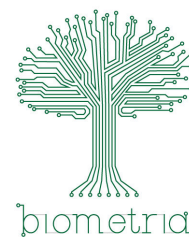


RESSALVA

Atendendo solicitação do(a)
autor(a), o texto completo desta tese
será disponibilizado somente a partir
de 08/12/2023.



Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Biociências – Câmpus de Botucatu
Programa de Pós-graduação em Biometria



Estudo Computacional de Modelos Matemáticos para Arboviroses: Vetores, Propagação e Controle

Luiz Gustavo Lyra

Botucatu
2021

Luiz Gustavo Lyra

Estudo Computacional de Modelos Matemáticos para Arboviroses: Vetores, Propagação e Controle

Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Programa de Pós-graduação em Biometria da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Biometria.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Luiz Pio dos Santos

Coorientador: Prof(a). Dr(a). Helenice de Oliveira Florentino Silva

Botucatu
2021

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CÂMPUS DE BOTUCATU - UNESP

BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE-CRB 8/5651

Lyra, Luiz Gustavo.

Estudo computacional de modelos matemáticos : vetores, propagação e controle / Luiz Gustavo Lyra. - Botucatu, 2021

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências de Botucatu

Orientador: Fernando Luiz Pio dos Santos

Coorientador: Helenice de Oliveira Florentino Silva

Capes: 90000005

1. Modelagem matemática. 2. Algoritmos genéticos.
3. Equações diferenciais parciais. 4. Computação -
Matemática.

Palavras-chave: Algoritmo genético; Controle otimizado;
Doença; Equações diferenciais parciais; Modelagem
matemática.

Dedico este trabalho à minha esposa Géssica e meu filho Giovanni que são as inspirações da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida, saúde, força e determinação que foram fundamentais para eu poder desenvolver este trabalho e prosseguir para mais uma etapa da vida acadêmica. Para chegar até aqui passei por uma jornada repleta de desafios e situações que tive de superar. O distanciamento social imposto por uma pandemia no ano de 2020 me fez refletir e reconhecer o quanto é difícil ficar distante das pessoas que amamos e dos amigos que conquistamos com o passar dos anos. As lágrimas tomam conta de minha face e assim fico feliz de poder agradecer:

À minha mamãe Ana Lúcia que nunca mediu esforços para ajudar as pessoas e cuidar de mim e meus irmãos.

À minha amada esposa Géssica que apesar de todas as dificuldades esteve ao meu lado. Hoje uma razão a mais para seguir em frente, meu querido filho Giovanni.

Aos meus irmãos Ângelo, Alessandro e Sabrina que compartilharam comigo os momentos tanto felizes quanto os de dificuldades.

Aos meus avós Maria (*in memoriam*) e Manuel Lyra (*in memoriam*) pelo exemplo de vida e fé.

Ao meu tio Ananias Lyras que foi o primeiro de minha família a conhecer o universo da Matemática e assim, me inspirou a desbravar esse caminho.

Aos meus primos Alex Sander Lyra e seu filho Silas Poloni Lyra que tive a oportunidade compartilhar momentos ímpares e uma história em comum relacionada aos estudos.

À Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni que foi a primeira a me orientar na iniciação científica, compartilhando seus ensinamentos e valiosos conselhos.

À Profa. Dra. Helenine de Oliveira Florentino Silva pela paciência, orientação, valiosos conselhos, competência, dedicação, ensinamentos, profissionalismo, incentivo e pela confiança dispensada que foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Fernando Luiz Pio dos Santos pelas sugestões, ideias, orientação, valiosos conselhos, dedicação, ensinamentos, profissionalismo, incentivo e pela confiança dispensada os quais foram um alicerce para elaboração deste trabalho.

À Profa. Dra. Daniela Renata Cantane pelo incentivo, sugestões e conselhos.

À Profa. Dra. Cláudia Pio Ferreira pelo incentivo, dicas, sugestões e valiosos conselhos.

À Profa. Dra. Luzia Aparecida Trinca pelo incentivo, profissionalismo, conselhos e exemplo de pesquisadora e docente.

Ao Prof. Dr. Paulo Fernando de Arruda Mancera pela inspiração, exemplo de profissional,

docente e pesquisador.

Ao Prof. Dr. Diego Samuel Rodrigues que com seu carisma e simpatia nos incentivou a seguir em frente e acreditar que sonhos podem ser realizados.

Ao Prof. Dr. Carlos Roberto Padovani por ser um exemplo de profissional, pesquisador e pessoa. Sempre incentivando e motivando com sua experiência e história acadêmica.

Aos professores do Departamento de Matemática da Unesp Câmpus de Bauru que sempre procuraram ofertar o melhor ensino na formação de novos professores de Matemática, assim como incentivar a continuarmos a avançar na vida acadêmica.

