unesp UNESP - UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO MESQUITA FILHO"
CAMPUS GUARATINGUETÁ

MARCELO VILELA FIGUEIREDO

MODELO MULTIOBJETIVO DE ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS COMBINADO COM DESENVOLVIMENTO DE FUNÇÕES EMPÍRICAS E OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO

Guaratinguetá

2017

MARCELO VILELA FIGUEIREDO

MODELO MULTIOBJETIVO DE ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS COMBINADO COM DESENVOLVIMENTO DE FUNÇÕES EMPÍRICAS E OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, na área de Modelagem Organizacional.

Linha de Pesquisa: Modelagem Organizacional

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva (UNESP)

Guaratinguetá

2017

F475m

Figueiredo, Marcelo Vilela

Modelo multiobjetivo de análise envoltória de dados combinado com desenvolvimento de funções empíricas e otimização via simulação Monte Carlo / Marcelo Vilela Figueiredo – Guaratinguetá, 2017.

82 f : il.

Bibliografia: f. 69-76

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva

1. Processo decisório por critério múltiplo. 2. Monte Carlo, Método de. 3. Otimização matematica. I. Título

CDU 65.012.4(043)

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MARCELO VILELA FIGUEIREDO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO"

PROGRAMA: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - Mestrado Acadêmico
ÁREA: GESTÃO DE OPERAÇÕES

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Otávio José de Oliveira
Coordenador

B A N C A E X A M I N A D O R A:

Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA
Orientador / UNESP-FEG

Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
UNESP-FEG

Prof. Dr. RAFAEL DE CARVALHO MIRANDA
UNIFEI

DADOS CURRICULARES

MARCELO VILELA FIGUEIREDO

NASCIMENTO	23.06.1986 – BOA ESPERANÇA / MG
FILIAÇÃO	Mateus Vilela Figueiredo Analúcia Vilela Figueiredo
2006/2010	Curso de Graduação em Engenharia de Produção Universidade Federal de Ouro Preto
2012/2013	Especialização em MBA Gestão da Produção Universidade Estadual Paulista

Ao meu pai, minha eterna inspiração e minha mãe, por todo cuidado e por ser a base emocional

À minha família como suporte para todas conquistas

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Mateus Vilela Figueiredo, meu eterno exemplo de perseverança e honestidade, valores que tenho orgulho de ter adquirido plenamente por meio da convivência familiar e Analúcia Vilela Figueiredo, pelo carinho, atenção, educação e dedicação sempre presentes no meu dia a dia, sem os quais não me estabilizaria emocionalmente nos momentos mais difíceis da minha vida.

Aos meus irmãos Márcia e Marcos, meus melhores amigos, minha base de confiança e alegria onde posso contar sempre com um forte apoio para qualquer problema que possa enfrentar.

Aos meus familiares por sempre me acolherem com alegria e dedicação, me ajudando da melhor forma possível em todos os momentos possíveis.

A toda a equipe da UNESP por me incentivar e contribuir para meu trabalho, fazendo parte desta conquista.

Ao orientador professor Dr. Aneirson Francisco da Silva por todo apoio, ajuda e conhecimentos compartilhados em todas conversas e reuniões.

Ao professor Dr. Fernando Augusto Silva Marins por todo incentivo desde o começo do curso.

À AmstedMaxion e todos colaboradores por todo conhecimento adquirido, onde pude colocar em prática tudo o que aprendi na teoria.

“A alegria está na luta, na tentativa, no sofrimento envolvido. Não na vitória propriamente dita”

Mahatma Gandhi

FIGUEIREDO, M. V. **Modelo Multiobjetivo de Análise Envoltória de Dados combinado com desenvolvimento de funções empíricas e Otimização via Simulação Monte Carlo** 2017. XXX f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017

RESUMO

O controle de qualidade é um dos principais pilares para um bom rendimento de uma linha produtiva, visando garantir maior eficiência, eficácia e redução de custos de produção. A identificação de causas de defeitos e o controle das mesmas é uma atividade relativamente complexa, devido à infinidade de variáveis presentes em determinados processos. Na produção de itens à base de aço fundido, objetiva-se reduzir defeitos de fundição (rechupes, trincas, problemas dimensionais, entre outros), os quais podem ser ocasionados por diversas variáveis de processo, tais como: composição química do aço, temperatura de vazamento e propriedades mecânicas. Em virtude disso, o presente trabalho foi desenvolvido em uma indústria siderúrgica de grande porte, a qual atua na produção de componentes ferroviários e industriais. Por meio de sua extensa base de dados, foram avaliadas as eficiências dos produtos produzidos, sendo os mesmos denominados DMU (*Decision Making Units*).Para tal foi aplicada a BiO-MCDEA (*Bi Objective Data Envelopment Analysis)* em sete DMUs produzidas à base de aço fundido em função de 38 variáveis de processos. Nesta aplicação foram evidenciadas as variáveis de processos (*input/output)* influentes na determinação da eficiência das DMUs.Uma vez obtidos tais resultados, foram desenvolvidas funções empíricas para as variáveis respostas em função das variáveis de processos influentes por meio de regressão não-linear múltipla. Por fim foi realizada a Otimização via Simulação Monte Carlo de forma a determinar com quais valores se deve trabalhar com cada *input* para a otimização das funções empíricas. Os resultados obtidos foram satisfatórios, sendo bem condizentes com a realidade da empresa e a abordagem aplicada por meio da combinação de diferentes ferramentas se mostrou aderente à realidade estudada, e também inovadora.

PALAVRAS-CHAVES: Programação multiobjetivo. BiO-MCDEA. Simulação Monte Carlo. Regressão não-linear múltipla. Otmização.

FIGUEIREDO, M. V. **Multi-Objective Data Envelopment Analysis Model combined with Empirical Function development and Optimization via Monte Carlo Simulation.** 2017. XXX f. Dissertation (Master's in Industrial Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

ABSTRACT

Quality control is one of the pillars to guaranty a good yield on a production line, aiming to reach better efficiency, effectiveness and reduction of production costs.The identification of defects causes and its control is an activity relatively complex, due to the infinity of variables on some process. One of the most important objectives on a Steel Castings Parts production is to reduce castings defects (shrinkage, cracks, dimensional problems, etc.), that can be caused by several process variables, such asChemical Composition,Pouring Temperature and Mechanical Properties. Due to the mentioned explanations, this study was developed at a large steel industry, which produces rail and industrial parts. The efficiency of the produced parts, called DMU (Decision Making Units), was analyzed through an extensive data base. It was done by using BiO-MCDEA (Bi Objective Data Envelopment Analysis) on seven DMUs, which are steel casting parts, in function of 38 process variables. Additionally, the process variables influents on the DMU's efficiency determination were evidenced through the mentioned implementation. Once those results were obtained, empirical functions were developed for the response variables in function of the influents process variables through multiple non-linear regression. Finally an optimization via Monte Carlo Simulation was implemented in order to determine the inputs values necessary to optimize the empirical functions. The achieved results were satisfactory, being consistent with the industry's reality and the applied methodology through the combination of different tools were effectiveness and innovative.

