



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Campus de Presidente Prudente

*Uma proposta de resolução para problemas de  
roteirização de veículos baseada no algoritmo  
genético*

**Aline Sandra Videira**

Monografia para Conclusão de Curso

Orientadora: Profa. Dra. Silvely Salomão

Presidente Prudente

Agosto de 2011

Aline Sandra Videira

*Uma proposta de resolução para problemas  
de roteirização de veículos baseada no  
algoritmo genético*

Orientadora: Profa. Dra. Silvely Salomão

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE

Presidente Prudente

Agosto de 2011

Termo de Aprovação

Aline Sandra Videira

*Uma proposta de resolução para problemas de roteirização de veículos baseada no algoritmo genético*

Monografia sob o título “Uma proposta de resolução para problemas de roteirização de veículos baseada no algoritmo genético”, defendida por Aline Sandra Videira e aprovada em 18 de Agosto de 2011, em Presidente Prudente, Estado de São Paulo, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

---

Profa. Dra. Silvely Salomão  
Universidade Estadual Paulista - FCT Unesp

---

Prof. Dr. Almir Artero  
Universidade Estadual Paulista - FCT Unesp

---

Prof. Dr. Rogério Eduardo Garcia  
Universidade Estadual Paulista - FCT Unesp

Presidente Prudente, 18 de Agosto de 2011

# *Resumo*

O Problema de Roteirização de Veículos consiste em encontrar uma melhor rota de modo a atender um conjunto de clientes que se encontram dispersos geograficamente utilizando-se veículos que se encontram num depósito central ao qual devem retornar após o atendimento dos clientes. Esses clientes possuem uma demanda que deve ser atendida. Problemas desse tipo têm uma grande aplicação prática entre as quais podemos citar: transporte escolar, distribuição de jornais, recolhimento de lixo, entre outros. Por se tratar de um problema classificado como NP-difícil<sup>1</sup>, esses problemas têm despertado interesse na busca de métodos de resolução mais eficientes. No presente trabalho utilizamos o Algoritmo Genético como proposta de resolução.

**Palavras chave:** Pesquisa Operacional, Roteirização de veículos, Otimização, Algoritmos Genéticos.

---

<sup>1</sup>são aqueles que possuem ordem de complexidade exponencial, isto significa que o esforço computacional necessário a sua resolução cresce exponencialmente a medida que  $n$  cresce onde  $n$  é o número de dados de entrada do problema

# *Abstract*

The vehicle routing problem is to find a better route to meet a set of customers who are geographically dispersed using vehicles that are a central repository to which they return after serving customers. These customers have a demand that must be met. Such problems have a wide practical application among them we can mention: school transport, distribution of newspapers, garbage collection, among others. Because it is a classic problem as NP-hard, these problems have aroused interest in the search for viable methods of resolution. In this paper we use the Genetic Algorithm as a resolution.

## *Lista de Figuras*

1	Roteadores utilizados por algumas empresas (MELO, 2000) . . . . .	p. 14
2	Roteamento . . . . .	p. 17
3	Classificação dos problemas de roteirização pura (CUNHA, 2000) . . . . .	p. 18
4	Evolução das Girafas (BRUN, 2007) . . . . .	p. 23
5	Evolução das mariposas (BRUN, 2007) . . . . .	p. 24
6	Indivíduos com sua aptidão e o correspondente setor da roleta . . . . .	p. 28
7	Cruzamento com um ponto de corte (BRUN, 2007) . . . . .	p. 29
8	Cruzamento com dois pontos de corte (BRUN, 2007) . . . . .	p. 29
9	mutação numa codificação real . . . . .	p. 30
10	Mutação numa codificação binária . . . . .	p. 30
11	Dados dos clientes a serem atendidos no problema . . . . .	p. 31
12	Clientes que devem ser atendidos . . . . .	p. 32
13	Tabela Solução . . . . .	p. 34
14	Tabela Rotas . . . . .	p. 35
15	Tabela que guarda a aptidão de cada rota . . . . .	p. 37
16	Problema de PL para ser executado no Cplex . . . . .	p. 45
17	Gerando a população inicial . . . . .	p. 46
18	Dados dos cruzamentos . . . . .	p. 47
19	Solução final do cruzamento . . . . .	p. 47
20	Dados de todas as soluções . . . . .	p. 48
21	Dados da soluções em que todos os clientes foram atendidos . . . . .	p. 48
22	Todas as rotas da Solução 1 . . . . .	p. 49

23	Todas as rotas da Solução final . . . . .	p. 50
24	Rota do veículo 2 na solução 4 . . . . .	p. 50
25	Rota do veículo 2 na solução final . . . . .	p. 51
26	Gerando o código cplex . . . . .	p. 53

# *Sumário*

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	p. 10
1.1	Justificativa e relevância do tema . . . . .	p. 10
1.2	Objetivos do trabalho . . . . .	p. 11
1.3	Características do problema estudado . . . . .	p. 11
1.4	Classificação do problema . . . . .	p. 11
1.5	Organização do trabalho . . . . .	p. 11
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	p. 13
2.1	Roteirização de Veículos . . . . .	p. 13
2.1.1	O Problema de roteirização como um problema de programação linear . . . . .	p. 16
2.1.1.1	Função objetivo . . . . .	p. 16
2.1.1.2	Restrições . . . . .	p. 16
2.1.1.3	Variáveis de decisão . . . . .	p. 17
2.1.1.4	Hipóteses, recursos e características . . . . .	p. 17
2.1.2	O problema da roteirização em grafos . . . . .	p. 19
2.2	Problema do caixeiro viajante . . . . .	p. 20
2.3	O problema do menor caminho . . . . .	p. 20
2.4	Algoritmo de Dijkstra . . . . .	p. 20
<b>3</b>	<b>Algoritmo Genético</b>	p. 22
3.1	A Teoria da evolução . . . . .	p. 22
3.1.1	Seleção natural . . . . .	p. 22

3.2	Conceitos básicos de algoritmos genéticos . . . . .	p. 24
3.2.1	Genes . . . . .	p. 25
3.2.1.1	Representação binária . . . . .	p. 25
3.2.2	Cromossomo . . . . .	p. 25
3.2.3	População . . . . .	p. 25
3.2.4	Aptidão . . . . .	p. 25
3.3	O Algoritmo . . . . .	p. 26
3.3.1	Geração da População Inicial . . . . .	p. 26
3.3.2	Cálculo da Aptidão . . . . .	p. 26
3.3.3	Seleção . . . . .	p. 27
3.3.3.1	Seleção Aleatória . . . . .	p. 27
3.3.3.2	Seleção por torneio . . . . .	p. 27
3.3.3.3	Seleção usando a roleta . . . . .	p. 27
3.3.4	Cruzamento . . . . .	p. 28
3.3.4.1	Pontos de corte . . . . .	p. 28
3.3.4.2	Máscara de bits . . . . .	p. 29
3.3.5	Mutação . . . . .	p. 30
3.4	Elitismo . . . . .	p. 30
<b>4</b>	<b>Uma proposta de resolução para problemas de roteirização de veículos baseada no algoritmo genético</b>	<b>p. 31</b>
4.1	Geração da População Inicial . . . . .	p. 33
4.1.1	Gerando uma Solução . . . . .	p. 33
4.2	Cálculo da Aptidão . . . . .	p. 36
4.3	Seleção dos Cromossomos . . . . .	p. 38
4.4	Cruzamento . . . . .	p. 40
4.5	Codificação . . . . .	p. 41

4.6	Mutação . . . . .	p. 42
4.7	Decodificação . . . . .	p. 42
4.8	Validação do cruzamento . . . . .	p. 42
4.9	Mortalidade na população das soluções . . . . .	p. 43
4.10	Escolhendo as rotas para a solução final . . . . .	p. 43
4.11	Solução final . . . . .	p. 44
<b>5</b>	<b>Desenvolvimento e Testes</b>	<b>p. 45</b>
5.1	Ferramentas utilizadas . . . . .	p. 45
5.2	O sistema . . . . .	p. 45
5.3	Os testes realizados . . . . .	p. 53
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>p. 55</b>
6.1	Conclusão . . . . .	p. 55
6.2	Trabalhos futuros . . . . .	p. 55
	<b>Referências</b>	<b>p. 57</b>

# 1 *Introdução*

Dado um depósito central, uma frota de veículos homogênea e um conjunto de clientes com demandas conhecidas, o problema consiste em determinar um conjunto de rotas, originando e terminando no depósito, que atenda todos os clientes com o menor custo possível (BELFIORE; FÁVERO, 2006). Para a alocação, devem ser levados em consideração alguns fatores tais como: quantidade e tipo de carga de cada veículo, a melhor rota a ser percorrida por esse veículo, a fim de minimizar a distância percorrida, minimizando dessa forma o custo da distribuição. Estes problemas são aplicáveis em várias situações práticas, tais como: distribuição de jornais, transporte escolar, recolhimento de lixo, entre outros.

A solução proposta para esse problema é dada por meio de algoritmos genéticos. Um algoritmo genético é uma metaheurística utilizada para encontrar melhores soluções em problemas de otimização e busca. Essa metaheurística é baseada na teoria da genética populacional, onde uma população aumenta em número através da reprodução e pode ser diversificada pela combinação genética e/ou por mutação. Os algoritmos genéticos, baseados na evolução biológica, são capazes de explorar fatores ambientais e convergir para soluções ótimas, ou quase ótimas em níveis globais, um indivíduo com maior capacidade de adaptação ao meio tem mais chances de se reproduzir e de sobreviver.

## 1.1 **Justificativa e relevância do tema**

Para a maioria das empresas os gastos com o transporte absorvem algo em torno de um a dois terços dos seus custos (BALLOU, 1998). Esse é um dos motivos pelos quais o estudo dos problemas de roteirização têm despertado o interesse das empresas, pois uma boa adequação aos roteiros adotados pelas mesmas possibilita uma economia em seus custos. Além disso, é possível também agilizar o atendimento aos clientes.

## 1.2 Objetivos do trabalho

Esse projeto tem como objetivo principal propor um método de resolução para um Problema de roteirização de veículos, trabalhando com um conjunto de clientes dispersos geograficamente utilizando veículos com capacidade limitada.

## 1.3 Características do problema estudado

Os clientes se encontram dispersos geograficamente e devem ter suas demandas atendidas por um único veículo. Os veículos partem de um depósito central e retornam ao mesmo ao final do atendimento. Resumidamente tem-se:

- Um único depósito central.
- Uma frota homogênea.
- Quantidade limitada de veículos.
- Veículos com capacidade limitada.

## 1.4 Classificação do problema

Esse problema é um exemplo clássico de problemas de Otimização. O conceito de otimização está bem identificado como um mecanismo de análise de decisões complexas, envolvendo seleção de valores para variáveis, como o simples objetivo de quantificar performance e medir a qualidade das decisões. A intenção é encontrar a melhor solução, respeitando, se necessário, restrições de viabilidade impostas aos parâmetros do problema(SOARES, 1997). Por se tratar de um problema classificado como NP-difícil, esse problema tem despertado o interesse na busca de métodos de resolução mais eficientes.

## 1.5 Organização do trabalho

O presente trabalho encontra-se organizado como segue:

O capítulo 2 contém a Revisão bibliográfica no qual tem-se alguns conceitos, tais como o conceito de roteirização de veículos, o problema do menor caminho e o algoritmo de Dijkstra, conceitos esses fundamentais para o entendimento do projeto.

O capítulo 3 trata do conceito de Algoritmos Genéticos

O capítulo 4 descreve a implementação do método proposto. Nesse capítulo é detalhado como foram utilizados os conceitos de algoritmos genéticos descritos no capítulo anterior.

No capítulo 5 é descrito o desenvolvimento do projeto e os testes que foram realizados no mesmo.

O capítulo 6 traz a conclusão desse projeto e os trabalhos futuros que poderão ser desenvolvidos a partir do mesmo.

## *2 Revisão Bibliográfica*

### **2.1 Roteirização de Veículos**

O termo roteirização sem definição na língua portuguesa, tem o termo equivalente em inglês *routing* que pode ser definido como o processo para a determinação de roteiros a serem cumpridos, afim de visitar um conjunto de pontos dispersos geograficamente e pré-determinados (CUNHA, 2000).

O transporte representa, para a maioria das empresas, o elemento mais importante nos seus custos logísticos, chegando a absorver de 33,3% a 66,6% do total (BALLOU, 1998). O consumidor final sempre acaba tendo que arcar com isso, uma vez que o aumento nos custos sempre é repassado no preço das mercadorias.

De acordo com pesquisas, do valor final das mercadorias, algo em torno de 10% a 15% correspondem ao custo do seu transporte (FISHER; JORNSTEEN; MADSEN, 1979). Segundo Bodin e Golden (1983), nos Estados Unidos em 1980, os custos de distribuição das mercadorias foi estimado em 400 bilhões de dólares. Parte desses custos poderia ser reduzida apenas com o tratamento do roteamento utilizado (BODIN; GOLDEN, 1981).

O estudo de roteirização de veículos é algo de grande interesse das empresas, pois uma boa adequação aos roteiros adotados pelo veículos pode possibilitar uma diminuição no tempo de atendimento aos clientes e também resultar numa boa economia nos gastos com o transporte. Isso pode ser interessante, também, para os clientes pois poderão ter suas demandas atendidas de uma maneira mais rápida, assim como também há a possibilidade de uma diminuição no valor final do produto. Ou seja, possibilita diminuir seus custos e garante a qualidade nos serviços prestados aos seus clientes possibilitando o atendimento num melhor tempo possível. A Figura 1 mostra os exemplos de roteadores utilizados por algumas empresas.

