RESSALVA

Atendendo solicitação do(a) autor(a), o texto completo desta dissertação será disponibilizado somente a partir de 22/08/2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Denis Fernandes da Silva

Equações Diferenciais Abstratas do tipo Neutro com Retardo Dependendo do Estado

São José do Rio Preto
2017

Denis Fernandes da Silva

Equações Diferenciais Abstratas do tipo Neutro com Retardo Dependendo do Estado

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CAPES.

Orientadora: Profª. Drª. Andréa Cristina Prokopczyk Arita
Coorientadora: Profª. Drª. Michelle Fernanda Pierri Hernández

São José do Rio Preto
2017

Silva, Denis Fernandes da.
Equações diferenciais abstratas do tipo neutro com retardo dependendo do estado / Denis Fernandes da Silva. -- São José do Rio Preto, 2017
131 f. : il.

Orientador: Andréa Cristina Prokopczyk Arita
Coorientador: Michelle Fernanda Pierri Hernández
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática. 2. Equações diferenciais - Equações com retardamento. 3. Semigrupos. 4. Cauchy, Problemas de. I. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. II. Título.

CDU – 517.91

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Denis Fernandes da Silva

Equações Diferenciais Abstratas do tipo Neutro com Retardo Dependendo do Estado

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CAPES.

Comissão Examinadora

Prof^{a}. Dr^{a}. Andréa Cristina Prokopczyk Arita
UNESP - São José do Rio Preto
Orientadora

Prof^{a}. Dr^{a}. Katia Andreia Gonçalves de Azevedo
USP - Ribeirão Preto

Prof. Dr. Sérgio Leandro Nascimento Neves
UNESP - São José do Rio Preto

São José do Rio Preto
22 de Fevereiro de 2017

Resumo

Neste trabalho estudamos inicialmente algumas generalidades da teoria de semigrupos de operadores lineares limitados, especialmente dos semigrupos fortemente contínuos e dos semigrupos analíticos. Em seguida, com base no estudo da teoria de semigupos, estudamos a existência e unicidade de soluções fracas e estritas para equações diferenciais abstratas do tipo neutro com retardo dependendo do estado da forma

$$\frac{d}{dt}(u(t) + G(t, u_{\sigma_1(t,u_t)})) = Au(t) + F(t, u_{\sigma_2(t,u_t)}), \qquad t \in [0, a], \tag{1}$$

$$u_0 = \varphi \in C([-p, 0]; X), \tag{2}$$

onde $A : D(A) \subset X \to X$ é o gerador infinitesimal de um semigrupo analítico de operadores lineares limitados $(T(t))_{t\geq 0}$ em um espaço de Banach $(X, \|\cdot\|)$ e $F(\cdot)$, $G(\cdot)$ e $\sigma_i(\cdot)$, i=1,2, são funções apropriadas. Finalizamos com algumas aplicações dos resultados obtidos para o problema (1)-(2).

É importante observar que os resultados deste trabalho envolvendo o estudo do problema (1)-(2) são inéditos e serão submetidos para publicação brevemente.

Palavras-chave: Equações Diferenciais do tipo Neutro. Equações Diferenciais com Retardo. Retardo Dependendo do Estado.

Abstract

In this work we initially study some generalities of the semigroups theory, especially of the strongly continuous semigroups and of the analytic semigroups. Next, we study the existence and uniqueness of mild and strict solutions for abstract neutral differential equations with state dependent delay of the form

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(u(t) + G(t, u_{\sigma_1(t,u_t)})) &= Au(t) + F(t, u_{\sigma_2(t,u_t)}), \quad t \in [0, a], &(3)\\ u_0 &= \varphi \in \mathcal{B}_X = C([-p, 0]; X), &(4)\end{aligned}$$

where $A : D(A) \subset X \to X$ is the generator of an analytic semigroup of bounded linear operators $(T(t))_{t\geq 0}$ on a Banach space $(X, \|\cdot\|)$ and $F(\cdot)$, $G(\cdot), \sigma_i(\cdot)$, $i = 1, 2$, are suitable functions. We finish with some applications of the results for the problem (3)-(4).

It is important to note that the results of this work involving the study of the problem (3)-(4) are unpublished and will be submitted to publication soon.