Keywords: Multi Objective programming. BiO-MCDEA. Monte Carlo Simulation. Non-linear multiple regression. Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Publicações e citações utilizando as palavras-chave "Multiple Criteria Data Envelopment Analysis and MCDEA"..... *19*
Figura 2: Publicações e citações utilizando a palavra-chave "Optimization via Monte Carlo Simulation"..... *19*
Figura 3: Publicações e citações utilizando a palavra-chave "Optimization via Monte Carlo Simulationand Regression Analysis"..... *20*
Figura 4: Conjunto de Produção. *22*
Figura 5: Rendimentos de escala. *23*
Figura 6: Diagrama de Farrel. *25*
Figura 7: Eficiência Técnica. *26*
Figura 8: Conjunto de Soluções Pareto ótimas. *35*
Figura 9: Duas funções objetivos para um problema fictício de otimização. *36*
Figura 10: Ilustração das abordagens mono e multi estágio. *41*
Figura 11: Pseudo Código para solução de problemas de otimização por meio de OvSMC multi estágio...... *42*
Figura 12: OLS...... *45*
Figura 13: Componentes de sustentação e acoplamento de vagões. *48*
Figura 14: Componentes industriais...... *48*
Figura 15: Processo de modelagem. *49*
Figura 16: Fluxograma de Produção. *50*
Figura 17: Ilustrações dos defeitos de trinca e rechupe..... *51*
Figura 18: Fluxograma de execução do projeto...... *57*
Figura 19: Resultado otimizado para o outputY1 na OvSMC determinística. *62*
Figura 20: Resultado otimizado para o outputY2 na OvSMC determinística. *62*
Figura 21: Distribuição de probabilidades triangular para a variável aleatória x ~ T [LB, CV, UB]..... *64*
Figura 22: Resultado otimizado para a variável de saída Y_1 na OvSMC com correlação...... *64*
Figura 23: Resultado otimizado para a variável de saídaY_2 na OvSMC com correlação. *65*
Figura 24: Inserção da correlação em Problemas de OvSMC no otimizador Optquest. *77*
Figura 25: Definição dos objetivos e requesitos no otimizador Optquest...... *78*
Figura 26: Definição das variáveis de decisão no otimizador optquest...... *78*
Figura 27: Opções para executar a OvSMC...... *79*

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resultados da Pesquisa Bibliográfica. 19
Tabela 2: Eficiência das DMUs. 56
Tabela 3: Peso das variáveis input e output para cada DMU no modelo BiO-MCDEA. 57
Tabela 4: Estatísticas da Função Empírica obtida para "Número de Trincas Externas". 60
Tabela 5: Estatísticas da Função Empírica obtida para "Número de Trincas Internas". 61
Tabela 6: Valores de variáveis de entrada e variáveis de saída obtidos pela otimização sem incerteza. 62
Tabela 7: Pearson Correlation Values (p-values) para variáveis de entrada. 63
Tabela 8: Intervalos para variáveis de saída obtidos na OvSMCcom correlação. 65
Tabela 9 :Valores para variáveis de entrada obtidos na OvSMC com correlação. 65
Tabela 10: Valores extraídos da base de dados para validação da OvSMC com correlação. 66
Tabela 11: Valores dos inputs. 81
Tabela 12: Valores dos outputs. 82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Outputs considerados na modelagem por meio do Bio-MCDEA. *51*
Quadro 2: Inputs considerados na modelagem. *52*

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 16

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 16

1.2. QUESTÕES DA PESQUISA E OBJETIVOS 16

1.2.1. Objetivo geral 17

1.2.2. Objetivos específicos: 17

1.3. MATERIAL E MÉTODOS 17

1.4. JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA 18

1.5. DELIMITAÇÃO DA PESQUISA 21

1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO 21

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 22

2.1. CONCEITOS DE TEORIA DA PRODUÇÃO E PRODUTIVIDADE 22

2.1.1. Teoria da Produção 22

2.1.2. Produtividade, eficiência e eficácia 23

2.2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS 26

2.3. DEA CCR e BCC 29

2.3.1. Modelo Multiobjetivo de Análise Envoltória de Dados 30

2.3.2. Minsum-CCR 31

2.3.3. BiO-MCDEA 32

2.4. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO 32

2.4.1. Definições de Otimização Multiobjetivo 32

2.4.2. Métodos de Otimização Multiobjetivo e Programação por Metas 36

2.5. OTIMIZAÇÃO via simulação monte carlo e funções empíricas 40

2.5.1. Otimização via Simulação Monte Carlo 40

2.5.2. Funções Empíricas 43

3. DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS 48

3.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA 48

3.1.1. Identificação do problema 49

3.1.2. Coleta de dados 49

3.1.3. Modelagem do problema 55
3.1.4. Solução do modelo 55
4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS 67
4.1. VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS 67
4.2. Proposta para Futuras Pesquisas 68
REFERÊNCIAS 69
Anexo A – Inserção da correlação em problemas de oVsmc 77
Anexo B – Inserção DO MODELO NO OTIMIZADOR OPTQUEST 78
APÊNDICE A – PUBLICAÇÕES EM CONGRESSOS 80
APÊNDICE B – valores dos INPUTS 81
APÊNDICE C – VALORES DOS OUTPUTS 82

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentadas as considerações iniciais, as questões da pesquisa, os objetivos do estudo, a justificativa, a delimitação da pesquisa, os materiais e métodos utilizados e, por fim, a estrutura desta dissertação.

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desperdício é definido por Ghinato (2002) como atividade completamente desnecessária, que gera custo e não agrega valor, devendo ser totalmente eliminada. Já segundo Reis (1994), o desperdício é definido como a utilização de recursos de forma descontrolada, abusiva, irracional e inconsequente.

Sajadieh *et al.* (2013) citam que a eliminação dos desperdícios é uma das mais eficazes formas de tornar qualquer tipo de negócio rentável. Conforme a filosofia do Sistema Toyota de Produção (*Lean Manufacturing*), os oito desperdícios são: superprodução, movimentação, transporte, estoque, defeitos, tempo de espera, superprocessamento e má utilização do capital humano(KORYTKOWSKI e KARKOSZKA, 2016).

