Dinâmica secular no cinturão principal de asteroides

Mariela Huaman Espinoza

Mariela Huaman Espinoza

Dinâmica secular no cinturão principal de asteroides

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Valerio Carruba

Co-orientadora: Prof^{a}. Dra. Rita Cassia Domingos

GUARATINGUETÁ

2017

Espinoza, Mariela Huaman
E77d Dinâmica secular no cinturão principal de asteroides/ Mariela Huaman Espinoza – Guaratinguetá, 2017
209 f .: il.
Bibliografia: f. 107-116

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.
Orientador: Prof. Dr. Valério Carruba
Coorientadora: Profª. Drª. Rita de Cássia Domingos

1. Asteróides. 2. Dinâmica. 3. Fotometria. 4. Ressonância. I. Título

CDU 52(043)

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MARIELA HUAMAN ESPINOZA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"DOUTORA EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

B A N C A E X A M I N A D O R A:

Prof. Dr. VALERIO CARRUBA
Orientador / UNESP/FEG

Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
UNESP/FEG

Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
UNESP/FEG

Prof. Dr. TADASHI YOKOYAMA
UNESP/RIO CLARO

Prof. Dr. ELBERT EINSTEIN NEHRER MACAU
INPE/SJC

Fevereiro de 2017

DADOS CURRICULARES

MARIELA HUAMAN ESPINOZA

NASCIMENTO	27.12.1981 – LIMA / PERU
FILIAÇÃO	Jose Huaman Paz
	Maria del Pilar Espinoza Jauregui
2002/2007	Curso de Graduação
	Escola de Física - Universidad Nacional del Callao.
2011/2013	Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Mestrado
	na Facultade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da
	Universidade Estadual Paulista.
2013/2017	Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Doutorado
	na Facultade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da
	Universidade Estadual Paulista.

De modo especial a meu sobrinho Alexandro, pelo carinho, amor e porque ele significa minha Luz e Força.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus porque de todas as configurações prováveis e existentes, ele me deu a meus pais e segundo por sempre colocar em minha vida pessoas especialmente maravilhosas.

> *A paixão é o que nos ajuda nos tempos mais difíceis que poderiam tornar fracos homens fortes ou fazer você desistir.* Neil deGrasse Tyson.

A meus pais pela tolerância e compreensão de todos este anos além do amor, que tem me dado fortaleza cada dia. Ao pequeno da minha família, meu sobrinho Alexandro por todas as mensagem no celular que fizeram os dias mais viáveis e cheios de sorrisos.

A meus orientadores porque eles se comportaram grandiosamente comigo. De modo especial a meu orientador Valerio Carruba pela paciência, dedicação e disposição absoluta para ensinar-me, por todas as conversações, conselhos, críticas e alegrias.

Não posso não deixar de escrever palavras para minha co-orientadora Rita de Cassia Domingos, "Mil gracias" ou "Mil obrigados" pela ajuda e disposição acadêmica e por ter sido uma amiga.

Aos membros das bancas examinadoras da minha dissertação de mestrado e Tese de doutorado, por comentários e sugestões que foram muito úteis para aprimorar meus trabalhos.

Para os meus professores, por todos seus ensinamentos: a Profa. Silvia, os Profs. Othon, Ernesto, Rafael, Antonio, Denise, Julio, todo o corpo docente e os funcionários da FEG-UNESP.

Para todos meus amigos e de maneira particular, a Angel Obispo por todas as manhãs, tardes e noites de estudo de Fisica estatística, a Safwan Aljbaae por ser uma grande pessoa, colega de trabalho e por toda sua ajuda. A Gabriel Borderes pela ajuda desinteressada e a Monaissa Cândido pelas comidas gostosas.

Para todas as pessoas que fizeram os dias possíveis...

Este trabalho contou com o apoio financeiro do Programa de Estudantes - Convênio de Pós-Graduação **(PEC-PG)**

"Si no se peca a veces contra la razón, no se descubre nada."

"Se as vezes não se vai contra a razó, não se descobre nada."

Albert Einstein

HUAMAN, M. Dinâmica secular no cinturão principal de asteroides. 2017. Tese (Doutorado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

Resumo

Nesta tese, nós introduzimos uma nova métrica no domínio dos elementos próprios, nas cores obtidas pela survey SDSS-MOC4 e nos albedos geométricos do WISE, com o objetivo de obter um método para determinar uma família dinâmica e o halo. Assim determinamos a família de Vesta que se caracteriza por seus membros estarem associados a material basáltico. Ela está localizada no cinturão interno e nas últimas décadas foram identificados vários objetos fora da região dinâmica da família. Realizamos uma revisão dos conhecimentos atuais sobre candidatos fotométricos de tipo $\boldsymbol{V}$ e consideramos as hipóteses de possíveis fontes originárias de material basáltico localizados no cinturão central e externo. Nosso primeiro objetivo foi estudar a evolução dinâmica induzida pelo efeito Yarkovsky nos clones dos candidatos fotométricos. De acordo com nossas investigações, nós verificamos que alguns candidatos fotométricos de tipo $\boldsymbol{V}$ foram encontrados na ressonância secular não linear $g + g_5 - 2g_6$ nas regiões central e externo do cinturão de asteroides, mostrando-se como um mecanismo eficaz na dinâmica local. Porém, nosso segundo objetivo foi realizar o estudo das principais ressonâncias seculares não lineares obtendo uma população de asteroides susceptíveis aos efeitos destas ressonâncias ao longo do cinturão de asteroides. Como um terceiro objetivo, nós estudamos como estas regiões ressonantes podem influir na evolução dinâmica das famílias de asteroides.

Em geral, nossos resultados mostraram que as ressonâncias seculares não lineares de tipo $\boldsymbol{g}$ podem ser eficazes na formação de famílias que são cruzadas por este tipo de ressonância e podem aumentar o fluxo de asteroides e NEOS enquanto se encontram próximas a fortes ressonâncias de movimento médio. Como esperado, o efeito a longo prazo sobre as inclinações de asteroides deste tipo de ressonâncias é negligenciável.

PALAVRAS-CHAVE: Asteroides de tipo $\boldsymbol{V}$, ressonâncias seculares não lineares.

HUAMAN, M. Secular Dynamics in Asteroid Main Belt. 2017. Tese (Doutorado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

Abstract

In this thesis we introduced a new metric in the domain of proper elements, SDSS-MOC4 colours, WISE geometric albedo, in order to better identify dynamical families and halos. Thus we determine the family of Vesta, which is characterized by its members very associated with basaltic material. It is located in the inner main belt and in the last decades were identified several objects outside the dynamic region of the family. We review the current knowledge of ***V*-**type photometric candidates, and we considered the hypotheses of possible sources for the basaltic material located in the central and outer Main-Belt. Was studied the Yarkovsky effect-induced dynamical evolution of clones of all photometric candidates. In our research we have observed that some ***V*-**type photometric candidates were found in the regions of the central and outer main belt, at the nonlinear secular resonances $g + g_5 - 2g_6$, which shown to be affecting the dynamical evolution. However our second objective was to study the main nonlinear secular resonances obtaining a population of asteroids most likely to be affected by these resonances along the main belt. We question how these resonant regions can influence the dynamic evolution of asteroid families. This was studied as a third objective and our selection was in accordance with the locations of asteroids with respect to the main nonlinear resonant regions.

Overall, our results show that ***g*** type resonances can be effective in shaping families that are crossed by this of resonances, and can increase the flux of asteroids and NEOS in nearby powerful mean-motion resonances. As expected, the long-term effect on asteroid inclinations of this type of resonances is essentially negligible.

KEY WORDS: $V-$type asteroids, Non-linear secular resonances.

Lista de Figuras

1.1 **Painéis A, B: Exibimos a projeção no plano (a, e) e $(a, sen(i))$ dos elementos próprios de membros da família dinâmica de Vesta no cinturão interno e os candidatos fotométricos de tipo *V* no cinturão central e externo como pontos azuis. Os asteroides Vesta e Magnya são mostrados como pontos vermelhos.** 3

2.1 **Algoritmo do programa frek.f de Milani e Kenezevic.** 6

2.2 **Apresentamos a localização das principais ressonâncias seculares lineares (Painel A) e não lineares (Painel B) no cinturão de asteroides utilizando o método análitico introduzido por Milani & Kneževic (1994).** 7

2.3 **Painéis A, B: mapas dinâmicos nos planos (a, e) e $(a, sen(i))$ para todo o cinturão principal. Os pontos pretos exibem a localização orbital dos elementos próprios das partículas e as linhas vermelhas verticais exibem as principais ressonâncias de movimento médio. Veja no texto os codigos de cores para identificar as principais ressonâncias seculares** 10

2.4 **Diagrama de curvas de iso-energia para $a = 2,6\ ua$ no plano ($e\cos\sigma$, $e\ sen\ \sigma$), calculado para $i = 18,8°$ e $e = 0$, usando o modelo analítico de Morbidelli et al.(1991). As órbitas que circulam são mostrados em azul enquanto as órbitas em libração são apresentadas em vermelho. A linha preta mostra a separatriz entre as duas regiões.** 12

3.1 **Painéis (A e B): Projeção no plano dos elementos próprios $(a, sen(i))$ e no plano 3-dimensional dos elemetos próprios do núcleo da família de Hygiea (símbolos na cor azul escuro) e do halo da família (símbolos na cor azul claro). No painel A, as linhas vermelhas verticais exibem a localização orbital das principais ressonâncias de movimento médio na região.** 17

3.2 **Representação da localização orbital do corpo pai (ponto de cor vermelho) e algums membros identificados pela métrica padrão de Zappalà (pontos de cores azuis).** 20

3.3 **Representação dos números de membros (linha azul) e os novos membros (linha verde) do grupo de Themis como uma função da velocidade de corte d_{md}.** 23

3.4 **Painel A: Projeção no plano $(a^*, i - z)$ dos membros do halo da família de Themis. Painel B: Histograma da distribuição relativa dos valores de albedo geométrico p_v dos mesmos membros.** 24

4.1 **Exibimos a projeção no plano 3-dimensional de $(a, e, sen(i))$ dos elementos próprios da familia de Vesta e candidatos fotométricos de tipo V identificados no cinturão principal. As localizaçôes orbitais identificadas como pontos cinzas, azuis, verdes e vermelhos são os membros da familia de Vesta no cinturão interno, os candidatos fotométricos no cinturão central e externo, os candidatos de tipo V puros e confirmados, respectivamente.** 31

4.2 **Paineis A e B: Exibimos a projeção no plano (a, e) e $(a, sen(i))$ dos elementos próprios dos candidatos fotométricos do tipo V identificados usando SDSS-MOC4 no cinturão principal central. Os pontos azuis identificam a localização orbital de todos os candidatos fotométricos, os pontos verdes e vermelhos estão associados aos candidatos de tipo V puros e confirmados, respectivamente.** . 32

4.3 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das regiões de Eumonia (painel A) e Gefion (painel B). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.** 35

4.4 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das regiões de Merxia/Agnia (painel C) e Astraea (painel D). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.** 36

4.5 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das região de Hansa (painel E). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.** 37

4.6 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos do tipo V identificados no cinturão externo nas região de Koronis (painel F). Os símbolos exibem as distâncias métricas de acordo com cada região.** 37

4.7 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos do tipo V identificados no cinturão externo nas regiões de Eos (painel G) e Magnya (painel H). Os símbolos exibem as distâncias métricas de acordo com cada região.** 38

4.8 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos elementos próprios para os candidatos fotométricos do tipo V no cinturão central e externo, respectivamente. Mostramos nos painéis os diâmetros dos candidatos de acordo com a legenda da figura.** 41

4.9 **Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, na região de Hansa.** 47

4.10 **Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Eumonia (painel A) e Gefion (painel B).** 49

4.11 **Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Astraea (painel A) e Merxia/Agnia (painel B).** 51

4.12 **Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas região de Koronis.** 52

4.13 **Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Eos e Magnya.** 53

4.14 **Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Astraea integrados numericamente por 1 bilhão de anos.** 55

4.15 **Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Koronis. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.** 56

4.16 **Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Eos. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.** 57

4.17 **Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Magnya. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.** 58

5.1 **Para a ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$ no cinturão de asteroides, nós apresentamos a projeção da região provável no plano $(a, sen(i))$ para a excentricidade 0,076 de acordo com código frek.f. As linhas vermelhas exibem a localização das ressonâncias de movimento médio e a linha azul mostra a localização orbital do centro da ressonância.** 66

5.2 **Apresentamos a projeção no plano da magnitude absoluta (H) e g com respeito ao semieixo maior nos paineis A e B respectivamente. E no Painel C, temos a projeção no plano (g, e) de todos os candidatos na região da ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$ no cinturão de asteroides.** 68

5.3 **Apresentamos a projeção dos ressonadores prováveis no plano $(a, sen(i))$ dentro das regiões afetadas pela ressonância secular não-linear de tipo g no cinturão de asteroides. As linhas vermelhas exibem a localização das ressonâncias de movimento médio. Os símbolos em cores representam a localização orbital dos prováveis asteroides nas ressonâncias de tipo g, de acordo com o código mostrado na legenda da figura. Nesta ilustração também são apresentados os nomes e localizações das famílias de asteroides com maior número de membros interagindo com as ressonâncias.** 70

5.4 **Painel A: Evolução orbital no plano (ψ_1, ψ_2). Os pontos vermelhos encontram-se em uma configuração em forma de banana característica de órbitas em estados de libração. Painel B: Evolução temporal do argumento de ressonância $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$ para o mesmo asteroide.** 74

5.5 **Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos asteroides com informações taxonômicas nas regiões das ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$ e $2g - 3g_6 + g_5$.** 76

6.1 **Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Astraea sem e com o asteroide Astraea respectivamente. O ponto vermelho é o corpo pai da familia (asteroide Astraea), os pontos pretos apresentam a localização orbital dos membros da família e os pontos azuis são os membros com informação no catálogo do WISE. As linhas azuis e verdes mostram as isolinhas do deslocamento máximo e mínimo do semieixo maior a causado pelo efeito Yarkovsky a partir do baricentro da família.** 85

6.2 **Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Brasilia sem e com o asteroide Brasilia (corpo pai) respectivamente.** 86

6.3 **Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Tirela com o asteroide Tirela (corpo pai) respectivamente.** 87

7.1 **Painel A, B: Projeção no espaço dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ dos membros da família de Astraea afetada pela ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ localizada no cinturão central de asteroides. A pontos cor preto representa as localizações orbitais dos membros da família, os círculos azuis são as localizações orbitais dos membros da família em estados de libração absoluta e os pontos cor cinza são as localizações orbitais dos asteroides de fondo apartir do máximo ou mínimo da família $\pm$ 0,01.** 90

7.2 **Projeção no plano $(a, sen(i))$ dos membros da família de Astraea (pontos de cores azuis), Brasilia (pontos de cor laranja) e Tirela (pontos de cor roxo) afetada pela ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ localizada no cinturão central de asteroides.** 91

7.3 **Painel A: fração da população inicial sobrevivente na região e a fração de objetos remanescentes para a família de Astraea. Painel B: evolução dinâmica da família de Astraea no plano dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$, onde os circulos azuis são as localizações orbitais dos membros da família de Astraea e a caixa verde transparente representa a localização inicial da família de Astraea. Painel C: a projeção no plano (a, e), do estado inicial e final da família simulada de Astraea sobre 400 milhões de anos.** 94

7.4 **Painéis A e B: fração da população sobrevivente e fração de objetos ressonantes que saiu da região inicial onde se localiza a família de Brasilia. O painel B, mostra a projeção no plano $(a, e, sen(i))$, do estado inicial (representado pela caixa verde) e final da família simulada (circulos azuis) sobre 400 milhões de anos.** 95

7.5 **Painéis A e B: frações da população sobrevivente e fração de objetos resonantes que saio da região inicial onde se localizo a família de Tirela. No plano B, mostra a projeção no plano $(a, e, sen(i))$, do estado inicial (representado pela caixa verde) e final da família simulada (circulos azuis) sobre 1200 milhões de anos.** 96

7.6 **Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Astraea. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões em δe e $\delta sen(i)$ para 1158 clones dos membros da família de Astraea em nossa simulação. A linha preta refere-se a membros da Família Astraea, a linha cinza referem-se a ressonadores da ressonância $g - 2g_6 + g_5$. Linhas verticais azuis mostram as idades mínimas e máximas para a família que foram estimadas utilizando o método de Yarkovsky isolinhas.** 98

7.7 **Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Brasilia. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões em δe e $\delta sen(i)$ para 582 clones dos membros da família de Brasília em nossa simulação. Os símbolos são os mesmos que na Fig. 7.6.** 99

7.8 **Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Astraea. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões próprio em $\delta\ e$ e $\delta sen(i)$ para 2046 clones dos membros da família de Tirela. Os símbolos são os mesmos que na Fig. 7.6.** 101

C.1 Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 42095, 970, 269545, 9852, 83961 e 7464 em 20 milhões de anos. Note-se que o ângulo crítico $g - 2g_6 + g_5$ se encontra em estado de libração em torno de 180° dentro e perto de $2\varpi_6 - \varpi_5$ ressonância. 127

C.2 Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 5, 6573, 122849, 126025, 146548 e 168580 em 20 milhões de anos. As órbitas se encontram em fases de comutação, ou seja, órbitas que alternam estados de libração anti-alinhada com estados de circulação e vice-versa. 128

C.3 Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 7443, 9122, 8846, 98792, 113157 e 119839 em 20 milhões de anos. Nota-se que o ângulo crítico $g - 3g_6 + 2g_5$ se encontra em estado de libração em torno de 180° dentro e perto da ressonância $3\varpi_6 - 2\varpi_5$. 128

Lista de Tabelas

3.1 **Eficiência da distância métrica para vários domínios estudados nos membros das famílias e halos.** 25

4.1 **Lista de novos candidatos fotométricos do tipo V no cinturão principal de asteroides.** 30

4.2 **Ressonâncias seculares que interagem com os candidatos do tipo V.** 43

5.1 **Número de prováveis e reais asteroides em ressonância (ressonadores) considerando as ressonâncias seculares do tipo g, z_3 e z_4.** 69

5.2 **Análise de prováveis asteroides em ressonâncias seculares não linear no cinturão de asteroides** 74

7.1 **Famílias afetadas por ressonâncias seculares não lineares no cinturão de asteroides principal.** 89

B.1 **Lista de candidatos fotométricos de tipo V no cinturão central de asteroides.** 120

B.2 **List of $V-$type photometric candidates in the outer main-belt.** . . 126

Sumário

Cata bibliográfica i

Banca examinadora ii

Dados curriculares iii

Dedicatoria iv

Agradecimentos v

Agradecimentos a PEC-PG vi

Epigrafe vii

Resumo viii

Abstract ix

Lista de Figuras **x**

Lista de Tabelas **xix**

Sumarío **xix**

1 Introdução **1**

2 Dinâmica secular no cinturão principal de Asteroides **5**

2.1 Mapa dinâmico para o cinturão de Asteroides 7

2.2 Análise do mapa dinâmico para o Cinturão Principal de Asteroides 9

2.3 Efeito Dinâmico sobre os asteroides 11

3 Métodos de domínios múltiplos na identificação das famílias de asteroides 13

3.1 Os dados do SDSS-MOC4 e WISE para uma estatística geral 14

3.2 As famílias dos Asteroides 16

3.2.1 O Método Hierárquico de Agrupamento (HCM) 16

3.3 O problema de uma boa Métrica 17

3.3.1 Determinação das métricas 19

3.4 Análise de comparação do método de HCM em outros domínios 23

3.5 Discussão sobre o método de múltiplos domínios 26

4 Evolução dinâmica dos asteroides de tipo V no cinturão de asteroides 28

4.1 Identificação do Tipo V: taxonomia espectral e dados do SDSS-MOC4 . . . 29

4.2 Grupos de candidatos do tipo V e sua possível origem 34

4.2.1 Diâmetros e Massas dos candidatos fotométricos do tipo V 39

4.3 Dinâmica secular nas regiões de asteroides do tipo V 42

4.4 Evolução dinâmica devido as forças não gravitacionais de Yarkovsky 45

4.4.1 Resultados das simulações rápidas 47

4.4.2 Resultados das simulações lentas 54

4.5 Discussões sobre a evolução dinâmica dos asteroides do tipo V 61

5 Evolução dinâmica de asteroides em estados de libração nas regiões de ressonâncias seculares não linear 64

5.1 Dinâmica ressonante para as ressonâncias seculares não lineares 65

5.2 Dinâmica secular para prováveis asteroides em ressonância 71

5.3 Taxonomia dos asteroides em ressonância 75

6 Estimativa da idade de famílias de asteroides 78

6.1 Determinação e propriedades físicas das famílias 81

6.1.1 Família de Astraea 81

6.1.2 Família de Brasília 82

6.1.3 Família de Tirela 82

6.2 Análise e discussão do método das isolinhas de Yarkovsky 83

7 Famílias afetadas por ressonâncias seculares não lineares 88

7.1 Evolução Dinâmica das Famílias 92

7.1.1 Mudanças nos elementos próprios 92

7.1.2 Análises da modelação das famílias 97

7.2 Discussão sobre evolução dinâmica de asteroides em estados de libração . . 100

8 Conclusões 103

Referências bibliográfica 106

Apêndice 116

A Modelo: Integradores simpléticos 117

B Candidatos fotométricos de tipo V no Cinturão Principal Central e Externo de Asteroides 120

C Gráficos: Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 127

I Trabalho Publicado: A multidomain approach to asteroid families' identification **129**

II Trabalho Publicado: Dynamical evolution of V-type asteroids in the central and outer main belt **152**

III Trabalho Sometido: The asteroid population in g-type non-linear secular resonances **173**

Capítulo 1

Introdução

A distribuição de órbitas de asteoroides é longe de ser uniforme. Mecânismos dinâmicos desestabilizam as órbitas de muitos objetos. Por exemplo, as falhas de Kirkwood descobertas em 1866 são associadas ao efeito de ressonâncias de movimento médio com Júpiter. Estas ocorrem quando existe uma comensurabilidade entre os períodos das órbitas de Jupiter e de um asteroide. Um outro tipo de ressonância, que pode capturar um asteróide, é a ressonância secular. Esta ressonância ocorre quando existe uma commensurabilidade entre as frequências de precessão da longitude do pericentro g ou do nodo ascendente s de um planeta e um asteroide. Nosso entendimento da dinâmica secular foi marcado por trabalhos como aqueles de Tisserand (1882), Hagihara (1928) e Williams (1969). Este último desenvolveu uma teoria semi-analítica baseada no método da média de Gauss, que pode ser utilizada para mapear a localização das três principais ressonâncias seculares $\nu_5 = g - g_5$, $\nu_6 = g - g_6$ e $\nu_{16} = s - s_6$, daqui em diante chamadas ressonâncias seculares lineares. Williams (1971) e Williams (1973) mostraram que os asteroides com $a < 2,6$ ua tem menores densidades perto das localizações das três ressonâncias seculares lineares. Objetos nestas ressonâncias poderiam ter tido suas excentricidades aumentadas para valores suficientes para cruzar a órbita de Marte, sendo desestabilizados em escala de tempo de $\simeq 10$ milhões de anos.

Nos seguintes anos procurou-se uma optimização dos métodos analíticos e numéricos para melhor localizar as ressonâncias seculares lineares. Heppenheimer (1979) estudou as

localizações orbitais das ressonâncias seculares de 0,1 até 50 ua. com uma teoria de primeira ordem. Williams (1981) redefiniu a teoria para acrescentar gráficos de mapeamento da superfície das ressonâncias no cinturão de asteroides baseados nos valores das frequências planetárias calculadas com a teoria de perturbações seculares de Brouwer (1950). Kneževic et al. (1991) realizaram uma generalização de segunda ordem e quarto grau da teoria e localizaram as ressonâncias seculares com os quatro planetas gigantes.

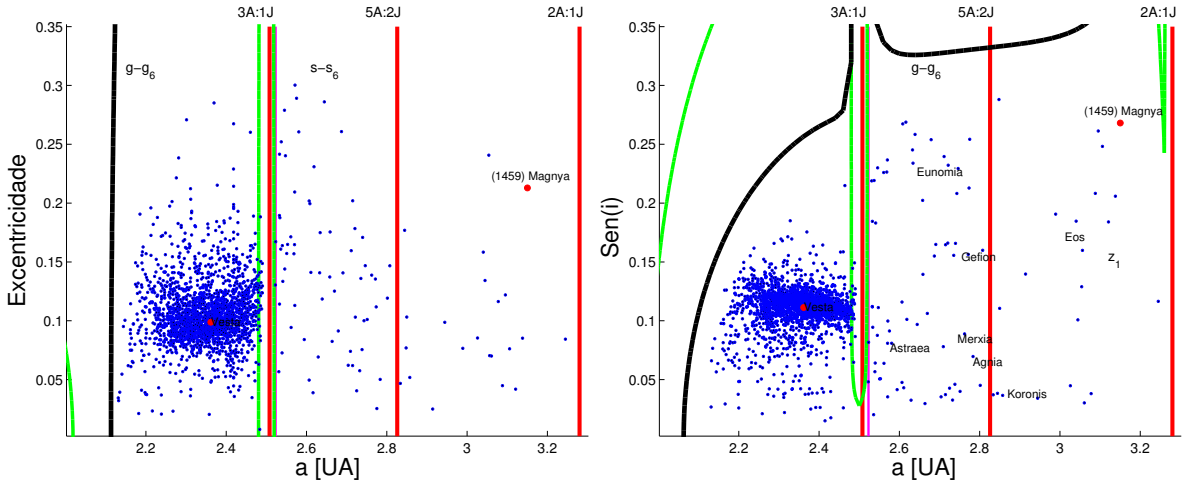
Para que este fenômeno aconteça só é necessário que exista uma comensurabilidade entre a frequência de precessão da longitude do pericentro $\boldsymbol{g}$ ou da longitude do nodo $\boldsymbol{s}$ de um dado asteroide e as frequências planetárias de g_x ou s_x, onde $\boldsymbol{x= 1, 2, 3, \ldots ,8}$ de acordo a localização do planeta. As principais frequências planetárias são $g_5 = 4{,}257$, $g_6 = 28{,}243$ e $s_6 = -26,345\ arcsec\ \cdot\ ano^{-1}$. Ressonâncias de pericentro que envolvem a frequência $\boldsymbol{g}$ podem mudar a excentricidade de asteroides enquanto que ressonâncias de nodos, envolvendo a frequência $\boldsymbol{s}$ mudam as inclinações de objetos nas suas vizinhanças.

Ressonâncias seculares e de movimento médio podem alterar significativamente as órbitas de asteroides e mudar a forma atualmente observada das famílias dinâmicas de asteroides depois da formação deste grupos em eventos de colisão. Entender os origens dos membros das famílias de asteroides pode ser, portanto, um objetivo bastante desafiador.

Entre os vários tipos de asteroides, os asteroides de tipo V potencialmente associados a objetos basálticos (fragmentos da crosta de objetos que se diferenciaram) são de particular interesse. A maioria dos objetos de tipo V são membros da família de Vesta e podem ser associados aos dois grandes eventos de craterização que aconteceram no asteroide Vesta, o único objeto diferenciado atualmente conhecido no cinturão principal. Alguns objetos de tipo V, como por exemplo (1459) Magnya, encontram-se no cinturão central e externo e sua interpretação como possíveis membros passados da família de Vesta pode ser mais desafiadora.

Nesse trabalho, nós adotamos a notação das ressonâncias de movimento médio de 2- e 3-corpos como: $pJ : qS : kA$, que representa a frequência crítica $pn_{Jupiter} + qn_{saturno} + kn_{asteroide}$. O cinturão principal de asteroides se encontra dividido pelas ressonâncias de

Figura 1.1: Painéis A, B: Exibimos a projeção no plano (a, e) e $(a, sen(i))$ dos elementos próprios de membros da família dinâmica de Vesta no cinturão interno e os candidatos fotométricos de tipo V no cinturão central e externo como pontos azuis. Os asteroides Vesta e Magnya são mostrados como pontos vermelhos.



movimento médio com Júpiter. O cinturão interno é definido pelas ressonâncias $4A : 1J$ e $3A : 1J$, o cinturão central pelas ressonâncias de movimento médio $3A : 1J$ e $5A : 2J$ e o cinturão externo pelas ressonâncias de movimento médio $5A : 2J$ e $2A : 1J$. Para determinar os objetos que se encontram nas regiões do cinturões central e externo, consideramos os seguintes parâmetros:

$$a_{resI} < a_p < a_{resII},$$

onde a_p é a localização no semieixo do asteroide, a_{resI} é o limite mínimo do centro da ressonância de movimento médio "I" e a_{resII} é o limite máximo do centro da ressonância de movimento médio "II" na mesma regiâo.

Podemos observar na figura 1.1 uma distribuição dos asteroides de tipo V atualmente conhecidos. Entender a evolução orbital destes objetos e suas possíveis origens é um problema complexo. Estes asteroides interagiram com ressonâncias de movimento médio e seculares e tiveram seus elementos próprios alterados. Um dos objetivos desta pesquisa será realizar o estudo das principais ressonâncias seculares nas regiões onde se encontram os asteroides de tipo V. Para isso, nós utilizaremos o método numérico para

investigar o efeito indireto que estas ressonâncias seculares tiveram na evolução dinâmica dos asteroides de tipo V localizados fora da família dinâmica de Vesta.

O principal objetivo será identificar e avaliar a importância dinâmica das várias ressonâncias seculares e seu efeito sobre famílias dinâmicas de asteroides, especialmente quando forças não gravitacionais, tais como os efeitos de Yarkovsky e YORP, são consideradas.

Capítulo 2

Dinâmica secular no cinturão principal de Asteroides

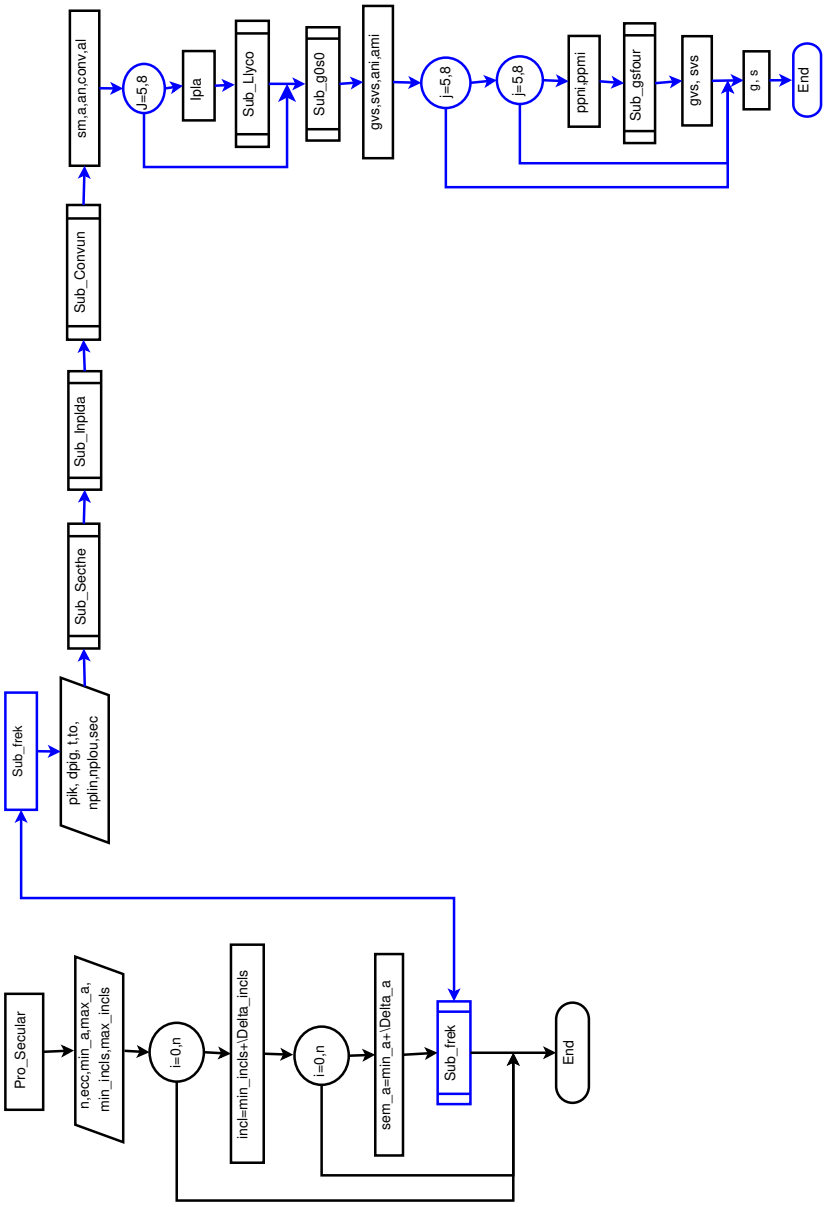
Desde Williams (1969), as resonâncias seculares têm se mostrado como um importante mecanismo de difusão de pequenos corpos no Sistema Solar. Elas occorrem quando: há uma comesurabilidade entre as frequências planetárias e a frequência do asteroide, ou seja, o argumento do pericentro ϖ ou a longitude do nodo ascendente Ω de um corpo precessionam com as frequências características de g e s dos planetas. Assim, o corpo pode ficar em ressonância tanto no interior como o exterior da órbita do planeta perturbador.

No cinturão de asteroides os efeitos dinâmicos das ressonâncias seculares tendem a ser notáveis por serem uma média do efeito acumulativo das pequenas perturbações do planeta sobre o asteroide ao longo de várias revoluções heliocêntricas.

Uma primeira estimativa da localização das principais ressonâncias seculares foi obtido com o código ***frek.f*** (Milani & Kneževic (1994)) que utiliza uma teoria semi-análitica desenvolvida à partir da teoria da perturbação secular analítica dos asteroides (Yuasa, 1973) o qual considera termos do Hamiltoniano perturbado acima do quarto grau na excentricidade e na primeira ordem na inclinação com respeito a massa do perturbador (utiliza um formalismo canônico para remover termos de curto e longo período da Hamiltoniana). Este código pode ser esquematizado como na figura 2.1. Ele consta de

uma rotina principal de nome Pro_Secular que cria uma grade igualmente espalhada para o espaço bidimensional das particulas. Cada particula passa por uma nova subrotina de nome Sub_frek que avalia a órbita considerando un análise de fourier das frequências com os planetas externos.

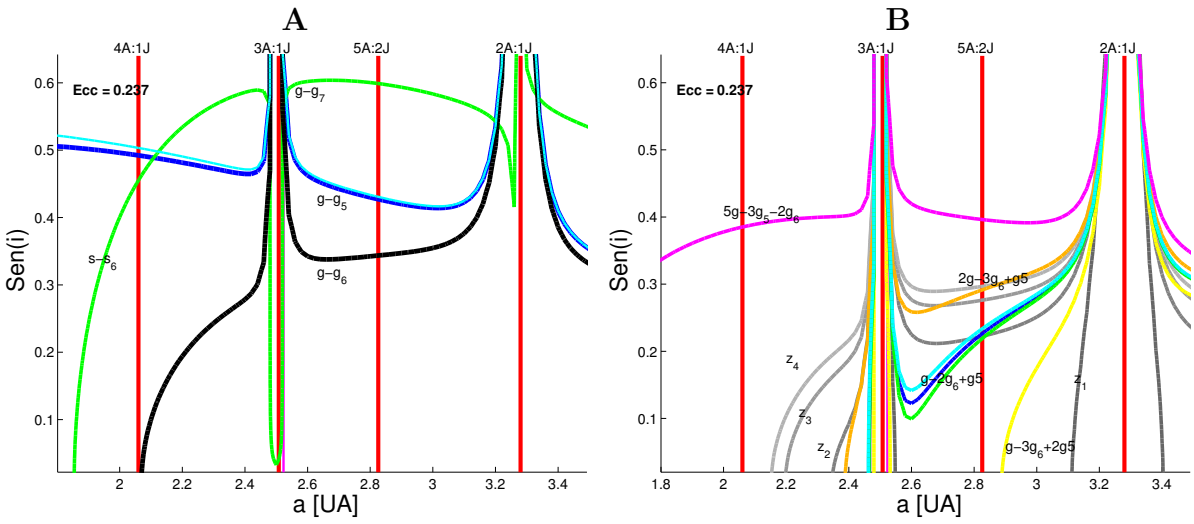
Figura 2.1: Algoritmo do programa frek.f de Milani e Kenezevic.



Nós calculamos as frequências próprias $\boldsymbol{g}$ e $\boldsymbol{s}$ para uma grade de valores de a e $sen(i)$ no intervalo de $1,8$ **a** $3,5$ no semieixo maior e para uma excentricidade fixa de $0,237$, visando verificar os efeitos sobre as partículas. Na figura 2.2 painel (A), podemos observar as localizações orbitais das ressonâncias seculares lineares ν_5, ν_6, ν_{16} e ν_7 identificadas

como linhas de cores azul, preto, verde e azul claro, respectivamente. No painel (B), nós apresentamos as diferentes comensurabilidades das ressonâncias seculares não lineares ao longo do cinturão de asteroides. Entre elas, nós temos as ressonâncias: $g+2g_6-g_5$ (linha de cor azul), $g-3g_6+2g_5$ (linha de cor amarela), $2g-3g_6+g_5$ (linha de cor laranja), $g-2g_6+g_7$ (linha de cor verde), $g-2g_6+2g_5-g_7$ (linha de cor azul claro), $5g-3g_5-2g_6$ (linha de cor magenta) e $z_1,\ z_2,\ z_3,\ z_4$ (linhas de cor cinza).

Figura 2.2: Apresentamos a localização das principais ressonâncias seculares lineares (Painel A) e não lineares (Painel B) no cinturão de asteroides utilizando o método análitico introduzido por Milani & Kneževic (1994).



2.1 Mapa dinâmico para o cinturão de Asteroides

Para um melhor entendimento da dinâmica secular, nas diferentes regiões afetadas por ressonâncias seculares, foram calculados mapas dinâmicos dos elementos próprios sintéticos de partículas teste. Visando identificar as diferentes regiões das ressonâncias encontradas no cinturão principal, nós utilizamos o integrador simplético SWIFT_MVFS do pacote SWIFTER de Levison & Duncan (1994) modificado por Brož (1999). Este integrador inclui o mapa simplético de segunda ordem de Laskar (2001) e uma filtragem digital online. As partículas teste foram distribuídas em uma grade da seguinte forma:

- No plano $(a, sen(i))$: 270 condições iniciais no semieixo maior a e 155 condições iniciais da inclinação i igualmente espalhadas;

- No plano (a, e): 270 condições iniciais no semieixo maior a e 200 condições iniciais na excentricidade e, considerando uma distribuição uniforme no plano.

As variações dos elementos osculadores iniciais em (a, e, i) das partículas foram: $\Delta\ a = 0,005$ ua., $\Delta\ i = 0,2°$ e $\Delta\ e = 0,004$, respectivamente. Os valores iniciais de ω e $\mathbf{\Omega}$ foram aqueles do asteroide (410) Chloris (1896 CH) localizado no cinturão central e entre várias regiões ressonantes.

As partículas foram simuladas considerando a interação gravitacional com o Sol + oito planetas do Sistema Solar. As massas, posições iniciais e velocidades dos planetas foram tomados do catálogo do JPL DE405.

Integrador simplético SWIFT_MVFS

Este integrador simplético calcula o movimento de uma partícula teste separando seu Hamiltoniano em duas partes: o movimento Kepleriano e o movimento devido à interação gravitacional com outros corpos, cada um dos quais pode ser resolvido analiticamente:

$$H = H_{Kepler} + H_{Orbital} + H_{Ressonante} + H_{Secular}$$

Se temos uma Hamiltoniana de n-corpos da forma que segue:

$$H = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{p_i^2}{2m_i} - \sum_{i<j} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}$$

onde x_i é o centro de massa do corpo i e p_i o momento. Para o problema de n-corpos, temos que fazer uma transformação em termos de coordenadas Jacobianas de posição e momentos. Precisamos encontrar um sistema útil que relacione o sistema cartesiano e o sistema Jacobiano da forma:

$$H = \frac{p_0^{'2}}{2m_0^{'}} + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{p_i^{'2}}{2m_i^{'}} - \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{k=i+1}^{n-1} \frac{Gm_i m_k}{r_{ik}}$$

onde ${x'}_i$ é o centro de massa do corpo com indice maior i e ${p'}_i$ o novo momento no sistema Jacobiano.

O hamiltoniano que governa a interação atua como uma aceleração nas velocidades das partículas. Este método de integração garante que a energia do sistema seja conservada. Para nosso caso, nós temos negligenciado a rotina de encontros próximos entre partículas para diminuir o tempo de CPU e análisar os efeitos dos planetas sobre as partículas perturbadas.

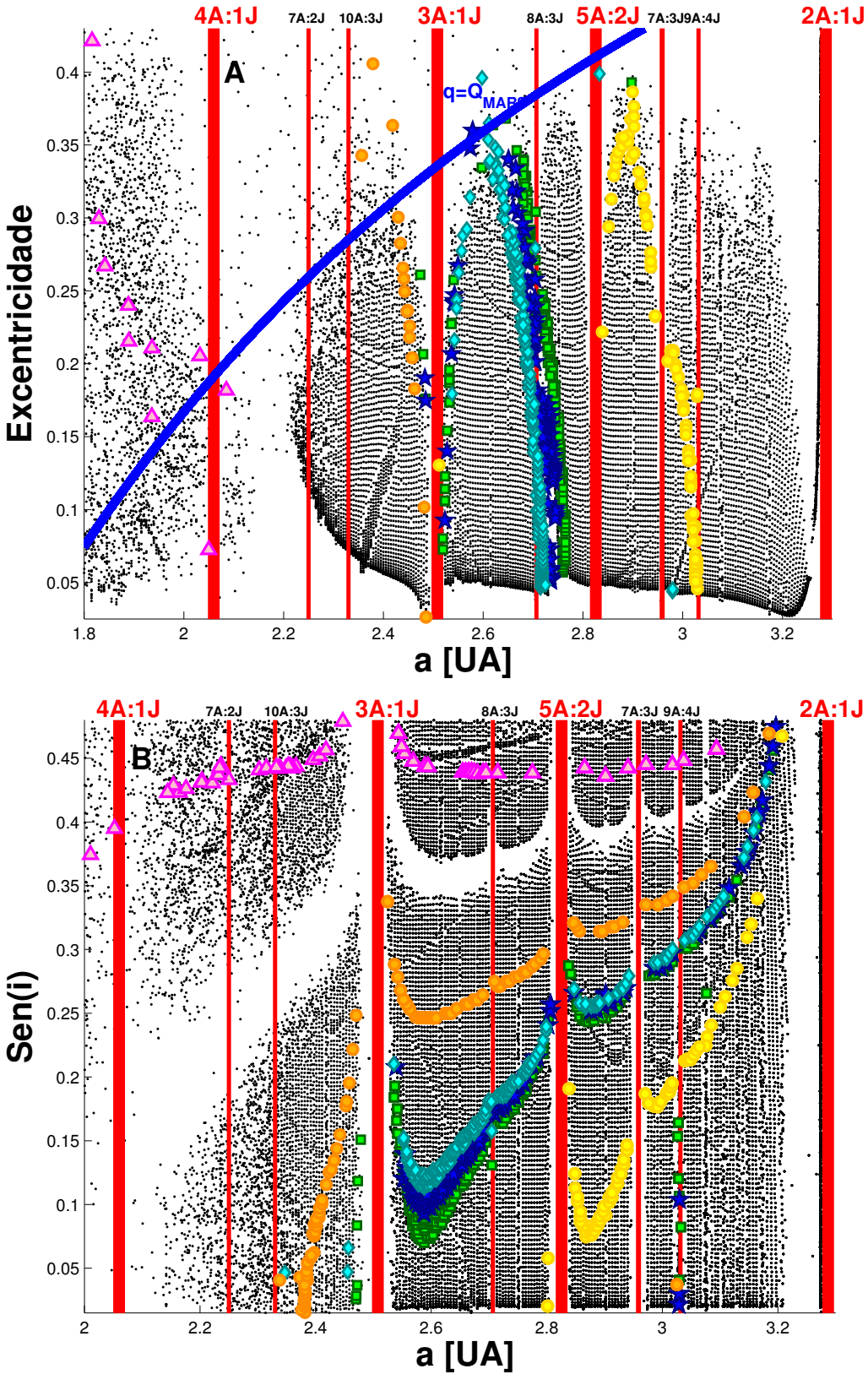
Para nosso mapa dinâmico, os elementos próprios sintéticos $(a, e, sen(i))$ foram obtidos a partir dos elementos orbitais osculadores instantâneos, removendo as perturbações planetárias de curto e longo período. O procedimento se baseia no cálculo da média completa do longo período de cada termo da perturbação e tem de ser aplicado separadamente para as perturbações periódicas curtas e longas. Para os outros elementos próprios restantes, a longitude de periélio próprio $\omega_{\mathbf{p}}$ e a longitude do nodo própria $\mathbf{\Omega_p}$ dependem da época. Elas são utilizados para a determinação das frequências e para vários estudos dinâmicos.

2.2 Análise do mapa dinâmico para o Cinturão Principal de Asteroides

Nossos resultados são apresentados na figura 2.3, onde os pontos pretos identificam a localização orbital das partículas no plano de (a, e) (painel A) e $(a, sen(i))$ (painel B). Nas regiões instáveis não há partículas, as ressonâncias de movimento médio são mostradas como linhas verticais (linhas vermelhas) e as ressonâncias seculares são associadas a alinhamentos inclinados de pontos.

Para identificar as ressonância seculares não lineares utilizamos os símbolos de $g + 2g_6 - g_5$ (estrela de cor azul), $g - 3g_6 + 2g_5$ (círculos de cor amarelo), $2g - 3g_6 + g_5$ (círculos laranjas), $g - 2g_6 + g_7$ (quadrados verdes), $g - 2g_6 + 2g_5 - g_7$ (rombos cinzas), $5g - 3g_5 - 2g_6$ (triângulos de cor magenta), respectivamente.

Figura 2.3: Painéis A, B: mapas dinâmicos nos planos (a, e) e $(a, sen(i))$ para todo o cinturão principal. Os pontos pretos exibem a localização orbital dos elementos próprios das partículas e as linhas vermelhas verticais exibem as principais ressonâncias de movimento médio. Veja no texto os codigos de cores para identificar as principais ressonâncias seculares



Nota-se que ao afetar os valores das frequências dos asteroides, por exemplo $\boldsymbol{g}$, as ressonâncias de movimento médio também afetam o comportamento das ressonâncias seculares do mesmo tipo $\boldsymbol{g}$. Isto é particularmente visível perto da ressonância do movimento médio $3A : 1J$ onde observamos um comportamento de tipo exponencial de uma população de asteroides na localização orbital dos prováveis ressonadores na região da ressonância $g + 2g_6 - g_5$ com respeito ao semieixo maior (veja Fig. 2.3).

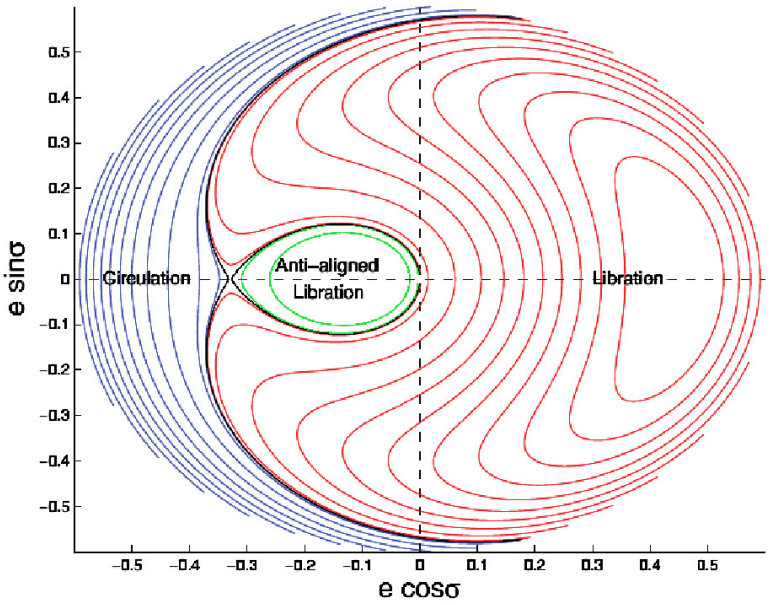
Em geral, os resultados dos mapas dinâmicos mostram ressonâncias seculares de várias ordens presentes na região. Optamos por exibir na figura somente a localização orbital das ressonâncias seculares de maior importância dinâmica.

2.3 Efeito Dinâmico sobre os asteroides

Dinamicamente os asteroides nestas regiões podem sofrer grandes perturbações dos planetas. Duas classes de órbitas são possíveis na dinâmica secular: circulação e libração. Para as órbitas no estado de libração o argumento ressonante como no caso de $\sigma_6 = \varpi - \varpi_6$ (onde ϖ é a longitude do pericentro do asteroide e $\boldsymbol{\varpi_6}$ do Saturno) oscila em torno de um valor fixo. Para órbitas em estado de circulação, o argumento de ressonância varia ao longo de 360°. As regiões de libração e circulação são separadas por uma curva crítica, denominada separatriz.

No caso da ressonância $\boldsymbol{\nu_5}$, observa-se em geral que dois pontos de equilíbrio são possíveis: 0° e 180°. A libração ao redor de 0° é chamada de libração alinhada (os pericentros do planeta e do asteroide estão aproximadamente alinhados nesta configuração), enquanto que a segunda libração é chamada de libração anti-alinhada ou paradoxal (Ferraz-Mello et al., 1984). O segundo tipo de libração acontece em regiões mais próximas a órbita do planeta perturbador. Trata-se, na verdade, de órbitas de circulação que ficaram presas dentro da separatriz (Morbidelli & Henrard, 1991). Na figura 2.4 podemos observar o diagrama de curvas da iso-energia para a ressonância $\boldsymbol{\nu_6}$ obtida em Carruba (2011).

Figura 2.4: Diagrama de curvas de iso-energia para $a = 2,6\ ua$ no plano ($e\cos\sigma$, $e\ sen\ \sigma$), calculado para $i = 18,8°$ e $e = 0$, usando o modelo analítico de Morbidelli et al.(1991). As órbitas que circulam são mostrados em azul enquanto as órbitas em libração são apresentadas em vermelho. A linha preta mostra a separatriz entre as duas regiões.



Na literatura temos alguns estudos, como Froeschlé & Morbidelli (1993), que utilizam o método de Williams, na região da ressonância secular ν_6 e identifica só alguns cometas e meteoritos ressonadores ao redor do ponto de equilíbrio de 180° (libração anti-alinhada). Carruba & Morbidelli (2011a) identifica a família de Tina, caracterizada por ter todos os seus membros em estados de libração anti-alinhados com Saturno. Para a região de ν_{16}, Nakai (1985) identifica corpos com órbitas em estados de circulação para inclinações moderadas e órbitas em estados de libração ao redor de 180° (Froeschlé, 1991). Na ressonância ν_5 encontraram-se corpos em estados de libração ao redor de 0°. Um dos aspectos mais interessantes para a dinâmica secular não linear foi a ressonâcia z_1 estudada nos trabalhos de Vokrouhlickỳ et al. (2006a) e Carruba (2009) para as famílias de Agnia e Padua. A maior parte dos membros destas famílias encontram-se em estados de libração naquela ressonâcia, o que permitiu obter informações sobre o campo de ejeção de velocidades iniciais destas famíias não disponíveis para outros grupos.

Capítulo 3

Métodos de domínios múltiplos na identificação das famílias de asteroides

Neste capítulo abordaremos o problema de uma boa métrica para a determinação das famílias de asteroides no cinturão principal de asteroides. Como se sabe, as maiores famílias não são limitadas ao que é encontrado pelos métodos de agrupamento hierárquico (HCM) no domínio dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$. As observações mostram que existe uma extensa população de objetos com taxonomia e albedo geométrico similares que podem estender as regiões de identificação das famílias dinâmicas dos domínios dos elementos próprios e obter o halo da família.

Trabalhos anteriores identificaram halos das famílias por uma análise nos domínios dos elementos próprios ou usando os dados do Sloan Digital Sky Survey - Moving Object Catalog (SDSS-MOC4, quarta versão disponível, Ivezić et al. (2002)). Outros trabalhos utlizaram uma combinação dos dois métodos citados anteriormente. No passado, um número limitado de asteroides tinham informações sobre albedo geométrico, por esta razão o albedo geométrico foi negligenciado apesar de ser de grande importância na identificação

da taxonomia[1] do asteroide. A nova disponibilidade de dados de albedo geométricos obtidos pela missão Explorador de Pesquisas em Infravermelho com Banda Larga (WISE)[2], com informações sobre 100.000 asteroides aumentou significativamente a nova amostra de objetos para os quais informações sobre albedo geométrico estão agora disponíveis.

Supondo que a maioria das famílias foram criadas pela dissolução de um corpo pai, espera-se que sejam homogêneas em cores e albedo. Um novo método de determinação de famílias no espaço de elementos próprios, cores e albedos mostrou-se bastante eficaz para obter famílias e halos com baixos percentuais de prováveis intrusos e será o objeto deste capítulo.

3.1 Os dados do SDSS-MOC4 e WISE para uma estatística geral

Recentemente, o SDSS-MOC4 forneceu dados de fotometria de banda múltipla (cerca de 60.000 objetos numerados) em uma amostra de duas ordens de magnitude maior que qualquer outro catálogo espectroscópico disponível anteriormente. Com estes dados podemos obter informações sobre as composições superficiais dos asteroides.

O trabalho de Nesvorný et al. (2005) mostrou que o SDSS-MOC3 (terceira versão) é um conjunto de dados úteis para estudar as cores dos asteroides do cinturão principal. Os autores usaram um algoritmo automatizado para análise das Componentes Principais (PCA) dos dados fotométricos do SDSS e classificar os objetos em diferentes classes taxonômicas.

Em particular, os PCAs podem ser usados para derivar combinações lineares das magnitudes nos cinco filtros das cores ultravioleta, verde, vermelho, infravermelho (u, g, r, i e z) do SDSS visando maximizar a separação entre o número das diferentes classes taxonômicas. Os autores encontraram dois grandes complexos separados para as duas primeiras

[1] A taxonomia é uma classificação das características comuns dos corpos de acordo com as propriedades superficiais das cores, espectros e albedos.

[2] Wide-field Infrared Survey Explorer

componentes do PCA: o complexo C/X e o complexo S com vários subgrupos identificados dentro dos principais complexos.

Um problema nesta abordagem foi que os grandes erros que afetaram as cores na banda ultravioleta u se propagaram no cálculo das componentes principais. Para evitar incluir os dados u, os trabalhos de Ivezić et al. (2002) e Parker (2008) apresentaram a construção de um diagrama de código das cores no plano $(a^*, i-z)$:

$$a^* = C_1 * (g-r) + C_2 * (r-i) + C_3, \tag{3.1}$$

onde C_1, C_2, e C_3 são coeficientes numéricos que dependem dos valores das cores e do número de observações na base de dados (Roig, 2006) e g, r, i, e z as outras cores do SDSS. Eles podem ter uma precisão próxima de 0,03 magnitude superior aos erros médios na intervalo da cor u.

Como no plano (PC_1, PC_2) os asteroides são divididos no plano $(a^*, i-z)$ em três grupos bastante distintos,

- o complexo C $(a^* < 0)$,
- o complexo S $(a^* > 0,\ i-z > -0,13)$,
- e os asteroides de tipo V $(a^* > 0,\ i-z < -0,13$, dados em Parker (2008).

A taxonomia dos asteroides é também definida pelo albedo geométrico p_v[3]. Os asteroides do tipo C tendem a ter valores mais baixos de albedo geométrico do que os de tipo S na taxonomia de asteroides de Tholen et al. (1989)[4]. Este autor usou valores de p_v para distinguir as classes de asteroides dentro do complexo X, como os tipos M, E e P. Até recentemente, apenas cerca de dois mil asteroides tinham valores confiáveis de albedos geométricos (ver Tedesco et al. (2002)).

[3] Aproximadamente, a relação da radiação refletida da superfície para a radiação incidente sobre ela, com ângulo de fase zero (isto é visto a partir da fonte de luz) para um plano idealizado, totalmente reflectante. Temos um difusão dispersa do disco (Lambertian) com a mesma secção transversal.

[4] Os autores definem esta taxonomia a partir da base de dados do catálogo fotométricos ECAS e de albedos do IRAS, considerada uma base de dados homogênea.

Os resultados iniciais do WISE/NEOWISE (Wright, 2010; Mainzer et al., 2011) permitiram recentemente obter diâmetros e valores de albedo geométricos para mais de 100.000 asteroides do cinturão principal (veja o trabalho de Masiero et al. (2011)), aumentando a amostra de objetos para os quais os valores de albedo eram conhecidos de um fator 50.

Masiero et al. (2011) mostrou que com algumas exceções como o caso do grupo Nysa-Polana, as famílias de asteroides mostram um tipo de albedo característico para todos os membros. Também verificou-se uma distribuição de albedo fortemente bimodal nas três regiões do cinturão principal de asteroides (interna, central e externa), com corpos primitivos do complexo C predominantes no cinturão externo.

3.2 As famílias dos Asteroides

As famílias de asteroides são grupos de objetos que supostamente têm uma origem comum no evento de colisão onde se destruiu o corpo pai. Elas são geralmente determinadas pela identificação de grupos de objetos que se encontram próximos no domínio do espaço dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ dos asteroides.

3.2.1 O Método Hierárquico de Agrupamento (HCM)

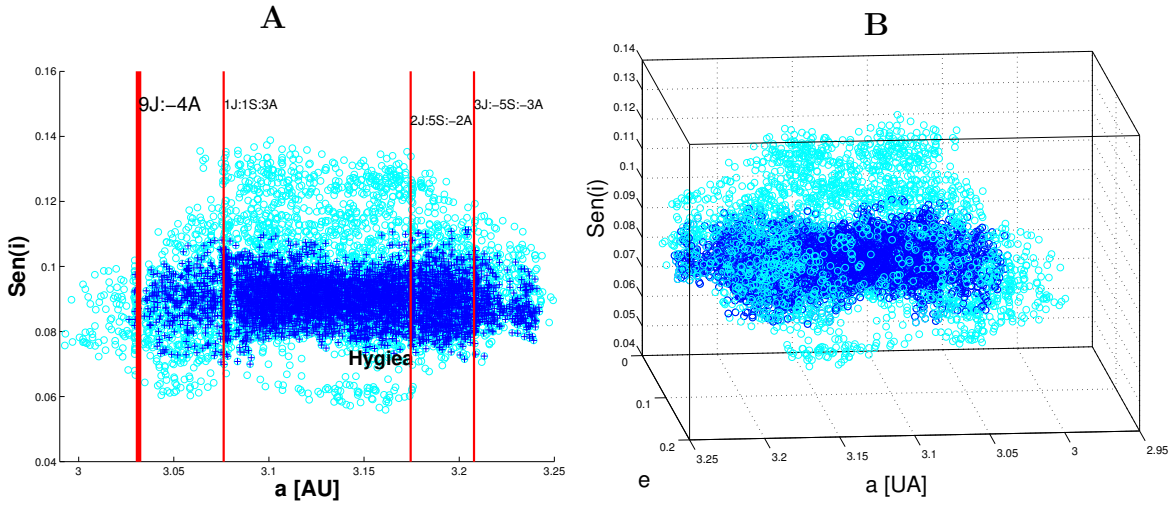
O método descrito por Bendjoya & Zappala (2002) consiste na seleção de todos os objetos próximos a uma determinada distância de corte (d_{corte}) com respeito a pelo menos um outro membro de uma família. Se um objeto está mais próximo desta distância, ele pode ser associado a família dinâmica e o procedimento é repetido até que nenhum novo membro da família seja encontrado. A escolha desta distância de corte é de suma importância na determinação da família. Para valores pequenos de d_{corte}, só objetos mais próximos no domínio dos elementos próprios são identificados como membros da família. Este é o **núcleo** da família. Para valores maiores de d_{corte} é possível identificar objetos, ainda pertencentes ao grupo da colisão, que podem ter evoluído dinamicamente desde

a formação da família e se distanciaram do núcleo. Este é o o **halo** da familia. Esta definição foi introduzida em Nesvorný et al. (2006) e depois adotada por outros autores como Parker (2008).

Para ilustrar este ponto, nós apresentamos a figura 3.1 onde mostramos o núcleo da família (símbolos na cor azul escuro) e o halo (símbolos na cor azul claro), como obtido em Carruba et al. (2013) para a família de Hygiea com d_{corte} igual a 66 m/s e 76 m/s, respectivamente. Observamos que para valores de d_{corte} maiores que 76 m/s, a família pode se fundir com outros grupos dinâmicos na região (como no caso das famílias de Veritas e Hyguiea) e assim não ser mais identificável como uma entidade separada.

Determinar uma boa estimativa da possível extensão orbital de um halo da familia é importante se nós estamos interessados em determinar sua idade ou campo original de velocidades de ejeção.

Figura 3.1: Painéis (A e B): Projeção no plano dos elementos próprios $(a, sen(i))$ e no plano 3-dimensional dos elemetos próprios do núcleo da família de Hygiea (símbolos na cor azul escuro) e do halo da família (símbolos na cor azul claro). No painel A, as linhas vermelhas verticais exibem a localização orbital das principais ressonâncias de movimento médio na região.



3.3 O problema de uma boa Métrica

Como já foi discutido na seção anterior, uma boa determinação de um halo da família tem como dificuldade a presença de objetos na região orbital do halo que não são parte da

família dinâmica[5]. Supondo que a maioria das famílias foram criadas por uma dissolução de um corpo pai indiferenciado[6] devido a eventos de colisão, craterização ou outros, seria esperado que a maioria dos seus membros deveriam ser homogêneos em cores e albedo.

Por outro lado, nós encontramos objetos intrusos que fazem parte das famílias dinâmicas, mas que diferem em cores ou albedo. A análise das propriedades espectrais de asteroides na região pode fornecer conhecimento sobre a possível presença de tais intrusos nos grupos (ou clusters) calculados no domínio dos elementos próprios, mas essa informação está disponível para apenas 2% ou menos dos asteroides do cinturão principal. Incluir muitos intrusos na família pode alterar a percepção da estrutura orbital do grupo e causar a obtenção de estimativas distorcidas de suas propriedades. Trabalhos anteriores, como Bus (2002a) e Nesvorný et al. (2005), encontraram famílias de asteroides nos domínios estendidos dos elementos próprios e dados das Componentes Principais do SDSS-MOC4, visando minimizar o número de possíveis intrusos. Tal análise não foi estendida ao albedo geométrico dos asteroides.

Nós podemos utilizar os dados do WISE e introduzir um novo método hierárquico de agrupamento (HCM, ver Bendjoya & Zappala (2002), método no espaço do elementos próprios) em um espaço de domínios múltiplos composto pelos elementos próprios $(a, e, sen(i))$, cores do SDSS-MOC4 $(a^*, i - z)$ e o albedo geométrico do WISE (p_v), para identificar os halos das famílias associados ao cinturão principal. A vantagem deste método é que o grupo identificado nesses domínios tem maior probabilidade de pertencer ao mesmo grupo taxonômico. A desvantagem neste método está relacionada ao número limitado de asteroides que têm dados nos três domínios ao mesmo tempo.

No entanto, os grupos determinados com esta nova abordagem podem servir como um primeiro passo para determinar a extensão orbital real dos núcleos e halos das famílias com uma boa precisão. Na próxima seção definiremos esta nova métrica.

[5] Membros da família que possam ter evoluído desde sua formação
[6] Corpo que não sofreu processos de fusão.

3.3.1 Determinação das métricas

Para maximizar o aproveitamento de todos os novos dados sobre as cores da superfície (SDSS-MOC4) e albedo geométrico (WISE e NEOWISE) devemos tentar encontrar a determinação mais precisa possível de todos os principais halos das famílias no cinturão principal.

Nós identificamos asteroides com informações de todos os elementos próprios sintéticos disponíveis no site AstDyS[7] e cujos erros nos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ são menores do que descritos como 'Pathological' no trabalho de Kneževic (2003), ou seja, $\Delta a < 0,01$ ua., $\Delta e < 0,1$ e $\Delta sen(i) < 0,03$.

Nós calculamos também as cores SDSS-MOC4 $(a^*, i-z)$ e seus erros em função da fórmula padrão de propagação dos erros, assumindo que a magnitude calibrada SDSS-MOC4 se comporte como uma variável não correlacionada. Para a amostra de 58955 asteroides com cores no SDSS, nós encontramos valores dos coeficientes de $C_1 = 0,93967$, $C_2 = 0,34208$ e $C_3 = -0,6324$ em relação a equação 3.1. Eliminamos de nossa amostra asteroides com erros em a^* ou $(i-z)$ maiores de $0,1$.

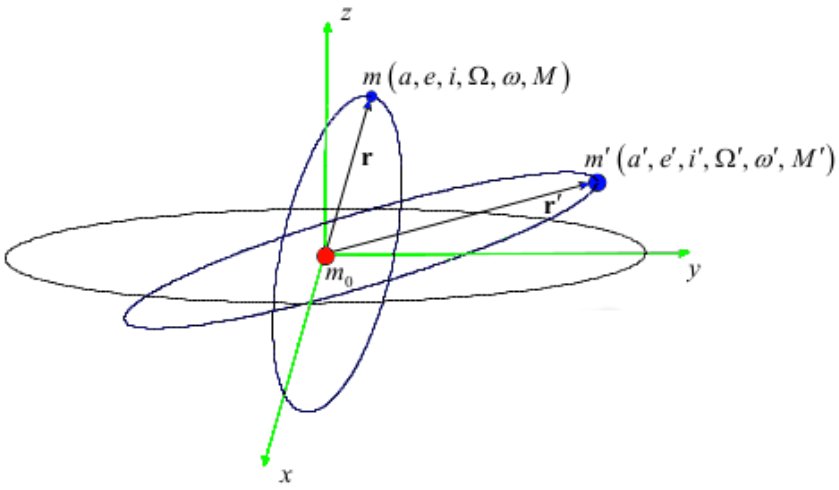
Como um teste da validade da nossa abordagem também calculamos as componentes principais PC_1 e PC_2 de acordo com o método de Novaković (2011) e rejeitamos objetos com erros maiores que 0,1. Dos asteroides na amostra do SDSS-MOC4 temos que 68,1% passaram o processo de conversão em cores de $(a^*, i-z)$ e 42,08% deles tiveram erros menores que 0,1 no plano de (PC_1, PC_2)[8].

Outro método alternativo, com base nas componentes principais PC_1 e PC_2 no domínio das cores g, r, i e z foi tentado. O 67,7% dos dados passaram a conversão para este espaço com erros inferiores a 0,1. Porém, o método de $(a^*, i-z)$ foi ligeiramente mais eficiente e forneceu resultados que são mais fáceis de analisar (em termos de taxonomias) em relação ao método das componentes principais.

[7] http://hamilton.dm.unipi.it/cgi-bin/astdys/astibo, acesso em 25 Janeiro de 2013

[8] Uma grande rejeição de dados ruidosos neste método é devido à inclusão das magnitudes no filtro u que são afetadas por erros maiores que as magnitudes nos outros filtros

Figura 3.2: Representação da localização orbital do corpo pai (ponto de cor vermelho) e algums membros identificados pela métrica padrão de Zappalà (pontos de cores azuis).



Com base nestes resultados, nós decidimos trabalhar com as cores $(a^*, i - z)$ em vez das componentes principais[9]. Para os asteroides com baixo albedo foi necessário uma restrição nos erros dos albedos geométricos p_v para distinguir melhor entre os asteroides do complexos-CX ($p_v < 0,1$) e os asteroides do complexos-S ($p_v > 0,1$).

3.3.1.1 Métrica no domínio dos elementos próprios (Zappalà):

Essa métrica caracteriza-se pela distância padrão no domínio dos elementos próprios definido em Zappalà et al. (1990) e melhorado no trabalho Bendjoya & Zappala (2002) no qual se identificam os membros da família no espaço dos elementos próprios da forma:

$$d = na\sqrt{k_1(\frac{\Delta a}{a})^2 + k_2(\Delta e)^2 + k_3(\Delta sen(i))^2}, \tag{3.2}$$

onde n é o movimento médio do asteroide e Δx a diferença dos elementos próprios a, e, e $sen(i)$. Os fatores de ponderação são definidos como $k_1 = 5/4$, $k_2 = 2$, $k_3 = 2$ em Zappalà et al. (1990), Zappalà et al. (1995).

[9] Também eliminamos de nossa amostra asteroides com erros para albedos da família de $p_v > 0,05$ se $p_v < 0,2$ e em $p_v > 0,1$ se $p_v > 0,2$.

3.3.1.2 Métrica no domínio dos elementos próprios e Cores

Essa métrica segue o método de Bus (2002a), para uma métrica similar da distância de elementos próprios e as componentes principais do SDSS-MOC (ver também Nesvorný et al. (2005), Carruba & Michtchenko (2007)). Temos:

$$d_{D_S} = \sqrt{d^2 + C_{SP_V}[(\Delta a^*)^2 + (\Delta(i-z))^2]}, \tag{3.3}$$

onde $\Delta a^* = a_2^* - a_1^*$ e as relações semelhantes mantêm-se para $\Delta(i-z)$. Também C_{SP_V} é um fator de ponderação igual a 10^6 (outras opções em um intervalo entre 10^4 a 10^8 foram testadas sem alterar significativamente a robustez dos resultados)

3.3.1.3 Métrica no domínios dos elementos próprios e albedo

É uma métrica da distância definida no domínio dos elementos próprios dos albedos geométricos p_v do WISE, dado como:

$$d_{D_{P_V}} = \sqrt{d^2 + C_{SP_V}(\Delta p_v)^2}. \tag{3.4}$$

onde $\Delta p_v = p_{v2} - p_{v1}$ e C_{SPV} é um fator de ponderação igual a 10^6.

3.3.1.4 Métrica de múltiplos domínios

Essa é uma métrica baseada nas outras métricas para a optimização dos dados dos catálogos. Ela é definida como d_{md} ou $d_{D_{SP_V}}$ da forma:

$$d_{D_{SP_V}} = \sqrt{d^2 + C_{SP_V}[(\Delta a^*)^2 + (\Delta(i-z))^2 + (\Delta p_v)^2]}, \tag{3.5}$$

onde $\Delta a^* = a_2^* - a_1^*$ e as relações semelhantes mantêm-se para $\Delta(i-z)$ e Δp_v. Assim d é a métrica da distância padrão.

3.3.1.5 Determinação das Famílias:

Como primeiro passo, nós selecionamos os membros do halo que pertencem a família dinâmica dos asteroides cujo tipos espectrais são compatíveis com os outros membros da família dinâmica que se encontram perto do corpo pai. Outros autores como Mothé-Diniz (2005), Nesvorný et al. (2006) e Carruba (2009) possuem dados acessíveis do SDSS-MOC4 e WISE/NEOWISE em seus trabalhos. As famílias não analisadas por aqueles autores foram consultadas na lista de famílias dos asteroides que estiveram disponíveis no site do AstDyS e no HCM Asteroid Families V2.0 por Nesvorný et al. (2012) do Sistema de Dados Planetários[10].

Assim, nós obtivemos grupos dinâmicos usando a equação 3.5 para um valor de corte d_{corte} menor do valor no qual o halo da família se mescla com o fundo local (e outras famílias na região). Como exemplo deste procedimento, nós escolhemos o caso da família Themis. Na figura 3.3 exibimos o número total de membros deste grupo (linha azul) e o número de novos membros do grupo (linha verde) como funções da velocidade de corte d_{md} (o valor de d_{md} pode se aproximar do valor da distância de corte d_{corte}). Para um valor de $d_{md} = 315\ m/s$ o halo de Themis pode ser mesclado com outros grupos locais, como a família de Hygiea, então nós escolhemos neste caso trabalhar com um halo definido em $d_{md} = 310\ m/s$.

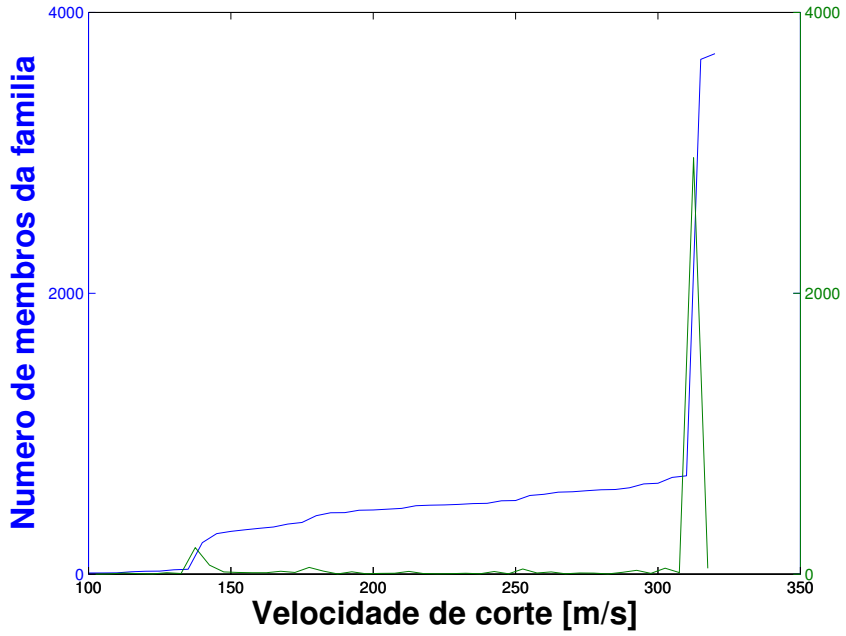
Uma vantagem do método aqui proposto é que ele deve selecionar automaticamente asteroides no domínio dos elementos próprios, SDSS-MOC4 e do albedo WISE de modo que o número de intrusos seja menor na família dinâmica encontrada somente no domínios dos em elementos próprios (ou frequências).

No caso da família de Themis o painel A da a figura 3.4 mostra a projeção no plano de $(a^*, i - z)$ e o painel (B) o histograma da distribuição relativa dos valores do albedo geométrico p_v para os membros do halo de Themis obtidos com este método.

A família de Themis é composta principalmente por asteroides com taxonomia do complexo CX, no plano $(a^*, i-z)$, mostradas ao lado esquerdo da linha vertical pontilhada.

[10] Disponível em http: /sbn.psi.edu/pds/resource/nesvornyfam.html, acesso em 13 de Março de 2013

Figura 3.3: Representação dos números de membros (linha azul) e os novos membros (linha verde) do grupo de Themis como uma função da velocidade de corte d_{md}.



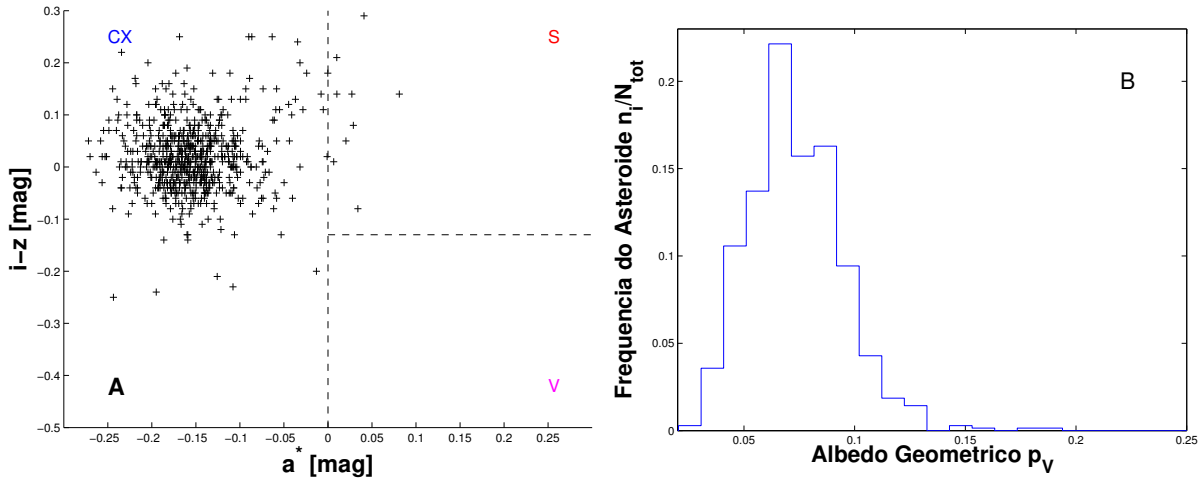
Pode-se ver na figura que 9 asteroides têm cores incompatíveis com tal classificação e devem ser considerados como intrusos. Isto é confirmado por uma análise de valores de p_v, onde a maior quantidade de albedos estão abaixo de 0,1 limite para asteroides do complexo CX.