Keywords: Neutral Differential Equations. Delay Differential Equations. State Dependent Delay.

Agradecimentos

À minha família e à minha namorada Cláudia pelo amparo, carinho e companheirismo em todos os momentos.

Aos professores Profª. Drª Katia Andreia Gonçalves de Azevedo e Prof. Dr. Sérgio Leandro Nascimento Neves pela pronta disponibilidade para fazerem parte da Comissão Examinadora.

Às minhas orientadoras, Profª. Drª. Andréa Cristina Prokopczyk Arita e Profª. Drª. Michelle Fernanda Pierri Hernández, por todo apoio, dedicação, ensinamentos, incentivos e paciência.

Ao Prof. Dr. Eduardo Alex Hernández Morales pela disponibilidade e colaboração que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Todos os docentes dos departamentos de matemática do IBILCE/UNESP e da FFCLRP/USP que foram essenciais para eu chegar até aqui.

À CAPES, pelo suporte financeiro.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a elaboração desta dissertação.

Sumário

Introdução **1**

1 Teoria de Semigrupos **7**

1.1 Semigrupos Fortememente Contínuos de Operadores Lineares Limitados 7

1.2 Semigrupos Compactos 15

1.3 Semigrupos Diferenciáveis 18

1.4 Semigrupos Analíticos 18

1.5 Operador Espectral de Riesz 36

1.6 Espaços Intermediários 44

1.6.1 Potências Fracionárias de Operadores Lineares Fechados 45

1.6.2 O Espaço Intermediário $D_A(\theta, \infty)$ 58

2 O Problema de Cauchy Abstrato **65**

2.1 O Problema de Valor Inicial Homogêneo 65

2.2 O Problema de Valor Inicial não Homogêneo 73

2.3 O Problema Semilinear 80

2.4 O Problema Semilinear para Semigrupos Analíticos 90

3 Existência e Unicidade de Soluções para Equações Diferenciais Abstratas do tipo Neutro com Retardo Dependendo do Estado **95**

3.1 Preliminares 98

3.2 Existência e Unicidade de soluções fracas e estritas 103

3.3 Exemplos 119

Introdução

Neste trabalho de dissertação de mestrado temos um interesse especial no estudo da existência e unicidade de soluções fracas e estritas para equações diferenciais abstratas do tipo neutro com retardo dependendo do estado da forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(u(t) + G(t, u_{\sigma_1(t,u_t)})) &= Au(t) + F(t, u_{\sigma_2(t,u_t)}), \quad t \in [0,a], && (5) \\ u_0 &= \varphi \in \mathcal{B}_X = C([-p,0];X), && (6) \end{aligned}$$

onde $A : D(A) \subset X \to X$ é o gerador infinitesimal de um semigrupo analítico de operadores lineares limitados $(T(t))_{t\geq 0}$ sobre um espaço de Banach $(X, \|\cdot\|)$, $u_t : [-p,0] \to X$ é a história do estado no tempo t ($u_t(\theta) = u(t+\theta)$ para $\theta \in [-p,0]$) e $F(\cdot),\ G(\cdot), \sigma_i(\cdot)$, $i = 1,2$, são funções apropriadas.

A literatura sobre equações diferenciais abstratas do tipo neutro é extensa e considera diferentes problemas sobre existência e propriedades qualitativas de soluções. Em particualar, muitos dos modelos diferenciais do tipo neutro considerados podem ser representados na forma abstrata

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(u(t) + f(t, u_t)) &= Au(t) + g(t, u_t, (u_t)'), \qquad t \in [0,a], && (7) \\ u_0 &= \varphi \in \Omega \subset \mathcal{B}, && (8) \end{aligned}$$

onde $A : D(A) \subset X \to X$ é um operador linear não limitado (usualmente, um operador quase setorial), $(X, \|\cdot\|)$ é um espaço de Banach, $\mathcal{B}$ é o espaço das histórias, $\Omega \subset \mathcal{B}$ é aberto, $u_t : J \subset (-\infty, 0] \to X$ denota a história do estado no tempo t, $(u_t)'$ representa a derivada da função $t \mapsto u_t$ e $f : [0,a] \times \Omega \to X$, $g : [0,a] \times \Omega \times \mathcal{B} \to X$ são funções apropriadas.

