

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

INES CELSA DOMINGUEZ CASTILLO

**ANÁLISE DO MODELO DE FATOR DE DISTRIBUIÇÃO DE
TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA PARA FLUXO DE POTÊNCIA
ÓTIMO E PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO**

Ilha Solteira

2023

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

INES CELSA DOMINGUEZ CASTILLO

**ANÁLISE DO MODELO DE FATOR DE DISTRIBUIÇÃO DE
TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA PARA FLUXO DE POTÊNCIA
ÓTIMO E PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO**

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira –
UNESP como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestra em Engenharia
Elétrica

Área de Conhecimento: Automação

Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo
Possagnolo

Orientador

Ilha Solteira

2023

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

D671a Dominguez Castillo, Ines Celsa.
Análise do modelo de fator de distribuição de transferência de potência para fluxo de potência ótimo e planejamento da expansão de sistemas de transmissão / Ines Celsa Dominguez Castillo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
78 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2023

Orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Inclui bibliografia

1. Fator de distribuição de transferência de potência. 2. Injeções virtuais. 3. Planejamento da expansão da transmissão. 4. Fluxo de potência ótimo. 5. Planejamento da expansão da transmissão usando PTDF. 6. Fluxo de potência ótimo usando PTDF.


Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
C7D3-9-9999

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

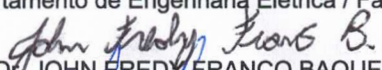
TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Análise do modelo de fator de distribuição de transferência de potência para fluxo de potência ótimo e planejamento da expansão de sistemas de transmissão

AUTORA: INES CELSA DOMINGUEZ CASTILLO

ORIENTADOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. JOHN FREDY FRANCO BAQUERO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Campus Experimental de Rosana - UNESP


Prof. Dr. BENVIDO RODRIGUES PEREIRA JÚNIOR (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos - USP

Ilha Solteira, 10 de fevereiro de 2023

À minha mãe Isabel Castillo e ao meu pai Gerardo Dominguez (in memoriam) com todo meu amor e gratidão, por seus conselhos e amor incondicional que sempre me deram. Desejo ser merecedora do esforço que vocês têm feito por mim.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, por me dar saúde, sabedoria e coragem para continuar apesar das adversidades.

À minha querida mãe Isabel, quem sempre confiou em mim, me ensinou a nunca desistir de lutar, tem me acompanhado ao longo da minha vida me dando incentivo tanto em meu desenvolvimento pessoal quanto profissional.

A meu pai Gerardo (*in memoriam*), meu maior exemplo de profissional, quem me ensinou tanto e tornou possível a realização desta etapa em minha vida, por me ligar todos os dias para me ouvir, perguntando se estou bem e me encorajando a continuar e me adaptar melhor aqui no Brasil. Hoje, ele não está aqui, mas essa realização é sua.

Um especial agradecimento a meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo, por todo o apoio, a paciência e ensinamentos ao longo deste mestrado.

Ao Dante, por estar ao meu lado, dando-me força nos momentos mais difíceis de minha vida, obrigada pelo suporte, carinho e paciência.

Aos meus irmãos, irmãs e meu tio Francisco Dominguez que sempre estão me apoiando com seus conselhos, ligações e por terem me ajudado em muitos momentos ao longo deste tempo.

Ao Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro e a sua esposa Lucila por terem me ajudado no processo de adaptação quando me mudei para a cidade de Ilha Solteira.

A meus amigos do LaPSEE, Jonathan e Marco T. pela amizade e por me ajudarem em momentos de necessidade e dúvida.

Adicionalmente um agradecimento a todos aqueles que possam não ter sido citados, mas que certamente sua contribuição e apoio tem me ajudado.

À Unesp e a todos os funcionários que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização desse trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo 2015/21972-6.

*“A man should never be ashamed to own he has been wrong, which is but saying, that he is
wiser today than he was yesterday.”*

— Alexander Pope

RESUMO

Neste trabalho, analisa-se os modelos matemáticos dos problemas de fluxo de potência ótimo (FPO) dc em sistemas de transmissão e planejamento da expansão da transmissão estático (PET) dc utilizando-se a teoria do fator de distribuição de transferência de potência, do inglês *power transfer distribution fator* (PTDF). O principal objetivo de se utilizar o PTDF em ambas as formulações é a redução do tamanho dos problemas, tanto em relação ao número de variáveis de decisão quanto ao número de restrições, visando a diminuição do esforço computacional de resolução. Os testes para o problema de FPO dc foram realizados utilizando-se quatro sistemas: IEEE de 30, 200, 588 e 10000 barras, sendo comparados os modelos de FPO dc tradicional e o baseado no PTDF. Da mesma forma, para o problema PET dc são testados e analisados os sistemas Garver de seis barras, IEEE de 24 barras, Sul brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras para três modelos: o modelo linear disjuntivo e duas modelagens baseadas no PTDF, sendo uma delas contribuição deste trabalho. Verifica-se que as três formulações fornecem as mesmas soluções para todos os sistemas, o que indica que todas são equivalentes. Para análise de operação, no problema de FPO dc, foram verificadas reduções no esforço computacional com o modelo baseado no PTDF. Finalmente, para o modelo proposto para PET baseado no PTDF, comparado com o disponível na literatura, também se verifica a redução do esforço computacional para resolução do problema.

Palavras-chave: fator de distribuição de transferência de potência; fatores de sensibilidade; fluxo de potência ótimo; planejamento da expansão da transmissão.

ABSTRACT

In this work, mathematical models for dc optimal power flow (OPF) and dc static transmission expansion planning (TEP) based on the power transfer distribution factor (PTDF) are analyzed. The main objective of using the PTDF in both formulations is to reduce the size of the problems, both in relation to the number of decision variables and the number of constraints, in order to reduce the computational effort of resolution. Tests for the dc FPO problem were performed using four systems: the IEEE 30-bus, 200-bus, 588-bus, and 10000-bus systems, comparing the traditional dc OPF models and the one based on PTDF. Likewise, for the dc TEP problem, the six-bus Garver, 24-bus IEEE, 46-bus Southern Brazilian, and 93-bus Colombian systems are tested and analyzed for three models: the linear disjunctive model and two PTDF-based models, being one of them a contribution of this work. It is verified that the three formulations provide the same solutions for all systems, which indicates that they are all equivalent. For the operation analysis, in the dc OPF problem, reductions in the computational effort were verified with the model based on PTDF. Finally, for the proposed model for TEP based on PTDF, compared to the one available in the literature, a reduction in the computational effort to solve the problem is also verified.

Keywords: optimal power flow; power transfer distribution factor; transmission expansion planning; sensitivity factors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fluxo de potência aproximado em uma linha de transmissão	25
Figura 2: Injeção de potência ativa na barra k	26
Figura 3: Efeito do fluxo na linha y para transferência de potência da barra s à barra r	30
Figura 4: Efeito no fluxo da linha y devido a uma interrupção na linha r	32
Figura 5: Matriz do fator de distribuição de transferência de potência (PTDF)	34
Figura 6: Conjunto de linhas paralelas em um corredor ij	35
Figura 7: Sistema Garver modificado com linhas existentes e linhas candidatas	36
Figura 8: Métodos de solução para o problema de FPO	39
Figura 9: Diagrama do sistema teste 0 de quatro barras	46
Figura 10: Método gráfico para solução do sistema de quatro barras	48
Figura 11: Modelagem de abertura de linha por meio de injeções virtuais de potência	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados do sistema Garver modificado de seis barras	36
Tabela 2: Parâmetros PTDF do sistema Garver modificado de seis barras.....	37
Tabela 3: Dados das barras do sistema teste de quatro barras.....	46
Tabela 4: Dados dos ramos do sistema de quatro barras	46
Tabela 5: Parâmetros PTDF do sistema teste de quatro barras	47
Tabela 6: Fluxos de potência do sistema de quatro barras	49
Tabela 7: Resultados obtidos para o modelo de FPO dc tradicional	63
Tabela 8: Resultados obtidos para o modelo de FPO dc baseado no PTDF	64
Tabela 9: Resultados obtidos considerando linhas monitoradas	65
Tabela 10: Resultados obtidos para o modelo linear disjuntivo.....	67
Tabela 11: Resultados obtidos para o modelo proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016).....	68
Tabela 12: Resultados obtidos para o modelo proposto baseado em PTDF	68

LISTA DE ABREVIATURAS

ac	<i>Alternating current</i>
AG	Algoritmo genético
dc	<i>Direct current</i>
DE	Despacho econômico
FP	Fluxo de potência
FPO	Fluxo de potência ótimo
LCK	Lei de correntes de Kirchhoff
LTK	Lei de tensões de Kirchhoff
LODF	<i>Line outage distribution factors</i>
PET	Planejamento de expansão da transmissão
PL	Programação linear
PLIM	Programação linear inteira mista
PNL	Programação não linear
PNLIM	Programação não linear inteira mista
PTDF	<i>Power transfer distribution factor</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\psi_{ij,k}$	PTDF do corredor ij com relação à injeção/extração de potência da barra k
$\psi_{ij,k,y}$	PTDF da linha y no corredor ij com relação à mudança na barra k
$\psi_{s,r,y}$	PTDF na linha y quando ocorre a transferência de potência ΔP (s a r)
λ_{ij}	Parâmetro que indica se as linhas do caminho são monitoradas ($\lambda_{ij} = 1$) ou não ($\lambda_{ij} = 0$)
Ω_b	Conjunto de barras
Ω_g	Conjunto de barras de geração
Ω_k	Conjunto das barras vizinhas ou adjacentes à barra k
Ω_l	Conjunto de corredores ou ramos
θ	Vetor dos ângulos de fase das tensões nodais
θ_i	Ângulo de tensão na barra i
B	Matriz de susceptância nodal
B'	Matriz de susceptância modificada
B_{ij}	Susceptância agregada das linhas no corredor ij
$B_{ij,y}$	Susceptância da linha y no corredor ij
b_{km}	Susceptância da linha no ramo km
c_i	Custo de geração na barra i
c_{ij}	Custo de construção de uma linha no corredor ij
d_i	Demanda de potência ativa na barra i
f_y^0	Fluxo na linha y antes da transferência de potência
$\hat{f}_y$	Fluxo na linha y após a transferência de potência da barra s ocorrer
Δf_y	Mudança no fluxo de potência na linha y
f_{ij}^0	Fluxo de potência ativa total das linhas existentes no corredor ij

f_{ij}	Fluxo de potência ativa total das linhas construídas no corredor ij
$\bar{f}_{ij}$	Capacidade de fluxo de potência ativa máxima de uma linha no corredor ij
$\tilde{f}_{ij}$	Fluxo de potência ativa em uma linha do corredor ij
F_{ij}	Fluxo de potência no corredor ij
$f_{ij,y}$	Fluxo de potência ativa na linha y do corredor ij
g_i	Geração de potência ativa na barra i
$\bar{g}_i$	Geração de potência ativa máxima na barra i
$\underline{g}_i$	Geração de potência ativa mínima na barra i
g_{km}	Condutância da linha no ramo km
i	Índice para barras
ij	Índice para corredores
M	Parâmetro suficientemente grande chamado <i>big-M</i>
NB	Número de barras
n_{ij}^0	Número de linhas existentes no corredor ij
n_{ij}	Número de linhas construídas no corredor ij
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser construídas no corredor ij
P	Vetor das injeções nodais líquidas de potência ativa
P_{km}	Fluxo de potência ativa no ramo km
$\Delta P_{s \rightarrow r}$	Potência transferida da barra s para a barra r
$\tilde{p}_{st,r}$	Injeção de potência virtual na barra s com saída na barra t
r	Barra de saída da potência
s	Barra em que a potência é injetada
v	Custo total de investimento para construção das linhas de transmissão
V_k	Tensão na barra k

$w_{ij,y}$	Variável de decisão binária referente à construção da linha y no corredor ij
X	Matriz de reatâncias
x_{ij}	Reatância de uma linha de transmissão no corredor ij
x_{km}	Reatância de uma linha no ramo km
y	Índice para linha de transmissão

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	18
1.1.	OBJETIVOS.....	21
1.2.	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	22
2.	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	24
2.1.	FLUXO DE POTÊNCIA.....	24
2.1.1.	Fluxo de potência dc.....	24
3.	FATOR DE SENSIBILIDADE PTDF	29
3.1.	DEFINIÇÃO E CÁLCULO DO FATOR PTDF	30
3.2.	CÁLCULO DA MATRIZ PTDF PARA O SISTEMA GARVER	35
4.	O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO.....	38
4.1.	MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	38
4.2.	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	41
4.2.1.	Formulação do FPO dc tradicional	42
4.2.2.	Formulação de FPO dc baseada em PTDF	44
4.2.2.1.	<i>FPO dc baseado em PTDF para o sistema de quatro barras</i>	<i>46</i>
5.	O PROBLEMA DE PET E MODELOS MATEMÁTICOS.....	50
5.1.	MODELO MATEMÁTICO GENERALIZADO DO PROBLEMA DE PET LINEAR	50
5.1.1.	Modelagem matemática generalizada do problema.....	52
5.2.	MODELO LINEAR DISJUNTIVO	54
5.3.	MODELO LINEAR DE PET BASEADO NO PTDF	56
5.3.1.	Formulação baseada no PTDF disponível na literatura	58
5.3.2.	Formulação proposta baseada no PTDF	61
6.	TESTES E RESULTADOS.....	63
6.1.	RESULTADOS DOS TESTES PARA O PROBLEMA DE FPO	63
6.1.1.	Testes dos sistemas considerando linhas monitoradas	65
6.2.	RESULTADOS DOS TESTES PARA O PROBLEMA DE PET	66
6.2.1.	Sistema testes	66
6.2.1.1.	<i>Sistema Garver de seis barras com redespacho.....</i>	<i>66</i>
6.2.1.2.	<i>Sistema Garver de seis barras sem redespacho.....</i>	<i>66</i>

6.2.1.3.	<i>Sistema IEEE de 24 barras com redespacho.....</i>	<i>66</i>
6.2.1.4.	<i>Sistema Sul Brasileiro 46 barras com redespacho.....</i>	<i>67</i>
6.2.1.5.	<i>Sistema Sul Brasileiro 46 barras sem redespacho</i>	<i>67</i>
6.2.1.6.	<i>Sistema Colombiano 93 barras sem redespacho</i>	<i>67</i>
6.2.2.	Resultados dos sistemas para os três modelos	67
7.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	70
7.1.	CONCLUSÕES PARA O FPO DC BASEADO NO PTDF	70
7.2.	CONCLUSÕES PARA O PET DC BASEADO NO PTDF	70

1. INTRODUÇÃO

Devido ao crescimento da demanda por energia elétrica, integração de fontes renováveis de energia, adição de geração e descomissionamento de usinas, os sistemas de transmissão de potência estão sob contínuas alterações, reforços e renovações. Assim, o sistema deve estar preparado para responder a estas mudanças. Por isso, é importante o estudo de dois problemas, que são o fluxo de potência ótimo (FPO) e o planejamento da expansão da transmissão (PET), pois assim, é possível planejar e operar o sistema elétrico de potência de maneira adequada e eficiente, garantindo a estabilidade e o funcionamento confiável do sistema.

No campo do estudo do FPO, as primeiras bases foram propostas por Carpentier (1962). Desde então, o problema tem sido amplamente discutido, e consequentemente, vários modelos têm sido desenvolvidos a fim de formular diferentes tipos de problemas de otimização através de diferentes funções objetivo, conjuntos de variáveis de decisão e tipos de restrições.

A análise do FPO tem como objetivo determinar o estado ótimo de operação do sistema elétrico de potência de acordo com os critérios de custo, planejamento ou confiabilidade, ajustando as variáveis de controle do sistema de potência sem violar os limites de operação dos equipamentos, sendo assim, uma das ferramentas mais utilizadas em muitas aplicações de engenharia de potência para otimização da rede, planejamento da geração e da transmissão, controle de tensão, estimação de estado e estudos de mercado (TORELLI; VACCARO; XIE, 2013). Em que, a otimização da rede é um processo que busca melhorar o desempenho e a eficiência do sistema elétrico por meio da redução de perdas e melhoria da qualidade do serviço, o controle de tensão é um processo que busca manter a tensão em um nível constante para garantir o correto funcionamento do sistema elétrico, e a estimação de estado no problema de FPO refere-se ao processo de fornecer a melhor estimativa possível das variáveis de estado de um sistema de potência (por exemplo a magnitude da tensão, ângulo de fase, etc.) a partir das medições de sensores instalados no sistema (GUO et al., 2023; RUIZ FLOREZ et al., 2022).

O FPO é um problema de otimização não linear e não convexo que foi classicamente formulado para sistemas ac simétricos e equilibrados. Embora o problema de FPO às vezes seja muito difícil de resolver e sua solução computacionalmente muito custosa devido à complexidade computacional e restrições de tempo, vários algoritmos foram desenvolvidos para resolvê-lo (OSMAN; ABO-SINNA; MOUSA, 2004; SASSON; VILORIA; ABOYTES, 1973; SU et al., 2021). A formulação do FPO ac é um problema de otimização que considera todas as equações de fluxo de potência ac. Assumindo que os parâmetros do modelo estejam corretos, esta representação é mais precisa dos fluxos de potência em um sistema, isto significa que os pontos

de ajuste determinados pela otimização correspondem o mais próximo possível da realidade. Porém, também apresenta desvantagens, por exemplo tem-se que as equações de fluxo de potência ac são quadráticas e se incluirmos em um problema de otimização elas resultam em um problema não linear não convexo. Problemas não convexos são em geral muito mais difíceis de resolver e às vezes não há garantia de encontrar o mínimo global. A fim de simplificar a formulação geral é possível desacoplar o problema e iterar com uma aproximação das restrições não lineares. Sendo assim, a versão linearizada do FPO, conhecida como FPO dc, é frequentemente usada pois oferece uma solução muito precisa e computacionalmente eficiente (GIUNTOLI; BIAGINI; SCHÖNLEBER, 2019). Tanto o problema de FPO ac quanto o dc usam diferenças de ângulo das barras para cálculos de fluxo de potência. Portanto, têm um número grande de variáveis de decisão e restrições. Além disso, para o modelo dc, trabalhar com essas diferenças nos ângulos de tensão das barras pode representar um problema quando essas diferenças começam a assumir valores mais altos, o que implica uma perda de precisão.

Em contraste ao problema mencionado anteriormente, o problema FPO dc usando a formulação baseada no fator de distribuição de transferência de potência, do inglês *power transfer distribution factor* (PTDF), resolve o problema de otimização considerando apenas a potência ativa de geração como variável de decisão, a fim de converter para uma equação global o balanço de potência. A principal vantagem desta formulação é a redução do número de variáveis de decisão no problema de otimização. Consequentemente, o algoritmo pode acelerar assim o processo de convergência (HINOJOSA-MATEUS; PÉREZ-ANDRADES; ILIĆ, 2014).

