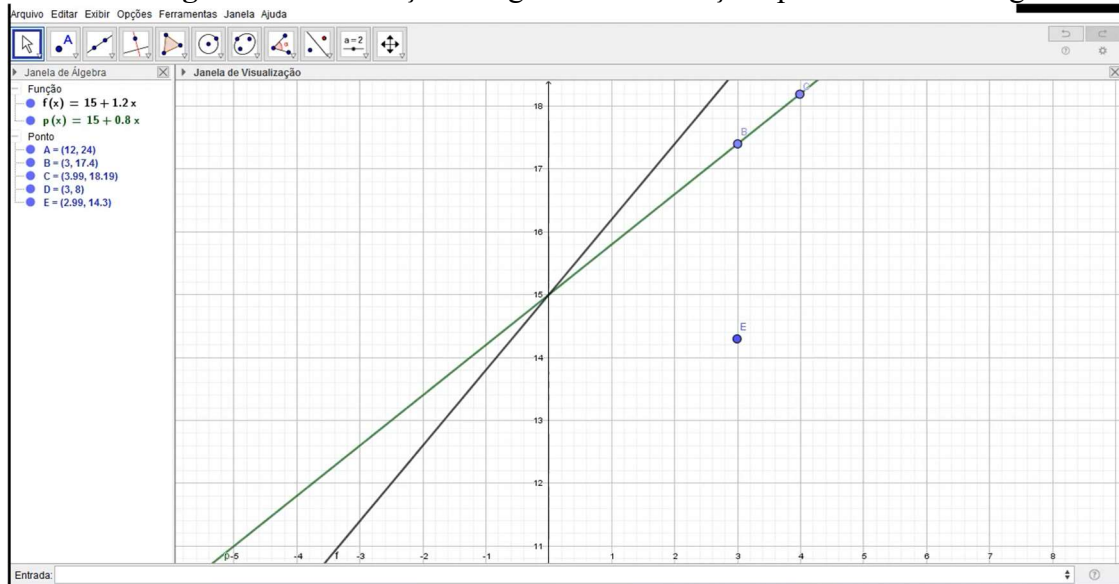
Aula

A aula sobre “O Problema do Taxista” foi realizada na mesma data do 2º encontro de planejamento, logo após a reunião do grupo. Excepcionalmente nesse dia, os professores reorganizaram seus horários de aula para se reunir das 12h50min às 14h30min e, após 20 minutos de intervalo, dar início à aula que foi realizada das 14h50min às 16h30min.

Euclides, responsável pelas duas turmas de 3º ano, realizou a aula com os alunos do 3º ano B. Estavam presentes cerca de 20 alunos, na faixa etária de 16 a 18 anos, todos cursando o 3º ano pela primeira vez. Os alunos dessa turma já haviam participado de aulas com o GeoGebra e, portanto, conheciam algumas funcionalidades do software. Também estavam presentes na aula a pesquisadora-formadora, Luciana e Leonardo que, além de observarem, auxiliaram os alunos em suas dúvidas com relação às ferramentas do software.

Assim que as duplas (ou trios) foram definidas, Euclides deu início à aula explorando a construção do gráfico da função polinomial de 1º grau com o problema do taxista. Antes que os alunos comessem a responder aos questionamentos, o professor chamou-lhes a atenção para os valores negativos de x e y no gráfico construído, questionando-os sobre a sua viabilidade, frente à situação proposta no problema. Seguiram-se algumas discussões e os alunos deram continuidade à tarefa, respondendo aos questionamentos do roteiro. A construção elaborada por um dos alunos para responder aos primeiros questionamentos do roteiro é representada na Figura 3.

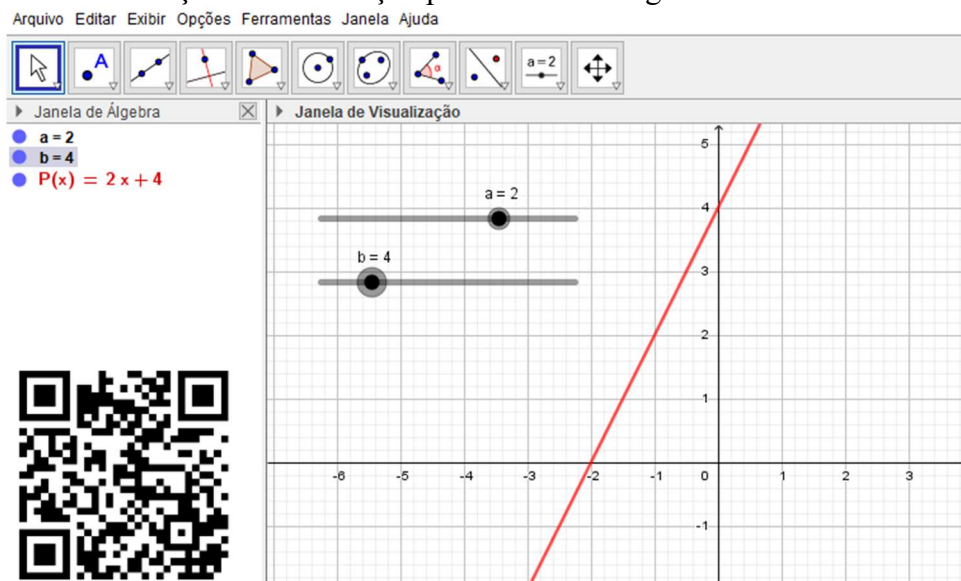
Figura 3 – Construção dos gráficos das funções polinomiais de 1º grau.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Após as primeiras explorações, os alunos construíram a função $P(x) = ax + b$, com controles deslizantes. Passaram, então, a analisar o que acontece quando a (coeficiente angular) assume valores positivos, negativos ou nulo e quando b (coeficiente linear) é alterado. Essa construção é representada na Figura 4.

Figura 4 – Construção de uma função polinomial de 1º grau com controles deslizantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

De modo geral, os alunos não demonstraram dificuldade com a manipulação das ferramentas do software, solicitando poucas vezes o auxílio do professor, mesmo para a construção dos controles deslizantes. Algumas duplas chamaram o professor para sanar dúvidas e validar as respostas dadas aos questionamentos. Os alunos compartilharam informações com os colegas, auxiliando-os na busca por soluções, utilizaram a ferramenta zoom para visualizar os gráficos de diferentes perspectivas e manipularam os controles deslizantes.

Duas duplas terminaram de responder às questões do roteiro faltando ainda cerca de 20 minutos para o término da aula. Isso dava ao professor a opção de abrir discussões coletivas, com exposição do feito. No entanto, ele preferiu manter as outras duplas trabalhando na tarefa e sugeriu, para os que haviam terminado, novas explorações. Euclides pediu-lhes que abrissem uma nova janela do GeoGebra, construísem os controles deslizantes a , b e c , e criassem uma função polinomial de 2º grau do tipo $f(x)=ax^2+bx+c$, analisando o que acontece com o gráfico quando os valores de a , b e c são alterados. Devido ao tempo, os alunos só conseguiram analisar a variação do coeficiente a , concluindo que ele altera a concavidade da parábola.

O sinal da escola soou às 16h30min, indicando o horário de término da aula, que foi encerrada por Euclides.

Discussão Pós-Aula

Devido aos compromissos dos professores com outras ações de formação da escola, o 3º encontro foi realizado somente em 18 de outubro de 2018. Para subsidiar a discussão da aula, os professores recorreram às anotações que haviam feito durante a observação, ao plano da aula de nivelamento, e assistiram duas vezes ao vídeo com recortes das gravações da aula. Na primeira vez, eles assistiram sem fazer pausas, complementando suas anotações, registrando novas situações que lhes chamavam a atenção e fazendo comentários aleatórios sobre as ações dos alunos. Na segunda vez, o vídeo ia sendo pausado em situações específicas destacadas pelos professores ou pela pesquisadora-formadora para que pudessem ser discutidos aspectos relevantes da aula, retomar lembranças, etc.

Os professores destacaram alguns aspectos observados relativamente a toda a turma e outros que se referiam aos alunos de modo individual. Notaram que a maioria dos alunos recorreu à substituição do valor de x na equação para determinar, por meio de cálculos, os preços das corridas, sem recorrer à interpretação do gráfico. Atribuíram essa atitude à dificuldade dos alunos com a visualização e a interpretação de gráficos, já destacada durante o planejamento da aula.

Além disso, outras situações foram destacadas, como: o modo como os alunos exploraram com facilidade as ferramentas do software, a preocupação em ter a aprovação do professor para prosseguirem na resolução, as falas dos alunos para expressar o visto graficamente sem o uso correto da linguagem matemática (um dos alunos afirmou que a reta estava “entortando”, para falar de sua inclinação), as tentativas dos alunos de auxiliarem os colegas com dificuldades e a própria dificuldade do professor com as ferramentas do software.

Ao serem questionados sobre a possibilidade de, nas aulas, abrir-se mais espaço para as discussões coletivas e apresentação de resolução pelos alunos, os professores destacaram a diversidade da turma. Ou seja, para eles, havendo ritmos de trabalho muito diverso nas duplas (ou trios), a exploração coletiva prejudicaria aqueles que ainda estavam em processo de resolução. Isso os levava a propor novas explorações para a dupla que terminava e deixar a discussão para a aula seguinte (mesmo que a título de resgate do feito).

Na discussão, os professores concluíram que, para as próximas ações, eles deveriam elaborar tarefas que levassem os alunos a entender que é possível obter informações do gráfico, por meio de sua interpretação, e não apenas resolver algebricamente, considerando que essa dificuldade, identificada nas planilhas de avaliação e retomada durante o planejamento, ainda se mostrou na realização da aula com o GeoGebra. Reconheceram que precisavam praticar a manipulação das ferramentas do software para superar suas próprias dificuldades e para se sentirem mais seguros ao realizar a aula com o GeoGebra.

4.3.2 Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”

Estudo de conteúdos/Definição do Tema

Nas quintas-feiras seguintes ao término do 1º ciclo, devido aos feriados e outros compromissos já agendados da escola, os professores se reuniram sem a pesquisadora-formadora para estudar o GeoGebra e o 4º encontro coletivo ocorreu em 22 de novembro de 2018.

Nas discussões do 1º ciclo, os professores afirmaram que ensinavam os conteúdos aos alunos por meio de aulas expositivas e, depois, visando favorecer a aprendizagem, trabalhavam com os mesmos assuntos de um modo “concreto”. Essa afirmação fez com que a leitura do texto “Eu Trabalho Primeiro no Concreto” (NACARATO, 2005) fosse sugerida pela professora-pesquisadora para discussões posteriores. Logo, neste 4º encontro iniciamos com reflexões sobre o texto lido e, em seguida, passamos ao estudo de conteúdos e de situações propostas nos materiais que os professores utilizavam na escola – Caderno do Aluno, Currículo do Estado de

São Paulo, planilhas de avaliação de habilidades, etc. – de modo que fosse possível definir o tema do 2º ciclo.

Os professores consideraram que a tarefa elaborada no 2º ciclo seria realizada somente no início do ano letivo de 2019 e optaram por escolher um tema que estivesse previsto para o início do ano letivo. Por sugestão de Euclides, elegeram “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”, a ser trabalhado com as turmas do 3º ano. Passaram, então, a analisar tarefas que poderiam ser utilizadas como ponto de partida para o planejamento da aula.

Planejamento

Os encontros de planejamento do 2º ciclo foram realizados no mês de março de 2019, contando com a presença da pesquisadora-formadora nos dias 14 e 28 desse mês (5º e 6º encontros). No início do 5º encontro, considerando que o grupo já havia se reunido na semana anterior, um esboço das primeiras tarefas elaboradas pelos professores foi apresentado.

Para subsidiar as discussões de planejamento, propusemos algumas questões para se pensar sobre as práticas de ensino de matemática com e sem tecnologias. Essas questões foram desencadeadas por três trechos de falas repetidas nos quatro primeiros encontros em que os professores diziam que, quando vão ensinar, ficam muito presos ao modo como aprenderam; que os alunos querem que o professor dê na prova exercícios iguais aos que foram resolvidos na aula, para não precisar pensar; e que, primeiro, precisam ensinar o conteúdo em sala de aula para depois abordá-lo por meio de tarefas no GeoGebra. Diante disso, perguntamos ao grupo: “como seria ensinar de forma diferente do que vocês aprenderam?”, “será que o aluno sabe/aprendeu a pensar?” e “é possível ensinar e aprender com o GeoGebra?”.

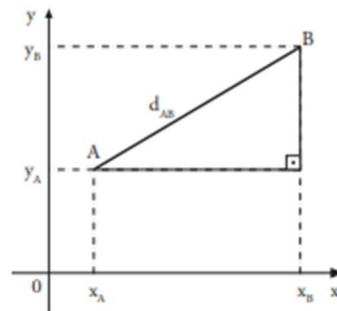
As discussões no grupo permitiram que os professores se dispusessem a buscar no material que utilizavam situações para explorar a distância entre dois pontos por meio da manipulação das ferramentas do software e do uso da malha quadriculada, sem que fosse necessário recorrer à fórmula. Então, elegeram a seguinte tarefa para orientar o planejamento da aula

1. Na Geometria Analítica Plana, representamos os pontos de um plano por coordenadas $(x; y)$ e fazemos cálculos relativos a figuras geométricas por meio de operações algébricas sobre os pares de coordenadas. Partindo dessa ideia, considere os pontos A (2; 3) e B (5; 7), e calcule: a) A distância entre esses dois pontos. b) A inclinação do segmento AB (SÃO PAULO, 2014f, p. 5).

Os professores planejaram realizar a tarefa no GeoGebra com explorações que possibilitassem aos alunos construir o triângulo retângulo para encontrar a distância entre dois pontos (ou buscar outras estratégias). Consideraram que, com essa tarefa, além do conteúdo

previsto para o bimestre, estariam retomando conhecimentos prévios como o Teorema de Pitágoras.

Figura 5 – Fórmula da distância entre dois pontos associada à construção de um triângulo retângulo.



d_{AB} = distância entre A e B

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Fonte: (SÃO PAULO, 2014f, p. 6).

O grupo estudou as possibilidades de elaboração dessa construção no GeoGebra, manipulou as ferramentas do software e decidiu preparar um roteiro com as explorações a serem solicitadas na aula. No entanto, retomando o que havia ocorrido na aula do 1º ciclo, consideraram que o roteiro fez com que as ações do aluno ficassem limitadas às explorações sugeridas levando-os a se preocupar com o que o professor esperava que respondessem. Logo, para a aula do 2º ciclo decidiram que o roteiro seria apenas para orientar as ações do professor na aula e não seria entregue aos alunos. O registro das ações dos alunos seria feito por meio das gravações das telas dos computadores e da aula.

O 6º encontro iniciou-se com a discussão do texto “Implicações para a prática docente” (BORBA; PENTEADO, 2012), encaminhado por e-mail após o 5º encontro. A leitura do texto visava contribuir para que os professores analisassem algumas preocupações que vinham apresentando inerentes ao trabalho com tecnologias. As discussões revelaram que o texto foi compreendido e os professores entenderam que a falta de habilidade com o manuseio do software não é impedimento para o trabalho com tecnologias. Isso foi importante para a sua autoestima e vimos que foi sendo retomado em vários outros momentos dos encontros. Após as discussões do texto, deu-se continuidade ao planejamento da tarefa para a aula.

Elaboraram o plano de aula e terminaram o roteiro para orientar as ações do professor na aula (ANEXO V). No plano, como habilidades a serem desenvolvidas, os professores

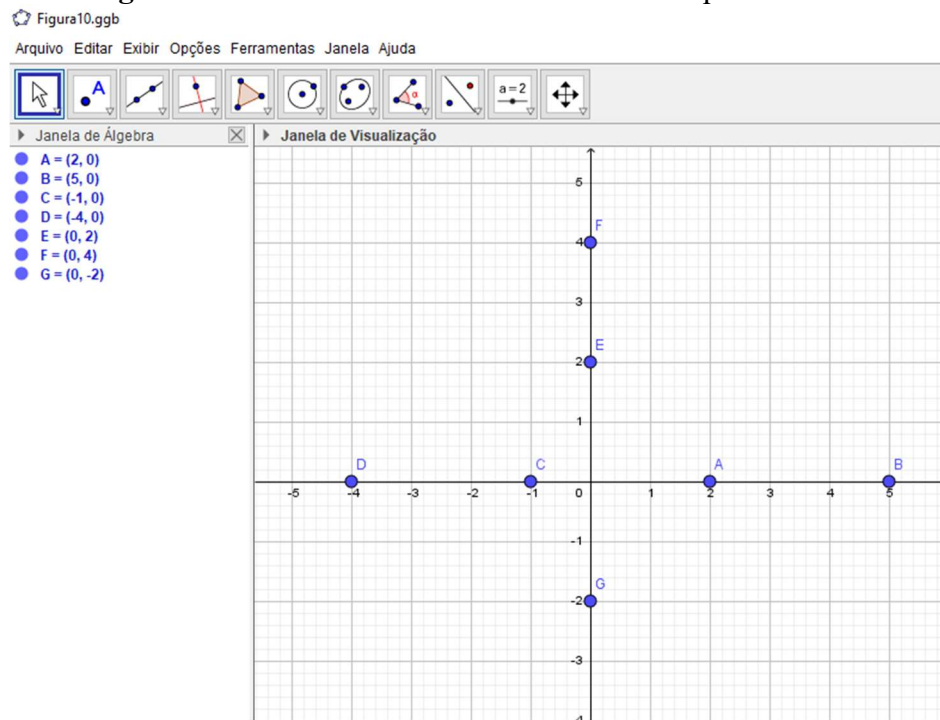
registraram aquelas já previstas no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011), para o tema eleito, e, como defasagens, considerando que se tratava de um tema ainda não trabalhado, apontaram possíveis dificuldades considerando os conhecimentos prévios (localização de pontos na malha quadriculada, por exemplo), as explorações com o software e o fato de os alunos não estarem acostumados a resolver tarefas sem recorrer às fórmulas. Também foi previsto um momento, ao final da aula, para que o professor pudesse conduzir uma discussão coletiva, dando aos alunos oportunidade de expor suas estratégias de resolução. No roteiro, os professores coloriram de preto os questionamentos a serem feitos aos alunos e de vermelho os comentários destinados a orientá-los quanto aos objetivos da tarefa e à realização das construções.

Aulas

As aulas sobre “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos” foram realizadas no dia 1º de abril de 2019, com as turmas de 3º ano A e B do Euclides. Em cada turma estavam presentes cerca de 15 alunos, na faixa etária de 16 a 18 anos. Também participaram das aulas, Leonardo e a pesquisadora-formadora. Luciana acompanhou apenas a aula do 3º B.

Para favorecer o diálogo, os alunos foram organizados em duplas (ou trios). O professor deu início à aula, informando que a tarefa seria dividida em três partes. Para cada parte, faria uma introdução, explicando-lhes o que deveria ser feito e disponibilizaria cerca de 20 minutos para realizarem as explorações. Na primeira parte, ele solicitou a localização, na malha quadriculada, de pontos e a determinação da distância entre eles (ANEXO V). Um exemplo de solução está na Figura 6.

Figura 6 – Pontos A a G localizados na malha quadriculada.



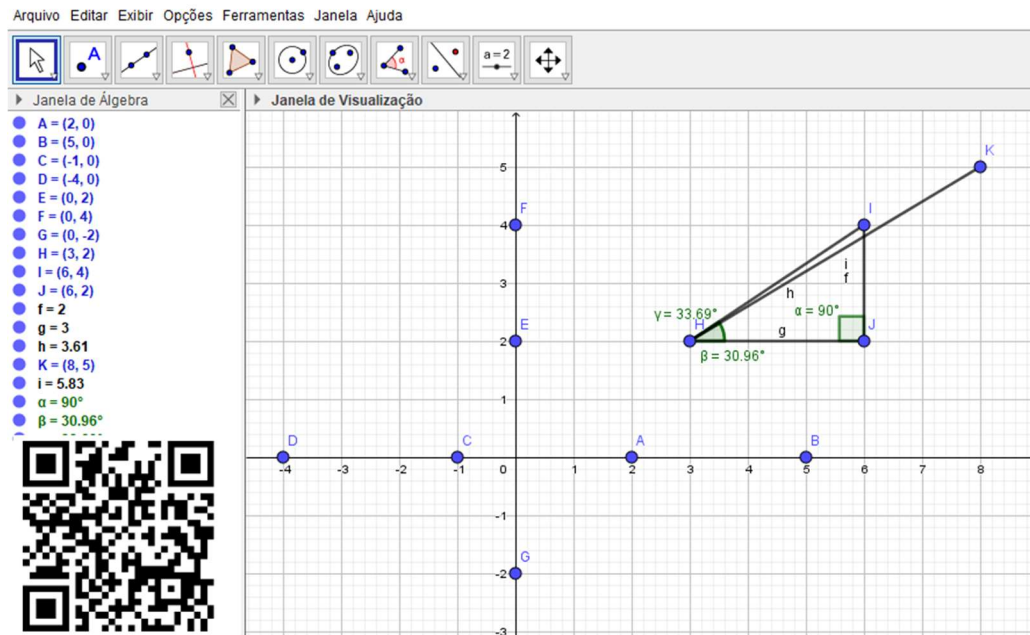
Fonte: Elaborado por um aluno.

Os alunos demonstraram dificuldade com a localização dos pontos na malha, pois alguns inverteram a posição das coordenadas x e y . Também tiveram dificuldade para determinar a distância entre os pontos sem recorrer a uma fórmula, principalmente de pontos cujas coordenadas de x ou y eram negativas – pontos C, D e G. A turma B já conhecia a fórmula para determinar a distância entre dois pontos e, alguns alunos, recorreram a ela. O professor ao ver o que estavam fazendo, pediu-lhes que procurassem outras estratégias.

Na segunda parte, o professor ainda solicitou a localização de pontos no plano e a distância entre eles. Porém, os pontos não estavam sobre os eixos coordenados. Como sugestão para determinar a distância, ele chamou a atenção para o triângulo que se formava. Para entender a sugestão do professor, alguns alunos recorreram a pesquisas em sites para relembrar o conteúdo de Teorema de Pitágoras e o modo pelo qual poderiam utilizar esse teorema para encontrar a distância entre dois pontos.

A última parte da tarefa requeria que os alunos verificassem se três pontos específicos estavam alinhados. Na Figura 7 temos uma resolução das partes 2 e 3, feita por um aluno.

Figura 7 – Resolução das partes 2 e 3 da tarefa de distância e de alinhamento de pontos.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Nas aulas das duas turmas os alunos não apresentaram dificuldade com as funcionalidades do software, houve cerca de 25 minutos, ao final da aula, para a realização de uma discussão coletiva e para que o professor fizesse uma breve explicação sobre a condição de alinhamento de pontos.

No momento de discussão coletiva, o professor incentivou os alunos a compartilharem suas respostas e as estratégias utilizadas. Uma dupla iniciou a exposição dizendo que havia encontrado a distância entre os pontos contando as unidades entre um e outro (ponto), uma segunda dupla disse ter usado a ferramenta do software, “Distância, Comprimento ou Perímetro”, e uma terceira dupla mostrou que subtraiu do valor da maior coordenada (de x ou y) o valor da menor.

O professor seguiu perguntando aos alunos qual foi a resposta encontrada por eles. Para os pontos C e D, uma dupla disse ter encontrado o valor de -3. Essa foi uma oportunidade para o professor abrir a discussão sobre a importância da análise do resultado, perguntando aos alunos o que eles estavam calculando e se havia possibilidade de ter uma resposta desse tipo (número negativo para expressar distância).

Para expor o feito na segunda parte da tarefa, um aluno relatou que criou o ponto J para obter um triângulo retângulo e, com isso, determinou as distâncias HJ e IJ (catetos do triângulo retângulo). Em seguida, substituindo essas informações no Teorema de Pitágoras, encontrou a distância HI (hipotenusa do triângulo) igual a $\sqrt{13}$. Em sua exposição o aluno não comentou

que havia realizado uma pesquisa na internet para “lembrar” o Teorema de Pitágoras. O professor foi acompanhando a exposição do aluno e fazendo um esboço, na lousa, do processo de construção do triângulo retângulo, descrito por ele.

Outro aluno, da dupla que encontrou a distância usando a ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, disse ter encontrado o valor de 3,61. Iniciou-se, em seguida, a discussão da terceira parte da tarefa. Nela, os alunos relataram que, apesar de visualmente os três pontos (H, I e K) parecerem estar alinhados, não conseguiram traçar uma reta que passasse por eles. Então, concluíram que “não havia alinhamento dos pontos”.

Destaca-se que, apesar de os alunos terem compartilhado suas respostas, não houve uma discussão sobre as estratégias eleitas por eles, o modo pelo qual estavam fazendo os cálculos para distâncias (de modo a obter resultado negativo), a igualdade entre $\sqrt{13}$ e 3,61 ou, ainda, incentivo para que eles comparassem o Teorema de Pitágoras e a fórmula da distância entre pontos. Foi mais um compartilhar de respostas do que propriamente uma discussão coletiva.

Discussão pós-aula

No 7º encontro, realizado em 18 de abril de 2019, os professores assistiram ao vídeo com os recortes das aulas e, considerando os registros do plano de aula, compartilharam suas compreensões acerca da experiência vivida. Mostraram-se surpresos com o envolvimento dos alunos durante a realização das tarefas e com o compartilhamento de informações entre eles. Antes de assistirem ao vídeo, acreditavam que os alunos não haviam aprendido os conteúdos e que a conversa entre eles não dizia respeito às atividades, uma vez que nem todos os alunos compartilharam suas respostas ao final da aula.

Chamou-lhes a atenção as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar a distância entre dois pontos, algo que no planejamento haviam previsto que seria uma dificuldade para os alunos, pois eles estavam acostumados a trabalhar com fórmulas, e a iniciativa de buscar em sites o Teorema de Pitágoras ao invés de perguntar ao professor. Surpreenderam-se, pois consideravam que os alunos estavam acessando a internet para pesquisar jogos ou outros assuntos que não tivessem relação com a aula. Lembraram-se que, inclusive, chamaram a atenção dos alunos ao virem que eles estavam realizando buscas quando esse tipo de atitude deveria ser incentivada nas próximas aulas, para favorecer a autonomia do aluno. Consideraram que é importante realizar aulas com tarefas que favoreçam a elaboração de estratégias ao invés de incentivar a utilização de fórmulas.

Novamente, houve um compartilhar de respostas pelos alunos. Entretanto, Euclides afirmou, nas discussões pós-aula, que, naquele momento, não considerou a possibilidade de

fazer um aprofundamento. Sugeriu que algumas questões de aprofundamento, baseada em respostas possíveis, poderiam ser pensadas no grupo e, ainda, que poderiam solicitar um registro escrito aos alunos, acerca das estratégias que utilizavam. Interpretamos que, talvez, essa seja a prática comum a esses professores: solicitar o compartilhar das respostas.

Ao final da discussão, o grupo considerou pensar, para os próximos ciclos, formas de solicitar o registro das explorações para os alunos, sem que isso limitasse a sua autonomia investigativa.

4.3.3 Ciclo 3: “Qual é a área do quadrilátero? ”

Estudo de conteúdos/Definição do Tema

Após concluírem a discussão das aulas do 2º ciclo, o grupo iniciou o processo de escolha do tema do 3º ciclo. Retomaram a pergunta feita no ciclo anterior: “é possível ensinar e aprender com o GeoGebra?”, e optaram por realizar uma aula com o GeoGebra trabalhando com conteúdos ainda não vistos pelos alunos.

Luciana sugeriu o tema “funções”, por ser o assunto que seria trabalhado no próximo bimestre com suas turmas de 1º ano. Para ela, apesar de realizarem muitas tarefas sobre esse tema em sala de aula, os resultados das avaliações apontam que os alunos não são capazes de interpretar gráficos e de reconhecer a relação de dependência entre duas grandezas o que é relevante ao conceito de função. Elegeram, então, como tema da aula, “relação entre duas grandezas” que, no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011, p. 65), é o primeiro assunto a ser trabalhado no conteúdo funções.

Para ajudá-los a planejar a aula, foi sugerida uma tarefa da Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – 2º Grau (SÃO PAULO, 1991), encaminhada para o grupo do WhatsApp para que, na próxima reunião, a elaboração das tarefas pudesse se iniciar.

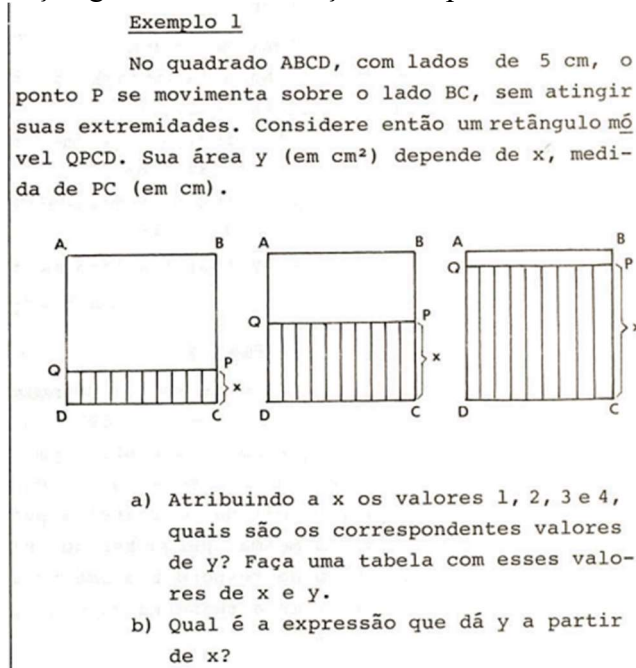
Planejamento

O 8º e o 9º encontros foram realizados nos dias 2 e 9 de maio de 2019 para o planejamento da aula do 3º ciclo. Antes da realização do 8º encontro, os professores haviam questionado sobre a possibilidade de o grupo dedicar um número menor de encontros a cada tema eleito, de modo que pudessem escolher mais temas e realizar mais aulas com o GeoGebra. Esse questionamento fez com que a leitura do texto “O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática” (PONTE *et al.*, 2016) fosse sugerida para que pudessemos discutir, mais detalhadamente, a proposta e o objetivo do estudo

de aula. Iniciamos, portanto, o 8º encontro com uma discussão acerca das principais características do estudo de aula.

Na sequência das discussões, o grupo retomou a tarefa sugerida (Figura 8) e, considerando que seus alunos já possuíam o conhecimento prévio sobre áreas e perímetros, entendeu que ela seria viável ao início do trabalho com funções.

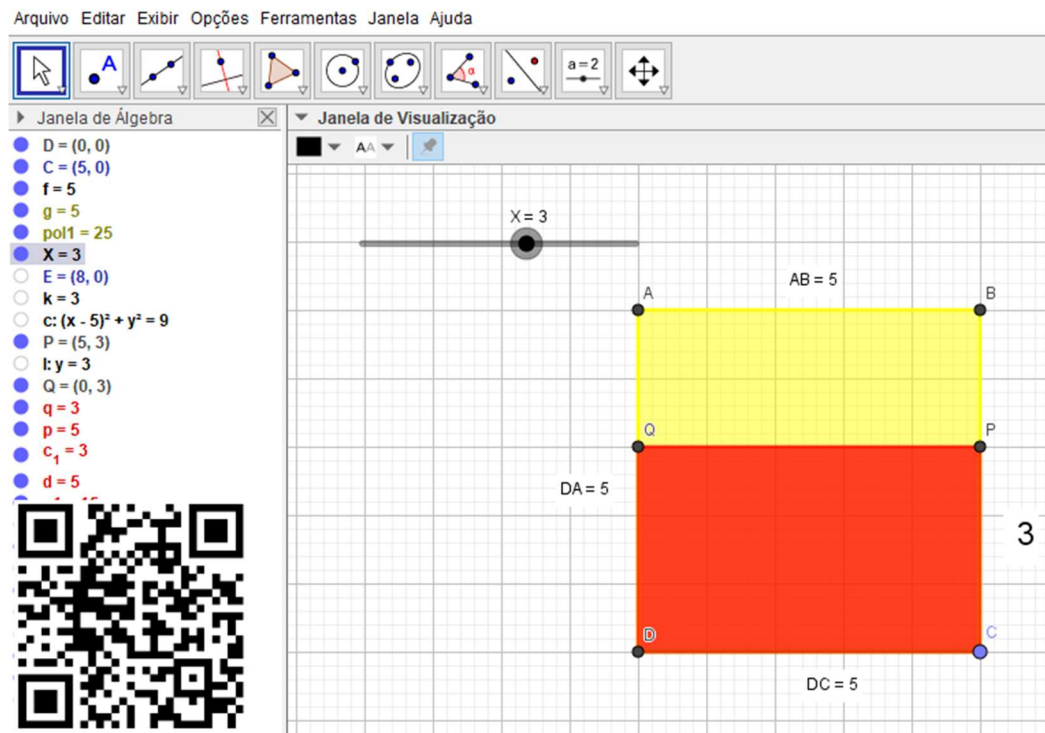
Figura 8 – Exploração geométrica da relação de dependência entre as variáveis x e y .



Fonte: (SÃO PAULO, 1991, p. 23).

O objetivo dessa tarefa é analisar a área do quadrilátero ABPQ à medida que os pontos P e Q, percorrem os segmentos BC e AD, respectivamente. A tarefa propõe a construção de três quadriláteros para representar essa variação. Os professores sugeriram elaborar uma única construção no GeoGebra, na qual a medida x (distância PC) fosse associada a um controle deslizante.

Figura 9 – Construção dos quadriláteros ABPQ e QPCD com controle deslizante.



Fonte: Elaborado pelos professores.

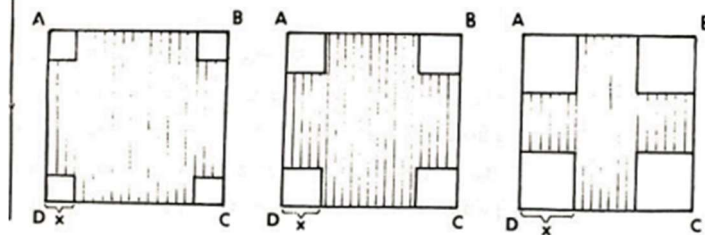
Com a construção pronta, os professores expuseram alguns questionamentos que já haviam preparado para, a partir da manipulação do controle deslizante e da observação da construção, orientar a tarefa dos alunos. Discutiram possibilidades de, com essa tarefa, retomar alguns conteúdos como classificação de quadriláteros, área e perímetro. Elaboraram o plano de aula e um roteiro (ANEXO VI) para orientar a condução da tarefa na aula e analisaram a possibilidade de sugerir aos alunos a utilização da planilha do GeoGebra para o registro das informações decorrentes das explorações.

Assim como no ciclo anterior, no plano de aula registraram as habilidades previstas no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011) para o trabalho com o tema eleito. Apontaram, na coluna de registro das defasagens, as possíveis dificuldades e previram um momento para discussão coletiva. No roteiro registraram os questionamentos que fariam aos alunos na cor preta e na cor vermelha anotaram as informações necessárias para orientar o professor na aula. Com o planejamento concluído, decidiram que as aulas seriam realizadas com as três turmas de 1º ano da Luciana. Após finalizarem o roteiro o grupo ainda elaborou mais uma construção, a partir da tarefa exposta na Figura 10.

Figura 10 – Exploração geométrica da relação de dependência entre x e y , com quatro quadriláteros de lado x .

Exemplo 3

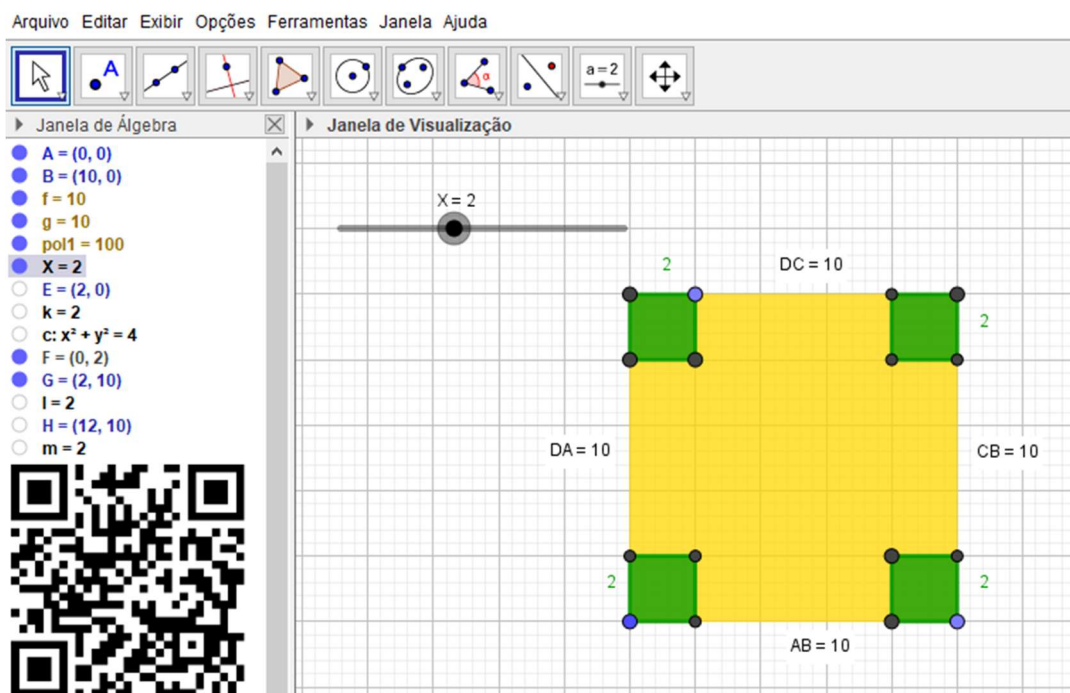
A figura indica um quadrado ABCD, com lado de 10 cm. Nos quatro cantos há quadrados iguais (que não têm pontos comuns), que têm um tamanho variável; seus lados medem x cm. Sendo y a área (em cm^2) da cruz assinalada na figura, responda às mesmas perguntas do exemplo 1. (Observe que se pode responder primeiro a pergunta b, para utilizar essa resposta na construção da tabela do item a.)



Fonte: (SÃO PAULO, 1991, p. 24).

Na tarefa da figura 10 é solicitado que se encontre a relação que determina a área do quadrado maior relativamente à variação dos quadrados menores. Os professores realizaram essa construção no GeoGebra (Figura 11), associando a medida x a um controle deslizante. Decidiram que esta seria uma tarefa a propor aos alunos, caso sobrasse tempo na aula para novas explorações.

Figura 11 – Construção dos quadriláteros com controle deslizante.



Fonte: Elaborado pelos professores.

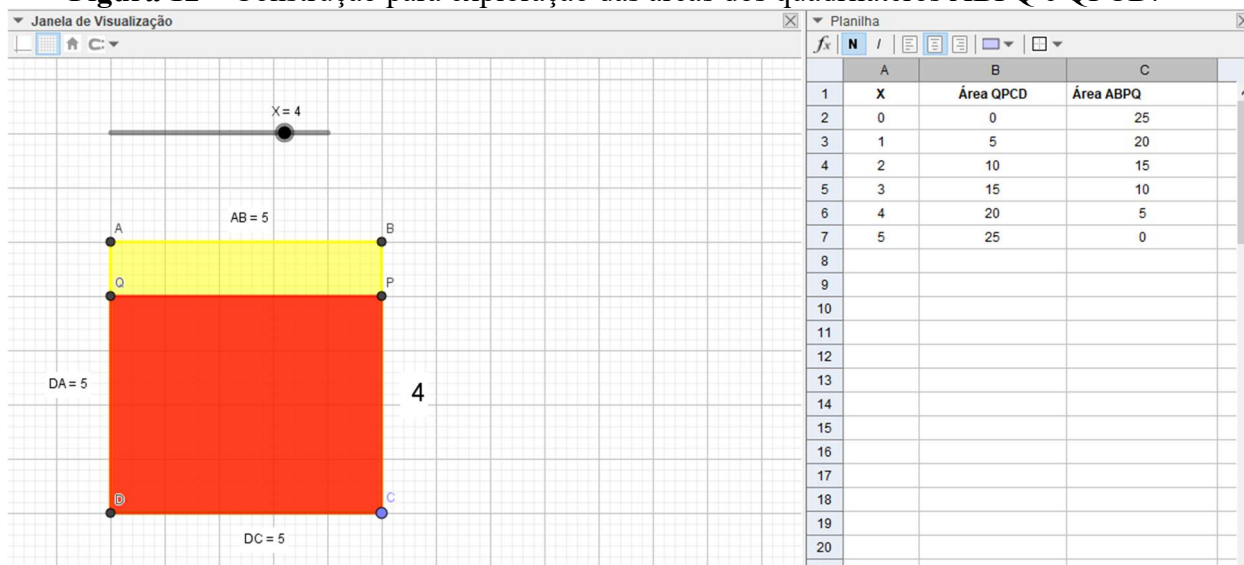
Aulas

As aulas da Luciana foram realizadas nos dias 8, 9, 10 e 13 de maio de 2019, respectivamente, com as turmas 1º A, 1º C, 1º B e 1º A (novamente). A aula do 1º ano C foi logo após o 9º encontro do grupo e teve maior participação dos alunos. Eles compartilharam estratégias de resolução com os colegas, expuseram dúvidas e questionamentos, participaram de discussões coletivas conduzidas pela professora e fizeram diversas explorações com o software, incluindo algumas que não haviam sido solicitadas.

Nessa aula havia cerca de 25 alunos, na faixa etária de 14 e 15 anos. Para a realização da tarefa eles foram organizados em duplas (ou trios). Estavam presentes a pesquisadora-formadora, Euclides, Leonardo e Newton, o PCG da escola. Luciana iniciou a aula apresentando o GeoGebra aos alunos e solicitou-lhes que abrissem o arquivo com a construção da Figura 9, salva na área de trabalho dos computadores. Em seguida, explicou-lhes aspectos relativos à construção e fez uma breve introdução a respeito do que deveria ser feito na tarefa, conforme havia planejado.

Os alunos determinaram a área do quadrilátero ABCD, classificaram esse quadrilátero, movimentaram o controle deslizante e preencheram a planilha, conforme exposto na Figura 12.

Figura 12 – Construção para exploração das áreas dos quadriláteros ABPQ e QPCD.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Foi solicitado que os alunos buscassem estabelecer uma relação da área do quadrilátero ABPQ em função de x . Mediante as respostas a professora viu que os alunos estavam identificando relações diferentes das esperadas e, então, decidiu escrever na lousa cada uma das relações que estavam encontrando. Com o registro na lousa a professora iniciou uma discussão sobre a validade de cada uma das relações obtidas. Em caso negativo, pedia que os alunos identificassem para quais valores a relação não se verificava.

Por exemplo, uma das relações encontrada pelos alunos foi: $5 \cdot 5 - x$. Eles consideraram que ela era válida apenas para x igual a 0. Com essa exposição, a professora entendeu que eles não estavam buscando relações genéricas e lhes chamou a atenção para o significado de uma relação, ou seja, que ela deve ser válida para todos os casos. Após analisarem várias relações, encontraram a que correspondia à área solicitada: $25 - 5x$ e concluíram que $5x$ representa a área do quadrilátero QPCD (laranja). Essas discussões deram à professora a possibilidade de explorar a ideia de variável dependente e independente em uma função. Com a conclusão das explorações sobre área, a professora deu continuidade à aula para que os alunos explorassem a relação do perímetro do quadrilátero.

As explorações do perímetro foram conduzidas do mesmo modo pela professora. Após dar tempo para que os alunos preenchessem as informações relativas aos perímetros QPCD e ABPQ, pediu-lhes que encontrassem uma relação que possibilitasse determinar o perímetro de um quadrilátero ABPQ em função de x . Entretanto, mesmo organizando as informações em uma tabela (Figura 13), os alunos tiveram dificuldade para encontrar essa relação, considerando

que não havia uma regularidade entre todos os valores preenchidos. Iniciou-se novamente uma discussão coletiva, conduzida pela professora.

Figura 13 – Tabela com informações sobre os perímetros dos quadriláteros QPCD e ABPQ.

X	Perímetro QPCD	Perímetro ABPQ
0	0	20
1	12	18
2	14	16
3	16	14
4	18	12
5	20	0

Fonte: Elaborado por um aluno.

Alguns alunos compartilharam possíveis relações e uma dupla destacou que seria impossível encontrar uma que fosse válida para todos os valores de x . A pedido da professora, as alunas justificaram que no quadrilátero ABPQ quando x varia de 0 a 4 há um decréscimo de 2 unidades no perímetro para cada aumento de 1 unidade em x , enquanto entre 4 e 5, o decréscimo é de 12 unidades. A professora foi conduzindo a discussão entre os alunos que analisavam os dados da tabela e após alguns esclarecimentos e a verificação de mais algumas possibilidades levantadas pela turma, encontraram a relação: $20 - 2x$, para $x < 5$.

Na aula do 1º ano B estavam presentes cerca de 20 alunos, na faixa etária de 14 e 15 anos, Luciana, o PCG Newton, e a pesquisadora-formadora. Euclides e Leonardo não estavam presentes, pois tinham aulas com suas turmas no mesmo horário. A aula teve início como a do 1º ano C, porém, os alunos apresentaram mais dificuldades para se lembrar do modo pelo qual poderiam calcular áreas e perímetros, e para encontrar regularidades e preencher a planilha. Solicitaram mais vezes o auxílio da professora e não conseguiram levantar hipóteses para a relação que daria a área e o perímetro do quadrilátero ABPQ. Os alunos conseguiram determinar a relação somente com a intervenção da professora. Nessa aula, não houve tempo para a realização de discussões coletivas.

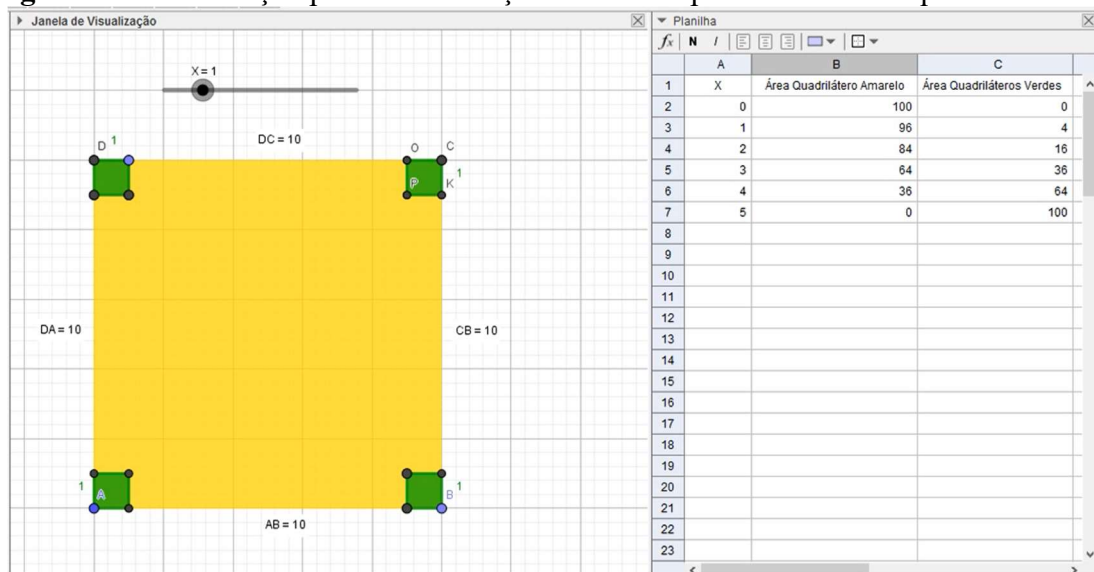
No 1º A, a aula foi realizada em dois momentos. No 1º momento, no dia 8, estavam presentes Luciana e a pesquisadora-formadora. Nessa aula, a professora ainda não tinha o plano de aula e o roteiro concluídos e seguiu um esboço que o grupo havia feito. A opção por realizar a aula com essa turma, mesmo antes do planejamento ser concluído, deu-se porque, na ocasião, vários alunos da turma foram a uma visita técnica, ficando na sala apenas 10 alunos da turma

que, segundo ela, apresentavam muitas dificuldades em matemática. O fato de eles estarem sem os demais, poderia favorecer tanto a atenção que lhes seria dada, quanto a oportunidade para eles exporem com mais segurança as suas dúvidas. Esses alunos se organizaram em duplas para a realização da tarefa, determinaram as áreas, mas não houve tempo para concluir a relação e para as discussões coletivas.