Quando se trata de transportes, as decisões a serem tomadas podem ser classificadas como decisões estratégicas que são aquelas que se caracterizam por impactos a longo prazo

<b>Empresa</b>	<b>Ramo</b>	<b>Problema</b>	<b>Sistema</b>	<b>Resultados</b>
<b>Protege</b>	Transp. de Valores	Otimização de rota e frota	<i>Trucks 9.0</i>	15% de redução da frota, mais rigor nos horários, maior qualidade de serviço
<b>Sadia</b>	Distr. Alim.	Otimiz. de rota	<i>Trucks 8.2</i>	Redução de 5% do custo operacional
<b>Adriano Coselli</b>	Atacadista	Red. tempo distrib. e Km	<i>Trucks 8.2</i>	Redução de 2h no tempo total e duplicação das entregas (500 p/ semestre)
<b>Luiz Tonin</b>	Atacadista	Red. tempo distrib. e Km	<i>Trucks 8.2</i>	Ganho de 3km p/ entrega, 30 entregas diárias p/ veículo, redução de 20% tempo de entrega e ampliação da área de atuação
<b>Cofesa</b>	Atacadista	Red. tempo distrib. e Km	<i>Trucks 8.2</i>	Rotas mais "enxutas", maior controle da frota
<b>Grupo Benjamin</b>	Atacadista	Red. tempo distrib. e Km	<i>Trucks 8.2</i>	Passou a atender 350 pedidos diários
<b>Marilan biscoitos</b>	Distr. Alimentos	Red. tempo e custo distrib.	<i>Trucks</i>	Redução de 5% nos custos de entrega, ganhos em produtividade, efic., qualid. e confian. dos clientes
<b>Fuller</b>	Distr. Alimentos	Red. tempo e custo distrib.	<i>Trucks</i>	Economia de 27% nos custos de entrega e agilização das vendas
<b>Transvalor</b>	Transp. de valores	Red. Custos operacionais	<i>Trucks 8.0</i>	Redução nas horas extras (7% domingo, 3% sábado, e 8% nos outros dias)
<b>Grupo Martins</b>	Distrib. de Atacado	Rapidez atendimento	<i>Trucks</i>	Redução no tempo de ciclo e agilidade na entrega
<b>Security Couriers</b>	Distr. Vale-Refeição	Geren./efic. na entrega	<i>RoadShow</i>	Redução no tempo ciclo c/ mais entregas, redução de frota
<b>Panamco Spal</b>	Distr. Bebidas	Otimiz. de frota	<i>RoadShow</i>	Redução de 25% no nº veículos, maior eficiência na entrega
<b>Jardim América</b>	Distr. Bebidas	Red. Custos, Otim. Frota/rotas	<i>RouteSmart</i>	Redução de 10% a 15% dos custos de distribuição, otimização de rotas
<b>Kibon</b>	Distr. Sorvetes	Agilizar Distribuição	<i>TruckStops</i>	Mais 4000 clientes em 2 meses, redução de 25% Km e 95% ocupação dos veículos

Figura 1: Roteadores utilizados por algumas empresas (MELO, 2000)

e decisões operacionais que são aquelas cujos impactos são a curto prazo e dizem respeito às tarefas do dia-a-dia.

As decisões estratégicas envolvem decisões sobre as propriedades das frotas, seleções e negociações com transportadores, assim como a política de consolidação de cargas. Já as decisões operacionais, envolvem o embarque, a programação de veículos, a roteirização e o gerenciamento de avarias. No presente trabalho, o foco é o estudo de métodos de otimização para a determinação de roteiros, ou seja, a programação e roteirização de veículos.

O problema clássico de roteirização pode ser entendido como a procura por um modo ótimo de atender um conjunto de clientes dispersos geograficamente usando veículos pertencentes a uma conhecida frota.

Dantzig e Ramser foram os primeiros a estudarem a aplicação real dos problemas de roteirização, em 1959, quando estudaram a aplicação da distribuição de gasolina para estações de venda (DANTZIG; RAMSER, 1959).

Do ponto de vista computacional, o problema de roteirização ou roteamento de veículos é um problema de otimização combinatória NP-difícil, que consiste em determinar as rotas a serem adotadas por uma frota de veículos que deve partir de um depósito, afim de atender um conjunto de clientes. No caso clássico do problema, as rotas devem iniciar e terminar num único depósito e cada cliente deve ter sua demanda atendida por um único veículo que tem sua capacidade limitada. Adicionando algumas restrições ao problema clássico, muitas variações do mesmo foram surgindo. As restrições podem ser referentes aos veículos, aos clientes ou às rotas. Em relação aos veículos, as restrições que podem ocorrer são quanto ao tipo de carga que cada veículo pode transportar, assim como sua capacidade total (BELFIORE, 2006). As restrições dos clientes podem ser quanto à prioridade no atendimento que alguns clientes podem ter ou a janela de tempo que determina o horário no qual cada um pode ser atendido. Quanto às rotas pode-se ter como restrição a distância máxima que deve ser percorrida em cada uma. Sendo assim, temos:

- Restrições em relação ao tempo de atendimento (janelas de tempo).
- Restrições quanto ao tamanho da frota (um único veículo ou vários).
- Restrições quanto ao tipo da frota (homogênea ou heterogênea, ou com capacidades diferentes).

Portanto, é possível encontrar as seguintes variações do problema clássico:

- Problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo.
- Problemas de roteirização de veículos com entregas fracionadas.
- Problemas de roteirização de veículos com múltiplos depósitos.
- Problemas de roteirização de veículos com coleta e entrega.

### **2.1.1 O Problema de roteirização como um problema de programação linear**

O problema de roteirização de veículos, por se tratar de um problema de Programação Linear, pode ser classificado segundo os aspectos: função objetivo, restrições, variáveis de decisão, hipóteses/recursos e características do problema (BELFIORE, 2006).

#### **2.1.1.1 Função objetivo**

A função objetivo a ser otimizada vai depender do tipo do problema a ser estudado. O principal foco do estudo desses tipos de problemas é a diminuição dos gastos com o processo de distribuição de mercadorias. A função objetivo pode ser a de minimizar os custos totais de distribuição, que incluem os custos fixos (custo de capital dos veículos, salários de motoristas e ajudantes e outras despesas eventuais como licenciamento, seguro, taxas, etc) e os custos variáveis (custos dos veículos que variam conforme a distância); ou minimizar a distância total percorrida; ou minimizar a duração das rotas; ou minimizar o número de veículos utilizados no processo; ou ainda, maximizar a função utilidade baseada no serviço e/ou prioridades dos clientes (GUERREIRO, 2009).

#### **2.1.1.2 Restrições**

As restrições que também dependem do problema em questão: podem ser restrições quanto à capacidade dos veículos, quanto à quantidade de veículos da rota, quanto à distância a ser percorrida, quanto à quantidade de clientes que cada veículo pode atender, entre outras.

### 2.1.1.3 Variáveis de decisão

As variáveis de decisão são definidas de acordo com os objetivos e restrições do problema, que pode ser definido pelas respostas de diferentes perguntas, tais como quanto a determinar "qual veículo deve ser designado para cada cliente?" ou "qual a quantidade de carga cada veículo pode carregar?" ou "qual é o início de atendimento de cada cliente?" ou ainda, "qual a rota a ser percorrida e por qual veículo?"

### 2.1.1.4 Hipóteses, recursos e características

As hipóteses/recursos e características do serviço prestado podem ser classificados por tipo de operação (coleta, entrega, coleta e entrega, simultaneamente, tipos de carga (única ou carga de lotação, múltiplas cargas ou carga fracionada), tipo de demanda (determinística ou estocástica), localização da demanda (demanda localizada somente em arcos, demanda localizada somente em nós ou demanda localizada em arcos e nós), tamanho da frota (limitada, ilimitada), tipo de frota (homogênea ou heterogênea), depósitos e localização dos veículos (um único depósito ou vários, quantidade de produtos disponíveis no depósito central para entrega aos clientes), jornada de trabalho (duração, horário de almoço e outras interrupções, permissão para viagens com mais de um dia de duração) e outras hipóteses, por exemplo, cada veículo pode visitar um cliente uma única vez durante a rota, um cliente pertence a uma única rota, um cliente pode pertencer a mais de uma rota e quando o veículo visita um cliente da rota todos os clientes são visitados.

A Figura 2 ilustra um roteamento com três veículos. Nesse caso é considerado um único depósito do qual os veículos saem e para onde devem retornar após o atendimento aos clientes. Na figura, ainda estão representadas as três rotas correspondentes a cada um dos veículos.

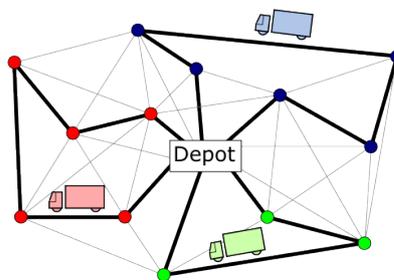


Figura 2: Roteamento

Uma classificação para os problemas de roteirização como (BODIN; GOLDEN, 1981):

- Problemas de roteirização pura: Não há restrições temporais nem relações de precedências, o que ocorre quando uma entrega deve ser precedida pela coleta da mercadoria, por exemplo. A Figura 3 mostra a classificação dos problemas de roteirização pura proposto por Cunha (CUNHA, 2000), adaptado de Bodin (BODIN; GOLDEN, 1981).

<b>Denominação</b>	<b>número de roteiros</b>	<b>localização dos clientes</b>	<b>limite de capacidade nos veículos</b>	<b>número de bases</b>	<b>demandas</b>
Problema do caixeiro viajante	um	nós	não	uma	determinísticas
Problema do carteiro chinês	um	arcos	não	uma	determinísticas
Problema de múltiplos caixeiros viajantes	múltiplos	nós	não	uma	determinísticas
Problema de roteirização em nós com uma única base	múltiplos	nós	sim	uma	determinísticas
Problema de roteirização em nós com múltiplas bases	Múltiplos	nós	sim	múltiplas	determinísticas
Problema de roteirização em nós com demandas incertas	Múltiplos	nós	sim	uma	estocásticas
Problema de roteirização em arcos com limite de capacidade	Múltiplos	arcos	sim	uma	determinísticas

Figura 3: Classificação dos problemas de roteirização pura (CUNHA, 2000)

- Problemas de programação de veículos: Há restrições quanto ao tempo de cada atividade, chegada e saída do cliente.
- Problemas combinados de roteirização e programação de veículos: Há restrições de precedência e quanto ao tempo de cada atividade.

Pode-se ainda classificar o problema de roteirização de veículos em estático e dinâmico.

O caso estático acontece quando os dados referentes aos clientes são previamente conhecidos e não mudam durante o roteamento, nesse caso nenhum cliente pode ser adicionado a uma rota já estabelecida. Já no caso dinâmico, a requisição de um novo cliente pode ser adicionada a uma rota e esta pode ser modificada para atender a esse cliente. Esse tipo de problema é interessante, por exemplo, nos casos em que um veículo quebrou e precisa ser substituído por outro, ou algum cliente precise ser atendido urgentemente.

Dentre os problemas de roteirização existentes, pode-se citar o exemplo, da coleta e entrega, onde os itens a serem entregues não são carregados apenas nos depósitos, mas também nos clientes. Neste caso, restrições quanto à ordem das visitas devem ser consideradas, ou seja, é preciso levar em consideração onde é feita a coleta e onde ocorre a entrega dos itens. Nos problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos, os veículos podem partir de mais de um depósito e nesse caso, também é necessário determinar de qual depósito o veículo parte (BREJON; BELFIORE; FÁVERO, 2006).

### 2.1.2 O problema da roteirização em grafos

O problema de roteirização pode ser representado por um grafo  $G = (V, A)$  em que os clientes e o depósito central são os vértices  $V = v_0, v_1, v_2, \dots, v_n$ , os quais são ligados por um conjunto de arestas  $A = (v_i, v_j)$ ,  $v_i, v_j \in V$   $i \neq j$ . O depósito é representado pelo vértice  $v_0$  e os vértices  $v_1$  a  $v_n$  representam os clientes. As arestas  $(v_i, v_j)$ , representam o caminho existente entre os clientes  $v_i$  e  $v_j$ .

Praticamente todos os problemas de roteirização de veículos são NP-difíceis, pois não são resolvidos em tempo polinomial (LENSTRA; KAN, 1981). Esses problemas possuem uma complexidade de ordem exponencial, o que significa que o esforço computacional para resolver um problema desse tipo, cresce exponencialmente à medida que  $n$  cresce, onde  $n$  é o número de clientes a serem atendidos. Métodos exatos garantem a solução ótima do problema, no entanto, os algoritmos de tempo polinomial para achar a solução ótima resolvem com rapidez apenas problemas de pequeno porte. Métodos heurísticos têm sido propostos com o intuito de resolver esses problemas em um tempo computacional aceitável. Um método heurístico busca encontrar uma melhor solução sem, no entanto, poder definir quão próximo essa solução está da solução ótima.

Além da teoria da complexidade computacional representar uma forte justificativa para a utilização dos métodos heurísticos na solução de problemas de roteirização de veículos, outro forte argumento apresentado corresponde à possibilidade de modelar o problema real com maior precisão, uma vez que as heurísticas são mais flexíveis e aptas

a operar com funções objetivos e/ou restrições mais complicadas e mais realistas do que os algoritmos exatos (REEVES, 1993).

O primeiro problema de roteirização estudado foi o problema do caixeiro viajante.

## 2.2 Problema do caixeiro viajante

No PCV, um caixeiro deseja visitar  $N$  cidades (vértices de um grafo), percorrendo rotas (arestas do grafo), pelas quais, ele pode viajar de uma cidade para outra. Cada rota tem um número associado, que representa o custo necessário para percorrê-la (FENATO, 2008). O caixeiro deve passar em cada cidade exatamente uma vez, retornando à cidade de origem ao final do percurso, de tal forma que seja mínima a distância percorrida por ele.