Aos professores do Departamento de Bioestatística, Biologia Vegetal, Parasitologia e Zoologia que compartilharam tanto sua experiência profissional quanto o conhecimento científico.

Aos amigos e companheiros do programa de Pós-graduação em Biometria. A lista é ampla, e agradeço em especial à Antone, Camila Lima, Eduardo, Elizabete, Felipe Camargo, Felipe Teles, Gabriela Colovati, Jairo Gomes, Juliana Freitas, Marta Helena, Matheus Costa e Thomas Vilches.

Aos assessores técnicos Arthur, Júnior e Luiz Kiyoshi pelo respeito, amizade, ajuda e companheirismo.

À todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Indian Fevers

*In this, O Nature, yield I pray to me.
I pace and pace, and think and think, and take.
The fever'd hands, and note down all I see,
That some dim distant light may haply break.
The painful faces ask, can we not cure?
We answer, No, not yet; we seek the laws.
O God, reveal thro' all this thing obscure
The unseen small, but million-murdering cause.*
Sir Ronald Ross

Resumo

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático baseado em equações diferenciais parciais com difusão com a finalidade de descrever a interação entre humanos e mosquitos do gênero *Aedes* com a transmissão da doença da dengue. Nesse modelo, foram utilizados a equação do calor e laplaciano clássico, para representar a mobilidade de humanos e mosquitos. O problema de otimização foi formulado, com o intuito de mitigar a proliferação de insetos no ambiente, assim como, diminuição do número de infectados. Para resolução do problema de controle ótimo foi implementado o algoritmo genético. O modelo espaço-tempo contínuo foi resolvido computacionalmente pelo método das diferenças finitas em domínios 1D e 2D. Os resultados numéricos elucidam a dispersão da doença nos domínios considerados, com forte influência dos parâmetros heterogêneos, como a temperatura e os coeficientes de difusão impostos.

Palavras-chave: Equações Diferenciais Parciais, Modelagem Matemática, Controle Otimizado, Doença, Algoritmo Genético.

Abstract

In this work, a mathematical model based on partial differential equations with diffusion was proposed in order to describe the interaction between humans and mosquitoes of the genus *Aedes* with the transmission of dengue disease. In this model, the heat equation and classical Laplacian were used, to represent the mobility of humans and mosquitoes. The optimization problem was formulated, aiming to mitigate the proliferation of insects in the environment, as well as, decrease the number of infected. The genetic algorithm was implemented to solve the optimal control problem. The continuous space-time model was solved computationally by the finite difference method in 1D and 2D domains. The numerical results elucidate the dispersion of the disease in the considered domains, with strong influence of heterogeneous parameters, such as temperature and imposed diffusion coefficients.

Keywords: Partial Differential Equations, Mathematical Modeling, Optimized Control, Disease, Genetic Algorithm.

Lista de figuras

Figura 1 – Diagrama da dinâmica de interação entre humanos e mosquitos. As linhas pontilhadas em azul representam a probabilidade de infecção entre as populações de mosquitos e humanos. A linha pontilhada em preto refere-se a probabilidade de oviposição por parte dos mosquitos fêmeas. O retângulo em verde delimita a população total de mosquitos fêmeas aladas no ambiente.	15
Figura 2 – Ilustração da estrutura dos cromossomos.	24
Figura 3 – Ilustração do método da roleta. Indivíduos mais adaptados possuem proporção maior na roleta o que garante maior probabilidade de serem escolhidos para formar pares para o cruzamento.	24
Figura 4 – Ilustração do operador de cruzamento. c_1 indica o ponto de corte nos cromossomos pais. Os genes são recombinados para formar novos indivíduos, os filhos.	25
Figura 5 – Efeitos do controle otimizado ν na dinâmica populacional do mosquito <i>Aedes</i> e nas populações de humanos ambos infectados por uma arbovirose como, por exemplo, dengue, febre amarela, chikungunya ou zika vírus.	27
Figura 6 – Comparação entre as curvas solução para mosquitos na fase aquática avaliadas no período de 120 dias. A curva em verde representa o curso natural da fase aquática no ambiente, enquanto que a linha cinza retrata os efeitos da aplicação do controle otimizado nesta população.	28
Figura 7 – Comparação entre as curvas solução para mosquitos fêmeas suscetíveis avaliadas no período de 120 dias. A curva em verde representa o curso natural dos mosquitos alados no ambiente. A linha cinza descreve os reflexos causados a esta população mediante a aplicação do controle otimizado na fase aquática.	28
Figura 8 – Comparação entre as curvas solução para humanos suscetíveis avaliadas no período de 120 dias. A curva em verde representa o curso natural desta população sujeita a uma doença transmitida por mosquitos fêmeas alados, enquanto que a linha cinza retrata os benefícios provindos da redução do contato com os vetores após aplicação do controle otimizado.	29
Figura 9 – Comparação entre as curvas solução para humanos recuperados avaliadas no período de 120 dias. A curva em verde representa o curso natural desta população posteriormente a infecção por uma doença transmitida por mosquitos fêmeas alados. A linha cinza retrata os reflexos obtidos para esta população com a diminuição do contato com os vetores após aplicação do controle otimizado.	30

