



Campus de Ilha Solteira

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA

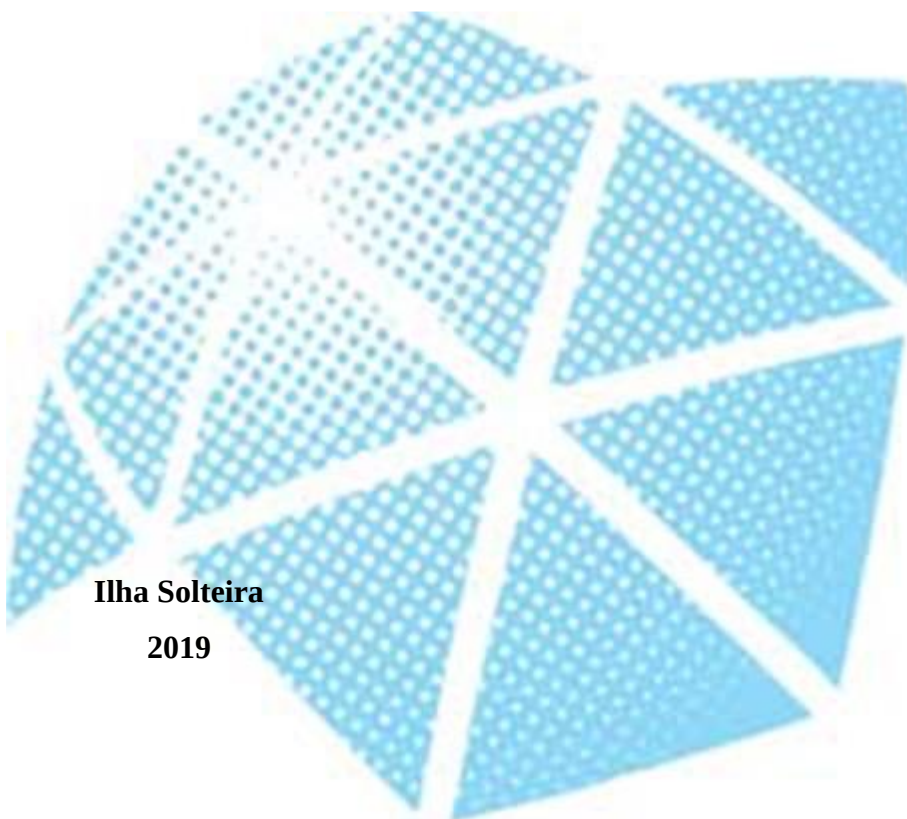
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

ARTHUR ROCHA DAMASO DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE REPRESENTAÇÃO DE BARRAS PV PARA O FLUXO DE
POTÊNCIA VIA EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTE EXPRESSAS EM
COORDENADAS RETANGULARES**

Ilha Solteira

2019



ARTHUR ROCHA DAMASO DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE REPRESENTAÇÃO DE BARRAS PV PARA O FLUXO DE
POTÊNCIA VIA EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTE EXPRESSAS EM
COORDENADAS RETANGULARES**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área do Conhecimento: Automação

Prof. Dr. Dilson Amancio Alves

Orientador

Ilha Solteira

2019

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S237p Santos, Arthur Rocha Damaso dos.
Uma proposta de representação de barras PV para o fluxo de potência via equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares / Arthur Rocha Damaso dos Santos. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019
84 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2019

Orientador: Dilson Amancio Alves
Inclui bibliografia

1. Newton-Raphson. 2. Fluxo de potência. 3. Sistemas elétricos de potência. 4. Injeção de corrente. 5. Coordenadas retangulares. 6. Barras PV.

Rafaela da Silva Santos
Rafaela da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CIBAB - 9998

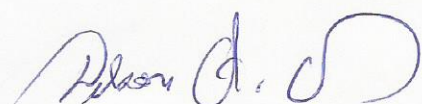
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: UMA PROPOSTA PARA REPRESENTAÇÃO DE BARRAS PV's PARA O FLUXO DE POTÊNCIA VIA EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTE EXPRESSAS EM COORDENADAS RETANGULARES

AUTOR: ARTHUR ROCHA DAMASO DOS SANTOS

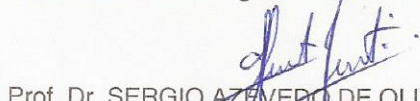
ORIENTADOR: DILSON AMANCIO ALVES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. DILSON AMANCIO ALVES

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. SERGIO AZEVEDO DE OLIVEIRA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Profa. Dra. THAYS APARECIDA DE ABREU SANTOS

Câmpus de Hortolândia-SP / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Ilha Solteira, 11 de fevereiro de 2019

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, em especial; meu pai Olivemar, minha mãe Divalny, minha irmã Mariane, à minha namorada e futura esposa Regiane e minha filha Elis. Amo muito vocês!

AGRADECIMENTOS

Meu muito obrigado a todos que estiveram comigo nesta caminhada, caminhada esta de muito aprendizado, de crescimento pessoal e profissional. Em especial, gostaria de agradecer...

Meus pais, Divalny e Olivemar, por toda dedicação e amor ao longo desses trinta anos, que souberam me ensinar o valor dos estudos e sempre me incentivaram, vocês são parte disso e dedico este trabalho à vocês.

Minha irmã, Mariane, que mesmo distante, se faz presente e sempre torceu muito por mim.

Meu orientador, professor Dílson, muito obrigado por ter aceitado me orientar, devo muito ao senhor, por ter me dado essa oportunidade em um momento difícil. Obrigado pela paciência, orientação, disposição, por todos os conselhos e experiência compartilhada.

E meu obrigado, muito especial a minha namorada e futura esposa Regiane, por ter me ajudado de forma ímpar nos períodos que precisei estudar, pesquisar, escrever esta dissertação, nos momentos que ela precisou cuidar de nossa filha Elis para que eu pudesse tornar possível a conclusão deste trabalho. Obrigado pelo apoio incondicional, pelo companheirismo, eu te amo muito!

Minha filha Elis, te dedico este trabalho também, tudo que faço é pensando em vocês, na nossa família, para que você possa ter um futuro melhor, papai te ama muito!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Tudo o que temos de decidir é o que fazer com o tempo que nos é dado."

(Gandalf, em O Senhor dos Anéis - A Sociedade do Anel)

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se os resultados da análise comparativa da influência de formas alternativas de representação das barras PV nas características de convergência do método de Newton-Raphson considerando equações de injeção de corrente. O método proposto para a solução do problema de fluxo de potência é baseado em equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares. São apresentados também os resultados da comparação com outros métodos baseados em equações de injeção de potência expressas em coordenadas polares e retangulares, bem como com os baseados em injeção de corrente com formulação retangular, objeto principal do estudo. Nas análises de desempenho foram utilizados os sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, e duas configurações, uma de 638 e outra de 787 barras, do sistema Sul-Sudeste Brasileiro. Nas análises consideraram-se diferentes variações na relação R/X dos ramos e diferentes carregamentos. Os resultados obtidos demonstram que a forma proposta de representação das barras PV melhora a característica de convergência dos métodos de solução do problema de fluxo de potência baseado em equações de injeção de corrente.

Palavras-chave: Newton-Raphson. Fluxo de potência. Sistemas elétricos de potência. Injeção de corrente. Coordenadas retangulares. Barras PV.

ABSTRACT

This paper presents the results of a comparative analysis of the influence of PV bus representation on the convergence characteristics of Newton-Raphson Current Injection method. The proposed method to solve the power flow problem is based on current injection equations written in rectangular coordinates. The results of comparison with other methods based on power injection equations expressed in polar and rectangular coordinates as well as those based on current injection with rectangular formulation, the main object of the study, are also presented. Performance analyzes were performed on the IEEE test systems 14, 30, 57, 118 and 300 buses, and two configurations, one of 638 and another of 787 buses, of the South-Southeast Brazilian system. Several R/X transmission line ratios and loading conditions were considered. The results show that the proposed PV bus representation improves the convergence characteristic of the power flow formulation based on current injection equations.

Keywords: Newton-Raphson. Power flow. Electric power systems. Current injection. Rectangular coordinates. PV buses.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma para método de Newton Raphson.....	24
Figura 2 - Ilustração do Fluxo de Potência Continuado.	36
Figura 3 - IEEE 14: <i>Mismatch</i> total em p.u. para a relação $1,0 \times R/1,0 \times X$	49
Figura 4 – Estado do sistema IEEE 14: Perfil de tensão	48
Figura 5 – Estado do sistema IEEE 14: Perfil de ângulo de fase.	49
Figura 6 - IEEE 30: <i>Mismatch</i> total em p.u. para a relação $1,0 \times R/1,0 \times X$	50
Figura 7 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de tensão.....	51
Figura 8 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de ângulo de fase.....	51
Figura 9 - IEEE 57: <i>Mismatch</i> total em p.u. para a relação $1,0 \times R/1,0 \times X$	53
Figura 10 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de magnitude de tensão	53
Figura 11 - Estado do sistema IEEE 57: Perfil de ângulo de fase.....	54
Figura 12 - IEEE 118: <i>Mismatch</i> total em p.u. para a relação $1,0 \times R/1,0 \times X$	55
Figura 13 - Estado do sistema IEEE-118: Perfil de magnitude de tensão.....	56
Figura 14 - Estado do sistema IEEE-118: Perfil de ângulo de fase.....	56
Figura 15 – Curva P-V	57
Figura 16 - Margem de Carregamento	58
Figura 17 - IEEE-14: Curva P-V da barra crítica (barra 14) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).	60
Figura 18 - IEEE-30: Curva P-V da barra crítica (barra 30) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).	61
Figura 19 - IEEE-57: Curva P-V da barra crítica (barra 31) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).	62
Figura 20 - IEEE-118: Curva P-V da barra crítica (barra 52) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).....	63
Figura 21 - Comparação de desempenho para o IEEE-300, com $\lambda=1,0$ p.u. e relação $1.472 \times R/1 \times X$: (a) evolução dos mismatches totais, e (b) curva P-V da barra crítica (barra 526)	65
Figura 22 - Comparação de desempenho para o Sistema 638 barras: evolução dos <i>mismatches</i> totais, com $\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,098 \times R/1,0 \times X$	68

Figura 23 - Comparação de desempenho para o sistema 638 barras: Curva P-V da barra crítica (barra 66) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).....	68
Figura 24 - Evolução dos <i>mismatches</i> totais para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,0 \times R/1,0 \times X$) do sistema 787 barras.	70
Figura 25 - Sistema 787 barras: Evolução dos <i>mismatches</i> totais de potência para $\lambda_{\text{máx}} = 1,1273$ p.u. e relação $1,0 \times R/1,0 \times X$	70
Figura 26 - Sistema 787 barras: Detalhe das três primeiras iterações da evolução dos <i>mismatches</i> totais de potência para $\lambda_{\text{máx}}=1.1273$ p.u. e relação $1.0 \cdot R/1.0 \cdot X$	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	47
Tabela 2 - IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	49
Tabela 3 - IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	52
Tabela 4 - IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	55
Tabela 5 - IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}}= 1,782$ p.u.).....	59
Tabela 6 - IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}}= 1,529$ p.u.).	60
Tabela 7 - IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}}= 1,392$ p.u.).....	61
Tabela 8 - IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}}= 1,799$ p.u.).....	63
Tabela 9 - IEEE-300: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	64
Tabela 10 - IEEE-300: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.	66
Tabela 11 - Sistema de 638 barras: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	67
Tabela 12 - Sistema de 638 barras: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.	67
Tabela 13 - Sistema de 787 barras: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.	69
Tabela 14 - Sistema de 787 barras: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

calc	calculada
CB	Caso Base
esp	especificada
FC	Fluxo de Carga
FP	Fluxo de Potência
FPC	Fluxo de Potência Continuado
FPICM	Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Modificado I
FPICQ	Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Modificado II
FPICR	Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares
FPICRH	Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Híbrido
FPICRM	Fluxo de Potência via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Modificado
FPIPP	Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Polares
FPIPR	Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Retangulares
ger	gerada
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
J	Matriz Jacobiana
LT	Linha de Transmissão
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
MC	Margem de Carregamento
<i>nb</i>	número total de barras
NC	Não Converge
p.u.	por unidade
P-V	Curva de tensão em função da potência ativa
PMC	Ponto Máximo de Carregamento
R	Resistência
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional

T	Transposto
WSCC	<i>Western System Coordinating Council</i>
X	Reatância

LISTA DE SÍMBOLOS

$*$	Conjugado de um número complexo
PQ	Barra de carga
PV	Barra de geração
$V\theta$	Barra de referência ou <i>slack</i>
P^{esp}	Potência ativa especificada
Q^{esp}	Potência reativa especificada
P_{ger}	Potência ativa gerada
Q_{ger}	Potência reativa gerada
P_{carga}	Potência ativa de carga
P_{carga}	Potência reativa de carga

Conjuntos

Ω_k	Conjunto formado por todas as barras diretamente conectadas a barra k ;
κ	Conjunto formado por todas as barras vizinhas a k , inclusive a própria k .

Matrizes

J	Matriz Jacobiana
J'_I	Matriz Jacobiana FPICM - (FP)
J''_I	Matriz Jacobiana FPICQ - (FP)
Y	Matriz de admitância
G	Parte real da matriz admitância
B	Parte imaginária da matriz admitância

Vetores

$ \mathbf{V} $	Vetor das magnitudes das tensões nodais
$\Delta \mathbf{V} $	Fator de correção das magnitudes das tensões nodais
$\boldsymbol{\theta}$	Vetor dos ângulos das tensões nodais
$\Delta\boldsymbol{\theta}$	Fator de correção dos ângulos das tensões nodais
$\Delta\mathbf{P}$	Vetor das injeções de potência ativa nas barras PQ e PV
$\Delta\mathbf{Q}$	Vetor das injeções de potência reativa nas barras PQ
$\Delta\mathbf{M}$	Vetor das equações dos <i>mismatches</i> de corrente complexa
$\Delta\mathbf{G}$	Vetor da parte real do <i>mismatch</i> de corrente
$\Delta\mathbf{H}$	Vetor da parte imaginária do <i>mismatch</i> de corrente
$\mathbf{G}$	Vetor das equações dos <i>mismatches</i> de potência ativa e reativa
$\Delta\mathbf{E}$	Vetor da parte real das tensões nodais
$\Delta\mathbf{F}$	Vetor da parte imaginária das tensões nodais

Parâmetros e variáveis

λ	Fator de carregamento
δ_k	Ângulo da potência complexa
v	Contador de iterações

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAS	17
1.2	OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO	18
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2	FLUXO DE POTÊNCIA	19
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	19
2.2	ALGORITMO PARA RESOLUÇÃO DOS SUBSISTEMAS 1 E 2 PELO MÉTODO DE NEWTON	23
2.3	INJEÇÃO DE POTÊNCIA VIA COORDENADAS POLARES	26
2.4	INJEÇÃO DE POTÊNCIA VIA COORDENADAS RETANGULARES	28
2.5	INJEÇÃO DE CORRENTE VIA COORDENADAS POLARES	30
2.6	INJEÇÃO DE CORRENTE VIA COORDENADAS RETANGULARES	33
2.7	FLUXO DE POTÊNCIA CONTINUADO	34
3	PROPOSTAS DE TRATAMENTO DAS BARRAS DE GERAÇÃO, RESULTADOS E DISCUSSÕES	37
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	37
3.1.1	Formas de Representação das Barras de Geração (PV)	38
3.1.2	Representação das Barras de Geração (PV) nas Formulações de Injeção de Potência e de Injeção de Corrente Expressas em Coordenadas Retangulares	39
3.1.3	Fluxo de Potência Via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Modificado	44
3.1.4	Fluxo de Potência Via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Híbrido	45
3.2	ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MÉTODOS	45
3.2.1	Desempenho para o Sistema IEEE-14 barras	46
3.2.2	Desempenho para o Sistema IEEE-30 barras	49
3.2.3	Desempenho para o Sistema IEEE-57 barras	52
3.2.4	Desempenho para o Sistema IEEE-118 barras	54

3.3	AVALIAÇÕES DE DESEMPENHO PARA CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO DIFERENTES	56
3.3.1	As Curvas P-V	57
3.3.2	Margem de Carregamento	57
3.3.3	Avaliação de Desempenho para os Sistemas IEEE 14, 30, 57 e 118 barras	58
3.4	ANÁLISE DE DESEMPENHO ENTRE AS FORMULAÇÕES POLARES E RETANGULARES EM SISTEMAS DE GRANDE PORTE	63
3.4.1	Desempenho para o Sistema IEEE-300 barras	64
3.4.2	Desempenho para o Sistema Sul-Sudeste de 638 e 787 barras	66
4	CONCLUSÕES	72
4.2	CONCLUSÕES GERAIS	72
4.3	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	73
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICE A – EQUACIONAMENTOS.....	76
A.1	NOTAÇÃO.....	76
A.2	CÁLCULOS DOS TERMOS DAS SUBMATRIZES DA MATRIZ JACOBIANA....	77
	APÊNDICE B – PUBLICAÇÕES	84

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O acesso e universalização da energia elétrica são fundamentais para o crescimento econômico. Assim são necessários investimentos em geração, transmissão, distribuição, em programas de conservação de energia elétrica e em pesquisa. É imprescindível o desenvolvimento de ferramentas computacionais de análise eficazes, robustas, que prevejam a atuação de dispositivos de controle, que forneçam indicativos sobre a margem de carregamento dos sistemas e que orientem os investimentos dos escassos recursos econômicos (FERREIRA, 2003).

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) – compostos de unidades de geração e consumo, interligadas por meio de extensos sistemas de transmissão e distribuição – estão cada vez maiores, a exemplo do sistema interligado brasileiro, o SIN (Sistema Interligado Nacional). Sistemas como estes demandam um planejamento constante e envolvem uma complexa operação, para garantir um suprimento com níveis adequados de tensão, tanto em condições normais quanto de contingências. Uma ferramenta bastante utilizada para esta análise é o cálculo do fluxo de potência.

O cálculo de fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado (tensões complexas das barras), da distribuição dos fluxos (potências ativas e reativas que fluem pelas linhas de transmissão e transformadores) e de algumas outras grandezas de interesse (MONTICELLI, 2011).

Os métodos de Fluxo de Potência (FP) têm sido amplamente utilizados nos estudos do planejamento e da operação de sistemas elétricos. Através destes estudos são definidas, entre outras, as características nominais e o carregamento dos equipamentos, os requisitos de suporte de reativos para a manutenção do perfil de tensão em condições normais e de emergência (ALVES et al., 2003).

Diversas formulações são empregadas para expressar as equações gerais do problema do FP, sendo o método de Newton-Raphson o mais utilizado nas resoluções. As formulações das equações do fluxo de potência podem ser expressas em coordenadas polares ou retangulares, através de injeção de potência ou corrente, e em alguns casos utilizando uma mistura de ambas, polar e retangular, chamadas de híbridas (STOTT, 1974; SAADAT, 1999; KULWORAWANICHONG, 2010; KAMEL; ABDEL-AKHER; JURADO, 2013).

1.2 OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

O principal objetivo deste trabalho é apresentar novas metodologias alternativas de representação das barras de tensão controlada, barras PV, no método de Newton Raphson, que utiliza as equações de injeção de corrente em coordenadas retangulares para solução do problema de fluxo de potência.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Para uma melhor compreensão da proposta deste trabalho, o mesmo está dividido em quatro capítulos. O Capítulo 1 tem como objetivo situar o leitor acerca do que será tratado nos capítulos seguintes, fazendo assim uma breve introdução.

No Capítulo 2, foi realizada uma revisão bibliográfica com o intuito de apresentar os conceitos sobre o fluxo de potência, bem como das formulações polares e retangulares dos métodos de Newton Raphson, baseadas no balanço de injeção de potência e corrente para a resolução do problema de fluxo de potência.

No Capítulo 3, são apresentadas duas propostas de melhorias para tratamento das barras de geração (PV), com equações baseadas no balanço de injeção de corrente em coordenadas retangulares, objeto de estudo do trabalho. Mas primeiramente são demonstradas duas propostas trazidas por (OLIVEIRA, 2016), métodos de injeção de corrente em coordenadas polares, que posteriormente são utilizados nas comparações.

No Capítulo 4, são apresentadas as conclusões e também sugestões para trabalhos futuros.

2 FLUXO DE POTÊNCIA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O FP tem sido bastante utilizado nos estudos que visam estabelecer bases para o planejamento e operação de sistemas elétricos. Por meio destes estudos são definidas características nominais, o carregamento de equipamentos e também os requisitos de suporte de reativos para a manutenção do perfil de tensão em condições normais e em situações de emergência (ALVES et al., 2003).

Uma ferramenta bastante utilizada para a análise de sistemas elétricos é o cálculo do FP, o qual consiste essencialmente na determinação do estado da rede (tensões complexas das barras), da distribuição dos fluxos (potências ativas e reativas que fluem pelas linhas e transformadores) e de algumas outras grandezas de interesse. A modelagem do sistema, neste caso, é estática, em que a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas não lineares (MONTICELLI, 1983).

A formulação básica do problema do FP é formada por duas equações para cada barra, representando as potências ativas e reativas injetadas em uma barra. Esta formulação utiliza equações de injeção de potência e as tensões nodais expressas em coordenadas polares. Cada barra é associada a quatro variáveis, sendo duas delas fornecidas e duas como incógnitas, como visto em (MONTICELLI, 1983):

$|V_k|$ – magnitude da tensão nodal (barra k);

θ_k – ângulo da tensão nodal;

P_k – injeção líquida (geração menos carga) de potência ativa;

Q_k – injeção líquida de potência reativa.