No 2º momento de realização da tarefa com o 1º ano A, todos os alunos, cerca de 25, estavam presentes. Também participaram da aula, além de Luciana e da pesquisadora-formadora, Euclides, Leonardo e o PCG Newton. Os alunos fizeram as explorações, levantaram hipóteses, expuseram suas compreensões em uma discussão coletiva, semelhante à que foi realizada na aula do 1º C, e conseguiram determinar uma relação para a área de ABPQ. Uma das alunas, após preencher a tabela, solicitou a presença da professora perguntando-lhe se aquela sequência de valores que representa a área de QPCD e ABPQ, para cada valor de x , poderia ser considerada uma Progressão Aritmética (P.A.). Para a aluna, a coluna com as medidas da área de QPCD representava uma P.A. de seis termos. A professora, considerando a relevância da pergunta da aluna, uma vez que havia trabalhado com o tema P.A. nas aulas anteriores, compartilhou a informação com o restante da turma perguntando-lhes o que achavam da afirmação. Os alunos concordaram com a colega e a professora retomou, brevemente, alguns aspectos de P.A. já trabalhados anteriormente.

Havendo tempo para o encerramento da aula e considerando que alguns alunos estavam organizando seus registros, fazendo correções nas tabelas, mas outros já haviam terminado a tarefa proposta, a professora sugeriu-lhes fazer a tarefa “extra” que havia sido elaborada no grupo. A construção, com a tabela preenchida pelos alunos, é apresentada na Figura 14.

Figura 14 – Construção para determinação da área da parte amarela do quadrado maior.



Fonte: Elaborado por um aluno.

O sinal soou indicando o término da aula e a professora encerrou os trabalhos. Desse modo, para esta última construção, não houve tempo para uma discussão coletiva.

Discussão pós-aula

No 10º encontro, os professores optaram por concluir a aula do 4º ciclo, que já haviam começado a planejar, deixando a discussão da aula para o encontro seguinte. Desse modo, a discussão da aula do 3º ciclo ocorreu no dia 14 de junho, 11º encontro. Assim como nos ciclos anteriores, a discussão foi subsidiada pelo vídeo com recortes das gravações das aulas e pelos registros do plano de aula.

O grupo inicialmente discutiu a tarefa do perímetro. Considerou relevante os alunos terem percebido que não seria possível encontrar uma relação que determinasse os perímetros para todos os valores de x , justificando o porquê dessa impossibilidade. A esse respeito também destacou as tentativas dos alunos de estabelecer condições para que pudessem determinar relações válidas para pelo menos parte das medidas dos perímetros. Na sequência, os professores apontaram falas dos alunos que indicavam dificuldades com os conteúdos, incluindo algumas que haviam sido apontadas no planejamento, como ao se referirem aos quadriláteros sempre como quadrado, e a relevância de momentos em que buscavam compartilhar com os colegas as estratégias utilizadas para resolver as tarefas.

Chamou a atenção de Luciana o modo pelo qual agia em alguns momentos. Ao assistir o vídeo identificou que, às vezes, ao ser chamada pelos alunos para sanar dúvidas, queria dar-lhes a resposta, porém, ao se lembrar das discussões no grupo, procurava controlar seu impulso

tentando compreender o seu raciocínio para entender o erro e indicar-lhe um caminho possível, levando-o a pensar sobre sua dúvida.

Os professores destacaram trechos do vídeo que consideraram importantes para a discussão coletiva como, por exemplo, na situação que viram que alguns alunos preencheram o valor de 10 para o perímetro quando o x era igual a 0 ou quando viram regularidades nas colunas das planilhas. Consideraram que raciocínios desse tipo devem ser investigados para entenderem como o aluno está pensando e poder auxiliá-lo. Para finalizar, discutiram modos de dar continuidade com o GeoGebra ao trabalho com funções.

4.3.4 Ciclo 4: “Posição relativa de retas”

Planejamento

No dia 30 de maio de 2019 (10º encontro) os professores apresentaram um esboço das explorações que haviam planejado para a tarefa da aula. A intenção era que, junto à pesquisadora-formadora, pudessem discutir modos de aprimorar os questionamentos levantados, incluir novas possibilidades de investigação e definir as ações a serem realizadas na aula.

O tema eleito para a aula do 4º ciclo foi “Posição relativa de retas”, visando o desenvolvimento da habilidade de reconhecer “condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas” (SÃO PAULO, 2011, p. 69). Esse tema havia sido trabalhado por Euclides com os alunos de 3º ano no 1º bimestre. No entanto, ao analisar os resultados das avaliações de aprendizagem, verificou que os alunos não desenvolveram a habilidade requerida, o que lhe motivou a propor algumas tarefas com o GeoGebra, como parte das ações de recuperação da disciplina. Euclides compartilhou com os colegas que, antes de levar a proposta ao grupo, tentou sozinho esboçar algumas explorações. Porém, considerou que elas não eram suficientes para a aprendizagem dos alunos e decidiu sugerir o tema ao grupo.

Os professores relataram que, após a definição do tema, estudaram os modos pelos quais ele era apresentado no Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014f) e em livros didáticos, mas optaram por não utilizar nenhuma tarefa desses materiais como ponto de partida e começaram a pensar em construções orientando-se apenas pela habilidade eleita.

No início do 10º encontro, as discussões giraram em torno do modo pelo qual a construção das retas paralelas seria feita. Euclides sugeriu a construção utilizando a ferramenta “Reta Paralela” e Luciana sugeriu deixar a construção livre. Para decidirem, realizaram as duas

construções e levantaram as possibilidades de dar sequência à aula a partir de cada uma delas. Escolheram a sugestão dada por Luciana.

O grupo seguiu com o planejamento da aula discutindo possibilidades para a construção das retas paralelas e quais questionamentos poderiam sugerir a partir de cada estratégia. Leonardo mencionou a possibilidade de construí-las em posições quaisquer, para depois arrastá-las até posições em que visualmente se “parecessem” paralelas, questionando os alunos sobre as estratégias utilizadas para confirmar o paralelismo. Luciana e Euclides sugeriram que o paralelismo poderia ser verificado a partir da medida dos ângulos de inclinação das duas retas ou buscando um ponto de intersecção entre elas, alterando-se o zoom ou usando a ferramenta “Intersecção de Dois Objetos”.

Enquanto tentavam medir o ângulo de inclinação das retas, descobriram a ferramenta “Inclinação” que dá a tangente do ângulo ou o coeficiente angular da reta. Com receio de os alunos também encontrarem essa ferramenta, levantaram algumas questões que poderiam ser feitas para explorar a situação. Consideraram criar discussões coletivas para que os alunos estabelecessem relações entre o valor da tangente e a equação da reta (dada na janela de álgebra do GeoGebra). Ainda, discutiram possibilidades de explorar a construção por meio das ferramentas “Reta Perpendicular” ou “Reta Paralela” ou os alunos concluírem que as retas construídas não eram paralelas.

Para finalizar, discutiram formas de o aluno registrar o que estava sendo feito e decidiram que ele deveria fazer anotações no caderno sobre as explorações no GeoGebra para ajudá-lo nas discussões coletivas. A tarefa ficou dividida em duas partes, sendo que na primeira seriam explorados conceitos relativos às retas paralelas e, na segunda, informações sobre retas concorrentes e perpendiculares.

Euclides fez um resumo das possibilidades de exploração levantadas no encontro, para se orientar na condução da discussão coletiva, e o grupo organizou as informações relativas à aula no plano de recuperação. Na coluna “sequência de atividades para trabalhar com essa habilidade” registrou o que seria solicitado aos alunos nas duas partes da tarefa, bem como a intenção de promover discussões coletivas a partir das estratégias apresentadas pelos alunos em cada uma delas. Enquanto na coluna das defasagens, além das habilidades em que os alunos apresentaram resultados abaixo do esperado na avaliação de aprendizagem, também foram registradas as possíveis dificuldades que eles poderiam apresentar durante as explorações com o software, por exemplo, acerca do significado do valor encontrado com a ferramenta “Inclinação”, considerando que esse assunto não havia sido trabalhado. Dessa vez, o grupo optou por não elaborar um roteiro para o professor. Justificaram que, sem o roteiro, o professor

ficaria mais atento à atividade do aluno. Também decidiram que a aula seria realizada apenas com o 3º ano B, pois foi a turma que demonstrou mais dificuldades.

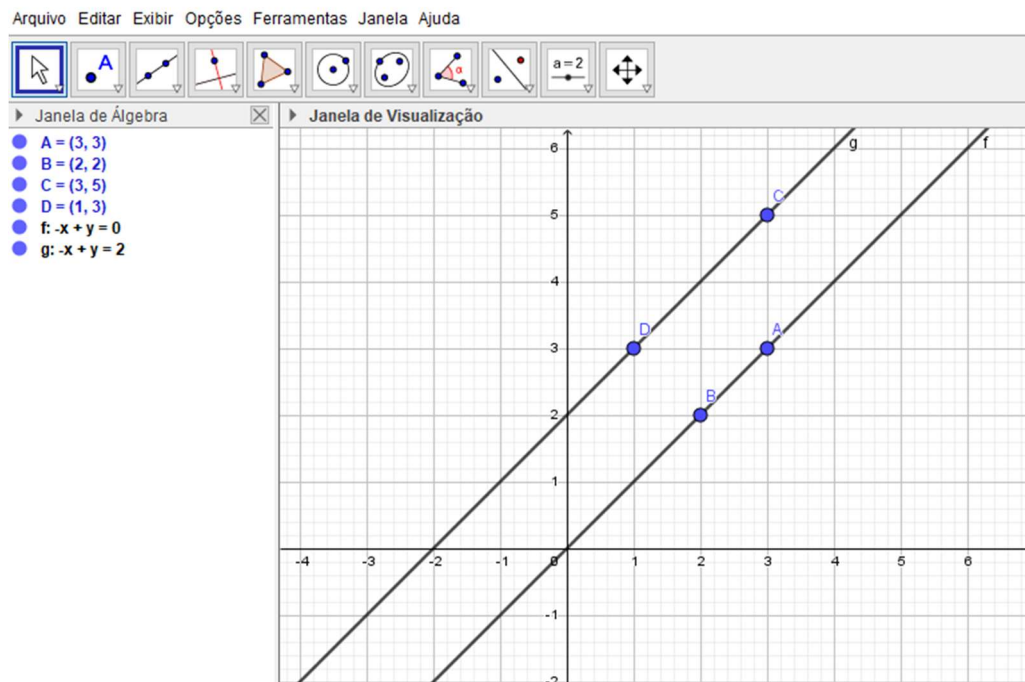
Aula

A aula sobre “Posição relativa de retas” ocorreu no dia 6 de junho de 2019. Estavam presentes cerca de 25 alunos, na faixa etária de 16 a 18 anos. Além da pesquisadora-formadora, também participaram da observação da aula Luciana e o PCG da escola Newton. Leonardo não pode participar.

Quando os alunos estavam organizados em duplas (ou trios), o professor fez uma introdução da primeira parte da tarefa. Solicitou-lhes que abrissem o GeoGebra e criassem dois pontos quaisquer e uma reta r passando por esses dois pontos. Construída essa reta r , solicitou-lhes a construção de uma reta s , paralela a r , sem dar-lhes informações acerca dos modos pelos quais a construção poderia ser feita. Complementou que, após a construção da reta s com o auxílio das ferramentas do software, os alunos deveriam procurar, na construção, características que lhes permitissem garantir o paralelismo entre as retas.

Os alunos construíram as retas por meio de estratégias diferenciadas. Houve uma dupla que utilizou a ferramenta “Reta Paralela”, alunos que construíram retas quaisquer para depois arrastá-las a uma posição em que “parecessem” ser retas paralelas e outros que escolheram pontos específicos na malha quadriculada, por exemplo $C(3,5)$ e $D(1,3)$, que acreditavam pertencer a uma reta paralela à reta r (reta AB), para depois traçar a reta s por esses pontos (Figura 15).

Figura 15 – Construção das retas paralelas AB e CD.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Para a verificação do paralelismo, os alunos utilizaram diferentes estratégias: aumentaram o zoom da janela de visualização do GeoGebra, deixando cada vez maiores os intervalos entre os pontos dos eixos x e y , para procurar por possíveis pontos de intersecção entre as retas, realizaram pesquisas em sites sobre “retas paralelas”, mediram o ângulo de inclinação das retas no ponto em que elas interceptavam o eixo dos xx (Figura 16), fizeram a medição da tangente do ângulo com a ferramenta “Inclinação” (Figura 17) e moveram as retas para posições em que seus ângulos de inclinação e tangentes eram iguais.

Figura 16 – Medição dos ângulos de inclinação das retas.

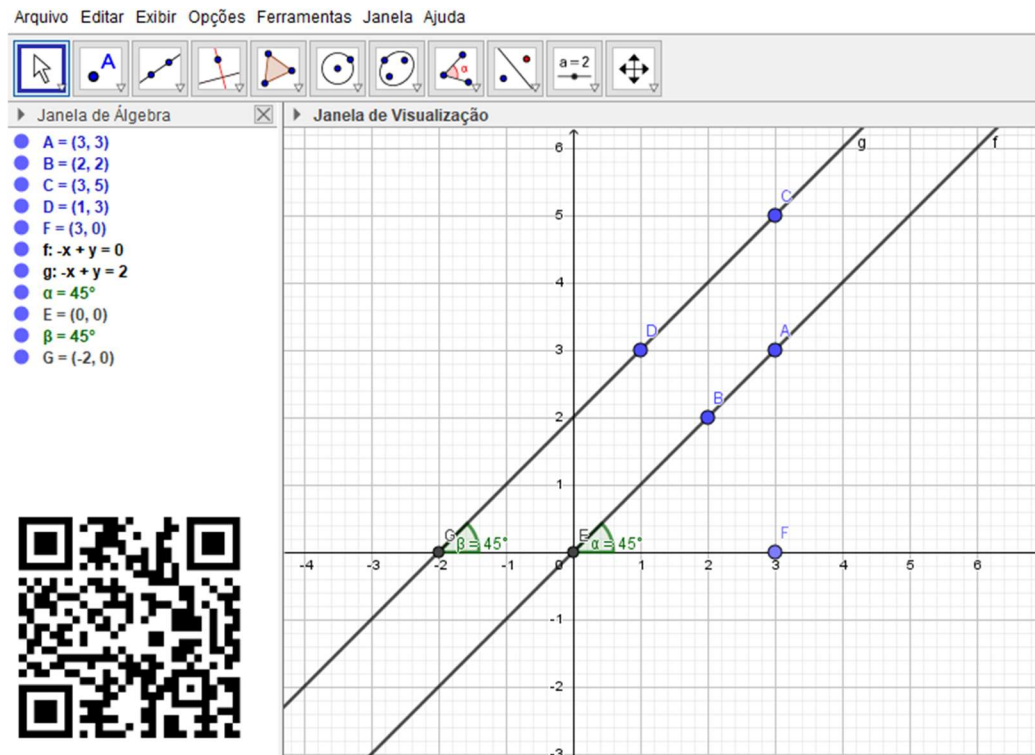
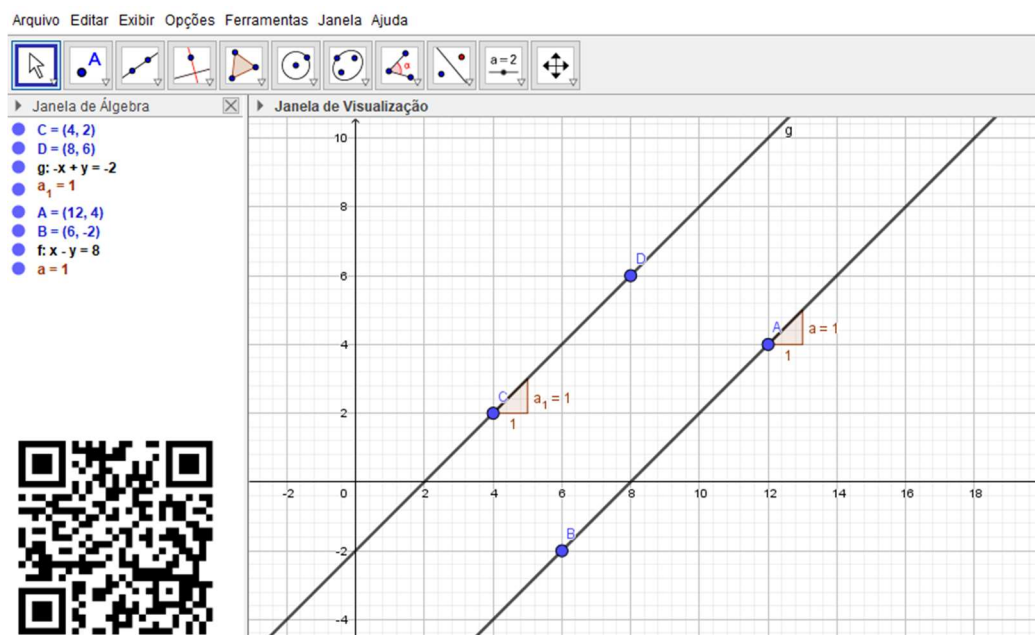


Figura 17 – Medição da tangente do ângulo de inclinação das retas.



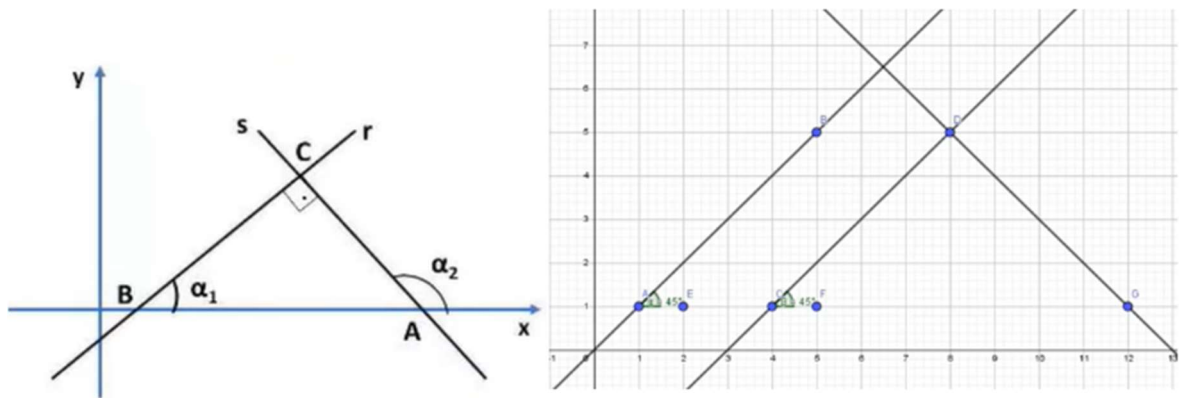
Durante a realização das tarefas, os alunos auxiliaram os colegas que apresentaram dificuldades. Após verificar que os alunos haviam concluído as explorações, o professor conduziu uma discussão coletiva, na qual as duplas e trios compartilharam suas estratégias justificando a escolha de cada uma delas.

Um dos assuntos destacados foi a utilização da ferramenta “ângulo” para medir o ângulo de inclinação e da ferramenta “inclinação” para determinar o coeficiente angular da reta. O professor, considerando as respostas dos alunos, viu que, apesar de eles verem que havia igualdade entre os ângulos e entre os coeficientes angulares das retas, não sabiam argumentar o que tais valores significavam. Euclides aproveitou para fazer uma breve explicação sobre ângulo de inclinação e tangente do ângulo. Mostrou-lhes que o valor 1 (Figura 17) é a tangente do ângulo de 45° (Figura 16). Pediu-lhes que identificassem, na mesma construção, o ângulo e sua tangente, que movessem as retas para observar a alteração desses valores e que movessem as retas para posições indicadas por ele, por exemplo, 2, 3 e 4, etc., para associar esses valores ao coeficiente angular da equação da reta (representada na janela de álgebra do GeoGebra).

Na introdução da segunda parte da tarefa, o professor solicitou que os alunos movimentassem as retas para transformá-las em retas concorrentes. A maioria dos alunos não sabia o que eram retas concorrentes. Então o professor pediu-lhes para encontrar retas perpendiculares, considerando que o termo “perpendicular” lhes fosse mais familiar. No entanto, os alunos afirmaram também não saber como construir retas perpendiculares. O professor deu-lhes algum tempo para pensar no assunto e procurar respostas.

Uma das duplas realizou uma pesquisa por “linhas concorrentes perpendiculares” em um site, observou algumas imagens, tentando reproduzir a construção (Figura 18), e compartilhou com os colegas o que havia encontrado.

Figura 18 – Imagem do site e a construção que o aluno fez por comparação.



Fonte: Gouveia (2019) e print de tela de construção elaborada por um aluno.

Após o compartilhamento das informações pela dupla, os demais alunos também conseguiram construir as retas perpendiculares e medir o ângulo de intersecção entre elas. Após observar que os alunos haviam concluído a segunda parte da tarefa, o professor incentivou-os a compartilhar com a turma as características identificadas, bem como a estratégia de construção das retas perpendiculares. Os alunos descreveram como realizaram a construção, omitindo que haviam recorrido a pesquisas na internet. O professor aproveitou para sistematizar o que são retas concorrentes e perpendiculares e encerrou a aula, sem lhes fazer questionamentos acerca do que foi exposto.

Discussão pós-aula

A discussão da aula sobre “Posição relativa de retas” ocorreu em 15 de agosto de 2019 (12º encontro), após o retorno do período de férias.

Antes de assistirem ao vídeo, Euclides retomou alguns aspectos relativos à aula, como o tema, a turma de alunos participantes, as dificuldades levantadas, as habilidades desenvolvidas e as tarefas trabalhadas, conforme registros do plano de recuperação, para que juntos pudessem relembrar o contexto em que se deu a experiência vivida. Após a fala do professor, assistiram ao vídeo com os recortes da aula, destacando as situações que lhes chamaram a atenção. Comentaram sobre as pesquisas em sites realizadas pelos alunos, especialmente em relação à postura de sempre minimizar a tela relativa à pesquisa quando o professor se aproximava, tentando não expor que estavam realizando consultas para responder aos questionamentos, e de omitir que estavam recorrendo a elas para resolver a tarefa. O grupo mostrou-se surpreso em ver que os alunos procuravam modos de resolver as tarefas sem precisar

sempre recorrer ao professor. Considerou essa atitude relevante para o desenvolvimento da autonomia do aluno. Avaliaram que nas próximas aulas com o GeoGebra seria importante esclarecer que pesquisas na internet sobre os temas relativos à aula são permitidas, incentivando-os a realizarem-na sempre que tiverem dúvidas.

Nas discussões, o grupo analisou os modos de os alunos realizarem as construções, ressaltou a relevância do compartilhamento de informações entre eles, auxiliando os colegas com dúvidas, buscou compreender as formas de expressão dos alunos por meio de uma linguagem não formal e destacou a importância das discussões coletivas para o professor identificar as dificuldades dos alunos, por exemplo, em relação à compreensão acerca do ângulo de inclinação e do coeficiente angular da reta. Em alguns momentos da discussão Luciana retomou os termos “zona de risco” e “zona de conforto” de Borba e Penteado (2012) para dizer de situações em que os alunos realizavam ações que não eram esperadas pelo professor.

Para finalizar, o grupo constatou que o fato de a organização da aula ter sido feita apenas pelo plano de recuperação, sem que houvesse um roteiro (anexo a ele), deixou o professor mais atento à atividade dos alunos. No entanto, Euclides, embora concordasse com o grupo, destacou que o roteiro para orientar as ações do professor na aula faz com que ele se sinta mais seguro para trabalhar com a tecnologia.

4.3.5 Ciclo 5: “Ver e Mover para Compreender Gráficos”

Estudo de Conteúdos/Definição do Tema

Após as discussões da aula do 4º ciclo, ainda no 12º encontro, o grupo realizou a escolha do tema do 5º ciclo. Luciana colocou para o grupo o seu desejo de trabalhar com funções de 2º grau, mencionando que trabalhou tarefas relativas a esse tema no bimestre anterior (2º bimestre), com suas turmas de 1º ano. No entanto, percebeu que os alunos ainda tinham dificuldade e gostaria de realizar um trabalho diferente, com tarefas que os levassem a identificar as raízes da função, compreender a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra, explorar os pontos de máximo ou mínimo e a intersecção do gráfico com o eixo dos yy , por meio de gráficos construídos no GeoGebra. Acrescentou que seria interessante se escolhessem problemas contextualizados como os sugeridos no Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014e) e livros didáticos, para construir as explorações da tarefa.

Euclides e Leonardo concordaram com a sugestão de tema feita pela professora e sugeriram que o trabalho com funções de 2º grau fosse realizado por meio de controles deslizantes. A ideia dos professores era criar uma função do tipo: $y = ax^2 + bx + c$ e associar os

coeficientes a , b e c dessa função a controles deslizantes. Leonardo fez a referida construção no GeoGebra e clicou na funcionalidade “animar” para criar uma animação em que os controles a , b e c se movimentassem ao mesmo tempo, favorecendo a visualização em relação ao que é modificado no gráfico quando os coeficientes da função têm seus valores alterados.

Como não havia mais tempo para conversarem e o tema já havia sido definido, Luciana se propôs a fazer um levantamento mais específico sobre as dificuldades dos alunos, por meio da análise das tarefas entregues na aula e da verificação dos resultados das planilhas de avaliação de aprendizagem, trazendo elementos para o grupo iniciar o planejamento da aula.

Planejamento

Na semana seguinte os três professores estudaram as planilhas com os resultados da avaliação de aprendizagem, identificaram as dificuldades apresentadas pelos alunos nas tarefas realizadas em sala de aula e levantaram as primeiras possibilidades de questões que poderiam ser propostas na aula. No encontro de 29 de agosto (13º encontro), com a participação da pesquisadora-formadora, os professores apresentaram as dificuldades identificadas e as questões discutidas. Luciana relatou que, conforme havia previsto, os seus alunos apresentaram resultados abaixo da média na avaliação do 2º bimestre, relativamente ao conteúdo de função de 2º grau, e que a tarefa a ser planejada pelo grupo faria parte das ações de recuperação das suas turmas de 1º ano, tendo como objetivo desenvolver a habilidade de compreensão da “construção do gráfico de funções de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decrescimento, os sinais da função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo)” (SÃO PAULO, 2011, p. 65).

Para contribuir com as discussões no planejamento, Luciana disponibilizou um exemplar da avaliação de aprendizagem de seus alunos e as planilhas com os índices de erros e acertos de cada questão da prova. Após várias ideias, o grupo decidiu manter a sugestão de Euclides e Leonardo de realizar a tarefa por meio de uma função do tipo: $y = ax^2 + bx + c$, associando os coeficientes a , b e c a controles deslizantes. Concordaram que a construção deveria ser feita aos poucos, para que os alunos tivessem tempo para explorar, a cada novo controle deslizante construído, o que acontece com o gráfico da função.

O grupo decidiu começar a tarefa com a construção de um controle deslizante para variar o coeficiente a de uma função do tipo $y = ax^2$, propondo aos alunos que movimentassem o controle e falassem sobre o que observavam no gráfico à medida que a assumisse valores positivos, negativos ou nulo. Observaram que, por meio dessa função, também poderia ser

explorado o que acontece com a parábola à medida que os valores de a aumentam ou diminuem e a proporcionalidade entre uma grandeza (y) e o quadrado da outra (x^2).

Após tal exploração seria construído o gráfico de uma função do tipo $y = ax^2 + c$, com um controle deslizante para c . A ideia era explorar com os alunos a variação gráfica à medida que c varia. Por último, a proposta era construir um controle deslizante associado ao coeficiente b , alterando a função para: $y = ax^2 + bx + c$. Luciana reorganizou as suas anotações, apresentando as explorações e os questionamentos que haviam sido discutidos. O grupo procurou associar as explorações com alguns problemas que haviam selecionado do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014e). Porém, consideraram que seria muita coisa para explorar e decidiram deixar os problemas para serem trabalhados posteriormente.

O 14º encontro foi no dia 26 de setembro e nas semanas entre o 13º e o 14º encontros o grupo se reuniu sem a presença da pesquisadora-formadora para estudar as funcionalidades do software, elaborar questões sobre o tema em discussão e ler um texto (CAMMAROTA; ROTONDO; CLARETO, 2018) encaminhado por e-mail para eles. A intenção era que, na interpretação do texto, os professores pudessem analisar o quão é importante buscar compreender o raciocínio dos alunos, ao invés de corrigir as respostas incorretas ou apontar-lhes a resposta certa (a sugestão foi motivada pelos comentários feitos no 13º encontro).

No 14º encontro os professores discutiram possibilidades para que os alunos registrassem sua atividade com o GeoGebra. A preocupação com o registro estava presente, pois eles consideravam que precisavam ter “meios” para avaliar os alunos e, ainda, evitar que os alunos usassem o tempo da aula para jogar na internet. Leonardo sugeriu a elaboração de um relatório, no qual deveriam ser registrados tanto os movimentos feitos com o software (o que lhes permitiria ver se o movimento realizado estava de acordo com o que havia sido solicitado) como as variações que observavam na construção durante o movimento com os controles deslizantes.

O grupo concordou que o relatório seria uma boa forma de registro e retomou a construção do gráfico da função de 2º grau. Selecionaram algumas funções trabalhadas em sala de aula e incluíram na tarefa uma exploração na qual os controles deslizantes deveriam ser movidos para posições específicas, visando identificar os pontos de máximo ou mínimo dos gráficos das funções criadas a partir dos controles. Criaram pontos de intersecção entre a parábola e o eixo dos xx e conversaram sobre modos de explorar a visualização das raízes do gráfico. Incluíram uma sugestão de exploração que, por meio da observação gráfica, permitiria aos alunos determinarem se a função tinha uma, duas ou nenhuma raiz.

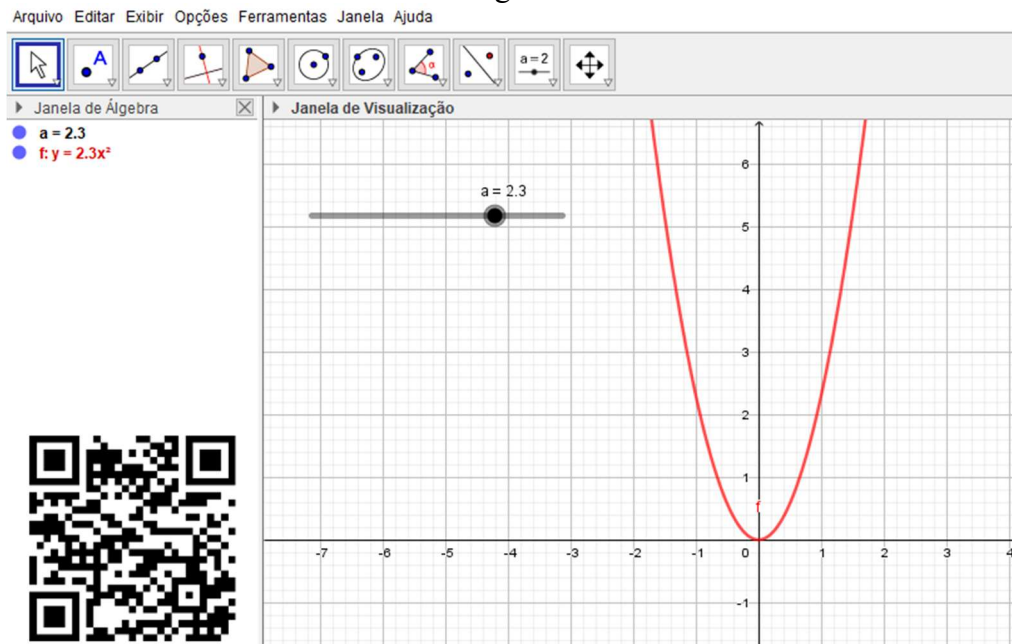
Finalizando o planejamento, o grupo registrou o tema, a habilidade a ser desenvolvida, as explorações que seriam solicitadas, os questionamentos a serem feitos para cada exploração e as dificuldades identificadas e concluiu que o plano de recuperação para a aula estava organizado. Também foi registrada, no plano, a possibilidade de se realizar uma discussão coletiva a partir das respostas dadas pelos alunos aos questionamentos. Além disso, o grupo discutiu estratégias para os alunos que concluía as tarefas mais rapidamente, como solicitar-lhes pesquisar outros tipos de construções no GeoGebra (para a função estudada), considerando que isso poderia auxiliá-los na compreensão do conteúdo.

Aula

A tarefa, denominada pelo grupo como “Ver e Mover para Compreender Gráficos” foi realizada com a turma de 1º ano A da Luciana, no dia 2 de outubro de 2019. Estavam presentes aproximadamente 25 alunos, na faixa etária de 14 e 15 anos. Além da pesquisadora-formadora, participaram da observação da aula os professores Leonardo e Euclides e o PCG Newton.

Ao entrarem no laboratório de informática, os alunos já se organizaram em duplas (ou trios) e a professora informou-os de que a consulta ao caderno, livros e internet seria permitida durante a aula. Retomou rapidamente a construção de controles deslizantes no GeoGebra e os informou que deveriam fazer o registro de todas as informações observadas no decorrer da aula, pois deveriam, posteriormente, elaborar um relatório. A introdução da tarefa foi feita em várias partes, sendo que a cada nova exploração solicitada, era disponibilizado alguns minutos para que os alunos pudessem realizá-las. Iniciou pedindo que os alunos construíssem o controle deslizante a e a função $y = ax^2$, movessem o controle deslizante a e registrassem as alterações observadas no gráfico. Os alunos fizeram a construção, conforme Figura 19.

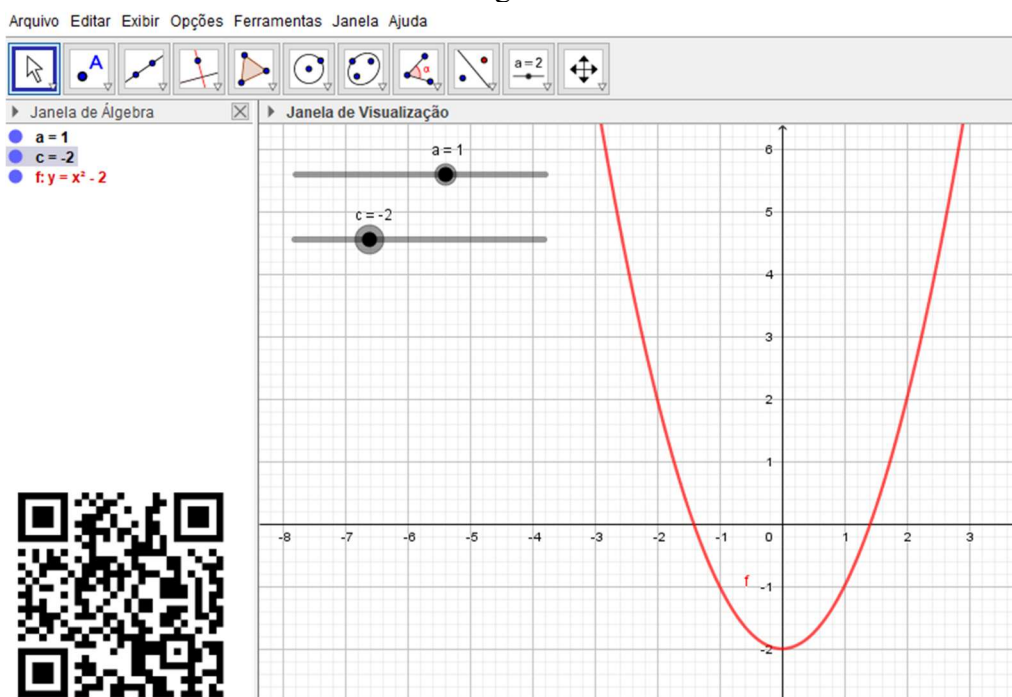
Figura 19 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente a da função de 2º grau.



Fonte: Elaborado pela autora.

Em seguida, foram orientados a construir o controle deslizante para o coeficiente c da função $y = ax^2 + c$ (Figura 20).

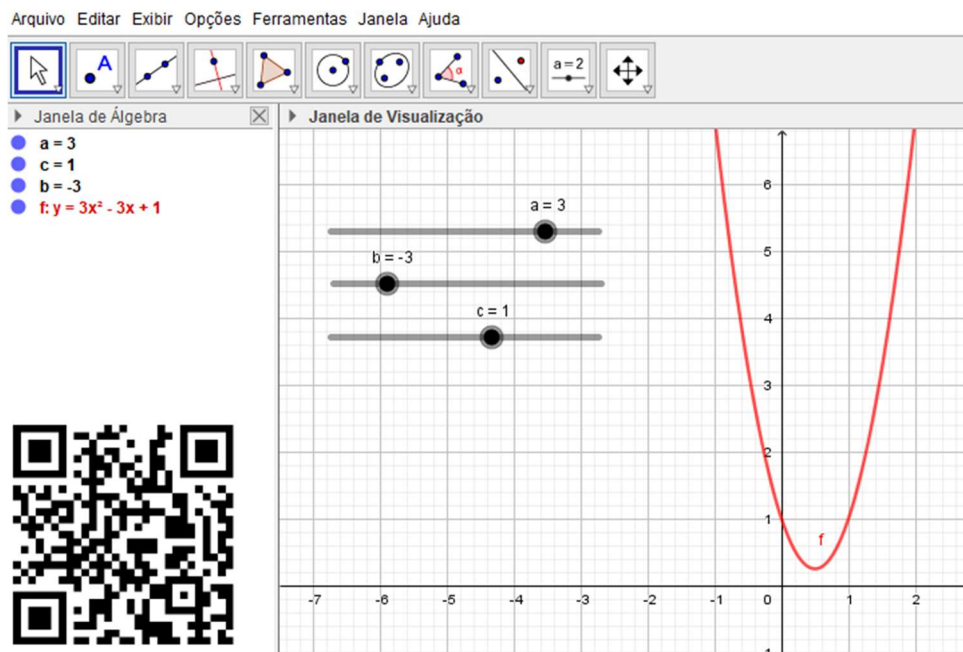
Figura 20 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente c da função de 2º grau.



Fonte: Elaborado pela autora.

Após moverem o controle deslizante c e anotarem suas compreensões, a professora solicitou que os alunos construíssem o controle deslizante b , para analisar o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ (Figura 21).

Figura 21 – Construção de controle deslizante para exploração do coeficiente b da função de 2º grau.

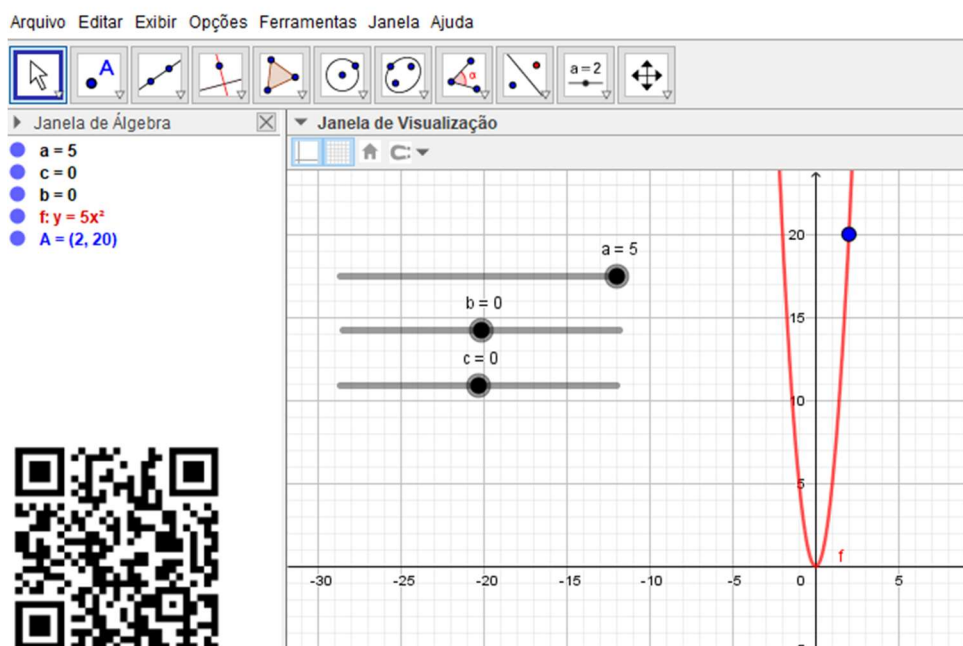


Fonte: Elaborado pela autora.

A turma concluiu com facilidade as alterações feitas pelos coeficientes a e c , mas teve dificuldades para compreender qual o efeito do coeficiente b no gráfico da função.

Na sequência, foi solicitado aos alunos que movessem os controles deslizantes b e c para a posição 0 e a para a posição 5 (obtendo a função $y = 5x^2$). Foi sugerido que eles observassem os valores assumidos pelas coordenadas de y quando x é igual a 1, 2 e 3 e escrevessem a relação estabelecida entre os valores de x e y e o coeficiente a da função. Essa exploração estava prevista no plano de recuperação, mas a professora havia esquecido de solicitá-la no momento em que os alunos exploraram o coeficiente a . Alguns dos alunos construíram e arrastaram um ponto sobre o gráfico da função (Figura 22), outros realizaram cálculos para encontrar o valor de y .

Figura 22 – Construção do ponto sobre a parábola para identificação das coordenadas de y .



Fonte: Elaborado pela autora.

Em geral, os alunos demonstraram dificuldade para visualizar os pontos e, com o auxílio da professora, precisaram alterar o zoom da construção. Após encontrarem as coordenadas de y , a professora tentou iniciar uma discussão coletiva sobre essa exploração e incentivou os alunos a compartilharem suas respostas e as estratégias. Um dos alunos, lembrando-se do que já haviam trabalhado em sala de aula, disse que o coeficiente a era igual ao valor de y dividido por x^2 , pois a função representava uma grandeza proporcional ao quadrado da outra. A professora aproveitou a fala do aluno para retomar o assunto, explicando sobre a constante de proporcionalidade e, após o esclarecimento das dúvidas, os alunos registraram no relatório o que haviam compreendido.

Como última parte da tarefa, Luciana escreveu na lousa algumas das funções que trabalhou em sala de aula e pediu para a turma mover os controles deslizantes até posições que representassem essas funções, observando seus gráficos e verificando se eles tinham ponto de máximo ou de mínimo e quais eram esses valores máximos ou mínimos. Os alunos atenderam ao solicitado e, após encontrarem os pontos de máximo ou mínimo, a professora falou sobre a ferramenta “Otimização” (que ao clicar sobre a parábola cria automaticamente o ponto de máximo ou mínimo). Explicou-lhes, ainda, o eixo de simetria da parábola. Não houve tempo para solicitar as explorações sobre raízes da função ou para as discussões coletivas nessa aula.

Discussão Pós-Aula

No dia seguinte à aula, em 3 de outubro de 2019, o grupo se reuniu para analisar a experiência vivida (15º encontro). Para subsidiar as discussões, além das anotações dos professores, do plano de recuperação e do vídeo, foram utilizados os relatórios elaborados pelos alunos.

Luciana retomou o que havia trabalhado na aula, a partir do plano de recuperação, e eles assistiram duas vezes ao vídeo, na segunda vez com as pausas nos trechos que consideravam relevante comentar. O primeiro destaque foi feito por Luciana que se mostrou surpresa ao ver que, em várias situações nas quais os alunos solicitaram o seu auxílio, ela lhes fazia perguntas que ela mesma já respondia em seguida, sem lhes dar tempo para pensar. Ela acrescentou que não havia se dado conta desse modo de agir durante a aula. Após o comentário da professora, o grupo considerou relevante destacar a atitude dos alunos que realizaram pesquisas em sites e no caderno quando tinham dúvidas, antes de recorrer ao auxílio do professor. Para eles essa atitude indicava certo desenvolvimento de autonomia na busca por soluções para a tarefa. Outro aspecto considerado relevante para discussão no grupo, foi que os alunos souberam descrever nos relatórios os passos que realizaram nas explorações, salientando o que viam na tela do software e o raciocínio empregado para chegar a determinadas respostas.

O grupo também destacou um trecho do vídeo em que Newton apareceu auxiliando um dos alunos que perguntou como determinar o ponto de mínimo da parábola. A atitude do professor que não respondeu à questão do aluno, mas foi-lhe fazendo perguntas, permitiu que os professores identificassem que faltava a esse aluno saber como localizar pontos no plano cartesiano, o que haviam indicado no plano como uma possível dificuldade dos alunos.

A pesquisadora-formadora chamou-lhes a atenção para a situação em que o aluno afirmou que, ao mover o controle deslizante b , o vértice se movimentou “desenhando” uma parábola. A professora não notou essa afirmação na aula e a maioria dos alunos escreveu apenas que o b faz a parábola deslocar-se para a direita ou para a esquerda, sem detalhar o movimento. Eles então construíram novamente a parábola e por sugestão de Leonardo, com a ferramenta “Otimização” encontraram o ponto de mínimo, marcaram a opção para habilitar o rastro do ponto e começaram a mover o controle deslizante b para visualizar o movimento descrito pelo aluno. Luciana comentou que quando trabalhou com funções de 2º grau em sala de aula destacou apenas os aspectos relativos aos coeficientes a e c e se mostrou surpresa com a afirmação do aluno. Considerou que deveria ter ficado mais atenta às observações compartilhadas pelos alunos, pois se tivesse se atentado a essa situação durante a aula, poderia tê-la destacado em um momento de discussão coletiva para que todos a compreendessem. Essa

exploração do coeficiente b feita pelo aluno, não havia sido prevista pelos professores no planejamento da aula.

O grupo também retomou trechos do texto (CAMMAROTA; ROTONDO; CLARETO, 2018), para discutir. Fizeram comparações entre a situação descrita no texto e as ações da aula e discutiram modos de compreender o raciocínio dos alunos para identificar as habilidades e conteúdos em que eles apresentam dificuldades, ao invés de simplesmente dizer que uma resposta está errada. Para eles, os relatórios foram importantes para obter registros de como se deu o raciocínio dos alunos na aula.

No final do encontro Luciana compartilhou com o grupo a ansiedade que sentiu ao final da aula, pois ficou com a impressão de que os alunos não haviam realizado a tarefa conforme era esperado e, como não houve tempo para a discussão coletiva, sentiu que algo estava incompleto.

Porém, ao assistir ao vídeo e ler os relatórios, ficou surpresa, percebendo que os alunos fizeram as tarefas e se envolveram nas discussões da aula. Avaliou que poderia ter solicitado menos explorações para ter tempo para a realização de discussões coletivas. Destacou que, segundo interpretava, a visualização dos pontos do gráfico ao explorar a proporcionalidade entre as grandezas (função $y = 5x^2$) ficou muito ruim e que se tivesse estudado mais aquela exploração, poderia ter atribuído valores menores para o coeficiente a , o que teria favorecido a visualização dos pontos.

4.3.6 Ciclo 6: “Quero um triângulo do tipo...”

Planejamento

Nas duas semanas seguintes à discussão pós-aula do 5º ciclo, os professores se reuniram para estudar o GeoGebra, os materiais de ensino e as planilhas de desempenho dos alunos. Escolheram o tema do 6º e último ciclo e analisaram possibilidades para a elaboração de tarefas. Os encontros com a pesquisadora-formadora para o planejamento da aula do 6º ciclo ocorreram nos dias 24 e 31 de outubro de 2019 (16º e 17º encontros).