Além disso, com relação a este tipo de equação, os trabalhos presentes na literatura matemática são bem variados. Para o caso em que $f \equiv 0$, dentre alguns trabalhos relevantes citamos os livros por Hale & Lunel [14], Wu [47] e Hino, Murakami & Naito [27], o clássico artigo por Travis & Webb

[42] e as referências nesses trabalhos. Para equações abstratas do tipo neutro citamos os trabalhos pioneiros de Hale [15] e de Hernández e seus colaboradores [22, 24, 26].

É importante ressaltar que o sistema (7)-(8) não é apenas um problema abstrato. Equações diferenciais abstratas do tipo neutro da forma (7)-(8) aparecem, por exemplo, em teorias desenvolvidas pelos pesquisadores Gurtin & Pipkin [13] e Nunziato [34] para a descrição da condução de calor em materiais com memória amortecida. Na teoria de condução de calor se supõe, de uma maneira geral, que a energia e o fluxo de calor dependem linearmente da temperatura $u(\cdot)$ e do gradiente $\nabla u(\cdot)$. Nessas condições, a clássica equação do calor descreve de maneira satisfatória a evolução da temperatura em diferentes tipos de materiais. No entanto, a situação é diferente em materiais com memória amortecida. Nesse tipo de material, a energia interna do material e o fluxo de calor são funcionais de $u(\cdot)$ o do gradiente de $u(\cdot)$, respectivamente. Um modelo amplamente aceito para descrever o fluxo de calor em materiais com memória amortecida é o sistema diferencial

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left[c_0 u(t,x) + \int_{-\infty}^{t} K_1(t-s)u(s,x)ds\right] & \\
= \; & c_1 \triangle u(t,x) + \int_{-\infty}^{t} K_2(t-s)\triangle u(s,x)ds, \qquad (9)\\
u(t,y) \; = \; & 0, \qquad t \geq 0, \; y \in \partial\Omega, \qquad (10)
\end{aligned}$$

onde $(t,x) \in (-\infty, a] \times \Omega$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é um aberto limitado e com fronteira regular, $u(t,x)$ representa a temperatura em x no tempo t, $K_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, são funções apropriadas e c_0, c_1 são constantes positivas com significado físico. Note que se supomos que a solução seja conhecida em $(-\infty, 0]$, podemos transformar o sistema acima numa equação diferencial neutra do tipo (7)-(8).

Equações abstratas do tipo neutro da forma (7)-(8) também podem ser obtidas a partir de algumas equações diferenciais ordinárias do tipo neutro que surgem na teoria de dinâmica de populações, veja por exemplo [9, 10]. Se em [9, 10] considerarmos a tendência natural de grupos biológicos migrarem de regiões de alta densidade populacional à áreas de menor densidade, podemos obter equações neutras da forma

$$u'(t,\xi) = \Delta u(t,\xi) + g(t, u(t,\xi), u'(t-r,\xi)),$$

as quais podem ser representadas na forma abstrata (7)-(8).

O estudo de sistemas do tipo neutro da forma (7)-(8) é recente e envolve dificuldades técnicas importantes (especialmente nos casos em que o termo u_t' aparece explicitamente). Por exemplo, no caso em que A é o gerador infinitesimal de um C_0-semigrupo de operadores lineares $(T(t))_{t\geq 0}$ é natural estudar o problema via técnicas de ponto fixo e introduzindo um conceito de solução fraca apropriado. Para esse tipo de problema a solução fraca é a solução da equação integral

$$\begin{aligned} u(t) &= T(t)[\varphi(0) + f(0,\varphi)] - f(s,u_s) - \int_0^t AT(t-s)f(s,u_s)ds \\ &+ \int_0^t T(t-s)g(s,u_s,u_s')ds. \end{aligned} \tag{11}$$

Note que para o estudo da existência de soluções fracas via teoria de ponto fixo é necessário trabalhar em espaços de funções continuamente diferenciáveis, o que é um problema difícil no contexto da teoria de semigrupos lineares. Além disso, segue da teoria de C_0-semigrupos que, em geral, a função $t \mapsto AT(t-s)$ não está bem definida. Mais ainda, é interessante notar que $t \mapsto AT(t-s)$ é integrável em $[0,t)$ na topologia de operadores se, e somente se, A é um operador limitado. Assim, a presença do termo $\int_0^t AT(t-s)f(s,u_s)ds$ na fórmula (11) cria uma grande dificuldade, a qual está relacionada com a integrabilidade da função $s \mapsto AT(t-s)f(s,u_s)$ em $[0,t]$.