De acordo com as grandezas dadas e as outras consideradas como incógnitas, pode-se definir três tipos de barras. As barras PQ, são comumente denominadas como barras de carga; barras PV são chamadas de barras de geração e a barra $V\theta$ chamada de barra de referência ou *slack*, esta que tem como função de fornecer referência angular ao sistema e fechar o balanço de potência. Para uma melhor visualização desta classificação, pode-se escrever assim como em (MONTICELLI, 1983):

PQ – são especificados P_k e Q_k , calculados V_k e θ_k ;

PV – são especificados P_k e V_k , calculados Q_k e θ_k ;

SLACK (V θ ou Referência) – são especificados V_k e θ_k , calculados P_k e Q_k .

A injeção de corrente I_k numa barra k é dada por (MONTICELLI, 1983):

$$I_k = \sum_{m \in \kappa} (G_{km} + jB_{km})(|V_m|e^{j\theta_m}) \quad (1)$$

A correspondente injeção líquida de potência complexa ($S_k = S_{ger,k} - S_{carga,k}$) na barra k é dada por:

$$S_k^* = P_k - jQ_k = V_k^* I_k \quad (2)$$

$$S_k^* = |V_k|e^{-j\theta_k} \sum_{m \in \kappa} (G_{km} + jB_{km})(|V_m|e^{j\theta_m}) \quad (3)$$

Nas equações acima, o símbolo $*$ representa o complexo conjugado; $|V_k|$, $|V_m|$, θ_k e θ_m são, respectivamente, magnitudes e ângulos da tensão das barras k e m ; I_k é a k -ésima componente do vetor das injeções de corrente I ; $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ é o elemento pertencente a k -ésima e m -ésima coluna da matriz de admitância nodal, formada pelas matrizes de condutância ($\mathbf{G}$) e susceptância ($\mathbf{B}$); κ é o conjunto formado pela barra k e todas as barras ligadas a ela, e P_k e Q_k são, respectivamente as partes real e imaginária da potência complexa S_k .

Na formulação que aqui será denominada Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Polares Híbrido (FPIPPH), são utilizadas as equações de injeção de potência com as tensões nodais expressas em coordenadas polares. Destaca-se que esta formulação convencional do FP é considerada como uma formulação híbrida, uma vez que nesta utilizam-se as equações de injeção de potência com as tensões nodais expressas em termos de coordenadas polares, enquanto que os elementos da matriz admitância nodal ($\mathbf{Y}$) expressos em termos de coordenadas retangulares: $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$ (EL HAWARY, 1995).

As equações básicas do problema do fluxo de potência são formadas por duas equações para cada barra, uma da potência ativa injetada e outra da potência reativa injetada, sendo estas deduzidas aplicando-se a Primeira Lei de Kirchhoff (MONTICELLI, 1983):

$$P_k(\theta, |V|) = |V_k| \sum_{m \in \kappa} |V_m| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (4)$$

$$Q_k(\theta, |V|) = |V_k| \sum_{m \in \kappa} |V_m| (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (5)$$

Em que:

$P_k(\theta, |V|)$ e $Q_k(\theta, |V|)$ são os vetores de injeção de potência ativa e reativa da k -ésima barra, respectivamente, como funções de θ e $|V|$;

$|V_k|$ e $|V_m|$ são as magnitudes de tensão no ramo $k-m$;

θ_{km} é a defasagem angular entre as tensões das barras no ramo $k-m$; sendo assim, θ_{km} é igual a $\theta_k - \theta_m$;

G_{km} é a condutância do ramo $k-m$;

B_{km} é a susceptância do ramo $k-m$;

κ é o conjunto formado por todas as barras vizinhas a k , incluindo a própria barra k ;

S_k é a injeção de potência complexa na barra k .

Assim, num sistema com n barras têm-se $2n$ equações algébricas não-lineares e, visto que para cada barra tem-se quatro grandezas (P_k , Q_k , $|V_k|$, e θ_k) ter-se-á $4n$ variáveis. Também fazem parte do problema do fluxo de potência um conjunto de inequações de restrições de operação formado entre outras, pelos limites máximos e mínimos de potência reativa gerada pelas barras de geração.

Os processos usados na resolução do problema do fluxo de potência são divididos em duas partes: uma, conhecida como algoritmo básico, que consiste na resolução das equações (4) e (5) por métodos iterativos, e uma outra trata da atuação de dispositivos de controle e da representação dos limites de operação do sistema (MONTICELLI, 1983). A resolução dessas partes pode ser efetuada alternadamente, i.e., intercalando-se os ajustes dos dispositivos de controle com a solução das equações de fluxo de potência, ou simultaneamente, incluindo-se a representação dos dispositivos de controle nas equações do fluxo de potência.

Ao se resolver o problema de fluxo de potência, pelo método de Newton, determinam-se os ângulos de fase e as magnitudes das tensões, i.e., o estado $(\theta_k, |V_k|)$ para todas as barras do sistema que formam a rede elétrica ($k=1, n$), o que viabiliza o cálculo de outras variáveis de interesse, tais como o fluxo de potência nas linhas de transmissão (MONTICELLI, 1983). Assim, considerando-se um sistema formado por n_{PQ} barras PQ, n_{PV} barras PV e uma barra

de referência angular (*slack*), o problema formulado pode ser dividido em dois subsistemas de equações algébricas:

Subsistema 1: formado por $2n_{PQ} + n_{PV}$ equações de balanço de potência ativa

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - |V_k| \sum_{m \in K} |V_m| (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad \text{para as barras PQ e PV,} \quad (6)$$

e n_{PQ} equações de balanço de potência reativa:

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - |V_k| \sum_{m \in K} |V_m| (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad \text{para as barra PQ} \quad (7)$$

nas quais os valores das potências ativas (P_k^{esp}) e reativas (Q_k^{esp}) injetadas são especificadas, possibilitando-se assim, o cálculo dos valores das variáveis de estado da rede (V_k e θ_k , para as barras PQ; e θ_k para as barras PV).

Subsistema 2: formado por $n_{PV} + 2$ equações

Resolvido o Subsistema 1, sendo que já são conhecidos V_k e θ_k para todas as barras, o próximo passo é calcular as potências nodais desconhecidas: $P_k(\theta, |V|)$ e $Q_k(\theta, |V|)$ da barra de referência angular; e $Q_k(\theta, |V|)$ das barras PV. Tem-se desta forma um sistema de $n_{PV} + 2$ equações (MONTICELLI, 1983).

Considere uma função vetorial $\mathbf{G}(\theta, |V|)$ composta pelas equações de balanço de potência ativa e reativa, equações (6) e (7), na sua forma vetorial:

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P}^{esp} - \mathbf{P}(\theta, |V|) \quad (8)$$

$$\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{esp} - \mathbf{Q}(\theta, |V|) \quad (9)$$

sendo que os elementos dos vetores das injeções de potência ativa ($\mathbf{P}(\theta, |V|)$) nas barras PQ e PV, e reativa ($\mathbf{Q}(\theta, |V|)$) nas barras PQ, dados pelas suas respectivas equações (4) e (5), podem ser colocados na seguinte forma:

$$P_k(\theta, |V|) = G_k V_k^2 - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (10)$$

$$Q_k(\theta, |V|) = -B_k V_k^2 - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (11)$$

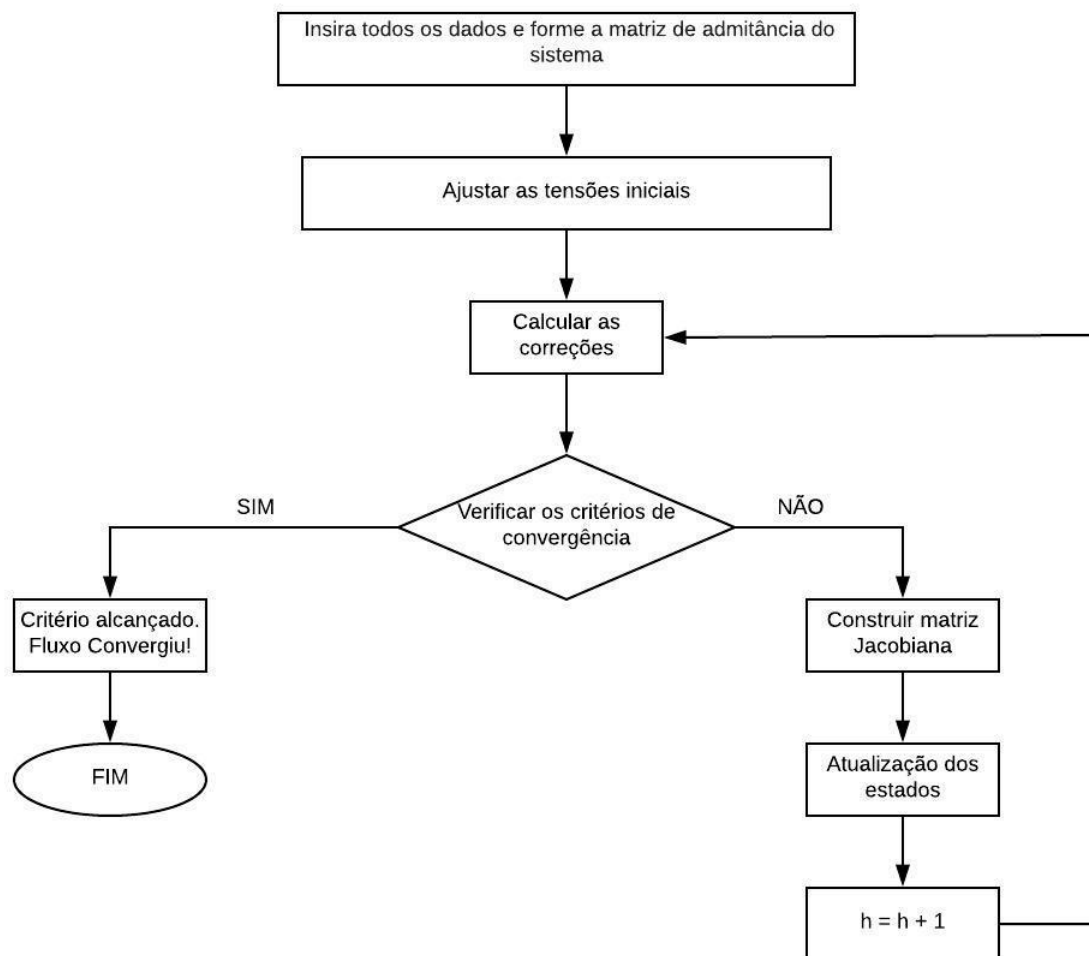
em que, Ω_k é o conjunto de todas as barras diretamente ligadas à barra k ; V_k e V_m são as magnitudes das tensões nos terminais do ramo $k-m$; θ_{km} é a defasagem angular entre as tensões das barras terminais nos ramos $k-m$; G_{km} é a condutância do ramo $k-m$; B_{km} é a susceptância do ramo $k-m$.

2.2 ALGORITMO PARA RESOLUÇÃO DOS SUBSISTEMAS 1 E 2 PELO MÉTODO DE NEWTON

Conforme o diagrama apresentado na Figura 1, uma boa estratégia para a solução do problema de FP usando o método de Newton Raphson pode ser formulada como se segue (POWELL, 2004):

1. Atribuir valor inicial para as tensões, exceto para a barra de referência (*slack*);
2. Calcular os valores de ΔP e ΔQ para todos os barramentos;
3. Verificar se os valores encontrados no item (2) são menores que o critério de convergência especificado;
4. Se o critério de convergência for alcançado o processo termina;
5. Se o critério de convergência não for alcançado, derivam-se todos os elementos da matriz Jacobiana.
6. Voltar ao item (2).

Figura 1 - Fluxograma para o método de Newton Raphson.



Fonte: Adaptado (POWELL, 2004).

A seguir apresenta-se a resolução do sistema 1 considerando a aplicação do método de Newton.

Subsistema 1

- i) Inicializar o contador de iterações $v = 0$ e assumir valores iniciais para as incógnitas, o ângulo de fase ($\theta = \theta^0$) das tensões nodais para as barras PQ e PV, e as magnitudes das tensões nodais ($|V| = |V|^0$) para as barras PQ.
- ii) Calcular $P_k(\theta^v, |V|^v)$ para as barras PQ e PV, e $Q_k(\theta^v, |V|^v)$ para as barras PQ, e determinar os respectivos resíduos (*mismatches*) ΔP_k^v e ΔQ_k^v .

iii) Verificar a convergência: se $\max \{|\Delta P^v|\} \leq \varepsilon_P$ e $\max \{|\Delta Q^v|\} \leq \varepsilon_Q$, o processo iterativo convergiu para a solução $[\theta^v, |V|^v]^T$; ir para o passo (vii). Caso contrário prossiga para o passo (iv).

iv) Calculo da matriz Jacobiana (**J**)

$$\mathbf{J}(\theta^v, |V|^v) = - \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\theta^v, |V|^v) & \mathbf{N}(\theta^v, |V|^v) \\ \mathbf{M}(\theta^v, |V|^v) & \mathbf{L}(\theta^v, |V|^v) \end{bmatrix} \quad (12)$$

em que as componentes das submatrizes da matriz Jacobiana $\mathbf{H} = \partial \mathbf{P}(\theta, |V|) / \partial \theta$, $\mathbf{N} = \partial \mathbf{P}(\theta, |V|) / \partial |V|$, $\mathbf{M} = \partial \mathbf{Q}(\theta, |V|) / \partial \theta$ e $\mathbf{L} = \partial \mathbf{Q}(\theta, |V|) / \partial |V|$ são calculadas por:

Submatriz H

$$H(k, k) = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in \mathbf{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (13)$$

$$H(k, m) = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (14)$$

Submatriz N

$$N(k, k) = V_k G_{kk} + \sum_{m \in \mathbf{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (15)$$

$$N(k, m) = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (16)$$

Submatriz M

$$M(k, k) = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \mathbf{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (17)$$

$$M(k, m) = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (18)$$

Submatriz L

$$L(k, k) = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in \mathbf{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (19)$$

$$L(k, m) = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (20)$$

v) Determinar as correções $\Delta \theta^v$ e $\Delta |V|^v$ pela resolução do sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) \\ \Delta \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) & \mathbf{N}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) \\ \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) & \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta}^v \\ \Delta |\mathbf{V}|^v \end{bmatrix} \quad (21)$$

e determinar a nova solução $(\boldsymbol{\theta}^{v+1}, |\mathbf{V}|^{v+1})$:

$$\boldsymbol{\theta}^{v+1} = \boldsymbol{\theta}^v + \Delta \boldsymbol{\theta}^v \quad (22)$$

$$|\mathbf{V}|^{v+1} = |\mathbf{V}|^v + \Delta |\mathbf{V}|^v \quad (23)$$

vi) Incrementar o contador de iterações ($v = v+1$) e retornar ao passo (ii)

Subistema 2

vii) Calcular $P_k(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v)$ para a barra de referência (*slack*) e $Q_k(\boldsymbol{\theta}^v, |\mathbf{V}|^v)$ para as barras de referência e PV.

2.3 INJEÇÃO DE POTÊNCIA VIA COORDENADAS POLARES

Na formulação que aqui será denominado Fluxo de Potência via Injeção de Potência em Coordenadas Polares (FPIPP), são utilizadas as equações de injeção de potência com as tensões nodais expressas em coordenadas polares, como mostrado em (EL HAWARY, 1995).

Nesta formulação, as equações de injeção de potência ativa e reativa na barra k são dadas da seguinte maneira:

$$P_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = |V_k| \sum_{m \in \mathbf{K}} |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (24)$$

$$Q_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = -|V_k| \sum_{m \in \mathbf{K}} |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (25)$$

em que $P_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ e $Q_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ são, respectivamente, os vetores de injeção de potência ativa e reativa na k -ésima barra, que são calculados como funções de $\boldsymbol{\theta}$ e $|\mathbf{V}|$. Nesta formulação os elementos da matriz admitância nodal são expressos na forma polar: $Y_{km} = |Y_{km}| \angle \phi_{km}$

O resíduo da potência complexa de uma barra k é dado pela seguinte equação:

$$\Delta S_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = S_k^{esp} - S_k^{calc}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = |S_k^{esp}| \angle \varphi_k - S_k^{calc}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \Delta P_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) + j\Delta Q_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) \quad (26)$$

Separando-se as partes real e imaginária da equação (26), têm-se as equações dos respectivos resíduos de potência ativa e reativa:

$$\Delta P_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = (P_{ger,k}^{esp} - P_{carga,k}^{esp}) - |V_k| \sum_{m \in \mathbf{K}} |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (27)$$

$$\Delta Q_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = (Q_{ger,k}^{esp} - Q_{carga,k}^{esp}) + |V_k| \sum_{m \in \mathbf{K}} |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (28)$$

em que: $\boldsymbol{\theta}$ e $|\mathbf{V}|$ representam, respectivamente, os vetores de ângulo e a magnitude do vetor de tensões nodais $\mathbf{V}$; $|V_k|$ e $|V_m|$ representam as respectivas magnitudes das tensões nodais das barras k e m ; $|Y_{km}|$ e ϕ_{km} são, respectivamente, a magnitude e a fase da admitância do elemento k - m da matriz $\mathbf{Y}$.

Num sistema elétrico contendo n_{PV} barras PV (barras de tensão controlada), em que a injeção líquida potência ativa ($P_k^{esp} = P_{ger,k}^{esp} - P_{carga,k}^{esp}$) e a magnitude de tensão $|V_k|$ são especificadas, e n_{PQ} barras PQ (barra de carga), em que as injeções líquidas de potência ativa e reativa ($P_{carga,k}^{esp}$) e ($Q_{carga,k}^{esp}$) são especificadas, haverá $n_{PV} + 2n_{PQ}$ equações, sendo que $n_{PV} + n_{PQ}$ resíduos de potência ativa e n_{PQ} de potência reativa. Desta forma a linearização das equações (27) e (28), de acordo com o método de Newton provê:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) \\ \Delta \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} \quad (29)$$

em que $\Delta |\mathbf{V}|$ e $\boldsymbol{\theta}$ são, respectivamente, os vetores das correções das magnitudes e dos ângulos das tensões nodais. Os elementos das submatrizes que compõem a matriz Jacobiana ($\mathbf{J}$): $\mathbf{H} = \partial \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial \boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{N} = \partial \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial |\mathbf{V}|$, $\mathbf{M} = \partial \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial \boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{L} = \partial \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial |\mathbf{V}|$ são calculadas por:

Submatriz $\mathbf{H}$

$$H(k, k) = -Q_k - B_{kk} |V_k|^2 \quad (30)$$

$$H(k, m) = |V_k V_m Y_{km}| \sin(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (31)$$

Submatriz N

$$N(k,k) = \frac{(P_k + G_{kk}|V_k|^2)}{|V_k|} \quad (32)$$

$$N(k,m) = |V_k Y_{km}| \cos(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (33)$$

Submatriz M

$$M(k,k) = P_k - G_{kk}|V_k|^2 \quad (34)$$

$$M(k,m) = -|V_k V_m Y_{km}| \cos(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (35)$$

Submatriz L

$$L(k,k) = \frac{(Q_k - B_{kk}|V_k|^2)}{|V_k|} \quad (36)$$

$$L(k,m) = -|V_k Y_{km}| \sin(\phi_{km} - \theta_{km}) \quad (37)$$

Escolhidos os valores iniciais para θ e $|V|$, calculam-se então os resíduos através das equações (27) e (28). Caso o resíduo seja menor que a tolerância adotada, considera-se que a solução foi encontrada. Caso contrário, calcula-se a correção do estado através da equação (29) e atualiza-se o estado:

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta\theta^v \quad (38)$$

e

$$|V|^{v+1} = |V|^v + \Delta|V|^v \quad (39)$$

2.4 INJEÇÃO DE POTÊNCIA VIA COORDENADAS RETANGULARES

Nessa formulação do problema de fluxo de potência, as equações são baseadas no balanço de injeção de potência, sendo expressa por meio de coordenadas retangulares apenas (POWELL, 2004), e que aqui será denominada Fluxo de Potência via Injeção de Potência em

Coordenadas Retangulares (FPIPR). No desenvolvimento do algoritmo para resolução do fluxo de potência, as equações dos resíduos de potência são dadas pelas expressões:

$$\Delta P_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = P_k^{esp} - P_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = 0 \quad (40)$$

$$\Delta Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = Q_k^{esp} - Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = 0 \quad (41)$$

sendo que as equações de injeção de potência ativa $P_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ e reativa $Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ podem ser calculadas por:

$$P_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = \sum_{m \in K} [E_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) + F_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)] \quad (42)$$

$$Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = \sum_{m \in K} [F_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) - E_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)] \quad (43)$$

A linearização das equações (40) e (41), de acordo com o método de Newton, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (44)$$

em que: $\mathbf{J}_1$, $\mathbf{J}_2$, $\mathbf{J}_3$ e $\mathbf{J}_4$ são as submatrizes da matriz Jacobiana; $\Delta \mathbf{E}$ e $\Delta \mathbf{F}$ são as partes real e imaginária, respectivamente, do vetor de correção da tensão nodal ($\Delta \mathbf{V} = \Delta \mathbf{E} + j\Delta \mathbf{F}$). Os elementos das submatrizes da Jacobiana $\mathbf{J}_1 = \partial \Delta \mathbf{P}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{E}$, $\mathbf{J}_2 = \partial \Delta \mathbf{P}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{F}$, $\mathbf{J}_3 = \partial \Delta \mathbf{Q}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{E}$ e $\mathbf{J}_4 = \partial \Delta \mathbf{Q}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{F}$ são calculados pelas seguintes equações:

Submatriz $\mathbf{J}_1$

$$J_1(k, k) = -2G_{kk}E_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}E_m - B_{km}F_m) \quad (45)$$

$$J_1(k, m) = -G_{km}E_k - B_{km}F_k \quad (46)$$

Submatriz $\mathbf{J}_2$

$$J_2(k, k) = -2G_{kk}F_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}F_m + B_{km}E_m) \quad (47)$$

$$J_2(k, m) = B_{km}E_k + G_{km}F_k \quad (48)$$

Submatriz J_3

$$J_3(k,k) = 2B_{kk}E_k + \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}F_m + B_{km}E_m) \quad (49)$$

$$J_3(k,m) = -G_{km}F_k + B_{km}E_k \quad (50)$$

Submatriz J_4

$$J_4(k,k) = 2B_{kk}F_k - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}E_m - B_{km}F_m) \quad (51)$$

$$J_4(k,m) = B_{km}F_k + G_{km}E_k \quad (52)$$

em que Ω_k é o conjunto formado por todas as barras ligadas a barra k . A correção do estado $\Delta \mathbf{E}$ e $\Delta \mathbf{F}$ é obtida da solução da equação (44).