A porcentagem de possíveis intrusos encontrada com este método foi 1,3% o que é de fato inferior a $\simeq 10\%$, o que é estatisticamente esperado em famílias dinâmicas obtidas somente no domínio dos elementos próprios (Migliorini, 1995).

3.4 Análise de comparação do método de HCM em outros domínios

Para quantificar a eficiência do método HCM nos outros domínios devemos obter resultados com este método que possam ser comparáveis com o método tradicional do HCM. Determinamos halos de famílias com as métricas padrão de Zappalà et al. (1995) e as equações 3.3, 3.4 e 3.5 para as três maiores famílias no cinturão principal.

Figura 3.4: Painel A: Projeção no plano $(a^*, i-z)$ dos membros do halo da família de Themis. Painel B: Histograma da distribuição relativa dos valores de albedo geométrico p_v dos mesmos membros.



A tabela 3.1 apresenta um resumo dos resultados para os halos da família Hygiea, Koronis e Eos, onde relatamos o valor de d_{corte} no qual a família foi encontrada, o número de membros do halo, a porcentagem de intrusos com respeitos as cores do SDSS-MOC4, a porcentagem de intrusos com respeito a valores de albedo geométrico para os quatro métodos citados (vamos nos referir a estes métodos como métricas D, D_S, D_{P_V} e D_{SP_V} definidas na seção anterior). A última coluna mostra a soma das porcentagens de intrusos de acordo com as métricas do SDSS-MOC4 e albedo geométrico, o que é uma medida da eficiência do método para encontrar prováveis intrusos. Assim, quanto menor for o índice mais eficaz é o método para evitar a inclusão de intrusos nos halos.

Entre os vários halos das famílias grandes que analisamos, nós optamos por exibir os resultados para os grupos de Hygiea, Koronis e Eos, porque essas são famílias para as quais o novo método de domínios múltiplos mostrou o melhor e pior resultados quando comparado com os outros métodos.

Os melhores resultados do novo método foram obtidos para a família de Hygiea, com uma porcentagem de intrusos de 9,86%. Para o caso da família de Koronis a eficiência foi 23,00%. O novo método ainda apresentou resultados melhores quando comparado com outras abordagens.

Tabela 3.1: Eficiência da distância métrica para vários domínios estudados nos membros das famílias e halos.

Nome da família	d_{md} valor da v_{corte} $[m/s]$	Número de membros	Porcentagem SDSS-MOC4 intrusos prováveis	Porcentagem p_v intrusos prováveis	Eficiência da métrica intrusos
Halo de Hygiea					
Métrica D	80	6152	7,58	15,59	23,17
Métrica D_S	225	728	5,63	14,02	19,65
Métrica D_{P_V}	140	2977	8,63	6,45	15,08
Métrica D_{SP_V}	290	426	1,41	8,45	9,86
Halo de Koronis					
Métrica D	65	6958	15,71	14,36	30,07
Métrica D_S	230	1054	13,54	13,11	26,65
Métrica D_{P_V}	80	1366	14,32	21,74	36,06
Métrica D_{SP_V}	215	200	16,00	7,00	23,00
Halo de Eos					
Métrica D	40	5322	52,70	17,35	70,05
Métrica D_S	135	1886	55,99	11,08	67,07
Métrica D_{P_V}	80	846	57,01	18,94	75,95
Métrica D_{SP_V}	165	738	51,36	17,89	69,25

Fonte: Produção do próprio autor.

A família de Eos foi um caso muito peculiar. A maioria dos membros da família são do tipo K, do complexo S, cujos valores a^* são próximos de zero que é o valor limitante que separa os asteroides de tipo complexos CX e complexos S. A família está rodeada por asteroides do complexo CX e uma análise baseada somente na métrica da distância inevitavelmente produzirá intrusos na família. Somente no caso desta família, nós encontramos uma eficiência do novo método ligeiramente inferior aos resultados da métrica DS (69,25% com relação a 67,07%).

De nossos resultados, nós verificamos que o novo método foi duas vezes mais eficiente na eliminação de intrusos do que outros métodos. O pior dos resultados entre aqueles comparados foi o resultado obtido no domínio dos elementos próprios e cores do SDSS-MOC4. Nós podemos concluir que o método descrito 3.5 foi o mais eficiente em termos de baixa porcentagem de intrusos. Agora é possível fazer uma investigação de halos das família de asteroides no cinturão principal.

3.5 Discussão sobre o método de múltiplos domínios

Neste capítulo, nós realizamos uma revisão na literatura das métricas que já existem e introduzimos um novo método para obter famílias dinâmicas de asteroides e halos das famílias, com base na métrica da distância no espaço de múltiplos domínios (nos elementos próprios, as cores de SDSS-MOC4 $(a^*, i-z)$ e do albedo geométrico WISE p_v).

A nova métrica foi comparada com outras métricas da distância no domínio dos elementos próprios, das cores SDSS-MOC4 e dos albedo geométrico do WISE. O método é na melhor das hipóteses um fator de 2 mais eficiente na eliminação de intrusos do que outros métodos e na pior das hipóteses fornece resultados comparáveis aos grupos encontrados no domínio dos elementos próprios e das cores do SDSS-MOC4.

Nós aplicamos este método em todas as principais famílias conhecidas no cinturão principal dos asteroides e nas regiões orbitais de Cibele e Hungária. No total, foram identificadas 72 famílias e halos de asteroides, das quais 7 estavam no cinturão principal

interno, 30 no cinturão principal central, 19 no cinturão principal externo, 3 e 2 grupos nas regiões de Cybele e Hungária, respectivamente. Para mais detalhes, os resultados podem ser vistos no artigo publicado sobre identificação em múltiplos domínios dos asteroides (ver pag. 130 desta tese).

Em geral, além de alguns casos problemáticos como a família de Eos, o método desenvolvido aqui parece fornecer resultados robustos em termos de identificação de famílias de asteroides e ser eficiente para eliminação dos intrusos nas famílias dinâmicas.

Embora a amostra de objetos com dados em todos os três domínios ainda seja limitada, nós acreditamos que tal abordagem pode ser certamente mais confiável do que o HCM tradicional na identificação de possíveis grupos formados por colisões.

O possível aumento futuro do número de asteroides para os quais os dados nos três domínios estarão disponíveis, por exemplo devido a missão GAIA, poderá fornecer no futuro uma base de dados para a identificação da família de asteroides muito maior do que a utilizada neste trabalho.

Capítulo 4

Evolução dinâmica dos asteroides de tipo V no cinturão de asteroides

Entre as várias classes taxonômicas de asteroides, os asteroides do tipo V têm despertado um interesse particular em nossa pesquisa. Acredita-se que estes objetos podem ser associados a fragmentos da crosta basáltica de um corpo diferenciado.

A maior parte destes corpos pertencem a família dinâmica de Vesta localizada no cinturão interno de asteroides entre as ressonâncias de movimento médio com Júpiter $4A : 1J$ e $3A : 1J$. Outros objetos não correlados com Vesta, como o asteroide Magnya (Lazzaro, 2000) e (10537) (1991 RY16) (Moskovitz, 2008), foram identificados nos últimos anos.

A peculiaridade desta descoberta foi que os objetos foram encontrados longe da família dinâmica de Vesta, nos cinturões externo e central. Em geral, os membros das famílias formadas, seja por eventos de fragmentação, craterização ou colisão, tendem a permanecer relativamente próximos ao corpo pai. Logo é difícil explicar as localizações orbitais atuais desses corpos. Para dar resposta a este problema, vários autores discutem hipóteses sobre suas origens (Roig, 2008; Nesvorný et al., 2006).

Mecanismos alternativos de produção têm sido sugeridos para explicar a presença desses objetos como nos trabalhos de Bottke (2006) (sobre formação e dispersão de cor-

pos diferenciados, além de Vesta nos cinturões principal central e externo) e Carruba & Michtchenko (2007) (originado como fragmentos da crosta do corpo progenitor da família Eunomia). A descoberta e análise de asteroides basálticos independentes de Vesta podem fornecer conhecimentos sobre a história precoce da formação do Sistema Solar (Carruba et al., 2014).

Se nós estabelecemos restrições dinâmicas nas regiões onde se encontram (devido a sua interação com as ressonâncias) e limitamos o número mínimo de fontes independentes do material basáltico, nós podemos melhorar significativamente nossa compreensão desta fase da formação de nosso Sistema Solar. Este é um dos principais objetivos deste capítulo.

4.1 Identificação do Tipo V: taxonomia espectral e dados do SDSS-MOC4

No trabalho de Carvano (2010) estudou-se a taxonomia de asteroides observada pelo SDSS-MOC4 (Ivezić et al., 2001). Aquela pesquisa forneceu uma amostra maior de duas ordens de magnitude do que qualquer outra anteriormente disponível (cerca de 60.000 objetos numerados). Os resultados obtidos no plano das cores $(a^*, i-z)$ foram publicados no Planetary Data System[1].

Nós selecionamos para este estudo todos os asteroides na base de dados de Carvano (2010) e no sistema do HORIZONS (laboratório de Propulsão a Jato). Além disso, utilizamos como um filtro de seleção a base de dados do site AstDyS[2] para obter candidatos fotométricos tipo V (incluindo os tipos SV e QV) que possuam elementos próprios.

Em geral, identificamos 167 candidatos fotométricos do tipo V nos cinturões central e externo, dos quais 130 (127 candidatos de tipo V puros) pertenceram ao cinturão central e 37 (25 f candidatos de tipo V puros) no cinturão externo. Para esta amostra foram excluídos objetos com identificação de SV, QV e outros casos duvidosos.

[1] Disponível no site http://sbn.psi.edu/pds/resource/sdsstax.html, acesso em 10 Setembro 2013.
[2] http://hamilton.dm.unipi.it/cgibin/astdys/astibo (acesso em 10 de Novembro do 2013)

Tabela 4.1: Lista de novos candidatos fotométricos do tipo V no cinturão principal de asteroides.

# Asteroides	Tipo	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v
Cinturão central							
18802	V?	2,687340	0,143116	0,215531	13,82	3,940	0,3134
35567	V	2,567894	0,089490	0,196503	14,58	2,381	0,4504
57322	V?	2,584340	0,164743	0,130332	14,86		
88084	V?	2,545195	0,152695	0,088088	15,30		
93981	V	2,662526	0,019289	0,226328	13,85	3,376	0,4268
217953	V?	2,546619	0,162840	0,176317	16,37		
Cinturão externo							
11465	V	3,102607	0,014941	0,348060	12,87		
34698	V*	3,180047	0,069296	0,386310	12,42	8,070	0,3920
55270	V	2,908541	0,125003	0,164700	14,02		
91159	V	3,194682	0,273886	0,277364	14,28		
92182	V	3,181359	0,169964	0,266076	13,70		
177904	V	3,158618	0,153963	0,073138	15,30		
208324	V	3,130781	0,270397	0,287020	14,91		

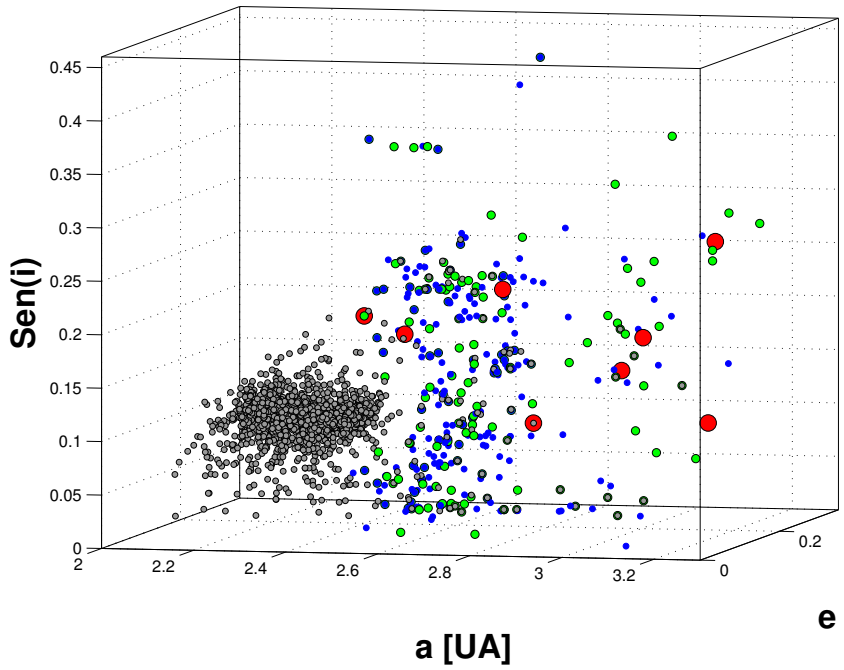
Fonte: Produção do próprio autor.

Uma revisão da literatura forneceu dados dos objetos que foram estudados espectroscopicamente e classificados como tipo V. Tais candidatos são 1459 Magnya (Lazzaro, 2000), 7472 Kumakiri (Duffard & Lazarro, 2009), 10537 (1991 RY16) (Moskovitz, 2008), 21238, 40521, 66905, 14390 (1990 QP19) e 105041 (2000 K041) (De Sanctis, 2011).

Nós utilizamos o método de DeMeo & Carry (2013), que está baseado nas características do espectro da reflectância, para identificar 13 novos objetos. Desses objetos, 6 candidatos fotométricos foram localizados no cinturão principal central e 7 no cinturão principal externo. A tabela 4.1 exibe nossos novos resultados, onde mostramos a identificação dos asteroides candidatos do tipo V, os elementos próprios (a, e e $sen(i)$) do asteroide, a magnitude absoluta (H)[3], o diâmetro (D) e albedo geométrico (p_v) obtidos pela missão Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE). Neste trabalho nos concentraremos somente nos cinturões central e externo devido ao fato que eles são de grande interesse dinâmico porque podem fornecer informações sobre a evolução do Sistema Solar. Nossos resultados são mostrados na figura 4.2, onde exibimos as projeções nos planos (a, e) e $(a, sen(i))$ dos elementos próprios de todos os candidatos identificados. As lo-

[3] Seria a magnitude visível aparente observada se a distância com respeito á Terra e ao Sol fosse 1 ua.

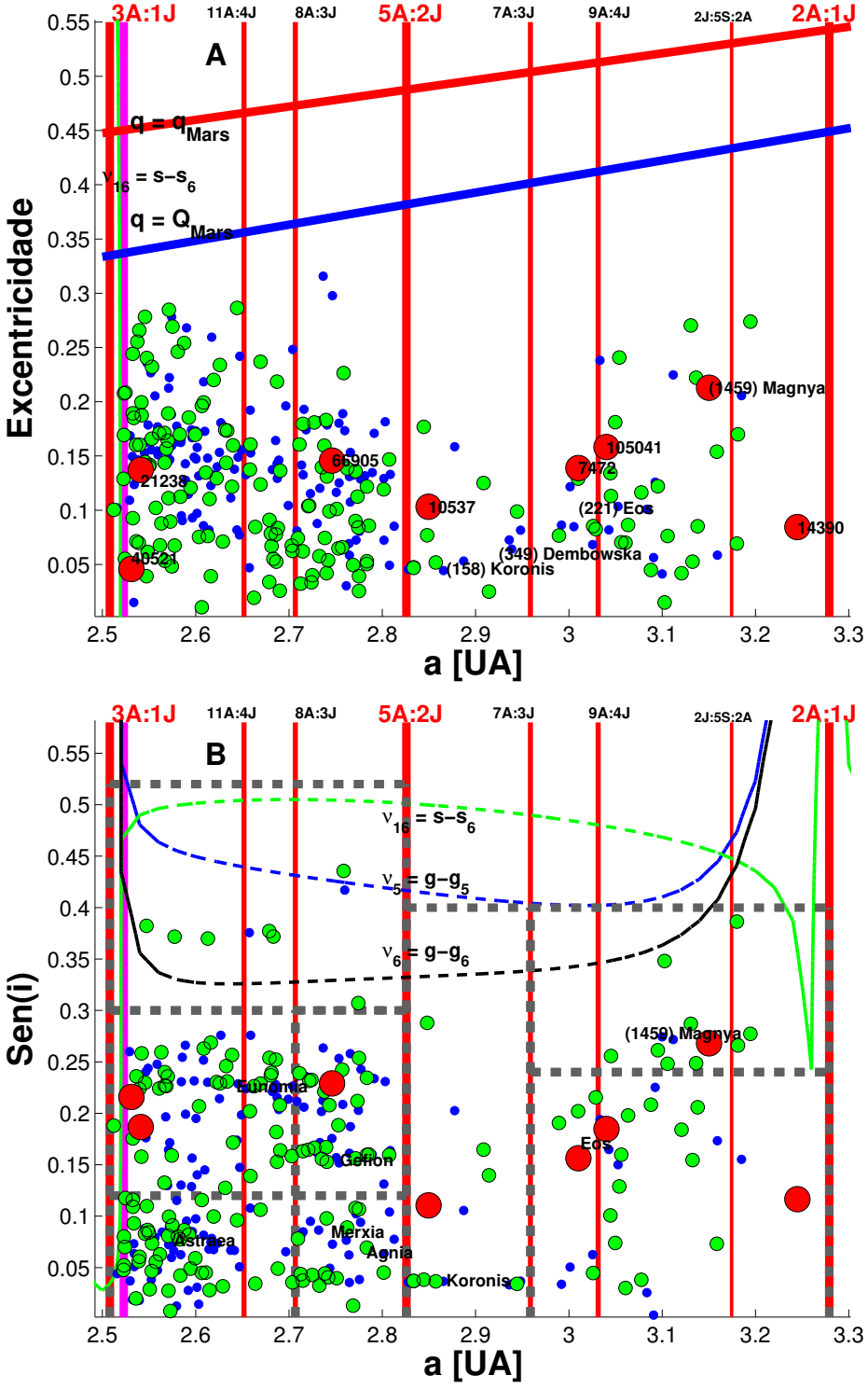
Figura 4.1: Exibimos a projeção no plano 3-dimensional de $(a, e, sen(i))$ dos elementos próprios da familia de Vesta e candidatos fotométricos de tipo V identificados no cinturão principal. As localizaçôes orbitais identificadas como pontos cinzas, azuis, verdes e vermelhos são os membros da familia de Vesta no cinturão interno, os candidatos fotométricos no cinturão central e externo, os candidatos de tipo V puros e confirmados, respectivamente.



calizaçôes orbitais identificadas como pontos na cor azul são os membros da familia de Vesta no cinturão interno. Os candidatos puros do tipo V são identificados como pontos verdes e os asteroides confirmados como tipo V são os pontos vermelhos. Linhas verticais identificam a localização das principais ressonâncias de movimento médio na região. A linha magenta está associada a uma região instável (para escalas de tempo de 100 milhões de anos) perto da ressonância de movimento médio $3A : 1J$, conforme identificado por Guillens (2002).

As linhas azuis mostram a posição do centro das ressonâncias seculares lineares (ν_5, ν_6 e ν_{16}) que são calculadas usando a teoria analítica de Milani & Kneževic (1994). As frequências próprias de g e s são calculadas para uma grade de valores em (a, e) e $(a, sen(i))$ mostrada na figura 4.2 para os valores dos ângulos e a excentricidade de (480) Hansa, asteroide de uma família de alta inclinação na região. As linhas para as quais $q = Q_{Mars}$ e $q = q_{Mars}$ correspondem a condições para as quais os encontros próximos com planetas terrestres começam a ser possíveis. No painel B da figura 4.2, nós representamos

Figura 4.2: Paineis A e B: Exibimos a projeção no plano (a, e) e $(a, sen(i))$ dos elementos próprios dos candidatos fotométricos do tipo V identificados usando SDSS-MOC4 no cinturão principal central. Os pontos azuis identificam a localização orbital de todos os candidatos fotométricos, os pontos verdes e vermelhos estão associados aos candidatos de tipo V puros e confirmados, respectivamente.



seis regiões de concentrações de candidatos do tipo V no plano $(a, sen(i))$ no cinturão central. Uma região ao redor da família Eunomia que inclui os três asteroides confirmados do tipo V discutidos em Carruba & Michtchenko (2007), se encontra no intervalo de $sen(i)$ de $0,12$ até $0,3$. Um grupo de asteroides está perto da família de Astraea, com baixas inclinação ($sen(i) < 0,12$). Oito asteroides foram identificados na região de alta inclinação ($sen(i) > 0,3$), encontrada principalmente na região da família de Hansa. Finalmente, encontram-se três alinhamentos de asteroides nas regiões de Merxia-Agnia, Gefion e do asteroide 1995 SU37, com valores de limites na inclinação de $sen(i) < 0,12$, $0,12 < sen(i) < 0,19$ e $sen(i) > 0,19$, respectivamente. Os resultados também estão listados na tabela B.1, ver Apêndice B.

Também verificamos quantos asteroides definidos como tipo V puros são membros de famílias de asteroides conhecidas, de acordo com o site AstDyS. Nós encontramos 22 asteroides pertencentes a uma família, seis membros ($27,27\%$ do total) da família de Eunomia e quatro objetos ($18,18\%$) da família de Hansa. Os asteroides restantes pertencem às famílias de Juno (2 membros), grupo de Minerva (1 membro), 11882 (1990 RA3) (1 membro), Maria (1 membro), Astraea (1 membro) e os restantes pertencem a família de Merxia. Percebemos o fato de que a maioria dos candidatos do tipo V pertencentes as famílias se encontraram próximos da região orbital da família de Eunomia, o que poderia ser uma confirmação indireta da possível existência de um corpo pai nesta família, como discutido em Carruba (2009).

Podemos observar na figura 4.2 no cinturão externo três regiões de concentrações de candidatos do tipo V no plano $(a, sen(i))$ para o cinturão externo. Uma região ao redor de Magnya (região de Magnya) entre as ressonâncias $7A : 3J$ e $2A : 1J$. Esta região inclui o asteroide confirmado do tipo V (1459) Magnya, com valores no intervalo de $sen(i)$ de $0,24$ até $0,40$. O maior grupo foi identificado perto da família de Eos, na região do centro do cinturão externo (região de Eos, foi sugerida como uma possível fonte de material basáltico por Mothé-Diniz (2008)) localizada entre as ressonâncias $7A : 3J$ e $2A : 1J$ com $sen(i) < 0,24$. Finalmente, observamos uma região entre as ressonâncias $5A : 2J$ e $7A : 3J$ com valores de $sen(i) < 0,40$ onde temos objetos dispersos que podem ter

passado pela ressonância $5A : 2J$. Autores como Moskovitz (2008) sugeriram que (349) Dembowska poderia ser um corpo pai de uma família diferenciada, por outro lado temos a presença da família de Koronis próxima da região e que pode ser outra possível fonte de objetos diferenciados. Portanto definimos esta área como região de Koronis-Dembowska[4].

4.2 Grupos de candidatos do tipo V e sua possível origem

Nesta seção, nós investigamos os vários cenários propostos para discutir a origem dos candidatos fotométricos do tipo V nos cinturões central e externo. Para esses diferentes grupos é possível calcular as distâncias em relação ao suposto corpo pai utilizando a equação 3.2 da distância métrica definida em Zappalà et al. (1995). As velocidades de ejeção calculadas com tal abordagem dependem da anomalia verdadeira e do argumento do pericentro no momento do impacto do corpo pai, ambos geralmente desconhecidos. Neste trabalho preferimos usar essa abordagem mais simples.

A vantagem de usar distâncias d_{md} em um plano bidimensional como o apresentado nas figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 é que essas quantidades representam distâncias em um espaço tridimensional, mas podem ser visualizadas facilmente em espaços bidimensionais.

Os painéis das figura 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 mostram a projeção no plano bidimensional $(a, sen(i))$ dos candidatos fotométricos do tipo V na cinturões central e externo. As distâncias métricas nos domínios dos elementos próprios dos asteroides do tipo V são calculadas com respeito aos possíveis corpos progenitores, como nos casos de (15) Eunomia, Gefion, Merxia, Astraea, Hansa, Koronis, Eos e Magnya (painéis A, B, C, D, E, F, G, H). Os símbolos na figura seguem este código de cores: pontos laranjas identificam objetos com $d_{md} < 1000\ m^{\cdot}s^{-1}$, asteroides identificados com pontos rosas tem $1000 < d_{md} < 3000\ m^{\cdot}s^{-1}$ e os pontos azuis tem $d_{md} > 3000\ m^{\cdot}s^{-1}$.

[4] Quatro destes candidatos fotométricos do tipo V foram membros de famílias de asteroides, dois na família de Koronis e os outros na famílias de Eos

Figura 4.3: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das regiões de Eumonia (painel A) e Gefion (painel B). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.

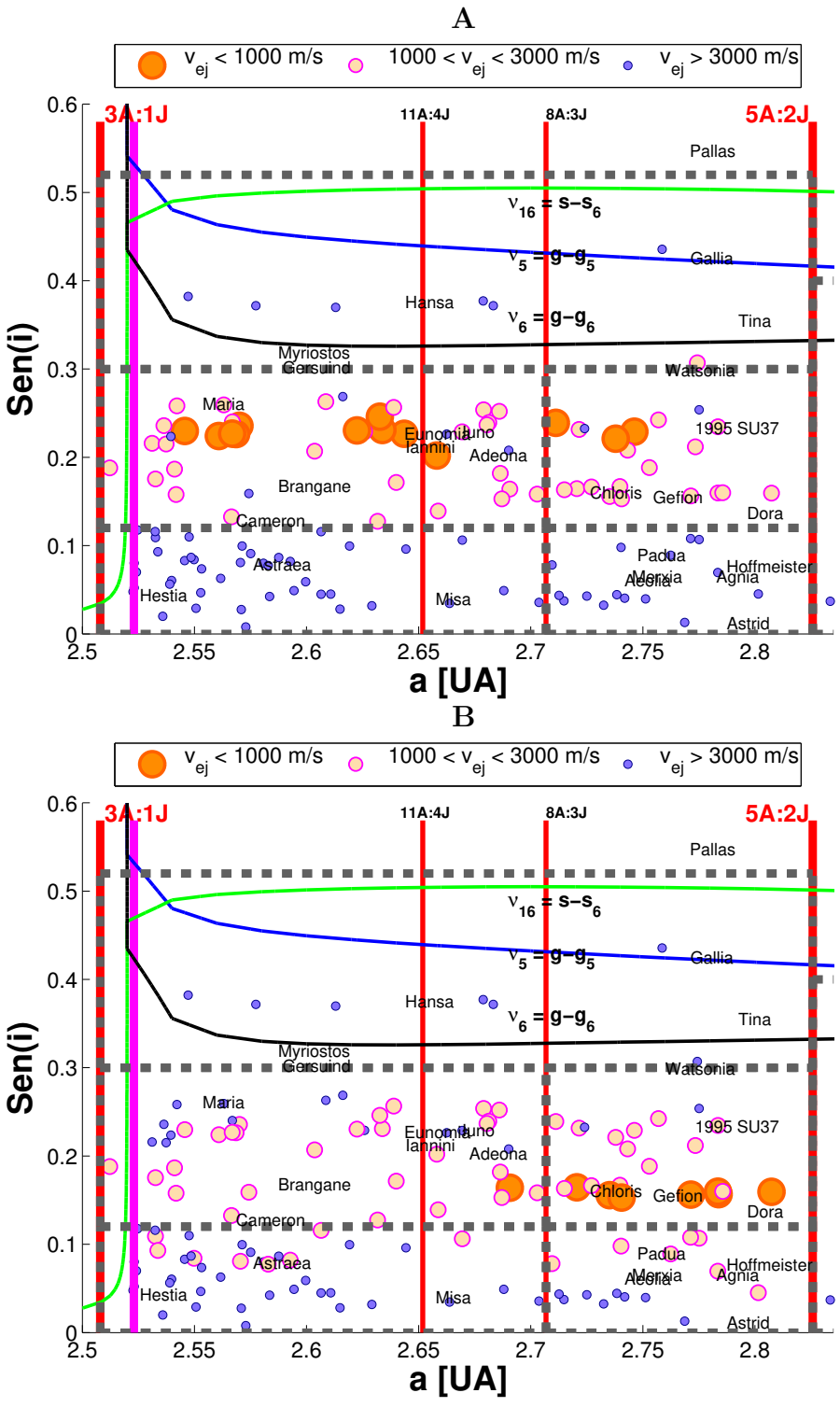


Figura 4.4: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das regiões de Merxia/Agnia (painel C) e Astraea (painel D). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.

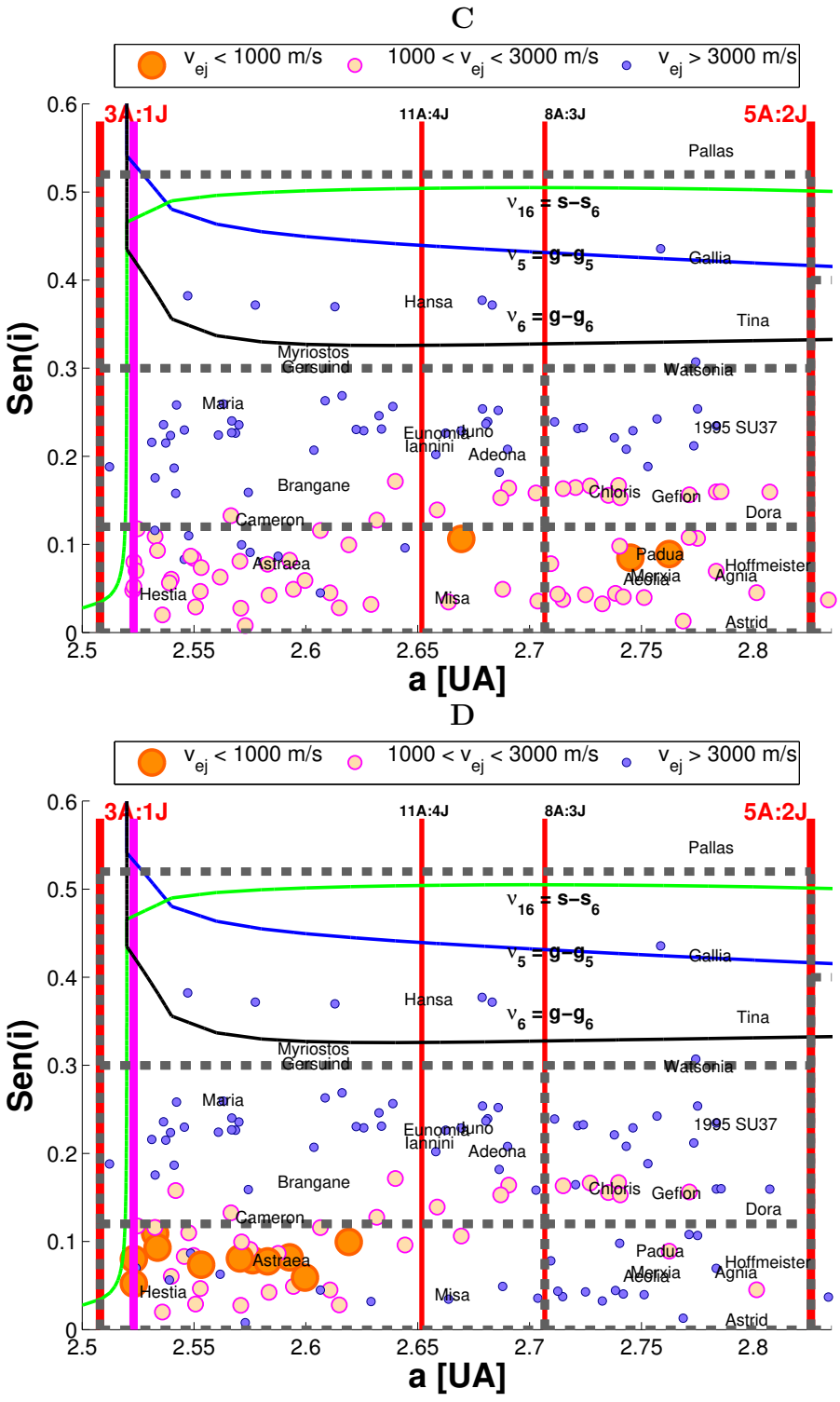


Figura 4.5: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos de tipo V identificados, no cinturão central das região de Hansa (painel E). Os símbolos exibem as distâncias nas regiões.

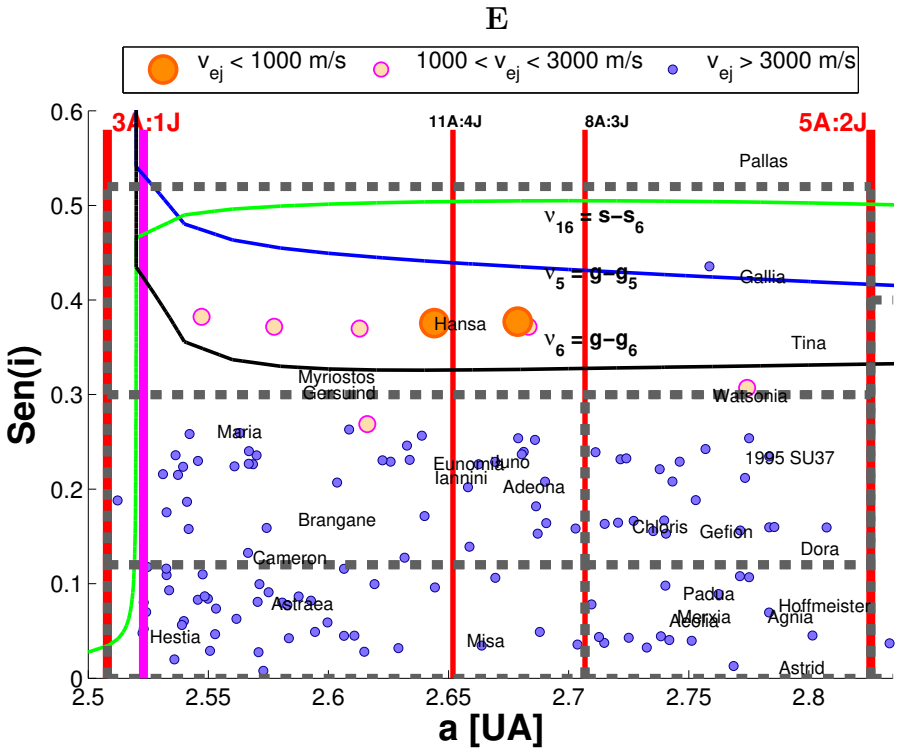


Figura 4.6: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos do tipo V identificados no cinturão externo nas região de Koronis (painel F). Os símbolos exibem as distâncias métricas de acordo com cada região.

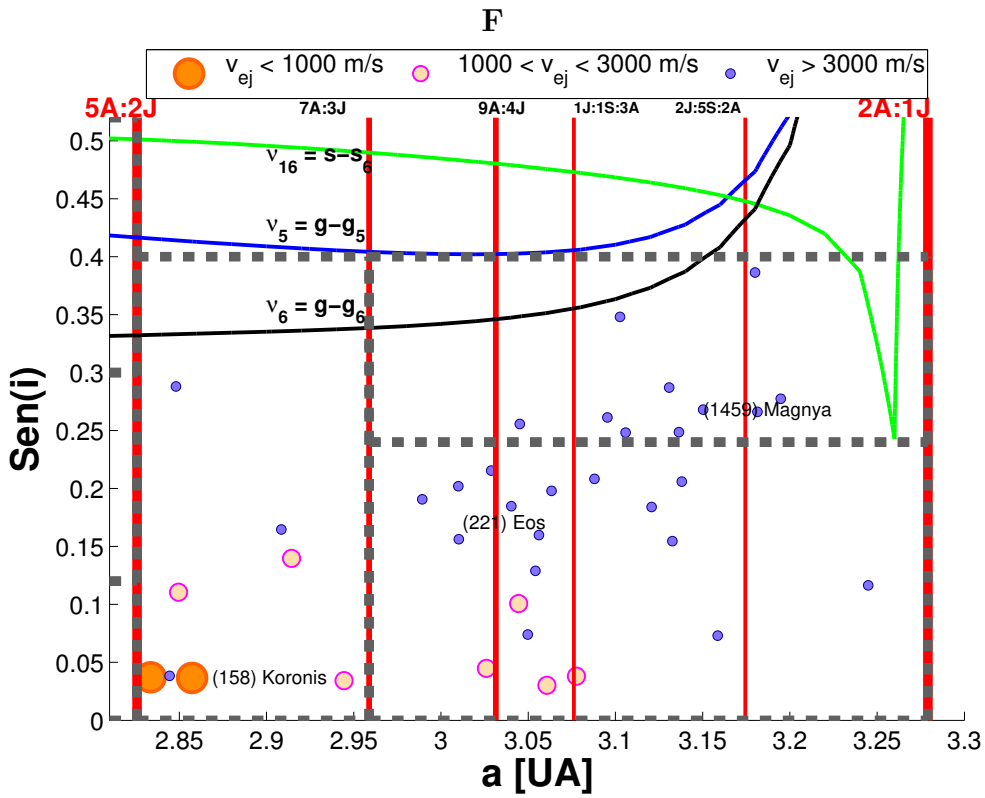
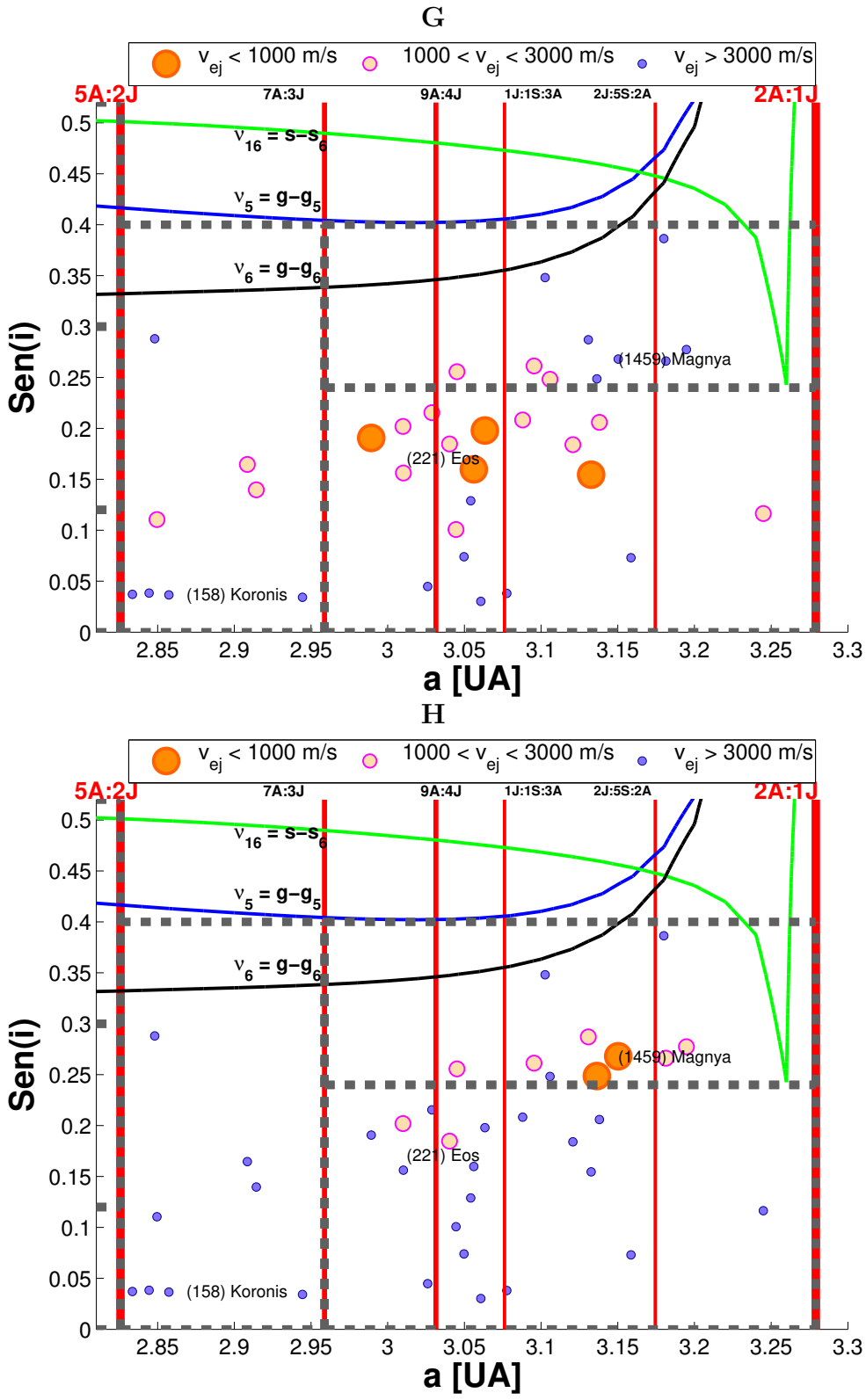


Figura 4.7: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos do tipo V identificados no cinturão externo nas regiões de Eos (painel G) e Magnya (painel H). Os símbolos exibem as distâncias métricas de acordo com cada região.



No painel A os objetos mais próximos de (15) Eunomia (pontos laranjas e rosas) correspondem a região da família de Eunomia. Os asteroides representados pela cor azul são encontrados na região de Astraea, na região do cinturão externo de $sen(i) < 0,12$. Com a exceção de sete objetos, nós confirmamos os critérios $0,12 < sen(i) < 0,3$ para asteroides possivelmente originários na família de Eunomia.

Para a região de Merxia/Agnia calculamos distâncias métricas em relação ao maior fragmento sobrevivente, ou seja, o asteroide (808) Merxia (como corpo pai) já que os parâmetros orbitais de uma possível fonte como corpo pai das famílias Merxia e Agnia são desconhecidas. Nossos resultados são apresentados no painel C da figura 4.4. Os objetos de baixa inclinação têm distâncias menores em relação a Merxia do que a Eunomia. Um grupo de asteroides alinhados na região de Gefion foram encontrados a distâncias relativamente baixas de Eunomia e parecem estar ao alcance de Merxia.

Em geral, os resultados sugerem uma segunda fonte possível de material basáltico no cinturão central. Para o cinturão externo, com exceção de alguns asteroides intrusos e dois objetos altamente inclinados (11465 e 34698) na região de Magnya, os objetos estão mais próximos a cada um dos três possíveis corpos pai e podem ser encontrados em sua própria região. Isso sugire que as regiões proposta na seção anterior podem ser associadas a mecanismos fornecedores de material basáltico.

4.2.1 Diâmetros e Massas dos candidatos fotométricos do tipo V

Outros importantes parâmetros a serem analisados foram os diâmetros dos candidatos fotométricos do tipo V no cinturões central e externo. Para este trabalho utilizamos os dados do WISE (Wright, 2010) e do NEOWISE (Mainzer et al., 2011). Assim, os sequintes resultados foram obtidos:

- Dos 127 candidatos de tipo V no cinturão principal central, 27 tinham valores de diâmetros e albedos geométricos listados na base de dados, para os quais foi

calculado o valor médio do albedo geométrico de $p_v = 0,238$ e os valores mínimo e máximo foram $0,05184$ e $0,4268$, respectivamente.

- Para o cinturão externo somente 12 objetos foram identificados com valores de diâmetros e albedos geométricos. Os valores mínimo e máximo do albedo p_v foram $0,040$ e $0,392$ e um valor médio do albedo $p_v = 0,2215$.

Utilizamos a relação de Harris & Largerros (2002) para estimar os diâmetros aparentes dos candidatos não listados nos dados de WISE. Para os cálculos foram utilizados os valores médios do albedo geométrico, para cada região do cinturão de asteroides, e a equação:

$$D = \frac{D_0}{\sqrt{p_v}} \cdot 10^{-H/5}, \tag{4.1}$$

onde H é a magnitude absoluta e $D_0 = 1329\ km$ é uma constante para um diâmetro de um corpo basáltico. A figura 4.8 representa a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos candidatos fotométricos do tipo V no cinturões central e externo. O tamanho dos diâmetros dos asteroides estimados estão associados com o tamanho do símbolo e a cor. Os pontos roxos, laranja e ciano representam objetos com $D > 5\ km$, $3 < D < 5\ Km$ e $D < 3\ Km$, respectivamente.

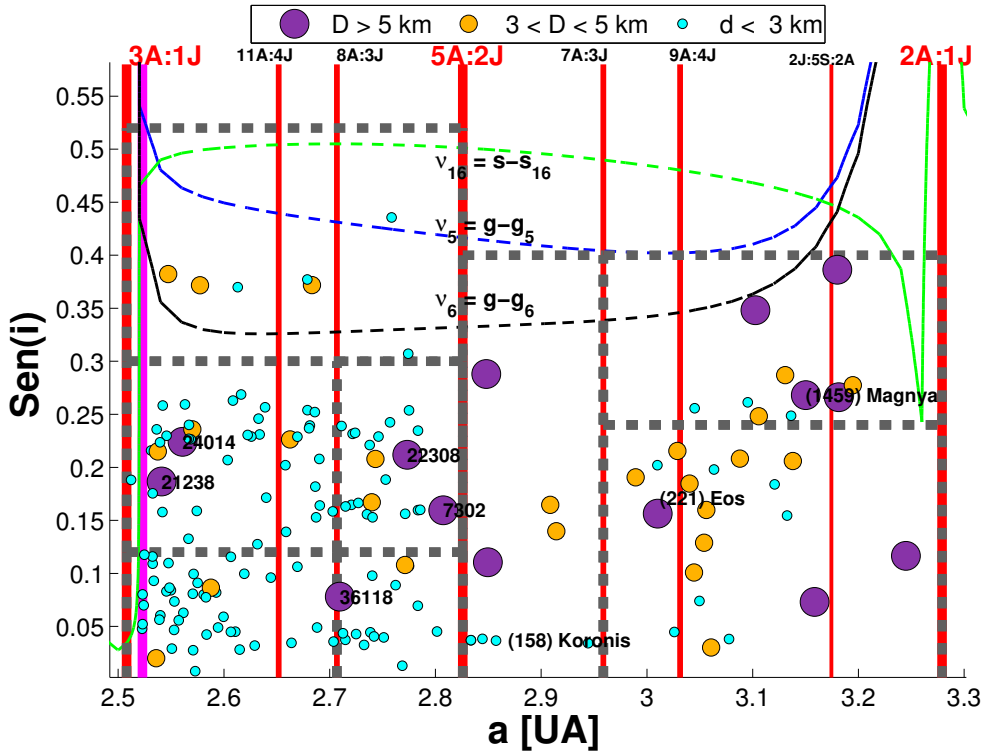
Nós podemos notar que no cinturão central que, com exceção do asteroide (36118) de $5\ km$ de diâmetro, todos os objetos maiores são encontrados em $sen(i) > 0,12$. Apenas dois asteroides de tamanho médio são encontrados na região de Astraea. No cinturão externo observamos uma maior quantidade de objetos com diâmetros $D > 5\ km$.

Para estimar a quantidade de massa dos candidatos do tipo V atualmente conhecidos no cinturões central e externo, nós usamos a equação 4.2 definida em Moskovitz (2008) para cada corpo:

$$M(H) = M_0 \frac{\rho_0}{{p_V}^{3/2}} \cdot 10^{-0.6H}, \tag{4.2}$$

onde ρ_0 é a densidade volumétrica assumida igual a 3000 kg/m^3, $M_0 = 1.28 \cdot 10^{18} kg$ é a constante de massa. Todos os valores são considerados para objetos de tipo V e assumindo que os asteroides são corpos esféricos.

Figura 4.8: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos elementos próprios para os candidatos fotométricos do tipo V no cinturão central e externo, respectivamente. Mostramos nos painéis os diâmetros dos candidatos de acordo com a legenda da figura.



De acordo com a nossa lista de candidatos obtivemos um valor da massa total no cinturão principal central de $2,1471 \cdot 10^{15}\ kg$ (isso representa $0,1652\%$ da massa das crateras em Vesta) e para o cinturão externo de $1,81 \cdot 10^{15}\ kg$ (é $0,139\%$ da massa das crateras em Vesta). A massa escavada das crateras em Vesta é estimada ao valor de $1,3 \cdot 10^{18}\ kg$ de acordo com Moskovitz (2008). Por tanto a massa do material basáltico no cinturão central e externo é apenas um porcentagem muito pequena do material ejectado de Vesta. Assim, se observa que a maior quantidade se encontra localizada no cinturão interno.

Na próxima seção, nós discutimos como os candidatos fotométricos do tipo V se encontraram interagindo em regiões de ressonâncias seculares não lineares.

4.3 Dinâmica secular nas regiões de asteroides do tipo V

Os nossos candidatos fotométricos se encontram espalhados pelos cinturões central e externo e muitos deles se encontram próximos de regiões afetadas por ressonâncias e de uma forte importância dinâmica, como no caso da ressonância secular z_1. Essa ressonância desempenhou um papel importante na evolução dinâmica das famílias Agnia, Eos (Vokrouhlickỳ et al., 2006a) e Padua (Carruba, 2009), todas caracterizadas pelo fato de ter a maioria de seus membros afetadas por esta ressonância (em estados de libração).

Nós identificamos as regiões de ressonância próximas das localizações orbitais de nossos candidatos. Estas ressonâncias estão listadas na tabela 4.2, que exibe na primeira coluna o nome da ressonância, na segunda coluna o tipo de frequências envolvidas e por último o valor de suas frequências.

Em geral, nós podemos notar que as regiões de Eunomia e Gefion são cruzadas pelas ressonâncias seculares não lineares $2g + g_5 - 3g_6$ e $z_2 = 2g + s - 2g_6 - s_6$. A ressonância secular $2g + s - 2g_6 - s_7$ está presente na região de Merxia e a região de Hansa é atravessada pelas ressonâncias seculares $g + 2s - g_5 - 2s_6$, $g - s - g_6 + s_6$ e $g - s - g_5 + s_6$.

Tabela 4.2: Ressonâncias seculares que interagem com os candidatos do tipo V.

Argumento Res. (ressonâncias lineares)	Argumento Res. frequência	Frequência valor ["/yr]
tipo g e $2g$		
$2\nu_6 - \nu_5$	$g + g_5 - 2g_6$	$52,229$
$3\nu_6 - \nu_5$	$2g + g_5 - 3g_6$	$40,236$
$3\nu_6 - 2\nu_5$	$g + 2g_5 - 3g_6$	$76,215$
tipo $g - s$		
$\nu_6 - \nu_{16}$	$g - s - g_6 + s_6$	$54,587$
$\nu_5 - \nu_{16}$	$g - s - g_5 + s_6$	$30,602$
tipo $g + s$		
$\nu_5 + \nu_{16}$	$g + s - g_5 + s_6$	$-22,09$
tipo $g + 2s$ e $2g + s$		
$\nu_5 + 2\nu_{16}$	$g + 2s - g_5 - 2s_6$	$-48,433$
$2\nu_6 + \nu_{17}$	$2g + s - 2g_6 - s_7$	$53,489$
tipo z_k onde $k = 1, 2, 3$		
$z_1 = \nu_6 + \nu_{16}$	$g + s - g_6 - s_6$	$1,898$
$z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16}$	$2g + s - 2g_6 - s_6$	$30,141$
$z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$	$3g + s - 3g_6 - s_6$	$58,384$
tipo s		
$2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$	$s + 2g_6 - 2g_5 - s_6$	$-74,317$

Fonte: Produção do próprio autor.

Nós apresentamos nossos resultados com detalhes no Apêndice B, ver tabelas B.1 e B.2, onde identificamos os prováveis asteroides em ressonâncias como discutidas na tabela 4.2.

Finalmente, a ressonância secular $g+g_5-2g_6$ mostrou-se ser um possível mecanismo de difusão de material basáltico no estado de libração dos membros da família de Eunomia, que se encontram em regiões de baixa inclinação (Carruba & Michtchenko, 2007).

Para entender a importância da dinâmica secular na evolução dos asteroides do tipo V nos cinturões central e externo, selecionamos prováveis asteroides em ressonância[5] entre os candidatos fotométricos do tipo V usando o critério dado em Carruba (2009). Tal critério identifica os prováveis asteroides em ressonâncias a partir do centro do ângulo ressonante $\pm\ 0,3\ arcsec\ ano^{-1}$ para todas as ressonâncias citadas.

Nós verificamos que três objetos (identificados como 93620, 108901 e 225791) estão no cruzamento de duas ressonâncias seculares. A maior população de prováveis asteroides em ressonância é encontrada na ressonância secular de $g+g_5-2g_6$, com 15 candidatos. O número relativamente grande de candidatos nesta ressonância do tipo g pode ter repercussões interessantes na dinâmica dos candidatos do tipo V.

As órbitas dos candidatos fotométricos nas ressonâncias seculares foram integradas numericamente por 10 milhões de anos sobre a influência gravitacional de todos os planetas. Verificamos o comportamento temporal do ângulo do argumento ressonante para cada ressonância identificada nesta seção.

No cinturão central, nós encontramos para a ressonância $g+g_5-2g_6$ que 11 asteroides estão em estados de libração, 2 em estados de circulação e 2 em órbitas que comutam suas fases entre circulação e libração. Todas as outras ressonâncias tinham quatro asteroides em ressonância ou menos. A grande fração de atuais ressonadores em estados de libração da ressonância $g+g_5-2g_6$ sugere a importância desta ressonância como um mecanismo da evolução dinâmica.

Para a população do cinturão externo (28 candidatos fotométricos do tipo V) que se encontraram em estados de ressonância, 15 estão dentro da ressonância $g+g_5-2g_6$ e

[5] Os chamados prováveis ressonadores, ou objetos com uma probabilidade superior de encontrar-se em estados de libração nas ressonâncias.

apenas um objeto 85812 (1998 WR22) está dentro da ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$. Três objetos estavam em órbitas de circulação perto da separtriz das ressonâncias z_1 e outros três asteroides encontraram-se perto da separatriz da ressonância $2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$.

O papel destas ressonâncias quando a força de Yarkovsky é considerada será discutido na próxima seção. O objetivo do estudo foi tentar responder as questões sobre a possível origem dos candidatos fotométricos do tipo V nos cinturões central e externo.

4.4 Evolução dinâmica devido as forças não gravitacionais de Yarkovsky

Para investigar a evolução dinâmica dos candidatos do tipo V nos cinturões central e externo, nós integramos numericamente clones desses objetos com o SWIFT-RMVSY. Este é um integrador simplético (Brož, 1998) que simula as versões diurna e sazonal do efeito Yarkovsky. O tempo total da integração numérica foi 30 milhões de anos e consideramos a influência gravitacional de todos os planetas de Vênus até Netuno (Mercúrio foi considerado como uma correção baricêntrica nas condições iniciais).

Nós utilizamos valores dos parâmetros de Yarkovsky próprios para asteroides do tipo V. Esses parâmetros são condutividade térmica $K = 0,001\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$, capacidade térmica $C = 680\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$, densidade de superfície de 1500 km^{-3}, albedo Bond de $0,1$, emissividade térmica de $0,95$ e densidade média de 3000 $kg\ m^{-3}$. O impulso causado pelo efeito Yarkovsky é dado por:

$$\frac{da}{dt} = \underbrace{K_1 \cos\varepsilon}_{Diurna} + \underbrace{K_2.sen^2\varepsilon}_{Sazonal}. \tag{4.3}$$

onde K_1 e K_2 são parâmetros que dependem de constantes térmicas e ε é o ângulo entre o plano orbital e o eixo de rotação dos corpo. Como nosso objetivo é investigar a máxima difusão possível dos asteroides, nós usamos dois conjuntos de orientações em dois eixos de

rotação com obliquidade de $\pm$ 90° em relação ao plano orbital e onde estas obliquidades maximizam a velocidade do efeito Yarkovsky.

Assumimos períodos obtidos com a aproximação de que a frequência de rotação seja inversamente proporcional ao raio do objeto e que um asteroide de 1 km tenha um período de rotação de 5 h (Farinella, 1998; Vokrouhlickỳ et al., 1998).

Outras opções de períodos de rotação são possíveis. Podemos escolher uma distribuição de frequências de rotação semelhante a de outras famílias e escolher aleatoriamente valores para cada asteroide. No entanto Cotto-Figueroa (2013) mostrou que o efeito Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP) é extremamente sensível a forma do asteroide e a suas pequenas mudanças. Portanto, nós acreditamos que no final possa fazer pouca diferença o período de rotação inicial escolhido. O período de rotação de um asteroide irá mudar durante um ciclo YORP (eles não são atualmente bem compreendidos).

Nosso objetivo nesta seção é a investigação preliminar da evolução máxima dos candidatos quando forças não gravitacionais são consideradas. Para este objetivo, acreditamos que a nosso abordagem seja justificada, porém realizamos dois tipos de análises:

- Primeiro **simulações rápidas**: nós assumimos que todos os objetos tinham diâmetros de 100 m e sobre um tempo de simulação de 30 milhões de anos. Considerando que os objetos mais pequenos conseguem impulsos muito mais rápido do que os asteroides reais, o que permite realizar simulações rápidas. Porém os detalhes da evolução com respeito ao cruzamento das ressonâncias podem ser perdidos devido a mobilidade orbital mais rápida.

- Segundo **simulações lentas**: nós consideramos os valores dos diâmetros reais dos asteroides que se encontraram no catálogo WISE (porque para diâmetros maiores as simulações tendem a ser lentas). Para estas simulações numéricas, nós consideramos também valores da obliquidade da rotação de 30° e 60°.

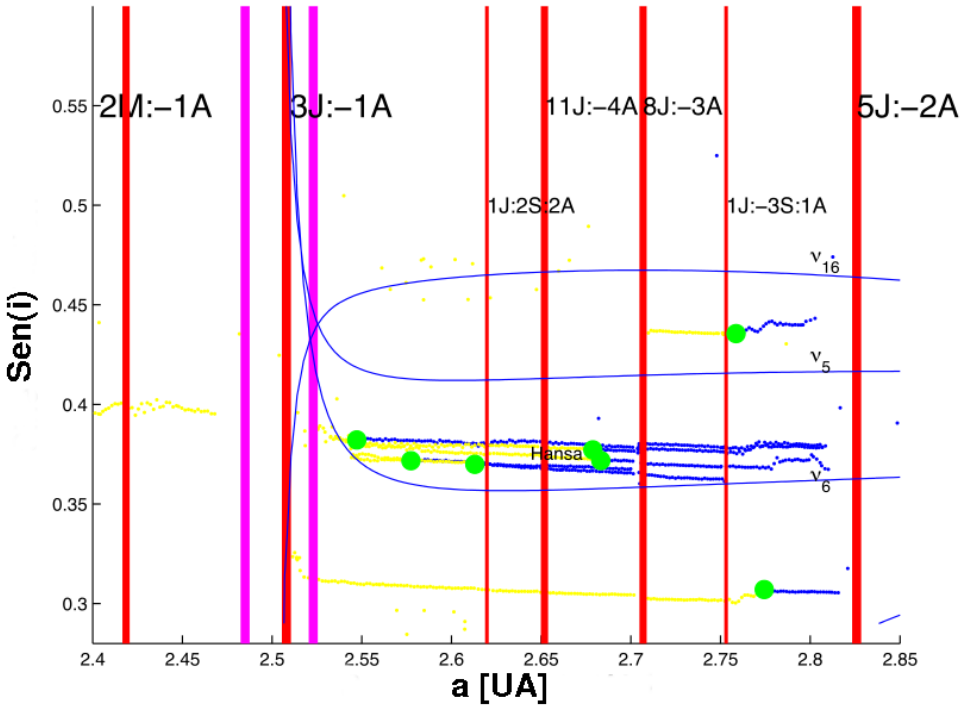
4.4.1 Resultados das simulações rápidas

Obtivemos elementos sintéticos próprios para cada $1,2$ milhões de anos para todos os asteroides simulados com a abordagem descrita em Kneževic (2003), modificada em Carruba (2010).

4.4.1.1 Região de Hansa

A figura 4.9, mostra os resultados da evolução dos asteroides na região de Hansa. Os pontos azuis (forma aparente como linhas azuis) representam a evolução orbital dos clones de asteroides reais com um ângulo de rotação de 0°, enquanto os pontos amarelas (forma aparente como linhas amarelas) são associados com clones de asteroides com ângulos de rotação 180°. As linhas magentas exibem a região caótica perto de $3J:-1A$ estudada por Guillens (2002), e também definida no artigo de Morbidelli (2003).

Figura 4.9: Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, na região de Hansa.



Um objeto perto da família de Watsonia foi incluído nesta região tendo $sin(i) > 0,3$, o critério utilizado por Gil-Hutton (2006) para identificar objetos de alta inclinação.

Outros autores como Carruba (2010) consideram os objetos com inclinação acima do valor central da ressonância secular ν_6, como corpos de alta inclinação.

Os clones de asteroides na região da família de Gallia atingem valores de excentricidades suficiente para interagir com Marte e foram perdidos antes de terminar a simulação.

Note-se que os asteroides na região de Hansa são capazes de atravessar as ressonâncias de movimento médio $11J : -4A$ e $8J : -3A$ com pequenas mudanças na inclinação, podendo alcançar as regiões das famílias de Tina e Gallia. Um caso particular foi um clone com ângulo de rotação de 180°, que conseguiu atravessar a ressonância de movimento médio $3J : -1A$. Isso sugere que a evolução na outra direção também poderia ser possível como sugerido por Roig (2008) e poderia ter sido responsável pela origem dos asteroides na região Hansa.

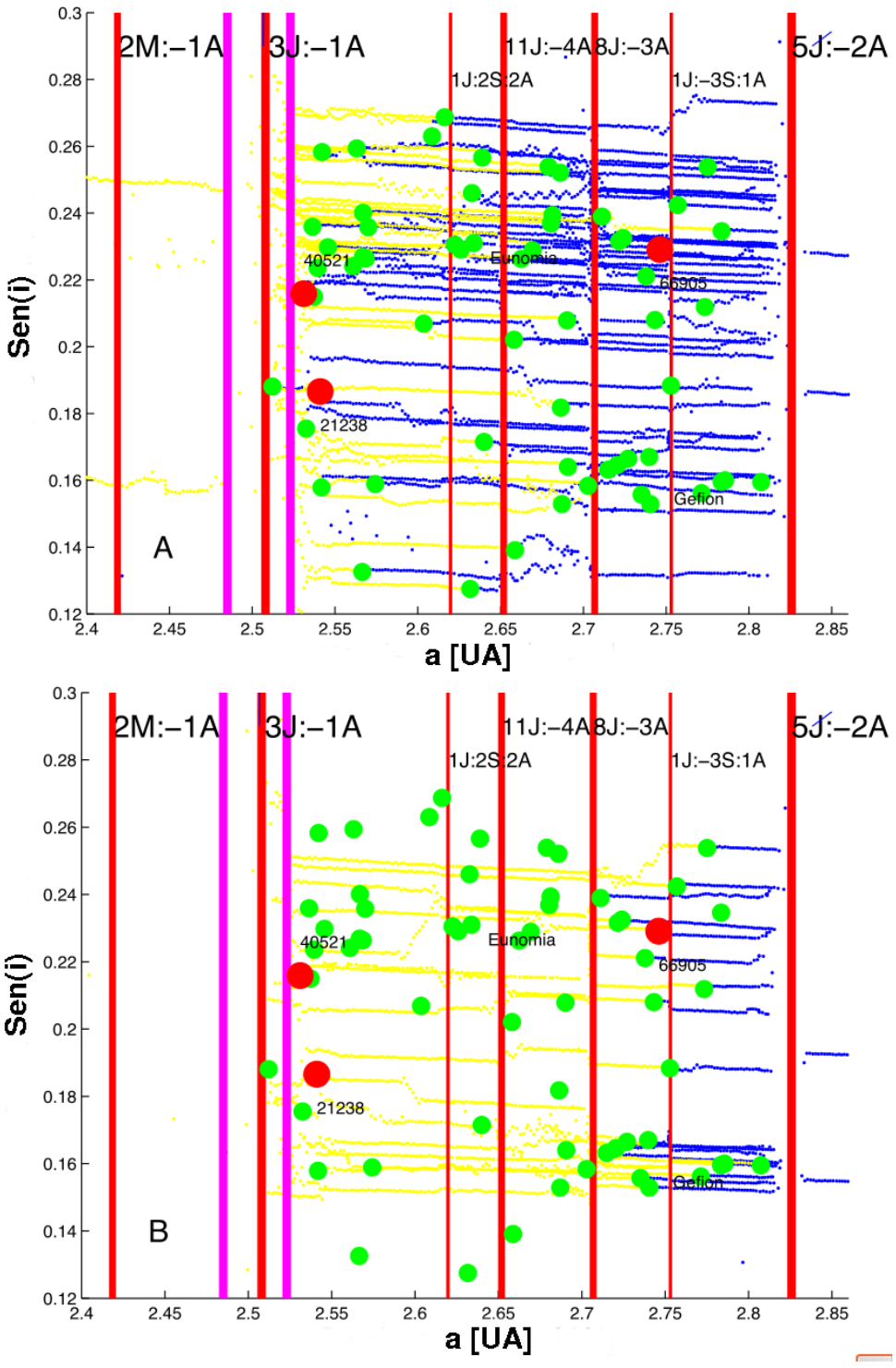
Uma possível origem dos candidatos fotométricos do tipo V no cinturão central, na parte da região de baixa inclinação a partir de Vesta, parece improvável dadas as dificuldades em cruzar o limite dinâmico causado pela presença da ressonância secular ν_6. Estudos adicionais são necessários sobre este assunto para provar esta hipótese.

A obtenção de espectros destes asteroides e a realização de uma análise mineralógica comparativa com os asteroides conhecidos da família de Vesta poderiam fornecer pistas importantes para compreender a origem destes objetos.

4.4.1.2 Região de Eunomia e Gefion

Na figura 4.10 nos painéis A e B, nós mostramos os caminhos dinâmicos de clones de partículas na região de Eunomia e Gefion, respectivamente. Temos nesta região os três asteroides confirmados como tipo V no cinturão central. Observamos quatro partículas que conseguiram atravessar as principais barreiras dinâmicas da ressonância do movimento médio $3J : -1A$ e $5J : -2A$, sugerindo que a comunicação para pequenos objetos entre os cinturões interno e central seja possível (o quão eficaz é este mecanismo para os asteroides maiores será discutido mais adiante). Isso também pode ter implicações na origem dos asteroides do tipo V nos cinturões externo e interno (a área entre as

Figura 4.10: Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Eumonia (painel A) e Gefion (painel B).



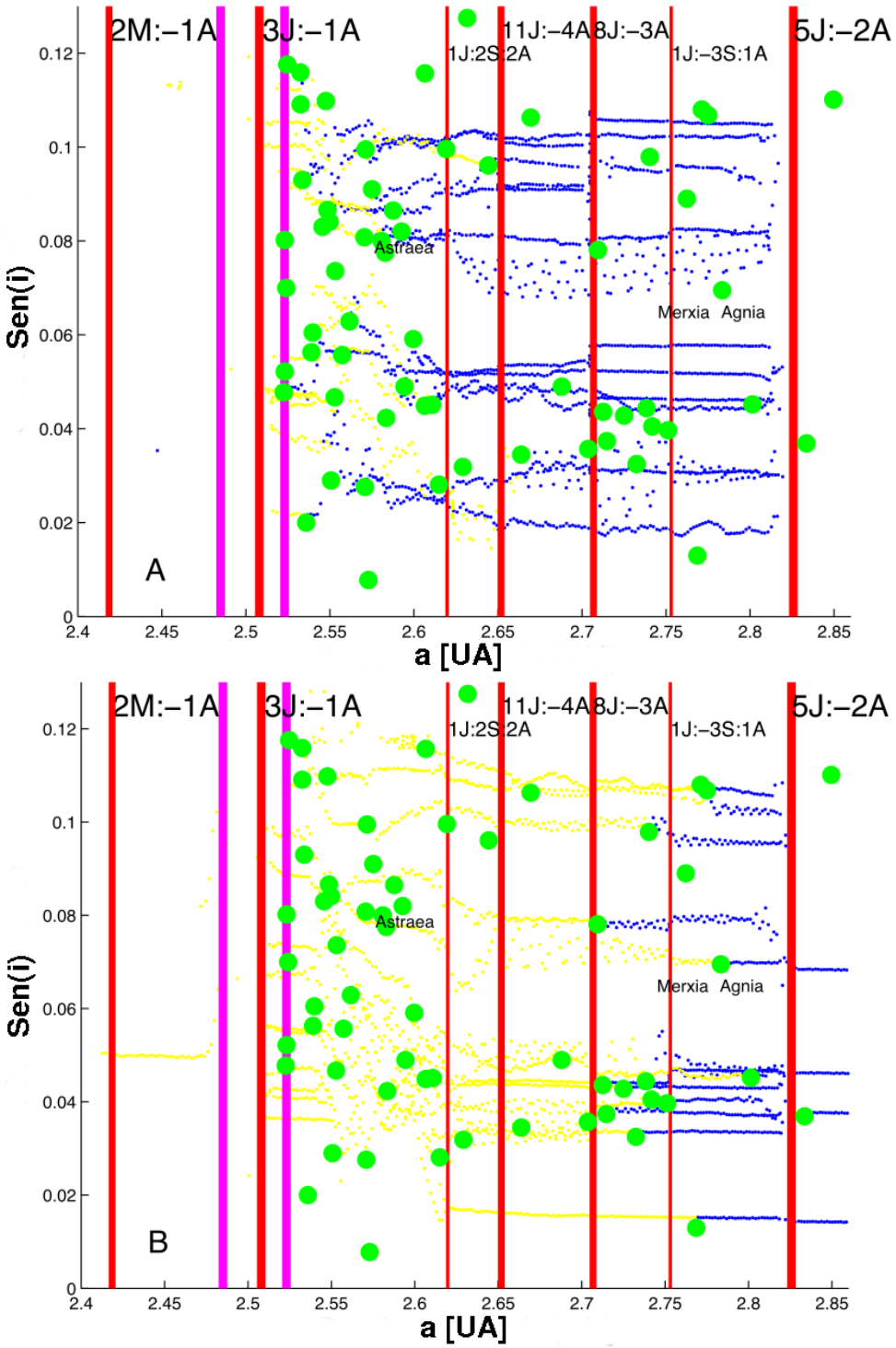
ressonâncias de movimento médio com Jupiter: $5J : -2A$ e $9J : -4A$), como o asteroide (10537) (1991 RY16), que possivelmente poderia ser um fragmento do corpo pai das famílias Merxia/Agnia. Além disso, nós verificamos que a maioria das partículas podem facilmente atravessar as ressonâncias de movimento médio $11J : -4A$ e $8J : -3A$ e que a migração da região de Eunomia para o Gefion (e vice-versa) é possível e poderia explicar a presença de objetos tais como o asteroide com identificação 66905, como discutido em Carruba & Michtchenko (2007).

Algumas partículas foram capturadas nas ressonâncias seculares descritas e experimentaram mudanças moderadas nas inclinações. No entanto, nós não observamos uma partícula capaz de alcançar as regiões de Astraea e Merxia nesta simulação.

4.4.1.3 Região de Astraea e Merxia

A figura 4.11, nos painéis A e B, mostra a projeção no plano $(a, sen(i))$ da evolução temporal de clones rápidos ou candidatos de tipo V reais na região de Astraea e Merxia, respectivamente. Observamos que só uma partícula foi capaz de atravessar a ressonância de movimento médio de $3J : -1A$ e atingiu a região de asteroides de baixa inclinação no cinturão interno Nesvorný et al. (2008). Isso mostra ser pouco provável a sua origem a partir da atual família de Vesta. Embora isso sugira que a migração do cinturão interno para o central é possível, também pode abrir a possibilidade de que o oposto aconteceu e que alguns dos asteroides de baixa inclinação no cinturão interno pode ter originado a partir da cinturão central, possivelmente a partir do corpo progenitor das famílias de Merxia e Agnia. Isso parece ser suportado pelo fato de que partículas com diâmetros de 100 m parecem ser capazes de cruzar as ressonâncias $11J : -4A$ e $8J : -3A$. A comunicação da região de Astraea para o Merxia e vice-versa parece, portanto, uma possibilidade. Finalmente, nós também verificamos pequenas mudanças na inclinação causadas pelas ressonâncias seculares para algumas partículas, mas não o suficiente para alcançar as regiões de Eunomia e Gefion. A seguir, nós apresentamos os resultados para as regiões do cinturão externo.

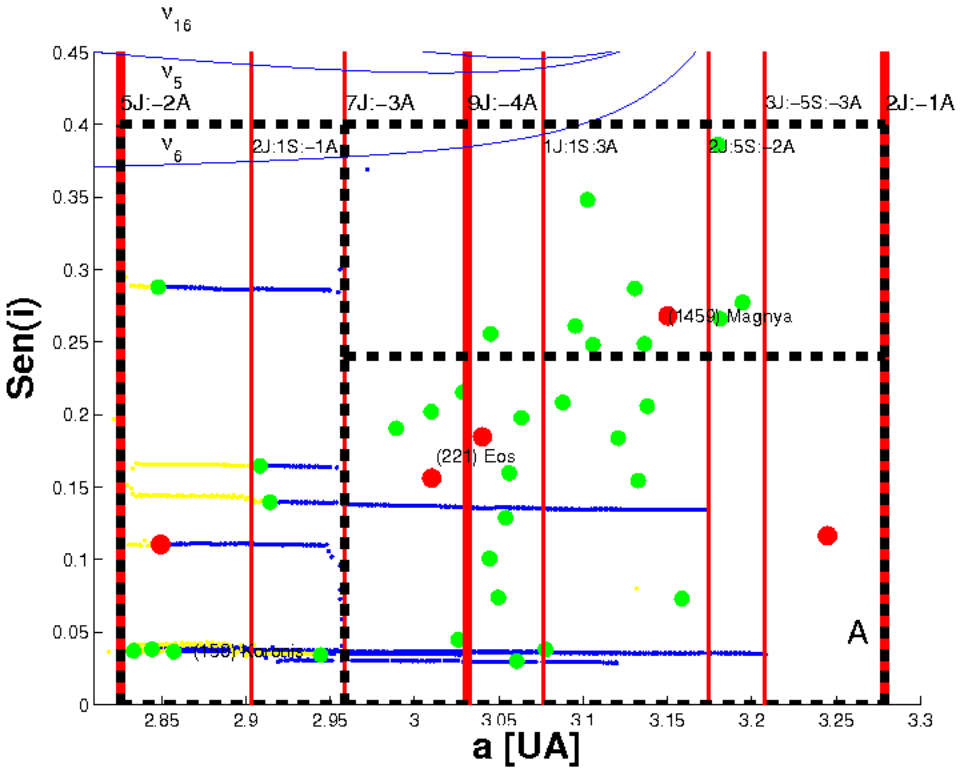
Figura 4.11: Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Astraea (painel A) e Merxia/Agnia (painel B).



4.4.1.4 Região de Koronis

Na região de Koronis temos oito candidatos fotométricos. Quatro deles não foram capazes de atravessar a ressonância de movimento médio $7J : -3A$, incluindo o asteroide (10537), que é um tipo V confirmado. Isto poderia sugerir que a comunicação entre a região de Koronis e Eos, é em princípio possível, mesmo que a longo prazo.