Logo no início do 16º encontro, Luciana informou que o grupo elegeu mais um tema para ser trabalhado com os alunos do 1º ano: “Razões trigonométricas nos triângulos retângulos”, previsto para o 4º bimestre. O grupo optou por, antes de introduzir o conteúdo mencionado, retomar a classificação de triângulos que consideravam importante à compreensão das relações métricas. Embora as tarefas de classificação de triângulos já tivessem sido realizadas em sala de aula, o estudo das relações métricas ainda não havia sido iniciado.

O grupo voltou-se, então, para o preparo de uma aula com o GeoGebra visando investigar a classificação de triângulos – quanto à medida de ângulos e lados – e a realização das primeiras explorações sobre relações métricas no triângulo retângulo. Para isso, a professora expôs o modo como trabalhou com a classificação de triângulos em sala de aula, construindo vários tipos de triângulos no papel, que os alunos mediram com transferidor e classificaram. O grupo selecionou tarefas do Caderno do Aluno, do 9º ano do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2014g) e do 1º ano do Ensino Médio (SÃO PAULO, 2014h), e começou a procurar, dentre as ferramentas do GeoGebra, modos de explorar que avançassem em relação ao que era possível trabalhar com lápis e papel.

Nas primeiras explorações, o grupo descobriu que é possível somar os ângulos internos dos triângulos para mostrar que, mesmo quando as medidas dos ângulos são alteradas, essa soma se mantém igual a 180° e, então, incluíram essa exploração na tarefa. Após elaborarem algumas construções e considerando as anotações feitas, definiram que a tarefa teria início com a construção de um triângulo qualquer. Os alunos deveriam buscar modos de construir esse triângulo e, depois, deveriam classificá-lo.

Nomearam a tarefa como: “Quero um triângulo do tipo...”, pois entendiam que a construção inicial seria movida para ir alterando o “tipo” de triângulo, de acordo com o que fosse solicitado pelo professor. Discutiram que o primeiro triângulo a ser solicitado seria do tipo “equilátero acutângulo”. Analisaram a possibilidade de o aluno usar a ferramenta “Polígono Regular” e, após mais algumas discussões, decidiram solicitar um tipo de triângulo que fosse impossível de ser construído para levar os alunos a pensar nas propriedades do triângulo e justificar o porquê da impossibilidade de tal construção. Alteraram a solicitação de triângulo “equilátero acutângulo” para “equilátero obtusângulo”. As explorações definidas, bem como os possíveis questionamentos levantados começaram a ser anotados pela professora no plano de aula, no qual também foi indicado que os registros das explorações dos alunos seriam feitos por meio de relatórios.

No 17º encontro definiram que, seguindo com as explorações, seria solicitado aos alunos que movimentassem os vértices para obtenção do triângulo retângulo e, após a exploração desse triângulo, questionariam sobre formas de construir esse mesmo triângulo a partir de suas propriedades, de modo que, mesmo com a movimentação dos vértices, o triângulo se mantivesse retângulo. Levantaram modos de construir um triângulo retângulo no GeoGebra a partir de um ângulo com amplitude fixa de 90° , de retas perpendiculares e dos eixos coordenados. Também estudaram as possibilidades do triângulo retângulo ser construído com ângulos notáveis de 30° e 60° , para exploração das relações entre as medidas dos lados desses

triângulos. Fizeram mais algumas explorações, analisaram as ferramentas do software, dividiram os lados dos triângulos entre si na caixa de entrada do software, utilizando nos cálculos os nomes dos segmentos relativos aos lados ao invés de medidas fixas. Aumentaram e diminuíram os lados do triângulo retângulo para verificar se as relações encontradas eram mantidas e incluíram essas ações no plano de aula. A ideia da professora era, a princípio, não nomear que tipo de relações são essas, para na próxima aula (sem o GeoGebra) retomar as explorações e falar sobre seno, cosseno e tangente.

Além das explorações e dos questionamentos, o grupo registrou no plano de aula o tema, as habilidades, as possíveis dificuldades dos alunos e a possibilidade de conduzir uma discussão coletiva a partir do compartilhamento das respostas e estratégias dos alunos. Também optou por não elaborar um roteiro para a aula, mas a professora anotou em uma folha de seu caderno as explorações que seriam solicitadas, os modos de construção discutidos e os questionamentos levantados, para se orientar na condução das ações junto aos alunos.

Por último, pensando nos alunos que resolvem as tarefas mais rapidamente, os professores decidiram solicitar-lhes que construíssem quadrados sobre os lados do triângulo retângulo, determinassem suas áreas e procurassem ver se existia uma relação entre elas. Essa exploração iria favorecer a abordagem do Teorema de Pitágoras.

Aulas

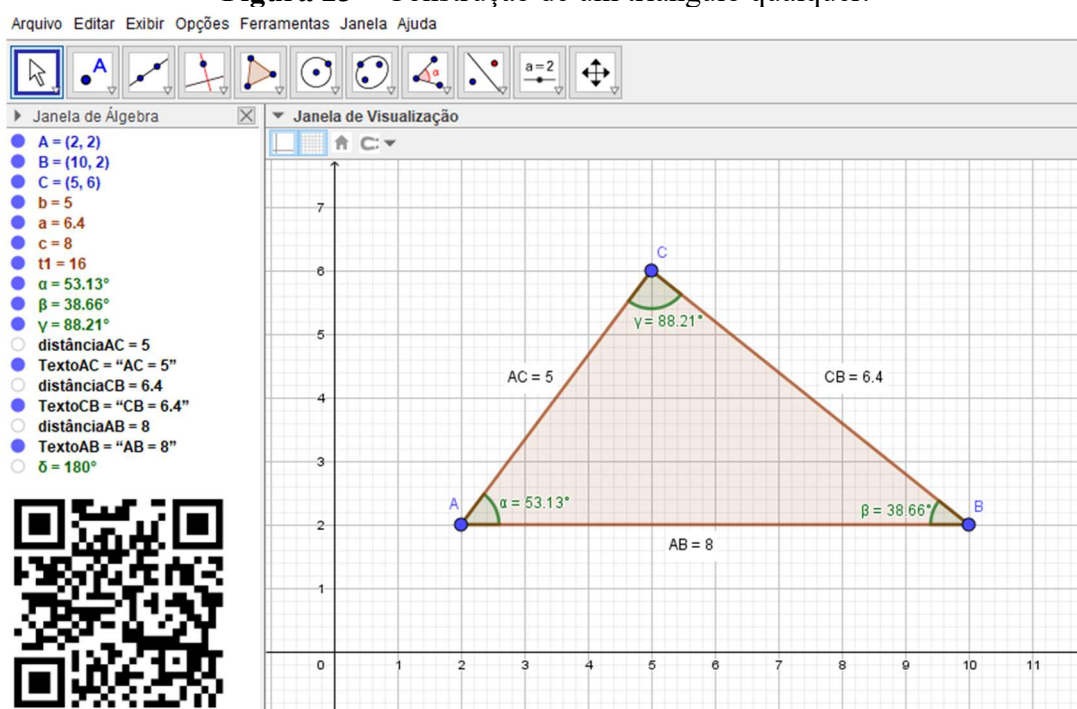
As aulas da tarefa “Quero um triângulo do tipo...” ocorreram nos dias 6 e 7 de novembro de 2019, com as turmas de 1º A e 1º C, respectivamente. A professora esclareceu que não seria possível, ainda, trabalhar com o 1º B, pois estava atrasada com o conteúdo, em decorrência dos feriados.

Na aula do 1º A participaram cerca de 20 alunos, na faixa etária de 14 e 15 anos. A pesquisadora-formadora, Euclides e Leonardo também estavam presentes. Ao entrarem no laboratório os alunos já se organizaram em duplas (ou trios) e a professora iniciou a introdução da tarefa falando sobre o relatório que eles deveriam elaborar. Assim como na aula do ciclo anterior, a introdução foi feita em várias partes, de modo que, a cada exploração sugerida, os alunos tinham alguns minutos para realizá-la e para fazer as anotações pertinentes para a elaboração do relatório.

A aula teve início com a solicitação da construção de um triângulo qualquer, sem dar aos alunos sugestões de uso de ferramentas. A maioria construiu triângulos escalenos, mas alguns alunos utilizaram pontos específicos sobre os eixos coordenados para construir triângulos isósceles, por exemplo $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ e $C(2, 0)$, e uma dupla utilizou a ferramenta

“Polígono Regular” e construiu um triângulo equilátero. Quando todos concluíram a construção, a professora pediu para que eles classifikassem os triângulos que haviam sido construídos. Os alunos observaram as ferramentas do software, folhearam o caderno e realizaram pesquisas em sites, mediram os lados e os ângulos (Figura 23) e fizeram a classificação do triângulo. A princípio, eles os classificaram apenas em relação aos lados e, após alerta da professora, fizeram a classificação em relação aos ângulos. Todos os triângulos construídos eram acutângulos.

Figura 23 – Construção de um triângulo qualquer.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Em seguida, a professora pediu para os alunos arrastarem os vértices do triângulo, modificando a medida de seus lados e ângulos, para deixá-los de acordo com um tipo específico de triângulo, conforme lhes iria solicitar. Reforçou que eles deveriam descrever no relatório os passos realizados em cada uma das transformações, por exemplo, “arrastando o vértice C, obtivemos um ângulo $\widehat{BAC}$ com amplitude maior que 90° ”.

Antes de solicitar aos alunos os triângulos específicos, a professora orientou-os para fazerem a soma dos ângulos internos do triângulo e, em seguida, escreverem a expressão $\alpha + \beta + \gamma$ na caixa de entrada do software. O objetivo era que, no decorrer das explorações, os alunos vissem que a soma se mantinha para quaisquer que fossem as medidas dos ângulos (α , β , γ). Solicitou-lhes que movessem os vértices para obter um triângulo escaleno obtusângulo (que

não estava no plano de aula) e, em seguida, um triângulo equilátero obtusângulo, conforme previsto no plano.

Nesse momento, a dupla que realizou a construção com a ferramenta “Polígono Regular” não conseguiu obter outros tipos de triângulo e solicitou o auxílio da professora. A professora explorou com a dupla o objetivo desse tipo de ferramenta, aproveitando para relembrar a ideia de polígono regular.

Com relação ao triângulo equilátero obtusângulo, a maioria dos alunos moveu os vértices por vários minutos, solicitou a ajuda dos colegas e do professor, até que viram que não seria possível realizar tal construção, mas não souberam apresentar argumentos para tal impossibilidade. Visando contribuir com a argumentação dos alunos, a professora sugeriu-lhes considerar a soma dos ângulos internos.

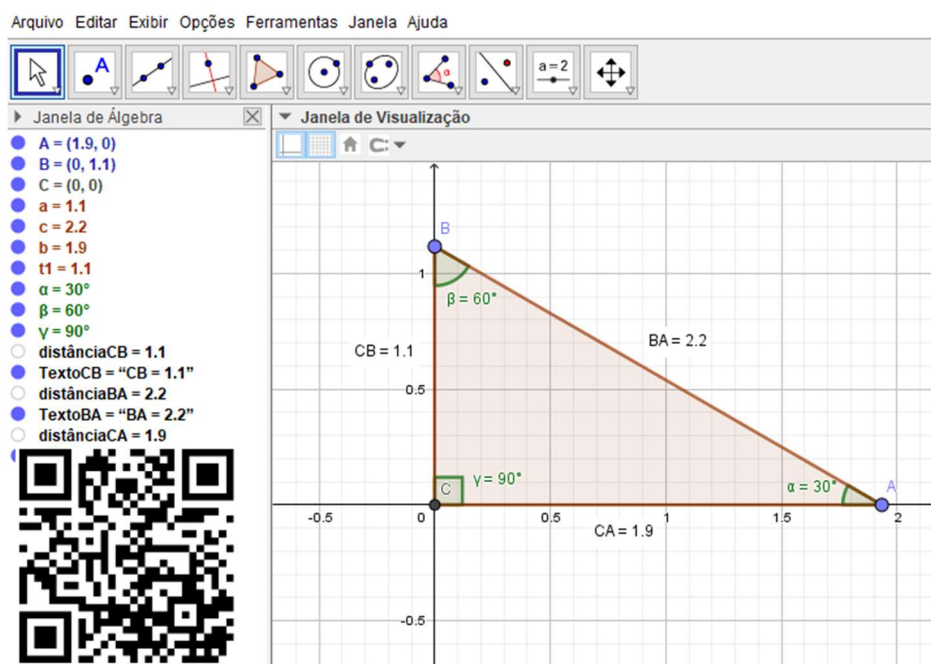
Antes de introduzir a próxima parte da tarefa, na tentativa de iniciar uma discussão coletiva, a professora solicitou que os alunos compartilhassem suas estratégias para obter os triângulos. Os alunos não responderam prontamente e, após incentivo da professora, um aluno decidiu falar. Disse que, após realizar uma pesquisa na internet, classificou o primeiro triângulo construído como isósceles, mas não tinha certeza dessa resposta, porque o triângulo encontrado na pesquisa era mais “esticado” do que o dele. A professora incentivou os demais alunos a comentarem a resposta do colega, mas, diante do silêncio, observou que a imagem a que ele se referia como mais “esticada” representava um triângulo com uma altura relativa à base maior do que o construído por ele. A professora aproveitou para explicar a classificação de triângulos, dizendo que esse processo de classificar requer a busca por regularidades que se mantêm na construção, no caso do triângulo isósceles o que se mantém é a congruência entre dois lados e dois ângulos.

Outra situação que se destaca na discussão coletiva, é em relação à resposta de uma aluna sobre a tentativa de construir um triângulo equilátero obtusângulo. Ela concluiu que, por se tratar de um triângulo equilátero, deveria possuir os três ângulos de mesma medida e, portanto, não seria possível obter um triângulo desse tipo com ângulos maiores que 90° . Para argumentar sobre seu raciocínio, trouxe a soma dos ângulos internos de um triângulo que deve ser igual a 180° . Quando a professora solicitou que os colegas comentassem essa afirmação, uma aluna respondeu não ter pensado nessa possibilidade, pois se a professora pediu para construir o triângulo, eles não pensariam que ele não existiria.

Seguindo com a aula, a professora solicitou-lhes a construção de um triângulo retângulo isósceles. Feita a construção, ela pediu que os alunos movessem novamente os vértices para obter um triângulo retângulo com dois ângulos internos de medida 30° e 60° . No entanto, como

não haviam feito a construção do triângulo com ângulo fixo de 90° , os alunos apresentaram dificuldades para atender ao solicitado. A professora sugeriu-lhes que fizessem uma nova construção usando os eixos coordenados como retas perpendiculares (suporte para os lados do triângulo).

Figura 24 – Construção de um triângulo retângulo sobre os eixos coordenados.



Fonte: Elaborado por um aluno.

A partir da construção da Figura 24, a professora pediu para que os alunos identificassem a hipotenusa e os catetos adjacentes e opostos de cada ângulo do triângulo, realizassem algumas explorações com os triângulos como dividir as medidas dos lados entre si para obter relações e alterassem o tamanho dos lados para ver se essas relações se mantinham. Não houve tempo para que as conclusões obtidas fossem compartilhadas coletivamente.

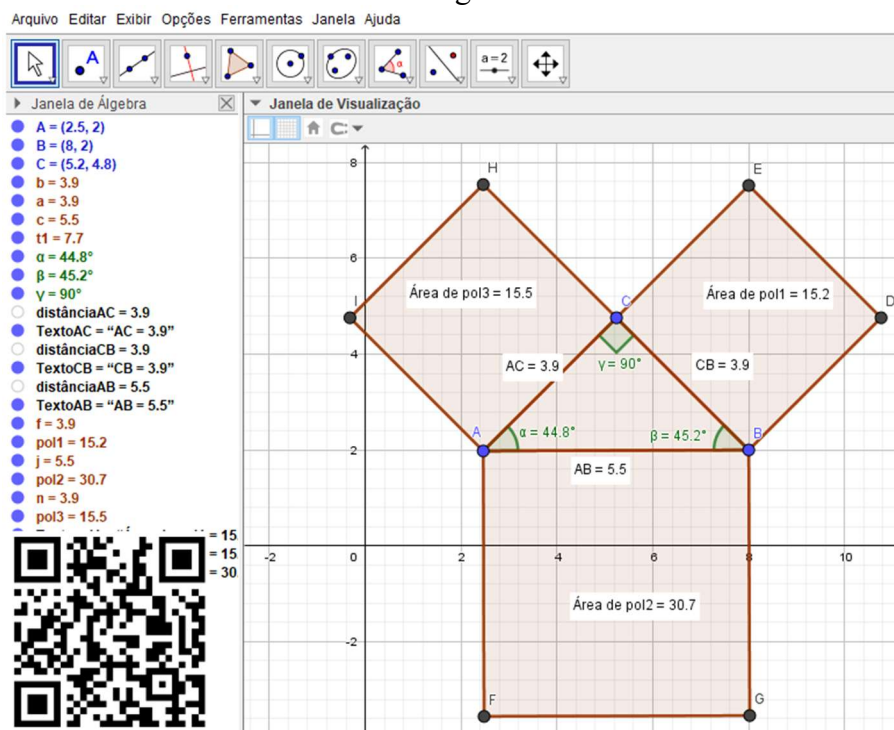
Assim que os alunos do 1º A deixaram o laboratório de informática, a professora comentou com os colegas do grupo que gostaria de realizar algumas adequações no plano de aula para as explorações que seriam feitas com o 1º C. Portanto, na aula ocorrida no dia seguinte as ações tiveram algumas alterações.

Na aula do 1º C estavam presentes cerca de 25 alunos, além dos três professores do grupo, o PCG e a pesquisadora-formadora. A introdução da tarefa se deu de modo semelhante ao que foi feito no 1º A, alterando-se apenas a partir da construção do triângulo retângulo isósceles. A professora solicitou aos alunos que, ao invés de medir os lados e estabelecer

relações, construíam sobre esses lados quadrados e determinassem sua área. Seu objetivo foi retomar o Teorema de Pitágoras.

Para determinar a relação entre as áreas dos quadrados, que foi então solicitada pela professora, os alunos localizaram uma ferramenta denominada “Relação” (que não havia sido considerada pelos professores no planejamento da aula) e com ela estabeleceram relações entre dois objetos escolhidos aleatoriamente na construção. Por exemplo, o paralelismo entre dois lados dos quadrados, a igualdade dos comprimentos dos lados, a diferença entre áreas, etc. No entanto, depois de explorarem as possibilidades da ferramenta, a professora informou-lhes de que nenhuma das relações encontradas era a solicitada por ela. Após várias perguntas e discussão com os colegas, os alunos mediram as áreas dos quadrados, moveram os vértices do triângulo e conseguiram concluir que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo retângulo (quadrados menores) era igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa (quadrado maior). A construção obtida pelos alunos está representada na Figura 25.

Figura 25 – Construção dos quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo.



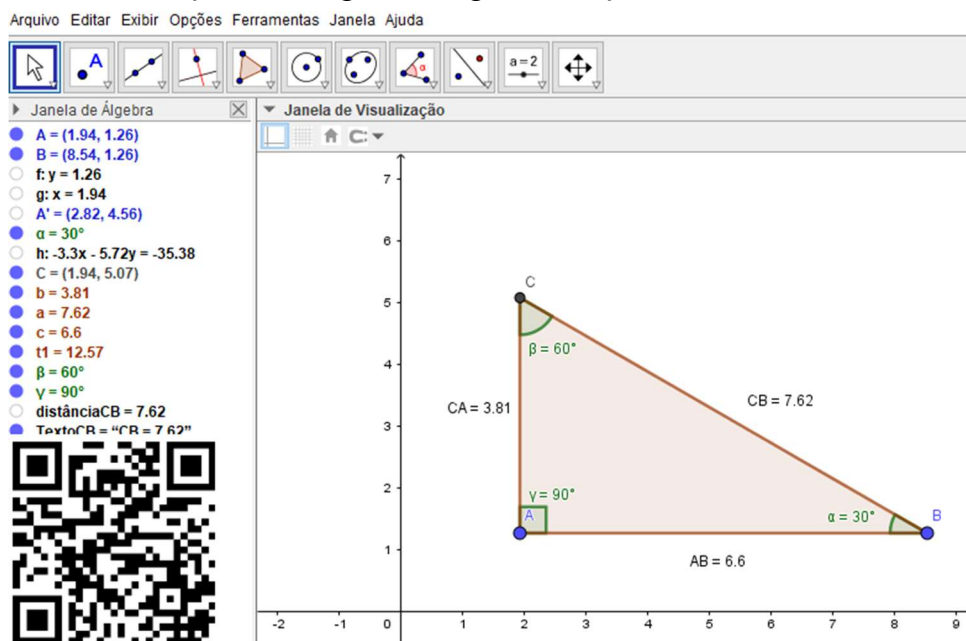
Fonte: Elaborado por um aluno.

Para a discussão coletiva, algumas duplas compartilharam o que haviam entendido sobre a classificação dos triângulos construídos. Um aluno falou da igualdade entre a área do

quadrado maior e a soma das áreas dos quadrados menores construídos sobre os lados do triângulo retângulo. Essa fala permitiu que Luciana retomasse o Teorema de Pitágoras. Nesse momento, um dos alunos, que havia movido os vértices do seu triângulo para analisar se o teorema era válido para outras medidas de lado, posicionou-o com um ângulo de $91,03^\circ$ e afirmou que encontrou medidas para as quais a relação não era válida. A professora ao ver o que ele havia feito, compartilhou com a turma sua construção e os alunos identificaram que o ângulo não era 90° . A professora aproveitou para reforçar que o Teorema de Pitágoras é válido para triângulos retângulos. Aproveitou, também, para destacar características do triângulo retângulo que deveriam ser consideradas para a sua construção, para que, mesmo movendo os vértices, o ângulo de 90° fosse mantido.

Orientou, então, uma construção para um triângulo com ângulos de 90° , 30° e 60° e seguiu com as explorações, conforme fez no 1º A. Isto é, os alunos identificaram a hipotenusa e os catetos adjacentes e opostos aos ângulos de 30° e 60° e, utilizando os segmentos construídos sobre os catetos e a hipotenusa do triângulo, dividiram as medidas dos lados do triângulo entre si na caixa de entrada do GeoGebra (Figura 26). Por exemplo, fazendo AB por BC – cateto adjacente ao ângulo de 30° pela hipotenusa – obtiveram um valor que registraram no relatório. Fizeram o mesmo para as demais relações.

Figura 26 – Construção do triângulo retângulo e relação entre as medidas dos seus lados.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Com essa turma houve tempo para a professora nomear as relações como seno, cosseno e tangente. Durante as explorações, os alunos identificaram a igualdade entre o seno de um ângulo e o cosseno do seu complemento. No entanto, a aula foi encerrada com essas explorações, de modo que não houve tempo para a realização de uma discussão coletiva, que retomasse os conhecimentos trabalhados por meio dessas últimas explorações.

Discussão Pós-Aula

Na semana seguinte, em 14 de novembro de 2019, o grupo se reuniu para discutir a experiência vivida no último ciclo de estudo de aula (18º encontro). Antes de assistirem ao vídeo, Luciana retomou brevemente a tarefa da aula. Assim como nos encontros anteriores, o grupo assistiu duas vezes ao vídeo, retomou os registros feitos no plano de aula, compartilhou as anotações que fizeram durante a observação da aula e considerou os relatórios elaborados pelos alunos.

A princípio, os professores destacaram para discussão dois trechos com situações em que os alunos ficaram por quase 10 minutos tentando obter triângulos que não eram possíveis de construir. Em um dos trechos o aluno estava tentando construir um triângulo equilátero obtusângulo e no outro uma aluna tentava obter um triângulo isósceles retângulo com dois ângulos de 90° . Os professores mostraram-se surpresos com a quantidade de tempo que os alunos dedicaram à exploração sem desistir da tentativa. Nas duas situações, os alunos recorreram aos colegas para resolver o problema. O grupo atribuiu a dificuldade dos alunos em reconhecer a impossibilidade de construção dos triângulos, ao fato deles não estarem acostumados a trabalhar com argumentação e a justificar suas respostas. Essa dificuldade já havia sido apontada no plano de aula. Também retomaram o comentário feito pela aluna na discussão coletiva, indicando que o professor só solicita uma tarefa quando ela é possível de ser realizada.

Chamou a atenção do grupo outro trecho em que viram um aluno que não costumava participar das aulas de matemática, realizando todas as explorações com o GeoGebra. Comentaram outros trechos em que os alunos expunham dúvidas. Um deles o aluno questiona o porquê de as medidas dos ângulos não se alterarem quando os vértices eram movimentados, já que via que as medidas dos lados eram alteradas. A professora, na aula, não ouve a pergunta do aluno e ele fica sem resposta. O grupo considerou que seria uma oportunidade para falar sobre “semelhança de triângulos” e que isso deveria ser tratado em algum momento posterior com toda a turma. Em outro trecho uma aluna questiona a professora a respeito de qual ferramenta do GeoGebra poderia utilizar para medir os ângulos e a professora, sem entender

sua pergunta, dá-lhe a resposta da tarefa. Ao ver isso a professora comenta com o grupo que, assistir ao vídeo tem feito ela pensar sobre a possibilidade de, na aula, não dar tantas vezes a resposta aos alunos, procurando fazê-los pensar mais (porque, mesmo não entendendo a pergunta, ela já lhe deu a resposta).

Destacaram o fato de os alunos reproduzirem no papel, no relatório, todas as construções da tela do software (fizeram esboço das figuras), indicando suas respectivas medidas de lados e ângulos. Também identificaram que a maioria dos alunos construiu triângulos cujos vértices da base ficaram sobre o eixo dos xx e os que não estavam sobre o eixo dos xx , tinham a base paralela a ele. Uma aluna chegou a afirmar que o triângulo estava “torto” quando a colega moveu o seu triângulo para acertar os ângulos e tirou da posição (um dos lados paralelos ao eixo dos xx). Os professores consideraram que deveriam prestar mais atenção no modo como estão construindo esses triângulos na lousa, buscando diferentes posições para representá-los, pois essa atitude do aluno pode estar refletindo o modo como eles estão trabalhando em sala de aula. Acrescentaram que o ideal para desenvolver a capacidade de visualização é ter os triângulos construídos em posições variadas.

De modo geral, os professores destacaram que os alunos não mais demonstravam receio em dizer ao professor o que encontravam nas pesquisas realizadas em sites e ressaltaram trechos em que os alunos usavam a linguagem matemática para se expressar – por exemplo, referindo-se aos lados dos triângulos como segmentos de reta.

Relativamente às discussões coletivas, afirmaram que, ainda que nem sempre tenha dado tempo de retomar o que foi trabalhado na aula, os momentos em que elas ocorreram representava um avanço, pois não estavam acostumados a trabalhar desse modo. Destacaram considerar importante prever esse momento já no plano de aula, dedicando-lhe mais tempo para poder retomar as tarefas e incentivar a participação dos alunos. É, também, um momento favorável à retomada e aprofundamento dos conteúdos matemáticos. Conversaram sobre os modos de, em sala de aula, dar continuidade ao tema resgatando as explorações do GeoGebra. Luciana se propôs a realizar uma discussão coletiva nas próximas aulas do 1º A e do 1º C, para retomar as situações destacadas durante a discussão da aula e expor as dificuldades apresentadas pelos alunos nos relatórios.

Pouco antes do encerramento, os professores falaram sobre suas aprendizagens no decorrer dos encontros de estudo de aula, agradeceram a parceria dos membros do grupo e se dispuseram a continuar com os encontros no ano seguinte.

5 A ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA VIVIDA

Conforme explicitado na seção “A Metodologia: compreensões acerca do interrogado”, os dados da pesquisa constituíram-se ao estar junto ao grupo de formação de professores, no contexto em que as ações de estudo de aula ocorreram, favorecendo discussões acerca das práticas do professor de matemática com tecnologia. Essas discussões foram filmadas e transcritas, dando-nos abertura para analisar a experiência vivida à luz de nossa interrogação. Assim, assumindo a postura fenomenológica, iniciamos o movimento da análise ideográfica.

5.1 ANÁLISE IDEOGRÁFICA

A análise ideográfica visa explicitar a compreensão da pesquisadora acerca das falas individuais dos professores e será exposta nos Quadros 2 a 7. Esses quadros são organizados em quatro colunas. Na primeira coluna é apresentado um código construído para identificar as unidades de significado (UDS) destacadas ao longo da transcrição das falas dos professores. Nesse código, o primeiro número é usado para identificar o ciclo em que se deu a fala que originou a UDS. Como foram realizados seis ciclos, esses números seguirão uma sequência de 1 a 6.

A segunda identificação no código é um par de letras, ou siglas, que se referem à etapa do ciclo de estudo de aula em que a fala foi expressa pelo professor. Chamamos a atenção para o fato de que os diálogos dos professores ocorreram nas etapas de Estudo de Conteúdos/Definição do Tema, Planejamento e Discussão pós-aula, uma vez que na aula os professores mantiveram o foco na atividade do aluno e não em discutir e analisar modos de ser com tecnologias. Portanto, teremos as siglas DT, PL e DA, respectivamente. Na sequência, temos a terceira identificação que indica qual professor é o autor da fala destacada. Ou seja, no quadro há trechos do que foi expresso por Euclides (Eu), Leonardo (Le) e Luciana (Lu).

Por último, temos a quarta identificação que é numérica e indica, em ordem crescente, as UDS que são apresentadas em cada um dos Quadros. Por exemplo, o código 1.PL.Lu.5, indica que a fala foi destacada das discussões do 1º ciclo (1), na etapa de planejamento (PL), expressa por Luciana (Lu) e é a quinta (5) UDS do Quadro 2.

A segunda coluna dos Quadros 2 a 7 é nomeada de Unidade de Significado e traz o trecho extraído da transcrição da fala do professor, usando exatamente as palavras dele, isto é, do modo pelo qual foi dito. O destaque dessas UDS é feito considerando os trechos da fala do professor que são significativos ao pesquisador para que ele compreenda o que é interrogado.

Na terceira coluna é apresentada a explicitação do pesquisador, isto é, a interpretação acerca do que foi dito pelo professor. Por último, na quarta coluna, é destacada a ideia nuclear visando expressar o que é essencial na fala do professor para a compreensão do interrogado. Essa quarta coluna é construída posteriormente, ou seja, após construir os Quadros de 2 a 7, voltamos para a terceira coluna buscando interpretar o sentido que o dito pelo professor tem para o pesquisador à luz de sua interrogação e construímos essa quarta coluna.

Cabe ressaltar que ao voltar aos quadros, perguntando-nos pelo o que as UDS dizem, destacamos o que é central nas falas e, voltando mais vezes sempre na intenção de compreender o dito, destacamos núcleos identificados no quadro por cores, já apontando os caminhos da redução fenomenológica, dirigindo-se às normas. Assim, esse movimento da análise ideográfica irá orientar a elaboração dos Quadros 8 a 13, já caminhando para a análise nomotética que visa os aspectos gerais do que na pesquisa se mostra relevante para a compreensão do que é investigado.

Quadro 2 – Análise Ideográfica: Ciclo 1 “O Problema do Taxista”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
1.PL.Lu.1	A gente pode colocar uma situação ali [no quadro] e ficar só naquilo, sendo que aqui [com o GeoGebra] eu exploro muito mais e o aluno tem essa noção, o que que acontece? O que os coeficientes vão interferindo no gráfico? Na construção do gráfico.	A professora afirma que se a situação for trabalhada com o GeoGebra mais possibilidades de exploração são abertas. Por exemplo, no trabalho com funções polinomiais, o aluno poderá explorar os modos pelos quais a alteração dos coeficientes de uma função pode alterar a representação do gráfico.	Reconhece as possibilidades de exploração que o aluno tem com o GeoGebra.
1.PL.Lu.2	Ah! Pode fazer uma nova [construção no GeoGebra]. É bom que a gente já vai treinando para fazer na aula.	A professora sugere aos outros professores que elaborem novamente uma construção que já estava pronta, para que o grupo possa praticar o modo pelo qual a construção é feita e, com isso, poder preparar-se para a prática de sala de aula.	Disposição para fazer uma nova construção como meio de treinar o uso do software para o trabalho na sala de aula.
1.PL.Eu.3	Antes de explorar isso com os alunos tem que explorar com a gente também [risos].	O professor afirma que as explorações previstas para a aula deverão ser realizadas	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
		pelo grupo, antes de serem feitas com os alunos.	
1.PL.Eu.4	Eventualmente, tem que treinar um pouquinho [as funcionalidades do software], porque sempre há uma dúvida no meio do caminho. É bom que aqui [grupo de formação] um ajuda o outro.	O professor afirma que sempre surgem dúvidas quando está trabalhando com o software e que, por isso, precisa praticar. Reconhece que as discussões no grupo de formação favorecem o conhecimento do software, uma vez que possibilitam aos professores auxiliarem-se uns aos outros.	O estar com o outro professor dá abertura para pensar o ensino com a tecnologia.
1.PL.Lu.5	Eu falei para a Carol que no começo dá a impressão que eles não estão entendendo. Aí, daqui a pouco, eles começam a pegar, começam a entender, começam a fazer perguntas para a gente.	A professora afirma que no início da aula com o GeoGebra tem a impressão de que os alunos não estão entendendo o que está sendo proposto. Mas se surpreende ao constatar que eles estão acompanhando, envolvendo-se, perguntando.	Entende, pela atividade do aluno, que ele demonstra estar aprendendo.
1.PL.Lu.6	Mas é bem interessante essas aulas assim com o GeoGebra, nesse sentido, porque você faz uma [aula] e você vai olhando. O ideal é que você mesmo faça uma [aula], depois faça em outra sala e conforme você vai	A professora afirma que à medida que vai realizando uma aula com o GeoGebra, com turmas diferentes, vê possibilidades de	Possibilidades de melhorar as práticas a partir da análise da experiência vivida.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	fazendo, você vai olhando a dificuldade do aluno, o que que você tem que melhorar na sua aula? O que não foi lá grande coisa.	melhorar sua prática, a partir da análise da experiência vivida.	
1.PL.Lu.7	A gente fica muito preso naquele tipo de trabalhar matemática a parte conceitual. Mas você [pesquisadora] acha, por exemplo, que tem como trabalhar com a prática primeiro e depois ir para o conceito? Você acha que eles conseguem construir melhor? Eu não sei vocês, mas eu fico muito presa naquela forma que eu aprendi.	A professora afirma que ao conduzir suas aulas sente-se “presa” ao modo pelo qual aprendeu matemática, isto é, um modo em que se ensina a matemática a partir da exposição da teoria e depois busca-se outros recursos por meio dos quais os alunos possam realizar verificações. Questiona a pesquisadora sobre a possibilidade de mudar sua prática, para ensinar os conteúdos com a tecnologia.	Declara que ensina matemática do modo pelo qual aprendeu, a partir da teoria. Mostra-se interessada em saber se há possibilidades diferentes de ensinar com tecnologias.
1.PL.Lu.8	Então, eu acho muito legal [ensinar um conteúdo com a tecnologia e depois retomá-lo na aula expositiva]! Porque às vezes a gente fica muito preso nessa maneira de trabalhar da gente, que é o jeito que a gente aprendeu.	A professora considera interessante uma proposta da pesquisadora de ensinar os conteúdos no GeoGebra para depois retomá-los nas aulas expositivas. Reforça que sente-se “presa” ao mesmo modo de ensinar matemática, sendo esse o modo pelo qual aprendeu, a partir da teoria.	Manifesta uma abertura para compreender o ensinar com tecnologia.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
			Declara que ensina matemática do modo pelo qual aprendeu, a partir da teoria.
1.PL.Le.9	Porque essa é a vantagem aqui [grupo], a gente pensa na aula com o GeoGebra. Porque no dia a dia normal a gente só tem as nossas aulas expositivas.	O professor considera que os encontros com o grupo são espaços para a reflexão sobre a possibilidade de aulas com o GeoGebra. Reconhece que em sua rotina de trabalho não há abertura para esse tipo de reflexão.	O estar com o outro professor dá abertura para pensar o ensino com a tecnologia.
1.PL.Lu.10	Eu, por exemplo, fico muito presa. Eu conversei isso com o Euclides, a gente fica muito preso na maneira que a gente aprendeu, de ensinar primeiro na aula expositiva, e os alunos são completamente diferentes da gente. Eles trabalham o tempo todo com computador, com celular e é muito diferente. E a maneira deles aprenderem também é muito diferente da gente. As vezes a gente quer fazer da maneira como a gente aprendeu, então tem que ter essa mudança. Não adianta a gente ficar muito preso, então por isso que é importante esse momento de discussão. Porque as vezes a gente até lê umas teorias, mas ficam muito	A professora afirma que se sente “presa” a ensinar matemática do modo pelo qual aprendeu, a partir da exposição da teoria. Considera que o modo de os alunos aprenderem é diferente, uma vez que possuem familiaridade com as tecnologias. Reconhece que uma mudança em seu modo de ensinar é necessária e que estar junto à pesquisadora e aos outros professores, vivenciando momentos de discussão, é importante para o	Reconhece que o seu modo de ensinar matemática é por meio de aula expositiva. Entende que os alunos têm familiaridade com tecnologias e isso pode ser útil para o professor.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	distantes da realidade da gente. Por isso é bom que você [pesquisadora] esteja participando desse momento, a gente está sempre juntos, sempre fazendo cursos.	processo de mudança, pois está próximo da realidade da escola.	Reconhece a importância de estar junto ao grupo construindo um modo de ensinar com tecnologias.
1.PL.Lu.11	Eu acho que o GeoGebra dá essa possibilidade da gente construir com eles o conceito. Para ele [aluno] saber, por exemplo, que para ele construir um triângulo qualquer, para ele fazer base vezes altura, ele vai ter que saber o que que é a altura ali.	A professora afirma que com o GeoGebra há a possibilidade de construir conceitos junto com os alunos, considerando que para eles realizarem construções com o software precisam conhecer a definição dos elementos envolvidos na construção.	Reconhece a possibilidade de o aluno aprender com a tecnologia. Identifica que a construção no GeoGebra possibilita que o aluno conheça propriedades.
1.PL.Lu.12	Porque quando eu levei eles [alunos] para lá [laboratório de informática] [...] eu ainda falei, é uma coisa que ele [aluno] vai percebendo que até então ele não sabia, que às vezes na sala de aula ele constrói, quer dizer, se você [professor] faz a altura, ele [aluno] copia e nem sabe porque é assim. Para ele [aluno] passa batido, porque ele constrói do jeito que você fez ali no quadro. Agora lá [na	A professora afirma que a aula com o GeoGebra possibilitou aos alunos compreender o que é a altura do triângulo. Atribui essa compreensão ao fato de que com o GeoGebra foi necessário compreender o que é a altura do triângulo para realizar o cálculo	Identifica que com o GeoGebra o aluno precisa pensar na construção.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	aula com o GeoGebra] você tem que fazer direitinho porque, primeiro, não vai bater o cálculo se você fizer uma altura errada lá. Sei lá, não vai bater com aquela área que já está formada lá, está dada lá [janela de álgebra], então tudo isso é interessante.	de sua área, que coincidissem com o valor dado na janela de álgebra do GeoGebra.	Identifica que a construção no GeoGebra possibilita que o aluno conheça propriedades.
1.PL.Lu.13	Legal poder ver tudo isso. Porque a gente tem uma dificuldade às vezes no desenho. Você faz esse desenho no quadro e às vezes tem aluno que não enxerga. Se você fala de face, de aresta, às vezes tem aluno que não consegue enxergar, tem uma dificuldade. Tem aluno que tem dificuldade. Agora isso aqui [construção no GeoGebra] você mostra para ele, você não tem o sólido ali na sua mão, mas é quase como se tivesse.	A professora afirma que o aluno tem dificuldade em visualizar as figuras geométricas desenhadas no quadro. Considera que o GeoGebra favorece a visualização, pois é como se estivesse com sólidos geométricos nas mãos.	Identifica a potencialidade do software para a visualização.
1.PL.Le.14	Tem uma atividade prática que é fazer aquela [tarefa] da roda gigante, fazer ela aqui no papelão. Você faz o movimento no círculo trigonométrico e ele te dá a função. É muito mais fácil fazer isso no GeoGebra! É o da roda gigante. Olha lá! Só que ele [Caderno do Aluno] quer fazer com tampinha e papelão. Eu acho um absurdo ficar	O professor afirma que em uma tarefa do Caderno do Aluno é solicitada a elaboração do círculo trigonométrico por meio de uma construção manipulativa. Considera que a tarefa pode ser feita no GeoGebra, atendendo aos mesmos objetivos.	Reconhece que a construção no GeoGebra pode substituir construções manipulativas.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	perdendo tempo em fazer isso com o aluno [...]. Isso para mim [construção no GeoGebra] é concreto também. Eu não preciso fazer no papelão. Isso também é o concreto.		Entende que o software potencializa a visualização.
1.DA.Lu.15	Eu acho assim, o que ficaria interessante para gente no ano que vem? É já planejar as aulas de GeoGebra [...] para saber que a gente vai trabalhar tantas aulas naquele bimestre [...] a gente está se adequando a isso, está se aperfeiçoando. Eu acho, por exemplo, que eu ainda preciso usar mais, que eu acho que eu ainda estou usando pouco [o GeoGebra nas aulas].	A professora propõe que no planejamento bimestral das aulas de matemática sejam incluídas aulas com o GeoGebra, para que saiba desde o início quantas aulas irá fazer com o software. Considera que precisa continuar se aperfeiçoando e que precisa realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.	Manifesta que precisa continuar se aperfeiçoando. Considera importante realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.
1.DA.Lu.16	Ahh! É bom olhar o vídeo, porque senão tem coisa que passa. É muita informação naquele momento, na aula [com o GeoGebra] [...]. É que as vezes passa despercebido alguma coisa que você teria que ver.	A professora afirma que na aula com o software precisa lidar com muitas informações ao mesmo tempo, por isso assistir a gravação é importante para que todo o grupo de professores possa ver situações relevantes que não foram vistas durante a aula.	Considera que a aula com o software tem muitas informações, que podem ser vistas na gravação.
1.DA.Lu.17	Eles [alunos] não têm dificuldade de fazer, de ir vendo e ir fazendo os passos [das construções com o software].	A professora afirma que na aula com o GeoGebra os alunos não têm dificuldade em	Reconhece que o aluno não tem dificuldade em seguir os passos

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
	Eles têm dificuldade de enxergar da maneira que a gente quer que eles enxerguem.	fazer os passos indicados pelo professor para realizar as construções. Complementa que a dificuldade dos alunos está em explorar as tarefas do modo que é esperado pelo professor.	da tarefa e realizar as construções. Entende que o aluno tem dificuldade em articular o que faz com a ideia matemática que o professor quer que ele veja.
1.DA.Le.18	A gente tem que falar menos e deixar o aluno mexer mais.	O professor afirma que precisa falar menos durante as aulas com o software, para que o aluno tenha mais tempo para realizar explorações.	Reconhece a importância de fazer menos interferência para deixar o aluno realizar explorações com o software.
1.DA.Lu.19	Eu acho assim, que a gente tem que começar a trabalhar mais vezes e começar no 1º [ano do Ensino Médio]. Eu trabalhei três atividades com o GeoGebra. É muito pouco, muito pouco, a gente precisa intensificar mais.	A professora destaca que é necessário realizar uma quantidade maior de aulas com o GeoGebra, desde as turmas de 1º ano do Ensino Médio.	Manifesta a importância de realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
			Manifesta que é importante trabalhar com o GeoGebra desde o 1º ano.
1.DA.Le.20	Com a gravação [da aula] a gente vai retomando as coisas que a gente não viu na aula. É essa a ideia. Por exemplo, quando ele [aluno] fala que [o gráfico] está entortando, não está entortando, está inclinando, a gente pode até dizer [fez um gesto com a mão] isso é entortar, não é verdade?	O professor destaca que a gravação da aula possibilita retomar explorações que não foram vistas e discutidas pelo professor durante a aula. Cita como exemplo uma situação que viu somente ao assistir a gravação.	A gravação permite ver situações que não foram vistas durante a aula.
1.DA.Lu.21	A gente vê [na aula com o GeoGebra] ele [aluno] analisando e construindo o raciocínio.	A professora afirma que a aula com o software possibilita ao professor ver o aluno analisando as construções vistas na tela do computador para construir seu raciocínio.	Identifica que a exploração com o software possibilita ao professor ver o aluno construindo o raciocínio matemático.
1.DA.Eu.22	Eu mesmo, quando converso com a Luciana, eu falo que preciso treinar um pouquinho mais, para poder passar melhor pra eles [alunos].	O professor reconhece que precisa aprender mais sobre as funcionalidades do software para poder melhorar seu modo de ensinar com a tecnologia.	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
1.DA.Eu.23	A gente tem que treinar para aprender antes de ensinar.	O professor afirma que antes de ensinar com o software, o professor precisa treinar as suas funcionalidades para aprender a trabalhar com ele.	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.
1.DA.Lu.24	Mas eu também, tem algumas coisas que eu fico enroscada. Eu acho que a gente vai ter que treinar mais, vai ter que pegar aquela atividade [Problema do Taxista], vai ter que arrumar tempo [para estudar o software], Euclides.	A professora reconhece que possui dificuldades em elaborar algumas construções com o GeoGebra. Destaca que para superar essas dificuldades precisar arrumar tempo para dedicar-se a estudar o software.	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.
1.DA.Lu.25	A gente já deu um passo, porque esse 1º ano [do Ensino Médio] nosso, a gente já teve uma noção de GeoGebra, coisa que a gente não tinha nos anos anteriores. Então a gente já deu um passinho, um passinho pequeno, mas deu. Então, por exemplo, o aluno do 2º ano já vai ter um pouquinho mais de noção [do GeoGebra].	A professora reconhece que o trabalho com o software ainda é inicial, mas que representa uma abertura importante para que possam dar continuidade às práticas com ele nos próximos anos.	Reconhece que o trabalho com o software ainda é inicial, mas que a sua continuidade pode ser importante. Identifica que o aluno que já fez explorações com o GeoGebra poderá avançar.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
1.DA.Lu.26	Acho bom planejar as aulas já, inclusive, por exemplo, já fazer um planejamento tal aula vai usar o GeoGebra [...] porque daí já vai para lá [laboratório de informática] sabendo que vai usar aquelas aulas. Porque eu acho que dá uma clareza muito melhor. Trigonometria, por exemplo, a gente ficava tão boiando nas aulas de trigonometria e isso aqui [GeoGebra] dá uma visão melhor. O aluno já sai com mais conceito.	A professora afirma que é importante incluírem explorações com o GeoGebra no planejamento das aulas do bimestre. Afirma que as aulas com o GeoGebra favorecem a visualização dos conteúdos que eles têm dificuldade de ensinar em sala de aula, tornando-os mais claros aos alunos.	Identifica conteúdos que podem ter a sua visualização favorecida por meio do GeoGebra. Reconhece a importância do trabalho com o GeoGebra estar previsto no planejamento.
1.DA.Lu.27	Eu, por exemplo, eu tenho que treinar mais. Assim, eu tenho dificuldade, por exemplo, algumas atividades como essa [Problema do Taxista] eu faço mais tranquila [...] aquela da trigonometria eu preciso arrumar um tempo de fazer, fazer aquele passo a passo [...]. Mas a gente vai fazendo, vai treinando. Essas coisas que a gente tem dificuldade a gente vai treinando.	A professora identifica construções que possui mais dificuldade em fazer no GeoGebra. Afirma que busca superar essa dificuldade treinando os passos dessas construções.	Identifica tarefas em que possui mais dificuldade e que precisa treinar mais.
1.DA.Eu.28	A facilidade da compreensão do aluno, o retorno que o aluno me deu em relação ao entendimento, a facilidade [com as explorações] que ele demonstrou na minha aula com o GeoGebra, melhorou bastante.	O professor afirma que na sua aula com o GeoGebra os alunos demonstraram ter facilidade na realização das explorações e melhor entendimento dos conteúdos.	Identifica uma melhora no entendimento do aluno.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
			Identifica mais facilidade com a exploração.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 3 – Análise Ideográfica: Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
2.DT.Lu.1	Então, isso que a gente tem que deixar claro para o aluno [...]. Por que você vai trabalhar com esse material [GeoGebra]? O que ele vai acrescentar para o aluno na aprendizagem matemática, na hora que ele [aluno] está manipulando? Então tem que saber fazer essa conexão da atividade no GeoGebra com o conteúdo [matemático].	A professora afirma que deve deixar claro para os alunos o objetivo do trabalho com o GeoGebra. Reforça a necessidade de estabelecer uma relação entre a tarefa realizada com o software e o conteúdo matemático.	Preocupação em expor os objetivos da aula. Preocupação em relacionar a construção no software com o conteúdo matemático.
2.DT.Lu.2	Eu acho que a gente tem que tentar aproveitar o que o GeoGebra traz para gente que a gente não consegue [explorar] na lousa. É aquilo que a gente fala, às vezes o aluno está construindo na mão ali [no papel] e ele não fica atento a certos conceitos que lá no GeoGebra ele já tem	A professora considera que o GeoGebra pode ser uma opção para a elaboração de construções que no papel o aluno faz sem se ater aos conceitos envolvidos.	Sugere o GeoGebra como possibilidade para realizar explorações que não consegue na lousa.

	que saber. Se ele vai trabalhar com um ângulo ali [no GeoGebra], aquilo tem que estar claro na cabeça dele. No desenho, às vezes ele desenha e nem está sabendo o que ele está desenhando, então a gente tem que aproveitar isso que o GeoGebra tem.		Reconhece as possibilidades de exploração que o aluno tem com o GeoGebra.
2.DT.Eu.3	O GeoGebra tem umas horas que ele passa a ser concreto. Determinada hora.	O professor afirma que há momentos em que a exploração com o GeoGebra mostra-se como um trabalho concreto.	Identifica no GeoGebra uma possibilidade de fazer ver (dar clareza).
2.DT.Lu.4	Aí eu pensei [em trabalhar] nessa parte mesmo de gráfico. A gente tem que ver o que vai trazer conhecimento, o que o aluno vai poder aproveitar melhor da atividade [...]. O que o GeoGebra pode proporcionar para ele. Porque às vezes, em determinadas construções que a gente faz no caderno, eles [alunos] não fazem direito. Eles só copiam. Eles não estão sabendo o que eles estão fazendo. Mesmo essa simetria [no gráfico], às vezes ele desenhando não fica direitinho. Aí no GeoGebra você já mostra para ele. Olha o eixo de simetria. Dá para explorar algumas coisas.	A professora sugere que identifiquem para quais tarefas do conteúdo de gráficos de funções há a possibilidade de o GeoGebra favorecer a constituição do conhecimento do aluno. Considera que há construções que podem ser melhor exploradas se forem feitas com o GeoGebra.	Reconhece a diferença entre o trabalho no papel e o GeoGebra. Enfatiza as possibilidades do software para explorar determinados conteúdos.