2.5 INJEÇÃO DE CORRENTE VIA COORDENADAS POLARES

Em (KULWORAWANICHONG, 2010), apresenta-se uma formulação de fluxo de potência baseado no balanço de injeção de corrente expressas em coordenadas polares denominado por método de Newton Raphson simplificado. Nessa versão, as tensões nodais dos elementos da matriz admitância nodal ($\mathbf{Y}$) e das injeções de potência complexa especificada ($\mathbf{S}^{sp}$) são todos expressos em termos de coordenadas polares: $V_k = |V_k| \angle \theta_k$, $V_m = |V_m| \angle \theta_m$, $Y_{km} = |Y_{km}| \angle \phi_{km}$ e $S_k^{sp} = |S_k^{sp}| \angle \delta_k$. Essa versão do Fluxo de Potência via Injeção de Corrente é denominada em (OLIVEIRA, 2016) como FPIC. Uma versão similar em coordenadas retangulares via injeção de corrente será apresentada nos tópicos que se seguirão, que no caso, é o objeto principal deste trabalho.

Nessa formulação, considerando-se a k -ésima barra, a corrente é dada por:

$$(I_{ger,k} - I_{carga,k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} Y_{km} V_m = 0 \quad (53)$$

em que, $I_{ger,k}$ e $I_{carga,k}$ denota as respectivas correntes gerada e consumida na barra k . A equação do resíduo de corrente na barra k é definida como sendo $\Delta F_k = \Delta G_k + j\Delta H_k$.

$$\Delta F_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \left(\frac{S_{ger,k} - S_{carga,k}}{V_k} \right)^* - \sum_{m \in \kappa} Y_{km} V_m = 0 \quad (54)$$

cujas partes real ($\Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$) e imaginária ($\Delta H_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$) são dadas por:

$$\Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k} \right| \cos(-\delta_k + \theta_k) - \sum_{m \in \kappa} |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m) = 0 \quad (55)$$

$$\Delta H_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k} \right| \sin(-\delta_k + \theta_k) - \sum_{m \in \kappa} |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} + \theta_m) = 0 \quad (56)$$

sendo δ_k o ângulo da potência complexa S_k^{esp} , ϕ_{km} é o ângulo do elemento k - m (Y_{km}) da matriz de admitância nodal.

Para encontrar um conjunto de soluções da tensão nodal, as equações (55) e (56) devem ser expandidas em série de Taylor, como se segue:

$$\Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq s}}^n \frac{\partial G_k}{\partial \theta_m} \Delta \theta_m + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq s}}^n \frac{\partial G_k}{\partial |V_m|} \Delta |V_m| \quad (57)$$

$$\Delta H_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq s}}^n \frac{\partial H_k}{\partial \theta_m} \Delta \theta_m + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq s}}^n \frac{\partial H_k}{\partial |V_m|} \Delta |V_m| \quad (58)$$

em que s é a barra *slack*, com $(n - 1)$ incógnitas de variáveis complexas e $(n - 1)$ equações complexas.

Nesse caso, a linearização das equações (55) e (56), de acordo com o método de Newton está representada na forma matricial, de acordo com a equação (59):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{G} \\ \Delta \mathbf{H} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \mathbf{G}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \Delta \mathbf{G}}{\partial |\mathbf{V}|} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \Delta \mathbf{H}}{\partial |\mathbf{V}|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} \quad (59)$$

sendo os elementos das submatrizes das submatrizes Jacobiana $\mathbf{J}_1 = \partial \Delta \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial \boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{J}_2 = \partial \Delta \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial |\mathbf{V}|$, $\mathbf{J}_3 = \partial \Delta \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial \boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{J}_4 = \partial \Delta \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|) / \partial |\mathbf{V}|$ dados por:

Submatriz J₁

$$J_1(k, k) = |Y_{kk} V_k| \text{sen}(\phi_{kk} + \theta_k) - \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k} \right| \text{sen}(-\delta_k + \theta_k) \quad (60)$$

$$J_1(k, m) = |Y_{km} V_m| \text{sen}(\phi_{km} + \theta_m) \quad (61)$$

Submatriz J₂

$$J_2(k, k) = -|Y_{kk}| \cos(\phi_{kk} + \theta_k) - \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k^2} \right| \cos(-\delta_k + \theta_k) \quad (62)$$

$$J_2(k, m) = -|Y_{km}| \cos(\phi_{km} + \theta_m) \quad (63)$$

Submatriz J₃

$$J_3(k, k) = -|Y_{kk} V_k| \cos(\phi_{kk} + \theta_k) + \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k} \right| \cos(-\delta_k + \theta_k) \quad (64)$$

$$J_3(k, m) = -|Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m) \quad (65)$$

Submatriz J₄

$$J_4(k, k) = -|Y_{kk}| \text{sen}(\phi_{kk} + \theta_k) - \left| \frac{S_k^{esp}}{V_k^2} \right| \text{sen}(-\delta_k + \theta_k) \quad (66)$$

$$J_4(k, m) = -|Y_{km}| \text{sen}(\phi_{km} + \theta_m) \quad (67)$$

No método de Newton Raphson, a equação (59) é resolvida de forma iterativa para $\Delta\delta$ e $\Delta|V|$. Se um valor especificado para as partes real e imaginária dos resíduos de corrente ΔG e ΔH for menor que o erro especificado, uma solução é obtida com sucesso. Caso contrário, a solução atual na iteração v deve ser atualizada para a próxima iteração $v + 1$ da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ |\mathbf{V}| \end{bmatrix}^{v+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ |\mathbf{V}| \end{bmatrix}^v + \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta|\mathbf{V}| \end{bmatrix}^v \quad (68)$$

A cada iteração, as partes real e imaginária do vetor de resíduos de corrente, sendo ΔG e ΔH , respectivamente, são atualizadas, utilizando a equação (68), para avaliar os *mismatches* de

corrente. No método de Newton Raphson polar, o vetor de potência ativa e reativa são recalculados de forma iterativa, sendo calculados a partir das equações (24) e (25).

2.6 INJEÇÃO DE CORRENTE VIA COORDENADAS RETANGULARES

Nessa formulação alternativa, utilizam-se as equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares apenas, para determinar a solução do problema do fluxo de potência (VARIZ; DA COSTA, 2002). Nesse caso os resíduos ($\Delta G_k(\mathbf{0}, |\mathbf{V}|)$) e ($\Delta H_k(\mathbf{0}, |\mathbf{V}|)$) agora são calculados em função da corrente e não mais da potência, desta maneira assume-se que: $\Delta M_k = \Delta G_k + j\Delta H_k$.

$$\Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = \frac{(P_k^{esp} E_k + Q_k^{esp} F_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m \in \mathbf{K}} (G_{km} E_m - B_{km} F_m) = 0 \quad (69)$$

$$\Delta H_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = \frac{(P_k^{esp} F_k - Q_k^{esp} E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m \in \mathbf{K}} (G_{km} F_m + B_{km} E_m) = 0 \quad (70)$$

Assim, a linearização das equações (69) e (70), de acordo com o método de Newton, colocando na forma matricial fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{G} \\ \Delta \mathbf{H} \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (71)$$

As correspondentes submatrizes $\mathbf{J}_1 = \partial \Delta \mathbf{G}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{E}$, $\mathbf{J}_2 = \partial \Delta \mathbf{G}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{F}$, $\mathbf{J}_3 = \partial \Delta \mathbf{H}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{E}$ e $\mathbf{J}_4 = \partial \Delta \mathbf{H}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) / \partial \mathbf{F}$ da matriz Jacobiana, para o caso em que somente as barras PQ estão presentes são dadas por:

Submatriz $\mathbf{J}_1$

$$J_1(k, k) = -G_{kk} + \frac{(P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp} E_k + Q_k^{esp} F_k))}{|V_k|^4} \quad (72)$$

$$J_1(k, m) = -G_{km} \quad (73)$$

Submatriz J₂

$$J_2(k,k) = B_{kk} + \frac{(Q_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp}E_k + Q_k^{esp}F_k))}{|V_k|^4} \quad (74)$$

$$J_2(k,m) = B_{km} \quad (75)$$

Submatriz J₃

$$J_3(k,k) = -B_{kk} + \frac{(-Q_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp}F_k - Q_k^{esp}E_k))}{|V_k|^4} \quad (76)$$

$$J_3(k,m) = -B_{km} \quad (77)$$

Submatriz J₄

$$J_4(k,k) = -G_{kk} + \frac{(P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp}F_k - Q_k^{esp}E_k))}{|V_k|^4} \quad (78)$$

$$J_4(k,m) = -G_{km} \quad (79)$$

2.7 FLUXO DE POTÊNCIA CONTINUADO

O Fluxo de Potência Continuado (FPC) é utilizado para o traçado da trajetória de soluções (curva P-V) de um conjunto de equações de fluxo de potência, as quais foram reformuladas para incluir o fator de carregamento (λ) (AJJARAPU; CHRISTY, 1992). O traçado da curva P-V, é realizado para se determinar o Ponto Máximo de Carregamento (PMC) e a margem de carregamento do sistema elétrico de potência. Conforme se pode ver na Figura 2, a margem de carregamento é definida como sendo a diferença entre o carregamento do ponto de operação do caso base (CB), também denominado de ponto de operação de pré-contingência, e o PMC. O Western System Coordinating Council (WSCC) requer que seus membros garantam pelo menos 5% de margem de potência ativa em qualquer situação de contingência simples (WSCC, 1998). Com essa finalidade, obtêm-se as soluções das equações de fluxo de potência para sucessivos incrementos de carga, variando-se o fator de carregamento a partir de uma solução conhecida, denominada como caso base ($\lambda=1,0$ p.u.), até que o processo divirja, o que ocorre devido à matriz Jacobiana tornar-se singular no PMC. Nesse momento, retornasse ao ponto de operação convergido anterior, reduz-se o incremento

de λ , e prossegue-se com o traçado. Apesar desse procedimento não possibilitar a obtenção exata do PMC, um valor muito próximo a ele é alcançado.

O conjunto de equações de fluxo de potência, em sua forma mais geral, pode ser representado da seguinte forma (CANOSSA, 2007):

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) = 0 \quad (80)$$

em que, $\mathbf{V}$ é o vetor das magnitudes de tensão nodais, $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor de ângulos, λ é o fator de carregamento e $\mathbf{G}$ é um vetor formado pelas equações que compõem os balanços de potência ativa e reativa. Assim, as equações (8) e (9) são reescritas como:

$$\mathbf{P}^{\text{esp}} - \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = 0 \quad (81)$$

$$\mathbf{Q}^{\text{esp}} - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = 0 \quad (82)$$

em que, $\mathbf{P}^{\text{esp}} = \lambda(\mathbf{P}_{\text{ger}} - \mathbf{P}_{\text{carga}})$ é a diferença entre as potências ativas geradas e consumidas para as barras de carga (PQ) e de geração (PV) e $\mathbf{Q}^{\text{esp}} = \mathbf{Q}_{\text{ger}} - \lambda(\mathbf{Q}_{\text{carga}})$ é a diferença entre as potências reativas geradas e consumidas para as barras de carga.

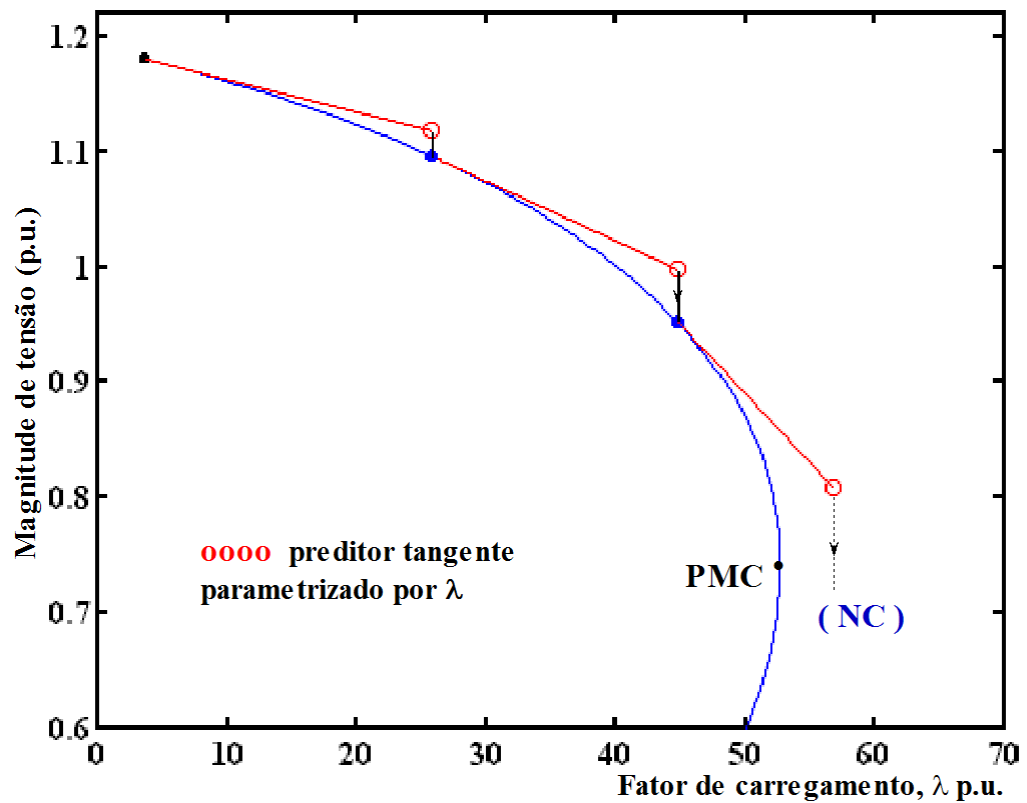
O aumento de carga de uma determinada área é feito com fator de potência constante e proporcional ao carregamento do caso base ($\lambda = 1$), com modelo de carga de potência constante (WSCC, 1998). A principal diferença entre os métodos da continuação está na maneira de se tratar esta nova variável e em como contornar a singularidade da matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ no PMC. Para se conseguir traçar a curva P-V a adição de equações parametrizadas tem sido um procedimento padrão (SEYDEL, 1994).

Entre os diversos métodos de FPC descritos na literatura, o mais utilizado consiste em quatro elementos básicos (AJJAPARU; CHRISTY, 1992).

- Procedimentos de parametrização, responsável por prover um meio para identificar cada solução ao longo da trajetória de solução e evitar a singularidade da matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ no PMC;
- Passo preditor, usado para estimar a solução subsequente correspondente ao novo valor de λ ;

- Controle de passo, para manter a solução estimada dentro da região de convergência do corretor;
- Passo corretor, utilizado para corrigir a solução estimada.

Figura 2 - Ilustração do Fluxo de Potência Continuado.



NC – Não Converge

Fonte: Elaboração do próprio autor.

3 PROPOSTAS DE TRATAMENTO DAS BARRAS DE GERAÇÃO, RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A representação das barras de geração com tensão controlada (barras do tipo PV) nas formulações do método de Newton-Raphson de injeção de corrente têm sido o enfoque de diversos estudos recentes (KULWORAWANICHPONG, 2010; KAMEL et al., 2013; ABHYANKAR et al., 2014). O motivo desses estudos, se deve ao fato dos métodos de injeção de corrente mostrarem-se adequados para a solução de sistemas de grande porte com barras de carga, mas apresentarem uma redução na característica de convergência quando da existência de barras PV. Em (DA COSTA, 1999), foi apresentada uma formulação Newton-Raphson de injeção de corrente em coordenadas retangulares em que a matriz Jacobiana é idêntica à de admitância nodal, excetuando os blocos diagonais. Mais recentemente em (KULWORAWANICHPONG, 2010), conforme apresentado no Capítulo 2, foi apresentado uma formulação de fluxo de potência baseado no balanço de injeção de corrente expressa em coordenadas polares, denominado por método de *Newton-Raphson* simplificado. No método, a potência reativa gerada é levada em conta por meio de ajuste alternado, i.e., o ajuste é efetuado alternadamente com as iterações do processo de resolução das equações do fluxo de potência (MONTICELLI, 1983).

Nas formulações propostas em Kamel et al. (2013) e por Abhyankar et al. (2014), as representações das barras PV baseiam-se no balanço de injeção de potência, enquanto que as das barras de carga (tipo PQ) baseiam-se no balanço de injeção de corrente. De acordo com os resultados, observou-se que o método híbrido de injeção de potência e de corrente reduzia o número de equações necessárias aos métodos de injeção de corrente e melhorava o desempenho de convergência quando da presença de barras PV. Esta representação também já havia sido recomendada por Stott (STOTT, 1974).

Em Oliveira (OLIVEIRA, 2016), foram apresentadas duas formas de tratamento das barras PV. Em uma delas a potência reativa gerada é considerada como função do estado ($Q_{ger,k}(\theta, |V|)$), afetando com isso, os cálculos dos elementos da matriz Jacobiana. Na outra, a injeção de potência reativa é tratada como uma nova variável ($Q_{ger,k}$), sendo a sua respectiva equação de balanço de potência reativa considerada no problema de fluxo de potência.

Neste capítulo apresentam-se duas propostas alternativas de representação das barras PV para o método Newton-Raphson de injeção de corrente expresso em coordenadas retangulares. Na primeira proposta, a potência reativa gerada é considerada como função do estado ($Q_{ger,k}(\mathbf{E}, \mathbf{F})$), correspondendo à versão retangular daquela apresentada em (OLIVEIRA, 2016). Já a segunda versão é obtida a partir da eliminação da equação (82) para o caso das barras PV, o que é alcançado pela manipulação das equações (81) e (82) anteriormente apresentadas.

Realiza-se uma análise comparativa de desempenho destas duas formulações propostas com as formulações polar proposta em (KULWORAWANICHPONG, 2010) e sua correspondente formulação retangular aqui desenvolvida, com a formulação polar proposta em (OLIVEIRA, 2016), bem como com as formulações clássicas baseadas no balanço de injeção de potência, escritas em coordenadas retangulares e polares (MONTICELLI, 1983; STOTT, 1974; EL-HAWARY, 1995).

3.1.1 Formas de Representação das Barras de Geração (PV)

Monticelli (1983) descreve três maneiras de representar os controles: a classificação por tipo de barra, o ajuste alternado e o ajuste simultâneo. O controle da magnitude de tensão das barras de geração pode ser levado em conta na própria formulação básica do problema do fluxo de potência através da definição destas como barras PV. No ajuste alternado, as variáveis de controle são mantidas fixas durante a solução iterativa do Subsistema 1, sendo elas reajustadas entre as iterações, de forma a aproximar a magnitude de tensão (variável de controle) do seu respectivo valor especificado. No ajuste simultâneo incorporam-se equações e variáveis adicionais ao Subsistema 1 ou substitui-se equações e variáveis dependentes desses subsistemas por novas equações e/ou variáveis.

Uma vez que a magnitude de tensão $|V_k|$ de uma barra k de geração é especificada e, portanto, mantida constante, a sua respectiva equação de balanço de injeção de potência reativa ($\Delta Q_k(\theta, |V|)$), equações (7) e (28), não é considerada na solução do Subsistema 1. Por outro lado, embora o número de equações do Subsistema 1 para o método baseado no balanço de injeção de potência, equações (27) e (28), seja o mesmo que o método baseado no balanço de injeção de corrente, equações (55) e (56), a injeção de potência reativa gerada ($Q_{ger,k}(\theta, |V|)$) aparece implicitamente em ($\Delta G_k(\theta, |V|)$), por meio de $|S_{calc,k}|$ e δ_k . Na formulação FPIC proposta em (KULWORAWANICHPONG, 2010), a injeção de potência reativa, presente em ($\Delta G_k(\theta, |V|)$), não é tratada como uma função de estado, mas é levada em conta por meio de

ajuste alternado, i.e., o ajuste é efetuado alternadamente com as iterações do processo de resolução e mantido inalterado quando da obtenção dos elementos das submatrizes $\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$ da matriz Jacobiana, sendo recalculado entre uma iteração e outra, i.e., por ser considerada constante, ela desaparece das submatrizes quando do cálculo das derivadas parciais de $\Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ em relação ao ângulo da magnitude da tensão nodal (θ) e em relação a magnitude da tensão ($|\mathbf{V}|$). Durante o cálculo de uma iteração $Q_{ger,k}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ é mantida inalterada e, entre uma iteração e outra, é recalculada de acordo com a equação (25).