Por outro lado, equações diferenciais funcionais com retardo dependendo do estado têm sido estudadas intensamente nas últimas décadas e a literatura relacionada a esse tipo de equações está concentrada em problemas que podem ser descritos na forma

$$u'(t) = Au(t) + F(t,u(t),u_{\sigma(t,u_t)}), \qquad t \in [0,a], \tag{12}$$

$$u_0 = \varphi \in \Omega \subset \mathcal{B} = C([-r,0];X), \tag{13}$$

onde $A : D(A) \subset X \to X$ é o gerador infinitesimal de um C_0-semigrupo de operadores lineares, $(X, \|\cdot\|)$ é um espaço de Banach, $F(t,u(t),u_{\sigma(t,u_t)})$ é uma expressão envolvendo a condição inicial e o estado, $u_t : [-r,0] \to X$ denota a história de $u(\cdot)$ no tempo $t \in [0,a]$ e $\sigma(\cdot)$ é uma função definida em $[0,a] \times \mathcal{B}$ e com valores em $[0,a]$.

Equações diferenciais com retardo dependendo do estado aparecem em diversos problemas aplicados e existe uma extensa lista de artigos publicados em revistas altamente conceituadas.

A literatura sobre equações diferenciais ordinárias com valores em espaços de dimensão finita e com retardo dependendo do estado é extensa e bastante completa, veja [2, 7, 16, 17, 19] dentre outros . No entanto, são poucos os trabalhos (relevantes) sobre equações diferenciais parciais com retardo dependendo do estado e sobre equações diferenciais abstratas (equações onde A é não limitado) com retardo dependendo do estado. Dentre as dificuldades técnicas que têm limitado o desenvolvimento dessa parte da teoria está o fato que, em geral, a função $u \mapsto F(\cdot, u(\cdot), u_{\sigma(\cdot,u_\cdot)})$, onde $F(\cdot, u(\cdot), u_{\sigma(\cdot,u_\cdot)})(t) = F(t, u(t), u_{\sigma(t,u_t)})$, não é do tipo Lipschitz em espaços usuais, como o espaço de funções contínuas $C([-r, b]; X)$, o que implica, em muitos casos, que o problema (12)-(13) não é bem posto. Em relação a isto, observe que mesmo no caso em que as funções $F : [0, a] \times X \times \mathcal{B} \to X$ e $\sigma : [0, a] \times \mathcal{B} \to [0, a]$ sejam do tipo Lipschitz, uma estimativa usual do termo $\| F(t, v(t), v_{\sigma(t,v_t)}) - F(t, u(t), u_{\sigma(t,u_t)}) \|$ depende necessariamente de estimativas da forma

$$\sup_{\theta\in[-r,0]} \| u(\sigma(t, u_t) + \theta) - v(\sigma(t, v_t) + \theta) \|,$$

onde os termos $\sigma(t, u_t)$ e $\sigma(t, v_t)$ podem não ter nenhuma relação entre si.

No caso de equações diferenciais com retardo depedendo do estado onde A é limitado e X é um espaço de dimensão finita, o problema descrito acima pode ser contornado estudando o problema em espaços de funções continuamente diferenciáveis, veja Walther [46]. Porém, a mesma estratégia se torna difícil quando estudamos equações diferenciais parciais ou no caso em que A não é limitado. Essa dificuldade faz com que a literatura relacionada ao caso em que A é um operador não limitado seja, em grande parte, limitada a alguns modelos diferenciais onde $F(\cdot)$ é uma função muito "particular".