## 2.3 O problema do menor caminho

O problema do menor caminho é bastante conhecido e tem como objetivo obter um percurso mínimo entre dois ou mais vértices de um grafo. Neste caso, um grafo pode representar uma malha rodoviária, distâncias geográficas, etc (SAMPAIO; YANASSE, 1999). Esse problema aparece em uma grande variedade de aplicações, por exemplo, em telecomunicações, transporte, correios, etc., Onde seja necessário encontrar um caminho mais rápido, barato ou confiável entre dois pontos (SILVA; SANCHES, 2009).

O problema do caminho mínimo se adapta a diversas situações práticas. Em roteamento, por exemplo, pode-se modelar os nós do grafo como cruzamentos, os arcos como vias, e os custos associados aos arcos correspondem ao tempo de trajeto ou distância percorrida, e a solução seria o caminho mais curto ou o caminho mais rápido entre dois pontos. (DAVIS, 1997)

O Algoritmo utilizado neste trabalho para a determinação do menor caminho foi o algoritmo de Dijkstra. A próxima seção trata desse algoritmo.

## 2.4 Algoritmo de Dijkstra

O algoritmo consiste basicamente em fazer uma visita por todos os nós do grafo, iniciando no nó fonte e encontrando sucessivamente o nó mais próximo, o segundo mais

próximo, o terceiro mais próximo e assim por diante, um por vez, até que todos os nós do grafo tenham sido visitados (SAMPAIO, 1998). Neste trabalho cada nó representa os clientes ou o depósito e os custos referem-se às distâncias entre esses nós.

**Algoritmo:** Seja  $s$  o nó origem:

- Atribua valor zero à distância do nó  $s$  a ele mesmo (origem) e infinito às demais;
- Atribua um valor qualquer aos precedentes (o precedente de um nó  $t$  é o nó que precede  $t$  no caminho mínimo de  $s$  para  $t$ );
- Enquanto houver nó aberto;
- Seja  $k$  um nó ainda aberto cuja distância seja a menor dentre todos os nós abertos;
- Feche o nó  $k$ ;
- Para todo nó  $j$  ainda aberto que seja sucessor de  $k$  faça:
- Some a estimativa do nó  $k$  com a distância do arco que une  $k$  a  $j$ ;
- Caso esta soma seja menor que a distância anterior para o nó  $j$ , substitua-a e anote  $k$  como precedente de  $j$ .

Quando todos os nós tiverem sido fechados, os valores obtidos serão as distâncias mínimas que partem do nó origem até os demais nós da rede. O caminho propriamente dito é obtido a partir dos nós chamados acima de precedentes (SILVA; SANCHES, 2009).

O próximo capítulo apresenta os conceitos relativos ao algoritmo genético.

## **3** *Algoritmo Genético*

Algoritmos genéticos são algoritmos de busca inspirados na teoria da evolução de Darwin. Na próxima seção, é feita uma breve descrição de tal teoria, em seguida é apresentado o algoritmo genético proposto por John Holland (HOLLAND, 1975).

### **3.1 A Teoria da evolução**

Em 1859 Charles Robert Darwin lançou o livro: "A origem das espécies", no qual descreveu seus estudos acerca da evolução das espécies. Nele, Darwin relata que a diversidade biológica que existe entre as espécies se deve ao processo de descendência e mutação pelo qual os indivíduos passam ao longo dos anos, afirmando ainda estar totalmente convencido de que as espécies não são imutáveis. Além do mais, ressalta os princípios da seleção natural (DARWIN, 1859).

#### **3.1.1 Seleção natural**

Seleção natural é um processo de evolução descrito por Darwin para explicar a adaptação dos seres vivos ao meio em que vivem. De acordo com a seleção natural, somente aqueles indivíduos mais aptos ao meio em que vivem podem sobreviver, se reproduzir e consequentemente transmitir suas características aos seus descendentes. Na luta pela sobrevivência, os indivíduos precisam enfrentar diversos fatores adversos, sendo eles de sua relação com o próprio meio em que vivem reagindo contra fatores naturais tais como frio, calor, busca por alimentos, assim como no relacionamento com outros indivíduos da mesma espécie ou não, sendo na disputa por alimentos ou pela sobrevivência no caso presa-predador.

Um exemplo clássico estudado por Darwin é referente a evolução das girafas. Sabe-se que a característica principal das girafas é seu longo pescoço. No entanto, nem sempre foi assim. Antigamente, além das girafas com o pescoço longo que conhecemos hoje em dia,

também existiam girafas com pescoço médio que se alimentavam da vegetação localizada em áreas mais baixas. Com o passar do tempo, devido à competição pelo alimento, essa vegetação foi ficando cada vez mais escassa e, dessa forma, aqueles indivíduos com pescoço mais longo conseguiam se alimentar da vegetação presente também nas áreas mais altas o que não era possível às girafas de pescoço mais curto. Devido a essa restrição, essas girafas ficaram sem opção de alimento e conseqüentemente, ao passar dos anos, não resistiram por não se adaptarem ao meio, resistindo apenas aquelas cujas características conhecemos atualmente, ou seja, as de pescoço comprido (LUQUE; SILVA, 2010). Na Figura 4 temos à esquerda uma população composta por girafas de pescoço curto e pescoço comprido. Ao centro girafas de pescoço curto sofrendo seleção natural. E à direita população composta apenas por girafas de pescoço longo.

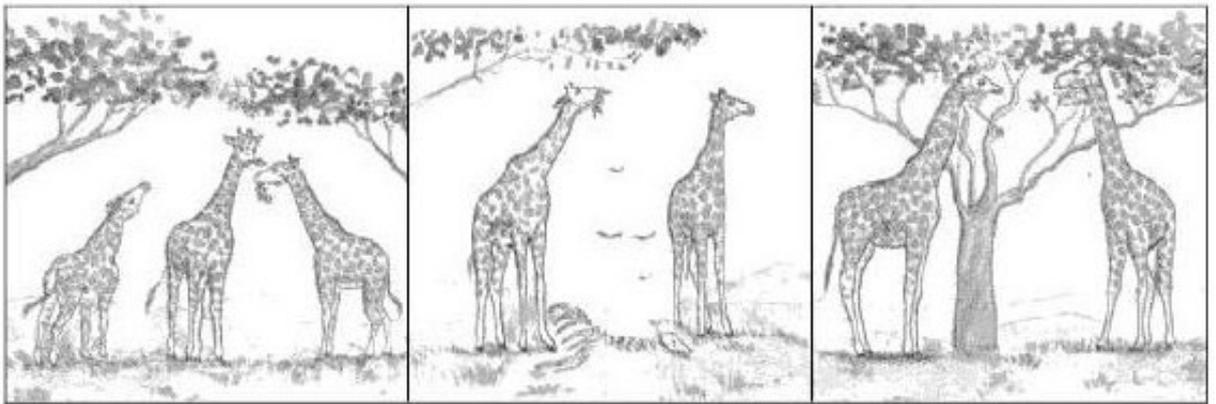


Figura 4: Evolução das Girafas (BRUN, 2007)

Outro bom exemplo que pode-se citar é referente às mariposas de Manchester. Antes da industrialização, a população de mariposas brancas era superior à população escura. No entanto, com a industrialização, a poluição atmosférica acabou mudando a paisagem vigente fazendo com que as mariposas de cores mais escuras pudessem se camuflar melhor, sendo assim, as de cor branca ficavam mais expostas e conseqüentemente tornaram-se alvos mais fáceis dos predadores. Na Figura 5, à direita, a borboleta clara é camuflada pela superfície de árvores e construções, já a borboleta escura é alvo fácil dos predadores por não conseguir se camuflar. À esquerda, pode-se notar que após a industrialização, a superfície foi alterada, favorecendo assim as mariposas escuras, sendo que nesse caso, as mariposas brancas passaram a ser alvos mais fáceis aos predadores (LUQUE; SILVA, 2010).

Os algoritmos genéticos podem ser definidos como uma técnica utilizada em problemas de busca e otimização que visa encontrar uma solução que mais se aproxime da solução ótima, caso essa não seja possível de ser encontrada. As primeiras pesquisas en-

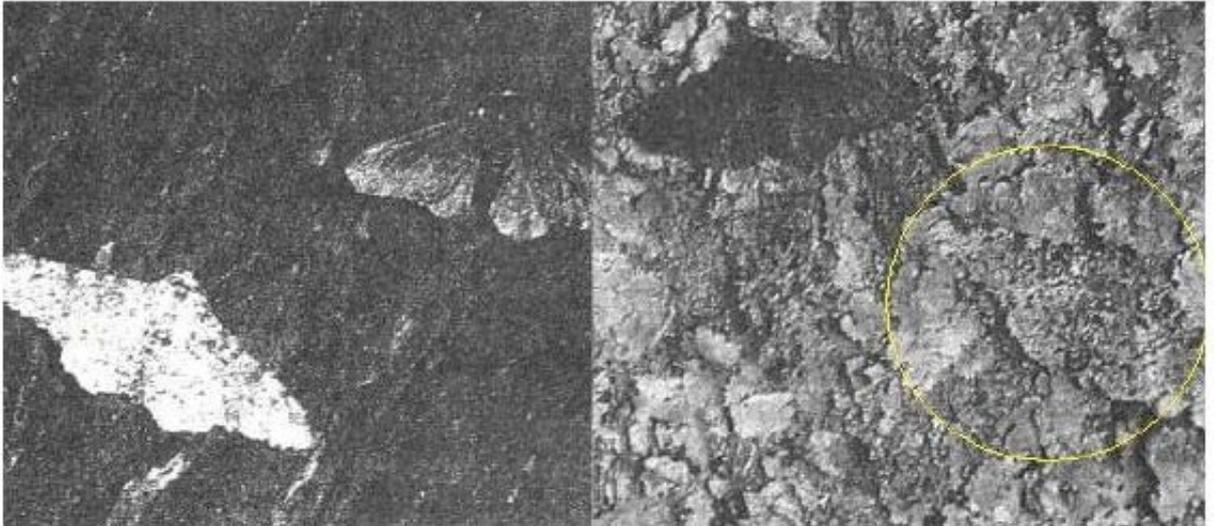


Figura 5: Evolução das mariposas (BRUN, 2007)

volvendo algoritmos genéticos foram propostas por John Holland nos anos 60. Algoritmos genéticos diferenciam-se dos algoritmos tradicionais em alguns aspectos, entre os quais podemos citar o fato de que trabalham não com uma única solução e sim com um conjunto delas o qual é denominado população. Outro fator a ser ressaltado é que todo o processo é feito com uma codificação do conjunto de soluções e não com os próprios parâmetros.

Dentre as vantagens da utilização dos algoritmos genéticos, pode-se dizer que a solução encontrada por esse método é sempre melhor que as soluções encontradas por outras heurísticas. Os Algoritmos Genéticos tem aplicação em diversas áreas, entre as quais podemos salientar:

- Música na sequência de acordes;
- Telecomunicações e
- Otimização médico hospitalar.

### 3.2 Conceitos básicos de algoritmos genéticos

Alguns conceitos devem ser entendidos quando se fala em algoritmos genéticos.

### 3.2.1 Genes

Representa algum parâmetro do problema de acordo com algum alfabeto, sendo as formas de representação mais comuns a binária, real ou inteira.

#### 3.2.1.1 Representação binária

Na representação binária, os cromossomos são representados por uma sequência de bits, ou seja uma cadeia de 0's e 1's. Quanto mais bits forem usados na representação, maior a precisão numérica (ARTERO, 2009). A quantidade de bits utilizada na representação pode influenciar diretamente o resultado, uma vez que uma cadeia longa pode ser difícil de manipular. Uma cadeia curta, por sua vez talvez não venha a representar de maneira eficaz o cromossomo.

### 3.2.2 Cromossomo

Sabe-se que os seres vivos são constituídos por células e as células são constituídas por cromossomos. Um cromossomo pode ser definido como uma seqüência de DNA, ou seja, uma estrutura que armazena informações que podem sofrer alterações durante a evolução dos seres. Os cromossomos correspondem a uma cadeia de genes que representam cada indivíduo da população (ARTERO, 2009). Abaixo segue um exemplo de representação binária.

**cromossomo3** = {11010010} representação binária

### 3.2.3 População

Conjunto de soluções. A população inicial é formada por cromossomos gerados aleatoriamente. O tamanho da população pode influenciar diretamente no desempenho do algoritmo, uma vez que uma população com poucos indivíduos acarreta um espaço de busca pequeno. Já uma população grande apresenta um espaço de busca maior e pode-se ter uma melhor representatividade do problema, no entanto isso demanda uma maior capacidade computacional.

### 3.2.4 Aptidão

Mede a habilidade do indivíduo para sobreviver e se reproduzir. Em Algoritmos genéticos, é usada uma função matemática que deve ser maximizada ou minimizada, de

acordo com o problema a ser resolvido (ARTERO, 2009). A aptidão é um valor que expressa quão boa é a solução codificada por um cromossomo. Os cromossomos que têm melhores valores de aptidão terão maiores chances de passarem à geração seguinte (via cruzamento ou elitismo)(CASTILHO, 2003).