3.1.2 Representação das Barras de Geração (PV) nas Formulações de Injeção de Potência e de Injeção de Corrente Expressas em Coordenadas Retangulares

Os resíduos de potência ativa e reativa são conhecidos para as barras de carga (PQ). Por outro lado, os resíduos de potência reativa não são conhecidos para as barras de tensão controlada (PV). Desta forma, visto ser a magnitude de tensão da barra k $|V_k|$ a grandeza especificada na formulação polar de injeção de potência, a equação de balanço de potência reativa é omitida do conjunto de equações (8) e (9), enquanto que na formulação polar de injeção de corrente, a equação correspondente à parte imaginária do resíduo de corrente ($\Delta H_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$) é omitida do conjunto de equações (55) e (56). Entretanto, nas respectivas formulações retangulares as variáveis de estado são E_k e F_k , exigindo com isso equações adicionais para representar as restrições de tensão, visto que para essas barras a magnitude da tensão $|V_k|$ não é uma variável explícita (DA COSTA; ROSA, 2008) e a potência reativa gerada ($Q_{ger,k}$) é desconhecida. Assim, nas formulações retangulares, para cada barra tipo PV, deve se impor uma equação de restrição da seguinte forma:

$$\Delta V_k^2 = (V_k^{\text{esp}})^2 - (V_k^{\text{calc}})^2 = (V_k^{\text{esp}})^2 - (E_k^2 + F_k^2) \quad (83)$$

Com isso, na formulação polar de injeção de potência a equação (44), para o caso da presença de barra de geração do tipo PV, torna-se a equação (84):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ (\Delta \mathbf{V}_{\text{esppv}})^2 \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \\ \mathbf{J}_5 & \mathbf{J}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (84)$$

sendo os elementos das novas submatrizes $\mathbf{J}_5 = \partial(\Delta \mathbf{V}_{\text{esp,pv}}(\mathbf{E}, \mathbf{F})) / \partial \mathbf{E}$ e $\mathbf{J}_6 = \partial(\Delta \mathbf{V}_{\text{esp,pv}}(\mathbf{E}, \mathbf{F})) / \partial \mathbf{F}$ da matriz Jacobiana dados por:

$$\begin{aligned} J_5(k,k) &= -2E_k \\ J_6(k,k) &= -2F_k \end{aligned} \quad (85)$$

enquanto que na formulação polar de injeção de corrente, a equação (71), para o caso da presença de barra de geração do tipo PV é representada por (86):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{G} \\ \Delta \mathbf{H} \\ (\Delta \mathbf{V}_{\text{esp,pv}})^2 \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \\ \mathbf{J}_5 & \mathbf{J}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (86)$$

sendo os elementos das novas submatrizes $\mathbf{J}_5 = \partial(\Delta \mathbf{V}_{\text{esp,pv}}(\mathbf{E}, \mathbf{F})) / \partial \mathbf{E}$ e $\mathbf{J}_6 = \partial(\Delta \mathbf{V}_{\text{esp,pv}}(\mathbf{E}, \mathbf{F})) / \partial \mathbf{F}$ da matriz Jacobiana também são calculados por (85).

Contudo, diferentemente das formulações baseadas no balanço de injeção de potência, para as formulações baseadas no balanço de injeção de corrente, conforme já comentado, $Q_{\text{ger},k}$ aparece implicitamente em $\Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ por meio de $|S_k^{\text{esp}}|$ e δ_k , no caso da formulação polar equação (55), e em $\Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ por meio de $Q_k^{\text{esp}} = Q_{\text{ger},k} - Q_{\text{carga},k}^{\text{esp}}$, no caso da formulação retangular equação (69). No entanto, da equação de $\Delta Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ em (41), pode-se considerar que $Q_k^{\text{esp}} = Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ e assim, obtém-se a seguinte relação:

$$Q_{\text{ger},k}(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = Q_{\text{carga},k}^{\text{esp}} + Q_k(\mathbf{E}, \mathbf{F}) \quad (87)$$

Em (OLIVEIRA, 2016), é apresentada uma proposta de tratamento das barras PV, que foi denominado como Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Modificado I (FPICM), na qual se considera que a potência reativa gerada $Q_{\text{ger},k}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ como função do estado e assim sendo, os termos oriundos das derivadas parciais da função $Q_{\text{ger},k}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ são levadas em conta nos cálculos dos elementos $\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$ da submatriz Jacobiana. Portanto, no caso das barras de geração, os respectivos elementos passam a ser calculados por:

Submatriz $\mathbf{J}'_1$

$$\begin{aligned}
J'_1(k, m) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial \theta_m} = |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} + \theta_m) - |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) \sin(\theta_k) \\
J'_1(k, k) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial \theta_k} = |Y_{kk} V_k| \sin(\phi_{kk} + \theta_k) - \frac{|S_{esp,k}|}{|V_k|} [\sin(-\phi_k + \theta_k)] + \\
&\quad \left[\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) \right] \sin(\theta_k)
\end{aligned} \tag{88}$$

Submatriz $\mathbf{J}'_2$

$$\begin{aligned}
J'_2(k, m) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial |V_m|} = |Y_{km}| \cos(\phi_{km} + \theta_m) + |Y_{km}| \sin(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) \sin(\theta_k) \\
J'_2(k, k) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial |V_k|} = |Y_{kk}| \cos(\phi_{kk} + \theta_k) + \frac{|S_{esp,k}|}{|V_k|^2} \cos(-\phi_k + \theta_k) - \\
&\quad \left[\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) - |Y_{kk} V_k| \sin(\theta_{kk}) \right] \sin(\theta_k)
\end{aligned} \tag{89}$$

Com o intuito de se evitar o cálculo do somatório contida na equação (88) pode se expressá-lo em termos da potência ativa na barra k , da seguinte maneira:

$$\sum_{m=1}^n |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) = \frac{(P_{ger,k} - P_{carga,k})}{|V_k|} - |Y_{kk} V_k| \cos(\phi_{kk}) \tag{90}$$

Assim, os respectivos elementos da Submatriz $\mathbf{J}'_1$ passam a ser calculados por:

Submatriz $\mathbf{J}'_1$

$$\begin{aligned}
J'_1(k, m) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial \theta_m} = |Y_{km} V_m| \sin(\phi_{km} + \theta_m) - |Y_{km} V_m| \cos(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) \sin(\theta_k) \\
J'_1(k, k) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial \theta_k} = |Y_{kk} V_k| \sin(\phi_{kk} + \theta_k) - \frac{|S_{esp,k}|}{|V_k|} [\sin(-\phi_k + \theta_k)] + \\
&\quad \left[\frac{(P_{ger,k} - P_{carga,k})}{|V_k|} - |Y_{kk} V_k| \cos(\phi_{kk}) \right] \sin(\theta_k)
\end{aligned} \tag{91}$$

Através de um procedimento similar pode se eliminar o somatório contido na Eq. (89) colocando-o em termos da potência reativa da barra k :

$$\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n |Y_{km} V_m| \text{sen}(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) = \frac{(Q_{ger,k} - Q_{carga,k})}{|V_k|} - |Y_{kk} V_k| \text{sen}(\phi_{kk}) \quad (92)$$

Observe que isso é mais vantajoso, pois se aproveita o valor da potência reativa que já foi calculada anteriormente (MONTICELLI, 1983). Desta forma, após a substituição no segundo membro da equação (92) na equação (89), os correspondentes termos da Submatriz $\mathbf{J}'_2$ podem ser reescritos da seguinte maneira:

Submatriz $\mathbf{J}'_2$

$$\begin{aligned} J'_2(k,m) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial |V_m|} = |Y_{km}| \cos(\phi_{km} + \theta_m) + |Y_{km}| \text{sen}(\phi_{km} + \theta_m - \theta_k) \text{sen}(\theta_k) \\ J'_2(k,k) &= \frac{\partial \Delta G_k(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)}{\partial |V_k|} = |Y_{kk}| \cos(\phi_{kk} + \theta_k) + \frac{|S_{esp,k}|}{|V_k|^2} \cos(-\phi_k + \theta_k) - \\ &\quad \left[\frac{(Q_{ger,k} - Q_{carga,k})}{|V_k|} - |Y_{kk} V_k| \text{sen}(\phi_{kk}) \right] \text{sen}(\theta_k) \end{aligned} \quad (93)$$

Note que os elementos das submatrizes $\mathbf{J}_3$ e $\mathbf{J}_4$ não sofrem alterações, visto que as suas derivadas só são realizadas para as barras de carga (barras PQ). Logo, a nova forma de representar a matriz Jacobiana, utilizada na atualização dos estados (magnitude e ângulo de tensão), é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{G} \\ \Delta \mathbf{H} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}'_1 & \mathbf{J}'_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} = - \mathbf{J}'_1 \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta |\mathbf{V}| \end{bmatrix} \quad (94)$$

Uma segunda proposta apresentada em (OLIVEIRA, 2016), denominada Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Modificado II (FPICQ), utiliza o ajuste simultâneo, i.e., a adição de equações ao problema de fluxo de potência (MONTICELLI, 1983). Nessa proposta, a injeção de potência reativa $Q_{ger,k}(\boldsymbol{\theta}, |\mathbf{V}|)$ é tratada como uma nova variável ($Q_{ger,k}$). Com a adição dessa nova variável, para cada barra k de geração (PV), acrescenta-se uma nova

equação, sendo esta, a parte imaginária da equação de resíduo de corrente complexa ($\Delta H_k(\theta, |V|)$). Sendo assim, a linearização das equações (55) e (56) de acordo com o método de Newton fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta H \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 & \mathbf{J}_2'' \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 & \mathbf{J}_4'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \\ \Delta Q_G \end{bmatrix} = - \mathbf{J}_1'' \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \\ \Delta Q_G \end{bmatrix} \quad (95)$$

Observe que nas submatrizes $\mathbf{J}_2$ e $\mathbf{J}_4$ não aparecem os elementos correspondentes às respectivas derivadas relacionadas às magnitudes de tensões das barras de tensão controlada (PV), visto serem estas especificadas para este tipo de barra. Nessa formulação, os respectivos elementos das submatrizes $\mathbf{J}_2''$ e $\mathbf{J}_4''$, são nulos, exceto aqueles correspondentes à barra de tensão controlada (barra k) em questão, cujos valores estão representados pelas equações (96) e (97):

Submatriz $\mathbf{J}_2''$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta G_k(\theta, |V|)}{\partial Q_{ger,m}} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta G_k(\theta, |V|)}{\partial Q_{ger,k}} &= - \frac{\text{sen}(\theta_k)}{|V_k|} \end{aligned} \quad (96)$$

Submatriz $\mathbf{J}_4''$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta H_k(\theta, |V|)}{\partial Q_{ger,m}} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta H_k(\theta, |V|)}{\partial Q_{ger,k}} &= \frac{\cos(\theta_k)}{|V_k|} \end{aligned} \quad (97)$$

Nessa formulação, a matriz $\mathbf{J}_1''$ tem dimensão $(2nPV + 2nPQ) \cdot (2nPV + 2nPQ)$ ou $(nb - 2) \cdot (nb - 2)$, sendo nb o número de barras do sistema elétrico.

3.1.3 Fluxo de Potência Via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Modificado

Uma das alternativas propostas por este trabalho, denominada Fluxo de Potência Via injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Modificado (FPICRM), consiste em calcular os elementos da submatriz Jacobiana $\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$, considerando $Q_{ger,k}(E, F)$, ou seja, como função do estado. Com isso, nos casos das barras de geração (PV), as correspondentes equações usadas para o cálculo dos elementos de $\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$ passam a ser calculados pelas seguintes expressões:

Submatriz $\mathbf{J}_1$

$$\frac{\partial \Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})}{\partial E_k} = J_1(k, k) = G_{kk} - \frac{(P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp}E_k + Q_k^{esp}F_k))}{(V_k^4)} + \frac{F_k \left(2B_{kk}E_k + \sum_{m \in K} (G_{km}F_m + B_{km}E_m) \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} \quad (98)$$

$$\frac{\partial \Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})}{\partial E_m} = J_1(k, m) = G_{km} - \frac{F_k(G_{km}F_k - B_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} \quad (99)$$

Submatriz $\mathbf{J}_2$

$$\frac{\partial \Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})}{\partial F_k} = J_2(k, k) = -B_{kk} - \frac{(Q_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp}E_k + Q_k^{esp}F_k))}{(V_k^4)} - \frac{F_k \left(2B_{kk}F_k + \sum_{m \in K} (G_{km}E_m - B_{km}F_m) \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} \quad (100)$$

$$\frac{\partial \Delta G_k(\mathbf{E}, \mathbf{F})}{\partial F_m} = J_2(k, m) = -B_{km} + \frac{F_k(B_{km}F_k + G_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} \quad (101)$$

Quando comparados com os correspondentes elementos apresentados nas equações de (72) a (74), constata-se que os elementos que compõem as submatrizes $\mathbf{J}_1$ e $\mathbf{J}_2$ tem um

acréscimo de uma parcela. Observa-se que os elementos da $\mathbf{J}_3$ e $\mathbf{J}_4$ não sofrem modificações, visto que as correspondentes derivadas somente são calculadas para as barras de carga (PQ).

3.1.4 Fluxo de Potência Via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Híbrido

Outra proposta considerada e avaliada neste trabalho, que será denominada Fluxo de Potência Via Injeção de Corrente em Coordenadas Retangulares Híbrido (FPICRH), pode ser obtida através de uma simples manipulação das equações (69) e (70). Somando-se a equação (69) multiplicada por E_k com a equação (70) multiplicada por F_k , obtem-se assim a seguinte equação:

$$P_k^{esp} - \sum_{m \in K} [E_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) + F_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)] = 0 \quad (102)$$

A qual corresponde à equação de balanço de potência ativa do método FPIPR, que se refere às equações (40) e (41), e que será utilizada para o cálculo de E_k . Assim, nessa versão, no caso de barras PV, serão usadas as equações (83) e (102). Pode-se observar que, essa formulação corresponde exatamente à versão apresentada em (ABHYANKAR et al., 2014), e por eles considerada como sendo uma versão híbrida de injeção de corrente e de potência. Utilizando um procedimento análogo aplicado ao sistema de equações da versão proposta por (KULWORAWANICHPONG, 2010), equações (55) e (56), pode-se obter a correspondente equação de balanço de potência ativa do método, porém em coordenadas polares, e que é empregada no cálculo do novo ângulo de fase θ . Observa-se que essa alternativa FPICRH, aqui apresentada, justifica o bom desempenho constatado nas versões híbridas apresentadas em (ABHYANKAR; et al., 2014) e (KAMEL et al., 2013). Assim, em (KAMEL et al., 2013) tem-se um modelo híbrido de injeção de corrente e de potência no qual a equação de balanço de potência ativa é usada para o cálculo de $\Delta\theta_k$ e não de ΔE_k como no caso do FPIPR, e no do FPICRH aqui apresentado.

3.2 ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MÉTODOS

Afim de comparar os desempenhos dos métodos aqui descritos, foi adotado para todos eles um critério comum de convergência baseado no valor máximo absoluto do vetor dos

mismatches de potência $R = [\Delta P^T \Delta Q^T]^T$ ($\|R\|_\infty = \max\{|R_i|\}$), calculados através das equações (8) e (9). Para os casos analisados, a tolerância adotada foi de 10^{-5} p.u. O tratamento dos limites de potência reativa (Q) nas barras PV segue o procedimento descrito em (MONTICELLI, 1983). Em cada iteração a geração de reativo de cada barra PV é comparada com seus respectivos limites. No caso de violação, a barra PV é alterada para tipo PQ. Estas barras podem voltar a ser PV nas iterações futuras.

Os métodos descritos foram implementados através da plataforma MATLAB, sendo que os gráficos também foram confeccionados com este *software*. Foram utilizados para a avaliação de desempenho os sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras. As avaliações de desempenho entre os diferentes cálculos de fluxo e suas diferentes formulações, são realizadas utilizando diferentes relações resistência/reatância (R/X) dos ramos, como é apresentado por (MONTICELLI et al., 1990), em que variaram-se os parâmetros R e X em todos os ramos com os multiplicadores apresentados nas primeiras colunas das tabelas.

Os métodos já descritos e que estão inseridos na tabela são:

- Fluxo de Potência via Injeção de Potência Polar (FPIPP);
- Fluxo de Potência via Injeção Potência Retangular (FPIPR);
- Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Retangular Híbrido (FPICRH);
- Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Retangular (FPICR);
- Fluxo de Potência via Injeção de Corrente Retangular Modificado (FPICRM).

3.2.1 Desempenho para o Sistema IEEE-14 barras

Na Tabela 1, comparam-se os cinco métodos citados anteriormente, para a resolução do FP para o sistema teste do IEEE-14 barras. Fazendo-se uma análise dos dados contidos na tabela é possível verificar um ligeiro aumento no número de iteração à medida que se aumenta a relação R/X, com exceção do método FPICR que apresenta um aumento no caso base ($1,0 \times R / 1,0 \times X$), mas depois tem uma diminuição se comparado com o valor encontrado na primeira relação R/X. Observa-se também que para as propostas de representação das barras de geração apresentadas neste trabalho (FPICRH e FPICRM) indicam uma melhora através de um número menor de iterações. Todos os métodos divergem para multiplicadores de R igual ou superior a cinco (sendo que o NC significa não convergência para um máximo de 20 iterações).

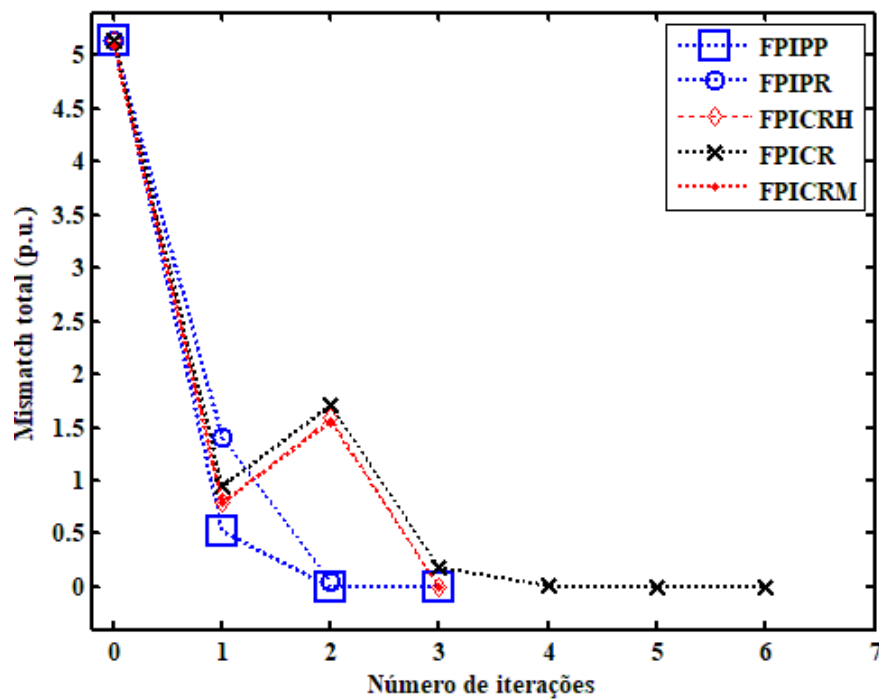
Tabela 1 - IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
$1,0 \times R / 0,25 \times X$	3	2	2	4	2
$1,0 \times R / 0,5 \times X$	4	3	2	4	2
$1,0 \times R / 1,0 \times X$	3	2	3	6	3
$2,0 \times R / 1,0 \times X$	4	4	2	2	2
$3,0 \times R / 1,0 \times X$	5	3	3	3	3
$4,0 \times R / 1,0 \times X$	6	5	3	3	3
$5,0 \times R / 1,0 \times X$	NC	NC	NC	NC	NC

NC – Não Converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do autor.

Na Figura 3, apresentam-se para os cinco métodos as trajetórias de convergência, através dos seus respectivos *mismatches* totais para uma relação (R/X) de $1,0 \times R / 1,0 \times X$. O resíduo total de potência foi utilizado como critério de convergência para as formulações estudadas.

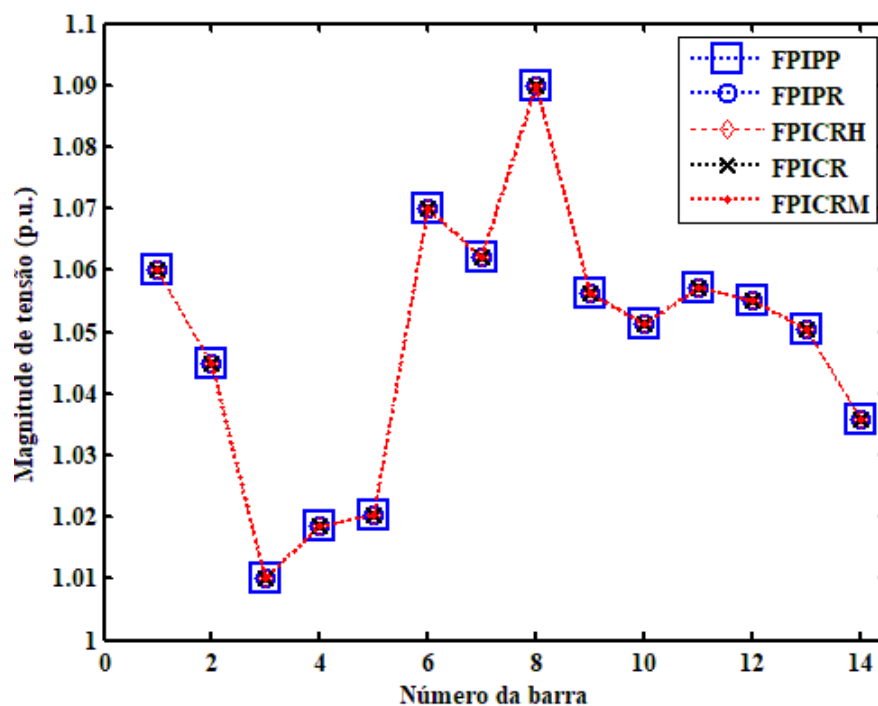
Figura 3 - IEEE 14: *Mismatch* total em p.u. para a relação $1,0 \times R / 1,0 \times X$.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se observar ainda sobre a Figura 3, que fica bastante claro que os três métodos relacionados à injeção de corrente em formulação retangular apresentam um ligeiro aumento no valor do *mismatch* na iteração dois, que logo após segue novamente diminuindo até se chegar à solução. Pode ser verificado que para os cinco métodos há uma grande redução nos valores dos respectivos resíduos totais, que ocorre já nas primeiras iterações, fato este já esperado para o método de Newton. Também pode ser observado que os métodos para o caso base convergem para números semelhantes de iterações, com exceção do FPICR, que necessita de seis iterações, o que mostra certa eficácia no tratamento das barras PV dos métodos de injeção de corrente via formulação retangular, que tanto FPICRH e o FPICRM convergem em três iterações.