Para o estudo sobre equações diferenciais abstratas com retardo depedendo do estado e $G = 0$ em (5)-(6) nós citamos [23, 28, 37, 38, 39]. Mais ainda, é importante citar os recentes artigos por Hernández, Pierri & Wu [25], Krisztin & Rezounenko [30] e Yunfei, Yuan & Pei [33], os quais apresentam importantes avanços no bom desenvolvimento deste tipo de problema.

Neste trabalho de dissertação nós damos continuidade ao estudo desenvolvido em [25] sobre existência e unicidade de soluções para equações diferenciais abstratas com retardo dependendo do estado. Em [25] os autores estudam o problema abstrato $u'(t) = Au(t) + F(t, u_{\sigma(t,u_t)})$, $u_0 = \varphi$. Como já foi observado, este tipo de problema não é bem posto no espaço usual $C([-p, 0]; X)$, pois aplicações como $u \to F(t, u_{\sigma(t,u_t)})$ não são Lipschitz de $C([-p, b]; X)$ em $C([0, b]; X)$. No entanto, quando as funções envolvidas são Lispchitz, estimativas da forma

$$\begin{aligned} &\| F(t, u_{\sigma(t,u_t)}) - F(t, v_{\sigma(t,v_t)}) \| \\ &\quad \leq \; L_F(1 + [v]_{C_{Lip}([-p,b];X)}[\sigma]_{C_{Lip}([0,b]\times\mathcal{B}_X;\mathbb{R})}) \| u - v \|_{C([-p,b];X)}, \end{aligned} \tag{14}$$

(onde L_F é a constante de Lipschitz de $F(\cdot)$) são possíveis. Usando estimativas deste tipo e o princípio de contração, em [25] os autores provam alguns resultados sobre existência e unicidade para o problema (5)-(6) com $G = 0$, bem como resultados para que este problema seja bem posto. Os resultados em [25] são provados trabalhando sobre espaços de funções Lipschitz e de classe C^1, o que é uma abordagem não trivial na teoria de equações diferenciais abstratas. No nosso estudo usamos algumas das ideias em [25] para abordar o problema diferencial abstrato do tipo neutro com retardo dependendo do estado (5)-(6), obtendo nossos resultados ao trabalhar em espaços de funções Lipschitz. Além desta dificuldade, tivemos que lidar com o fato que funções da forma $s \mapsto AT(t-s)G(s, u_{\sigma_1(s,u_s)})$ não são, em geral, integráveis se A é um operador não limitado.

É claro que, para o estudo descrito acima é necessário um conhecimento razoável da teoria de semigrupos de operadres lineares limitados, especialmente dos semigrupos fortemente contínuos e analíticos, bem como suas aplicações em equações diferenciais abstratas. Dessa forma, este trabalho foi iniciado com o estudo da teoria de semigrupos e posteriormente abordamos o estudo sobre a existência e unicidade de soluções para o problema abstrato (5)-(6).

Para expor o desenvolvimento do nosso estudo dividimos este trabalho em 3 capítulos. A seguir descrevemos, brevemente, esses capítulos.

No Capítulo 1 apresentamos parte do estudo realizado sobre a teoria de semigrupos. Nesse capítulo introduzimos o conceito de semigrupos de operadores lineares limitados em espaços de Banach e estudamos algumas generalidades dos semigrupos fortemente contínuos (C_0-semigrupos) e dos semigrupos analíticos. Em particular, estudamos o conceito e algumas propriedades dos C_0-semigrupos compactos, os quais são importantes em muitas aplicações e também para os nossos estudos sobre equações diferenciais neutras. Além disso, incluímos brevemente a definição e alguns resultados importantes dos C_0-semigrupos diferenciáveis e apresentamos uma classe de operadores lineares que são geradores infinitesimais de C_0-semigrupos. Dentre os principais resultados sobre os semigrupos analíticos, destacamos os conceitos de extensão de C_0-semigrupos a semigrupos analíticos e geração de semigrupos analíticos por operadores lineares setoriais. Além disso, considerando um operador A tal que $-A$ é o gerador infinitesimal de um semigrupo analítico, definimos as potências fracionárias de A e estudamos algumas de suas propriedades. Finalizamos esse capítulo definindo e estudando os espaços $D_A(\alpha, \infty)$, $0 < \alpha < 1$, chamados de espaços intermediários entre $D(A)$ e X, onde A é o gerador infinitesimal de um semigrupo analítico.