### 3.3 O Algoritmo

Pode-se descrever as etapas do algoritmo genético da seguinte maneira:

1. Início da população de cromossomos.
2. Cálculo da aptidão de cada cromossomo através da função objetivo.
3. Seleção dos cromossomos para o cruzamento.
4. Cruzamento dos cromossomos selecionados na etapa anterior.
5. Mutação dos cromossomos resultantes do cruzamento

Essas etapas são descritas a seguir:

#### 3.3.1 Geração da População Inicial

O primeiro passo do algoritmo genético é a determinação de um conjunto de possíveis soluções para o problema. A esse conjunto dá-se o nome de população inicial e é sobre este conjunto que se dá todo o processo do algoritmo. Esse conjunto de soluções é gerado aleatoriamente, isto significa que não é necessário que haja um cuidado em garantir que as mesmas satisfaçam as restrições do problema. No entanto, é importante que a população inicial cubra a maior área possível do espaço de busca (SILVA, 2005).

#### 3.3.2 Cálculo da Aptidão

As soluções criadas na etapa anterior são avaliadas de acordo com algum critério pré-definido. A função escolhida para o cálculo da aptidão vai depender do tipo de problema a ser resolvido.

### 3.3.3 Seleção

Escolha dos cromossomos para o cruzamento. Assim como ocorre na natureza, e como vimos através dos estudos de Darwin, os indivíduos mais aptos se sobressaem aos demais e têm uma maior probabilidade de sobrevivência e, conseqüentemente, maiores chances de gerarem descendentes, passando a esses suas características principais. Analogamente, nos algoritmos genéticos, os indivíduos menos aptos têm poucas chances de serem escolhidos e conseqüentemente não sobrevivem por outras gerações, ou seja, não evoluem. Essa escolha é feita baseada na aptidão dos cromossomos. Os métodos de seleção mais comuns são: a seleção aleatória, a seleção por torneio e a seleção usando a roleta (ARTERO, 2009). Nesse caso, determina-se qual foi a melhor rota obtida, ou seja, aquela que satisfaz as condições do problema, normalmente referentes a minimização. Normalmente são escolhidos 2 indivíduos para participarem da seleção, no entanto, em alguns casos pode-se ter um número maior de participantes.

#### 3.3.3.1 Seleção Aleatória

Dois indivíduos são escolhidos ao acaso, dessa forma todos os indivíduos da população tem as mesmas chances de serem selecionados.

#### 3.3.3.2 Seleção por torneio

Dois indivíduos são escolhidos ao acaso, há uma competição entre eles e o melhor (vencedor) irá para o cruzamento com outro indivíduo que passou pelo mesmo processo anterior. Nesse método também, todos tem a chance de serem escolhidos, no entanto precisam passar por uma avaliação que determinará que apenas os melhores dentre esses escolhidos poderão participar do cruzamento.

#### 3.3.3.3 Seleção usando a roleta

Nesse modo, os indivíduos terão suas aptidões calculadas e elas determinarão o tamanho do setor da roleta que os representará. Indivíduos com aptidão maior terão um setor maior na roleta. Dessa forma, ao girar a roleta, as chances do cursor parar nos setores maiores será maior, o que beneficia os indivíduos com maiores aptidões. Nesse método os indivíduos de maior aptidão têm mais chance de serem escolhidos, mas não despreza os indivíduos com um baixo valor na aptidão, esses apenas têm menos chances de serem

escolhidos. Observando a Figura 6 percebe-se que o indivíduo  $S_2$  tem mais chances de ser escolhido.

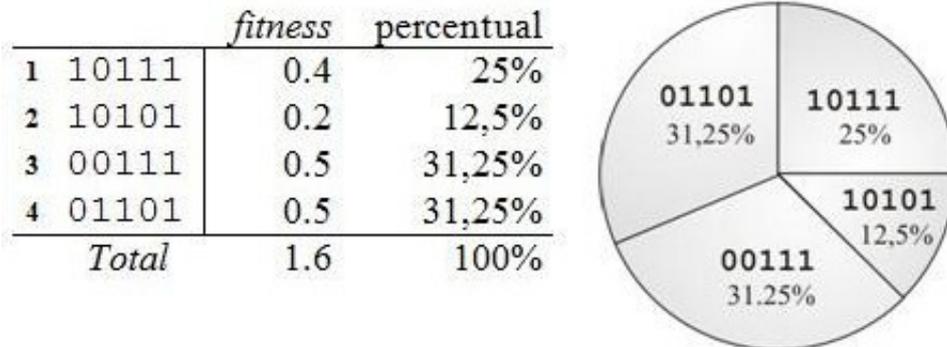


Figura 6: Indivíduos com sua aptidão e o correspondente setor da roleta (FERNEDA, 2009)

### 3.3.4 Cruzamento

Os cromossomos selecionados trocam materiais genéticos entre si, originando assim novos cromossomos.

#### 3.3.4.1 Pontos de corte

O caso mais clássico de cruzamento na codificação binária é por pontos de corte que é determinado da seguinte maneira: pontos de corte são escolhidos nos indivíduos que foram selecionados para o cruzamento. Dependendo do tamanho da cadeia de bits, mais de um ponto de corte pode ser escolhido para que assim possa haver diversidade nos filhos gerados. Após a determinação dos pontos de cortes, os filhos são formados pela 'mistura de pedaços' dos pais. Como os melhores são escolhidos para o cruzamento, o que se espera é que os filhos gerados sejam ainda melhores que seus pais pois esses herdarão as características de ambos. A figura 7 mostra um cruzamento com apenas um ponto de corte. Já na Figura 8 o cruzamento é feito com dois pontos de corte.

Como no presente trabalho a cadeia de bits tem tamanho cem, optou-se pela escolha de dois pontos de cortes. Esses pontos de corte são escolhidos aleatoriamente, ou seja, qualquer que seja o gene, a probabilidade que sua posição seja escolhida para o corte é a mesma que qualquer outro gene da cadeia.

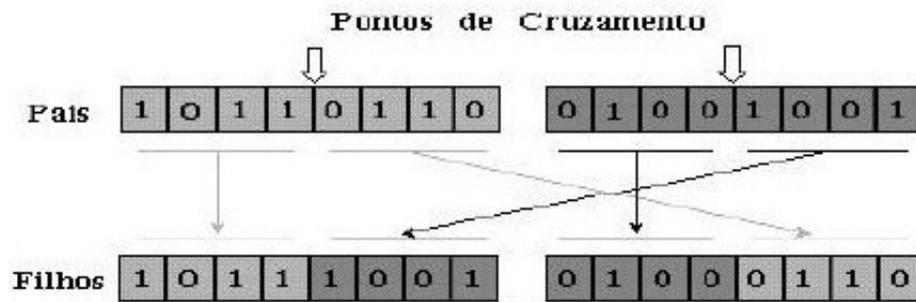


Figura 7: Cruzamento com um ponto de corte (BRUN, 2007)

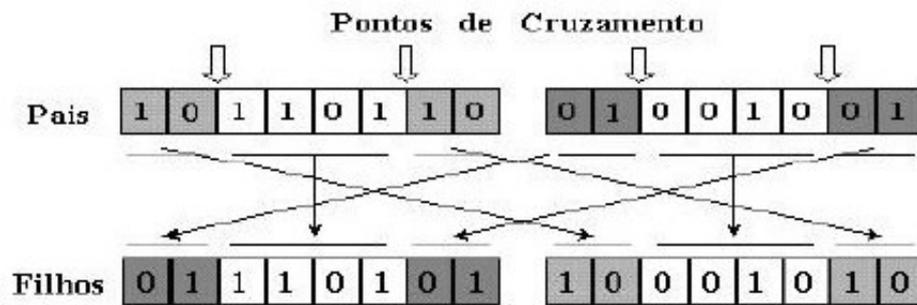


Figura 8: Cruzamento com dois pontos de corte (BRUN, 2007)

### 3.3.4.2 Máscara de bits

Nesse caso é usado um cromossomo auxiliar - a máscara - para realizar o cruzamento. A máscara deve ter a mesma quantidade de bits dos pais. O cruzamento com a máscara de bits fica então da seguinte maneira:

$$\text{Filho}_1 = (\text{Pai}_1 \ \& \ \text{máscara}) \ | \ (\text{Pai}_2 \ \& \ !\text{máscara})$$

$$\text{Filho}_2 = (\text{Pai}_1 \ \& \ !\text{máscara}) \ | \ (\text{Pai}_2 \ \& \ \text{máscara})$$

onde os caracteres & e | representam o E lógico e o OU lógico respectivamente.

Abaixo um exemplo de cruzamento por máscara de bits.

Cromossomo 1    1 0 0 1 1 1 0 0

Cromossomo 2    0 1 0 1 0 1 0 1

Máscara            0 0 1 1 0 0 1 1

Resultado        1 0 0 1 1 1 0 1

### 3.3.5 Mutação

Nessa etapa ocorre a alteração de alguns genes dos cromossomos, possibilitando assim que os descendentes venham a ter alguma característica que não esteja presente em nenhum dos dois pais. A probabilidade da ocorrência da mutação é baixa, algo em torno de 1%. Na codificação binária, a mutação, caso ocorra, é bem simples, basta inverter um dado bit, ou seja, se ele é 0 muda-se para 1 e vice-versa. Vale ressaltar que a determinação do bit que sofrerá a mutação também será feita de maneira aleatória, ou seja, qualquer um pode vir a sofrê-la. Na codificação inteira ou real, a mutação é realizada adicionando um valor qualquer a um dos genes. A Figura 9 é um exemplo de mutação em uma codificação real. Já na figura 10 mostra a mutação numa representação binária.

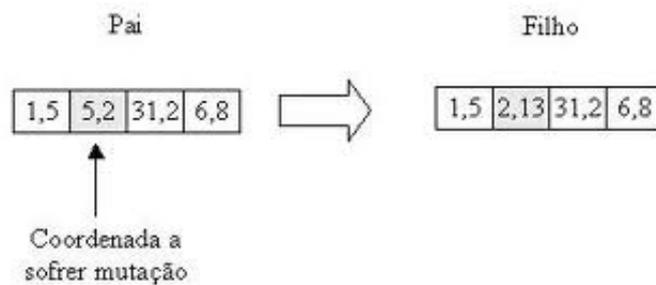


Figura 9: mutação numa codificação real

Antes da Mutação: 1 1 1 0 0  
 Depois da Mutação: 1 1 0 0 0

Figura 10: Mutação numa codificação binária

## 3.4 Elitismo

Técnica onde os melhores indivíduos são escolhidos para passarem para a próxima geração sem que haja cruzamento e mutação.

## 4 *Uma proposta de resolução para problemas de roteirização de veículos baseada no algoritmo genético*

Ao utilizar algoritmos genéticos é preciso adequar o problema aos conceitos dessa heurística. Sendo assim, é feita uma breve descrição de cada parâmetro utilizado. Neste projeto, considera-se como restrição a capacidade limitada dos veículos, devido a isso, sabe-se que são necessários vários veículos para que todos os clientes possam ser atendidos. Sendo assim, para determinar a melhor rota para o atendimento de todos os clientes, é preciso determinar a melhor rota para cada veículo e fazer a união dessas rotas afim de obter a solução final.

idCliente	x	y	demanda	ei	li	tempo	tamanho
0	35	35	0	0	230	0	230
1	41	49	10	161	171	10	10
2	35	17	7	50	60	10	10
3	55	45	13	116	126	10	10
4	55	20	19	149	159	10	10
5	15	30	26	34	44	10	10
6	25	30	3	99	109	10	10
7	20	50	5	81	91	10	10
8	10	43	9	95	105	10	10
9	55	60	16	97	107	10	10
10	30	60	16	124	134	10	10
11	20	65	12	67	77	10	10
12	50	35	19	63	73	10	10
13	30	25	23	159	169	10	10
14	15	10	20	32	42	10	10
15	30	5	8	61	71	10	10
16	10	20	19	75	85	10	10
17	5	30	2	157	167	10	10
18	20	40	12	87	97	10	10
19	15	60	17	76	86	10	10
20	45	65	9	126	136	10	10
21	45	20	11	62	72	10	10
22	45	10	18	97	107	10	10
23	55	5	29	68	78	10	10
24	65	35	3	153	163	10	10
25	65	20	6	172	182	10	10
26	45	30	17	132	142	10	10
27	35	40	16	37	47	10	10
28	41	37	16	39	49	10	10

Figura 11: Dados dos clientes a serem atendidos no problema

No presente trabalho, foi utilizado um conjunto de cem clientes, baseado nas instâncias

de Solomon, que são conjuntos de testes propostos por Solomon (SOLOMON, 1987). As instâncias são divididas em seis grupos: R1, R2, C1, C2, RC1 e RC2. Nos conjuntos R1 e R2, os dados geográficos foram gerados aleatoriamente, a partir de uma distribuição uniforme. Os conjuntos denominados C1 e C2 apresentam as localizações geográficas agrupadas, já os conjuntos RC1 e RC2 apresentam as localizações geográficas semi-agrupadas, isto é, decorrentes de uma combinação de dados randômicos e agrupados (SILVA, 2010). Os dados referente a esses clientes foram armazenados numa tabela em um banco de dados. Esses dados são: as coordenadas, a demanda e o tempo de atendimento. A Figura 11 mostra como esses dados são armazenados no banco de dados.

A figura 12 representa os clientes que devem ser atendidos pelos veículos.