Dentre os desperdícios encontrados em uma linha de produção, destacam-se os defeitos, os quais são definidos por Menegon *et al.* (2003) como produtos com alguma de suas características fora da especificação e que, por esta razão, não satisfazem aos requisitos de aplicação.

Encontram-se, na literatura, diversas aplicações de ferramentas estatísticas, de simulação e MCDEA para avaliação de eficiência,sendo utilizadas na avaliação do nível de qualidade de determinado produto ou processo, dentre as quais podem-se destacar:

- MCDEA (*Multi Criteria Data Envelopment Analysis Fuzzy*) (SILVA e MARINS, 2015).
- Funções empíricas (WÖLK *et al.*, 2002).
- OvSMC (Otimização via Simulação Monte Carlo)(MADIC *et al.*, 2014).

1.2. QUESTÕES DA PESQUISA E OBJETIVOS

Por meio de pesquisas realizadas nas bases de dados (*Web of Science*), foram identificadas lacunas de pesquisa, o que gerou algumas questões de pesquisa:

- Como combinar a MCDEA com a OvSMC para avaliar eficiência de processos produtivos na área siderúrgica?
- Há vantagens em se utilizar o modelo MCDEA na seleção de variáveis *input* e *output* na análise de eficiência de processos produtivos na área siderúrgica?
- Como validar estatisticamente os resultados da OvSMC quando aplicada na análise de eficiência de processos produtivos na área siderúrgica?

1.2.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho foi propor uma abordagem inovadora, combinando um modelo Multiobjetivo de Análise Envoltória de Dados com o desenvolvimento de funções empíricas e a Otimização via Simulação Monte Carlo.

Na abordagem em questão, utilizou-se como objeto de estudo uma vasta base de dados composta por diferentes variáveis que fazem parte da produção e controle de qualidade de produtos produzidos à base de aço fundido, tais como: composição química do aço, propriedades mecânicas do aço, defeitos de conformação (trinca, rechupe, inclusão e dimensionais), entre outros.

De forma a atender ao objetivo geral, foram utilizadas as referidas ferramentas em conjunto para se minimizar a incidência de defeitos de conformação que influenciam significativamente na eficiência dos produtos estudados.

1.2.2. Objetivos específicos:

- Avaliar a eficiência da produção de diferentes peças ferroviárias por meio do modelo MCDEA.
- Determinar as variáveis (*input* e *output*) relevantes na produção de peças ferroviárias por meio do modelo MCDEA.
- Desenvolver funções empíricas que representem adequadamente o processo produtivo de fundidos ferroviários e industriais.
- Validar estatisticamente os resultados gerados pela OvSMC no ajuste proposto às variáveis identificadas como relevantes pelo modelo MCDEA.

1.3. MATERIAL E MÉTODOS

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), Miguel *et al*. (2010) e Bryman e Bell (2007), este trabalho pode ser classificado como uma pesquisa aplicada, com objetivos

empíricos descritivos, pois o modelo desenvolvido descreve de forma adequada as relações causais que podem existir na realidade, favorecendo a compreensão de processos reais. A forma de abordar o problema é quantitativa, sendo o método de pesquisa a modelagem e a simulação.

A base de dados deste trabalho foi coletada na linha de produção de uma indústria siderúrgica de grande porte por meio dos registros de produção e de controle de processos.

A aplicação dos métodos quantitativos utilizados neste trabalho foi realizada por meio dos seguintes *softwares:*

- Minitab®: realizar Testes de Correlação entre variáveis de entrada ou fatores (*input*).
- Ms-Excel®: por meio de Programação em VBA para modelar e otimizar o modelo BiO-MCDEA.
- Ms-Excel®: por meio do algoritmo mínimos quadrados ordinários, desenvolveram-se as funções empíricas.
- *Crystal Ball*® em conjunto com o otimizador *Optquest*: realizar a OvSMC. O otimizador Optquest utiliza três metaheurísticas (Busca tabu, Busca dispersa e Algoritmo Evolutivo) em conjunto com redes neurais artificiais (ORACLE, 2016).

1.4. JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA

Ghasemi *et al.* (2014) afirmam que a MCDEA tem ampla aplicação prática na determinação de eficiência relativa de DMUs(*Decision Making Units*). Falagario (2012) cita que esta ferramenta tem sido uma das áreas da PO (Pesquisa Operacional) com maior ritmo de crescimento, tornando-se uma importante ferramenta para análise de eficiência em empresas públicas e privadas.

Longo (2006) define a OvSMC como uma técnica eficaz para resolver problemas matemáticos estocásticos. Em Kandel *et al.*(2016), Tan *et al.* (2014) e Behara *et al.* (2011), pode-se encontrar a descrição e a análise de trabalhos que utilizaram a técnica estatística de análise de regressão para obter funções empíricas associadas a diversos problemas industriais.

As Figuras 1 e 2 mostram os resultados relativos a publicações e citações, obtidos na *Web of Science*, utilizando, respectivamente, as palavras-chave "*Multiple Criteria Data Envelopment Analysis and MCDEA"* e "*Optimization via Monte Carlo Simulation*".

Estes resultados atestam que tais ferramentas têm sido bastante adotadas nas soluções de diversos problemas em variados contextos, entretanto, não foi encontrada nenhuma ocorrência da combinação destas duas ferramentas, conforme contemplado na Tabela 1.

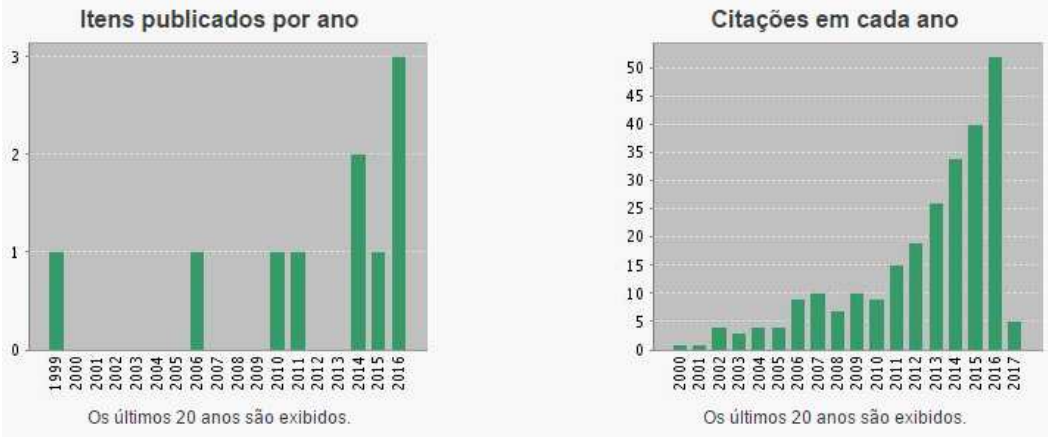


Figura 1: Publicações e citações utilizando as palavras-chave "*Multiple Criteria Data Envelopment Analysis and MCDEA"*.
Fonte: *Web of Science* (2017).