No Capítulo 2 aplicamos, inicialmente, a teoria de C_0-semigrupos no estudo dos problemas de Cauchy abstrato: homogêneo $\frac{du(t)}{dt} = Au(t)$; não homogêneo $\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + f(t)$ e semilinear

$\frac{du(t)}{dt} + Au(t) = f(t, u(t))$. Especificamente, para o problema homogêneo, definimos o conceito de solução e vimos que A é o gerador infinitesimal de um C_0-semigrupo $(T(t))_{t\geq 0}$ se, e somente se, o problema é bem posto num sentido apropriado. Para os problemas não homogêneo e semilinear, definimos os conceitos de soluções fracas e clássicas, vimos que toda solução clássica é uma solução fraca e estudamos um resultado em que impomos condições sobre f e sobre a condição inicial para que uma solução fraca seja uma solução clássica. Finalizamos o capítulo com um breve estudo sobre existência de solução clássica para o problema semilinear para o caso onde $-A$ é o gerador infinitesimal de um semigrupo analítico e f é localmente Hölder-contínua num sentido apropriado.

No Capítulo 3 desenvolvemos o estudo sobre a existência e unicidade de solução para a equação diferencial abstrata do tipo neutro (5)-(6). Especificamente, iniciamos nosso estudo definindo os conceitos de soluções fraca e estrita para (5)-(6). Em seguida, supondo a existência de espaços de Banach $(W_1, \|\cdot\|_{W_1}) \hookrightarrow (Z, \|\cdot\|_Z) \hookrightarrow (W_2, \|\cdot\|_{W_2}) \hookrightarrow (X, \|\cdot\|)$ tais que $T(\cdot) \in L^1([0,a]; \mathcal{L}(W_2, Z))$ e $AT(\cdot) \in L^1([0,a]; \mathcal{L}(W_1, Z))$ e certas condições de Lipschitz sobre as funções F, G, φ e σ (onde, por simplicidade, supomos $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$), mostramos, através do princípio de contração de Banach, o nosso primeiro resultado de existência e unicidade de solução fraca para o problema (5)-(6) (Teorema 3.11). Assumindo agora que $0 \in \rho(A)$; que $(-A)^\beta : D(-A)^\beta \subset X \to X$ $(0 \leq \beta \leq 1)$ é a potência β-fracionária de A; que $X_\beta := D(-A)^\beta$ (munido com a norma do gráfico $\| x \|_\beta = \| (-A)^\beta x \|$) e certas condições de Lipschitz sobre as funções F, G, φ e σ em espaços da forma X_β, mostramos mais alguns resultados sobre existência de soluções fracas e estritas para (5)-(6). Outro resultado importante desse capítulo é a Proposição 3.16 em que consideramos o caso $\sigma_1(t, \psi) = t$, para toda $\psi \in \mathcal{B}_Z$. Supondo, resumidamente, que $(T(t))_{t\geq 0}$ é um semigrupo compacto, $F \in C([0,a] \times U_{X_{\beta_2}}; X_{\beta_3})$, $\varphi \in C^{\gamma_1}([-p, 0]; X_{\beta_2})$ e $T(\cdot)(\varphi(0) + G(0, \varphi)) \in C^{\gamma_2}([0,b]; X_{\beta_2})$ para $1 \geq \beta_1 > \beta_2 \geq \beta_3 \geq 0$, $\gamma_1, \gamma_2 \in (0,1)$, e usando um resultado de ponto fixo para operadores condensantes, provamos nesta proposição a existência de uma solução fraca $u \in C^\alpha([-p, b]; X_{\beta_2})$, onde $\alpha = \min\{\gamma_1, \gamma_2, 1 + \beta_3 - \beta_2, \beta_2 - \beta_1\}$, para o problema (5)-(6). Neste capítulo apresentamos também alguns resultados de existência e unicidade de soluções Lipschitz para (5)-(6) e finalizamos apresentando alguns exemplos em que aplicamos nossos resultados de exitência e unicidade de soluções. É importante observar que os resultados desse capítulo são inéditos e serão submetidos para publicação brevemente.