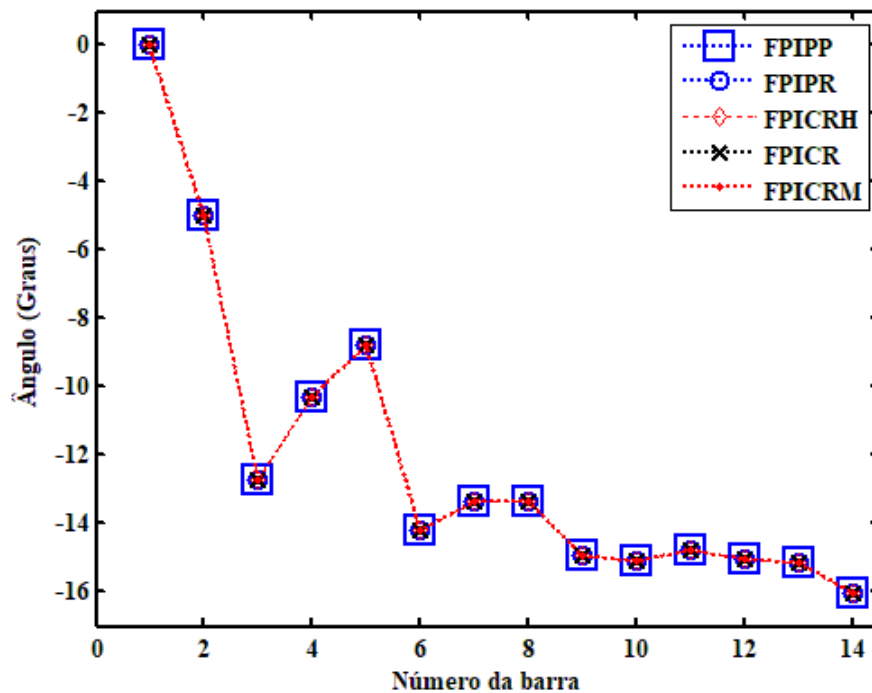
Nas Figuras 4 e 5 são apresentados para o caso base (1,0×R/1,0×X) do sistema IEEE-14, os respectivos estados convergidos para os cinco métodos, assim, pode-se constatar que ao final do processo iterativo, todos os métodos convergem para uma mesma solução.

Figura 4 – Estado do sistema IEEE 14: Perfil de tensão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 5 – Estado do sistema IEEE 14: Perfil de ângulo de fase.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.2.2 Desempenho para o Sistema IEEE-30 barras

Na Tabela 2, comparam-se os cinco métodos citados anteriormente, para a resolução do FP para o sistema teste do IEEE-30 barras. Comparando os cinco métodos com as respectivas relações, observa-se que todos têm resultados bastante semelhantes, com exceção do método FPICR, que necessita de sete iterações para convergir. Também é possível observar que os métodos não convergem para multiplicador de R igual ou superior a quatro.

Tabela 2 - IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
1,0×R/0,25×X	4	3	2	4	2
1,0×R/0,5×X	4	3	3	6	3
1,0×R/1,0×X	4	3	3	7	3
2,0×R/1,0×X	5	4	3	3	3
3,0×R/1,0×X	5	4	3	3	3
4,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC

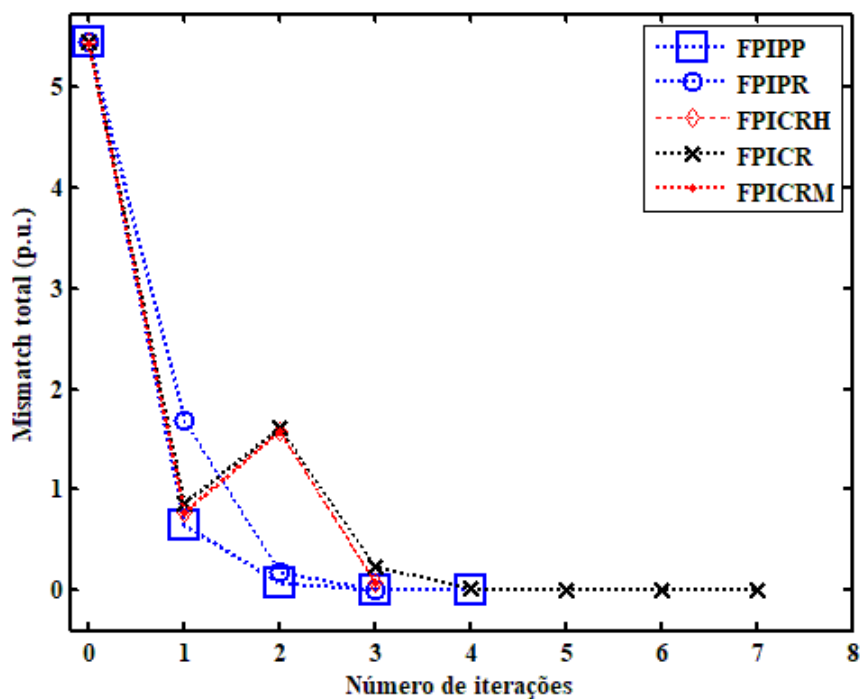
Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Na Figura 6, mostra-se a convergência dos *mismatches* totais para os cinco métodos para uma dada condição inicial. Observa-se que o método FPICR converge com sete iterações, enquanto o método FPIPP converge com quatro e o restante com três iterações. Observa-se também, que para os cinco métodos há uma grande redução nos valores dos respectivos resíduos totais, que ocorre já nas primeiras iterações.

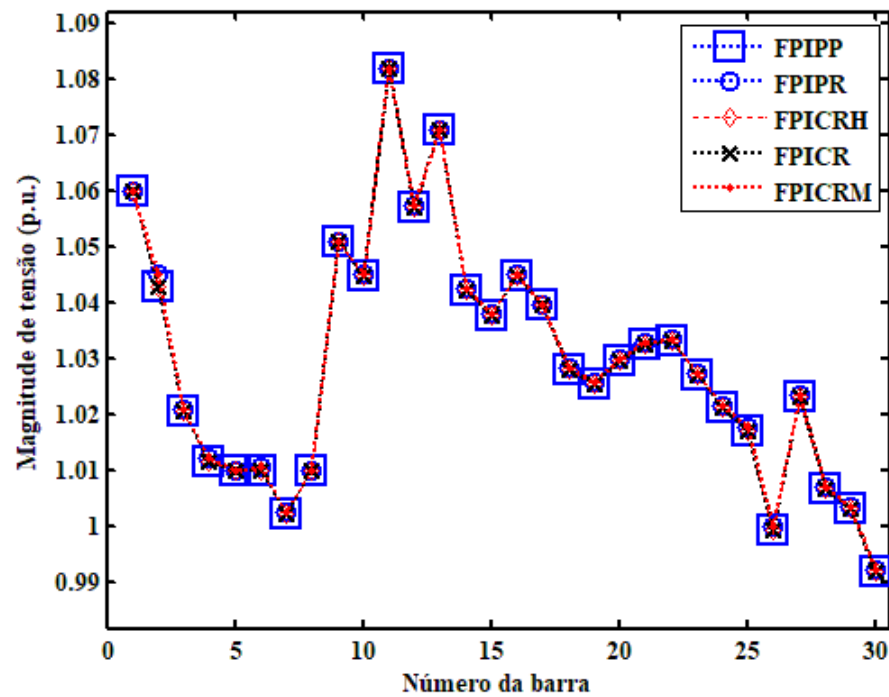
Nas Figuras 7 e 8 são apresentados para o caso base ($1,0 \times R / 1,0 \times X$), os respectivos estados finais dos cinco métodos, evidenciando-se novamente que ao final do processo iterativo, todos os métodos convergem para uma mesma solução.

Figura 6 - IEEE 30: *Mismatch* total em p.u. para a relação $1,0 \times R / 1,0 \times X$.



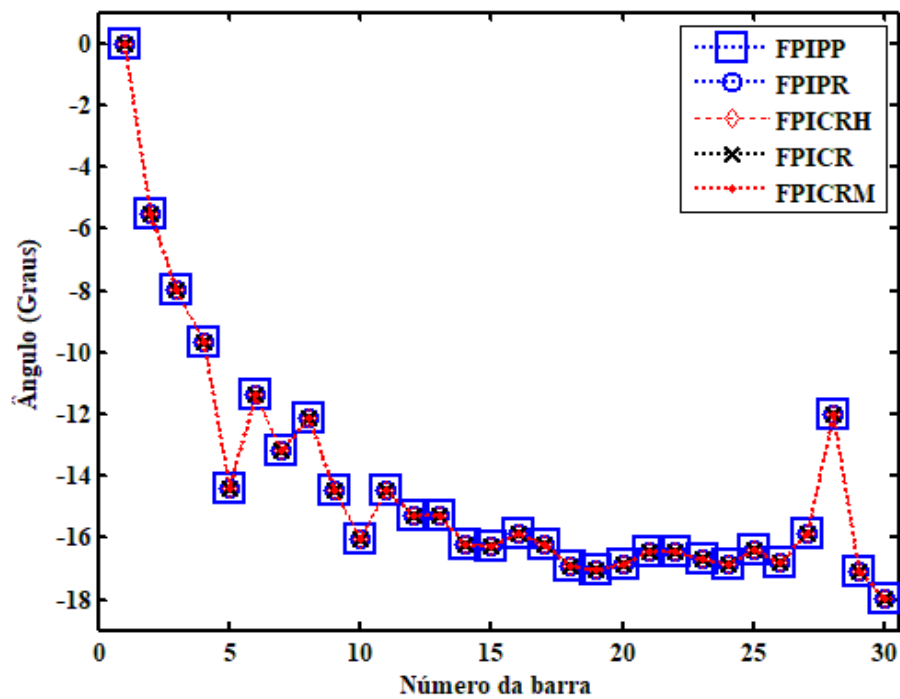
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 7 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de tensão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 8 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de ângulo de fase.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.2.3 Desempenho para o Sistema IEEE-57 barras

Na Tabela 3, comparam-se os cinco métodos já citados, para a resolução do FP para o sistema teste do IEEE-57 barras. Comparando os cinco métodos com as respectivas relações, dando ênfase ao caso base (relação $R/X=1,0$ p.u.) observa-se que os métodos e as novas formas de se tratar as barras de geração conduzem a um melhor desempenho do ponto de vista do número de iterações, sendo que tanto o FPICRH quanto o FPICRM convergem em duas iterações, enquanto os outros métodos necessitam de três ou quatro iterações. Também é possível observar que os métodos não convergem para multiplicador de R igual ou superior a três.

Neste sistema fica mais acentuada a melhoria do desempenho com as novas formas de tratamento das barras PV, na formulação retangular, objeto de estudo do trabalho.

Tabela 3 - IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X , com $\lambda=1,0$ p.u.

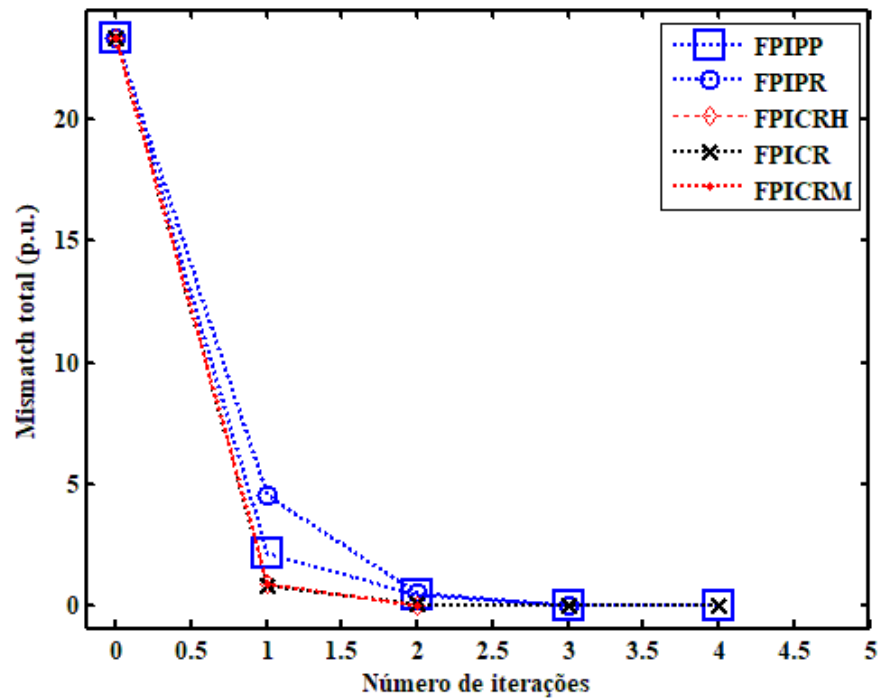
Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
$1,0 \times R/0,25 \times X$	4	3	2	3	2
$1,0 \times R/0,5 \times X$	4	3	2	4	2
$1,0 \times R/1,0 \times X$	4	3	2	4	2
$2,0 \times R/1,0 \times X$	4	3	3	5	3
$3,0 \times R/1,0 \times X$	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Na Figura 9, mostram-se as convergências dos respectivos *mismatches* totais de cada um dos cinco métodos para a mesma condição inicial e relação ($R/X = 1,0$ p.u.), denominado caso base.

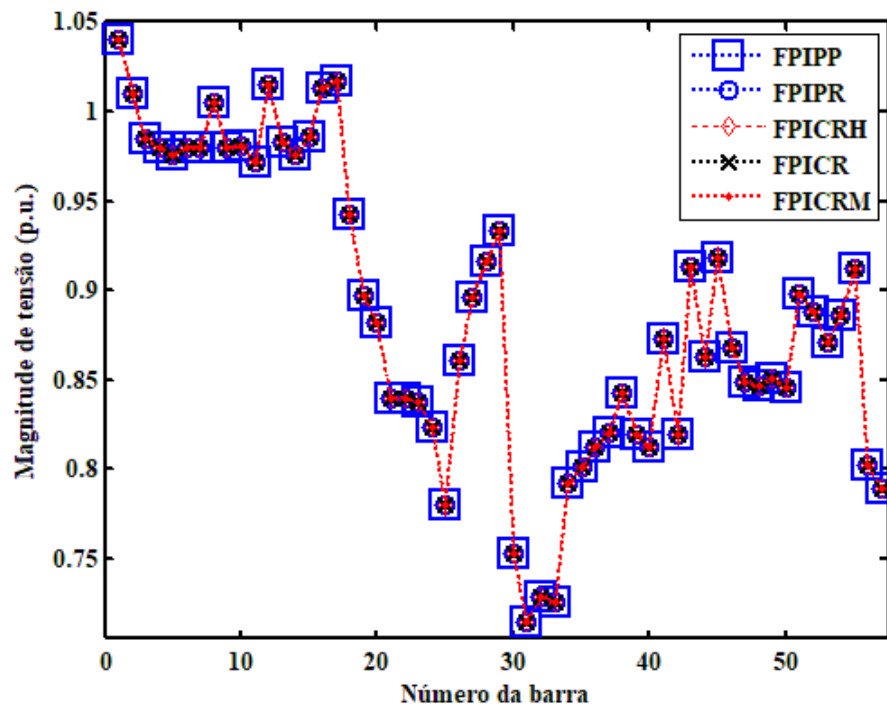
Figura 9 - IEEE 57: *Mismatch* total em p.u. para a relação $1,0 \times R / 1,0 \times X$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

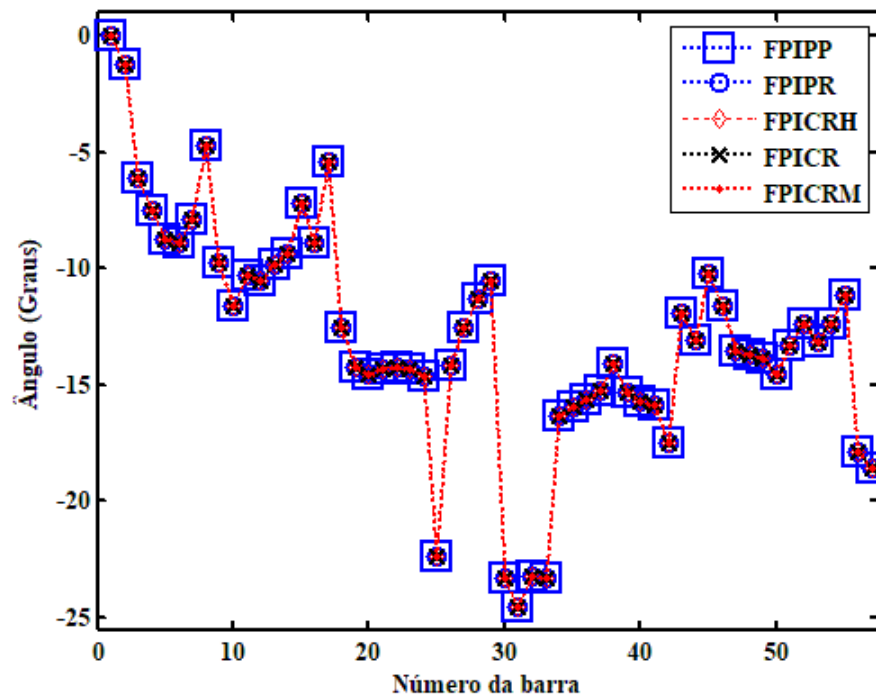
Nas Figuras 10 e 11, que se seguem, é possível verificar que ao final das iterações, os métodos convergem para a mesma solução.

Figura 10 - Estado do sistema IEEE 30: Perfil de magnitude de tensão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 11 - Estado do sistema IEEE 57: Perfil de ângulo de fase.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.2.4 Desempenho para o Sistema IEEE-118 barras

Apresenta-se na Tabela 4, um comparativo entre os desempenhos dos cinco métodos avaliados, para o sistema IEEE-118 barras. Nota-se que há um aumento no número de iterações, à medida que os multiplicadores aumentam. Para o caso base (relação $R/X = 1,0/1,0$), é possível observar que todos os métodos convergem para cinco iterações, com exceção do método FPICR que necessitou de oito iterações, dada a presença de um maior número de barras de geração (PV). Os métodos passam a não convergir para multiplicadores de R igual ou maior que quatro.

Mesmo com um número maior de barras PV neste sistema, é possível verificar que os métodos propostos (FPICRH e FPICRM) continuam a demonstrar maior eficiência. A convergência dos respectivos *mismatch* total é apresentado na Figura 12.

Tabela 4 - IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

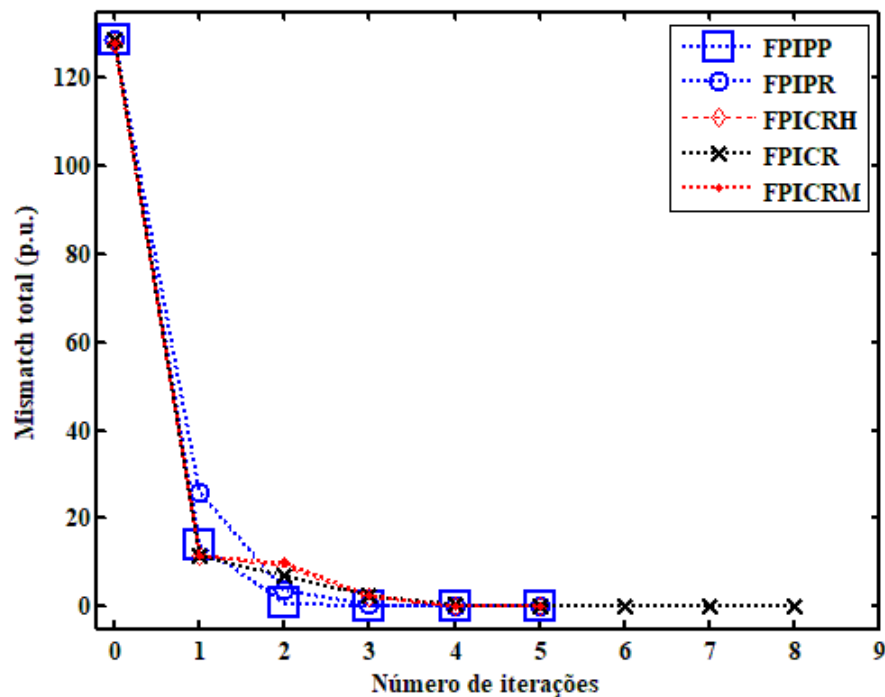
Relação R/X	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
1,0×R/0,25×X	6	5	5	7	5
1,0×R/0,5×X	4	4	5	7	5
1,0×R/1,0×X	5	5	5	8	5
2,0×R/1,0×X	5	5	5	12	5
3,0×R/1,0×X	5	6	6	17	6
4,0×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

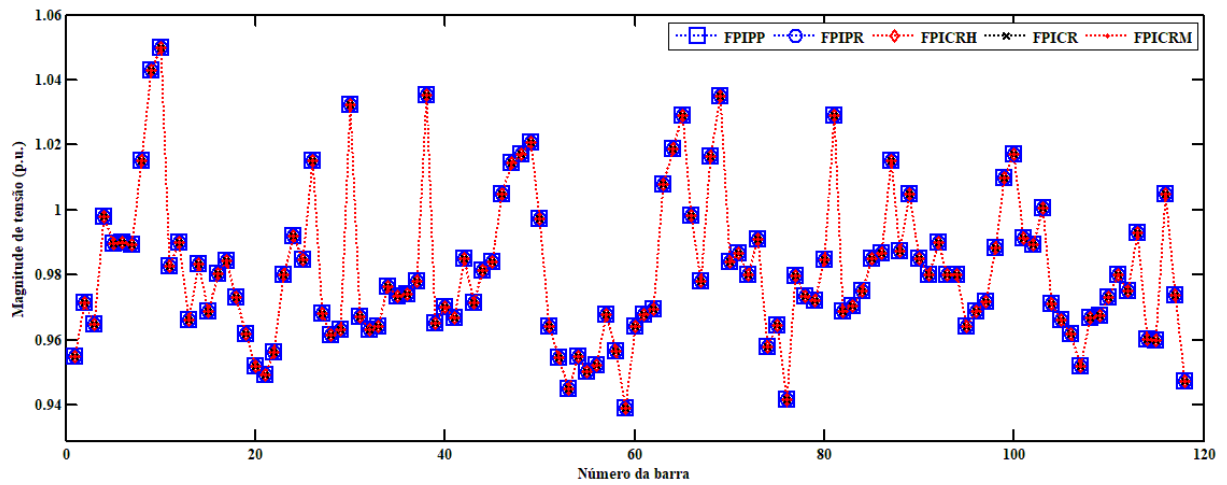
Para o mesmo caso base, as Figuras 13 e 14 mostram respectivamente os perfis convergidos de magnitude e ângulo da tensão nodal dos cinco métodos analisados. Pode-se constatar que ao final das iterações os métodos convergem exatamente para a mesma solução.