Figura 10 – Representação da evolução espacial-temporal unidimensional da população de humanos para o período de 30 dias. A esquerda estão as curvas trajetórias parabólicas considerado $D_H = 0,005$ e $H(x, 0) = 1000$ e condições de fronteira do tipo Dirichlet $H(0, t) = 0$ e $H(1, t) = 0$ avaliadas no domínio $[0, 1]$. A direita, mapa de calor, corresponde à dispersão unidimensional da população de humanos.	38
Figura 11 – Curvas de nível que representam a dispersão na dinâmica espacial-temporal unidimensional da populações de mosquitos ao longo do período de 120 dias. Para convergência do método de diferenças finitas foram necessárias 1200 subdivisões do domínio $[0, 1]$	39
Figura 12 – Mapas de cores que representam os efeitos da dispersão na dinâmica espacial-temporal unidimensional da populações de mosquitos ao longo do período de 120 dias. Para convergência do método de diferenças finitas foram necessárias 1200 subdivisões do domínio $[0, 1]$	40
Figura 13 – Curvas de nível que representam a dispersão na dinâmica espacial-temporal unidimensional das populações de mosquitos ao longo do período de 120 dias. Para convergência do método de diferenças finitas foram necessárias 12000 subdivisões do domínio $[0, 1]$	40
Figura 14 – Mapas de cores que representam os efeitos da dispersão na dinâmica espacial-temporal unidimensional das populações de mosquitos ao longo do período de 120 dias. Para convergência do método de diferenças finitas foram necessárias 12000 subdivisões do domínio $[0, 1]$	41
Figura 15 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16°C	43
Figura 16 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16°C	44
Figura 17 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25°C	45
Figura 18 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25°C	46
Figura 19 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos na fase aquática para temperatura de 16°C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$	48

Figura 20 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos na fase aquática para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$	48
Figura 21 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$	49
Figura 22 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$	50
Figura 23 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática pelo período de 120 dias.	52
Figura 24 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática pelo período de 120 dias.	53
Figura 25 – Curvas de nível que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática pelo período de 120 dias.	54
Figura 26 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal unidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática pelo período de 120 dias.	55
Figura 27 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos para $t = 0$ e $t = 1$ dia.	56
Figura 28 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos para $t = 2, \dots, 5$ (dias).	57
Figura 29 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos para $t = 24$ dias e $t = 57$ dias.	57
Figura 30 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos na fase aquática para temperatura de 16° C para $t = 0$ e $t = 1$ dia.	58
Figura 31 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos na fase aquática para temperatura de 16° C para $t = 2, \dots, 5$ (dias).	59

Figura 32 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos fêmeas aladas para temperatura de 16° C para $t = 0$ e $t = 1$ dia.	59
Figura 33 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos fêmeas aladas para temperatura de 16° C para $t = 2, \dots, 5$ (dias).	60
Figura 34 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da populações de mosquitos nas fases aquática e alada para temperatura de 16° C para $t = 20$ dias.	60
Figura 35 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional das populações de mosquitos nas fases aquática e alada para temperatura de 16° C para $t = 99$ dias.	61
Figura 36 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos na fase aquática para temperatura de 25° C para $t = 0, \dots, 5$ (dias).	62
Figura 37 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos fêmeas aladas para temperatura de 25° C para $t = 0, \dots, 5$ (dias).	63
Figura 38 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional das populações de mosquitos nas fases aquática e alada para temperatura de 25° C para $t = 20$ dias.	64
Figura 39 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional das populações de mosquitos nas fases aquática e alada para temperatura de 25° C para $t = 99$ dias.	64
Figura 40 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos fêmeas suscetíveis e infectadas e fase aquática para temperatura de 16° C para $t \in \{1, 10, 30, 50\}$ (dias). . . .	66
Figura 41 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos (suscetíveis, infectados e recuperados) para temperatura de 16° C para $t \in \{1, 10, 30, 50\}$ (dias).	67
Figura 42 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C para $t = 2$ dias.	68
Figura 43 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C para $t = 10$ dias.	69
Figura 44 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C para $t = 30$ dias.	70