Referências Bibliográficas

[1] Adimy, M., Khalil, E. A class of linear partial neutral functional differential equations with nondense domain. *J. Differential Equations* 147 (1998) 2, 285-332.

[2] Aiello, W. G., Freedman, H. I., Wu, J. Analysis of a model representing stage-structured population growth with state-dependent time delay. *SIAM J. Appl. Math.* 52 (1992), no. 3, 855-869.

[3] Andrade, F. G. Controlabilidade para sistemas de equações diferenciais. Dissertação de Mestrado- IBILCE/UNESP, São José do Rio Preto. 2014.

[4] Barbarossa, M. V., Hadeler, K. P., Kuttler, C. State-dependent neutral delay equations from population dynamics. *J. Math. Biol.* 69 (2014), no. 4, 1027-1056.

[5] Czaja, R. Differential equations with sectorial operator. UŚ, 2002.

[6] Driver, R. D. A functional differential system of neutral type arising in a two-body problem of classical electrodynamics, in: J. LaSalle, S. Lefschtz (Eds.), International Symposium on Nonlinear Differential Equations and Nonlinear Mechanics, Academic Press, New York, 1963, pp. 474-484.

[7] Driver, R. D. A neutral system with state-dependent delay. *J. Differential Equations* 54 (1984) 73-86.

[8] Evans, L. C. Partial differential equations. Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

[9] Fang, H., Li, J. On the existence of periodic solutions of a neutral delay model of single-species population growth. *J. Math. Anal. Appl.* 259 (2001), no. 1, 8-17.

[10] Freedman, H. I., Kuang, Y. Some global qualitative analyses of a single species neutral delay differential population model. Second Geoffrey J. Butler Memorial Conference in Differential Equations and Mathematical Biology (Edmonton, AB, 1992). *Rocky Mountain J. Math.* 25 (1995), no. 1, 201-215.

[11] Gomes, A. M. Semigrupos de operadores lineares e aplicações às equações de evolução. 2ª Ed., Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2012.

[12] Gyori, I. Oscillation and comparison results in neutral differential equations and their applications to the delay logistic equation. *Comput. Math. Appl.* 18 (1989), no. 10-11, 893-906.

[13] Gurtin, M. E. Pipkin, A. C. A general theory of heat conduction with finite wave speed, *Arch. Rat. Mech. Anal.* 31 (1968), 113-126.

[14] Hale, J. Verduyn Lunel, S. M. *Introduction to functional differential equations.* Applied Mathematical Sciences, 99. Springer-Verlag, New York, 1993.

[15] Hale, J. Partial neutral functional differential equations. *Rev. Roumaine Math. Pures Appl.* 39 (1994), no. 4, 339-344.

[16] Hartung, F. On differentiability of solutions with respect to parameters in neutral differential equations with state-dependent delays. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 192 (2013), no. 1, 17-47.

[17] Hartung, F., Turi, Janos. On differentiability of solutions with respect to parameters in state-dependent delay equations. *J. Differential Equations* 135 (1997), no. 2, 192-237.

[18] Hartung, F. Differentiability of solutions with respect to parameters in neutral differential equations with state-dependent delays. *J. Math. Anal. Appl.* 324 (2006), no. 1, 504-524.

[19] Hartung, F., Krisztin, T., Walther, H., Wu, J. *Functional differential equations with state-dependent delays: theory and applications.* Handbook of differential equations: ordinary differential equations. Vol. III, 435-545, Handb. Differ. Equ.,

[20] Hernández, E., O'Regan, D. Global solutions for a new class of abstract neutral differential equations. *Proc. Amer. Math. Soc.* 143 (2015), 3561-3571.

[21] Hernández, E., O'Regan, D. Existence results for abstract partial neutral differential equations. *Proc. Amer. Math. Soc.* 137 (2009), 10, 3309-3318.

[22] Hernández, E., O'Regan, D. On a New Class of Abstract Neutral Differential Equations. *J. Functional Analysis.* 261 (2011), 12, 3457-3481.

[23] Hernández, E., Prokopczyk, A., Ladeira, L. A note on partial functional differential equations with state-dependent delay. *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 7 (2006), no. 4, 510-519.