2.DT.Lu.5	Tem que ver o que o GeoGebra vai clarear mais para o aluno [...]. Ver o que construindo ali [no GeoGebra] vai clarear mais para o aluno [...]. Porque às vezes na sala de aula você não consegue deixar algumas coisas tão claras.	A professora afirma que precisa identificar quais tarefas ficarão mais claras se forem feitas por meio do GeoGebra.	Busca identificar quais tarefas tornam-se mais claras com o GeoGebra.
2.DT.Eu.6	Nós mesmos temos dificuldade, como é que vai ajudar o aluno?	O professor questiona a pesquisadora sobre o modo pelo qual pode auxiliar o aluno na aula com o GeoGebra se ele possui dificuldade em lidar com o software.	Reconhece que tem dificuldade com o software.
2.DT.Lu.7	Então, por isso que a gente tem que começar a mudar essa visão da gente e não ficar preso. Às vezes a gente quer uma resposta. Eles podem até escrever alguma coisa, só que eles ficam presos na conta, que tem que ter uma fórmula, e às vezes não, às vezes é coisa simples de visualizar, bater o olho e pá!. Ver a resposta [...] então eles [alunos] não conseguem explorar as informações do gráfico no GeoGebra, porque eles ficam muito presos à matemática e nós também.	A professora afirma que os alunos não conseguem fazer explorações no GeoGebra, devido à ideia de que as respostas na aula de matemática têm que ser dadas por meio de fórmulas e cálculos. Afirma que os professores também têm essa visão e reconhece que é necessária uma mudança.	Manifesta que é preciso mudar o modo de ver o fazer matemática. Entende que o aluno tem dificuldade para dar respostas sem recorrer a fórmulas e cálculos.
2.DT.Eu.8	Ainda bem que a gente tem esse momento para conversar sobre o GeoGebra. Para tirar dúvidas.	O professor reconhece a importância de estar com o grupo participando de discussões sobre o software e sanando suas dúvidas.	Reconhece a importância de estar com o grupo para discutir e sanar dúvidas sobre o software.

2.DT.Lu.9	A [geometria] plana dá para trabalhar com o GeoGebra. Você pode pedir para eles [alunos] construírem algumas figuras planas, aí lá [no GeoGebra] você vai ter a área [na janela de álgebra]. Já tem a resposta. Para não ficar igual [ao trabalhado] na sala [de aula], você pode perguntar, mas como que chegou-se naquela resposta? [...] você tem que saber como que chega naquela resposta.	A professora sugere um modo de trabalhar com o conteúdo de área por meio do software.	Sugere modos de trabalhar um conteúdo por meio do software.
2.PL.Lu.10	A visão que o aluno tem [com o GeoGebra] é um pouco melhor, do que às vezes [quando] a gente chega com a teoria e despeja a teoria neles, que é o que a gente faz.	A professora afirma que com o GeoGebra o aluno poderá ter uma compreensão melhor do que quando o conteúdo é ensinado somente pela teoria.	Entende que o ensino por meio do software poderá favorecer a compreensão do aluno.
2.PL.Lu.11	Uma coisa é quando você passa o desenho no quadro e o aluno copia o desenho, você não sabe em que condições ele está copiando [...] está conversando com o colega do lado, está falando e está fazendo. Agora, quando ele vai fazer essa construção no GeoGebra ele tem que ter alguns conceitos, pelo menos ele vai ter que formar alguns conceitos para conseguir construir.	A professora afirma que quando constrói uma figura no quadro não há como saber se o aluno está compreendendo aquela construção enquanto a copia. No entanto, considera que para elaborar a construção no GeoGebra, o aluno precisa conhecer os conceitos envolvidos.	Identifica que a construção no GeoGebra requer que o aluno conheça as propriedades envolvidas.
2.PL.Le.12	Porque no GeoGebra você tem isso, eu falo para os alunos, quando eu levo eles lá [laboratório de	O professor afirma que o GeoGebra mostra ao aluno quais objetos ele precisa criar para	Entende que o GeoGebra favorece a compreensão das

	informática], por exemplo, para você criar uma reta, na hora que você coloca lá [ferramenta reta], ele vai mostrar o que você precisa para criar uma reta: dois pontos [...]. Se você clica num ponto, ele vai dar uma reta e conforme você fica girando o <i>mouse</i>, ele vai ficar procurando, esperando você dar o segundo ponto, para entender que só vai passar uma reta por dois pontos [...]. Quer dizer ele [software] fica procurando, você fica “dançando” com o <i>mouse</i>, a partir do momento que você fez um ponto, onde você vai definir o segundo [ponto] para ele definir a reta? E o aluno fica: “Por que está acontecendo isso? ”. Então, o próprio GeoGebra mostra as propriedades, faz ele enxergar.	conseguir elaborar uma construção. Considera que se o que foi solicitado não for indicado corretamente, a construção não é feita. Essa característica favorece a compreensão das propriedades do objeto.	propriedades dos objetos construídos.
2.PL.Eu.13	A gente mesmo faz uma investigação. Eu principalmente, primeiro eu faço comigo no GeoGebra e depois jogo para eles [alunos].	O professor afirma que faz uma investigação com o GeoGebra, antes de propor uma tarefa com o software aos seus alunos.	Preocupação em realizar as investigações com o software antes de propor aos alunos.
2.PL.Lu.14	No GeoGebra você retoma esses conceitos que você deu na sala, só que aí eles [alunos] vão estar enxergando.	A professora afirma que o GeoGebra possibilita que retome os conceitos trabalhados em sala de aula, de um modo que favorece a visualização.	Entende que o GeoGebra favorece a visualização de conteúdos.

2.PL.Lu.15	Na verdade [com o GeoGebra] você vai estar trabalhando os conceitos que você tem que trabalhar [...] eu acho que eles ficam com uma visão até melhor [dos conteúdos].	A professora afirma que trata com o software de conteúdos já previstos para serem trabalhados. Considera que com a tecnologia os alunos conseguem compreender melhor.	Vê no software potencialidade para ensinar favorecendo a visualização. Identifica a possibilidade de ensinar os conteúdos com o GeoGebra.
2.PL.Lu.16	Quando você fizer aqui [GeoGebra] ele vai conseguir enxergar quem é o ponto médio. Aí depois você também pode apresentar aquela, aquela fórmula, né? x_A mais x_B dividido por 2, porque daí ele já viu aqui [GeoGebra]. Você parte do concreto, do que ele vê, para depois ir para fórmula.	A professora sugere a realização de explorações com o GeoGebra para o aluno ver o que é um ponto médio. Afirma que, em seguida, há a possibilidade de se estabelecer relações entre o que é visto na tela do software e a fórmula que determina esse ponto.	Identifica a potencialidade do software para visualização. Vê a possibilidade de com o GeoGebra o aluno compreender a fórmula matemática.
2.PL.Eu.17	Por isso que no meu tempo livre eu tenho que tentar fazer primeiro [a construção com o GeoGebra] para eu não me perder. Como é que eu vou passar para os alunos? E tem aluno que vai mesmo, ele vai e desenvolve, então eu tenho que saber.	O professor reconhece que precisa utilizar seu tempo livre para estudar modos de elaborar a construção com o GeoGebra para poder construí-la com seus alunos. Afirma que os alunos fazem as explorações e por isso ele precisa saber como fazer.	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.

			Identifica que os alunos são capazes de fazer investigações com o software.
2.PL.Lu.18	Quando você trabalha com tecnologias na [sala de] informática, você fica ainda mais na zona de risco. Quer dizer, uma aula em geral já deixa, é próprio da profissão, mas se tratando de um recurso tecnológico, mais ainda. Porque eles [alunos] tem mais facilidade que a gente.	A professora reconhece que o fato de os alunos terem mais facilidade para lidar com as tecnologias faz com que ela se sinta ainda mais em uma zona de risco. Com “zona de risco” refere-se ao termo lido no texto de Borba e Penteado (2012).	Identifica que o aluno possui mais facilidade com a tecnologia do que o professor. Reconhece que o trabalho com tecnologias lança o professor em uma zona de risco.
2.PL.Le.19	Eu até fiz isso com eles [construção com o GeoGebra], mas eu fiz, entendeu? Aí eles ficaram olhando. Não é a mesma coisa.	O professor afirma que elaborou uma construção com o GeoGebra em sua aula, enquanto os alunos olhavam ele construir. Considera que a elaboração de uma construção pelo professor não produz o mesmo resultado de os próprios alunos realizarem essa construção.	Reconhece que se o professor elabora a construção não se produz o mesmo resultado de os próprios alunos elaborarem.

2.DA.Le.20	Na hora [da aula com o GeoGebra] é um tumulto, a gente mal vê a hora passar [...] agora vendo assim [na gravação] a gente vê que eles se envolvem.	O professor reconhece que na aula com tecnologia há muitas situações ocorrendo ao mesmo tempo, então somente ao assistir à gravação vê que os alunos se envolvem com as explorações.	Vê, com a gravação, que os alunos se envolvem com as explorações com tecnologia.
2.DA.Lu.21	Eu achei que ele [aluno] estava fazendo outra coisa, que não tinha a ver com a aula [...] ele olhou no Google porque ele não sabia. Mas eu achei, eu falei: “será que ele entrou para fazer outra coisa? ”. Ah! ele digitou lá Teorema de Pitágoras [no campo de busca], ele pesquisou o assunto da aula.	A professora afirma que ao ver o aluno acessando um site durante a aula, achou que ele fosse pesquisar assuntos alheios à aula. No entanto, ao verificar que ele digitou “Teorema de Pitágoras” no campo de busca, entendeu que ele realizou a pesquisa sobre um assunto que estava sendo abordado na aula.	Identifica que o aluno pesquisa na internet conteúdos relacionados ao tema da aula.
2.DA.Lu.22	Eu vi que ele foi relacionando [a construção do GeoGebra] com o que ele olhou na internet. Isso, por exemplo, dentro da sala ele já não faz [...] pelo menos é uma coisa que eu não vejo dentro da sala. É uma coisa que ele está fazendo ali, que ele está buscando construir ali para chegar no resultado. Ele está buscando um caminho.	A professora afirma que viu que o aluno tentou estabelecer relações entre as informações que ele pesquisou na internet e a construção realizada no GeoGebra. Para ela essa atitude do aluno indica uma tentativa de construir um raciocínio que o leve à resposta da tarefa. Afirma que essa atitude não é	Identifica que o aluno relaciona a construção do software com o que vê na internet, para encontrar uma resposta.

		demonstrada quando a aula é realizada sem a tecnologia.	Reconhece que a atitude de pesquisa do aluno favorece sua compreensão.
2.DA.Eu.23	Eu achei bem produtivo [a aula com o GeoGebra], porque eles [alunos] exploraram bem, então teve um aproveitamento melhor do que em sala de aula. Em sala de aula a dispersão é total.	O professor afirma que a aula com o GeoGebra foi mais produtiva do que quando trabalha em sala de aula, considerando que com o software os alunos fizeram várias explorações e mantiveram o foco.	Entende que ao realizar explorações com o software o aluno tem um aproveitamento melhor. Reconhece que na aula com tecnologia os alunos têm mais facilidade de manter o foco.
2.DA.Eu.24	Foi pouco tempo para trabalhar. Lá [laboratório de informática] parece que chega e daí a pouco a hora já foi embora [...]. Passa mais rápido. Mas foi positivo, gostei do resultado.	O professor afirma que teve pouco tempo para realizar a aula com o GeoGebra, considerando que com o software o tempo parece passar de forma mais rápida. Considera que o resultado obtido com a aula foi positivo.	Reconhece que teve pouco tempo para trabalhar, mas que o resultado foi positivo. Considera que a aula com o software “passa mais rápido”.

2.DA.Eu.25	Você sai da sala de aula, no caso lá [laboratório de informática] e você pensa: “será que todo mundo aprendeu? ”. Porque, às vezes, a gente tem aula na sala [de aula] e você desvia um pouquinho e quando vai ver eles já estão em outro foco. Mas ali [com o GeoGebra] eu senti que eles se envolveram. Você vê pela discussão deles [alunos] no vídeo, eles ficaram lá: [dizendo] “é por causa daquilo e disso...” e foram fazendo. Então houve um envolvimento, eu achei positivo, é interessante esse retorno [do vídeo].	O professor afirma que quando a aula com o GeoGebra termina fica se questionando se os alunos aprenderam o que foi trabalhado. No entanto, ao ver no vídeo que os alunos compartilharam informações com os colegas e realizaram as tarefas, considera que houve um envolvimento deles com as explorações no software. Afirma que é importante ter o retorno do ocorrido na aula por meio do vídeo.	Enfatiza a importância do vídeo pela oportunidade de voltar e ver o que aconteceu na aula. Vê que há envolvimento do aluno na exploração com o GeoGebra.
2.DA.Lu.26	É o que a gente estava falando, dentro da sala de aula eles não iam fazer isso [pesquisa no site]. Porque às vezes eles têm dúvida e deixa passar. Ali [laboratório de informática] eles tiveram esse cuidado. De pesquisar, de olhar, ver, comparar o que eles estão trabalhando. Eu acho que já é um passo. Um passo para frente ali.	A professora identifica que na aula com o software os alunos têm o cuidado de fazer pesquisas para obter informações e estabelecer comparações, entre essas informações e as construções que realizam no GeoGebra. Considera que a iniciativa do aluno de realizar pesquisas na internet representa um avanço.	Identifica que o aluno tem o cuidado de pesquisar na internet os conteúdos que tem dúvida. Identifica que a atitude dos alunos pesquisarem representa um avanço.
2.DA.Lu.27	Eu acho interessante essa aula investigativa no GeoGebra, eu acho bem legal. Dá para gente pensar nisso, num primeiro momento, para que eles [alunos] mobilizem o	A professora reconhece a importância de uma aula investigativa com o GeoGebra. Considera a possibilidade de ensinar por meio	Sugere que a aula de investigação com o GeoGebra

	conhecimento prévio deles. Para que eles mostrem o que eles já sabem, ou vão atrás do que ainda estão em dúvida. Eu acho que é interessante sim, inclusive eu quero com relação a parte de função, eu estou pensando em começar assim.	do software, a partir de explorações que levem os alunos a mobilizar conhecimentos prévios e a buscar modos de sanar suas dúvidas. Expõe sua intenção de ensinar o conteúdo de funções desse modo.	possibilita ao aluno retomar conhecimentos prévios. Manifesta interesse em ensinar de modo investigativo com o software.
--	--	--	---

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 4 – Análise Ideográfica: Ciclo 3 “Qual é a Área do Quadrilátero?”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
3.PL.Lu.1	É essa variação que ele [aluno] não consegue enxergar. Coisa que a gente dentro da sala [no papel] vai fazendo pedacinho por pedacinho e fica estático. Daí quando você faz ali [com o controle deslizante no GeoGebra] ele [aluno] vê automático. Está mexendo com o ângulo, está mexendo com as medidas.	A professora afirma que, no GeoGebra, quando uma das partes da construção é alterada, a construção inteira se modifica, possibilitando ao aluno ver construção em movimento.	Entende que o software possibilita ao aluno ver a construção em movimento. Reconhece que a dinamicidade da construção no software favorece a compreensão.

3.PL.Lu.2	O que acontece no GeoGebra? Na hora da construção realmente ele [aluno] vai ter que saber o que ele está fazendo ali. Entender o que ele está fazendo ali [...] se a reta é perpendicular, no quadro, ele está copiando e simplesmente copia. Se está na perpendicular ou se não está, aquilo ali [construção no papel] não vai dizer nada para ele. Na construção no GeoGebra, os conceitos vêm à tona. Ele [aluno] vai ter que saber o que é aquilo. Se ele está construindo errado. Então o GeoGebra nesse ponto é muito melhor. É um recurso muito melhor do que dentro da sala de aula.	A professora afirma que com o GeoGebra, para que o aluno possa realizar uma construção, ele precisa compreender os conceitos que nela estão envolvidos.	Identifica que a construção no GeoGebra requer que o aluno conheça propriedades. Entende que o GeoGebra favorece a compreensão de conceitos.
3.PL.Lu.3	Você vai para lá [laboratório de informática], depois você volta [para a sala de aula] e quando você está na parte do conceito você fala: “Ah! Lembra o que você fez lá [no GeoGebra]? Lembra o que você estava fazendo? É legal [fazer] isso, porque vai ficando mais visual [...]. Não adianta ir um dia no GeoGebra e nunca mais falar disso.	A professora afirma que é importante retomar o que foi trabalhado com o software, enquanto ensina a teoria em sala de aula, para favorecer a visualização dos conteúdos ensinados.	Entende que ensinar a teoria, fazendo associações com o que trabalhou no software, favorece a compreensão.
3.PL.Lu.4	Ali [no GeoGebra] você vai variando [a construção] e automaticamente o resto vai variando também, varia aqui, varia aqui. Lá na sala não. Você tem que desenhar uma coisa, aí mexe aqui e mexe aqui. Lá [no GeoGebra] não,	A professora destaca que, se uma parte da construção feita no GeoGebra é alterada, as	Reconhece que a dinamicidade da construção no software favorece a exploração.

	o aluno vai mexendo e já vai vendo que está variando. Então isso é bem interessante.	outras partes também são e isso contribui para que o aluno faça exploração.	Entende que o software possibilita ao aluno ver a construção em movimento.
3.PL.Eu.5	Assistindo [a gravação] parece que deu tudo certinho e na aula parece que eles não estão entendendo [...] assistindo a gente vê que eles estão envolvidos. Ajuda bastante.	O professor afirma que, com a gravação, consegue ver que os alunos se envolvem nas explorações. Destaca que durante a aula tem a impressão de que os alunos não estão entendendo o que é trabalhado.	Reconhece que ao ver a gravação identifica aspectos do fazer do aluno que não são vistos na aula. Vê, na gravação, que os alunos se envolvem nas explorações.
3.PL.Lu.6	Vamos ver se eles conseguem [realizar a tarefa com o software], vamos ver o que a gente vai escutar depois, quando eles vão falando [risos].	A professora indica que precisa ouvir as conversas dos alunos na aula, enquanto realizam a tarefa, para poder compreender se eles conseguem realizar as explorações.	Entende que ouvir o diálogo do aluno na aula, possibilita ver se ele consegue realizar a tarefa.
3.PL.Lu.7	Então a gente vai perguntando a partir do que o aluno fizer. Porque na aula com o GeoGebra a gente não sabe o	A professora sugere que na aula com o GeoGebra as perguntas sejam elaboradas pelo professor levando em consideração o que observa durante a atividade de seus alunos,	Sugere um modo de conduzir a aula a partir das explorações dos alunos.

	que vai acontecer. Sempre sai coisas que a gente não está esperando.	uma vez que com o software sempre ocorrem situações que não podem ser previstas.	Entende que na aula com o GeoGebra as ações são imprevisíveis.
3.PL.Eu.8	Tem que ficar alguém do lado [do aluno] para a gente esperar o resultado deles e ir discutindo.	O professor sugere que observem as ações dos alunos durante a aula com o GeoGebra, para levantar respostas que lhes deem elementos para a realização de discussões.	Sugere um modo de conduzir a aula, realizando discussões a partir das respostas dos alunos.
3.PL.Le.9	Por isso que a gente tem que fazer [a tarefa com o GeoGebra]. Não é tão simples. Só chegar na sala [de informática] e mandar o aluno fazer.	O professor destaca a necessidade de resolver a tarefa com o GeoGebra antes de propor aos seus alunos, considerando que há dificuldade em sua resolução.	Preocupação em aprender modos de resolver a tarefa antes de propor aos alunos.
3.PL.Lu.10	Se a gente focar nessa relação entre as grandezas, depois eu vou para a sala e trabalho com o livro. Trabalho começando a falar de função: “Lembra o que a gente estava vendo lá [laboratório de informática]? Um está dependendo do outro, a área está dependendo do x . A gente vai falando isso.	A professora afirma que após realizar sua aula com o GeoGebra, poderá trabalhar o conteúdo do livro didático em sala de aula, fazendo associações com o que foi trabalhado com o software.	Sugere um modo de ensinar a teoria fazendo associações com o que foi trabalhado no software.

3.PL.Lu.11	Eu acho que depois [da aula com o GeoGebra] precisa da gente voltar mesmo. Voltar lá [laboratório de informática] e fazer um outro tipo de atividade, continuar [o trabalho].	A professora afirma que é necessário dar continuidade ao trabalho feito com o software, trabalhando com outras tarefas desse modo.	Identifica que é preciso dar continuidade ao trabalho com o software.
3.DA.Le.12	E eu estava até falando que é legal, às vezes, filmar a aula no GeoGebra, porque fica mais fácil de você até ver seus erros. Porque tem professor que acha que isso é punitivo e não é essa a ideia. A ideia é: o que eu preciso melhorar para o meu aluno aprender?	O professor afirma que é importante filmar as aulas com o GeoGebra para identificar seus erros durante a prática. Destaca que desse modo são abertas possibilidades de o professor compreender o que pode ser melhorado na prática, visando favorecer a aprendizagem do aluno.	Considera que a gravação permite uma autoavaliação do professor. A autoavaliação do professor dá abertura para melhorar sua prática.
3.DA.Lu.13	Ah! Eu vi isso também. Eu percebi. Eu ainda olhei e pensei: “ela está somando [linhas da tabela], como se desse 30”. Eu percebi também [...] mas eu percebi aqui [gravação]. Lá [na aula] eu acho que eu não percebi não [risos] [...] agora que eu percebi. Na hora a gente não percebe nada [risos].	A professora afirma que ao assistir a gravação da aula com o GeoGebra conseguiu entender o raciocínio desenvolvido por uma das alunas para a resolução da tarefa. Destaca que na aula não havia se atentado ao raciocínio da aluna.	Reconhece que ao ver a gravação identifica aspectos do fazer do aluno que não são vistos na aula.
3.DA.Lu.14	Eu acho que foi totalmente desconstruído o raciocínio dela [risos]. Eu matei o raciocínio dela [...]. Porque eu ainda falei para ela: “Mas esse aqui (perímetro QPCD	A professora afirma que questionou a aluna a respeito da resposta que ela havia apresentado, mas, antes que ela pudesse responder ao	Reconhece que é importante dar oportunidade ao aluno para pensar e analisar o que foi feito.

	para x igual a 0), por que você colocou 10? ”. Porque ela tinha colocado que era 10. Eu falei: “Aqui é 0. Aqui você não vai ter esse perímetro”. Eu falei para ela mais ou menos e ela colocou o 0 [...] ela foi colocando, aí ela foi direto. Eu não esperei ela pensar.	questionamento, informou a resposta correta. Complementa que a aluna preencheu a tabela com a informação dada pela professora. Reconhece que essa atitude de não dar ao aluno a oportunidade de refletir sobre o erro faz com que seu raciocínio seja desconstruído.	Reconhece que a sua atitude para com o aluno desconstruiu seu raciocínio.
3.DA.Le.15	Talvez a gente verificaria esse raciocínio [da aluna] se a gente não tivesse feito nenhuma intervenção, deixasse ela investigando.	O professor sugere que se não interfere na atividade do aluno, dando-lhe a oportunidade de realizar uma investigação com o software, há uma possibilidade de compreender o raciocínio desenvolvido por ele.	Entende que se der ao aluno a oportunidade de investigar, pode compreender seu raciocínio.
3.DA.Le.16	Então, talvez numa segunda rodada a gente poderia ver lá o que ela fez e daí que a gente ia descobrir que teve um erro. Nesse caso, o erro foi nosso de ter passado e corrigido, mas sem considerar o que ela pensou para chegar naquele resultado. Simplesmente fomos e corrigimos.	O professor reconhece que errou ao corrigir a aluna sem buscar compreender o raciocínio que levou ao erro. Considera que se ela desse continuidade à tarefa, sem fazer correções, poderia compreender o que levou ao erro.	Entende que é importante considerar o raciocínio do aluno antes de corrigir seus erros.
3.DA.Lu.17	É bom a gente fazer isso mesmo [discutir a aula com o software]. Faz a gente repensar a prática da gente. Eu estou me segurando mais.	A professora afirma que é importante estar com o grupo discutindo suas aulas com o GeoGebra. Considera que essas discussões	Entende que as discussões no grupo abrem possibilidades para melhorar a prática.

		possibilitam ao professor buscar modos de melhorar a própria prática. Reconhece que está conseguindo conter suas tentativas de dar a resposta da tarefa ao aluno.	Reconhece uma mudança em seu modo de ensinar.
3.DA.Le.18	Eu estou pensando que hoje eu já fiz isso. Eu estou aqui olhando essa aula [com o GeoGebra] e pensando na minha aula que eu acabei de dar no 2º A, antes do intervalo [...]. Eu falei [para o aluno]: Não! Está errado! Mas eu podia ter perguntado: como é que você chegou nesse resultado?	O professor reconhece, ao assistir a gravação, que em sua aula teve a mesma atitude ao corrigir o aluno. Não procurou compreender o seu raciocínio.	Reconhece a importância de analisar as suas atitudes. Reconhece a importância de compreender o raciocínio do aluno, antes de corrigi-lo.
3.DA.Lu.19	Aquela atividade que eu estava fazendo com o Carlos, que o Carlos ficou meia hora para descobrir, eu estava me policiando. Porque já era para eu ter falado a resposta para ele há muito tempo [risos]. Eu estava me policiando, mas eu já não estava aguentando.	A professora reconhece uma mudança na atitude demonstrada ao acompanhar a atividade do aluno, considerando que, apesar de sua intenção de dar prontamente a resposta a ele, se conteve e deu a ele a oportunidade de procurar uma solução.	Reconhece uma mudança em sua atitude, deixando o aluno investigar. Reconhece que uma mudança de atitude não é fácil.
3.DA.Eu.20	Isso é hábito de aluno, já querer de imediato a resposta. Espera sempre o professor dar a resposta. Essa	O professor identifica que há uma tendência de o aluno querer que o professor lhe dê	Entende que a investigação com o software favorece a

	investigação [com o GeoGebra] nesse caso é muito importante, eles vão descobrindo [...]. Organizando o raciocínio, construindo um conhecimento.	prontamente a resposta para a tarefa. Afirma que a investigação com o GeoGebra é importante para modificar essa atitude do aluno e favorece a constituição de conhecimento.	constituição de conhecimento pelo aluno. Entende que, ao realizar a investigação, o aluno não vai esperar a resposta do professor.
3.DA.Lu.21	Aqui no GeoGebra ele faz uma investigação. A gente tem que pensar nisso também. Porque é uma coisa que a gente, pelo menos eu tenho que me policiar também, porque a gente também já fala a resposta.	A professora ressalta que precisam levar em consideração que o GeoGebra possibilita ao aluno fazer uma investigação, o que lhe dá meios para procurar uma solução para a tarefa.	Entende que a investigação possibilitada pelo software favorece a busca por respostas.
3.DA.Le.22	Porque a gente vem de um sistema em que você é cobrado. Você tem uma quantidade de conteúdo para passar e às vezes você não dá esse tempo para o aluno pensar, construir [...]. Aí no GeoGebra prende mais o aluno. É mais fácil dele procurar a resposta. Porque no dia a dia da sala de aula você dá [uma tarefa] e ele já saiu. Ele já está em outra coisa. Então você acaba e já entra com a resposta que você tem que cumprir aquela meta.	O professor afirma que a quantidade de conteúdo a ser trabalhado exige uma atitude do professor em que o aluno não tem tempo para pensar e construir estratégias. Com o GeoGebra o aluno é capaz de investigar as respostas.	Entende que a quantidade de conteúdo a ser trabalhado exige uma atitude expositiva do professor. Reconhece que a aula com o GeoGebra dá a oportunidade de investigação ao aluno.

3.DA.Lu.23	Eu acho que isso que a gente está fazendo, nós três no caso, é lógico que não é o tempo todo, porque a gente não consegue, a gente tem um currículo para cumprir, mas eu acho que essas aulas que a gente faz [com o GeoGebra] eu acho que já dá uma despertada neles [...] eu acho que é um passinho, mas é um passo importante para eles. É um passo, são algumas aulas que a gente usa para isso, mas eu acho que para ele estar aprendendo esse raciocínio, pensar, investigar, é um progresso muito grande.	A professora reconhece que o trabalho com o software ainda é inicial, mas que já representa um avanço importante para o desenvolvimento de habilidades relevantes à constituição de conhecimento matemático do aluno.	Reconhece que seu trabalho com o software ainda é inicial, mas é relevante para a constituição de conhecimento do aluno.
3.DA.Lu.24	[na aula com o GeoGebra] a gente também tem que conseguir fazer isso, esperar o aluno pensar.	A professora afirma que na aula com o GeoGebra precisa aprender a esperar o aluno pensar sobre a tarefa, antes de lhe dar a resposta.	Entende que precisa dar ao aluno a oportunidade para pensar sobre a tarefa. Sugere uma mudança de atitude na condução da aula.
3.DA.Le.25	O GeoGebra tem isso, dá para trabalhar outros assuntos. A gente pode voltar no mesmo desenho e começar a trabalhar com eles a ideia de controle deslizante. Na hora que você mexe no controle deslizante você colocou de 1	O professor afirma, complementando com um exemplo, que com o GeoGebra há a	Vê a potencialidade do software para explorar conteúdos diferentes com uma construção.

	em 1 unidade. E se a gente só pegar o mesmo desenho e trocar, colocar um discriminante de 1 em 1 décimo?	possibilidade de explorar diferentes conteúdos a partir de uma única construção.	
--	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 5 – Análise Ideográfica: Ciclo 4 “Posição Relativa de Retas”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
4.PL.Eu.1	O GeoGebra é meio complicadinho. Tem hora que você pensa para ver se [a aula] vai dar certinho e tal. Mas, se os alunos já trabalharam essa parte do coeficiente [no papel], para eles entenderem essa parte de posições relativas de reta, tem que estar trabalhando com eles lá [com o GeoGebra]. Para explorar é fácil, eles vão lá, vão explorar e ver tudo. É alguma coisa assim concreta para a gente trabalhar.	O professor afirma que o trabalho com o GeoGebra é complicado e que às vezes pensa se o trabalho pode dar certo. No entanto, reconhece que há situações em que somente por meio do GeoGebra os alunos poderão compreender determinados conteúdos.	Reconhece que há dificuldade no trabalho com o GeoGebra, mas que há situações em que é fundamental a exploração para a compreensão dos conteúdos.
4.PL.Eu.2	Assim fica muito simplesinho. É o que eles já sabem. Não adianta fazer lá [com o GeoGebra] o que eles já sabem.	O professor considera a tarefa sugerida muito simples, pois leva à exploração de conteúdos que os alunos já aprenderam. Para ele, nesse caso, o trabalho com o GeoGebra é desnecessário.	Entende que trabalhar no GeoGebra conteúdos que os alunos já aprenderam é desnecessário.

4.PL.Lu.3	Tem que ir colocando [na aula com o GeoGebra] esse tipo de questões para eles irem pensando, fazendo associações [com o conteúdo matemático].	A professora afirma que na aula com o GeoGebra é necessário propor questões que levem o aluno a refletir, fazendo associações entre o que vê na tela do software e os conteúdos matemáticos.	Sugere propor questões que favoreçam a associação entre o que é visto no GeoGebra e o conteúdo.
4.PL.Lu.4	Temos que propor algumas coisas que eles consigam bater o olho e tirar informação do GeoGebra, fazer essa relação [com o conteúdo], vamos ver se assim a gente consegue também dar espaço para eles [explorarem].	A professora ressalta que é importante propor tarefas que os alunos possam resolver estabelecendo relações a partir do que observam na tela do GeoGebra. Sugere que desse modo há a possibilidade de o professor dar ao aluno a oportunidade para realizar explorações com o software.	Sugere propor situações em que o aluno obtenha informações na exploração com o software.
4.PL.Eu.5	Não importa a maneira que eles vão colocar essa reta. Aí eu vou explorando, a partir do que eles fizerem. Quando eles chegarem, quando algum aluno chegar em alguma coisa.	O professor afirma que independentemente do modo como o aluno realizou a construção da reta no GeoGebra, poderá propor explorações com o software levando em consideração o que o aluno fez.	Sugere um modo de conduzir a aula a partir das construções elaboradas pelos alunos.
4.PL.Lu.6	Por isso que é bom testar antes [risos]. Senão chega no dia que você vai trabalhar e passa vergonha [risos].	A professora reconhece que é importante resolver a tarefa antes da aula, para não passar	Preocupação em resolver a tarefa com o software antes de trabalhar com os alunos.

		vergonha ao não saber resolvê-la quando estiver com os alunos.	
4.PL.Eu.7	Lá atrás eu tive um pouquinho mais de dificuldade. Agora eu estou explorando um pouquinho, um pouquinho mais, mas assim mesmo não com tanta facilidade. Para treinar a minha dificuldade eu estou querendo fazer essa atividade.	O professor identifica que houve uma melhora na sua habilidade de fazer explorações com o GeoGebra, mas que ainda não tem facilidade com o software. Considera que a realização da aula com o software pode ajudá-lo a superar suas dificuldades.	Reconhece que houve um avanço, mas que ainda não tem familiaridade com o GeoGebra. Vê na realização da aula com o software um modo de superar suas dificuldades.
4.PL.Eu.8	Aí [uma das tarefas planejadas] não está investigando, só está concluindo, verificando aquela situação. Para ele [aluno], para o aprendizado dele, é bom também [verificar], ajuda bastante ele. Quando fala: “reta paralela”, “coeficiente angular”, ele só vai pensar, reta paralela, tem que ser igual os coeficientes, aí você vai lá no GeoGebra para ele ver.	O professor identifica que uma das tarefas que o grupo elaborou é para a verificação de conteúdos e não de investigação. Entende que tarefas desse tipo também são importantes para a aprendizagem do aluno.	Reconhece a diferença entre o trabalho de investigação e o de verificação com o software.
4.PL.Le.9	Olha o que ele [aluno] vai fazer. Se ele ficar fazendo isso aqui [movimentando as retas na tela do software] [...]. Tá bom, mas será que é paralela? [...]. Ou você vai fazendo	O professor, a partir de exemplos, levanta possibilidades de o aluno explorar construções	Sugere que o aluno realize explorações para identificar se a

	isso aqui, olha [alterou o zoom]! Tá vendo? Começa a trazer mais para cá [a reta], olha! [...]. Você vai fazendo até achar esse ponto de intersecção. Você acha um jeito de fazer ele ver [com o GeoGebra] que não era tão paralela assim.	levando-o a identificar se a construção atende a propriedade exigida.	construção feita atende o requerido.
4.PL.Le.10	Não precisa falar que está errado. A gente mexe [na construção] e vai mostrando que não [é paralela].	O professor afirma que quando está trabalhando com o GeoGebra não precisa dizer ao aluno onde está o seu erro, pois há a possibilidade de mover a construção que está na tela do computador para que ele mesmo o identifique.	Sugere um modo de o aluno, ao mover a construção, identificar o erro.
4.PL.Lu.11	Ah com certeza! Esse fechamento, retomar essa aula [com o GeoGebra] depois dentro da sala, é importantíssimo. Porque se não fizer isso, deu! Acabou! Está perdido! Sempre voltar, lembra o que a gente viu lá? [...] a gente tentar fazer alguma coisa com o aluno e chamar lá na frente [da sala]. Conversar com eles. Falar o que eles acharam e retomar a aula [com o GeoGebra], focando naquilo que a gente estava querendo tirar deles.	A professora ressalta que após a aula com o GeoGebra é importante retomar o que foi trabalhado, promovendo discussões que tenham como foco os conteúdos explorados com o software.	Entende que é importante retomar na sala de aula o que foi trabalhado com o software.

4.PL.Eu.12	Eu queria passar isso aqui primeiro, a exploração. Aí uma vez que eles já fizeram essa aula no GeoGebra, aí na sala de aula aí eu posso avançar [...]. Eu vou partir dessa aí [tarefa de posição relativa de retas]. Eu vou explorando. Aí eu vou para a sala de aula com eles, retomo essa atividade. Na semana que vem eu pego com eles uma aulinha e volto [para o laboratório de informática] para a gente concluir [o conteúdo]. Aí já dei o primeiro passo.	O professor expõe sua intenção de ensinar o conteúdo por meio de explorações com o GeoGebra, para depois retomar em sala de aula o que foi trabalhado e avançar no ensino desses conteúdos. Destaca que após o trabalho inicial com o GeoGebra e o de sala de aula, pretende continuar realizando aulas com o software.	Sugere um modo de trabalho em que apresenta o conteúdo com o GeoGebra para depois explorá-lo na sala de aula. Manifesta a intenção de dar continuidade ao trabalho com o software.
4.DA.Eu.13	Eu achei que essa aula [com o GeoGebra] deu uma exploração grande dos conhecimentos e a gente conseguiu ver que falta um pouquinho para eles os [conhecimentos] prévios. Um pouquinho lá atrás que seria a paralela, a concorrente [...]. São conceitos básicos.	O professor reconhece que a aula com o GeoGebra possibilitou ao aluno explorar conteúdos matemáticos e deu ao professor a oportunidade de identificar conhecimentos prévios que os alunos não têm.	Entende que o GeoGebra possibilitou a exploração de conteúdos matemáticos. Reconhece que a exploração com o software permitiu identificar a falta de conhecimento prévio do aluno.
4.DA.Lu.14	Então, quando é alguma coisa desse tipo [pesquisa do conteúdo em sites] é superinteressante. Porque o aluno vai usar a tecnologia realmente a favor dele. Agora é ruim quando a gente está lá na sala e eles começam, abre o	A professora afirma que quando está conduzindo a aula com o GeoGebra, se o aluno acessa a internet para pesquisar conteúdos relativos ao tema da aula, entende	Reconhece que o acesso à internet é relevante para a aprendizagem do aluno.

	facebook, o joguinho, não sei o que, daí acaba, arrebenta com a aula da gente. Mas nessa possibilidade que eles estavam usando é excelente, porque eles foram procurando os conceitos, pegando, já que eles não tinham o conceito, procurando o conceito para fazer as construções no GeoGebra, isso que é legal. Isso aí ele fixa muito mais. A partir do momento que ele está lendo, que ele está construindo. Então é interessante.	que é uma atitude que lhe favorece a constituição de conhecimento matemático.	Vê que os alunos fazem pesquisas na internet para compreender conteúdos relativos ao tema da aula.
4.DA.Lu.15	Eu acho que eles não sabem [em que situações o acesso à internet é permitido]. Tanto que eu acho que quem abriu ali [a página do site], abriu e fechou correndo. Mas ali, naquele momento, com o GeoGebra, poderia [...]. Era o momento, ele poderia estar vendo [informações na internet] [...]. Eu acho que eles não entenderam que eles poderiam usar. Não sei. Eu pensei assim, porque tem hora que a gente fala que não pode, mas não pode é ver um jogo, é ver outro tipo de coisa, mas eu acho que nesse momento ele pode usar, é, pesquisar, isso é uma coisa positiva para ele.	A professora vê na gravação que o aluno abriu a página do site e a fechou imediatamente, antes que o professor pudesse ver o que ele havia pesquisado, pois não identifica em quais situações o acesso à internet é permitido. Atribui a atitude do aluno à postura do professor de às vezes dizer que o acesso à internet não é permitido, mas sem especificar em quais situações ele poderia recorrer a essa estratégia. Ressalta que na situação vista na gravação, em que o acesso foi realizado para uma pesquisa sobre o conteúdo da aula, seria relevante para a aprendizagem do aluno.	Reconhece que o acesso à internet é relevante para a aprendizagem do aluno. Identifica que o aluno não sabe em quais situações pode acessar a internet durante a aula.

4.DA.Lu.16	A gente fica presa mesmo, eu acho que realmente a gente é preso nisso [roteiro]. Porque você fica pensando assim, nesse roteiro da aula [com o GeoGebra], para saber como que você vai conduzir a aula. Eu acho que mesmo ela sendo investigativa, eu acho que a gente poderia pensar o que a gente vai trabalhar nessa aula, o que a gente vai querer do aluno, quais os conceitos, a gente poderia fazer um roteiro sem fechar tanto as questões. Um roteiro mais aberto, não sei, mas pelo menos para saber de onde a gente vai partir. Porque eu acho que para gente é importante isso [...]. Para se organizar melhor, para ficar uma aula mais organizada, para saber até onde que a gente vai chegar, o que a gente quer do aluno.	A professora reconhece que se tem um roteiro para conduzir suas ações na aula, limita-se a fazer o que é previsto no roteiro. Sugere a elaboração de um roteiro diferente do modo como estão acostumados a elaborar, no qual descrevam apenas as informações fundamentais para o professor poder se orientar na aula, sem limitar suas ações.	Reconhece que o roteiro que estão acostumados a elaborar limita as ações do professor. Sugere a elaboração de um roteiro para organizar a aula.
4.DA.Lu.17	O que o aluno quer fazer no GeoGebra e essas colocações que eles fazem para gente é muito importante. Para gente ajudar na constituição do conhecimento dele.	A professora afirma que ver o que o aluno tem a intenção de construir com o GeoGebra e o que expressa durante a realização da tarefa, lhe dá elementos para auxiliar o processo de constituição de conhecimento do aluno com a tecnologia.	Entende que estar atento às ações do aluno dá ao professor elementos para auxiliá-lo no seu processo de constituição de conhecimento.

4.DA.Lu.18	Uma coisa muito importante que a gente não pode deixar de fazer é ir tirando o conceito deles [...]. Na sala de aula, retomar isso que a gente fez [...] porque eu acho que dá esse fechamento para aula [...] tentar retomar, por exemplo, tentar falar por que vocês chegaram [nessa resposta]? Por que as duas retas são paralelas? O que vocês viram em comum? [...]. Então ir formando os conceitos com eles. Eu acho que a gente tem que tomar muito cuidado para não deixar a aula se perder, porque eles fazem tudo, criam todo esse conceito com o GeoGebra, mas fica ali perdido. Você tem que retomar, como que vocês chegaram nisso? Ah! A gente mediu o ângulo. Eles vão falando um pouco como que eles construíram esse conceito matemático com o GeoGebra.	A professora afirma que é importante conduzir a aula de um modo que os alunos façam explorações com o GeoGebra. Destaca que é importante, após a aula com o software, promover discussões para levar o aluno a retomar o que foi trabalhado, dizer sobre como fez a construção, de modo a sistematizar os conceitos.	Sugere possibilitar que os alunos façam explorações com o software e falem sobre isso. Entende que é importante retomar o que foi trabalhado com o software para a sistematização dos conceitos.
4.DA.Lu.19	Por exemplo, o que eu percebo? Que eu trabalhei um ano com Geometria Plana com os alunos no GeoGebra [...] quando eles vão construir, por exemplo, um triângulo retângulo, se você está construindo na lousa eles vão lá e colocam a altura. Se você vai construir ali [GeoGebra] você tem que saber o conceito, então por isso que eu falo, o GeoGebra ele acaba fazendo com que o aluno, ou ele	A professora identifica que quando está trabalhando com o GeoGebra, para que a construção seja feita, é necessário que o aluno mobilize conteúdos conhecidos ou procure os que ainda não sabe.	Identifica que a construção no GeoGebra requer um conhecimento do conteúdo. Reconhece que para fazer a construção o aluno mobiliza

	tenha que lembrar do conhecimento matemático dele, daquilo que ele está trabalhando, ou, se ele não sabe, ele vai ter que procurar. Mas ele tem que saber, o que é a altura? Como eu traço a altura no triângulo? O que vai me garantir que aquilo ali é a altura? Uma reta qualquer que coloca ali?		conhecimentos prévios ou se lança na busca.
4.DA.Lu.20	Na hora que vai fazer no GeoGebra, o aluno está mexendo com os conceitos matemáticos. Porque ele tem que saber aquilo. Porque se ele não souber, pode achar uma coisa simples, mas na hora que ele está desenhando, qualquer reta que ele coloque ali para ele, por exemplo, ele está no triângulo, qualquer reta que ele colocar do vértice ali [até a base] é uma altura [...]. Mas não é, ela tem todo um conceito envolvido ali, tem que estar com 90 graus, tal, tal. Então é isso aí que eu acho que é bem interessante. A partir de coisas assim simples, que você faz na lousa, eles vão copiar e nem vão ficar atentos a isso, ali [no GeoGebra] não. Ali ele já vai ter que ter algum conceito formado.	A professora identifica, por meio de exemplos, que com o GeoGebra, para que a construção possa ser feita, é necessário que o aluno mobilize conhecimentos matemáticos enquanto as elabora, ainda que se trate de uma construção simples.	Identifica que a construção no GeoGebra requer um conhecimento do conteúdo.