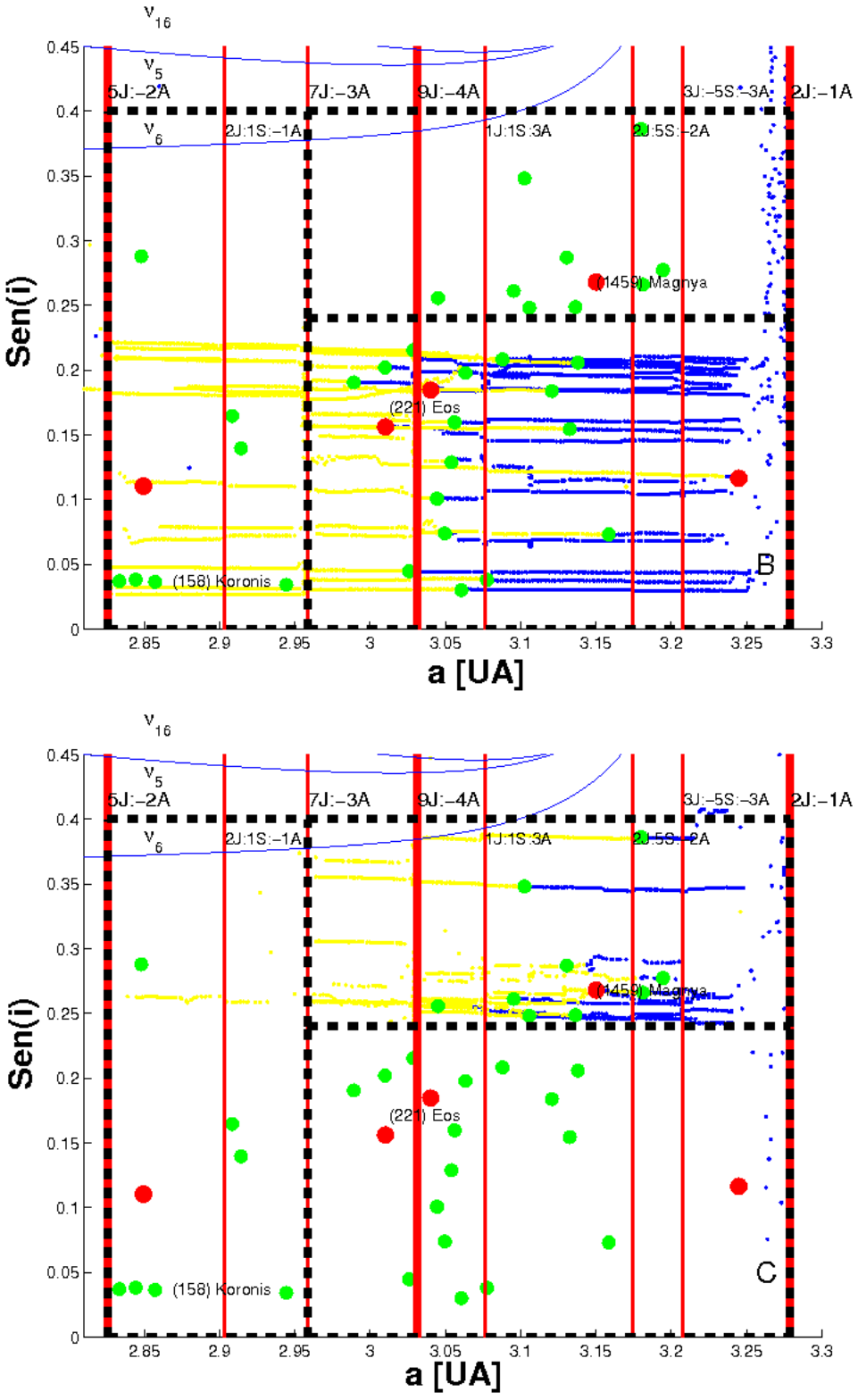
Figura 4.12: Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas região de Koronis.



4.4.1.5 Região de Eos

No painel B, nós mostramos a evolução orbital de 19 asteroides na região de Eos. Apenas 3 deles não foram capazes de atravessar a ressonância de movimento médio $7J : -3A$ e todos os clones foram capazes de atravessar as ressonâncias de movimento médio $9J : -4A$ e $3J : -5S : -3A$, até atingir a poderosa ressonância de movimento médio $2J : -1A$.

Figura 4.13: Evolução orbital dos clones de asteroides fotométricos do tipo V com diâmetros de 100 m, nas regiões de Eos e Magnya.



4.4.1.6 Região de Magnya

No painel C é apresentada a evolução orbital dos 10 candidatos fotométricos na região de Magnya. Três objetos não foram capazes de atravessar a ressonância de movimento médio $9J : -4A$ e apenas um conseguiu passar pela ressonância $7J : -3A$. Nenhum asteroide cruzou a região da ressonância de movimento médio $2J : -1A$ e a ressonância secular ν_6.

No geral, encontramos asteroides que conseguem atravessar as principais barreiras dinâmicas, como as ressonâncias $3J : -1A$, $5J : -2A$, mas nenhuma atravessou a ressonância de movimento médio $2J : -1A$, sugerindo que a comunicação entre os cinturões interno, central e externo poderia portanto ser possível, mas não provável. A eficácia deste mecânismo para asteroides maiores, será discutida na subseção seguinte.

4.4.2 Resultados das simulações lentas

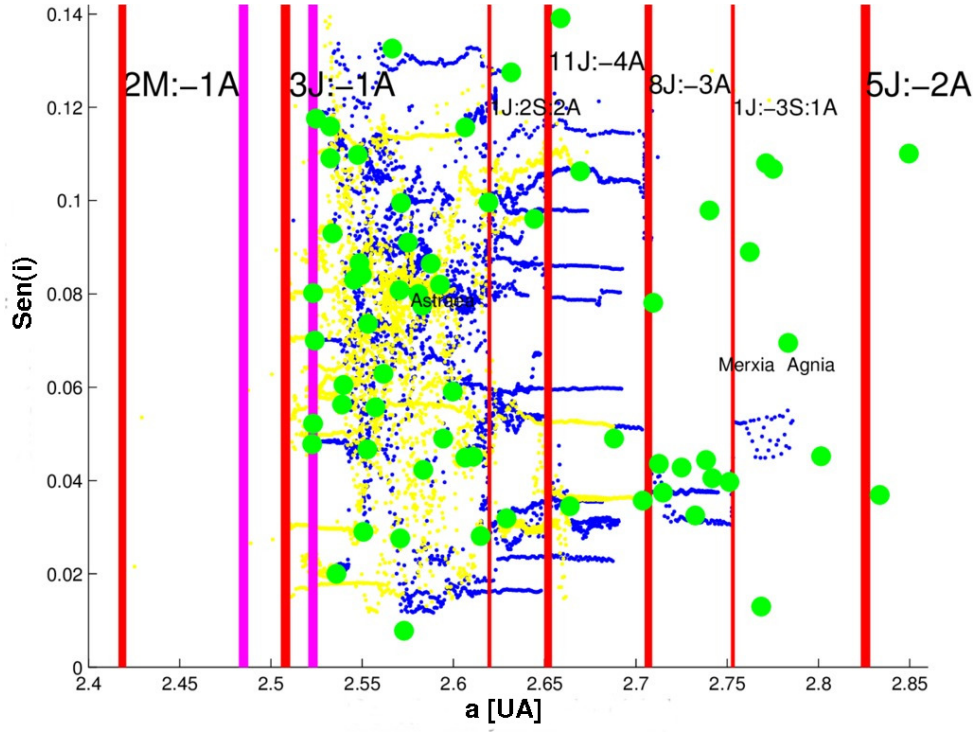
Para investigar a evolução dinâmica dos candidatos fotométricos do tipo V, nós consideramos os candidatos como esféricos e de um determinado diâmetro de acordo com as bases de dados atuais. Nós utilizamos as mesmas constantes térmicas e parâmetros que foram descritos na subseção 4.4.1. Os diâmetros calculados na seção 4.2 foram utilizados com ângulos de rotação 0°, 30°, 60°, 120°, 150° e 180° visando monitorar as velocidades de impulso causadas pela força de Yarkovsky.

Nós integramos nossos candidatos do tipo V por 1 bilhão de anos sobre o mesmo esquema de integração antes usado. Devido ao longo tempo de integração, nós calculamos os elementos próprios a cada 4,9 milhões de anos.

4.4.2.1 Região de Hansa

Na região de Hansa, ao contrário do caso das simulações rápidas, nenhuma partícula conseguiu atravessar as ressonâncias de movimento médio $3J : -1A$ e $5J : -2A$ e a barreira dinâmica da ressonância secular ν_6.

Figura 4.14: Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Astraea integrados numericamente por 1 bilhão de anos.



Todas as partículas que atingiram as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ foram capazes de atravessá-la, com pequenas alterações no $sen(i)$ de até $0,03$, verificadas após a passagem da ressonância de três corpos $1J : -3S : 1A$.

Estes resultados sugerem que o candidato isolado do tipo V na região da família de Gallia poderia ser explicado pela migração da região da família de Hansa, junto com a interação com as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ ou o $1J : 3S : 1A$.

4.4.2.2 Região de Eunomia, Gifeon e Merxia

Os possíveis mecânismos da possível origem dos candidatos do tipo V na vizinhança da família de Hansa é dificíl entender. Para esta investigação foram necessários outros tipos de teste para explicar a população observada destes objetos. Resultados semelhantes foram observados para os asteroides nas regiões de Eunomia, Gefion e Merxia. Naquele caso, nenhuma partícula sobreviveu ao cruzamento das ressonâncias de movimento médio $3J : -1A$, $5J : -2A$ e nenhuma partícula conseguiu passar a forte barreira das ressonâncias seculares ν_6.

Figura 4.15: Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Koronis. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.

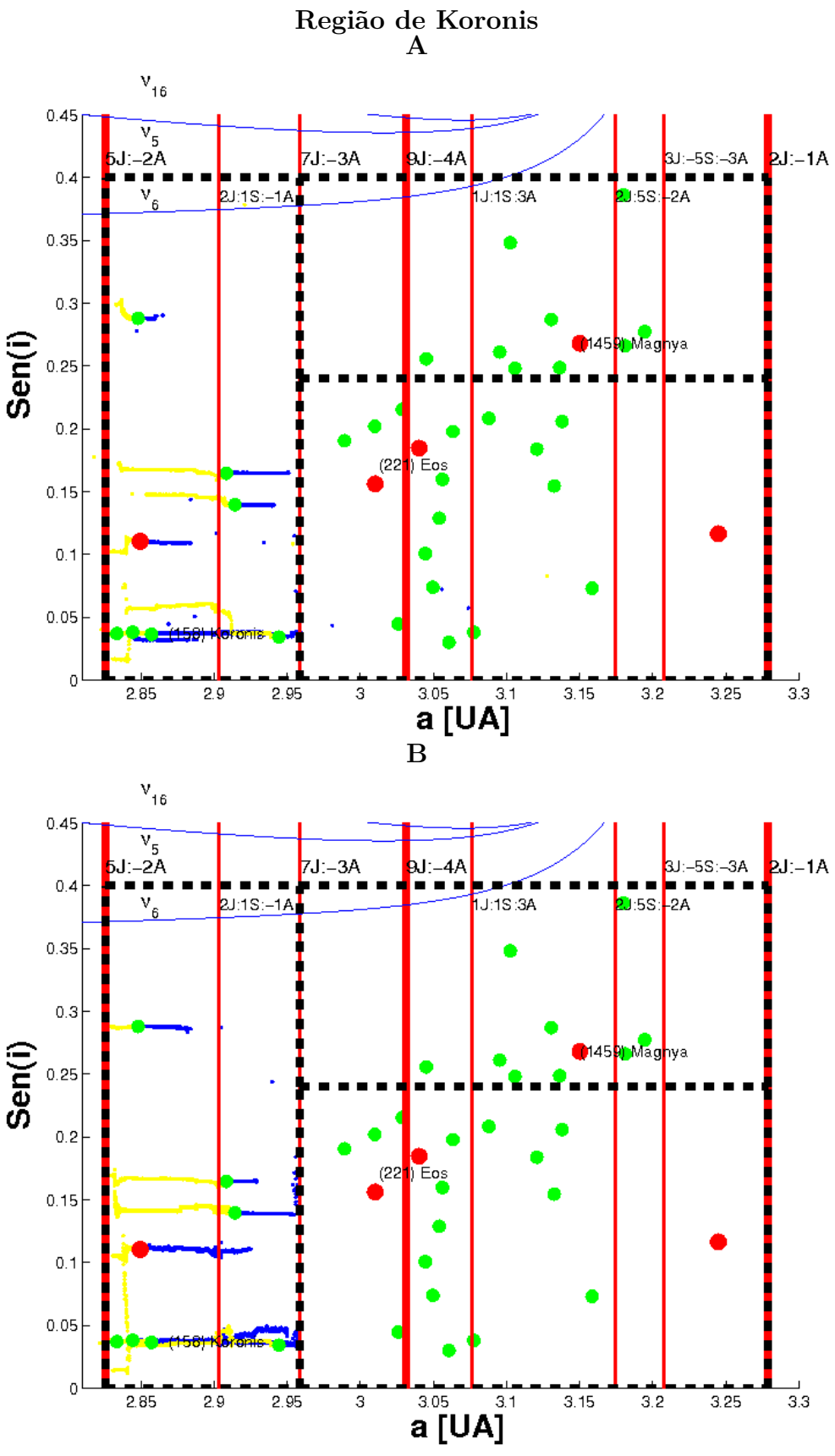


Figura 4.16: Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Eos. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.

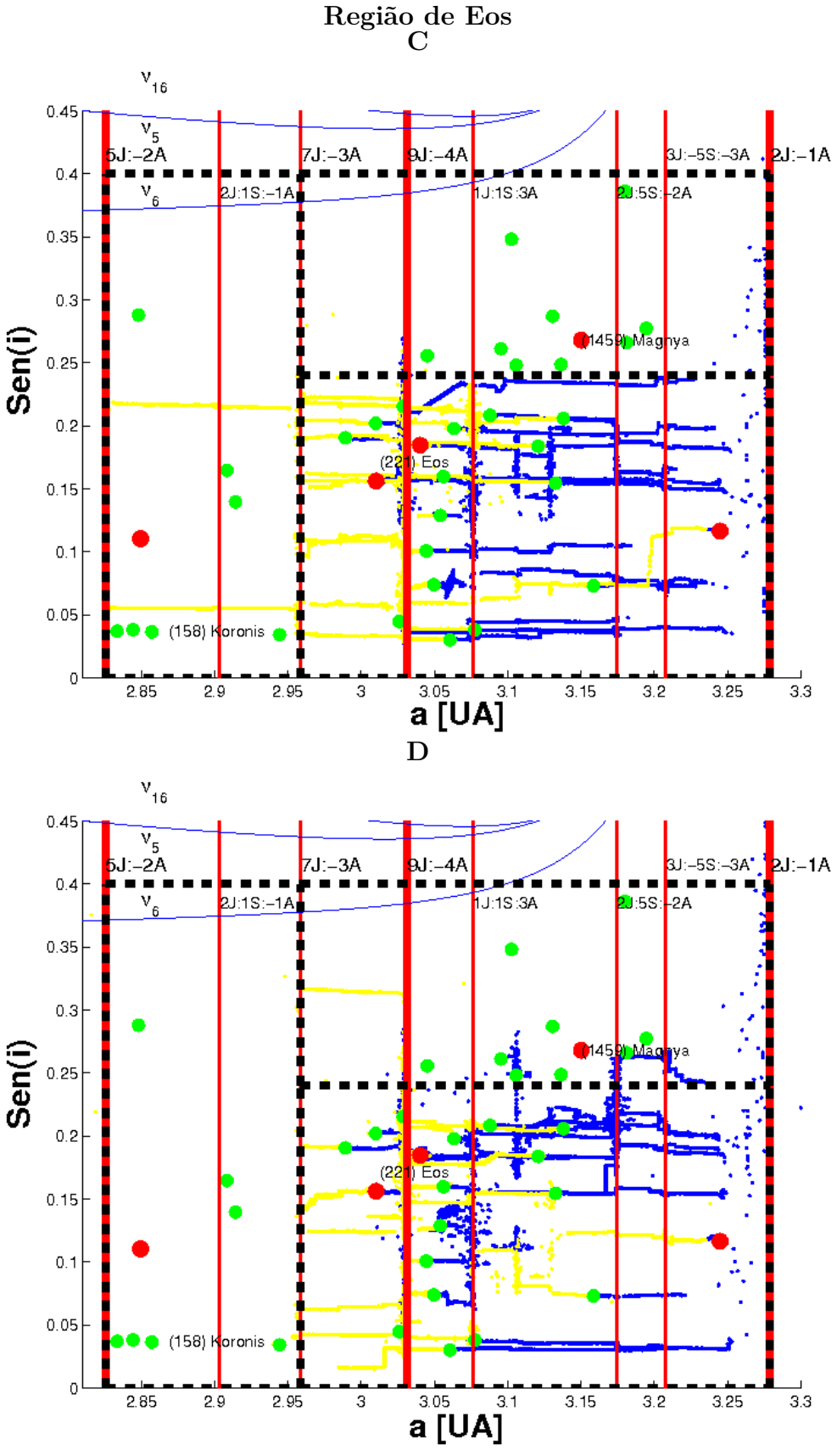
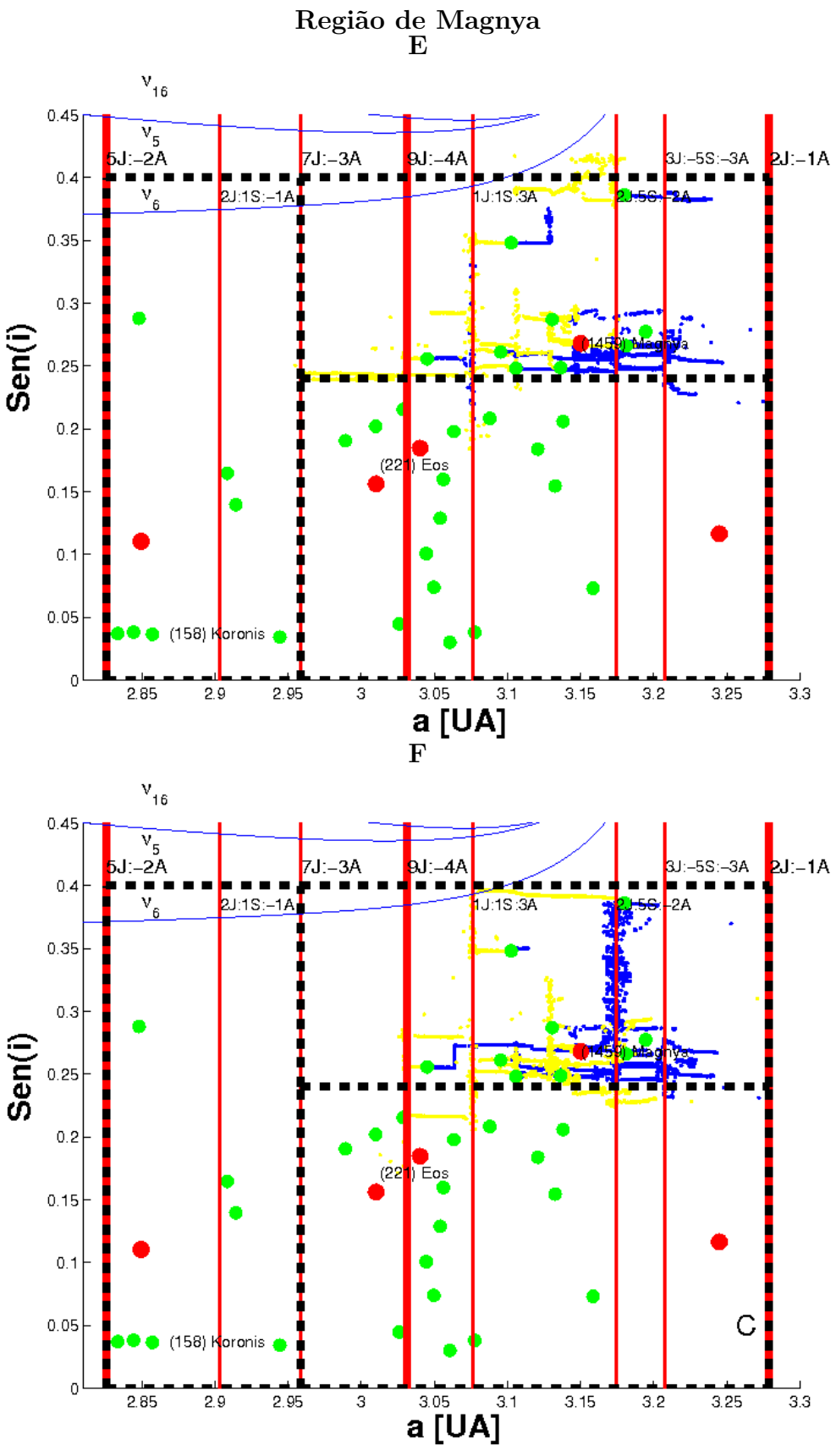


Figura 4.17: Representação da evolução orbital dos clones dos asteroides reais na região de Magnya. Eles foram integrados numericamente por 1 bilhão de anos. Os ângulos de rotação foram $0°$ e $60°$ para cada clone.



Pelo menos 80% dos asteroides que atingiram as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e o $1J : -3S : 1A$ foram capazes de atravessá-las.

Mudanças na inclinação de até $0,3$ no $sen(i)$ causadas por interações com as ressonâncias seculares $g + g_5 - 2g_6$ também foram verificadas na região de Eunomia, mas isso não foi suficiente para permitir que as partículas mudassem de região (como as mudanças ocorridas para valores de inclinação crescente, ou seja, na direção oposta para alcançar a região de Astraea). Nós não observamos nenhuma mudança de partículas até regiões de alta inclinação durante as nossas simulações numéricas.

4.4.2.3 Região de Astraea

Os resultados foram mais interessantes na região de Astraea. As partículas nessa região interagem fortemente com a ressonância secular não linear $g + g_5 - 2g_6$ e isso resulta em grandes variações no $sen(i)$. Várias partículas são atraídas por essa ressonância, criando uma zona de convergência de candidatos fotométricos do tipo V localizados aproximadamente entre as ressonâncias de movimento médio $3J : -1A$ e $11J : -4A$. As oscilações são restritas a região de Astraea.

Apenas uma partícula conseguiu evoluir na ressonância $g + g_5 - 2g_6$ para valores altos de inclinações, mas logo foi perdida por causa de sua interação com a ressonância de movimento médio $3J : -1A$. Nenhuma partícula conseguiu cruzar a ressonância $3J : -1A$ e sobreviver no cinturão principal interno por mais de 10 milhões de anos.

4.4.2.4 Região de Koronis

Dos 222 clones considerados nos diferentes esquemas de integração dependendo do ângulo de rotação, nenhum foi capaz de ir da região de Koronis para as áreas de Eos e Magnya ou de atravessar a ressonância de movimento médio $7J : -3A$.

4.4.2.5 Região de Eos

Apenas 2 clones (1,8% do total) da região de Eos conseguiram atravessar a ressonância de movimento médio $7J : -3A$ e entrar na área de Koronis, o que sugere que a comunicação através da ressonância de movimento médio $7J : -3A$ deveria ser um evento relativamente raro.

Mais difícil de interpretar foram os resultados perto dos limites da região de Magnya e Eos. Dos 114 clones integrados na área de Eos, 3 partículas (2,7% do total) conseguiram alcançar a região de Magnya e sobreviver (principalmente por causa da interação com a ressonância secular z_1).

4.4.2.6 Região de Magnya

Das 60 partículas integradas na região de Magnya apenas 5 (4,5% do total) foram capazes de alcançar a região de Eos através da difusão por causa da ressonância secular e outras ressonâncias de movimento médio na região e permanecer estaveís.

Nós verificamos que no cinturão externo apenas 3 partículas conseguiram atravessar a ressonância do movimento médio $9J : -4A$ e aproximar-se da ressonância de $7J : -3A$, mas não foram capazes de atravessá-la. (1459) Magnya é confinada em uma zona definida pelas ressonâncias z_1 e $2J : -1A$, nenhuma partícula conseguiu cruzar a ressonância secular ν_6.

Para o cinturão externo, a comunicação entre a região de Eos e Magnya parece possível, mas não em uma escala suficientemente grande para descartar os dois cenários de fonte para essas regiões. Embora algumas misturas entre os candidatos fotométricos do tipo V, vindos do corpo principal de Magnya e Eos possam ser possíveis, nossos resultados ainda parecem sugerir um mínimo de três fontes para explicar a população atual de candidatos fotométricos do tipo V na parte externa do cinturão principal. Em geral, nossas simulações parecem confirmar nossa hipótese de uma fonte bimodal de asteroides do tipo V no cinturão principal central, com os corpos progenitores das famílias Eunomia, Merxia e Agnia como possíveis fontes. O fato que nenhuma partícula mudou de maneira

estável entre as regiões de inclinação não exclui que tal evolução orbital seja possível, mas sugere que este deveria ser um evento raro.

4.5 Discussões sobre a evolução dinâmica dos asteroides do tipo V

Neste seção, nós apresentamos um estudo sobre a evolução dinâmica dos candidatos de tipo V no cinturões central e externo.

- Revisamos os conhecimentos atuais sobre candidatos fotométricos do tipo V e calculamos distâncias obtidas com relação a Eunomia, Gifeon e Merxia/Agnia, Astraea, Hansa, Koronis, Eos e Magnya. Esses corpos foram assumidos como possíveis fontes locais de material basáltico. Quatro regiões em inclinação apareceram usando esta abordagem, sugerindo um modelo de seis fontes como possível origem de asteroides do tipo V no cinturão principal central: asteroides altamente inclinados acima da ressonância secular ν_6 (região Hansa), asteroides com $0,12 < sen(i) < 0,3$ (região de Eunomia) e asteroides com $sen(i) < 0,12$ (região de Astraea). No cinturão externo verificamos as regiões de Koronis, Eos e Magnya.

- A ressonância $s + 2g_6 - 2g_5 - s_6$ poderia ser um mecanismo viável para reduzir as inclinações dos asteroides, mas apenas para os asteroides na região de Eunomia. Encontramos candidatos fotométricos que estão atualmente em estados de libração na ressonância secular $g+g_5-2g_6$. O alto número desses corpos na região de Astraea indica a importância deste mecânismo na dinâmica local.

- A ressonância secular z_1 é a principal ressonância secular não linear na região do cinturão externo e encontramos apenas um asteroide (85812 WR22) em estado de libração na região da ressonância seculares não linear $g + 2g_5 - 3g_6$.

- Estudamos a evolução dinâmica induzida pelos efeito Yarkovsky nos clones de todos os candidatos fotométricos do tipo V. Nossas simulações numéricas sugerem que a

distribuição orbital atual desses objetos poderia ser explicada com um mecanismo de seis fontes originárias com corpos pais das famílias de Eunomia, Agnia/Merxia e Hansa (fonte possível no corpo progenitor) para o cinturão central e as famílias de Koronis, Eos e Magnya no cinturão externo. Nenhuma partícula durante nossas simulações conseguiu variar entre as regiões de inclinação e nenhuma partícula com diâmetros maiores de 1 km conseguiu cruzar a barreira de ressonâncias de movimento médio $3J : -1A$, sugerindo que deve ser raro encontrar passados membros de Vesta como candidatos fotométricos do tipo V no cinturão central.

- Para os candidatos do tipo V no cinturão central atualmente conhecidos, mostrou-se que um cenário de duas fontes, os corpos pai das famílias Eunomia mais Merxia/Agnia, poderia explicar a origem da maior parte do material basáltico no cinturão principal central. O resto poderia vir de outras fontes (ou do cinturão principal interno, difundindo através da ressonância do movimento médio $3J : -1A$ Roig (2008), ou por encontros próximos com os asteroides maciços, que possam ser capazes de aumentar a inclinação de um objeto acima dos valores do centro da ressonância secular ν_6.

- No cinturão externo, nossos resultados parecem indicar um possível cenário de três fontes para a origem do material basáltico, possivelmente associado com os corpos pai de Koronis, Eos e Magnya. Embora a comunicação através da ressonância de movimento médio $7J : -3A$ parece ser um evento raro, 20% de corpos da região Magnya poderiam ter atingido a região de Eos. A comunicação entre a população Magnya e Eos poderia ser possível, mas não em escalas grandes o suficiente para descartar um cenário de três fontes.

De acordo com Bottke (2006), os corpos pais dos asteroides dos tipo V no cinturão principal central poderiam ter sido formados muito mais perto do que sua localização orbital atual, na região dos planetas terrestres e então tem sido espalhados pelos encontros próximos com planetesimais na fase adiantada da formação de Sistema Solar. Considerando que o número de corpos diferenciados dispersos é dependente do modelo e varia de uma a

várias centenas na teoria de Bottke (2006), dependendo da região de formação dos corpos diferenciados e do valor mínimo do diâmetro necessário para assegurar a differenciação, acreditamos que um cenário em que cinco ou seis corpos diferenciados foram injetados no cinturão principal central e no cinturão prinicipal externo e depois destruídos por colisões poderia explicar a distribuição atual observada de candidatos fotométricos do tipo V.

Recentemente, Brasil et al. (2016) realizou estudos considerando outro tipo de mecanismo na dinâmica como o "jumping-Jupiter", o que poderia também explicar a existência de material basáltico nestas regiões.

Capítulo 5

Evolução dinâmica de asteroides em estados de libração nas regiões de ressonâncias seculares não linear

As ressonâncias seculares não lineares apresentadas no capítulo anterior se mostraram como um mecânismo importante na dinâmica evolutiva dos asteroides sendo, no caso das de tipo g, as ressonâncias que interagiram com maior frequência com os candidados fotométricos verificados na região de Astrae, Eunomia, Merxia, Eos e Magnya. Neste capítulo, as ressonâncias seculares não lineares foram estudadas visando investigar como elas podem afetar as populações de asteroides nas suas vizinhanças no cinturão de asteroides principal.

Como definido no capítulo 2 identificamos as principais ressonâncias seculares não lineares como dos tipos g e z_k para $k = 3, 4$. Estas ressonâncias podem mudar a excentricidade de objetos que se encontram em regiões afetadas por estas comensurabilidades e podem esculpir a forma das famílias de asteroides nas suas vizinhanças.

Os efeitos sobre os asteroides que se encontram nas vizinhanças podem ser verificados por meio da avaliação das suas órbitas (circulando, librando ou ambas) no espaço de fase. Nosso objetivo foi identificar objetos que podem ser potencialmente afetados pelas

ressonâncias seculares não lineares. Para isso nós efetuamos integrações numéricas desses objetos para verificar seus argumentos ressonantes, avaliar os asteroides nas ressonâncias e modelar as localizações orbitais das regiões onde se encontraram os asteroides afetados.

5.1 Dinâmica ressonante para as ressonâncias seculares não lineares

Para a identificação e classificação de prováveis populações em ressonâncias seculares não lineares no cinturão principal, nós precisamos caracterizar corretamente suas órbitas. Os elementos orbitais osculadores sofrem grandes alterações dentro da ressonância devido às perturbações planetárias e sua eliminação requer uma técnica diferente daquela utilizada no caso dos asteroides que não estão em ressonância (Kneževic, 2003), porque a média sobre uma variável fundamental não é possível.

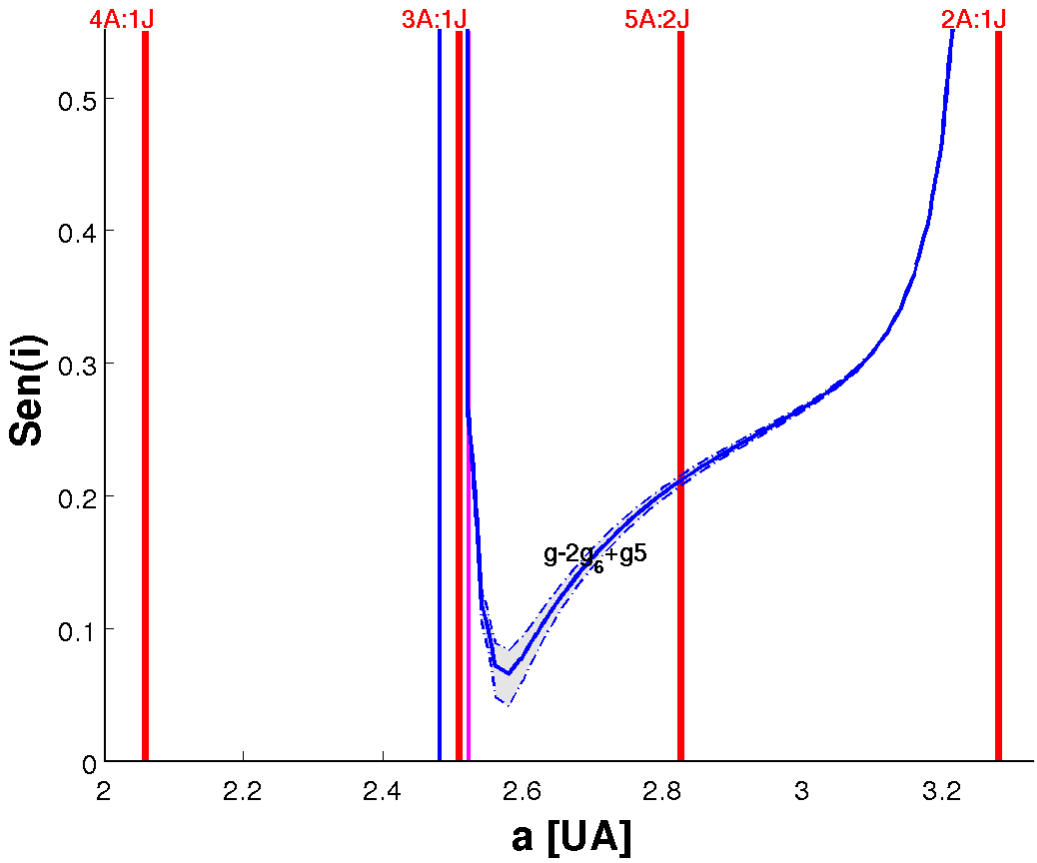
É necessário definir a intersecção da trajetória com algum plano devidamente definido (Roig, 2002) para que seja possível fixar seus elementos orbitais além das variações de curto prazo. Os elementos próprios passam a ser chamados de elementos pseudo-próprios (ressonantes) (Brož, 2006). No caso da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ o ângulo crítico da ressonância é definido como $\sigma_{g_1} = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$. Temos a seguinte restrição no espaço da variável ressonante $(\sigma, d\sigma/dt)$:

$$\begin{aligned} \sigma_{g_1} &= \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5 \simeq 0, \quad \wedge \\ \tfrac{d\sigma_{g_1}}{dt} &= g - 2g_6 + g_5 \simeq 0 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Se estas condições são satisfeitas, o semieixo maior **a** é mínimo, inclinação **i** e excentricidade **e** são máximas sobre um intervalo de tempo razoavelmente longo. Mas as perturbações de curto período ou efeitos das ressonâncias seculares tornam difícil satisfazer exatamente as condições acima referidas.

O argumento de ressonância $|\sigma|$ e a largura limite de cada região de ressonância podem variar dependendo da ordem e grau da ressonância. Um bom critério é dado no trabalho de Carruba (2009) que considera o valor limite da largura de $\pm\ 0,3\ arcsec/ano$ para as frequências associadas com a ressonância z_1. Na figura 5.1 podemos identificar a

Figura 5.1: Para a ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$ no cinturão de asteroides, nós apresentamos a projeção da região provável no plano $(a, sen(i))$ para a excentricidade 0,076 de acordo com código frek.f. As linhas vermelhas exibem a localização das ressonâncias de movimento médio e a linha azul mostra a localização orbital do centro da ressonância.



linha de cor azul como o centro da ressoância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$ e a região provável desta ressonância localizada em cor cinza utilizando o critério da largura para uma excentricidade 0,076. As séries temporais dos elementos pseudo-próprios resultantes não são tecnicamente constantes, mas suas variações são muito pequenas para órbitas estáveis e, por outro lado as, grandes variações podem indicar instabilidade orbital. As séries temporais dos elementos pseudo-próprios resultantes não são tecnicamente cons-

tantes, mas suas variações são muito pequenas para órbitas estáveis e por outro lado as grandes variações podem indicar instabilidade orbital.

O valor limite da largura $\pm\ 0,3\ arcsec/ano$, a partir do centro da ressonância, geralmente fornece uma primeira aproximação relativa. Este é geralmente um bom critério para identificar objetos nas ressonâncias seculares não lineares de quarta e sexta ordens. Estes objetos podem ser considerados com uma maior probabilidade de estar em estados de libração uma vez que $|d\sigma|$ tende a ser menor do que $0,3\ arcsec\ ano^{-1}$.

Para fins de identificação de objetos nas regiões afetadas por ressonâncias seculares não lineares, nós utilizamos um catálogo de 406251 elementos próprios sintéticos calculados numericamente com os asteroides numerados e de múltipla posição. Estes dados estão disponíveis no AstDys por Kneževic (2003)[1].

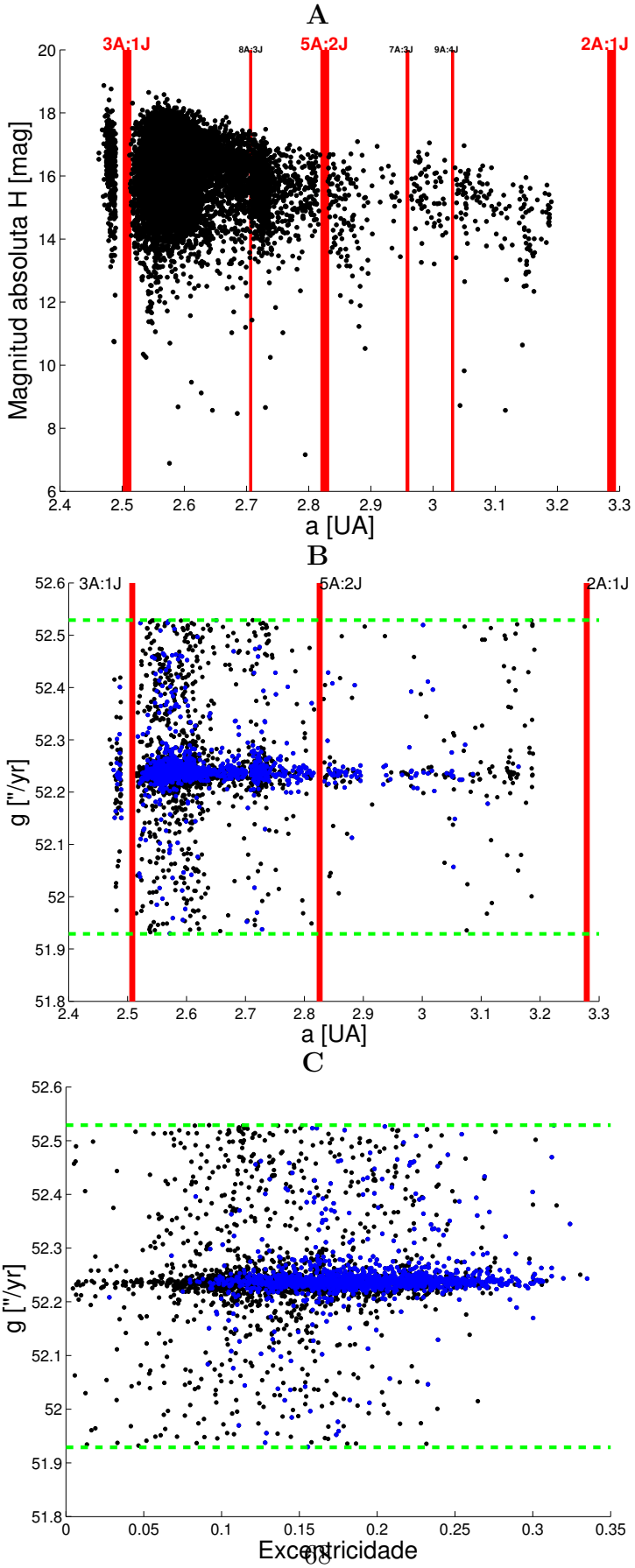
Outro parâmetro que consideramos relevante para esta identificação é o diâmetro do asteroide. Os diâmetros são calculados como uma função da sua magnitude absoluta H e albedo geométrico p_v através da relação 4.1.

Nossos primeiros resultados são apresentados na figura 5.2 no painel A. Nós apresentamos todos os objetos identificados no AstDys. Note que existem muitos objetos que se encontram no cinturão central perto da ressonância de movimento médio e objetos com $H < 19$. Nós selecionamos objetos com $H < 15,5$ de modo a concentrar a atenção nos corpos maiores já que eles podem ter uma menor difusão dinâmica na região. Nos painéis B e C da figura 5.2 apresentamos as localizações orbitais (pontos preto e azul)de todos os nossos prováveis candidatos em ressonância nos planos $(g,\ a)$ e $(g,\ e)$, respectivamente.

Na tabela 5.1 são apresentadas todas as ressonâncias seculares de tipo g até a ordem dez. Na primeira coluna, mostramos o argumento de ressonância secular como uma função de argumentos de ressonância linear. A segunda coluna apresenta o argumento de ressonância secular em termos de frequências, a terceira coluna apresenta os valores das frequências dos asteroides equivalentes a uma combinação das frequências planetárias, a

[1] http://hamilton.dm.unipi.it/astdys2/catalogs, acessado em 27 de junho de 2015.

Figura 5.2: Apresentamos a projeção no plano da magnitude absoluta (H) e g com respeito ao semieixo maior nos paineis A e B respectivamente. E no Painel C, temos a projeção no plano (g, e) de todos os candidatos na região da ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$ no cinturão de asteroides.



quarta coluna mostra o número de prováveis asteroides em ressonância e a quinta coluna exibe o número de reais asteroides em ressonância.

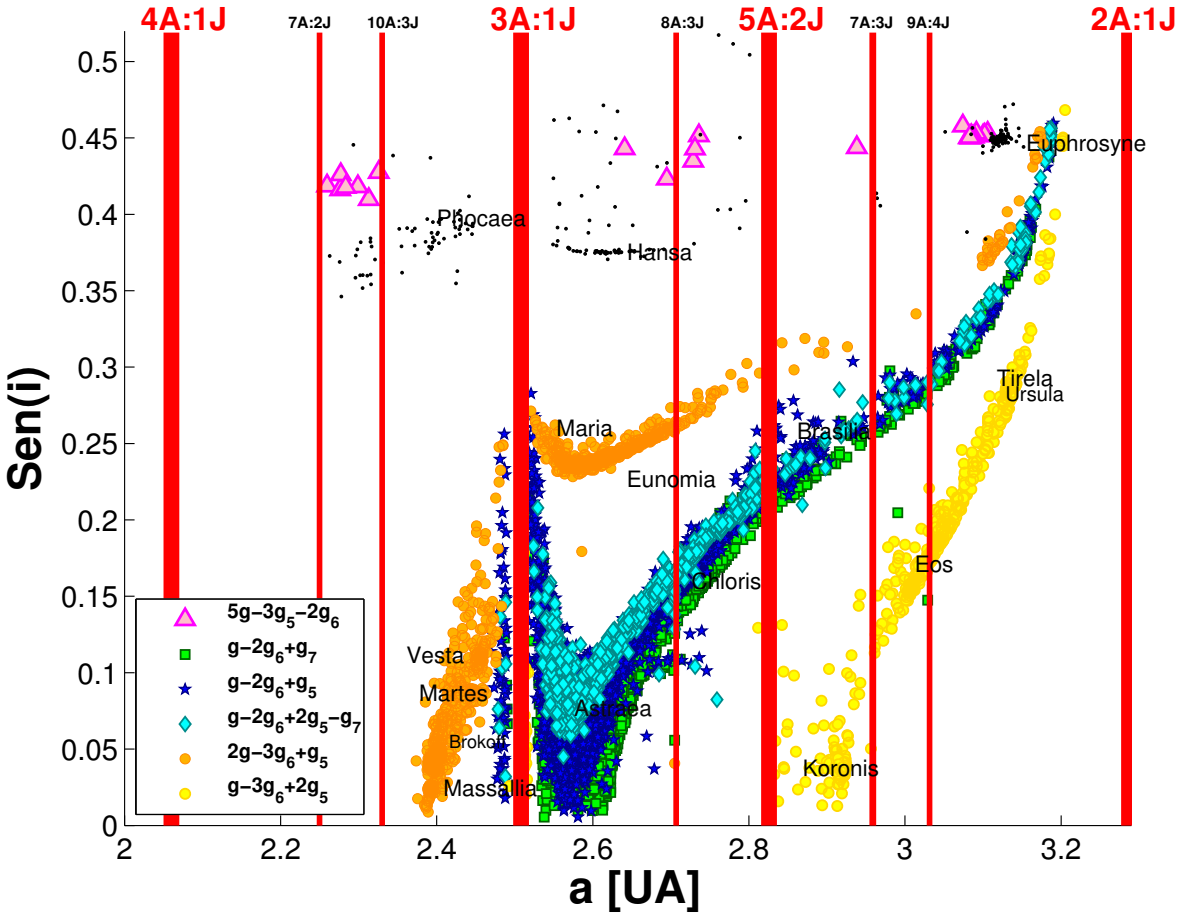
Tabela 5.1: Número de prováveis e reais asteroides em ressonância (ressonadores) considerando as ressonâncias seculares do tipo g, z_3 e z_4.

Res. argumento ressonância linear	Res. argumento frequência	Frequência valor ["/yr]	Prováveis ressonadores	Atuais ressonadores
tipo g, 1st harmônico:				
$2\nu_5 - \nu_6$	$g - 2g_5 + g_6$	$-19,729$	2	0
$3\nu_5 - 2\nu_6$	$g - 3g_5 + 2g_6$	$-43,715$	2	0
$2\nu_6 - \nu_5$	$g - 2g_6 + g_5$	$52,229$	3293	1517
$3\nu_6 - 2\nu_5$	$g - 3g_6 + 2g_5$	$76,215$	694	128
$2\nu_6 - \nu_7$	$g - 2g_6 + g_7$	$53,393$	1867	24
$2\nu_6 - 2\nu_5 + \nu_7$	$g - 2g_6 + 2g_5 - g_7$	$51,065$	761	26
tipo $2g$, 2nd harmônico:				
$3\nu_5 - \nu_6$	$2g - 3g_5 + g_6$	$-7,736$	5	0
$3\nu_6 - \nu_5$	$2g - 3g_6 + g_5$	$40,236$	1178	116
tipo $3g$, 3rd harmônico:				
$2\nu_5 + \nu_6$	$3g - 2g_5 - g_6$	$12,252$	20	2
$2\nu_6 + \nu_5$	$3g - 2g_6 - g_5$	$20,248$	58	2
$2\nu_6 + \nu_7$	$3g - 2g_6 - g_7$	$19,859$	45	0
tipo $4g$, 4th harmônico:				
$3\nu_5 + \nu_6$	$4g - 3g_5 - g_6$	$10,254$	13	0
$3\nu_6 + \nu_5$	$4g - 3g_6 - g_5$	$22,247$	59	0
tipo $5g$, 5th harmônico:				
$3\nu_5 + 2\nu_6$	$5g - 3g_5 - 2g_6$	$13,851$	38	0
$3\nu_6 + 2\nu_5$	$5g - 3g_6 - 2g_5$	$18,649$	41	0
tipo $z_3 = 3g + s$				
$3\nu_6 + \nu_{16}$	$3g + s - 3g_6 - s_6$	$58,384$	1094	15
tipo $z_4 = 4g + s$				
$4\nu_6 + \nu_{16}$	$4g + s - 4g_6 - s_6$	$86,627$	362	5

Fonte: Produção do próprio autor.

A figura 5.3 apresenta a projeção dos elementos próprios de prováveis ressonadores no plano $(a, sen(i))$, como mostrado na tabela 5.1. Os símbolos de cores azul marinho, amarelo, laranja, verde, azul claro, magenta e preto estão associados com a localização

Figura 5.3: Apresentamos a projeção dos ressonadores prováveis no plano $(a, sen(i))$ dentro das regiões afetadas pela ressonância secular não-linear de tipo g no cinturão de asteroides. As linhas vermelhas exibem a localização das ressonâncias de movimento médio. Os símbolos em cores representam a localização orbital dos prováveis asteroides nas ressonâncias de tipo g, de acordo com o código mostrado na legenda da figura. Nesta ilustração também são apresentados os nomes e localizações das famílias de asteroides com maior número de membros interagindo com as ressonâncias.



orbital de prováveis asteroides nas ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$, $2g - 3g_6 + g_5$, $g - 2g_6 + g_7$, $g - 2g_6 + 2g_5 - g_7$ e $5g - 3g_5 - 2g_6$, respectivamente. Nesta figura, nós apresentamos os nomes e localizações das famílias de asteroides com maior número de membros interagindo com as ressonâncias.

Um grande número de prováveis asteroides em ressonância estão localizados no cinturão principal central, entre as ressonâncias de movimento médio $3A : 1J$ e $8A : 3J$. Populações menores foram encontradas no cinturão principal externo e nas proximidades da ressonância de movimento médio $2A : 1J$. Todos os objetos se encontraram com

$sen(i) < 0,5$. No caso da ressonância $g - 2g_6 + g_5$, 10 famílias são encontradas próximas e dentro da região de ressonância. Entre elas as famílias de: Astraea com 2425 candidatos, Ikenozenni com 88 candidatos, Bankakuko com 53 candidatos, Harig com 53 candidatos, Wagman com 92 candidatos, Euphrosyne com 5 candidatos, Brasília com 4 Candidatos, Minerva com 5 asteroides e, finalmente, Eunomia com 3 candidatos.

Para ter um melhor entendimento dos asteroides em estados de libração, nós efetuamos simulações númericas cujos resultados são apresentados na próxima subseção.

5.2 Dinâmica secular para prováveis asteroides em ressonância

Conforme discutido anteriormente, nem todos os prováveis asteroides em ressonância identificados na seção anterior estão em estados de libração nas suas respectivas regiões de ressonância. Alguns estão em órbitas no estado de circulação enquanto outros podem alternar fases de circulação e libração.

Para discutir e identificar a importância dinâmica de cada ressonância, nós realizamos simulações numéricas com os prováveis asteroides em ressonância identificados na seção 5.1 e verificamos o comportamento temporal do argumento ressonante de cada ressonância. Nós usamos o integrador simplético do pacote Swifter de Levison & Duncan (1994). As simulações numéricas incluem as perturbações gravitacionais do Sol + 8 planetas do Sistema Solar (corpos massivos)[2] + partículas sem massa. Nosso objetivo foi verificar o que ocorre com o ângulo de ressonância (argumento ressonante) das partículas em uma escala de tempo de 20 milhões de anos. Este esquema de integração é ideal para asteroides com pequenas órbitas excêntricas no cinturão principal externo.

Para o caso da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ o argumento ressonante é $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$. Podemos definir elementos equinociais no plano (ψ_1, ψ_2) de acordo com Charlier et al.

[2] Considerando uma correção baricêntrica que aplicamos às condições iniciais do planeta Mercúrio

(1902)[3]. Esta definição foi utilizada nos trabalhos de Morbidelli & Henrard (1991) e Carruba (2011). Temos:

$$\psi_1 = \sqrt{2(1-\sqrt{1-e^2})} \cdot cos[\varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5] \tag{5.2}$$

$$\psi_2 = \sqrt{2(1-\sqrt{1-e^2})} \cdot sen[\varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5] \tag{5.3}$$

Nós usamos as técnicas dadas em Machuca & Carruba (2011) para identificar diferentes estados do argumento ressonante das órbitas em:

- Estado de circulação: aquelas órbitas cujo ângulo de ressonância está cobrindo valores de 0° a 360°,
- Estado de libração: órbitas que o ângulo de ressonância oscila em torno de um valor fixo (ressonador atual).
- Órbitas em comutação: órbitas que alternam entre fases de circulação e libração.

Nós apresentamos, no Apêndice C, a representação da evolução temporal do argumento ressonante de alguns dos candidatos nas regiões da seleção anterior. Os asteroides apresentados na figura C.1, têm números de identificação de: 42095, 970, 269545, 9852, 83961 e 7464. Eles se encontram na região da ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$, onde encontramos um grande número de asteroides em ressonância oscilando em torno de 180°. Na figura C.2, apresentamos a evolução orbital dos asteroides com número de identificação de 5, 6573, 122849, 126025, 146548 e 168580 que têm órbitas de comutação ao longo de todo o cinturão principal. Para o caso da região da ressonância secular $g - 3g_6 + 2g_5$ apresentamos os asteroides com órbitas em estado de libração na figura C.3. Identificamos os asteroides 7443, 9122, 8846, 98792, 113157 e 119839.

Nós verificamos que as amplitudes do ângulo crítico da ressonância $g - 3g_6 + 2g_5$ é maior que no caso da ressonância $g - 2g_6 + g_5$. A região de ressonância apresentou variedades nas amplitudes do ângulo resonante indicando a influênça que exerce a ressonância

[3] Estes elementos são assintoticamente iguais a $e\cos(\sigma)$ e $esen(\sigma)$ para pequenos valores de e.

secular não linear sobre aqueles corpos. Onde as amplitudes pequenas podem ser associadas aos corpos que estavam próximos da ressonancia (fortemente afetados) e amplitudes maiores associadas aos corpos que estavam nos limites da região de ressonância.

Todas as regiões de ressonâncias apresentadas na seção 5.1 foram integradas numericamente e nossos resultados foram mostrados na última coluna da tabela 5.2, considerando somente asteroides em estados de libração absoluta por 20 milhões de anos.

En geral, os resultados das simulações mostraram três regiões com um maior número de asteroides em ressonância onde a ressonância $g - 2g_6 + g_5$ atua como o mecanismo que mais afeta e captura asteroides nas suas proximidades. A tabela 5.2 mostra os resultados estendidos para as três principais regiões de ressonâncias onde foram encontrados a maior quantidade de objetos nas ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$ e $2g - 3g_6 + g_5$.

Para a ressonância $g - 2g_6 + g_5$ mostramos a dependência da magnitude absoluta H com o número de objetos em estados de libração. Verificamos que nossa escolha da seleção de objetos com $H < 15,5$ produziu uma boa quantidade de objetos para os estudos dinâmicos.

Nós observamos também que todas as regiões de ressonâncias com asteroides em estados de libração absoluta por 20 milhões de anos, citados na tabela 5.1, se encontraram oscilando em volta de 180° (o caso de uma libração anti-alinhada, ou paradoxal (Ferraz-Mello et al., 1984) ou assimétrica Gallardo (2016)). Além de emcontrar alguns objetos oscilando em torno de 0° (caso das librações alinhadas nas regiões ressonantes de $g-2g_6+g7$, $g - 2g_6 + 2g_5 - g7$ e $3g - 2g_6 - g_5$). Estes objetos nas ressonâncias serão estudados em trabalhos futuros.)

Consideramos agora o asteroide 42095 (2001 AY25) da família Ikenozenni. Na figura 5.4 representamos a sua órbita que se encontra em estado de libração da ressonância secular não linear $g - 2g_6 + g_5$.

O painel A mostra o diagrama polar dos elementos ressonantes (ψ_1, ψ_2), os pontos azuis mostram a evolução dos elementos orbitais osculadores filtrados para eliminar todos os termos com períodos de até 600 anos, enquanto os círculos vermelhos mostram elemen-

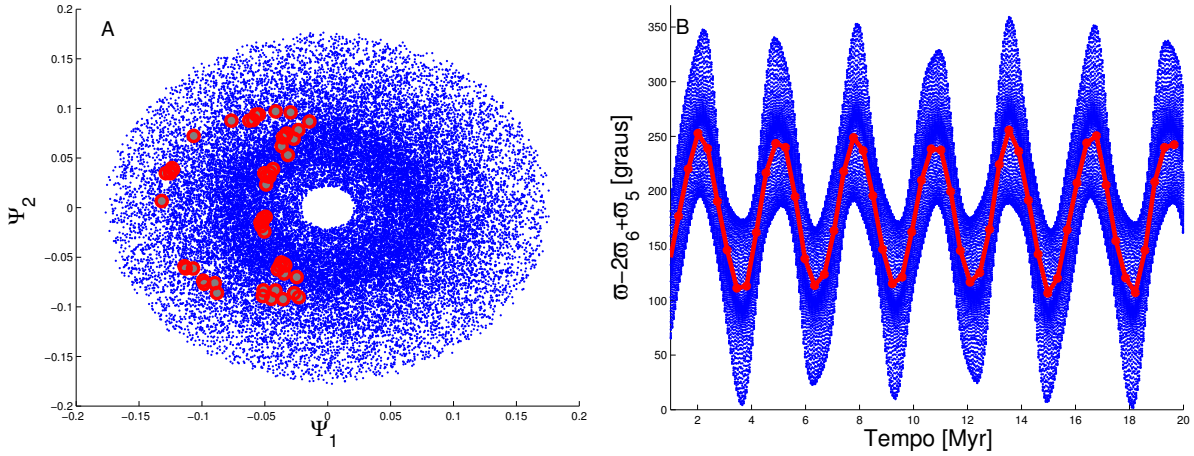
Tabela 5.2: Análise de prováveis asteroides em ressonâncias seculares não linear no cinturão de asteroides

Argumento Ressonante frequências próprias	Magnitude H	Prováveis ressonadores	Circulação (C)	Órbitas em comutação L e C	Libração (L)
$g - 2g_6 + g_5$	< 13.5	197	61	72	64
	< 14.5	864	248	363	253
	< 15.5	3293	825	951	1517
$g - 3g_6 + 2g_5$	< 15.5	694	371	102	128
$2g - 3g_6 + g_5$	< 15.5	1178	770	46	116

Fonte: Produção do próprio autor.

tos filtrados com períodos até 300.000 anos. O painel B mostra a evolução temporal do argumento ressonante de $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$ para o mesmo asteroide que se encontra em estado de libração em torno do ponto de equilíbrio de 180 °.

Figura 5.4: Painel A: Evolução orbital no plano (ψ_1, ψ_2). Os pontos vermelhos encontram-se em uma configuração em forma de banana caraterística de órbitas em estados de libração. Painel B: Evolução temporal do argumento de ressonância $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$ para o mesmo asteroide.



Para a ressonância de tipo $1g$, nós encontramos 1517 e 128 asteroides cujo ângulo de ressonância oscila em torno de um valor fixo nas ressonâncias seculares $g - 2g_6 + g_5$ $g - 3g_6 + 2g_5$, respectivamente. Para o tipo $2g$, nós verificamos 3 e 116 asteroides em ressonância na regiões de $2g - 3g_5 + g_6$ e $2g - 3g_6 + g_5$, respectivamente. Finalmente, no terceiro harmônico, tipo $3g$, encontramos um asteroides em ressonância na região de

$3g - 2g_5 - g_6$. Nas demais regiões, de acordo com nossos critérios de identificação, nós não verificamos asteroides em ressonância.

Com base em nossas análises, na seguinte subseção nosso objetivo foi investigar as propriedades taxonômicas de asteroides nas três ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$ e $2g - 3g_5 + g_6$, pois elas apresentaram um número significativo de asteroides em ressonâncias.

5.3 Taxonomia dos asteroides em ressonância

Nós analisamos o comportamento orbital de pequenos corpos dentro e nas vizinhanças das regiões ressonantes. No entanto, a evolução orbital pode levar objetos em ressonância a escapar para regiões vizinhas. É portanto interessante conhecer o tipo taxonômico do material que prevalece perto das regiões de ressonâncias.

Para este fim, nós usamos o método de classificação de DeMeo & Carry (2013)[4] para identificar as propriedades taxonômicas dos asteroides neste domínio. Na região da ressonância $g - 2g_6 + g_5$, nós obtivemos um conjunto de 1015 observações dos asteroides (incluindo múltiplas observações do mesmo objeto). Isso corresponde a 557 asteroides, para os quais se encontram disponíveis os dados sobre sua classificação taxonômica no SDSS-MOC4 e elementos próprios. Encontramos diferentes objetos taxonômicos: 287, 98, 46, 52, 19, 3, 2, 47 e 3 que são dos tipos S, L, C, X, D, B, Q, K e V, respectivamente. Os asteroides de tipo V são os identificados como os asteroides 24604, 32428 e 156112.

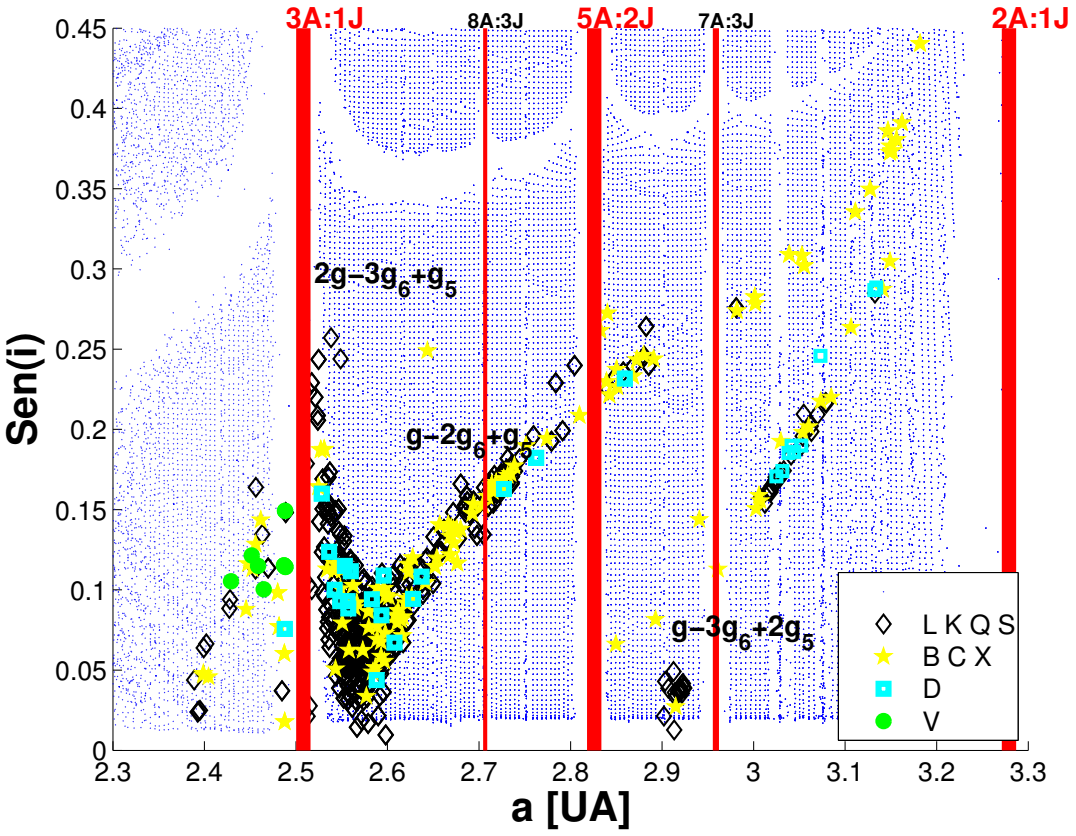
Para a região da ressonância $g - 3g_6 + 2g_5$, identificamos 149 observações de asteroides. Estes correspondem a 92 asteroides com tipos taxonômicos, dos quais 14, 19, 14, 20, 9, 2 e 14 correspondem aos tipos S, L, C, X, D, B e K, respectivamente.

Finalmente, no caso da região da ressonância $2g - 3g_6 + g_5$, encontramos 58 observações que correspondem a 26 asteroides divididos em 12, 1, 5, 4 e 4, que são dos tipos S, L, C, X e V, respectivamente. Os identificados de tipo V são 29485, 29862, 40548 e 86798.

[4] Que emprega dados do Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog, de quarta versão (SDSS-MOC4 Ivezić et al. (2001), que calcula o gradiente da pendência nas cores e a diferença das cores $(z' - i')$.

A figura 5.5 mostra a projeção no plano $(a, sen(i))$, ela fornece informações taxonômicas dos asteroides nas três mais populosas ressonâncias seculares não lineares. Os corpos com classificação taxonômica são identificados de acordo com as cores. O primeiro corresponde aos grupos taxonômicos L, K, Q e S que são representados por símbolos pretos. O segundo grupo é representado pela cor amarela e refere-se aos tipos taxonômicos B, C e X. O terceiro grupo, o tipo D, está associado com a cor ciano. O último grupo, o tipo V, é representado por símbolos na cor verde.

Figura 5.5: Apresentamos a projeção no plano $(a, sen(i))$ dos asteroides com informações taxonômicas nas regiões das ressonâncias $g-2g_6+g_5$, $g-3g_6+2g_5$ e $2g-3g_6+g_5$.



Nossa análise estatística mostrou uma quantidade maior de asteroides do tipo S na região da ressonância $g - 2g_6 + g_5$, perto da ressonância movimento médio $3J : -1A$. Além disso, os objetos dos tipos C e X estão espalhados nas regiões das ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$ e $g - 3g_6 + 2g_5$ que corresponde ao cinturão principal externo.

A predominância do tipo S no cinturão principal interno e dos tipos primitivos no cinturão externo está de acordo com distribuições bem conhecidas dessas taxonomias no cinturão principal (Carruba et al., 2013).

As diversidades locais na taxonomia dos objetos, isto é, tipos primitivos no cinturão principal interno e objetos complexos no cinturão principal externo podem ser causadas pelo espalhamento de famílias de asteroides próximas ou por objetos de fundo.

Na próxima seção, nosso objetivo foi investigar como as famílias locais são afetadas por essas três ressonâncias seculares do tipo g.

Capítulo 6

Estimativa da idade de famílias de asteroides

A teoria da evolução dinâmica de famílias de asteroides sugere que os efeitos Yarkovsky/YORP variam os parâmetros orbitais de pequenos asteroides, o semieixo maior das órbitas progradas cresce lentamente ao decorrer do tempo, ao contrário das órbitas retrógradas cujo semieixo maior diminui. Este fenômeno é visível especialmente quando analisamos a dependência da magnitude absoluta H sobre o semieixo maior a dos asteroides da família.

Como descrito em Vokrouhlickỳ et al. (2006a), se consideramos uma projeção dos membros da família sobre o plano (a, H) em geral o resultado é um aglomerado de pontos em forma de V. Se usamos um modelo cujo objetivo é compreender quantitativamente essa distribuição e inferir o campo de velocidade inicial ou o cenário de dispersão de Yarkovsky, nós precisamos usar alguma relação paramétrica entre H e a, por exemplo:

$$H = H(a, p_1, p_2, ...) \; e \; p_n \tag{6.1}$$

onde $n = 1, 2, ...$ Se a representação funcional é um mapeamento um a um obtido pela fixação de todos os parâmetros então pode-se caracterizar uma família de asteroides em função da sua distribuição $D(p_n)$ sobre o intervalo de p_n valores como:

$$D(p_n) = \frac{dN}{dp_n} \tag{6.2}$$

onde dN é o número de asteroides da família no plano (a, H), gerada pela alteração p_n para o intervalo de $(p_n, p_n + dp_n)$. Então a função $D(p_n)$ contém todas as informações da família dentro do modelo. Uma relação paramétrica mais geral (mais simples) que consideramos neste trabalho é:

$$0,2 \cdot \beta \cdot H = \log_{10}(\frac{\Delta a}{C}) \tag{6.3}$$

onde C são as medidas observacionais dos asteroides, $\Delta a = a - a_c$ sendo a e a_c os valores do semieixo maior e o valor central do semieixo maior dos membros da família, respectivamente. Uma definição melhor está relacionada ao conceito de baricentro, já que a posição do baricentro em geral tende a ser estável. Calculamos a posição do baricentro de acordo a equação a seguir:

$$a_c = \sum_{i=1}^{n_{sist}} (\frac{aM_i}{M_{Total}}) \tag{6.4}$$

$$M_{Total} = \sum_{i=1}^{n_{sist}} M_i \tag{6.5}$$

onde n_{sist} é o número de membros da família, M_i é a massa estimada de cada asteroide assumindo que os corpos sejam esféricos e M_{Total} é a massa total do sistema. No modelo descrito, nós fixamos os valores de $\beta = 1$ e assumimos a velocidade transversa de um fragmento ejetado desde o corpo da forma:

$$\Delta a = \frac{2}{n} \cdot V_T + \vartheta(e) \tag{6.6}$$

$$V_T = V_0(\frac{D_0}{D})^{\beta} \cos\alpha \tag{6.7}$$

onde n é o movimento médio heliocêntrico do corpo pai, α é a direção do cosseno da velocidade do fragmento em relação à direção transversal da órbita do corpo pai, D_0 e V_0 são valores referentes a direção do cosseno da velocidade do fragmento como um caso ideal. Para os corpos com diâmetros de acordo com a equação 4.1 que foram ejetados, temos que considerar a função de densidade $D(C)$, do último parâmetro C da forma:

$$C = \frac{2}{n} V_0 \cdot p_v^{\beta/2} \cos\alpha = C_0 \cos\alpha \tag{6.8}$$

$$D(C) = \frac{dN}{dC} = \frac{dN}{d\cos\alpha} \cdot \frac{d\cos\alpha}{dC} \tag{6.9}$$

A equação 6.3 dá H como uma função de três parâmetros $H = H(a; (\beta, a_c, C))$:

- β é positivo para corpos com velocidades de ejeção[1] igual a: $Vo(D_0/D)^\beta$, onde D é o diâmetro do corpo.
- a_c, deslocamento essencialmente do origem da família, e
- C pode adquirir valores negativos e positivos ao longo de algum intervalo.

Assumimos então que os fragmentos são ejetados isotropicamente no espaço. Aqui $\cos\alpha$ é uniformemente distribuído e assim C adquire valores uniformes no intervalo de $-C_0$ e C_0. Assim, a função de densidade $D(C)$ é constante. Além de ter a relação básica do efeito Yarkovsky dominando toda a dispersão no semieixo maior a como:

$$a = a_c + \frac{da}{dt} \cdot T$$

$$\frac{da}{dt} = K_1 \cos\varepsilon = (\frac{da}{dt})_0 \frac{D_0}{D} \cos\varepsilon$$

onde T é o tempo, K_1 é uma constante térmica e ε é a obliquidade (ângulo entre o eixo da rotação com o plano normal da orbita). Assim podemos tentar de fixar nossos dados diretamente a duas linhas a partir das rotações prógradas e retrógradas (para $\varepsilon = 0°$ e $\varepsilon = 180°$).

[1] Idealmente o campo da velocidade de ejeção deveria ser para o plano do centro da massa do corpo pai

Para discutir os resultados deste modelo precisamos selecionar famílias de asteroides conhecidas no cinturão de asteroides na seguinte seção.

6.1 Determinação e propriedades físicas das famílias

Usamos o método de HCM de acordo com a equação 3.2 para identificar nossas famílias. Em particular, escolhemos a família de Astraea com 2477 membros ($d_{corte} = 45\ m/s$) localizada no cinturão principal interno entre as ressonâncias de movimento médio $3J : 1A$ e $2J : -2S : -1A$, a família de Brasília com 597 membros ($d_{corte} = 50\ m/s$) na região pristine e a família de Tirela com 1472 membros ($d_{corte} = 50\ m/s$) localizada no cinturão principal externo entre as ressonâncias de movimento médio $11J : -5A$ e $5J : -2S : -2A$.

Revisamos as propriedades físicas das três famílias com os métodos antes mencionados e usando o banco de dados WISE[2] para obter informações sobre o albedo geométrico e os diâmetros de asteroides.

6.1.1 Família de Astraea

Observamos 9615 objetos na região da família de Astraea, 690 dos quais tem um tipo espectral. O 54,3%, 16%, 5,2% e 0,3% do total pertencem ao tipo taxonômico S, L, X e V, respectivamente. Os dois asteroides de tipo V são os objetos 119360 e 88084.

Entre os membros da família de Astraea, temos 193 asteroides (88 dos quais são ressonadores da ressonância $g-2g_6+g_5$) com informação taxonômica. Temos 14 asteroides de tipo C, 1 de B, 8 de D, 17 de K, 27 de L, 12 de X e 114 de S. Notou-se também que 54 dos 114 tipos $S-$ estão librando na ressonância $g - 2g_6 + g_5$. Em geral, a região de Astraea é dominada por asteroides do complexo S.

Com relação as informações sobre albedo, identificamos 286 asteroides (109 são ressonadores) membros da família Astraea. Nossa análise confirma uma maioria de albedos

[2] No trabalho de Masiero et al. (2012).

elevados no intervalo de 0,0362 até 0,6288. Uma quantidade de 32,8% do total (94 asteroides) têm $p_v < 0,12$ e são associados a objetos do complexo CX, 44,5% do total (128 asteroides) têm $0,12 < p_v < 0,3$ e são associados a taxonomias do complexo S e por último 13,5% do total (64 asteroides) têm $p_v > 0,3$ e podem ser possíveis intrusos. O albedo médio da família Astraea é $p_v = 0,2039$, enquanto que os membros da família em estados ressonantes têm um albedo médio de $p_v = 0,2465$.

6.1.2 Família de Brasília

Nesta família, nós encontramos 696 objetos na região. Somente 49 objetos tem informação taxonômica. 69,4% do total é de tipo X, 18,4% do total são de tipo C e o resto pertence a classe complexa de tipo S. Para a família temos informação taxonômica para 43 membros classificados como segue: 6 de tipo C, 2 de K, 2 de L, 2 de S e 31 de tipo X.

Encontramos 116 objetos na base de dados do WISE, dos quais 96 corpos se encontraram com albedos na classe do complexo S com $0,12 < p_v < 0,3$. Em geral, a maioria dos membros de Brasília são corpos primitivos, mas eles parecem ser caracterizados por valores mais elevados de albedos do que normalmente se encontra para esses objetos: o valor médio do albedo para esta família foi de $p_v = 0,1777$.

6.1.3 Família de Tirela

Nós verificamos 3008 objetos na região orbital desta família. Desses objetos, 243 asteroide tem informações taxonômicas que estão distribuídas como segue: 35,8% são de tipo D, 35,8% do tipo L, 13,9% do tipo C e o restante são de outras classes. Os membros desta família com informações taxonômicas foram 121, dos quais encontramos 3 de tipo C, 53 de D, 2 de K, 48 de L e 8 casos questionáveis com múltiplas observações.

A família apresenta 320 membros com dados no WISE e 217 objetos associados a uma taxonomia do complexo S. O albedo médio para a família Tirela foi de $p_v = 0,2086$.

Como em Nesvorný et al. (2015), consideramos que a família Tirela pertence a uma taxonomia do complexo S e tratamos os objetos primitivos como intrusos.

6.2 Análise e discussão do método das isolinhas de Yarkovsky

Depois de entender as propriedades físicas das três famílias, nós podemos agora estimar as idades dos grupos. Para isso, nós utilizamos os diâmetros estimados da base de dados WISE, quando disponíveis, caso contrário os diâmetros foram estimados usando as magnitudes absolutas e o valor médio do albedo geométrico na região orbital da família de acordo com a equação 4.1 (considerando que os diâmetros se encontran relacionados com H). Calculamos o baricentro das famílias no semieixo próprio, calculamos a massa total da família considerando o corpo pai e sem o corpo pai para realizar teste de acordo com o método discutido em Carruba et al. (2014).

Usamos então valores padrões dos parâmetros que afetam a força de Yarkovsky para as famílias dos tipos S, X e D. Em particular, para a família Astraea, utilizou-se uma condutividade térmica $K = 0,001\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$, uma capacidade térmica $C = 680\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$, uma densidade de superfície de 1500 $kg\ m^{-3}$, um albedo de Bond[3] de $0,1$, uma emissividade térmica de $0,9$ e uma densidade média de 2500 $kg\ m^{-3}$.

Para as famílias de Brasília e Tirela, empregamos $K = 0,01\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$, uma capacidade térmica de US $C = 680\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$, uma densidade de 1500 $kg\ m^{-3}$, um albedo de Bond de $0,02$, uma emissividade térmica de $0,95$ e uma densidade média de 1500 $kg\ m^{-3}$. Veja Brož (2013) para mais detalhes sobre a escolha desses parâmetros.