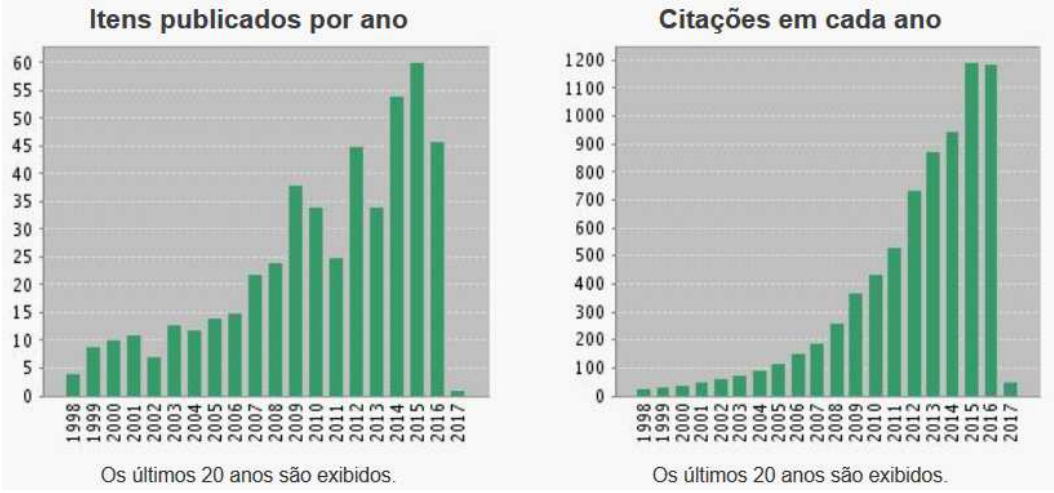


Figura 2: Publicações e citações utilizando a palavra-chave "*Optimization via Monte Carlo Simulation*".
Fonte: *Web of Science* (2017).

Existem várias publicações de artigos citando (separadamente) OvSMC, *Monte Carlo Simulation* e MCDEA na base (*Web of Science*), tais como Longo (2006), Kazantsev *et al.* (2015) e Rasmussen *et al.* (2012), porém, ao combinar as palavras-chave (*Optimization via Monte Carlo Simulation* e MCDEA), não foi encontrado nenhum resultado, evidenciando, assim, uma lacuna de pesquisa, conforme mostrado na Tabela 1.

A Tabela 1 exibe pesquisas conjuntas das palavras-chave deste trabalho, comprovando que o tema foi vagamente explorado:

Tabela 1: Resultados da Pesquisa Bibliográfica.

Base de Dados	Palavra-Chave	Ocorrência
Web of Science	*Optimization Via Monte Carlo Simulation*	495
Web of Science	*Multiple Criteria Data Envelopment Analysis and* MCDEA	10
Web of Science	*Multiple Criteria Data Envelopment Analysis and Regression Analysis*	7
Web of Science	*Monte Carlo Simulation*	148.196
Web of Science	MCDEA *and Optimization via Monte Carlo Simulation*	0
Web of Science	MCDEA *and Freight Wagon Parts*	0
Web of Science	*Optimization via Monte Carlo Simulation and Foundry*	0
Web of Science	*Optimization via Monte Carlo Simulation and Regression Analysis*	16

Fonte: Web of Science (2017).

A Figura 3 contempla uma pesquisa feita na base de dados *Web of Science* com as palavras-chave (*Optimization via Monte Carlo Simulation and Regression Analysis*). Percebe-se que este assunto vem sendo estudado recentemente, tendo sido publicados três artigos em 2016 e, no mesmo ano, este tema foi citado mais de trinta vezes:

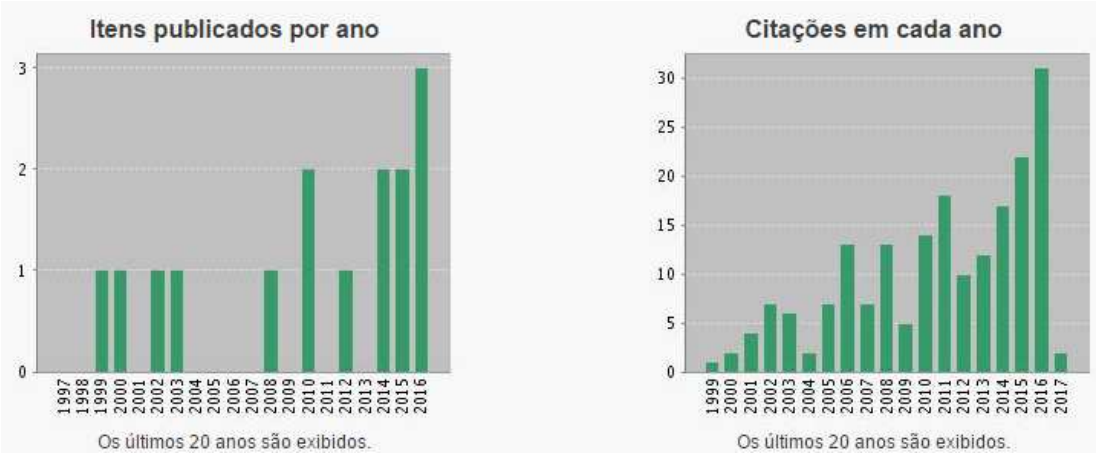


Figura 3: Publicações e citações utilizando a palavra-chave "*Optimization via Monte Carlo Simulationand Regression Analysis*".
Fonte: *Web of Science* (2017).

1.5. DELIMITAÇÃO DA PESQUISA

Como delimitação desta pesquisa, para a obtenção das funções empíricas, foi utilizado o algoritmo OLS (*Ordinary Least Squares*) (LIU *et al*., 2016), enquanto, na OvSMC, foi utilizado o otimizador *Optquest* (YANG, 2010) e o modelo MCDEA adotado foi o BiO-MCDEA (GHASEMI *et al.*, 2014), pois é o modelo mais recente dentre os modelos MCDEA, apresentando bons resultados com relação ao aumento da discriminação entre as DMUs.