4.DA.Lu.21	Ela fez direto uma paralela, já fez a paralela [ao eixo y] ali direto. Inclusive ela foi até inteligente. Porque ela já aproveitou uma reta [eixo y] e já fez a outra ali. Estava super fácil. Ela fez da maneira mais fácil [...]. Porque a gente às vezes não pensa nisso. A gente vai pelo caminho mais difícil.	A professora assiste ao momento da gravação em que o professor solicita que os alunos construam duas retas paralelas e observa que uma das alunas, ao invés de construir as duas retas, aproveitou o eixo y para construir apenas uma reta, paralela a ele. Destaca que não havia pensado em elaborar a construção do modo como a aluna fez e que a aluna escolheu uma estratégia mais fácil do que a planejada pelo professor.	Vê que o aluno realiza explorações diferentes da prevista pelo professor.
4.DA.Le.22	Quando o aluno faz diferente da gente, a gente tenta corrigir [risos] [...]. Principalmente se tiver o roteiro, se tiver o roteiro é isso, o aluno não pode sair um milímetro do lugar [...]. Até poderia, mas você está tão focado no roteiro que você não deixa [...] não sai um milímetro do lado, senão você se perde [risos].	O professor ressalta que quando tem um roteiro, para orientar as suas ações com o GeoGebra na sala de aula, isso limita as possibilidades de exploração do aluno.	Entende que se o professor tem um roteiro limita as possibilidades de exploração do aluno.
4.DA.Le.23	O bom de gravar é isso. Porque, às vezes, é uma oportunidade, ainda dá tempo de corrigir se você tem a gravação. Se você não tem, às vezes você perde essa oportunidade [...] quando o cara não faz nada, aí não tem	O professor afirma que assistir a gravação da aula com o GeoGebra dá a oportunidade de identificar e corrigir, em suas próximas aulas, os erros percebidos.	Entende que a gravação dá ao professor a possibilidade de retomar ações.

	jeito, mas na gravação é bom por isso. Se passou isso aqui [na gravação], dá para retomar.		
4.DA.Lu.24	Conversando sobre a aula [com o GeoGebra] a gente pensa. A gente passa a perceber que a gente precisa às vezes mudar umas coisas, a postura da gente.	A professora afirma que as discussões ocorridas no grupo sobre a aula com o GeoGebra fazem com que o professor reflita e identifique situações relativas a sua postura que precisam ser mudadas.	Entende que as discussões no grupo o fazem compreender aspectos da sua postura que precisam ser mudados.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 6 – Análise Ideográfica: Ciclo 5 “Ver e Mover para Compreender Gráficos”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
5.DT.Le.1	É interessante! Você põe animação [nos controles deslizantes] e deixa eles observarem o que está acontecendo [...] deixa eles observarem, o que acontece em determinada hora com a parábola? Ah! Ela vira ao contrário. Por que está virando o contrário? O que está acontecendo? De repente, ele vai começar a olhar os números que estão passando lá no a [controle deslizante], vai chegar uma hora que ele vê que quanto mais próximo de 0 ela [parábola] aumenta mais, depois vira negativa	O professor considera interessante a possibilidade de utilizar a funcionalidade “Animar” do GeoGebra. Afirma que por meio dessa funcionalidade é possível fazer com que os controles deslizantes, que são associados aos coeficientes a, b e c da função de 2º grau, fiquem se movimentando, para que o aluno	Identifica a potencialidade do software para a visualização da construção em movimento. Entende que pelo movimento é possível ao aluno investigar qual

	[fez com a mão que a concavidade muda o sentido] [...] depois manda parar. Faz isso com o b, faz isso com o c, porque como ele está com os parâmetros, vai só observando ela [parábola] dançando. A gente começa a perceber, o que acontece.	veja o que acontece com a parábola quando o valor de cada um dos coeficientes é alterado.	é a relação dos parâmetros a, b e c com parábola.
5.PL.Le.2	No GeoGebra você pode entrar com aquilo que eles sabem, por exemplo, falar: “eu tenho duas grandezas diretamente proporcionais, então o meu gráfico necessariamente vai passar onde? ”. No 0. Então você fala: “então agora eu vou trabalhar com duas grandezas, diretamente proporcionais, só que uma é diretamente proporcional ao quadrado da outra, então necessariamente ela vai continuar passando onde? ”. Vai perguntando e deixando eles investigarem. Aí você vai começar a entrar naquilo que eles não sabem.	O professor sugere um modo de trabalhar por meio do qual realiza questionamentos sobre conteúdos que os alunos aprenderam, para levá-los a retomar conhecimentos prévios que os ajudem a investigar com o GeoGebra conteúdos que eles ainda não sabem.	Sugere um modo de ensinar em que leva o aluno a investigar a partir da retomada de conhecimentos prévios.
5.PL.Le.3	Pode ir de um jeito mais tranquilinho, porque assim ele [aluno] vai sentindo [o controle deslizante] [...]. Inclusive, você pode colocar para ele [controle deslizante] movimentar sozinho, para o aluno sentir, ver o que está acontecendo, pode colocar para animar.	O professor sugere propor ao aluno que movimente o controle deslizante lentamente ou ative a função “Animar” no controle, para que ao movê-lo ou observar o movimento	Identifica a potencialidade do software para a visualização da construção em movimento.

		sendo realizado pelo software, possa compreender o que é alterado na parábola.	Entende que pelo movimento é possível ao aluno compreender a parábola.
5.PL.Lu.4	Porque na aula [com o GeoGebra] se a gente dá para ele [aluno] o roteiro com perguntas, ele se preocupa com o que a gente quer [de resposta]. Ele para de pensar, de construir o conhecimento dele no caso.	A professora afirma que se dá ao aluno um roteiro com perguntas para serem respondidas, ele fica preocupado com o que o professor espera que ele escreva como resposta e não pensa nas possibilidades de realizar explorações para construir suas próprias estratégias de resolução.	Entende que se dá um roteiro com perguntas ao aluno não há investigação.
5.PL.Le.5	Porque se ele faz toda essa exploração você fala: “Olha gente! Agora eu gostaria que vocês, faz para mim um relatório sobre tudo que vocês viram aqui hoje”. [...]. Aí eles falam tal, tal e tal. Só para você analisar o que eles escreveram. Depois você fala para ele: “Mas foi só isso?”. Depois numa outra aula, lá mesmo [com o GeoGebra] você vai retomando o que ele não sabe.	O professor sugere que após o aluno realizar as explorações com o GeoGebra, pode propor que ele faça um relatório sobre o que viu com o software. Considera que por meio da análise do que os alunos escreveram no relatório é possível compreender e retomar o que o aluno não aprendeu.	Entende que a elaboração de um relatório pelo aluno é um meio de compreender o que ele fez.
5.PL.Lu.6	Eu vou fazer mais ou menos dessa forma, de relatório. Eles vão fazendo as anotações [...]. Eu concordo que se dá as perguntas para ele responder, ele fica muito preso	A professora reconhece que é importante obter registros do que o aluno faz com o GeoGebra. Considera que um roteiro de perguntas limita	Entende que o relatório é um modo de obter registro da

	naquilo. Ele não consegue expandir o que a gente quer, dele pensar, dele pesquisar. Tira esse objetivo do software. Que é ele pensar, que é ele pesquisar, procurar uma investigação, investigar, ele fazer essa aprendizagem por investigação. Ele acaba ficando preso ali e fica limitado ali, mas por outro lado a gente precisa pensar nesse ponto aí [modo de obter registro].	o trabalho com o software. Uma alternativa para o registro da atividade do aluno é a elaboração de um relatório a partir das anotações que ele faz.	atividade o aluno sem limitar as possibilidades de investigação. Entende que o objetivo com o GeoGebra é levar o aluno a realizar investigações.
5.PL.Le.7	Agora ele [aluno] vem mexendo, é só ir mexendo [...]. Por exemplo, ir mexendo no a e no c. Se ele mexer no a, por exemplo, só no a, o que vai acontecer? Uma hora vai ficar negativo, outra hora vai ficar positivo, mas os pontos estão ali, se ele mexer com c, conforme chega os pontos [raízes da função] vão virando um só e daqui a pouco some. Dá para entender o que significa esse sumir. Quando sumir esse ponto de intersecção [da parábola com o eixo x], significa que esse delta já é negativo [...] não tem raízes reais [...] então no GeoGebra o bom é que ele vai explorando e vai vendo.	O professor afirma, por meio de exemplos, que com o GeoGebra há a possibilidade de o aluno mover partes da construção que faz, para que ao ver a construção em movimento possa compreender suas propriedades.	Entende que a dinamicidade do software leva o aluno a entender as propriedades da parábola.
5.PL.Le.8	Por exemplo, na hora que ele está analisando a função ax^2 , com a concavidade para baixo, você pode ir perguntando a partir do que ele fez: “a concavidade é para baixo, qual	O professor afirma, por meio de exemplos, que na aula com o GeoGebra é possível ir	Sugere um modo de trabalhar em que faz questionamentos a partir

	é o maior valor que você tem na função? ”. Vai ser o 0 [ponto (0,0)]. Concavidade para cima. Então pode começar a falar: “concavidade para cima. Você tem o maior valor ali? Você consegue um maior valor? Qual é o maior valor aí? [...]. Ele pode até reduzir [o zoom] para ver que a parábola continua e tal.	propondo questionamentos ao aluno a partir das construções que ele faz.	das construções que o aluno elabora.
5.PL.Lu.9	Além de trabalhar com a tecnologia, a gente também conversa muito aqui [no grupo]. Eu, particularmente, que já estou há muito tempo, que já tem umas coisas que já está meio embutidas, eu estou pensando melhor até para falar. Porque a gente [fala]: opa! Não é bem por aí. E eu falo que são coisas que ajuda bastante.	A professora ressalta que a condução das aulas com a tecnologia e a oportunidade de estar com o grupo discutindo a respeito dessas aulas a ajudam a refletir e favorecem melhorias nos seus modos de ensinar.	Identifica que estar com o grupo discutindo as aulas com o GeoGebra favorece mudanças na prática do professor.
5.PL.Eu.10	É importante. Porque para ele escrever [o relatório] ele tem que entender o que ele está escrevendo. Teve que pensar, teve que de alguma forma ter um raciocínio ali em cima daquilo que ele estava vendo no GeoGebra [...]. Se a gente dá um roteiro eles não pensam.	O professor entende que é importante solicitar ao aluno a elaboração de um relatório sobre o que ele explora com o GeoGebra, pois considera que para poder escrever ele precisa entender aquilo que vê com o software.	Entende que o relatório é um modo de levar o aluno a pensar sobre o que fez com o software.
5.PL.Lu.11	Leva tempo [para que haja mudança na prática]. Ainda mais a gente, no caso meu que já estou há bastante tempo [dando aulas]. A gente já tem aquela maneira, aquele	A professora reconhece que há dificuldade em mudar seu modo de ensinar. No entanto, considera que está tentando superar suas	Reconhece que há dificuldade em mudar o modo de ensinar.

	controle que não quer sair da zona de conforto. Não quer ir para zona de risco. Então, eu acho que o interessante é que a gente tenta, está tentando, está vendo o que é interessante [com o GeoGebra].	dificuldades buscando possibilidades para ensinar com tecnologia, pois vê que é interessante.	Reconhece que busca pela mudança por considerar interessante ensinar com o GeoGebra.
5.PL.Le.12	Na retomada em sala de aula, ou na outra atividade [no GeoGebra], o que vai acontecer? Ele vai vir te perguntar como que ele vai fazer o relatório? Uma das situações é essa, você fala: “Então, o que nós fizemos? ”. Ah! Fizemos isso, eu movimenteí o a. O que acontece quando você movimentava o a? Aí ele vai pensando naquilo que ele viu no GeoGebra e aí ele começa a fazer o relatório em cima daquilo [...] uma coisa é o que ele está vendo aqui [GeoGebra] e outra é na hora de escrever o relatório [...] aí pela leitura do relatório você vai ver se o aluno não colocou nada daquilo que você pediu para ele explorar no GeoGebra e você já faz um enfoque individual. Olha! O que a gente fez? Aqui dá para você melhorar! Às vezes, é um método de você ter também essa devolutiva do que o aluno fez [no software].	O professor afirma que após a aula com o GeoGebra, quando o aluno perguntar sobre o modo pelo qual ele deverá elaborar o relatório, há a possibilidade de fazer questionamentos para levá-lo a refletir sobre o que viu com o software. Considera que por meio da leitura do relatório o professor pode compreender se o aluno realizou as explorações solicitadas e quais aspectos precisará ajudá-lo a melhorar.	Entende que por meio do relatório pode levar o aluno a refletir sobre o que fez com o software. Vê no relatório um modo de escutar o que o aluno explorou com o software.

5.PL.Lu.13	O que eu acho interessante dessas aulas? [...] se você entra numa situação em que você vai falar de concavidade da parábola, você faz ele [aluno] retomar aquilo, lembra o que a gente fez lá [no GeoGebra]? O que aconteceu? Ah! É mesmo professora. Quando eu coloquei no negativo a parábola fazia assim [fez com a mão a concavidade para baixo]. Quando zerava o a ela ficava assim [fez com a mão uma reta]. Eu acho que é isso, fazer com que o aluno faça essas associações, essa é a ideia. Fazer essa associação. Então isso que seria interessante [...]. Porque isso seria uma prova que ele teve uma construção de conceito.	A professora considera interessante a possibilidade de ensinar o conteúdo em sala de aula retomando o que o aluno fez na aula com o GeoGebra, para que ele possa fazer associações entre o conteúdo matemático que está sendo ensinado e o que ele viu durante a exploração da construção no software.	Entende que é importante retomar o que foi trabalhado com o software para a sistematização dos conceitos.
5.PL.Lu.14	A gente está construindo junto. Não é uma coisa que a gente consegue ver da noite para o dia. A gente está fazendo junto [as aulas com o GeoGebra], vigiando, vendo ali o que está dando certo [...] é um estudo. Não é uma coisa que a gente está pegando pronto. A gente está tentando. Através do que você [pesquisadora] está estudando, você está trazendo para a gente, a experiência nossa a gente compartilha com você, então é uma coisa que leva tempo, não é uma coisa que está pronta [...] eu	A professora considera que as aulas com o GeoGebra constituem um trabalho que está sendo construído de modo colaborativo, a partir da experiência vivida do professor de matemática e dos estudos realizados pela pesquisadora. Considera que se trata de um estudo e por isso ainda precisa ser aperfeiçoado e pode levar tempo até que	Reconhece a importância de estar junto ao grupo estudando possibilidades de ensinar com tecnologia. Manifesta uma abertura para continuar se aperfeiçoando.

	acho que o caminho é esse mesmo, a gente pode até ir aperfeiçoando umas coisas, mas é esse o caminho.	vejam resultados em suas práticas, mas que sua continuidade é importante.	
5.PL.Eu.15	Na aula [com o GeoGebra] a gente tem que propor aquela questão que vai fazer ele [aluno] pensar para chegar na resposta.	O professor afirma que na aula com o GeoGebra deve propor tarefas que façam o aluno pensar para poder construir uma resposta.	Entende que precisa propor tarefas que façam o aluno pensar.
5.PL.Lu.16	Fica interessante se eles vão anotando o que eles estão explorando [com o GeoGebra]. A gente lança umas questões que a gente quer que eles deem um foco. Vamos pensar nisso [...] depois eles vão fazer o relatório, em cima do que ele anotou, do que ele viu.	A professora afirma que é importante os alunos elaborarem um registro escrito do que eles estão vendo na tela do GeoGebra durante as explorações. Considera que para orientar as explorações, o professor pode ir propondo questões sobre o tema. Posteriormente, pede que o aluno elabore um relatório.	Entende que a elaboração de um relatório pelo aluno é importante.
5.DA.Lu.17	Para você ver que é válida a aula. Eu acho que a gente precisa mesmo ter mais, planejar mais aulas com o GeoGebra. Então como eu pensei? O que eu estava falando para eles [Leonardo e Euclides]? Como a gente vai ter que preparar a recuperação agora, do 3º bimestre, a recuperação contínua [...] então eu estou pensando, vou ver se eu consigo fazer a recuperação com o GeoGebra.	A professora considera que a experiência da aula com o GeoGebra foi positiva e que por isso entende que precisa planejar mais aulas para serem realizadas desse modo. Para isso, sugere que o trabalho de recuperação contínua de suas turmas seja feito por meio do GeoGebra.	Manifesta interesse em realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.

			Vê no software uma possibilidade para fazer o trabalho de recuperação.
5.DA.Lu.18	Aquele dia [após a aula com o GeoGebra] eu fiquei, assim, um pouco desanimada, eu achei que na aula a gente não consegue ter essa noção, mas você vê [na gravação] que é válido [...] eles exploram bastante. A exploração [com o GeoGebra] é muito diferente da sala de aula, é melhor.	A professora afirma que logo após a aula com o GeoGebra se sentiu desanimada e considerou que o resultado da aula não havia sido positivo, porque não conseguiu observar se os alunos haviam feito as tarefas. No entanto, ao ver a gravação entendeu que os alunos realizaram as explorações.	Identifica, ao ver a gravação, situações que não vê na aula. Reconhece que com o software os alunos realizam as explorações.
5.DA.Lu.19	Então tem que analisar o erro dele [aluno] para gente tentar ir direto no ponto que a gente precisa trabalhar. Porque senão às vezes você foge do que o aluno está precisando [...] então nessa análise que a gente faz da exploração dele com o GeoGebra, você consegue ver direitinho o que ele está precisando.	A professora afirma que precisa analisar o erro do aluno para entender o que é necessário trabalhar para corrigi-lo. Considera que a análise do grupo a respeito da exploração do aluno com o software possibilita compreender o que levou ao erro para poder auxiliar o aluno.	Entende que a análise da exploração com o GeoGebra possibilita identificar as dificuldades dos alunos. Reconhece a importância de trabalhar essas dificuldades dos alunos.

5.DA.Le.20	Na pergunta é que você pega mais a resposta dele [aluno]. Porque, às vezes, ele fala: “professor! Mas por que não dá isso? ”. Aí [o professor] fala: “mas o que você fez? ”. Porque também agora já é o costume fazer o que a gente faz com o GeoGebra. O que você fez? Olha eu fiz assim, pensei assim. Ah tá! Então vamos ver porque assim não ia funcionar. E aí a gente tem que explicar, é o que eu estou fazendo bastante agora, esse bimestre eu fiz muito isso.	O professor afirma que quando o aluno tem dúvidas, se faz questionamentos ao aluno a respeito do modo pelo qual ele resolveu a tarefa, consegue compreender o que levou ao erro. Considera que no trabalho com o GeoGebra já estão acostumados a assumir essa postura de procurar compreender o que o aluno fez e compartilha que está buscando ter essa mesma postura nas aulas que realiza sem a tecnologia.	Sugere um modo de trabalho em que busca entender o que o aluno fez, antes de sanar sua dúvida. Manifesta que está buscando conduzir suas aulas com a mesma postura assumida no trabalho com o GeoGebra.
5.DA.Le.21	No GeoGebra a gente começa a dar mais atenção para o erro. Na sala tem muitas coisas que a gente vai deixando passar, porque você tem aquele compromisso de querer fazer o conteúdo e, às vezes, você acaba deixando. É uma hora que é de grande valia. E ali [no erro], às vezes, é aquele fato que você pode matar toda a ideia dele [aluno]. O aluno pode nunca mais querer saber de matemática. A única vez que eu tentei fazer [risos] eu não sabia nada. Acabou! [...] mas agora a gente vê que tem um jeito de [o aluno] pensar. Não está errado!	O professor afirma que devido à preocupação que tem em cumprir o conteúdo, não consegue dar atenção ao erro do aluno. Porém, ao trabalhar com o GeoGebra, começou a dar mais atenção ao erro, pois compreendeu que é importante analisar o modo de o aluno pensar que o leva àquele erro.	Entende que o trabalho com o GeoGebra faz com que fique mais atento ao erro do aluno. Entende que a análise do erro leva à compreensão de um modo de pensar.

5.DA.Le. 22	[Com o GeoGebra] você só mostra o que você quer, para ele [aluno] pesquisar, analisar, para ele tirar as suas conclusões. Agora a ideia de fazer aí o registro [relatório], com o registro é mais uma situação que você tem de, de repente, ver que ele [aluno] entendeu [...]. É a hora de você pegar o registro dele, chamar ele e falar: “por que você chegou nisso que você colocou no registro aqui pra mim? ”. Talvez até retomar com ele, separadamente uma outra hora.	O professor afirma que no trabalho com o GeoGebra pode mostrar ao aluno a tarefa que deve ser feita para que ele busque suas próprias estratégias de solução. Considera que a possibilidade de o aluno elaborar um relatório acerca do que está explorando com o software ajuda o professor a ver o que ele compreendeu com a aula e dá uma abertura para que o professor possa, posteriormente, retomar os assuntos trabalhados com os alunos.	Entende que com o GeoGebra é possível dar autonomia ao aluno para buscar soluções para a tarefa. Entende que o relatório possibilita compreender o que o aluno entendeu com o software.
5.DA.Le.23	O rapaz entrou [na internet], mas ele estava vendo, na verdade, assunto da aula. E se eu fosse dar uma bronca? Não é hora disso! Ele estava procurando coisa de sala de aula. Então não é por aí que eu posso ver se ele fez ou não [a tarefa da aula]. Mas pelo registro [relatório] sim, se ele fez ou não.	O professor identifica que o aluno acessou a internet durante a aula com o GeoGebra para pesquisar assuntos que estavam sendo trabalhados. Considera que não pode determinar se o aluno fez ou não a tarefa apenas por sua atitude de acessar a internet durante a aula. Ressalta que o relatório é o meio pelo qual o professor pode determinar se o aluno fez a tarefa.	Identifica que o aluno acessa a internet para pesquisar assuntos da aula. Entende que o relatório possibilita ver se o aluno realizou a tarefa com o software.

5.DA.Lu.24	Já é válido, porque se ele está procurando uma outra maneira de escrever ele está pensando no assunto. Ele vai ter que raciocinar sobre aquilo que ele fez [no GeoGebra].	A professora vê na gravação que em uma dupla que realiza as explorações com o GeoGebra, um dos alunos afirma que para escrever o relatório eles precisam procurar modos diferentes de registrar o que estão vendo, para que seus relatórios não fiquem iguais. Considera positiva a atitude do aluno, com a justificativa de que para os alunos escreverem sobre a mesma exploração de um modo diferente é necessário refletir sobre o que fizeram com o software.	Entende que escrever sobre o que vê no GeoGebra leva o aluno a refletir sobre a construção que fez.
5.DA.Lu.25	Essa que era a minha ideia [com a recuperação]. Como eu tinha trabalhado com eles no cálculo, dentro da sala de aula, e eles não aprenderam, era o quê? Era fazer agora o visual com eles [no GeoGebra]. Eles fizeram o cálculo x do vértice e y do vértice e as raízes. Agora ali [na tela do GeoGebra], olhando ali, eles conseguem identificar que a raiz está aqui [eixo x]?	A professora afirma que optou por realizar a aula de recuperação por meio do GeoGebra porque já havia trabalhado com o mesmo conteúdo em sala de aula e os alunos não haviam aprendido. Afirma que a intenção com o GeoGebra era conduzir um trabalho voltado para a visualização, em que os alunos deveriam obter informações por meio da observação da construção no software e relacionar com os conteúdos trabalhados.	Manifesta interesse em realizar a recuperação com o GeoGebra. Entende que a recuperação no GeoGebra poderá contribuir para uma relação entre os aspectos gráficos e algébricos.

5.DA.Eu.26	Na aula [com o GeoGebra] dá aqueles probleminhas e você sai do seu controle ali. Então o ideal é estar fazendo antes para ver se dá certo.	O professor afirma que os problemas que surgem durante a aula com o GeoGebra podem fazer com que o professor perca o controle das ações que está realizando. Desse modo, considera que é necessário resolver a tarefa antes de fazê-la com os alunos, para se preparar para a prática.	Preocupação em resolver a tarefa antes de propor aos alunos.
5.DA.Lu.27	Eu achei também que eu preparei muita coisa para aquela aula [com o GeoGebra]. Eu achei que, não sei se eu demorei muito [...] porque leva tempo para eles explorarem [...] se fosse na sala [de aula] daria tempo, porque daí eles não estão explorando nada, você vai dentro do seu ritmo, você vai embora e o aproveitamento deles mesmo é muito pequeno. Você vai embora, você até fala, acabei tudo, mas e daí?	A professora afirma que não houve tempo para fazer tudo o que havia planejado porque na aula com o GeoGebra é necessário dar tempo para que o aluno possa realizar explorações.	Entende que com o software é preciso dar ao aluno a oportunidade de explorar.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 7 – Análise Ideográfica: Ciclo 6 “Quero um Triângulo do Tipo...”.

Código	Unidade de Significado	Explicitação do Pesquisador	Ideia Nuclear
--------	------------------------	-----------------------------	---------------

6.PL.Eu.1	A partir desse triângulo qualquer vamos pedir algum [tipo de triângulo], tipo um obtusângulo. Eles vão mexer com o ângulo dele [do triângulo], eles vão ter que ir puxando [os vértices]. Como é que eles fazem? Vamos ter que fazer para gente ver como é que eles vão mexer.	O professor propõe uma exploração para a aula na qual o aluno será levado a mover os vértices da construção para representar um tipo de triângulo determinado por ele. Enquanto faz a sugestão considera que é preciso fazer a exploração para compreender as possibilidades que o aluno tem para realizar a tarefa.	Entende a importância de fazer a exploração com o GeoGebra para ver as possibilidades que o aluno tem.
6.PL.Lu.2	Bom, eu vou fazer o seguinte, eu não vou falar nada então [sobre modos de construção do triângulo]. Se eles chegarem aqui [ferramenta “Polígono”], por exemplo, eles vão ter que colocar o vértice e eles vão perguntar. Conforme for surgindo dúvidas sobre a ferramenta, a gente vai ajudando. Mas tem que deixar eles falarem: “eu quero fazer tal coisa”, “eu quero medir o ângulo”. A gente não pode direcionar.	A professora afirma que, na aula com o GeoGebra, vai solicitar aos alunos a construção dos triângulos sem lhes dar indicações de modos de construção. Complementa que, à medida que os alunos forem indicando os modos pelos quais têm a intenção de realizar as construções, o professor poderá auxiliá-los com as dúvidas relativas às ferramentas do software.	Vê a possibilidade de conduzir a aula a partir dos modos pelos quais o aluno realizar as construções. Entende a importância de não direcionar as explorações que o aluno realiza.
6.PL.Lu.3	No GeoGebra a gente tem que pensar em perguntas, questões abertas para eles [alunos] explorarem. Não [podemos] direcionar.	A professora afirma que na aula com o GeoGebra devem ser propostas questões que	Entende que é importante propor tarefas que favoreçam as explorações.

		favoreçam a exploração pelo aluno sem direcionar o que ele irá fazer.	
6.PL.Le.4	No GeoGebra quando você pede para ele [aluno] classificar o triângulo, que nem a gente vai fazer agora, ele pode falar que é um acutângulo. Aí fala: “então mostra para mim. Porque eu sei que esse triângulo que você fez é um acutângulo. Mostra para mim que isso é um [triângulo] acutângulo”. Eu tenho que ter uma prova disso. Procura uma ferramenta para mostrar. O que eu preciso? Para ser um [triângulo] acutângulo? O que ele [triângulo] tem que ser? Dá para fazer ele pensar.	O professor afirma que no trabalho com o GeoGebra, quando o aluno realiza uma construção, pode fazer perguntas que o levem a explorar as ferramentas do software, buscando argumentos para mostrar ao professor que a construção feita atende ao solicitado.	Sugere um modo de trabalho por meio de pergunta. Sugere que seja feito um encaminhamento para o aluno destacar as propriedades da figura construída.
6.PL.Le.5	No GeoGebra pode até fazer isso depois, é uma boa, faz o seguinte: depois que ele [aluno] construiu o triângulo retângulo e explorou-o, depois [fala]: “agora mexe um dos vértices, continua sendo um [triângulo] retângulo? O que a gente poderia fazer para tornar esse triângulo sempre um [triângulo] retângulo?”.	O professor afirma que, após o aluno construir o triângulo retângulo, é possível pedir-lhe que mova seus vértices para verificar se a construção manterá as características. Sugere perguntar ao aluno sobre a possibilidade de realizar a construção de um modo em que o triângulo seja sempre retângulo (não se altere com o movimento).	Sugere um modo de trabalho em que o aluno explore possibilidade de construção Sugere que o aluno mova a construção para verificar se as propriedades se mantêm.

6.PL.Le.6	Eu acho que tudo isso [exploração do aluno] vai sair da sua “viajada” na sala. Da passada nas bancadas [grupos]. Aí você vai ver como é que ele [aluno] construiu e o que mais pode levá-lo a explorar.	O professor entende que a abertura de possibilidades para o aluno explorar vai depender do modo pelo qual acompanha o trabalho deles na aula, observando o que eles fizeram e levantando perguntas que favoreçam a exploração.	Entende que a abertura de possibilidades para o aluno explorar depende do modo pelo qual o professor conduz a aula.
6.PL.Le.7	O que a gente não tem ainda, infelizmente na nossa sala [de informática], é um retroprojeto para a gente mostrar [as construções dos alunos]. Porque aí a gente mostrava tudo que o aluno está fazendo no GeoGebra e falava: “olha! Um aluno fez desse jeito e agora? ”. Colocava para a sala toda conversar sobre aquele assunto. Falar, por exemplo: “olha! Tem um aluno que fez assim, que usou essa ferramenta chamada regular. O que significa ser regular? Então, se eu construir um triângulo regular, ele vai ser que tipo de triângulo? O que significa ser regular”.	O professor afirma que se tivesse um retroprojeto na sala de informática poderia projetar as construções realizadas pelos alunos para promover discussões que levassem à exploração dos conteúdos matemáticos.	Vê a possibilidade de realizar discussões sobre conteúdos a partir dos modos de o aluno realizar as construções.
6.PL.Lu.8	Então e se eu mudar o tamanho do meu triângulo? Todo mundo fez triângulos iguais? Não. E se eu pegar o meu triângulo e mudar [a medida] o lado dele. Arrastar um	A professora sugere que, após os alunos realizarem as construções, pode fazer perguntas que os levem a mover a construção para observar se as propriedades se mantêm.	Entende que a dinamicidade do software favorece a verificação de propriedades.

	vértice. Aí eles vão ver que a relação se mantém [...] eu acho que isso é uma boa. Então eu vou por esse caminho.		
6.PL.Lu.9	Para você ver, isso aí [trabalho com o GeoGebra] abre, principalmente para a gente que já tem um tempo de sala e a gente fica muito preso, a gente não sai daquilo. Para a aprendizagem matemática está sendo assim, a gente está conseguindo um avanço.	A professora afirma que o trabalho com o GeoGebra abre possibilidades para o professor, com bastante tempo de experiência, buscar modos diferentes de ensinar que favorecem um avanço para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.	Vê no trabalho com o GeoGebra possibilidades de obter avanços na aprendizagem matemática.
6.PL.Lu.10	Como que a gente começou o nosso trabalho [com o GeoGebra] e o que foi acontecendo ao longo desse tempo, mesmo nessa questão do relatório. Isso aí vai impactando mais, conforme, por exemplo, a gente se adequar mais, como é que fala? Der mais aulas, usar isso mesmo como sistemático. Essa aula eu vou fazer assim, já vou para o GeoGebra. Porque a gente também precisa disso, a gente ter essa visão que dependendo do que a gente está trabalhando, vai ajudar a gente com a aprendizagem do aluno. Então já começar a ser automático. Já vou ligar isso com, já vou trabalhar com o GeoGebra, porque isso aí vai ser bom para o aluno, o aluno vai explorar dessa forma.	A professora afirma que a mudança no seu modo de ensinar vai se tornando mais clara à medida que realiza maior quantidade de aulas com o GeoGebra. Entende que o professor precisa saber identificar em quais situações o GeoGebra pode favorecer a aprendizagem do aluno, para que essas aulas sejam assumidas como parte de sua rotina de trabalho e não como práticas aleatórias.	Entende que a mudança na prática se torna mais clara a medida que realiza mais aulas com o GeoGebra. Entende que as aulas com o GeoGebra precisam ser assumidas como parte da rotina de trabalho do professor.

6.PL.Lu.11	Há um tempo a gente pensava, o professor acaba tendo essa visão, isso que eu fiz aqui [no papel] eu vou fazer ali [no GeoGebra]. Então, por exemplo, eu sempre fazia isso, quando eu ia no laboratório [de informática] com eles [alunos], a gente pegava as atividades que a gente fazia em sala: “então vamos fazer lá [no computador]”. Então eles [alunos] construíam, mediam, faziam a área, depois conferiam a área ali [caderno]. Atividades desse tipo. Mas dá para avançar muito mais, dá para abrir muito mais o horizonte do aluno.	A professora reconhece que houve uma mudança no seu modo de compreender o ensino de matemática com a tecnologia. Identifica que, antes de sua participação nos encontros do grupo, trabalhava com o GeoGebra como um reforço de seu trabalho, isto é, fazia o que havia ensinado em sala de aula. Entende que no trabalho com o software é possível avançar em relação ao que é feito no papel para favorecer a aprendizagem do aluno.	Identifica uma mudança em seu modo de compreender o ensino com a tecnologia. Vê com o software a possibilidade de avançar e promover a aprendizagem do aluno.
6.DA.Lu.12	Mas para você ver, jamais numa aula eu consigo essa riqueza do aluno estar olhando, de estar voltando. Porque você vê que aqui eles exploram muito mais o que você está falando. Agora dentro da sala eles vão copiando, conversa com um, conversa com outro [...]. Então você vê que ali [no GeoGebra] não. Ali eles estão conversando o tempo todo sobre o assunto. Estão lá conversando, estão tentando descobrir, quer dizer, quanto mais você elaborar uma atividade assim, bem interessante, mais vai prender	A professora afirma que no trabalho de sala de aula não consegue dar ao aluno as mesmas oportunidades para a realização de explorações que são possíveis quando trabalha com o GeoGebra. Identifica que com o software os alunos se mantêm atentos à tarefa que estão fazendo.	O trabalho com o GeoGebra abre oportunidade para a exploração. Com o GeoGebra, os alunos se mantêm atentos.

	a atenção deles, porque olha para você ver, eles ficam o tempo todo mexendo.		
6.DA.Lu.13	Vou começar a explorar isso na sala, tipo assim, no que vocês chegaram naquela atividade [no GeoGebra]? [...]. Ali [no GeoGebra] [...] [eles] estão olhando, estão fazendo, estão construindo, estão apagando, estão fazendo de novo. Quer dizer, para a aprendizagem deles é muito bom [...]. Estão errando. Estão vendo o que não dá certo. Apaga. Faz de novo.	A professora afirma que vai começar a retomar o que foi feito com o GeoGebra no trabalho de sala de aula. Identifica que, com o software, os alunos têm a oportunidade de fazer as construções, observá-las, identificar erros, apagar e realizá-las novamente, se necessário.	Reconhece a atividade do aluno no trabalho com o GeoGebra. Afirma que irá retomar, na sala de aula, as explorações feitas com o GeoGebra.
6.DA.Lu.14	É bom a gente falar disso [aula com o GeoGebra], embora a gente já esteja no final de carreira [...] que para a gente é mais difícil mudar algumas coisas que a gente já está há bastante tempo [fazendo], mas assim mesmo algumas coisas eu já tento me policiar.	A professora considera que, embora esteja há bastante tempo dando aulas do mesmo modo e por isso tenha dificuldade em mudar seu modo de ensinar, estar com o grupo discutindo aulas com o GeoGebra favorece mudanças em sua prática.	Entende que as discussões da aula com o GeoGebra favorecem mudanças em suas práticas.
6.DA.Lu.15	Ah! Meu Deus do céu! E eu já pá [deu a resposta ao aluno]! Nem prestei atenção [...] a aluna veio perguntar e eu dei a resposta do que ela tinha que fazer e porque que não estava certo [...] a gente fala [a resposta] e não fala o que ela [aluna] quer saber, a gente fala o que não é para	A professora se surpreende ao assistir a gravação e ver que uma aluna lhe fez uma pergunta para sanar uma dúvida quanto à resolução na tarefa e ela, ao invés de responder o que a aluna havia perguntado, deu	Entende que assistir a gravação da aula possibilita identificar situações que precisam ser retomadas com os alunos.

	falar [risos]. É bom para gente se policiar. É ótimo isso [assistir a aula] [...] vou ver se eu consigo na devolutiva que eu vou dar, falar sobre isso [dúvida da aluna], porque a hora que eu faço a devolutiva, o que eu consigo lembrar [da aula com o GeoGebra] eu vou falando. A gente vai comentando a aula e até vou tentando fazer: “lembra que vocês fizeram isso? ”. Tento pegar alguns pontos, esse da semelhança é interessante.	a resposta da tarefa e indicou onde estava o erro da aluna. Entende que é importante assistir a gravação da aula para identificar aspectos que precisa retomar com os alunos na próxima aula que vai realizar em sala de aula.	
6.DA.Lu.16	Mas é bom a gente ver [a gravação da aula com o GeoGebra] para gente ficar se policiado. Eu já melhorei um pouquinho, mas ainda preciso melhorar mais [risos], ir sempre aperfeiçoando.	A professora reconhece que é importante assistir a gravação da aula para identificar situações de sua prática em que precisa se controlar para poder melhorar. Identifica que o trabalho com o GeoGebra já possibilitou melhorias em sua prática e reconhece que precisa continuar buscando modos de aperfeiçoá-la.	Reconhece que ver a gravação da aula possibilita buscar modos de melhorar sua prática. Manifesta interesse em continuar se aperfeiçoando.
6.DA.Lu.17	Ainda bem que eu não vi isso [na aula]! Já ia falar que não tem jeito [risos]. Acabou com a aprendizagem! Não tem jeito! Mas é interessante mesmo, a gente tem que se policiar [para não dar a resposta ao aluno]. Mas você vê, por isso que eu acho assim, é bem rica a aula [com o	A professora assiste a um trecho da gravação em que uma aluna fica mais tempo (que os outros) tentando construir um triângulo com dois ângulos de 90 graus. Afirma que foi importante não ter visto a exploração da aluna,	Entende que é importante dar a oportunidade de o aluno realizar suas próprias explorações.

	GeoGebra]. Eles fazem muitas explorações, coisa que na sala eles não conseguem fazer.	pois teria lhe dito que a construção não era possível, interrompendo seu processo de exploração. Considera que o professor precisa se controlar para não dar a resposta ao aluno, pois com o software há a possibilidade de ele realizar muitas explorações, como essa que a aluna fez para descobrir um caminho.	Entende que com o GeoGebra os alunos fazem mais explorações.
6.DA.Lu.18	Aqui no caso desse desenho [triângulo construído no GeoGebra], ela [a relação] pode se estender para qualquer medida que você desenhar [os lados do triângulo]. Essa é a ideia do GeoGebra, não é? Porque no caderno ele [aluno] conseguiria até desenhar o quadrado nos lados do triângulo, mas ele não consegue fazer essas variações [dos lados do triângulo].	A professora afirma que na construção do triângulo retângulo no GeoGebra, quando constrói os quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa para investigar a relação entre as áreas que determina o Teorema de Pitágoras, é possível arrastar os vértices do triângulo, modificando as medidas de seus lados. Com isso o aluno vê que a relação se mantém para triângulos retângulos com qualquer medida de lados.	Reconhece as possibilidades que o aluno tem de realizar investigação com o GeoGebra.
6.DA.Lu.19	Olha! Tem que tentar ver, pensar mesmo na atividade [com o GeoGebra], porque eles [alunos] chegam a fazer se a gente pede essa investigação. Eles ficam fazendo.	A professora afirma que é importante pensar nas possibilidades de conduzir as tarefas de investigação no GeoGebra, porque os alunos	Entende que é importante se empenhar para planejar aulas de investigação com o GeoGebra.

	Então eu acho que vale a pena mesmo investir nisso, fazer uma atividade de investigação com o GeoGebra.	se dispõem a fazer a tarefa com o software mediante a orientação do professor.	
6.DA.Eu.20	Na aula [com o GeoGebra] a gente não pode cortar ele [aluno]. Tem que deixar fazer.	O professor afirma que na aula com o GeoGebra tem que deixar os alunos fazerem a tarefa, sem interrompê-los enquanto realizam suas explorações.	Entende que precisa deixar o aluno realizar as explorações.
6.DA.Eu.21	Às vezes ele [aluno] está explorando, explorando, explorando, explorando, para chegar numa conclusão. Chegar em algum resultado. E se você for lá e já destruir tudo dele, ele para. Então é até bom que ele vá fazendo ali, vai mexendo, mexendo [...]. Deixar fazer para depois fazer uma intervenção.	O professor identifica que o aluno realiza explorações com o GeoGebra, buscando respostas para as tarefas. Entende que se o professor interfere na exploração do aluno, pode desconstruir o raciocínio que está em curso e, por isso, sugere que devem deixar o aluno mexer nas ferramentas do software para depois fazer intervenções.	Entende que precisa dar a oportunidade de o aluno realizar a tarefa, antes de fazer intervenções.
6.DA.Lu.22	Agora, tem isso também, [durante a aula] você não vai pegar todas essas observações que a gente está fazendo com você [pesquisadora]. Então muita coisa ali tem esse lado. Some, não fica ao nosso alcance para a gente parar, analisar, até para fazer as intervenções dentro da sala de	A professora reconhece que durante a aula não consegue identificar todas as situações que vêm nas discussões do grupo, para fazer as intervenções necessárias e auxiliar o aluno. Complementa que não há a possibilidade de	Entende que na aula não é possível observar tudo o que acontece.

	aula, para fazer devolutivas. A gente não tem, porque você não vai gravar tudo que o aluno faz.	gravar as aulas para posterior análise, como se faz no grupo.	Reconhece a importância da participação no grupo para as discussões.
6.DA.Lu.23	Essa parte de você entregar assim pronto, eu tenho meio que contestado bastante, porque, por exemplo, [...] mesmo essa aula de relações trigonométricas, o que era o usual? Você já tacar lá [no quadro] todas as relações, as razões, pá, pá, pá, pá [...]. Então, por exemplo, no GeoGebra eu já estou fazendo umas intervenções em que eles estão investigando mais, então eu estou tentando fazer essa investigação. Não só entregar pronto ali, que nem a gente fazia. A gente vai melhorando, com certeza.	A professora afirma, por meio de um exemplo, que tem buscado modificar seu modo de ensinar. Vê que, com o GeoGebra, está buscando ensinar levando os alunos a realizarem investigações sobre os conteúdos. Entende que desse modo está melhorando suas práticas.	Entende que é importante dar ao aluno a oportunidade de realizar investigações. Reconhece que com o GeoGebra há uma mudança em seu modo de ensinar.
6.DA.Lu.24	Para a construção do conhecimento dele é muito mais rico [trabalhar com o GeoGebra]. Porque ele vai procurando as ferramentas, ele vai realmente construindo todo aquele percurso que, às vezes, a gente entrega pronto na sala e que para ele não vai servir para nada.	A professora considera que o trabalho com o GeoGebra potencializa a construção de conhecimento do aluno. Para ela, com o software, há a possibilidade de o aluno procurar ferramentas para a construção de estratégias de resolução da tarefa.	Identifica as possibilidades que o aluno tem com o software. Identifica que as investigações com o software dão oportunidade ao aluno de conhecer.

6.DA.Lu.25	Por que não é? De onde você tirou isso? Mas por quê? O que é isósceles? No GeoGebra a gente pode perguntar para ele, para ele ir investigando [...] a gente ir dando essa oportunidade para o aluno construir. Não entregar pronto.	A professora expõe exemplos de questões que pode fazer ao aluno para levá-lo a realizar investigações com o software. Para ela, essa é uma oportunidade para o aluno construir conhecimento.	Entende que precisa propor questões que levem o aluno a investigar com o software.
6.DA.Lu.26	O aluno, se você desenhou um negócio ali na lousa, ele vai desenhando, nem está sabendo o que você está fazendo. Ele está fazendo a cópia daquilo que você colocou e isso para ele acrescenta muito pouco. Eu comentei isso com eles, por que trabalhar dessa maneira, usando o GeoGebra? Por que ele [software] pode ser bom para eles [alunos]? Por exemplo, porque usando o GeoGebra pode trazer essa riqueza para eles de conhecimento. Justamente por causa disso, com o GeoGebra você tem uma precisão. No quadro, se eu colocar qualquer medida ali, vocês vão aceitar essa medida, vocês vão desenhar errado. Eu muitas vezes estou desenhando errado, sem precisão, vocês estão desenhando errado aí e fica por isso mesmo. E como é que você vai discutir aquilo que não dá certo? Falar esse aqui [quadrado do cateto maior] somando com o outro [soma	A professora afirma que quando realiza a construção no quadro o aluno copia sem refletir sobre o que faz. Considera que quando a construção é feita com o GeoGebra, há uma precisão com relação as medidas dos objetos construídos e pode promover uma investigação de modo que o aluno compreenda o que está fazendo.	Enfatiza as possibilidades que o aluno tem de realizar explorações com o GeoGebra. Considera que as explorações feitas com o GeoGebra permitem compreender propriedades geométricas.

	dos quadrados dos catetos menores] não dá certo porque não é 90 [o ângulo do triângulo]. Você não tem essa precisão [no papel]? Porque a medida que você está colocando ali está sendo assumida como verdadeira.		
6.DA.Lu.27	Às vezes, a gente precisa de um empurrãozinho. Porque a gente fez aqueles cursos todos sobre o GeoGebra, mas, de repente, a gente podia até aplicar em algumas aulas, mas a mudança da gente mesmo, efetiva, poderia ter acontecido muito pouquinho. Esse grupo de estudo realmente é impactante, tanto que eu estou falando para você, se você pensar bem, é difícil, porque já tem tanto tempo que a gente trabalha. É mais fácil começar, se você está fazendo com os alunos que estão iniciando [a Faculdade], com certeza eles vão ter uma prática docente muito diferente da nossa, porque você já está começando o trabalho com eles. Mas, por exemplo, eu, o Leonardo, o Euclides, e gente está bem acostumado, como é que fala? Com vícios. É difícil, lógico, e você vê que a gente está tendo essa mudança, esse olhar diferente, conseguiu mexer com a gente dessa forma.	A professora afirma que os cursos que fez sobre o GeoGebra podem favorecer a realização de algumas aulas com o software, mas não a mudança na prática do professor. Reconhece que há dificuldade em mudar seu modo de ensinar, considerando que já possui bastante tempo de experiência seguindo as mesmas práticas. Entende que, apesar da dificuldade, estar com o grupo de formação, discutindo e analisando práticas com tecnologia, tem favorecido a mudança.	Reconhece que há dificuldade em compreender modos de ensinar com a tecnologia. Entende que estar com o grupo favorece a mudança na prática do professor.

6.DA.Lu.28	Não adianta partir de uma atividade pronta. Por isso que a gente acaba animando [em planejar a aula]. Você vê que é uma estratégia diferenciada, mas você vê que o aluno vai produzir. Que muitas vezes dentro da sala de aula você não consegue. É lógico que você não consegue fazer todas as aulas aqui [GeoGebra], mas as aulas que você vai [no laboratório de informática] você consegue tirar bastante coisa deles, consegue essa linha de raciocínio, consegue coisas boas para ele, que vai auxiliar ele no processo de aprendizagem. Então é legal! Nossa, é muito bom!	A professora afirma que se planeja uma tarefa com o software, ao invés de utilizar algo que já está pronto, tem possibilidade de ver como o aluno irá fazê-la. Considera que não é possível trabalhar todas as aulas de matemática da turma com o GeoGebra, mas que as aulas que conduz desse modo são produtivas, pois favorecem a aprendizagem do aluno.	Entende que ensinar com o GeoGebra favorece a constituição de conhecimento do aluno. Entende a importância de planejar e construir as tarefas que serão feitas com o GeoGebra.
6.DA.Lu.29	O que é melhor para ele [aluno], dá para parar naquilo que muitas vezes a gente passa batido e, às vezes, você tem que voltar, ficar mais atento para isso. Porque eu acho que você vai no automático. Então, por exemplo, a partir de todo esse estudo que a gente faz com o GeoGebra, você começa a perceber mais isso, coisa que muitas vezes você vai no automático. Mas você tem um pouquinho de coisa ali para falar, nossa, ele falou isso, mesmo que não seja na hora, para depois você voltar.	A professora reconhece que estar com o grupo discutindo suas aulas com o GeoGebra possibilita compreender situações que podem favorecer a constituição de conhecimento do aluno, às quais não se atenta durante a aula. Complementa que ao serem compreendidas, essas situações podem ser retomadas com os alunos.	Entende que discutir as aulas com o grupo é um modo de escutar o aluno.