Notamos também que, para a família de Astraea, os corpos tinham diâmetros inferiores a 4 km, enquanto o diâmetro de (5) Astraea é $D = 115\ km$, o que é típico de uma

[3] Considerada a fração da energia de radiação eletromagnética incidente total num corpo que é retrodifundida até o espaço. É uma medida importante para a caraterização do equilíbrio energético do corpo.

família formada por um evento de craterização. De acordo com Nesvorný et al. (2015), Brasília e Tirela se originaram em um cenário de fragmentação do corpo pai.

Nossos resultados são apresentados na figura 6.1 (Painel A, B), A família de Astraea é o maior grupo e é cortada pela ressonância $g + g_5 - 2g_6$. Calculamos isolinhas do efeito Yarkovsky com o valor máximo de 350 milhões de anos e um mínimo de 190 milhões de anos, considerando dois tipos de cenarios sem e com o corpo pai. Para esta análise não consideramos o asteroide (1044) Teutonia que pode ser considerado um intruso na região de acordo com Milani et al. (2016). Nossos resultados são próximos aos dados obtidos por Nesvorný et al. (2015).

Para a família de Brasilia observados na figura 6.2 (Painel A, B) a faixa de idades possíveis tem um valor máximo de 260 milhões de anos e um mínimo de 180 milhões de anos. A melhor distribuição dos corpos da familia foi obtido considerando o cenário do modelo sem o corpo pai. Finalmente, a estimativa da idade de Tirela se mostra na figura 6.3 (Painel A, B), a melhor estimativa varia entre 600 milhões de anos e 690 milhões de anos considerando os cenarios de corpo pai sem e com corpos intrusos no fondo. Nota-se que o método de isolinhas do efeito Yarkovsky tende a superestimar a idade da família, uma vez que não leva em conta a dispersão inicial dos membros da família.

Figura 6.1: Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Astraea sem e com o asteroide Astraea respectivamente. O ponto vermelho é o corpo pai da familia (asteroide Astraea), os pontos pretos apresentam a localização orbital dos membros da família e os pontos azuis são os membros com informação no catálogo do WISE. As linhas azuis e verdes mostram as isolinhas do deslocamento máximo e mínimo do semieixo maior a causado pelo efeito Yarkovsky a partir do baricentro da família.

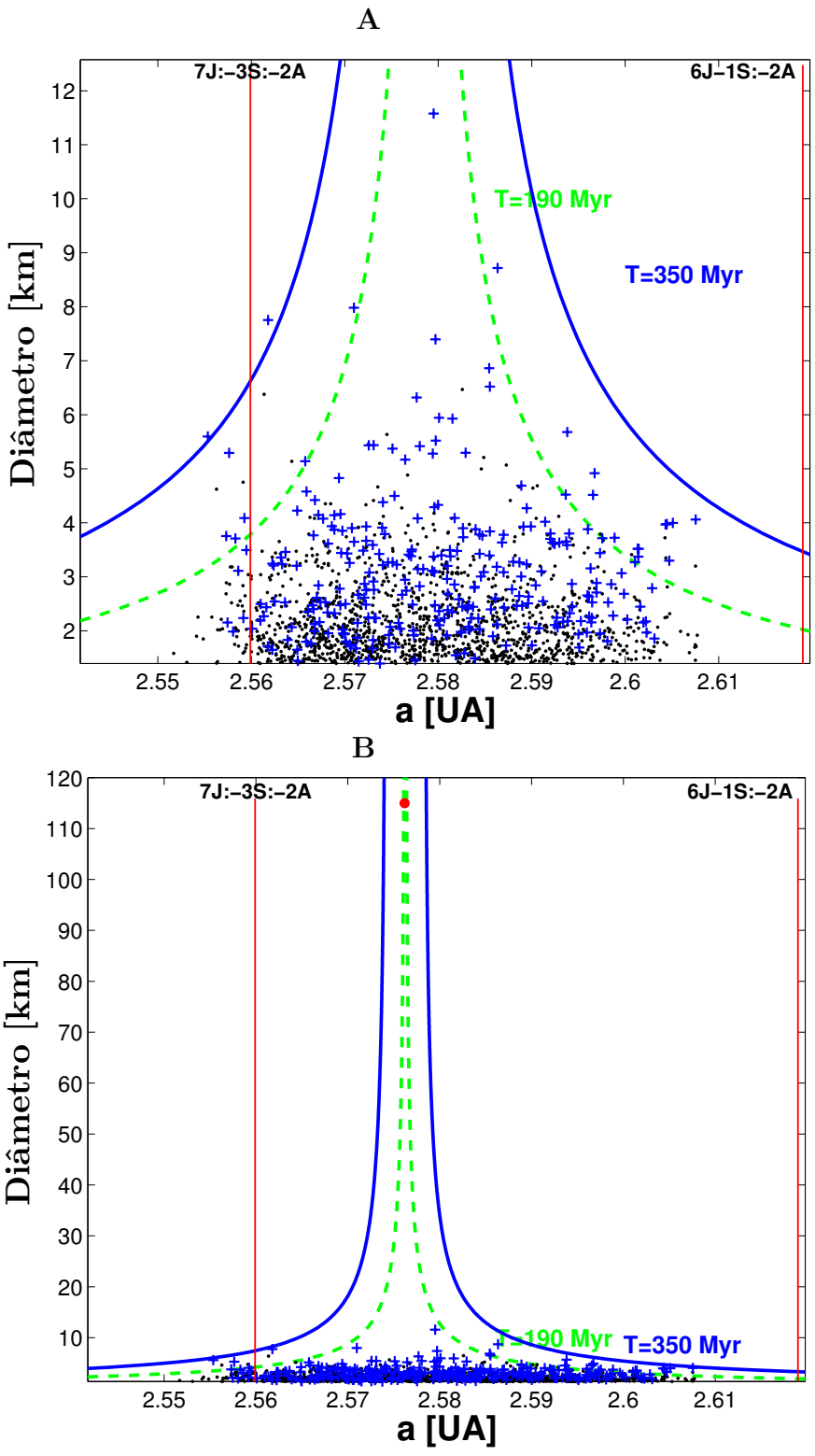
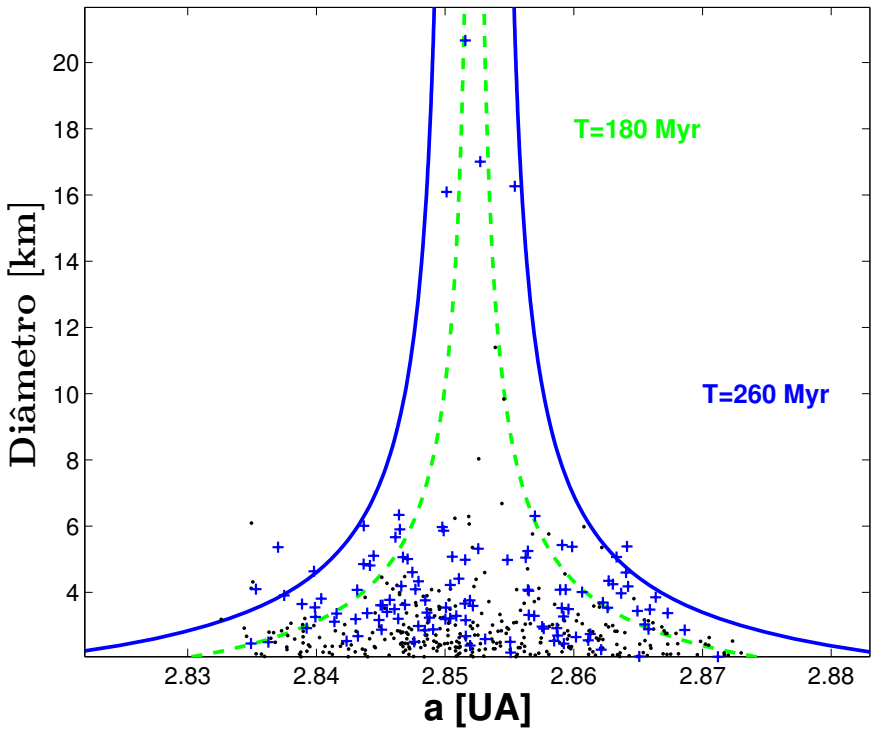


Figura 6.2: Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Brasilia sem e com o asteroide Brasilia (corpo pai) respectivamente.

A



B

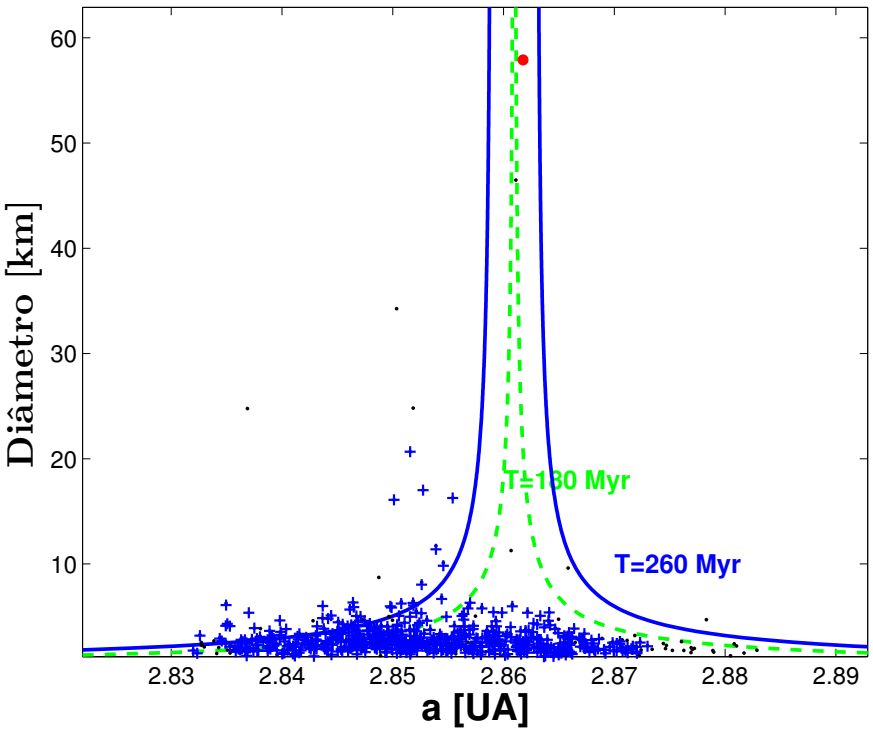
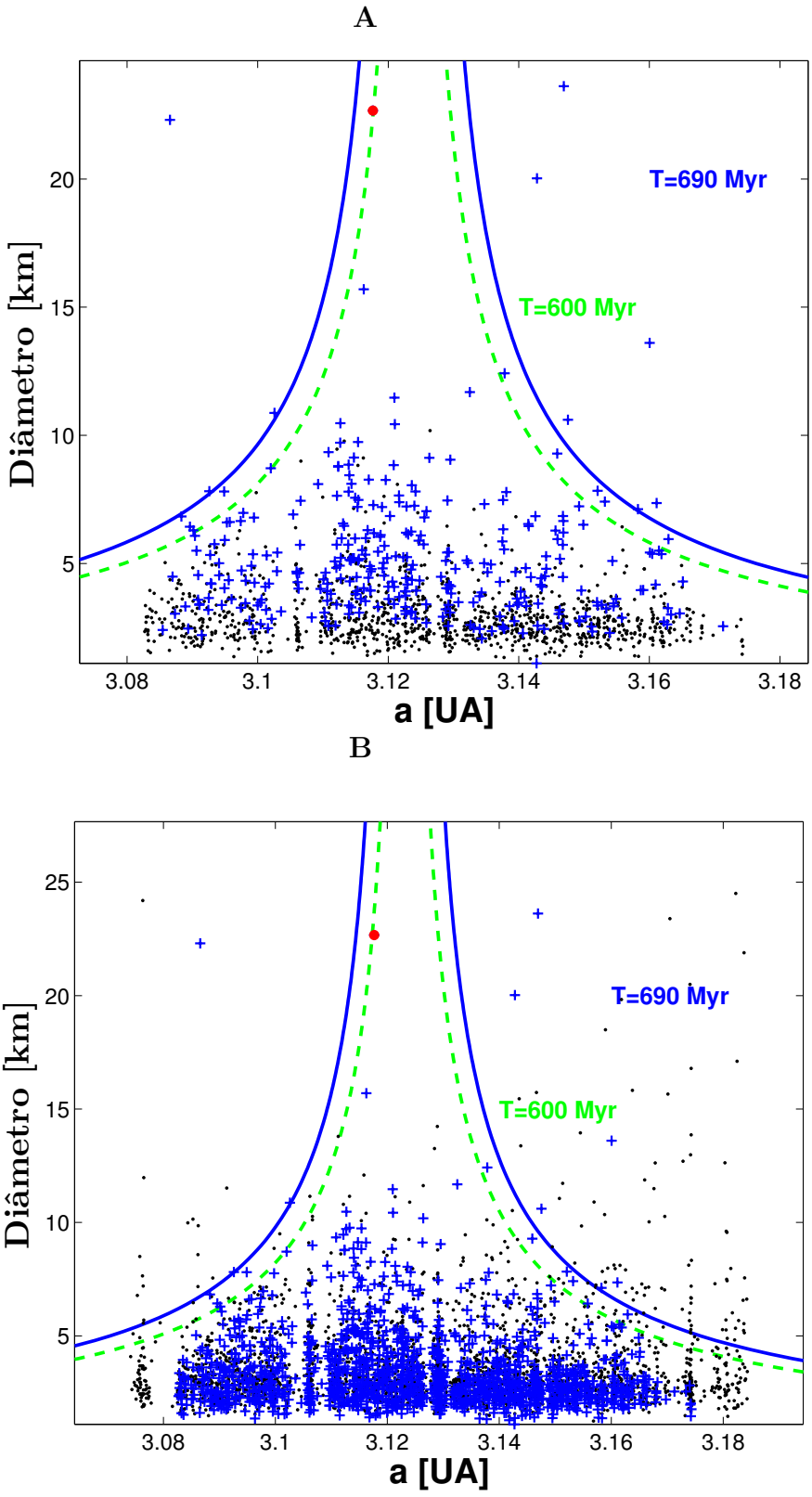


Figura 6.3: Os painéis A e B exibem a projeção no plano do semieixo maior a vs diâmetro dos membros da família de Tirela com o asteroide Tirela (corpo pai) respectivamente.



Capítulo 7

Famílias afetadas por ressonâncias seculares não lineares

Agora nós focamos nossa atenção nas famílias de asteroides afetadas pelas ressonâncias seculares não lineares. Nesta seção nós utilizamos aqueles objetos antes selecionados de acordo com os críterios descritos na tabela 5.2 e verificamos se eles pertencem a alguma família do cinturão de asteroides. Para esta proposta foram utilizadas as famílias identificadas no trabalho de Nesvorný et al. (2015), que usa o Método hierárquico de agrupamento (HCM) de Bendjoya & Zappala (2002) descrito nos capítulos anteriores. Foram usados os membros de família de acordo com as velocidades de ejeção descritas em Nesvorný et al. (2015).

Detalhes estatísticos completos dessas regiões ressonantes são exibidos na tabela 7.1. Pode-se notar que as três famílias têm um grande número de membros na ressonância secular de $g - 2g_6 + g_5$: Astraea com 388 atuais ressonadores, Ikenozenni com 10 atuais ressonadores e Bankakuko com 12 atuais ressonadores. Além disso, temos um pequeno número de ressonadores prováveis de 8 na família de Wagman e 1 na família de Minerva em estados de libração anti-alinhada.

Para a região da ressonância $g - 3g_6 + 2g_5$, há 20 ressonadores verdadeiros na família de Koronis e 14 ressonadores na família de Eos, conforme o reportado na tabela 7.1.

Nenhuma das famílias que interagem com a ressonância secular $2g - 3g_6 + g_5$ tem mais de 20 membros em estados ressonantes.

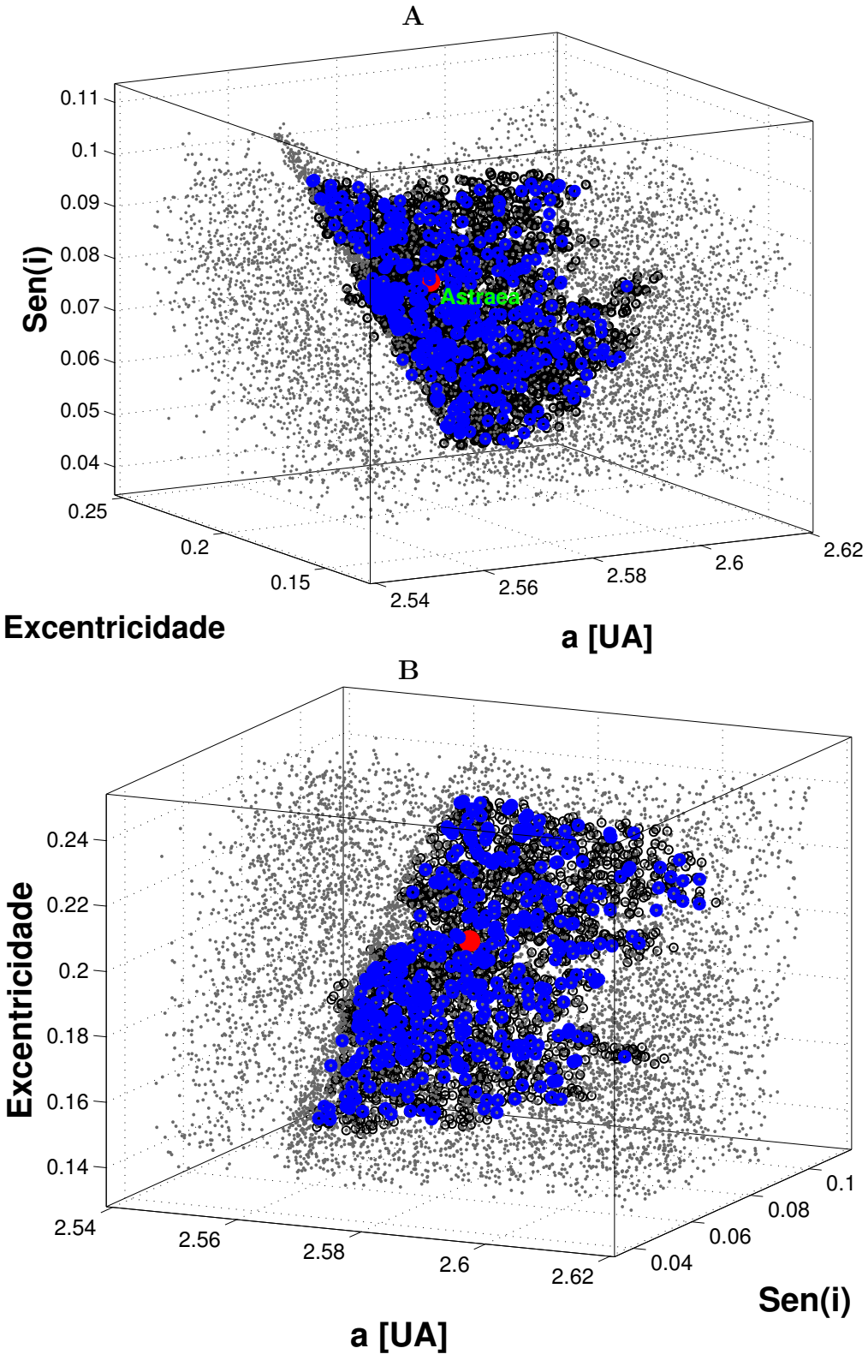
Tabela 7.1: Famílias afetadas por ressonâncias seculares não lineares no cinturão de asteroides principal.

Argumento da ressonância (frequências próprias)	Id. Família	Membros dentro do argumento ressonante	prováveis ressonador	Órbitas que comutam L e C	Atual ressonador
$g - 2g_6 + g_5$	Astraea	2425	565	108	388
	Bankakuko	53	19	4	12
	Ikenozenni	88	18	6	10
	Wagman	92	18	7	8
	1999 AZ8	65	8	-	7
	Brasilia	4	4	1	3
	2000 HC81	49	8	2	2
	Minerva	5	3	2	1
	Eunomia	3	2	1	-
	Euphrosyne	5	5	2	-
$g - 3g_6 + 2g_5$	Koronis	189	84	7	20
	Klytaemnestra	13	6	-	2
	Eos	219	136	39	14
	Ursula	8	7	1	2
	Tirela	17	11	1	1
	Euphrosyne	3	3	1	-
	Helio	1	1	1	-
$2g - 3g_6 + g_5$	Vesta	85	21	-	7
	Massallia	385	47	-	13
	Hertha	719	157	-	16
	Sulamitis	42	15	-	1
	Eunomia	339	216	7	5
	Maria	44	27	-	-
	Euphrosyne	1	1	-	-
	Clarissa	21	-	-	-
	Martes	17	-	-	-
	Brokoff	8	1	-	1

Fonte: Produção do próprio autor.

Em geral, de acordo com a estatística dada na tabela 7.1, temos famílias fortemente afetadas pelas ressonância seculares. Com respeito ao critério descrito na seção 5.1 e de acordo com nossos resultados, na tabela temos 3 famílias afetadas pelas ressonâncias do tipo g no cinturão interno. Um número de 8 famílias são afetadas no cinturão central (a família de Astraea têm o maior número de membros em estados de libração além de estar cortada pela ressonância $g - 2g_6 + g_5$, veja a figura 7.1). Temos somente 3 famílias na região Pristine ou região Primitiva, entre eles se encontra a famílias de Brasilia localizada no lado direito e próxima a região ressonante de $g - 2g_6 + g_5$. Por último 5 famílias

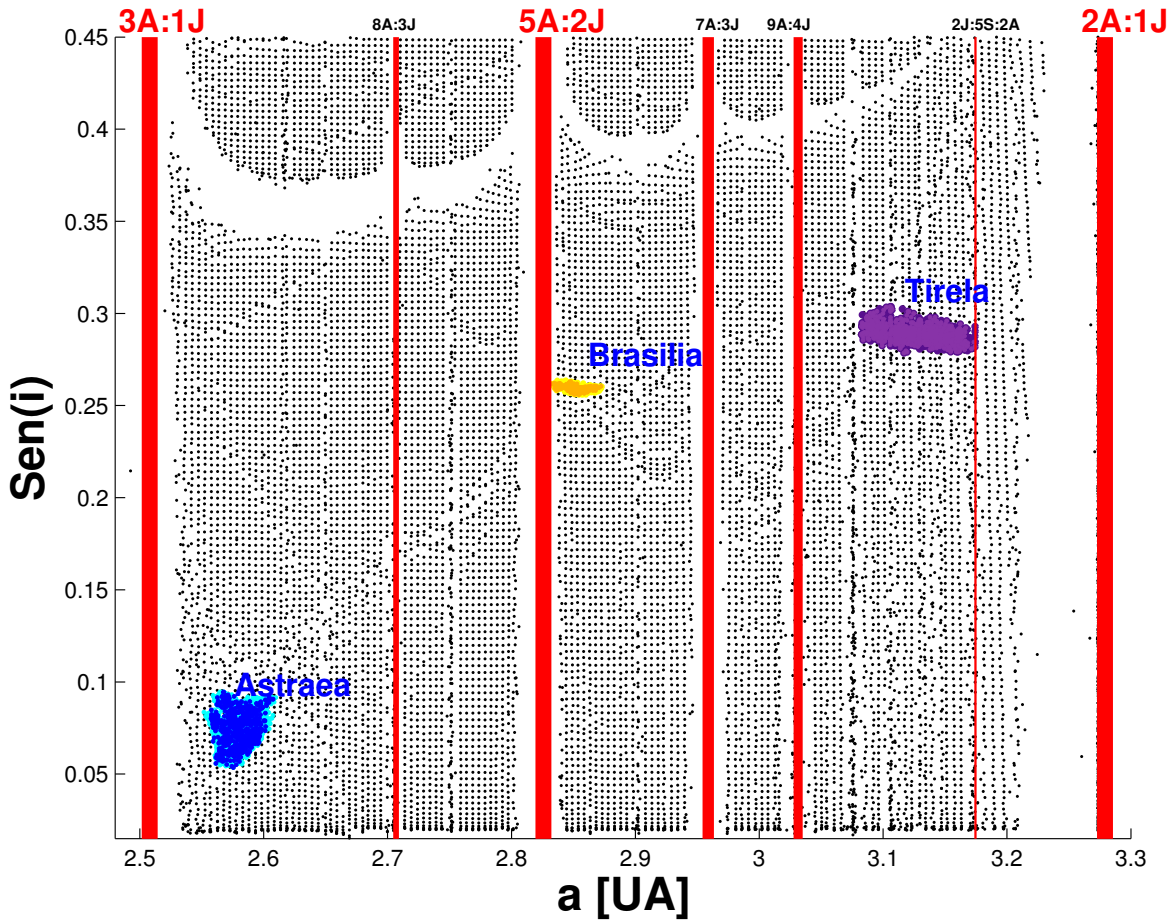
Figura 7.1: Painel A, B: Projeção no espaço dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ dos membros da família de Astraea afetada pela ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ localizada no cinturão central de asteroides. A pontos cor preto representa as localizações orbitais dos membros da família, os círculos azuis são as localizações orbitais dos membros da família em estados de libração absoluta e os pontos cor cinza são as localizações orbitais dos asteroides de fondo apartir do máximo ou mínimo da família $\pm\ 0,01$.



afetadas no cinturão externo (a família de Tirela se encontra localizada no lado esquerdo da região da ressonância $g-2g_6+g_5$ e tem membros em estados de libração na ressonância $g-3g_6+2g_5$).

Focalizamos nossa atenção em três famílias de asteroides: as famílias de Astraea, Brasília e Tirela. Essas famílias foram selecionadas pelas suas localizações com respeito às ressonâncias estudadas neste trabalho. Consideramos os membros das famílias utilizando

Figura 7.2: Projeção no plano $(a, sen(i))$ dos membros da família de Astraea (pontos de cores azuis), Brasilia (pontos de cor laranja) e Tirela (pontos de cor roxo) afetada pela ressonância secular $g-2g_6+g_5$ localizada no cinturão central de asteroides.



os métodos dado em Nesvorný et al. (2015): temos o grupo de Astraea com 2477 membros para uma velocidade de corte de 45 m/s, para o grupo de Brasilia temos 597 membros com uma velocidade de corte de 50 m/s e para o grupo Tirela calculamos 1472 membros para uma $v_{corte} = 50\ m/s$. Também selecionamos objetos nas regiões do fundo local, definidas considerando valores máximo e mínimo dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ para cada

família, aumentados de $0,01$ au no semieixo maior, excentricidade e seno da inclinação $sen(i)$.

7.1 Evolução Dinâmica das Famílias

Para investigar a evolução dinâmica de nossas famílias nessas regiões ressonantes, utilizamos o integrador simplético de Brož (1999), o SWIFT_RMVSY que simula as versões diurna e sazonal do efeito Yarkovsky. Considerando um sistema de Sol + 8 planetas de Sistema Solar[1] + partículas[2]. Os membros das famílias de Astraea, Brasilia e Tirela de classes dos tipos S, X e D foram utilizados em nossas simulações.

Geramos famílias de asteroides fictícias (clones de asteroides para as famílias de acordo com o método do grupo HCM) para investigar a máxima difusão possível de asteroides acima de 400 milhões de anos para Astraea e Brasília, e para Tirela sobre 1200 milhões de anos, escalas de tempo comparáveis com as idades máximas estimadas para as três famílias.

Selecionamos membros das famílias de ressonadores com magnitude absoluta inferior a $15,5$ para concentrar-nos em objetos maiores e menos propensos a ignorar as ressonâncias estudadas considerando sua mobilidade devida ao efeito Yarkovsky.

Usamos dois conjuntos de orientações do eixo de rotação: $\pm 90°$ com respeito ao plano orbital já que essa obliquidade maximiza a velocidade do efeito Yarkovsky. Assumimos um período de rotação aproximado para que a frequência de rotação seja inversamente proporcional ao raio do objeto (Brož, 1999).

7.1.1 Mudanças nos elementos próprios

Calculamos os elementos sintéticos próprios a cada $1,2$ milhões de anos e monitoramos a difusão dos membros das famílias em cada região do cinturão de asteroides a que

[1] Desde Vênus até Netuno e considerando para Mercúrio uma correção baricêntrica nas condições iniciais

[2] Foram considerados valores ótimos dos parâmetros de Yarkovsky discutidos no capítulo anterior

pertencem, conforme definido na seção anterior. Para este fim, calculamos a fração de objetos que permanecem no cubo. Este cubo é gerado a partir dos limites máximo e mínimo dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$ das famílias previamente definidas acrescentando o valor de $\pm 0,01$ em cada borda.

Nas figura 7.3, 7.4 e 7.5 o painel A: exibe a evolução temporal da fração de todos os asteroides que sobrevivem na região das famílias de Astraea, Brasilia e Tirela, definidas como **caixa** (linha preta). Esta caixa é localizada no espaço dos elementos orbitais $(a, e, sen(i))$ e limitada para cada família como se observa nos paineis B e C das figuras 7.3, 7.4 e 7.5 de cor verde para o início e final da simulação respectivamente. A fração de **ressonadores** sobreviventes que se encontraram na mesma caixa antes descrita é identificada como uma linha cinza. Observa-se que 40% da população inicial sobreviveu para um tempo de 400 milhões de anos e uma grande fração dos ressonadores foi ejetada da região da caixa (cubo verde no painel B e C).

O análise da projeção no plano (a, e) dos elementos próprios das familias na figura 7.6, 7.7 e 7.8 para o painel A, dos membros das famílias de Astraea, Brasilia e Tirela. Considerando os elementos próprios das partículas teste no início (cruzes pretas) e no final (círculos cinzas) da simulação para cada família. As linhas vermelhas identificam ressonâncias de movimento médio com Júpiter em cada região. As linhas pretas identificam as regiões afetadas pela ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ para diferentes inclinações. O centro dessa ressonância foi computado usando o código frek.f e a teoria semi-analitica de Milani & Kneževic (1994) que calcula as frequências próprias g e s para uma grade de valores de a e e no intervalo da cada região e para uma inclinação dada fixa que são apresentadas em cada painel da figura (linhas pretas).

Podemos observar claramente o efeito notável da ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ porque ela afeta a forma da família Astraea. Os membros ficam espalhados ao redor do centro da ressonância $g - 2g_6 + g_5$. Repetimos nossa análise para as famílias de Brasília e Tirela. O centro da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ foi computado para $i = 12,5°$ até $13,6°$ na família de Brasília e para a família de Tirela na ressonância $g - 3g_6 + 2g_5$ para $i = 10,0°$ até $25,0°$. No caso da família de Brasília, a ressonância parece ter um papel menor,

Figura 7.3: Painel A: fração da população inicial sobrevivente na região e a fração de objetos remanescentes para a família de Astraea. Painel B: evolução dinâmica da família de Astraea no plano dos elementos próprios $(a, e, sen(i))$, onde os circulos azuis são as localizações orbitais dos membros da família de Astraea e a caixa verde transparente representa a localização inicial da família de Astraea. Painel C: a projeção no plano (a, e), do estado inicial e final da família simulada de Astraea sobre 400 milhões de anos.

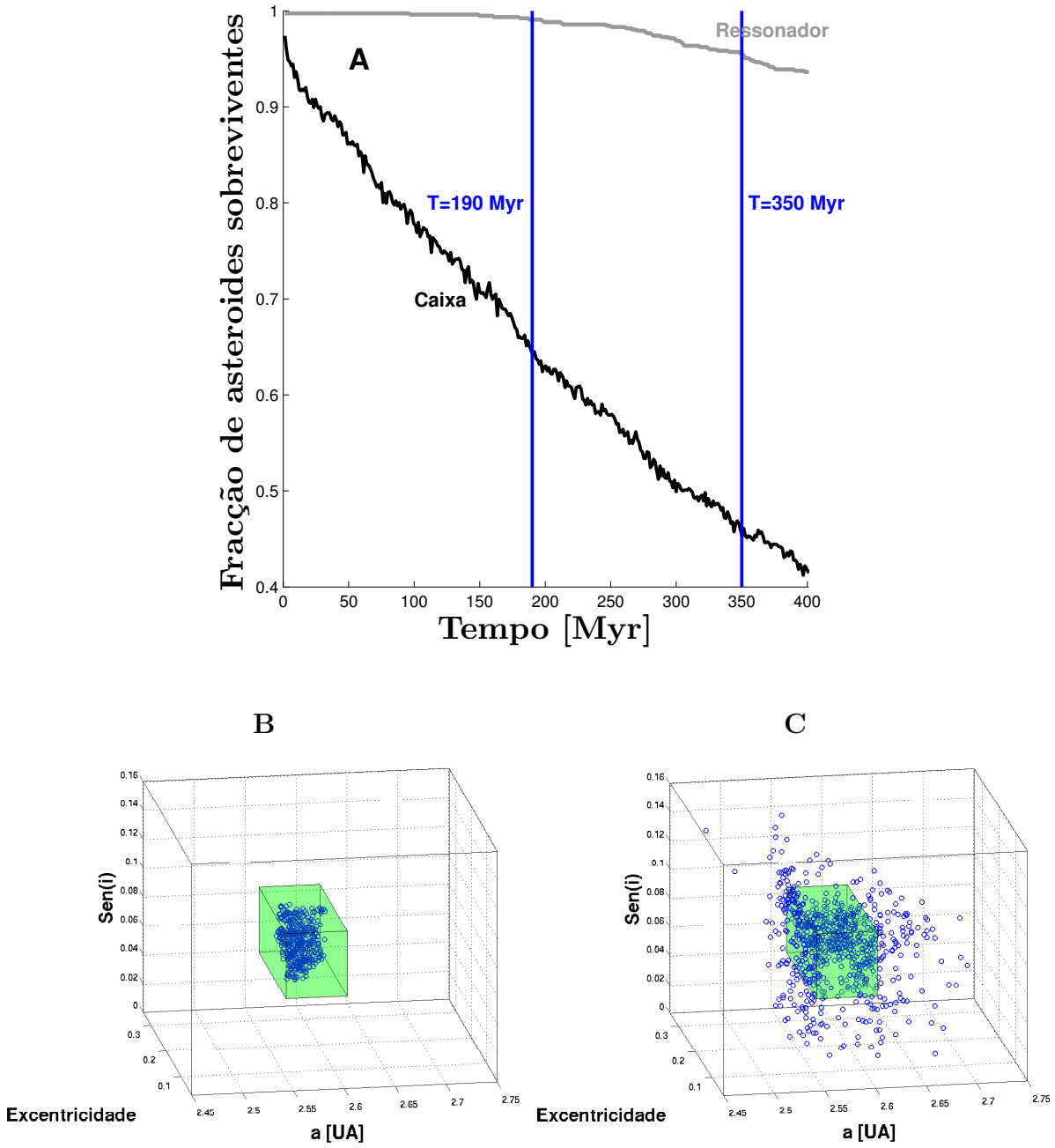


Figura 7.4: Painéis A e B: fração da população sobrevivente e fração de objetos ressonantes que saiu da região inicial onde se localiza a família de Brasilia. O painel B, mostra a projeção no plano $(a, e, sen(i))$, do estado inicial (representado pela caixa verde) e final da família simulada (circulos azuis) sobre 400 milhões de anos.

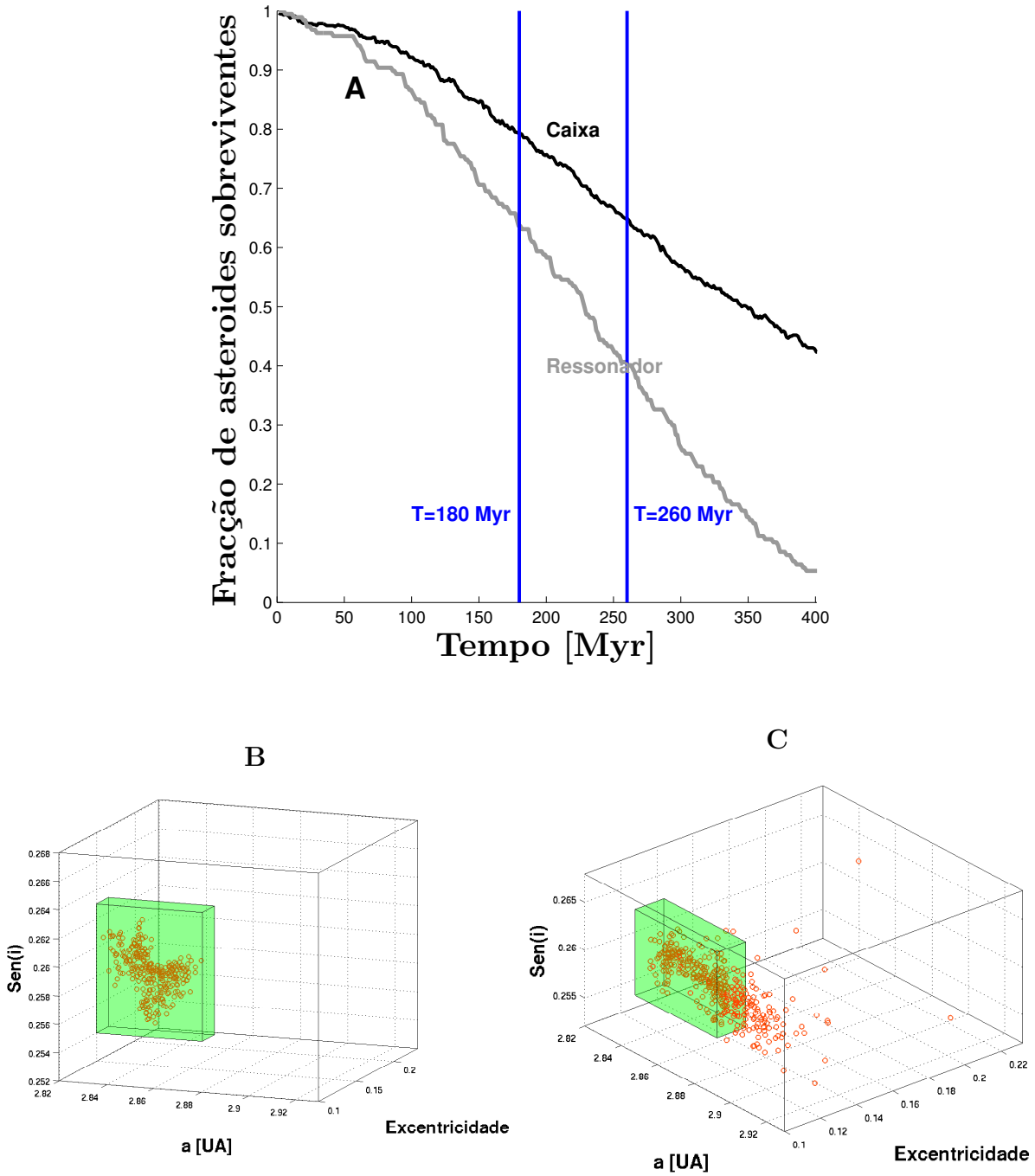
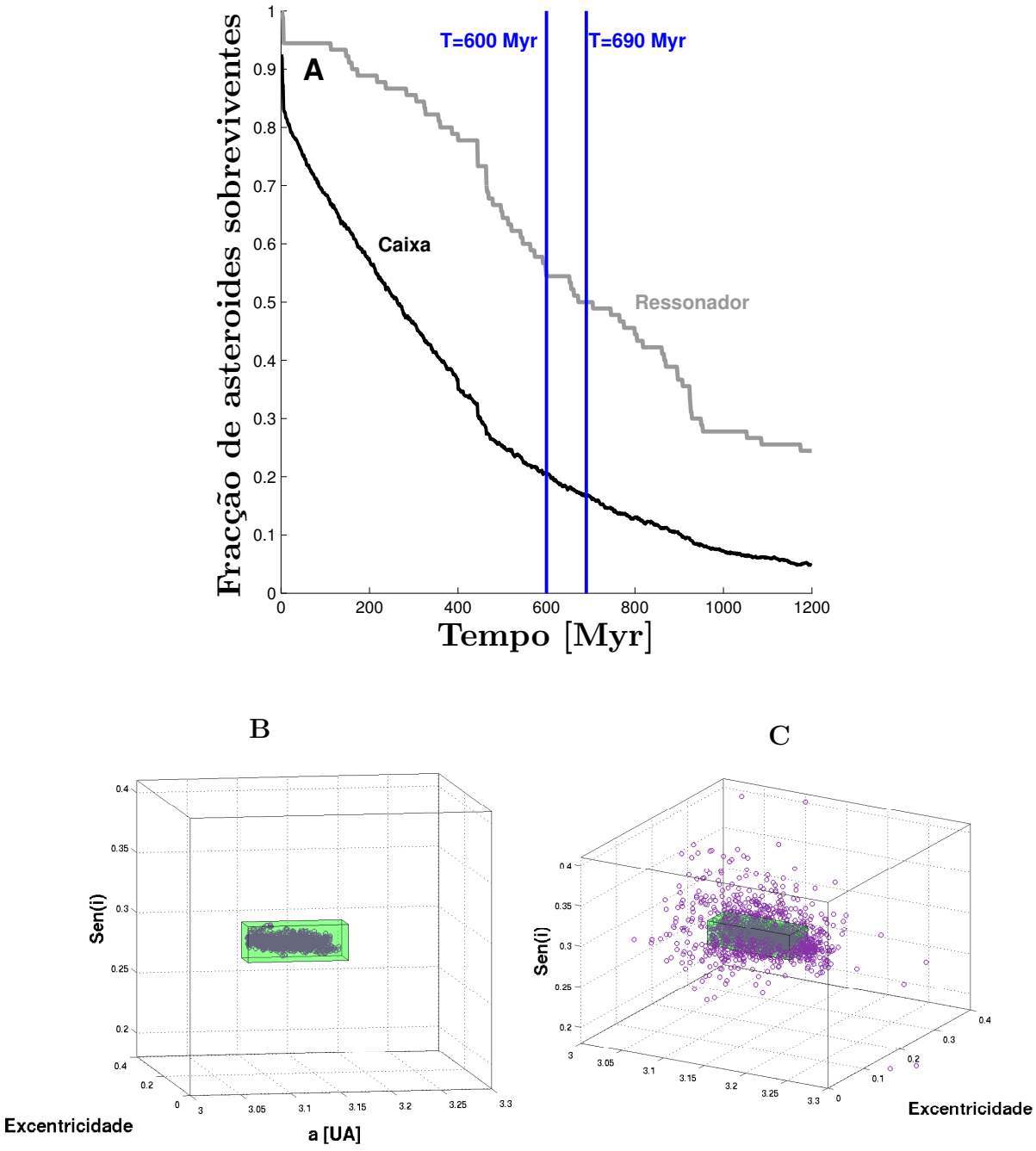


Figura 7.5: Painéis A e B: frações da população sobrevivente e fração de objetos resonantes que saio da região inicial onde se localizo a família de Tirela. No plano B, mostra a projeção no plano $(a, e, sen(i))$, do estado inicial (representado pela caixa verde) e final da família simulada (circulos azuis) sobre 1200 milhões de anos.



mas a ressonância de movimento médio $5A : 2J$ ao ejetar asteroides ajuda a aumentar o mecanismo de difusão causado pela dinâmica secular. A fração de objetos ressonantes que sobrevivem na região diminui significativamente em função do tempo. A família de Tirela está localizada no lado esquerdo da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ e é atravessada pelo lado direito da ressonância $2g - 3g_6 + 2g_5$ com respeito ao semieixo maior. O efeito total destas ressonâncias é excitar e aumentar a dispersão na excentricidade das famílias além de ajudar a difusão dos membros causada pela proximidade da ressonância do movimento médio $2A : 1J$.

7.1.2 Análises da modelação das famílias

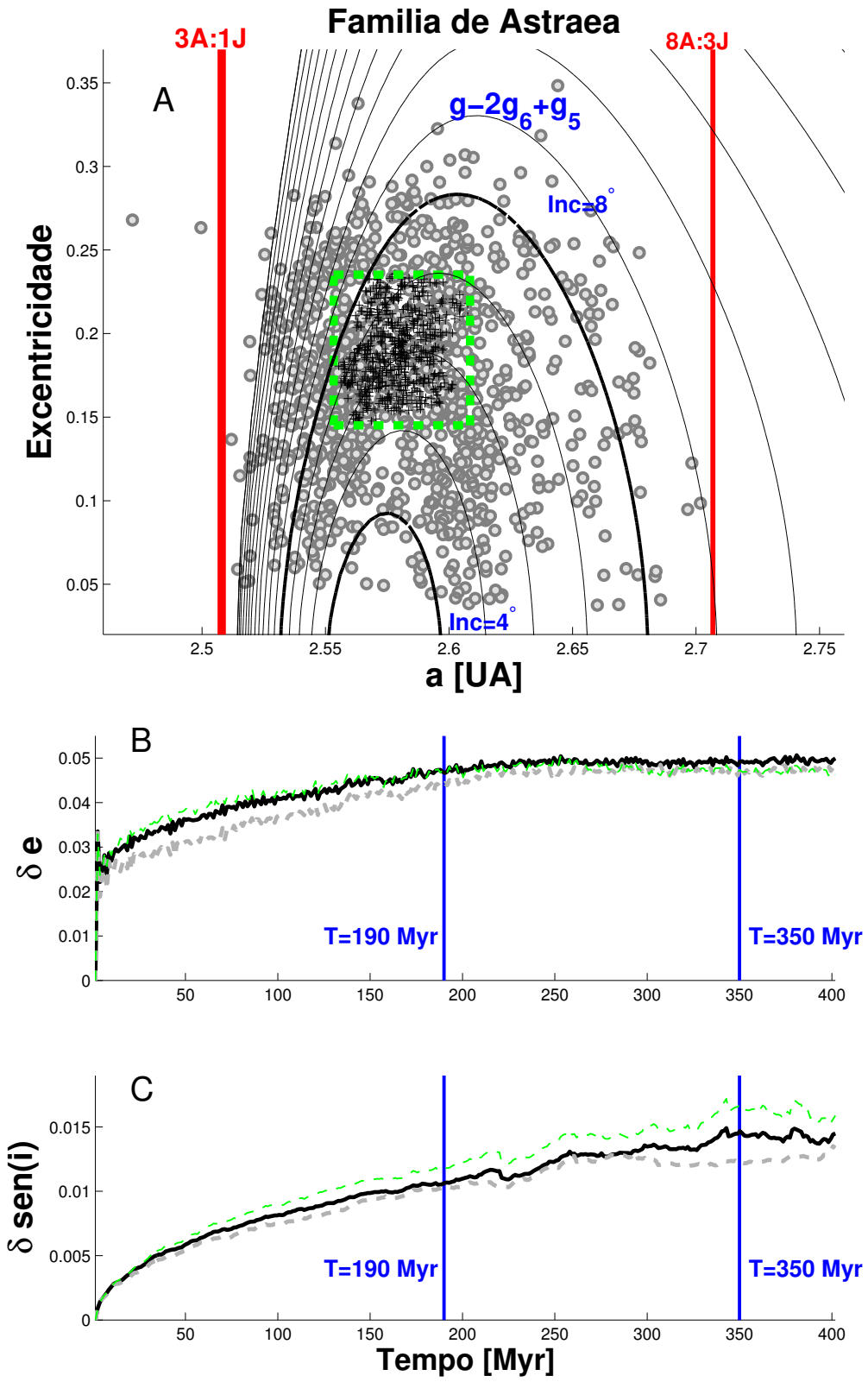
Para quantificar o efeito sobre e e $sen(i)$ causado pelas ressonâncias seculares locais, calculamos o comportamento temporal do desvio padrão de ($\delta\ e$) e ($\delta\ sen(i)$) para as três famílias, de acordo com a equação:

$$\delta\ K^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} (K_j - K_i), \tag{7.1}$$

onde N é o número de corpos integrados para cada família e K representa os elementos próprios e e $sen(i)$ do i-ésimo corpo ($i = 1, ...N$). Para entender melhor o efeito das ressonância, nós estudamos as famílias de Brasília e Tirela que estão nos lados direito e esquerdo desta ressonância. Nos painéis (B, C) da figura 7.6 e 7.7, nós mostramos o desvio padrão $\delta\ e$ e $\delta\ sen(i)$ de 1158 e 582 clones de asteroides nas regiões das famílias de Astraea e Brasília respectivamente. Nas figuras as linhas pretas se referem aos membros da família, enquanto as linhas pontilhadas a cinzento claro referem-se aos ressonadores da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ que pertencem da família.

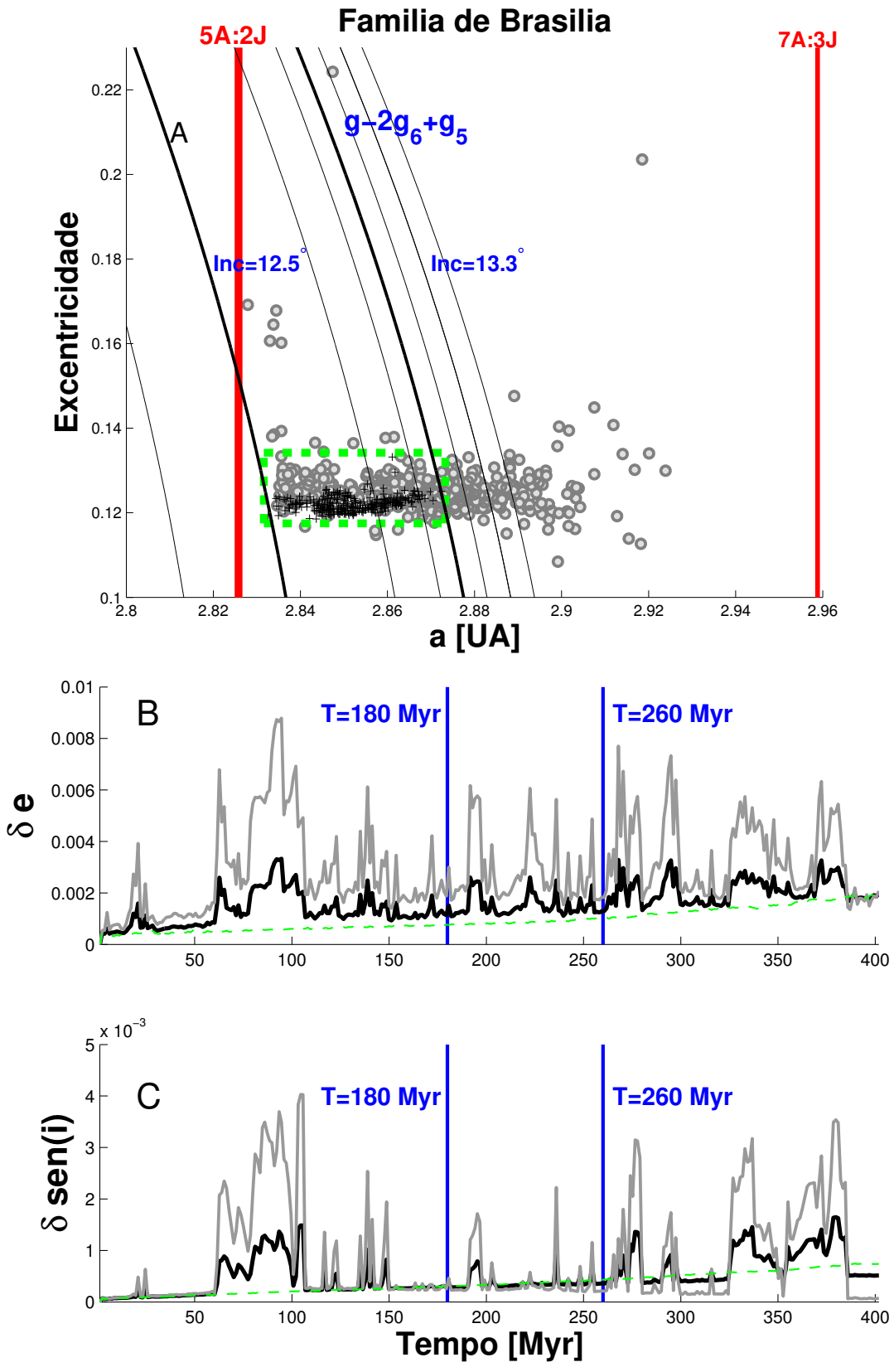
Os resultados mostram que a família de Astraea se encontra fortemente afetada os membros passam de um estado de circulação a libração, não observandose um bom modelagem da familia. Outro é o caso da família de Brasilia o valor mediano da família para $\delta\ e$ foi de $0,0015$, enquanto o deslocamento em $sen(i)$ foi apenas $0,00038$. Resultados

Figura 7.6: Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Astraea. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões em δe e $\delta sen(i)$ para 1158 clones dos membros da família de Astraea em nossa simulação. A linha preta refere-se a membros da Família Astraea, a linha cinza referem-se a ressonadores da ressonância $g - 2g_6 + g_5$. Linhas verticais azuis mostram as idades mínimas e máximas para a família que foram estimadas utilizando o método de Yarkovsky isolinhas.



(a) Fonte: do próprio autor

Figura 7.7: Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Brasilia. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões em δe e $\delta sen(i)$ para 582 clones dos membros da família de Brasília em nossa simulação. Os símbolos são os mesmos que na Fig. 7.6.



(a) Fonte: do próprio autor

semelhantes são mostrados para a família de Tirela na figura 7.8 (paineis B e C). Para a família de Tirela os valores medianos de δ e e $sen(i)$ foi $0,0158$ e $0,0065$, respectivamente.

Em geral, esta análise confirma a eficácia da ressonâcia $g - 2g_6 + g_5$ na alteração da excentricidade dos asteroides em sua região. Como esperado, para uma ressonância do tipo g, as mudanças de longo prazo na inclinação tendem a ser desprezíveis.

7.2 Discussão sobre evolução dinâmica de asteroides em estados de libração

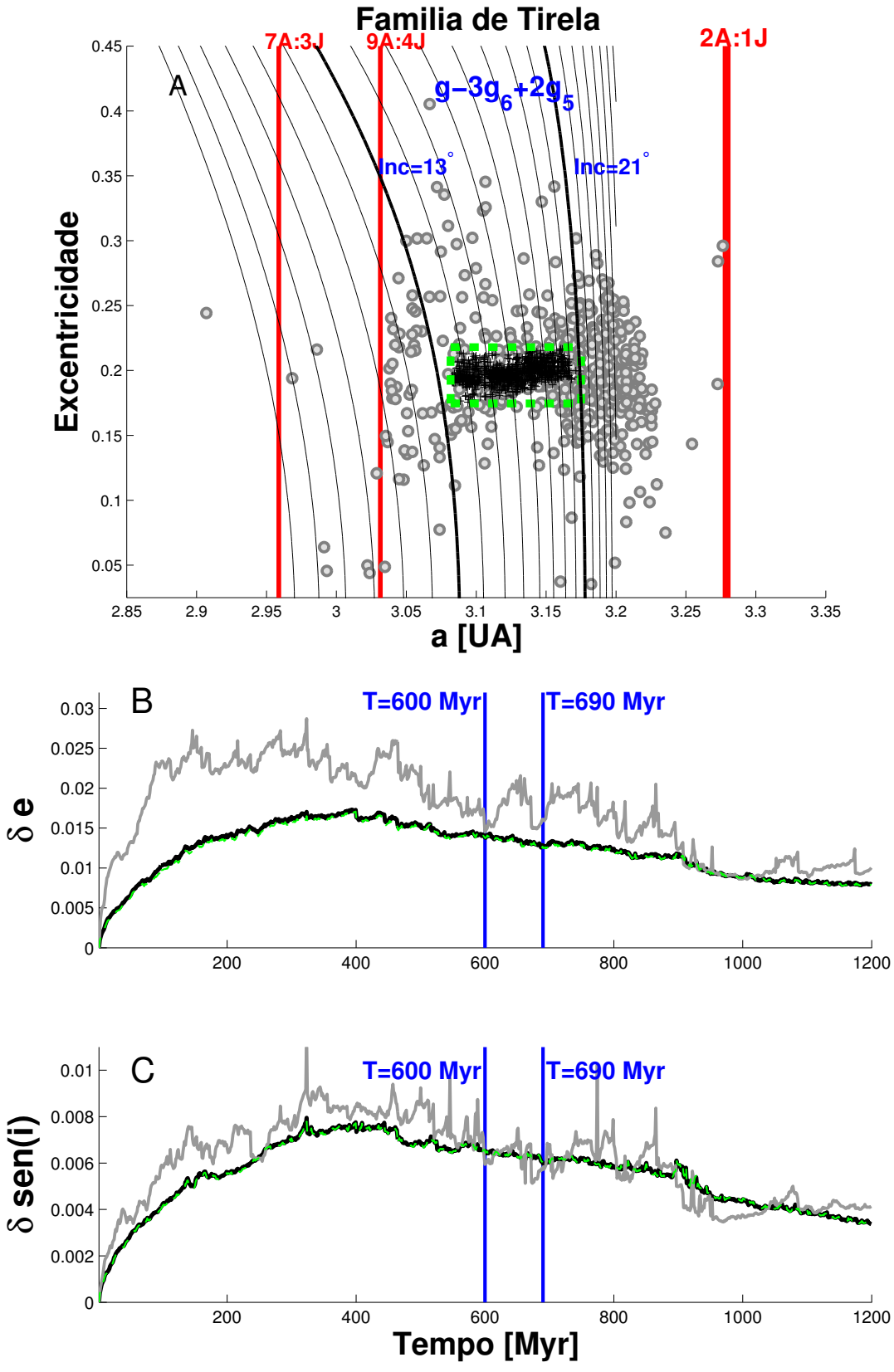
O principal objetivo deste trabalho foi estudar as principais ressonâncias seculares não lineares no cinturão principal de asteroides. Nossos resultados podem ser resumidos como segue:

- Estudamos as regiões orbitais afetadas pelas principais ressonâncias seculares não lineares de tipo g e z_k onde $k = 3, 4$. Para estas ressonâncias foi obtida uma população de asteroides com $H < 15,5$ mais susceptíveis de ser afetada por estas ressonâncias.

- Identificamos um número de ressonadores verdadeiros (em estados de libração total) no cinturão de asteroides e dessas obtivemos três regiões ressonantes onde existe uma quantidade significativa de asteroides afetados. O maior número de objetos ressonantes é observado na ressonância $g-2g_6+g_5$, seguida pela $g-3g_5+2g_6$ e uma de menor medida, pela ressonância $2g-3g_5+g_6$. Além disso identificamos famílias de asteroides afetadas pela ressonância $g-2g_6+g_5$. As famílias de Astraea, Ikenozenni e Bankakuko têm mais de 50% de seus membros em estados ressonantes. Nenhuma família foi observada com mais de 20% de seus membros em estados ressonantes nas ressonâncias $g - 3g_5 + 2g_6$ e $2g - 3g_5 + g_6$.

- Revisamos as propriedades físicas dos ressonadores atuais nas regiões das ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_5 + 2g_6$ e $2g - 3g_5 + g_6$, as regiões com o maior número de

Figura 7.8: Painel A: Projeção no plano (a, e) do estado inicial e final da família de Astraea. Painéis B,C: As evoluções temporais dos desvios padrões próprio em δ e e $\delta sen(i)$ para 2046 clones dos membros da família de Tirela. Os símbolos são os mesmos que na Fig. 7.6.



(a) Fonte: do próprio autor

ressonadores de tipo g. Não surpreendentemente, as regiões ressonantes no cinturão principal interna mostram uma predominância de asteroides do complexos do tipo S, enquanto as regiões ressonantes no cinturão principal externo são dominadas por tipos mais primitivos. A mistura local de outros tipos taxonômicos pode ter sido causada por fontes de material diferenciado, a dinâmica de evolução de uma família na região ou objetos da região de fundo.

- Três famílias de asteroides são estudadas neste trabalho. Ela são caracterizadas pela sua interação com a ressonância $g - 2g_6 + g_5$. As famílias de Astraea (cortada por esta ressonância), Brasília (no lado esquerdo desta ressonância) e Tirela (no lado direito da ressonância no semieixo maior). A família de Astraea provavelmente foi formada em um evento de craterização, enquanto que Brasília e Tirela foram provavelmente o resultado de um cenário de fragmentação.

- Até a idade máxima estimada das famílias, a mudança no desvio padrão da excentricidade própria e para a família de Brasília foi da ordem de $0,0015$ enquanto para Tirela foi da ordem de $0,0160$. Também confirmamos a efetividade da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ em afetar a forma das famílias, como no caso da família de Astraea.

Em geral, nossos resultados mostraram que as ressonâncias de tipo g podem ser eficazes na formação das famílias que se encontram atravessadas por estas ressonâncias e podem aumentar o fluxo de asteroides cruzadores de órbitas de planetas terrestres quando se encontram próximas a fortes ressonâncias de movimento médio.

Como esperado, o efeito a longo prazo sobre as inclinações de asteroides deste tipo de ressonâncias é negligenciável.

Capítulo 8

Conclusões

Nesta tese introduzimos uma nova métrica no domínio dos elementos próprios, as cores SDSS-MOC4 e albedo geometrico do WISE. Nosso objetivo foi obter uma boa métrica para determinar uma família dinâmica e seu halo. Comparando com outros métodos, nós temos obtido uma boa eficácia para a eliminação de intrusos na família dinâmica.

Revisamos os conhecimentos atuais sobre candidatos fotométricos do tipo V e consideramos as hipóteses de possiveis fontes originárias de material diferenciado (objetos de material basáltico ou tipo V) localizados no cinturão central e externo. Calculamos as distâncias métricas com respeito á Eunomia, Gefion, Astraea, Agnia/Merxia, Hansa, Dembowska, Eos e Magnya, assim como as possíveis fontes locais de material basáltico.

Estudamos a evolução dinâmica induzida pelo efeito Yarkovsky nos clones de todos os candidatos fotométricos do tipo V. Nossas simulações numéricas sugerem que uma distribuição orbital atual desses objetos poderia ser explicada com um mecanismo de seis fontes originárias. Para o cinturão central temos Eunomia, Agnia/Merxia e Hansa. Para o cinturão externo temos as famílias de Dembowska, Eos e Magnya. Foram realizadas dois tipos de simulações numéricas para cada possível fonte, primeiro considerando todas as partículas com diâmetros de 100 metros para um tempo de simulação de 30 milhões de anos (simulações rápidas). Outra considerando os clones com diâmetros reais dos

asteroides dados pela base de dados do WISE. Estes foram simulados por um bilhão de anos (simulaçoes lentas).

Em geral, os resultados dos testes para os candidatos de tipo V no cinturão central atualmente conhecidos, mostrou-se um cenário de três fontes possívelmente a partir dos corpos pai das famílias de Eunomia, Merxia/Agnia e Hansa. Nas simulações rápidas observamos uma fração que pode vir de outras fontes (ou do cinturão principal interno, difundindo através da ressonância do movimento médio $3A : 1J$ como sugere Roig (2008)), ou por encontros próximos com os asteroides massivos que podem ser capazes de aumentar a inclinação de um objeto acima dos valores do centro da ressonância secular ν_6. Para as simulaçoes lentas temos que nenhuma partícula conseguiu passar entre as regiões em inclinação e nenhuma partícula com diâmetros maiores de 1 km conseguiu cruzar a barreira de ressonâncias de movimento médio $3A : 1J$, sugerindo que os asteroides da família de Vesta devem ser raros de encontrar-se como candidatos fotométricos de tipo V no cinturão central.

No cinturão externo, nossos resultados parecem indicar três cenário possíveis de corpos pais: Dembowska, Eos e Magnya. Temos notado que a comunicação entre as ressonâncias de movimento médio $7A : 3J$ parece ser um evento raro (isto quer dizer que poucos objetos da região de Denbowska conseguem atingir a região de Eos). Por outro lado, 20% de corpos da região Magnya poderiam ter atingido a região de Eos. A comunicação entre a população Magnya e Eos poderia ser possível, mas não em escalas grandes o suficiente para descartar um cenário de três fontes.

Nossas investigações também mostraram que as ressonâncias seculares têm um papel importante na evolução dinâmica dos asteroides do tipo V, como no caso da ressonância secular do tipo $s + 2g_6 - 2g_5 - s_6$ que monstrou-se como um mecanismo viável para reduzir as inclinações dos asteroides (somente para asteroides na região de Eunomia). Encontramos candidatos fotométricos que estão atualmente em estados de libração com a ressonância secular $g + g_5 - 2g_6$. O número foi maior que em outras ressonâncias o que poderia significar que é um forte mecanismo na dinâmica local. A ressonância secular z_1 é a principal ressonância secular não linear na região do cinturão externo.

Encontramos apenas um asteroide (85812 WR22) em estado de libração na região da ressonância seculares não linear $g + 2g_5 - 3g_6$.

Calculamos isolinhas do efeito Yarkovsky considerando uma métrica simples para a determinação de famílias que são afetadas pelas ressonâncias seculares. Consideramos para este cálculo as famílias de Astraea afetada fortemente pela ressonância secular $g + g_5 - 2g_6$ (o centro da família é cortado por esta ressonância). Outra família considerada também foi Brasilia localizada na região menos densa do cinturão externo (região também chamada por outros autores de zona Primitiva) ao lado esquerdo da ressonância $g + g_5 - 2g_6$. Por último selecionamos a família de Tirela, localizada no cinturão externo entre as ressonâncias seculares $g + g_5 - 2g_6$ e $g + 2g_5 - 3g_6$.

Temos estudado também de maneira específica as regiões orbitais afetadas pelas principais ressonâncias seculares não lineares como $g-2g_6+g_5$, $g-3g_6+2g_5$ e $2g-3g_5+g_6$. Foi obtida uma população de asteroides com $H < 15,5$ mais susceptíveis de serem afetados por estas ressonâncias.

Identificamos um número de atuais ressonadores (asteroides com uma configuração do ângulo ressonante em estado de libração total) no cinturão de asteroides. Obtivemos três regiões ressonantes onde existe uma quantidade significativa de asteroides fortemente afetados. O maior número de objetos ressonantes é localizado na ressonância $g-2g_6+g_5$, seguido pelo $g-3g_5+2g_6$, e, em menor medida, pela ressonância $2g-3g_5+g_6$. Além disso identificamos famílias de asteroides afetadas pela ressonância $g - 2g_6 + g_5$. As famílias de Astraea, Ikenozenni e Bankakuko têm mais de 50% de seus membros em estados ressonantes. As três famílias de asteroides citadas anteriormente foram estudadas também neste novo teste, considerando que a família de Astraea provavelmente foi formada em um evento de craterização, enquanto que Brasília e Tirela foram provavelmente o resultado de um cenário de fragmentação. Verificamos as mudanças no desvio padrão da ordem de $0,0015$ na excentricidade própria e para a família de Brasília, enquanto para Tirela foi da ordem de $0,0160$. Também confirmamos a efetividade da ressonância $g - 2g_6 + g_5$ em afetar a forma das famílias dentro desta ressonância, como na família de Astraea.

Em geral, nossos resultados mostraram que as ressonâncias do tipo g podem ser eficazes na formação de famílias que são cruzadas por estas ressonâncias e podem aumentar o fluxo de asteroides quando se encontram próximas a fortes ressonâncias de movimento médio. Como esperado, o efeito a longo prazo sobre as inclinações de asteroides deste tipo de ressonância é negligenciável.

O possível aumento de dados dos asteroides no futuro para os quais todo este estudo foi realizado e os quais estão disponíveis (por exemplo, a missão GAIA), pode fornecer no futuro uma base de dados para a identificação de famílias dos asteroides muito maior do que a utilizada nesta pesquisa. Portanto muitos anos excitantes de descobertas ainda estão abertos no campo da dinâmica de asteroides.

Referências bibliográfica

Bendjoya, P., Zappalà, V. 2002. Asteroids III, Univ. of Arizona Press, Tucson, 613. Asteroid Family Identification, in Asteroids III.

Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., Brož, M. 2002, Asteroids III, Univ. of Arizona Press, Tucson, 395. The effect of Yarkovsky Thermal Forces on the Dynamical Evolution of Asteroids and Meteoroids, in Asteroids III.

Bottke, W. F., Nesvorný, D., Grimm, R. E., Morbidelli, A., O'Brien, D. P., 2006, Nature, 439, 821. Iron meteorites as remnants of planetesimals formed in the terrestrial planet region.

Brož M., B Vokrouhlickỳ, D.; Farinella, P.; Bottke, W. F., 1998, Capture of Yarkovsky–driven Asteroid Orbits into Higher–order Main–belt Resonances.

Brož M., 1999, PhD thesis, Charles. Univ., Prague. Orbital evolution of asteroid fragments due to planet gravitation and thermal effects.

Brož, M., 2006, PhD thesis, Charles. Univ., Prague. Yarkovsky effect and the dynamics of the Solar System.

Brož, M., Morbidelli, A., 2013, Icarus, 223, 844. The Eos family halo.

Brouwer, D., Clemence, G.M., 1961, Methods of Celestial Mechanics, Academic Press, New York.

Bus, J. S., 1999, Compositional structure in the asteroid belt: results of a spectroscopic survey. PhD thesis. MIT.

Bus, J. S., Binzel, R. P. 2002a, Icarus 158, 106. Phase II of the Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey: The observations.

Bus, J. S., Binzel, R. P. 2002b, Icarus 158, 146. Phase II of the Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey: A feature-based taxonomy.

Brasil, P.I.O., Roig F., Nesvorný, D., Carruba, V., Aljbaae, S., Huaman, M., 2016, Icarus 266, 142–151. Dynamical dispersal of primordial asteroid families

Cañada-Assandri, M., Ribeiro, A. O., Gil-Hutton, R., 2013, A&A.

Carvano, J. M., Hasselmann, P. H., Lazzaro, D., Mothé-Diniz, T., 2010, A&A, 510, A43. DSS-based taxonomic classification and orbital distribution of main belt asteroids

Carry, B., 2012, Planet. Spa. Sci., 73, 98. Density of asteroids

Charlier C. V. L., 1902, Die Mechanik des Himmels, 410-413. Verlag von Veit & Co., Leipzig. Die mechanik des himmels.

Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvornỳ D. 2003, Icarus, 162, 308. Orbital evolution of the Gefion and Adeona asteroid families: close encounters with massive asteroids and the Yarkovsky effect.

Carruba, V., Michtchenko, T., A., Roig, F., Ferraz-Mello, S., Nesvorný, D., 2005,A&A 441, 819. On the $V-$type asteroids outside the Vesta family. I. Interplay of nonlinear secular resonances and the Yarkovsky effect: the cases of 956 Elisa and 809 Lundia

Carruba, V., Michtchenko, T., A., Roig, F., Ferraz-Mello, S., Nesvorný, D., 2005, A&A 37, p.624 On the $V-$type asteroids outside the Vesta family.

Carruba V., T. A. Michtchenko, 2007, A&A, 475, 1145-1158. A frequency approach to identifying asteroid families.

Carruba, V., Michtchenko, T., Lazzaro, D. 2007, A&A, 473, 967-978 On the $V-$type asteroids outside the Vesta family. II. Is (21238) 1995 WV7 a fragment of the long-lost basaltic crust of (15) Eunomia?

Carruba V., 2009, MNRAS, 395, 358-377. The (not so) peculiar case of the Padua family.

Carruba, V., MNRAS, 2009b, 398, 1512-1526. An analysis of the region of the Phocaea dynamical family.

Carruba, V., Michtchenko, T., 2009c, A&A, 493, 267-282 A frequency approach to identifying asteroid families. II. Families interacting with nonlinear secular resonances and low-order mean-motion resonances.

Carruba V., 2010, MNRAS, 408, 580-600. The stable archipelago in the region of the Pallas and Hansa dynamical families.

Carruba, V., MNRAS, 2010a, 403, 1834-1848. Dynamical erosion of asteroid groups in the region of the Phocaea family

Carruba, V.; Machuca, J. F., 2011, MNRAS, 418,1102-1114. On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids

Carruba, V., Morbidelli, A., 2011, MNRAS, 412, 2040-2051. On the first ν_6 anti-aligned librating asteroid family of Tina

Carruba V., Huaman M., Douwens S., Domingos R.C., 2012, A&A, 543, A105. Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids. The (4) Vesta case.

Carruba V., Huaman, M., Domingos, R. C., Roig, F., 2013, A&A, 550, A85. Dynamical evolution of $V-$type asteroids in the central main belt.

Carruba V.,2013, MNRAS, 431, 3557.. A multidomain approach to asteroid families' identification.

Carruba V., Aljbaae S., Souami D., 2013, JPL, 792:46. Peculiar Euphrosyne

Cotto-Figueroa D., Statler T. S., Richardson D. C., Tanga P., 2013, in Cuk M., Ferraz-Mello S., eds, DDA Meeting44, Radiation Recoil Effects on the Dynamical Evolution of Asteroids. Am. Astron. Soc., Washington, DC, p. 102.02 Killing the YORP Cycle: A stochastic and Self-Limiting YORP Effect.

DeMeo F., Carry B. 2013, Iracus, 266, 723. The taxonomic distribution of asteroids from multi-filter all-sky photometric surveys.

De Sanctis M.C., Ammannito, E., Migliorini, A., Lazzaro, D., Capria, M., T., McFadden,L. 2011, MNRAS, 412, 2318. New basaltic asteroids in the outer belt.

Duffard, R., **and** Roig, F. 2009, P&SS, 57, 229. Two new $V-$type asteroids in the outer Main Belt?

Farinella, P., Vokrouhlický, D., Hartmann, W. K., 1998, Icarus, 132, 378. Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift

Ferraz-Mello, S. 1984 ,Celestial Mechanics 35, 209-220. On the resonance.

Ch. Froeschlé, A. Morbidelli, and H. Scholl, 1991, Astronomy and Astrophysics 249, 553-562. Complex dynamical behaviour of the asteroid 2335 James associated with the secular resonances ν_5 and ν_{16} - Numerical studies and theoretical interpretation.

Christhiane Froeschle and Alessandro Morbidelli, 1993 , Asteroids, comets, Meteors, 189-204. The Secular Resonances in the Solar System.

Gallardo, T., 2016, Asociación Argentina de Astronomia Boletin de articulos científicos BAAA, vol.58,2016 Efectos dinámicos de las resonancias orbitales en el Sistema Solar.

Gil-Hutton, R., 2006, Icarus, 183, 93-100. Identification of families among highly inclined asteroids.

Guillens S. A., Vieira Martins R., Gomes R. S., 2002, AJ, 124, 2322 A Global Study of the 3:1 Resonance Neighborhood: A Search for Unstable Asteroids.

Harris, A. W., Lagerros, J. S. V., 2002, Asteroids III, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel (eds), University of Arizona Press, Tucson,205. Asteroids in the Thermal Infrared.

Hagihara, Y., 1928, Annals of the Tokyo Astronomical Observatory. Appendix ; no. 20, 22, 24, 25. On the theory of the secular perturbation of higher degrees.

Heppenheimer, T.A, 1980, Iracus 41,76-88. Secular resonances and the origin of eccentricities of Mars and the asteroids.

Hergenrother, C. W., Larson, S. M., Spahr, T. B. (1996), Bull. Am. Astron. Soc. 28, 1097. The Hansa Family: A New High-Inclination Asteroid Family.

Ivezič Ž, and 34 co-authors, 2001, AJ, 122, 2749. Solar System objects observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning data.

Ivezić, Ž, Juric, M., Lupton, R. H., Tabachnik, S., & Quinn, T. 2002, SPIE Conf.Ser., 4836, 98 Asteroids Observed by The Sloan Digital Survey.

Knežević, Z. Carpino, M.; Farinella, P.; Froeschle, Ch.; Froeschle, Cl.; Gonczi, R.; Jovanovic, B.; Paolicchi, P.; Zappala, V., 1988, A&A vol. 192, 360-369 Asteroid short-periodic perturbations and the accuracy of mean orbital elements.

Knežević, Z., Milani A., Farinella P., Froeschle Ch., Froeschle Cl., 1991, Icar, 93, 316. Proper element catalogs and asteroid families.

Knežević, Z., Milani, A., 2003, A&A, 403, 1165. Proper element catalogs and asteroid families.

Laskar, J., Robutel, P., 2001, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 80, Issue 1, p. 39-62 (2001) High order symplectic integrators for perturbed Hamiltonian systems.