Por outro lado, uma grande parte da pesquisa relacionada aos sistemas de energia tem sido focada na melhoria dos modelos e técnicas de solução para o problema de PET, cujo objetivo é determinar o tempo, a localização e o número de novas linhas de transmissão a serem instaladas na rede a fim de se atingir objetivos específicos que atendam a restrições técnicas, econômicas e ambientais. Em outras palavras, deve-se encontrar o plano ótimo de expansão para um horizonte pré-definido a um custo mínimo. Os dados do problema são a topologia corrente do sistema, os circuitos candidatos a serem construídos, a geração e demanda para o horizonte de planejamento, restrições de investimento, entre outros (RIDER; GARCIA; ROMERO, 2007).

Uma solução ideal para o problema de PET normalmente visa em um ou vários objetivos, como fornecer um serviço confiável para todos os clientes, minimizar os custos de investimento, reduzir as perdas de energia, aliviar o congestionamento da rede, atender aos regulamentos ambientais, entre outros (MAHDAVI *et al*, 2019; RAHMANI; KARGARIAN; HUG, 2016). Assim, o PET é um problema específico de otimização de sistemas de energia elétrica,

da mesma forma, por ser um problema de otimização matemática, sua resolução consiste em dois processos consecutivos: a modelagem matemática e técnica de solução escolhida para resolver esse modelo.

O problema de PET é um problema de otimização não linear inteiro misto e se caracteriza por ter uma estrutura multimodal, ou seja, com um número muito elevado de ótimos locais, o que leva a maioria dos métodos aproximados a parar numa solução ótima local e às vezes de baixa qualidade e aos métodos exatos custa-lhes muito esforço computacional para achar a solução ótima. Garver (1970) foi quem apresentou a primeira proposta para resolver o problema de PET, com o objetivo de encontrar a rede de custo mínimo para atender a geração e carga do sistema. Assim, Garver, por meio de um algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transportes, resolveu e desenvolveu o problema de PET. Este modelo considera apenas o balanço de potência ativa em cada barra.

A modelagem do problema PET depende do horizonte de planejamento considerado, podendo ser classificado em duas categorias: estático e dinâmico. O planejamento estático é aquele que considera apenas um único período de análise e o objetivo é obter o plano de expansão para o final deste período, ou seja, foca em determinar a localização e que linhas e/ou equipamentos devem ser instalados no sistema. O planejamento dinâmico, ou multiestágio, é um caso mais geral, em que se divide o horizonte de planejamento em vários estágios e se obtém o plano de expansão para cada estágio. Neste caso, além de determinar onde e que equipamentos deverão ser instalados, deseja-se determinar quando instalá-los (VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011). A modelagem matemática pode ser uma representação mais precisa ou simplificada do problema da vida real, e quanto mais precisa é a modelagem, mais complexo será obter uma solução para o problema (HINOJOSA; VELÁSQUEZ, 2016). No caso do problema de PET, o modelo de fluxo de potência ac é a modelagem mais adequada pois representa de formas mais precisa a operação do sistema elétrico. No problema de PET, precisa-se saber quando, onde e que tipos de circuitos deverão ser construídos para atender às necessidades do sistema conforme às exigências atuais. Porém, a modelagem ac às vezes não é muito utilizada devido à complexidade computacional que apresenta na resolução do problema de otimização. Por essa razão, geralmente a modelagem mais utilizada em problemas de planejamento de sistemas de transmissão seria aquela conhecida como modelo dc, pois pode ser usada para sistemas de médio e grande porte, apresentando complexidade computacional reduzida e sendo suficientemente precisa, isto é, embora seja mais simples do que o modelo ac, o modelo dc pode encontrar resultados próximos do ótimo para sistemas de potência reais.

Na literatura, foram propostos vários modelos ou formulações matemáticas que são versões relaxadas do modelo ac com a finalidade de resolver o problema de PET, entre estes modelos destaca-se as seguintes formulações:

- Modelo de transportes;
- Modelos híbridos;
- Modelo dc;
- Modelo linear disjuntivo.

O modelo dc considera as duas leis de Kirchhoff para a modelagem matemática do problema de PET. O modelo de transportes e o híbrido são versões relaxadas (aproximadas) do modelo dc. O modelo disjuntivo, por outro lado, é uma versão equivalente do modelo dc pois também considera as duas leis de Kirchhoff, mas elimina as não linearidades do problema. Pelas vantagens que este modelo apresenta, tem sido amplamente adotado na literatura recente (RAHMANI; ROMERO; RIDER, 2013; ZHANG *et al*, 2018).

Observe-se que tanto o modelo dc quanto o modelo linear disjuntivo para o PET dc usam as diferenças dos ângulos de tensões das barras para os cálculos de fluxos de potência nas linhas. Este trabalho, propõe a utilização de uma abordagem alternativa baseada no conceito do fator de PTDF eliminando os ângulos das tensões da formulação do problema e considerando a porcentagem de carga nas linhas. Entretanto, no PET dc, a topologia do sistema muda durante o processo de otimização. Portanto, como o PTDF dependem da topologia da rede elétrica este método é principalmente limitado a redes com topologia fixa ou para sistemas com alterações de topologia pré-especificadas. Assim, são analisados dois modelos baseados neste conceito; um deles é o proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016) que por praticidade será chamado de modelo baseado no PTDF para PET apresentado na literatura, e o outro é o modelo de PET baseado no PTDF proposto nesta dissertação. Assim também, é preciso enfatizar que em ambos os modelos, assumiu-se que todas as possíveis linhas de transmissão candidatas são instaladas. Além disso, ambos os modelos são comparados com o modelo linear disjuntivo.

1.1. OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são:

- Analisar, revisar e implementar computacionalmente o modelo de FPO dc baseado em PTDF;

- Avaliar os resultados fornecidos pelo modelo de FPO dc baseado no PTDF e compará-los com os resultados do modelo de FPO dc tradicional levando-se em conta a precisão e o esforço computacional demandado;
- Reformular o modelo de PET dc considerando a abordagem de PTDF proposta na literatura e analisar o modelo obtido;
- Avaliar os resultados fornecidos pelo modelo de PET dc baseado no PTDF proposto e compará-los com o proposto na literatura, identificar modificações no modelo que permitam encontrar soluções de forma mais eficiente.

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A estrutura deste trabalho é organizada em seis capítulos, conforme é detalhado a seguir:

No Capítulo 2, apresenta-se a estrutura teórica referente ao fluxo de potência dc, a qual será útil para o desenvolvimento do problema FPO e PET neste trabalho.

No Capítulo 3, é apresentado os conceitos teóricos do fator PTDF. Também é explicado como é feita a obtenção deste, ou seja, são apresentadas as equações que o definem e os parâmetros que são necessários para o cálculo da matriz PTDF, e assim obter o fator PTDF por linha em um corredor determinado. Além disso, é mostrado, por meio de um exemplo, o cálculo da matriz PTDF para um sistema teste modificado baseado no sistema Garver de seis barras.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo tradicional de fluxo de potência ótimo dc, uma revisão da literatura especializada através do tempo referente aos métodos de solução para o problema de FPO, a definição do problema e formulação do modelo em questão, e as formulações dos modelos de FPO dc tradicional e o modelo FPO dc baseado no PTDF. É mostrado com mais detalhes a formulação deste modelo e algumas vantagens da abordagem. Além disso, é ilustrado um exemplo do cálculo de FPO dc usando o conceito do PTDF para um sistema de quatro barras.

No Capítulo 5, são mostradas as formulações dos modelos mais usados no problema de PET dc: modelo de transportes, modelos híbridos, modelo dc e o modelo linear disjuntivo. Assim, também são apresentadas duas formulações para o problema de PET dc baseadas no fator de sensibilidade PTDF, uma delas é a disponível na literatura e a outra é proposta neste trabalho.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados para o problema de FPO dc obtidos com o modelo tradicional e com o modelo baseado no PTDF. São testados quatro sistemas IEEE de 30, 200, 588 e 10000 barras, e também são apresentadas as diferenças nas dimensões dos

problemas, na função objetivo entre ambos os modelos e os tempos computacionais para resolvê-los. Assim também, referente ao problema de PET de são apresentados os resultados para três modelos, os quais são o modelo linear disjuntivo, o modelo proposto nesta dissertação e o disponível na literatura. Estes testes foram realizados usando os sistemas Garver de seis barras, IEEE de 24 barras, o Sul Brasileiro de 46 barras e o Colombiano de 93 barras. Os resultados obtidos são comparados entre eles e são verificadas as diferenças nas dimensões dos problemas, os valores obtidos das funções objetivo e os tempos computacionais de solução.

No Capítulo 7, discutem-se as conclusões com base nos resultados obtidos e os trabalhos futuros a serem desenvolvidos.

2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1. FLUXO DE POTÊNCIA

O fluxo de potência (FP), também conhecido como fluxo de carga, é uma ferramenta fundamental e amplamente usada no planejamento e operação do sistema elétrico. O modelo de FP é construído utilizando dados relevantes de rede, carga e geração e a solução do modelo inclui as correntes, tensões e fluxos de potência ativa e reativa no sistema. Esta solução é obtida através da resolução de equações de balanço de potência nodal, e como estas equações são não lineares, são utilizadas técnicas iterativas como os métodos de Newton Raphson, Gauss-Seidel e o desacoplado rápido para a resolução deste problema (ALBADI, 2019; ZHU, 2015b). Em geral, o fluxo de potência é usado para determinar as condições operacionais do sistema de potência. Além disso, ele é usado para avaliar o desempenho do sistema de energia sob diferentes condições de operação.

2.1.1. Fluxo de potência dc

Os algoritmos de fluxo de potência ac (FP ac) consideram uma representação mais precisa da operação de uma rede elétrica. Porém, as vezes requerem um grande esforço computacional. Por exemplo, em despacho econômico, as exigências de precisão computacional não são muito altas em comparação com as exigências de velocidade computacional que são mais preocupantes, especialmente quando o sistema de potência é de grande porte.

O fluxo de potência ativa (P) em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular da tensão na linha (θ) e se desloca no sentido de maiores aos menores ângulos, encontrando assim uma similaridade com a lei de Ohm em um circuito de corrente contínua, ou seja, aquela relação que existe entre as quedas de tensão e a corrente. De acordo com isto, é possível o desenvolvimento de um modelo aproximado, chamado fluxo de potência dc (FP dc), que permite estimar a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão com uma boa precisão e baixo custo computacional. Enfatiza-se que este modelo linearizado não é aplicável a sistemas de distribuição em baixa tensão pois, neste caso, os fluxos de potência ativa dependem de maneira significativa das quedas de tensão. Assim, o fluxo de potência dc é baseado no acoplamento das variáveis P e θ , e este acoplamento é maior quanto maiores forem os níveis de tensão da rede. O modelo de FP dc é uma aproximação das equações do FP ac, e para atingir essa aproximação, é preciso levar em conta um conjunto de determinadas suposições e observações físicas, entre elas:

- É desconsiderada as magnitudes das potências reativas;
- A resistência da linha é significativamente menor que a reatância da linha ($r_{ij} \ll x_{ij}$), e assim a susceptância da linha (B_{ij}) pode ser aproximada por $-1/x_{ij}$;
- A diferença de ângulo entre os terminais das barras geralmente é pequena e normalmente não excede os 30° , assim pode ser usada uma aproximação de ângulos pequenos, i.e., $\sin \theta_{ij} \cong \theta_{ij}$;
- Os ramos em derivação são ignorados;
- As magnitudes de tensão do nível de transmissão são tipicamente próximas de 1 p.u. em operação normal.

Em (1) e (2) são definidas as equações do fluxo de potência ativa do modelo ac (MONTICELLI, 1983), (CHRISTIE; WOLLENBERG; WANGENSTEEN, 2000), (ZHU, 2015b).

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (1)$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2)$$

Como os termos que correspondem às perdas de transmissão são desconsiderados; então, das equações anteriores pode-se obter (3).

$$P_{km} = -P_{mk} = -V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (3)$$

Introduzindo as considerações acima mencionadas: $V_k \cong V_m \cong 1$ p.u., $\sin \theta_{km} \cong \theta_{km}$ e $b_{km} \cong -1/x_{ij}$, pode-se obter (4).

$$P_{km} = -P_{mk} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} \quad (4)$$

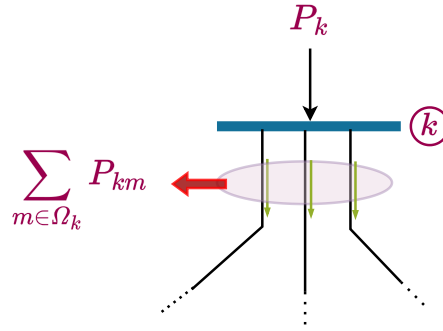
O fluxo de potência aproximado é ilustrado na Figura 1. Sendo a injeção de potência ativa na barra k igual à soma dos fluxos que saem dessa barra, como se mostra na Figura 2.

Figura 1: Fluxo de potência aproximado em uma linha de transmissão



Fonte: Elaboração da própria autora.

Figura 2: Injeção de potência ativa na barra k



Fonte: Elaboração da própria autora.

A equação (5) descreve o balanço de potência na barra k .

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km} \quad k = 1, \dots, NB \quad (5)$$

Assim, em sua formulação matricial o problema de FP dc é escrito como apresentado em (6).

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = [B'] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ou, de maneira mais compacta, como mostrado em (7).

$$[P] = [B'][\theta] \quad (7)$$

Sendo:

- θ Vetor dos ângulos de fase das tensões nodais;
- P Vetor das injeções nodais líquidas de potência ativa;
- B Matriz de susceptância nodal;
- Ω_k Conjunto das barras vizinhas ou adjacentes à barra k ;
- NB Número de barras.

Os elementos da matriz tipo susceptância (B') estão em função das reatâncias da linha, e no caso de linhas de transmissão são calculados como mostrado em (8) e (9).

$$B'_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \quad (8)$$

$$B'_{km} = B'_{mk} = -x_{km}^{-1} \quad (9)$$

Para obter a inversa da matriz de susceptâncias B' é necessário fazer algumas modificações, pois ela é singular. Isto é devido a que o sistema é considerado sem perdas de potência ativa na transmissão (ramos têm resistências desprezíveis). Assim a soma dos componentes da potência ativa (P) é nula. Então, para o cálculo da inversa da matriz B' , duas formas são mencionadas neste estudo; a primeira forma seria adotar uma das barras como referência angular, portanto, essa barra terá seu ângulo de fase conhecido e assim já não seria mais uma incógnita do problema, além disso, deve-se retirar a equação correspondente à barra de referência e, desta forma, essa matriz passa a ser não singular e com uma dimensão $(NB - 1) \times (NB - 1)$, e os ângulos das barras restantes podem ser calculados a partir das injeções de potência especificadas nessas barras. Porém, do ponto de vista computacional, muitas vezes não é conveniente mudar as dimensões da matriz B' . Por isso é melhor usar a segunda técnica que é bem parecida com a primeira, mas mantém a dimensão original $(NB \times NB)$ da matriz B' , ou seja, somente fazendo algumas modificações pode ser obtida uma matriz modificada (não singular) B' . Assim, basta substituir por um valor muito grande na diagonal correspondente à barra de referência, ou seja, no termo $B_{n \times n}$, e os demais elementos da linha e coluna correspondentes à barra de referência permanecem iguais (MONTICELLI, 1983). Assim, pode-se calcular a matriz X apenas invertendo a matriz de susceptâncias modificada, e esta matriz X é composta de uma linha e coluna que representa a barra de referência, cujos elementos são nulos ou quase nulos. A fim de entender como a matriz de reatância X é calculada a partir da matriz B' , explica-se como o processo é realizado.

Utilizando as equações (8) e (9) constrói-se a matriz B' apresentada em (10).

$$B' = \begin{pmatrix} \sum_{m \in \Omega_1} (x_{1m}^{-1}) & -x_{12}^{-1} & \cdots & -x_{1ref}^{-1} & \cdots & -x_{1NB}^{-1} \\ -x_{12}^{-1} & \sum_{m \in \Omega_2} (x_{2m}^{-1}) & \cdots & -x_{2ref}^{-1} & \cdots & -x_{2NB}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -x_{1ref}^{-1} & -x_{2ref}^{-1} & \cdots & \sum_{m \in \Omega_{ref}} (x_{ref\ m}^{-1}) & \cdots & -x_{ref\ NB}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{1NB}^{-1} & -x_{2NB}^{-1} & \cdots & -x_{ref\ NB}^{-1} & \cdots & \sum_{m \in \Omega_n} (x_{nm}^{-1}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Fazendo-se as modificações antes mencionadas no elemento da diagonal correspondente à barra de referência da matriz B' na equação (10), a matriz modificada fica como mostrado em (11).

$$B' = \begin{pmatrix} \sum_{m \in \Omega_1} (x_{1m}^{-1}) & -x_{12}^{-1} & \cdots & -x_{1ref}^{-1} & \cdots & -x_{1NB}^{-1} \\ -x_{12}^{-1} & \sum_{m \in \Omega_2} (x_{2m}^{-1}) & \cdots & -x_{2ref}^{-1} & \cdots & -x_{2NB}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -x_{1ref}^{-1} & -x_{2ref}^{-1} & \cdots & M & \cdots & -x_{refNB}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{1NB}^{-1} & -x_{2NB}^{-1} & \cdots & -x_{refNB}^{-1} & \cdots & \sum_{m \in \Omega_n} (x_{nm}^{-1}) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Sendo M um valor grande. Assim, a matriz X já pode ser calculada como o inverso da matriz modificada.

3. FATOR DE SENSIBILIDADE PTDF

Os fatores de sensibilidade lineares são derivados do fluxo de potência dc e fornecem um cálculo rápido para determinar possíveis interrupções ou saídas de linhas no sistema. Assim, uma das principais razões para se estudar fatores de sensibilidade lineares, é a simplicidade que eles apresentam quando se deseja estudar possíveis múltiplas interrupções e obter resultados rapidamente. Por isso, estes fatores são muito úteis, pois mostram as mudanças aproximadas nos fluxos nas linhas para mudanças de geração na configuração da rede. Entre estes fatores de sensibilidade destacam-se o PTDF, e o fator de distribuição de interrupção de linha, do inglês *line outage distribution factor* (LODF). Neste capítulo será abordado com maior detalhe o fator PTDF para depois ser usado no PET e no FPO.

Na literatura do PTDF, este fator de sensibilidade tem sido utilizado em vários campos, tais como despacho econômico (HOGAN, 2000), (EVRENOSOGU; ABUR, 2004), FPO (HINOJOSA; GONZALEZ-LONGATT, 2018), (CHRISTIE; WOLLENBERG; WANGENSTEEN, 2000), (GIUNTOLI; BIAGINI; SCHÖNLEBER, 2019), planejamento de expansão do sistema de transmissão (RAHMANI; KARGARIAN; HUG, 2016), (OGUNDARE; ADEDIJI ADEJUMOBI, 2019), planejamento de expansão da capacidade de geração (HINOJOSA; VELÁSQUEZ, 2016), etc.