Figura 45 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos fêmeas suscetíveis e infectadas e fase aquática para temperatura de 25° C para $t \in \{1, 10, 30, 50\}$ (dias). . . .	72
Figura 46 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos (suscetíveis, infectados e recuperados) para temperatura de 25° C para $t \in \{1, 10, 30, 50\}$ (dias).	73
Figura 47 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C para $t = 2$ dias.	74
Figura 48 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C para $t = 10$ dias.	75
Figura 49 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C para $t = 30$ dias.	76
Figura 50 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 2$ dias.	78
Figura 51 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 10$ dias.	79
Figura 52 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 16° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 30$ dias.	80
Figura 53 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 2$ dias.	82
Figura 54 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 10$ dias.	83
Figura 55 – Mapas de cores que representam a evolução da dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos e humanos para temperatura de 25° C com a aplicação do controle otimizado $\nu(t) = 8,85$ na fase aquática para $t = 30$ dias.	84

Figura 56 – Possibilidades de bacias de atração com relação aos parâmetros positivos para o número básico de nascimentos de mosquitos, R_M , e o número reprodutivo básico $\mathcal{R}_0$	102
Figura 57 – Ilustração de uma região contínua Ω delimitada por uma fronteira bidimensional $\partial\Omega$ retangular e sua representação discretizada.	104
Figura 58 – Ilustração de uma malha de pontos uniformemente espaçados.	105
Figura 59 – Representação da malha para o método de diferenças finitas em 1D com pontos igualmente espaçados. O conjunto de pontos corresponde ao estêncil computacional.	105
Figura 60 – Ilustração de estêncil para o operador bidimensional ∇^2	106
Figura 61 – Malha para método de diferenças finitas em 2D com pontos igualmente espaçados. O conjunto de pontos representa o estêncil computacional. . . .	106

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros biológicos para humanos e entomológicos, relativo a temperatura de 25° C, para mosquitos <i>Aedes aegypti</i> utilizados nas simulações computacionais.	26
Tabela 2 – Parâmetros biológicos para humanos utilizados nas simulações computacionais.	38
Tabela 3 – Parâmetros entomológicos, relativo às temperaturas de 16° C e 25° C, para mosquitos <i>Aedes aegypti</i> utilizados nas simulações computacionais.	38

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	<i>Aedes</i> , PROTAGONISTA DO CENÁRIO EPIDEMIOLÓGICO .	3
2.1	Ciclo reprodutivo, comportamento e habitat	3
2.2	Doenças de potencial epidêmico	6
2.3	Vigilância epidemiológica e controle	9
3	DINÂMICA DE INTERAÇÃO ENTRE HUMANOS E VETORES .	12
3.1	Formulação do modelo matemático	14
3.1.1	Análise do modelo	16
3.1.1.1	Dinâmica da população de mosquitos	16
3.1.1.2	Pontos de equilíbrio	17
3.2	Positividade das variáveis de estado	19
4	MODELAGEM MATEMÁTICA COM CONTROLE ÓTIMO . . .	22
4.1	O problema de otimização	22
4.2	Algoritmo genético	23
4.3	Solução otimizada do problema de controle	26
5	MODELO MATEMÁTICO ESPAÇO TEMPORAL	31
5.1	Modelo espaço-temporal unidimensional	32
5.2	Modelo espaço-temporal bidimensional	34
6	RESULTADOS	36
6.1	Resultados das simulações computacionais para os modelos espaço-temporais	36
6.1.1	Soluções numéricas caso unidimensional	37
6.1.2	Dinâmica espacial-temporal unidimensional para interação entre humanos e mosquitos	41
6.1.3	Desempenho da estratégia de controle aplicada ao modelo unidimensional	47
6.1.4	Soluções numéricas caso bidimensional	56
6.1.5	Dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de humanos .	56
6.1.6	Dinâmica espacial-temporal bidimensional da população de mosquitos .	58
6.1.7	Dinâmica espacial-temporal bidimensional para interação entre humanos e mosquitos	65
6.1.8	Desempenho da estratégia de controle aplicada ao modelo bidimensional	77
7	CONCLUSÃO	86

	Referências	88
	Apêndices	93
	APÊNDICE A – EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE	94
A.1	Pontos de equilíbrio	94
A.2	Análise de estabilidade	97
	APÊNDICE B – DISCRETIZAÇÃO DO MODELO ESPAÇO-TEMPORAL	103
B.1	Aproximação por diferenças finitas	103