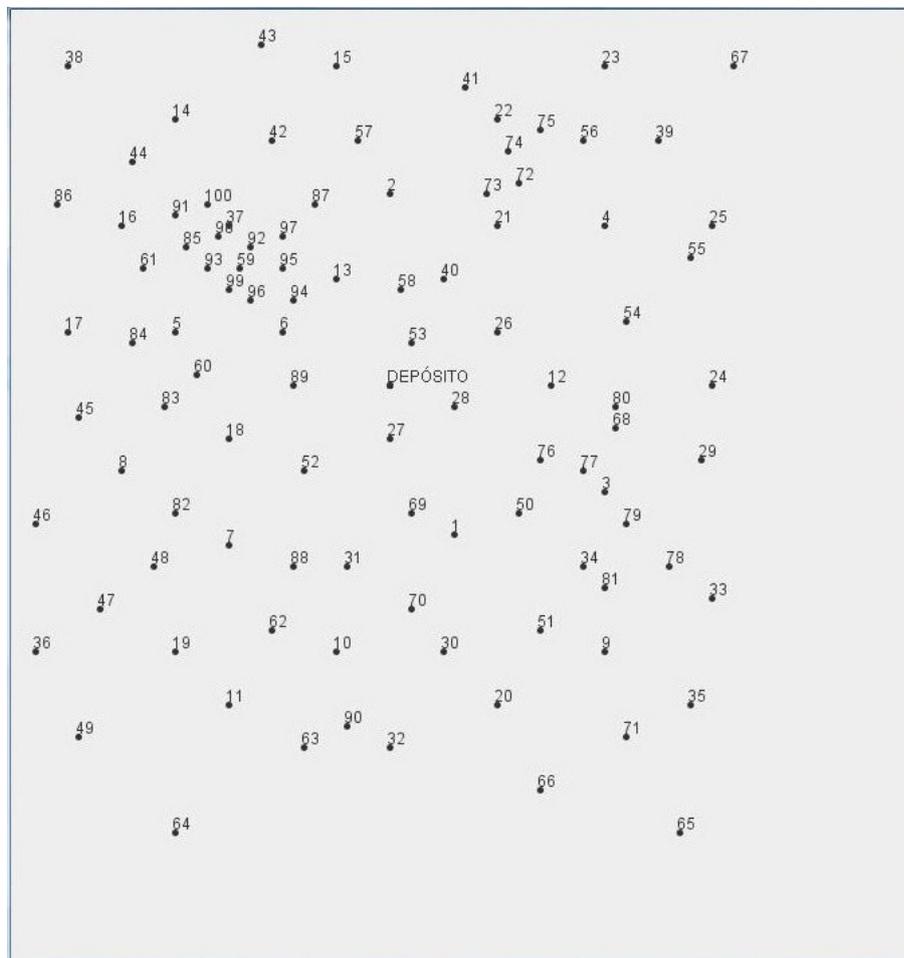


Figura 12: Clientes que devem ser atendidos

Nesse problema o gene é o cliente, cada veículo deve atender um conjunto de clientes, isso define uma rota. Cada rota é um cromossomo. O conjunto de todas as rotas representa uma solução. Por exemplo:

### **Solução 1**

veículo 1 - 6 15 17 25 27 42 43 45 46 65 66 74 80 81 83 84 96 97

veículo 2 - 4 18 19 24 34 39 52 57 64 79 86 88 90

veículo 3 - 5 29 31 38 44 47 72 95 100

veículo 4 - 7 11 13 28 32 41 50 53 59 89 93

veículo 5 - 2 16 20 26 48 51 54 55 56 63 67 71 73 78 91 92

veículo 6 - 9 10 12 14 21 22 36 58 61 70 75 82

veículo 7 - 23 30 40 49 60 76 77 85 87 98

veículo 8 - 1 3 8 33 35 37 62 68 69 94 99

O veículo 1 atende a um conjunto de clientes que corresponde à sua rota. Esse conjunto de clientes denomina-se cromossomo do veículo 1 ou cromossomo 1. O conjunto de todos os cromossomos constitui uma solução.

## **4.1 Geração da População Inicial**

Ao iniciar o programa é solicitado ao usuário que informe a capacidade do veículo e o tamanho da população inicial. O tamanho da população indica a quantidade de soluções iniciais do problema. A população inicial é, portanto, um conjunto de soluções que são criadas aleatoriamente. Em seguida é descrito detalhadamente como isso é feito:

### **4.1.1 Gerando uma Solução**

Um veículo é alocado, em seguida um cliente é escolhido aleatoriamente (sorteado), então deve-se verificar se o veículo pode atender este cliente. O veículo pode atender o cliente se o total carregado pelo veículo somado com a demanda a ser atendida não exceder a sua capacidade. Caso o atendimento seja possível, o cliente é associado ao veículo e algumas informações são salvas numa tabela denominada Solução. As informações são: o número da solução atual, o número do veículo alocado no momento e o número do cliente atendido. Cada vez que o veículo atender um cliente, uma entrada é gravada na tabela Solução. Veja a Figura 13

O processo descrito acima é repetido enquanto o veículo não exceder sua capacidade. Quando o veículo não puder atender mais nenhum cliente, visto que qualquer possível atendimento pode exceder a sua capacidade, esse veículo deve ser liberado e outro veículo deve ser alocado a fim de atender aos clientes que ainda não foram atendidos. Quando um veículo é liberado, alguns dados sobre sua rota também devem ser guardados, esses dados

idCliente	idSolucao	idVeiculo	ordem	capacVeic
1	1	2	27	250
1	2	1	101	250
1	3	3	238	250
1	4	5	378	250
1	5	4	462	250
2	1	1	10	250
2	2	2	132	250
2	3	5	274	250
2	4	4	354	250
2	5	3	434	250
3	1	2	28	250
3	2	5	180	250
3	3	6	283	250
3	4	1	316	250
3	5	5	473	250
4	1	3	50	250
4	2	4	163	250
4	3	6	288	250
4	4	5	375	250
4	5	2	416	250
5	1	5	81	250
5	2	1	109	250
5	3	4	247	250
5	4	5	383	250
5	5	5	470	250
6	1	3	46	250
6	2	4	166	250
6	3	4	251	250
6	4	5	297	250
6	5	6	250	250

Figura 13: Tabela Solução

ção: o número da solução, o número do veículo, o horário do término dos atendimentos, o total carregado pelo veículo, a quantidade de clientes atendidos e a distância percorrida pelo veículo nessa rota, incluindo a distância do depósito (de onde o veículo parte) até o primeiro cliente a ser atendido por ele e a distância do último cliente ao depósito (para onde o veículo retorna ao final da rota). Esses dados são salvos na tabela Rotas. Cada entrada nessa tabela corresponde a rota de um veículo e tem uma entrada para cada veículo em cada solução. A figura 14 mostra essa tabela.

Abaixo segue um exemplo de 5 soluções geradas.

### Solução 1

veículo 1 - 6 15 17 25 27 42 43 45 46 65 66 74 80 81 83 84 96 97

veículo 2 - 4 18 19 24 34 39 52 57 64 79 86 88 90

veículo 3 - 5 29 31 38 44 47 72 95 100

veículo 4 - 7 11 13 28 32 41 50 53 59 89 93

veículo 5 - 2 16 20 26 48 51 54 55 56 63 67 71 73 78 91 92

veículo 6 - 9 10 12 14 21 22 36 58 61 70 75 82

veículo 7 - 23 30 40 49 60 76 77 85 87 98

veículo 8 - 1 3 8 33 35 37 62 68 69 94 99

idSolucao	idVeiculo	horaTermino	totalCarregado	totalClientes	dist
1	1	160	236	16	566
1	2	210	246	21	644
1	3	150	242	15	477
1	4	180	248	18	671
1	5	160	247	16	545
1	6	140	239	14	483
2	1	180	248	18	613
2	2	160	243	16	537
2	3	190	239	19	690
2	4	180	241	18	737
2	5	130	233	13	592
2	6	150	213	15	625
2	7	10	41	1	46
3	1	120	227	12	561
3	2	160	235	16	497
3	3	170	249	17	548
3	4	180	241	18	684
3	5	170	244	17	621
3	6	190	235	19	774
3	7	10	27	1	24
4	1	210	247	21	727
4	2	150	244	15	476
4	3	170	245	17	524
4	4	180	248	18	610
4	5	140	246	14	467
4	6	150	228	15	371
5	1	140	245	14	488
5	2	160	243	16	611
5	3	200	249	20	653

32 rows fetched in 0,0061s (0,0014s)

Figura 14: Tabela Rotas

**Solução 2**

veículo 1 - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

veículo 2 - 3 8 17 24 30 36 37 41 43 46 49 52 55 56 61 62 67 69 84 99

veículo 3 - 14 34 39 44 64 65 72 81 93 98

veículo 4 - 1 5 9 10 15 18 19 22 35 42 51 53 60 70 73 74 92 96

veículo 5 - 2 12 25 28 29 31 50 68 76 77 79 100

veículo 6 - 20 23 26 32 47 57 63 83 85 90 91

veículo 7 - 4 6 7 13 27 33 38 45 66 71 75 78 94

veículo 8 - 48 86 95

**Solução 3**

veículo 1 - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

veículo 2 - 1 10 16 19 33 41 44 53 57 58 81 86

veículo 3 - 2 3 13 24 28 35 36 38 52 54 64 65 71 88 89 92

veículo 4 - 15 25 26 30 32 46 50 55 68 70 76 79 82

veículo 5 - 7 8 14 21 22 59 60 67 72 80 87 96

veículo 6 - 5 9 11 23 31 37 49 93

veículo 7 - 4 17 27 29 42 43 48 61 63 75 84 90 95 98 100

veículo 8 - 45 62 69 73 83 85 91 94 97

#### **Solução 4**

veículo 1 - 3 6 12 17 21 36 42 48 77 80 82 83 85 90

veículo 2 - 5 14 16 20 30 39 46 68 87

veículo 3 - 8 23 24 25 35 40 59 60 62 66 75 89 91 93

veículo 4 - 2 11 13 19 22 27 29 31 37 43 61 70 76 88 98

veículo 5 - 32 38 44 45 49 53 56 78 84 92 94 97 99

veículo 6 - 1 4 9 18 28 50 58 69 71 72 74 79 96

veículo 7 - 7 10 26 33 34 47 51 54 57 63 67 73 100

veículo 8 - 15 41 52 55 64 65 81 86 95

#### **Solução 5**

veículo 1: 7 9 15 22 30 32 43 47 48 52 81 92

veículo 2: 23 31 36 41 42 57 61 62 66 72 90 93

veículo 3: 4 13 29 46 53 55 65 71 75 80 87 94 95

veículo 4: 3 5 6 19 24 27 35 49 50 59 64 69 88 89

veículo 5: 14 18 21 34 37 44 51 58 73 79 83 96 99

veículo 6: 10 17 50 26 33 40 63 67 68 76 77 86

veículo 7: 2 8 11 12 16 25 28 38 45 54 56 60 74 78 82 91 97 98

veículo 8: 1 39 70 84 85 100

Após a criação da população inicial, a função aptidão de cada rota é calculada.

## **4.2 Cálculo da Aptidão**

Para cada solução há várias rotas, uma rota para cada veículo, e a aptidão de cada uma dessas rotas é calculada. No cálculo da aptidão são considerados os seguintes parâmetros: a distância percorrida pelo veículo na rota, o total carregado nessa rota e o número de clientes atendidos. Pode-se dizer que uma rota ótima é aquela que teve o maior carregamento, atendeu um maior número de clientes e o veículo percorreu uma menor distância. No entanto, é fácil notar que nem sempre é possível para uma rota satisfazer a essas três condições. O custo de uma rota é calculado pela seguinte fórmula:

$$f(R_i) = A * \left(\frac{1}{Dt_i}\right) + B * tca + C * tcg \quad (4.1)$$

onde:

$f(R_i)$  - função aptidão da rota  $i$ .

A,B e C - são constantes que representam os pesos atribuídos a cada parcela.

$Dt_i$  - representa a distância total percorrida pelo veículo nessa rota.

Tca - total de clientes atendidos pelo veículo.

Tcg - total carregado pelo veículo.

Pela equação 4.1 é possível notar que quanto maior a quantidade de clientes atendidos por uma rota melhor ela será, assim como quanto maior for o carregamento. Quanto à distância, a melhor rota é aquela que tem a menor distância percorrida no roteiro. Os valores atribuídos às constantes A,B e C foram 8,2 e 2. À parcela corresponde à distância foi atribuído um valor maior pois quanto maior a distância, menor seria o valor dessa parcela.