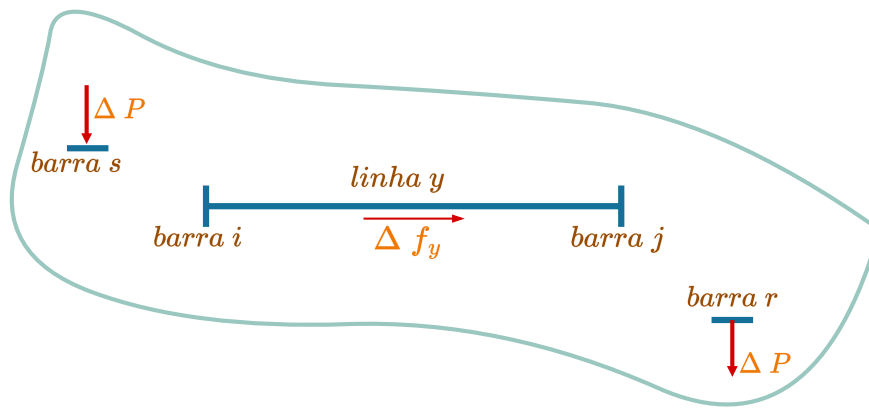
O fator PTDF tem sido utilizado por vários autores que se focaram em abordar o PTDF do ponto de vista de aproximações de fluxo de potência. Enfatizando que o cálculo do PTDF depende principalmente de dois aspectos: as condições operacionais e a topologia da rede (HOGAN, 2000). Assim, com qualquer interrupção da linha, haverá diferentes valores de PTDF, pois a configuração da rede muda. Porém, sabe-se empiricamente que, para uma topologia fixa, o fator PTDF permanece relativamente insensível ao ponto de operação. No trabalho de Baldick (2003) este resultado é demonstrado teoricamente para sistemas de topologia arbitrária com perdas em um caso especial de se ter uma compensação suficiente a fim de manter as tensões em todas as barras constantes e também é mostrada uma corroboração empírica do resultado teórico. Evrenosoglu e Abur (2004) estudaram os efeitos dos erros de medição e dos parâmetros sobre o cálculo dos fatores PTDF. Além disso, sabe-se que os cálculos de PTDF dependem do ponto de operação no qual são avaliados. Assim é explicado que os fatores PTDF que são avaliados em um ponto inicial usando as conhecidas suposições de desacoplamento, são chamados fatores PTDF dc, e quando é usado o modelo acoplado completo e as sensibilidades são avaliadas no ponto de operação atual, são obtidos os fatores PTDF ac. Sob suposições de carga do tipo de potência constante, a análise dos sistemas de potência é não linear. Modelos

lineares aproximados são frequentemente empregados para reduzir o esforço computacional ou facilitar a otimização. O uso de fatores de distribuição foi provavelmente apresentado primeiramente por Mac Arthur. Posteriormente, Sauer (1981) formulou os fatores PTDF para o fluxo de potência linear. Leveringhaus e Hofmann (2014), compararam três métodos para predição de estados com a investigação de suas aproximações, negligências e qualidade de previsão. Estes métodos são Decomposição de Fluxo de Potência (PFD), PTDF ac e o PTDF. No trabalho de Wood, Wollenberg e Sheblé (2013) apresenta-se o cálculo de fator PTDF utilizando as aproximações do fluxo de potência dc e também é abordado o cálculo do fator PTDF para condições de interrupções.

3.1. DEFINIÇÃO E CÁLCULO DO FATOR PTDF

No trabalho de Wood, Wollenberg e Sheblé (2013) é desenvolvida a definição e cálculo do fator PTDF como uma relação entre a mudança aproximada nos fluxos da linha em análise e as mudanças na geração para uma dada configuração da rede, ou seja, o PTDF representa a mudança relativa no fluxo de potência em uma determinada linha y devido a uma variação na injeção e correspondente retirada de potência em um par de barras (Figura 3). Esta mudança na potência vai da barra s para barra r , e é usada para calcular os fluxos de potência em linhas de transmissão como combinações lineares das injeções líquidas de potência nas barras, eliminando-se assim a necessidade de variáveis de ângulo de tensão, o que pode reduzir o número de variáveis e simplificar o processo de cálculo.

Figura 3: Efeito do fluxo na linha y para transferência de potência da barra s à barra r



Fonte: Adaptado de (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013).

Então, o fator PTDF seria representado como mostrado em (12).

$$\psi_{s,r,y} = \frac{\Delta f_y}{\Delta P_{s \rightarrow r}} \quad (12)$$

Sendo:

- y Índice da linha de transmissão;
- s Barra em que a potência é injetada;
- r Barra de saída da potência;
- Δf_y Mudança no fluxo de potência na linha y ;
- $\Delta P_{s \rightarrow r}$ Potência transferida da barra s para a barra r ;
- $\psi_{s,r,y}$ Fator de sensibilidade do fluxo na linha y quando uma transferência de potência ΔP é feita entre as barras s e r .

O novo fluxo de potência em cada linha da rede pode ser calculado como apresentado em (13) e (14).

$$\Delta f_y = \psi_{s,r,y} \Delta P_{s \rightarrow r} \quad (13)$$

$$\hat{f}_y = f_y^0 + \psi_{s,r,y} \Delta P_{s \rightarrow r} \quad (14)$$

Sendo:

- $\hat{f}_y$ Fluxo de potência na linha y após a transferência de potência ocorrer;
- f_y^0 Fluxo de potência antes da transferência.

Se a transferência é feita na direção oposta, ou seja, da barra r à barra s ; o PTDF é o mostrado em (15).

$$\psi_{s,r,y} = -\psi_{r,s,y} \quad (15)$$

A faixa numérica de $\psi_{s,r,y}$ é a mostrada em (16).

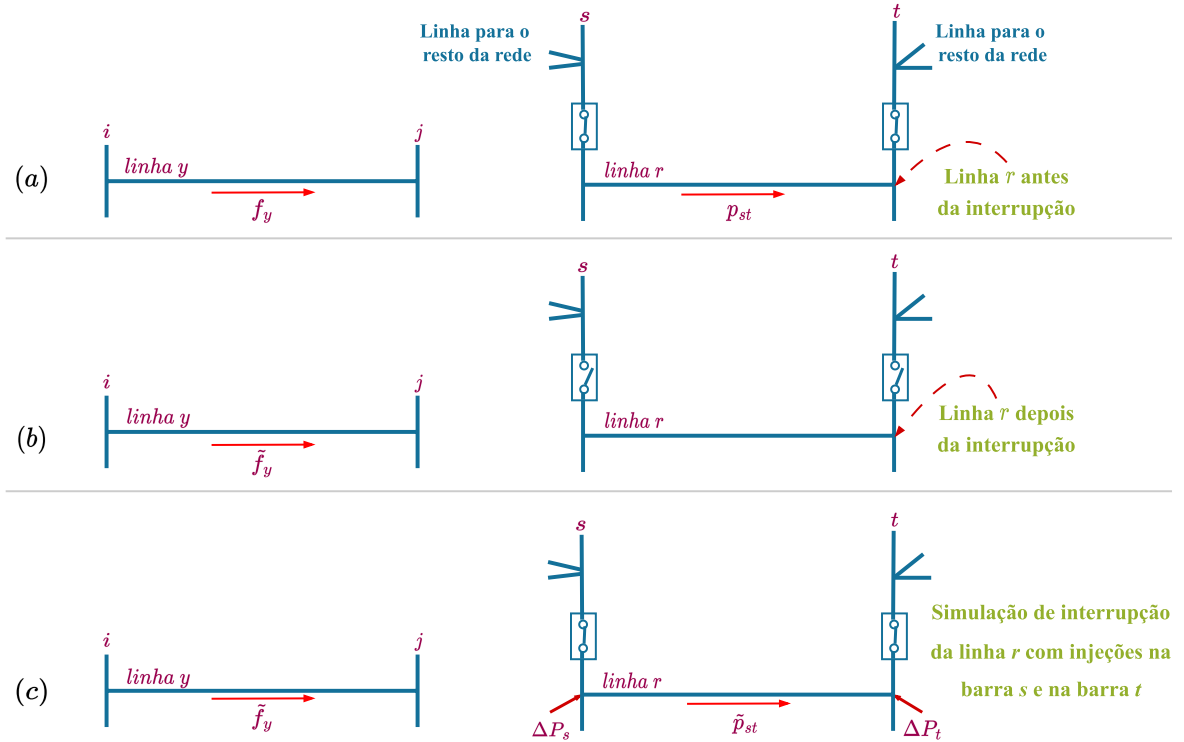
$$-1 \leq \psi_{s,r,y} \leq 1 \quad (16)$$

Como pode ser observado na Figura 3, tem-se um sistema representado pelas barras s , r , i e j ; e uma linha y , que está no caminho da barra i até a barra j . Suponha que no sistema ocorra uma transferência de potência de 1 p.u. da barra s para a barra r . Neste caso, acontece uma variação do fluxo na linha y , a qual é o valor numérico do PTDF.

De forma semelhante, o fator PTDF pode ser muito útil no cálculo do fluxo de uma linha quando acontecem falhas/interrupções em outras linhas do sistema. No trabalho de Wood, Wollenberg e Sheblé (2013, p. 339) é apresentado um método para calcular o fluxo de potência depois da falha ou abertura de uma linha de transmissão. Este método usa o conceito do fator de sensibilidade LODF, o qual pode ser obtido a partir do fator PTDF. Assim também, Guo *et al* (2009) e Fu (2015) apresentaram o cálculo do fator LODF para o caso de falhas de múltiplas linhas.

Então, para explicar como se obter o fluxo de potência em uma linha depois da interrupção em uma outra linha do sistema, a abordagem será baseada no conceito de injeções virtuais, ou seja, as falhas das linhas podem ser modeladas com injeções virtuais de potência nos terminais destas. Na Figura 4 (a), é mostrada a linha r antes que seja interrompida e que é conectada às linhas do resto do sistema na barra s e na barra t através de um disjuntor. O fluxo de potência que está passando por essa linha é p_{st} . Na Figura 4 (b), quando acontece a interrupção, os disjuntores são abertos e o fluxo na linha r é nulo. Na Figura 4 (c) é mostrada a simulação da abertura da linha r , acrescentando injeções de potência ΔP_s e ΔP_t na barra s e na barra t , respectivamente, e o fluxo resultante na linha r é $\tilde{p}_{st}$.

Figura 4: Efeito no fluxo da linha y devido a uma interrupção na linha r



Fonte: Adaptado de (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013).

A abertura da linha r pode então ser simulada se (17) e (18) forem satisfeitas.

$$\Delta P_s = \tilde{p}_{st} \quad (17)$$

$$\Delta P_t = -\tilde{p}_{st} \quad (18)$$

Isso significa que toda a potência injetada na barra s flui na linha r e sai da barra t , para que não haja fluxo através do disjuntor que liga a barra s ao resto do sistema e nenhum fluxo através do disjuntor conectando à barra t ao sistema. Assim, o fluxo nulo nos dois disjuntores é o mesmo

que se eles estivessem abertos. Então, $\tilde{p}_{st}$ pode ser calculado facilmente com a equação (14) se for observado que o fluxo na linha r para uma injeção na barra s e saída de potência na barra t é como mostrado em (19).

$$\tilde{p}_{st} = p_{st} + \psi_{s,t,r} \Delta P_s \quad (19)$$

Dessa mesma forma, para saber a variação do fluxo na linha y quando ocorre a interrupção na linha r , (20) pode ser usado.

$$\Delta f_y = \psi_{s,t,y} \tilde{p}_{st} \quad (20)$$

Este conceito de injeções virtuais foi apresentado pelas vantagens na compreensão que apresenta e para seu posterior uso em capítulos seguintes.

Nesta etapa, a matriz PTDF será calculada com base nos parâmetros das linhas. A forma de calcular este fator é usando o fluxo de potência linear para modelar o sistema. Fazendo-se alguns cálculos operacionais, pode-se obtê-lo como é mostrado a seguir.

Por meio da equação de fluxo de potência linear apresentado em (21), pode-se obter os ângulos de fase da barra para uma transferência de potência de 1 p.u. da barra s para a barra r .

$$\Delta \theta = [X] \Delta P_{s \rightarrow r} \quad (21)$$

Sendo, X é a matriz de reatâncias e é calculada como a inversa da matriz de susceptâncias B . Como a transferência de potência de um p.u. vai da barra s para a barra r , então a variação de potência ficaria como mostrado em (22).

$$\Delta P_{s \rightarrow r} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ +1 \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} s \\ r \end{matrix} \quad (22)$$

Para se obter as variações de ângulo de fase, substitui-se a equação (22) na equação (21). Portanto tem-se (23).

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & & X_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & & \cdots & X_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ +1 \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} s \\ r \end{matrix} \quad (23)$$

Lembrando que as barras i e j são os terminais da linha y , então as variações de ângulo de fase nas barras i e j serão as mostradas em (24) e (25), respectivamente.

$$\Delta \theta_i = X_{is} - X_{ir} \quad (24)$$

$$\Delta \theta_j = X_{js} - X_{jr} \quad (25)$$

Assim, a mudança do fluxo na linha y é mostrada em (26).

$$\Delta f_y = \frac{1}{x_y} (\Delta \theta_i - \Delta \theta_j) = \frac{1}{x_y} [(X_{is} - X_{ir}) - (X_{js} - X_{jr})] \quad (26)$$

O fator PTDF ($\psi_{s,r,y}$) é mostrado em (27).

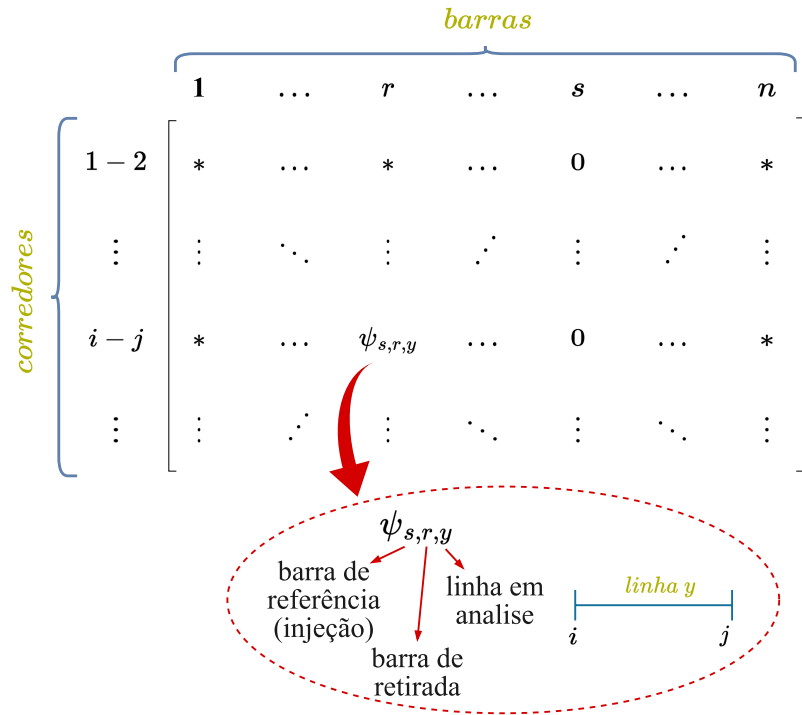
$$\psi_{s,r,y} = \frac{1}{x_y} [(X_{is} - X_{ir}) - (X_{js} - X_{jr})] \quad (27)$$

Sabe-se que os termos X_{is} , X_{ir} , X_{js} , X_{jr} são termos da matriz X que tem dimensão $(n \times n)$, sendo n o número de barras do sistema. A matriz X é mostrada em (28).

$$X = (B')^{-1} \quad (28)$$

Tendo obtido a matriz de reatâncias X , pode-se substituir os valores dela na equação (27), assim, pode-se obter os valores para formar a matriz PTDF. Esta matriz teria a estrutura apresentada na Figura 5.

Figura 5: Matriz do fator de distribuição de transferência de potência (PTDF)



Fonte: Elaboração da própria autora.

A matriz PTDF é armazenada de tal forma que suas linhas correspondam às linhas em análise e as colunas correspondem às barras de extração de potência. Assim o PTDF para uma barra de extração de potência e uma linha analisada é obtido encontrando a linha analisada y ao longo das linhas e depois encontrando a barra de extração de potência r ao longo dessa linha

na coluna apropriada. Porém, às vezes é necessário calcular o fator PTDF para uma linha individual em um corredor que contém um conjunto de linhas paralelas. Dessa forma, por exemplo, na

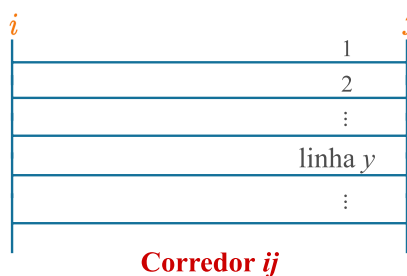
Figura 6 tem-se uma linha y (pertencente ao corredor ij), e é feita uma injeção de potência na barra s com a correspondente retirada de potência na barra r . Assim, é importante ressaltar que a notação $\psi_{s,r,y}$ foi proposta para representar o fator de sensibilidade em um corredor para uma única linha equivalente y ; não obstante, no caso de um conjunto de linhas paralelas em um corredor ij , é necessário ter uma notação para cada corredor, portanto $\psi_{ij,s}$ representa o PTDF do conjunto de linhas paralelas no corredor ij e $\psi_{ij,s,y}$ representa o PTDF de uma única linha y do corredor ij . Então, o fator PTDF para o caso mencionado é calculado de acordo com (29) (RAHMANI; KARGARIAN; HUG, 2016).

$$\psi_{ij,s,y} = \frac{B_{ij,y}\psi_{ij,s}}{B_{ij}} \quad (29)$$

Sendo:

- $B_{ij,y}$ Reatância da linha y no corredor ij ;
- B_{ij} Reatância agregada das linhas no corredor ij ;
- $\psi_{ij,s,y}$ PTDF da linha y no corredor ij com relação à injeção/extração de potência da barra s ;
- $\psi_{ij,s}$ PTDF agregado do corredor ij com relação à injeção/extração de potência da barra s .

Figura 6: Conjunto de linhas paralelas em um corredor ij



Fonte: Elaboração da própria autora.