7 Conclusão

Neste trabalho analisou-se os efeitos da mobilidade de humanos e de mosquitos fêmeas aladas com a presença de uma arbovirose introduzida na interação e dinâmica entre essas populações. Descreveu-se a mobilidade para ambas as populações por um processo difusivo em duas situações: unidimensional e bidimensional. Considerou-se ao estudo a influência da temperatura para compreender o contexto de transmissão da doença ao ser humano. Como primeira conclusão acerca desta modelagem matemática e computacional da dinâmica populacional humano-vetor, tem-se: para que uma doença não persista no meio urbano, como é o caso do *Aedes aegypti*, deve-se propor estratégias que minimizem o contato entre humanos e vetores ou que contribuam para a redução da população de mosquitos alados, visto que a extinção da população vetora será ainda um desafio, conforme apresentado nas seções 6.1.1 e 6.1.4. Pelas análises realizadas, foi possível compreender que a redução destas populações é viável, no entanto, depende de políticas eficazes de combate aos vetores, como a conscientização da sociedade em relação aos perigos que a doença pode causar nos seres humanos e na manutenção do ambiente livre de locais que possam servir de criadouros para o vetor transmissor, principalmente nos períodos em que as temperaturas são mais favoráveis, de acordo com o exposto na seção 6.1.4. Sem medidas de contenção apropriadas para os vetores novos quadros epidêmicos podem surgir.

No âmbito legal, no que diz respeito ao controle de mosquitos *Aedes aegypti*, a Lei 13.301/2016, conforme Brasil e Ministério da Saúde (2019) e Pereira et al. (2021), dispõe sobre a adoção de medidas de vigilância em saúde quando verificada situação de iminente perigo à saúde pública pela presença do mosquito transmissor do vírus da dengue, do vírus chikungunya e do vírus da zika. Como medidas de contenção sugeridas nesta lei destacam-se atividades como limpeza de imóveis, identificação e eliminação de focos de mosquitos vetores, com ampla mobilização da comunidade, além da realização de campanhas educativas e orientação à população, divulgação em todos os meios de comunicação, entre outros. Notadamente, existem tanto projetos de leis como políticas de estados voltadas a contenção da população de vetores, e aqui lança-se luz sobre a necessidade de estudos mais aprofundados acerca da implementação correta e destinação de recursos e verbas públicas para esta finalidade.

Sobre os modelos unidimensional e bidimensional as principais conclusões são:

- Os estudos analíticos e numéricos nos modelos temporal e espaço-temporal unidimensional se mostraram fundamentais para o estudo e a compreensão da interação entre as populações

de humanos e mosquitos no modelo mais realístico bidimensional, conforme descrito na seção 6.1.4;

- A redução do número de criadouros impossibilitou ou desacelerou a proliferação de mosquitos no ambiente, resultando em menor índice de infestação de mosquitos alados e, em particular, menor densidade populacional de humanos infectados pela doença, de acordo com o exposto nas seções 6.1.1 e 6.1.4.
- Sem o controle aplicado na fase aquática como proposto, a incidência de doenças pode ser emergente em virtude da interação de humanos infectados na população de mosquitos suscetíveis. Essa incidência é potencializada pela mobilidade das populações, principalmente pela humana, em conformidade com o discutido na seção 6.1.4.
- A efetiva diminuição da população de humanos infectados, devido a ação do controle ótimo aplicado na situação endêmica foi viável;
- Se faz necessário a manutenção do controle para que o ambiente urbano contemple níveis aceitáveis de insetos. Pode ser sugerido aqui que esta manutenção depende de políticas públicas efetivas e colaboração da comunidade;
- Existe a necessidade implementação de estratégias de controle eficazes aliadas a projetos de leis, uma vez que mecanismos legais causam maior impacto social.

Como perspectivas para investigações futuras, com o intuito de aperfeiçoar os modelos em equações diferenciais parciais propostos, propõem-se:

- Utilizar o laplaciano fracionário para retratar a aleatoriedade dispersiva e mais próxima da realidade referente a mobilidade das populações de humanos e mosquitos;
- Dimensionar o problema em uma região viável como, por exemplo, cidade ou estado e confrontar os resultados com dados reais;
- Aplicar o método de elementos finitos ao modelo proposto e compará-los com os resultados tratados neste trabalho;
- Ajustar o funcional proposto e elaborar a interpretação em termos de custos.
- Inserir e investigar os efeitos da pluviosidade e/ou umidade aos modelos espaço-temporais;
- Realizar estudo geoespacial e analisar a influência da altitude em mapas de relevo para estados ou cidades brasileiras;
- Propor heurísticas, como o AG, para resolver o problema de otimização nos modelos unidimensional e bidimensional aqui investigados numericamente.