Lazzaro, D., and 10 co-authors, 2000, Science, 288, 2033. Discovery of a basaltic asteroid in the outer Main Belt.

Lazzaro, D.; Duffard, R.; de Leon, J.; Licandro, J., 2004, Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 36, p.1138. Basaltic asteroids and HED meteorites: searching for a genetic link using spectral parameters.

Levison H.F., Duncan M. J., 1994, Icar, 108, 18-36. The long-term dynamical behavior of short-period comets.

Machuca J. F., Carruba V. , 2011, MNRAS, 420, 1779. Secular Dynamics and Family Identification Among Highly Inclined Asteroids in the Euphrosyne Region.

Mainzer, A. K., and 35 co-authors, 2011, ApJ 731, 53. Preliminary results from NEOWISE: An enhancement to the Wide-field Infrared Survey Explorer for Solar System science.

Masiero, J. R., and 17 co-authors, 2011, ApJ 741, 68. Main belt asteroids with WISE/-NEOWISE. I. Preliminary albedos and diameters.

Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., Bauer J. M., and Jedicke R., 2012, APJ, 759, 14. Revising the Age for the Baptistina Asteroid Family Using WISE/NEOWISE Data.

Milani, A. & Kneževic Z. 1990, 49, 347–411 Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements.

Milani, A., Knežević, Z., 1992, Icarus, 98, 211. Asteroid proper elements and secular resonances.

Milani, A., Knežević, Z., 1994, Icarus, 107, 219. Asteroid proper elements and the Dynamical Structure of the Asteroid Main Belt.

Milani, A., Farinella, P., 1994, Nature, 370, 40. The age of the Veritas asteroid family deduced by chaotic chronology.

Milani, A., Knezević., Z., Novaković, B., Cellino, A., 2010, Icarus, 207, 769 Dynamics of the Hungaria asteroids.

Milani, A., Knezević., Z., Spoto, F., Cellino, A., Novaković, B., Tsirvoulis, G., 2016, Icarus, 288, 240-264. On the ages of resonant, eroded and fossil asteroid families.

Michtchenko T. A., Lazzaro D., Carvano J. M., Ferraz-Mello S. 2010, MNRAS 401, 2499. Dynamic picture of the inner asteroid belt: implications for the density, size and taxonomic distributions of real objects.

Migliorini, F., Zappalà, V., Vio, R., Cellino, A., 1995, Icarus, 118, 271. Interlopers within asteroid families.

Mothé-Diniz, T., Roig, F. Carvano, J. M. 2005, Icarus, 174, 54. Reanalysis of asteroid families structure through visible spectroscopy.

Mothé-Diniz, T., Carvano, J. M., Bus, S. J., Duffard, R., & Burbine, T. H. 2008, Icarus, 195, 277 221 Eos: a remnant of a partially differentiated parent body?

Morbidelli A., Henrard J., 1991, Celestial Mechanics, 51, 169. The main secular resonances nu6, nu5 and nu16 in the asteroid belt.

Morbidelli A., Vokrouhlický D., 2003, Icarus, 163, 120 The shallow magnitude distribution of asteroid families.

Moskovitz, N. A., and six co-authors 2008, arXiv: 0807.3941v1. The distribution of basaltic asteroids in the Main Belt.

Nakai, H., Kinoshita, H., 1985. Celestial Mechanics vol. 36, 391-407. Secular perturbations of asteroids in secular resonance.

Nesvorný, D., Bottke, W. F., Dones, L., Levison, H. F. 2002a, Nature, 417, 720. The recent breakup of an asteroid in the main-belt region.

Nesvorný, D., Jedicke, R., Whiteley, R., Ivezić, Ž. 2005, Icarus, 173, 132. Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey.

Nesvorný, D., Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Morbidelli, A., Jedicke, R., 2006, proceedings of IAU symposium, Asteroids, Comets, Meteors, 229, Eds. Lazzaro, D., Ferraz-Mello, S., Fernandes, J. A., 289. Asteroid families.

Nesvorný, D., F. Roig, B. Gladman, D. Lazzaro, V. Carruba, and T. Mothé-Diniz 2008. Icarus, 183, 85. Fugitives from the Vesta family.

Nesvorný, D., HCM Asteroid Families V2.0. EAR-A-VARGBDET-5-NESVORNYFAM-V2.0. NASA Planetary Data System, 2012.

Nesvorný, D., Brož M., Carruba V. 2015, In Asteroid IV, (P.Michel, F. E. DeMeo, W. Bottke Eds.), Univ. Arizona Press and LPI, 297. Identification and Dynamical Properties of Asteroid Families.

Novaković, B., Tsiganis, K., Knežević, Z. 2010, Celest. Mech. Dyn. Astr. 107, 35. Dynamical portrait of the Lixiaohua asteroid family

Novaković, B., Cellino, A., Knežević, Z. 2011, Icarus, 216, 69. Families among high-inclination asteroids.

Parker, A., Ivezić, Ž., Jurić, M., Lupton, R., Sekora, M. D., Kowalski, A., 2008, Icarus, 198, 138. The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4.

F. Roig, D. Nesvorny and S. Ferraz-Mello, 2002, Mon. Not. R. Astron. Soc. 335, 417-431. Asteroids in the 2:1 resonance with Jupiter: dynamics and size distribution.

Roig F., Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 411. Selecting candidate $V-$type asteroids from the analysis of the Sloan Digital Sky Survey colors.

Roig F., Gil-Hutton R., Lazzaro, D., 2008, Icarus, 194, 125-136 $V-$type asteroids in the middle main belt.

Russel, C. T., and 27 co-authors, 2012, Science, 336, 684.

Tanga, P., Cellino, A., Michel, P., Zappalà, V., Paolicchi, P., dell'Oro, A., 1999. Icarus, 141, 65. On the size distribution of asteroid families: The role of geometry.

Tedesco E.F., Noah P.V., Noah M., Price S.D., 2002, Icar 123, 1056-1085. The supplemental IRAS minor planet survey (SIMPS).

Tedesco E.F., Noah P.V., Noah M., Price S.D., 2002, Icar 123, 1056-1085. The Supplemental IRAS Minor Planet Survey.

Tholen D. J., R. P., Gehrels, T., Matthews, M. S. 1989, University of Arizona Press, Tucson, 298. Asteroid Taxonomic Classifications.

Šidlichovsky, M., 1989, Astronomical Institutes of Czechoslovakia, Bulletin (ISSN 0004-6248), vol. 40, 92-104. Secular resonance of asteroids and the second fundamental model.

Vokrouhlickỳ, D., Brož, M., 1998, A&A 335, 1093–1100. Diurnal Yarkovsky effect for metersized asteroidal fragments' mobility I. Linear theory.

Vokrouhlicky, D., Brož, M., Morbidelli, A., et al. 2006a, Icarus, 182, 92. Yarkovsky footprints in the Eos family.

Vokrouhlicky D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvornỳ, D., Morbidelli, A. 2006b, Icarus, 182, 118. Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families.

Vokrouhlicky D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvornỳ, D., Morbidelli, A. 2006c, Icarus, 183, 349. The peculiar case of the Agnia asteroid family.

Vokrouhlický, Nesvorný, D., Bottke, W. F., Morbidelli, A. 2010, AJ, 139, 2148. The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission description and initial on-orbit performance.

Yoder, C.F., 1979, Iracus 40,341. Notes on the origin of the Trojan asteroids.

Makoto Yoshikawa, 1987, Celestial Mechanics 40, 233-272. A simple analytical model for the secular resonance nu6 in the asteroidal belt.

Manabu Yuasa, 1973, Astronomical Society of Japan Vol 25, 399-445. Theory of Secular Perturbations of Asteroids Including Terms of Higher Orders and Higher Degrees.

Warner, B.D., Harris, A. W., Vokrouhlický D., Nesvorný D., Bottke, W. F. 2009, Icarus, 398, 1512., Analysis of the Hungaria asteroid population.

Wright, E. L., and 38 co-authors, 2010, AJ, 140, 1868-1881, The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission Description and Initial On-orbit Performance.

Williams J. G., 1969, Secular perturbations in the Solar System. Ph.D. Dissertation, Univ. California Los Angeles.

Williams J. G., 1971, In the Physical Studies of Minor Planets (Ed. T. Gehrels), 177, A theory of secular perturbations suitable for the calculation of proper elements of normal asteroids.

Williams J. G., 1973, Bull. Amer. Astron. Soc. 5(3). Part II, 363, Secular resonances.

Williams J. G., Faulkner, J., 1981, Iracus 46,390, The positions of secular resonance surfaces.

Williams, J. G., 1992, Icarus, 96, 251, Asteroid families—An initial search.

Zappalà, V., Cellino, A., Farinella, P., Knežević. Z., 1990, AJ, 100, 2030, Asteroid families. I. Identification by hierarchical clustering and reliability assessment.

Zappalà, V., Bendjoya, Ph., Cellino, A., Farinella, P., Froeschlé, C., 1995, Icarus, 116, 291, Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques.

Zappalà, V., Cellino, A., di Martino, M., Migliorini, F., Paolicchi, P., 1997. Icarus 129, 1, Maria's Family: Physical Structure and Possible Implications for the Origin of Giant NEAs.

Apêndice A

Modelo: Integradores simpléticos

Os integradores simpléticos são muito úteis para a modelagem aproximada de sistemas hamiltonianos por intervalos de tempo muito longos porque preservam propriedades qualitativas. Em Wisdom (1982), o autor separa a Hamiltoniana da seguinte maneira:

$$H = H_{Kepler} + H_{Orbital} + H_{Resonante} + H_{Secular}$$

Se temos uma Hamiltoniana de n-corpos da forma que segue:

$$H = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{p_i^2}{2m_i} - \sum_{i<j} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}$$

onde x_i é o centro de massa do corpo i e p_i o momento no sistema estandard. Para o problema de n-corpos, temos que fazer uma transformação em termos de coordenadas Jacobianas de posição e momentos. Precisamos encontrar um sistema útil que relacione o sistema cartesiano standard e o sistema Jacobiano da forma:

$$H = \frac{p_0^{'2}}{2m_0^{'}} + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{p_i^{'2}}{2m_i^{'}} - \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{k=i+1}^{n-1} \frac{Gm_i m_k}{r_{ik}}$$

onde x'_i é o centro de massa do corpo com indice maior ao i e p'_i o novo momento no sistema Jacobiano. Portanto, temos:

$$H = \underbrace{\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{p_i'^2}{2m_i'} - \frac{Gm_im_0}{r_i'}\right)}_{Hamiltoniana\quad Kepler} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{Gm_im_0}{r_i'} - \frac{Gm_im_0}{r_{i0}'}\right) - \sum_{i=1}^{n-2}\sum_{k=i+1}^{n-1}\frac{Gm_im_k}{r_{ik}}}_{Hamiltoniana\quad Interação}$$

Observamos que na Hamiltoniana temos pequenas diferenças de primera ordem em razão das massas planetárias com respeito a massa do corpo central entre o sistema de coordenadas de Jacobi e o das coordenadas cartesianas heliocentricas. Um simples mapa Hamiltoniana para o problema de n-corpos pode ser expresso como:

$$H_{Map} = H_{Kepler} + 2\pi\delta_{2\pi}(\Omega t)H_{Interacão}$$

onde, precisa-se fazer duas operações distintas, avançar as órbitas Keplerianas entre as funções deltas e integrar o mapa quando as funções delta são diferentes de zero. Para o refinamento deste método de mapeamento temos que considerar:

- Otimizar a ordem de ajuste das séries de Taylor da solução no tempo com um passo do mapeamento, tratando o mapa como se esse fosse um algoritmo de integração numérica simplético.
- Otimizar o ajuste da Hamiltoniana de mapeamento com a Hamiltoniana verdadeira.

A energia é conservada apenas em média e não há o efeito secular de outros integradores. Além disso, este algoritmo consegue reproduzir muito bem as características dinâmicas globais de um dado sistema: pontos de equilíbrio, regiões de regularidade e caoticidade no espaço de fase, escalas de tempo de difusão e de instabilidade global, etc. É possível mostrar que eles conservam exatamente as integrais primeiras vinculadas às simetrias do problema, como o momento angular e o movimento do centro de massa.

A alta eficiência vem do fato que a força dominante em cada objeto pode ser integrada analiticamente, deixando somente as pequenas perturbações com vínculos para o tamanho do passo de integração. Isto significa que um integrador simplético precisa

calcular as forças que atuam num corpo menos vezes do que um integrador convencional para um mesmo nível de precisão. No entanto eles não são adequados para o estudo de encontros próximos por não conseguirem manter sua precisão durante o cálculo desses encontros.

Integradores híbridos possuem características tanto dos integradores simpléticos quanto dos convencionais, isto é, eles podem resolver a questão da precisão dos encontros próximos sem perder muito da velocidade na integração.

A técnica consiste em dividir o problema em duas partes: quando os corpos estão distantes, o algoritmo tem a velocidade do método MVS (mixed variable symplectic). Sempre que dois corpos sofrem um encontro mútuo, o passo de integração para os corpos que têm encontros é subdividido sucessivamente até alcançar a precisão desejada, assim cada parte pode ser resolvida independentemente da outra e as soluções aplicadas uma de cada vez.

Apêndice B

Candidatos fotométricos de tipo V no Cinturão Principal Central e Externo de Asteroides

Na Tabela B.1 reportamos a identificação de asteroides com respeito aos elementos próprios $(a, e, sen(i))$, a magnitude absoluta (H), diâmetro (D) e albedo geometrico (p_V) de acordo com os dados disponíveis da missão WISE, para todos os asteroides no cinturão central identificados por Carvano (2010).

Tabela B.1: Lista de candidatos fotométricos de tipo V no cinturão central de asteroides.

Asteroid id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
Hansa region							
44257	2.5472	0.0392	0.3822	13.70	4.6450	0.2710	
62002	2.7586	0.2264	0.4356	14.90			
87908	2.6833	0.0552	0.3718	14.10	3.8760	0.2456	
118748	2.6130	0.0763	0.3699	16.90			
122662	2.5774	0.0674	0.3717	15.00	3.0520	0.2741	
182339	2.6788	0.0338	0.3772	15.79			

Continua na página seguinte

Tabela B.1 – *Continuação*

Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
217433	2.7743	0.0840	0.3071	14.97			
Eunomia region							
21238	2.5411	0.1371	0.1866	12.90	5.2210	0.3729	
24014	2.5609	0.1709	0.2241	13.10	6.5670	0.2357	
40521	2.5311	0.0458	0.2159	14.90	2.6370	0.2785	
44447	2.5701	0.1641	0.2358	14.70	3.7360	0.1668	
55550	2.5457	0.1444	0.2298	15.30			
56904	2.6338	0.1733	0.2310	14.90			
81147	2.5326	0.0927	0.1755	15.00			
84021	2.6790	0.0911	0.2539	15.40			
88533	2.6581	0.1374	0.2021	15.10			
90649	2.6587	0.1606	0.1391	15.80			
93620	2.6327	0.1437	0.2460	14.70	2.5870	0.3173	
108139	2.5374	0.2553	0.2150	14.90	3.3020	0.1777	
110998	2.6162	0.0392	0.2687	15.00			
120236	2.6086	0.1994	0.2630	16.90			
126729	2.6389	0.1217	0.2566	15.60	2.1150	0.2272	
147640	2.5686	0.1568	0.2264	15.30			
170007	2.6907	0.1364	0.1640	16.60			
170015	2.6871	0.2185	0.1529	15.80			
189759	2.5743	0.0483	0.1589	15.47			
196445	2.5418	0.1995	0.1579	16.15			
196484	2.5665	0.1712	0.1326	16.27			
201693	2.5669	0.0534	0.2401	15.69			
202118	2.5364	0.0713	0.2359	16.14			
203669	2.5422	0.1875	0.2583	15.51	1.7190	0.3441	

Continua na página seguinte

Tabela B.1 – *Continuação*

Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
208783	2.5395	0.2659	0.2236	15.60	2.4620	0.1676	
238208	2.7029	0.0674	0.1584	16.15	2.2480	0.1269	
239099	2.6036	0.0754	0.2069	16.19			
242039	2.6864	0.0525	0.1818	15.69			
243029	2.6860	0.0776	0.2521	15.67	2.4220	0.1580	
249831	2.6400	0.1598	0.1715	15.84			
262637	2.6259	0.2339	0.2291	16.20			
271071	2.5631	0.0878	0.2594	15.74			
275687	2.5668	0.1438	0.2269	16.67			
279983	2.6813	0.0669	0.2394	16.24			
302936	2.5122	0.1003	0.1881	16.63			
318027	2.6694	0.2368	0.2289	16.54			
324579	2.6805	0.0786	0.2369	16.60			
341273	2.7835	0.0530	0.2346	15.74			
363180	2.6317	0.1740	0.1275	16.78			
363846	2.6225	0.1295	0.2305	16.06			
367188	2.6902	0.0257	0.2079	15.90			
Astraea region							
22893	2.5326	0.1893	0.1091	15.10			
29720	2.6638	0.0846	0.0345	15.30			
46626	2.5359	0.1602	0.0200	14.60			
57439	2.5617	0.0677	0.0629	15.40			
58424	2.5337	0.1850	0.0930	15.50			
67299	2.5751	0.2692	0.0910	14.90			
68635	2.5808	0.2461	0.0800	16.30	2.0110	0.3633	
89387	2.5507	0.1417	0.0290	16.00			

Continua na página seguinte

Tabela B.1 – *Continuação*

Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
93580	2.6443	0.2865	0.0961	16.70			
102973	2.6108	0.1347	0.0451	15.90			
108901	2.5944	0.1206	0.0490	16.60			
119360	2.5498	0.1403	0.0841	16.60			
121046	2.5226	0.1289	0.0478	16.70			
122758	2.5705	0.1892	0.0808	17.20			
123441	2.6291	0.0710	0.0319	16.30			
127242	2.5398	0.1603	0.0605	15.70	2.0490	0.2014	
129632	2.5325	0.2441	0.1159	16.20	1.5120	0.3373	
129633	2.5231	0.1693	0.0802	16.30			
134783	2.6065	0.0105	0.0449	16.30			
136823	2.6192	0.2200	0.0996	16.20			
137139	2.5456	0.2783	0.0830	16.20			
138114	2.5476	0.2404	0.1098	16.80			
148699	2.6695	0.1238	0.1063	16.10			
149588	2.5390	0.0699	0.0563	16.50			
152062	2.5713	0.2847	0.0995	16.40			
154704	2.5528	0.1659	0.0467	16.50			
158290	2.5709	0.1111	0.0276	17.00			
160623	2.6065	0.1961	0.1157	15.80			
161465	2.7037	0.0624	0.0357	15.80			
177717	2.5485	0.0615	0.0866	15.91			
181565	2.6149	0.1103	0.0281	16.40			
187458	2.5927	0.1854	0.0820	15.14			
189410	2.5876	0.2541	0.0865	14.64			
225791	2.5835	0.1124	0.0423	17.22			

Continua na página seguinte

Tabela B.1 – *Continuação*

Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
240369	2.5241	0.0551	0.0700	16.58			
271802	2.6880	0.0836	0.0490	17.42			
287090	2.5247	0.2083	0.1176	17.68			
293407	2.5829	0.1698	0.0775	17.42			
327872	2.5996	0.1696	0.0591	17.17			
329973	2.5729	0.0895	0.0078	17.57			
366838	2.5532	0.2321	0.0736	18.11			
370092	2.5231	0.2077	0.0522	17.74			
370122	2.5573	0.1022	0.0557	17.44			
SU37 region							
22308	2.7734	0.1126	0.2119	14.00	5.8230	0.1573	
66905	2.7462	0.1458	0.2291	15.30			
87110	2.7112	0.1606	0.2390	15.00			
93322	2.7432	0.0990	0.2080	15.30	3.2540	0.1829	
133990	2.7751	0.0255	0.2538	15.50			
150512	2.7216	0.1042	0.2316	15.90			
186607	2.7570	0.0659	0.2424	15.25			
202242	2.7379	0.1596	0.2211	15.28	2.2360	0.2230	
206011	2.7240	0.0334	0.2325	15.42	2.4360	0.1713	
Gefion Region							
7302	2.8074	0.1468	0.1595	12.10	10.6290	0.2082	
37325	2.7398	0.1831	0.1670	14.30			
104359	2.7714	0.1360	0.1562	15.10			
113194	2.7206	0.1037	0.1646	15.30			
119686	2.7150	0.1796	0.1632	15.30			
126955	2.7352	0.1396	0.1557	15.00			

Continua na página seguinte

Tabela B.1 – *Continuação*

Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D (km)	p_v	Região
179216	2.7529	0.0648	0.1884	15.61			
233474	2.7835	0.1218	0.1596	15.91			
258311	2.7856	0.0858	0.1600	16.26			
182385	2.7271	0.1809	0.1665	15.00	1.8520	0.2464	
340344	2.7405	0.1311	0.1529	16.99			
Lavrov region							
36118	2.7095	0.0742	0.0781	13.40	4.9980	0.3385	
36590	2.8336	0.0473	0.0369	15.40	2.7020	0.1674	
48558	2.7624	0.1386	0.0890	15.40			
85402	2.7325	0.0577	0.0325	15.00			
88727	2.8015	0.1192	0.0452	15.00			
88754	2.7384	0.0744	0.0444	14.90			
95536	2.7512	0.1011	0.0397	15.90			
155236	2.7148	0.0620	0.0374	16.20			
171403	2.7834	0.0504	0.0695	15.80			
126639	2.7250	0.0401	0.0428	15.80			
208899	2.7751	0.0392	0.1068	15.73			
209318	2.7403	0.0419	0.0979	16.78			
233503	2.7126	0.0323	0.0436	16.06			
243256	2.7713	0.0901	0.1080	16.05	3.5200	0.0518	
289970	2.7687	0.0494	0.0130	16.86			
348518	2.7419	0.0538	0.0405	16.86			

Fonte: Produção do próprio autor.

A tabela B.2 reportamos a identificação de asteroides de acordo com os dados disponíveis da missão WISE, para todos os asteroides no cinturão externo.

Tabela B.2: List of $V-$type photometric candidates in the outer main-belt.

# Asteroide id.	a	e	$sen(i)$	H	D(km)	P_v	Rgião
(349) Dembowska							
(158) Koronis							
10537	2.8496	0.1032	0.1105	12.41	7.8650	0.3131	
36590	2.8336	0.0468	0.0371	14.64	2.7020	0.1674	Koronis
55270	2.9085	0.1250	0.1647	14.02			
52726	2.8481	0.0769	0.2880	13.35			
55613	2.9143	0.0250	0.1397	14.34			
85812	2.8444	0.1769	0.0383	15.04			
141036	2.9444	0.0987	0.0342	15.78			
160435	2.8573	0.0518	0.0366	16.35			Koronis
(221) Eos							
7472	3.0102	0.1389	0.1563	12.08	10.0080	0.2795	
14390	3.2449	0.0844	0.1165	12.16	10.7670	0.2202	
41243	2.9893	0.0766	0.1906	14.36	4.2160	0.1727	Eos
58860	3.0561	0.0704	0.1598	14.28	3.7390	0.1665	Eos
61877	3.0607	0.0700	0.0302	14.75			
63085	3.1380	0.0852	0.2059	14.16			
65256	3.0880	0.0449	0.2083	14.27			
97502	3.0541	0.2407	0.1289	14.43	3.0460	0.2751	
105041	3.0403	0.1583	0.1847	14.09			
106205	3.0776	0.1163	0.0381	15.50			
117043	3.0260	0.0854	0.0448	15.17			
144548	3.1207	0.0419	0.1840	15.24			
153284	3.0445	0.1342	0.1008	14.83			
177904	3.1586	0.1539	0.0731	15.30	5.762	0.0403	
189899	3.0099	0.1291	0.2020	15.20			
195852	3.1326	0.0525	0.1546	15.62			
225034	3.0288	0.0825	0.2155	14.81			
261676	3.0497	0.1812	0.0740	15.67			
301865	3.0634	0.0864	0.1979	16.52			Eos
(1459) Magnya							
1459	3.1503	0.2129	0.2681	10.24	29.900	0.2168	
11465	3.1026	0.0149	0.3480	12.87	12.556	0.0775	
34698	3.1800	0.0692	0.3863	12.42	8.070	0.3920	
63075	3.1058	0.0762	0.2482	13.97	3.778	0.2358	
91159	3.1946	0.2738	0.2773	14.28			
92182	3.1813	0.1699	0.2660	13.70			
141050	3.0954	0.1220	0.2613	14.97			
188331	3.1364	0.2221	0.2487	15.21			
208324	3.1307	0.2703	0.2870	14.91			
311474	3.0452	0.1131	0.2557	15.28			

Fonte: Produção do próprio autor.

Apêndice C

Gráficos: Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides:

Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides

Figura C.1: Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 42095, 970, 269545, 9852, 83961 e 7464 em 20 milhões de anos. Note-se que o ângulo crítico $g - 2g_6 + g_5$ se encontra em estado de libração em torno de 180° dentro e perto de $2\varpi_6 - \varpi_5$ ressonância.

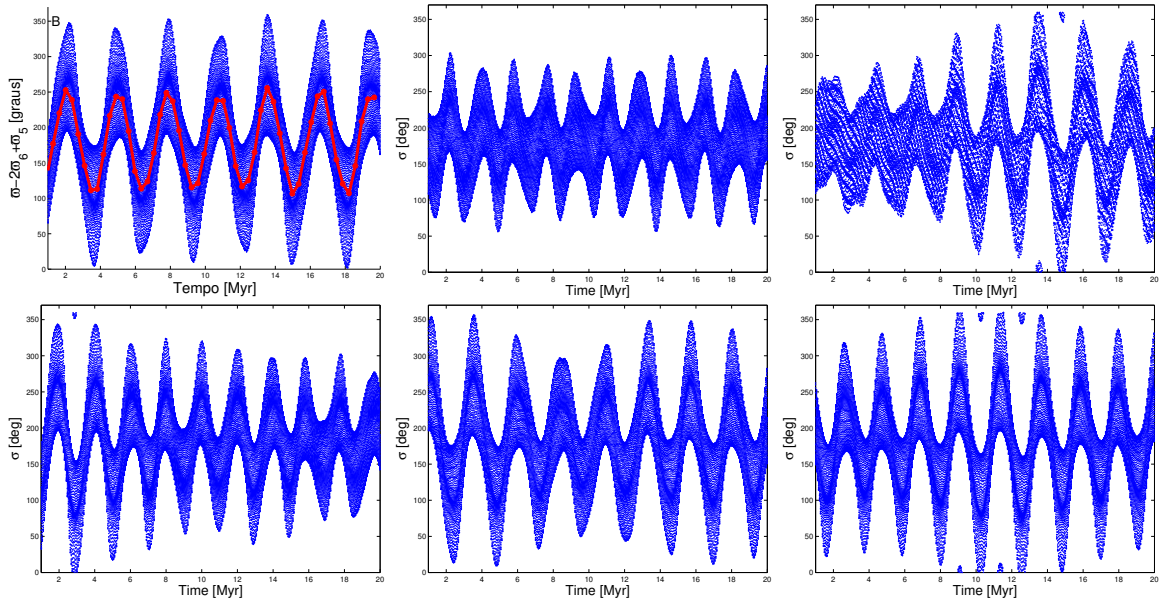


Figura C.2: Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 5, 6573, 122849, 126025, 146548 e 168580 em 20 milhões de anos. As órbitas se encontram em fases de comutação, ou seja, órbitas que alternam estados de libração anti-alinhada com estados de circulação e vice-versa.

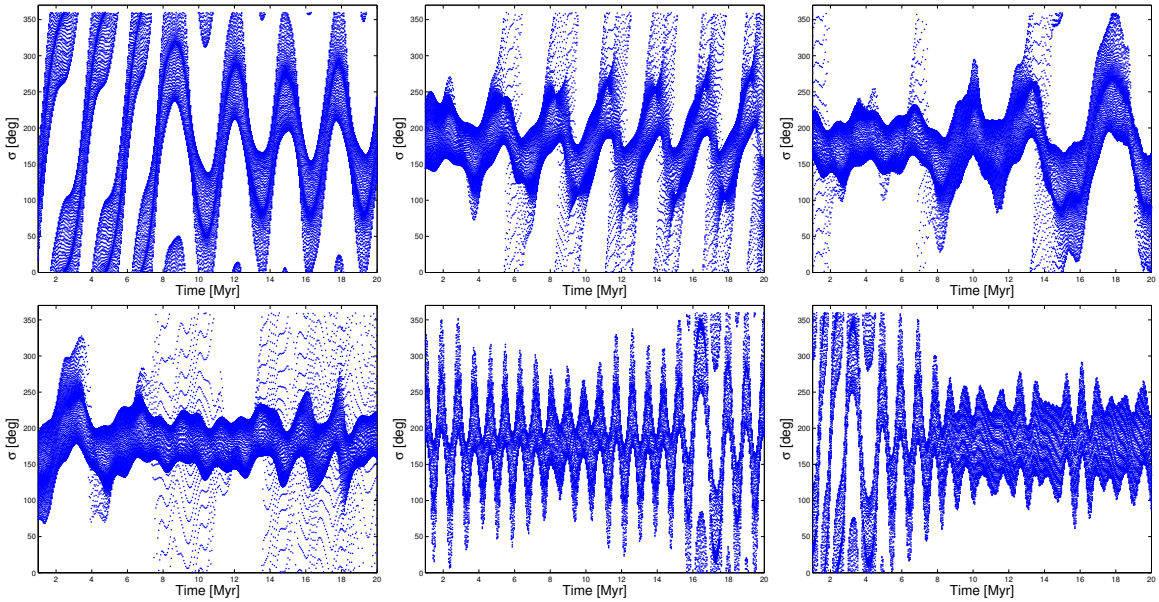
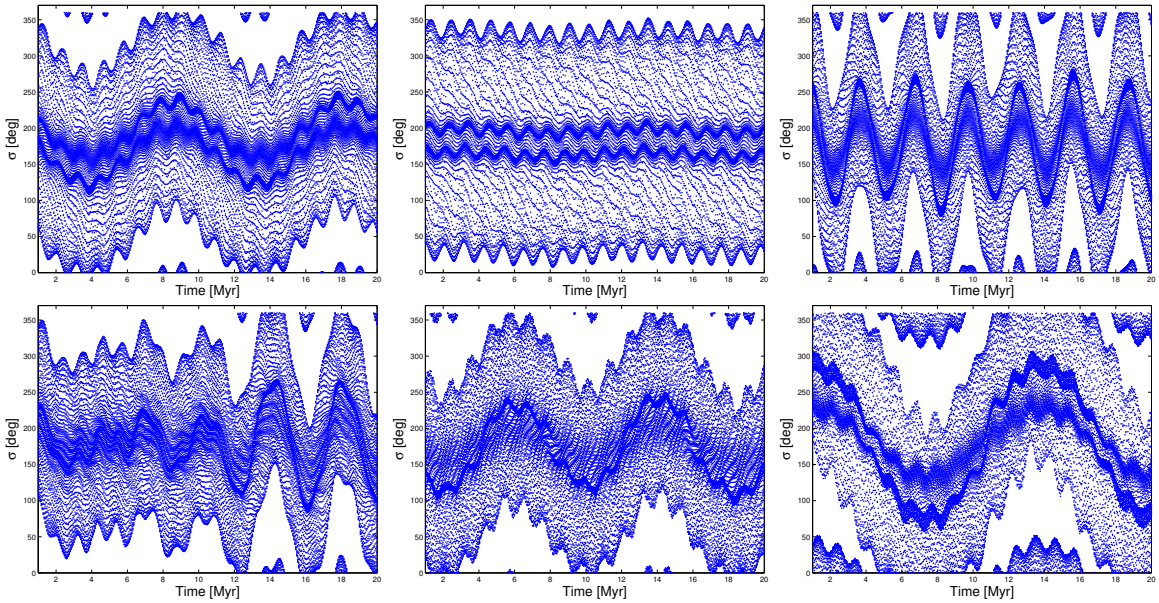


Figura C.3: Evolução temporal do argumento ressonante dos asteroides: 7443, 9122, 8846, 98792, 113157 e 119839 em 20 milhões de anos. Nota-se que o ângulo crítico $g - 3g_6 + 2g_5$ se encontra em estado de libração em torno de 180° dentro e perto da ressonância $3\varpi_6 - 2\varpi_5$.



Parte I

Trabalho Publicado: A multidomain approach to asteroid families' identification

Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS **433,** 2075–2096 (2013) doi:10.1093/mnras/stt884
Advance Access publication 2013 June 24

A multidomain approach to asteroid families' identification

V. Carruba,[1]★ R. C. Domingos,[2] D. Nesvorný,[3] F. Roig,[4] M. E. Huaman[1] and D. Souami[5,6]

[1]*UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil*
[2]*INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP 12227-010, Brazil*
[3]*SWRI, SouthWest Research Institute, 1050 Walnut Street, Suite 300, Boulder, CO 80302, USA*
[4]*Observatório Nacional (ON), Rua General José Cristino 77, Rio de Janeiro, RJ 20921-400, Brazil*
[5]*UPMC, Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, F-75005 Paris, France*
[6]*SYRTE, Observatoire de Paris, Systèmes de Référence Temps Espace, CNRS/UMR 8630, UPMC, F-75014 Paris, France*

Accepted 2013 May 15. Received 2013 May 14; in original form 2013 April 16

ABSTRACT

It has been shown that large families are not limited to what found by hierarchical clustering methods in the domain of proper elements (a, e, $\sin(i)$), which seems to be biased to find compact, relatively young clusters, but that there exists an extended population of objects with similar taxonomy and geometric albedo, which can extend to much larger regions in proper elements and frequencies domains: the family 'halo'. Numerical simulations can be used to provide estimates of the age of the family halo, which can then be compared with ages of the family obtained with other methods. Determining a good estimate of the possible orbital extension of a family halo is therefore quite important, if one is interested in determining its age and, possibly, the original ejection velocity field. Previous works have identified families' haloes by an analysis in proper elements domains, or by using Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog data, fourth release (SDSS-MOC4) multiband photometry to infer the asteroid taxonomy, or by a combination of the two methods. The limited number of asteroids for which geometric albedo was known until recently discouraged in the past the extensive use of this additional parameter, which is however of great importance in identifying an asteroid taxonomy. The new availability of geometric albedo data from the *Wide-field Infrared Survey Explorer* (*WISE*) mission for about 100 000 asteroids significantly increased the sample of objects for which such information, with some errors, is now known.

In this work, we proposed a new method to identify families' haloes in a multidomain space composed by proper elements, SDSS-MOC4 (a^*, $i-z$) colours, and *WISE* geometric albedo for the whole main belt (and the Hungaria and Cybele orbital regions). Assuming that most families were created by the breakup of an undifferentiated parent body, they are expected to be homogeneous in colours and albedo. The new method is quite effective in determining objects belonging to a family halo, with low percentages of likely interlopers, and results that are quite consistent in term of taxonomy and geometric albedo of the halo members.

Key words: Celestial mechanics – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

Asteroid families are groups of asteroids that are supposed to have a common origin in the collisional event that shattered the parent body. They are usually determined by identifying clusters of objects close in proper elements domain (a, e, $\sin(i)$). The hierarchical clustering method (HCM hereafter) as described by Bendjoya & Zappalà (2002) operates by identifying all objects that are closer than a given distance (cutoff) with respect to at least one other member of a family. If an object is closer than this distance, it is associated with the dynamical family, and the procedure is repeated until no new family members are found. The choice of this cutoff distance is then of paramount importance in determining the family. For small values of the cutoff, only the objects closest in proper element domain are identified as family members: the family 'core'. At

★ E-mail: vcarruba@feg.unesp.br

© 2013 The Authors
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

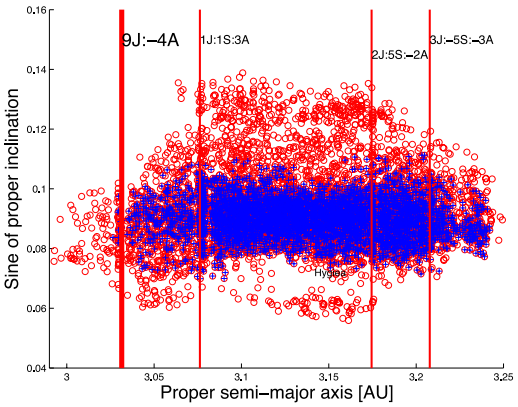


Figure 1. An $(a, \sin(i))$ projection of the Hygiea family core (blue crosses) and halo (red circles), as obtained in Carruba (2013). Vertical red lines display the location of the main mean-motion resonances in the region.

larger cutoff one is able to identify objects that, while still belonging to the collisional group, may have dynamically evolved since the family formation and drifted apart from the core: the family 'halo'.[1]

To illustrate this issue, Fig. 1 displays the family core (blue crosses) and halo (red circles), as obtained in Carruba (2013) for the Hygiea family, at cutoff of 66 and 76 m s^{-1}, respectively. At cutoffs larger than 76 m s^{-1} the family merged with other dynamical groups in the region (such as the Veritas and Themis family) and with the local background, thus it was no longer identifiable as a separate entity. Numerical simulations can be used to provide estimates of the age of the family halo, as done, for instance, by Brož & Morbidelli (2013) for the Eos halo, that can then be compared with ages of the family obtained with other methods. Determining a good estimate of the possible orbital extension of a family halo is therefore quite important, if one is interested in determining its age and, possibly, the original ejection velocity field.

One problem in obtaining a good determination of a family halo is however the presence of objects in the orbital region of the halo that might not be connected with the local family. Assuming that most families were created by a breakup of an undifferentiated parent body, we would expect that most of its members should be homogeneous in colours and albedo. Objects that belong to the dynamical families but that differ in colours or albedo may possibly be asteroids of the local background that just happened to lie in the orbital region of a given family: the interlopers. An analysis of spectral properties of local asteroids may provide insights on the possible presence of such interlopers in groups found in proper elements domains, but such information is usually available only for 2 per cent or less of the main belt asteroids. Yet including too many interlopers into the family may change the perceived orbital structure of the group and cause to obtain distorted estimates of its properties. Recently, the Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog data, fourth release (SDSS-MOC4 hereafter; Ivezić et al. 2002), provided multiband photometry on a sample two order of magnitude larger than any available in any current spectroscopic catalogues (about 60 000 numbered objects). While for the purpose of deriving very reliable inferences about asteroid surface compositions, multiband photometry is not as precise as spectroscopy. Nesvorný et al. (2005) showed that the SDSS-MOC is a useful data set to study general statistical variations of colours of main belt asteroids. These authors used an automatic algorithm of principal component analysis (PCA) to analyse SDSS photometric data and to sort the objects into different taxonomical classes. In particular, PCA can be used to derive linear combinations of the five SDSS colours (u, g, r, i, z), in order to maximize the separation between a number of different taxonomic classes in SDSS data. Two large separated complexes were found in the PCA first two components: the C/X complex and the S complex, with various subgroups identified inside the main complexes. A problem with this approach was however the large errors that affected colours in the ultraviolet band u, and that propagated into the computation of the principal components. To avoid including the u-data, other authors (Ivezić et al. 2002; Parker et al. 2008) constructed a colour-code diagram in a $(a^*, i - z)$ plane, where

$$a^* = C_1 * (g - r) + C_2 * (r - i) + C_3, \quad (1)$$

and C_1, C_2 and C_3 are numerical coefficients that depend on the colour values and on the number of observations in the given data base (Roig & Gil-Hutton 2006), and g, r, i and z, the other SDSS colours, had an accuracy of about 0.03 mag, higher than the average errors in the u-band. As in the plane of (PC_1, PC_2), asteroids divided in the $(a^*, i - z)$ plane into three fairly distinct groups, the C-complex ($a^* < 0$), the S-complex ($a^* > 0$, $i - z > -0.13$) and the V-type asteroids ($a^* > 0$, $i - z < -0.13$; Parker et al. 2008).[2]

Asteroid taxonomy is however also defined by the geometric albedo p_V (roughly, the ratio of reflected radiation from the surface to incident radiation upon it, at zero phase angle (i.e. as seen from the light source), and from an idealized flat, fully reflecting, diffusive scattering (Lambertian) disc with the same cross-section). C-type asteroids tend to have lower values of geometric albedo than S-type ones, and Tholen asteroid taxonomy (Tholen 1989) used values of p_V to distinguish classes of asteroids inside the X-complex, such as the M-, E- and P-types. Until recently, however, only about two thousand asteroids had reliable values of geometric albedos (see Tedesco et al. 2002). Initial results from the *Wide-field Infrared Survey Explorer* (*WISE*) (Wright et al. 2010), and the NEOWISE (Mainzer et al. 2011) enhancement to the *WISE* mission recently allowed us to obtain diameters and geometric albedo values for more than 100 000 main belt asteroids (Masiero et al. 2011), increasing the sample of objects for which albedo values were known by a factor of 50. Masiero et al. (2011) showed that, with some exceptions, such as the Nysa–Polana group, asteroid families typically show a characteristic albedo for all members, and that a strongly bimodal albedo distribution was observed in the inner, middle and outer portions of the main belt.

Previous works, such as Bus & Binzel (2002a,b), Nesvorný et al. (2005), found asteroid families in extended domains of proper elements and SDSS-MOC4 principal components data in order to minimize the number of possible interlopers, but such an analysis was not extended to asteroids' geometrical albedo. Here, we take full advantage of the newly available *WISE* data and we introduce a new HCM [see Bendjoya & Zappalà (2002) for details of the method in proper elements space] in a multidomain space

[1] The term halo was first introduced to describe this population of objects by Nesvorný et al. (2006), and then adopted by other authors such as Parker et al. (2008).

[2] The a^* colour is nothing but the first principal component PC_1 of the data distribution in the $(g - r)$ versus $(r - i)$ colour–colour diagram.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

composed by asteroids proper elements (a, e, $\sin(i)$), SDSS-MOC4 colours (a^*, $i-z$) and *WISE* geometric albedo (p_V), to identify haloes associated with main belt asteroid families. The great advantage of this approach is that any group identified in these domains will most likely to belong to the same taxonomical group, since its members have to share not only similar values of proper elements, but also of taxonomically related information, such as (a^*, $i-z$) and p_V. A shortcoming of this approach is related to the more limited number of asteroids that have data in the three domains at the same time, when compared with the larger number of objects that have only proper elements and frequencies, only SDSS-MOC4 principal components data, only *WISE* albedo data or a dual combination of these three quantities. However, groups determined with this new approach may serve as a first step in determining the real orbital extension of the families' cores and haloes, with a precision that other methods already in use in the literature may lack.

This work is so divided: in Section 2, we discuss the basics of our approach for finding haloes in the multidomain space. In Section 3, we compare the efficiency of this approach in finding low numbers of interlopers with the results of other methods used for identifying asteroid families. In Sections 4, 5 and 6, we apply our method to all the currently known major families in the inner, central and outer main belt. In Sections 7 and 8, we discuss the case of the asteroids in the Cybele group and in the Hungaria region. Finally, in Section 9, we present our conclusions.

2 METHODS

In this work, we are trying to make best use of all the new data on surface colours (SDSS-MOC4) and geometric albedo (*WISE* and NEOWISE) that is currently available to try to find the most possibly accurate determination of all major main belt family haloes. For this purpose, we determined the main belt asteroids with synthetic proper elements available at the AstDyS website http://hamilton.dm.unipi.it/cgi-bin/astdys/astibo, accessed on 2013 January 15 (Knežević & Milani 2003) that also have SDSS-MOC4 and *WISE* albedo data, and errors in proper elements (a, e, $\sin(i)$) less than what described as 'pathological' in Knežević & Milani (2003), i.e. $\Delta a > 0.01$ au, $\Delta e > 0.1$ and $\Delta \sin(i) > 0.03$. We computed the SDSS-MOC4 colours (a^*, $i-z$) and their errors, computed with standard propagation of uncertainty formulas under the assumption that the SDSS-MOC4-calibrated magnitude behave as uncorrelated variables. For our sample of 58 955 asteroids with SDSS colours, we found values of the coefficients C_1, C_2, and C_3 in equation (1) of 0.939 67, 0.342 08 and −0.6324, respectively. To avoid including data affected by too large uncertainties, we eliminated from our sample asteroids with errors in a^* or $(i-z)$ larger than 0.1 mag. As a test of the validity of our approach we also computed PC_1, PC_2 principal components according to the approach of Novaković, Cellino & Knežević (2011), with their errors, and also rejected objects with errors larger than 0.1. While 68.1 per cent of the asteroids in the SDSS-MOC4 sample passed the conversion into (a^*, $i-z$) colours and the rejection of noisy data, only 42.08 per cent of the same asteroids had errors in PC_1, PC_2 less than 0.1.[3] Based on these results, we decided to work with (a^*, $i-z$) colours rather than principal components. We also eliminated from our sample asteroids with errors in p_V larger than 0.05 if $p_V < 0.2$, and asteroids with errors in p_V larger than 0.1 if $p_V > 0.2$. The stringent constraint on errors in geometric albedo p_V for low-albedo asteroids was required to better distinguish between CX-complex asteroids ($p_V < 0.1$) and S-complex asteroids ($p_V > 0.1$). Since some objects in the inner main belt and Hungaria region have values of albedo in the *WISE* survey that are too high (up to 0.8–0.9) and are possibly an artefact of the method used to calculate absolute magnitude (Masiero et al. 2011), we also eliminated all objects in these two regions (essentially those with semimajor axis smaller than that of the centre of the 3J:-1A mean-motion resonance, i.e. about 2.5 au) with $p_V > 0.5$ from our data base.

We then defined a distance metrics between two asteroids in a multidomain space as

$$d_{\rm md} = \sqrt{d^2 + C_{\rm SPV}[(\Delta a^*)^2 + (\Delta(i-z))^2 + (\Delta p_V)^2]}, \quad (2)$$

where $\Delta a^* = a_2^* - a_1^*$ and similar relations hold for $\Delta(i-z)$ and Δp_V. Following the approach of Bus & Binzel (2002a,b) for a similar distance metric of proper elements and SDSS-MOC principal components (see also Nesvorný et al. 2005; Carruba & Michtchenko 2007), $C_{\rm SPV}$ is a weighting factor equal to 10^6 (other choices in a range between 10^4 and 10^8 have been tested without significantly changing the robustness of the results), and d is the standard distance metrics in proper element domain defined in Zappalà et al. (1995) as

$$d = na\sqrt{k_1\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + k_2(\Delta e)^2 + k_3(\Delta \sin(i))^2}, \quad (3)$$

where n is the asteroid mean motion; Δx the difference in proper a, e and $\sin(i)$; and k_1, k_2, k_3 are weighting factors, defined as $k_1 = 5/4$, $k_2 = 2$, $k_3 = 2$ in Zappalà et al. (1990, 1995). As first halo members, we selected asteroids that belong to the asteroids family, whose spectral type is compatible with that of the other members according to Mothé-Diniz et al. (2005), Nesvorný et al. (2006), Carruba (2009a,b, 2010b) and other authors, and that, of course, also have acceptable SDSS-MOC4 and *WISE*/NEOWISE data. For families not treated by these authors, we consulted the list of asteroid families available at the AstDyS website, and the Nesvorný (2012) HCM Asteroid Families V2.0, on the Planetary Data System, available at http://sbn.psi.edu/pds/resource/nesvornyfam.html, accessed on 2013 March 13. We then obtained dynamical groups using equation (2), for a value of cutoff $d_{\rm md}$ a bit less than the value for which the family halo merges with the local background (and other families in the region). As an example of this procedure, we choose the case of the Themis family. Fig. 2 displays the total number of members of this group (blue line) and the number of new members of the group (green line, as new members we mean the number of objects that became part of the group at that given velocity cutoff), as a function of the velocity cutoff $d_{\rm md}$. For $d_{\rm md} = 315\,{\rm m\,s^{-1}}$, the Themis halo merged with other Local Groups, such as the Hygiea family, so we choose in this case to work with a halo defined at $d_{\rm md} = 310\,{\rm m\,s^{-1}}$.

An advantage of the method proposed here is that it should automatically select asteroids close in proper elements, SDSS-MOC4 and *WISE* albedos, so reducing the number of interlopers usually

[3] The large rejection of noisy data in this later approach is due to the inclusion of the magnitudes in the *u* filter, which are affected by larger errors that the magnitudes in the other filters. An alternative approach based on principal components PC_1, PC_2 only in *g*, *r*, *i* and *z* colours domain was also tried. 67.7 per cent of our data passed the conversion into this space with errors less than 0.1. Since the (a^*, $i-z$) approach was slightly more efficient and it provided results that are easier to analyse in terms of taxonomies than the principal component approach, in this work we have decided to opt for the (a^*, $i-z$) method.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista jÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

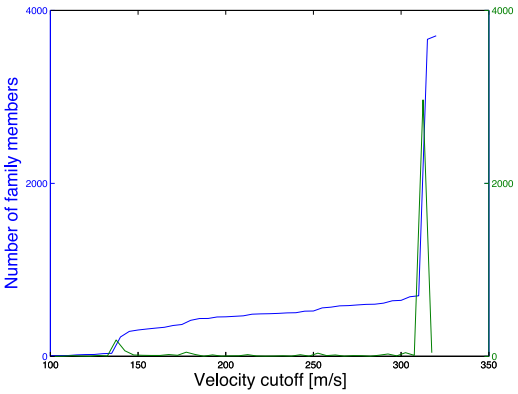


Figure 2. The number of members (blue line) and new members (green line) of the Themis group as a function of the velocity cutoff $d_{\rm md}$.

found in dynamical group encountered in proper elements (or frequencies) domains only. This can be verified by an analysis of the SDSS-MOC4 and *WISE* albedo data of the group so obtained. Again, for the case of the Themis family, Fig. 3 shows a projection in the (a^*, $i - z$) plane (panel A) and a histogram of the relative distribution of p_V values (panel B) of members of the Themis halo obtained with this method. The Themis family is made mostly by asteroids with CX-complex taxonomy, which in the (a^*, $i - z$) plane appear on the left of the vertical dotted line, but nine asteroids have colours incompatible with such classification and should be considered as interlopers. This is confirmed by an analysis of p_V values, where most of the albedos are below 0.1, the threshold for CX-complex asteroids, but there is a tail of objects with higher albedos. The percentage of possible interlopers found with this method, 1.30 per cent, is indeed quite inferior to the $\simeq$10 per cent statistically expected in dynamical families obtained only in proper elements domains (Migliorini et al. 1995). We will discuss how this new approach fares when compared with other methods already known in the literature in the next section.

3 COMPARISON WITH HCM IN OTHER DOMAINS

A natural question that may arise is why study families' haloes in a domain of proper elements, SDSS-MOC4 colours, and *WISE* albedos. How do the results obtained with this approach compare to those obtained with more traditional methods, such as the HCM in proper elements domain, or in a domain of proper elements and SDSS-MOC a^* and $i - z$ colours? To answer this question, we obtained asteroid families' haloes for several groups with the standard distance metric in proper element domain d of Zappalà et al. (1995), with a metric in proper elements and SDSS-MOC4 colours domains, given by

$$d_{\rm md} = \sqrt{d^2 + C_{\rm SPV}[(\Delta a^*)^2 + (\Delta(i-z))^2]}, \quad (4)$$

where $C_{\rm SPV}$, as discussed in Section 2, is a weighting factor equal to 10^6, and with a newly defined distance metric in proper elements and *WISE* geometric albedo p_V domain, given by

$$d_{\rm md} = \sqrt{d^2 + C_{\rm SPV}(\Delta p_V)^2}. \quad (5)$$

We determined families' haloes with the standard metrics of Zappalà et al. (1995), and equations (4), (5) and (2) for several large families in the main belt. Table 1 summarizes our results for the Hygiea, Koronis, and Eos family haloes, where we report the value of the cutoff at which the family was found, the number of halo members, the percentage of SDSS-MOC4 and geometric albedo likely interlopers (see Section 2 for a definition of the concept of SDSS-MOC4 and geometric albedo likely interlopers), for the four methods that we used (we will refer to these methods as metrics *D*, *DS*, *DPV* and *DSPV*). The last column, which reports the sum of the percentage of SDSS-MOC4 and geometric albedo likely interlopers, gives a measure of the efficiency of the method in finding likely interlopers: the lower this index, the better the method is working in avoiding taxonomically uncorrelated asteroids to the family halo. Among the several large families' haloes that we analysed, we choose to display the results for the Hygiea, Koronis and Eos groups because these are families for which the new multidomain method showed one of the best, medium and worse results in term of not finding interlopers when compared with the other methods, respectively.

The Hygiea family case was the one for which the new method had the best results among the families analysed, with an overall efficiency of only 9.86 per cent. In the case of the Koronis family,

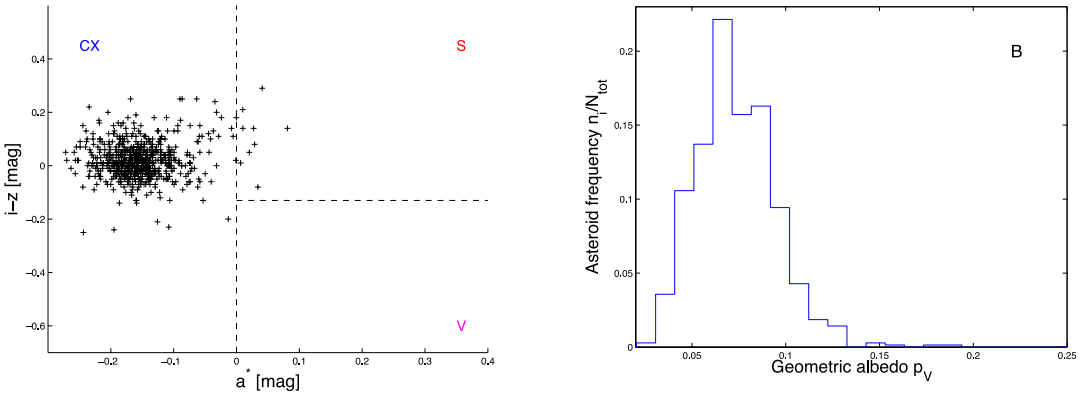


Figure 3. An (a^*, $i - z$) projection (panel A), and a histogram of the relative distribution of p_V values (panel B) of members of the Themis halo.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

Table 1. Efficiency of distance metrics in several domains in finding asteroid families' halo members.

Family name	d_{md} cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Percentage of SDSS-MOC4 likely interlopers	Percentage of p_V likely interlopers	Metric efficiency
Hygiea halo					
Metric *D*	80	6152	7.58	15.59	23.17
Metric *DS*	225	728	5.63	14.02	19.65
Metric *DPV*	140	2977	8.63	6.45	15.08
Metric *DSPV*	290	426	1.41	8.45	9.86
Koronis halo					
Metric *D*	65	6958	15.71	14.36	30.07
Metric *DS*	230	1054	13.54	13.11	26.65
Metric *DPV*	80	1366	14.32	21.74	36.06
Metric *DSPV*	215	200	16.00	7.00	23.00
Eos halo					
Metric *D*	40	5322	52.70	17.35	70.05
Metric *DS*	135	1886	55.99	11.08	67.07
Metric *DPV*	80	846	57.01	18.94	75.95
Metric *DSPV*	165	738	51.36	17.89	69.25

the efficiency was lower (23.00 per cent), but the new method still provided the best results when compared with other approaches. The Eos family was a very peculiar case: most of the family members are K-type, an S-complex type whose a^* values are very close to zero, the limiting value separating CX-complex asteroids and S-complex ones. The family is surrounded by CX-complex asteroids, and an analysis only based on distance metric inevitably recognizes as family members many background objects not necessarily connected to the family. Only in the case of this family, we found an efficiency of the new method slightly inferior to the results of the *DS* metric (69.25 per cent with respect to 67.07 per cent). Overall, the new approach was at its best a factor of 2 more efficient in eliminating interlopers than other methods, and at its worse provided comparable results to what obtained in the domain of proper elements and *Sloan* colours.

Having concluded that the method described by equation (2) is the most efficient in term of low numbers of interlopers, we are now ready to start our analysis of the main belt. We will do this by investigating asteroids family haloes in the inner main belt.

4 INNER MAIN BELT

The inner main belt is dynamically limited in semimajor axis by the 3J:-1A mean-motion resonance at high a (Zappalà et al. 1995). The 7J:-2A mean-motion resonance is sometimes used by some authors as the boundary between the inner main belt at high inclination and the region of the Hungaria asteroids. In this work, we will just use the upper limit in a given by the 3J:-1A mean-motion resonance. The linear secular resonance ν_6 separates the low-inclined asteroid region from the highly inclined area, dominated by the Phocaea family (see Carruba 2009b, 2010a for a discussion of the local families' groups and dynamics). The Phocaea family is located in a stable island limited by the 7J:-2A and 3J:-1A in semimajor axis, and by the ν_6 and ν_5 secular resonances in inclination (Knežević & Milani 2003). We found 2366 objects that have proper elements and frequencies, SDSS-MOC (a^*, $i - z$) colours, *WISE* geometric albedo data in the inner main belt, and reasonable errors, according to the criteria defined in Section 2. We will start our analysis by studying the case of the Belgica family.

4.1 The Belgica family

The Belgica group was a clump associated with the former Flora family and identified by Mothé-Diniz et al. (2005) as a small and sparse group of only 41 members at a cutoff in proper element domain of 57.5 m s^{-1}. Here, we found that the halo of the Belgica family merges with that of the Baptistina group already at a cutoff of 100 m s^{-1}. We will therefore treat the Belgica family together with the Baptistina cluster.

4.2 The Baptistina family

The Baptistina family, as the Belgica group, was studied by Mothé-Diniz et al. (2005) and was part of the former Flora family. It is located in a very complex dynamical region (Michtchenko et al. 2010), being crossed by powerful mean-motion resonances such as the 7J:-2A and interacting with secular resonances such as the $z_2 = 2(g - g_6) + (s - s_6)$. It has been obtained in the (n, g, s) frequency domain by Carruba & Michtchenko (2009) to study possible diffusion of its members in $s-$type resonances such as the $\nu_{17} + \nu_4 + \nu_5 - 2\nu_6$. Here, we identified a 56-member CX halo at a cutoff of 250 m s^{-1}. The taxonomical structure of the halo is indeed very complex and puzzling. The majority of the Baptistina halo members have SDSS-MOC4 data compatible with a CX-complex taxonomy, with only two members (3.6 per cent of the total) that are possible interlopers. The albedo data are however very puzzling, since 47 members (83.9 per cent of the total) have values of $p_V > 0.1$, not usually associated with dark CX-complex asteroids. Baptistina family members seem to behave as the members of the Hungaria group, a CX-complex family, characterized by large values of albedos (see Section 8.1). Understanding the properties of the Baptistina halo will require a much more in depth analysis than what we performed in this work.

4.3 The Vesta family

The Vesta family is unique in the main belt, since it is made mostly by V-type asteroids that are associated with a basaltic composition, typical of differentiated objects with a crust. Of the many possible differentiated or partially differentiated asteroids that may have

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

existed in the primordial main belt, (4) Vesta is the largest remnant for which a basaltic crust is still present and was observed by a space mission (Russel et al. 2012). Many V-type objects are observed outside the limits of the traditional HCM family (Carruba et al. 2005, Nesvorný et al. 2008), making this family a test-bed for the application of methods on halo determinations.

We determined a 161-member halo at a cutoff of $d_{\rm md} = 275\,{\rm m\,s^{-1}}$. 46 halo members (28.6 per cent of the total, a considerable fraction of the halo) are possible SDSS-MOC4 interlopers, and 26 asteroids (16.2 per cent of the total) are possible albedo interlopers. Among the asteroids with $a^* > 0$, 58.6 per cent are in a region of the (a^*, $i - z$) plane associated with V-type objects, according to the criteria defined in Section 1, and can be considered as possible V-type candidates.

How efficient is the new method in identifying V-type asteroids outside the Vesta family as members of the halo? Among the V-type asteroids not connected to the traditional HCM Vesta family listed in Carruba et al. (2005), only four objects are present in our multidomain catalogue: (3849), (3869), (4188) and (4434). Of these, two (50 per cent of the total), (3869) and (4188), were part of the Vesta halo as found by our method. Having such a limited sample of objects in our catalogue and in the halo, we are not able to achieve any conclusions on the validity of the method for the Vesta halo. The Sidwell, Somekawa, Henninghaack and Ausonia AstDyS family merge with the Vesta halo at a cutoff of less than $320\,{\rm m\,s^{-1}}$.

4.4 The Erigone family

The Erigone family was identified by Nesvorný et al. (2006) as a CX-complex group at a cutoff of $80\,{\rm m\,s^{-1}}$. Their analysis appears to be confirmed by this work: we found a 57 member CX-complex group at a cutoff $d_{\rm md}$ of $400\,{\rm m\,s^{-1}}$. No SDSS-MOC4 interlopers were found in the halo, and only one object (1.8 per cent of the total) was (barely) a possible albedo interloper. The Maartes AstDyS family merges with the Erigone halo at a cutoff of $d_{\rm md} = 165\,{\rm m\,s^{-1}}$.

4.5 The Massalia family

The Massalia family was identified by Nesvorný et al. (2006) as an S-complex family at a cutoff of $50\,{\rm m\,s^{-1}}$. In this work, we identified 19 S-complex members at a cutoff $d_{\rm md}$ of $250\,{\rm m\,s^{-1}}$. Seven SDSS-MOC4 interlopers (36.8 per cent of the total) were found in the halo, and 10 objects (52.6 per cent of the total) were possible albedo interlopers. Incidentally, (20) Massalia itself is a C-type asteroid, and quite likely an interloper in its own family.

4.6 The Nysa/Mildred/Polana family

The Nysa/Polana family was studied by Mothé-Diniz et al. (2005) that confirmed previous results about the dual structure of the family, made by an S-type member group around (878) Mildred, and an F-type group around (142) Polana. In this work, we find a CX-complex halo of 147 members at a cutoff $d_{\rm md}$ of $280\,{\rm m\,s^{-1}}$. The halo is dominated by the CX-complex Polana group, which is also made by the largest bodies in the area (Mothé-Diniz et al. 2005): we found no possible SDSS-MOC4 interlopers, and one (0.7 per cent of the total) albedo interloper. A smaller halo associated with the Mildred family merges with the larger Polana halo at about $150\,{\rm m\,s^{-1}}$, and the Clarissa Planetary Data System is englobed at a cutoff of $345\,{\rm m\,s^{-1}}$.

4.7 The Euterpe family

The Euterpe family is a low-inclination group listed by the Planetary Data System. In this work, we identified an S-complex halo at a cutoff $d_{\rm md}$ of $335\,{\rm m\,s^{-1}}$. Two objects (22.2 per cent of the total) were possible SDSS-MOC4 interlopers, and one asteroid (11.1 per cent of the total) is a possible albedo interloper.

4.8 The Lucienne family

The Lucienne family is a relatively high-inclination group listed by the Planetary Data System. Unfortunately, we could not find any member of this group in our multidomain sample of asteroids for the inner main belt, so no conclusions are possible to achieve on this cluster.

4.9 The Phocaea family

The Phocaea family has been studied by Knežević & Milani (2003) and by Carruba (2009b). It is located in a stable island bounded by the ν_6 and ν_5 secular resonances in inclination and the 7J:-2A and 3J:-1A mean-motion resonances in semimajor axis. Despite the peculiar dynamical configuration, Carruba (2009b) concluded that it was likely that the Phocaea family was a real S-complex collisional family, with an estimated age of about 2.2 billion years. In this work, we found an 80-member S-complex halo at a cutoff $d_{\rm md} > 800\,{\rm m\,s^{-1}}$, which is the value for which all asteroids in the stable island in our data base were found connected to the Phocaea family. 27 objects (33.8 per cent of the total) were possible SDSS-MOC4 interlopers, and 16 asteroids (20.0 per cent of the total) had values of $p_V < 0.1$. Overall, we confirm the analysis of Carruba (2009b) on the possible reality of the Phocaea family as an S-complex collisional group.

4.10 The inner main belt: an overview

Our results for the inner main belt are summarized in Table 2, where we give information on the first halo member used to determine the family halo, the cutoff value used to identify the halo, the number of bodies in the halo, the spectral complex to which the majority of halo members belongs and the number of possible interlopers, according to SDSS-MOC4 and geometric albedo considerations.

Fig. 4, panel A, displays an (a, $\sin(i)$) projection of asteroids in our multivariate sample in the central main belt. Vertical red lines identify the orbital position of the main mean-motion resonances in the area. Blue lines show the location of the main linear secular resonances, using the second order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 4, panel A, and the values of angles Ω, ω, M and eccentricity of (25) Phocaea, the highly inclined asteroid associated with the largest family in the region (Carruba 2009b). The orbital position in the (a, $\sin(i)$) plane of the first numbered asteroid in all the inner main belt groups is also identified in Fig. 4, panel A. In panel B of the same figure, we display a density map of the inner main belt, according to the approach described in Carruba & Michtchenko (2009). Density maps display regions characterized by strong mean-motion or secular resonances by a relatively low number of asteroids per unit bin. To quantitatively determine the local density of asteroids, we computed the $\log_{10}$ of the number of all asteroids with proper elements per unit square in a 22 by 67 grid in a (starting at $a = 2.18$ au, with a step of 0.015 au) and $\sin(i)$

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

Table 2. Asteroid families' haloes in the inner main belt.

First halo member	d_{md} cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Spectral complex	Number of SDSS-MOC4 likely interlopers	Number of p_V likely interlopers
(298) Baptistina: (4691)	250	56	CX	2	47
(4) Vesta: (2011)	275	161	S(V)	46	26
(163) Erigone: (9566)	400	57	CX	0	1
(20) Massalia: (10102)	250	19	S	7	10
(44) Nysa/Mildred/Polana: (1768)	280	147	CX	0	1
(27) Euterpe: (5444)	335	9	S	2	1
(25) Phocaea: (3322)	>800	80	S	27	16

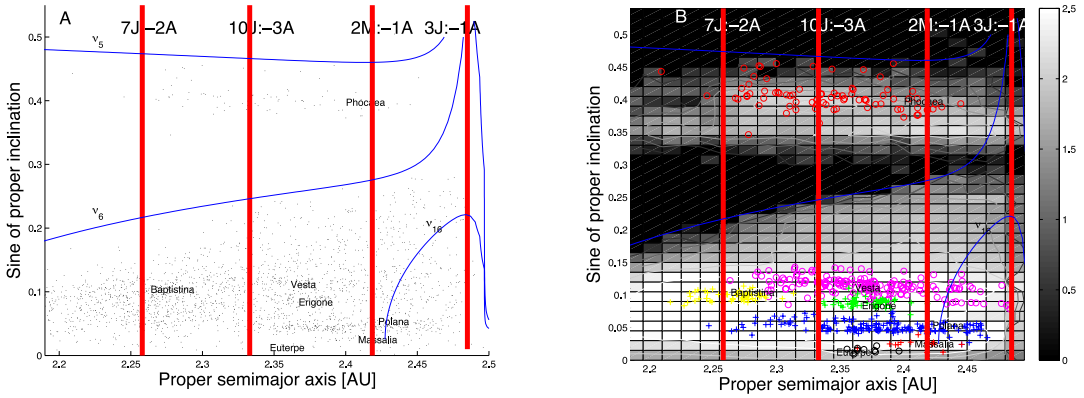


Figure 4. Panel A: an $(a, \sin(i))$ projection of inner main belt asteroids in our multivariate sample. Panel B: contour plot of the number density of asteroids in the proper element sample. Superimposed, we display the orbital location of asteroid families in the CX-complex (plus signs), and in the S-complex (circles).

(starting at 0, with a step of 0.015). Superimposed to the density map, we also show the orbital projection of the haloes found in this work shown as plus signs for CX-complex families, and circles for S-complex families. The other symbols are the same as in Fig. 4, panel A.

Fig. 5 displays a projection in the $(a^*, i - z)$ plane of all asteroids in our multidomain sample (panel A), and an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, (panel B), where objects in the CX-complex are shown as blue circles, and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs. The inner main belt is slightly dominated by S-complex asteroids, but with a significant minority of CX-complex bodies. V-type asteroids are mostly concentrated in the Vesta family, but with a significant population outside the dynamical group (see also Carruba et al. 2005).

This is confirmed by an analysis of *WISE* p_V geometrical albedo data, a histogram of which is presented in Fig. 6, panel A. Fig. 6, panel B, displays an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$ and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$. The majority of asteroids in the inner main belt is made by high-albedo objects, associated with S-complex taxonomies, but with a significant minority of CX-complex bodies.

5 CENTRAL MAIN BELT

The central main belt is dynamically limited in semimajor axis by the 3J:-1A and 5J;-2A mean-motion resonances (Zappalà et al. 1995). The linear secular resonance ν_6 separates the low-inclined asteroid region from the highly inclined area, dominated by the Hansa and Pallas families (Carruba 2010b). As discussed in Carruba (2010b), in the highly inclined region the local web of linear secular resonances and mean-motion resonances divided the region into six separated stable islands, each hosting one or more major families, and that can be considered as a stable archipelago. Of particular interest in this region is the Tina family, whose members are all in anti-aligned states of the ν_6 linear secular resonance (Carruba & Morbidelli 2011). We found 3693 objects that have proper elements and frequencies, SDSS-MOC4 a^* and $i - z$ colours, *WISE* geometric albedo data, and satisfy our error analysis criteria, in the central main belt, and we will start our analysis by studying the case of the Hestia family.

5.1 The Hestia family

The Hestia family was identified in Nesvorný et al. (2005) as a 154-member group with S-taxonomy at a cutoff in proper element domain of 80 m s^{-1}. Here, we obtained a CX-halo of 26 members at a cutoff $d_{md} = 360$ m s^{-1}. 11 objects (42.3 per cent of the total) were SDSS-MOC4 interlopers, and 12 (46.2 per cent of the total) had $p_V < 0.1$.

5.2 The Astraea family

The Astraea family is listed at the AstDyS. We identified a small CX-complex halo of four members at a cutoff of 320 m s^{-1}, with no interlopers.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

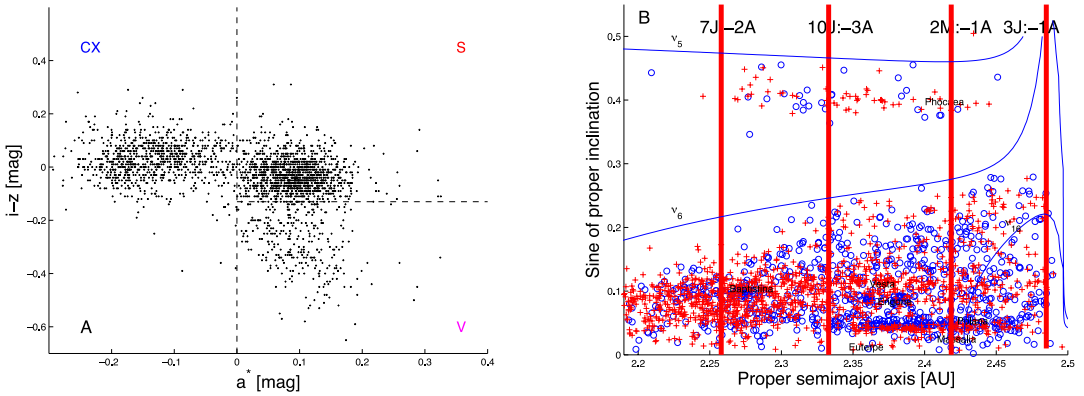


Figure 5. Panel A: an $(a^*, i-z)$ projection of inner main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where objects in the CX-complex are shown as blue circles, and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs.

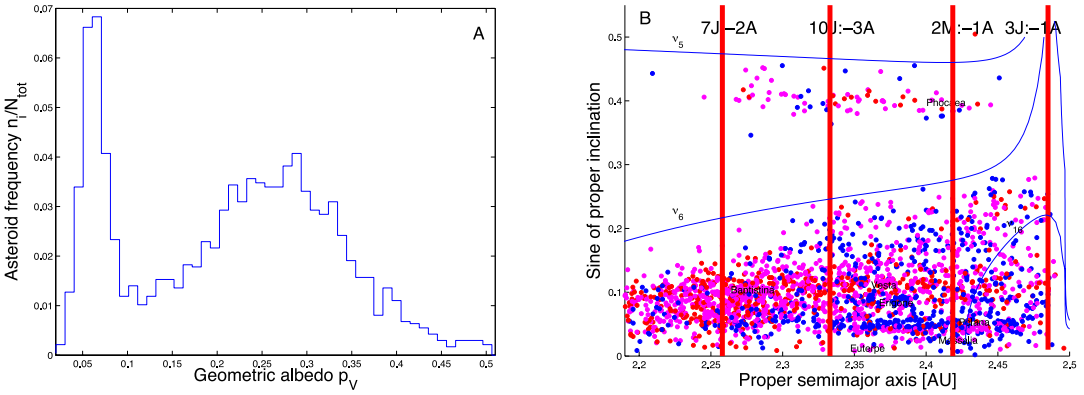


Figure 6. Panel A: a histogram of number frequency values $n_i/N_{\rm Tot}$ as a function of geometric albedo p_V for inner main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$ and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$.

5.3 The Aeolia family

The Aeolia family was identified in Nesvorný et al. (2005) as a group of 28 members at a cutoff of 20 m s^{-1} with no identifiable dominant taxonomy. Here, we obtained a halo of 14 members at a cutoff $d_{\rm md} = 320$ m s^{-1}, all with CX-complex taxonomies. Two objects (14.3 per cent of the total) have values of $p_V > 0.1$.

5.4 The Chloris family

The Chloris family was a group of 135 members identified in Nesvorný et al. (2005) at a cutoff in proper element domain of 120 m s^{-1}. Most of the members of this group belonged to the C-class. In this work, we found a halo of 35 members at a cutoff of 340 m s^{-1}. One object (2.9 per cent of the total) was a possible SDSS-MOC4 interloper, and eight objects (22.9 per cent of the total) had values of $p_V > 0.1$.

5.5 The Misa family

The Misa family was a large C-class group of 119 asteroids identified at a cutoff of 80 m s^{-1} in proper element domain by Nesvorný et al. (2005). Here, we found a halo of 33 members at a cutoff $d_{\rm md} = 355$ m s^{-1} all belonging to the CX-complex. One object (3.0 per cent of the total) was a possible SDSS-MOC4 and albedo interloper. The Leonidas AstDyS group merges with this family at a cutoff of less than 150 m s^{-1}.

5.6 The Brangane family

The Brangane group was a 30-member S-type cluster identified in proper element domain by Nesvorný et al. (2005) at a cutoff of 30 m s^{-1}. In this work, we identified an S-complex halo of just three members at a cutoff $d_{\rm md} = 355$ m s^{-1}. One member (33.3 per cent of the total) was a possible SDSS-MOC4 interloper, and, as observed for some other S-complex families, all objects had $p_V < 0.1$.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

5.7 The Bower family

The Bower family was a 82-member cluster identified by Nesvorný et al. (2005) at a cutoff of 100 m s^{-1} with no dominant taxonomical information. In this work, we identified a 27-member halo at a cutoff $d_{\rm md} = 260$ m s^{-1}. Most of the members belonged to the CX-complex, but six (22.2 per cent of the total) were possible SDSS-MOC4 interlopers, and seven objects (25.9 per cent of the total) had $p_V > 0.1$.

5.8 The Cameron family

The Cameron group was identified at a cutoff of 60 m s^{-1} by Nesvorný et al. (2005). It was a 162 group made mostly by S-type asteroids. The halo that we identified in this work had three members at $d_{\rm md} = 310$ m s^{-1}. Contrary to what was found by Nesvorný et al. (2005), all members have SDSS-MOC4 colours compatible with a CX-complex taxonomy, but two objects (66.7 per cent of the total) had $p_V > 0.1$. The Innes AstDyS group merges with this family at cutoff lower than 150 m s^{-1}.

5.9 The Rafita family

The Rafita family was an S-complex group identified by Nesvorný et al. (2005) in the (a, e, sin (i)) proper elements domain at a cutoff of 100 m s^{-1}. Unfortunately, we could not identify any member of this family in our multidomain sample of proper elements, SDSS-MOC4 colours and geometric albedos. Therefore, we could not analyse this family halo.