3.2. CÁLCULO DA MATRIZ PTDF PARA O SISTEMA GARVER

Para ilustrar como é feito o cálculo da matriz PTDF discutida neste capítulo, será usado um sistema modificado baseado no sistema Garver de seis barras (ROMERO *et al*, 2002).

$$B = \begin{bmatrix} -9,6667 & 2,5 & 0 & 1,6667 & 5 & 0 \\ 2,5 & -10 & 5 & 2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -19,6667 & 0 & 10 & 4,6667 \\ 1,6667 & 2,5 & 0 & -14,6667 & 0 & 10 \\ 5 & 0 & 10 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 4,6667 & 10 & 0 & -14,6667 \end{bmatrix} \text{ p.u} \quad (30)$$

Considerando a barra 1 como referência, então modifica-se a matriz B assumindo-se que o valor da diagonal da barra 1 mudará para um valor muito grande. Para este exemplo, o valor adotado é 10^8 . Obtém-se assim (31).

$$B' = \begin{bmatrix} 10^8 & 2,5 & 0 & 1,6667 & 5 & 0 \\ 2,5 & -10 & 5 & 2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -19,6667 & 0 & 10 & 4,6667 \\ 1,6667 & 2,5 & 0 & -14,6667 & 0 & 10 \\ 5 & 0 & 10 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 4,6667 & 10 & 0 & -14,6667 \end{bmatrix} \text{ p.u} \quad (31)$$

Do cálculo da matriz anterior é obtida a matriz de reatâncias X , como apresentado em (32), para depois usar os termos desta matriz no cálculo da matriz PTDF.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,1818 & -0,1091 & -0,1091 & -0,0727 & -0,1091 \\ 0 & -0,1091 & -0,1649 & -0,1066 & -0,1099 & -0,1237 \\ 0 & -0,1091 & -0,1066 & -0,2232 & -0,0711 & -0,1889 \\ 0 & -0,0727 & -0,1099 & -0,0711 & -0,1399 & -0,0825 \\ 0 & -0,1091 & -0,1237 & -0,1889 & -0,0825 & -0,2403 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Assim, para este exemplo como a barra 1 é a referência e onde vai ser feita a injeção de potência ($s = 1$), então, como se mostra na Tabela 2, as colunas da matriz PTDF indicam as barras de retirada de potência e as linhas da matriz PTDF indicam os corredores do sistema.

Tabela 2: Parâmetros PTDF do sistema Garver modificado de seis barras

Linha	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Barra 4	Barra 5	Barra 6
1-2	0,0000	-0,4545	-0,2727	-0,2727	-0,1818	-0,2727
1-4	0,0000	-0,1818	-0,1777	-0,3719	-0,1184	-0,3148
1-5	0,0000	-0,3636	-0,5496	-0,3555	-0,6997	-0,4125
2-3	0,0000	0,3636	-0,2790	0,0125	-0,1860	-0,0732
2-4	0,0000	0,1818	0,0062	-0,2852	-0,0042	-0,1995
3-5	0,0000	0,3636	0,5496	0,3555	-0,3003	0,4125
3-6	0,0000	0,0000	0,1714	-0,3428	0,1142	-0,4857
4-6	0,0000	0,0000	-0,1714	0,3428	-0,1142	-0,5143

Fonte: Elaboração da própria autora.

4. O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

4.1. MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Desde antes dos anos de 1960, existia uma preocupação constante por aumentar a eficiência operacional dos sistemas elétricos de potência, isso devido aos preços dos combustíveis que aumentaram as tarifas de eletricidade; assim com a finalidade de otimizar os custos operacionais, no trabalho de Kirchmayer (1958) foi apresentada uma síntese básica do *despacho econômico* (DE) das unidades de geração, mas essa abordagem do DE apenas considerou os custos de geração e não levava em conta as restrições de segurança, e como nesses anos, devido ao incremento da demanda de energia elétrica, as redes de transmissão a nível mundial estavam trabalhando quase em suas máximas capacidades. Por estes motivos, foi que Carpentier (1962) estendeu o conceito de DE com a introdução da *n-segurança*, sendo abordado pela primeira vez a formulação de *fluxo de potência ótimo* (FPO), que consiste em trabalhar simultaneamente o problema de DE e o cálculo do fluxo de potência, incluindo as restrições de segurança e levando em conta também as perdas e capacidade dos sistema de transmissão.

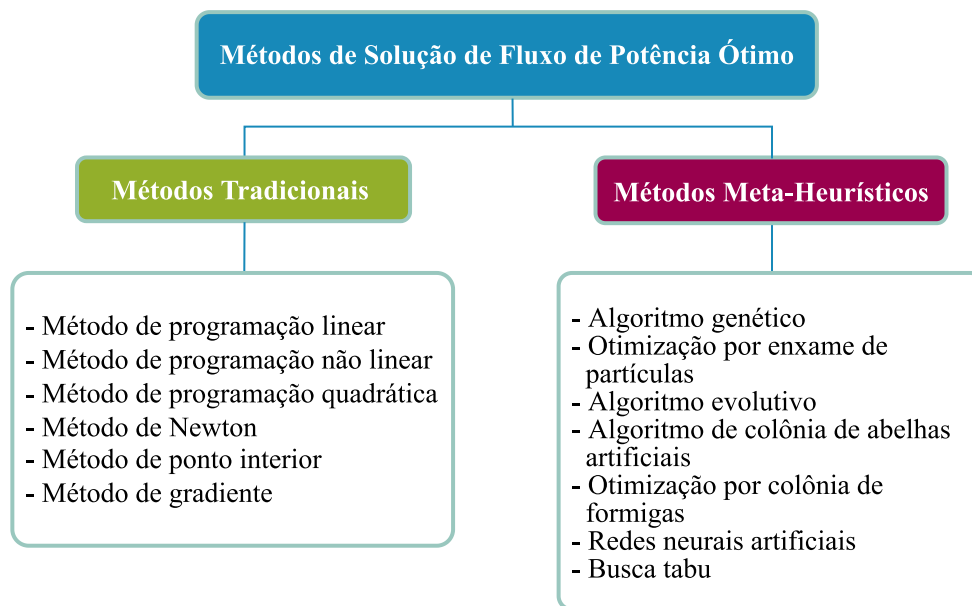
Assim, após alguns anos, surgiram vários métodos importantes para a solução do problema de fluxo de potência ótimo, entre eles a proposta de Dommel e Tinney (1968) que apresenta o método de gradiente reduzido. No trabalho de Wells (1968) é usada uma versão baseada no método simplex. Assim, nos anos posteriores as maiores contribuições nesta área do FPO consistiram dos melhoramentos do método de Dommel e Tinney (1968). Sasson, Vilorio e Aboytes (1973) apresentaram o método de Sasson Hessiano, o qual propõe a solução do FPO através do método de penalidades; no referente a solução do FPO através de métodos de programação linear (PL) onde as restrições e a função objetivo são linearizadas em torno a um ponto de operação, nos trabalhos de Stott e Hobson (1978) e Stott e Marinho (1978) o problema resultante de PL foi resolvido pelo método simplex e o método simplex modificado revisado. Vargas, Quintana e Vannelli (1993) utilizaram o método de ponto interior (PI) para resolver o problema de FPO.

Também foram desenvolvidos métodos de programação quadrática para o problema de FPO, o qual é um caso particular do método de programação não linear (PNL) onde a função objetivo é quadrática, as restrições do problema são lineares e as variáveis de otimização são contínuas. Esta formulação foi introduzida como alternativa à formulação de PL pois representa melhor a função objetivo do problema. No trabalho de Burchett, Happ e Wirgau (1982) mostra-se que um algoritmo Lagrangeano projetado baseado na resolução de uma sequência de sub-problemas com restrições lineares é eficaz para a otimização de sistemas de potência de grande

porte. Burchett, Happ e Vierath (1984) apresentaram a aplicação da implementação esparsa de um método de otimização e a programação quadrática sequencial aplicada ao problema de fluxo de potência ótimo. Ao longo dos anos, novos métodos ou técnicas de solução têm sido propostos para a otimização do problema FPO (SUN *et al*, 1984), (MOMOH *et al*, 1992), (LIU; PAPALEXOPOULOS; TINNEY, 1992), (GRANVILLE, 1994), (WU; DEBS; MARSTEN, 1994), (SANTOS; DA COSTA, 1995), (MOMOH; ZHU, 1999), (LOBATO *et al*, 2001), (HAPP, 1977), (CARPENTIER, 1979), (HAPP; WIRGAU, 1981), (FRANK; STEPONAVICE; REBENNACK, 2012a), (YANG *et al*, 2018).

Para uma melhor compreensão, as técnicas de solução podem ser classificadas em duas categorias: métodos tradicionais e os métodos meta-heurísticos, como se mostra na Figura 8.

Figura 8: Métodos de solução para o problema de FPO



Fonte: Elaboração da própria autora.

Os trabalhos acima mencionados pertencem ao grupo dos métodos tradicionais, e eles incluem os métodos mostrados na Figura 8. Estes métodos têm tido problemas na hora de lidar com muitos mínimos locais devido a que o problema de FPO é altamente não linear, multimodal e não convexo, ou seja, estes métodos normalmente partem de uma solução factível e procuram a melhor direção por meio dos gradientes para busca do ótimo global, mas o que normalmente encontram são ótimos locais. Por estas razões é que foram propostos como alternativa o uso dos métodos meta-heurísticos, mas estes às vezes requerem maior esforço computacional que os métodos tradicionais.

Dentro do grupo dos métodos meta-heurísticos tem-se o algoritmo genético (AG), que foi o primeiro a ser usado na resolução do problema de FPO. Iba (1994) apresentou um enfoque para o planejamento ótimo de potência reativa baseado no conceito de AG. Neste trabalho, o AG aplicado é um pouco diferente do enfoque de AGs convencionais e suas principais características são que para tentar obter o ótimo global ele usa múltiplos caminhos de busca, variáveis inteiras e discretas e várias funções objetivo; porém, o método não é tão rápido para sistemas de grande porte quando comparado com os métodos tradicionais sofisticados. Entretanto, o autor ressalta que o avanço na tecnologia computacional eliminaria esse defeito.

Numnonda e Annakkage (1999) apresentaram uma aplicação de AGs simples ao problema FPO para mercados elétricos *spot*. O objetivo deste trabalho é maximizar o benefício comuns dos participantes em todos os nós do sistema. Este algoritmo foi testado em um sistema de 17 barras e 26 linhas e os resultados mostraram que o algoritmo implementado fornece um bom resultado, que é consistente com o comportamento de mercados típicos. Alguns anos mais tarde, Barán *et al* (2001) apresentaram um enfoque para o problema de compensação reativa usando um algoritmo evolutivo de otimização multiobjetivo. Esse algoritmo é uma variação do algoritmo *strength Pareto evolutionary*.

Abido (2002) apresentou uma abordagem evolutiva eficiente e confiável para resolver o FPO. O algoritmo empregado foi *particle swarm optimization* (PSO) para ajustes ótimos das variáveis de controle. O método foi aplicado ao sistema teste IEEE de 30 barras com diferentes objetivos, como a minimização do custo da geração de potência ativa, melhoria do perfil de tensão e aumento da estabilidade de tensão do sistema, e os resultados mostraram a eficiência e robustez da abordagem proposta.

Bakirtzis *et al* (2002) apresentaram um AG melhorado para a solução do FPO com variáveis de controle contínuas e discretas, incluindo como penalidades o número de restrições funcionais de operação, tais como limites de fluxo dos ramos, limites de magnitude das tensões nas barras de carga e as capacidades dos geradores.

Nas últimas décadas estas abordagens vêm ganhando mais importância no ramo de FPO e mais estudos que envolvem estes métodos foram apresentados (OSMAN; ABO-SINNA; MOUSA, 2004), (CHIANG, 2005), (DEVARAJ; YEGNANARAYANA, 2005), (VIJAYAKUMAR; KUMUDINIDEVI; SUCHITHRA, 2007), (KAHOURZADE; MAHMOUDI; MOKHLIS, 2015), (DAQAQ; OUASSAID; ELLAIA, 2021), (FRANK; STEPONAVICE; REBENNACK, 2012b), (MASKAR; THORAT; KORACHGAON, 2017), (CHARLES; MEHAZZEM; SOUBDHAN, 2020).

4.2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Como primeiro passo na formulação do problema de FPO deve-se determinar a função objetivo, variáveis de decisão e restrições. O objetivo do problema de FPO consiste em encontrar o estado de operação ótimo de um sistema de potência que otimize alguma função objetivo, como:

- Minimização do custo de geração de energia;
- Minimização de perdas do sistema;
- Minimização número de ações de controle.

Deve-se, entretanto, satisfazer um conjunto de restrições físicas e operacionais dos equipamentos e do sistema de transmissão. Essas restrições podem ser de igualdade ou desigualdade (MIKILITA, 2005), tais como:

- As equações de fluxo de potência (primeira e segunda leis de Kirchhoff);
- Limites de geração de potência ativa e reativa;
- Limites nos valores dos *taps* dos transformadores;
- Limites da magnitude das tensões nas barras.

O objetivo das restrições de segurança é garantir que o ajuste dos controles seja adequado para a operação da rede em condição normal e em situações de contingência. No problema, as variáveis podem ser classificadas como de controle e de estado:

- **Variáveis de estado:** magnitudes de tensão das barras, ângulo de tensão da barra com relação ao ângulo de referência;
- **Variáveis de controle:** magnitudes de tensão dos geradores, potência ativa e reativa geradas, *taps* dos transformadores.

Uma grande variedade de formulações e técnicas de otimização tem sido aplicada para a solução do FPO. De acordo com a função objetivo e restrições do problema, estas podem ser (MOMOH; EL-HAWARY; ADAPA, 1999a, 1999b):

- **Problema de programação linear (PL):** a função objetivo e as restrições são lineares e as variáveis de controle são contínuas;
- **Problema programação não linear (PNL):** tanto a função objetivo quanto as restrições ou uma delas são não lineares e as variáveis de controles são contínuas;

- **Problema de programação linear inteira-mista (PLIM):** a função objetivo e as restrições são lineares e as variáveis de controle são discretas e contínuas;
- **Problema de programação não linear inteira mista (PNLIM):** tanto a função objetivo e as restrições ou uma delas são não lineares e as variáveis de controle são discretas e contínuas.

Além disso, sabe-se que existem vários modelos de fluxo de potência ótimo. Uma formulação mais simples e direta de problema FPO é através de um modelo de PL, por meio do uso do modelo de fluxo de potência dc que negligencia as perdas e considera uma função objetivo linearizada (MENESES ORIONDO, 2016).

4.2.1. Formulação do FPO dc tradicional

Nesta seção é discutido o modelo tradicional do fluxo de potência ótimo dc (FPO dc), que é uma aproximação do problema de fluxo de potência ótimo ac (FPO ac) (KILE *et al*, 2014; WANG; CHIANG, 2021). Esta aproximação é amplamente utilizada na atual operação dos sistemas de potência devido a sua convexidade e as vantagens computacionais que oferece. Assim, as restrições do problema FPO dc são aproximações lineares dos fluxos de potência não lineares ac, ou seja, em relação à magnitudes de tensão, ângulos de tensão, admitâncias e potência reativa (ZHU, 2015a). A aproximação dc é derivada de múltiplas suposições e observações físicas: em linhas de transmissão, a resistência da linha é significativamente menor que a reatância da linha ($r_{ij} \ll x_{ij}$), por isso a susceptância da linha pode ser aproximada a $-1/x_{ij}$. Assume-se o seguinte:

- As magnitudes de tensão nas barras são próximas de 1 p.u.;
- Os ramos são considerados sem perdas;
- As diferenças dos ângulos de tensão entre ramos são pequenas;
- A relação $Q \times V$ é desconsiderada. Assim as magnitudes de tensão e potência reativa são eliminadas do problema.

Deve-se apenas incorporar a restrição linear que relaciona o fluxo de potência com os ângulos de tensões para todas as linhas e é preciso definir uma barra como referência angular. Então, o problema de otimização do modelo tradicional de FPO dc pode ser apresentado pela formulação (33)–(38) (FLORES; MACEDO; ROMERO, 2021):

$$\text{minimizar } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i \quad (33)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} F_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} F_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (34)$$

$$F_{ij} = n_{ij}^0 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (35)$$

$$|F_{ij}| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (36)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (37)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (38)$$

Sendo:

Função:

v Função objetivo.

Conjuntos:

Ω_g Conjunto de barras de geração;

Ω_l Conjunto de corredores ou ramos;

Ω_b Conjunto de barras.

Parâmetros:

c_i Custo de geração na barra i ;

d_i Demanda de potência ativa na barra i ;

$\bar{f}_{ij}$ Fluxo de potência ativa máxima de uma linha no corredor ij ;

$\bar{g}_i$ Geração de potência ativa máxima na barra i ;

$\underline{g}_i$ Geração de potência ativa mínima na barra i ;

n_{ij}^0 Número de linhas existentes no corredor ij ;

x_{ij} Reatância de uma linha de transmissão no corredor ij .

Variáveis:

θ_i Ângulo de fase de tensão na barra i ;

F_{ij} Fluxo de potência no corredor ij ;

g_i Potência ativa gerada na barra i .

Assim (33) é a função objetivo a ser otimizada e indica o custo horário de operação do sistema. A restrição (34) indica o balanço de potência ativa em cada barra do sistema de transmissão (lei de Kirchhoff das correntes), (35) representa a aplicação da lei de tensões de Kirchhoff em cada

laço fundamental do sistema. A restrição (36) é a capacidade de transmissão de um ramo do sistema, enquanto (37) é o limite da capacidade de geração de uma barra, e (38) representa a referência angular do sistema. Esse modelo matemático é um problema de programação linear (PL) de menor complexidade que o modelo ac e, portanto, mais fácil de resolver; mas ao trabalhar com os ângulos das tensões tem-se uma maior quantidade de variáveis de decisão, o que pode causar um maior esforço computacional. Os solucionadores comerciais como o CPLEX podem resolver este problema facilmente.

Sabe-se que a formulação do FPO dc tradicional é amplamente utilizada por ter grande vantagem computacional. Porém, nos últimos anos, foram estudadas variações deste modelo, como a formulação FPO dc baseada em PTDF, pois oferece vantagens adicionais, como a redução da complexidade do problema de otimização, isto é, uma diminuição das variáveis de decisão. Neste estudo compara-se a solução obtida com o tradicional FPO dc e o FPO baseado em PTDF.

4.2.2. Formulação de FPO dc baseada em PTDF

Como foi visto no capítulo anterior, o fator PTDF tem sido utilizado como uma alternativa para eliminar o ângulo de fase das tensões do fluxo de potência para problemas de otimização de sistemas de transmissão, como fluxo de potência ótimo, problemas de planejamento da expansão da transmissão, capacidade de transferência disponível (CTA), análise de contingência, entre outros (BHASKAR; JIMOH, 2016; MEHRTASH; KARGARIAN; RAHMANI, 2020).

Uma das principais vantagens de se usar o fator PTDF na formulação do fluxo de potência ótimo é a redução do número de variáveis de decisão (como os ângulos de tensões das barras) e restrições no problema de otimização, o que quer dizer que a formulação baseada em PTDF resolve o problema considerando só a potência ativa de geração como variável de decisão. Desta forma o algoritmo poderia convergir mais rapidamente. Além disso o uso dos fatores PTDF faz que a equação de restrição de balanço de potência seja transformada em apenas uma equação global (HINOJOSA; GONZALEZ-LONGATT, 2018). Assim a formulação deste modelo, FPO dc baseado no PTDF é apresentada em (39)–(42).

$$\text{minimizar } v = \sum_{i \in \Omega_g} c_i g_i \quad (39)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in \Omega_g} g_i - \sum_{i \in \Omega_b} d_i = 0 \quad (40)$$

$$\left| \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k} (g_k - d_k) \right| \leq \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (41)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (42)$$

Sendo:

Função:

v Função objetivo.