Referências

- ADELMAN, Z. N. *Genetic Control of Malaria and Dengue*. Boston: Academic Press, 2016. 4, 8, 11
- AMAKU, M.; COUTINHO, F. A. B.; MASSAD, E. Why dengue and yellow fever coexist in some areas of the world and not in others? *Biosystems*, v. 106, n. 2, p. 111–120, 2011. 7
- ANDERSON, R. M.; MAY, R. M. *Infectious diseases of humans: dynamics and control*. London, England: Oxford University Press, 1992. 12
- BHATT, S. et al. The global distribution and burden of dengue. *Nature*, v. 496, p. 504–507, 2013. 4
- BRASIL; Ministério da Saúde. *Guia de Vigilância Epidemiológica*. Brasília: Ministério da Saúde, 2005. 9, 10
- BRASIL; Ministério da Saúde. *Guia de Vigilância em Saúde*. Brasília: Ministério da Saúde, 2019. 1, 8, 9, 10, 11, 86
- BUCHWALD, A. G. et al. *Aedes*-borne disease outbreaks in West Africa: a call for enhanced surveillance. *Acta Tropica*, v. 209, p. 105468, 2020. 7, 8, 11
- CAGLIOTI, C. et al. Chikungunya virus infection: an overview. *New Microbiologica*, v. 36, n. 3, p. 211–27, 2013. 7, 8
- CAPURRO, M. L. et al. Mosquitos transgênicos: controle da transmissão de malária e dengue. *Biotecnologia: Ciência & Desenvolvimento*, v. 4, n. 22, p. 26–31, 2001. 11
- CARVALHO, D. O. et al. Suppression of a field population of *Aedes aegypti* in Brazil by sustained release of transgenic male mosquitoes. *PLOS Neglected Tropical Diseases*, Public Library of Science, v. 9, n. 7, p. 1–15, 07 2015. 11
- CHAMBERS, T. J.; MONATH, T. P. *The flaviviruses: detection, diagnosis and vaccine development*. San Diego, California, USA: Elsevier Academic Press, 2003. v. 61. 5, 6, 7
- CLANCY, I. L. et al. Public health messages on arboviruses transmitted by *Aedes aegypti* in Brazil. *BMC Public Health*, BioMed Central, v. 21, n. 1, p. 1–11, 2021. 11
- COLEY, D. A. *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. River Edge, NJ, USA: World Scientific Publishing Co., Inc., 1998. 25
- COX, J. et al. Habitat segregation of dengue vectors along an urban environmental gradient. *The American Journal of Tropical Medicine and Hygiene*, v. 76, n. 5, p. 820–826, 2007. 4
- DEB, K. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001. 24, 25
- DIEKMANN, O.; HEESTERBEEK, J. A.; METZ, J. A. On the definition and the computation of the basic reproduction ratio $\mathcal{R}_0$ in models for infectious diseases in heterogeneous populations. *Journal of Mathematical Biology*, v. 28, p. 365–382, 1990. 17, 18

- EDELSTEIN-KESHET, L. *Mathematical Models in Biology*. New York: McGraw Hill Inc., 1998. [97](#), [99](#), [100](#), [101](#)
- ESPOSITO, D. L. A.; FONSECA, B. A. L. da. Will Mayaro virus be responsible for the next outbreak of an arthropod-borne virus in Brazil? *The Brazilian Journal of Infectious Diseases*, v. 21, n. 5, p. 540 – 544, 2017. [6](#), [8](#)
- ESTEVA, L.; YANG, H. M. Mathematical model to assess the control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique. *Mathematical Biosciences*, v. 198, n. 2, p. 132–147, 2005. [13](#)
- ESTEVA, L.; YANG, H. M. Control of dengue vector by the sterile insect technique considering logistic recruitment. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 7, 08 2006. [13](#)
- ESTEVA, L.; YANG, H. M. Assessing the effects of temperature and dengue virus load on dengue transmission. *Journal of Biological Systems*, v. 23, n. 4, p. 527–554, 2015. [13](#)
- ESTEVA, L.; YANG, H. M. Assessing the effects of temperature and dengue virus load on dengue transmission. *Journal of Biological Systems*, v. 23, p. 1550027, 11 2015. [13](#)
- FERREIRA, C. P.; YANG, H. M. Estudo da transmissão da dengue entre os indivíduos em interação com a população de mosquitos *Aedes aegypti*. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 4, p. 323–332, 2003. [12](#), [13](#)
- FERREIRA, C. P.; YANG, H. M. Estudo dinâmico da população de mosquitos *Aedes aegypti*. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 4, 10 2003. [12](#)
- FERREIRA, C. P.; YANG, H. M.; ESTEVA, L. Assessing the suitability of sterile insect technique applied to *Aedes aegypti*. *Journal of Biological Systems*, v. 16, 12 2008. [13](#)
- FERREIRA, C. P.; YANG, H. M.; TERNES, S. Dinâmica populacional do vetor transmissor da dengue. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 4, p. 287–296, 2003. [12](#)
- FERREIRA, V. G.; LIMA, G. A. B.; CORREA, L. Simulação computacional de alguns problemas em dinâmica dos fluidos. In: *Dincon'10-9th Brazilian conference on dynamics, control and their Applications*. Serra Negra, SP: SBMAC, 2010. p. 1330–1418. [103](#), [104](#)
- FLEMING, W. H.; RISHEL, R. W. *Deterministic and stochastic optimal control*. New York, NY: Springer, 1975. [13](#)
- FLORENTINO, H. O. et al. Multiobjective genetic algorithm applied to dengue control. *Mathematical Biosciences*, v. 258, p. 77–84, 2014. [13](#), [51](#)
- FLORENTINO, H. O. et al. Genetic algorithm for optimization of the *Aedes aegypti* control strategies. *Pesquisa Operacional*, Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, v. 38, n. 3, p. 389–411, dez. 2018. [13](#), [51](#)
- FNS, F. *Dengue: instruções para pessoal de combate ao vetor: manual de normas técnicas*. Brasília: Fundação Nacional de Saúde, 2001. [1](#)
- FORATTINI, O. P. *Entomologia médica. Parte geral, Diptera, Anophelini*. São Paulo: Faculdade de Saúde Pública da USP, 1962. v. 1. [3](#), [4](#)
- FORATTINI, O. P. *Entomologia médica. Culicini: Culex, Aedes e Psorophora*. São Paulo: Editora da USP, 1965. v. 2. [1](#), [4](#), [5](#), [6](#)