1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em mais três capítulos além deste. No Capítulo 2, é apresentado o referencial teórico, contendo temas pertinentes ao trabalho e os métodos quantitativos MCDEA, Funções Empíricas e OvSMC. Já no Capítulo 3, são abordadas a descrição e a modelagem do problema, bem como a apresentação dos resultados e suas análises. Por fim, no Capítulo 4, são apresentadas as conclusões, verificação dos objetivos e recomendações para futuras pesquisas, seguidas das referências, anexos e apêndices.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. CONCEITOS DE TEORIA DA PRODUÇÃO E PRODUTIVIDADE

Neste capítulo, serão abordados conceitos de Teoria da Produção e Produtividade, sendo que tais conceitos fundamentam os objetivos e os métodos quantitativos utilizados neste trabalho.

2.1.1. Teoria da Produção

Varian (2015) afirma que há diversas maneiras de se obter o mesmo produto utilizando combinações diferentes de insumos, os quais são representados por trabalho, matéria-prima, investimentos, entre outros. Segundo o mesmo autor, o conjunto de possíveis combinações de insumos e produtos que são viáveis é chamado de FPP (Fronteira de Possibilidades de Produção), demonstrando as escolhas tecnológicas possíveis que a empresa pode utilizar.

O máximo que se pode obter de produtos a partir de determinada quantidade de insumos é dado pela função de produção (VARIAN, 2015). A função de produção não é estática, pois, na medida que a tecnologia se desenvolve, é possível produzir mais produtos com menos insumos (VARIAN, 2015). A Figura 4 aborda o exemplo de uma FPP e sua função de produção:

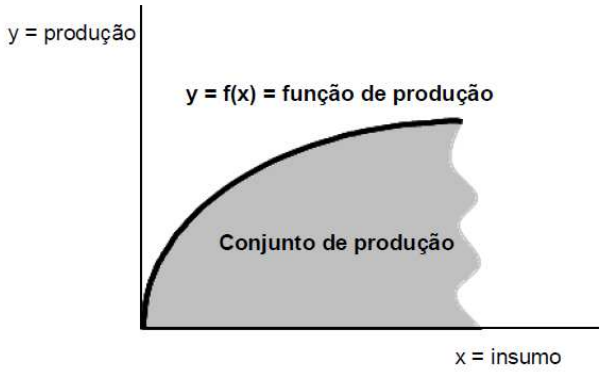


Figura 4: Conjunto de Produção.
Fonte: Varian (2015).

Outra análise importante é a curva isoquanta, que consiste na forma de descrever a relação de produção entre dois ou mais insumos, representando as possíveis combinações de insumos que resultam no mesmo volume de produção (PINDYCK e RUBINFELD, 2010).

Pindyck e Rubinfeld (2010) definem rendimento de escala como taxa de crescimento do produto à medida que os insumos crescem proporcionalmente, conforme alguns exemplos ilustrados na Figura 5:

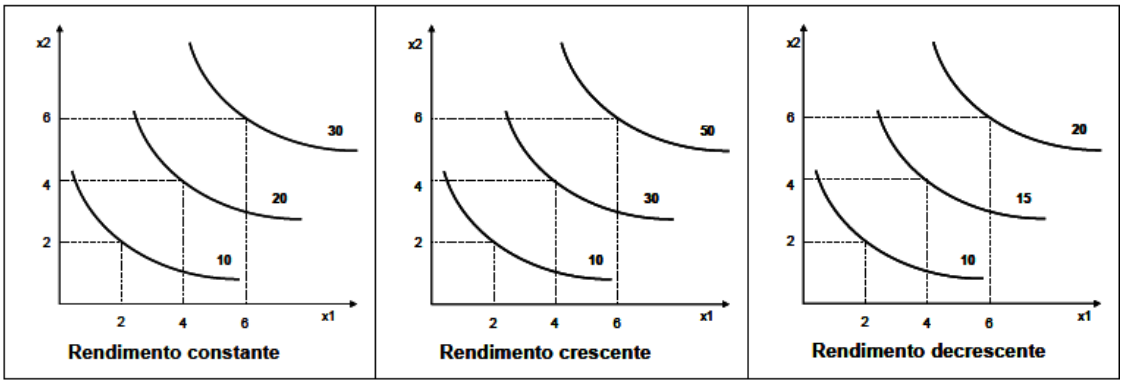


Figura 5: Rendimentos de escala.
Fonte: Pindyck e Rubinfeld (2010).

Como pode ser observado na Figura 5, existem três casos diferentes exibindo a relação entre a quantidade produzida e os insumos consumidos:

- Rendimento constante: a quantidade produzida aumenta na mesma taxa do consumo de insumos (ao se dobrar o consumo de insumos, a quantidade produzida também dobra).
- Rendimento crescente: a quantidade produzida tem um nível de aumento maior do que a quantidade de insumos (ao se dobrar o consumo de insumos, a quantidade produzida triplica).
- Rendimento decrescente: a quantidade produzida tem um nível de aumento menor do que a quantidade de insumos (ao se dobrar o consumo de insumos, a quantidade produzida aumenta em 50%).

2.1.2. Produtividade, eficiência e eficácia

Produtividade, eficiência e eficácia são termos cujas definições são comumente confundidas (VARIAN, 2015). No trabalho do mesma autor, em linhas gerais, são traçadas as definições de eficiência, eficácia e produtividade da seguinte forma:

- Eficácia: está ligada ao atendimento das metas estabelecidas, sem levar em consideração os recursos utilizados;
- Produtividade: consiste na razão entre o que foi produzido e o que foi gasto para se produzir (exemplo: peças / hora homem);

- Eficiência: é um conceito relativo, que compara o que foi produzido com o que poderia ter sido produzido utilizando os mesmos recursos.

Definições similares, porém mais simplificadas, são encontradas em Mello *et al*. (2005):

- Eficácia: Quantidade produzida;
- Produtividade: Razão entre produtos e recursos;
- Eficiência: Relação com certas comparações entre produtividades.

Já de acordo com Pindyck e Rubinfeld (2010), a produtividade é a medida de desempenho mais tradicional, sendo utilizada como métrica na medida de produtividade total, a qual deve considerar todos os insumos e produtos.

O problema de se trabalhar com fatores de diferentes unidades de medida, tais como mão de obra e insumo, pode ser contornado por meio de uma soma ponderada de produtos dividida pela soma ponderada de recursos, de forma a se aproximar mais da realidade (PINDYCK e RUBINFELD, 2010).

Os mesmos autores citam um exemplo de cálculo de produtividade total de um processo composto por 3 entradas para produzir 2 saídas conforme equação (1):

$$Produtividade\ Total = \frac{saída_1.u_1 + saída_2.u_2}{entrada_1.v_1 + entrada_2.v_2 + entrada_3.v_3} \qquad (1)$$

Sendo:

u_1 e u_2 pesos atribuídos às saídas;

v_1, v_2 e v_3 pesos atribuídos às entradas;

No trabalho de Lacoste *et al.* (2015), é citado que Vilfredo Pareto (1848-1923) foi um dos primeiros a estudar o conceito de eficiência e que sua teoria consiste na seguinte definição: se houver uma maneira de se melhorar a situação de uma pessoa sem piorar a de outra, haverá uma melhoria de Pareto. Varian (2015) complementa que, se não puder ser feita nenhuma melhoria, a alocação é dita Pareto-eficiente.