O valor da aptidão é salvo em uma tabela no banco de dados como mostra a Figura 15

idSolucao	idVeiculo	fitness
1	1	252
1	2	267
1	3	257
1	4	266
1	5	263
1	6	253
2	1	266
2	2	259
2	3	258
2	4	259
2	5	246
2	6	228
2	7	42
3	1	239
3	2	251
3	3	266
3	4	259
3	5	261
3	6	254
3	7	28
4	1	268
4	2	259
4	3	262
4	4	266
4	5	260
4	6	243
5	1	259
5	2	259
5	3	269

Figura 15: Tabela que guarda a aptidão de cada rota

### 4.3 Seleção dos Cromossomos

Cada veículo tem uma rota associada a ele em cada solução. Abaixo temos as rotas  $R_k^1$  associadas aos veículos em cada solução:

#### Rotas para o veículo 1

$R_{11}$  - 6 15 17 25 27 42 43 45 46 65 66 74 80 81 83 84 96 97

$R_{12}$  - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

$R_{13}$  - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

$R_{14}$  - 3 6 12 17 21 36 42 48 77 80 82 83 85 90

$R_{15}$  - 7 9 15 22 30 32 43 47 48 52 81 92

#### Rotas para o veículo 2

$R_{21}$  - 4 18 19 24 34 39 52 57 64 79 86 88 90

$R_{22}$  - 3 8 17 24 30 36 37 41 43 46 49 52 55 56 61 62 67 69 84 99

$R_{23}$  - 1 10 16 19 33 41 44 53 57 58 81 86

$R_{24}$  - 5 14 16 20 30 39 46 68 87

$R_{25}$  - 23 31 36 41 42 57 61 62 66 72 90 93

#### Rotas para o veículo 3

$R_{31}$  - 5 29 31 38 44 47 72 95 100

$R_{32}$  - 14 34 39 44 64 65 72 81 93 98

$R_{33}$  - 2 3 13 24 28 35 36 38 52 54 64 65 71 88 89 92

$R_{34}$  - 8 23 24 25 35 40 59 60 62 66 75 89 91 93

$R_{35}$  - 4 13 29 46 53 55 65 71 75 80 87 94 95

#### Rotas para o veículo 4

$R_{41}$  - 7 11 13 28 32 41 50 53 59 89 93

$R_{42}$  - 1 5 9 10 15 18 19 22 35 42 51 53 60 70 73 74 92 96

$R_{43}$  - 15 25 26 30 32 46 50 55 68 70 76 79 82

$R_{44}$  - 2 11 13 19 22 27 29 31 37 43 61 70 76 88 98

$R_{45}$  - 3 5 6 19 24 27 35 49 50 59 64 69 88 89

---

<sup>1</sup> $R_k$  corresponde a rota do veículo na Solução  $S_k$

**Rotas para o veículo 5**

$R_{51}$  - 2 16 20 26 48 51 54 55 56 63 67 71 73 78 91 92

$R_{52}$  - 2 12 25 28 29 31 50 68 76 77 79 100

$R_{53}$  - 7 8 14 21 22 59 60 67 72 80 87 96

$R_{54}$  - 32 38 44 45 49 53 56 78 84 92 94 97 99

$R_{55}$  - 14 18 21 34 37 44 51 58 73 79 83 96 99

**Rotas para o veículo 6**

$R_{61}$  - 9 10 12 14 21 22 36 58 61 70 75 82

$R_{62}$  - 20 23 26 32 47 57 63 83 85 90 91

$R_{63}$  - 5 9 11 23 31 37 49 93

$R_{64}$  - 1 4 9 18 28 50 58 69 71 72 74 79 96

$R_{65}$  - 10 17 50 26 33 40 63 67 68 76 77 86

**Rotas para o veículo 7**

$R_{71}$  - 23 30 40 49 60 76 77 85 87 98

$R_{72}$  - 4 6 7 13 27 33 38 45 66 71 75 78 94

$R_{73}$  - 4 17 27 29 42 43 48 61 63 75 84 90 95 98 100

$R_{74}$  - 7 10 26 33 34 47 51 54 57 63 67 73 100

$R_{75}$  - 2 8 11 12 16 25 28 38 45 54 56 60 74 78 82 91 97 98

**Rotas para o veículo 8**

$R_{81}$  - 1 3 8 33 35 37 62 68 69 94 99

$R_{82}$  - 48 86 95

$R_{83}$  - 45 62 69 73 83 85 91 94 97

$R_{84}$  - 15 41 52 55 64 65 81 86 95

$R_{85}$  - 1 39 70 84 85 100

Observe que para cada veículo existem  $m$  padrões que correspondem a parcela desse veículo em cada uma das soluções geradas. Para o cruzamento devem ser escolhidos os melhores padrões de cada veículo. Assim, em cada veículo, vamos escolher as rotas  $R_{i,j}$  e  $R_{i,m}$  onde  $R_{i,j}$  é a rota do veículo  $i$  na solução  $j$  e  $R_{i,m}$  é a rota do veículo  $i$  na solução  $m$ , sendo que o veículo  $i$  tem as melhores aptidões nas soluções  $j$  e  $m$  respectivamente.

## 4.4 Cruzamento

Vale lembrar que será realizado um cruzamento para cada um dos veículos. Vamos descrever o cruzamento do veículo 1. A aptidão de cada rota foi calculada segundo a equação 4.1.

### Veículo 1

$R_{11}$  - 6 15 17 25 27 42 43 45 46 65 66 74 80 81 83 84 96 97

Aptidão: 1067

$R_{12}$  - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

Aptidão: 1106

$R_{13}$  - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

Aptidão: 1105

$R_{14}$  - 3 6 12 17 21 36 42 48 77 80 82 83 85 90

Aptidão: 1102

$R_{15}$  - 7 9 15 22 30 32 43 47 48 52 81 92

Aptidão: 1087

As rotas escolhidas foram:

$R_{12}$  - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

$R_{13}$  - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

Após a escolha dos padrões que irão para o cruzamento, esses padrões serão codificados, a codificação escolhida foi a binária. Após a codificação dos cromossomos, dois pontos de corte<sup>2</sup> são escolhidos randomicamente. Nesse exemplo, foram escolhidas as posições 12 e 34 como pontos de corte. Convém lembrar que qualquer posição do cromossomo pode ser escolhida como ponto de corte.

Após o cruzamento, dois filhos são gerados:

$f_1$ : 11 18 20 34 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

$f_2$ : 6 12 16 21 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

Esses filhos, que agora são novos padrões desse veículo, serão avaliados, ou seja, terão sua aptidão calculada e serão agregados ao conjunto de rotas já existentes e nesse caso serão as rotas  $R_6$  e  $R_7$  respectivamente. Agora teremos:

---

<sup>2</sup> pontos de corte foram escolhidos ao invés de 1 devido ao tamanho dos cromossomos

## Veículo 1

R<sub>11</sub> - 6 15 17 25 27 42 43 45 46 65 66 74 80 81 83 84 96 97

R<sub>12</sub> - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

R<sub>13</sub> - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

R<sub>14</sub> - 3 6 12 17 21 36 42 48 77 80 82 83 85 90

R<sub>15</sub> - 7 9 15 22 30 32 43 47 48 52 81 92

R<sub>16</sub> - 11 18 20 34 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

R<sub>17</sub> - 6 12 16 21 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

Como a população deve ter sempre o mesmo tamanho, após um certo número de cruzamentos, as rotas menos aptas (as mais fracas) devem ser descartadas pois elas não terão chance de serem escolhidas para o próximo cruzamento, como será visto mais adiante.

## 4.5 Codificação

Vamos considerar as rotas que foram escolhidas anteriormente:

R<sub>2</sub> - 11 16 21 40 54 58 59 80 82 87 88 89 97

R<sub>3</sub> - 6 12 18 20 34 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

Um vetor de inteiros com 101 posições é associado a cada cromossomo escolhido para o cruzamento. Se o cliente é atendido nessa rota então a posição correspondente ao vetor é setada com o valor 1. Como o primeiro índice do vetor é o zero e essa índice não corresponde a nenhum cliente, associamos a essa posição o valor -1. Assim, após a codificação, teremos:

```
-1 0000000000 1000010000 1000000000 0000000001 0000000000 0001000110 0000000000 0000000001 0100001110 0000001000
-1 0000010000 0100000101 0000000000 0001000011 0000001000 1000010000 0000010000 0001001100 0000000000 0000000010
```

Podemos observar que no momento do cruzamento, não estamos levando em consideração a ordem do atendimento de cada cliente. Vamos marcar os pontos de corte 12 e 34.

```
-1 0000000000 10|00010000 1000000000 0000|000001 0000000000 0001000110 0000000000 0000000001 0100001110 0000001000
-1 0000010000 01|00000101 0000000000 0001|000011 0000001000 1000010000 0000010000 0001001100 0000000000 0000000010
```

Após o cruzamento teremos:

```
-1 0000000000 1000000101 0000000000 0001000001 0000000000 0001000110 0000000000 0000000001 0100001110 0000001000
-1 0000010000 0100010000 1000000000 0000000011 0000001000 1000010000 0000010000 0001001100 0000000000 0000000010
```

## 4.6 Mutação

Como vimos a mutação tem pouca probabilidade de ocorrer, algo em torno de 1%. Mas para exemplificar vamos supor que ocorra mutação nesses dois filhos gerados. Vamos escolher 2 genes quaisquer para a mutação.

Filho 1 antes da mutação:

```
-1 0000000000 100000101 0000000000 0001000001 0000000000 0001000110 0000000000 0000000001 0100001110 0000001000
```

Depois da mutação:

```
-1 0000000000 100000101 0000000000 0001000001 1000000000 0001000110 0000000000 0000000001 0100001110 0000001000
```

Veja que após a mutação a posição 41 passa a ter o valor 1 o que significa que o cliente 41 deverá ser atendido por essa rota.

Filho 2 antes da mutação:

```
-1 0000010000 0100010000 1000000000 0000000011 0000001000 1000010000 0000010000 0001001100 0000000000 0000000010
```

Depois da mutação:

```
-1 0000010000 0100010000 0000000000 0000000011 0000001000 1000010000 0000010000 0001001100 0000000000 0000000010
```

Veja que após a mutação a posição 21 passa a ter o valor 0 o que significa que o cliente 21 não mais será atendido por essa rota.

## 4.7 Decodificação

Após o cruzamento e a mutação (caso ocorra) é feita a decodificação para verificar quais clientes cada nova rota atenderá. Para isso, basta observar quais posições estão com o valor 1. Analisando os filhos resultantes do cruzamento, temos:

$f_1$  deverá atender aos clientes: 11 18 20 34 40 41 54 58 59 80 82 87 88 89 97

$f_2$  deverá atender aos clientes: 6 12 16 39 40 47 51 56 66 74 77 78 99

## 4.8 Validação do cruzamento

Após o cruzamento, os filhos gerados são validados para garantir a restrição da capacidade do veículo. Caso alguma rota resultante do cruzamento exceda a capacidade do veículo, ela é descartada e um novo cruzamento é feito com novos pontos de corte. Uma

quantidade de tentativas de cruzamentos é definida previamente. Se essa quantidade de tentativa for ultrapassada, então novas rotas são escolhidas. Caso nenhuma rota tenha sua capacidade excedida, elas serão acrescentadas ao conjunto de rotas já existentes.

## 4.9 Mortalidade na população das soluções

Antes de iniciados os cruzamentos, cada veículo possui  $m$  rotas(ou padrões) que correspondem a sua parcela em cada solução gerada. A cada cruzamento, esse veículo terá 2 novos padrões que são os filhos resultantes do cruzamento. Assim, após  $n$  cruzamentos sequenciais, temos que cada veículo terá  $m+2n$  padrões. Para que a população mantenha o mesmo tamanho, após  $n$  cruzamentos, são descartados  $2n$  padrões. Os padrões que devem ser descartados são as rotas menos aptas, pois como para o cruzamento são escolhidas sempre as melhores rotas, as menos aptas obviamente tem uma chance ínfima de serem escolhidas. Após os cruzamentos e os descartes, cada veículo terá  $m$  padrões que foram resultantes desses cruzamentos. Em seguida, a escolha dos padrões de cada veículo deve ser feita.

## 4.10 Escolhendo as rotas para a solução final

Essa constitui a penúltima etapa do projeto e consiste em escolher as melhores rotas de cada veículo para compor a solução do problema. Ao escolhermos as melhores rotas de cada veículo, um cliente pode estar associado a mais de um veículo ou a nenhum. Qualquer uma dessas situações contraria a restrição do problema de que cada um dos clientes deve estar associado a um, e somente um, veículo. Para a primeira situação, isto é, quando um cliente está associado a mais de uma rota deve-se eliminá-lo da pior rota.

Vamos supor que um cliente  $i$  está associado a rota do veículo  $j$  e o mesmo também é associado a rota do veículo  $k$ , quando isso ocorrer, podemos verificar qual das duas rotas é a pior e retiramos o cliente dessa rota. Para isso foi adotado o seguinte critério, visando maximizar o total carregado por um veículo, foi considerada como melhor a rota do veículo que tem o maior carregamento no momento.

E, para a segunda situação, isto é, quando um cliente não estiver associado a nenhuma rota, temos como solução inserir o cliente numa rota já existente. Nesse caso, verifica-se se o cliente pode ser inserido em alguma rota. Novamente, visa-se maximizar o total carregado pelo veículo, portanto o cliente deve ser associado ao veículo com maior

carregamento.

## 4.11 Solução final

Depois de associar cada cliente a um veículo, é preciso determinar uma rota para cada um dos veículos. Pode-se perceber que várias são as rotas possíveis a um veículo e o ideal seria escolher a melhor dentre elas, no entanto isso demandaria um bom tempo computacional uma vez que, se um veículo atende  $k$  clientes, o número de rotas possíveis para esse veículo será  $k!$ . Portanto, para a determinação das rotas de cada veículo foi utilizado o algoritmo do vizinho mais próximo. O primeiro cliente a ser atendido pelo veículo é aquele cuja distância até o depósito é a menor encontrada, para isso, calcula-se a distância do depósito, que é onde o veículo se encontra inicialmente, até todos os clientes que devem ser atendidos pelo mesmo. O cliente que estiver mais próximo, isto é, que apresentar a menor distância, é o primeiro a ser atendido. Em seguida, atualiza-se a posição do veículo que agora passa a ocupar a mesma posição do cliente. O processo é repetido até que todos os clientes sejam atendidos.

## 5 *Desenvolvimento e Testes*

Neste capítulo será descrito o desenvolvimento do projeto e os testes executados.

### 5.1 Ferramentas utilizadas

Como plataforma para o desenvolvimento foi utilizado o NetBeans versão 6.8 IDE. O Banco de dados utilizado foi o MySQL. Foram realizados alguns testes com o IBM ILOG CPLEX Optimizer que é um programa utilizado para resolver problemas com um número muito grande de restrições e variáveis.

A figura 16 mostra o exemplo de um problema de Programação Linear que pode ser lido pelo programa Cplex.

\Problem name: lpex1.lp
Maximize
obj: $x_1 + 2 x_2 + 3 x_3$
Subject To
c1: $- x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$
c2: $x_1 - 3 x_2 + x_3 \leq 30$
Bounds
$0 \leq x_1 \leq 40$
End

Figura 16: Problema de PL para ser executado no Cplex

### 5.2 O sistema

1. Ao escolher a opção de *Gerar População inicial*, o usuário informa a quantidade de soluções que devem ser geradas inicialmente e a quantidade de veículos utilizados.