[24] Hernández, E., Henríquez, H. Existence results for partial neutral functional differential equation with unbounded delay. *J. Math. Anal. Appl.* 221 (1998) 2, 452-475.

[25] Hernández, E., Pierri, M., Wu, J. $\mathbf{C^{1+\alpha}}$-strict solutions and wellposedness of abstract differential equations with state dependent delay. *J. Differential Equations* 261, (2016) 12, 6856-6882.

[26] Hernández, E. Existence results for partial neutral integro-differential equations with unbounded delay. *J. Math. Anal. Appl.* 292, (2004) 1, 194-210.

[27] Hino, Y., Murakami, S., Naito, T. *Functional differential equations with infinite delay,* Lecture Notes in Math, 1473, Springer-Verlag, Berlin (1991).

[28] Kosovalic, N., Magpantay, F. M. G., Chen, Y., Wu, J. Abstract algebraic-delay differential systems and age structured population dynamics. *J. Differential Equations* 255 (2013), no. 3, 593-609.

[29] Kreyszig, E. Introductory functional analysis with applications. John Wiley & Sons, New York-London-Sydney, 1978.

[30] Krisztin, T., Rezounenkob, A. Parabolic partial differential equations with discrete state-dependent delay: Classical solutions and solution manifold. *Journal of Differential Equations* Vol. 260, (5) (2016), 4454-4472.

[31] Lunardi, A. *Analytic semigroups and optimal regularity in parabolic problems*, PNLDE Vol. *16*, Birkhäauser Verlag, Basel, 1995.

[32] Lunardi, A. On the linear heat equation with fading memory. *SIAM J. Math. Anal.* 21 (1990), no. 5, 1213-1224.

[33] Lv, Y., Yuan, R. Pei, Y. Smoothness of semiflows for parabolic partial differential equations with state-dependent delay. *J. Differential Equations* 260 (2016) 6201-6231.

[34] Nunziato, J. W. On heat conduction in materials with memory. *Quart. Appl. Math.* 29 (1971), 187-204.

[35] Pazy, A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations. Applied Mathematical Sciences, 44. Springer-Verlag, New York, 1983.

[36] Pierri, M. Teoria de semigrupos e controlabilidade de sistemas neutros. Dissertação de Mestrado, (2006).

[37] Pierri, M., Hernández, E., Goncalves, G. Existence results for an impulsive abstract partial differential equation with state-dependent delay. *Comput. Math. Appl.* 52 (2006), no. 3-4, 411-420.

[38] Rezounenko, A. V. Non-linear partial differential equations with discrete state-dependent delays in a metric space. *Nonlinear Anal.* 73 (2010), no. 6, 1707-1714.

[39] Rezounenko, A. V., Wu, J. A non-local PDE model for population dynamics with state-selective delay: local theory and global attractors. *J. Comput. Appl. Math.* 190 (2006), No. 1-2, 99-113.

[40] Silva, D. F. Teoria de Semigrupos e Aplicações à Equações Diferenciais Parciais. Relatório de Iniciação Científica FAPESP- DCM/FFCLRP, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto. 2015.

[41] Sadovskii, B. N. On a fixed point principle. *Funct. Anal. Appl.* **1** (1967), 74-76.

[42] Travis, C. C., Webb, G. F. Existence and stability for partial functional differential equations *Trans. Amer. Math. Soc.* 200 (1974), 395-418

[43] Sinestrari, E. On the abstract Cauchy problem of parabolic type in spaces of continuous functions. *J. Math. Anal. Appl.* 107 (1985), 16-66.

[44] Suganya, S., Baleanu, D., Kalamani, P., Mallika Arjunan, M. On fractional neutral integro-differential systems with state-dependent delay and non-instantaneous impulses. *Adv. Difference Equ.* 2015, 2015;372, 39 pp.

[45] Vrabie, I. I. C_0-semigroups and applications. North-Holland Mathematics Studies 191, 2003.

[46] Walther, H. The solution manifold and C^1-smoothness for differential equations with state-dependent delay. *J. Differential Equations* 195 (2003), no. 1, 46-65.

[47] Wu, J. *Theory and applications of partial functional differential equations.* Applied Mathematical Sciences, 119. Springer-Verlag, New York, 1996.