5.10 The Eunomia family

The Eunomia family is the largest family in the central main belt. Mothé-Diniz et al. (2005) analysed the spectra of 43 members of this family, most of which belonging to the S-complex, but with a large taxonomical diversity that suggested surface inhomogeneities or the action of space weathering. The presence of T- and X-class asteroids, classes these compatible with iron meteorites, suggested the possibility that the formation of the Eunomia family may have been the result of the catastrophic breakup of a differentiated (or partially differentiated) parent body. The identification of three V-type asteroids in the orbital proximity of the Eunomia family provided further hints for this possibility. Carruba, Michtchenko & Lazzaro (2007) showed that it is possible to migrate from the Eunomia dynamical family to the current orbital location of (21238) 1995 WV7, the largest of the V-type asteroids in the Eunomia region, via the interplay of the Yarkovsky effect and the $\nu_5 - \nu_6 + \nu_{16}$ non-linear secular resonance, on time-scales of at least 2.6 Gyr.

In this work, we identified a halo with 52 members, at a cutoff $d_{\rm md}$ of 90 m s^{-1}. As found in Mothé-Diniz et al. (2005), the Eunomia family halo is quite diverse, with a predominance of objects belonging to the S-complex, but with a fairly large minority of C- and X-complex asteroids. We found seven SDSS-MOC4 interlopers and seven asteroids with $p_V < 0.1$, which yields a percentage of 13.5 per cent likely interlopers. The Planetary Data System group of Schulhof merges with the Eunomia family at a cutoff of 195 m s^{-1}.

5.11 The Iannini family

The Iannini family was studied in Nesvorný et al. (2005), where it was identified in proper element domain at a cutoff of 30 m s^{-1}. The group was listed as an S-type, but here we found a 93-member halo dominated by CX-complex asteroids, at a cutoff $d_{\rm md}$ of 305 m s^{-1}. The discrepancy with Nesvorný et al. (2005) spectral classification may possibly be caused by the low number (18) of objects found in this family at the time. There were no SDSS-MOC4 interloper, and six asteroids (6.5 per cent of the total) had $p_V > 0.1$.

5.12 The Gefion family

The Gefion family, previously identified as the Ceres family (Zappalà et al. 1995) and also as the Minerva/Gefion family (Mothé-Diniz et al. 2005), was identified in Mothé-Diniz et al. (2005) as a fairly homogeneous family, with members mostly belonging to the S-complex. Because of its orbital proximity to (1) Ceres, it was studied in Carruba et al. (2003) as a test case for chaotic diffusion caused by close encounters with massive asteroids. The Gefion family halo was identified at a cutoff $d_{\rm md}$ of 210 m s^{-1}, with 146 members. Mothé-Diniz et al. (2005) found that the local background of this family is mostly dominated by distinguished C-type asteroids. Indeed, our halo is contaminated by a minority of bodies belonging to the C-complex: we found 43 SDSS-MOC4 interlopers and 33 asteroids with $p_V < 0.1$, which yields a percentage of 29.5 and 22.6 per cent likely interlopers, respectively. The Minerva AstDys group merges with this family halo at cutoff lower than 150 m s^{-1}.

5.13 The Adeona family

The Adeona family was analysed by Mothé-Diniz et al. (2005) that found it to be a very homogeneous family, made mostly in its entirety by asteroids belonging to the CX-complex. Because of its orbital proximity to (1) Ceres, it was also studied in Carruba et al. (2003) to understand the long-term effects of diffusion caused by close encounters with massive asteroids. The Adeona family halo has been identified in this work at a cutoff $d_{\rm md}$ of 295 m s^{-1}, with 149 members. We found one SDSS-MOC4 interloper (0.7 per cent of the total), and four objects with geometric albedo (barely) larger than 0.1, which corresponds to a percentual of possible interlopers of 2.7 per cent. This high uniformity of the Adeona albedo confirms the results found in Mothé-Diniz et al. (2005).

5.14 The Maria and Renate families

The Maria family was analysed together with the Renate family in Mothé-Diniz et al. (2005), and both families had a majority of members with known taxonomies belonging to the S-complex, indistinguishable from the local background. Zappalà et al. (1997) analysed this family and found that the spectra of 10 family members were compatible with those of near-Earth asteroids (433) Eros and (1036) Ganymede, conclusion not supported by the work of Mothé-Diniz et al. (2005). The Maria family halo has been identified in this work at a cutoff of 240 m s^{-1} with 135 members. We found 21 objects that can be classified as SDSS-MOC4 interlopers, five of which barely in the area of the CX-complex, and 10 asteroids with $p_V < 0.1$, which yields a percentual of possible interlopers of 15.6 and 7.4 per cent, respectively. The Renate family, considered together with the Maria family in Mothé-Diniz et al. (2005), and also classified as an S-complex group in that work, merges with the Maria family at a cutoff of 225 m s^{-1}. For the purpose of halo analysis, the two families can be considered as an unique group.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista jÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

5.15 The Padua family

This family, previously associated with the asteroid (110) Lydia, is made mostly by X-type asteroids indistinguishable from the local background, according to Mothé-Diniz et al. (2005). The family is very important from a dynamical point of view, since it is the second family, after the Agnia, to have most of its members in a non-linear secular resonance configuration. More than 75 per cent of its members, according to Carruba (2009a), are currently in a z_1 librating state. Conservation of the $K_2^{'} = \sqrt{2 - e^2}(2 \cos i)$ quantity associated with this secular allowed us to set limits on the original ejection velocity field, which was in agreement with result obtained with an alternative Monte Carlo model that included Yarkovsky and Yarkovsky-O'Keefe-Radzievsky-Paddack (YORP) semimajor axis mobility. The current spread of values in the $(\sigma, g - g_6 + s - s_6)$ plane, where σ is the resonant argument of the z_1 resonance allowed to set a lower limit on the age of the family of 25 Myr, which was then used to set an upper limit on the effect of low-energy collisions. The Padua halo was identified at a cutoff of 130 m s^{-1}, with 31 members, and no interlopers. The Zdenekhorsky AstDyS group merges with the Padua halo at cutoff lower than 100 m s^{-1}.

5.16 The Juno family

The Juno family was identified in Nesvorný et al. (2005) as a 74-member S-type group. Here, we identified a halo of 61 members at a cutoff of 275 m s^{-1}, which, contrary to what published in Nesvorný et al. (2005), is made mostly by CX-complex bodies, with (3) Juno itself, an Sk object and a possible interloper. There were no SDSS-MOC4 interlopers, and four asteroids (6.6 per cent of the total) had values of $p_V > 0.1$.

5.17 The Dora family

The Dora family was classified by Mothé-Diniz et al. (2005) as a very homogeneous C-complex family, with the majority of members belonging to the Ch class, and five objects in the C and B classes. The family was very differentiated from the local background, made mostly by asteroids belonging to the S-complex. The Dora halo was identified at a cutoff of 265 m s^{-1}, with 108 members. Only two members were possible SDSS-MOC4 interlopers and had $p_V >$ 0.1 (1.9 per cent), confirming the very homogeneous nature of this family, as found in Mothé-Diniz et al. (2005).

5.18 The Merxia and Nemesis family

The Merxia family was found to be made mostly by S-complex asteroids in Mothé-Diniz et al. (2005), and was dominated by the two largest bodies, (808) Merxia, and (1327) Namaqua, the second of which was most likely an interloper because of its low albedo. The family is crossed by the 3J:-1S:-1A three-body mean-motion resonance, which divides it into two lobes and cause a depletion in the number of members at the centre of the family, and it was well differentiated from the local background, dominated by CX-complex objects, according to Mothé-Diniz et al. (2005). Nesvorný et al. (2005) also identified in the region the Nemesis family, but its halo merges with that of the Merxia family at a cutoff of $\simeq$200 m s^{-1}, and we therefore decided to treat the two families as a single case. We found a CX-halo at a cutoff of 250 m s^{-1}, with 19 members, 5 of which could be SDSS-MOC4 interlopers and 9 of which have $p_V < 0.1$. The large percentual of possible interlopers (26.3 and 42.1 per cent) may be caused by the fact that, possibly, there is no Merxia halo, and the family is small and limited to the S-complex core found in Mothé-Diniz et al. (2005).

5.19 The Agnia family

The Agnia family, previously identified as the Liberatrix family, was the first group to be found having the majority of its members in z_1 librating states (Vokrouhlický et al. 2006b). Conserved quantities of the z_1 resonance and spread in the $(\sigma, g - g_6 + s - s_6)$ plane, as discussed for the case of the Padua family, were introduced in that work to obtain constraints on the family original ejection velocity field and age. The family, first analysed by Bus (1999), appears compatible with an S-complex taxonomy in Mothé-Diniz et al. (2005), while the local background is dominated by CX-complex bodies. Here, we determined a halo at a cutoff of 190 m s^{-1}, with 12 members. As for the Merxia family halo, we found a large number of possible interlopers: four SDSS-MOC4 CX-complex members and four $p_V < 0.1$ asteroids (33.3 per cent of the total), which may suggest that the actual Agnia family is small and with a limited halo.

5.20 The Astrid family

The Astrid family was identified in Bus (1999) and Mothé-Diniz et al. (2005) as a very tight clump, with most members belonging to the C-complex. No asteroid in the local background had taxonomical information at the time of Mothé-Diniz et al. (2005) analysis. Here, we found a very robust and isolated group, with a halo that was separated from the local background for cutoffs as large as 435 m s^{-1}, with six members, and no interlopers, confirming that this is a very homogeneous and robust group.

5.21 The Hoffmeister family

The Hoffmeister family was found to be a very compact and spectrally homogeneous CX-group in Mothé-Diniz et al. (2005). Here, we determined a halo with 62 members at a cutoff of 210 m s^{-1}. No interlopers were detected, so confirming previous analysis of this group.

5.22 The Lavrov family

The Lavrov group, previously known as the Henan clump, is a small group formed mostly by L-type asteroids, that are also typical of the local background (Mothé-Diniz et al. 2005). We identified a halo of eight members at a cutoff of 200 m s^{-1}. We identified only one possible SDSS-MOC interloper and two asteroids with $p_V < 0.1$ (12.5 and 25.0 per cent of the total, respectively), which confirms that this should be a fairly compact and robust L-class group.

5.23 The 1995 SU37 family

The 1995 SU37 group is listed at the Planetary Data System. We identified a small S-complex halo of four members, at a cutoff of 105 m s^{-1}, with no interlopers.

5.24 The Watsonia family

The Watsonia family is listed at the AstDyS. We identified a CX-complex halo of 10 members at a cutoff of 425 m s^{-1}. Three objects (30.0 per cent of the total) were possible SDSS-MOC4 interlopers, and five objects (50 per cent of the total) had $p_V > 0.1$.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

5.25 The Ino, Atalante and Anacostia families

The Ino, Atalante and Anacostia families are listed at the AstDyS. Unfortunately, we could not find any of their members in our multidomain data base. No information is therefore available for this family in this work.

5.26 The Gersuind family

With the Gersuind family we start the analysis of the highly inclined $\sin i > 0.3$ asteroid groups in the central main belt, that were the subject of the study of Carruba (2010b). The Gersuind family was studied in Gil-Hutton (2006). While having most of its members at $\sin i > 0.3$, it lies at lower inclinations than the centre of the ν_6 resonance, and it is not therefore considered a proper high-inclination family by other authors, such as Machuca & Carruba (2011). The few objects with SDSS-MOC3 data in the family obtained by Carruba (2010b) were compatible with an S-complex taxonomy. Here, we found a halo at 310 m s^{-1} with seven members, the majority of which were compatible with an S-complex taxonomy. Three objects (42.9 per cent of the total) were SDSS-MOC4 interlopers, and two objects (28.6 per cent of the total) had albedos smaller than 0.1, confirming the analysis of Carruba (2010b). The Planetary Data System Emilkowalski group merges with this family at cutoff lower than 100 m s^{-1}.

5.27 The Myriostos family

The Myriostos family is listed at the AstDyS. We identified a 7-member CX-complex halo at a cutoff of 580 m s^{-1}, with two SDSS-MOC4 interlopers (28.6 per cent of the total). Six objects (85.7 per cent of the total) have $p_V > 0.1$.

5.28 The Kunitaka family

The Kunitaka family is listed at the AstDyS. We could not find any of its members in our multidomain data base, so no information is available on this group in this work.

5.29 The Hansa family

The Hansa family is the largest dynamical group among high-inclination families in the central main belt. The Hansa family was originally proposed by Hergenrother, Larson & Spahr (1996), studied in Gil-Hutton (2006) and re-analysed in Carruba (2010b) that found a large group compatible with an S-type taxonomy. The family is located in a stable island limited in inclination by the ν_6 and ν_5 linear secular resonances. This is confirmed by our analysis: we found a 20-member halo at a cutoff of >535 m s^{-1} (at cutoff as large as 1000 m s^{-1} the family does not yet connect with the local background), with all but one member (95 per cent of the total) with an S-complex taxonomy. We did not detected asteroids with $p_V <$ 0.1. The 2001 YB113 AstDyS group merges with this family halo for cutoff less than 150 m s^{-1}.

5.30 The Brucato family

The Brucato family was first identified as a clump in proper elements domain and as a family in the $(n, g, g + s)$ proper frequencies domain in Carruba (2010b).[4] Novaković et al. (2011) then re-obtained this group in proper element domains as a family, using a larger sample of asteroid proper elements. The family is located in a stable island limited in inclination by the ν_5 and ν_{16} linear secular resonances. The group was made mostly by CX-complex asteroids, and this is confirmed by the current analysis: we identify a family halo at a cutoff of 950 m s^{-1} with 32 members, all belonging to the CX-complex. Two albedo interlopers (6.3 per cent of the total) were identified in this family halo. The 1998 DN2, 1999 PM1, 1998 LF3 and 2004 EW7 AstDyS groups merge with this family at cutoffs lower than 150 m s^{-1}.

5.31 The Dennispalm family

The Dennispalm family is listed at the AstDys. We could not find any of its members in the multidomain data base, so no information is available on this group in this work.

5.32 The Barcelona family

The Barcelona family was first identified as a clump in Gil-Hutton (2006). Carruba (2010b) identified the group as a dynamical family, and this was confirmed by the later work of Novaković et al. (2011). The Barcelona family was made mostly by Sq asteroids. Very few objects were present in our multidomain sample of asteroids at this inclinations: we identified an S-complex halo of only one member at a cutoff of 730 m s^{-1}.

5.33 The Tina family

The Tina family, first identified in Carruba (2010b), is unique in the Solar system because all of its members are in ν_6 anti-aligned librating states, making it the only family currently known to lie in a stable island of a linear secular resonance. Carruba & Morbidelli (2011) studied its dynamics and obtained estimates of the family age and possible survival time before the family members escape from the stable island (both events happened and will happen on timescales of 150 Myr). (1222) Tina itself belongs to the X-complex. The one halo object that we identified at a cutoff of 890 m s^{-1} is compatible with such taxonomy. The very limited number of objects with known taxonomy does not, however, allow us to determine if the Tina's group is a real family or a conglomerate of asteroids happening to be lying in the local stable island, yet.

5.34 The Gallia family

The Gallia family was first identified as a clump in Gil-Hutton (2006), and was re-obtained as a family in Carruba (2010b), and Novaković et al. (2011). It is located in a stable island limited in inclination by the ν_5 and ν_{16} linear secular resonances. Its taxonomy was compatible with an S-complex composition, according to the analysis of Carruba (2010b). Here, we identified a halo of just three members at a cutoff of >410 m s^{-1}. All members were compatible with an S-complex taxonomy.

[4] See Carruba & Michtchenko (2007) for a more in depth discussion of frequency families.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

5.35 The Pallas family

Williams (1992) first proposed the Pallas family, that was later re-analysed by Gil-Hutton (2006), Carruba (2010b) and Novaković et al. (2011). Most of the Pallas family members have B-type taxonomies, but C-type objects are also observed in the orbital region. In this work, we identified a halo of eight members at a cutoff of $>920\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. No SDSS-MOC4 interloper was found, but, as observed for Hungaria family members, all eight asteroids have large values of p_V, in principle incompatible with a B- or C-type taxonomy.

5.36 The central main belt: an overview

Our results for the central main belt are summarized in Table 3, that has the same format as Table 2.

Fig. 7, panel A, displays an (a, $\sin(i)$) projection of asteroids in our multivariate sample in the central main belt. Blue lines show the location of the main linear secular resonances, using the second-order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 10, panel A, and the values of angles and eccentricity of (480) Hansa, the highly inclined asteroid associated with the largest family in the region (Carruba 2010b). Other symbols have the same meaning as in Fig. 4, panel A. In panel B of the same figure, we display a density map of the central main belt. We computed the $\log_{10}$ of the number of all asteroids with proper elements per unit square in a 22 by 67 grid in a (starting at $a = 2.500$ au, with a step of 0.015 au) and $\sin(i)$ (starting at 0, with a step of 0.015). Superimposed on to the density map, we also show the orbital projection of the haloes found in this work shown as red plus signs for CX-complex families and as blue circles for S-complex families. The other symbols are the same as in Fig. 10, panel B. The reader may notice that regions with higher number density of asteroids are associated with the families' haloes found in this work. The haloes that we determined do not have multiple membership, i.e. an asteroid in a given family halo is not present in another family halo.

Fig. 8 displays a projection in the (a^*, $i - z$) plane of all asteroids in our multidomain sample (panel A), and an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids, (panel B). We refer the reader to the caption of Fig. 6 for a more detailed description of this figure symbols. The central main belt is a transitional region, where CX-complex and S-complex asteroids are rather mixed. A greater proportion of S-type asteroids can be found at lower semimajor axis (and vice versa), but overall, no group dominates the local taxonomy.

This is confirmed by an analysis of *WISE* p_V geometrical albedo data, a histogram of which is presented in Fig. 9, panel A. Fig. 9, panel B, displays an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids, where we used the same colour code as in Fig. 6, panel B.

One can notice the clearly bi-modal distribution of asteroid albedos, and the mixture of objects with low albedo and high albedo that dominates the central main belt. Having analysed the families of the central main belt, we are now ready to move on to the outer main belt.

6 OUTER MAIN BELT

The outer main belt is dynamically limited in semimajor axis by the 5J:-2A and 2J:-1A mean-motion resonances (Zappalà et al. 1995). The linear secular resonance ν_6 separates the low-inclined asteroid region from the highly inclined area, dominated by the Euphrosyne family (Machuca & Carruba 2011). We found 5385 objects that have proper elements and frequencies, SDSS-MOC4 colours, *WISE* geometric albedo data and satisfy our error analysis criteria in the outer main belt. We start our analysis of families' haloes by investigating the Koronis family.

6.1 The Koronis family

The Koronis family is one of the most interesting families in the main belt. Bottke et al. (2002) explained its shape in eccentricity as originating by the interaction of asteroids evolving via Yarkovsky effect into secular resonances such as the $2\nu_5 - 3\nu_6$. Carruba & Michtchenko (2007) showed that its upper boundary in eccentricity is limited by the $\nu_6 + 2\nu_5 - 2\nu_7 + \nu_{16}$ non-linear secular resonance. The interesting subgroup of the Karin cluster, identified by Nesvorný et al. (2002a) opened new perspectives in the understanding of recent breakups among asteroids. Mothé-Diniz et al. (2005) identified this family as predominantly belonging to the S-complex, with a few interlopers belonging to the C and D types, which predominate in the background. The presence of a few K-type asteroids in the family was somehow puzzling, and justified by Mothé-Diniz et al. (2005) as a possible remnant of a pre-existing family.

In this work, we identified a halo with 200 members, at a cutoff d_{md} of $215\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. 32 of the halo members have SDSS-MOC4 colours not compatible with an S-complex taxonomy, which yields to a 16.0 per cent fraction of possible interlopers in the halo, somewhat in agreement with the finding of Mothé-Diniz et al. (2005). About 14 asteroids (7.0 per cent of the total) have values of p_V smaller than 0.1, which is the limit for S-complex asteroid albedos, and that may be related with the presence of the interloper population found in Mothé-Diniz et al. (2005).

6.2 The Lau family

The Lau cluster is listed at the Planetary Data System. In this work, we identified a 10-object CX halo at a cutoff of $490\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. No interloper was found in this group.

6.3 The (1993) FY12 family

The cluster around (18405) (1994 FY12) was identified for the first time in Nesvorný et al. (2005) at a cutoff of $50\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ as an 11-asteroid X group. Here, we find a halo at a cutoff d_{md} of $355\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ of just two members, one of which (50.0 per cent of the total) have $p_V > 0.1$. The possible X-type composition of this small group appears to be confirmed by our analysis.

6.4 The Fingella family

The Fingella family is listed at the Planetary Data System. In this work, we identified a 16-object CX halo at a cutoff of $480\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. No interloper was found in this group.

6.5 The Naema family

The Naema group is another family discussed in Nesvorný et al. (2005), where it was visible at a cutoff of $40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ as a 64 C-type group. Here, we found a halo of 43 members at a cutoff of $390\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, with all members belonging to the CX-complex. No interlopers were found in this group.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

Table 3. Asteroid families' haloes in the central main belt.

First halo member	d_{md} cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Spectral complex	Number of SDSS-MOC4 likely interlopers	Number of p_V likely interlopers
(46) Hestia: (7321)	360	26	CX	11	12
(5) Astraea: (4018)	320	4	CX	0	0
(396) Aeolia: (76144)	320	14	CX	0	2
(410) Chloris: (9545)	340	35	CX	1	8
(569) Misa: (2289)	355	33	CX	1	1
(606) Brangane: (56748)	355	3	S	1	3
(1639) Bower: (26703)	260	27	CX	6	7
(2980) Cameron: (4067)	310	3	CX	0	2
(15) Eunomia: (630)	90	52	S	7	7
(4652) Iannini: (143366)	305	93	CX	0	6
(1272) Gefion: (2373)	210	146	S	43	33
(145) Adeona: (1783)	295	149	CX	1	4
(170) Maria/Renate: (4104)	240	135	S	21	10
(363) Padua: (2560)	130	31	CX	0	0
(3) Juno: (22216)	275	61	CX	0	4
(668) Dora: (1734)	265	108	CX	2	2
(808) Merxia/Nemesis: (3439)	250	19	CX	5	8
(847) Agnia: (1020)	190	12	S	4	4
(1128) Astrid: (2169)	435	6	CX	0	0
(1726) Hoffmeister: (1726)	210	62	CX	0	0
(2354) Lavrov: (2354)	200	8	S	1	2
(18466) 1995 SU37: (95534)	105	4	S	0	0
(729) Watsonia: (5492)	425	10	CX	3	5
(686) Gersuind: (14627)	310	7	S	3	2
(10000) Myriotos: (101897)	580	7	CX	2	6
(480) Hansa: (13617)	>535	20	S	1	0
(4203) Brucato: (4203)	950	32	CX	0	2
(945) Barcelona: (11028)	730	1	S	0	0
(1222) Tina: (16257)	890	1	CX	0	0
(148) Gallia: (40853)	>410	3	S	0	0
(2) Pallas: (24793)	>920	8	CX	0	8

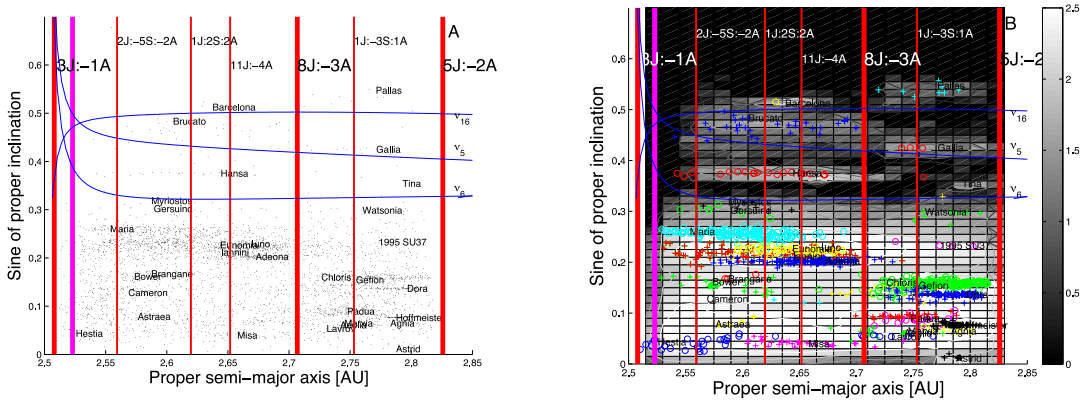


Figure 7. Panel A: an (a, sin (i)) projection of central main belt asteroids in our multivariate sample. Panel B: contour plot of the number density of asteroids in the proper element sample. Superimposed, we display the orbital location of asteroids of families in the CX-complex (plus signs) or in the S-complex (circles).

6.6 The Brasilia family

The Brasilia family was identified as a small clump of 96 members in Mothé-Diniz et al. (2005), of which only 4 had known spectral type, all belonging to the CX-complex. We identified a small halo of 24 objects, most belonging to the CX-complex, that merges with the local background at a cutoff of 440 m s^{-1}. While all but three halo members (12.5 per cent of the total) have SDSS-MOC4 colours compatible with a taxonomy in the CX-complex, the vast majority of these asteroids (17, 70.8 per cent of the total) has large albedos ($p_V >$ 0.1), not usually associated with a CX-composition. The reason for the large-albedo values of these objects remains unexplained.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

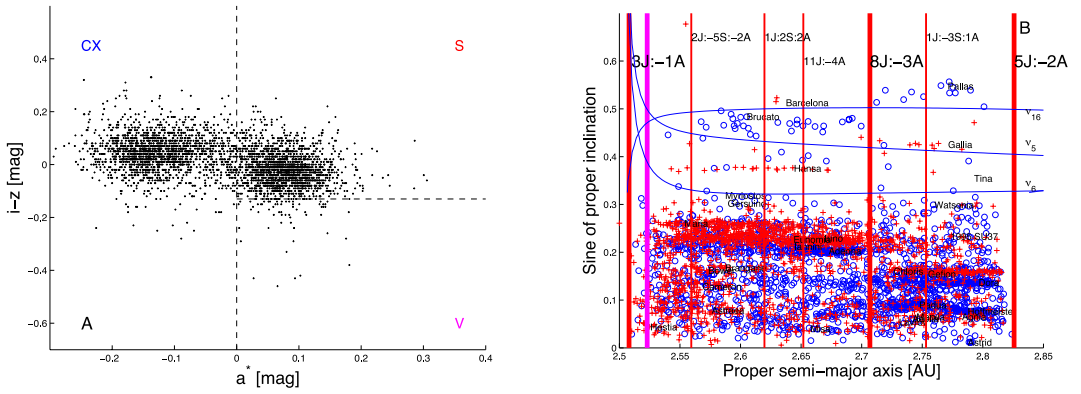


Figure 8. Panel A: an $(a^*, i-z)$ projection of central main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where objects in the CX-complex are shown as blue circles, and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs.

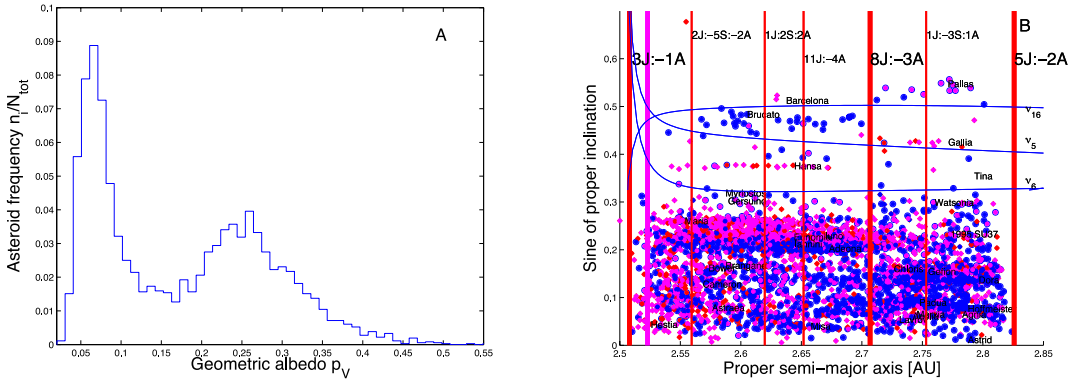


Figure 9. Panel A: a histogram of number frequency values $n_i/N_{\rm Tot}$ as a function of geometric albedo p_V for central main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$, and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$.

6.7 The Themis family

The Themis family is a rather large, homogeneous group, made mostly by asteroids of types belonging to the C/X-complex. Mothé-Diniz et al. (2005) discuss that the spectral type of the family members is not distinguishable from that of asteroids in the background, which is dominated by C and X-type objects. Tanga et al. (1999) suggest that this family originated from the breakup of a large (≃370 km in diameter) C-type parent body. In this work, we identified a halo with 700 members, at a cutoff $d_{\rm md}$ of 310 m s^{-1}. Nine of the halo members have SDSS-MOC4 colours not compatible with a C/X-complex taxonomy, which yields a 1.3 per cent fraction of possible interlopers in the halo. 50 asteroids have values of p_V larger than 0.1, which is the limit for CX-complex asteroid albedos, which yields a percentage of possible albedo interlopers of 7.1 per cent. The AstDys Ashkova group merges with the Themis halo at a cutoff of 205 m s^{-1}.

6.8 The Eos family

Vokrouhlický et al. (2006b) studied in detail the dynamical evolution of this asteroid family, also pioneering the use of Monte Carlo methods for asteroid families' chronology. The Eos family is crossed by the powerful 9J:-4A mean-motion resonance, and interacts with the z_1, $2\nu_5 - 3\nu_6$ and $2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$ secular resonances (see also Carruba & Michtchenko 2007). More recently, Brož & Morbidelli (2013) identified Eos halo members based on SDSS-MOC4 data, and obtained an estimate of the halo age, that is in agreement with what found by Vokrouhlický et al. (2006b). In this work, we identified a halo at a cutoff of 165 m s^{-1}, with 738 members. In agreement with what was found by Mothé-Diniz et al. (2005), the taxonomy of the family is quite inhomogeneous, but well distinguished from the local background that is dominated by C and X asteroids. Most members of the Eos family have a characteristic K-type taxonomy, and we found that many members of the halo members have $(a^*, i-z)$ colours compatible with an S-complex taxonomy. But, as discussed in Section 3, the Eos family lies at the separation between CX-complex and S-complex asteroids in the $(a^*, i-z)$. Our simple criterion for identifying S-complex asteroids, $a^* > 0$, does not apply well to the case of the Eos family. 379 asteroids (51.4 per cent of the total) have values of $a^* < 0$ and may be considered interlopers. 132 Eos halo asteroids have values of $p_V < 0.1$, which yields that 17.9 per cent of the halo asteroids

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista jÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

may actually be albedo interlopers. The quite diverse mineralogy of bodies in the Eos family area provides challenges that should be confronted with more advanced tools than the one used in this paper, in our opinion. The Telramund cluster, which was identified as an S-type 70-member group at a cutoff of 60 m s^{-1} by Nesvorný et al. (2005), merges at very low cutoff with the Eos family, so we consider this group as a substructure of the larger family.

6.9 The Hygiea family

(10) Hygiea is the fourth most massive asteroid of the main belt, and the family associated with this body has been studied in Zappalà et al. (1995), Mothé-Diniz et al. (2005), and, more recently by Carruba (2013). It is made mostly by bodies belonging to the CX-complex, and, as the Themis family, is not easily distinguishable from the local background of objects. We identified a halo with 426 objects at a cutoff of 290 m s^{-1}. The slightly higher number of objects that we found in the Hygiea halo with respect to Carruba (2013) might be due to the larger sample of bodies in our data set. Of the 426 possible halo members, 6 (1.4 per cent) may be interlopers based on SDSS-MOC4 colours analysis and 36 have $p_V > 0.1$, which is incompatible with CX-complex asteroids. Overall, we found a maximum of 8.5 per cent of objects that are possibly not correlated with the Hygiea halo. The AstDys Filipenko group merges with this family halo at a cutoff of 125 m s^{-1}.

6.10 The Emma family

The Emma family was identified by Nesvorný et al. (2005) as a 76-member group at a cutoff of 40 m s^{-1} in proper elements domain. No information on its taxonomy was given in that paper. In this work, we found a family halo of 43 members at a cutoff $d_{\rm md}$ of 270 m s^{-1}. No interlopers were identified in this family halo.

6.11 The Veritas family

The Veritas family is a relatively small group, made mostly by CX-complex asteroids. Milani & Farinella (1994) used for the first time chaotic chronology on this family to determine its relatively young age, later confirmed by other works. We identified a halo of 148 members at a cutoff of 240 m s^{-1}. Two objects have colours not compatible with a CX-complex taxonomy, and nine have values of $p_V > 0.1$. Overall, up to 6.1 per cent of the halo members encountered may be interlopers of the Veritas halo.

6.12 The Lixiaohua family

The Lixiaohua family was identified by Nesvorný et al. (2005) as a 97 CX-complex group at a cutoff of 50 m s^{-1}. It was the subject of a dynamical study by Novaković, Tsiganis & Knežević (2010) that extensively studied the local dynamics and the diffusion in the (e_p, i_P) plane using Monte Carlo modelling. In this work, we identified a 69-member CX halo at a cutoff of $d_{\rm md} = 255$ m s^{-1}. Only one object (1.4 per cent of the total) was a possible SDSS-MOC4 interloper, and all asteroids in the halo had $p_V < 0.1$. The AstDyS Gantrisch group merges with this family at cutoffs lower than 50 m s^{-1}.

6.13 The Aegle family

The Aegle family is an AstDyS group. We identified a 21 CX-complex group at a cutoff of 290 m s^{-1}. Two objects (9.5 per cent of the total) were possible SDSS-MOC4 interlopers, and all members had low albedos.

6.14 The Meliboea family

The Meliboea family was discussed by Zappalà et al. (1995) and Mothé-Diniz et al. (2005). It is a small group, mainly composed of asteroids belonging to the CX-complex. It is a rather inclined family ($i_p \simeq 15^\circ$), characterized by the presence of several weak mean-motion and secular resonances. We identified a halo with 73 members at a cutoff of 270 m s^{-1}. As found by Mothé-Diniz et al. (2005), the Meliboea family is fairly homogeneous, with only three members of the halo with colours not compatible with a CX-complex taxonomy. Only one halo member has $p_V > 0.1$, which yields a percentage of up to 4.1 per cent possible interlopers. The AstDyS group of Inarradas merges with this family halo at a cutoff of 140 m s^{-1}, while the Traversa cluster is englobed at a cutoff of 205 m s^{-1}.

6.15 The Klumpkea/Tirela family

The Klumpkea family was identified in Machuca & Carruba (2011) and corresponds to the old Tirela family of Nesvorný et al. (2005). Nesvorný et al. (2005) listed the Tirela family as a D-group. Here, we found a halo at a cutoff of 290 m s^{-1} with 21 members, 2 of which (9.5 per cent of the total) have colours (barely) in the S-complex area. All members of the halo have $p_V < 0.1$, which makes this family compatible with a C-complex taxonomy. The AstDyS Zhvanetskij cluster is annexed by this halo at a cutoff of 165 m s^{-1}, the Ursula family is englobed at 200 m s^{-1}, and the Pannonia group merges at a cutoff of 245 m s^{-1}.

6.16 The Theobalda family

The Theobalda family is also an AstDyS group. We identified a 34-member CX-complex halo, with two (5.9 per cent of the total) possible albedo interlopers.

6.17 The Kartvelia family

The Kartvelia family is listed at the AstDyS. We found a 26-member CX-complex halo at a cutoff of 280 m s^{-1}, with just one (3.8 per cent of the total) possible SDSS-MOC4 interloper.

6.18 The Alauda family region

The orbital region of the Alauda family has been most recently analysed by Machuca & Carruba (2011) that found several small groups, among which the Alauda and Luthera families, in the area. In this work, we identified a 158 CX-complex group at a cutoff of 420 m s^{-1}. Two members, 1.3 per cent of the total, have colours in the S-complex region, and 19 objects, 12.0 per cent of the total, have $p_V > 0.1$. The AstDys Higson cluster merges with this halo at a cutoff of 235 m s^{-1}, the AstDyS Moravia and Snelling groups merge at a cutoff of 240 m s^{-1}, while the AstDyS Vassar cluster is annexed at 255 m s^{-1}.

6.19 The Euphrosyne family

Machuca & Carruba (2011) most recently analysed the orbital region of this highly inclined asteroid family. This familyis characterized by its interaction with linear secular resonances. In particular,

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

13 of its members are in ν_6 anti-aligned librating states, one in a ν_5 anti-aligned librating state (242435), and one in a ν_5 aligned librating state (2009 UL136), according to Machuca & Carruba (2011). The long-term effect of close encounters of asteroids with absolute magnitude $H < 13.5$ with (31) Euphrosyne was recently studied in Carruba et al. (2013). As discussed in Machuca & Carruba (2011), the Euphrosyne family is separated by the near regions of (69032) and Alauda in inclination by areas with very low asteroid densities. It is a region with a relatively small population of objects, separated among them by large distances, which explains why the 75-member halo that we identified in this work is encountered at the high cutoff value of 575 m s^{-1}. All halo members have colours in the S-complex area, and three members have $p_V > 0.1$. As for the case of the Klumpkea family, this is a group highly compatible with a C-complex taxonomy, with a 4.0 per cent of possible interlopers.

6.20 The outer main belt: an overview

Having obtained estimates for the haloes of the main families in the outer main belt, we are now ready to outline our results. As done for previous asteroid regions, our results are summarized in Table 4.

Fig. 10, panel A, displays an (a, sin (i)) projection of asteroids in our multivariate sample in the outer main belt, using the same symbols for analogous figure in the inner and central main belt. Here, however, blue lines show the location of the main linear secular resonances, using the second-order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, sin (i)) values shown in Fig. 10, panel A, and the values of angles and eccentricity of (31) Euphrosyne, the highly inclined asteroid associated with the largest family in the region (Machuca & Carruba 2011). In panel B of the same figure, we display a density map of the outer main belt. To quantitatively determine the local density of asteroids, we computed the $\log_{10}$ of the number of all asteroids with proper elements per unit square in a 67 by 67 grid in a (starting at $a = 2.805$ au, with a step of 0.015 au) and sin(i) (starting at 0, with a step of 0.015). The other symbols are the same as in Fig. 4, panel A. The reader may notice that regions with higher number density of asteroids are associated with the families' halo found in this work. Families' haloes are indeed more extended in proper elements domain than the core families found with the standard HCM.

To study how the family haloes found in this work are related to the local taxonomy, we also plotted in Fig. 11 a projection in the (a^*, $i - z$) plane of all asteroids in our multidomain sample (panel A), and an (a, sin (i)) projection of the same asteroids, (panel B). The great majority of asteroids in the region belong to the CX-complex, but there is a sizeable minority of bodies belonging to the S-complex, that, as shown in Fig. 11, panel B, are mostly associated with the Eos and Koronis families.

This is confirmed by *WISE* p_V geometrical albedo data, a histogram of which is presented in Fig. 12, panel A. Fig. 12, panel B, displays an (a, sin (i)) projection of the same asteroids, with the colour code used in Fig. 6, panel B. The great majority of objects have low albedos, characteristics of the dark C-type objects that predominates in the outer main belt, but there is a fraction of asteroids that are associated with the Eos and Koronis families, with medium and high values of geometric albedo.

Overall, we confirmed the results of the taxonomical analysis of Mothé-Diniz et al. (2005): the outer main belt is dominated by CX-complex dark asteroids, with the two notable exceptions of the Eos and Koronis families. S-complex asteroids in the local background may be escapers from these two large families. Dynamical studies on the orbital evolution of members of these families are however needed to confirm this conclusion.

7 CYBELE GROUP

The Cybele group, usually not considered part of the main belt, is located beyond the 2J:-1A mean motion resonance in semimajor axis and its orbital region is usually defined to lie between 3.27 and 3.70 au in proper a and to $i < 30^\circ$. Currently, there are 1111 asteroid in the Cybele orbital region. The largest collisional family in the region is associated with (87) Sylvia, a triple asteroid (Vokrouhlický et al. 2010). The same authors investigated the orbital region of two other large binary asteroids in the region, (107) Camila and (121) Hermione, that are currently not part of any recognizable

Table 4. Asteroid families' haloes in the outer main belt.

First halo member	$d_{\rm md}$ cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Spectral likely interlopers	Number of SDSS-MOC4 complex	Number of p_V likely interlopers
(158) Koronis: (761)	215	200	S	32	14
(18405) 1993 FY12: (29959)	355	2	CX	0	1
(10811) Lau: (51707)	490	10	CX	0	0
(709) Fingella: (1337)	480	16	CX	0	0
(845) Naema: (21257)	390	43	CX	0	0
(293) Brasilia: (3985)	440	24	CX	3	17
(24) Themis: (981)	310	700	CX	9	50
(221) Eos: (320)	165	738	S	379	132
(10) Hygiea: (867)	290	426	CX	6	36
(283) Emma: (3369)	270	43	CX	0	0
(490) Veritas: (5592)	240	148	CX	2	9
(3556) Lixiaohua: (18477)	255	69	CX	1	0
(96) Aegle: (29579)	290	21	CX	2	0
(137) Meliboea: (1165)	270	73	CX	3	1
(1040) Klumpkea/Tirela: (18399)	290	21	CX	2	0
(778) Theobalda: (3432)	310	34	CX	0	2
(781) Kartvelia: (781)	280	26	CX	1	0
(702) Alauda/Luthera: (11911)	420	158	CX	2	19
(31) Euphrosyne: (16712)	575	75	CX	0	3

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

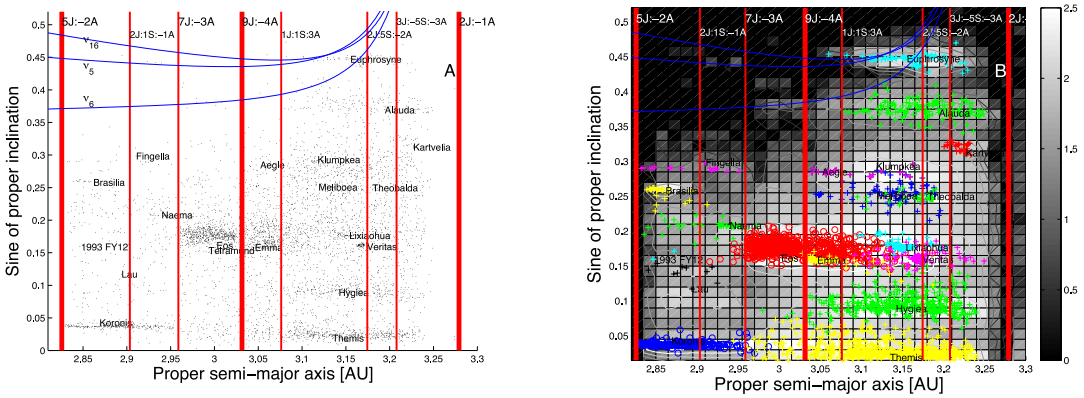


Figure 10. Panel A: An $(a, \sin(i))$ projection of outer main belt asteroids in our multivariate sample. Panel B: contour plot of the number density of asteroids in the proper element sample. Superimposed, we display the orbital location of asteroids of families in the CX-complex (plus signs) or in the S-complex (circles).

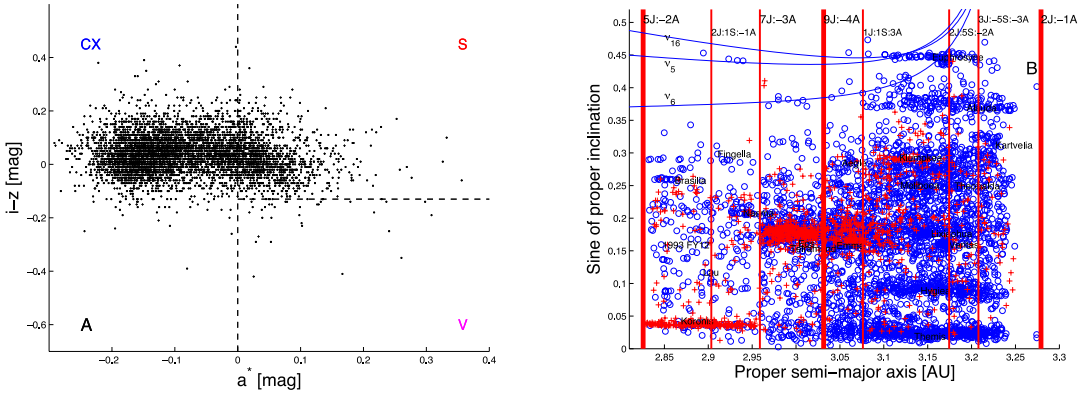


Figure 11. Panel A: an $(a^*, i - z)$ projection of outer main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: a $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where objects in the CX-complex are shown as blue circles, and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs.

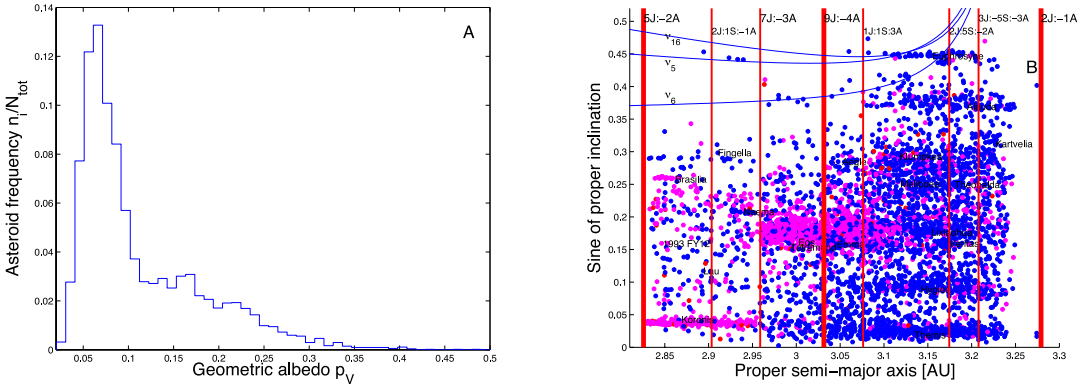


Figure 12. Panel A: a histogram of number frequency values $n_i / N_{\rm Tot}$ as a function of geometric albedo p_V for outer main belt asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$ and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista jÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

family. They concluded that, while it is possible that Yarkovsky/YORP driven mobility in the orbital region of these asteroids may have depleted possible local collisional families in time-scales of 4 billion years, other mechanisms, such as resonance sweeping or other perturbing effects associated with the late Jupiter's inward migration may have been at play in the region in order to justify the current lack of dynamical groups. The AstDyS report three more families in the region of the Cybele group: Huberta, Ulla and (2000) EK76. No halo group was found for the (2000) EK76 AstDyS cluster, which will not therefore be treated in this section. There were 128 asteroids in our multidomain sample in this region, and we will start our analysis by investigating the Sylvia family halo.

7.1 The Sylvia family

The Sylvia family was first identified in Nesvorný et al. (2006) and was the first dynamical group found in the Cybele region. Its dynamical evolution was studied in detail in Vokrouhlický et al. (2010). In this work, we identified a CX-complex halo of 13 members at a cutoff $d_{\rm md}$ of 395 m s^{-1}. There were no SDSS-MOC4 interlopers, and just one object (7.7 per cent of the total) was identified as a possible albedo interloper.

7.2 The Huberta family

The Huberta family is a group reported at the AstDyS website. We identified a CX-complex halo of four members at a cutoff of 495 m s^{-1}. One object (25.0 per cent of the total) was a possible SDSS-MOC4 and albedo interloper.

7.3 The Ulla family

The Ulla family is a very isolated group at relatively high inclination of $\sin(i) \simeq 0.3$ and slightly lower than the centre of the ν_6 secular resonance. It is listed as a dynamical family at the AstDys website, and we identified a small CX-complex halo of four members for cutoffs larger than 220 m s^{-1}. No interlopers were identified in this halo.

7.4 Cybele group: an overview

We summarize our results for the Cybele group in Table 5 that has the same format as similar tables used for the inner, central and outer main belt.

Fig. 13, panel A, displays an (a, $\sin(i)$) projection of asteroids in our multivariate sample in the outer main belt, with the same symbols used for analogous figure for the inner, central and outer main belt. Here, however, blue lines show the location of the main linear secular resonances, using the second-order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 13, panel A, and the values of angles and eccentricity of (87) Sylvia, the asteroid associated with the largest family in the region (Vokrouhlický et al. 2010). We also display the location of the z_1 secular resonance as a red line, since this resonance is important in the dynamical evolution of the Sylvia group. In panel B of the same figure, we display a density map of the outer main belt, according to the approach described in Carruba & Michtchenko (2009). To quantitatively determine the local density of asteroids, we computed the $\log_{10}$ of the number of all asteroids with proper elements per unit square in a 67 by 67 grid in a (starting at $a = 3.27$ au, with a step of 0.015 au) and $\sin(i)$ (starting at 0, with a step of 0.015). The other symbols are the same as in Fig. 4, panel B.

To study how the family haloes found in this work are related to the local taxonomy, we also plotted in Fig. 14 a projection in the (a^*, $i - z$) plane of all asteroids in our multidomain sample (panel A), and an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids, (panel B). The majority of asteroids in the Cybele region belong to the CX-complex, but there is a sizeable minority of S-complex bodies. This is confirmed by *WISE* p_V geometrical albedo data, a histogram of which is presented in Fig. 15, panel A. Fig. 15, panel B, displays an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids, with the same colour code used in similar figures for the inner, central and outer main belt. The vast majority of asteroids in the Cybele region are dark objects, typical of CX-complex taxonomy. Overall, the predominance of dark, CX-complex asteroids in the Cybele group, confirms the taxonomical analysis performed by Vokrouhlický et al. (2010). The last region to be analysed in this work will be that of the Hungaria asteroid family.

8 THE HUNGARIA REGION

The Hungaria region is located at the inner edge of the asteroid main belt (at semimajor axis $a < 2$ au), and it is located at high inclinations and low to moderate eccentricities. The limitations in eccentricity allow for a perihelion large enough to avoid strong interactions with Mars, even considering secular changes in the Mars eccentricity. (Milani et al. 2010). The ν_3 and ν_5 secular resonances fix the dynamical limits of the Hungaria region in inclination. Only one family has been so far positively identified in the Hungaria orbital region, the namesake (434) Hungaria group by Milani et al. (2010). Other authors (Cañada-Assandri et al. 2013, private communication) pointed out that the highly inclined Hungaria population is dominated by S-type objects, and fairly distinguished from the C-complex population observed in the Hungaria dynamical family. But no family in proper elements domain has yet been observed in this highly inclined region. We identified only 37 objects in our multidomain sample, with reasonable errors, and we will start our analysis of the Hungaria region by studying the Hungaria family halo.

8.1 The Hungaria family

The most recent identification of the Hungaria family was obtained by Milani et al. (2010), who also found no evidence for other

Table 5. Asteroid families' haloes in the Cybele group.

First halo member	$d_{\rm md}$ cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Spectral likely interlopers	Number of SDSS-MOC4 complex	Number of p_V likely interlopers
(87) Sylvia: (18959)	395	13	CX	0	1
(260) Huberta: (260)	495	4	CX	0	1
(909) Ulla: (85036)	>220	4	CX	0	0

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

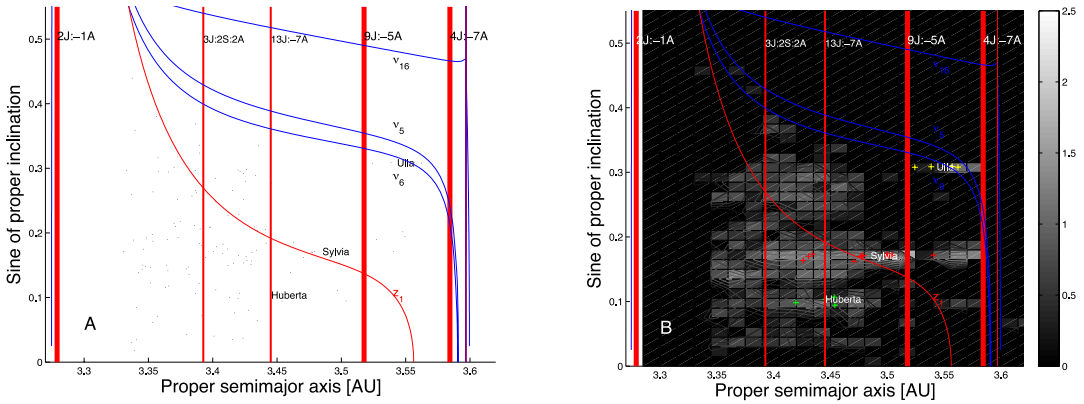


Figure 13. Panel A: an $(a, \sin(i))$ projection of Cybele-group asteroids in our multivariate sample. Panel B: contour plot of the number density of asteroids in the proper element sample. Superimposed, we display the orbital location of asteroids of families in the CX-complex (plus signs).

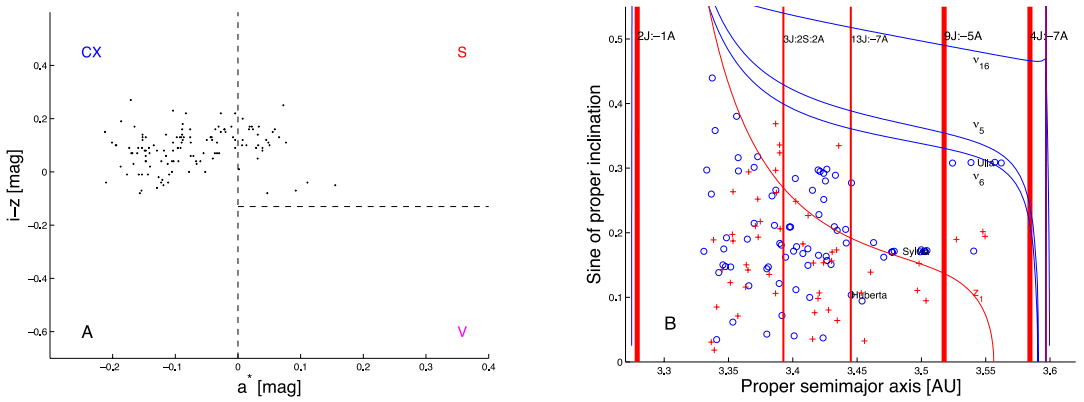


Figure 14. Panel A: an $(a^*, i - z)$ projection of Cybele-group asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where objects in the CX-complex are shown as blue circles, and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs.

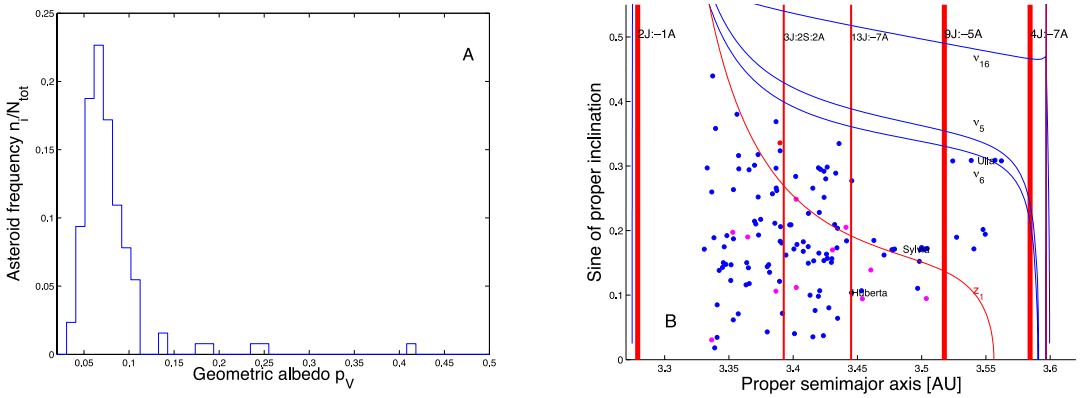


Figure 15. Panel A: a histogram of number frequency values $n_i/N_{\rm Tot}$ as a function of geometric albedo p_V for Cybele-group asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$ and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

possible dynamical groups in the region (but identified possible sub-structures inside the Hungaria family). Here, we identified a 2-CX-complex halo at a cutoff of 590 m s^{-1}. One object, 50 per cent of the total, was however more compatible with S-complex taxonomy and could therefore be a possible interlopers. All asteroids in the halo had $p_V > 0.1$, which is usually incompatible with a CX-complex taxonomy, but that seems typical of Hungaria objects, as discussed by Warner et al. (2009).

8.2 The highly inclined Hungaria population

No family has been currently identified in the highly inclined ($\sin(i) > 0.4$) Hungaria region in the domain of proper elements. Cañada-Assandri et al. (2013) pointed out that the highly inclined Hungaria region is dominated by S-complex objects, and taxonomically fairly different than the members of the CX-complex Hungaria group. While no family is yet identifiable in the proper element domain in this region, we checked for the presence of a halo, possibly associated with hypothetical local frequency families. We identified a S-complex halo of seven members at a cutoff $d_{\rm md} = 655$ m s^{-1}, around (2049) Grietje. One object, 14.3 per cent of the total, is a possible SDSS-MOC4 interlopers, and there were no albedo interlopers.

8.3 The Hungaria region: an overview

We summarize our results for the Hungaria region in Table 6, which has the same format as similar tables used for the inner, central, outer main belt and Cybele group.

Fig. 16, panel A, displays an (a, $\sin(i)$) projection of asteroids in our multivariate sample in the outer main belt, with the same symbols used for analogous figures in the inner, central and outer main belt, and the Cybele region. Here, however, blue lines show the location of the ν_5 linear secular resonances, using the second-order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 13, panel A, and the values of angles and eccentricity of (434) Hungaria, the asteroid associated with the largest family in the region. We also display the location of the ν_4, ν_3 (blue lines), and ν_{14} (red line) secular resonances, since this resonance are important in setting dynamical boundaries in the region. The orbital position in the (a, $\sin(i)$) plane of the first numbered asteroid in all the Hungaria groups is also identified in Fig. 13, panel A. In panel B of the same figure, we display a density map of the outer main belt, according to the approach described in Carruba & Michtchenko (2009). To quantitatively determine the local density of asteroids, we computed the $\log_{10}$ of the number of all asteroids with proper elements per unit square in a 15 by 24 grid in a (starting at $a = 1.8$ au, with a step of 0.015 au) and $\sin(i)$ (starting at 0.25, with a step of 0.015). The other symbols are the same as in Fig. 4, panel B.

To study how the family haloes found in this work are related to the local taxonomy, we also plotted in Fig. 17 a projection in the (a^*, $i - z$) plane of all asteroids in our multidomain sample (panel A), and an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids (panel B). The majority of asteroids in the Hungaria region in our sample belong to the S-complex, but there is a sizeable minority of CX-complex bodies.

The analysis of *WISE* p_V geometrical albedo data, a histogram of which is presented in Fig. 18, panel A, show some peculiarities. Fig. 18, panel B, displays an (a, $\sin(i)$) projection of the same asteroids, with the same colour code used in similar figures for the inner, central and outer main belt. The vast majority of asteroids in the Hungaria region and the Hungaria family are very bright objects, typical of S-complex taxonomy. The fact that many asteroids in the Hungaria family show high albedo and CX-taxonomy remains yet to be explained.

Table 6. Asteroid families' haloes in the Hungaria region.

First halo member	$d_{\rm md}$ cutoff value (m s^{-1})	Number of members	Spectral likely interlopers	Number of SDSS-MOC4 complex	Number of p_V likely interlopers
(434) Hungaria: (5968)	590	2	CX	1	2
(2049) Grietje: (3043)	655	7	S	1	0

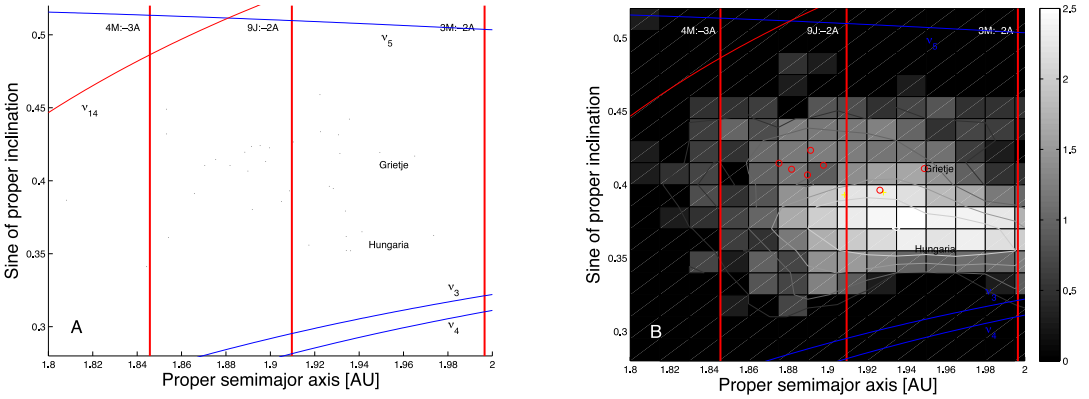


Figure 16. Panel A: an (a, $\sin(i)$) projection of Hungaria-region asteroids in our multivariate sample. Panel B: contour plot of the number density of asteroids in the proper element sample. Superimposed, we display the orbital location of asteroids of families in the CX-complex (plus signs) and S-complex (circles).

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

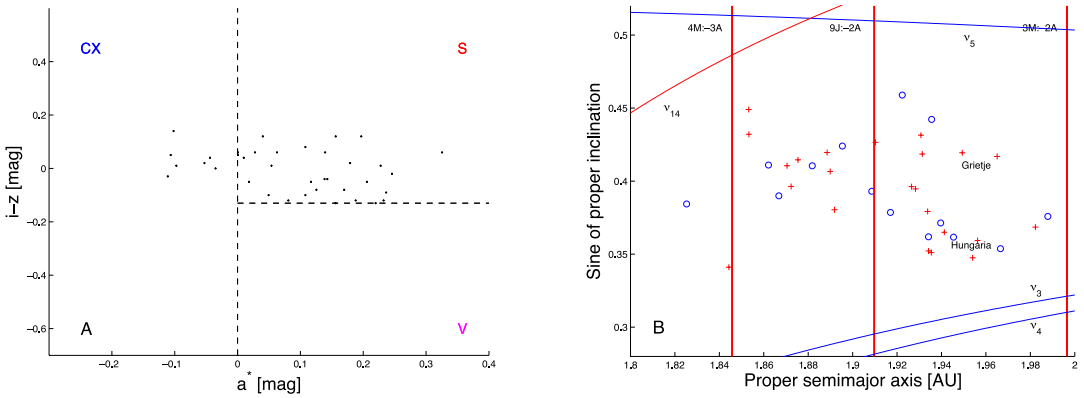


Figure 17. Panel A: an $(a^*, i-z)$ projection of Hungaria-region asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where objects in the CX-complex are shown as blue circles and asteroids in the S-complex are identified as red plus signs.

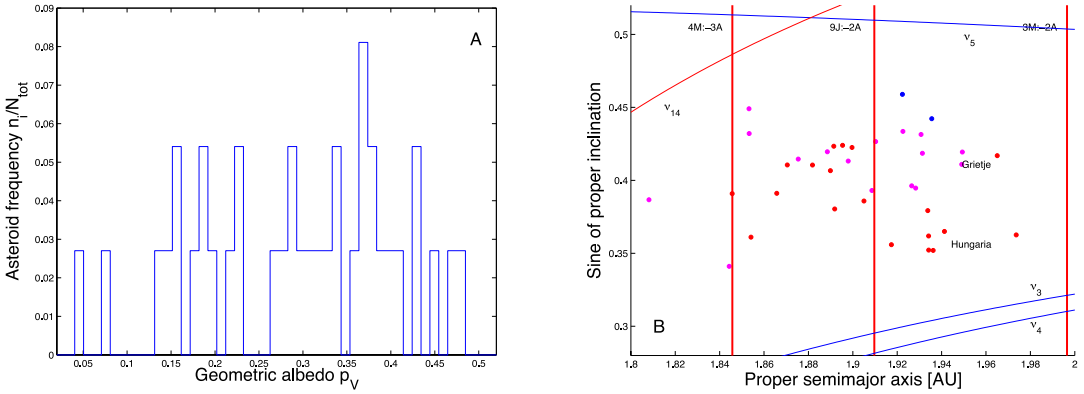


Figure 18. Panel A: a histogram of number frequency values $n_i/N_{\rm Tot}$ as a function of geometric albedo p_V for Hungaria-region asteroids in our multidomain sample. Panel B: an $(a, \sin(i))$ projection of the same asteroids, where blue full dots are associated with asteroids with $p_V < 0.1$, red full dots display asteroids with $0.1 < p_V < 0.3$, and magenta full dots show asteroids with $p_V > 0.3$.

9 CONCLUSIONS

In this work, we:

(i) Introduced a new method to obtain asteroid families and asteroid family haloes based on a distance metric in a multidomain composed of proper elements, SDSS-MOC4 $(a^*, i-z)$ colours and *WISE* geometrical albedo p_V.

(ii) Compared this new distance metric with other distance metrics in domain of proper elements, proper elements and SDSS-MOC4 colours, and proper elements and geometric albedo. The method is at best a factor of 2 more efficient in eliminating interlopers than other methods, and at worst it provides comparable results to groups found in domains of proper elements and SDSS-MOC4 colours only.

(iii) Applied this method to all the major known families in the asteroids' main belt, and in the Cybele and Hungaria orbital regions. Overall, we identified 62 asteroid families' haloes, of which 7 were in the inner main belt, 31 in the central main belt, 19 in the outer main belt, 3 in the Cybele group and 2 in the Hungaria region. We confirm the taxonomical analysis performed by Mothé-Diniz et al. (2005), Nesvorný et al. (2006), Carruba (2009a,b, 2010a,b) and other authors, with some small discrepancies for a few minor families in the central main belt.

Overall, apart from a few problematic cases such as the Eos family, our method appears to provide robust results in terms of asteroid family identification and in efficiency in eliminating interlopers from the clusters. While the sample of objects with data in all three domains is still limited, we believe that such an approach may be certainly more reliable than traditional HCM in identifying possible collisional groups. The possible future increase in the number of asteroids for which data in all three domains will be available, for instance because of the *GAIA* mission, may provide in the future data bases for asteroid family identification much larger than the one used in this work.

Many other applications of this new approach are possible with current data bases. An analysis of asteroid families in domains of proper frequencies such as $(n, g, g+s)$ (Carruba & Michtchenko 2007, 2009), where g is the precession frequency of the longitude of pericentre, and s the precession frequency of the longitude of the

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista jÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

node, SDSS-MOC4 colours and *WISE* albedo may provide useful insights on the secular evolution of asteroid families. Many exciting years of discoveries are still open, in our opinion, in the field of asteroid dynamics.

ACKNOWLEDGEMENTS

We are grateful to the reviewer of this article, Ricardo Gil-Hutton, for suggestions and comments that significantly increased the quality of this paper. We would also like to thank the São Paulo State Science Foundation (FAPESP) that supported this work via the grant 11/19863-3, and the Brazilian National Research Council (CNPq, grant 305453/2011-4). This publication makes use of data products from the *Wide-field Infrared Survey Explorer*, which is a joint project of the University of California, Los Angeles, and the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration. This publication also makes use of data products from NEOWISE, which is a project of the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the Planetary Science Division of the National Aeronautics and Space Administration.

REFERENCES

Bendjoya P., Zappalà V., 2002, Asteroids III, University of Arizona Press, Tucson, p. 613
Bottke W. F., Vokrouhlický D., Rubincam D. P., Brož M., 2002, Asteroids III, University of Arizona Press, Tucson, p. 395
Brož M., Morbidelli A., 2013, Icarus, 223, 844
Bus J. S., 1999, PhD thesis, MIT
Bus J. S., Binzel R. P., 2002a, Icarus, 158, 106
Bus J. S., Binzel R. P., 2002b, Icarus, 158, 146
Carruba V., 2009a, MNRAS, 395, 358
Carruba V., 2009b, MNRAS, 398, 1512
Carruba V., 2010a, MNRAS, 403, 1834
Carruba V., 2010b, MNRAS, 408, 580
Carruba V., 2013, MNRAS, 431, 3557
Carruba V., Michtchenko T. A., 2007, A&A, 475, 1145
Carruba V., Michtchenko T., 2009, A&A, 493, 267
Carruba V., Morbidelli A., 2011, MNRAS, 412, 2040
Carruba V., Michtchenko T. A., Roig F., Ferraz-Mello S., Nesvorný D., 2005, A&A, 441, 819
Carruba V., Michtchenko T., Lazzaro D., 2007, A&A, 473, 967
Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvorný D., 2003, Icarus, 162, 308
Carruba V., Huaman M., Domingos R. C., Roig F., 2013, A&A, 550, A85
Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 93
Hergenrother C. W., Larson S. M., Spahr T. B., 1996, BAAS, 28, 1097
Ivezić Ž. et al., 2002, AJ, 122, 2749
Knežević Z., Milani A., 2003, A&A, 403, 1165
Machuca J. F., Carruba V., 2011, MNRAS, 420, 1779
Mainzer A. K. et al., 2011, ApJ, 731, 53
Masiero J. R. et al., 2011, ApJ, 741, 68
Michtchenko T. A., Lazzaro D., Carvano J. M., Ferraz-Mello S., 2010, MNRAS, 401, 2499
Migliorini F., Zappalà V., Vio R., Cellino A., 1995, Icarus, 118, 271
Milani A., Farinella P., 1994, Nat, 370, 40
Milani A., Knežević Z., 1994, Icarus, 107, 219
Milani A., Knezević Z., Novaković B., Cellino A., 2010, Icarus, 207, 769
Mothé-Diniz T., Roig F., Carvano J. M., 2005, Icarus, 174, 54
Nesvorný D., 2012, Nesvorny HCM Asteroid Families V2.0. EAR-A-VARGBDET-5-NESVORNYFAM-V2.0. NASA Planetary Data System
Nesvorný D., Bottke W. F., Dones L., Levison H. F., 2002, Nat, 417, 720
Nesvorný D., Jedicke R., Whiteley R., Ivezić Ž., 2005, Icarus, 173, 132
Nesvorný D., Bottke W. F., Vokrouhlický D., Morbidelli A., Jedicke R., 2006, in Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Fernandes J. A., eds, Proc. IAU Symp. Vol. 229, Asteroids, Comets, Meteors. Cambridge Univ. Press, Cambridge, p. 289
Nesvorný D., Roig F., Gladman B., Lazzaro D., Carruba V., Mothé-Diniz T., 2008, Icarus, 183, 85
Novaković B., Tsiganis K., Knežević Z., 2010, Celest. Mech. Dyn. Astron., 107, 35
Novaković B., Cellino A., Knežević Z., 2011, Icarus, 216, 69
Parker A., Ivezić Ž., Jurić M., Lupton R., Sekora M. D., Kowalski A., 2008, Icarus, 198, 138
Roig F., Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 411
Russel C. T. et al., 2012, Sci, 336, 684
Tanga P., Cellino A., Michel P., Zappal V., Paolicchi P., dellOro A., 1999, Icarus, 141, 65
Tedesco E. F., Noah P. V., Noah M., Price S. D., 2002, AJ, 123, 1056
Tholen D. J., 1989, in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, Asteroid Taxonomic Classifications, University of Arizona Press, Tucson, p. 298
Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., 2006, Icarus, 183, 349
Vokrouhlický, Nesvorný D., Bottke W. F., Morbidelli A., 2010, AJ, 139, 2148
Warner B. D., Harris A. W., Vokrouhlický D., Nesvorný D., Bottke W. F., 2009, Icarus, 398, 1512
Williams J. G., 1992, Icarus, 96, 251
Wright E. L. et al., 2010, AJ, 140, 1868
Zappalà V., Cellino A., Farinella P., Knežević Z., 1990, AJ, 100, 2030
Zappalà V., Bendjoya Ph., Cellino A., Farinella P., Froeschlé C., 1995, Icarus, 116, 291
Zappalà V., Cellino A., di Martino M., Migliorini F., Paolicchi P., 1997, Icarus, 129, 1

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on July 17, 2013

Parte II

Trabalho Publicado: Dynamical evolution of V-type asteroids in the central and outer main belt

Monthly Notices of the ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS **439,** 3168–3179 (2014) doi:10.1093/mnras/stu192
Advance Access publication 2014 February 24

Dynamical evolution of V-type asteroids in the central main belt

V. Carruba,[1⋆] M. E. Huaman,[1] R. C. Domingos,[1,2] C. R. Dos Santos[1] and D. Souami[3,4,5]

[1]*UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil*
[2]*INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, So Jos dos Campos, SP 12227-010, Brazil*
[3]*NAXYS, Namur Center for Complex Systems, Department of Mathematics, University of Namur, B-5000 Namur, Belgium*
[4]*UPMC, Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, F-75005 Paris, France*
[5]*SYRTE, Observatoire de Paris, Systèmes de Référence Temps Espace, CNRS/UMR 8630, UPMC, Paris, France*

Accepted 2014 January 24. Received 2014 January 23; in original form 2013 December 9

ABSTRACT

V-type asteroids are associated with basaltic composition, and are supposed to be fragments of crust of differentiated objects. Most V-type asteroids in the main belt are found in the inner main belt, and are either current members of the Vesta dynamical family (Vestoids), or past members that drifted away. However, several V-type photometric candidates have been recently identified in the central and outer main belt.

The origin of this large population of V-type objects is not well understood. Since it seems unlikely that Vestoids crossing the 3J:-1A mean-motion resonance with Jupiter could account for the whole population of V-type asteroids in the central and outer main belt, origin from local sources, such as the parent bodies of the Eunomia, and of the Merxia and Agnia asteroid families, has been proposed as an alternative mechanism.

In this work, we investigated the dynamical evolution of the V-type photometric candidates in the central main belt, under the effect of gravitational and non-gravitational forces. Our results show that dynamical evolution from the parent bodies of the Eunomia and Merxia/Agnia families on time-scales of 2 Byr or more could be responsible for the current orbital location of most of the low-inclined V-type asteroids.

Key words: celestial mechanics – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

The V-type asteroids, which are characterized by 1 and 2 μm absorption bands in the infrared spectrum, are associated with basaltic composition, and are supposed to be fragments of the crust of differentiated objects. Most of the V-type asteroids in the main belt are found in the inner main belt (defined as the region in semimajor axis between the 4J:-1A and 3J:-1A mean-motion resonances with Jupiter), and are either members of the dynamical Vesta family (Vestoids), or are thought to be past members that dynamically migrated beyond the limits of the current Vesta family. Recently, two new basaltic asteroids, (1459) Magnya (Lazzaro et al. 2000), and (10537) (1991 RY16) (Moskovitz et al. 2008b), were identified in the outer main belt (the region between the 5J:-2A and 2J:-1A mean-motion resonances), a region too far away from Vesta to possibly be dynamically connected with this asteroid. Roig & Gil-Hutton (2006) used Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog data, fourth release (SDSS-MOC4) multiband photometry to infer the asteroid taxonomy, and identified several V-type photometric candidates in the central (defined as the region between the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonances) and outer main belt. Most recently, Carvano et al. (2010) identified hundreds of photometric candidates in the central and outer main belt. Roig, NesvornýGil-Hutton & Lazzaro (2008) discussed the possibility that some of these asteroids could be former Vestoids that crossed the 3J:-1A mean-motion resonance with Jupiter, but this mechanism alone seems to be unlikely to have produced the whole observed population of V-type candidates, especially those in the outer part of the central main belt.

Alternative production mechanisms have therefore been suggested to explain the presence of these objects. Carruba, Michtchenko & Lazzaro (2007) suggested that three V-type asteroids in the central main belt, (21238), (40621) and (66905) could have originated as fragments of the crust of the parent body of the Eunomia family, that, according to Nathues et al. (2005) might have been a differentiated or partially differentiated body. This mechanism may have originated some of the basaltic material in the central main belt. However, since the work of Carvano et al. (2010) identified more than one hundred V-type photometric candidates in the central main belt, and since some of these objects have very different values of inclination with respect to (15) Eunomia, yet another mechanism to produce basaltic material may have been at work.