Parâmetros e conjuntos:

Ω_b Conjunto de barras;
 Ω_g Conjunto de barras de geração;
 Ω_l Conjuntos de corredores ou ramos.

Parâmetros:

c_i Custo de geração na barra i ;
 d_i Demanda de potência ativa na barra i ;
 $\bar{f}_{ij}$ Fluxo de potência ativa máxima permitido no ramo ij ;
 $\bar{g}_i$ Geração máxima da barra i ;
 $\underline{g}_i$ Geração mínima da barra i ;
 $\psi_{ij,k}$ PTDF do corredor ij com relação à injeção/extração de potência da barra k .

Variável:

g_i : Potência ativa gerada na barra i .

Na formulação de FPO baseada em PTDF apresentada, a restrição (40) é o balanço de potência da rede. Esta restrição é uma expressão simples que não depende dos ângulos de fase das tensões das barras, enquanto (41) representa os limites dos fluxos nos ramos e é definida para cada ramo (ou corredor) do sistema. A restrição (42) é o limite de geração e representa apenas os limites das variáveis canalizadas g_i . A única variável do problema é g_i .

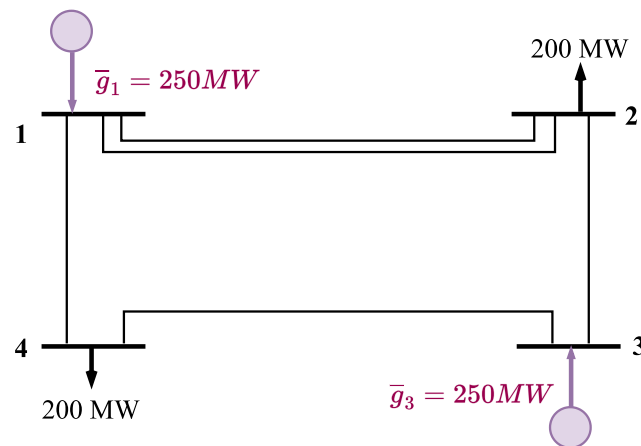
A grande vantagem dessa formulação é a de que se o operador do sistema tem conhecimento das linhas que geralmente se apresentam operando próximas de seus limites de capacidade, a restrição (41) pode ser simplificada, de forma a considerar apenas essas linhas, como linhas monitoradas. Em sistemas reais, poucas linhas operam em seu limite de capacidade e isso permite reduzir o tamanho do problema de FPO. Por exemplo, se em um sistema com 12 mil

barras e 15 mil ramos apenas 50 linhas operam próximas ou em suas capacidades máximas. O modelo de FPO baseado em PTDF apresentado teria apenas 51 restrições. Por outro lado, o modelo tradicional de FPO apresentaria 12 mil restrições de balanço de potência, e 15 mil restrições de limites de fluxos nas linhas.

4.2.2.1. FPO dc baseado em PTDF para o sistema de quatro barras

Para ter um maior entendimento da formulação do FPO dc usando o PTDF, será apresentado um exemplo deste cálculo para o sistema de quatro barras mostrado na Figura 9. Onde os dados do sistema são mostrados na Tabela 3 e na Tabela 4.

Figura 9: Diagrama do sistema teste de quatro barras



Fonte: Elaboração da própria autora.

Tabela 3: Dados das barras do sistema teste de quatro barras

Barra Nº	Tipo	$\bar{g}_i$ (MW)	d_i (MW)	c_i (US\$/MWh)
1	1	250,00	0,00	2
2	0	0,00	200,00	0
3	0	230,00	0,00	4
4	0	0,00	200,00	0

Fonte: Elaboração da própria autora.

Tabela 4: Dados dos ramos do sistema de quatro barras

De	Para	x_{ij} (p.u.)	$\bar{f}_{ij}$ (MW)	Nº linhas
1	2	1,00	100,00	2
1	4	1,00	100,00	1
2	3	1,00	100,00	1
3	4	1,00	100,00	1

Fonte: Elaboração da própria autora.

Neste problema, como primeiro passo precisa-se montar a matriz PTDF, como já foi mostrado no capítulo anterior. Uma vez obtida esta matriz, ela é usada na montagem da formulação de FPO dc baseado no PTDF será mostrado a seguir. Seja a matriz X mostrada em (43).

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4286 & -0,2857 & -0,1429 \\ 0 & -0,2857 & -0,8571 & -0,4286 \\ 0 & -0,1429 & -0,4286 & -0,7143 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Com o valor de X obtém-se a matriz PTDF, cujos valores são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5: Parâmetros PTDF do sistema teste de quatro barras

Linha	Barra 1	Barra 2	Barra 3	Barra 4
1-2	0,0000	-0,8571	-0,5714	-0,2857
1-4	0,0000	-0,1429	-0,4286	-0,7143
2-3	0,0000	0,1429	-0,5714	-0,2857
3-4	0,0000	0,1429	0,4286	-0,2857

Fonte: Elaboração da própria autora.

Seja a potência base de 100 MW, os valores das potências correspondentes apresentadas na Tabela 3 e na Tabela 4 são convertidos em valores p.u. Depois, substituindo os dados em p.u. e os resultados obtidos (Tabela 5) nas equações (39)–(42), escreve-se a formulação do FPO dc baseado no PTDF para o sistema teste como mostrado em (44)–(52).

Equação da função objetivo:

$$\text{minimizar } v = c_1 g_1 + c_2 g_2 + c_3 g_3 + c_4 g_4 \quad (44)$$

Equação de balanço de potência ativa:

$$g_1 + g_2 + g_3 + g_4 = 4 \quad (45)$$

Quanto aos limites dos fluxos nos ramos, depois da eliminação das restrições linearmente dependentes, ficam as seguintes:

$$-0,8571 g_2 - 0,5714 g_3 - 0,2857 g_4 \leq -0,2857 \quad (46)$$

$$-0,1429 g_2 - 0,4286 g_3 - 0,7143 g_4 \leq -0,7143 \quad (47)$$

$$0,1429 g_2 + 0,4286 g_3 - 0,2857 g_4 \leq 0,7143 \quad (48)$$

$$0 \leq g_1 \leq 2,5 \quad (49)$$

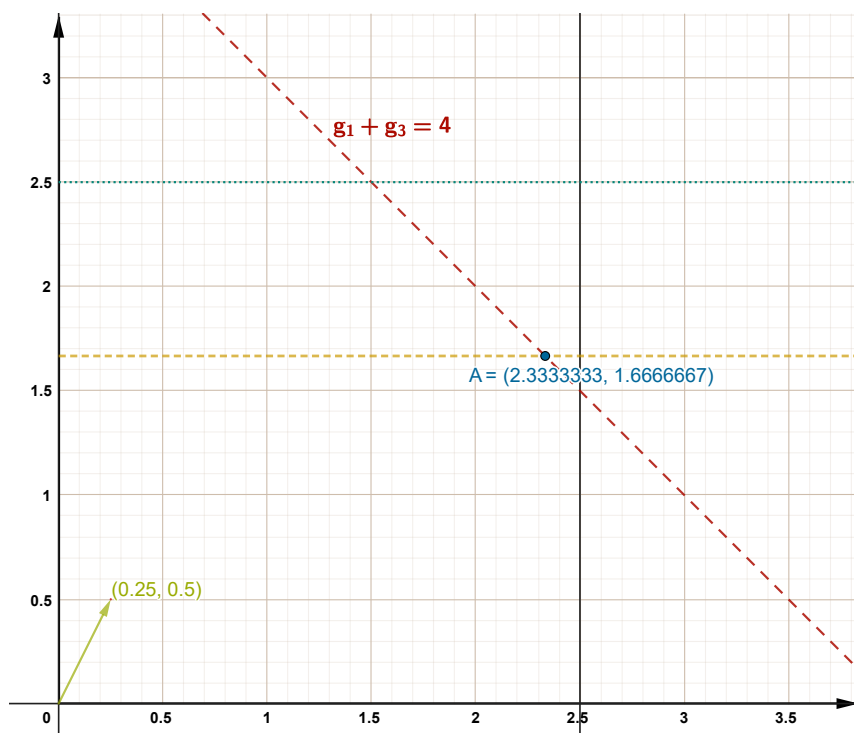
$$g_2 = 0 \quad (50)$$

$$0 \leq g_3 \leq 2,5 \quad (51)$$

$$g_4 = 0 \quad (52)$$

Neste ponto, o problema pode ser resolvido usando técnicas de programação linear. Porém, neste exemplo, será usado o método gráfico, pois como pode ser observado, nas restrições anteriores, g_2 e g_4 têm valores iguais ao zero.

Figura 10: Método gráfico para solução do sistema de quatro barras



Fonte: Elaboração da própria autora.

Na Figura 10, observa-se que a solução ótima se encontra no ponto A, pois do conjunto de restrições, tem-se que o gerador 3 fornece 1,6667 p.u. de potência, e assim, com a equação de balanço de potência, tem-se que o valor de potência fornecida por o gerador 1 é de 2,33333 p.u. Resumindo, as potências dos geradores serão: $g_1 = 2,33333$ MW, $g_2 = 0,0$ MW, $g_3 = 1,66667$ MW, $g_4 = 0,0$ MW, sendo que as restrições (47) e (48) estão ativas na solução do problema. Posteriormente, substituindo os valores encontrados para os geradores na função objetivo do problema, o custo total ótimo será: $v = (2g_1 + 4g_3)S_{base} = 1133,3333$ US\$/h. Os valores obtidos dos fluxos são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6: Fluxos de potência do sistema de quatro barras

De	–	Para	F_{ij} (MW)
1	–	2	133,3333
1	–	4	100,0000
2	–	3	–66,6667
3	–	4	100,0000

Fonte: Elaboração da própria autora.

5. O PROBLEMA DE PET E MODELOS MATEMÁTICOS

Nos últimos anos, o sistema elétrico de potência tornou-se muito mais complexo e interconectado, por isso o PET tem se tornado ao longo dos anos um elemento importante de planejamento. Como o maior objetivo do PET é minimizar os custos de investimento na rede enquanto satisfaz a crescente demanda, é preciso fornecer uma capacidade de transmissão adequada a fim de atender às futuras necessidades de geração de energia adicional. O problema de PET pode ser abordado de acordo com três enfoques bem característicos:

- Desde o ponto de vista do horizonte de planejamento, o problema de PET pode ser classificado em duas categorias: planejamento estático e planejamento dinâmico;
- Desde o ponto de vista da estrutura do sistema de potência, o problema de PET pode pertencer a um sistema de potência regulado ou a um desregulado;
- Desde o ponto de vista da incerteza do sistema de potência, o PET pode ser classificado em duas categorias: abordagens determinísticas ou não determinísticas.

Como foi explicado na Introdução, a resolução do problema de PET compreende dois processos, a modelagem matemática e a técnica de solução; assim, neste capítulo, o enfoque é dado à modelagem matemática.

5.1. MODELO MATEMÁTICO GENERALIZADO DO PROBLEMA DE PET LINEAR

A modelagem do problema de PET baseado no fluxo de potência dc é uma das formulações mais utilizadas para representar a rede e as quantidades elétricas. Assim, estão disponíveis várias relaxações para o modelo dc do PET, formuladas como problemas de programação linear inteira mista (PLIM). Entre estas últimas destacam-se o modelo de transportes e o modelo híbrido linear. Em relação às formulações de PNLIM para o problema de PET destacam-se o modelo híbrido não linear e o modelo dc. Nesta seção, explica-se algumas das características mais importantes destes modelos.

O modelo de transportes foi uma das primeiras propostas sistemáticas de modelagem matemática apresentada por Garver (1970) devido aos grandes problemas que representava o uso do modelo de fluxo de potência ac naquela época, por isso foi usado um modelo mais relaxado. O modelo de transportes representou com muito sucesso o começo de uma sistemática de pesquisas nos problemas de planejamento dos sistemas de transmissão. Assim, este modelo apenas deve satisfazer à primeira lei de Kirchhoff (lei de correntes) em cada barra do sistema, levando a uma formulação de PLIM. Assim, embora este modelo seja uma representação menos adequada do problema real e a solução obtida por meio deste modelo possa ficar muito afastada

da solução ótima obtida pelo modelo dc, a maior vantagem que este modelo apresenta é que ao desconsiderar a segunda lei de Kirchhoff (lei de tensões) pode ser usado para otimizar tanto sistemas conexos como ilhados, além de que é relativamente mais fácil de resolver.

Por outro lado, o modelo híbrido linear foi proposto originalmente por Villasana, Garver e Salon (1985), considerando relaxações do modelo híbrido não linear, sendo mais fácil de resolver que o modelo não linear. Assim, é principalmente usado em problemas de sistemas de transmissão para contornar alguns problemas que apresentavam os modelos dc e o de transportes. Embora o modelo de transportes tenha a flexibilidade de trabalhar em redes não conexas, suas soluções podem se afastar muito da solução ótima do modelo dc, enquanto o modelo dc poderia ter problemas para trabalhar com redes não conexas. Portanto, a ideia é encontrar soluções que sejam mais próximas das soluções obtidas pelo modelo dc sem aumentar sua complexidade. O modelo híbrido linear é um problema de PLIM e as técnicas de solução usadas para resolvê-lo são as mesmas que as usadas para o modelo de transportes. No modelo híbrido linear as linhas a serem adicionadas devem satisfazer apenas a lei de corrente de Kirchhoff (LCK) e as linhas existentes na configuração base devem satisfazer a lei de tensões de Kirchhoff (LTK) e a LCK.

O modelo híbrido não linear foi proposto por Cabral e Praça (1984), em que ele combina as características do modelo dc e do modelo de transportes. O modelo híbrido não linear surge quando todas as linhas dos corredores que aparecem na configuração base são obrigadas a satisfazer a LTK, assim também como as linhas construídas em paralelo nesses corredores, isto é, as linhas de corredores com linhas já existentes na configuração base devem satisfazer às duas leis de Kirchhoff; além disso, as linhas construídas em corredores que não tinham linhas existentes na configuração base devem satisfazer apenas LCK. Então, a solução ótima também deve satisfazer somente a LCK na parte do sistema onde não existem linhas na configuração base, as duas leis de Kirchhoff na parte do sistema em que existem linhas na configuração base. Em outras palavras, o modelo híbrido não linear deve satisfazer a LCK em todas as barras do sistema, e a LTK somente nos laços que já existem na configuração base.

Em relação ao modelo híbrido não linear, o modelo dc foi proposto como uma generalização do fluxo de potência dc e foi amplamente desenvolvido em Monticelli (1983). Naquela época foi considerado como o ideal para representar o problema de PET, pois apresentava resultados aceitáveis e próximos ao modelo ac. Este modelo precisa de técnicas de solução mais sofisticadas. Até o momento, o desenvolvimento de técnicas eficientes para a otimização do modelo dc é objeto de várias pesquisas em andamento. O modelo dc deve satisfazer às duas leis

de Kirchhoff, isto é, todas as barras do sistema elétrico devem satisfazer à primeira lei de Kirchhoff e todos os laços fundamentais devem satisfazer à segunda lei de Kirchhoff.

5.1.1. Modelagem matemática generalizada do problema

O modelo generalizado para o problema de PET dc é apresentado em (53)–(62).

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (53)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} (f_{ji} + f_{ji}^0) - \sum_{ij \in \Omega_l} (f_{ij} + f_{ij}^0) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (54)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (55)$$

$$f_{ij} = n_{ij} \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (56)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (57)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (58)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (59)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (60)$$

$$n_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (61)$$

$$\theta_i = 0 \quad i = ref \quad (62)$$

Função:

v Custo total de investimento para construção de linhas de transmissão.

Índices:

i Índice para barras;

ij Índice para corredores.

Conjuntos:

Ω_b Conjunto de barras;

Ω_l Conjunto de corredores.

Parâmetros:

c_{ij} Custo de construção de uma linha no corredor ij ;

d_i Demanda de potência ativa na barra i ;

$\bar{f}_{ij}$	Capacidade de fluxo de potência ativa de uma linha no corredor ij ;
$\underline{g}_i$	Geração de potência ativa mínima na barra i ;
$\bar{g}_i$	Geração de potência ativa máxima na barra i ;
n_{ij}^0	Número de linhas existentes no corredor ij ;
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser construídas no corredor ij ;
x_{ij}	Reatância de uma linha no corredor ij .

Variáveis:

θ_i	Ângulo de fase da tensão na barra i ;
f_{ij}^0	Fluxo de potência ativa total das linhas existentes no corredor ij ;
f_{ij}	Fluxo de potência ativa total das linhas construídas no corredor ij ;
g_i	Geração de potência ativa na barra i ;
n_{ij}	Número de linhas construídas no corredor ij .

A função objetivo, v , em (53) representa o custo de investimento devido a construção das novas linhas de transmissão; a restrição (54) representa o balanço de potência em cada barra do sistema (equação da LCK); as restrições (55) e (56) representam a aplicação da LTK e deve ser obedecida em cada laço fundamental formado pelas linhas existentes e novas, respectivamente; as restrições (57) e (58) representam os limites de capacidade de transmissão dos corredores para as linhas existentes e as linhas novas, respectivamente. Nessas restrições, o uso do valor absoluto é necessário devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos; a restrição (59) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (60) representa o número máximo de linhas de transmissão que podem ser construídas num corredor ij ; a restrição (61) define que a variável n_{ij} deve ser inteira, o que representa a maior fonte de complexidade do problema; a equação (62) indica que o ângulo de tensão na barra de referência é fixado.

De acordo com o explicado anteriormente, se na formulação dc para o problema de PET (53)–(62) algumas das restrições forem desconsideradas, obtém-se as versões relaxadas. Por exemplo, se as restrições (55), (56) e (62) foram eliminadas, obtém-se o modelo de transportes. Por outro lado, se a restrição (56) for eliminada, obtém-se o modelo híbrido linear. Da mesma forma, se a restrição (56) for considerada apenas $\forall ij \in \Omega_l | n_{ij}^0 > 0$, obtém-se o modelo híbrido não linear.

5.2. MODELO LINEAR DISJUNTIVO

Nos últimos anos, o modelo disjuntivo da formulação dc tem sido mais estudado pelos pesquisadores como se pode ver na literatura especializada (LI; MCCALLEY, 2017; RAHMANI, 2013; VANDERLINDE, 2017; ZHANG *et al*, 2018) devido à grande vantagem que ele apresenta, pois ao serem feitas transformações no modelo dc, que é não linear, pode-se obter um problema equivalente de PLIM. Para transformar o modelo de PNLIM em um modelo de PLIM é feita a decomposição de variável inteira em um conjunto de variáveis binárias e são usadas técnicas de programação disjuntiva *big-M*, desenvolvidas por Balas (1979).