A Figura 17 mostra a Interface de Geração da População Inicial. Nessa Interface, uma Área de Texto contém as informações dessa população, tais como as rotas de cada um dos veículos assim como a quantidade de clientes que foram atendidos.

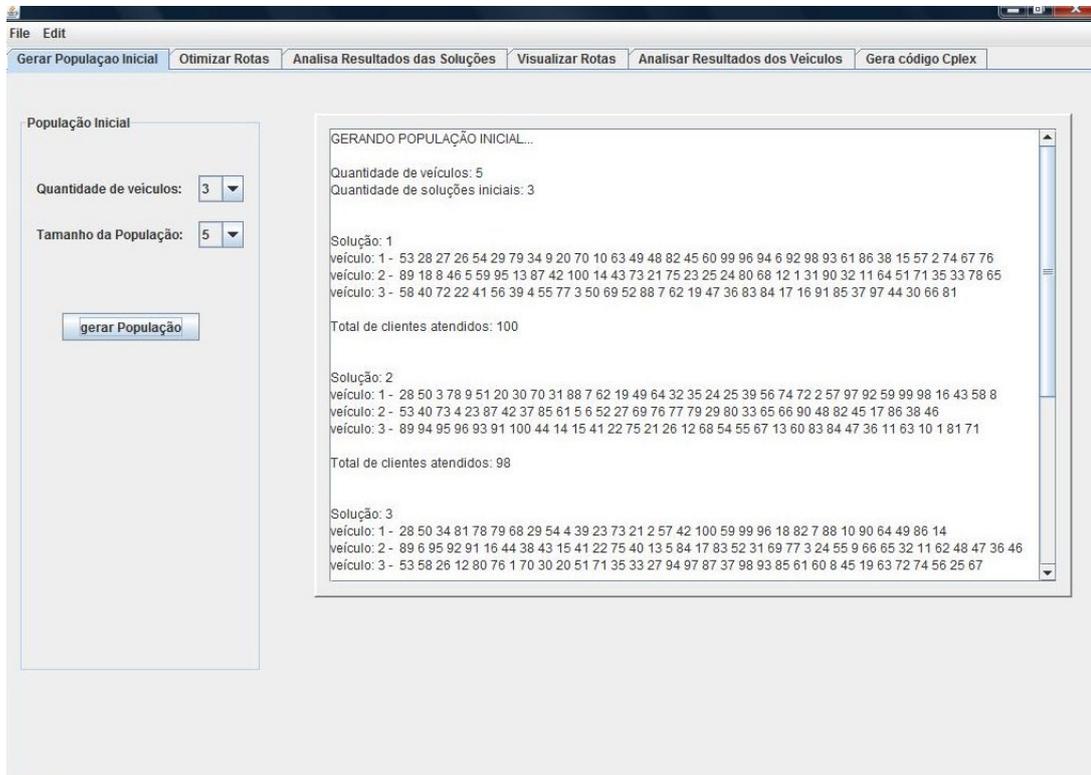


Figura 17: Gerando a população inicial

2. Depois de gerada a População Inicial, o usuário deve informar a quantidade de cruzamentos a serem realizados. A Figura 18 nos mostra a Interface na qual ele deve informar esse valor. Nesta Interface também há uma área de texto que traz informações sobre os cruzamentos realizados. Informações tais como: A quantidade de cruzamentos escolhidos, as soluções escolhidas para cada veículo em cada um dos cruzamentos, assim como as rotas que foram escolhidas ao final dos cruzamentos para comporem a solução final. E, por fim, ainda é mostrada a solução final com as rotas de cada um dos veículos, veja a Figura 19.
3. Algumas informações podem ser obtidas na opção *Analisa Resultado das Soluções*, essas informações podem ser sobre as soluções que foram geradas na população inicial, as soluções geradas durante os cruzamentos e ainda sobre a solução final. Veja um exemplo na Figura 20.

Há ainda a possibilidade de verificar os dados apenas daquelas soluções onde todos os clientes foram atendidos. Veja a Figura 21.

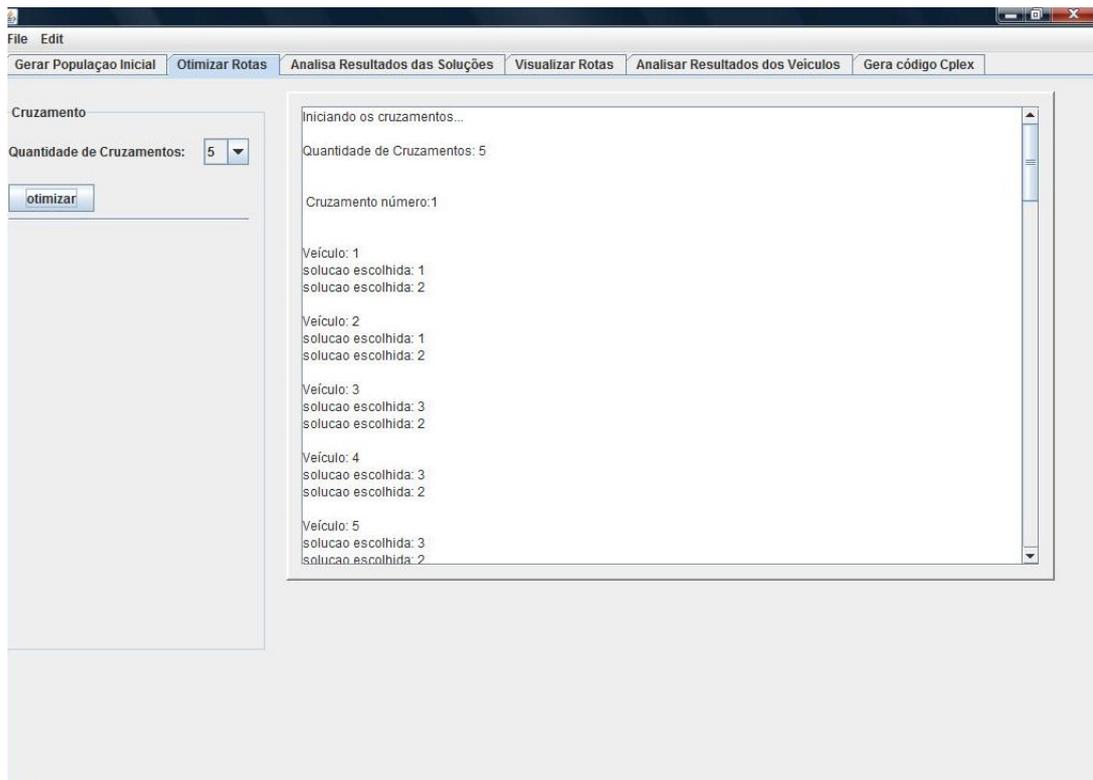


Figura 18: Dados dos cruzamentos

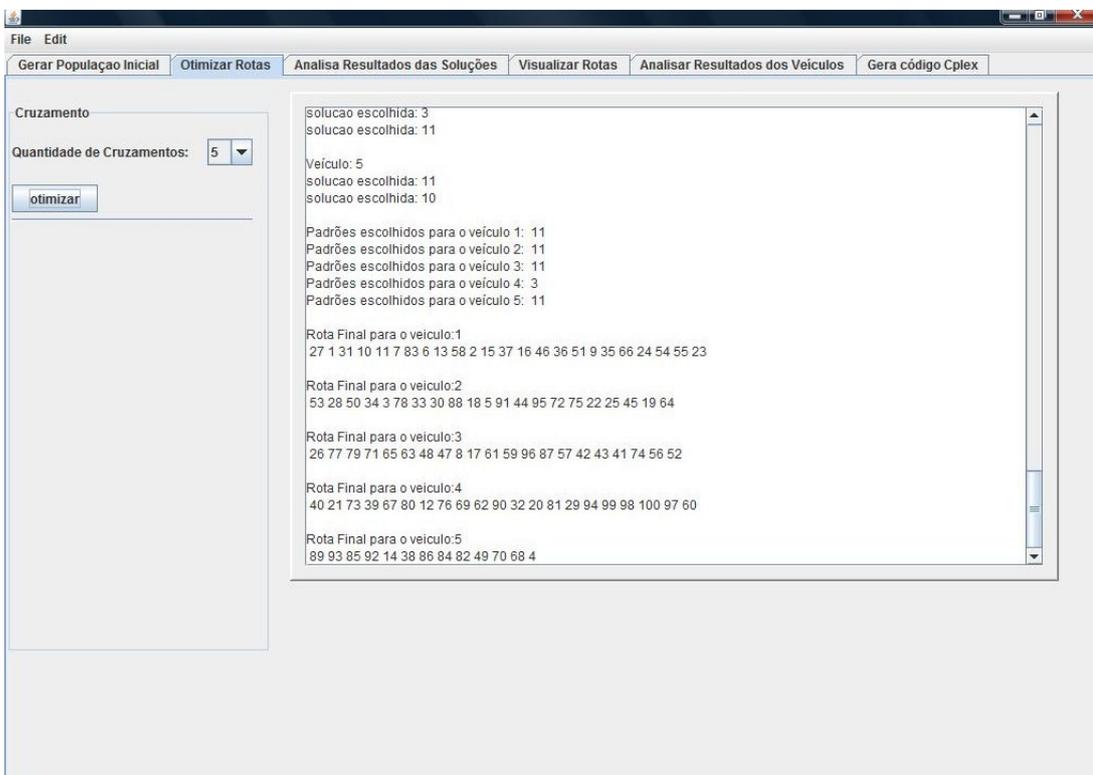


Figura 19: Solução final do cruzamento



4. Na opção *Visualizar Rotas* é possível visualizar as rotas dos veículos. Há quatro opções:

- Visualizar as rotas de todos os veículos de uma solução. Um exemplo segue na Figura 22.
- Visualizar as rotas de todos os veículos da solução final. A Figura 23 mostra esse exemplo.
- Visualizar a rota de um veículo de uma solução. A Figura 24 representa a rota do veículo 2 na solução 4.
- Visualizar a rota de um veículo na solução final. A Figura 25 é a rota do veículo 2 da solução final.