Cooper *et al.* (2006) citam que Koopmans (1951) adotou em seu trabalho a propriedade de Pareto no ambiente produtivo, em um contexto em que nenhuma saída poderia ser melhorada se piorasse uma ou mais saídas ou entradas. De acordo com o referido autor, não haveria como melhorar uma entrada sem piorar uma ou mais entradas ou saídas. Esta proposta ficou conhecida como eficiência de Pareto-Koopmans.

Outro método de medida de eficiência técnica foi desenvolvido no trabalho de Debreu (1951), a qual é definida como a máxima redução das entradas ou expansão das saídas dentro das fronteiras tecnológicas, mantendo a mesma produção ou o mesmo consumo.

Baseado no trabalho de Debreu (1951), Farrel (1957) construiu uma fronteira linear por partes baseada nas observações, a qual era calculada por meio de sistemas de equações lineares e possibilitava não só definir as unidades eficientes e não eficientes, bem como decompor a medida em duas outras componentes: uma técnica e outra alocativa. Esta metodologia ficou conhecida como Debreu-Farrel e o diagrama de Farrel (1957) é representado na Figura 6:

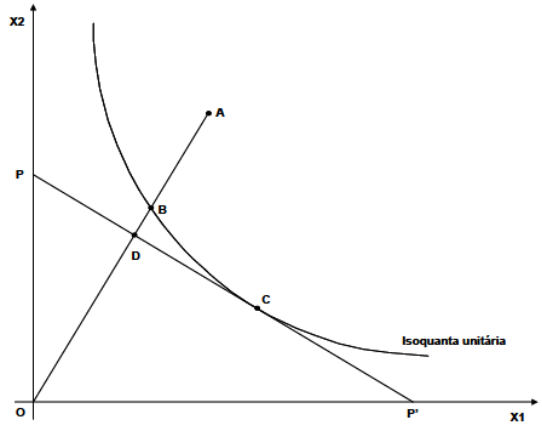


Figura 6: Diagrama de Farrel.
Fonte: Adaptado de Farrel (1957).

Dados dois insumos (entradas) utilizados para se produzir determinado produto, a isoquanta unitária é obtida por meio das observações e a linha PP' representa o preço relativo dos insumos (isocusto). As medidas de eficiência são definidas como distâncias radiais a partir da origem e as unidades B e C são eficientes, mas somente C é eficiente tanto na utilização dos recursos quanto em relação aos preços. Dessa forma, C é eficiente técnica e alocativamente. A eficiência de B pode ser calculada da seguinte forma:

- Eficiência técnica: é dada por $\frac{OB}{OA}$ e está associada à utilização de recursos;
- Eficiência alocativa: é dada por $\frac{OD}{OB}$ e está ligada aos preços dos insumos;
- Eficiência total: é dada por $\frac{OD}{OA}$

Varian (2015) diferencia as metodologias Pareto-Koopmans e Debreu-Farrel por meio da representação do espaço de entrada, relativo aos conjuntos de possibilidades de produção, conforme exibido na Figura 7:

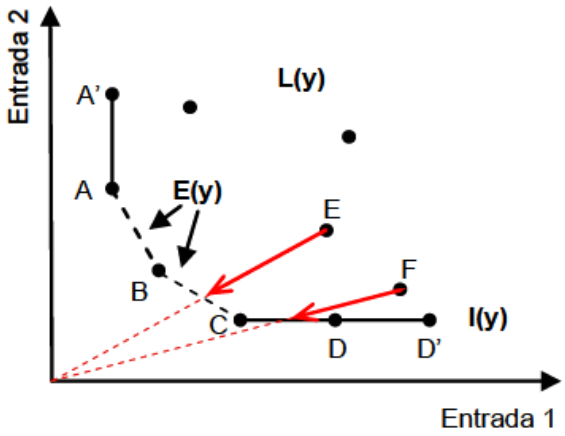


Figura 7: Eficiência Técnica.
Fonte: Varian (2015).

De acordo com a análise de Varian (2015), o subconjunto eficiente E(y) atende ao conceito de Pareto, uma vez que seus planos de operação A, B e C não possuem desperdícios de recursos (entrada 1 e entrada 2). Por outro lado, a unidade D poderia produzir a mesma quantidade (mantendo-se na isoquanta I(y)), porém utilizando menos recurso "entrada 1" (VARIAN, 2015).

Segundo o mesmo autor, dessa forma a unidade D pode ser considerada eficiente por Debreu-Farrel, por não comportar mais reduções radiais, mas não é eficiente de acordo com a teoria de Pareto-Koopmans.

Em relação ao conceito de CE (Eficiência de Custo), Ragwitz e Steinhilber (2014) definem a eficiência estática como uma métrica que consiste na mensuração da eficiência em função do custo gerado para se alcançar uma meta estipulada.

No trabalho de Fang e Li (2015), é abordada a CE dentro do campo MCDEA. Farrel (1957) define CE como a habilidade de cada DMU em se consumir os *inputs* a custos mínimos para se atingir os *outputs* desejados.

Em modelos referentes à CE, os custos de cada *input* devem ser exatamente conhecidos, porém os custos de produção são incertos e estão sujeitos a alterações (FANG e LI, 2015).Para solucionar tal situação, alguns pesquisadores desenvolveram modelos utilizando a lógica *fuzzy* de forma a direcionar o fator incerteza aos custos de produção (VALAMI, 2009; ABDOLI *et al*., 2011 e JOLLY e YADAV, 2016).

2.2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

A base do DEA (*Data Envelopment Analysis*) surgiu, de acordo com Ferreira e Gomes (2009) na década de 1950, com o intuito de alocar de forma eficiente recursos na

economia por meio de métodos matemáticos de programação. Segundo os mesmos autores, posteriormente foi proposto o método Simplex, o qual também serviu como base para o DEA.

Charnes *et al*. (1978) desenvolveram o modelo original de DEA com o objetivo de comparar o desempenho de escolas públicas norte americanas que participavam ou não de determinado programa do governo federal. Neste modelo, as DMU's seriam as escolas analisadas, *inputs* seriam as horas de dedicação dos professores e horas dedicadas da mãe em leitura com o filho e *outputs* seriam melhoras no desempenho dos alunos, nas habilidades psicomotoras e na autoestima.