Assim, a variável inteira n_{ij} é transformada num conjunto Y de variáveis binárias $w_{ij,y}$ de tamanho $\bar{n}_{ij}$, ou seja, se a linha y for adicionada ao corredor ij o valor de $w_{ij,y} = 1$ e caso contrário $w_{ij,y} = 0$. Portanto, obtém-se uma equivalência de n_{ij} com $\sum_{y \in Y} w_{ij,y}$, o fluxo f_{ij} passa a ser $f_{ij,y}$ que representa o fluxo de cada linha y no corredor ij . Além disso, para eliminar a não linearidade do que seria a restrição $f_{ij,y} = w_{ij,y} (\theta_i - \theta_j) / x_{ij}$ é usada a técnica de programação disjuntiva *big-M*. A inequação equivalente é mostrada na modelagem final, onde consta um parâmetro de valor positivo, constante e suficientemente grande (M), para manter o problema na região factível e representar o grau de liberdade da diferença angular $\theta_i - \theta_j$ no corredor ij . A modelagem matemática pode ser formulada como mostrado em (63)–(72).

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} c_{ij,y} w_{ij,y} \quad (63)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji}^0 + \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} f_{ji,y} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij}^0 + \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} f_{ij,y} \right) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (64)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (65)$$

$$\left| f_{ij,y} - \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \right| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (66)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (67)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (68)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (69)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (70)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (71)$$

$$\theta_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = ref \quad (72)$$

Função:

v Custo total de investimento para construção de linhas de transmissão.

Índices:

i Índice para barras;

ij Índice para corredores.

Conjuntos:

Ω_b Conjunto de barras;

Ω_l Conjunto de corredores.

Parâmetros:

c_{ij} Custo de construção de uma linha no corredor ij ;

d_i Demanda de potência ativa na barra i ;

$\bar{f}_{ij}$ Capacidade de fluxo de potência ativa máxima de uma linha no corredor ij ;

$\underline{g}_i$ Geração de potência ativa mínima na barra i ;

$\bar{g}_i$ Geração de potência ativa máxima na barra i ;

n_{ij}^0 Número de linhas existentes no corredor ij ;

$\bar{n}_{ij}$ Número máximo de linhas que podem ser construídas no corredor ij ;

x_{ij} Reatância de uma linha no corredor ij .

Variáveis:

θ_i Ângulo de fase da tensão na barra i ;

f_{ij}^0 Fluxo de potência ativa total das linhas existentes no corredor ij ;

$f_{ij,y}$ Fluxo de potência ativa na linha y do corredor ij ;

g_i Geração de potência ativa na barra i ;

$w_{ij,y}$ Variável de decisão binária referente à construção da linha y no corredor ij .

Neste modelo, a função objetivo, v , em (63) representa o investimento devido a construção das novas linhas de transmissão; a restrição (64) representa a equação da LCK no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (65) representa a LTK e deve ser obedecida

pelas as linhas na topologia base enquanto que a restrição (66) aplica a LTK às linhas novas; as restrições (67) e (68) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos existentes e novos, respectivamente; a restrição (69) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (70) representa a adição sequencial de linhas novas y dentro do conjunto $\{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}$ evitando assim soluções simétricas; a restrição (71) define a variável $w_{ij,y}$ como binária; e, por fim, a restrição (72) define a referência angular do sistema. Sabe-se que o modelo disjuntivo pode ser resolvido pelas técnicas de solução clássicas, como o algoritmo de *branch and bound* ou decomposição de Benders.

5.3. MODELO LINEAR DE PET BASEADO NO PTDF

Como foi explicado anteriormente, devido à praticidade dos fatores de sensibilidade lineares como o PTDF, estes foram incluídos na modelagem de diversos problemas de otimização. Assim, quando este fator é utilizado na modelagem do problema de PET, observa-se que o número de restrições e variáveis se torna menor do que no modelo disjuntivo convencional (baseado nos ângulos de fase das tensões) e as equações de balanço de potência são transformadas em uma única equação global.

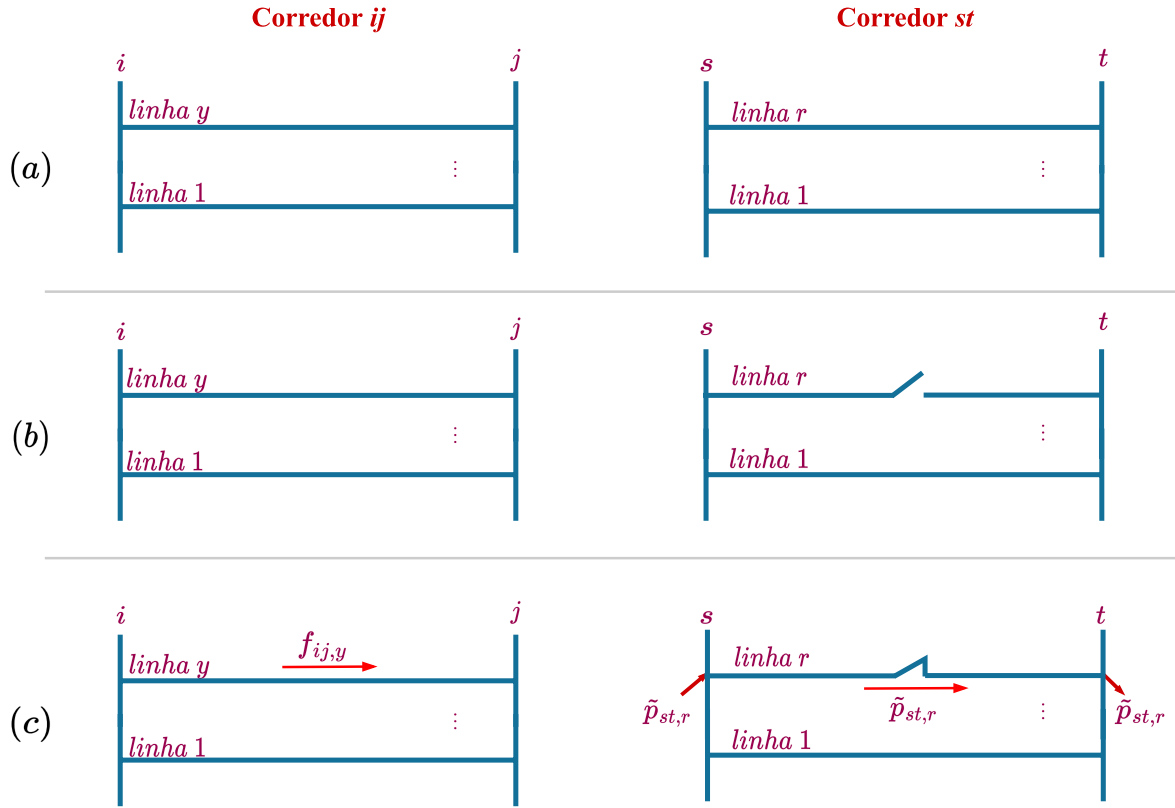
Para entender como é obtida a formulação do problema de PET usando o fator de sensibilidade PTDF, precisa-se compreender como calcular o fluxo de potência em uma linha de um conjunto de linhas paralelas quando uma linha pertencente a outro corredor, falha ou é aberta. A falha ou abertura da linha é modelada baseada no conceito de injeções virtuais de potência apresentadas no Capítulo 1, ou seja, a falha da linha é modelada por meio de injeções virtuais de potência nos terminais da linha interrompida. Nesta parte são mostrados os fluxos de potência nas linhas individuais de transmissão do conjunto de linhas paralelas.

O fluxo de potência de uma linha individual y que pertence a um conjunto de linhas paralelas do corredor ij é representado pela equação (73).

$$f_{ij,y} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,y} (g_k - d_k) \quad (73)$$

Assuma que todas as linhas estão como se mostra na Figura 11. Seja $\tilde{p}_{st,r}$ a injeção de potência virtual na barra s com saída na barra t .

Figura 11: Modelagem de abertura de linha por meio de injeções virtuais de potência



Fonte: Adaptado de Rahmani, Kargarian e Hug (2016).

A equação (74) representa o fluxo que vai fluir na linha y em análise quando em uma linha r do corredor st ocorre uma falha ou desconexão. O fluxo de potência na linha y (pertencente ao corredor ij) poderá ser expresso como mostra a equação (74).

$$f_{ij,y} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,y} (g_k - d_k) + (\psi_{ij,s,y} - \psi_{ij,t,y}) \tilde{p}_{st,r} \quad (74)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (74), indica a parte correspondente ao fluxo de potência na linha y devido a variações ou mudanças de potência entre os geradores existentes e as cargas. O segundo termo desta equação é a parte correspondente à variação do fluxo que ocorre na linha em análise devido à abertura/falha de linha r do corredor st , a qual é modelada por meio de injeções virtuais. É preciso enfatizar que também se deve cumprir a equação (75), a qual assegura que a injeção virtual na barra s somente está fluindo através da linha r e não afeta a outros componentes da rede de transmissão.

$$\tilde{p}_{st,r} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{st,k,r}(g_k - d_k) + (\psi_{st,s,r} - \psi_{st,t,r})\tilde{p}_{st,r} \quad (75)$$

De forma geral, o fluxo de potência em na linha em análise y considerando a falha ou abertura de várias linhas de transmissão quando múltiplas linhas são abertas ou interrompidas, pode ser calculado baseado no conceito de superposição, como mostra a equação (76).

$$f_{ij,y} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,y}(g_k - d_k) - \sum_{st \in \Omega_l} \sum_{r=1}^{n_{st}^0} (\psi_{ij,s,y} - \psi_{ij,t,y})\tilde{p}_{st,r} \quad (76)$$

Sendo n_{st}^0 é a quantidade de linhas existentes no corredor st . Assim, as injeções virtuais precisam obedecer a equação (77).

$$\tilde{p}_{ij,y} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,y}(g_k - d_k) - \sum_{st \in \Omega_l} \sum_{r=1}^{n_{st}^0} (\psi_{ij,s,y} - \psi_{ij,t,y})\tilde{p}_{st,r} \quad (77)$$

5.3.1. Formulação baseada no PTDF disponível na literatura

Nesta seção é apresentada a formulação do problema de PET baseada no PTDF proposta por Rahmani, Kargarian e Hug (2016), a qual considera que todas as linhas de transmissão candidatas são conectadas e usa o conceito de injeções virtuais para indicar que uma linha candidata deve ser desconectada (ou não deve ser construída). O modelo de otimização para o problema de PET dc baseado em PTDF pode ser formulado como é apresentado em (78)–(85).

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} c_{ij} w_{ij,y} \quad (78)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in \Omega_g} g_i - \sum_{i \in \Omega_b} d_i = 0 \quad (79)$$

$$\left| \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,1}(g_k - d_k) + \sum_{st \in \Omega_l} \sum_{r=1}^{\bar{n}_{st}} (\psi_{ij,s,1} - \psi_{ij,t,1})\tilde{p}_{st,r} \right| \leq \bar{f}_{ij} \quad (80)$$

$$\forall ij \in \Omega_l | n_{ij}^0 > 0, \lambda_{ij} = 1$$

$$\left| \tilde{p}_{ij,y} - \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,y}(g_k - d_k) - \sum_{st \in \Omega_l} \sum_{r=1}^{\bar{n}_{st}} (\psi_{ij,s,y} - \psi_{ij,t,y})\tilde{p}_{st,r} \right| \leq \bar{f}_{ij} w_{ij,y} \quad (81)$$

$$\forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}$$

$$|\tilde{p}_{ij,y}| \leq M\bar{f}_{ij}(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (82)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (83)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (84)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (85)$$

Função:

v Custo total de investimento para construção de linhas de transmissão.

Conjuntos:

Ω_b Conjunto de barras do sistema;

Ω_l Conjunto de corredores;

Ω_g Conjunto de barras de geração do sistema;

Parâmetros:

λ_{ij} Indica se as linhas do caminho são monitoradas ($\lambda_{ij} = 1$) ou não ($\lambda_{ij} = 0$);

$\psi_{ij,k,y}$ PTDF da linha y no corredor ij com relação a mudança na barra k ;

c_{ij} Custo de linha de transmissão no corredor ij ;

d_i Demanda de potência ativa na barra i ;

$\bar{f}_{ij}$ Fluxo de potência ativa máximo permitido para uma linha no corredor ij ;

$\underline{g}_i$ Geração de potência ativa mínima na barra i ;

$\bar{g}_i$ Geração máxima na barra i ;

$\bar{n}_{ij}$ Número de linhas de transmissão candidatas no corredor ij ;

n_{ij}^0 Número de linhas de transmissão existentes no corredor ij ;

M Parâmetro suficientemente grande chamado *big-M*.

Variáveis:

g_i Potência ativa gerada na barra i ;

$\tilde{p}_{st,r}$ Injeção de potência virtual na barra s fluindo através da linha r do corredor st e com saída na barra t .

$w_{ij,y}$ Variável binária que representa a instalação da linha candidata y no corredor ij .

Neste modelo, a função objetivo em (78) é a mesma usada em (63)–(72), e o objetivo é a minimização nos custos de investimento. A restrição (79) representa o balanço global de

potência ativa no sistema, sendo apenas uma única restrição no modelo. Note que para o caso sem reprogramação da geração, essa restrição pode ser ignorada, e o modelo resultante apresentaria apenas restrições de desigualdade. A restrição (80) é o limite de fluxo de potência para linhas existentes, sendo que o valor em módulo corresponde a $f_{ij,y}$, como apresentado em (74). O limite de fluxo de potência para linhas candidatas é representado em (81) e (82). Note que, em (82), se $w_{ij,y} = 1$, então $\tilde{p}_{ij,y} = 0$, e o lado direito de (81) se torna $\bar{f}_{ij}$ enquanto o lado esquerdo será $|f_{ij,y}|$, de acordo com (74). Por outro lado, se $w_{ij,y} = 0$, então $\tilde{p}_{ij,y}$ pode assumir um valor diferente de zero em (82), sendo que seu valor será calculado em (81).

Por fim, as restrições (84)–(85) representam, respectivamente, os limites de geração, a ordem para instalação das linhas de transmissão e a natureza binária da variável de investimento $w_{ij,y}$, assim como (69)–(71).

A vantagem deste modelo em relação à (63)–(72) é que ele apresenta menos variáveis e restrições, uma vez que apenas uma restrição de balanço de potência é considerada para todo o sistema, podendo ser desconsiderada para o caso de PET sem reprogramação da geração. Mais importante ainda que isso, é a possibilidade de desconsiderar no problema partes do sistema que não apresentam problemas de capacidade de transmissão. Ao considerar $\lambda_{ij} = 0$ para linhas pouco carregadas, a restrição (80) é ignorada, e a dimensão do problema é reduzida. Porém, a desvantagem é que as restrições (80) e (81) apresentam muitas variáveis, aumentando bastante o número de coeficientes não nulos nas restrições, o que pode piorar a performance dos *solvers* ao resolver o problema. Note que (80) é definida para cada corredor ij com linhas existentes que são monitoradas ($\lambda_{ij} = 1$). Por outro lado, (81) é definida para cada linha candidata y em cada corredor ij . Em relação aos termos de cada uma dessas restrições, cada barra de geração contribui com uma variável em (80) se no problema for considerada a reprogramação da geração. Além disso, ainda em (80), cada linha candidata y em cada corredor ij contribui com um termo. Em (81), cada barra de geração contribui com uma variável se no problema for considerada a reprogramação da geração e cada linha candidata y em cada corredor ij contribui com um termo. Além disso, como cada restrição, (80) e (81), apresenta um valor absoluto no lado esquerdo, duas restrições são necessárias para representar cada uma delas.

Para tentar contornar o problema do número elevado de elementos não nulos nas restrições (80) e (81) do modelo (78)–(85), na próxima seção é apresentado uma reformulação para o modelo para o problema PET dc baseado no PTDF.

5.3.2. Formulação proposta baseada no PTDF

Nesta seção apresenta-se uma formulação alternativa à proposta por Rahmani, Kargarian e Hug (2016), que também usa o conceito de injeções virtuais para sua formulação. O modelo de otimização para o problema de PET pode ser formulado como é apresentado em (86)–(94).

$$\text{minimizar } v = \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} c_{ij} w_{ij,y} \quad (86)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in \Omega_g} g_i - \sum_{i \in \Omega_b} d_i = 0 \quad (87)$$

$$\tilde{f}_{ij} = \sum_{k \in \Omega_b} \psi_{ij,k,1} (g_k - d_k) + \sum_{st \in \Omega_l} \sum_{r=1}^{\bar{n}_{st}} (\psi_{ij,s,1} - \psi_{ij,t,1}) \tilde{p}_{st,r} \quad (88)$$

$$\forall ij \in \Omega_l | (n_{ij}^0 > 0, \lambda_{ij} = 1) | | (\bar{n}_{ij} > 0)$$

$$|\tilde{f}_{ij}| \leq \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l | (n_{ij}^0 > 0, \lambda_{ij} = 1) \quad (89)$$

$$|\tilde{p}_{ij,y} - \tilde{f}_{ij}| \leq \bar{f}_{ij} w_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (90)$$

$$|\tilde{p}_{ij,y}| \leq M \bar{f}_{ij} (1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (91)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (92)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (93)$$

$$w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (94)$$

Função:

v Custo total de investimento para construção de linhas de transmissão.

Conjuntos:

Ω_b Conjunto de barras do sistema;

Ω_l Conjunto de corredores;

Ω_g Conjunto de barras de geração do sistema;

Parâmetros:

λ_{ij} Indica se as linhas do caminho são monitoradas ($\lambda_{ij} = 1$) ou não ($\lambda_{ij} = 0$);

$\psi_{ij,k,y}$	PTDF da linha y no corredor ij com relação a mudança na barra k ;
c_{ij}	Custo de linha de transmissão no corredor ij ;
d_i	Demanda de potência ativa na barra i ;
$\bar{f}_{ij}$	Fluxo de potência ativa máximo permitido para uma linha no corredor ij ;
$\underline{g}_i$	Geração de potência ativa mínima na barra i ;
$\bar{g}_i$	Geração máxima na barra i ;
$\bar{n}_{ij}$	Número de linhas de transmissão candidatas no corredor ij ;
n_{ij}^0	Número de linhas de transmissão existentes no corredor ij ;
M	Parâmetro suficientemente grande chamado <i>big-M</i> .

Variáveis:

g_i	Potência ativa gerada na barra i ;
$\tilde{f}_{ij}$	Fluxo de potência ativa em uma linha do corredor ij ;
$\tilde{p}_{st,r}$	Injeção de potência virtual na barra s fluindo através da linha r do corredor st e com saída na barra t .
$w_{ij,y}$	Variável binária que representa a instalação da linha candidata y no corredor ij .