6.DA.Lu.30	Porque dá para ver que [no GeoGebra] ele [aluno] faz de alguma forma. Por exemplo, a gente estava fazendo a classificação [do triângulo] pelo ângulo, embora ele estivesse procurando tudo [no site de busca], mas depois ele viu que tinha que fazer essa classificação e perceber o lado também e tal. Tem que fazer com que ele consiga chegar, ele consiga, não a gente pá, entregar a resposta.	A professora entende que com o GeoGebra o aluno faz as tarefas solicitadas pelo professor. Entende que, apesar de às vezes o aluno recorrer a consultas em sites de busca para compreender o que precisa fazer, a exploração que realiza com o software o faz compreender os conteúdos envolvidos na construção. Conclui que precisa dar ao aluno a oportunidade para explorar e não lhe dar prontamente a resposta da tarefa.	Entende que com o GeoGebra o aluno faz as tarefas propostas. Entende que precisa dar a oportunidade de o aluno realizar as explorações.
------------	---	---	---

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme salientamos anteriormente, a análise ideográfica nos permite interpretar o que foi expresso pelos professores participantes do grupo de forma/ação de modo individual, isto é, sem buscar convergências entre o que eles dizem. Caminhando no movimento interpretativo, vamos procurando destacar ideias nucleares que expõem o sentido que, para nós, fez a fala do professor à luz do interrogado. Com isso, vamos articulando o dito pelos professores para compreender o sentido do todo. Ou seja, o movimento de análise ideográfica já nos encaminha para os aspectos gerais do que, nas distintas falas, vão se presentificando.

Caminhamos, então, para a análise nomotética, em um movimento de interpretação que se volta para os aspectos gerais, cada vez mais abrangentes e que permite falar dos modos de o professor de matemática *se perceber sendo professor com tecnologia*.

5.2 ANÁLISE NOMOTÉTICA

Na pesquisa fenomenológica a análise nomotética é um movimento de *síntese*, entendida como *composição* que estrutura o interpretado visando expor o que está sendo construído no movimento interpretativo. Nos Quadros 8 a 13 procuramos organizar as convergências de sentido que foram interpretadas.

Para que a leitura desses quadros seja compreensível os organizamos com os códigos e as ideias nucleares dos Quadros 2 a 7, na primeira e segunda colunas. Na terceira coluna apresentamos uma primeira convergência que expressa de modo mais abrangente o sentido do que foi dito pelos professores. Salientamos que as cores usadas nos quadros de 2 a 7, contribuem para primeira convergência expressa a seguir.

Quadro 8 – Análise Nomotética: Ciclo 1 “O Problema do Taxista”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
1.PL.Lu.1	Reconhece as possibilidades de exploração que o aluno tem com o GeoGebra.	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia
1.PL.Lu.5	Entende que quando o aluno elabora perguntas ele demonstra estar entendendo.	
1.PL.Lu.10	Entende que os alunos têm familiaridade com tecnologias e isso pode ser útil para o professor.	
1.PL.Lu.11	Reconhece a possibilidade de o aluno aprender com a tecnologia.	
1.PL.Lu.11; 1.PL.Lu.12	Identifica que a construção no GeoGebra possibilita que o aluno conheça propriedades.	
1.PL.Lu.12	Identifica que com o GeoGebra o aluno precisa pensar na construção.	
1.DA.Lu.17	Reconhece que o aluno não tem dificuldade em seguir os passos da tarefa e realizar as construções.	
1.DA.Lu.17	Entende que o aluno tem dificuldade em articular o que faz com a ideia matemática que o professor quer que ele veja.	
1.DA.Le.18	Reconhece a importância de fazer menos interferência para deixar o aluno realizar explorações com o software.	
1.DA.Lu.21	Identifica que a exploração com o software possibilita ao professor ver o aluno construindo o raciocínio matemático.	

1.DA.Lu.25	Identifica que o aluno que já fez explorações com o GeoGebra poderá avançar.	
1.DA.Eu.28	Identifica uma melhora no entendimento do aluno.	
1.DA.Eu.28	Identifica mais facilidade com a exploração.	
1.PL.Lu.2	Disposição para fazer uma nova construção como meio de treinar o uso do software para o trabalho na sala de aula.	Manifesta disposição para aprender funcionalidades do software
1.PL.Eu.3; 1.DA.Eu.22; 1.DA.Eu.23; 1.DA.Lu.24	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.	
1.DA.Lu.15	Manifesta que precisa continuar se aperfeiçoando.	
1.DA.Lu.15	Considera importante realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.	
1.DA.Lu.19	Manifesta a importância de realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.	
1.DA.Lu.19	Manifesta que é importante trabalhar com o Geogebra desde o 1º ano.	
1.DA.Lu.27	Identifica tarefas em que possui mais dificuldade e que precisa treinar mais.	
1.PL.Eu.4	O estar com o outro professor dá abertura para pensar o ensino com a tecnologia.	Manifesta abertura para, junto ao outro, compreender o ensinar com tecnologia
1.PL.Lu.6	Possibilidades de melhorar as práticas a partir da análise da experiência vivida.	

1.PL.Lu.7	Mostra-se interessada em saber se há possibilidades diferentes de ensinar com tecnologias.	
1.PL.Lu.8	Manifesta uma abertura para compreender o ensinar com tecnologia.	
1.PL.Le.9	O estar com o outro professor dá abertura para pensar o ensino com a tecnologia.	
1.PL.Lu.10	Reconhece a importância de estar junto ao grupo construindo um modo de ensinar com tecnologias.	
1.DA.Lu.15	Manifesta que precisa continuar se aperfeiçoando.	
1.DA.Lu.16	Considera que a aula com o software tem muitas informações, que podem ser vistas na gravação.	
1.DA.Le.20	A gravação permite ver situações que não foram vistas durante a aula.	
1.DA.Lu.25	Reconhece que o trabalho com o software ainda é inicial, mas que a sua continuidade pode ser importante.	
1.DA.Lu.26	Reconhece a importância do trabalho com o GeoGebra estar previsto no planejamento.	
1.PL.Lu.7; 1.PL.Lu.8	Declara que ensina matemática do modo pelo qual aprendeu, a partir da teoria.	Diz de um modo de compreender o ensinar matemática
1.PL.Lu.10	Reconhece que o seu modo de ensinar matemática é por meio de aula expositiva.	
1.PL.Lu.11; 1.PL.Lu.12	Identifica que a construção no GeoGebra possibilita que o aluno conheça propriedades.	Entende que o software pode favorecer o ensinar

1.PL.Lu.13	Identifica a potencialidade do software para a visualização.	
1.PL.Le.14	Reconhece que a construção no GeoGebra pode substituir construções manipulativas.	
1.PL.Le.14	Entende que o software potencializa a visualização.	
1.DA.Lu.26	Identifica conteúdos que podem ter a sua visualização favorecida por meio do GeoGebra.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 9 – Análise Nomotética: Ciclo 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
2.DT.Lu.1	Preocupação em expor os objetivos da aula.	Dispõe-se a compreender modos de ensinar com tecnologia
2.DT.Lu.1	Preocupação em relacionar a construção no software com o conteúdo matemático.	
2.DT.Lu.5	Busca identificar quais tarefas tornam-se mais claras com o GeoGebra.	
2.DT.Eu.6	Reconhece que tem dificuldade com o software.	
2.DT.Eu.8	Reconhece a importância de estar com o grupo para discutir e sanar dúvidas sobre o software.	

2.DT.Lu.9	Sugere modos de trabalhar um conteúdo por meio do software.	
2.PL.Eu.13	Preocupação em realizar as investigações com o software antes de propor aos alunos.	
2.PL.Eu.17	Preocupação em aprender as funcionalidades do software.	
2.DA.Eu.24	Reconhece que teve pouco tempo para trabalhar, mas que o resultado foi positivo.	
2.DA.Eu.24	Considera que a aula com o software “passa mais rápido”.	
2.DA.Eu.25	Enfatiza a importância do vídeo pela oportunidade de voltar e ver o que aconteceu na aula.	
2.DT.Lu.2	Reconhece as possibilidades de exploração que o aluno tem com o GeoGebra.	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia
2.DT.Lu.7	Entende que o aluno tem dificuldade para dar respostas sem recorrer a fórmulas e cálculos.	
2.PL.Lu.10	Entende que o ensino por meio do software poderá favorecer a compreensão do aluno.	
2.PL.Lu.11	Identifica que a construção no GeoGebra requer que o aluno conheça as propriedades envolvidas.	
2.PL.Lu.16	Vê a possibilidade de com o GeoGebra o aluno compreender a fórmula matemática.	
2.PL.Eu.17	Identifica que os alunos são capazes de fazer investigações com o software.	

2.PL.Lu.18	Identifica que o aluno possui mais facilidade com a tecnologia do que o professor.	
2.DA.Le.20	Vê, com a gravação, que os alunos se envolvem com as explorações com tecnologia.	
2.DA.Lu.21	Identifica que o aluno pesquisa na internet conteúdos relacionados ao tema da aula.	
2.DA.Lu.22	Identifica que o aluno relaciona a construção do software com o que vê na internet, para encontrar uma resposta.	
2.DA.Lu.22	Reconhece que a atitude de pesquisa do aluno favorece sua compreensão.	
2.DA.Eu.23	Entende que ao realizar explorações com o software o aluno tem um aproveitamento melhor.	
2.DA.Eu.23	Reconhece que na aula com tecnologia os alunos têm mais facilidade de manter o foco.	
2.DA.Eu.25	Vê que há envolvimento do aluno na exploração com o GeoGebra.	
2.DA.Lu.26	Identifica que o aluno tem o cuidado de pesquisar na internet os conteúdos que tem dúvida.	
2.DA.Lu.26	Identifica que a atitude dos alunos pesquisarem representa um avanço.	
2.DA.Lu.27	Sugere que a aula de investigação com o GeoGebra possibilita ao aluno retomar conhecimentos prévios.	
2.DT.Lu.2	Sugere o GeoGebra como possibilidade para realizar explorações que não consegue na lousa.	

2.DT.Eu.3	Identifica no GeoGebra uma possibilidade de fazer ver (dar clareza).	Identifica que o software favorece o ensinar e o aprender
2.DT.Lu.4	Reconhece a diferença entre o trabalho no papel e o GeoGebra.	
2.DT.Lu.4	Enfatiza as possibilidades do software para explorar determinados conteúdos.	
2.PL.Lu.10	Entende que o ensino por meio do software poderá favorecer a compreensão do aluno.	
2.PL.Le.12	Entende que o GeoGebra favorece a compreensão das propriedades dos objetos construídos.	
2.PL.Lu.14	Entende que o GeoGebra favorece a visualização de conteúdos.	
2.PL.Lu.15	Vê no software potencialidade para ensinar favorecendo a visualização.	
2.PL.Lu.15	Identifica a possibilidade de ensinar os conteúdos com o GeoGebra.	
2.PL.Lu.16	Identifica a potencialidade do software para visualização.	
2.DT.Lu.7	Manifesta que é preciso mudar o modo de ver o fazer matemática.	Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor
2.PL.Lu.18	Reconhece que o trabalho com tecnologias lança o professor em uma zona de risco.	
2.PL.Le.19	Reconhece que se o professor elabora a construção não se produz o mesmo resultado de os próprios alunos elaborarem.	

2.DA.Lu.27	Manifesta interesse em ensinar de modo investigativo com o software.	
------------	--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 10 – Análise Nomotética: Ciclo 3 “Qual é a Área do Quadrilátero?”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
3.PL.Lu.1; 3.PL.Lu.4	Entende que o software possibilita ao aluno ver a construção em movimento.	Entende que o software favorece o aprender
3.PL.Lu.1; 3.PL.Lu.4	Reconhece que a dinamicidade da construção no software favorece a exploração.	
3.PL.Lu.2	Entende que o GeoGebra favorece a compreensão de conceitos.	
3.DA.Lu.21	Entende que a investigação possibilitada pelo software favorece a busca por respostas.	
3.DA.Le.25	Vê a potencialidade do software para explorar conteúdos diferentes com uma construção.	
3.PL.Lu.2	Identifica que a construção no GeoGebra requer que o aluno conheça propriedades.	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia
3.PL.Eu.5	Vê, na gravação, que os alunos se envolvem nas explorações.	
3.DA.Lu.14	Reconhece que é importante dar oportunidade ao aluno para pensar e analisar o que foi feito.	

3.DA.Eu.20	Entende que a investigação com o software favorece a constituição de conhecimento pelo aluno.	
3.DA.Eu.20	Entende que, ao realizar a investigação, o aluno não vai esperar a resposta do professor.	
3.DA.Le.22	Reconhece que a aula com o GeoGebra dá a oportunidade de investigação ao aluno.	
3.DA.Lu.24	Entende que precisa dar ao aluno a oportunidade para pensar sobre a tarefa.	
3.PL.Lu.3	Entende que ensinar a teoria, fazendo associações com o que trabalhou no software, favorece a compreensão.	Manifesta abertura para compreender modos de ensinar com tecnologia
3.PL.Eu.5	Reconhece que ao ver a gravação identifica aspectos do fazer do aluno que não são vistos na aula.	
3.PL.Le.9	Preocupação em aprender modos de resolver a tarefa antes de propor aos alunos.	
3.PL.Lu.10	Sugere um modo de ensinar a teoria fazendo associações com o que foi trabalhado no software.	
3.PL.Lu.11	Identifica que é preciso dar continuidade ao trabalho com o software.	
3.DA.Le.12	Considera que a gravação permite uma autoavaliação do professor.	
3.DA.Le.12	A autoavaliação do professor dá abertura para melhorar sua prática.	
3.DA.Lu.13	Reconhece que ao ver a gravação identifica aspectos do fazer do aluno que não são vistos na aula.	

3.DA.Lu.17	Entende que as discussões no grupo abrem possibilidades para melhorar a prática.	
3.DA.Le.18	Reconhece a importância de analisar as suas atitudes.	
3.DA.Lu.23	Reconhece que seu trabalho com o software ainda é inicial, mas é relevante para a constituição de conhecimento do aluno.	
3.PL.Lu.6	Entende que ouvir o diálogo do aluno na aula, possibilita ver se ele consegue realizar a tarefa.	Reconhece que escutar o aluno pode apontar modos para o fazer do professor
3.PL.Lu.7	Sugere um modo de conduzir a aula a partir das explorações dos alunos.	
3.PL.Eu.8	Sugere um modo de conduzir a aula, realizando discussões a partir das respostas dos alunos.	
3.DA.Le.15	Entende que se der ao aluno a oportunidade de investigar, pode compreender seu raciocínio.	
3.PL.Lu.7	Entende que na aula com o GeoGebra as ações são imprevisíveis.	Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor
3.DA.Lu.14	Reconhece que é importante dar oportunidade ao aluno para pensar e analisar o que foi feito.	
3.DA.Lu.14	Reconhece que a sua atitude para com o aluno desconstruiu seu raciocínio.	
3.DA.Le.16	Entende que é importante considerar o raciocínio do aluno antes de corrigir seus erros.	
3.DA.Lu.17	Reconhece uma mudança em seu modo de ensinar.	

3.DA.Le.18	Reconhece a importância de compreender o raciocínio do aluno, antes de corrigi-lo.	
3.DA.Lu.19	Reconhece uma mudança em sua atitude, deixando o aluno investigar.	
3.DA.Lu.19	Reconhece que uma mudança de atitude não é fácil.	
3.DA.Lu.24	Entende que precisa dar ao aluno a oportunidade para pensar sobre a tarefa.	
3.DA.Lu.24	Sugere uma mudança de atitude na condução da aula.	
3.DA.Le.22	Entende que a quantidade de conteúdo a ser trabalhado exige uma atitude expositiva do professor.	Diz de um modo de ensinar matemática

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 11 – Análise Nomotética: Ciclo 4 “Posição Relativa de Retas”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
4.PL.Eu.1	Reconhece que há dificuldade no trabalho com o GeoGebra, mas que há situações em que é fundamental a exploração para a compreensão dos conteúdos.	Manifesta abertura para compreender modos de ensinar com tecnologia
4.PL.Lu.3	Sugere propor questões que favoreçam a associação entre o que é visto no GeoGebra e o conteúdo.	
4.PL.Lu.4	Sugere propor situações em que o aluno obtenha informações na exploração com o software.	

4.PL.Lu.6	Preocupação em resolver a tarefa com o software antes de trabalhar com os alunos.	
4.PL.Eu.7	Reconhece que houve um avanço, mas que ainda não tem familiaridade com o GeoGebra.	
4.PL.Eu.8	Reconhece a diferença entre o trabalho de investigação e o de verificação com o software.	
4.PL.Lu.11	Entende que é importante retomar na sala de aula o que foi trabalhado com o software.	
4.PL.Eu.12	Sugere um modo de trabalho em que apresenta o conteúdo com o GeoGebra para depois explorá-lo na sala de aula.	
4.PL.Eu.12	Manifesta a intenção de dar continuidade ao trabalho com o software.	
4.DA.Lu.18	Entende que é importante retomar o que foi trabalhado com o software para a sistematização dos conceitos.	
4.DA.Lu.19; 4.DA.Lu.20	Identifica que a construção no GeoGebra requer um conhecimento do conteúdo.	
4.DA.Le.23	Entende que a gravação dá ao professor a possibilidade de retomar ações.	Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor
4.PL.Eu.2	Entende que trabalhar no GeoGebra conteúdos que os alunos já aprenderam é desnecessário.	
4.PL.Eu.7	Vê na realização da aula com o software um modo de superar suas dificuldades.	
4.DA.Lu.16	Reconhece que o roteiro que estão acostumados a elaborar limita as ações do professor.	

4.DA.Lu.16	Sugere a elaboração de um roteiro para organizar a aula.	
4.DA.Le.22	Entende que se o professor tem um roteiro limita as possibilidades de exploração do aluno.	
4.DA.Lu.24	Entende que as discussões no grupo o fazem compreender aspectos da sua postura que precisam ser mudados.	
4.PL.Lu.4	Sugere propor situações em que o aluno obtenha informações na exploração com o software.	
4.PL.Le.9	Sugere que o aluno realize explorações para identificar se a construção feita atende o requerido.	
4.PL.Le.10	Sugere um modo de o aluno, ao mover a construção, identificar o erro.	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia
4.DA.Eu.13	Entende que o GeoGebra possibilitou a exploração de conteúdos matemáticos.	
4.DA.Lu.14; 4.DA.Lu.15	Reconhece que o acesso à internet é relevante para a aprendizagem do aluno.	
4.DA.Lu.14	Vê que os alunos fazem pesquisas na internet para compreender conteúdos relativos ao tema da aula.	
4.DA.Lu.15	Identifica que o aluno não sabe em quais situações pode acessar a internet durante a aula.	
4.DA.Lu.19	Reconhece que para fazer a construção o aluno mobiliza conhecimentos prévios ou se lança na busca.	
4.DA.Lu.21	Vê que o aluno realiza explorações diferentes da prevista pelo professor.	

4.PL.Eu.5	Sugere um modo de conduzir a aula a partir das construções elaboradas pelos alunos.	Reconhece que a atividade do aluno pode apontar modos para o fazer do professor
4.DA.Eu.13	Reconhece que a exploração com o software permitiu identificar a falta de conhecimento prévio do aluno.	
4.DA.Lu.17	Entende que estar atento às ações do aluno dá ao professor elementos para auxiliá-lo no seu processo de constituição de conhecimento.	
4.DA.Lu.18	Sugere possibilitar que os alunos façam explorações com o software e falem sobre isso.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 12 – Análise Nomotética: Ciclo 5 “Ver e Mover para Compreender Gráficos”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
5.DT.Le.1; 5.PL.Le.3	Identifica a potencialidade do software para a visualização da construção em movimento.	Identifica a potencialidade do software para o desenvolvimento de habilidades e o trabalho com conteúdos
5.PL.Le.7	Entende que a dinamicidade do software leva o aluno a entender as propriedades da parábola.	
5.DA.Lu.17	Vê no software uma possibilidade para fazer o trabalho de recuperação.	
5.DA.Lu.25	Entende que a recuperação no GeoGebra poderá contribuir para uma relação entre os aspectos gráficos e algébricos.	
5.DT.Le.1	Entende que pelo movimento é possível ao aluno investigar qual é a relação dos parâmetros a, b e c com parábola.	Identifica as possibilidades que o

5.PL.Le.2	Sugere um modo de ensinar em que leva o aluno a investigar a partir da retomada de conhecimentos prévios.	aluno tem para aprender com a tecnologia
5.PL.Le.3	Entende que pelo movimento é possível ao aluno compreender a parábola.	
5.PL.Lu.6	Entende que o relatório é um modo de obter registro da atividade o aluno sem limitar as possibilidades de investigação.	
5.PL.Eu.10	Entende que o relatório é um modo de levar o aluno a pensar sobre o que fez com o software.	
5.PL.Le.12	Entende que por meio do relatório pode levar o aluno a refletir sobre o que fez com o software.	
5.PL.Lu.16	Entende que a elaboração de um relatório pelo aluno é importante.	
5.DA.Lu.18	Reconhece que com o software os alunos realizam as explorações.	
5.DA.Le. 22	Entende que com o GeoGebra é possível dar autonomia ao aluno para buscar soluções para a tarefa.	
5.DA.Le.23	Identifica que o aluno acessa a internet para pesquisar assuntos da aula.	
5.DA.Lu.24	Entende que escrever sobre o que vê no GeoGebra leva o aluno a refletir sobre a construção que fez.	
5.DA.Lu.27	Entende que com o software é preciso dar ao aluno a oportunidade de explorar.	
5.PL.Le.2	Sugere um modo de ensinar em que leva o aluno a investigar a partir da retomada de conhecimentos prévios.	

5.PL.Lu.6	Entende que o objetivo com o GeoGebra é levar o aluno a realizar investigações.	Identifica possibilidades de ensinar com tecnologia
5.PL.Eu.10	Entende que o relatório é um modo de levar o aluno a pensar sobre o que fez com o software.	
5.PL.Le.12	Entende que por meio do relatório pode levar o aluno a refletir sobre o que fez com o software.	
5.PL.Lu.13	Entende que é importante retomar o que foi trabalhado com o software para a sistematização dos conceitos.	
5.PL.Lu.14	Manifesta uma abertura para continuar se aperfeiçoando.	
5.PL.Lu.14	Reconhece a importância de estar junto ao grupo estudando possibilidades de ensinar com tecnologia.	
5.PL.Eu.15	Entende que precisa propor tarefas que façam o aluno pensar.	
5.DA.Lu.17	Manifesta interesse em realizar maior quantidade de aulas com o GeoGebra.	
5.DA.Lu.18	Identifica, ao ver a gravação, situações que não vê na aula.	
5.DA.Lu.19	Reconhece a importância de trabalhar essas dificuldades dos alunos.	
5.DA.Le.21	Entende que a análise do erro leva à compreensão de um modo de pensar.	
5.DA.Lu.25	Manifesta interesse em realizar a recuperação com o GeoGebra.	

5.DA.Lu.25	Entende que a recuperação no GeoGebra poderá contribuir para uma relação entre os aspectos gráficos e algébricos.	
5.DA.Eu.26	Preocupação em resolver a tarefa antes de propor aos alunos.	
5.PL.Lu.4	Entende que se dá um roteiro com perguntas ao aluno não há investigação.	Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor
5.PL.Lu.9	Identifica que estar com o grupo discutindo as aulas com o GeoGebra favorece mudanças na prática do professor.	
5.PL.Lu.11	Reconhece que há dificuldade em mudar o modo de ensinar.	
5.PL.Lu.11	Reconhece que busca pela mudança por considerar interessante ensinar com o GeoGebra.	
5.DA.Le.20	Manifesta que está buscando conduzir suas aulas com a mesma postura assumida no trabalho com o GeoGebra.	
5.DA.Le.20	Sugere um modo de trabalho em que busca entender o que o aluno fez, antes de sanar sua dúvida.	
5.DA.Le.21	Entende que o trabalho com o GeoGebra faz com que fique mais atento ao erro do aluno.	
5.DA.Lu.27	Entende que com o software é preciso dar ao aluno a oportunidade de explorar.	Reconhece que a atividade do aluno pode apontar modos para o fazer do professor
5.PL.Le.5	Entende que a elaboração de um relatório pelo aluno é um meio de compreender o que ele fez.	
5.PL.Lu.6	Entende que o relatório é um modo de obter registro da atividade o aluno sem limitar as possibilidades de investigação.	

5.PL.Le.8	Sugere um modo de trabalhar em que faz questionamentos a partir das construções que o aluno elabora.	
5.PL.Le.12	Vê no relatório um modo de escutar o que o aluno explorou com o software.	
5.DA.Lu.19	Entende que a análise da exploração com o GeoGebra possibilita identificar as dificuldades dos alunos.	
5.DA.Le. 22	Entende que o relatório possibilita compreender o que o aluno entendeu com o software.	
5.DA.Le.23	Entende que o relatório possibilita ver se o aluno realizou a tarefa com o software.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 13 – Análise Nomotética: Ciclo 6 “Quero um Triângulo do Tipo...”.

Código	Ideias Nucleares	Convergências
6.PL.Eu.1	Entende a importância de fazer a exploração com o GeoGebra para ver as possibilidades que o aluno tem.	Identifica possibilidades de ensinar com tecnologia
6.PL.Lu.2	Entende a importância de não direcionar as explorações que o aluno realiza.	
6.PL.Lu.3	Entende que é importante propor tarefas que favoreçam as explorações.	
6.PL.Le.4	Sugere um modo de trabalho por meio de pergunta.	

6.PL.Le.6	Entende que a abertura de possibilidades para o aluno explorar depende do modo pelo qual o professor conduz a aula.	
6.PL.Lu.9	Vê no trabalho com o GeoGebra possibilidades de obter avanços na aprendizagem matemática.	
6.DA.Lu.13	Afirma que irá retomar, na sala de aula, as explorações feitas com o GeoGebra.	
6.DA.Lu.16	Manifesta interesse em continuar se aperfeiçoando.	
6.DA.Lu.17	Entende que é importante dar a oportunidade de o aluno realizar suas próprias explorações.	
6.DA.Lu.22	Entende que na aula não é possível observar tudo o que acontece.	
6.DA.Lu.22	Reconhece a importância da participação no grupo para as discussões.	
6.DA.Lu.23	Entende que é importante dar ao aluno a oportunidade de realizar investigações.	
6.DA.Lu.25	Entende que precisa propor questões que levem o aluno a investigar com o software.	
6.DA.Lu.28	Entende a importância de planejarem e construírem as tarefas que serão feitas com o GeoGebra.	
6.DA.Lu.30	Entende que precisa dar a oportunidade de o aluno realizar as explorações.	
6.PL.Lu.2	Vê a possibilidade de conduzir a aula a partir dos modos pelos quais o aluno realizar as construções.	Reconhece que escutar o aluno pode apontar

6.PL.Le.7	Vê a possibilidade de realizar discussões sobre conteúdos a partir dos modos de o aluno realizar as construções.	modos para o fazer do professor
6.DA.Lu.13	Reconhece a atividade do aluno no trabalho com o GeoGebra.	
6.DA.Lu.15	Entende que assistir a gravação da aula possibilita identificar situações que precisam ser retomadas com os alunos.	
6.DA.Lu.29	Entende que discutir as aulas com o grupo é um modo de escutar o aluno.	
6.PL.Lu.10	Entende que a mudança na prática se torna mais clara a medida que realiza mais aulas com o GeoGebra.	Identifica uma mudança na compreensão do significado de ensinar ao conhecer as tecnologias
6.PL.Lu.10	Entende que as aulas com o GeoGebra precisam ser assumidas como parte da rotina de trabalho do professor.	
6.PL.Lu.11	Identifica uma mudança em seu modo de compreender o ensino com a tecnologia.	
6.DA.Lu.14	Entende que as discussões da aula com o GeoGebra favorecem mudanças em suas práticas.	
6.DA.Lu.16	Reconhece que ver a gravação da aula possibilita buscar modos de melhorar sua prática.	
6.DA.Lu.19	Entende que é importante se empenhar para planejar aulas de investigação com o GeoGebra.	
6.DA.Eu.21	Entende que precisa dar a oportunidade de o aluno realizar a tarefa, antes de fazer intervenções.	
6.DA.Lu.23	Reconhece que com o GeoGebra há uma mudança em seu modo de ensinar.	

6.DA.Lu.27	Reconhece que há dificuldade em compreender modos de ensinar com a tecnologia.	
6.DA.Lu.27	Entende que estar com o grupo favorece a mudança na prática do professor.	
6.PL.Lu.8	Entende que a dinamicidade do software favorece a verificação de propriedades.	Entende que o software favorece o aprender
6.PL.Lu.11	Vê com o software a possibilidade de avançar e promover a aprendizagem do aluno.	
6.DA.Lu.12	O trabalho com o GeoGebra abre oportunidade para a exploração.	
6.DA.Lu.17	Entende que com o GeoGebra os alunos fazem mais explorações.	
6.DA.Lu.24	Identifica que as investigações com o software dão oportunidade ao aluno de conhecer.	
6.DA.Lu.26	Considera que as explorações feitas com o GeoGebra permitem compreender propriedades geométricas.	
6.DA.Lu.28	Entende que ensinar com o GeoGebra favorece a constituição de conhecimento do aluno.	
6.DA.Lu.30	Entende que com o GeoGebra o aluno faz as tarefas propostas.	
6.PL.Le.4	Sugere que seja feito um encaminhamento para o aluno destacar as propriedades da figura construída.	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia
6.PL.Le.5	Sugere um modo de trabalho em que o aluno explore possibilidade de construção.	

6.PL.Le.5	Sugere que o aluno mova a construção para verificar se as propriedades se mantêm.	
6.DA.Lu.12	Com o GeoGebra, os alunos se mantêm atentos.	
6.DA.Lu.17	Entende que é importante dar a oportunidade de o aluno realizar suas próprias explorações.	
6.DA.Lu.18	Reconhece as possibilidades que o aluno tem de realizar investigação com o GeoGebra.	
6.DA.Eu.20	Entende que precisa deixar o aluno realizar as explorações.	
6.DA.Lu.23	Entende que é importante dar ao aluno a oportunidade de realizar investigações.	
6.DA.Lu.24	Identifica as possibilidades que o aluno tem com o software.	
6.DA.Lu.25	Entende que precisa propor questões que levem o aluno a investigar com o software.	
6.DA.Lu.26	Enfatiza as possibilidades que o aluno tem de realizar explorações com o GeoGebra.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Do movimento de interpretação individual caminhamos para os aspectos mais gerais e, organizamos no Quadro 14, as convergências interpretadas em cada ciclo.

Quadro 14 – Convergências Ciclos 1 a 6.

Ciclos	Convergências
1	Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia Manifesta disposição para aprender funcionalidades do software Manifesta abertura para, junto ao outro, compreender o ensinar com tecnologia Diz de um modo de compreender o ensinar matemática Entende que o software pode favorecer o ensinar
2	Dispõe-se a compreender modos de ensinar com tecnologia Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia Identifica que o software favorece o ensinar e o aprender Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor
3	Entende que o software favorece o aprender Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia Manifesta abertura para compreender modos de ensinar com tecnologia Reconhece que escutar o aluno pode apontar modos para o fazer do professor Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor Diz de um modo de ensinar matemática
4	Manifesta abertura para compreender modos de ensinar com tecnologia Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia Reconhece que a atividade do aluno pode apontar modos para o fazer do professor
5	Identifica a potencialidade do software para o desenvolvimento de habilidades e o trabalho com conteúdos Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia Identifica possibilidades de ensinar com tecnologia Entende que ensinar com tecnologia requer uma mudança de postura do professor Reconhece que a atividade do aluno pode apontar modos para o fazer do professor
6	Identifica possibilidades de ensinar com tecnologia Reconhece que escutar o aluno pode apontar modos para o fazer do professor Identifica uma mudança na compreensão do significado de ensinar ao conhecer as tecnologias Entende que o software favorece o aprender Identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender com a tecnologia

Fonte: Elaborado pela autora.

Essas convergências revelam o sentido que faz, para a pesquisadora, aquilo que foi expresso pelos professores de matemática no contexto do grupo de forma/ação. Entretanto, quando nos voltamos para a pergunta: *como o professor de matemática se*

percebe sendo professor com tecnologia? compreendemos que isso que se mostra ainda pode ser articulado. Para tanto, voltamo-nos para as convergências novamente buscando o sentido que elas têm à luz do interrogado.

O professor identifica as possibilidades que o aluno tem para aprender, reconhece que há potencialidade para aprender com o software e entende que, ao se manter atento à atividade do aluno, pode compreender o que ele faz e isso poderá mobilizar o seu fazer. Esses aspectos indicam que o professor se dá conta de seu modo de ser com a tecnologia quando se volta para o fazer do aluno, ou seja, quando dá **atenção ao fazer do aluno** (categoria de análise 1).

O professor reconhece que pode ensinar com o software e se abre para aprender suas funcionalidades, buscando, junto ao colega do grupo e à pesquisadora, compreender as possibilidades que tem para conduzir suas práticas. Reconhece que esse modo de ensinar com tecnologias requer uma mudança de atitude, de postura, pois exige outro modo de ser professor. Nisso mostra-se, para nós, que o professor entende que ser professor com tecnologia requer uma **mudança de postura** (categoria de análise 2).

Esse movimento interpretativo que nos fez atentos à experiência vivida com os professores, analisando suas falas à luz da interrogação da pesquisa, faz ver a convergência para duas categorias que se abrem à discussão e nos permite expor *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia*.

6 DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Nesta seção retomamos a interrogação: *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?* para expor o compreendido. Iremos discutir as categorias abertas explicitando o que se mostra do fenômeno *perceber-se sendo professor com tecnologia*. Na análise dos dados interpretamos que a percepção dos professores se dá por meio da *atenção ao fazer do aluno* e na busca por uma *mudança de postura do professor*.

6.1 ATENÇÃO AO FAZER DO ALUNO

Na experiência vivida com o grupo, compreendemos que uma forma de o professor se dar conta de que está sendo professor com tecnologia é voltando-se para as ações do aluno com o software.

Voltar-se para o aluno, que é corpo em movimento com a tecnologia, fez o professor ver possibilidades para ele aprender, porque o corpo, conforme aponta Silva (2011, p. 61), “projeta já um alcance pedagógico: ele nos ensina que experiência humana extravasa os limites puramente biológicos, físicos, materiais”. O corpo é “um comportamento que se revela como princípio de transcendência” (SILVA, 2011, p. 61). Isto é, ao olhar para um gesto do aluno com o software, o aluno e a tecnologia não eram mais entendidos separados, mas como um conjunto que permitia ao professor identificar que se tratava de seu aluno sendo com a tecnologia, lançando-se nas possibilidades de aprender abertas pelo software.

É interessante! Você põe animação [nos controles deslizantes] e deixa eles observarem o que está acontecendo [...] o que acontece em determinada hora com a parábola? Ah! Ela vira ao contrário. Por que está virando ao contrário? O que está acontecendo? De repente, ele vai começar a olhar os números que estão passando lá no ‘a’ [controle deslizante], vai chegar uma hora que ele vê que, quanto mais próximo de 0, ela [parábola] aumenta mais, depois vira negativa [fez com a mão que a concavidade muda o sentido] [...] depois manda parar. Faz isso com o ‘b’, faz isso com o ‘c’, porque, como ele está com os parâmetros, vai só observando ela [parábola] dançando. A gente começa a perceber, o que acontece [5.DT.Le.1].

Eu acho que a gente tem que tentar aproveitar o que o GeoGebra traz [...] que a gente não consegue [explorar] na lousa. É aquilo que a gente fala, às vezes o aluno está construindo na mão ali [no papel] e ele não fica atento a certos conceitos que lá, no GeoGebra, ele já tem que saber. Se ele vai trabalhar com um ângulo ali [no GeoGebra], aquilo tem que estar claro na cabeça dele. No desenho, às vezes ele desenha e nem está sabendo o que ele está desenhando, então a gente tem que aproveitar isso que o GeoGebra tem [2.DT.Lu.2].

Afirmações como essas mostram que os professores ressaltam as possibilidades de o aluno fazer explorações com o GeoGebra, reconhecendo regularidades que se mantêm invariantes (por exemplo, no gráfico de uma parábola), bem como para trabalhar conteúdos que eles, apenas com a lousa, não poderiam levar o aluno a compreender. Com Rosa (2008) pode-se dizer que, no mundo com a tecnologia, o pensar se dá com as ações que se realizam nesse mundo. No caso dos alunos, eles pensam com a tecnologia, fazem explorações e aprendem com suas ações. Entretanto, a atividade do aluno se dá condicionada pela tecnologia, uma vez que é ela “quem dá condições ou não para se realizar ações cognitivas, assim como, possibilita diferentes níveis de desenvolvimento dessas ações” (ROSA, 2008, p. 212). Com isso, interpretamos que o professor, ao reconhecer potencialidades no software, vê possibilidades de o aluno colocar-se em atividade.

O que foi compreendido como possível de ser feito, vai se presentificando no movimento do aluno com a tecnologia.

Ali [no GeoGebra] você vai variando [a construção] e automaticamente o resto vai variando também, varia aqui, varia aqui. Lá na sala não. Você tem que desenhar uma coisa, aí mexe aqui e mexe aqui. Lá [no GeoGebra] não, o aluno vai mexendo e já vai vendo que está variando. Então isso é bem interessante [3.PL.Lu.4].

Luciana vê o aluno assumindo a possibilidade de movimento com o software e entende que ver a construção se modificando requer uma reorganização do olhar para compreender o que se mostra na tela do computador. Com Detoni (2000) entendemos que esse movimento da construção no software é também da constituição de conhecimento. Ou seja, quando se altera a posição dos vértices de um triângulo, também se alteram as suas características: ora ele é equilátero, ora escaleno, ora isósceles, ora obtusângulo, ora ... O movimento com o software permite compreender a própria transformação que faz de um triângulo equilátero, um triângulo escaleno, ou faz de um triângulo acutângulo, um triângulo retângulo, etc.

No movimento com a tecnologia, o corpo é o que nos ancora no mundo – da tecnologia – e, portanto, o corpo tem e compreende esse

mundo sem precisar passar por ‘representações’, sem subordinar-se a uma ‘função simbólica’ ou ‘objetivante’ [...] [pois] a experiência motora de nosso corpo não é um caso particular de conhecimento; ela nos fornece uma maneira de ter acesso ao mundo e ao objeto, [...] que deve ser reconhecida como original e talvez como originária (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 195, grifo do autor).

Isto significa que o visto pelo aluno na tela do computador não é uma fantasia criada por ele, mas a própria construção sendo experimentada e transformada a partir do que ele tem a intenção de compreender. Atento ao movimento do aluno, o professor tem acesso aos seus modos de fazer com a tecnologia e se familiariza com eles. Interpretamos que esse fazer, à medida que os alunos vão se familiarizando com o software, torna-se mais claro e permite a atividade investigativa, revelando modos de ser nos quais a tecnologia passa a ser entendida como uma extensão do próprio corpo.

Porque no GeoGebra você tem isso, eu falo para os alunos, quando eu levo eles lá [laboratório de informática], por exemplo, para você criar uma reta, na hora que você coloca lá [ferramenta reta], ele vai mostrar o que você precisa para criar uma reta: dois pontos [...]. Se você clica num ponto, ele vai dar uma reta e conforme você fica girando o *mouse*, ele vai ficar procurando, esperando você dar o segundo ponto, para entender que só vai passar uma reta por dois pontos [...] Quer dizer ele [software] fica procurando, você fica “dançando” com o *mouse*, a partir do momento que você fez um ponto, onde você vai definir o segundo [ponto] para ele definir a reta? E o aluno fica: “Por que está acontecendo isso?”. Então, o próprio GeoGebra mostra as propriedades, faz ele enxergar [2.PL.Le.12].

Pode ir de um jeito mais tranquilinho, porque assim ele [aluno] vai sentindo [o controle deslizante] [...]. Inclusive, você pode colocar para ele [controle deslizante] movimentar sozinho, para o aluno sentir, ver o que está acontecendo, pode colocar para animar [5.PL.Le.3].

Para Leonardo, o software leva o aluno a *ver* as propriedades da construção, enquanto vai “dançando” com o *mouse*, “sentindo” o controle deslizante, isto é, enquanto realiza ações com a tecnologia que são vividas no corpo-próprio. Interpretamos que o expresso pelo professor manifesta que, ao avançar com as explorações, o movimento do corpo com o software passa a ser compreendido como o que Merleau-Ponty (1999, p. 198) explora ao falar do hábito. Para o autor, o hábito não diz de um conhecimento ou de algo que se faz automaticamente, passível de ser explicitado por uma descrição. O hábito é uma “apreensão motora de uma significação motora” que só pode ser vivida na experiência de entrega do corpo (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 198). Para entendermos o sentido do que é dito pelo autor, vamos considerar seus exemplos.

Habituar-se a um chapéu, a um automóvel ou a uma bengala é instalar-se neles ou, inversamente, fazê-los participar do caráter volumoso de nosso corpo próprio. O hábito exprime o poder que temos de dilatar nosso ser no mundo ou de mudar de existência anexando a nós novos instrumentos (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 199).

O hábito é um saber que está em nossas mãos, que não se deixa expor objetivamente, pois se entrega ao esforço corporal (MERLEAU-PONTY, 1994). Como o hábito, a experiência do corpo anuncia outro fenômeno: a experiência do outro.

Estabelece-se uma relação em que o outro é “carne de minha carne. É meu espelho: vejo-me através do outro” (SILVA, 2011, p. 61). Nessa relação, enquanto os professores procuravam entender as possibilidades que o aluno tinha para fazer com o software, outros aspectos foram se mostrando. Eles se deram conta de que a abertura à experiência do aluno poderia apontar modos para o seu fazer, à medida que “o corpo de outrem e meu corpo compõe o verso e reverso de um mesmo campo de experiência” (SILVA, 2011, p. 61). Na atenção ao fazer do aluno movimenta-se a forma de ensinar, desestrutura-se o que se considerava conhecido e coloca-se o professor em forma/ação.

Então a gente vai perguntando a partir do que o aluno fizer. Porque na aula com o GeoGebra a gente não sabe o que vai acontecer. Sempre sai coisas que a gente não está esperando [3.PL.Lu.7].

Tem que ficar alguém do lado [do aluno] para a gente esperar o resultado deles e ir discutindo [3.PL.Eu.8].

Não importa a maneira que eles vão colocar essa reta. Aí eu vou explorando, a partir do que eles fizerem. Quando eles chegarem, quando algum aluno chegar em alguma coisa [então o professor saberá como proceder] [4.PL.Eu.5].

Bom, eu vou fazer o seguinte, eu não vou falar nada então [sobre modos de construção do triângulo]. Se eles chegarem aqui [ferramenta “Polígono”], por exemplo, eles vão ter que colocar o vértice e eles vão perguntar. Conforme for surgindo dúvidas sobre a ferramenta, a gente vai ajudando. Mas tem que deixar eles falarem: “eu quero fazer tal coisa”, “eu quero medir o ângulo”. A gente não pode direcionar [6.PL.Lu.2].

Os professores que construíam “roteiros” para saber o que iriam perguntar aos alunos, identificam que há, no modo de o aluno realizar explorações com o software, a possibilidade de eles orientarem o seu fazer, seja a partir de questionamentos, de discussões dos resultados ou da realização de novas explorações. Diálogos como esses mostram que o professor identifica que, com o software, o agir e o pensar do aluno se realizam com ele mesmo e com a tecnologia, mas também se abrem ao outro – aluno e professor –, não sendo, portanto, atos solitários. Essa compreensão evidencia que a constituição de conhecimento que se dá nos modos de ser com a tecnologia é também coletiva, dada nessa abertura ao outro (ROSA, 2008).

Abrindo-se ao fazer do aluno, o professor se coloca como um espectador disposto a compreender os seus gestos. Ele se doa a um cenário em que essa compreensão é dada na reciprocidade entre as suas intenções e o fazer do aluno, bem como entre o seu fazer e as intenções do aluno. Um cenário em que “tudo se passa como se a intenção do outro habitasse meu corpo ou como se minhas intenções habitassem o seu” (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 251). Com isso, ao mesmo tempo em que ele entende que é fundamental

ver qual caminho o aluno toma, identifica que, para que isso seja possível, é preciso lhe dar a oportunidade de realizar as explorações, bem como pensar sobre elas: “a gente também tem que conseguir fazer isso, esperar o aluno pensar” [3.DA.Lu.24] e “na aula [com o GeoGebra] a gente não pode cortar ele [aluno]. Tem que deixar fazer” [6.DA.Eu.20].

A abertura à experiência do outro, no contexto do estudo de aula, não se deu por meio de um ato ingênuo, por um simples olhar. Ela se mostrou na preocupação com o ser do aluno, na atitude de escutá-lo, na relação de empatia que se estabeleceu com aquele que, junto ao professor, também se dispôs a ser com a tecnologia. Para Bicudo (1987) a preocupação com o ser do aluno é própria do ser-professor. O professor se preocupa com o ser do aluno, uma vez que assume o papel de auxiliá-lo a conhecer o que considera importante. Para a autora, isso significa

que ensinar está indissolivelmente ligado a conhecer, pois ensinar implica um certo modo de comportar-se frente ao aluno, visando o seu conhecimento do corpo de conhecimentos que está sendo ensinado. Com isso, fica nítida a importância do entendimento de como o ser humano conhece para a explicitação do sentido de ensinar (BICUDO, 1987, p. 50).

Portanto, preocupar-se com o ser do aluno implica, também, oportunizar modos dele se expor, para entender o que ele conhece e como ele atribui significado às coisas que estão no mundo. Nos recortes que acima mencionamos – citando Euclides (3.PL.Eu.8 e 4.PL.Eu.5) e Luciana (3.PL.Lu.7 e 6.PL.Lu.2) – os alunos se lançaram à investigação matemática buscando entender os conteúdos requeridos para as construções feitas no software. Os professores conheciam o conteúdo matemático, mas seu olhar para o fazer dos alunos, procurando entendê-los, pôde dar abertura a novos conhecimentos (BICUDO, 1987), pois eles vivenciaram situações novas junto aos alunos e à tecnologia.

No solo em que as ações do grupo de forma/ação se constituíram, conhecimentos relativos à matemática e à tecnologia se entrelaçaram na preocupação em levar o aluno a conhecer. Os conteúdos matemáticos que, a princípio, eram familiares aos professores ganharam novos significados ao serem trabalhados com o software. Atento aos modos de o aluno explorar os conteúdos com o software, o professor pode conhecer novos modos de fazer (com o software). Mas vale destacar que, para levar o aluno a conhecer, o professor precisa abrir-se à escuta. Escutar “significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gesto do outro, às diferenças do outro” (CERQUEIRA, 2006, p. 32). Para Carvalho (2017, p. 49) a escuta deve ter importância tal que possa silenciar “as nossas emoções para ouvir-ver-sentir o outro”,

favorecendo atitudes de paciência, acolhimento e empatia para, inclusive, compreender até mesmo o que foi dito sem palavras (um gesto, o silêncio, etc.).

Os gestos do aluno expressam o sentido que algo faz para ele e o professor os compreende, pois se coloca em posição de abertura ao ouvir, ao ver. No estudo de aula, a escuta ao aluno trouxe para a discussão situações como:

Eu achei bem produtivo [a aula com o GeoGebra], porque eles [alunos] exploraram bem, então teve um aproveitamento melhor do que em sala de aula. Em sala de aula a dispersão é total [2.DA.Eu.23].