O modelo DEA proposto por *Charnes et al.* (1978) é descrito nas expressões (2) – (5):

$$\max W_0 = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} \Big/ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} \tag{2}$$

Sujeito a:

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} \Big/ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{3}$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \tag{4}$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{5}$$

De modo que DMU_0 é a DMU em avaliação ou em análise; W_0 a eficiência relativa para a DMU_0; y_{r0} e x_{i0} os *outputs* e *inputs* vinculados a DMU_0; com *j* DMUs, sendo *j* = 1, 2, ..., *n*; *r* como índice de *outputs*, sendo *r* = 1, 2, ..., *s*; *i* sendo o índice dos *inputs*, com *i*=1, 2, ..., *m*; y_{rj} o valor do *output r* para a *j-ésima* DMU; x_{ij} o valor do *input i* para a DMU_j; u_r o peso associado ao *output r*; v_i o peso associado ao *input i*.

Os autores Sueyoshi e Goto (2012) afirmam que a DEA tem sido um método quantitativo amplamente utilizado na avaliação de eficiência de empresas nos setores públicos e privados. Neste contexto, Friesner *et al.* (2013) complementam que a DEA é uma das mais populares ferramentas para se medir eficiência em relação a custos e produtividade. Estes autores citam algumas vantagens em se utilizar DEA na determinação de eficiência, tais como:

- DEA não incorpora regras rígidas, permitindo aos pesquisadores coletarem apenas dados de *inputs* e *outputs* que forem relevantes para as DMUs.

- DEA é não paramétrico, podendo correlacionar *inputs* e *outputs* com diferentes unidades de medidas.
- Ao contrário de outras alternativas, tais como a SFA(Análise de Fronteira Estocástica), a aplicação da DEA para se estimar a eficiência de DMUs que produzem múltiplos *outputs* é relativamente simples.

Outras características importantes da modelagem DEA são citadas no trabalho de Azadeh *et al.* (2013), tais como:

- O método identifica a melhor prática para as unidades, de forma que nenhuma outra combinação linear das mesmas será maior que todos os *outputs* ou menor que todos os *inputs*.
- A ideia fundamental da DEA é que todos os dados sejam representados em forma de valores.
- DEA assume valores menores que 1 para DMUs ineficientes e igual a 1 para DMUs eficientes.
- É disponibilizado um *ranking* para DMUs ineficientes, porém o mesmo não acontece para as DMUs eficientes.

Um exemplo de modelagem de problema via DEA abrangendo todas as vantagens citadas pode ser encontrado em Sueyoshi e Goto (2012), pois tais autores modelaram um problema para ranquear firmas de energia em função de suas eficiências. Os resultados obtidos foram satisfatórios, condizendo com a realidade.

Na literatura, podem-se encontrar diferentes contribuições para a modelagem DEA, tais como o trabalho de Khouja (1995), no qual foi proposto um modelo de auxílio de tomada à decisão de escolha de tecnologia por meio de um processo de duas fases:

- Na fase 1, DEA foi utilizada para obter as melhores especificações dos vendedores nos parâmetros de desempenho das tecnologias.
- Na fase 2, um modelo de auxílio à tomada de decisão em casos de múltiplos atributos foi utilizado para escolher a tecnologia ideal dentre as identificadas na fase 1.

Outra contribuição pode ser encontrada em Sinuany-Stern *et al.* (2000), por meio da extensão da DEA aplicada à classificação como eficiente ou ineficiente para um *ranking* geral de DMUs.

Como outro ponto positivo, a DEA pode ser aplicada em conjunto com diversos métodos, tais como:

- DEA, Algoritmo Genético (GE) e Simulação (PARK *et al.*, 2014).
- Método de Análise Hierárquica (AHP) e DEA (SINUANY-STERN *et al.*, 2000).
- Teoria dos *Rough Sets*, Redes Neurais e DEA (LIN *et al.*, 2013).

Na próxima seção, serão apresentados os modelos clássicos de DEA.

2.3.DEA CCR E BCC

Quando introduziram a DEA, Charnes *et al.* (1978) utilizaram dois *inputs* e um *output* para mostrar a fronteira de eficiência e a localização das DMUs. Isso foi feito por meio da transformação de três variáveis em duas variáveis: *input* 1 dividido pelo *output* e *input* 2 dividido pelo *output* (CHARNES *et al.*, 1978).

Dentre as divisões da DEA, tem-se o modelo DEA CCR proposto por Charnes *et al.* (1978), o qual assume CRS (*Constant Returns to Scale*). Esse modelo é primal, conhecido por modelos dos multiplicadores com orientação ao *input*, sendo apresentado em (6) – (10) (CHARNES *et al.*, 1978):

$$max\ W_o = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} \tag{6}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 \tag{7}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0, \ \ j = 1, 2, \dots, n \tag{8}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, s \tag{9}$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \tag{10}$$

Sendo x_{i0} o *input i* da DMU_0, y_{r0} o *output r* da DMU analisada (DMU_0), v_i o peso do *input i*, u_r o peso do *output r*, x_{ij} o *input i* e y_{rj} o *output r* da DMU *j*.

A função objetivo deste método está vinculada ao índice de eficiência W_0 da DMU_0, o qual é calculado pela razão entre o *output* virtual (soma ponderada dos *outputs*) e o *input* virtual (soma ponderada dos *inputs*).

Alguns anos depois, Banker *et al.* (1984), também, utilizaram a representação de um *input* e um *output* para demonstrar o VRS (Retorno Variável de Escala) para exibir a fronteira de eficiências, propondo, dessa forma, o modelo DEA BCC. A explicação do modelo DEA BCC é similar à do modelo DEA CCR, se diferenciando apenas na inclusão da variávelC_0, conhecida por fator de escala, conforme exibido na função objetivo (11) e na restrição (13):

$$max\ W_o = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} + C_0 \tag{11}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 \tag{12}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + C_0 \leq 0, j = 1, 2, \dots, n \tag{13}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, s \tag{14}$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m,\ C_0 \text{Irrestrita} \tag{15}$$

2.3.1. Modelo Multiobjetivo de Análise Envoltória de Dados

Os modelos DEA CCR e BCC podem descriminar adequadamente DMUs eficientes apenas em caso em que a regra de ouro de Banker *et al.* (1989) seja atendida. Essa regra determina a seguinte condição: para aplicar os modelos clássicos (CCR e BCC), a quantidade de DMUs deve ser maior ou igual a 3 vezes a soma do número de variáveis (*input* e *output*) ou ao produto das mesmas, adotando o critério que estabelecer a maior quantidade de DMU, conforme a expressão (16):

$$j \geq 3 \times (m + s)\ ou\ j \geq m \times s \tag{16}$$

Sendo *j* a quantidade de DMUs, *m* a quantidade de variáveis *inputs* e *s* a quantidade de variáveis *outputs*.