No modelo proposto (86)–(94), a função objetivo (86) e as restrições (87) e (91)–(94) não sofrem modificações em relação ao que é apresentado em (78)–(85). Por outro lado, a restrição (88) é definida para cada caminho monitorado e que tenha linhas existentes ($n_{ij}^0 > 0, \lambda_{ij} = 1$) e para os caminhos em que existem linhas candidatas para serem construídas ($\bar{n}_{ij} > 0$). Isso reduz significativamente o número de elementos não nulos no problema. Essa restrição calcula $\tilde{f}_{ij}$, que é o fluxo de potência por uma linha do caminho, existente ou candidata, caso essa linha estivesse instalada. A restrição (89) é o limite de fluxo nas linhas existentes, enquanto (90) é o limite de fluxo nas linhas candidatas. Caso $w_{ij,y} = 1$, $\tilde{p}_{ij,y} = 0$ em (91) e $|\tilde{f}_{ij}| \leq \bar{f}_{ij}$ em (90), por outro lado, se $w_{ij,y} = 0$, $\tilde{p}_{ij,y} = \tilde{f}_{ij}$, o que corresponde à saída da linha y do corredor ij do sistema.

Apesar de ser necessária uma variável adicional no problema, a redução do número de elementos não nulos torna a formulação proposta mais eficiente de ser resolvida. Além disso, cabe ressaltar que esta formulação apresenta as mesmas vantagens de (78)–(85), permitindo desconsiderar no problema partes do sistema que não apresentam problemas de capacidade de transmissão.

6. TESTES E RESULTADOS

6.1. RESULTADOS DOS TESTES PARA O PROBLEMA DE FPO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para as simulações de quatro sistemas: IEEE de 30, 200, 588 e 10000 barras. Os dados dos sistemas foram obtidos de (COFFRIN; ZIMMERMAN, 2021). Para o propósito deste estudo, foram utilizadas a linguagem de programação MATLAB e a linguagem de modelagem matemática AMPL, sendo que os cálculos das matrizes PTDF foram feitos em MATLAB e o tempo deste processo foi insignificante para ser considerado na eficiência computacional, enquanto a modelagem do FPO dc tradicional e o baseado no PTDF, escrita em AMPL, foi solucionada por meio do solver CPLEX v20.1. Nos testes foi utilizado um computador com processador Intel Core i7-8700 de 3.20 GHz e 32 GB de RAM. Na última parte desta seção são apresentados os resultados quando o modelo de FPO baseado em PTDF é reduzido monitorando algumas linhas específicas, isto é, considerando que as linhas que apresentam carregamento maior que 90% de suas capacidades devem ser monitoradas.

A Tabela 7 mostra as dimensões do problema e o valor das funções objetivo dos sistemas testes indicados que foram obtidas para a modelagem do problema FPO dc tradicional. Enfatiza-se que a função objetivo (FO) é linear.

Tabela 7: Resultados obtidos para o modelo de FPO dc tradicional

Sistemas testes	Nº de variáveis	Nº de restrições	Nº de elementos não nulos	Valor da FO (US\$/h)
<i>Sistema IEEE 30 barras</i>	31	107	265	7.506,477
<i>Sistema IEEE 200 barras</i>	248	688	1.713	10.855,456
<i>Sistema IEEE 588 barras</i>	710	1.947	4.778	246.596,990
<i>Sistema IEEE 10.000 barras</i>	11.355	36.335	89.508	676.471,475

Fonte: Elaboração da própria autora.

Assim também, na Tabela 8 apresenta-se os resultados principais obtidos, ou seja, as dimensões do problema e o valor das funções objetivo dos sistemas testes indicados para a modelagem do problema FPO dc baseado no PTDF. Enfatiza-se que a função objetivo (FO) neste caso também é linear.

Tabela 8: Resultados obtidos para o modelo de FPO dc baseado no PTDF

Sistemas testes	Nº de variáveis	Nº de restrições	Nº de elementos não nulos	Valor da FO (US\$/h)
<i>Sistema IEEE 30 barras</i>	2	1	2	7.506,477
<i>Sistema IEEE 200 barras</i>	49	4	193	10.855,456
<i>Sistema IEEE 588 barras</i>	124	295	35.296	246.706,373
<i>Sistema IEEE 10.000 barras</i>	1.356	4.335	5.873.813	685.068,380

Fonte: Elaboração da própria autora.

Observa-se que no caso do sistema IEEE de 30 barras (de pequeno porte), as soluções encontradas por ambos os modelos apresentam os mesmos valores de custo de geração. Para o caso do sistema IEEE de 200 barras (de médio porte), as soluções de custos de geração encontradas por ambos os modelos são as mesmas. No caso do sistema IEEE de 588 barras (de médio porte) os valores das funções objetivos encontradas por ambos os modelos apresentam quase os mesmos valores de custo de geração, com uma diferença percentual pequena, de aproximadamente 0,04 %. Para o sistema IEEE de 10.000 barras (de grande porte), as soluções encontradas por ambos os modelos apresentam valores de custo de geração diferentes, ou seja, tem-se uma diferença percentual pequena de 1,27 %.

Os tempos computacionais obtidos para os sistemas de pequeno e médio porte com o modelo tradicional foram um pouco maiores em relação aos obtidos com o modelo baseado no PTDF e estão na ordem de milissegundos. As diferenças de tempos computacionais são muito pequenas, sendo desconsideradas para a análise. Porém, isto não acontece com o sistema de grande porte (IEEE de 10.000 barras), pois o tempo computacional obtido com o modelo baseado no PTDF foi maior, com uma diferença aproximadamente de 6,97 s.

Assim também, observa-se que o número de restrições, o número de variáveis e o número de elementos não nulos são menores com o modelo de FPO dc baseado no PTDF que aqueles obtidos com o modelo tradicional para os sistemas IEEE de 30 barras e IEEE de 200 barras; porém, nos sistemas IEEE de 588 barras e IEEE de 10.000 barras, embora o número de variáveis e restrições sejam menores com o modelo baseado no PTDF, os números de elementos não nulos obtidos com o modelo tradicional são menores. Isto acontece devido a que quando o sistema é maior, a equação (41) pode apresentar muitas variáveis, aumentando assim o número de coeficientes não nulos nas restrições piorando a performance dos *solvers* ao resolver o problema, o que pode levar a um maior tempo computacional.

6.1.1. Testes dos sistemas considerando linhas monitoradas

A Tabela 9 mostra a quantidade de linhas monitoradas, o valor da função objetivo e as dimensões do problema referente ao número de restrições e elementos não nulos (pois o número de variáveis não muda) para cada sistema teste. Esses resultados foram obtidos com o modelo de FPO de baseado no PTDF reduzido. As linhas monitoradas são aquelas que estão trabalhando acima do 90% da sua capacidade.

Tabela 9: Resultados obtidos considerando linhas monitoradas

Sistemas testes	Nº de linhas monitoradas	Nº de restrições	Nº de elementos não nulos	Valor da FO (US\$/h)
<i>Sistema IEEE 30 barras</i>	1	1	2	7.506,477
<i>Sistema IEEE 200 barras</i>	0	1	49	10.855,456
<i>Sistema IEEE 588 barras</i>	26	24	2.713	246.706,373
<i>Sistema IEEE 10.000 barras</i>	6	7	9.485	677.456,723

Fonte: Elaboração da própria autora.

Observa-se que no caso do sistema IEEE de 30 barras, verifica-se que uma linha vai ser monitorada pois ela tem um carregamento maior que 90%. Incluindo-se apenas a restrição de capacidade de fluxo dessa linha ao modelo, a formulação apresenta a mesma dimensão que quando todas as linhas são monitoradas, pois o *presolve* foi capaz de reduzir o tamanho do problema original. A solução obtida e o tempo computacional para resolver o problema são os mesmos que o caso anterior.

Para o caso do sistema IEEE de 200 barras, verifica-se que nenhuma linha tem carregamento maior que 90% de sua capacidade e o valor da função objetivo é o mesmo. Quanto ao tempo computacional é quase o mesmo que do caso sem monitoramento de linhas. De forma semelhante, para o caso do sistema IEEE de 588 barras, como pode ser observado, tem-se 12 linhas monitoradas. Incluindo-se apenas as restrições de capacidade de fluxo dessas linhas ao modelo, esta formulação apresenta menor dimensão e a solução é a mesma que a do caso anterior.

Observa-se que no sistema de 10.000 barras, tem-se uma linha monitorada. A solução obtida tem um custo de operação menor que o da mostrada na Tabela 8, e mais próxima à obtida com o modelo tradicional, tendo uma diferença de 0,15 %. O tempo de solução para este sistema é menor que o mostrado para ambos os modelos anteriores, com um valor de 31 ms.

6.2. RESULTADOS DOS TESTES PARA O PROBLEMA DE PET

Para o propósito deste estudo, foi utilizada a linguagem de modelagem matemática AMPL para formular o problema de PET com os modelos linear disjuntivo, modelo baseado no PTDF proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016) e também com a formulação proposta neste trabalho. Os modelos foram solucionados por meio do *solver* CPLEX v20.1. Nos testes foi utilizado um computador com processador Intel Core i7-8700 de 3.20 GHz e 32 GB de RAM. Além disso, enfatiza-se que nos testes foi adotado o valor de $M = 10$. Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para os testes de seis sistemas:

- Sistema Garver de 6 barras com redespacho;
- Sistema Garver de 6 barras sem redespacho;
- Sistema IEEE de 24 barras com redespacho;
- Sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho;
- Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho;
- Sistema Colombiano de 93 barras.

6.2.1. Sistema testes

6.2.1.1. Sistema Garver de seis barras com redespacho

O sistema Garver de seis barras com redespacho possui 15 corredores para adição de linhas de transmissão, 5 barras com uma demanda total de 760 MW, 3 geradores com geração máxima de 1.110 MW e permite construir até 3 linhas novas por corredor. Este sistema permite redespacho de potência ativa.

6.2.1.2. Sistema Garver de seis barras sem redespacho

O sistema Garver de seis barras sem redespacho possui 15 corredores para adição de linhas de transmissão, 5 barras com uma demanda total de 760 MW, 3 geradores com geração total de 760 MW e permite construir até 3 linhas novas por corredor. Este sistema não permite redespacho de potência ativa.

6.2.1.3. Sistema IEEE de 24 barras com redespacho

O sistema IEEE de 24 barras com redespacho é uma variação do sistema clássico proposto por Escobar (2008) citado por Meneses (2020) e possui 41 corredores para adição de linhas de transmissão, 17 barras com uma demanda total de 8.550 MW e 10 geradores com uma geração total de 10.215 MW, permitindo construir até 5 linhas novas por corredor.

Tabela 10: Resultados obtidos para o modelo linear disjuntivo

Sistemas testes	Linhas	Colunas	Nº de elementos não nulos	Nº de Variáveis binárias	Valor da FO (MUS\$)	Tempo (s)
<i>Sistema Garver de 6 barras com redespacho</i>	219	101	684	45	110,00	0,05
<i>Sistema Garver de 6 barras sem redespacho</i>	219	101	684	45	231,00	0,05
<i>Sistema IEEE de 24 barras com redespacho</i>	1039	474	3.309	205	152,00	0,12
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho</i>	1.986	891	6.334	395	72,87	0,36
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho</i>	1.571	724	5.032	312	154,42	0,92
<i>Sistema Colombiano de 93 barras</i>	3.177	1.520	10.318	620	562,417	10,30

Fonte: Elaboração da própria autora.

6.2.1.4. Sistema Sul Brasileiro 46 barras com redespacho

O sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho é um dos sistemas mais usados em testes de modelos de PET. Possui 79 corredores para adição de linhas de transmissão, 19 barras com uma demanda total de 6.880 MW, 12 geradores com uma geração total de 10.545 MW e permite construir até 5 linhas novas por corredor.

6.2.1.5. Sistema Sul Brasileiro 46 barras sem redespacho

O sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho, possui 79 corredores para adição de linhas de transmissão, 19 barras com uma demanda total de 6.880 MW, 12 geradores com uma geração total de 6.880 MW e permite construir até 5 linhas novas por corredor.

6.2.1.6. Sistema Colombiano 93 barras sem redespacho

O sistema Colombiano de 93 barras sem redespacho possui 155 corredores para adição de linhas de transmissão, uma demanda total de 14.559 MW, uma geração total instalada de 14.559 MW e permite construir até 4 linhas novas por corredor.

6.2.2. Resultados dos sistemas para os três modelos

Neste trabalho, o problema PET dc foi considerado estático. Nas tabelas seguintes, são mostradas as dimensões, os valores das funções objetivo e o tempo computacional do problema de PET para os sistemas testes. Na Tabela 10, apresenta-se os resultados para o problema de

Tabela 11: Resultados obtidos para o modelo proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016)

Sistemas testes	Linhas	Colunas	Nº de elementos não nulos	Nº de Variáveis binárias	Valor da FO (MUS\$)	Tempo (s)
<i>Sistema Garver de 6 barras com redespacho</i>	223	93	5.127	45	110,00	0,08
<i>Sistema Garver de 6 barras sem redespacho</i>	222	90	4.920	45	231,00	0,14
<i>Sistema IEEE de 24 barras com redespacho</i>	1.053	419	103.859	205	152,00	1,55
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho</i>	1.990	802	352.741	395	72,87	17,89
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho</i>	1.964	780	343.044	390	154,42	54,45
<i>Sistema Colombiano de 93 barras</i>	3.235	1.240	917.010	620	562,417	5.760,94

Fonte: Elaboração da própria autora.

Tabela 12: Resultados obtidos para o modelo proposto baseado em PTDF

Sistemas testes	Linhas	Colunas	Nº de elementos não nulos	Nº de Variáveis binárias	Valor da FO (MUS\$)	Tempo (s)
<i>Sistema Garver de 6 barras com redespacho</i>	226	108	1.233	45	110,00	0,09
<i>Sistema Garver de 6 barras sem redespacho</i>	225	105	1.200	45	231,00	0,14
<i>Sistema IEEE de 24 barras com redespacho</i>	1.026	460	11.202	205	152,00	0,41
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho</i>	1.976	881	35.956	395	72,87	2,06
<i>Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho</i>	1.950	858	35.022	390	154,42	6,11
<i>Sistema Colombiano de 93 barras</i>	3.100	1.395	99.737	620	562,417	198,22

Fonte: Elaboração da própria autora.

PET quando é formulado com o modelo linear disjuntivo.

Por outro lado, na Tabela 11, são apresentados os resultados obtidos para o problema de PET com o modelo linear baseado no PTDF proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016). Finalmente, na Tabela 12, são apresentados os resultados obtidos para o problema de PET com o modelo linear proposto baseado no PTDF.

Das tabelas observa-se que todos os modelos fornecem o mesmo resultado de custo de investimento para cada um dos sistemas. Além disso, quanto ao número de restrições (número de linhas), para os sistemas testes de forma geral são menores aqueles obtidos com o modelo linear disjuntivo. O modelo proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016) só apresenta menores números de restrições para ambos os sistemas Garver (com e sem redespacho) pois nos demais sistemas os números de restrições são menores para o modelo proposto. Referente ao número de variáveis (número de colunas), de forma geral estes valores são menores quando o problema é modelado com a proposta de Rahmani, Kargarian e Hug (2016). Os números de variáveis binárias são os mesmos para os três modelos em todos os casos, exceto para o Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem redespacho, em que o *presolve* foi capaz de eliminar variáveis binárias do problema no modelo linear disjuntivo tradicional. Quanto a quantidade de elementos não nulos, os menores valores são obtidos com o modelo linear disjuntivo, que também fornece os melhores tempos computacionais. A quantidade de elementos não nulos tem uma relação estreita com os tempos computacionais, isto é, menores valores de elementos não nulos no problema indicam um menor tempo computacional.

Assim, é necessário enfatizar que os melhores resultados, em termos de performance computacional, são aqueles obtidos com o modelo linear disjuntivo; porém, com o modelo proposto obtém-se melhores resultados em termos de performance em relação à quando o problema de PET é modelado com a proposta de Rahmani, Kargarian e Hug (2016).

7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

7.1. CONCLUSÕES PARA O FPO DC BASEADO NO PTDF

Neste trabalho foi abordada uma formulação alternativa que faz uso do fator de sensibilidade PTDF no problema do FPO dc, isto com a finalidade de mostrar as vantagens computacionais e analisar a precisão que apresenta esta formulação. Deve-se enfatizar que esta formulação é precisa pois ela facilmente pode ser derivada mediante operações a partir do modelo dc e além permite obter os mesmos resultados. Os resultados desta formulação foram comparados com os obtidos com o modelo tradicional de FPO dc. Foram testados quatro sistemas IEEE de 30, 200, 588 e 10000 barras.

Em todos os sistemas testados conseguiu-se menores números de restrições e variáveis, portanto uma menor dimensão do problema, quando o problema foi modelado usando a formulação baseada no PTDF. Porém, a quantidade de elementos não nulos no modelo vai aumentando de acordo com o tamanho do problema (maior número de barras). Por esta razão, os tempos de resolução do problema também se tornam maiores. Como é observado, este número de elementos não nulos é aquele que causa a demora na resolução dos sistemas de grande porte, pois a matriz dos coeficientes é muito densa.

Por outro lado, uma das principais vantagens que apresentou o uso do fator PTDF é que ele permite considerar apenas um subconjunto de linhas importantes (monitoradas) para a análise, por exemplo aquelas linhas que operam acima de um nível de carregamento da sua capacidade (para este trabalho 90%) ou aquelas que poderiam afetar a confiabilidade/otimalidade da operação do sistema, e como já foi observado, estas considerações ajudam na diminuição da quantidade de elementos não nulos, e portanto a diminuição do tempo computacional.

7.2. CONCLUSÕES PARA O PET DC BASEADO NO PTDF

O desenvolvimento de modelos para PET baseados no PTDF foi com a finalidade de mostrar as vantagens computacionais e analisar a precisão que apresenta este tipo de formulação. Para o problema de PET foram testados seis sistemas com três formulações, as quais são o modelo linear disjuntivo, o modelo baseado no PTDF proposto por Rahmani, Kargarian e Hug (2016) e o modelo alternativo baseado no PTDF proposto neste trabalho.

Os resultados, indicam que as formulações baseadas no PTDF são precisas, pois os três modelos encontram os mesmos valores de função objetivo nas formulações correspondentes para os casos dos sistemas em análise. Além disso, o modelo linear baseado no PTDF proposto de forma geral apresenta melhores resultados que aquele proposto por Rahmani,

Kargarian e Hug (2016) no que se refere às quantidades de restrições, quantidade de elementos não nulos (e o qual é refletido nos tempos computacionais). O número de variáveis binárias é o mesmo para todos os modelos. Porém, os modelos baseados no PTDF ainda devem ser modificados e melhorados para que sejam mais competitivos, sendo que o modelo linear disjuntivo apresenta resultados mais atrativos.

Este tópico poderia ser abordado em trabalhos futuros, de forma a considerar apenas um subconjunto de linhas (linhas monitoradas) para a análise, por exemplo aquelas linhas que estejam sobrecarregadas na rede existente ou que sejam de interesse do operador do sistema. Além disso, a formulação de PET baseada no PTDF pode ser estendida a fim de considerar múltiplos cenários de operação.