Figura 12 - IEEE 118: *Mismatch* total em p.u. para a relação 1,0×R/1,0×X.



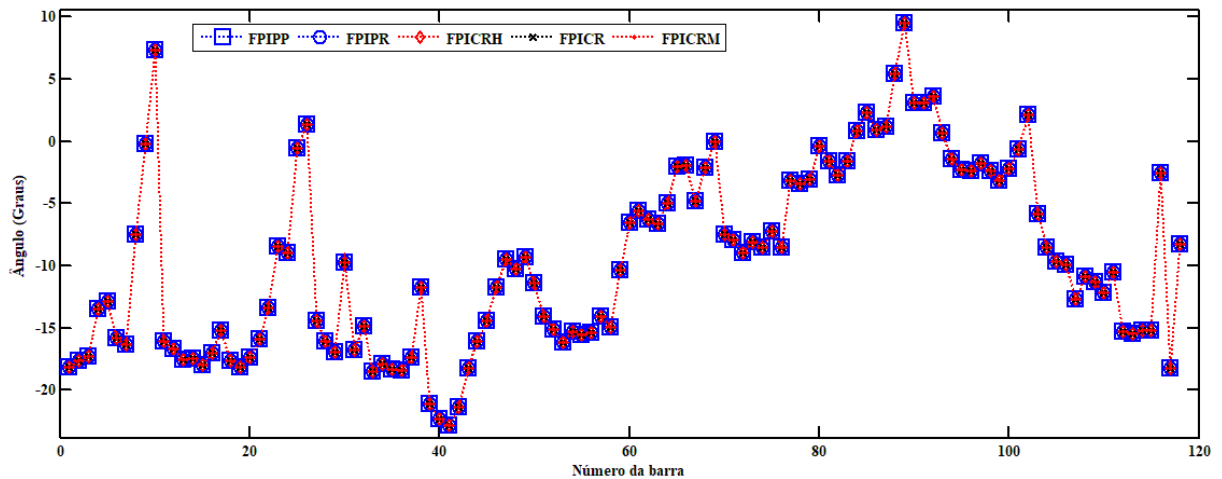
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 13 - Estado do sistema IEEE-118: Perfil de magnitude de tensão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 14 - Estado do sistema IEEE-118: Perfil de ângulo de fase.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

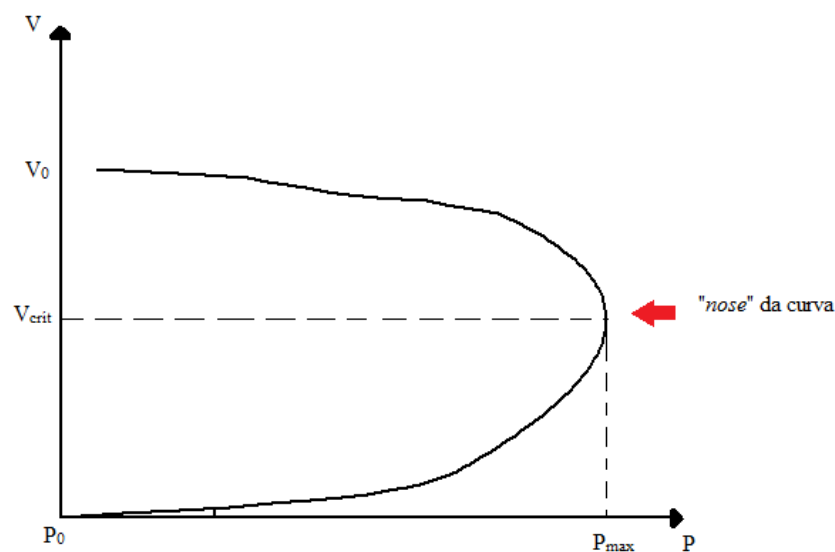
3.3 AVALIAÇÕES DE DESEMPENHO PARA CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO DIFERENTES

Antes de mostrar os desempenhos dos métodos através dos sistemas testes do IEEE, para 14, 30, 57 e 118 barras, é importante discutir alguns conceitos: as curvas P-V e também sobre a margem de carregamento, correspondente ao ponto máximo de carregamento (PMC).

3.3.1 As Curvas P-V

As curvas de máxima transferência de potência – como também são chamadas as curvas P-V – podem ser definidas como sendo a relação entre a magnitude da tensão e a potência ativa em um determinado barramento, isto para uma determinada condição de fator de potência e tensão no mesmo barramento. As curvas P-V são obtidas após sucessivas soluções de FP a partir de uma condição inicial, conhecido como caso base ($\lambda=1$ p.u.), considerando gradativos incrementos de carga em uma determinada barra, em todo o sistema ou apenas em uma região. São realizados incrementos de carga e também novos cálculos de fluxo de potência, para determinar os pontos de operação que produzirão a curva P-V, e esse acréscimo de carga pode ou não ser realizado com o fator de potência constante. Depois de traçada a curva P-V, o ponto de máximo carregamento (PMC) é identificado conforme indicado na Figura 15 (OLIVEIRA, 2016).

Figura 15 – Curva P-V.



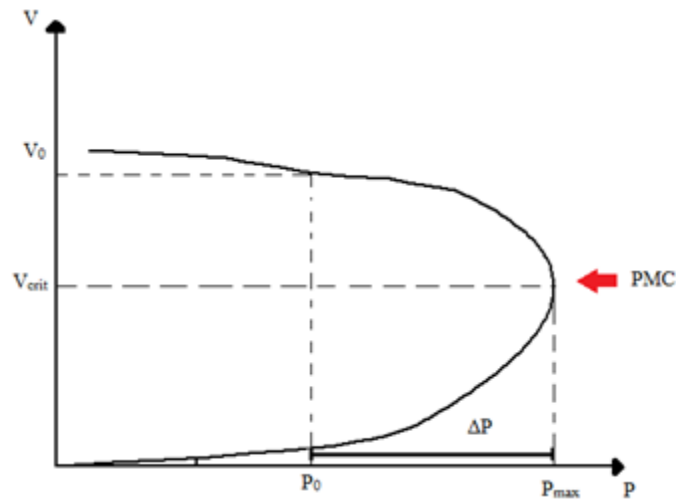
Fonte: (OLIVEIRA, 2016).

3.3.2 Margem de Carregamento

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) é operado, de forma que sejam monitoradas grandezas como o fluxo de potência ativa e reativa, com o objetivo de garantir que estas grandezas permaneçam nos limites toleráveis, seja em uma configuração normal ou de contingência (saída de uma linha de transmissão, variação repentina do carregamento do

sistema). É comum determinar a margem de carregamento como sendo a diferença entre o valor de um parâmetro correspondente a um evento e o seu atual valor (OLIVEIRA, 2016).

Figura 16 - Margem de Carregamento.



Fonte: (OLIVEIRA, 2016).

A obtenção do PMC do sistema é um dos principais objetivos do estudo da estabilidade de tensão em regime permanente visto que a partir dele não só se calcula as margens de estabilidade, mas também se realiza a análise modal de forma a se obter informações para a determinação de medidas efetivas para o reforço do sistema. Entretanto, os métodos de FP convencionais apresentam problemas de convergência para a obtenção do PMC em virtude das dificuldades numéricas relacionadas à singularidade da matriz Jacobiana no ponto PMC. Assim, apesar dos métodos de FP convencionais possibilitarem o cálculo de pontos de operação muito próximos ao PMC, o seu uso para a obtenção das curvas P-V ficará restrito à sua parte superior. Dessa forma, é importante avaliar o desempenho dos métodos de forma a se observar as suas características de convergência para diferentes condições de carregamento, particularmente nas proximidades do PMC.

3.3.3 Avaliação de Desempenho para os Sistemas IEEE 14, 30, 57 e 118 barras

Aqui são apresentadas as avaliações de desempenhos para condições de carregamento diferentes. As escolhas dos valores de carregamento – que constam nas primeiras colunas da Tabelas de 5 a 8 – foram realizadas a partir do conhecimento do valor máximo de carregamento ($\lambda_{m\acute{a}x}$) dos sistemas apresentados. O fator de carregamento (λ) é utilizado para

simular incrementos de carga ativa e reativa, considerando fator de potência constante. Cada incremento de carga vem acompanhado de um aumento na geração equivalente (AJJARAPU, 2010). As respectivas curvas P-V das barras críticas foram previamente obtidas utilizando o método de fluxo de potência continuado (BONINI NETO; ALVES, 2008). Estes métodos possibilitam a obtenção de toda a curva P-V, incluindo o próprio ponto de máximo carregamento, o que já não ocorre com os métodos de fluxo de potência em geral, devido à singularidade da matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência nesse ponto.

As Tabelas de 5 a 8 trazem para cada um dos métodos avaliados, as condições de carregamento (os valores atribuídos a λ) e o número de iterações necessárias para obter-se a solução partindo da condição de *flat-start*. Através das soluções obtidas, os valores de λ e os correspondentes valores da magnitude de tensão da barra crítica foram plotados nas respectivas curvas P-V, como se pode observar nas Figuras de 17 a 20.

Tabela 5 - IEEE-14: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}} = 1,782$ p.u.).

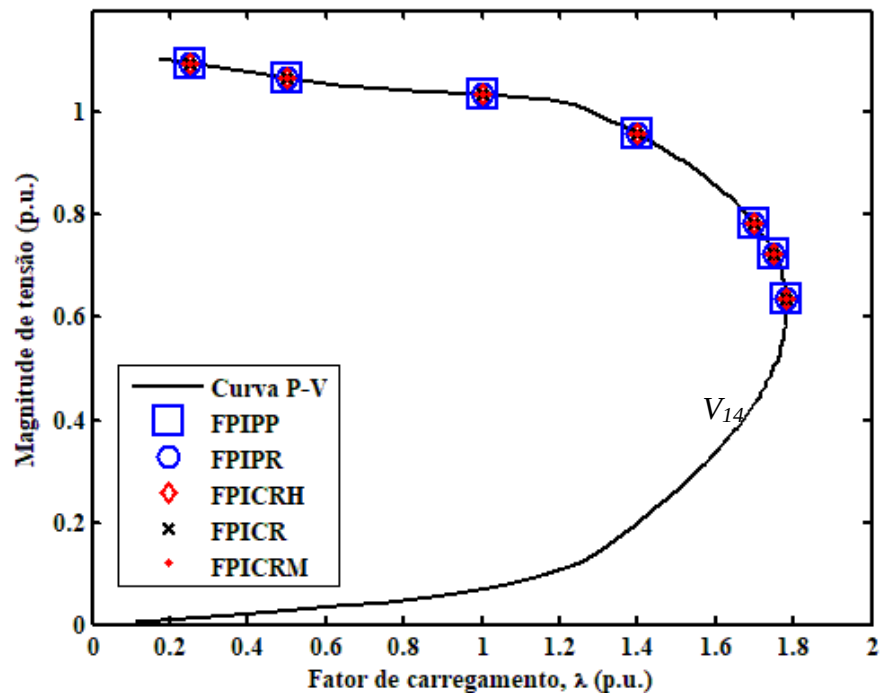
λ (p.u.)	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	4	2	2	3	2
0,5	3	2	2	4	3
1,0	3	2	3	6	3
1,4	5	4	3	3	3
1,7	6	5	3	3	3
1,75	6	5	4	4	4
1,782	8	7	6	6	6
1,783	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

A última linha das tabelas apresenta um carregamento (λ) maior que o de máximo carregamento, sendo assim, para estes valores, os métodos não convergem ou divergem.

Figura 17 - IEEE-14: Curva P-V da barra crítica (barra 14) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

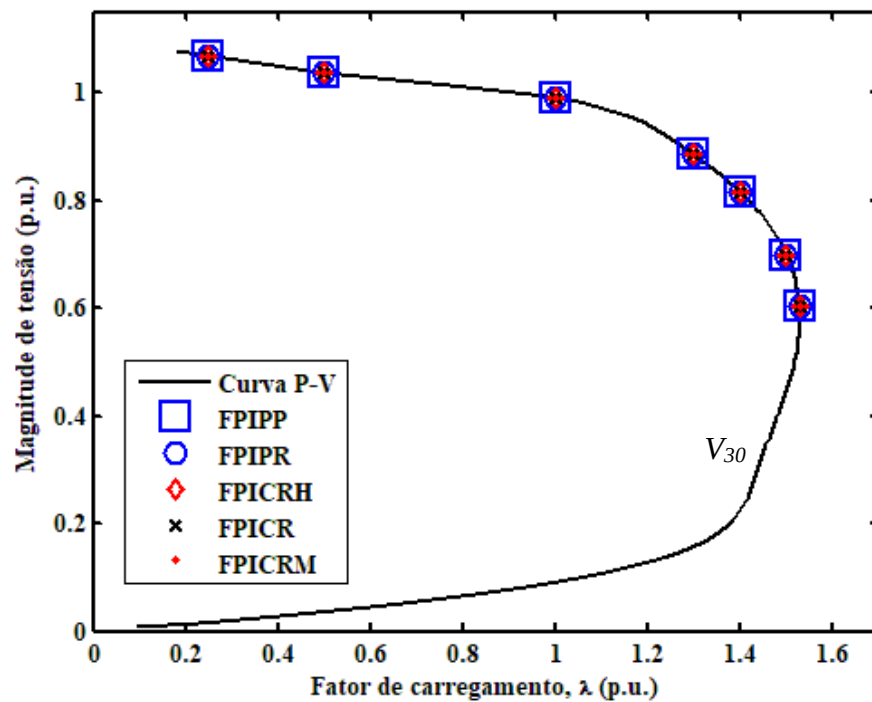
Tabela 6 - IEEE-30: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}} = 1,529$ p.u.).

λ (p.u.)	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	3	2	2	3	2
0,5	5	4	2	4	2
1,0	5	4	4	8	4
1,3	5	4	3	3	3
1,4	5	4	3	3	3
1,5	6	5	4	4	4
1,529	8	7	6	6	6
1,530	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 18 - IEEE-30: Curva P-V da barra crítica (barra 30) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

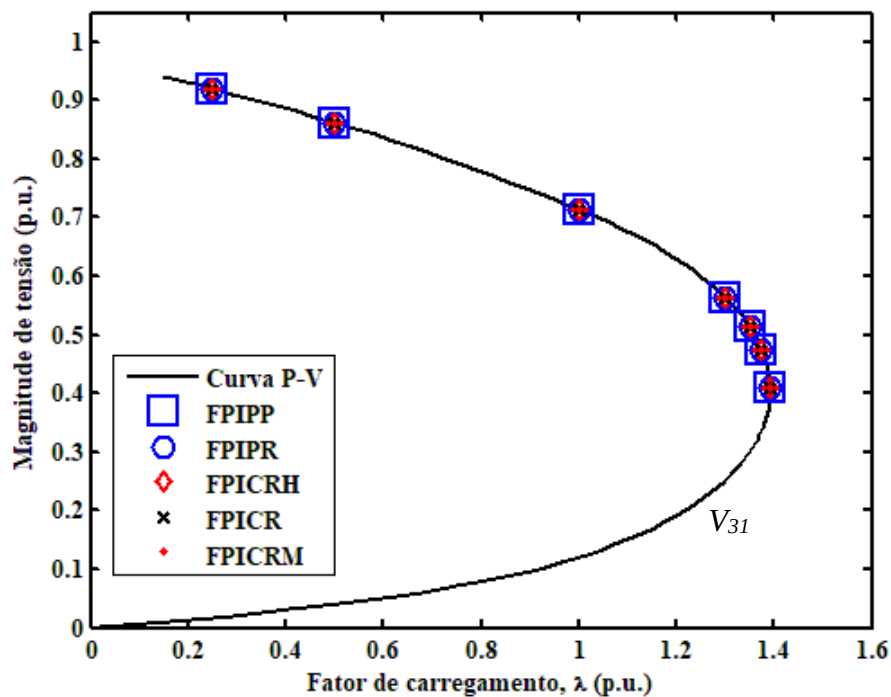
Tabela 7 - IEEE-57: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}} = 1,392$ p.u.).

λ (p.u.)	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,25	4	3	2	3	2
0,5	4	3	2	4	2
1,0	4	3	2	4	2
1,3	5	4	3	5	3
1,35	5	5	3	5	3
1,375	6	5	4	5	4
1,392	8	7	6	9	6
1,393	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 19 - IEEE-57: Curva P-V da barra crítica (barra 31) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode-se verificar que todos os métodos apresentam um bom desempenho para os sistemas do IEEE de 14, 30 e 57 barras, dando destaque aos métodos FPICRM e o FPICRH, que apresentaram uma pequena vantagem sobre os demais. É importante observar que os métodos possibilitam a obtenção de valores de λ muito próximos do de máximo carregamento ($\lambda_{\text{máx}}$), porém não seus valores exatos, i.e., com a tolerância adotada de 10^{-5} p.u., posto que a matriz Jacobiana torna-se singular.

Com relação ao sistema IEEE-118, constata-se novamente que todos os métodos, exceto o FPICR, apresentaram um bom desempenho, com pequena vantagem para os métodos FPICRM e FPICRH. Pode-se verificar dos resultados apresentados pelo IEEE-57 e o IEEE-118 que o FPICR apresenta dificuldades de convergência à medida que aumenta o número de barras PV. Observa-se também que é possível obter soluções para condições de carregamento bem próximas do ponto máximo de carregamento.

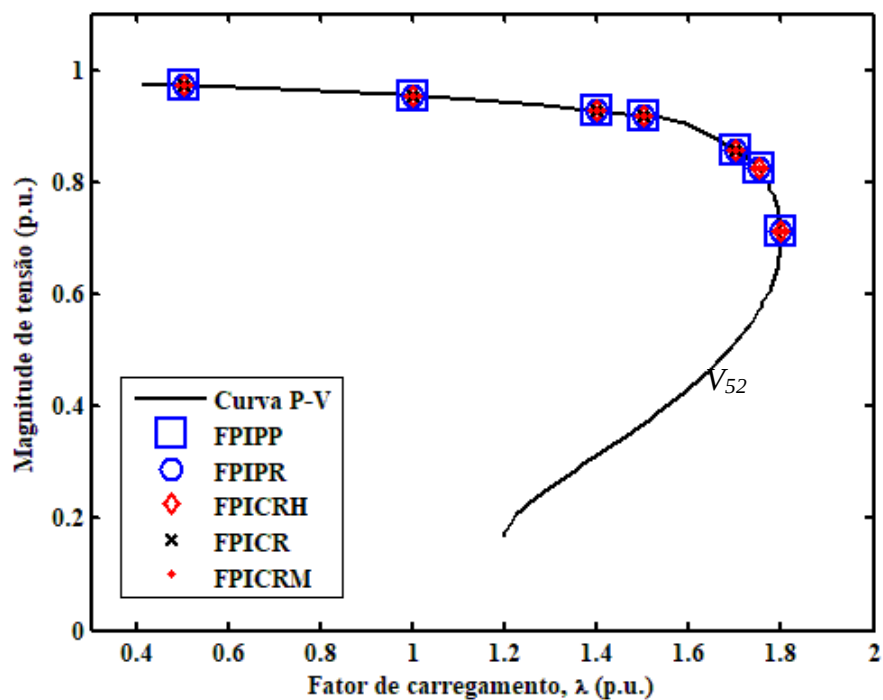
Tabela 8 - IEEE-118: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento ($\lambda_{\text{máx}} = 1,799$ p.u.).