- FORATTINI, O. P. *Entomologia médica. Psychodidae, Phlebotominae, Leishmanioses, Bartonelose*. São Paulo: Edgard Blücher/Editora da USP, 1973. v. 4. [3](#), [4](#), [5](#)
- FORTUNA, A. O. *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos. Conceitos Básicos e Aplicações*. São Paulo: EDUSP, 2000. [103](#), [104](#)
- GALLO, D. et al. *Entomologia Agrícola*. Piracicaba: FEALQ, 2002. v. 10. 920 p. [10](#)
- GILLOTT, C. *Entomology*. Dordrecht: Springer, 2005. [3](#), [5](#), [6](#)
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1st. ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. [24](#)
- GUBLER, D. J. *The Arboviruses: Epidemiology and Ecology*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc, 1988. II. 213 p. [5](#)
- GUBLER, D. J. et al. *Dengue and Dengue Hemorrhagic Fever*. 2nd. ed. Wallingford, England: CABI Publishing, 2014. [3](#), [4](#), [5](#), [6](#)
- GUZMAN, M. G. et al. Dengue: a continuing global threat. *Nature Reviews: microbiology*, p. S7–S16, 2010. [1](#)
- HALE, J. K. *Ordinary Differential Equations*. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. [98](#)
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975. [23](#)
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1992. [23](#), [25](#)
- KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, The Royal Society, v. 115, n. 772, p. 700–721, 1927. [1](#), [12](#)
- KIM, S.; TRIDANE, A.; CHANG, D. Human migrations and mosquito-borne diseases in Africa. *Mathematical Population Studies*, v. 23, 05 2016. [11](#)
- KUMAR, R. et al. Chikungunya and arthritis: an overview. *Travel Medicine and Infectious Disease*, v. 44, p. 102168, 2021. [1](#), [8](#)
- LANGTANGEN, H. P.; LINGE, S. *Finite difference computing with PDEs: A Modern Software Approach*. 1st. ed. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017. [103](#), [104](#)
- LORENZ, C. et al. Impact of environmental factors on neglected emerging arboviral diseases. *PLOS Neglected Tropical Diseases*, Public Library of Science, v. 11, n. 9, p. 1–19, 09 2017. [1](#), [3](#), [9](#)
- MAIDANA, N. A.; YANG, H. M. A spatial model to describe the dengue propagation. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 8, p. 83–92, 2007. [13](#)
- MASSAD, E.; COUTINHO, F. A. B. The cost of dengue control. *Lancet*, v. 377, n. 9778, p. 1630–1631, 2011. [11](#)

- MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1998. 23
- MULLEN, G. R.; DURDEN, L. A. *Medical and veterinary entomology*. 3rd. ed. San Diego, CA: Academic Press, 2019. 1, 3, 4, 6, 7, 11
- MUSTAFA, M. et al. Discovery of fifth serotype of dengue virus (denv-5): A new public health dilemma in dengue control. *Medical Journal Armed Forces India*, v. 71, n. 1, p. 67 – 70, 2015. 6
- PADILLA, C. et al. Zika virus: review and obstetric anesthetic clinical considerations. *Journal of Clinical Anesthesia*, v. 35, p. 136–144, 2016. 8
- PEREIRA, S. de O. et al. Deficiência e transferência de renda diante da síndrome congênita do zika vírus: um estudo sobre a medida provisória 894/2019. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*, FapUNIFESP (SciELO), v. 25, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/interface.200144>>. 86
- QURESHI, A. I.; SAEED, O. *Dengue Virus Disease: From Origin to Outbreak*. San Diego, CA: Academic Press, 2019. 4, 6, 7, 8, 11
- RAFIKOV, M.; RAFIKOVA, E.; YANG, H. M. Optimization of the *Aedes aegypti* control strategies for integrated vector management. *Journal of Applied Mathematics*, v. 2015, p. 1–8, 06 2015. 13
- REITER, P. Oviposition, dispersal, and survival in *Aedes aegypti*: Implications for the efficacy of control strategies. *Vector-borne and Zoonotic Diseases*, v. 7, n. 2, p. 261–273, 2007. 10
- REZENDE, I. M. d. et al. Persistence of yellow fever virus outside the Amazon basin, causing epidemics in Southeast Brazil, from 2016 to 2018. *PLOS Neglected Tropical Diseases*, Public Library of Science, v. 12, n. 6, p. 1–12, 06 2018. 1, 7
- RODRIGUES, D. et al. A mathematical model for chemoimmunotherapy of chronic lymphocytic leukemia. *Applied Mathematics and Computation*, v. 349, p. 118–133, 2019. 19, 20
- SILVER, J. B. *Mosquito Ecology: Field Sampling Methods*. 3rd. ed. New York, NY: Springer, 2007. 3, 4, 5, 6, 7
- SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. *Introduction to genetic algorithms*. 1st. ed. Berlin, Germany: Springer, 2007. 24, 25
- SLAVOV, S. et al. Overview of zika virus (zikv) infection in regards to the brazilian epidemic. *Brazilian Journal of Medical and Biological Research*, SciELO Brasil, v. 49, 2016. 1, 8
- SOETAERT, K.; CASH, J.; MAZZIA, F. *Solving Differential Equations in R*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2012. 37
- TAKAHASHI, L. T. et al. Mathematical models for the *Aedes aegypti* dispersal dynamics: travelling waves by wing and wind. *Bulletin of Mathematical Biology*, v. 67, n. 3, p. 509–528, 2005. 13, 35
- THOMÉ, R. C. A.; YANG, H. M.; ESTEVA, L. Optimal control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide. *Mathematical Biosciences*, v. 223, n. 1, p. 12–23, 2010. 13

- WEAVER, S. C.; REISEN, W. K. Present and future arboviral threats. *Antiviral Research*, v. 85, n. 2, p. 328–345, 2010. [1](#), [7](#), [8](#)
- WHO, W. *Dengue Guidelines for Diagnosis, Treatment, Prevention and Control*. Genève, Switzerland: World Health Organization, 2009. [7](#)
- WIWANITKIT, S.; WIWANITKIT, V. Sexually transmitted zika virus infection: a new tropical disease. *Asian Pacific Journal of Tropical Disease*, v. 6, n. 10, p. 757–758, 2016. [8](#)
- YANG, H. M. Epidemiologia da transmissão da dengue. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 4, p. 387–396, 2003. [12](#)
- YANG, H. M. The basic reproduction number obtained from Jacobian and next generation matrices – a case study of dengue transmission modelling. *Biosystems*, v. 126, p. 52–75, 2014. [36](#)
- YANG, H. M. Comparison between chikungunya and dengue viruses transmission based on a mathematical model. *International Journal of Biomathematics*, v. 10, 04 2017. [36](#)
- YANG, H. M. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds. *Mathematical Biosciences*, v. 286, p. 1–15, 2017. [36](#)
- YANG, H. M.; FERREIRA, C. P. Assessing the effects of vector control on dengue transmission. *Applied Mathematics and Computation*, v. 198, n. 1, p. 401–413, 2008. [13](#)
- YANG, H. M.; GREENHALGH, D. Proof of conjecture in: The basic reproduction number obtained from Jacobian and next generation matrices—a case study of dengue transmission modelling. *Applied Mathematics and Computation*, v. 265, p. 103–107, 2015. [36](#)
- YANG, H. M. et al. Dinâmica da transmissão da dengue com dados entomológicos temperatura-dependentes. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 8, 03 2007. [13](#)
- YANG, H. M. et al. Follow up estimation of *Aedes aegypti* entomological parameters and mathematical modellings. *Biosystems*, v. 103, n. 3, p. 360–371, 2011. [13](#), [36](#), [41](#)
- YANG, H. M. et al. Assessing the effects of temperature on dengue transmission. *Epidemiology and Infection*, Cambridge University Press, v. 137, n. 8, p. 1179–1187, 2009. [1](#), [13](#), [26](#), [36](#), [38](#), [41](#), [101](#), [102](#)
- YANG, H. M. et al. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti*, the vector of dengue. *Epidemiology and Infection*, Cambridge University Press, v. 137, n. 8, p. 1188–1202, 2009. [13](#), [102](#)
- ZANLUCA, C.; SANTOS, C. N. D. Zika virus – an overview. *Microbes and Infection*, v. 18, n. 5, p. 295–301, 2016. [8](#)