REFERÊNCIAS

- ABIDO, M. A. Optimal power flow using particle swarm optimization. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, London, v. 24, n. 7, p. 563–571, out. 2002. ISSN: 01420615. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061501000679>.
- ALBADI, M. Power flow analysis. In: VOLKOV, K. (ed.). **Computational Models in Engineering**. Rijeka: [s. n.], 2019. Cap. 5, p. 1–21.
- BAKIRTZIS, A. G.; BISKAS, P. N.; ZOUMAS, C. E.; PETRIDIS, V. Optimal power flow by enhanced genetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 17, n. 2, p. 229–236, maio 2002. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1007886>.
- BALAS, E. Disjunctive programming. In: HAMMER, P. L.; JOHNSON, E. L.; KORTE, B. H. (ed.). **Discrete Optimization II: Annals of discrete mathematics**. Amsterdam: Elsevier BV, ago. 1979. v. 5, p. 3–51.
- BALDICK, R. Variation of distribution factors with loading. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 4, p. 1316–1323, nov. 2003. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1245552/>.
- BARÁN, B.; VALLEJOS, J.; RAMOS, R.; FERNÁNDEZ, U. Reactive power compensation using a multi-objective evolutionary algorithm. In: IEEE PORTO POWER TECH PROCEEDINGS (CAT. NO. 01EX502), 2001, Porto. **Proceedings [...]** Porto: IEEE, 2001. p. 6. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/964766>.
- BHASKAR, M. A.; JIMOH, A. A. Available Transfer Capability Calculation Using PTDF and Implementation of Optimal Power Flow in Power Markets. **5th International Conference on Renewable Energy Research and Applications**, [s. l.], v. 5, p. 14–17, 2016.
- BURCHETT, R. C.; HAPP, H. H.; VIERATH, D. R. Quadratically convergent optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-103, n. 11, p. 3267–3275, nov. 1984. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4112441>.
- BURCHETT, R. C.; HAPP, H. H.; WIRGAU, K. A. Large scale optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-101, n. 10, p. 3722–3732, out. 1982. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4111185>.
- CABRAL, F.; PRACA, J. C. G. An interactive software for optimizing transmission network expansion. In: PROCEEDINGS OF THE EIGHTH POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE 1984, Helsinki. **Proceedings [...]** Helsinki: Butterworth-Heinemann, 1984. p. 121–127. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780408014687500230>.

CARPENTIER, J. Contribution a l'étude du dispatching économique. **Bulletin de la Société Française des électriciens**, London, v. 3, n. 1, p. 431–447, 1962.

CARPENTIER, J. Optimal power flows. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, London, v. 1, n. 1, p. 3–15, abr. 1979. ISSN: 0142-0615. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0142-0615\(79\)90026-7](https://doi.org/10.1016/0142-0615(79)90026-7).

CHARLES, P.; MEHAZZEM, F.; SOUBDHAN, T. A review on optimal power flow problems: Conventional and metaheuristic solutions. In: 2020 2ND INTERNATIONAL CONFERENCE ON SMART POWER & INTERNET ENERGY SYSTEMS (SPIES) 2020, Bangkok. **Proceedings [...]** Bangkok: IEEE, 2020. p. 577–582. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/SPIES48661.2020.9242994>.

CHIANG, C.-L. Improved genetic algorithm for power economic dispatch of units with valve-point effects and multiple fuels. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 20, n. 4, p. 1690–1699, nov. 2005. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2005.857924>.

CHRISTIE, R. D.; WOLLENBERG, B. F.; WANGENSTEEN, I. Transmission management in the deregulated environment. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 88, n. 2, p. 170–195, fev. 2000. ISSN: 0018-9219. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/5.823997>.

COFFRIN, C.; ZIMMERMAN, R. **power-grid-lib/ pglib-opf**. 2021. Disponível em: <https://github.com/power-grid-lib/pglib-opf>. Acesso em: 16 jan. 2022.

DAQAQ, F.; OUASSAID, M.; ELLAIA, R. A new meta-heuristic programming for multi-objective optimal power flow. **Electrical Engineering**, Heidelberg, v. 103, n. 2, p. 1217–1237, jan. 2021. ISSN: 1432-0487. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00202-020-01173-6>.

DEVARAJ, D.; YEGNANARAYANA, B. Genetic-algorithm-based optimal power flow for security enhancement. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 152, n. 6, p. 899–905, nov. 2005. ISSN: 1350-2360. Disponível em: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-gtd_20045234.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal power flow solutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-87, n. 10, p. 1866–1876, out. 1968. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1968.292150>.

ESCOBAR ZULUAGA, A. H. **Análise crítica de aspectos de modelagem matemática no planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão**. 2008. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/100331>.

EVRENOSOGLU, C. Y.; ABUR, A. Effects of measurement and parameter uncertainties on the power transfer distribution factors. In: 2004 INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS 2004, Ames. **Proceedings [...]** Ames: IEEE, 2004. p. 608–611. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1378756/>.

FLORES, M.; MACEDO, L. H.; ROMERO, R. Alternative mathematical models for the optimal transmission switching problem. **IEEE Systems Journal**, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 1245–1255, mar. 2021. ISSN: 1932-8184. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/JSYST.2020.3000978>.

FRANK, S.; STEPONAVICE, I.; REBENNACK, S. Optimal power flow: a bibliographic survey I Formulations and deterministic methods. **Energy Systems**, Heidelberg, v. 3, n. 3, p. 221–258, abr. 2012. a. ISSN: 1868-3975. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12667-012-0056-y>.

FRANK, S.; STEPONAVICE, I.; REBENNACK, S. Optimal power flow: a bibliographic survey II Non-deterministic and hybrid methods. **Energy Systems**, Heidelberg, v. 3, n. 3, p. 259–289, abr. 2012. b. ISSN: 1868-3975. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12667-012-0057-x>.

FU, Y.; LI, Z. A direct calculation of shift factors under network islanding. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 30, n. 3, p. 1550–1551, maio 2015. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2014.2346924>.

GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 7, p. 1688–1697, set. 1970. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1970.292825>.

GIUNTOLI, M.; BIAGINI, V.; SCHÖNLEBER, K. Novel formulation of PTDF and LODF Matrices for security constrained optimal power flow for hybrid AC and DC grids. *In*: 2019 IEEE PES INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES EUROPE (ISGT-EUROPE) 2019, Bucharest. **Proceedings** [...] Bucharest: IEEE, 2019. p. 1–5. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ISGTEurope.2019.8905672>.

GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 136–146, fev. 1994. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.317548>.

GUO, J.; FU, Y.; LI, Z.; SHAHIDEHPOUR, M. Direct calculation of line outage distribution factors. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1633–1634, ago. 2009. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2009.2023273>.

GUO, Y.; ZHOU, X.; ZHAO, C.; CHEN, L.; SUMMERS, T. H. Optimal power flow with state estimation in the loop for distribution networks. **IEEE Systems Journal**, Piscataway, p. 1–12, mar. 2023. ISSN: 1932-8184. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10082902>.

HAPP, H. H. Optimal power dispatch: a comprehensive survey. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 96, n. 3, p. 841–854, maio 1977. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/T-PAS.1977.32397>.

HAPP, H. H.; WIRGAU, K. A. A review of the optimal power flow. **Journal of the Franklin Institute**, Oxford, v. 312, n. 3–4, p. 231–264, set. 1981. ISSN: 0016-0032. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0016003281900636>.

HINOJOSA-MATEUS, V.; PÉREZ-ANDRADES, L.; ILIĆ, J. DC optimal power flow formulation using the power transmission distribution factors—A DIgSILENT programming language application. In: GONZALEZ-LONGATT, F. M.; RUEDA, J. L. (Eds.). **Power Factory Applications for Power System Analysis**. Cham: Springer, 2014. Cap. 5, p. 111–134.

HINOJOSA, V. H.; GONZALEZ-LONGATT, F. Preventive security-constrained DCOPF formulation using power transmission distribution factors and line outage distribution factors. **Energies**, Basel, v. 11, n. 6, p. 1–13, jun. 2018. ISSN: 1996-1073. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/11/6/1497>.

HINOJOSA, V. H.; VELÁSQUEZ, J. Improving the mathematical formulation of security-constrained generation capacity expansion planning using power transmission distribution factors and line outage distribution factors. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 140, p. 391–400, jun. 2016. ISSN: 0378-7796. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2016.06.002>.

HOGAN, W. Flowgate rights and wrongs. **John F. Kennedy School of Government, Harvard University**, Cambridge, p. 1–49, ago. 2000. Disponível em: <https://scholar.harvard.edu/whogan/files/flow0800r.pdf>.

IBA, K. Reactive power optimization by genetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 685–692, maio 1994. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.317674>.

KAHOURZADE, S.; MAHMOUDI, A.; MOKHLIS, H. Bin. A comparative study of multi-objective optimal power flow based on particle swarm, evolutionary programming, and genetic algorithm. **Electrical Engineering**, Heidelberg, v. 97, n. 1, p. 1–12, mar. 2015. ISSN: 1432-0487. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00202-014-0307-0>.

KILE, H.; UHLEN, K.; WARLAND, L.; KJØLLE, G. A comparison of AC and DC power flow models for contingency and reliability analysis. In: 2014 POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE 2014, Wrocław. **Proceedings [...]** Wrocław: IEEE, 2014. p. 1–7. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7038459>.

KIRCHMAYER, L. K. **Economic operation of power systems**. New York: Wiley, 1958. v. 707.

LEVERINGHAUS, T.; HOFMANN, L. Comparison of methods for state prediction: power flow decomposition (PFD), AC power transfer distribution factors (AC-PTDFs), and power transfer distribution factors (PTDFs). In: IEEE PES ASIA-PACIFIC POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE (APPEEC) 2014, Hong Kong. **Proceedings [...]** Hong Kong: IEEE, 2014. p. 1–6. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/APPEEC.2014.7066183>.

LI, Y.; MCCALLEY, J. D. An innovative disjunctive model for value-based bulk transmission expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 143, p. 7–13, fev. 2017. ISSN: 0378-7796. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779616303534>.

LIU, W. E.; PAPALEXOPOULOS, A. D.; TINNEY, W. F. Discrete shunt controls in a Newton optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 7, n. 4, p. 1509–1518, nov. 1992. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.207375>.

LOBATO, E.; ROUCO, L.; NAVARRETE, M. I.; CASANOVA, R.; LÓPEZ, G. An LP-based optimal power flow for transmission losses and generator reactive margins minimization. *In: IEEE PORTO POWER TECH PROCEEDINGS (CAT. NO.01EX502) 2001, Porto. Proceedings [...]* Porto: IEEE, 2001. p. 5. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/PTC.2001.964894>.

MAHDAVI, M.; SABILLON ANTUNEZ, C.; AJALLI, M.; ROMERO, R. Transmission expansion planning: Literature review and classification. **IEEE Systems Journal**, Piscataway, v. 13, n. 3, p. 3129–3140, set. 2019. ISSN: 1932-8184. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/JSYST.2018.2871793>.

MASKAR, M. B.; THORAT, A. R.; KORACHGAON, I. A review on optimal power flow problem and solution methodologies. *In: 2017 INTERNATIONAL CONFERENCE ON DATA MANAGEMENT, ANALYTICS AND INNOVATION (ICDMAI) 2017, Pune. Proceedings [...]* Pune: IEEE, 2017. p. 64–70. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ICDMAI.2017.8073487>.

MEHRTASH, M.; KARGARIAN, A.; RAHMANI, M. Security-constrained transmission expansion planning using linear sensitivity factors. **IET Generation, Transmission and Distribution**, [s. l.], v. 14, n. 2, p. 200–210, 2020. ISSN: 17518687.

MENESES ORIONDO, M. A. **Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando o modelo CA e desligamento na operação de linhas de transmissão**. 2020. 242 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/193481>.

MENESES ORIONDO, M. A. **Resolução do problema de fluxo de potência ótimo pela meta-heurística algoritmo dos fogos de artifício de busca dinâmica com mutação de covariância**. 2016. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/138202>.

MIKILITA, M. A. S. **Um modelo de fluxo de potência ótimo para minimização do corte de carga**. 2005. 81 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1884/2874>.

MOMOH, J. A.; AUSTIN, R. F.; ADAPA, R.; OGBUOBIRI, E. C. Application of interior point method to economic dispatch. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS 1992, Chicago. Proceedings [...]* Chicago: IEEE, 1992. p. 1096–1101. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ICSMC.1992.271643>.

MOMOH, J. A.; EL-HAWARY, M.; ADAPA, R. A review of selected optimal power flow literature to 1993. Part II: Newton, linear programming and interior point methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 14, n. 1, p. 105–111, fev. 1999. a. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.744495>.

MOMOH, J. A.; EL-HAWARY, M. E.; ADAPA, R. A review of selected optimal power flow literature to 1993. Part I: nonlinear and quadratic programming approaches. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 14, n. 1, p. 96–104, fev. 1999. b. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.744492>.

MOMOH, J. A.; ZHU, J. Z. Improved interior point method for OPF problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1114–1120, ago. 1999. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.780938>.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 1983. ISBN: 9221151484.

NUMNONDA, T.; ANNAKKE, U. D. Optimal power dispatch in multinode electricity market using genetic algorithm. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 49, n. 3, p. 211–220, abr. 1999. ISSN: 0378-7796. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779698001394>.

OGUNDARE, A. B.; ADEDIJI ADEJUMOBI, I. Transmission expansion planning using power transfer distribution factor index. In: 2019 IEEE PES/IAS POWERAFRICA 2019, Abuja. **Proceedings** [...] Abuja: IEEE, 2019. p. 6–11. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/PowerAfrica.2019.8928898>.

OSMAN, M. S.; ABO-SINNA, M. A.; MOUSA, A. A. A solution to the optimal power flow using genetic algorithm. **Applied Mathematics and Computation**, Philadelphia, v. 155, n. 2, p. 391–405, ago. 2004. ISSN: 0096-3003. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300303007859>.

RAHMANI, M. **Análise de novos modelos matemáticos para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão**. 2013. 142 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/100352>.

RAHMANI, M.; KARGARIAN, A.; HUG, G. Comprehensive power transfer distribution factor model for large-scale transmission expansion planning. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 10, n. 12, p. 2981–2989, set. 2016. ISSN: 1751-8687. Disponível em: <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1049/iet-gtd.2015.1573>.

RAHMANI, M.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Strategies to reduce the number of variables and the combinatorial search space of the multistage transmission expansion planning problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2164–2173, ago. 2013. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2012.2223241>.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using AC model. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 1, n. 5, p. 731–742, set. 2007. ISSN: 1751-8687. Disponível em: <https://doi.org/10.1049/iet-gtd:20060465>.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; HAFFNER, S. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 149, n. 1, p. 27–36, jan. 2002. ISSN: 1350-2360. Disponível em: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-gtd_20020026.

RUIZ FLOREZ, H. A.; LÓPEZ, G. P.; JARAMILLO-DUQUE, Á.; LÓPEZ-LEZAMA, J. M.; MUÑOZ-GALEANO, N. A mathematical modeling approach for power flow and state estimation analysis in electric power systems through AMPL. **Electronics**, Basel, v. 11, n. 21, p. 1–20, nov. 2022. ISSN: 2079-9292.

SANTOS, A. J.; DA COSTA, G. R. M. Optimal-power-flow solution by Newton's method applied to an augmented Lagrangian function. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 142, n. 1, p. 33–36, jan. 1995. ISSN: 1350-2360. Disponível em: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-gtd_19951586.

SASSON, A. M.; VILORIA, F.; ABOYTES, F. Optimal load flow solution using the Hessian matrix. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-92, n. 1, p. 31–41, jan. 1973. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1973.293590>.

SAUER, P. W. On the formulation of power distribution factors for linear load flow methods. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-100, n. 2, p. 764–770, fev. 1981. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1981.316928>.

STOTT, B.; HOBSON, E. Power system security control calculations using linear programming, part I. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-97, n. 5, p. 1713–1720, set. 1978. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4181612>.

STOTT, B.; MARINHO, J. L. Linear programming for power-system network security applications. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-98, n. 3, p. 837–848, maio 1979. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4113552>.

SU, Q.; KHAN, H. U.; KHAN, I.; CHOI, B. J.; WU, F.; ALY, A. A. An optimized algorithm for optimal power flow based on deep learning. **Energy Reports**, Amsterdam, v. 7, p. 2113–2124, nov. 2021. ISSN: 2352-4847. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.egy.2021.04.022>.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. F. Optimal power flow by Newton approach. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-103, n. 10, p. 2864–2880, out. 1984. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1984.318284>.

TORELLI, F.; VACCARO, A.; XIE, N. A novel optimal power flow formulation based on the Lyapunov theory. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 4, p. 4405–4415, nov. 2013. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2266126>.

VANDERLINDE, J. B. **Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando técnicas especializadas de programação inteira mista**. 2017. 153 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/152089>.

VARGAS, L. S.; QUINTANA, V. H.; VANNELLI, A. A tutorial description of an interior point method and its applications to security-constrained economic dispatch. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 8, n. 3, p. 1315–1324, ago. 1993. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/260862?arnumber=260862>.

VIJAYAKUMAR, K.; KUMUDINIDEVI, R. P.; SUCHITHRA, D. A hybrid genetic algorithm for optimal power flow incorporating FACTS devices. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND MULTIMEDIA APPLICATIONS (ICCIMA 2007) 2007*, Sivakasi. **Proceedings [...]** Sivakasi: IEEE, 2007. p. 463–467. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4426623>.

VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-104, n. 2, p. 349–356, fev. 1985. ISSN: 0018-9510. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4113089>.

VINASCO, G.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 26, n. 4, p. 2574–2576, nov. 2011. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2011.2126291>.

WANG, Z. Y.; CHIANG, H. D. On the feasibility of AC and DC optimal power flow models: Analytics and comparison. *In: IEEE POWER & ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING (PESGM) 2021*, Washington. **Proceedings [...]** Washington: IEEE, 2021. p. 1–5. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9638005>.

WELLS, D. W. Method for economic secure loading of a power system. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, Stevenage, v. 115, n. 8, p. 1190–1194, ago. 1968. ISSN: 0020-3270. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/piee.1968.0210>.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. **Power generation, operation, and control**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. ISBN: 978-0-471-79055-6.

WU, Y. C.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 876–883, maio 1994. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/59.317660>.

YANG, Z.; ZHONG, H.; XIA, Q.; KANG, C. Fundamental review of the OPF problem: Challenges, solutions, and state-of-the-art algorithms. **Journal of Energy Engineering**, Reston, v. 144, n. 1, p. 04017075 (1–12), fev. 2018. ISSN: 0733-9402. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EY.1943-7897.0000510](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EY.1943-7897.0000510).

ZHANG, Y.; WANG, J.; LI, Y.; WANG, X. An extension of reduced disjunctive model for multi-stage security-constrained transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 33, n. 1, p. 1092–1094, jan. 2018. ISSN: 0885-8950. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2017.2707282>.

ZHU, J. Optimal power flow. *In*: ZHU, J. (ed.). **Optimization of Power System Operation**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Ltd, 2015. a. Cap. 8, p. 297–364.

ZHU, J. Power flow analysis. *In*: ZHU, J. (ed.). **Optimization of Power System Operation**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Ltd, 2015. b. Cap. 2, p. 13–50.