⋆ E-mail: vcarruba@feg.unesp.br

© 2014 The Authors
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

Luckily, other possible sources of basaltic material were identified in the central main belt by other authors. Observations of (808) Merxia and (847) Agnia by Sunshine et al. (2004) showed that the spectra of both these objects are compatible with an S-type asteroid with both low- and high-calcium forms of pyroxene on the surface, along with less than 20 per cent olivine. The high-calcium form of pyroxene forms 40 per cent or more of the total pyroxene present, indicating a history of igneous rock deposits. This suggested that the asteroids underwent differentiation by melting, creating a surface of basalt rock.

The members of these families, including their namesakes, according to Sunshine et al. (2004), most likely formed from the breakup of a basalt object, which in turn was spawned from a larger parent body that had previously undergone igneous differentiation. Since the Merxia and Agnia families have lower values of inclinations than (15) Eunomia, could it be possible that some of the V-type photometric candidates currently at low-i may have originated from the parent body of these two families?

In this work, we will investigate possible paths of diffusion from the current orbital location of the photometric candidates in the central main belt, in order to infer possible clues on their origin. Since Moskovitz et al. (2008a) suggested that it was not likely to have had hundreds of differentiated bodies in the primordial main belt, but that the number was more likely of the order of dozens, we will try to assess how much a model with two sources in the central main belt, the parent bodies of the Eunomia and that of the Merxia/Agnia families, may succeed or not in reproducing the current distribution of V-type photometric candidates.

This paper is so divided: in Section 2, we discussed the current knowledge on V-type photometric candidates in the central main belt, obtained in previous works (Roig & Gil-hutton 2006; Carvano et al. 2010; De Sanctis et al. 2011) and by our group using the approach of DeMeo & Carry (2013). Five different orbital regions characterized by the presence of basaltic material are introduced in this section. In Section 3, we discuss the groups identified in Section 2 in terms of ejection velocities with respect to Eunomia, diameters, geometrical albedos, and masses. In Section 4, we study the local web of mean-motion and secular resonances using dynamical maps of synthetic proper elements. In Section 5, we analyse how dynamical evolution caused by the Yarkovsky effect may have caused the current orbital distribution of V-type asteroids, and in Section 6 we study the long-term effects of close encounters with massive asteroids in the central main belt. Finally, in Section 7 we present our conclusions.

2 IDENTIFICATION: SPECTRAL TAXONOMY AND SDSS-MOC4 DATA

Carvano et al. (2010) studied the taxonomy of asteroids observed by the SDSS-MOC4 (hereafter Ivezić et al. 2001). This survey provided a sample two order of magnitude larger than any available in any current spectroscopic catalogues (about 60 000 numbered objects). The authors identified 130 V-type photometric candidates in the central main belt, including QV, SV objects, and other dubious cases, in the central main belt, based on a taxonomical scheme in the plane of (a^*, $i - z$) colours, and posted their results on the Planetary Data System, available at http://sbn.psi.edu/pds/resource/sdsstax.html, and accessed on 2013 September 10.

DeMeo & Carry (2013) recently introduced a new classification method, based on the Bus-DeMeo taxonomic system, that employs SDSS-MOC4 gri slope and $z' - i'$ colours. In that article, the authors used the photometric data obtained in the five filters u', g', r', i', and z', from 0.3 to 1.0 m, to obtain values of $z' - i'$ colours and spectral slopes over the g', r', and i' reflectance values. Values of $z' - i'$ colours and spectral slopes were then used to assess if an asteroid belonged to a given spectral class, whose boundary values were determined in this domain by the authors. For overlapping classes, the taxonomy is assigned in the last class in which the object resides, in the following order: C-, B-, S-, L-, X-, D-, K-, Q-, V-, and A-types. Since some asteroids had multiple observations in the SDSS-MOC4 data base, we adopted the DeMeo & Carry (2013) criteria for classifications in these cases: in case of conflicts, the class with the majority number of classifications is assigned.

With respect to the work of Carvano, we identified six new photometric candidates in the central main belt, and 11 in the outer main belt. Table 1 displays our new results. All V-type photometric candidates identified by Carvano et al. (2010) are also listed in Table A1 (available online). We report the asteroid identification, if it is a confirmed V-type object, the asteroid proper elements a, e and $\sin(i)$, the absolute magnitude (H), the diameter (D), and geometric albedo (p_V), according to the *Wide-field Infrared Survey Explorer* (*WISE*) mission, when available. The asteroid (177904) (2005 SV5) was already identified as a possible V-type photometric candidate in Carruba et al. (2013a). Being this a paper centred on the dynamical evolution of V-type candidates in the central main belt only, asteroids in the outer main belt are only given as a reference to the observing community.

We selected all asteroids in the Carvano et al. (2010) data base, available in the Planetary Data System, and in the HORIZONS

Table 1. List of new V-type photometric candidates in the central and outer main-belt.

Asteroid Id.	Spectral type	a	e	$\sin(i)$	H	D (km)	p_v
7472	V?	3.010 245	0.138 886	0.156 293	12.08	10.008	0.2795
11465	V?	3.102 607	0.014 941	0.348 060	12.87	12.556	0.0775
18802	V?	2.687 340	0.143 116	0.215 531	13.82	3.940	0.3134
35567	V	2.567 894	0.089 490	0.196 503	14.58	2.381	0.4504
55270	V	2.908 541	0.125 003	0.164 700	14.02		
57322	V?	2.584 340	0.164 743	0.130 332	14.86		
88084	V?	2.545 195	0.152 695	0.088 088	15.30		
91159	V	3.194 682	0.273 886	0.277 364	14.28		
92182	V?	3.181 359	0.169 964	0.266 076	13.70		
93981	V	2.662 526	0.019 289	0.226 328	13.85	3.376	0.4268
177904	V	3.158 618	0.153 963	0.071 38	15.30	5.762	0.0403
208324	V	3.130 781	0.270 397	0.287 020	14.91		
217953	V?	2.546 619	0.162 840	0.176 317	16.37		

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

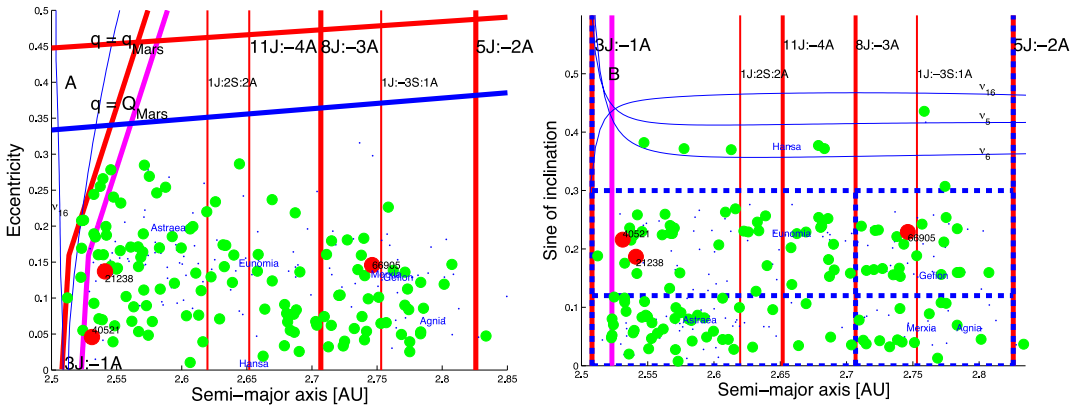


Figure 1. Panel A: semimajor axis versus eccentricity of the V-type candidates identified using SDSS-MOC4 in the central main belt. Blue dots identified the orbital location of all photometric candidates, green full dots are associated with 'pure' V-type candidates, and confirmed V-types are shown as red full dots. Vertical red lines display the location of mean-motion resonances, and blue lines show the centre of secular resonances (see the text for details). The magenta line is associated with the unstable region (on time-scales of 100 Myr) near the 3J:-1A mean-motion resonance, as identified by Guillens, Vieira Martins & Gomes (2002). Finally, we also display the lines for which $q = Q_{\rm Mars}$, and $q = q_{\rm Mars}$, where close encounters with terrestrial planets start to be possible. Panel B: semimajor axis versus sine of proper inclination of the same V-type candidates. Blue dotted lines identify the boundaries of the regions discussed in the text.

system of the Jet Propulsion laboratory, maintained by Drs D. K. Yeomans and A. B. Chamberlin.[1] that were V-type photometric candidates (including SV and QV types), had proper elements as reported by the AstDyS site http://hamilton.dm.unipi.it/cgi-bin/astdys/astibo, (accessed on 2013 September 15; Knežević & Milani 2003), and had orbits in the central main belt, defined as $a_{31} < a < a_{52}$, where a_{31} and a_{52} are the semimajor axis of the centre of the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonances with Jupiter, respectively. Overall, including the new photometric candidates identified in this work, we encountered 255 V-type candidates, of which 127 are pure V-types (excluding SV, QV, and other dubious cases), and objects, (21238), (40521), and (66905) are confirmed V-type asteroids whose spectra were obtained in De Sanctis et al. (2011). Our results are shown in Fig. 1, where we display a proper (a, e) (panel A) and (a, $sin(i)$) projections of the proper elements of all candidates (blue dots), of pure V-type candidates (green full dots) and of the confirmed V-type asteroids (red full dots). Vertical lines identify the location of the main local mean-motion resonances, blue lines show the position of the centre of secular resonances, computed using the analytical theory of Milani & Knežević (1994) to compute the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 1 and the values of angles and eccentricity of (480) Hansa, the asteroid with the largest family in the highly inclined region. In panel A, we also display the lines for which $q = Q_{\rm Mars}$, and $q = q_{\rm Mars}$, where close encounters with terrestrial planets start to be possible.

One may note six regions of concentrations of V-type candidates in the (a, $\sin(i)$) plane: one region around the Eunomia family, in the inner central main belt ($a_{31} < a < a_{83}$), that includes the three confirmed V-type asteroids discussed in Carruba et al. (2007), at intermediate values of $\sin(i)$ ($0.12 < \sin(i) < 0.3$). A concentration of asteroids near the Astraea family, in the inner central main belt, at low inclinations ($\sin(i) < 0.12$). Eight asteroids in the highly inclined region ($\sin(i) > 0.3$), mostly found in the Hansa family region. Finally, three alignments of asteroids (possibly four, if we include less than 'pure' V-type candidates), in the outer central main belt ($a_{83} < a < a_{52}$), in the regions of the Merxia-Agnia, Gefion, and (1995 SU37) asteroid families, with values of $\sin(i)$ lower than 0.12 (Lavrov), $0.12 < \sin(i) < 0.19$ (Gefion), and $\sin(i) > 0.19$, respectively. We define these regions as Hansa, Eunomia, Astraea, Merxia, and Gefion,[2] and assign each V-type candidate to its own region, whose boundaries are shown in Fig. 1, panel B. Results are also listed in Table A1 (available online). We also checked how many of the known 'pure' V-type candidates are members of known asteroid families, according to the AstDyS site. We found 22 asteroids belonging to a family, most of which (six, 27.27 per cent of the total) members of the Eunomia family, followed by four objects (18.18 per cent) in the Hansa family. Of the remaining asteroids belonging to identified families, two were in the Juno family, one in the Minerva group, one in the 11882 (1990 RA3), one in the Maria family (all groups near the Eunomia orbital region), one was in the Astraea family, and the remaining asteroids were found in families in the outer central main belt, including one in the Merxia family. The fact that the majority of V-type candidates belonging to a family are to be found in the orbital region of the Eunomia asteroid family may be an indirect confirmation of the role that the parent body of this family may have played as a source of V-type asteroids in the central main belt (Carruba et al. 2009).

To numerically check for the statistical significance of the Eunomia and Merxia/Agnia parent bodies as sources of basaltic material in the central main belt, we performed this numerical experiment: following the approach of Carruba & Machuca (2011), we estimated the probability that a number of objects be produced by a Poisson distribution assuming that the expected number of k occurrence in a given interval is given by

$$f(k, \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad (1)$$

[1] The Data base was accessed on 2013 September 13.

[2] We consider the two alignments in the regions of the Gefion and (1995 SU37) asteroid families to be part of the same 'Gefion' region.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

where λ is a positive real number, equal to the expected number of occurrences in the given interval. For our purposes, we used for λ the mean values of objects expected in the regions of the haloes of the Eunomia and Merxia/Agnia families.[3] This is given by the equation:

$$\lambda = N_{\rm ast} \times \frac{V_{\rm halo}}{V_{\rm Tot}}, \tag{2}$$

where $N_{\rm ast}$ is the total number of V-type photometric candidates, $V_{\rm halo}$ is the volume in the (a, e, $\sin(i)$) space occupied by the family halo and $V_{\rm Tot}$ is the total volume occupied by all photometric candidates, defined as the region between the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonances with Jupiter in semimajor axis (i.e. $2.508 < a < 2.826$ au), and eccentricity and $\sin(i)$ from zero to the maximum value of any V-type candidate in the central main belt (0.2865 and 0.3822, respectively). For the volume of the Eunomia family halo, we used a simple parellelepipedal defined according to the maximum values of (a, e, $\sin(i)$) observed for the Eunomia family core and halo as found in Carruba et al. (2007): $2.508 < a < 2.707$ au, $0.12 < e < 0.16$, $0.18 < \sin(i) < 0.24$ (Eunomia core), and $2.508 < a < 2.753$ au, $0.12 < e < 0.19$, $0.18 < \sin(i) < 0.26$ (Eunomia halo). Since we have no information on the possible extent of the proto-family that originated the Merxia and Agnia families, in this case we used as boundaries the combined limits of the haloes of the two families in the (a, e, $\sin(i)$) space, as determined by Carruba et al. (2013a): $2.707 < a < 2.826$, $e < 0.15$, and $\sin(i) < 0.12$.

Using standard statistical terminology, we define the null hypothesis as the possibility that the data are drawn from a given distribution. We can reject the null hypothesis if it is associated with a probability lower than a threshold, usually of the order of 1 per cent. Using equation (1), we found that the probability that the six asteroids in the Eunomia core region, 15 asteroids in the Eunomia halo region, and the 15 found in the Merxia/Agnia halo region could be explained as fluctuations of a Poissonian distribution are of 7.0×10^{-3}, 1.7×10^{-4} and 8.1×10^{-3}, i.e. below the null hypothesis threshold (1.0×10^{-2}). A similar analysis done for the uniform and Gaussian distributions, according to the procedure described in Carruba & Machuca (2011), also provided values of probabilities below the null hypothesis, so suggesting that the higher density of objects found in the Eunomia and Merxia/Agnia regions may be caused by a possible local source.

Finally, since these one-dimensional statistical analysis are somewhat dependent on the choice of the regions boundaries, we also performed Mardia's test (Mardia 1970) on multivariate normality for the whole 128 asteroid population. We assume that the distribution in the (a, e, $\sin(i)$) domain has a tri-variate Gaussian probability density function given by

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\mu)'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{x}-\mu)\right), \tag{3}$$

where $\boldsymbol{x}$ is the vector (a, e, $\sin(i)$), μ is the vector with components equal to the mean values of a, e and $\sin i$ of the observed population, and Σ is the covariance matrix, that can be estimated numerically having n $\boldsymbol{x}_j$ vectors using the equation:

$$\Sigma = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(\boldsymbol{x}_j - \mu) \times (\boldsymbol{x}_j - \mu)^T. \tag{4}$$

Mardia's test is based on multivariate extensions of skewness and kurtosis measures. For a sample $(x_1, \ldots, x_n)$ of p-dimensional vectors we can compute the A and B parameters given by

$$A = \frac{1}{6n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[(\boldsymbol{x}_i - \mu)^T\Sigma^{-1}(\boldsymbol{x}_j - \mu)\right]^3, \tag{5}$$

and

$$B = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{8p(p+2)}}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(\boldsymbol{x}_i - \mu)^T\Sigma^{-1}(\boldsymbol{x}_i - \mu)\right]^2 - p(p+2)\right], \tag{6}$$

where Σ^{-1} is the inverse of the covariance matrix given by equation (4). Under the null hypothesis of multivariate normality, the statistic A will have approximately a chi-squared distribution with $\frac{1}{6}p(p+1)(p+2)$ degrees of freedom (10 for $p = 3$), and B will be approximately standard normal with mean zero and standard deviation one. We computed A and B for our sample of 128 asteroids and we obtained $A = 27.389$ and $B = 1.7 \times 10^3$, that have probabilities of being associated with a χ^2 and a normal distribution lower than 4.5×10^{-5}. We can therefore safely assume that V-type photometric candidates do not follow a tri-variate Gaussian distribution as a whole.

In the next section we will further analyse the six dynamical regions defined in this section.

3 GROUPS OF V-TYPE CANDIDATES AND THEIR POSSIBLE ORIGIN

First, to test for the reality of the six concentration groups identified in Section 2 we performed the following numerical experiment: we computed the distances with respect to (15) Eunomia according to the distance metrics (Zappalá et al. 1995):[4]

$$d = na\sqrt{h_1\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + h_2(\Delta e)^2 + h_3(\Delta(sin(i)))^2}, \tag{7}$$

where n is the asteroid proper motion, a, e, and $\sin(i)$ are the standard set of proper elements (semimajor axis, eccentricity, and sine of the inclination), and h_i (i = 1,2,3) are numerical constants equal to 5/4, 2, and 2 for the standard metric of Zappalá et al. (1995). Other choices of the h_i constants are possible and discussed in the literature (see also Carruba & Michtchenko 2007). The advantage of using distances d rather than bi-dimensional plots as those shown in Fig. 1 is that these quantities account for distances in a three-dimensional space and are not subjected to the distortions that arise from plotting three-dimensional distributions in two-dimensional spaces.

Fig. 2, panel A, displays an (a, $\sin(i)$) plot of V-type photometric candidates in the central main belt. Distances in proper element

[3] We did not perform a statistical analysis of the region of Hansa, because this family is in a stable island located between the 3J:-1A and 8J:-3A mean-motion resonances in proper a, and between the ν_6 and ν_5 secular resonance in $\sin(i)$ (Carruba 2010). While 80 per cent of the highly inclined V-type photometric candidates are members of this family this may not be statistically significant because of the local dynamics.

[4] We should point out that these distances, while expressed in m s^{-1}, are not exactly ejection velocities, that should be computed using Gauss equation (see also Carruba et al. 2003). Since, however, ejection velocities computed with such an approach also depend on the unknown true anomaly and argument of pericentre at the moment of impact of the parent body, in this work we prefer to use this simpler approach.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

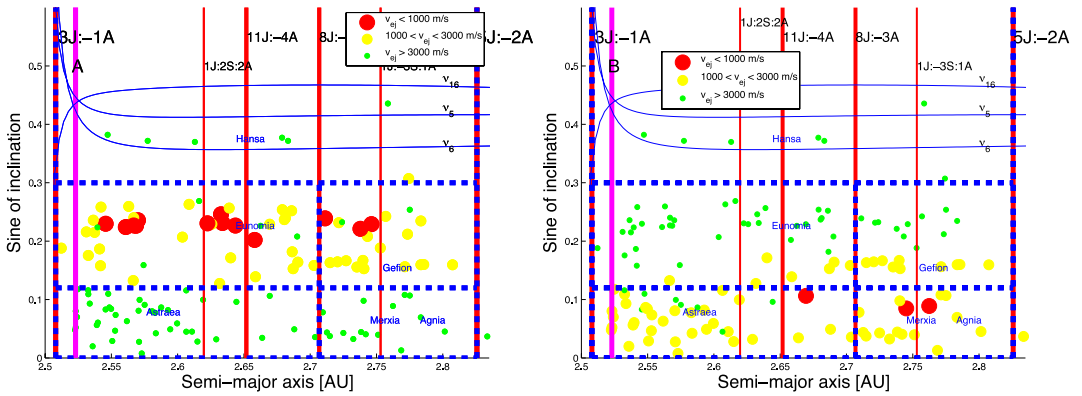


Figure 2. An $(a, \sin(i))$ plot of V-type photometric candidates in the central main belt. Distances in proper element domains of V-type asteroids in the central main belt with respect to (15) Eunomia are plotted with this colour code: red full dots identify objects with $d < 1000$ m s^{-1}, yellow full dots asteroids with $1000 < d < 3000$ m s^{-1}, and green dots bodies with $d > 3000$ m s^{-1}. The other symbols have the same meaning as those in Fig. 1, panel B.

domains of V-type asteroids in the central main belt with respect to (15) Eunomia are plotted with this colour code: red full dots identify objects with $d < 1000$ m s^{-1}, yellow full dots asteroids with $1000 < d < 3000$ m s^{-1}, and green dots bodies with $d > 3000$ m s^{-1}. The other symbols are the same as in Fig. 1. Objects nearest to the Eunomia family (red and yellow dots) correspond to the Eunomia family region and the two horizontal 'strips' in the outer central main belt at $\sin(i) > 0.12$ defined in Section 2. Green asteroids are found in the 'Astraea' region, in the $\sin(i) < 0.12$ outer central main belt strip, and in the highly inclined region. With the exception of seven objects, we confirm the $0.12 < \sin(i) < 0.3$ criteria for asteroids possibly originating from the Eunomia family defined in Section 2.

We also computed distances with respect to the Merxia 'region'. Since the original orbital parameters of the possible parent body of the Merxia and Agnia families are unknown, we computed distances with respect to the largest surviving fragment, (808) Merxia itself. Our results are shown in Fig. 2, panel B. Low-inclined objects have smaller distances with respect to Merxia than Eunomia. The strip of aligned asteroids in the Gefion region, that was found to be at relatively low distances from (15) Eunomia, appears to be within reach of (808) Merxia as well, which suggests that either sources could be responsible for these asteroids. Overall, these results seem to suggest a second possible source of basaltic material in the central main belt.

We then turned our attention to the diameters of photometric V-type candidates in the central main belt. Results from the *WISE* (Wright et al. 2010), and the Near-Earth Object WISE (NEOWISE; Mainzer et al. 2011) enhancement to the *WISE* mission recently allowed us to obtain diameters and geometric albedo values for more than 100 000 main belt asteroids (Masiero et al. 2011). Of the 127 V-type candidates in the central main belt, 27 had values of diameters and geometric albedos listed in the *WISE* data set. Concerning the other asteroids, their diameters and albedos can be estimated using the relationship (Harris & Lagerros 2002):

$$D = \frac{1329\,\mathrm{km}}{\sqrt{p_V}} \times 10^{-H/5}. \quad (8)$$

For the objects lacking *WISE* albedo data, we used the mean value of the albedo available for the other 27 bodies, i.e. $p_V = 0.238$.

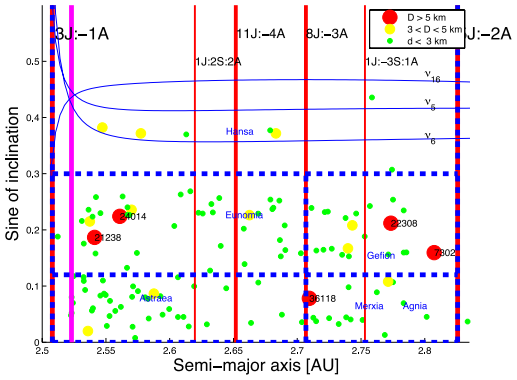


Figure 3. An $(a, \sin(i))$ projection of V-type photometric candidates in the central main belt. The size of the symbol is associated with the asteroid diameter, according to the figure legend. The other symbols have the same meaning as those in Fig. 1, panel B.

The minimum value of albedo was of 0.0518, and the maximum of 0.4268. Each of the extreme values of p_V was only reached once, and if we eliminate such outliers from the mean, we obtained a mean value of 0.2379, very close to the mean value obtained with the outliers.

Fig. 3 displays an $(a, \sin(i))$ projection of V-type photometric candidates in the central main belt. The size of the symbol is associated with the asteroid estimated diameter: large full red dot display the orbital position of the five objects with $D > 5$ km, yellow full dots show the position of the asteroids with $3 < D < 5$ km, and the green dots are associated with smaller bodies. One can note that, with the exception of the asteroid (36118), that is barely 5 km in diameter, all larger objects are found at $\sin(i) > 0.12$. Only two medium-sized asteroids are encountered in the 'Astraea' region.

To estimate how much mass is contained in the currently known V-type candidates in the central main belt, we estimated the mass of each object using the equation (Moskovitz et al. 2008a, equation 6):

$$M(H) = (1.28 \times 10^{18} kg) \frac{\rho}{{p_V}^{3/2}} 10^{-0.6H}, \quad (9)$$

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

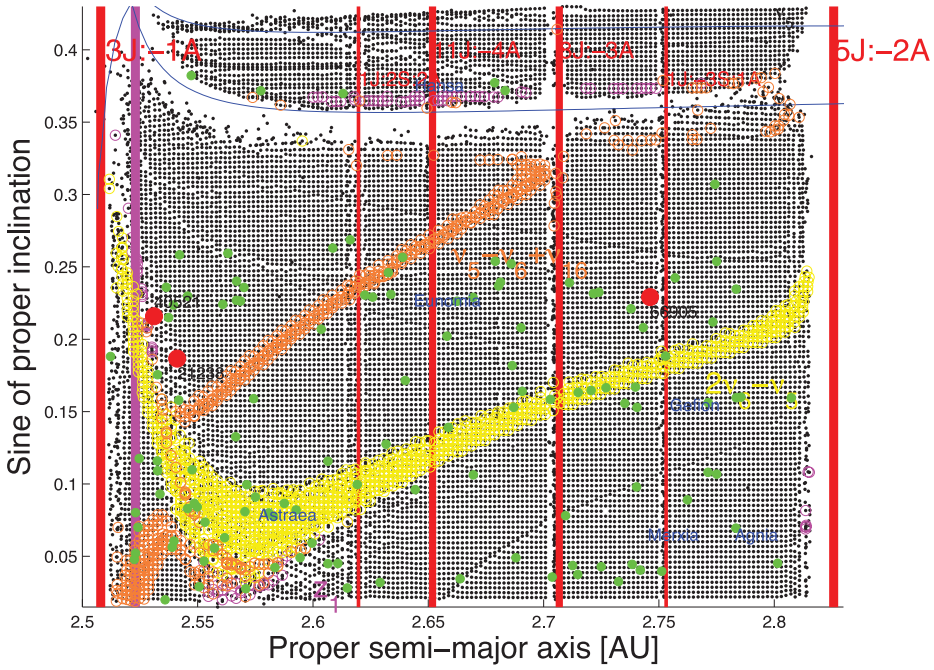


Figure 4. An (a, sin (i)) proper element map of the central main belt. Black dots identify the orbital position in the plane of proper (a, sin (i)) of each simulated test particle. Colour circles are associated with asteroids likely to be in secular resonance configurations, according to the colour code described in the text. The other symbols have the same meaning as in Fig. 1.

where ρ is the bulk density, assumed equal to 3000 kg m^{-3} for V-type objects, and asteroids have been assumed to be spherical bodies. Using the values of geometrical albedo p_V previously discussed in this section, we obtain a total mass of 1.81×10^{15} kg, which is just 0.139 per cent of the estimated mass excavated from craters in Vesta 1.3×10^{18} kg (Moskovitz et al. 2008a). Only a very minor fraction of the basaltic material present in the main belt is therefore located in the central main belt. In the next section, we will discuss how the V-type photometric candidates are located with respect to the local web of mean-motion and secular resonances.

4 DYNAMICAL MAPS

To investigate in further detail the local dynamics, we computed a dynamical map of synthetic proper elements with 19 800 test particles in the region of the central main belt. We used the SWIFT_MVFS symplectic integrator from the SWIFT package (Levison & Duncan 1994) modified by Brož (1999) so as to include online digital filtering to remove all frequencies with periods less than 600 yr. We used a step in a of 0.005 au and in i of 0.°2, and took particles in an equally spaced grid of 165 by 120 particles in the (a, sin (i)) plane, the representative plane for studying diffusion of members of asteroid families.[5] The initial values of e, Ω, ω, and λ of the test particles were fixed at those of (15) Eunomia, the largest member of its family and a possible source of V-type asteroids, according to Carruba et al. (2007). We computed synthetic proper elements (a, e, sin (i)) and frequencies (n, g, s) of these test particles with the approach described in Carruba (2010).

Results are shown in Fig. 4. Black dots identify the orbital position in the plane of proper (a, sin (i)) of each simulated test particle. Unstable regions will appear as devoided of test particles, mean-motion resonances will show as vertical alignments, and secular resonances will be associated with inclined alignments of dots. In colour, we show test particles whose frequency values were within ± 0.3 arcsec yr^{-1} [6] from the centre of the $z_1 = \nu_6 + \nu_{16} = g - g_6 + s - s_6$ (magenta dots), the $2\nu_6 - \nu_5 = g + g_5 - 2g_6$ (yellow dots), and from the $\nu_5 - \nu_6 + \nu_{16} = g + g_5 - 2g_6$ (orange dots) resonances, respectively. The other symbols are the same as in Fig. 1. While all the other secular resonances up to order six present in the region were studied, we choose to display in the figure the orbital location of these three resonances only because of their dynamical importance. The z_1 secular resonance played a major role in the dynamical evolution of the Agnia (Vokrouhlický et al. 2006) and Padua (Carruba 2009) families, that are characterized by the fact that the

[5] Our particles covered a range between 2.5 and 2.828 au in a, and 0° and 23.°8 in i, respectively. Since the local dynamics has been studied in detail in several other works, (see also Carruba et al. 2007), and since the proper eccentricity of asteroid is changed more easily than its proper inclination, we did not performed in this work analysis in the (a, e) and (e, sin (i)) planes.

[6] The so-called likely resonators, or objects with a probability higher than 90 per cent of being in librating states of the resonances, as defined in Carruba (2009). Likely resonators are found by equating the values of the asteroidal frequencies to the planetary ones. In the case of the z_1 secular resonance, we have $g - g_6 + s - s_6 \simeq 0$, which implies $g + s = g_6 + s_6 = 1.898$ arcsec yr^{-1}.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

Table 2. Likely resonators among V-type photometric candidates.

Resonant name	Type	Resonant centre (arcsec yr^{-1})	Number of likely resonators
$2\nu_6 - \nu_5$	g	52.229	15
$3\nu_6 - \nu_5$	g	40.236	3
$\nu_5 - \nu_6 + \nu_{16}$	s	−50.300	2
$\nu_6 + \nu_{16} = z_1$	$g + s$	1.998	4
$2\nu_6 + \nu_{16} = z_2$	$2g + s$	30.141	2
$2\nu_6 + \nu_{17}$	$2g + s$	53.141	2

majority of their members are in librating states of this resonances. The z_1 conserved quantity allowed us to obtain better estimates of the extent of the original ejection velocity field of these two families. The $2\nu_6 - \nu_5$ had one of the largest population of likely resonators in our dynamical map, and its possible role in the dynamical evolution of V-type photometric candidates will be further investigated in this section. Finally, the $\nu_5 - \nu_6 + \nu_{16}$ secular resonance was shown to be one possible mechanism of delivery of basaltic material from the Eunomia family to lower inclination regions in Carruba et al. (2007). Its dynamical importance will also be discussed in Section 5.

Other minor secular resonances were identified in the dynamical map, but were not shown for simplicity. The Eunomia and Gefion regions are crossed by the $3\nu_6 - \nu_5$ and $z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16} = 2(g - g_6) + s - s_6$ non-linear secular resonances. The $2\nu_6 + \nu_{17} = 2(g - g_6) + s - s_7$ secular resonance is present in the Merxia region. Finally, the Hansa region is crossed by the $\nu_5 + 2\nu_{16} = g - g_5 + 2(s - s_6)$, $\nu_6 - \nu_{16} = g - g_6 - s + s_6$, and $\nu_5 - \nu_{16} = g - g_5 - s + s_6$, secular resonances (see also Carruba 2010). The last entry of Table A1 (available online) identifies asteroids that are likely resonators of the discussed secular resonances. Incidentally, there are three objects (93620, 108901, 225791) that are likely resonators of two resonances at the same time, i.e. they are at the crossing of two secular resonances.

To understand the importance of secular dynamics for the evolution of V-type asteroids in the central main belt, we also selected 'likely resonators' among the photometric V-type candidates. Our results are listed in Table 2, that displays the name of the resonance, its type, i.e. what asteroidal frequencies are involved, the resonance centre as previously defined in this section, and the number of likely resonators for the resonances that had at least one librating candidate. An (a, sin (i)) projection of the identified likely resonators is also shown in Fig. 5.

The largest population of likely resonators is found in the $2\nu_6 - \nu_5$ secular resonance, with 15 candidates. All the other resonances had four resonators or less. The relatively large number of candidates in this g-type resonance may have interesting repercussions on the dynamics of V-type asteroids. One may wonder if the cluster of V-type asteroids in the Astraea region may be caused by an accumulation of asteroids in this region. To start answering this question, following the approach of Carruba et al. (2013a) we integrated the likely resonators in the $2\nu_6 - \nu_5$ secular resonances for 10 Myr under the influence of all planets, and checked the behaviour of the resonant argument. 11 asteroids are in librating states, 2 in circulating states, and 2 are alternating phases of circulation and libration. The large fraction of actual resonators among the candidates suggest that this is indeed a powerful resonance. Its role when the Yarkovsky force is considered will be discussed in Section 5, but, being a pericentre resonance, it seems unlikely that it will be able to significantly change the inclination of wandering asteroids. In the next section, we will try to answer this and other questions on the possible origin of photometric V-type asteroids in the central main belt.

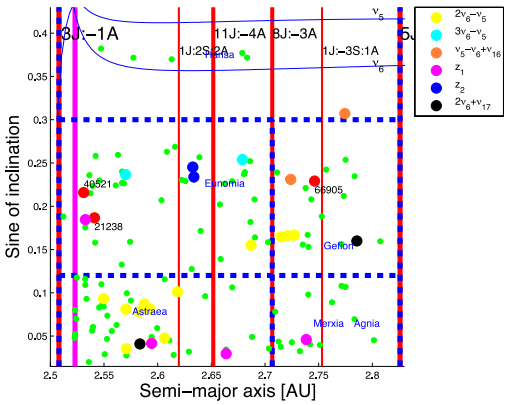


Figure 5. Projection in the proper (a, sin (i)) plane of the likely resonators population (coloured circles) listed in Table 2, according to the colour code displayed in the figure legend.

5 YARKOVSKY EVOLUTION

To investigate the dynamical evolution of V-type candidates in the central main belt, we integrated clones of these objects with SWIFT-RMVSY, the symplectic integrator of Brož (1999) that simulates the diurnal and seasonal versions of the Yarkovsky effect, over 30 Myr and the gravitational influence of all planets from Venus to Neptune (Mercury was accounted for as a barycentric correction in the initial conditions). We used values of the Yarkovsky parameters appropriate for V-type asteroids: a thermal conductivity $K = 0.001$ W m^{-1} K^{-1}, a thermal capacity $C = 680$ J kg^{-1} K^{-1}, surface density 1500 kg m^{-3}, a Bond albedo of 0.1, a thermal emissivity of 0.95, and a bulk density of 3000 kg m^{-3}. As our goal is to investigate the maximum possible diffusion of asteroids, we used two sets of spin axis orientations with ±90° with respect to the orbital plane, since these obliquities maximize the speed of the Yarkovsky effect. We assumed periods obtained under the approximation that the rotation frequency is inversely proportional to the object's radius, and that a 1 km asteroid had a rotation period of 5 h (Farinella, Vokrouhlický & Hartmann 1998).[7] No re-orientations

[7] Other choices of rotation periods are possible. One can choose a distribution of rotation frequencies similar to that of other families, and randomly choose values for each asteroid. However, Cotto-Figueroa et al. (2013) have shown that the Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP) effect is extremely sensitive to the topography of the asteroid, and its small changes. We therefore believe that in the end it may make little difference what initial rotation period is chosen. The rotation period of an asteroid will change during a YORP cycle in ways that are not currently well understood. Since our goal in this section is to preliminary investigate the fraction of surviving resonators when non-gravitational forces are considered, we believe that our simpler approach is justified.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

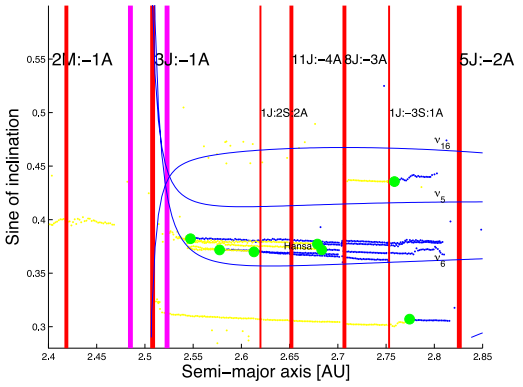


Figure 6. An (a, $\sin(i)$) projection of the time evolution of fast clones or real V-type candidates in the Hansa region. Blue dots represent snapshots of the orbital evolution (sampled at each 1.2 Myr) of clones of real asteroids with 0° obliquity, while yellow dots are associated with clones with 180° obliquity. The other symbols are the same as in Fig. 2.

were considered, so that the drift caused by the Yarkovsky effect was the maximum possible.

We first performed 'fast simulations' of these asteroids, assuming that all objects had 100 m diameters, over 30 Myr. Objects so small will drift much faster than the real asteroids, allowing for quicker simulations time-scales. On the other end, details of evolution in higher order mean-motion and secular resonances may be lost because of the faster drift. To account for this problem, we will also perform simulations with the real larger values of diameters 'slow simulations', scaled by factors $\cos 30^\circ$ and $\cos 60^\circ$ to account for values of the spin obliquity other than zero, that we will discuss later on in this section.

5.1 Results of the 'fast simulations'

We obtained synthetic proper elements every 1.2 Myr for all the simulated asteroids with the approach described in Knežević & Milani (2003), modified as in Carruba (2010). Fig. 6 displays our results for asteroids in the Hansa region. Blue dots represent snapshots of the orbital evolution of clones of real asteroids with 0° obliquity, while yellow dots are associated with clones with 180° obliquity. The magenta lines display the chaotic layer near the 3J:-1A studied by Guillens et al. (2002), as defined in Morbidelli & Vokrouhlický (2003). The other symbols are the same as in Fig. 2.

One object near the Watsonia family was included in this region, having $\sin(i) > 0.3$, the criteria used by Gil-Hutton (2006) for identifying objects of high-i. However, since its inclination is lower than the central value of the ν_6 secular resonance, other authors (Carruba 2010) may not consider this object a highly inclined body. The clone of the asteroid in the Gallia family region reached Mars crossing values of eccentricity when passing the 8J:-3A and was lost before the end of the simulation. One may note that asteroids in the Hansa region are able to cross the 11J:-4A and 8J:-3A mean-motion resonances with only minor changes of inclination and reach the region of the Tina and Gallia families. Of particular interest was a clone with 180° obliquity, that succeeded in crossing the 3J:-1A mean-motion resonance. This suggests that evolution in the other direction may also be possible as suggested by Roig et al. (2008), and may have been responsible for the origin of the asteroids in the Hansa region, that may therefore be actual Vestoids, and originated from the inner main belt. A possible origin from the low-inclination central main belt seems unlikely, given the difficulties in crossing the dynamical boundary caused by the presence of the ν_6 secular resonance. Additional studies are needed on this subject to prove this hypothesis. Obtaining spectra of these asteroids and performing a comparative mineralogical analysis with respect to known Vestoids may provide important clues in understanding the origin of these objects.

In Fig. 7, we show the dynamical paths of clones of particles in the Eunomia region (panel A), and in the Gefion area (panel B). All three confirmed V-type asteroids in the central main belt are found in this region. Once again, we found particles (four) that manage to cross the main dynamical barriers of the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonance, suggesting that small objects communication between inner and central main belt might be possible (how effective is this mechanism for larger asteroids will be discussed in Section 5.2). This could also have implication on the origin of V-type asteroids in the inner outer main belt (the area between the 5J:-2A and 9J:-4A mean-motion resonances with Jupiter), such as (10537) (1991 RY16), that could possibly be fragments of the parent body of the Merxia/Agnia families. Also, we found that most particles can easily cross the 11J:-4A and 8J:-3A mean-motion resonances, and that migration from the Eunomia region to the Gefion one (and vice-versa) is possible and could explain the presence of objects such (66905), as discussed in Carruba et al. (2007). A few particles were captured in the secular resonances described in Section 4 and experienced moderate changes in inclinations. We did not however observed any particle able to reach the Astraea and Merxia regions in this simulation.

Fig. 8 displays the (a, $\sin(i)$) projection of the time evolution of fast clones or real V-type candidates in the Astraea region (panel A) and in the Merxia region (panel B). One particle was able to cross the 3J:-1A mean-motion resonance and reached the region of low-inclination V-type asteroids in the inner main belt that Nesvorný et al. (2008) showed to be unlikely to originate from the current Vesta family. While this suggests that migration from the inner main belt into the central is possible, it may also open the possibility that the opposite happened, and that some of the low-inclination asteroids in the inner main belt may have originated from the central main belt, possibly from the parent body of the actual Merxia and Agnia families.

This seems to be supported by the fact that, once again, particles with 100 m diameter appear to be able to cross the 11J:-4A and 8J:-3A mean-motion resonances relatively unharmed. Communication from the Astraea region to the Merxia and vice-versa seems therefore, at least a possibility.

Finally, we also observed minor changes of inclination caused by secular resonances for some particles, but not enough to reach the Eunomia and Gefion regions. The possibility of migrations between the $\sin(i) < 0.12$ and $0.12 < \sin(i) < 0.3$ areas will be further investigated in the next subsection.

5.2 Results of the 'slow simulations'

To further investigate the dynamical evolution of V-type candidates in the area, we performed 'long-term' simulations of clones of the same particles studied in Section 5.1. These particles had the same parameters as in Section 5.1, except for the diameters and spin obliquities. We took the *WISE* values of the diameters for the test

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

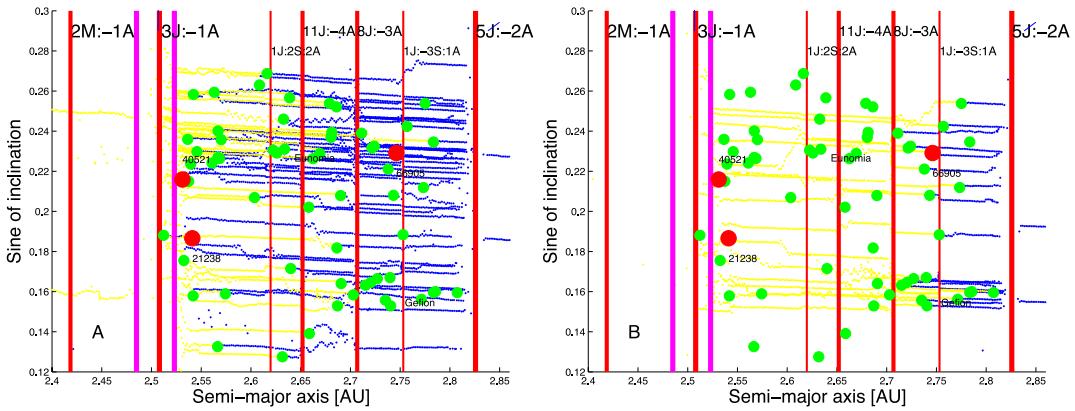


Figure 7. Panel A: an $(a, \sin(i))$ projection of the time evolution of fast clones or real V-type candidates in the Eunomia region. Panel B: the same for clones of asteroids in the Gefion region. See caption of Fig. 6 for a description of the used symbols.

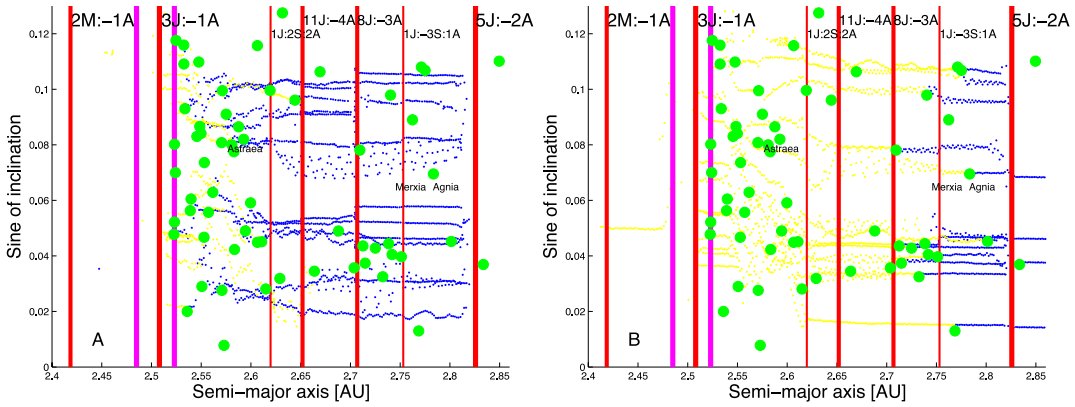


Figure 8. Panel A: An $(a, \sin(i))$ projection of the time evolution of fast clones or real V-type candidates in the Astraea region. Panel B: the same for clones of asteroids in the Merxia region. See caption of Fig. 6 for a description of the used symbols.

particles for which such information was available, and we used the methods described in Section 3 for the other particles. We also took six values of spin obliquities, 0°, 30°, 60°, 120°, 150°, and 180°, in order to sample different speeds of drifts caused by the Yarkovsky force. We integrated our test particles over 1 Byr, under the same integration scheme used in Section 5.1. Because of the longer integration time used in these runs, we computed proper elements every 4.9 Myr instead of the 1.2 Myr used in Section 5.1.

In the Hansa region, contrary to the case of the fast simulations, no particles managed to cross the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonances, nor any particles was able to cross the dynamical barrier of the ν_6 secular resonance. All particles that reached the 8J:-3A mean-motion resonance were able to cross over, and minor changes in sine of inclination, of up to 0.03, were observed after the passage of the 1J:-3S:1A three-body resonance. This suggests that the isolated V-type candidate in the Gallia family region could be explained by migration from the Hansa family region along with interaction with either the 8J:-3A or the 1J:-3S:1A mean-motion resonances. Possible source mechanisms for the Hansa family region V-type photometric candidates are still needed to explain the observed population of objects.

Similar results were observed for asteroids in the Eunomia, Gefion, and Merxia regions: no particle survived the crossing of the 3J:-1A, 5J:-2A mean-motion resonances, and no particle managed to pass the ν_6 secular resonance barrier. At least 80 per cent of the asteroids that reached the 8J:-3A and the 1J:-3S:1A mean-motion resonance were able to cross over. Changes in inclination of up to 0.3 in $\sin i$ caused by interactions with the $2\nu_6 - \nu_5$ secular resonances were also observed in the Eunomia region, but this was not enough to allow particles to change region (as changes occurred for values of increasing i, i.e. in the opposite direction to reach the Astraea region). We did not observe any particle changing regions in inclination during the length of our simulations.

Results were more interesting in the Astraea region. As discussed in Section 4, particles in this region strongly interacted with the $2\nu_6 - \nu_5$ non-linear secular resonance, and this results in large oscillations of $\sin(i)$ values. Several particles are attracted by this powerful resonance, creating a 'convergence zone' of V-type

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

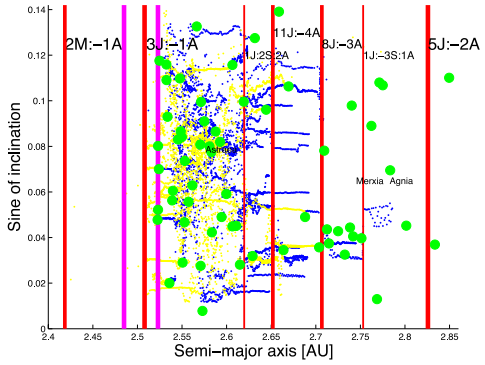


Figure 9. An $(a, \sin(i))$ projection of the time evolution of slow clones or real V-type candidates in the Astraea region. See caption of Fig. 6 for a description of the used symbols.

photometric candidates, roughly located between the 3J:-1A and 11J:-4A mean-motion resonances in semimajor axis (see also Fig. 4 and the yellow dots associated with the same resonance for a better definition of this region), and also shown in Fig. 9, that displays the time evolution in the $(a, \sin(i))$ plane of clones of V-type candidates with obliquities of 0° and 180°. Yet, oscillations are limited to the Astraea region. Only one particle managed to evolve in the $2\nu_6 - \nu_5$ to higher values of inclinations, but it was soon lost because of its interaction with the 3J:-1A mean-motion resonance. No particle managed to cross the 3J:-1A and survive in the inner main belt for more than 10 Myr.

Overall, our simulations seem to confirm our hypothesis of a bimodal source for V-type asteroids in the central main belt, with the parent bodies of the Eunomia family and of the Merxia and Agnia ones as possible sources. The fact that no particle, during our simulations, switched in a stable fashion among inclination regions does not exclude that such orbital evolution is possible, but suggests, in our opinion, that these should be rare event. To investigate if dynamical mobility caused by other mechanisms such as close encounters with massive asteroids could account for such dynamics, we will present results of new simulations that also account for this mechanism in the next section.

6 EFFECTS OF CLOSE ENCOUNTERS WITH MASSIVE ASTEROIDS

In order to investigate the effects of close encounters with massive asteroids, we integrated all V-type photometric candidates over the gravitational influence of all planets plus Ceres, Eunomia, and Juno, the most massive asteroids in the central main belt and some of the most effective perturbers (see Carruba et al. 2013b for a list of the first 40 most massive asteroids in the main belt), over 200 Myr. We did not include the effect of Pallas, since Carruba et al. (2013b) showed that the long-term effect of close encounters with this asteroid is less significant than that of other, less inclined bodies, such as Ceres or Hygiea, and we also did not simulated the Yarkovsky effect. Since our goal was to obtain a complete statistics of change in orbital elements due to close encounters, and since this statistics does not strongly depend on the model used (Carruba et al. 2012), we simply used SWIFT-SKEEL, the integrator of the SYMBA package able to simulate close encounters among massive planets and massless particles (Levison & Duncan 1994), without attempting to include non-gravitational effects, and with the simulation set-up discussed in Carruba et al. (2013b).

In this work, we were mostly interested in dynamical mobility in inclination, because these are the changes that can cause an asteroid to switch zones, so 'contaminating' one source of basaltic material with another. Obtaining changes in proper inclination caused by close encounters only is not a straightforward task. That could be accomplished by obtaining proper elements before and after the encounter, and by trying to isolate contributions to the changes in proper i other than the close encounter (passage through mean-motion resonances, secular effects, etc.). As a first step in our analysis, we just computed changes in osculating $\sin(i)$, in order to have a preliminary estimate of the entity of possible changes in proper i.

Our results are shown in Fig. 10, where the red line identifies the frequency distribution of changes in $\sin(i)$ caused by encounters with (1) Ceres, the blue line those caused by (15) Eunomia, and the green line those caused by (3) Juno. During our simulations, we registered 657 encounters with Ceres, 636 with Eunomia, and 402 with Juno, which, according to Carruba et al. (2013b), should be enough to obtain a statistics complete to a 1σ level, sufficient to start an analysis of the long-term effect of close encounters. As expected, most of the encounters cause a limited change in $\sin(i)$, with less than 1 per cent of the encounters causing larger variations (the percentual is higher for Ceres being this the most massive body). Larger variations, corresponding to encounters at very close relative distances or velocities, are possible, but are very rare events. Also, in order to allow for an asteroid to switch zones in inclination, they should happen repeatedly and in the 'right' direction (to lower inclinations for Eunomia region asteroids and to higher for Astraea region ones).

In order to have a preliminary quantitative estimate of the long-term effect of close encounters with massive asteroids, we assume in first approximation that such mechanism could be treated as a random walk. Under the assumption, as it seems to be the case for our observed distributions of changes in $\sin(i)$, that the mean value of changes is zero, there will be a 1σ (= 68.27 per cent) probability that the root mean square translation distance (or quadratic mean) after n steps will fall between $\pm\sigma_{\sin(i)}\sqrt{n}$, where $\sigma_{\sin(i)}$ is the standard deviation of changes in $\sin(i)$, equal to 0.0029 for the distribution of changes in i caused by (1) Ceres, by far the main perturber in the central main belt (Carruba et al. 2003, 2013b). Since Bottke et al.

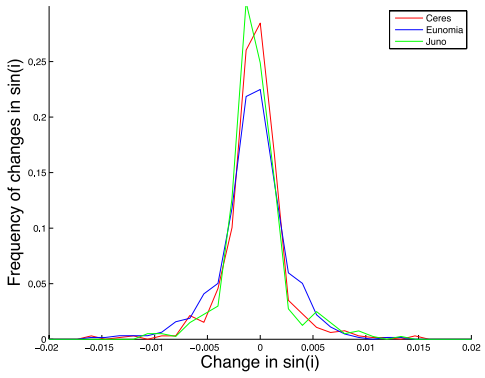


Figure 10. Frequencies of changes in osculating $\sin(i)$ caused by close encounters with (1) Ceres (red line), (15) Eunomia (blue line), and (3) Juno (green line).

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

(2006) estimated that the parent bodies of differentiated objects arrived in the main belt no earlier than 4 Byr ago, using the value of $\sigma_{\sin(i)}$ obtained for changes in $\sin(i)$ caused by (1) Ceres over 200 Myr, and $n = 20$, we obtained a root mean square translation of 0.0130. Considering our boundary between inclination regions at $\sin(i) = 0.12$, only nine objects (seven in the Merxia/Agnia and two in the Eunomia region) are in the region $0.12 \pm \sigma_{\sin(i)}\sqrt{n}$ and could therefore experience a change in $\sin(i)$ large enough to allow for a change of region over 4 Byr, at 1σ level of probability, i.e. 7 per cent of the total.

Close encounters with massive asteroids may have allowed for some mixing between asteroids from the Eunomia and the Merxia/Agnia regions, but a single source mechanism seems to be statistically unlikely.

7 CONCLUSIONS

In this work, we did the following.

(i) Revised the current knowledge on V-type photometric candidates (Carvano et al. 2010) and obtained new photometric candidates with the approach of DeMeo & Carry (2013). Overall, we identified 127 V-type photometric candidates in the central main belt, six of which belong to the Eunomia family, and four of which are Hansa family members.

(ii) Obtained distances with respect to (15) Eunomia and (808) Merxia for all V-type photometric candidates, using the distance metrics of Zappalá et al. (1995). Three regions in inclination appear using this approach, suggesting a three-source model for the origin of V-type asteroids in the central main belt: highlyinclined asteroids above the ν_6 secular resonance (Hansa region), asteroids with $0.12 < \sin(i) < 0.3$ (Eunomia region), and asteroids with $\sin(i) < 0.12$ (Astraea region). Additional subdivision can be set by considering the presence of the 8J:-3A mean-motion resonance (Gefion region in the Eunomia region, and Merxia region in the Astraea region).

(iii) Obtained a synthetic proper element dynamical map of the central main belt in the proper (a, $\sin(i)$) plane for 19 800 test particles, and studied mean-motion and secular resonances (up to order six) in the region. As hypothesized in Carruba et al. (2007), the $\nu_5 - \nu + \nu_{16}$ could be a viable mechanism to reduce asteroids inclinations, but only for asteroids in the Eunomia region, and not to values of i in the Astraea region range. 15 V-type photometric candidates are currently in librating states of the $2\nu_6 - \nu_5$ secular resonance, and the local increase in number of these bodies in the Astraea region could therefore be an artefact of the local dynamics.

(iv) Studied the Yarkovsky-induced dynamical evolution of clones of all V-type photometric candidates. Our simulations suggest that the current orbital distribution of these objects could be explained with a two sources mechanism originating in the parent bodies of the Eunomia and Agnia/Merxia families (with a third possible source in the parent body of the Hansa family). With one (unstable) exception, no particle during our simulation managed to switch among inclination regions, and no particles with diameters larger than 1 km succeeded in crossing the 3J:-1A mean-motion resonance barrier, suggesting that asteroids from the Vesta family should be rare among central V-type photometric candidates.

(v) Studied the effects of close encounters with (1) Ceres, (15) Eunomia, and (3) Juno for the V-type photometric candidates. Only less than 1 per cent of the studied encounters caused a change in osculating $\sin(i)$ larger than 0.01 in module, and no particle changed inclination zones over the length of our integrations. We estimated that, at 1σ level probability, at most 7.0 per cent of the known V-type photometric candidates could have changed inclination region over 4 Byr.

Many new basaltic candidates have been identified since the three originally suggested in 2007 (see also Carruba et al. (2007) for a review on V-type asteroids in the central main belt known at that time), and this allowed us to perform a more in depth analysis of their possible origin. Many more other asteroids may be missing or unobservable either because comminuted to sizes below observational limits (Burbine, Meibom & Binzel 1996), or because of space weathering effects that obscured the basaltic signature in their spectra (Wetherill & Chapman 1988).

For the currently known V-type candidates, we showed that a two source scenario, the parent bodies of the Eunomia plus Merxia and Agnia families, could explain the origin of most of the basaltic material in the central main belt, with a fraction that may come from other sources (either from the inner main belt, diffusing across the 3J:-1A mean-motion resonance (Roig et al. 2008), or because of some unusual mechanism of scattering, such very close encounters with massive asteroids, able to increase the inclination of an object above the values of the centre of the ν_6 secular resonance[8]). According to Bottke et al. (2006), the parent bodies of V-type asteroids in the central main belt could possibly have been formed much closer than their current orbital location, in the terrestrial planet region, and then have been scattered by close encounters with planetesimals in the early phase of the Solar system formation, 4.0 Gyr ago or more. Considering that the number of scattered differentiated bodies is model dependent and ranges from one to several hundreds in Bottke et al. (2006) theory, depending on the region of formation of differentiated bodies and on the minimum value of diameter needed to insure differentiation, we believe that a scenario in which two or three differentiated bodies were injected into the central main belt and then disrupted by collisions could explain the current observed distribution of V-type photometric candidates in the central main belt.[9]

In this framework, it is of utmost importance to conduct a mineralogical analysis of the V-type candidates studied in this work. Sunshine et al. (2004) showed that Vestoids have much deeper band depths than the HCP-rich S-type asteroids. This could be used to discriminate the asteroids in the Astraea region that originated from Vesta from those that originated from the parent body of the Agnia and Merxia families, and could be also important in assessing the origin of the highly inclined V-type objects whose origin cannot be easily explained with scenarios involving central main belt sources. Overall, a lot of work remains to be done to understand the origin and the dynamical evolution of V-type asteroids in the central main belt.

ACKNOWLEDGEMENTS

We are grateful to the reviewer of this article, Nicholas Moskowitz, for suggestions and comments that significantly improved the quality of this work. We would like to thank the São Paulo State Science Foundation (FAPESP) that supported this work via the grant

[8] Highly inclined V-type photometric candidates could also be explained under the assumption of a third local source of basaltic material, if we assume that the parent body of the Hansa family was a differentiated or partially differentiated asteroid.

[9] Alternatively, depending on the parameters of Bottke's theory, one could also imagine that all central main belt V-type candidates were scattered from the terrestrial planet region.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

11/19863-3, and the Brazilian National Research Council (CNPq, grant 305453/2011-4). This publication makes use of data products from the *Wide-field Infrared Survey Explorer*, which is a joint project of the University of California, Los Angeles, and the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration. This publication also makes use of data products from NEOWISE, which is a project of the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the Planetary Science Division of the National Aeronautics and Space Administration.

REFERENCES

Bottke W. F., Nesvorný D., Grimm R. E., Morbidelli A., O'Brien D. P., 2006, Nature, 439, 821
Brož M., 1999, Thesis, Charles Univ.
Burbine T. H., Meibom A., Binzel R. P., 1996, Meteorit. Planet. Sci., 31, 607
Carruba V., 2009, MNRAS, 395, 358
Carruba V., 2010, MNRAS, 408, 580
Carruba V., Machuca J. F., 2011, MNRAS, 420, 1779
Carruba V., Michtchenko T., 2007, A&A, 475, 1145
Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvorný D., 2003, Icarus, 162, 308
Carruba V., Michtchenko T., Lazzaro D., 2007, A&A, 473, 967
Carruba V., Huaman M. E., Douwens S., Domingos R., 2012, A&A, 543, A105
Carruba V., Domingos R. C., Huaman, Dos Santos C. R., Souami D., 2013a, MNRAS, 433, 2075
Carruba V., Huaman M. E., Domingos R., Roig F., 2013b, A&A, 550, A85
Carvano J. M., Hasselmann P. H., Lazzaro D., Mothé-Diniz T., 2010, A&A, 510, A43
Cotto-Figueroa D., Statler T. S., Richardson D. C., Tanga P., 2013, in Cuk M., Ferraz-Mello S., eds, DDA Meeting #44, Radiation Recoil Effects on the Dynamical Evolution of Asteroids. Am. Astron. Soc., Washington, DC, p. 102.02
DeMeo F., Carry B., 2013, Icarus, 266, 723
De Sanctis M. C., Ammannito E., Migliorini A., Lazzaro D., Capria M. T., McFadden L., 2011, MNRAS, 412, 2318
Farinella P., Vokrouhlický D., Hartmann W. K., 1998, Icarus, 132, 378
Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 93
Guillens S. A., Vieira Martins R., Gomes R. S., 2002, AJ, 124, 2322
Harris A. W., Lagerros J. S. V., 2002, in Bottke W. F., Jr, Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds, Asteroids III. Univ. Arizona Press, Tucson, AZ, p. 205
Ivezić Ž et al., 2001, AJ, 122, 2749
Knežević Z., Milani A., 2003, A&A, 403, 1165
Lazzaro D. et al., 2000, Science, 288, 2033
Levison H. F., Duncan M. J., 1994, Icarus, 108, 18
Mainzer A. K. et al., 2011, ApJ, 731, 53
Mardia K. V., 1970, Biometrika, 57, 519
Masiero J. R. et al., 2011, ApJ, 741, 68
Milani A., Knežević Z., 1994, Icarus, 107, 219
Morbidelli A., Vokrouhlický D., 2003, Icarus, 163, 120
Moskovitz N. A., Jedicke R., Gaidos E., Willman M., Nesvorný D., Fevig R., Ivezić Ž., 2008a, Icarus, 198, 77
Moskovitz N. A., Lawrence S., Jedicke R., Willman M., Haghighipour N., Bus S. J., Gaidos E., 2008b, ApJ, 682, 57
Nathues A., Mottola S., Kaasalainen M., Neukum G., 2005, Icarus, 175, 452
Nesvorný D., Roig F., Gladman B., Lazzaro D., Carruba V., Mothéé-Diniz T., 2008, Icarus, 193, 85
Roig F., Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 411
Roig F., Nesvorný D., Gil-Hutton R., Lazzaro D., 2008, Icarus, 194, 125
Sunshine J., Bus S. J., McCoy T. J., Burbine T. H., Corrigan C. M., Binzel R. P., 2004, Meteorit. Planet. Sci., 39, 1343
Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., 2006, Icarus, 183, 349
Wetherill G. W., Chapman C. R., 1988, in Kerridge J. F., Matthews M. S., eds, Meteorites and the Early Solar System. Univ. Arizona Press, Tucson, AZ, p. 35
Wright E. L. et al., 2010, AJ, 140, 1868
Zappalá V., Bendjoya Ph., Cellino A., Farinella P., Froeschlé C., 1995, Icarus, 116, 291

SUPPORTING INFORMATION

Additional Supporting Information may be found in the online version of this article:

Table A1. List of V-type photometric candidates in the central main-belt.
(http://mnras.oxfordjournals.org/lookup/suppl/doi:10.1093/mnras/stu192/-/DC1).

Please note: Oxford University Press is not responsible for the content or functionality of any supporting materials supplied by the authors. Any queries (other than missing material) should be directed to the corresponding author for the article.

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃºlio de Mesquita Filho on March 17, 2014

Monthly Notices of the ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY
MNRAS **444,** 2985–2992 (2014) doi:10.1093/mnras/stu1655

Dynamical evolution of V-type photometric candidates in the outer main belt

M. E. Huaman,[1⋆] V. Carruba[1⋆] and R. C. Domingos[2]

[1]*UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil*
[2]*UNESP, Univ. Estadual Paulista, São João da Boa Vista, SP 13874-149, Brazil*

Accepted 2014 August 11. Received 2014 August 4; in original form 2014 May 23

ABSTRACT

V-type asteroids, characterized by two absorption bands at 1.0 and 2.0 μm, are usually thought to be portions of the crust of differentiated or partially differentiated bodies. Most V-type asteroids are found in the inner main belt and are thought to be current or past members of the Vesta dynamical family. Recently, several V-type photometric candidates have been identified in the central and outer main belt. While the dynamical evolution of V-type photometric candidates in the central main belt has been recently investigated, less attention has been given to the orbital evolution of basaltic material in the outer main belt as a whole. Here, we identify known and new V-type photometric candidates in this region, and study their orbital evolution under the effect of gravitational and non-gravitational forces. A scenario in which a minimum of three local sources, possibly associated with the parent bodies of (349) Dembowska, (221) Eos, and (1459) Magnya, could in principle explain the current orbital distribution of V-type photometric candidates in the region.

Key words: celestial mechanics – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

Basaltic asteroids are associated with the crust of differentiated body. They are usually associated with a V-type spectrum, characterized by absorptions bands at 1 and 2 μm. The majority of basaltic asteroids are found in the inner main belt, although a few have also been observed in the outer main belt. The first evidence for another possible source of basaltic asteroid in the outer main belt was the asteroid (1459) Magnya discovery by Lazzaro et al. (2000). Other authors as Michtchenko et al. (2002) suggested that Magnya is a fragment from a differentiated parent body that broke up in the outer belt.

The discovery and analysis of basaltic asteroids independent of Vesta can provide insights into the early history of Solar system formation (Carruba et al. 2014b, Paper I hereafter). Since the number of originally differentiated bodies that were scattered into the central and outer main belt is not well understood or constrained by previous models, and could go from a few (essentially fragments resulting from catering events prior to the formation of the Veneneia crater on Vesta; Milani et al. 2014), to several dozens (formation and scattering of differentiated bodies other than Vesta into the central and outer main belt; Bottke et al. 2006), setting dynamical constraints on the minimum number of independent sources of basaltic material can significantly improve our understanding of this phase of formation of our Solar system, and is one of the main goals of this paper.

This work, that is the continuation of an analogous study performed in the central main belt (Paper I), is divided as follows: in Section 2, we revise spectral taxonomy of asteroids in the outer main belt and identify possible V-type photometric candidates. In Section 3, we define groups of V-type candidates and their possible origin. In Section 4, we obtain dynamical map of the region of the outer main belt. Section 5 is dedicated to the Yarkovsky orbital evolution, with a subsection on the long-term effect of close encounter with massive asteroids. Finally, we present our conclusions in Section 6.

2 IDENTIFICATION: SPECTRAL TAXONOMY AND SDSS-MOC4 DATA

In this section, we use the classification method used in Paper I, and based on the work of DeMeo & Carry (2013). This method employs SDSS-MOC4 gri slope and $z' - i'$ colours to classify an asteroid depending its position on that plane.

As a first part of our analysis, we checked if the preliminary study of the taxonomy of the candidate V-type asteroids obtained in Paper I still holds. We identified 14 possible V-type candidates in the outer main belt, 5 of which were spectroscopically observed and classified as V types (1459 Magnya, Lazzaro et al. 2000; 10537 1991 RY16 Moskovitz et al. 2008; 7472 Kumakiri, Duffard & Roig 2009; 14390 1990 QP19, De Sanctis et al. 2011a,b; 105041 2000 K041,

⋆ E-mail: mariela@feg.unesp.br (MEH); vcarruba@feg.unesp.br (VC)

© 2014 The Authors
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

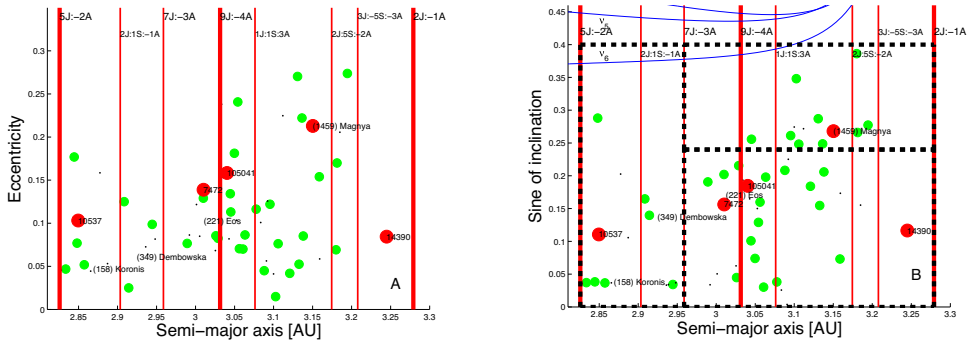


Figure 1. Panel A: proper semimajor axis versus eccentricity of the V-type candidates identified using SDSS-MOC4 data in the outer main belt. Panel B: semimajor axis versus sine of proper inclination of the V-type candidates. Vertical lines displays mean-motion resonances, blue lines show the location of secular resonances, black dotted lines the limits of the regions in the (a, $\sin(i)$) plane. See text for a discussion of the other symbols.

De Sanctis et al. 2011a,b). Six objects (11465, 55270, 91159, 92182, 177904, and 208324) were reported in table 1 of Paper I, while one (34698 2001 OD22, also listed in the *WISE* albedo catalogue[1]) is a newly identified V-type photometric candidate.

V-type asteroid candidate were identified in the past by Carvano et al. (2010). These authors used studies on taxonomy of asteroids observed by the Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog data, fourth (SDSS-MOC4 hereafter), and identified 52 V-type photometric candidates in the outer main belt, including objects with QS, SV and other cases. This data base is available on the Planetary Data System (http:sbn.psi.edu/pds/resource/sdsstax.html, and was accessed on 2013 November 16).

With respect to this data base, we selected all asteroids that were V-type photometric candidates (including object with QS, SV and other cases) and identified according to the HORIZONS System of the Jet Propulsion Laboratory (Giorgini et al. 1996). Except the 5 confirmed V-type asteroids, we encountered 25 V-type candidates that are pure V (excluding QS and SV cases) and have proper elements as reported by the AstDyS site. Also considering the 7 new candidates identified in this work and in Paper I, and the 5 confirmed V-type objects, we have a total of 37 asteroids that are possible or confirmed V types in the outer main belt (with known proper elements).

Fig. 1 displays a proper (a, e) (panel A), and (a, $\sin(i)$) (panel B) projections of the proper elements of all candidates (black dots), the pure V-type candidates (green full dots) and of the confirmed V-types asteroids (red full dots). Vertical lines represent the location of the main local mean-motion resonances, blue lines show the positions of the centre of secular resonances, computed using the analytical theory of Milani & Knežević (1994) to determine the proper frequencies g and s for the grid of (a, e) and (a, $\sin(i)$) values shown in Fig. 1 and the values of angles and eccentricity of (31) Euphrosyne, the asteroid with the largest family in the highly inclined region.

We can observe in Fig. 1 three regions of concentrations of V-types candidates in the (a, $\sin(i)$) plane. One region is around Magnya (Magnya region hereafter) and is between the resonances 7J:-3A and 2J:-1A. This region includes the confirmed V-type asteroid (1459) Magnya, with a range values of $\sin(i)$ of $0.24 < \sin(i) < 0.40$. A higher concentration near the Eos family is found in the centre of the outer main belt (Eos region, since Eos has been suggested as a possible source of basaltic material in the past, Mothé-Diniz et al. 2008) between the resonances 7J:-3A and 2J:-1A, with $0.00 < \sin(i) < 0.24$. Finally, in the region between the resonances 5J:-2A and 7J:-3A and $\sin(i) < 0.40$, we found some scattered objects that may have passed through the resonance 5J:-2A. Since Moskovitz et al. (2008) suggested that (349) Dembowska could be a parent body of a differentiated family, and because of the presence of the Koronis family in the region, another possible source of differentiated objects, we define this area as the Koronis and Dembowska region.

Four V-type photometric candidates were members of asteroid families, two in the Koronis and two in the Eos families, respectively. Following the approach of Paper I, we estimated the probability that such occurrences were produced by a Poisson distribution. Considering a standard Poisson distribution (see also Paper I, equation 1), the probability that a number of objects be produced by a Poisson distribution assuming that the expected number of k occurrence in a given interval is given by equation 1 in Paper I. For our purposes, we used for the expected number of occurrences in the given interval the mean values of objects expected in the regions of the Koronis and Eos families, given by equation 2 in Paper I.

We used simple parallelepipedal regions for the areas occupied by the Koronis and Eos families, defined according to the minimum and maximum values in (a, e, $\sin(i)$) observed for the haloes of these two families in Carruba et al. (2013), defined as $2.828 < a < 2.987$ au, $0.0112 < e < 0.082$, $0.0128 < \sin(i) < 0.058$, and $2.915 < a < 3.186$ au, $0.036 < e < 0.108$, $0.144 < \sin(i) < 0.207$, respectively. $v_{\rm Tot}$, the total volume occupied by all photometric candidates, was defined as the region between the 5J:-2A and 2J:-1A mean-motion resonances with Jupiter in semimajor axis (i.e. $2.8258 < a < 3.279$ au), and eccentricity and $\sin(i)$ from zero to the maximum value of any V-type candidate in the outer main belt, i.e. 0.2738 and 0.4. Using equation 1 in Paper I, we found that the probability that the two asteroids in the Koronis family region, and the six in the Eos parallelepipedal region (four of these objects are not members of the Eos dynamical family) could be explained as fluctuations of a Poissonian distribution are of 4.53×10^2 and

[1] Initial results from the *Wide-field Infrared Survey Explorer* (*WISE*; Wright et al. 2010), and the *NEOWISE* (Mainzer et al. 2011) enhancement to the *WISE* mission recently allowed to obtain diameters and geometric albedo values for more than 100 000 Main Belt asteroids (Masiero et al. 2011).

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

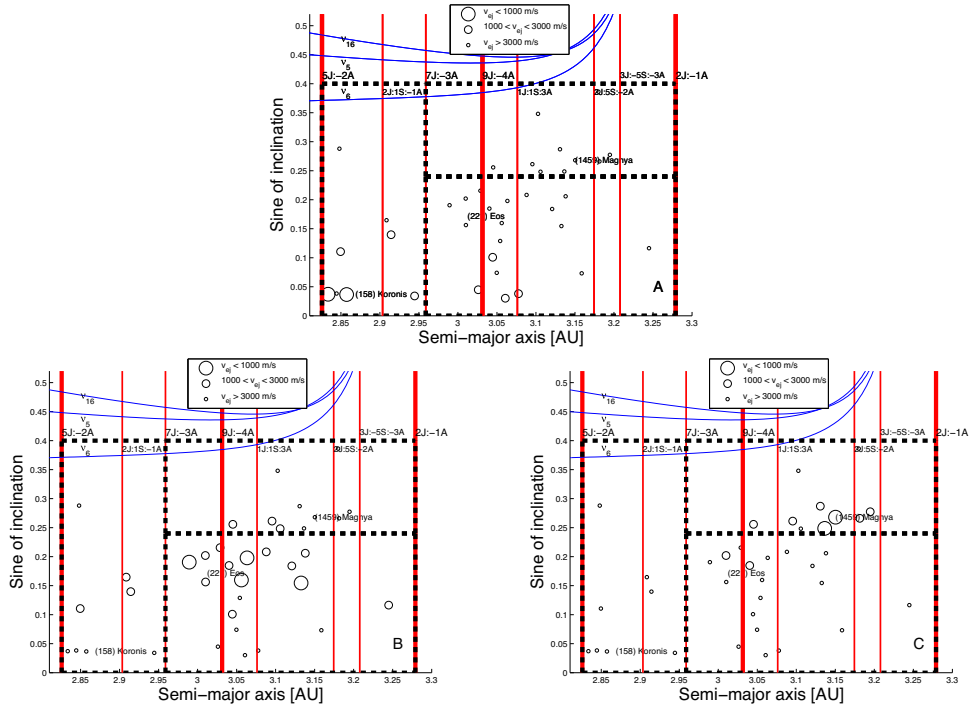


Figure 2. An $(a, \sin(i))$ projection of V-type photometric candidates in the outer main belt. Distances with respect to the asteroids (158) Koronis (panel A), (221) Eos (panel B) and (1459) Magnya (panel C) are shown with the symbol size code discussed in the text.