λ (p.u.)	FPIPP	FPIPR	FPICRH	FPICR	FPICRM
0,5	4	3	3	4	3
1,0	5	5	5	8	5
1,4	5	5	5	13	5
1,5	5	6	5	12	5
1,7	5	6	6	17	6
1,75	6	6	6	NC	6
1,799	8	9	9	NC	9
1,800	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 20 - IEEE-118: Curva P-V da barra crítica (barra 52) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

3.4 ANÁLISE DE DESEMPENHO ENTRE AS FORMULAÇÕES POLARES E RETANGULARES EM SISTEMAS DE GRANDE PORTE

Na avaliação de desempenho usou-se o sistema testes de 300 barras do IEEE e duas configurações, uma de 638 e outra de 787 barras, do sistema Sul-Sudeste Brasileiro. Para

avaliação de desempenho dos métodos considerou-se diferentes relações resistência/reatância (R/X) e diferentes fatores de carregamento.

Para todos os métodos adotou-se o mesmo critério de convergência baseado no valor máximo absoluto do vetor dos resíduos de potência ($R=[\Delta P^T \Delta Q^T]^T$ ($\|R\|_\infty=\max\{|R_i|\}$)) obtidos através das Eqs. (8) e (9). A adoção de um mesmo critério de convergência visa uma comparação mais justa dos desempenhos dos métodos, posto que os resíduos referentes ao balanço de injeção de corrente diferem dos de balanço de injeção de potência. Para os casos analisados, a tolerância adotada foi de 10^{-5} p.u. A verificação dos limites de potência reativa nas barras PV segue o procedimento descrito em (MONTICELLI, 1983). Os métodos descritos foram implementados através da plataforma MATLAB.

3.4.1 Desempenho para o Sistema IEEE-300 barras

Na Tabela 9 apresenta-se os desempenhos dos métodos considerando diferentes relações R/X . Todos os métodos exceto o FPIC-R (KULWORAWANICHPONG, 2010), apresentam praticamente o mesmo desempenho, não convergindo para um multiplicador de R igual a 1,473. Na Figura 21(a) apresenta-se a evolução dos *mismatches* totais de cada método, para a última condição para a qual ainda há convergência, i.e., para a relação $1,472 \times R/1,0 \times X$. A correspondente curva P-V da barra crítica (barra 526) para esta condição é apresentada na Figura 21(b), que mostra que o sistema encontra-se praticamente no ponto de máximo carregamento, nesse caso $\lambda_{\max}=1,0$ p.u. O traçado da curva P-V foi realizado por meio de um fluxo de carga continuado (BONINI NETO; ALVES, 2010). Assim, a razão para a divergência dos métodos para valores maiores que esse ($1,472 \times R/1,0 \times X$) se deve a não existência de solução e não a uma limitação dos métodos.

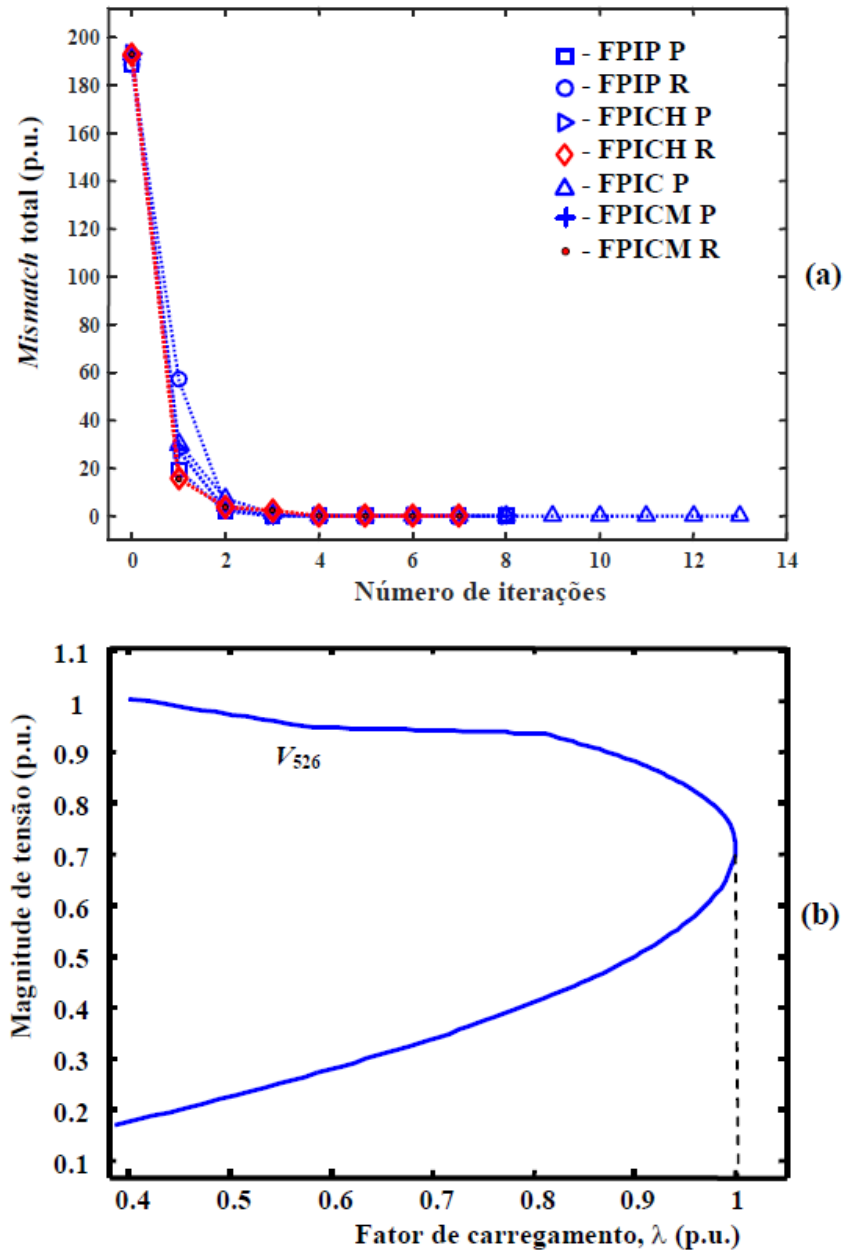
Tabela 9 - IEEE-300: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X , com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P ▲	R ×	P +	R •
1,000×R/1,0×X	4	3	4	3	10	10	4	3
1,200×R/1,0×X	5	4	5	4	10	12	5	4
1,400×R/1,0×X	6	4	5	5	11	NC	5	5
1,470×R/1,0×X	7	6	7	6	13	NC	7	6
1,472×R/1,0×X	8	7	8	7	13	NC	8	7
1,473×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 21 - Comparação de desempenho para o IEEE-300, com $\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,472 \times R/1 \times X$: (a) evolução dos mismatches totais, e (b) curva P-V da barra crítica (barra 526).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para este sistema o desempenho dos métodos para diferentes condições de carregamento pode ser vista na Tabela 10, neste caso os valores de R e X permanecem fixos. O valor do máximo carregamento deste sistema (IEEE-300) é de 1,0553 p.u. e, conseqüentemente, os métodos não convergem para valores de carregamento maiores do que esse.

Tabela 10 - IEEE-300: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.

λ (p.u.)	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P Δ	R ×	P +	R •
1,000	4	3	4	3	10	10	4	3
1,020	5	4	5	4	10	10	5	4
1,040	5	4	5	4	9	11	5	4
1,050	6	5	6	5	10	11	6	5
1,055	7	6	7	6	10	11	7	6
1,056	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

3.4.2 Desempenho para o Sistema Sul-Sudeste de 638 e 787 barras

Assim como para o sistema IEEE-300, as versões de 638 e 787 barras do sistema Sul-Sudeste Brasileiro também são configurações com condições operativas altamente carregadas, i.e., cujos pontos de máximo carregamento encontram-se muito próximos ao do caso base ($\lambda=1$ p.u.). A configuração de 638 barras em particular apresenta uma margem de carregamento de 0,87%. Nas Tabelas 11 e 12 apresentam-se para a configuração de 638 barras, os desempenhos dos métodos para diferentes variações na relação R/X dos ramos e diferentes carregamentos. As versões, polar (FPIC-P) e retangular (FPIC-R) do método apresentado em (KULWORAWANICHPONG, 2010) não convergem para nenhuma das condições analisadas. Os métodos restantes, exceto a versão retangular do FPICM, apresentaram desempenhos similares.

Na Figura 22 pode se observar a evolução dos respectivos *mismatches* totais de cada uma das versões que obtiveram êxito na obtenção da solução considerando um fator de carregamento de 1,0 p.u. e a relação $1,098 \times R/1 \times X$. Da figura se pode constatar uma similaridade na característica de convergência desses métodos, que é a grande redução dos *mismatches* logo na primeira iteração.

Tabela 11 - Sistema de 638 barras: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P △	R ×	P +	R •
1,000×R/1,0×X	5	4	4	3	NC	NC	4	4
1,080×R/1,0×X	6	5	5	5	NC	NC	5	NC
1,095×R/1,0×X	7	6	6	6	NC	NC	6	NC
1,098×R/1,0×X	9	8	8	7	NC	NC	8	NC
1,100×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

Tabela 12 - Sistema de 638 barras: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.

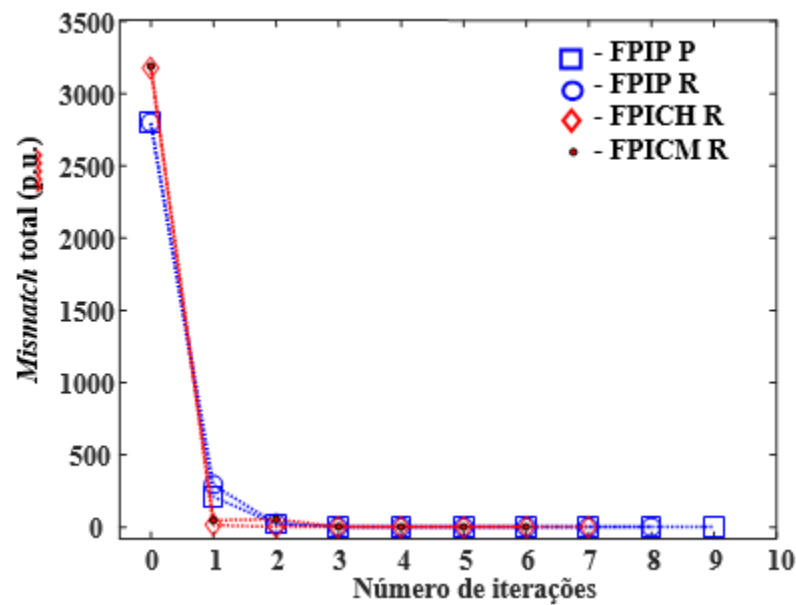
λ (p.u.)	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P △	R ×	P +	R •
1,0000	5	4	4	3	NC	NC	4	4
1,0020	5	4	4	4	NC	NC	4	5
1,0050	5	5	5	4	NC	NC	5	6
1,0080	6	5	6	5	NC	NC	6	NC
1,0087	8	7	7	7	NC	NC	7	NC
1,0088	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

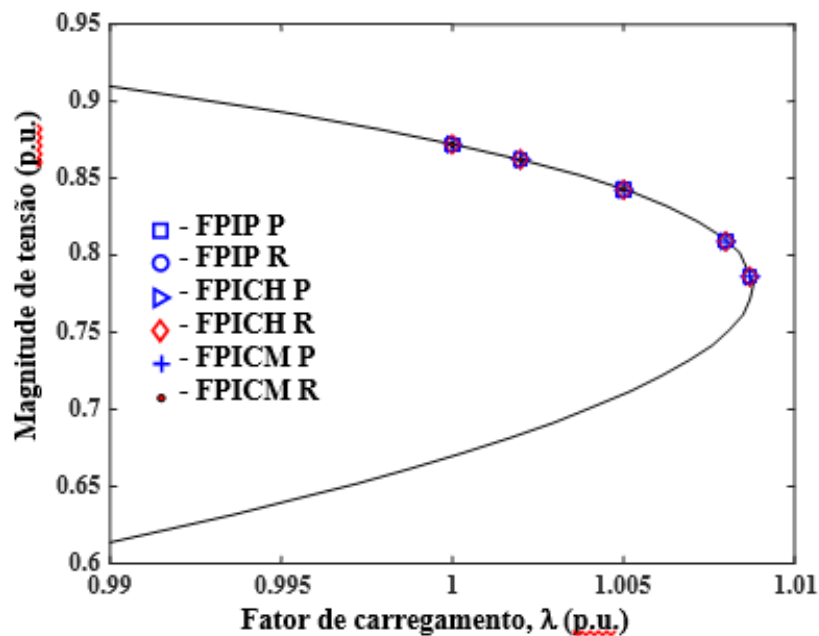
O desempenho para diferentes condições de carregamento (valores escolhidos para λ) pode ser vista na Tabela 12. Apresenta-se na tabela, para cada condição de carregamento e para cada um dos métodos, o número de iterações necessárias para obter-se a solução a partir do banco de dados. Após as soluções serem obtidas, os valores das magnitudes de tensão da barra crítica (barra 66) foram plotados na curva P-V, conforme se pode ver na Figura 23. Como já era esperado há um aumento no número de iterações à medida que o carregamento se aproxima do máximo carregamento. A última linha das tabelas corresponde a uma condição ligeiramente maior que a máxima possível. Assim, para essa condição, como esperado, todos os métodos não convergem ou divergem. Observa-se que todos os métodos apresentaram um bom desempenho e que também foi possível obter soluções para condições de carregamento até muito próximas do ponto de máximo carregamento.

Figura 22 - Comparação de desempenho para o Sistema 638 barras: evolução dos *mismatches* totais, com $\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,098 \times R/1,0 \times X$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 23 - Comparação de desempenho para o sistema 638 barras: Curva P-V da barra crítica (barra 66) para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e $R/X = 1,0/1,0$).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas Tabelas 13 e 14 pode-se observar os respectivos desempenhos dos métodos para diferentes variações na relação R/X dos ramos e diferentes carregamentos, para a configuração

de 787 barras. Novamente se constata o fraco desempenho das versões polar (FPIC-P) e retangular (FPIC-R) do método apresentado em (KULWORAWANICHPONG, 2010), que praticamente não convergem para nenhuma das condições analisadas nas duas configurações do sistema Sul-Sudeste Brasileiro, exceto a FPIC-P para o caso base. Observa-se também um fraco desempenho para as versões FPICH e FPICM escritas em coordenadas retangulares. Na Figura 24 mostra-se a evolução dos *mismatches* totais de cada uma das versões na obtenção da solução do caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,0 \times R/1,0 \times X$) correspondendo à primeira linha das Tabelas 13 e 14. Novamente, como se pode verificar da figura há uma grande redução dos *mismatches* logo na primeira iteração.

Tabela 13 - Sistema de 787 barras: Avaliação de desempenho para diferentes relações R/X, com $\lambda=1,0$ p.u.

Relação R/X	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P Δ	R ×	P +	R •
1,000×R/1,0×X	3	2	3	2	14	NC	3	2
2,000×R/1,0×X	4	4	4	5	NC	NC	4	5
2,400×R/1,0×X	5	5	5	NC	NC	NC	5	NC
2,480×R/1,0×X	7	7	7	NC	NC	NC	7	NC
2,485×R/1,0×X	8	8	8	NC	NC	NC	8	NC
2,486×R/1,0×X	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

Fonte: Dados do próprio autor.

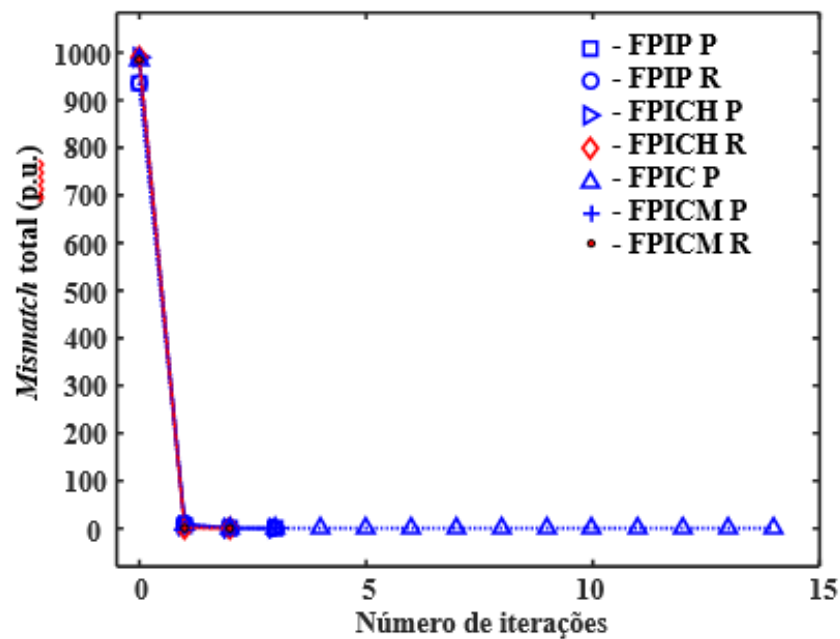
Tabela 14 - Sistema de 787 barras: Avaliação de desempenho para diferentes condições de carregamento.

λ (p.u.)	FPIP		FPICH		FPIC		FPICM	
	P □	R ○	P >	R ◇	P Δ	R ×	P +	R •
1,0000	3	2	3	2	14	NC	3	2
1,0800	4	3	4	3	NC	NC	4	3
1,1000	5	4	5	4	NC	NC	5	4
1,1273	8	8	8	7	NC	NC	8	7
1,1274	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

Nota: NC – Não converge para um máximo de 20 iterações ou diverge.

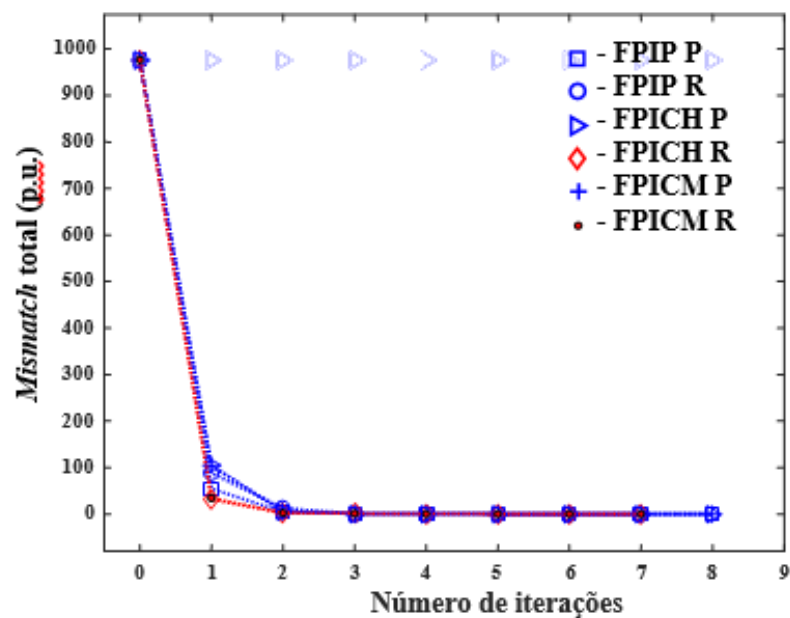
Fonte: Dados do próprio autor.

Figura 24 - Evolução dos *mismatches* totais para o caso base ($\lambda=1,0$ p.u. e relação $1,0\times R/1,0\times X$) do sistema 787 barras.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 25 - Sistema 787 barras: Evolução dos *mismatches* totais de potência para $\lambda_{\text{máx}} = 1,1273$ p.u. e relação $1,0\times R/1,0\times X$.

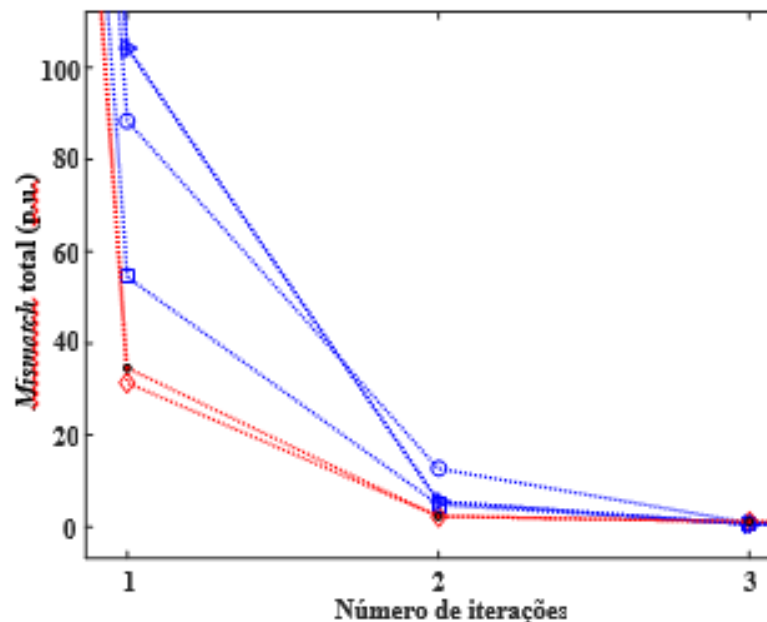


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Conforme apresentado na Tabela 14, o desempenho dos métodos para diferentes condições de carregamento foi similar para praticamente todos, com um número de iterações

um pouco menor para as versões retangulares de injeção de corrente FPICH e FPICM. Novamente constata-se um aumento no número de iterações à medida que o carregamento se aproxima do máximo carregamento, ocorrendo divergência para valores de carregamento superiores ao valor máximo de 1,1273 p.u. É importante observar que o valor exato do ponto de máximo carregamento é ligeiramente maior que esse. Na Figura 25 pode se observar a evolução dos *mismatches* totais de potência para cada uma das versões na obtenção da solução do último caso convergido ($\lambda=1,1273$ p.u. e relação $1,0 \times R/1,0 \times X$), correspondendo a penúltima linha da Tabela 14. Apresentou-se o *mismatch* total de potência e não de corrente pelo fato de se estar usando o valor máximo absoluto do vetor dos resíduos de potência ($R=[\Delta P^T \Delta Q^T]^T$ ($\|R\|_\infty = \max\{|R_i|\}$)) obtidos através das equações (40) e (41) como critério de convergência, evidenciando com isso a característica muito similar de convergência dos métodos, conforme se pode ver também no detalhe das três primeiras iterações da Figura 24, apresentado na Figura 26.