Vou começar a explorar isso na sala, tipo assim, no que vocês chegaram naquela atividade [no GeoGebra]? [...]. Ali [no GeoGebra] [...] [eles] estão olhando, estão fazendo, estão construindo, estão apagando, estão fazendo de novo. Quer dizer, para a aprendizagem deles é muito bom [...]. Estão errando. Estão vendo o que não dá certo. Apaga. Faz de novo [6.DA.Lu.13].

Essas situações mostraram que os gestos de se voltar para a tela do computador, de construir, de identificar erros, de apagar, de refazer as construções, etc. indicam um querer fazer com o software e isso fez sentido ao professor que interpretou que os alunos, com a tecnologia, mantiveram o foco nas explorações e se envolveram na atividade investigativa. O professor entende que os alunos se empenham para fazer as construções, demonstrando que estão entendendo os conteúdos matemáticos. Essa compreensão do sentido que se revela no gesto do corpo, conforme se entende com Merleau-Ponty (1999, p. 268, grifo do autor), estende-se “a todo o mundo sensível, e nosso olhar, advertido pela experiência do corpo próprio, reencontrará em todos os outros ‘objetos’ o milagre da expressão”. O professor compreende o que o gesto do aluno “diz”, pois o corpo é uma potência expressiva e “o sentido do gesto não está atrás dele, ele se confunde com a estrutura do mundo que o gesto desenha e que por minha conta eu retomo, ele se expõe no próprio gesto” (MERLEAU PONTY, 1999, p. 253). O gesto do aluno é compreendido pelo professor que se dispõe a ouvi-lo, a entender os modos de ele ser com tecnologia.

Com isso, os professores também entenderam que, eles próprios se dispondo a ser com tecnologia, o fazer do aluno não ficava restrito ao software, mas se abria a outras possibilidades que ele tinha à mão, como o acesso à internet. Eles ressaltaram que os alunos recorreram à internet para pesquisar conteúdos relacionados ao tema da aula, como apontam as seguintes asserções:

Eu achei que ele [aluno] estava fazendo outra coisa, que não tinha a ver com a aula [...] ele olhou no Google porque ele não sabia. Mas eu achei, eu falei: “será que ele entrou para fazer outra coisa? ”. Ah! ele digitou lá Teorema de Pitágoras [no campo de busca], ele pesquisou o assunto da aula [2.DA.Lu.21].

Então, quando é alguma coisa desse tipo [pesquisa do conteúdo em sites] é superinteressante. Porque o aluno vai usar a tecnologia realmente a favor dele. Agora é ruim quando a gente está lá na sala e eles começam, abre o facebook, o joguinho, não sei o que, daí acaba, arrebenta com a aula da gente. Mas nessa possibilidade que eles estavam usando é excelente, porque eles foram procurando os conceitos, pegando, já que eles não tinham o conceito, procurando o conceito para fazer as construções no GeoGebra, isso que é legal. Isso aí ele fixa muito mais. A partir do momento que ele está lendo, que ele está construindo. Então é interessante [4.DA.Lu.14].

Os alunos relacionaram as construções feitas no GeoGebra com o visto na internet, eles se lançaram em uma busca para entender os conteúdos, esclarecer dúvidas e encontrar um caminho para responder às tarefas que investigaram. Para o professor, essa atitude indica um avanço para a aprendizagem. Para nós, a atitude do professor revela o entendimento de que, com a tecnologia, os alunos vão aprendendo a “caminhar com as próprias pernas” (SILVA, 2011, p. 64, grifo do autor), no sentido de que vão desenvolvendo a autonomia necessária para a construção de seu próprio caminho de aprendizagem, de seu raciocínio.

Revela, também, uma mudança de postura frente às tecnologias, pois a crença de que, com a internet, os alunos estão sempre em redes sociais, envolvidos com jogos ou atentos a outros assuntos que não interessam diretamente à aula, não se confirma nas atitudes dos alunos. Essa é, conforme entendemos com Lewis e Perry (2015), uma importante contribuição do estudo de aula para a prática do professor. Ao reconhecerem que o aluno vê a internet como uma fonte de informação para a construção de caminhos para o seu fazer, os professores se abrem a essa possibilidade e as tecnologias podem ser aliadas em sua tarefa de ensinar: “O rapaz entrou [na internet], mas ele estava vendo, na verdade, assunto da aula. E se eu fosse dar uma bronca? Não é hora disso!” [5.DA.Le.23]. Leonardo reconhece que há uma atitude do aluno que se envolve com a aula e que requer dele uma resignificação do sentido do ensinar, isto é, compreende a importância de deixar o aluno aprender (com a internet). Trate-se, portanto, de uma mudança de crença e de atitude que colocou os professores em forma/ação.

No grupo, a abertura à escuta da expressão dos alunos também levou à compreensão da atividade investigativa com o software. Essa compreensão foi possível porque “a fala não é algo simplesmente biológico ou natural da natureza humana. Ela é apenas um caso particular dos comportamentos” (SEIDEL, 2013, p. 85). Logo, há um sentido na fala, porque a fala também é um gesto (MERLEAU-PONTY, 1999). Em comentários como:

Vamos ver se eles conseguem [realizar a tarefa com o software], vamos ver o que a gente vai escutar depois, quando eles vão falando [risos] [3.PL.Lu.6].

O que o aluno quer fazer no GeoGebra e essas colocações que eles fazem para gente é muito importante. Para gente ajudar na constituição do conhecimento dele [4.DA.Lu.17].

Os professores explicitaram que o dito pelo aluno, durante a realização das explorações, deu-lhes elementos tanto para ver se ele conseguia realizar a tarefa proposta, como para compreender o seu fazer. O diálogo estabelecido pelos alunos levou os professores a identificarem seus diferentes modos de aprender com a tecnologia, mas também trouxe um aspecto fundamental a esse processo de aprendizagem: o pensamento.

Com Merleau-Ponty (1999, p. 249, grifo do autor) entendemos que não é com o pensamento que, *a priori*, nos comunicamos, “mas com um sujeito falante, com um certo estilo de ser e com o ‘mundo’ que ele visa”. Pela fala, o professor tem acesso ao pensamento do aluno, porque a fala é seu pensamento, ela explicita aquilo que o aluno vê, o que compreende ao fazer as investigações com a tecnologia. Pode-se, inicialmente, considerar que a fala nada traz àquele que ouve, mas o ouvinte é “quem dá seu sentido às palavras, às frases, e a própria combinação das palavras e das frases não é uma contribuição alheia, já que não seria compreendida se não encontrasse naquele que escuta o poder de realizá-la espontaneamente” (MERLEAU PONTY, 1999, p. 242). Isso significa que na abertura à escuta, o professor retoma o pensamento do aluno por meio de sua fala, ele pensa com o seu aluno, enquanto tem seus próprios pensamentos transformados pelo que ouve.

O mesmo pode-se dizer da escuta à escrita do aluno, um modo de os professores compreenderem o seu pensamento. A professora diz: “Já é válido, porque se ele está procurando uma outra maneira de escrever ele está pensando no assunto. Ele vai ter que raciocinar sobre aquilo que ele fez [no GeoGebra]” [5.DA.Lu.24]. Para ela, a escrita do relatório leva o aluno a pensar sobre o feito com o software e, ao ler esse relatório, o professor entende esse pensar.

Porque se ele faz toda essa exploração você fala: “Olha gente! Agora eu gostaria que vocês, faz para mim um relatório sobre tudo que vocês viram aqui hoje”. [...]. Aí eles falam tal, tal e tal. Só para você analisar o que eles escreveram. Depois você fala para ele: “Mas foi só isso?”. Depois numa outra aula, lá mesmo [com o GeoGebra] você vai retomando o que ele não sabe [5.PL.Le.5].

Leonardo reforça que o relatório permite analisar o feito pelo aluno e vê, em sua leitura, uma possibilidade de identificar suas dificuldades para poder retomá-las

oportunamente. Interpretamos que o expresso pelo professor mostra que, assim como naquele que fala, há um pensamento naquele que escreve ou lê, pois a escrita “não deixa apenas um sumário para o leitor ou para o próprio escritor, ela faz a significação existir como uma coisa no próprio coração do texto [...] ela a instala no escritor ou no leitor como um novo órgão dos sentidos” (MERLEAU PONTY, 1999, p. 248). Portanto, a escrita abre novos horizontes que o professor interpreta como possibilidades para auxiliar o aluno, para levá-lo a conhecer com tecnologia.

Os diálogos do grupo foram mostrando que escutar o aluno não significa concordar com a sua fala. A escuta requer um “prestar atenção”, procurar entender o dito, refletir sobre essa fala e, depois, concordar ou não (CARVALHO, 2017). É, desse modo, um ato que oportuniza compreender, posicionar-se diante de ideias distintas (CERQUEIRA, 2006). A escuta coloca o professor em forma/ação, pois, considerando o dito pelo aluno, ele se movimenta em direção as ações de ensino, compreendendo

a dinâmica estabelecida em sala de aula, pelo aluno, como a construção de seu conhecimento e também de sua subjetividade. Se de um lado temos o aluno buscando novos saberes, do outro deveríamos ter o professor que investiga, observa, escuta, propõe situações problemas, intervém e organiza o espaço para que a aprendizagem se concretize [nesse caso, com a tecnologia] (CERQUEIRA, 2006, p. 32).

A participação do professor no estudo de aula o dispôs para a escuta, permitiu-lhe olhar o que o aluno fez, estabelecendo uma relação de empatia que tornou o diálogo e a compreensão possíveis. Pela empatia, reconheço que há um outro que é semelhante a mim, mas não é idêntico. Há, então, uma busca por compreender esse outro, uma abertura. Nessa abertura, a empatia traz e ressalta o tema da comunicação entre o eu e o outro. A comunicação permite compartilhar o compreendido nas ações de sala de aula. Isto é, “com o ‘subsídio da empatia’ (e este é o papel importante que a empatia joga no âmbito do conhecimento), é possível compreender a consciência do outro e acolher o fenômeno ‘da experiência vivida’ na sua essência” (PERETTI, 2010, p. 202, grifo da autora). Para Peretti (2010), é na relação de empatia que garantimos nossa convivência em comunidade.

A empatia promove o encontro entre a minha subjetividade e a subjetividade do outro, dando condições para a intersubjetividade que se desdobra no entendimento entre mim e ele. Esse encontro de subjetividades ocorre quando me coloco, em relação intersubjetiva de empatia, junto ao ser do outro em um mesmo plano e, pela corporeidade, a empatia é efetivada (BAREA, 2015).

Na intersubjetividade, o grupo viu oportunidades para criar situações em que professor e aluno possam pensar junto quando fazem explorações, em favor da constituição de conhecimento matemático.

Olha o que ele [aluno] vai fazer. Se ele ficar fazendo isso aqui [movimentando as retas na tela do software] [...]. Tá bom, mas será que é paralela? [...]. Ou você vai fazendo isso aqui, olha [alterou o zoom]! Tá vendo? Começa a trazer mais para cá [a reta], olha! [...]. Você vai fazendo até achar esse ponto de intersecção. Você acha um jeito de fazer ele ver [com o GeoGebra] que não era tão paralela assim [4.PL.Le.9].

O professor compreende que, na experiência vivida com a tecnologia, os gestos vão sendo executados em uma perspectiva comum a professores e alunos, e, por sua vez, também são compreendidos a partir desse mundo comum (MERLEAU-PONTY, 1999), desde que ambos se deixem envolver e, no ato de empatia, descubram a liberdade do movimento.

Comprendemos que, no estudo de aula, a preocupação com o ser do aluno, a abertura para escutar o que o seu gesto “diz” e a relação de empatia, fizeram com que a experiência vivida com a tecnologia

se revelasse como uma arte; arte no sentido de ouvir permanente, uma incansável percepção do outro, do corpo, do mundo; em suma, do comportamento autenticamente pedagógico, cujo cenário privilegiado, todos os personagens envolvidos (mestre e aluno) contracenam um só enredo (SILVA, 2011, p. 63).

Um enredo em que não há personagens fictícios interpretando papéis, mas professor e aluno que “atuam” dispostos a entregar seu corpo ao movimento, fazer as construções, pensar sobre o que se mostra na tela do computador ou na expressão da experiência vivida e (re)inventar modos de fazer com o GeoGebra. A exploração dos conteúdos matemáticos com as distintas ferramentas do software constitui o cenário, mas o compreender-se sendo professor com tecnologia é o que alimenta a sua forma/ação, lançando-o nas possibilidades.

6.2 MUDANÇA DE POSTURA DO PROFESSOR

Na análise dos diálogos dos professores, interpretamos que a participação nas ações do estudo de aula mobilizou uma mudança de postura ou de atitude que lhes possibilitou dar-se conta de seu ser professor com tecnologia, *sendo*, isto é, no movimento de acontecer de suas práticas. Aspectos relativos a essa mudança foram compreendidos

ao longo dos encontros, nas situações que se destacaram para os professores ao se darem conta de como compreendiam o ensinar matemática e entendiam as possibilidades que se abriam para ensinar com tecnologia.

Relativamente às compreensões sobre o ensinar matemática, podemos interpretá-las como o que Hiratsuka (2003, p. 6) denomina de “filosofia particular” do professor, referindo-se às concepções que ele constitui na vivência de ser professor.

Então, eu acho muito legal [ensinar um conteúdo com a tecnologia e depois retomá-lo na aula expositiva]! Porque às vezes a gente fica muito preso nessa maneira de trabalhar da gente, que é o jeito que a gente aprendeu [1.PL.Lu.8].

Então, por isso que a gente tem que começar a mudar essa visão da gente e não ficar preso. Às vezes a gente quer uma resposta. Eles podem até escrever alguma coisa, só que eles ficam presos na conta, que tem que ter uma fórmula, e às vezes não, às vezes é coisa simples de visualizar, bater o olho e pá!. Ver a resposta [...] então eles [alunos] não conseguem explorar as informações do gráfico no GeoGebra, porque eles ficam muito presos à matemática e nós também [2.DT.Lu.7].

Quando o aluno faz diferente da gente, a gente tenta corrigir [risos] [...]. Principalmente se tiver o roteiro, se tiver o roteiro é isso, o aluno não pode sair um milímetro do lugar [...]. Até poderia, mas você está tão focado no roteiro que você não deixa [...] não sai um milímetro do lado, senão você se perde [risos] [4.DA.Le.22].

Apesar de expressões como: “a gente tem que começar a mudar essa visão da gente e não ficar preso” ou “dá para abrir muito mais o horizonte do aluno”, apontarem que há disposição para buscar modos diferentes de ensinar, a “filosofia particular” dos professores diz de aspectos que dificultavam a abertura para que pudessem lançar um “novo olhar” para o ensino de matemática. Mesmo que se dispusessem a ensinar com tecnologias, os professores se sentiam “presos” a ensinar do modo pelo qual aprenderam, expondo os conteúdos e esperando que os alunos resolvessem as tarefas, sabendo as fórmulas e empregando as técnicas e cálculos apropriados. Eles destacam as tentativas de corrigir o aluno quando ele não seguia o que era esperado, pois havia o receio de perder o controle das ações no decorrer da aula.

Interpretamos que essa “filosofia particular” revela o que Heidegger (2015), na obra *Ser e Tempo*, trata como um modo de cuidar impróprio. Para esse autor, o cuidado é um modo de ser da pessoa, do *ser-aí* (Dasein) que pode ser autêntico – próprio – ou inautêntico – impróprio. No cuidar impróprio estamos envolvidos nas ações do cotidiano, da ocupação com as coisas e da solicitude com as pessoas, de uma maneira em que “o ser-aí não está voltado para o seu próprio ser, mas está inserido no mundo do a-se-fazer, lidar, manejar e usar... utensílios (Zeuge) e amparar, proteger, amar e odiar ... pessoas”

(ALMEIDA; BOEIRA, 2008, p. 2). Esse é um modo de ser impessoal, pois em seus afazeres rotineiros, não há um pensar sobre o feito, apenas se faz, seguindo-se uma espécie de rotina.

Na sala de aula pode-se interpretar que esses afazeres, por exemplo, ensinando matemática com tecnologias, sendo impessoal ou impróprio (no sentido de que não é próprio à pessoa), é mantido da mesma forma, sem que o professor se volte para as possibilidades de *vir a ser*, para as aberturas que a tecnologia traz para o ensino. Como apontam Almeida e Boeira (2008, p. 8), “não há mistério e profundidade, mas uma nivelção compreensiva de todo o estranho” (ALMEIDA; BOEIRA, 2008, p. 8).

Entretanto, ao estarem no grupo de estudo de aula, os professores se envolvem com as ações de forma/ação e nos diálogos expõem um sentimento de angústia, de estranhamento em relação a esses modos de ensinar com tecnologia, entendendo que eles não favorecem a constituição de conhecimento do aluno. Essa angústia, explícita e dialogada, mobiliza uma mudança que vai trazendo o modo de cuidar próprio, no qual o professor se preocupa em ensinar favorecendo a aprendizagem do aluno. Interpretamos que a mudança de postura do professor é difícil, mas estar no grupo lhe permite analisar suas ações e considerar a possibilidade de ensinar de forma diferente. Concordamos com Hiratsuka (2003, p. 435) que “a origem [do] mudar está no ato admirativo que por sua vez nasce de um certo estranhamento de um mundo já habitual”. Esse estranhamento leva à busca do modo próprio de cuidar.

No GeoGebra a gente começa a dar mais atenção para o erro. Na sala tem muitas coisas que a gente vai deixando passar, porque você tem aquele compromisso de querer fazer o conteúdo e, às vezes, você acaba deixando. É uma hora que é de grande valia. E ali [no erro], às vezes, é aquele fato que você pode matar toda a ideia dele [aluno]. O aluno pode nunca mais querer saber de matemática. A única vez que eu tentei fazer [risos] eu não sabia nada. Acabou! [...] mas agora a gente vê que tem um jeito de [o aluno] pensar. Não está errado! [5.DA.Le.21]

Os professores demonstram que vão se abrindo a analisar as possibilidades que têm para, com a tecnologia, realizar práticas diferentes daquelas de seu fazer cotidiano. Leonardo identificou que os erros que rotineiramente são corrigidos pelo professor, com o software, passam a ser entendidos como uma oportunidade para análise do raciocínio do aluno, de seu pensar, podendo até mesmo indicar um caminho para orientá-lo. O professor identifica uma abertura para se distanciar de seu modo de fazer cotidiano, visando um cuidado próprio.

Cabe ressaltar que, conforme apontam Almeida e Boeira (2008), dizer que o modo próprio de ser é provocado pelo sentimento de angústia não significa que ele faça com que o professor se retire do impessoal, rompendo com as práticas rotineiras. Ele continua vivenciando seus afazeres cotidianos, mesmo nas ações relativas ao estudo de aula. Porém, o professor passa a se relacionar de uma forma distinta com o impessoal, de modo que o “cuidado em sentido próprio e cuidado na cotidianidade (Alltäglichkeit) se intercomunicam, perfazendo um dos pontos chave da fundamentação do ser-aí no mundo” (ALMEIDA; BOEIRA, 2008, p. 3).

Ao dar-se conta de que, com a tecnologia, há possibilidades para favorecer a aprendizagem do aluno, a disposição do professor para buscar modos diferentes de conduzir as suas aulas mostra-se como um componente pessoal – ou próprio de cada professor – de vivenciar a experiência da mudança que “se manifesta através do desejo, persistência, necessidade, realidade de cada sujeito, e que possibilita a superação das dificuldades e consequente mudança da prática de ensino” (HIRATSUKA, 2003, p. 413). Com isso, retomamos a pergunta que trazemos na seção 2: *Mas será que ao “dispor-se para” os professores estão assumindo uma mudança de postura?* Nossa interpretação é que, no contexto do grupo, a disposição se manifesta pelo desejo do professor de querer aprender, superar o sentimento de “estarem presos” a certos modos de ensinar e isso os fez se abrirem às perspectivas de dar forma a outros modos de ser professor com a tecnologia.

Dentre os modos de aprender, destacamos o *aprender para ensinar* com a tecnologia que se abriu no voltar-se para as funcionalidades do software. Os professores lançaram a elas um “novo olhar”, como se fossem realizar as práticas com o software pela primeira vez, já que “as coisas são vistas pela primeira vez quando [...] são pensadas de novo” (HEIDEGGER, 1992, p. 107).

Eles conheciam algumas funcionalidades do software, mesmo antes da participação no estudo de aula, o que foi relevante para o trabalho realizado, pois para que o aprender se torne possível é preciso conhecer, *a priori*, aquilo que será manuseado (GAMA; LIMA, 2019). Entretanto, o “aprender é também, sempre, um aprender a conhecer” (HEIDEGGER, 1992, p. 97). O que os professores conheciam do software os levava a reproduzir construções feitas no papel ou a verificar aspectos ou propriedades de conteúdos já trabalhados.

Há um tempo a gente pensava, o professor acaba tendo essa visão, isso que eu fiz aqui [no papel] eu vou fazer ali [no GeoGebra]. Então, por exemplo, eu

sempre fazia isso, quando eu ia no laboratório [de informática] com eles [alunos], a gente pegava as atividades que a gente fazia em sala: “então vamos fazer lá [no computador]”. Então eles [alunos] construíam, mediam, faziam a área, depois conferiam a área ali [caderno]. Atividades desse tipo. Mas dá para avançar muito mais, dá para abrir muito mais o horizonte do aluno [6.PL.Lu.11].

O relato da professora diz de uma postura de levar os alunos a se apropriarem do software para dele fazer uso e não para aprender conteúdos matemáticos com ele, pois “quando ao aluno é apresentado algo que ele já tomou conhecimento de algum modo, ele não aprende” (MONDINI; MOCROSKY; PAULO, 2019, p. 12). O “aprender”, pode ser considerado “um modo do [...] apropriar-se” (HEIDEGGER, 1992, p. 96), mas essa apropriação pode não levar ao aprender, isto é, é possível apropriar-se de algo para utilizar ou possuir, no sentido de fazer uso, sem, no entanto, aprender. Quando a apropriação se dá no próprio uso – que é tratado por Heidegger como exercício – também se pode dizer que aprendemos (MONDINI, MOCROSKY; PAULO, 2019). Porém, o exercício “é apenas um modo de aprender. Nem todo aprender é um exercitar-se [...]. No exercitar-se, tomamos posse [...]. Dominamos o modo de utilização [do objeto]” (HEIDEGGER, 1992, p. 97).

Identificar práticas que não favoreciam a aprendizagem do aluno levou os professores a reconhecerem que, para além de conhecer funcionalidades, era preciso conhecer modos de conduzir o aluno para que ele pudesse se apropriar do software para aprender. Com isso, interpretamos que as discussões acerca do *aprender para ensinar* avançaram com foco no *aprender uma postura* que favoreça a atividade investigativa do aluno. Vemos esse foco sendo explicitado nos seguintes trechos:

Olha! Tem que tentar ver, pensar mesmo na atividade [com o GeoGebra], porque eles [alunos] chegam a fazer se a gente pede essa investigação. Eles ficam fazendo. Então eu acho que vale a pena mesmo investir nisso, fazer uma atividade de investigação com o GeoGebra [6.DA.Lu.19].

Por que não é? De onde você tirou isso? Mas por quê? O que é isósceles? No GeoGebra a gente pode perguntar para ele, para ele ir investigando [...] a gente ir dando essa oportunidade para o aluno construir. Não entregar pronto [6.DA.Lu.25].

A professora ressalta que o grupo precisa se empenhar para promover práticas que levem o aluno a realizar investigações com o software e sugere, como possibilidade, a condução da aula por meio de uma atitude interrogativa que permita ao aluno refletir sobre o que se mostra na tela do computador, para que possa elaborar suas próprias construções, ao invés de seguir o que o professor propõe. Para conhecer as possibilidades

que têm para ensinar, o grupo entendeu que é preciso *aprender a investigar* com o software. Nisso, o “poder-saber implica a possibilidade de se poder ensinar, [e a compreensão de que] não há ensino se não houver um aprendizado verdadeiro” (GAMA; LIMA, 2019, p. 14).

Antes de explorar isso com os alunos tem que explorar com a gente também [risos] [1.PL.Eu.3].

Por isso que a gente tem que fazer [a tarefa com o GeoGebra]. Não é tão simples. Só chegar na sala [de informática] e mandar o aluno fazer [3.PL.Le.9].

A partir desse triângulo qualquer, vamos pedir algum [tipo de triângulo], tipo um obtusângulo. Eles vão mexer com o ângulo dele [do triângulo], eles vão ter que ir puxando [os vértices]. Como é que eles fazem? Vamos ter que fazer para gente ver como é que eles vão mexer [6.PL.Eu.1].

Euclides e Leonardo enfatizam que é preciso realizar as explorações, bem como as investigações, antes de propor que o aluno as realize. Destacam que isso é importante para que possam entender quais perspectivas se abrem no fazer com o software. Eles veem no ato de aprender a investigar uma oportunidade para aprender a ensinar, quando se assume uma postura investigativa.

No grupo, o aprender foi movimentando o ensinar, favorecendo a compreensão de que no “ato de ensinar não é dado ou oferecido o ensinável, mas sim uma indicação ao aluno para que [ele] próprio possa vivenciar o seu ‘tomar conhecimento’ acerca do conhecimento que ela [sic] [professor] já possui (GAMA; LIMA, 2019, p. 13, grifo do autor). O ensinar vai sendo compreendido como um modo de deixar o aluno aprender, conduzindo-o (KAHLMEYER-MERTENS, 2005). Essa “condução” não dá a direção, mas aponta caminhos, indica coordenadas para que o aluno possa assumir uma postura autônoma de aprender (GAMA; LIMA, 2019). O desejo manifesto pelos professores de aprender as funcionalidades do software não se mostrou como um modo de prever todas as ações que o aluno poderia realizar, mas como uma forma de ver as possibilidades. O professor buscou, a partir do que foi aprendido e do conteúdo matemático que conhece, constituir elementos para orientar o aluno na construção de suas próprias estratégias de resolução, envolvendo-o em uma atividade investigativa que lhe possibilitasse atribuir sentido às construções feitas e às ideias matemáticas que explorava com a tecnologia.

Desse modo, o ensinar passou a ser entendido como um

reconduzir-se a um lugar no qual se pode descobrir um sentido próprio ao indivíduo que aprende, ao que é aprendido de maneira temática (e até mesmo curricular) sem, contudo, perder de vista seu sentido originário; possibilitar um sentido orientador da perspectiva de sua existência do indivíduo. Em vista

disso, ensinar é ensinar uma “postura”, é ensinar o aluno a se reportar ao ethos de todo aprender, é dar através de um relato a indicação que conduzirá o aluno ao seu aprender (KAHLMAYER-MERTENS, 2005, p. 170).

Ao *aprender para ensinar* o professor entende que o modo pelo qual conduz a aula é fundamental para levar o aluno a assumir uma postura investigativa com a tecnologia, conforme ressalta Leonardo: “Eu acho que tudo isso [exploração do aluno] vai sair da sua ‘viajada’ na sala. Da passada nas bancadas [grupos]. Aí você vai ver como é que ele [aluno] construiu e o que mais pode levá-lo a explorar” [6.PL.Le.6]. Esse entendimento levou o grupo a se distanciar das práticas rotineiras de uso do software, para dele apropriar-se e favorecer ações que poderiam viabilizar a constituição de conhecimento do aluno quando faz explorações com a tecnologia.

Do mesmo modo, a cada aula realizada pelos participantes do grupo, o ensinar também alimentou o movimento de aprender, à medida que eles foram se dando conta da experiência vivida, considerando que o professor aprende enquanto conduz o aluno (GAMA; LIMA, 2019). Para Gama e Lima (2019), a diferença entre o aprender do professor e o do aluno é que o professor tem o objeto de aprendizagem de modo mais claro do que o seu aluno, mas ambos, aprender e ensinar, possuem a mesma dificuldade. Ao conduzir o aluno o professor vai conhecendo o caminho percorrido por ele ao aprender e, desse modo, pode aprender mais do que ele, dado que em “todo o ensinar é o professor quem mais aprende” (HEIDEGGER, 1992, p. 100).

Nisso, o aprender por meio do que foi ensinado, entendido como um *aprender ensinado*, também foi se mostrando como um modo de aprender que mobilizou a mudança de postura do professor. Na interpretação dos diálogos, esse modo de aprender mostrou-se, diversas vezes, nos atos de o professor perceber-se enquanto assistia aos recortes das gravações das aulas. Ver-se em ação no vídeo o fez “dar um passo atrás” e voltar-se para as suas vivências, dando-se conta de situações que não havia visto – e, portanto, poderiam ter se perdido – ou que não teve a oportunidade de compreender durante o seu acontecer.

Na aula o professor vivencia a situação e, conforme entendemos com Bicudo e Afonso da Silva (2018, p. 159), as vivências “não são um conteúdo de experiência, mas um fluir da ação que ocorre em sua imediatez. Enquanto ela ocorre, não é refletida, ainda que dela tenhamos ciência, pois sabemos, de modo passivo, que estamos realizando tais e tais atos”. Isto significa que o professor, apesar de ter conhecimento das ações relativas ao acontecer de sua aula, isto é, de saber que estava propondo explorações,

viabilizando questionamentos, acompanhando a atividade dos alunos, sanando suas dúvidas, etc., não tinha, naquele momento, compreensão desses atos. A compreensão da experiência vivida torna-se possível quando ela se torna foco do ato de refletir e, portanto, quando é uma experiência que não está mais acontecendo, já fluiu (BICUDO; AFONSO DA SILVA, 2018).

Essa afirmação dos autores nos mostra a relevância dos momentos de discussão coletiva do estudo de aula para a aprendizagem do professor. As vivências junto ao software passam a ser consideradas quando os professores veem os recortes das gravações da aula, levando-os a pensar sobre o feito.

Você sai da sala de aula, no caso lá [laboratório de informática] e você pensa: “será que todo mundo aprendeu? ”. Porque, às vezes, a gente tem aula na sala [de aula] e você desvia um pouquinho e quando vai ver eles já estão em outro foco. Mas ali [com o GeoGebra] eu senti que eles se envolveram. Você vê pela discussão deles [alunos] no vídeo, eles ficaram lá: [dizendo] “é por causa daquilo e disso...” e foram fazendo. Então houve um envolvimento, eu achei positivo, é interessante esse retorno [do vídeo] [2.DA.Eu.25].

Mas é bom a gente ver [a gravação da aula com o GeoGebra] para gente ficar se policiando. Eu já melhorei um pouquinho, mas ainda preciso melhorar mais [risos], ir sempre aperfeiçoando [6.DA.Lu.16].

Nos trechos destacados, os professores enfatizam a importância de assistirem as discussões dos alunos no vídeo, para ver a sua disposição em realizar as investigações propostas. Reconhecem que na aula precisam se atentar às situações relativas ao seu andamento e, portanto, não é possível manter o foco no aluno (em um aluno em particular). Eles também apontam que o vídeo lhes ajuda a identificar atitudes que podem ser modificadas em suas práticas, tornando-as mais adequadas aos seus objetivos.

Além disso, ver-se no vídeo também fez com que o professor aprofundasse a análise da aula, relativamente aos conteúdos matemáticos trabalhados. Por exemplo,

Eu acho que foi totalmente desconstruído o raciocínio dela [risos]. Eu matei o raciocínio dela [...]. Porque eu ainda falei para ela: “Mas esse aqui [perímetro QPCD para x igual a 0], por que você colocou 10? ”. Porque ela tinha colocado que era 10. Eu falei: “Aqui é 0. Aqui você não vai ter esse perímetro”. Eu falei para ela mais ou menos e ela colocou o 0 [...] ela foi colocando, aí ela foi direto. Eu não esperei ela pensar [3.DA.Lu.14].

Luciana se deu conta de sua atitude, na aula sobre o tema: “Qual é a área do Quadrilátero? ”, em que aponta e corrige o erro de uma aluna sem procurar compreender o seu raciocínio. Vendo a gravação, ela identifica que havia um raciocínio implícito no modo pelo qual a aluna realizava a tarefa. Considera que sua atitude desconstruiu o

raciocínio da aluna sem lhe dar condições de construir um caminho que a ajudasse a compreender a resposta. Identifica que não deu tempo para que a aluna pudesse pensar.

Na reflexão sobre a experiência vivida ao ensinar, as atitudes do professor vão sendo compreendidas e abrem possibilidades de ação para atuar na forma, imprimindo-lhe modos de fazer, ou vir a ser, com a tecnologia favorecendo a aprendizagem do aluno. Vemos essa compreensão se mostrando quando Leonardo afirma que: “E eu estava até falando que é legal, às vezes, filmar a aula no GeoGebra, porque fica mais fácil de você até ver seus erros. Porque tem professor que acha que isso é punitivo e não é essa a ideia. A ideia é: o que eu preciso melhorar para o meu aluno aprender?” [3.DA.Le.12].

Cabe ressaltar que a reflexão favorecida pelo vídeo traz outros atos, como as lembranças, que possibilitam reativar o sentido do vivido sendo professor, pois ao “nos darmos conta [do vivido], dele podemos falar” (BICUDO; AFONSO DA SILVA, 2018, p. 159). Essas lembranças foram relevantes para o professor compreender sua postura.

Eu estou pensando que hoje eu já fiz isso. Eu estou aqui olhando essa aula [com o GeoGebra] e pensando na minha aula que eu acabei de dar no 2º A, antes do intervalo [...]. Eu falei [para o aluno]: Não! Está errado! Mas eu podia ter perguntado: como é que você chegou nesse resultado? [3.DA.Le.18].

No diálogo com a colega Luciana, Leonardo retoma uma lembrança de uma situação vivida. A vivência de Luciana, vista no vídeo, levou-o a compreender que, diante de situação semelhante à dela, ele poderia ter assumido uma postura diferente.

Assim, dar-se conta de si vai sendo explicitado quando os professores se voltam para as gravações de aula e retomam, pela lembrança, a experiência vivida. Os atos reflexivos enlaçados nas ações realizadas no grupo permitem que os professores considerem que é importante mudar a postura. As possibilidades vão se constituindo em aprendizagens para o ensinar. A cada novo ciclo – e sempre que necessário –, elas são revisitadas e novamente transformadas, constituindo o caminhar que mobilizou a forma/ação do professor. Nessa perspectiva, entendemos a mudança como uma trajetória a ser percorrida, um processo vivido (HIRATSUKA, 2003). Não é, portanto, uma atitude simples, rápida. Como salienta esse autor, a mudança nem sempre pode provocar alterações significativas no sistema escolar e pode ocorrer de modo distinto e com diferente alcance. Segundo entende, há dois tipos de mudança que ele nomeia *mudança de primeira ordem* e *mudança de segunda ordem*. No primeiro caso, há uma mudança “superficial, em que se alteram apenas certos aspectos da forma de ensinar, sem reflexão ou mudança das concepções” (HIRATSUKA, 2003, p. 435).

Segundo entendemos do que expõe o autor, poderíamos dizer que são mudanças de primeira ordem, por exemplo, a opção por conduzir práticas com tecnologias para verificar os conteúdos aprendidos pelo aluno, ou seja, para uso do software. Nesse caso, há uma mudança no modo como a aula é realizada – do papel para o software –, mas a postura assumida pelo professor na condução da aula permanece a mesma, pois ainda se considera que o aluno deve aprender por meio da teoria, para depois trabalhar com outros recursos. Em situações como essa, os professores não entendem que o desejo por mudar vem de sua insatisfação com a própria prática que estão realizando – e não com os recursos que utiliza – ou, ainda, mesmo diante desse entendimento, não conseguem mudá-las. Nesse caso, mostra-se um “mudar sem mudar” (HIRATSUKA, 2003, p. 429).

Hiratsuka (2003) destaca que as mudanças que abarcam as práticas dos professores, bem como suas concepções, para ocorrer, precisam de grandes abalos causados por estranhamentos das vivências pessoais. Ele classifica essas mudanças que provocam alterações significativas nas práticas, nas concepções, no planejamento escolar, etc. como *mudanças de segunda ordem*. No grupo, vemos como indícios de mudanças de segunda ordem, por exemplo, aquelas relativas à postura do professor com a tecnologia. Dissemos “indícios”, pois, segundo entendemos, essas mudanças vão acontecendo ao longo da experiência vivida e, embora tivéssemos acompanhado esses professores por um período de quase dezoito meses, não podemos afirmar que são mudanças que ocorreram e permanecem transformando suas ações docentes.

Mas os indícios que se anunciam mostraram a possibilidade de as atitudes manifestadas pelos professores no grupo de estudo de aula virem a ser assumidas em outros contextos.

Na pergunta é que você pega mais a resposta dele [aluno]. Porque, às vezes, ele fala: “professor! Mas por que não dá isso? ”. Aí [o professor] fala: “mas o que você fez? ”. Porque também agora já é o costume fazer o que a gente faz com o GeoGebra. O que você fez? Olha eu fiz assim, pensei assim. Ah tá! Então vamos ver porque assim não ia funcionar. E aí a gente tem que explicar, é o que eu estou fazendo bastante agora, esse bimestre eu fiz muito isso [5.DA.Le.20].

Leonardo compartilha que está lidando com as dúvidas dos alunos de modo diferente, levando-os a explicar, por meio de questionamentos, o raciocínio construído. O relato do professor mostra que, embora essa tenha sido uma atitude assumida no modo de ser com a tecnologia, ele entendeu que seria relevante mantê-la na sala de aula. Isso, para nós, revela uma compreensão do sentido de ser professor que, independente de

ensinar com tecnologia, se interessa pela aprendizagem do aluno. Ao estar no grupo de estudo de aula, realizando tarefas investigativas e dialogando com os colegas, Leonardo entende ser importante mudar a postura, os modos de conduzir suas práticas. A mudança não ficará restrita a certo contexto de ensino se o professor considerar a experiência vivida, onde o

passado, a sua amarração com o já vivido, no modo de formações, concepções e práticas anteriores, ao se tornar presente e objeto de reflexão juntamente com seu ensino atual, poderá conduzir à manifestação do elo passado-presente-futuro, elo que é identificado no processo como o desejo, a tarefa futura, de superar o passado-passado: mudar a prática de ensino, ou seja, soltar as amarras com o já vivido (HIRATSUKA, 2003, p. 435).

Também vimos indícios da mudança de segunda ordem nas discussões sobre “como fazer” para conduzir uma aula com o software em uma postura investigativa. Nessas discussões, os professores foram se dando conta de que precisavam se dispor a compreender o raciocínio do aluno para corrigir seus erros ou sanar suas dúvidas. Precisavam, também, conduzir suas aulas em uma postura interrogativa, levando o aluno a refletir sobre o feito e dando-lhe tempo para pensar. Entenderam a importância de o aluno registrar sua atividade, expondo os modos pelos quais a investigação fazia sentido para ele.

No início do estudo de aula, havia uma preocupação do professor com a elaboração de um roteiro com perguntas para orientar o que os alunos deveriam fazer com o software: qual ferramenta usar, que tipo de traçado escolher, etc. Ao seguir o roteiro o aluno iria encontrar as respostas esperadas. Entretanto, no decorrer dos ciclos do estudo de aula, as tarefas investigativas foram sendo compreendidas e os professores foram se dando conta de suas práticas. Passaram a considerar que o roteiro restringia e uniformizava as ações do aluno com o software e, portanto, não lhes dava liberdade para fazer uma investigação matemática. No entanto, o registro da atividade do aluno era importante, não apenas para entender o seu raciocínio, mas também para expor, num contexto de ensino formal, o que estava sendo feito. Os roteiros foram dando lugar ao relatório, uma forma “mais adequada” de registro, segundo entenderam.

É importante. Porque para ele escrever [o relatório] ele tem que entender o que ele está escrevendo. Teve que pensar, teve que de alguma forma ter um raciocínio ali em cima daquilo que ele estava vendo no GeoGebra [...]. Se a gente dá um roteiro eles não pensam [5.PL.Eu.10].

Na retomada em sala de aula, ou na outra atividade [no GeoGebra], o que vai acontecer? Ele vai vir te perguntar como que ele vai fazer o relatório? Uma das situações é essa, você fala: “Então, o que nós fizemos?”. Ah! Fizemos isso, eu

movimentei o a. O que acontece quando você movimentava o a? Aí ele vai pensando naquilo que ele viu no GeoGebra e aí ele começa a fazer o relatório em cima daquilo [...] uma coisa é o que ele está vendo aqui [GeoGebra] e outra é na hora de escrever o relatório [...] aí pela leitura do relatório você vai ver se o aluno não colocou nada daquilo que você pediu para ele explorar no GeoGebra e você já faz um enfoque individual. Olha! O que a gente fez? Aqui dá para você melhorar! Às vezes, é um método de você ter também essa devolutiva do que o aluno fez [no software] [5.PL.Le.12].

A fala dos professores mostra que, para além de mudar o “tipo” de registro – de roteiro para relatório –, sua opção diz de uma mudança de compreensão: tornou-se claro o significado do registro para uma prática com a tecnologia. Interpretamos que nisso se mostra uma mudança de postura do professor, ele não quer mais ver se o aluno “chegou na resposta certa”, ele quer entender ou “ter acesso” ao pensar do aluno quando ele faz uma tarefa com a tecnologia.

Destacamos, ainda, que a trajetória percorrida, na qual se vai tendo indícios dessa mudança de postura, trouxe o entendimento de que as práticas de investigação com o software não podem ser aleatórias e desvinculadas do trabalho de sala de aula. O grupo foi buscando tarefas que pudessem ser exploradas com tecnologia e articuladas ao conteúdo matemático trabalhado em sala de aula, previsto no planejamento escolar, ou mesmo como opção para o trabalho de recuperação. Nas discussões sobre tarefas abertas, fica claro que os professores entendem sua relevância para a constituição de conhecimento matemático, requerendo a retomada de conhecimentos prévios pelos alunos e sendo importante para dar continuidade ao trabalho de sala de aula.

Eu acho interessante essa aula investigativa no GeoGebra, eu acho bem legal. Dá para gente pensar nisso, num primeiro momento, para que eles [alunos] mobilizem o conhecimento prévio deles. Para que eles mostrem o que eles já sabem, ou vão atrás do que ainda estão em dúvida. Eu acho que é interessante sim, inclusive eu quero com relação a parte de função, eu estou pensando em começar assim [2.DA.Lu.27].

O que eu acho interessante dessas aulas? [...] se você entra numa situação em que você vai falar de concavidade da parábola, você faz ele [aluno] retomar aquilo, lembra o que a gente fez lá [no GeoGebra]? O que aconteceu? Ah! É mesmo professora. Quando eu coloquei no negativo a parábola fazia assim [fez com a mão a concavidade para baixo]. Quando zerava o a ela ficava assim [fez com a mão uma reta]. Eu acho que é isso, fazer com que o aluno faça essas associações, essa é a ideia. Fazer essa associação. Então isso que seria interessante [...]. Porque isso seria uma prova que ele teve uma construção de conceito [5.PL.Lu.13].

A interpretação dos diálogos do grupo foi explicitando o movimento do aprender dando-se conta de si, de seu modo de ser professor com tecnologia, que mobilizou o desejo de mudança. A mudança foi se mostrando como uma opção do professor ou, ainda,

como uma decisão (HIRATSUKA, 2003) que cabe a ele tomar, frente às possibilidades que lhe são abertas no ato de aprender. Entretanto, conforme entendemos em Hiratsuka (2003), a decisão pela mudança não é tomada só, uma vez que as vivências sempre são dadas no mundo com o outro – professores, alunos, equipe gestora, planejamento escolar, avaliações externas, etc. Assim, os diálogos que se estabeleceram entre os participantes do grupo, com respeito e apoio mútuos, são fundamentais para que as escolhas sejam discutidas e possam vir a ser feitas.

Em vários momentos da fala dos professores vê-se que eles reconhecem que estar junto ao outro, abrindo-se para compartilhar experiências, angústias, ideias e para ouvir o que é exposto é um modo de *aprender junto ao outro* para a constituição de uma comunidade que os torna seguros, inclusive para mudar a postura.

O *aprender junto ao outro* acontece no encontro que se dá “de maneira direta, sem barreiras, sem segundas intenções, sem outros fins em mente a não ser aqueles implicados na própria situação vivida”, tornando possível transcender a individualidade e abrir-se “ao outro [...] aceitando-o como um ser que vive de modo autêntico e singular” (HIRATSUKA, 2003, p. 390). É, portanto, um estar junto em que ninguém se mantém como espectador, pois todos imprimem algo próprio em seu fazer que permite, por meio da linguagem, confirmar o outro em sua singularidade (HIRATSUKA, 2003).

Como entendemos, ao estar com o outro, os diferentes modos de aprender vão se tornando possíveis. O conhecimento constituído no processo subjetivo vai se expondo e sendo ouvido, tornando-se interlocução, ganhando a esfera da intersubjetividade. Nesse modo de estar com, conforme entendemos com Bicudo e Afonso da Silva (2018), os professores expressam as compreensões da experiência vivida e se abrem ao pensar junto. As práticas passam a ser entendidas como uma experiência coletiva. Isso se mostra, por exemplo, nos relatos que são feitos na terceira pessoa do plural: “o erro foi nosso” [3.DA.Le.16] ou “Temos que propor” [4.PL.Lu.4], etc. Há uma articulação de significados que vai se configurando e passa a fazer sentido para todos, há um conhecimento constituído pelo grupo (BICUDO; AFONSO DA SILVA, 2018). “Conversando sobre a aula [com o GeoGebra] a gente pensa. A gente passa a perceber que a gente precisa às vezes mudar umas coisas, a postura da gente” [4.DA.Lu.24]. O professor identifica que a mudança é um desejo do grupo. Logo, esse sentido que vai se fazendo no decurso da vivência alimenta o desejo de mudança que interpretamos como próprio ao movimento de forma/ação.

Idiossincrasias

Declara que ensina matemática do modo pelo qual aprendeu, a partir da teoria [1.PL.Lu.7; 1.PL.Lu.8].

Reconhece que o seu modo de ensinar matemática é por meio de aula expositiva [1.PL.Lu.10].

Entende que a quantidade de conteúdo a ser trabalhado exige uma atitude expositiva do professor [3.DA.Le.22].

Essas ideias nucleares marcam um modo de ser professor que indica como ele percebe suas práticas com tecnologia antes da participação no estudo de aula. Embora não tenham sido articuladas para a constituição das categorias, são relevantes para compreendermos as ações que vão sendo transformadas quando o professor se dispõe ao movimento de forma/ação.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deixei uma posição anterior, não por trocá-la por outra, mas porque a posição de antes era apenas um passo numa caminhada. No pensamento, o que permanece é o caminho. E os caminhos do pensamento guardam consigo o mistério de podermos caminhá-los para frente e para trás, trazem até o mistério de o caminho para trás nos levar para frente.
(HEIDEGGER, 2003, p. 80)

Nesta seção, retomamos os passos do caminhar na pesquisa buscando expor o modo pelo qual o caminho foi fazendo sentido no percurso e permitindo compreender o fenômeno *perceber-se sendo professor com tecnologia*.

Comprendemos o processo de constituição da tese como um movimento de “tecer”, no qual “organiza-se os fios, escolhe-se as cores, busca-se cumprir um objetivo, observa-se o trabalho e caso esse esteja conforme planejado, ou seja, se há satisfação com o que foi feito, o movimento é continuado, caso contrário, retoma-se, refaz, reorganiza” (ROSA, 2008, p. 136).