2.53×10^4. Considering that the null hypothesis threshold is equal to 1.0×10^2), while the results for the Koronis region may possibly be compatible with fluctuations of a Poissonian distribution, those for the Eos region seem more robust and may indicate a possible local source.

Since 1D statistical analysis are somewhat dependent on the choice of the regions' boundaries, and following the approach of Paper I, we also performed Mardia's test (Mardia 1970) on multivariate normality for the whole 35 V-type photometric candidates population. Values of the A and B parameters described in Paper I were incompatible with χ^2 and a normal distribution, which excludes that V-type photometric candidates follow a trivariate Gaussian distribution as a whole. In the next section, we will further analyse the three orbital regions defined in this section.

3 GROUPS OF V-TYPE CANDIDATES AND THEIR POSSIBLE ORIGIN

To further investigate the robustness of the three regions introduced in Section 2, we computed the distances of all photometric V-type candidates in the outer main belt with respect to the three suggested possible parent bodies: (158) Koronis and (349) Dembowska, (221) Eos and (1459) Magnya. To determine the distances, we used the standard metrics of Zappalá et al. (1995, see also equation 7 in Paper I). Results are shown in the three panels of Fig. 2. Asteroids with distances d with respect to (158) Koronis (panel A), (221) Eos (panel B), and (1459) Magnya (panel C) less than 1000 m s^{-1} are rendered as large black open circles, those with $1000 < d < 3000$ m s^{-1} are shown as medium-size black circles, and small circles identify the objects with $d > 3000$ m s^{-1}. The other symbols are the same as in Fig. 1.

Overall, except for a few outliers and two highly inclined objects (11465 and 34698) in the Magnya region, the closest objects to each of the three possible parent bodies tend to be found in its own region, suggesting that the regions that we proposed in the previous section might be a robust feature.

How much mass is contained in the V-type photometric candidates in the outer main belt? To answer this question, we considered the V-type candidates with diameter values from the *WISE* mission (12 objects) and for the others we computed their diameter using the relationship of Harris & Lagerros (2002, see also equation 8 in Paper I). The minimum and maximum values of the albedo p_V were 0.040 and 0.392, respectively. Our results are shown in Fig. 3, where larger asteroids with $D > 5$ km are shown as large black open circle, medium-size black circles show the position of the asteroids with $3 < D < 5$ km, and the small circles are associated with smaller bodies.

To estimate how much mass in the currently known V-type candidates is present in the outer main belt, we used the equation 9 from Paper I (Moskovitz et al. 2008), where the bulk density was assumed equal to 3000 kg m^{-3}, value typical of V-type objects. For our candidates, we obtained a total mass of 1.75×10^{16} kg, which is 1.35 per cent of the estimated mass excavated from craters in Vesta 1.3×10^{18} kg; more than the 0.139 per cent found by Paper I

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

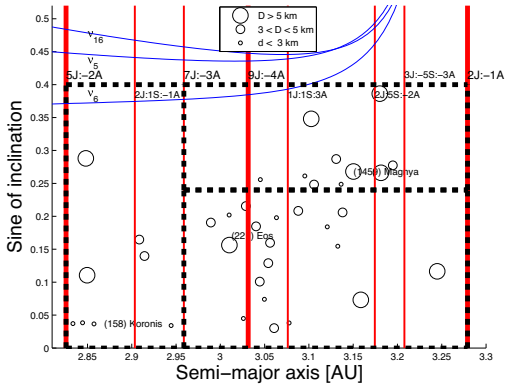


Figure 3. An $(a, \sin(i))$ projection of V-type photometric candidates in the outer main belt. The size of the symbols is associated with the asteroid diameter, according to the figure legend.

for the total mass of V-type candidates in the central main belt, but still a very small fraction of the observed basaltic material in the inner main belt. In the next section, we will discuss how V-type photometric candidates interact with the local web of mean-motion and secular resonances.

4 DYNAMICAL MAPS

We continue our analysis by studying the orbital region of V-type photometric candidates in the outer main belt. We obtained a dynamical map of synthetic proper elements with 18 391 test particles using the integrational set-up described in Paper I. We used a step in a of 0.003 au and in i of 0.°2 and took particles in an equally spaced grid of 152 by 121 in the $(a, \sin(i))$ plane, the representative plane for studying diffusion of members of asteroid families.[2] The initial values of e, Ω, ω and λ of the test particles were fixed at those of (221) Eos, the largest member of its family and a possible source of V-type asteroids. We then computed synthetic proper elements $(a, e, \sin(i))$ and frequencies (n, g, s) of these test particles with the approach described in Carruba (2010).

Fig. 4 displays a projection in the $(a, \sin(i))$ plane of the results of our simulations. Black dots are associated with the orbital position of each simulated particle. Mean-motion resonances appear as vertical bands with lesser density of test particles,[3] secular resonances show as inclined alignments of test particles. Other symbols in the figure have the same meaning as in Fig. 1, panel B. The main secular resonance in the outer main belt to appear in our map is the $z_1 = g - g_6 + s - s_6$ secular resonance. We selected test particles whose combinations of asteroidal secular frequencies are to within 0.5 arcsec yr^{-1} with respect to the resonance centre (i.e. $g + s = g_6 + s_6$): these particles are identified by blue circles in Fig. 1. Other secular resonances are present in the outer main belt but plays a lesser role when the Yarkovsky force is considered: except for the z_1 and $2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$ resonances, Carruba et al. (2014a) showed that the fraction of objects in librating states of other resonances drops to less than 40 per cent of the original population after 100 Myr.

Nevertheless, we studied the time-dependence of the resonant argument of resonances that showed to be dynamically important in Carruba et al. (2014a) for the whole 37 V-type photometric candidates populations that we identified in Section 2. In particular, we observed the time-dependence of the resonant angles of the resonances z_1, z_2, z_3, $2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$, $3\nu_6 - 2\nu_5$, $2\nu_6 - \nu_5$ and $\nu_5 + \nu_{16}$. With respect to the central main belt, where Paper I identified a population of 28 V-type photometric candidates in secular resonant states, 15 of which inside the $2\nu_6 - \nu_5$ resonance, in the outer main belt we only found one object (85812 1998 WR22) inside the $3\nu_6 - 2\nu_5$ resonance. Three objects were in circulating orbits close to the separatrix of the z_1 resonances, and three other asteroids were also near the separatrix of the $2\nu_5 - 2\nu_6 + \nu_{16}$ resonance. While past interactions with secular resonances may of course not be excluded, overall secular dynamics seems to have played a lesser role in the dynamical evolution of V-type photometric candidates in the central main belt with respect to the outer belt. Further assessing the truth of this statement will be one of the subjects of the next section.

5 DYNAMICAL EVOLUTION

To investigate the dynamical evolution of the 37 V-type candidates in the outer main belt, we used the same methods and procedures presented in paper I. We integrated clones of these objects with SWIFT-RMVSY, the symplectic integrator of Brož (1999). As in Paper I, we used the two sets of spin axis orientations with $\pm 90^\circ$ with respect to the orbital plane that maximize the velocity of the drift caused by the Yarkovsky effect, and did not considered reorientations. To further investigate the dynamical evolution of V-type candidates in the outer main belt, we performed 'fast' and 'slow' numerical simulations of these asteroids, assuming that all asteroids had 100 m diameters, and then using the real diameters. Our results are presented in Figs 5 and 6, which refer to the final orbital evolution on the $(a - \sin(i))$ plane of V-type photometric candidates in the region of Eos, Koronis and Magnya.

5.1 Results of the fast simulations

We obtained synthetic proper elements every 1.2 Myr for all the simulated asteroids, with the approach used in Paper I, over 200 Myr. In Fig. 5, we show the dynamical paths of clones of particles in the Dembowska region (panel A), Eos (panel B) and Magnya (panel C) in the $(a, \sin(i))$ plane. Blue dots represent snapshots of the orbital evolution of clones of real asteroids with 0° obliquity, while yellow dots are associated with clones with 180° obliquity.

In the Koronis region, there were eight photometric candidates. Four of them were not able to cross the 7J:-3A mean-motion resonance, including the (10537) V-type confirmed body. This could suggest that communication between the Koronis and Eos region is in principle possible, even if on long time-scales. In panel B, we observe the orbital evolution of 19 asteroids in the Eos region: only 3 of them were not able to cross the 7J:-3A mean-motion resonance, and all clones were able to cross the 9J:-4A and 3J:-5S:-3A mean-motion resonances, until reaching the powerful 2J:-1A mean-motion resonance. Panel C deals with the orbital evolution of the 10 photometric candidates in the Magnya region. Three objects were not able to cross the 9J:-4A mean-motion resonance, and only one managed to pass the 7J:-3A resonance. No asteroids crossed the 2J:-1A mean-motion resonance and the ν_6 secular resonance. Overall, we found one particle that managed to cross the main dynamical

[2] Our particles covered a range between 2.825 and 3.278 au in a, and 0° and 24.°0 in i, respectively.

[3] Of particular interest is the confirmed V-type asteroid 14 390 (1990 QP19), that is on the edge of the stable region near the 2J:-1A mean-motion resonance separatrix.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

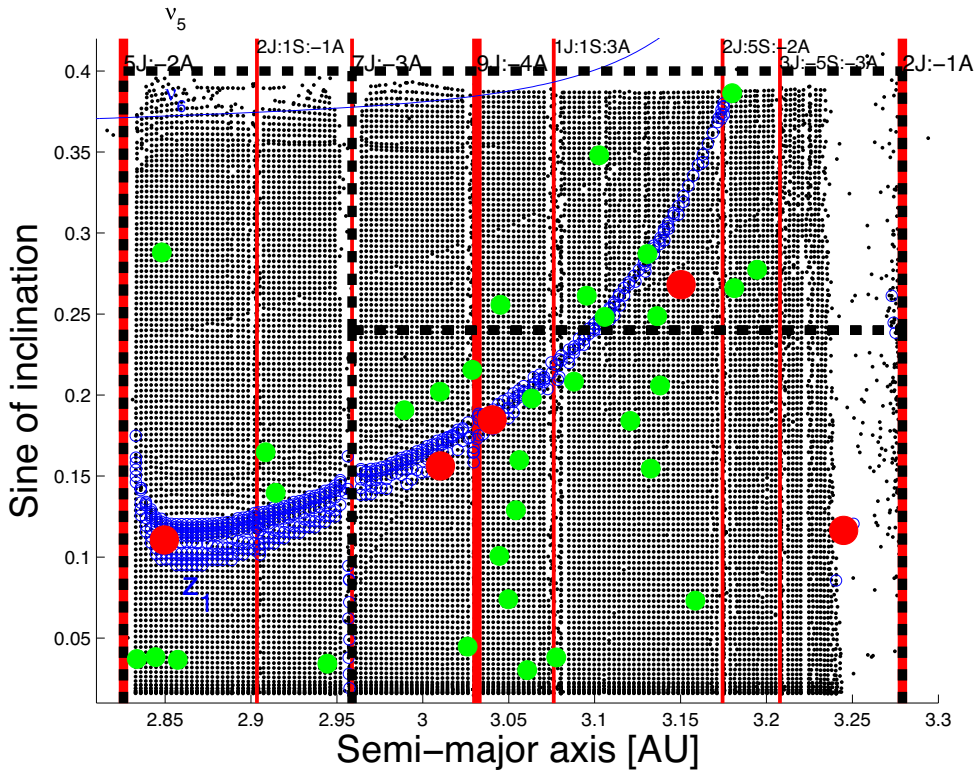


Figure 4. An (a, sin (i)) proper element map of the outer main belt. Black dots identify the orbital position in the plane of proper (a, sin (i)) of each simulated test particle. Blue open circles are associated with asteroids likely to be in z_1 secular resonance configurations. The other symbols have the same meaning as in Fig. 1.

barrier of the 5J:-2A resonance and none that crossed the 2J:-1A mean-motion resonance, suggesting that communication between the central and outer main belt might be possible, but not likely (how effective is this mechanism for larger asteroids will also be discussed in Section 5.2).

Finally, we also observed minor changes of inclination caused by secular resonances (mostly by the z_1 resonance) for some particles, but not enough to allow them to change region. Based on the results of these 'fast simulations' we may conclude that communication between the Koronis and Eos regions and between the Koronis and Magnya regions may be possible, but that passing from the Eos to the Magnya region and vice versa might a more unlikely event. We will further investigate this hypothesis in the next subsection.

5.2 Results of the slow simulations

To further investigate the dynamical evolution of V-type candidates in the outer main belt, we also performed slow simulations of clones of the same particles studied in Section 5.1. We took the *WISE* values of the diameters for the test particles for which such information was available, and we used the methods described in Section 3 for the other particles. We also took six values of spin obliquities, 0°, 30°, 60°, 120°, 150° and 180°, in order to sample different speeds of drifts caused by the Yarkovsky force. We integrated our test particles over 1 billion year, with the same integration scheme used in Section 5.1. As in Paper I, because of the longer integration time used in these runs, we computed proper elements every 4.9 Myr instead of the 1.2 Myr used in Section 5.1.

Fig. 6 displays the time evolution of proper (a, sin (i)) values for clones of V-type photometric candidates with obliquities of 60° and 150° in the Koronis region, with obliquities of 0° and 180° in the Eos region, and with obliquities of 60° and 150° in the Magnya region (panels A, B and C, respectively). Prograde rotation clones elements are shown as blue dots, retrograde rotation clones ones are identified as yellow dots. Other symbols are the same as those used in Fig. 5. Results are similar for other values of the obliquities, and will not be shown for the sake of brevity.

Of the 222 integrated clones, none was able to go from the Koronis region to the Eos and Magnya areas or to cross the 7J:-3A mean-motion resonance. Only two particles from the Eos region managed to cross the 7J:-3A mean-motion resonance and go into the Koronis area, i.e. 1.8 per cent of the total, suggesting that communication across the 7J:-3A mean-motion resonance should be a relatively rare event.

More difficult to interpret were the results near the boundaries of the Magnya and Eos regions. Of the 114 integrated clones in the Eos area, 3 particles (2.7 per cent) managed to reach the Magnya area and survive (mostly because of the interaction with the z_1

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

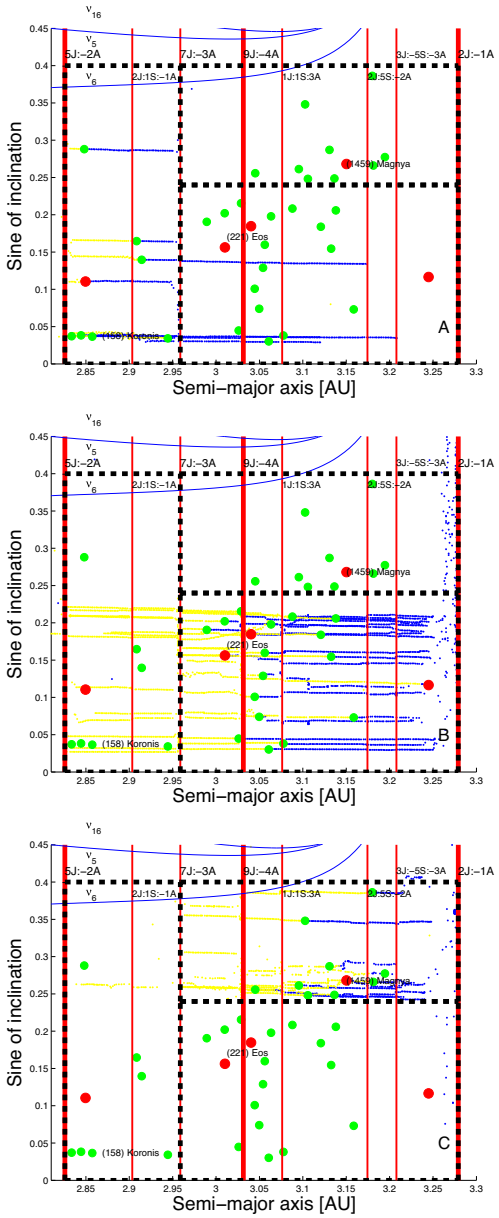


Figure 5. Orbital evolution of 100 m clones of V-type photometric candidates in the region of Eos, Koronis and Magnya. See text for further details on the symbols used in this figure.

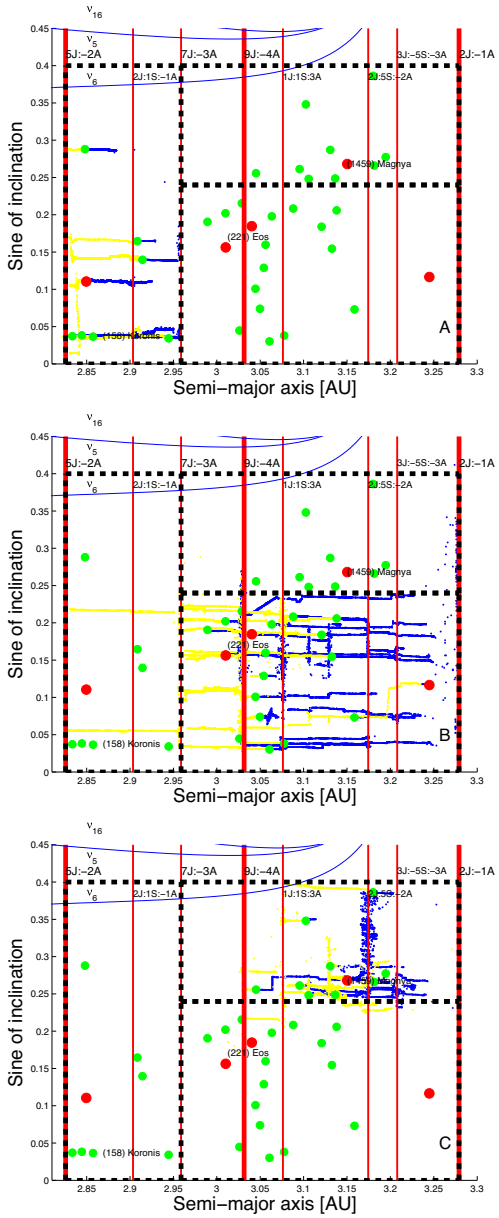


Figure 6. Orbital evolution of clones of real asteroids in the region of Koronis, Eos and Magnya, integrated over 1 billion year. Other symbols are the same as those used in Fig. 5.

secular resonance). Conversely, of the 60 particles integrated in the Magnya region, only 5 (4.5 per cent) were able to reach the Eos region via diffusion in the z_1 secular resonance and interaction with other mean-motion resonances in the area, and remain there stably. In all the six simulations, we only observed three particles that managed to cross the 9J:-4A main-motion resonance and approach the 7J:-3A, resonance, but were not able to cross it. (1459) Magnya is confined in a zone defined by the z_1 and 2J:-1A resonances, and no particles managed to cross the ν_6 secular resonance.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

Overall, communication between the Eos and Magnya region seems possible, but not on scale large enough to dismiss the two source scenarios for these regions. While some mixing among V-type photometric candidates coming from the Magnya and Eos parent body could be possible, our results still seems to suggest a minimum of three-sources to explain the current population of V-type photometric candidates in the outer main belt.

5.3 Effect of close encounter with massive asteroids

Paper I recently estimated the long term effect of diffusion caused by close encounters with three massive asteroids in the central main belt, including (1) Ceres, the most massive body in the main belt, and by far the most effective perturber. Under the assumption that long-term effect of close encounters can be modelled, in first approximation, as a random walk with zero mean, there will be a 1σ (=68.27 per cent) probability that the root-mean-square translation distance (or quadratic mean) after n steps will fall between $\pm\sigma_{\sin(i)}\sqrt{n}$, where $\sigma_{\sin(i)}$ is the standard deviation of changes in $\sin(i)$, equal to 0.0029 for the distribution of changes in i caused by (1) Ceres over 200 Myr. For 4 billion years, the maximum time for which Bottke et al. (2006) estimated the possible arrival of differentiated bodies in the main belt, the root-mean-square translation in $\sin(i)$ would be of 0.0130. Considering our boundary between the inclination regions of Eos and Magnya at $\sin(i) = 0.24$, there are only two Magnya objects ((63075) 2000 WC126 and (188331) 2003 OZ32) that could have changed inclination region over 4 billion years only because of encounters with massive asteroids, i.e. 5.4 per cent of the total. Overall, close encounters with massive asteroids may have furnished an additional mechanism for dynamical mobility, but alone could not have produced substantial mixing between the Eos and Magnya regions.

6 CONCLUSIONS

The main goal of this paper was to study possible diffusion paths of V-type photometric candidates in the outer main belt. For these purposes, we

(i) revised the current knowledge on confirmed and pure V-type photometric candidates from SDSS-MOC4 data in the area. Using the DeMeo & Carry (2013) approach, we identified 7 new V-type photometric candidates in the region for a total of 37 possible V-type asteroids in the outer main belt. Six asteroids appear to be members of the Eos family, and statistical considerations suggest that Eos could be a possible local source of basaltic material.

(ii) Identified three regions in the $(a, \sin(i))$ plane associated with three possible local sources of basaltic material: the parent bodies of (349) Dembowska, (221) Eos and (1459) Magnya. We computed distances of the V-type photometric candidates and masses of these objects. The closest objects to each of the three possible parent bodies tend to be found in its own regions, suggesting that these regions may be robust features. Only 1.35 per cent of the mass excavated from the craters in Vesta is currently present in the outer main belt.

(iii) obtained a synthetic proper element map for 18 391 particles in the outer main belt. The z_1 secular resonance is the main non-linear secular resonance in the area, and we found only one asteroid (85812 WR22) in non-linear secular librating states, inside the $3\nu_6$–$2\nu_5$.

(iv) studied the dynamical evolution of clones of V-type photometric candidates in the area under the influence of Yarkovsky and Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP) forces, and estimated the long-term effect of close encounters with massive asteroids. Overall, our results seems to indicate a possible three sources scenario for the origin of basaltic material in the outer main belt, possibly associated with the parent bodies of (349) Dembowska, (221) Eos and (1459) Magnya. While communication across the 7J:-3A mean-motion resonance seems to be a rare event, up to $\simeq 20$ per cent of bodies from the Magnya region could have reached the Eos area. Mixing between the Magnya and Eos populations could be possible, but not on scales large enough to rule out a three-source scenario.

Overall, the main result of our analysis suggest that a minimum three-source scenario is needed to explain the current orbital distribution of V-type photometric candidates in the outer main belt. Contrary to the case of the central main belt, mixing between different zones' material may occur in somewhat larger proportion (up to 5 per cent), but communication across the 7J:-3A mean-motion resonance seems an unlikely event for km-sized asteroid. A study of mineralogical properties of V-type photometric candidates in the region could in principle provide further clues to the possible origin of basaltic material in the outer main belt, and on our three-source scenario hypothesis.

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank an anonymous reviewer for comments and suggestions that significantly improved the quality of this paper. We would like to thank the São Paulo State Science Foundation (FAPESP) that supported this work via the grant 11/19863-3, and the Brazilian National Research Council (CNPq, grant 305453/2011-4). This publication makes use of data products from the *WISE*, which is a joint project of the University of California, Los Angeles, and the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration. This publication also makes use of data products from *NEOWISE*, which is a project of the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the Planetary Science Division of the National Aeronautics and Space Administration.

REFERENCES

Bottke W. F., Nesvorný D., Grimm R. E., Morbidelli A., O'Brien D. P., 2006, Nature, 439, 821
Brož M., 1999, Diploma thesis, Charles Univ.
Carruba V., 2010, MNRAS, 408, 580
Carruba V., Domingos R. C., Nesvorný D., Roig F., Souami D., 2013, MNRAS, 437, 2279
Carruba V. R. C., Domingos, Huaman M. E., Dos Santos C. R., Souami D., 2014a, MNRAS, 437, 2279
Carruba V., Huaman M. E., Domingos R. C., Dos Santos C. R., Souami D., 2014b, MNRAS, 439, 3168 (Paper I)
Carvano J. M., Hasselmann P. H., Lazzaro D., Mothé-Diniz T., 2010, A&A, 510, A43
De Sanctis M. C., Migliorini A., Luzia Jasmim F., Lazzaro D., Filacchione G., Marchi S., Ammannito E., Capria M. T., 2011a, EPSC-DPS Joint Meeting 2011, Vol. 6, Ground-based Observations of Inner Main Belt V-type Asteroids, in Support to the DAWN Mission. Univ. of Nantes, Nantes, p. 212
De Sanctis M. C., Ammannito E., Migliorini A., Lazzaro D., Capria M. T., McFadden L., 2011b, MNRAS, 412, 2318
DeMeo F., Carry B., 2013, Icarus, 266, 723
Duffard R., Roig F., 2009, P&SS, 57, 229
Giorgini J. D. et al., 1996, BASS, 28, 1158

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

Harris A. W., Lagerros J. S. V., 2002, in Bottke W. F., Jr, Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds, Asteroids III. Univ. Arizona Press, Tucson, AZ, p. 205
Lazzaro D. et al., 2000, Science, 288, 2033
Mainzer A. K. et al., 2011, ApJ, 731, 53
Mardia K. V., 1970, Biometrika, 57, 519
Masiero J. R. et al., 2011, ApJ, 741, 68
Michtchenko T. A., Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Roig F., 2002, Icarus, 158, 343
Milani A., Knežević Z., 1994, Icarus, 107, 219
Milani A., Cellino A., Knezevic Z., Novaković B., Spoto F., Paolicchi P., 2014, Icarus, 239, 46
Moskovitz N. A., Lawrence S., Jedicke R., Willman M., Haghighipour N., Bus S. J., Gaidos E., 2008, ApJ, 682, L57
Mothé-Diniz T., Carvano J. M., Bus S. J., Duffard R., Burbine T. H., 2008, Icarus, 195, 277
Wright E. L. et al., 2010, AJ, 140, 1868
Zappalà V., Bendjoya Ph ., Cellino A., Farinella P., Froeschlé C., 1995, Icarus, 116, 291

APPENDIX A

Table A1 reports the asteroid identification, its proper a, e and sin (i), its absolute magnitude (H), diameter (D) and geometric albedo (p_V), according to the *WISE* mission, when available, for all asteroids in the central main belt identified in Carvano et al. (2010). Asteroids without *WISE* data on D and p_V have been assigned the mean value of geometric albedo of V-type asteroids in the outer main belt, and diameters computed according to equation 8 in Paper I (for simplicity, we do not report these data in the Table).

Table A1. List of V-type photometric candidates in the outer main belt.

# Asteroid id. (349) Dembowska - (158) Koronis	a	e	sin (i)	H	D (km)	P_v	Family
10537	2.8496	0.1032	0.1105	12.41	7.8650	0.3131	
36590	2.8336	0.0468	0.0371	14.64	2.7020	0.1674	Koronis
55270	2.9085	0.1250	0.1647	14.02			
52726	2.8481	0.0769	0.2880	13.35			
55613	2.9143	0.0250	0.1397	14.34			
85812	2.8444	0.1769	0.0383	15.04			
141036	2.9444	0.0987	0.0342	15.78			
160435	2.8573	0.0518	0.0366	16.35			Koronis
(221) Eos							
7472	3.0102	0.1389	0.1563	12.08	10.0080	0.2795	
14390	3.2449	0.0844	0.1165	12.16	10.7670	0.2202	
41243	2.9893	0.0766	0.1906	14.36	4.2160	0.1727	Eos
58860	3.0561	0.0704	0.1598	14.28	3.7390	0.1665	Eos
61877	3.0607	0.0700	0.0302	14.75			
63085	3.1380	0.0852	0.2059	14.16			
65256	3.0880	0.0449	0.2083	14.27			
97502	3.0541	0.2407	0.1289	14.43	3.0460	0.2751	
105041	3.0403	0.1583	0.1847	14.09			
106205	3.0776	0.1163	0.0381	15.50			
117043	3.0260	0.0854	0.0448	15.17			
144548	3.1207	0.0419	0.1840	15.24			
153284	3.0445	0.1342	0.1008	14.83			
177904	3.1586	0.1539	0.0731	15.30	5.762	0.0403	
189899	3.0099	0.1291	0.2020	15.20			
195852	3.1326	0.0525	0.1546	15.62			
225034	3.0288	0.0825	0.2155	14.81			
261676	3.0497	0.1812	0.0740	15.67			
301865	3.0634	0.0864	0.1979	16.52			Eos
(1459) Magnya							
1459	3.1503	0.2129	0.2681	10.24	29.900	0.2168	
11465	3.1026	0.0149	0.3480	12.87	12.556	0.0775	
34698	3.1800	0.0692	0.3863	12.42	8.070	0.3920	
63075	3.1058	0.0762	0.2482	13.97	3.778	0.2358	
91159	3.1946	0.2738	0.2773	14.28			
92182	3.1813	0.1699	0.2660	13.70			
141050	3.0954	0.1220	0.2613	14.97			
188331	3.1364	0.2221	0.2487	15.21			
208324	3.1307	0.2703	0.2870	14.91			
311474	3.0452	0.1131	0.2557	15.28			

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at Universidade Estadual Paulista JÃ¯Â¿Â½lio de Mesquita Filho on February 11, 2016

Parte III

Trabalho Sometido: The asteroid population in g-type non-linear secular resonances

MONTHLY NOTICES of the Royal Astronomical Society

The asteroid population in g-type non-linear secular resonances

Journal:	*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*
Manuscript ID	MN-16-3973-MJ
Manuscript type:	Main Journal
Date Submitted by the Author:	17-Nov-2016
Complete List of Authors:	Huaman, Mariela; Unesp, Mathematics Carruba, Valerio; FEG-UNESP, Mathematics Domingos, Rita; UNESP, Mathematics Aljbaae, Safwan; UNESP, Mathematics
Keywords:	minor planets, asteroids, general < Planetary Systems, celestial mechanics < Astrometry and celestial mechanics

SCHOLARONE™
Manuscripts

MNRAS 000, 1–10 (2015) Preprint 17 November 2016 Compiled using MNRAS LATEX style file v3.0

The asteroid population in g-type non-linear secular resonances

M. Huaman[1]⋆, V. Carruba[1], R.C. Domingos[2], S. Aljbaae[1]
[1]UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP, 12516-410, Brazil
[2]UNESP, Univ. Estadual Paulista, SÃčo Joâo da Boa Vista, SP, 13876-750, Brazil

Accepted ... . Received ... ; in original form 2015 December.

ABSTRACT

Non-linear secular resonances of g-type, i.e., involving the frequency of precession g of the asteroid pericenter, can affect the proper eccentricities of asteroids in resonant or near-resonant configurations. We first identified objects that could potentially be affected by non-linear secular resonances of this type. We then numerically integrated these objects and checked for their resonant argument. We identified a population of 1517 asteroids in $g-2g_6+g_5$ librating states, and of 128 objects in $g-3g_6+2g_5$ resonant configurations. $g-2g_6+g_5$ librators are predominantly of the S taxonomical type (56 % of the total), but with a significant fraction of other spectral types. No spectral type dominates in the population of $g-3g_6+2g_5$ resonators.

Several asteroid families are affected by the $g-2g_6+g_5$ secular resonance. The Astraea family is cut in two by this resonance, while the Klumpkea and Brasilia groups are on the resonance center and left side, respectively. The $g-2g_6+g_5$ secular can significantly affect the shape of families inside the resonance, such as Astraea. It can also increase the flux of asteroids to nearby powerful mean-motion resonances, such as the 5J:-2A and the 2J:-1A. As expected, the long-term effect of $g-$type resonances on inclinations is essentially negligible.

Key words: Minor planets, asteroids: general – Celestial mechanics.

1 INTRODUCTION

According to Williams (1969), secular resonances play an important role in the dynamics of small bodies in the Solar System. They can change the eccentricity and inclination of objects that were captured in librating states of these resonances, and sculpt the shape of asteroid families in their neighbour. Linear secular resonances occur when there is a commensurability between the precession frequency of the longitude of pericenter g, or of the longitude of the node s of a given asteroid and the frequencies of a planet. The three main linear secular resonances in the Solar System are the $\nu_6 = g - g_6$, the $\nu_5 = g - g_5$ and the $\nu_{16} = s - s_6$ (Kneževic et al. 1991; Morbidelli & Henrard 1991), where $g_5 = 4.257$, $g_6 = 28.243$, and $s_6 = -26.345$ arcsec yr^{-1}. Non-linear secular resonances involve higher order combination of frequencies, as for the case of the $z_k = k(g-g_6)+s-s_6 = k\nu_6+\nu_{16}$ $(k = 1,2,3...)$ secular resonances. Among non-linear secular resonances, g-type secular resonances are those that only involve the g asteroidal frequency (and other planetary frequencies), as, for example, the cases of the $2\nu_6-\nu_5 = g-2g_6+g_5$ or $3\nu_6-2\nu_5 = g-3g_6+2g_5$ secular resonances. The main focus of this work will be to study the dynamical evolution of asteroids interacting with $g-$type secular resonances, so as to ascertain the number of objects currently in librating states, the dynamical importance of each given resonance, especially when non-gravitational forces such as the Yarkovsky and YORP effects are accounted for, and their effect on selected asteroid families.

2 RESONANCE DYNAMICS FOR NON-LINEAR SECULAR RESONANCES.

As a preliminary criterion to identify asteroids inside the $g-$type non-linear secular resonances, we used (Carruba 2009) approach. Given the z_1 secular resonance of argument $z_1 = g-g_6+s-s_6$, we considered as objects most likely to be in librating states those for which $g+s = (g_6+s_6)\pm$ 0.3 arcsec yr^{-1}. Since the width of librating region for asteroids in fourth-order secular resonance tend to be less than 0.3 arcsec yr^{-1} (Carruba 2009), we believe that this could be a good criterion to identify objects likely to be in fourth- and sixth- order $g-$type non-linear secular resonances.

For the purpose of identifying objects in the regions affected by $g-$type non-linear secular resonances, we used a catalog of 406251 synthetic proper elements numerically computed with numbered and multi position asteroids available at the AstDyS data base(Knežević and Milani 2003) [1]. According to the theory, the as-

⋆ E-mail: mariela@feg.unesp.br

[1] http://hamilton.dm.unipi.it/astdys2/catalogs, accessed on June 27th 2015

© 2015 The Authors

teroids diameters are a function of their absolute magnitude H and geometric albedo p_v through the relationship (Carruba et al. 2003):

$$D = \frac{1329km}{\sqrt{p_v}} \cdot 10^{H/5}, \quad (1)$$

We selected objects with absolute magnitude $H < 15.5$, so as to concentrate our attention on the largest bodies. Our results are shown in Table 1 for all g-type secular resonances up to order ten. In the first column, we display the secular resonance argument as a function of linear resonances arguments. The second column present the secular resonance argument in terms of frequencies, the third column the values of the asteroidal frequencies equivalent to the combination of the planetary frequencies, and the fourth column shows the number of likely resonators. The fifth column display the number of actual resonators (see discussion in the next section).

Fig. 1 shows an $(a, sin(i))$ projection of the proper elements of likely resonators, as reported in Table 1. Marked stars, black circles, grey circles, squares, diamonds, triangle and black dots are associated with the orbital location of likely resonators of the $g-2g_6+g_5$, $g-3g_6+2g_5$, $2g-3g_6+g_5$, $g-2g_6+g_7$, $g-2g_6+2g_5-g_7$ and $5g-3g_5-2g_6$ non-linear secular resonances, respectively. A large number of likely resonators were located in the central main belt, between the mean−motions resonances $3A:1J$ and $8A:3J$. Smaller populations were found in the outer main belt and at the edges of the $2A:1J$ mean−motion resonance. All the objects have $sin(i) < 0.5$. The name of asteroid families with members interacting with any of these resonances is also shown in the figure.

In the case the of $g-2g_6+g_5$ resonance, 10 families are found close and within the likely resonant region. Among these, the Astraea family with 2425 candidates, the Ikenozenni group with 88 candidates, the Bankakuko family with 53 candidates, the Harig group with 53 candidates, the Wagman family with 92 candidates, the Euprhosyne group with 5 candidates, the Brasilia family with 4 candidates, the Minerva group with 5 asteroids, and, finally, the Eunomia family with 3 candidates were all identified. To better understand the importance of local dynamics in the evolution of these groups, we next obtained dynamical maps for the affected regions.

3 DYNAMICAL MAP IN THE AFFECTED REGIONS

We computed dynamical maps of synthetic proper elements with test particles in the region of the main belt affected by this type of resonances. We used the SWIFT_MVFS symplectic integrator from the SWIFT package (Levison & Duncan 1994) modified by Brož (1999) to include online digital filtering. The particles were taken in an equally spaced grid with respect to the plane of the study. We used 270 by 155 particles for the $(a, sin(i))$ plane, and 270 by 200 particles for the (a, e) plane. The steps were 0.005 AU in a, 0.2° in i, and 0.004 in e, respectively. The initial values of ω, and λ of the test particles were fixed at those of (410) Chloris (1896 CH), an asteroid with an intermediate location between these resonant regions. Synthetic proper elements $(a, e, sin(i))$ and frequencies (n, g, s) of these test particles were calculated using the approach described in Carruba (2010).

Our results are shown in Figure 2. Black dots identify the orbital position in the plane of proper (a, e) (panel A) and $(a, sin(i))$ (panel B) of each simulated test particles. We used the same symbols of Fig. 1, to identify the resonant regions affected by non-linear secular resonance of g−type: $g+2g_6-g_5$ (marked star), $g-3g_6+2g_5$ (black circles), $2g-3g_6+g_5$ (grey circles), $g-2g_6+g_7$ (marked squares), $g-2g_6+2g_5-g_7$ (marked diamonds), and $5g-3g_5-2g_6$ (marked triangle), respectively.

Overall, results of dynamical maps are in agreement with those of our previous analysis of likely resonators. By affecting the values of g asteroidal frequencies, mean-motion resonances also affect the behaviour of g−type secular resonances. This is particularly visible near the 3J:-1A mean-motion resonance, where we observe an exponential-like behaviour of the orbital location of likely resonators in the $g+2g_6-g_5$ resonance in the proximity of this resonance. (see Fig. 2)

4 SECULAR DYNAMICS FOR LIKELY RESONATORS

As previously discussed, not all likely resonators will actually be in librating states of non-linear secular resonances. Some will be in circulating orbits, while other may alternate phases of circulation and phases of librations. To better identify the dynamical importance of each resonance, we performed numerical simulations with the likely resonators identified in Sect. 2, and checked the time behaviour of the resonant argument of each given resonance. For example, for the case of $g-2g_6+g_5$ we have that $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$. We then used the criteria given by Machuca & Carruba (2012) to identify different states of the resonant argument for orbits in states of circulation (resonant angle covering values from 0° to 360°), libration (resonant angle covering a limited range of values) and switching orbits, that alternates phases of circulation and libration.

In Fig. 3, we show the state of asteroid 42095 (2001 AY25) from the Ikenozenni family, whose orbit is in a state of libration of the $g-2g_6+g_5$ resonance (actual resonator hereafter). Panel A, displays the polar diagram for the resonant elements (ψ_1, ψ_2), defined as (Charlier 1902)[2]:

$$\psi_1 = \sqrt{2(1-\sqrt{1-e^2})} \cdot cos[\varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5] \quad (2)$$

$$\psi_2 = \sqrt{2(1-\sqrt{1-e^2})} \cdot sin[\varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5] \quad (3)$$

where e is the asteroid eccentricity. Black dots show the evolution of orbital elements filtered so as to eliminate all terms with periods of up to 600 yr, while the full circles show filtered elements without terms with periods up to 300000 yr. The first choice allows to filter all short-period terms, while the second choice allows to focus on long-period terms associated with the libration in the $g-2g_6+g_5$ resonance. Panel B shows the time-behaviour of the resonant argument $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$ for the same asteroid. The long-time behaviour of the angle, after eliminating all the short-period perturbations, is shown in white. This asteroid is in a librating state around an equilibrium point at 180° degree. Interested reader can find other examples of time behaviour of resonant arguments for asteroids in circulating and switching states in Machuca & Carruba (2012).

For 1g-type resonances, we found 1517 actual resonators of the $g-2g_6+g_5$ secular resonance, and 128 resonators of the $g-3g_6+2g_5$. For the second harmonic (2g-type), we observed no actual resonators in the region of $2g-3g_5+g_6$ and 116 resonators in the region of $2g-3g_6+g_5$. Finally, in the third harmonic (3g-type), we only found two resonators in the region of

[2] These elements are asymptotically equal to $e\cos(\sigma)$ and $e\sin(\sigma)$ for small values of e.

Table 1. Number of likely and actual resonators for all g-type secular resonances up to order six.

Res. argument linear resonances	Res. argument frequencies	Frequency value ["/yr]	Likely resonators	Actual resonators
g-type, 1st harmonic:				
$2\nu_5-\nu_6$	$g-2g_5+g_6$	−19.729	2	0
$3\nu_5-2\nu_6$	$g-3g_5+2g_6$	−43.715	2	0
$2\nu_6-\nu_5$	$g-2g_6+g_5$	52.229	3293	1517
$3\nu_6-2\nu_5$	$g-3g_6+2g_5$	76.215	694	128
$2\nu_6-\nu_7$	$g-2g_6+g_7$	53.393	1867	24
$2\nu_6-2\nu_5+\nu_7$	$g-2g_6+2g_5-g_7$	51.065	761	26
$2g$-type, 2nd harmonic:				
$3\nu_5-\nu_6$	$2g-3g_5+g_6$	−7.736	5	0
$3\nu_6-\nu_5$	$2g-3g_6+g_5$	40.236	1178	116
$3g$-type, 3rd harmonic:				
$2\nu_5+\nu_6$	$3g-2g_5-g_6$	12.252	20	2
$2\nu_6+\nu_5$	$3g-2g_6-g_5$	20.248	58	2
$2\nu_6+\nu_7$	$3g-2g_6-g_7$	19.859	45	0
$4g$-type, 4th harmonic:				
$3\nu_5+\nu_6$	$4g-3g_5-g_6$	10.254	13	0
$3\nu_6+\nu_5$	$4g-3g_6-g_5$	22.247	59	0
$5g$-type, 5th harmonic:				
$3\nu_5+2\nu_6$	$5g-3g_5-2g_6$	13.851	38	0
$3\nu_6+2\nu_5$	$5g-3g_6-2g_5$	18.649	41	0

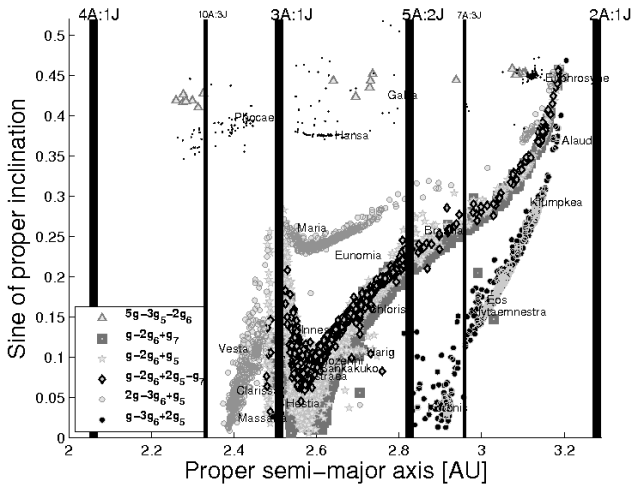


Figure 1. An $(a, sin(i))$ projection of the likely resonators inside the regions affected by the non-linear secular resonance of $g-$type in the Main-Belt. Black lines display the mean−motion resonances location. Black symbols show the location of likely resonators in the different type of $g-$type resonances, according to the code shown in the figure legend.

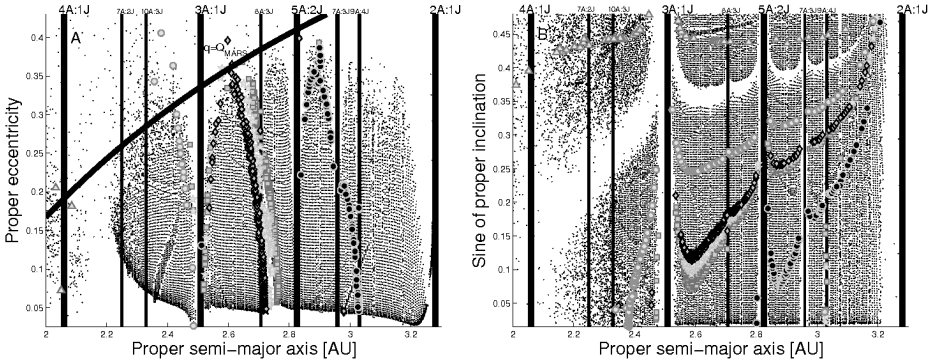


Figure 2. Dynamical maps in the (a,e) (Panel A) and $(a,\sin(i))$ (Panel B) planes, in the all the Main Belt. Black dots displays the orbital location the proper elements for the test particles and vertical black lines display the main mean-motion resonances.

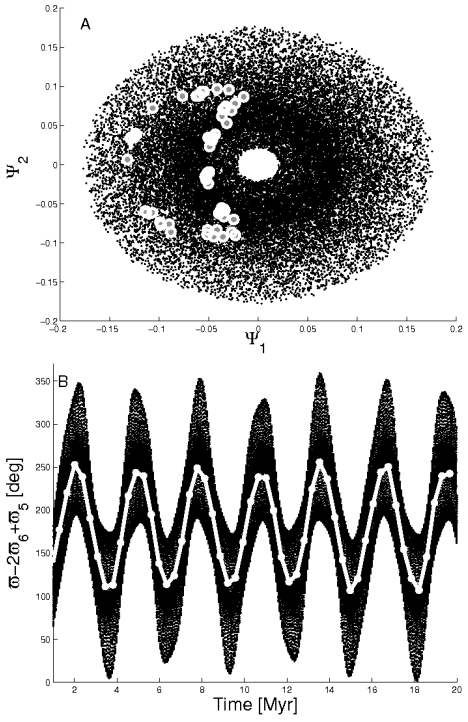


Figure 3. Panel A: Orbital evolution in the polar plane (ψ_1, ψ_2). Panel B: the time-evolution of the resonance argument $\sigma = \varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$ for the same asteroid.

the $3g - 2g_5 - g_6$ resonance. In the other regions, we did not observe resonators, according to our identification criteria. Based on this analysis, we will focus our attention on the three $g-$type resonances that have a significant number of actual resonators, the $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$, and $2g - 3g_6 + g_5$ resonances.

In the next subsection, we will analyze the taxonomic properties of asteroids in $g-$type secular resonant states.

5 TAXONOMY OF ACTUAL RESONATORS

To investigate the taxonomy of the identified actual resonators, we used the classification method of DeMeo & Carry (2013), that employs data from Sloan Digital Sky Survey-Moving Object Catalog data, fourth release (SDSS-MOC4 hereafter, Ivezic et al. (2001)) to compute grid slope and $z' - i'$ colours and identify taxonomic properties of asteroids in this domain. In the region of $g - 2g_6 + g_5$ resonance we obtained a set of 1015 observations of asteroids (including multiple observations of the same object). This corresponds to 557 asteroids for which an SDSS-MOC4 taxonomical classification and proper elements are both available. We found 287 S, 98 L, 46 C, 52 X, 19 D, 3 B, 2 Q, 47 K, and 3 V type objects, respectively.

For the $g - 3g_6 + 2g_5$ resonant region, we identified 149 observations of asteroids. These correspond to 92 asteroids with taxonomic types, of which 14 are S, 19 L, 14 C, 20 X, 9 D, 2 B, and 14 K type objects, respectively. Finally, for the case of the $2g - 3g_6 + g_5$ resonance, we found 58 observations to 26 asteroids, divided as 12 S, 1 L, 5 C, 4 X, and 4 V types, respectively.

Figure 4 displays an $(a,\sin(i))$ projection of asteroids with taxonomic information in the three resonances. The identified bodies are displayed by different symbols according to their taxonomy: L-, K-, Q-, and S-typed are displayed with marked diamonds, B-, C-, and X-types are shown with marked star, D-types with marked squares and V-types with black circles.

Our statistical analysis showed a greater amount of *S*-type in the region of $g - 2g_6 + g_5$ resonance, near the 3J:-1A mean-motion resonance. Moreover, objects of $C-$ and $X-$type are scattered in the region of $g - 2g_6 + g_5$ and $g - 3g_6 + 2g_5$ resonance, which are found in the outer main belt. The predominance of S-type in the inner main belt and of primitive types in the outer belt is in agreement

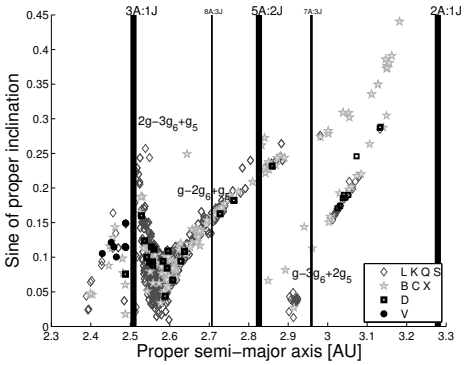


Figure 4. An $(a, sin(i))$ projection of asteroids with taxonomical information in the regions of the $g-2g_6+g_5$, $g-3g_6+2g_5$, and $2g-3g_6+g_5$ resonances.

with well known distributions of these taxonomies in the main belt (Carruba et al. 2013).

Local inhomogeneities in the taxonomy of objects, i.e., primitive types in the inner main belt and S-complex objects in the outer main belt, can be caused by scattering of nearby asteroid families or background objects. The next section will further investigate how local families are affected by these three g-type secular resonances.

6 FAMILIES AFFECTED BY G-TYPE NON-LINEAR SECULAR RESONANCES

We will now focus our attention on the asteroid families that are most affected by g-type non-linear secular resonances. Full statistical details of asteroid families in these resonant regions are displayed in Table 2, were we used the families identified by Nesvorný et al. (2015), using the Hierarchical Clustering Method (HCM) of Bendjoya & Zappala (2002). The reader may notice that three families have a large number of members in the $g-2g_6+g_5$ secular resonance: Astraea with 388 actual resonators, Ikenozenni with 10 actual resonators and Bankakuko with 12 actual resonators. Also, we have a small number of likely resonators for the Wagman family and Minerva family in the anti-aligned librating state, (more detail in Table A1). For the region of $g-3g_6+2g_5$ resonance, we have 20 actual resonators in the Koronis families and 14 actual resonators in the Eos family's as reported in the Table 2. None of the families interacting with the $2g-3g_6+g_5$ secular resonance has more than 20 members in resonant states. For this reason, we will focus our analysis on asteroid families interacting with the $g-2g_6+g_5$ and $g-3g_6+2g_5$ resonances.

We focus our attention on three asteroid families: the Astraea family, that has the largest number of members in librating states of the $g-2g_6+g_5$ resonance in the central main belt, and is cut by this resonance; the Brasilia family, that is located on the right side and close to the $g-2g_6+g_5$ resonant region; and finally the Klumpkea group that is located on the left side of the resonant region of the $g-2g_6+g_5$ resonance and that has members in librating states of the $g-3g_6+2g_5$ resonance. By considering these three families, we believe that we may be able to study how families were cut, and on the right and left side of the $g-2g_6+g_5$ resonance evolve under the influence of this resonance.

We considered the families as identified in Nesvorný et al. (2015), that used the Hierarchical Clustering Method (HCM), and cutoff of 45 m/s (2477 members) for the Astraea group, 50 m/s (597 members) for the Brasilia group, and 50 m/s (1472 members) for the Klumpkea group, respectively. Also, we selected the maximum and minimum values of proper elements for each family (semi-major axis $a\pm$ 0.01 au, eccentricity $e\pm0.01$, and sine of inclination $\sin(i)\pm0.01$), so as to defined local background regions. Finally, we revised the physical properties of the three families with the methods in Sect. 5 and using the WISE database by Masiero et al. (2012) for information on geometric albedo and asteroid diameters.

6.1 The Astraea Family

There were 9615 objects in the local background of the Astraea family, 690 of which with a spectral type. 54.3%, 16%, 5.2% and 0.3% of the total of were S-type, L-type, X-type and V-type (these last two asteroids 119360 and 88084), respectively. Among Astraea family members, there were 193 asteroids (88 of which are $g-2g_6+g_5$ resonators) with taxonomic information. 14 were C-, 1 B-, 8 D- , 17 K-, 27 L-, 12 X- and 114 S-types. We also note that 54 out of the 114 S-type are $g-2g_6+g_5$ resonators. Overall, the Astraea region is dominated by the S-complex asteroids. Concerning to albedo information, we identified 286 asteroids (109 were resonators) members of the Astraea family. Our analysis confirms a predominance of high albedos, in a range from 0.0362 to 0.6288. 94 asteroids (32.8% of the total) have $p_V<0.12$, associated with CX-complex objects, 128 (44.5% of the total) bodies have $0.12<p_V<0.3$, associated with S-complex taxonomies, and 64 asteroids (13.5% of the total) have $p_V>0.3$, and are possible albedos interlopers. The average albedo of the Astraea family is $p_V=0.2039$, while family members in resonant states have an average albedo of $p_V=0.2465$.

6.2 The Brasilia Family

In this family, there were 696 objects in the background, but only 49 objects with taxonomic information. 69.4% of them were X-type and 18.4% C-type, and the rest belonged to S-complex classes. Of the 43 family members with an identified taxonomy, there were 6 C, 2 K, 2 L, 2 S, 31 X-type, respectively. We found 116 objects in the WISE database, the majority of which (96) with albedos in the S-complex range. While most of the Brasilia members are primitive bodies, they seems to be characterized by higher values of albedos than what usually found for these objects: the average albedo value for this family was $p_v=0.1776$.

6.3 Klumpkea Family

3008 objects are found in the background of this family, 243 of which with taxonomical information. 35.8% of them are D-type, 35.8% L-type, and 13.9% C-types, with the rest belonging to other classes. Of the 121 members of the Klumpkea family with taxonomical information, we found 3 C-, 53 D-, 2 K-, 48 L- types and 8 questionable cases (with multiple observations). 320 members of the family have WISE albedo data, the majority of which (217 objects) associated with an S-complex taxonomy. The average albedo for the Klumpkea family is $p_v=0.2086$. As in Nesvorný et al.

Table 2. Families affected by $g-$ type non-linear secular resonances in the Main-belt, according to the database from AstDys2.

Resonance argument proper frequencies	Id. Family	Menber inside of resonance argument	Likely resonator	Orbits switching L and C	Actual resonator
$g-2g_6+g_5$	Astraea	2425	565	108	388
	Bankakuko	53	19	4	12
	Ikenozenni	88	18	6	10
	Wagman	92	18	7	8
	1999 AZ8	65	8	-	7
	Brasilia	4	4	1	3
	2000 HC81	49	8	2	2
	Minerva	5	3	2	1
	Eunomia	3	2	1	-
	Euphrosyne	5	5	2	-
$g-3g_6+2g_5$	Koronis	189	84	7	20
	Klytaemnestra	13	6	-	2
	Eos	219	136	39	14
	Ursula	8	7	1	2
	Klumpkea	17	11	1	1
	Euphrosyne	3	3	1	-
	Helio	1	1	1	-
$2g-3g_6+g_5$	Vesta	85	21	-	7
	Massallia	385	47	-	13
	Hertha	719	157	-	16
	Sulamitis	42	15	-	1
	Eunomia	339	216	7	5
	Maria	44	27	-	-
	Euphrosyne	1	1	-	-
	Clarissa	21	-	-	-
	Martes	17	-	-	-
	Brokoff	8	1	-	1

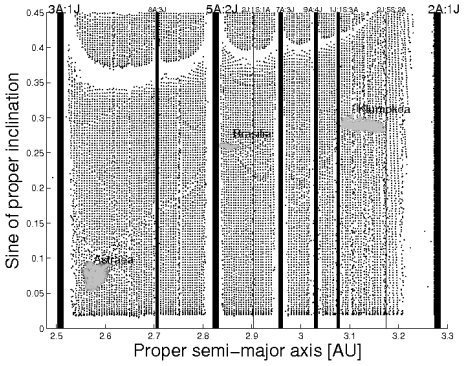


Figure 5. Projection in the $(a, sin(i))$ plane of the Astraea, Brasilia and Klumpkea families. These dynamical groups are affected by the $g-2g_6+g_5$ and $g-3g_6+2g_5$ non-linear secular resonances.

(2015), we consider the Klumkea family to belong to an S-complex taxonomy, and treat primitive objects as interlopers.

7 FAMILY AGE ESTIMATE

In Fig. 5, we display our three families in our dynamical map in the $(a, \sin(i))$ plane. The Astraea family (2477 members) in the inner main belt, between the mean motion resonances 3J:1A and 2J:-2S:-1A, the Brasilia family (597 members) in the pristine region near the 5J:-2A mean-motion resonance, and the Klumpkea family (1472 members) in the outer main belt, between 11J:-5A and 5J:-2S:- 2A mean-motion resonances.

The next step was to apply the method of Yarkovsky isolines to obtain a preliminary estimate of the ages of the Astraea, Brasilia, and Klumpkea families. We used the estimated diameters from the WISE database, when available, otherwise diameters were estimated using the absolute magnitudes and the mean value of geometric albedo in the orbital region of the family according to the equation 1. We calculated the barycentre of the family in proper a, and the total mass of the family with or without the presumed parent body with the method described in Carruba (2011). We then used standard values of the parameters affecting the Yarkovsky force for S- and C-complex families. In particular, for the Astraea family we used a thermal conductivity $K = 0.001\ Wm^{-1}K^{-1}$, a thermal capacity $C = 680\ Jkg^{-1}K^{-1}$, a surface density $1500\ kg/m^{-3}$, a Bond albedo of 0.1, a thermal emissivity of 0.9, and a bulk density of $2500\ kgm^{-3}$. For the Brasilia and Klumpkea families we employed $K = 0.01\ Wm^{-1}K^{-1}$, a thermal capacity $C = 680\ Jkg^{-1}K^{-1}$, a surface density of $1500\ kg/m^{-3}$, a Bond albedo of 0.02, a thermal emissivity of 0.95, and a bulk density of $1500\ kgm^{-3}$. See Brož et al. (2013) for further details on the choice of these parameters.

Note that for the family of Astraea 97% of the bodies had diameters less than 4 km, while (5) Astraea itself has $D = 115\ km$, which is typical of a family formed in a cratering event. According to Nesvornỳ et al. (2015), Brasilia and Klumpkea originated in a scenario of fragmentation of the parent body.

Fig. 6. displays the results of our method for the Astraea family, the largest group in the region. For brevity, we do not show our results for the Brasilia and Klumpkea families We computed Yarkovsky isolines with a values maximum of 350 Myr and a minimum of 190 Myr, the estimated family age range according to Nesvornỳ et al. (2015). Our results for Brasilia yield a maximum of 260 Myr and a minimum of 180 Myr. Finally, Klumpkea age in the range from 600 Myr to 690 Myr. Please note that the method of Yarkovsky isolines tend to overestimate the family age, since does not account for the initial dispersion of family members.

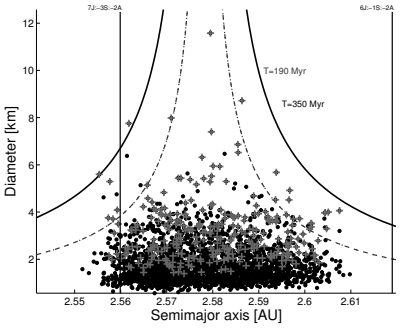


Figure 6. A proper a vs diameter projection of members of the (5) Astraea family (black dots). Gray crosses display asteroids with taxonomical information in the region. The black and grey curves show isolines of the maximum and minimum displacement in a caused by the Yarkovsky effect starting from the family barycenter.

8 DYNAMICAL EVOLUTION OF THE FAMILIES

To investigate the dynamic evolution of the families in these resonant regions we used SWIFT RMVSY, the symplectic integrator of Brož (1999) that simulates the diurnal and seasonal versions of the Yarkovsky effect. All planets from Venus to Neptune (Mercury was accounted for as a barycentric correction in the initial conditions), were accounted for, and the optimal values of the Yarkovsky parameters discussed in the previous section for S- and C-complex asteroids were used in our simulations.

We selected members of the families with absolute magnitude less than 15.5, so as to concentrate on larger objects less likely to skip the studied resonances because of their slower Yarkovsky mobility. We also generated fictitious asteroid families (clones of asteroids for the HCM families obtained) to investigate the maximum possible diffusion of asteroids over 400 Myr for Astraea and Brasilia, but 1200 Myr for Klumkea, timescales these comparable with the maximum estimated ages of the three families. We used two sets of spin axis orientations with ± 90 with respect to the orbital plane, since these obliquities maximize the speed of the Yarkovsky effect. We assumed periods obtained under the approximation that the rotation frequency is inversely proportional to the object radius (Brož 1999). No re-orientations were considered, and we obtained synthetic proper elements with the approach described in Carruba (2010).

We then monitored the diffusion of family members in each local region, as defined in previous sections of this paper. For this purpose, we computed the fraction of objects that remained in the $(a, e, \sin(i))$ boxes previously defined. Fig. 7, Panel A, displays the time evolution of the fraction of all asteroids surviving in the Astraea family region, defined as a box (black curve). The fraction of surviving resonators is shown as a gray line. 40% of the initial population survived, but a large fraction of the resonators was ejected. Panel B of the same figure presents an (a, e) projection of the local background of the Astraea family, with proper elements of the test particles at the beginning and end of the simulation. The black lines identify local mean-motion resonances in this region. The dotted line identify the region affected by the $g - 2g_6 + g_5$ secular resonance. The center of this resonance was computed using the FREK.F code of Milani & Kneževic (1994) to compute the proper frequencies g and s for values of a and e in the range shown in the figure, and fixing the inclination at 4 (left curve) and 8 degrees (right curve), the minumum and maximum values of the inclination observed for our test particles at the end of the simulation. The reader can clearly notice the striking effect of the $g - 2g_6 + g_5$ secular resonance in affecting the shape of the Astraea family, and how the final shape follows the $g - 2g_6 + g_5$ resonance centers.

We repeated our analysis for the Brasilia and Klumpkea families, and our results are shown in panels C, D, E, and F. The center of the $g - 2g_6 + g_5$ was computed for $i = 12.5^\circ$ and 13.6° for the Brasilia family, and for $i = 13.0^\circ$ and 21.0° for the Klumpkea group.

In the case of the Brasilia family, the resonance itself plays a minor role, but, by injecting asteroids in the $5A : 2J$ mean-motion resonance, it helps increasing the diffusion caused by dynamical mechanism of mobility. The fraction of resonant objects surviving in the region significantly descreases as a function of time for this region. The Klumpkea family is located on the left side of the $g - 2g_6 + g_5$ resonance and on the right side of the $2g - 3g_6 + 2g_5$ resonance, in semi-major axis. The net effect of these resonances is to increase the spread in eccentricity of the family and to help the diffusion of members caused by the nearby $2A : 1J$ mean-motion resonance.

To quantify the effect on proper e and $\sin(i)$ caused by the local secular resonances, we calculated the time behaviour of the standard deviation of δe and $\delta \sin(i)$ for all three families, according to equation 4:

$$\delta K^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} (K_j - K_i), \tag{4}$$

where N is the number of integrated bodies for each family and K is the proper elements (e and $\sin i$) of the i-th body ($i = 1, ...N$). To better understand the effect of the $g - 2g_6 + g_5$ resonance, we concentrate on the Brasilia and Klumpkea families, that are on the right and left sides of this resonance.

Fig. 8, panel A, shows the standard deviation in proper $\delta\, e$ of 291 clones of asteroids in the region of the Brasilia family. The black curves refer to members of the Brasilia family, while the light gray dotted curves refer to resonators of the $g - 2g_6 + g_5$ resonance. Similar results are shown for the Klumpkea family in Fig. 9. The median value of $\delta\, e$ for the Brasilia family was of 0.0015, while the displacement in $\sin(i)$ was just 0.00038. For Klumpkea Family the median value of $\delta\, e$ and $\sin(i)$ are 0.0158 and 0.0065 respectively. Overall, this analysis i) confirm the effectiveness of the $g - 2g_6 + g_5$ in changing the eccentricity of asteroids in their region. As expected for a g-type resonance, long-term changes in the inclination tend to be negligible.

9 CONCLUSIONS

The main goal of this article was to study the main $g-$ type nonlinear secular resonances in the asteroid main belt. Our results could be summarized as it follows:

- We studied the orbital regions affected by the main $g-$type non-linear secular resonances of argument $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$, and $2g - 3g_5 + g_6$, and obtained the population of $H < 15.5$ asteroids most likely to be affected by these resonances.
- We revised the physical properties of likely resonators in the areas affected by these three resonances. Not surprisingly, resonant regions in the inner main belt show a predominance of S-complex

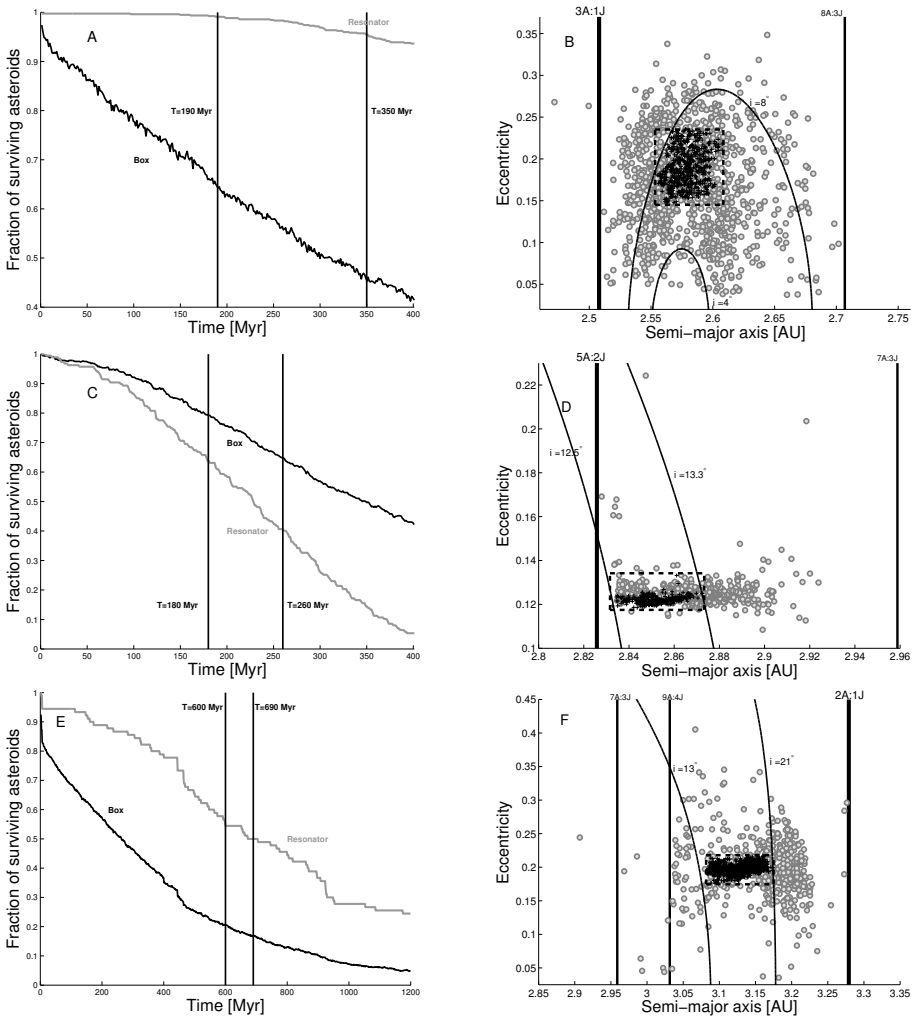


Figure 7. Panels A, C, E: fractions of initial population surviving, fraction of resonators, and fraction of objects remaining in the local background for the three studied families. Panels B, D, and F: an (a,e), projection of the final state of the simulated families.

asteroids, while resonant regions in the outer main belt are dominated by more primitive types. Local mixing of other taxonomical types can be caused by nearby fonts, such as local families or objects in the local background.

• We identified the number of asteroids in actual states of libration of these three and other $g-$type resonances. The largest number of resonant objects is observed in the $g-2g_6+g_5$ resonance, followed by the $g-3g_5+2g_6$ and, in a lesser measure, by the $2g-3g_5+g_6$. Among asteroid families affected by the $g-2g_6+g_5$ resonance, the Astraea, the Ikenozenni, and the Bankakuko families all have more than 50% of their members in resonant states. No family was observed to have more than 20% of their members in resonant states of the $g-3g_5+2g_6$ and $2g-3g_5+g_6$ resonances.

• Three asteroid families are studied in this work, all characterized by their interaction with the $g-2g_6+g_5$ resonance: the Astraea (cut by this resonance), the Brasilia (on the left side of this resonance), and the Klumpkea family (on the right side of the resonance in semi-major axis). The Astraea family was most likely formed in a cratering event, while the Brasilia and Klumpkea were probably the outcome of a fragmentation scenario.

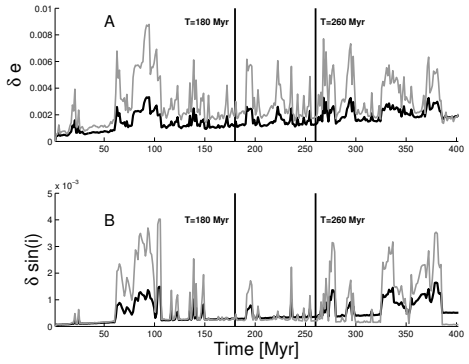


Figure 8. The time-evolution of the standards deviations in proper $\delta\, e$ (Panel A) and $\delta \sin(i)$ (Panel B) for the 291 clones of the member of the Brasilia family in our simulation. The black curve refers to members of the Brasilia Family, the gray curve refers to resonators of the $g-2g_6+g_5$ resonance. Black vertical lines display the minimum and maximum ages for the family estimated using the Yarkovsky isolines method.

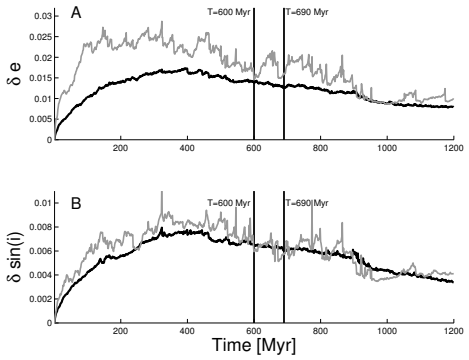


Figure 9. The time-evolution of the standard deviation in proper $\delta\, e$ (Panel A) and $\delta \sin(i)$ (Panel B) for 2046 clones of the member of the Klumpkea family. Symbols are the same as in Fig. 8.

- We estimated the families ages using the method of Yarkovsky isolines. Their nominal ages are in the range from 190 to 350 Myr for Astraea, from 180 to 260 Myr for Brasilia, and from 600 to 690 Myr fro Klumpkea, respectively.
- Over the estimated maximum ages of the families, changes in the standard deviation in proper e for the Brasilia family were of the order of 0.0015, while they were of the order of 0.0160 for Klumpkea. Changes in the standard deviation of $\sin(i)$ were essentially negligible. We confirm the effectiveness of the $g-2g_6+g_5$ resonance in affecting the shape of families inside this resonance, such as the Astraea family.

Overall, our results show that $g-$type resonances can be effective in shaping families that are crossed by this of resonances, and can increase the flux of asteroids in nearby powerful mean-motion resonances. As expected, the long-term effect on asteroid inclinations of this type of resonances is essentially negligible.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank the Sao Paulo State Science Foundation (FAPESP) (Grants 2016/04476-8 and 2013/15357-1) and the Brazilian National Research Council (CNPq, grant 305453/2011 – 4) for the generous support of this work. This publication makes use of data products from the Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE) and NEOWISE, which are a joint project of the University of California, Los Angeles, and the Jet Propulsion Laboratory/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration

REFERENCES

Bendjoya P., Zappala V. 2002. Asteroids III, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel (eds), University of Arizona Press, Tucson, 613.
Brož M., 1999, PhD thesis, Charles. Univ., Prague.
Brož, M., Morbidelli, A., Bottke, W. F., Rozehnal, J., Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., 2013, A&A, 551, A117.
Carry B., 2012, Planet. Spa. Sci., 73, 98.
Charlier C. V. L., 1902, Die Mechanik des Himmels, 410-413. Verlag von Veit & Co., Leipzig.
Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvorný D. 2003, Icarus, 162, 308.
Carruba V., 2005, MNRAS, 395, 358.
Carruba V., T. A. Michtchenko, 2007, A&A, 475, 1145-1158.
Carruba V., T. A. Michtchenko, 2009, A&A, 493, 267-282.
Carruba V., 2009, MNRAS, 395, 358.
Carruba V., 2010, MNRAS, 408, 580.
Carruba V., 2011, MNRAS, 395, 358.
Carruba V., Huaman M., Douwens S., Domingos R.C., 2012, A&A, 543, A105.
Carruba V., Domingos, R. C., Nesvorný, D., Roig, F., Huaman, M. E., Souami, D., 2013, MNRAS, 433, 2075.
Carruba V., Aljbaae S., Souami D., 2013, JPL, 792:46.
DeMeo F., Carry B. 2013, Iracus, 266, 723.
Ivezič Ž, and 34 co-authors, 2001, AJ, 122, 2749.
Kneževic Z., Milani A., Farinella P., Froeschle Ch., Froeschle Cl., 1991, Icar, 93, 316.
Knežević, Z., Milani, A., 2003, A&A, 403, 1165.
Levison H.F., Duncan M. J., 1994, Icar, 108, 18.
Machuca J. F., Carruba V. 2012, MNRAS, 420, 1779.
Mainzer A. K. et al., 2011, ApJ, 731, 53.
Masiero J. R. et al., 2011, ApJ, 741, 68.
Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., Bauer J. M., and Jedicke R., 2012, APJ, 759, 14.
Milani A., Kneževic Z., 1992, Icar, 98, 211.
Milani A., Kneževic Z., 1994, Icar, 107, 219.
Morbidelli A., Henrard J., 1991, Celestial Mechanics, 51, 169.
Williams J. G., 1969, Secular perturbations in the Solar System. Ph.D. Dissertation, Univ. California Los Angeles.
Tedesco E.F., Noah P.V., Noah M., Price S.D., 2002, Icar 123, 1056-1085.
Tholen D. J., 1989, Asteroid Taxonomic Classifications, University of Arizona Press, Tucson, p. 298.
Wright E. L. et al., 2010, AJ, 140, 1868.
Nesvorný D., Brož M., Carruba V. 2015, In Asteroid IV, (P.Michel, F. E. DeMeo, W. Bottke Eds.), Univ. Arizona Press and LPI, 297.
Vokrouhlicky, D., Brož, M., Morbidelli, A., et al. 2006a, Icarus, 182, 92.
Vokrouhlicky D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Morbidelli, A. 2006b, Icarus, 182, 118.
Vokrouhlicky D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Morbidelli, A. 2006c, Icarus, 183, 349.

Table A1. Analysis of likely resonators in the resonant region of the $g-$type non-linear secular resonance in the Main-belt.

Resonance argument proper frequencies	Magnitude H	Likely resonators	Circulation (C)	Switching Orbits L and C	Libration (L)
$g-2g_6+g_5$	<13.5	197	61	72	64
	<14.5	864	248	363	253
	<15.5	3293	825	951	1517
$g-3g_6+2g_5$	<15.5	694	371	102	128
$2g-3g_6+g_5$	<15.5	1178	770	46	116

APPENDIX A: TABLES

Statistical analysis of likely resonators in the the resonant region of the $g-$type non-linear secular resonance in the Main-belt. We provide the resonant argument in terms of proper frequencies, the maximum absolute magnitude considered, and the number of objects that are likely resonators, on circulating orbits, on orbits alternating phases of circulation and libration, and on librating orbits.

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.