Figura 26 - Sistema 787 barras: Detalhe das três primeiras iterações da evolução dos *mismatches* totais de potência para $\lambda_{\text{máx}}=1.1273$ p.u. e relação $1.0 \cdot R/1.0 \cdot X$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

4 CONCLUSÕES

4.2 CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho foram desenvolvidas e avaliadas duas novas formas de tratamento para as barras de geração com tensão controlada (PV) e as suas influências nas características de convergência do método de Newton, sendo estas novas formas chamadas de FPICRM e FPICRH, mas para a versão híbrida vale ressaltar que em (ABHYANKAR et al., 2014) e em (STOTT, 1974) foram apresentadas propostas semelhantes, que aqui foi tratada através de uma formulação puramente retangular por injeção de corrente. As formas alternativas de representação das barras PV foram propostas para a solução das equações de fluxo de potência considerando a formulação baseada no balanço de injeção de corrente expressas em coordenadas polares e retangulares. Nas versões denominadas por FPICM-P e FPICM-R, os elementos da Submatriz Jacobiana, J_1 e J_2 são calculados considerando a potência reativa gerada como função do estado, enquanto que nas híbridas denominadas FPICH-P e FPICH-R, esses mesmos elementos são calculados a partir de uma nova equação obtida da manipulação das equações de *mismatch* das correspondentes formulações baseadas no balanço de injeção de corrente expressas por meio de coordenadas polares ou retangulares, respectivamente.

Da análise dos resultados de simulação constata-se uma similaridade de desempenho dos métodos analisados. Entretanto para os métodos baseados no balanço de injeção de corrente, observa-se claramente a importância da correta representação das barras PV a partir dos resultados apresentados pelo método FPICR, no qual a potência reativa gerada é levada em conta por meio de ajuste alternado. O desempenho inferior apresentado por esse método para os sistemas do IEEE de 118 e 300 barras e as versões de 638 e 787 barras do sistema Sul-Sudeste Brasileiro, se justifica pela existência de uma maior quantidade de barras PV. Destaca-se também o mesmo desempenho apresentados por ambas as versões propostas, o FPICRH e o FPICRM.

Apresentou-se também, os resultados de análises de desempenho das versões do método simplificado proposto em (KULWORAWANICHPONG, 2010) e o convencional, o qual utiliza as equações de injeção de potência expressa em termos de coordenadas polares ou retangulares. Os resultados obtidos com as diferentes formas de tratamento das barras PV mostram que é possível se obter uma melhora nas características de convergência do método simplificado proposto em (KULWORAWANICHPONG, 2010) tanto na forma polar quanto

na retangular. Para o IEEE-300, todas as versões; híbrida (FPICH) e modificada (FPICM) de injeção de corrente, escritas em coordenadas polares ou retangulares, apresentaram desempenho semelhantes aos das convencionais baseadas no balanço de injeção de potência (FPIP-P e FPIP-R). Também se observou um melhor desempenho das versões de injeção de corrente (FPICH e FPICM) escritas em coordenadas polares quando da análise das duas configurações dos sistemas Sul-Sudeste Brasileiro.

Tendo em vista os testes realizados nos sistemas em questão, através das tabelas comparativas, levando-se em consideração o número de iterações, para os métodos propostos, este trabalho apresentou bons resultados nas análises de desempenho das formulações de FP através do método de Newton Raphson, para os sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, e as versões de 638 e 787 barras do sistema Sul-Sudeste Brasileiro, considerando diferentes condições de carregamento e diferentes relações R/X.

4.3 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

- Desenvolver, implementar e avaliar as respectivas versões de Newton Desacoplado, baseadas nas equações de injeção de corrente expressas em termos de coordenadas retangulares, das formulações FPICM e FPICH;
- Desenvolver, implementar e avaliar as respectivas versões do Fluxo de Potência Continuado, baseadas nas equações de injeção de corrente expressas em termos de coordenadas retangulares, das formulações FPICM e FPICH;
- Implementar o controle de intercâmbio nas versões acima citadas;
- Avaliar o desempenho destas versões nos estudos de contingência de linhas de transmissão e transformadores.

REFERÊNCIAS

- ABHYANKAR, S.; CUI, Q.; FLUECK, A. J. Fast power flow analysis using a hybrid current-power balance formulation in rectangular coordinates. In: IEEE PES T&D CONFERENCE AND EXPOSITION, 2014, Chicago. **Proceedings** [...] Chicago: IEEE, 2014. p. 1-5.
- AJJARAPU, V.; CHRISTY, C. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. **IEEE Trans. on Power Systems**, Piscataway, v. 7, n. 1, p. 416-423, 1992.
- AJJARAPU, V. **Computational techniques for voltage stability assessment and control**. Power Electronics and Power Systems Series. New York: Springer, 2010.
- ALVES, D. A., et al. Determinação do ponto de máximo carregamento de sistemas de potência utilizando o fluxo de carga decoplado rápido parametrizado. **Controle & Automação**, Campinas, v. 14, n. 2, p. 151-165, 2003.
- BONINI NETO, A.; ALVES D. A. Técnica de parametrização geométrica para o fluxo de carga continuado baseado nas variáveis tensão nodal e fator de carregamento. **Controle & Automação**, Campinas, v. 19, n. 3, p. 350-365, 2008.
- BONINI NETO, A.; ALVES, D. A. An improved parameterization technique for the continuation power flow. In: IEEE PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2010, New Orleans. **Proceedings** [...] Piscataway: IEEE, 2010. p. 1-6.
- CANOSSA, J. H. **Um programa interativo para estudos de fluxo de potência**. 2007. 169 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP, 2007.
- DA COSTA, V. M.; ROSA, A. L. S. A comparative analysis of different power flow methodologies. **IEEE Transactions on Power Systems**, Bogota, p. 1-7, 2008.
- EL-ABIAD, A. H. **Power systems analysis and planning**. New York: McGraw-Hill, 1983.
- EL-HAWARY, M. E. **Electrical power systems: design and analysis**. Revised Printing. IEEE Press Power Systems Engineering Series. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- FERREIRA, C. A. **Novas aplicações da formulação de injeção de corrente em sistemas elétricos de potência**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2003.
- KAMEL, S.; ABDEL-AKHER, M.; JURADO, F. Improved NR current injection load flow using power mismatch representation of PV Bus. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, London, v. 53, n. 1, p. 64–68, 2013.
- KULWORAWANICHPONG T. Simplified newton–raphson power-flow solution method. **Journal of Electrical Power and Energy Systems**, London, v. 32, p. 551–558, 2010.

MONTICELLI, A. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. Rio de Janeiro: Edgar Blucher, 1983.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; SAAVEDRA O. R. Fast decoupled load flow: hypothesis, derivations and testing. **IEEE Trans. On Power Systems**, Piscaway, v. 5, n. 4, p. 1425-1431, 1990.

MONTICELLI, A; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas: Unicamp, 2011.

OLIVEIRA, C. C. **Fluxo de potência continuado baseado em equações de injeção de corrente expressas em coordenadas polares**. 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2016.

POWELL, L. **Power system load flow analysis**. New York: The McGraw-Hill Education, 2004.

SAADAT, H. **Power system analysis**. New York: McGraw-Hill, 1999. 697 p.

SEYDEL, R. **From equilibrium to chaos: practical bifurcation and stability analysis**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1994. 407 p.

STOTT, B. Review of load-flow calculation methods. **Proceedings of the IEEE**. Piscaway, v. 62, p. 916-929, 1974.

VARIZ, A. M.; DA COSTA, V. M. Novos desenvolvimentos numa formulação de injeção de corrente para solução de fluxo de potência. **Controle & Automação**, Campinas, v. 13, n. 3, p. 298-306, 2002.

WSCC, **Voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy, and reactive power reserve monitoring methodology**. Reactive Power Reserve Work Group (RRWG), 1998, 154p. (Final Report)

APÊNDICE A – EQUACIONAMENTOS

A.1 NOTAÇÃO

I_k^{esp} – Corrente complexa especificada na barra k ;

S_k^{esp} – Potência complexa especificada na barra k ;

P_k^{esp} – Potência ativa especificada na barra k ;

Q_k^{esp} – Potência reativa especificada na barra k ;

$Q_k^{calc}(E, F)$ – Potência reativa calculada na barra k ;

Y_{km} – Elemento da ordem k -linha e m -linha da matriz admitância $\mathbf{Y}$;

V_k – Magnitude da tensão nodal na barra k ;

E_k – Parte real da tensão na barra k ;

F_k – Parte imaginária da tensão na barra k ;

$P_{ger,k}^{esp}$ – Potência ativa gerada na barra k ;

$Q_{ger,k}^{esp}$ – Potência reativa gerada especificada na barra k ;

$P_{carga,k}^{esp}$ – Potência ativa de carga especificada na barra k ;

$Q_{carga,k}^{esp}$ – Potência reativa de carga especificada na barra k ;

ΔG_k – Parte real dos resíduos de corrente na barra k ;

ΔH_k – Parte imaginária dos resíduos de corrente na barra k ;

A.2 CÁLCULOS DOS TERMOS DAS SUBMATRIZES DA MATRIZ JACOBIANA

A injeção do corrente especificada I_k^{esp} , k -ésimo componente do vetor $\mathbf{I}$, é descrita da seguinte forma:

$$I_k^{esp} - \sum_{m=1}^n Y_{km} V_m = 0$$

$$S_k^{esp} = P_k^{esp} + jQ_k^{esp} \text{ (Potência complexa especificada)}$$

$$P_k^{esp} = P_{ger,k}^{esp} - P_{carga,k}^{esp}$$

$$V_k = E_k + jF_k \text{ (Tensão na barra } k)$$

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \text{ (Elemento de } k\text{-ésima linha e } m\text{-ésima coluna da matriz admitância } \mathbf{Y})$$

$$\Delta M_k = \Delta G_k + j\Delta H_k \text{ (resíduos de corrente na barra } k);$$

$$I_k^{esp} = \left(\frac{S_k^{esp}}{V_k} \right)^* = \frac{P_k^{esp} - jQ_k^{esp}}{E_k - jF_k}$$

$$\left(\frac{S_k^{esp}}{V_k} \right)^* - \sum_{m=1}^n (G_{km} + jB_{km})(E_m + jF_m) = 0$$

$$(G_{km} + jB_{km})(E_m + jF_m) = (G_{km}E_m - B_{km}F_m) + j(G_{km}F_m + B_{km}E_m)$$

Conjugado da corrente especificada I_k^{esp}

$$\left(\frac{S_k^{esp}}{V_k} \right)^* = \frac{(P_k^{esp}E_k + F_kQ_k^{esp}) + j(P_k^{esp}F_k - Q_k^{esp}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)}$$

Expressões de potência ativa e reativa injetada líquida:

$$P_k = \sum_{m=1}^n [E_k(G_{km}E_m - B_{km}F_m) + F_k(G_{km}F_m + B_{km}E_m)]$$

$$Q_k = \sum_{m=1}^n [F_k(G_{km}E_m - B_{km}F_m) - E_k(G_{km}F_m + B_{km}E_m)]$$

$$\Delta M_k = \Delta G_k + j\Delta H_k$$

Parte real dos resíduos (ΔG_k)

$$\Delta G_k = \frac{(P_k^{esp} E_k + Q_k^{esp} F_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m=1}^n (G_{km}E_m - B_{km}F_m) = 0$$

Parte imaginária dos resíduos (ΔH_k)

$$\Delta H_k = \frac{(P_k^{esp} F_k - Q_k^{esp} E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{m=1}^n (G_{km}F_m + B_{km}E_m) = 0$$

$$\Delta G_k = - \left[(G_{kk}E_k - B_{kk}F_k) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n (G_{km}E_m - B_{km}F_m) \right] + \frac{(P_k^{esp} E_k + F_k Q_k^{esp})}{(E_k^2 + F_k^2)} = 0$$

$$\Delta H_k = - \left[(G_{kk}F_k + B_{kk}E_k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (G_{kj}F_j + B_{kj}E_j) \right] + \frac{(P_k^{esp} F_k - Q_k^{esp} E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta G \\ \Delta H \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix}^{v+1} = \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix}^v + \begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta F \end{bmatrix}^v$$

Para o cálculo da Jacobiana

$$-J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \frac{\partial \Delta G_k}{\partial \Delta E_k}$$

$$J_2 = \frac{\partial \Delta G_k}{\partial \Delta F_k}$$

$$J_3 = \frac{\partial \Delta H_k}{\partial \Delta E_k}$$

$$J_4 = \frac{\partial \Delta H_k}{\partial \Delta F_k}$$

$$J_1 = G_{kk} - \frac{P_k(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp} E_k + F_k Q_k^{esp})}{V_k^4}$$

$$J_2 = -B_{kk} - \frac{Q_k(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp} E_k + F_k Q_k^{esp})}{V_k^4}$$

$$J_3 = B_{kk} - \frac{-Q_k(E_k^2 + F_k^2) - 2E_k(P_k^{esp} F_k - E_k Q_k^{esp})}{V_k^4}$$

$$J_4 = G_{kk} - \frac{P_k(E_k^2 + F_k^2) - 2F_k(P_k^{esp} F_k - E_k Q_k^{esp})}{V_k^4}$$

Fora da diagonal principal

$$J_1 = \frac{\partial G_k}{\partial E_m} = G_{km}$$

$$J_2 = \frac{\partial G_k}{\partial F_m} = -B_{km}$$

$$J_3 = \frac{\partial H_k}{\partial E_m} = B_{km}$$

$$J_4 = \frac{\partial H_k}{\partial F_m} = G_{km}$$

Para o caso das barras PV

$$\begin{bmatrix} \Delta E_k \\ \Delta F_k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta G_k \\ V_{esp,k}^2 \end{bmatrix}$$

Equações dos *mismatches* de corrente:

$$\Delta G_k = \frac{(P_k^{esp} E_k + Q_k^{esp} F_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{j=1}^n (G_{km} E_m - B_{km} F_m) = 0 \quad (103)$$

$$\Delta H_k = \frac{(P_k^{esp} F_k - Q_k^{esp} E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \sum_{j=1}^n (G_{km} F_m + B_{km} E_m) = 0 \quad (104)$$

Na Eq. (103):

$Q_k^{esp} = (Q_{ger,k}^{esp}(E, F) - Q_{carga,k}^{esp})$ é a potência reativa especificada, gerada menos a carga, na barra k ;

$\Delta Q_k = Q_k^{calc}(E, F) - Q_k^{esp}$ pode-se considerar que $Q_k^{esp} = Q_k^{calc}(E, F)$;

$$\begin{aligned} Q_k^{esp} &= (Q_{ger,k}^{esp}(E, F) - Q_{carga,k}^{esp}) = \sum_{m=1}^n [F_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) - E_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)] \\ &= Q_k^{calc} \end{aligned}$$

e assim, $Q_{ger,k}^{esp}(E, F) = Q_{carga,k}^{esp} + \sum_{m=1}^n [F_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) - E_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)]$.

Separando-se os termos do segundo termo da Eq. (103):

$$\Delta G_k = \left[(G_{kk} E_k - B_{kk} F_k) + \sum_{m=1, m \neq k}^n (G_{km} E_m - B_{km} F_m) \right] - \frac{(P_k^{esp} E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{(F_k Q_k^{calc}(E, F))}{(E_k^2 + F_k^2)} \quad (105)$$

Desenvolvendo $Q_k^{calc}(E, F)$ antes de derivar:

$$\sum_{m=1}^n [F_k (G_{km} E_m - B_{km} F_m) - E_k (G_{km} F_m + B_{km} E_m)] =$$

$$\begin{aligned}
&= F_k(G_{kk}E_k - B_{kk}F_k) - E_k(G_{kk}F_k + B_{kk}E_k) + \sum_{m=1, m \neq k}^n [F_k(G_{km}E_m - B_{km}F_m) - \\
&E_k(G_{km}F_m + B_{km}E_m)] = -B_{kk}(E_k^2 + F_k^2) + \sum_{m=1, m \neq k}^n [F_k(G_{km}E_m - B_{km}F_m) - \\
&E_k(G_{km}F_m + B_{km}E_m)] = Q_k^{calc}(E, F)
\end{aligned} \tag{106}$$

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_k} = G_{kk} - \frac{P_k^{esp}(E_k^2 + F_k^2) - (P_k^{esp} E_k)2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2} - \frac{\left(F_k \frac{\partial Q_k^{calc}}{\partial E_k}(E_k^2 + F_k^2) - F_k Q_k^{calc}(E, F)2E_k \right)}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

Da Eq. (106):

$$\frac{\partial Q_k^{calc}(E, F)}{\partial E_k} = -2B_{kk}E_k + \sum_{m=1, m \neq k}^n [-(G_{km}F_m + B_{km}E_m)]$$

que após a substituição:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_k} = G_{kk} - \frac{P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)} + \frac{P_k^{esp} E_k 2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2} - \frac{F_k \left(-2B_{kk}E_k + \sum_{m=1, m \neq k}^n [-(G_{km}F_m + B_{km}E_m)] \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} + \frac{F_k Q_k^{calc}(E, F)2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

Em relação a E_k :

$$\boxed{
\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_k} &= G_{kk} + \frac{F_k \left(2B_{kk}E_k + \sum_{m=1, m \neq k}^n [(G_{km}F_m + B_{km}E_m)] \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)} \\
&\quad + \frac{(P_k^{esp} E_k + F_k Q_k^{esp})2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2}
\end{aligned}
}$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_k} &= G_{kk} + \frac{F_k (B_{kk}E_k - G_{kk}F_k + \sum_{m=1}^n (G_{km}F_m + B_{km}E_m))}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)} \\
&\quad + \frac{(P_k^{esp} E_k + F_k Q_k^{esp})2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2}
\end{aligned}$$

Em relação a F_k :

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial F_k} = -B_{kk} + \frac{2F_k E_k P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)^2} - \frac{\left(\frac{\partial F_k Q_k^{calculado}}{\partial F_k} (E_k^2 + F_k^2) - F_k Q_k^{calc}(E, F) 2F_k \right)}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

$$\frac{\partial Q_k^{calculado}}{\partial F_k} = -2B_{kk}F_k + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n [(G_{km}E_m - B_{km}F_m)]$$

que após a substituição:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial F_k} = -B_{kk} + \frac{2F_k E_k P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)^2} - \frac{F_k \left(-2B_{kk}F_k + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n [(G_{km}E_m - B_{km}F_m)] \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{Q_k^{calc}}{(E_k^2 + F_k^2)} + \frac{2F_k^2 Q_k^{calc}(E, F)}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

Em relação a E_j:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_m} = G_{km} - \frac{\left(F_k \frac{Q_k^{calc}(E, F)}{\partial E_m} (E_k^2 + F_k^2) - 0 \right)}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

$$\frac{\partial Q_k^{calc}(E, F)}{\partial E_m} = (G_{km}F_k - B_{km}E_k)$$

Que após a substituição:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial E_m} = G_{km} - \frac{F_k (G_{km}F_k - B_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} = J_1(k, m)$$

Em relação a F_j:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial F_m} = -B_{km} - \frac{\left(F_k \frac{Q_k^{calc}(E, F)}{\partial E_m} (E_k^2 + F_k^2) - 0 \right)}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

$$\frac{\partial Q_k^{calc}(E, F)}{\partial F_m} = (-B_{km}F_k - G_{km}E_k)$$

Que após a substituição:

$$\frac{\partial \Delta G_k}{\partial F_m} = -B_{km} - \frac{F_k(-B_{km}F_k - G_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)} = J_2(k, m)$$

Por fim, tem-se:

$$J_1(k, k) = G_{kk} + \frac{F_k \left(2B_{kk}E_k + \sum_{m \neq k}^n [(G_{km}F_m + B_{km}E_m)] \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{P_k^{esp}}{(E_k^2 + F_k^2)} + \frac{(P_k^{esp}E_k + F_k Q_k^{calc}(E, F))2E_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

$$J_1(k, m) = G_{km} - \frac{F_k(G_{km}F_k - B_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)}$$

$$J_2(k, k) = -B_{kk} - \frac{F_k \left(-2B_{kk}F_k + \sum_{m \neq k}^n [(G_{km}E_m - B_{km}E_m)] \right)}{(E_k^2 + F_k^2)} - \frac{Q_k^{calc}(E, F)}{(E_k^2 + F_k^2)} + \frac{(P_k^{esp}E_k + Q_k^{calc}(E, F)F_k)2F_k}{(E_k^2 + F_k^2)^2}$$

$$J_2(k, m) = -B_{km} - \frac{F_k(-B_{km}F_k - G_{km}E_k)}{(E_k^2 + F_k^2)}$$

APÊNDICE B – PUBLICAÇÕES

SANTOS, A. R. D.; OLIVEIRA, C. C.; ALVES, D. A. **Uma proposta para representação de barras PV's para o fluxo de potência via equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 22., 2018, João Pessoa. *Anais...* João Pessoa: CBA, 2018. p. 1-8.

SANTOS, A. R. D.; OLIVEIRA, C. C.; NETO, A. B.; ALVES, D. A. **Avaliações de alternativas de representação de barras PV's no problema de fluxo de potência via injeção de corrente.** In: IEEE/IAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS (INDUSCON), 13., 2018, São Paulo. *Anais...* São Paulo: IEEE/IAS, 2018. p. 1-6.