Os primeiros fios mostraram-se ainda na análise dos dados de minha pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017). Organizando esses fios, constituímos a interrogação, explicitada pela pergunta: *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?*, elegemos leituras e constituímos o grupo de estudos e forma/ação com três professores de matemática. O colorido foi revelado com a escolha da postura qualitativa fenomenológica e dos temas: investigação matemática, forma/ação de professores e estudo de aula, que, articulados, constituíram o pano de fundo da experiência vivida. Eleitos os fios, os objetivos do trabalho, as cores, começamos a tecer, articulando nossas escolhas. Assim como o ato de tecer, a tese mostrou-se como um trabalho criativo e artesanal (ROSA, 2008), que assume características bem específicas, pois explicita uma articulação de escolhas feitas pela pesquisadora no decorrer da caminhada, da vivência junto ao grupo de forma/ação de professores que, seguindo as etapas do estudo de aula, conduziu práticas de investigação matemática com o software GeoGebra.

Ao longo das sete seções que expõem esse percurso, tecemos fios que revelam compreensões sobre as leituras feitas, os questionamentos que nos permitiram avançar, os aspectos metodológicos e a descrição, interpretação e discussão da experiência vivida. Procuramos, a cada ação realizada e a cada parágrafo escrito, puxar um fio que pudesse ser articulado a outro para dar continuidade ao tecer do texto. Por diversas vezes, foi preciso refazer alguns “pontos” ou mudar a forma de tecer. O ato de tecer, olhar para o

trabalho, procurar novos fios que nos ajudassem a seguir em frente, retomar outros aspectos ... foi permitindo dar forma a escrita da tese. O que no caminhar se mostrou?

O início de uma caminhada compreensiva... é trazido com a apresentação de alguns dos estranhamentos, inquietações, ideias, etc. que se mostraram durante a análise dos dados da pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017), na qual a produção dos dados se deu por meio de um curso de extensão, com ações que seguiram as etapas do estudo de aula. No doutorado, optamos por continuar o trabalho com estudo de aula, porém conduzindo-o no formato de um grupo de estudos e formação com professores de uma escola. Na experiência vivida com esses professores o estudo de aula se revelou um espaço formativo no qual o *ser-professor-de-matemática-com-tecnologia* foi se constituindo e eles foram *se dando conta de si* nas ações de *ser professor*.

A relevância do estudo de aula... manifestada principalmente nos aspectos característicos dessa prática, como a vivência do trabalho colaborativo e o foco no aluno (PONTE *et al.*, 2015; CURI, 2018; SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018; RICHIT; PONTE, 2020), tratados na Seção 2.2. No grupo, o modo colaborativo com que as ações foram conduzidas permitiu a abertura ao outro – professor e pesquisadora-formadora –, assim como foi alimentado por essa abertura. Nisso, a comunicação foi estabelecida e foi se constituindo um modo de “*ser-com-o-outro*, [em que] cada professor percebe a si próprio e aos demais, expondo-se e dando-se conta dos companheiros” (SANTOS, BICUDO, 2015, p. 1341, grifo das autoras). Foram explícitos os modos de *ser professor com tecnologia*, tal qual o professor os percebia, fazendo sentido para a compreensão do interrogado. Do mesmo modo, interpretamos que o foco no aluno também oportunizou a abertura, pois fez o professor voltar-se para ele, dispondo-se a escutá-lo, buscando, em suas atitudes, possibilidades de dar forma ao seu fazer.

Embora o estudo de aula não tenha sido o foco de nosso trabalho, isto é, não o interrogamos, consideramos relevante destacar esses aspectos pois, conforme interpretamos, foram o solo da formação do professor com a tecnologia, permitindo a abertura ao outro, o diálogo e a confiança para a realização de práticas diferenciadas das costumeiras.

Dispondo-se à formação com tecnologia os professores aprenderam... que na experiência vivida no contexto de um grupo colaborativo, onde as práticas são

compartilhadas, dialogadas, refletidas... sempre junto com o outro, o conhecimento constituído é coletivo. As ações passam a ser compreendidas como uma responsabilidade de todos que visam a “nossa aula” e os “nossos alunos”, conforme discutido por Lewis *et al.* (2012).

Envolvido nas ações formativas, o professor se dá conta de que a preocupação com a elaboração de “roteiros”, que lhe indicassem os passos a seguir na condução das tarefas, deveria dar lugar à escuta dos alunos, pois eles mesmos iriam apontar o seu fazer. Os roteiros de orientação do aluno cederam lugar aos relatórios escritos, que levaram o professor a conhecer o pensar de seu aluno no decorrer da atividade investigativa.

Aos conteúdos matemáticos do programa escolar, que também são uma preocupação própria do ser-professor (BICUDO, 1987), foi lançado um “novo olhar”. Os conhecimentos do professor, relativos à matemática, entrelaçaram-se aos conhecimentos do software e, na atividade investigativa, passaram a ser compreendidos no movimento com o software. Nesse movimento, não eram feitas apenas explorações e investigações articuladas aos conteúdos previstos para serem trabalhados, mas abriram-se possibilidades para a retomada de conhecimentos prévios e o entendimento sobre as dificuldades dos alunos, o que favoreceu algumas ações que poderiam contribuir para a superação dessas dificuldades.

Ser professor com tecnologia é ensinar e aprender com ela... O questionamento que lançamos nos encontros: “é possível ensinar e aprender com o GeoGebra?”, mobilizou os professores e, ao longo do percurso, eles foram entendendo que as suas práticas poderiam ir além do ensino por meio de aulas expositivas e posterior verificação de conteúdos com o GeoGebra. Provocados sobre “como seria ensinar de forma diferente do que vocês aprenderam?”, eles avançaram para ações em que a tecnologia pudesse ser abarcada no próprio pensar e no fazer da atividade investigativa com o software, dando ao aluno a oportunidade de poder aprender com a tecnologia, que passou a fazer parte da rotina de seu trabalho. Nessa compreensão, o pensar e o fazer do *ser com tecnologia* não ficou circunscrito ao software, mas se abriu às outras tecnologias entendidas como fomentadoras desses atos, por exemplo, a internet e os vídeos das gravações das aulas.

Nem tudo foi perfeito! Vimos um desencontro entre nossas expectativas iniciais... à medida que a vivência no contexto de ensino formal, ao mesmo tempo que oportunizou

a constituição do *ser professor com tecnologia*, também trouxe “cobranças” relativas a esse contexto, conforme mencionamos na subseção 4.3.

A pesquisadora iniciou seu caminhar com a expectativa de que os professores se lançariam ao movimento de forma/ação do estudo de aula, tal qual se viam exemplos na literatura. Para os professores, a pesquisadora lhes ajudaria a preparar, com o GeoGebra, o maior número de aulas possível, auxiliando-os no cumprimento dos conteúdos previstos no programa da escola e a lidar com as dificuldades de aprendizagem dos alunos. O que se mostrou diante dessas expectativas? Os professores foram resistentes a fazer um novo planejamento de aula após as etapas de discussão, pois isso demandaria um número maior de encontros para o planejamento das aulas e, além disso, tempo para conduzir novas aulas sobre o mesmo tema, o que não era costume. As discussões coletivas com a turma de alunos foi outra prática diferenciada; os professores não costumavam destinar tempo em suas aulas para discussões coletivas, o que é compreensível considerando-se o estilo de aula dada.

Para a pesquisadora se mostrou um grande desafio: como superar esse desencontro de expectativas sem correr o risco de “perder” o grupo? Assumindo uma atitude fenomenológica nos dispomos a ouvir o professor. No decorrer dos encontros, com as leituras discutidas com o grupo, fomos abrindo espaço de diálogo. Entendemos que o movimento de forma/ação é um processo vivido e, como tal, traz modos de ser do professor. Então, seguimos trilhas diferentes no caminho sem abandonar o que nos parecia essencial à caminhada: o processo formativo. Os professores, a cada novo ciclo que se iniciava, viam a oportunidade de revisitar os conhecimentos relativos às discussões dos ciclos anteriores, transformando-os em novas práticas. Entenderam que ao se darem conta de situações da aula que poderiam ser relevantes para a aprendizagem do aluno, mas que não foram discutidas naquele momento, poderiam retomá-las em outras aulas. Embora de modo tímido, fizeram tentativas de conduzir discussões coletivas em suas aulas, mostrando um avanço impulsionado pelo movimento de forma/ação que os fez compreender a riqueza do momento para dar voz ao seu aluno.

O perceber-se sendo professor com tecnologia se manifestou... na atenção (dada) ao fazer do aluno e na mudança de postura do professor. Para nós, essas categorias dizem dos modos pelos quais o professor se percebe sendo professor com tecnologia.

Como tudo fez sentido? O ser professor com tecnologia, como compreendemos, diz de um modo de ser que vai se constituindo e se atualiza no movimento em que as ações do professor são efetivadas no *sendo professor com tecnologia* e refletidas. Tais ações atuam na forma e vão imprimindo-lhe modos de ser enquanto a forma direciona o movimento, mobiliza outras ações, viabiliza modos de fazer com a tecnologia, abre possibilidades de *vir a ser*.

Constituindo-se em um movimento contínuo que lhe permite dar-se conta de si, faz sentido que o professor ao *ser com tecnologia* compreenda seu modo de ser inacabado e se veja assumindo uma *mudança de postura* em favor da forma que por ele é almejada, intencionada, mas que nunca estará pronta, considerando o movimento em que suas ações são vividas. Também faz sentido que ao *ser com tecnologia* ele entenda que não está só no mundo com a tecnologia, pois a constituição de conhecimento nesse mundo também é coletiva (ROSA, 2008) e, portanto, é dada na abertura ao outro: professor, com quem vivencia o processo de mudança, e aluno, para o qual entende que precisa dar *atenção ao seu fazer*.

Atento ao fazer do aluno, os professores reconheceram potencialidades do software que indicavam abertura para ele se colocar em atividade com a tecnologia. Entenderam que com essa abertura os alunos se lançavam à atividade investigativa e que seus modos *de ser com a tecnologia* iam se constituindo na experiência vivida, no movimento do corpo. O corpo “está no mundo assim como o coração no organismo; ele mantém o espetáculo visível continuamente em vida, anima-o e alimenta-o interiormente, forma com ele um sistema” (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 273). Esse espetáculo vivido pelo aluno que aceita o convite para fazer investigação com tecnologia é aberto ao outro, colegas e professor, e, portanto, dá visibilidade aos gestos que passam a ser compreendidos em uma perspectiva comum a todos que fazem parte daquele contexto.

Na vivência com o grupo, o professor se doou ao espetáculo, retomando o sentido desses gestos (MERLEAU-PONTY, 1999) e, se voltamos à questão: *será que o aluno sabe/aprendeu a pensar?*, vê-se que o professor não só entendeu que havia um pensar no fazer do aluno com a tecnologia, como também passou a se preocupar com as possibilidades de ser desse aluno. Essa preocupação manifesta-se na disposição para escutar o que os seus gestos – de fala, de escrita, de fisionomias – “diziam”. Há, entre professores e alunos, uma relação de empatia que permite retomar esse pensar. A potência de significação dos gestos, por meio da qual “o homem se transcende em direção a um comportamento novo, ou em direção ao outro, ou em direção ao seu próprio pensamento”

(MERLEAU-PONTY, 1999), deixa pensar junto e faz reorganizar o pensar no movimento compreensivo que vai acontecendo. A *atenção ao fazer do aluno* movimenta o modo de ensinar do professor e aponta aspectos desse fazer com a tecnologia que são entendidos como ações que vão dando forma ao seu *ser professor com tecnologia, sendo* junto ao aluno.

Os diálogos mostram que, para o professor, esse *ser-com-tecnologia* vai ganhando novo significado. Ele já ensinava matemática com o GeoGebra, porém para reproduzir tarefas, isto é, mantendo as mesmas práticas de sala de aula. No movimento de forma/ação, a angústia com relação a essas práticas foi aumentando e passou a ser expressa. Ao dar-se conta das possibilidades para levar o aluno a apropriar-se do software para aprender, o professor buscou conhecer estratégias e discutir ações que lhe fizessem avançar em direção à forma de *ser professor com tecnologia* que objetiva a aprendizagem.

Finalizando este texto e considerando o que na vivência com os professores se pôde conhecer, se retomamos a pergunta que fizemos na seção 2, apenas com uma intenção provocativa – *Mas, será que a participação do professor em cursos de formação continuada é a solução para que ele compreenda os desafios e se lance à mudança?* – dizemos que esses professores, participantes do estudo de aula, entenderam que a experiência vivida no grupo os fez avançar para além das possibilidades que tiveram em outros contextos de formação.

Às vezes, a gente precisa de um empurrãozinho. Porque a gente fez aqueles cursos todos sobre o GeoGebra, mas, de repente, a gente podia até aplicar em algumas aulas, mas a mudança da gente mesmo, efetiva, poderia ter acontecido muito pouquinho. Esse grupo de estudo realmente é impactante, tanto que eu estou falando para você, se você pensar bem, é difícil, porque já tem tanto tempo que a gente trabalha. É mais fácil começar, se você está fazendo com os alunos que estão iniciando [a Faculdade], com certeza eles vão ter uma prática docente muito diferente da nossa, porque você já está começando o trabalho com eles. Mas, por exemplo, eu, o Leonardo, o Euclides, e gente está bem acostumado, como é que fala? Com vícios. É difícil, lógico, e você vê que a gente está tendo essa mudança, esse olhar diferente, conseguiu mexer com a gente dessa forma [6.DA.Lu.27].

Entendemos que o estudo de aula se constituiu um espaço de interlocução no qual foi possível pensar em *mudanças de segunda ordem* (HIRATSUKA, 2003), pois, apesar dos “vícios” que os vários anos de experiência trazia aos professores, o estar no grupo de forma/ação, com o outro, indicou-lhes que a mudança era possível. Isso se deu no grupo, pois, segundo interpretamos, tornou-se um espaço de convivência e ajuda mútua onde o outro não é “a simples reunião de um EU com o OUTRO, mas é uma vivência que os envolve, possibilitada pela imbricação de uma existência na outra” (HIRATSUKA, 2003,

p. 388). Essa coexistência deu aos professores a oportunidade de compreenderem os desafios de mudar e, no desejo de ensinar com tecnologia, superando seus “vícios”, eles tornaram o provável possível, ao se perceberem mudando algumas práticas e assumindo novas posturas.

Embora a escrita de uma tese de doutorado seja um modo de eleger os fios com os quais se tece a trama para fazer ver o produzido... a pesquisa nos permitiu compreender que a *atenção ao fazer do aluno e a mudança de postura do professor*, foram se dando mutuamente e se entrelaçando na vivência de *ser professor com tecnologia*. A atenção ao fazer do aluno deu elementos para o professor atualizar compreensões relativas aos seus modos de ensinar que impulsionaram sua mudança de postura. Na mudança, os atos foram abarcados a partir da compreensão das possibilidades que o professor tinha para fazer. Como ele compreendia essas possibilidades? Voltando-se para o fazer do aluno e dispondo-se a aprender. É desse modo que interpretamos que o movimento de forma/ação foi vivido pelo professor, tornando explícito o *perceber-se sendo professor com tecnologia*. Essa é a trama tecida, de uma perspectiva ou de um olhar lançado pela pesquisadora atenta ao que se mostra do fenômeno. Mas, vale destacar que o fenômeno não se esgota com a pesquisa, pois sempre poderá se abrir a outras interpretações ao se eleger outro caminho, novas trilhas, novas cores para tecer a trama.

REFERÊNCIAS

- ADLER, J.; ALSHWAikh. A. Case of Lesson Study in South Africa. In: HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. (Eds.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Suíça: Springer, 2019, p. 317-342. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Jehad_Alshwaikh>. Acesso em: 10 jul. 2020.
- ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Bauru: EDUSC, 2006, 108 p.
- ALMEIDA, R. S.; BOEIRA, N. F. O Cuidado na Primeira Seção de Ser e Tempo. **“Existência e Arte”- Revista Eletrônica do Grupo PET**, n. 4, p. 2-16, 2008. Disponível em: <https://ufsj.edu.br/portal-repositorio/File/existenciaearte/Edicoes/4_Edicao/rogerio_almeida.pdf>. Acesso em: 8 out. 2021.
- ANASTACIO, M. Q. A. Corpo e Matemática: uma Concepção Merleau-Pontyana de Conhecimento. **Bolema**. Rio Claro, v. 16, n. 20, p. 1-12, 2003. Disponível em: <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10544>>. Acesso em: 9 abr. 2020.
- BAPTISTA, M. et al. Os estudos de aula como contexto de desenvolvimento profissional. In: PRÁTICAS PROFISSIONAIS: DESAFIOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 2014a, Lisboa. **Anais eletrônicos...** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 1-24. Disponível em: <<http://p3m.ie.ul.pt/seminario-2014>>. Acesso em: 8 jul. 2020.
- BARBARIZ, T. A. M. **A Constituição do Conhecimento Matemático em um Curso de Matemática à Distância**. 2017. 451f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150212>>. Acesso em: 11 jul. 2020.
- BAREA, R. **O Tema da Empatia em Edith Stein**. 2015. 117f. Mestrado (Mestre em Filosofia) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/9149>>. Acesso em: 14 fev. 2021.
- BATISTA, C. C. **O Estudo de Aula na Formação de Professores de Matemática para ensinar com tecnologia: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos**. 2017. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista_cc_me_rcla.pdf?sequence=3. Acesso em: 6 fev. 2019.
- BICUDO, M. A. V. O Professor de matemática nas escolas de 1º e 2º graus. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1987, p. 45-57.
- BICUDO, M. A. V. Notas sobre o Seminário Realizado pelo Prof. Amedeo Giorgi sobre a Fenomenologia e a Pesquisa Qualitativa em Psicologia. **Cadernos de Estudos e**

Pesquisa Qualitativos. Caderno 1. São Paulo: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, 1990, p. 73-88. Disponível em <<https://www.sepq.org.br/cadernos>>. Acesso em: 5 abr. 2020.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 15-22.

BICUDO, M. A. V. A formação do professor: um olhar fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Formação de professores? Da incerteza à compreensão**. Bauru: EDUSC, 2003, p. 19-46.

BICUDO, M. A. V. O Pré-Predicativo na construção do conhecimento geométrico. In: Maria Aparecida V. Bicudo; Marcelo de Carvalho Borba. (Org.). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez Editora, 2004, v. , p. 77-91.

BICUDO, M. A. V. O estar-com o outro no Ciberespaço. **Educação Temática Digital - ETD**, v. 10, n. 2, p. 140-156, 2009. Disponível em: <<http://www.mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/O%20ESTAR-COM%20O%20OUTRO%20NO%20CIBERESPAÇO.pdf>> Acesso em: 22 abr. 2020.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Editora Cortez, 2011a. p. 11-28.

BICUDO, M. A. V. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Editora Cortez, 2011b. 29-40.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa fenomenológica: interrogação, descrição e modalidades de análises. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Editora Cortez, 2011c. 41-52.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. 136 p.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. A questão de pesquisa sob a perspectiva da atitude fenomenológica de investigação. **Conjectura: Filos. Educ. Caxias do Sul**, v. 18, n. 3, p. 24-40, 2013. Disponível em: <<http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/view/1949>>. Acesso em: 10 out. 2020

BICUDO, M. A. V. Introdução. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Cyberespaço: Possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014, 15-34.

BICUDO, M. A. V. Sobre História e Historicidade em Edmund Husserl. **Cadernos da EMARF**, Fenomenologia e Direito, v.9, n.1, p.1-174, 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/303383398_Sobre_historia_e_historicidade_em_edmund_husserl>. Acesso em: 11 jul. 2020.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da (Org.).

Processos formativos em educação matemática: perspectivas filosóficas e pragmáticas. Porto Alegre: Editora Fi, 2018, p. 29-45. Disponível em:

<<https://www.editorafi.org/310processosformativos>>. Acesso em: 30 abr. 2020.

BICUDO, M. A. V.; AFONSO DA SILVA, A. Análise de Vivências em Situação de Constituição de Conhecimento. In: **A Prática na Investigação Qualitativa: exemplos de estudos.** Aveiro, Pt. Edição Ludomedia, 2018, p. 158-178. Disponível em:

<http://www.mariabicudo.com.br/resources/CAPITULOS_DE_LIVROS/Pratica_na_Investigacao_Qualitativa_vol2-153-178.pdf>. Acesso em: 8 out. 2021.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. 104 p.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. 149 p.

CAMINHA, I. O. Fenomenologia e Educação. **Trilhas Filosóficas:** Revista Acadêmica de Filosofia. Caicó, n. 2, p. 11-21, 2012. Disponível em: <

<http://natal.uern.br/periodicos/index.php/RTF/article/view/1792> >. Acesso em: 14 fev. 2021.

CAMMAROTA, G.; ROTONDO, M. A. S.; CLARETO, S. M. Pesquisar sala de aula de Matemática: entre banalidades e formação docente. VII Seminário Internacional de Educação Matemática. GT11 – Filosofia da Educação Matemática. 2018. **Anais do VII SIPEM.** Foz do Iguaçu, Paraná, 2018, p. 1-12.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In: PONTE, J. P. (Org.).

Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 217-233. Disponível em:

<<http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>>. Acesso em: 8 abr. 2020.

CARVALHO, M. O. G. **Escuta Sensível:** protagonismo na educação. 2017. 183f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Sorocaba, Sorocaba, 2017. Disponível em:

<http://educacao.uniso.br/producao-discente/teses/Teses_2017/margly-genofre.pdf>. Acesso em: 14 fev. 2021.

CERQUEIRA, T. C. S. O professor em sala de aula: reflexão sobre os estilos de aprendizagem e a escuta sensível. **PSIC - Revista de Psicologia da Vetor Editora**, v. 7, n. 1, p. 29-38. 2006. Disponível em:

<https://www.researchgate.net/publication/317470989_O_professor_em_sala_de_aula_reflexao_sobre_os_estilos_de_aprendizagem_e_a_escuta_sensivel>. Acesso em 14 fev. 2021.

CLIVAZ, S.; TAKAHASHI, A. Mathematics Lesson Study Around the World: Conclusions and Looking Ahead. In: QUARESMA, M. et al. (Eds.). **Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues**. Suíça: Springer, 2018. p. 153-164. Disponível em: <http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/clivaz_takahashi_2018_mathematics_lesson_study_around_the_world-_conclusions_and_looking_ahead.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2020.

CURI, E. Grupo de Pesquisa Colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores**. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 17-33.

DETONI, A. R. **Investigações acerca do Espaço como modo da Existência e da Geometria que ocorre no Pré-Reflexivo**. Rio Claro, 2000. 276 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2000.

DUDLEY, P. et al. Implementing a new mathematics curriculum in England: District Research Lesson Study as a driver for student learning, teacher learning and professional dialogue. In: HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. (Eds.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Suíça: Springer, 2019. p. 285-315.

ESTRELLA, S.; MENA, A.; OLFOS, R.; Lesson Study in Chile: A Very Promising but Still Uncertain Path. In: QUARESMA, M. et al. (Eds.). **Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues**. Suíça: Springer, 2018. p. 105-122. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/323960799_Lesson_Study_in_Chile_A_Ver_y_Promising_but_Still_Uncertain_Path>. Acesso em: 9 jul. 2020.

FÉLIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (lesson study)**. 2010. 153f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4412>>. Acesso em: 5 jan. 2021.

FERREIRA, M. J. A. **A constituição e a produção do conhecimento matemático ao ser-com o computador**. 2019. 204 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/181912>>. Acesso em: 10 out. 2020.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação que tem a Fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 23-33.

FIRME, I. C. **A Atualização do Prouca nas Escolas Estaduais do Estado de São Paulo**. 2015. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de

Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015. Disponível em:
<<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/132924>>. Acesso em 2 mai. 2020.

FUJII, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 4, p. 411-423, 2016. Disponível em:
<<https://core.ac.uk/reader/191462546>>. Acesso em: 8 jul. 2020.

FUJII, T. Lesson Study and Teaching Mathematics Through Problem Solving: The Two Wheels of a Cart. In: QUARESMA, M. et al. (Eds.). **Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues**. Suíça: Springer, 2018. p. 1-22.

GADAMER, H. **Verdade e Método**: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica. Tradução Flávio Paulo Meurer. 1. ed. Petrópolis: Vozes, 1997.

GAMA, A. E.; LIMA, W. M. O aprender e o ensinar a partir da obra Que é uma coisa?, de Martin Heidegger. **Educação (UFSM)**, v. 44, p. 1-17. 2019. Disponível em:
<<https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/37922/html>>. Acesso em: 8 out. 2021.

GOUVEIA, R. Retas Perpendiculares. **Toda Matéria**, 2019. Disponível em:<<https://www.todamateria.com.br/retas-perpendiculares/>>. Acesso em: 6 fev. 2020.

HAN, X.; HUANG, R. Developing Teachers’ Expertise in Mathematics Instruction as Deliberate Practice through Chinese Lesson Study. In: HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. (Eds.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Suíça: Springer, 2019. p. 59-82.

HEIDEGGER, M. **Que é uma coisa?** Doutrina de Kant dos Princípios Transcendentais. Trad. Carlos Morujão. Lisboa: Edições 70, 1992.

HEIDEGGER, M. **A caminho da linguagem**. Tradução de Marcia Sá Cavalcante Schuback. Petrópolis: Editora Vozes, 2003.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. Tradução revisada e apresentação de Marcia Sá Cavalcanti e posfácio de Emmanuel Carneiro Leão. 10 ed. Petrópolis: Vozes, 2015, 600 p.

HIRATSUKA, P. I. **A vivência da experiência da mudança da prática de ensino de matemática**. 2003. 483f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2003. Disponível em:
<<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/101984>>. Acesso em: 2 mai. 2020.

KAHLMAYER-MERTENS, R. S. Heidegger Educador: acerca do aprender e do ensinar. **APRENDER - Cad. de Filosofia e Psic. da Educação**, n. 4 p. 161-171. 2005. Disponível em: <<https://periodicos2.uesb.br/index.php/aprender/article/view/3173>>. Acesso em: 8 out. 2021.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias**: O novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.

LEWIS, C.; PERRY, R.; HURD, J. A Deeper Look at Lesson Study. **Educational leadership**, v. 61, n. 5, p. 18-22, 2004. Disponível em: <<https://lessonresearch.net/wp-content/uploads/2018/02/DeeperLookatLS.pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2020.

LEWIS, C et al. Improving Teaching Does Improve Teachers: Evidence from Lesson Study. **Journal of Teacher Education**. v. 63, n. 5, p. 368-375, 2012. Disponível em: . Acesso em: 11 maio 2016.

LEWIS, C., PERRY, R. R. Lesson Study with Mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. **Mathematics Teacher Education and Development**. v. 16, n. 1, p. 22-42, 2014. Disponível em: <<https://eric.ed.gov/?id=EJ1046670>>. Acesso em: 10 jul. 2020.

LEWIS, C.; PERRY R. R. A Randomized trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers' Beliefs and learning Community. **Research in Mathematics Education**. p. 133-158, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/283837322_A_Randomized_Trial_of_Lesson_Study_with_Mathematical_Resource_Kits_Analysis_of_Impact_on_Teachers'_Beliefs_and_Learning_Community>. Acesso em: 10 jul. 2020.

LEWIS et al., C. How Does Lesson Study Work? Toward a Theory of Lesson Study Process and Impact. In: HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. (Eds.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Suíça: Springer, 2019. p. 13-38.

LIMA, L. A. N. A Limitação da Linguagem e o Discurso Humano. **Cadernos de Estudos e Pesquisa Qualitativos**. Caderno 3. São Paulo: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, 1993, p. 11-28. Disponível em <<https://www.sepq.org.br/cadernos>>. Acesso em 9 abr. 2020.

MACHADO, O. V. M. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicada: Editora Unimep, 1994, p. 35-46.

MARTINS, J.; BOEMER, M. R.; FERRAZ, C. A. A Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa – Algumas Considerações. **Cadernos de Estudos e Pesquisa Qualitativos**. Caderno 1. São Paulo: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, 1990, p. 33-47. Disponível em <<https://www.sepq.org.br/cadernos>>. Acesso em: 5 abr. 2020.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. 2ª. Edição. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1999.

MIARKA, R. ; BICUDO, M. A. V. Forma/ação do professor de matemática e suas concepções de mundo e de conhecimento. **Ciência e Educação** (UNESP. Impresso), v. 16, p. 557-565, 2010. Disponível em: <[http://mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/FORMA%20A%C3%87%C3%83O%](http://mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/FORMA%20A%C3%87%C3%83O%20E%20O%20MUNDO%20E%20O%20CONHECIMENTO)>

20DO%20PROFESSOR%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20E%20SUAS%20CONCEPCOES%20DE%20MUNDO.pdf> Acesso em: 11 jul. 2020.

MILAGRES do paraíso. Direção: Patricia Rikken. Produção: DeVon Franklin; Joe Roth. Estados Unidos: Sony Pictures, 2016.

MOCROSKY, L. F.; MONDINI, F.; ORLOVSKI, N. A quem interessar possa. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias**: sentidos e significados. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 41-54. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2020.

MOCROSKY, L. F.; ORLOVSKI, N.; LIDIO, H. O Professor que Ensina Matemática nos Anos Iniciais: uma abertura ao contínuo acontecer histórico. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, v. 14, n. 1, p. 222-236, 2019. Disponível em: <<https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/10894>>. Acesso em: 28 jun. 2021.

MONDINI, F.; MOCROSKY, L. F.; PAULO, R. M. Sentidos de Matemática na Contemporaneidade: um estudo a partir da filosofia heideggeriana. **Educere et Educare**, v. 15, n. 33, p. 1-19. 2019. Disponível em: <<https://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/22156>>. Acesso em: 8 out. 2021.

MOURA, C. A. R.. Husserl: Intencionalidade e Fenomenologia. **Mente, Cérebro e Filosofia**, São Paulo, p. 06 - 15, 10 ago. 2007. Disponível em: <<https://filosoficabiblioteca.files.wordpress.com/2013/10/moura-husserl-intencionalidade-e-fenomenologia.pdf>>. Acesso em: 9 abr. 2020.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4291874/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2020.

NÓBREGA, T. P. Corpo, percepção e conhecimento em Merleau-Ponty. **Estudos de Psicologia**. Natal, v. 13, n. 2, p. 141-148, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-294X2008000200006>. Acesso em: 10 out. 2020.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação, com casos multimídia, em torno do ensino exploratório. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487. Disponível em: <<http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>>. Acesso em: 8 abr. 2020.

PAULO, R. M.; FIRME, I. C. Atualização do PROUCA em escolas de São Paulo. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 3, 2016, Águas de Lindóia. **Anais Eletrônicos...** São Paulo: Pró-Reitoria de Graduação da Unesp - PROGRAD, 2016, p. 1844-1855. Disponível em:

<http://unesp.br/anaiscongressoeducadores/ArtigoVisualizar?nome_arquivo=http://200.145.6.217/proceedings_arquivos/ArtigosCongressoEducadores/5685.pdf>. Acesso em: 13 mai. 2020.

PERETTI, C. Pedagogia da Empatia e o Diálogo com as Ciências Humanas em Edith Stein. **Revista da Abordagem Gestáltica**. Goiânia, v. 16, n. 2, p. 199-207, 2010. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1809-68672010000200010>. Acesso em: 14 fev. 2021.

PINHEIRO, J. M. L.; DETONI, A. R. **Possibilidades do trabalho investigativo com A Geometria Dinâmica**. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). *Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados*. 1 ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 55-75. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em 8 abr. 2020.

PINHEIRO, J. M. L.; BICUDO, M. A. V.; DETONI, A. R. O movimento do corpo-próprio e o movimento deste corpo com softwares de Geometria Dinâmica. In: Kahlmeyer-Mertens, R. S. *et al* (Orgs). **A Fenomenologia no oeste do Paraná: retrato de uma comunidade**. 1 ed. Toledo: Editora Vivens, 2018, v. 1, p. 157-180.

PINHEIRO, J. M. L.; BICUDO, M. A. V.; DETONI, A. R. Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 21, n. 2, p. 264-287, 2019. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41408/pdf>>. Acesso em: 8 abr. 2020.

PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (PROFMAT), 2003, Lisboa. **Actas do ProfMat...** Lisboa: APM, 2003. P. 25-39. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Acesso em: 7 abr. 2020.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27. Disponível em: <<http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>>. Acesso em: 24 ago. 2020.

PONTE, J. P. et al. Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. In: SOUSA, J.; CEVALLOS, I. (Eds.). **A formação, os saberes e os desafios do professor que ensina Matemática**. Curitiba: Editora CRV, 2014. p. 61-82. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/275410215_Os_estudos_de_aula_como_processo_colaborativo_e_reflexivo_de_desenvolvimento_profissional>. Acesso em: 11 jul. 2020.

PONTE, J. P. et al. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**. Lisboa, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024\(2\)%202015.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024(2)%202015.pdf)>. Acesso em: 10 jul. 2020.

PONTE, J. P. et al. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-0868.pdf>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. 160 p.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. In: PONTE, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 281-310.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 213-252.

PONTE, J. P. et al. Fitting Lesson Study to the Portuguese Context. In: QUARESMA, M. et al. (Eds.). **Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues**. Suíça: Springer, 2018. p. 87-104. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/323960988_Fitting_Lesson_Study_to_the_Portuguese_Context>. Acesso em: 9 jul. 2020.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; TOMKELSKI, M. L. Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**. v. 100, n. 254, p. 54-81, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812019000100054&script=sci_arttext>. Acesso em: 10 jul. 2020.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**. v. 36, p. 1-29. 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982020000100201>. Acesso em: 10 jul. 2020.

ROSA, M. **A construção de identidades online por meio do Role Playing Game: relações do ensino e aprendizagem de matemática em curso a distância**. 2008. 263 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2008. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/102134>>. Acesso em: 10 out. 2020.

ROSA, M.; SEIDEL, D. J. Cyberformação com professores de matemática: desvelando o movimento de perceber-se como professor on-line. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Ciberespaço: Possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

ROSA, M. **Cyberformação com professores de matemática: a formação docente para o trabalho-com-Tecnologias Digitais**. In: III Fórum de discussão: parâmetros balizadores da pesquisa em Educação Matemática no Brasil. São Paulo, 2015.

Disponível em: <<https://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD6-ResumoCyberformacao.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2020.

ROSA, M.; BICUDO, M. A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias**: sentidos e significados. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 13-40. Disponível em: <<https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2020.

SANTOS, M. R.; BICUDO, M. A. V. Uma Experiência de Formação Continuada com Professores de Arte e Matemática no Ensino de Geometria. **Bolema**, v. 29, n. 53, p. 1329-1347, 2015. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-1329.pdf>>. Acesso em: 11 jul. 2020.

SÃO PAULO (Estado). Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática - 2º grau**. 2. ed. São Paulo: Secretaria da Educação-CENP, 1991. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/170520?show=full>>. Acesso em: 21 set. 2020.

SÃO PAULO (Estado). Decreto nº 57.571, de 2 de dezembro de 2011. Institui, junto à Secretaria da Educação, o Programa Educação – Compromisso de São Paulo e dá providências correlatas. 2011a. Disponível em: <<http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/2011/decreto-57571-02.12.2011.html>>. Acesso em: 26 de jul. de 2020.

SÃO PAULO (Estado). **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2011b. 72 p. Disponível em: <<https://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>> Acesso em: 17 ago. 2020.

SÃO PAULO (Estado). Lei Complementar nº 1.164, de 4 de janeiro de 2012, alterada pela Lei Complementar nº 1.191, de 28 de dezembro de 2012. Institui o Regime de Dedicação Plena e Integral – RDPI e a Gratificação de Dedicação Plena e Integral – GDPI aos integrantes do Quadro do Magistério em exercício nas Escolas Estaduais de Ensino Médio de Período Integral e dá providências correlatas. Disponível em: <<http://www.legislacao.sp.gov.br/legislacao/dg280202.nsf/589653da06ad8e0a83256cfb0050146b/73994a487db0df348325797c004a5694?OpenDocument>>. Acesso em: 26 de jul. de 2020.

SÃO PAULO (Estado). Resolução SE-52, de 02 de outubro de 2014, alterada pelas resoluções nº 6, de 23-2-2015, nº 68, de 12-12-2019 e s/nº, de 23-1-2020. Dispõe sobre a organização e o funcionamento das escolas estaduais do Programa Ensino Integral, de que trata a Lei Complementar 1.164, de 4 de janeiro de 2012, e dá providências correlatas. São Paulo, 2014a. Disponível em: <http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/52_14.HTM>. Acesso em: 27 de jul. de 2020.

SÃO PAULO (Estado). **Material de apoio ao Programa Ensino Integral do Estado de São Paulo** – Caderno do Gestor – Diretrizes do Programa Ensino Integral. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014b. 40 p.

SÃO PAULO (Estado). **Material de apoio ao Programa Ensino Integral do Estado de São Paulo** – Caderno do Gestor – Modelo de Gestão do Programa Ensino Integral. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014c. 48 p.

SÃO PAULO (Estado). **Material de apoio ao Programa Ensino Integral do Estado de São Paulo** – Caderno do Gestor – Avaliação da Aprendizagem e Nivelamento. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014d. 56 p.

SÃO PAULO (Estado). **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo** – Caderno do Aluno – Matemática, Ensino Médio, 1ª série, vol. 1. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014e.

SÃO PAULO (Estado). **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo** – Caderno do Aluno – Matemática, Ensino Médio, 3ª série, vol. 1. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014f.

SÃO PAULO (ESTADO). **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno** – Matemática, Ensino Fundamental – Anos Finais, 8ª série/9º ano, vol. 2. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014g.

SÃO PAULO (ESTADO). **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno** – Matemática, Ensino Médio, 1ª série, vol. 2. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014h.

SCHELLER, M. PONTE, J. P. QUARESMA, M. O Formador na Condução de Sessões de um Estudo de Aula. **Revista Educere et Educare**. Cascavel, v. 14, n. 32, 2019.

Disponível em <

https://www.researchgate.net/publication/337772913_O_FORMADOR_NA_CONDUCAO_DE_SESSOES_DE_UM_ESTUDO_DE_AULA>. Acesso em: 11 jul. 2020.

SEIDEL, D. J. **O Professor de Matemática Online Percebendo-se em Cyberformação**. 2013. 276 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013.

SILVA, M. L. A intencionalidade da consciência em Husserl. **Argumentos Revista de Filosofia**. Fortaleza, v. 1, n. 1, p. 45-53, 2009. Disponível em:

<<http://periodicos.ufc.br/argumentos/issue/view/514>>. Acesso em: 8 abr. 2020.

SILVA, C. A. F. Fenomenologia e educação: uma abertura recíproca. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**. Londrina, v. 32, n. 1, p. 59-64, 2011. Disponível em:

<<http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/11506>>. Acesso em: 14 fev. 2021.

SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko

Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**. n. 73, p. 115-130, 2018. Disponível em: <<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>>. Acesso em: 5 mai. 2019.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J.(1999). **The teaching gap: Best ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom**. New York, NY: Summit Books. 1999.

TAKAHASHI, A.; MCDOUGAL, T. Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**. n. 48, p. 513-526, 2016. Disponível em: <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11858-015-0752-x.pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2020.

UTIMURA, G. Z. Um Panorama Teórico sobre Lesson Study (Estudo de Aula). In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study**: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 49-65.

VENTURIN, J. A.; SILVA, A. A. A Postura Fenomenológica nas Pesquisas em Educação Matemática. In: I SIMPÓSIO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DEBATE, 2014, Joinville. **Anais eletrônicos...** Joinville: Universidade do Estado de Santa Catarina, 2014. p. 239-251. Disponível em: <<http://www.revistas.udesc.br/index.php/matematica/article/view/4763/3447>>. Acesso em: 11 jul. 2020.

VILLARREAL, M. **Humanos-con-medios**: un marco para comprender la producción matemática y repensar prácticas educativas. In: MIRANDA, E. M.; BRYAN, N.A.P. (Org.). **Formación de Profesores, Currículum, Sujetos y Prácticas Educativas: La perspectiva de la investigación en Argentina y Brasil**. 1ed. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2013, p. 85-122.

WINSLØW, C.; BAHN, J.; RASMUSSEN, K. Theorizing lesson study: two related frameworks and two Danish case-studies. In: QUARESMA, M. et al. (Eds.). **Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues**. Suíça: Springer, 2018. p. 123-142. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/323960989_Theorizing_Lesson_Study_Two_Related_Frameworks_and_Two_Danish_Case_Studies>. Acesso em: 10 jul. 2020.

ANEXO I

CARTA DE AUTORIZAÇÃO DE REALIZAÇÃO DE PESQUISA NA ESCOLA

Eu, ____ (Nome do Diretor da Escola)____, RG: _____, Diretor da E.E. ____ (Nome da Escola)____, situada à ____ (Rua/Avenida)____, nº ____ (Bairro)____, em ____ (Cidade/Estado)____, tenho ciência e autorizo a realização da pesquisa de Doutorado da pesquisadora Carolina Cordeiro Batista, RG: 45.818.274-6, doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP/Campus de Rio Claro, nesta Unidade Escolar.

Para isto, será disponibilizado à pesquisadora acesso ao espaço físico da escola para a realização de reuniões/encontros de formação com os professores de matemática da escola, seguindo a metodologia do estudo de aula (descrita no projeto da pesquisa de Doutorado), no período de até 2 (dois) anos, assim como para acompanhamento das aulas desenvolvidas pelos professores na sala de informática da escola, com o software GeoGebra, durante esse período.

A pesquisadora esclarece que os encontros com os professores, assim como as aulas acompanhadas, serão gravados em vídeo, mas que esses vídeos não serão divulgados, assim como não serão divulgados nomes e imagens dos alunos participantes das aulas. Relativamente aos professores de matemática, como os dados da pesquisa serão as transcrições de suas falas nos encontros, eles poderão optar por ter seus nomes divulgados, mediante autorização por escrito, ou por ter sua identidade preservada, nesse caso, sendo mencionados nos trabalhos resultantes da pesquisa por meio de nomes fictícios.

____ (Cidade)____, 30 de agosto de 2018.

(assinatura)
Diretor de Escola

ANEXO II**DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA**

Eu, _____(Nome do Professor)_____,
RG: _____, Professor de Matemática da E.E. _____(Nome da Escola)_____,
situada à _____(Rua/Avenida)_____, nº _____, _____(Bairro)_____, em _____(Cidade/Estado)_____,
declaro que tenho ciência e concordo em participar da pesquisa de Doutorado da
pesquisadora Carolina Cordeiro Batista, RG: 45.818.274-6, doutoranda do Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista “Julio de
Mesquita Filho” – UNESP/Campus de Rio Claro, realizada nesta Unidade Escolar.

Estou ciente também que os encontros de formação e as aulas acompanhadas pela
pesquisadora serão filmados em vídeo para posterior transcrição. Os vídeos não serão
divulgados, bem como os nomes de alunos e professores serão omitidos (nos trabalhos
oriundos da pesquisa serão usados nomes fictícios).

_____(Cidade)_____, 30 de agosto de 2018.

_____(assinatura)_____

ANEXO III

PLANO DE AÇÃO DOCENTE PARA RECUPERAÇÃO INTENSIVA – 2019

Professor:		Ano/Série:		Turno:		Bimestre a recuperar:	
Série/Ano	Disciplina	Habilidade a ser desenvolvida	Tema / Objeto de Conhecimento	Sequência de Atividades para trabalhar com essa habilidade	Data de Aplicação da Sequência de Atividades	Percentual de Alunos	Meta de Recuperação
						Defasagem	

ANEXO IV

ROTEIRO 1: “O Problema do Taxista”

1) O preço P a ser cobrado em uma corrida de táxi é composto por uma quantia a fixada, igual para todas as corridas, mais uma parcela variável, que é diretamente proporcional ao número x de quilômetros rodados: $P(x) = ax + b$ (a é o custo de cada quilômetro rodado).

Em certa cidade, temos $P(x) = 0,8 \cdot x + 15$ (P em reais e x em quilômetros).

a) Esboce o gráfico no GeoGebra.

b) Qual é o preço cobrado por uma corrida de:

12km: _____

3km: _____

4km: _____

c) Qual é a diferença de preço entre uma corrida de 3 km e outra de 4km? Como você observa essa diferença no gráfico?

d) Em uma cidade vizinha a parcela variável é de R\$ 1,20. Esboce o gráfico, no GeoGebra, do preço a ser pago na cidade vizinha. Qual a diferença entre os dois gráficos?

e) Crie controles a e b , sendo:

a com intervalo de -5 a 5 e incremento 0,1;

b com intervalo de 0 a 20 com incremento 0,1;

f) Construa a função $P(x) = a \cdot x + b$ e responda o que você observa quando:

$a = 0$: _____

$a > 0$: _____

$a < 0$: _____

os valores de b são modificados: _____

ANEXO V

ROTEIRO 2 “Geometria Analítica: distância e alinhamento de três pontos”

Parte 1: Distância entre pontos no eixo x e no eixo y .

a) Criar os pontos $A = (2,0)$; $B = (5,0)$; $C = (-1,0)$; $D = (-4,0)$; $E = (0,2)$; $F = (0,4)$ e $G = (0,-2)$.

b) Qual a distância entre os pontos criados no eixo x ? E no eixo y ?

O aluno deve identificar todas as distâncias observadas entre os pontos, entre A e B , entre A e C , C e D , etc. Espera-se que ele compreenda o conceito de distância entre pontos, principalmente, entre pontos com sinais de x ou de y opostos, como entre os pontos A e C . A partir dessas explorações será possível retomar o conceito de módulo.

Parte 2: Distância entre dois pontos quaisquer.

a) Criar os pontos $H = (3,2)$ e $I = (6,4)$.

b) Como fazer para calcular a distância entre esses dois pontos sem usar uma sentença matemática? É possível construir uma figura geométrica para me auxiliar no cálculo da distância?

Lembrar os alunos sobre o triângulo retângulo, já estudado em aulas sobre o Teorema de Pitágoras. Dar tempo para eles pensarem e manipularem as ferramentas do software. A medida que eles forem perguntando, partindo da curiosidade deles, dar dicas para que eles consigam desenvolver a construção.

Passos para a construção do triângulo retângulo no GeoGebra

A partir dos pontos dados:

- reta perpendicular ao eixo x , passando pelo ponto I ;
- reta perpendicular ao eixo y , passando pelo ponto H ;
- ponto J na intersecção entre as duas retas perpendiculares;
- com a ferramenta polígono, construir o triângulo JHI ;
- com a ferramenta ângulo, marcar o ângulo IJH , para destacar que se trata de um triângulo retângulo;
- com a ferramenta distância, marcar a distância entre o ponto J e o ponto I ;
- com a ferramenta distância, marcar a distância entre o ponto J e o ponto H ;

Parte 3: Alinhamento entre pontos.

a) Criar o ponto $K = (8,5)$.

b) O ponto K está alinhado com os pontos H e I ? O que é preciso acontecer para que esses três pontos estejam alinhados?

Os alunos poderão construir segmentos de reta para analisar se a inclinação do segmento que une pontos I e K é igual à inclinação do segmento HI .

Pode ser que o aluno comece por traçar uma reta por H e I e já verifique que os pontos não estão alinhados, pois o ponto K não estará contido nessa reta.

ANEXO VI

ROTEIRO 3: “Qual é a área do quadrilátero?”

No quadrilátero ABCD, com lados de 5 cm, o ponto P se movimenta sobre o lado BC. Considere então um quadrilátero QPCD, com largura CP igual a x .

Exploração 1: Qual é a área do quadrilátero?

- a) Qual a área do quadrilátero ABCD? É um quadrado?
- b) Movimente o controle deslizante x e observe o que acontece com a área dos quadriláteros QPCD e ABPQ. Qual é a área desses quadriláteros para cada valor de x ?
- c) Qual expressão representa a área do quadrilátero ABPQ?
- d) O valor de x depende de algum outro valor? E o valor da área?

Sugerir que registrem as informações por meio de uma planilha.

Exploração 2: Qual é o perímetro do quadrilátero?

- a) Qual o perímetro do quadrilátero ABCD?
- b) Movimente o controle deslizante x e observe o que acontece com o perímetro dos quadriláteros QPCD e ABPQ. Qual é o perímetro desses quadriláteros para cada valor de x ?
- c) Qual expressão representa o perímetro do quadrilátero ABPQ?

Sugerir que registrem as informações por meio de uma planilha.