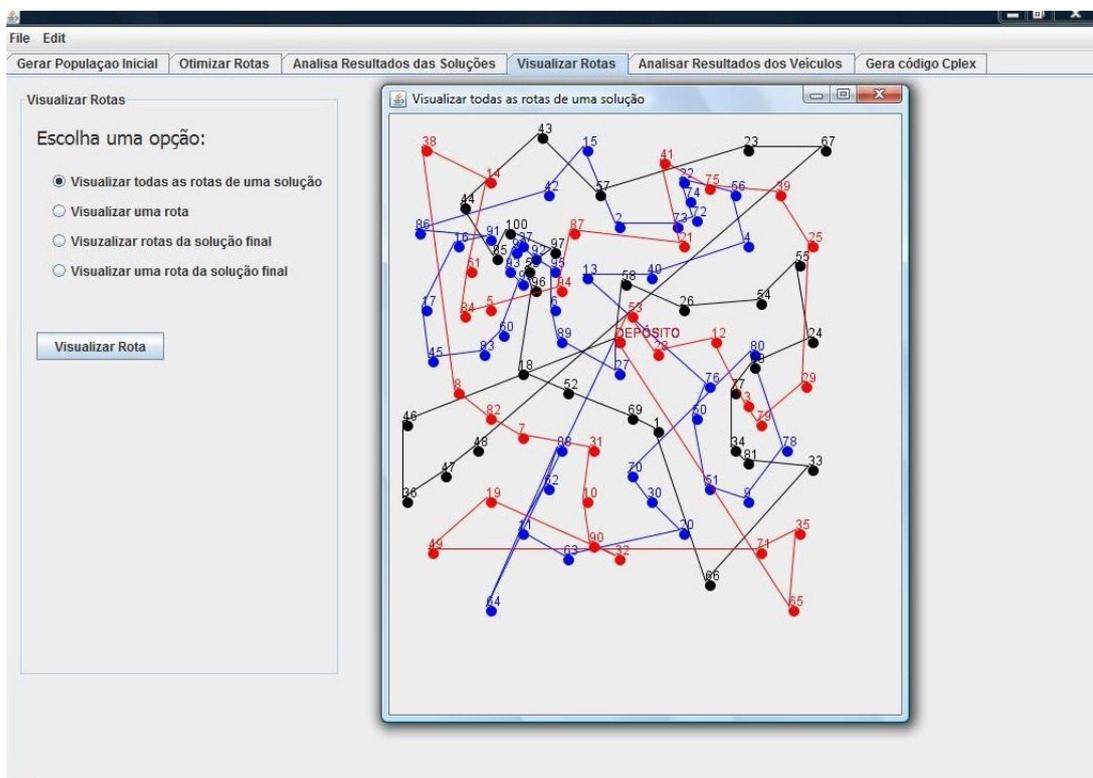


Figura 22: Todas as rotas da Solução 1



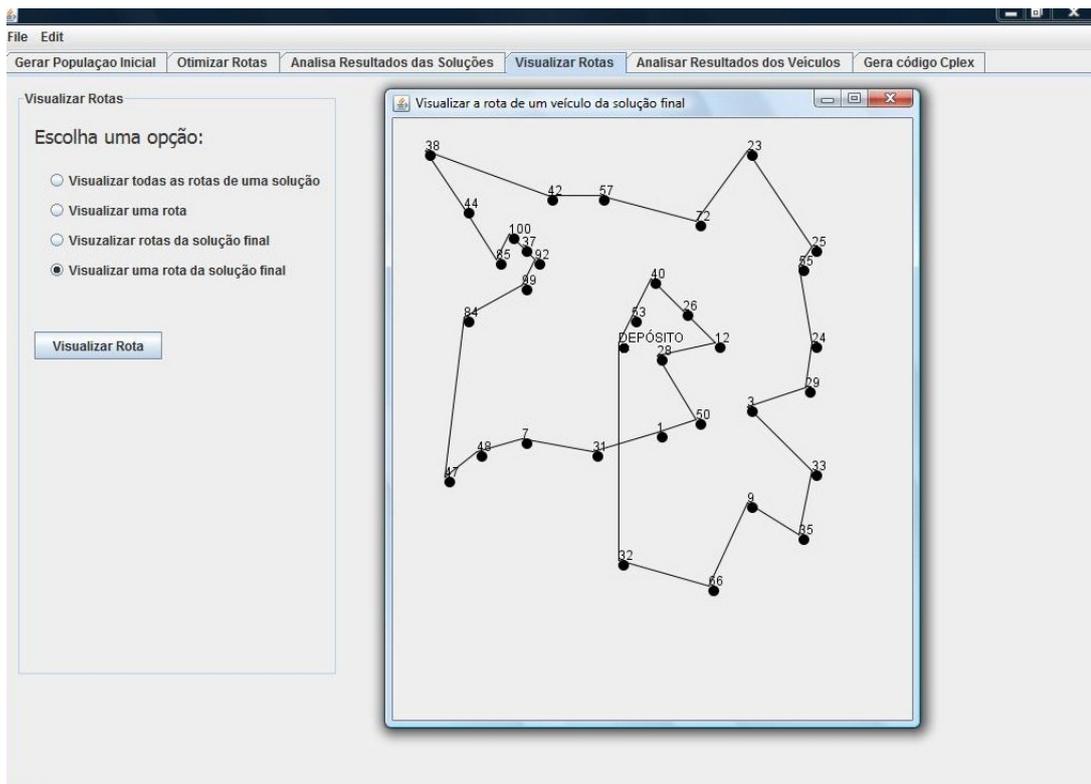


Figura 25: Rota do veículo 2 na solução final

5. Na opção *Gera Código Cplex*, é gerado o código para ser executado no programa IBM ILOG CPLEX Optimizer. Esse código contém os dados de todas as rotas de todos os veículos, tanto as rotas iniciais quanto aquelas que foram geradas ao longo dos cruzamentos. Nesse caso, o problema a ser resolvido pelo CPLEX consiste em escolher as melhores rotas de cada veículo para compor a solução final, respeitando as restrições impostas ao mesmo. Para isso, o código contém os custos de cada rota, as variáveis de decisão que representam as rotas, as restrições de cada um dos clientes, as restrições de cada um dos veículos e as restrições das variáveis de decisão. Às variáveis de decisão são associados os valores um ou zero. A variável recebe o valor um se for escolhida pelo programa para compor a solução final e zero caso contrário. Considere que as variáveis de decisão sejam da forma  $X_{ij}$  onde  $i$  representa a solução e  $j$  representa o veículo, portanto,  $X_{ij}$  é a solução  $i$  do veículo  $j$ .

Um problema a ser resolvido pelo IBM ILOG CPLEX Optimizer deve ter a seguinte forma:

- Declara-se os custos das variáveis de decisão.
- Declara-se as variáveis de decisão.
- Define-se a função objetivo.
- As restrições são definidas.

```

gerar código Cplex

//Função objetivo
minimize
(C1_1 * X1_1) + (C2_1 * X2_1) + (C3_1 * X3_1) + (C4_1 * X4_1) + (C5_1 * X5_1) + (C6_1 * X6_1) + (C7_1 * X7_1) + (C8_1 * X8_1) + (C9_1 *
(C1_2 * X1_2) + (C2_2 * X2_2) + (C3_2 * X3_2) + (C4_2 * X4_2) + (C5_2 * X5_2) + (C6_2 * X6_2) + (C7_2 * X7_2) + (C8_2 * X8_2) + (C9_2 *
(C1_3 * X1_3) + (C2_3 * X2_3) + (C3_3 * X3_3) + (C4_3 * X4_3) + (C5_3 * X5_3) + (C6_3 * X6_3) + (C7_3 * X7_3) + (C8_3 * X8_3) + (C9_3 *

//Restrições dos clientes
subject to {

cliente1:
X1_2 + X2_2 + X3_3 + X4_3 + X5_1 + X6_2 + X9_2 + X10_2 + X12_2 + X13_2 + X14_2 + X15_2 + X16_2 >= 1;

cliente2:
X1_1 + X2_1 + X3_1 + X4_1 + X5_1 + X6_1 + X7_1 + X8_1 + X9_1 + X10_1 + X11_1 + X12_1 + X13_1 + X14_1 + X15_1 + X16_1 >= 1;

cliente3:
X1_3 + X2_2 + X3_2 + X4_3 + X5_3 + X6_2 + X6_3 + X9_2 + X11_2 + X12_2 + X14_2 + X16_2 >= 1;

cliente4:
X1_1 + X2_3 + X3_1 + X4_2 + X5_1 + X6_1 + X7_2 + X7_3 + X8_1 + X8_2 + X8_3 + X9_1 + X9_3 + X10_1 + X10_2 + X10_3 + X11_1 + X11_3 + X

cliente5:
X1_3 + X2_3 + X3_1 + X4_2 + X5_1 + X6_1 + X7_2 + X7_3 + X8_1 + X8_2 + X8_3 + X9_1 + X9_3 + X10_1 + X10_2 + X10_3 + X11_1 + X11_3 + X

cliente6:
X1_1 + X2_3 + X3_3 + X4_2 + X5_3 + X6_3 + X7_2 + X7_3 + X8_2 + X8_3 + X9_3 + X10_2 + X10_3 + X11_3 + X12_3 + X13_2 + X13_3 + X14_3 +

cliente7:
X1_3 + X2_1 + X3_3 + X4_3 + X5_1 + X16_2 >= 1;

```

Figura 26: Gerando o código cplex

### 5.3 Os testes realizados

Os testes foram realizados com 3, 5, 10 veículos. Para a população inicial foram consideradas 5,10,15 e 20 soluções iniciais. Foram realizados testes com 5,10,15,20 e 30 cruzamentos sequenciais. Em cada teste, a solução final foi comparada com as soluções iniciais analisando principalmente a distância total percorrida em cada solução.

A Tabela 1 mostra os resultados de alguns testes. Nela temos os dados de entrada (quantidade de veículos, soluções iniciais e cruzamentos), o índice da melhor solução encontrada, ou seja, a solução que apresenta a menor distância, assim como distância encontrada e ainda a distância da solução final, isto é, aquela resultante dos cruzamentos.

Tabela 1: Testes realizados com 3 veículos

dados de entrada	melhor solução	distância da melhor solução	distância da solução final
3 - 5 - 5	5	1166	1243
3 - 5 - 10	final	1109	1109
3 - 5 - 15	final	1137	1137
3 - 5 - 20	2	1176	1243
3 - 5 - 30	final	1150	1150
3 - 10 - 5	7	1097	1139
3 - 10 - 10	5	1035	1190
3 - 10 - 15	7	1145	1183
3 - 10 - 20	1	1106	1196
3 - 10 - 30	final	1161	1161
3 - 15 - 5	14	1143	1246
3 - 15 - 10	5	1140	1201
3 - 15 - 15	final	1125	1183
3 - 20 - 20	1	1066	1256
3 - 15 - 30	9	1130	1183
3 - 20 - 5	7	1089	1142
3 - 20 - 10	12	1143	1151
3 - 20 - 15	15	1129	1274
3 - 20 - 20	11	1111	1196
3 - 20 - 30	7	1091	1189

Com a análise de alguns resultados, é possível perceber que, no geral, os melhores resultados são aqueles obtidos com um grande número de cruzamentos, pois dessa forma é possível obter uma maior diversidade entre as soluções. É possível notar ainda que com um grande número de veículos o resultado encontrado não foi muito satisfatório, pois a quantidade de clientes associados a cada um é bem pequena, conseqüentemente

o cromossomo que representa essa rota também é pequeno e nesse caso não se consegue muita diversidade.

## ***6 Conclusão e Trabalhos Futuros***

### **6.1 Conclusão**

Neste trabalho foi proposto um método para a resolução de problemas de roteirização de veículos. Como esse problema tem uma grande aplicação prática e, sendo ele pertencente à classe de Problemas NP-difícil, vários métodos tem sido propostos para a sua resolução. Esse método, por ser baseado no Algoritmo Genético, trabalha com um grande número de soluções visando, desta forma, encontrar uma melhor solução, sem no entanto poder determinar quão ótima ela seja. À partir dos testes realizados pode-se concluir que o mesmo permite encontrar resultados satisfatórios que obviamente dependem dos dados de entrada considerados. Além disso, o tempo de resolução é pequeno considerando que o problema é NP-difícil.

### **6.2 Trabalhos futuros**

Esse projeto trata de um dos casos de problema de roteirização de veículos. Nele tem-se uma frota homogênea de capacidade limitada partindo de um depósito central e cada cliente deve ser atendido por um e, somente um, veículo. À partir deste trabalho, outros casos poderão ser abordados, bastando para isso adicionar restrições ao mesmo ou retirar. As restrições podem ser relativas aos clientes, aos veículo e/ou às rotas. Em relação aos clientes pode-se adicionar a restrição de janelas de tempo, onde um intervalo de tempo é associado a cada cliente que representa o período em que ele pode ser atendido, ainda pode-se possibilitar que o cliente seja atendido por mais de um veículo, tratando-se nesse caso de um problema com entregas fracionadas. Quanto aos veículos, pode-se restringir a quantidade de veículos utilizados, ou ainda determinar que a frota seja heterogênea, ou que um cliente deve ser atendido por um veículo específico que depende do tipo de demanda a ser atendida. Restrições quanto às rotas podem ser adicionadas estabelecendo-se uma distância máxima a ser percorrida. Também é possível utilizar várias restrições

num mesmo problema, vale lembrar que quanto maior a quantidade de restrições, maior é a dificuldade de resolução do mesmo. Ainda há a possibilidade de modificar a maneira de seleção dos cromossomos que irão para o cruzamento, assim como o tipo de cruzamento que será feito.

## *Referências*

- ARTERO, A. O. *Inteligência Artificial: Teórica e prática*. [S.l.]: Livraria da Física, 2009.
- BALLOU, H. R. Business logistics management: Planning, organizing and controlling the supply chain. *Business Logistics Management*, v. 4, 1998.
- BELFIORE, P. P. *Scatter Search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas*. Tese (Doutorado) — USP, 2006.
- BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. L. Problema de roteirização de veículos com janelas de tempo: revisão da literatura. *XIII SIMPEP*, v. 10, 2006.
- BODIN, L.; GOLDEN, B. Classification in vehicle routing and scheduling. *Business Logistics Management*, v. 11, 1981.
- BREJON, S. R. C.; BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. L. Enfoque sistêmico para tomada de decisões em problemas de roteirização de veículos. *XIII SIMPEP*, 2006.
- BRUN, A. L. Algoritmos genéticos. *EPAC - Encontro Paranaense de Computação*, 2007.
- CASTILHO, V. C. de. *Otimização de componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos mediante Algoritmos Genéticos*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2003.
- CUNHA, C. B. da. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Revista Transportes da ANPET Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes*, v. 8, 2000.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Inform*, v. 6, 1959.
- DARWIN, C. R. *On the origin of species by means of natural selection: By means of natural selection*. [S.l.]: John Murray, 1859.
- DAVIS, C. A. Aumentando a eficiência da solução de problemas de caminho mínimo em sig. *GIS Brasil 97*, 1997.
- FENATO, A. J. *Um Modelo de Caixeiro Viajante Generalizado para Minimizar o Tempo de Preparação de uma Máquina Tubeteira*. Dissertação (Mestrado) — Centro de Tecnologia e Urbanismo Departamento de Engenharia Elétrica - UEL, 2008.
- FERNEDA, E. Aplicando algoritmos genéticos na recuperação de informação. *Revista de Ciência da Informação*, v. 10, 2009.
- FISHER, M. L.; J'ORNSTEEN, K. O.; MADSEN, O. B. G. Vehicle routing with time windows: Two optimization algorithms, operations research. *Revista Transportes da ANPET Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes*, 1979.

- GUERREIRO, A. F. M. *Construção de uma Metaheurística de Otimização de Rotas de Veículos: Aplicação na indústria de distribuição*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Superior Técnico - Universidade Técnica de Lisboa, 2009.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*. [S.l.]: MIT Press Cambridge, MA, USA, 1975.
- LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, v. 11, 1981.
- LUQUE, L.; SILVA, R. R. Algoritmos genéticos - conceitos e aplicação. *Java Magazine*, 2010.
- MELO, A. *Avaliação do Uso de Sistemas de Roteirização de Veículos*. Dissertação (Mestrado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- REEVES, C. R. Modern heuristic techniques for combinatorial problems. *Business Logistics Management*, v. 0, 1993.
- SAMPAIO, R. M. *Estudo e Implementação de Algoritmos de Roteamento*. 1998.
- SAMPAIO, R. M.; YANASSE, H. H. Estudo e implementação de algoritmos de roteamento sobre grafos em um sistema de informações geográficas. *Journal of Computer Science*, 1999.
- SILVA, A. J. M. *Implementação de um Algoritmo Genético utilizando o modelo de ilhas*. Tese (Doutorado) — UFRJ, 2005.
- SILVA, D. F. da; SANCHES, A. L. Aplicação conjunta do método de dijkstra e otimização combinatória para solução do problema do caixeiro viajante. *SegeT - Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia*, 2009.
- SILVA, G. L. da. *Uma nova abordagem para o Problema de Roteirização de Veículos com Restrições Operacionais*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, 2010.
- SOARES, G. L. *Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações*. Dissertação (Mestrado) — UFMG, 1997.
- SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Journal Operations Research*, v. 35, 1987.