Para evitar esse problema, Li e Reeves (1999) propuseram o modelo MCDEA, descrito de (17) – (25):

$$\min d_0\ ou \max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} \tag{17}$$

$$\min M \tag{18}$$

$$\min \sum_{j=1}^{n} d_j \tag{19}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 \tag{20}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j \leq 0, j = 1, 2, \dots, n \tag{21}$$

$$M - d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \tag{22}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, s \tag{23}$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \tag{24}$$

$$d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \tag{25}$$

Sendo d_j a variável de desvio que mede a ineficiência para *j-ésima* DMU, d_0 o valor de ineficiência para a DMU analisada (DMU_0) e *M* a variável correspondende ao máximo valor de ineficiência. Os outros parâmetros e variáveis são análogos aos modelos anteriores.

2.3.2. Minsum-CCR

O modelo Minsum-CCR, exibido em (26) – (32), é derivado do modelo de Li e Reeves (1999), com a característica de considerar apenas um termo na função objetivo, observando que, para obter o modelo Minsum-BCC, basta incluir a variável C_0 em (28) (CHEN *et al*., 2009):

$$\min \sum_{j=1}^{n} d_j \tag{26}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 \tag{27}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{28}$$

$$M - d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \tag{29}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, s \quad (30)$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (31)$$

$$d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

2.3.3. BiO-MCDEA

Novos modelos de Análise Envoltória de Dados foram propostos para serem utilizados em casos onde a regra de ouro de Banker *et al*. (1989) não é atendida, tais como MCDEA, proposto por Li e Reeves (1999) e, posteriormente, o BiO-MCDEA, proposto por Ghasemi *et al*. (2014).

O modelo BiO-MCDEA é exibido em (33) – (39), e uma de suas características é a inclusão de um novo termo na função objetivo do modelo *Minsum*.Considerando o máximo desvio (*M*), os pesos (w_1 e w_2) na função objetivo e na parametrização (ε) para variáveis u_r, na restrição (37), e v_i, na restrição (38), que permitem, aumentar a discriminação entre as DMUs:

$$Min\ h = \left(w_2 M + w_3 \sum_{j=1}^{n} d_j \right) \quad (33)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1 \quad (34)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j = 0, \qquad j = 1, 2, \dots, n \quad (35)$$

$$M - d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (36)$$

$$u_r \geq \varepsilon, r = 1, 2, \dots, s \quad (37)$$

$$v_i \geq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m \quad (38)$$

$$d_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (39)$$

2.4. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

2.4.1. Definições de Otimização Multiobjetivo

Goldbarg e Luna (2005) citam em seu trabalho que as seguintes dicotomias podem ser utilizadas para classificar modelos matemáticos: monobjetivo ou multiobjetivo, linear

ou não linear, univariável ou multivariável, unidecisor ou multidecisor, contínuo ou discreto, monocritério ou multicritério, restritivo ou irrestritivo e, por fim, determinístico ou probabilístico.

Segundo Silva e Marins (2015), Multibojetivos e Multiatributos são classificações estabelecidas para dividir problemas multicritérios. Existem duas formas de abordagem para problemas multiobjetivos: por aglutinação ou por priorização. Em comum, ambas utilizam funções escalares, em que uma única função (aglutinada) é obtida por meio da transformação de múltiplas funções objetivos.

Deb (2001) e Silva *et al*. (2013) afirmam que, nesses problemas, o método de solução aplicada é utilizado para gerar as alternativas de tomada de decisão. Em casos reais de engenharia, é comum encontrar problemas com objetivos conflitantes, tais como custos e qualidade (IZUI *et al.*, 2015). Tais autores afirmam que, nesse tipo de situação, nenhuma solução é capaz de otimizar simultaneamente todos os objetivos. Para tal situação, a solução é obtida por meio de um conjunto Pareto de soluções ótimas.

Coelho *et al.* (2008) esclarecem que um problema de otimização multiobjetivo consiste em representar as funções objetivo por meio de um vetor de variáveis de decisão. Tais autores citam que a descrição matemática dos critérios de otimização que estão em conflito é formada por essas funções. Sendo assim, o termo “otimizar” significa encontrar um conjunto de soluções que não podem ser melhoradas simultaneamente (COELHO *et al.*, 2008).

No trabalho de Pantuza (2011), é exibida a formulação de um problema multiobjetivo genérico, conforme as expressões (40) – (43):

$$\text{Min } (z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_{0B}(x))) \tag{40}$$

Sujeito a:

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \ldots, g_r(x)) \leq b \tag{41}$$

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in X \tag{42}$$

$$z = (z_1, z_2, \ldots, z_r) \in Z \tag{43}$$

Sendo que *x* é o vetor de decisão, OB é o número de objetivos, *z* é o vetor objetivo, *X* denota o espaço de busca de decisões e z – *f*(*x*) é a imagem de *X*, denominada espaço objetivo.

Continuando as definições citadas por Pantuza (2011), o conjunto de restrições $g(x) \leq b \mid b \in \mathrm{R}^+$ e o espaço *X* determinam o conjunto das soluções viáveis ou factíveis: *X** =

$\{x \in X \mid g(x) \leq b\}$. Desta maneira, o problema multiobjetivo pode ser escrito conforme expressões (44) – (45):

$$Min\ \mathrm{z} = \{f_1(\mathrm{x}), f_2(\mathrm{x}), \ldots, f_r(\mathrm{x})\} \tag{44}$$

Sujeito a:

$$x \in X \tag{45}$$

A imagem de X^* é denominada espaço objetivo factível e é denotada por $Z^* = f(X^*) = \{\mathrm{f}(x) \mid x \in X^*\}$.

A meta de uma otimização multiobjetivo é encontrar soluções Pareto-ótimas (ZHOU e LONG, 2015), definindo-se como conjunto de soluções ótimas. Esses autores citam que tal conceito foi criado e difundido por Pareto (1896) da seguinte forma: um vetor *z* é Pareto-ótimo quando não existe um vetor viável *z** que possa melhorar algum objetivo sem piorar pelo menos um outro objetivo. Os referidos autores definem as seguintes relações de dominância entre vetores:

- *z* domina *z** se, e somente se, $z_j \leq z_j^* \ \forall\, j$ e $z_j < z_j^*$ para algum *j*;
- *z* e *z** são indiferentes ou possuem o mesmo grau de dominância se, e somente se, *z* não domina *z** e *z** não domina z.

A Figura 8 mostra um conjunto de soluções ótimas de um típico problema biobjetivo, em que dois objetivos conflitantes são representados em cada eixo, sendo possível a obtenção de uma grande variedade de soluções.

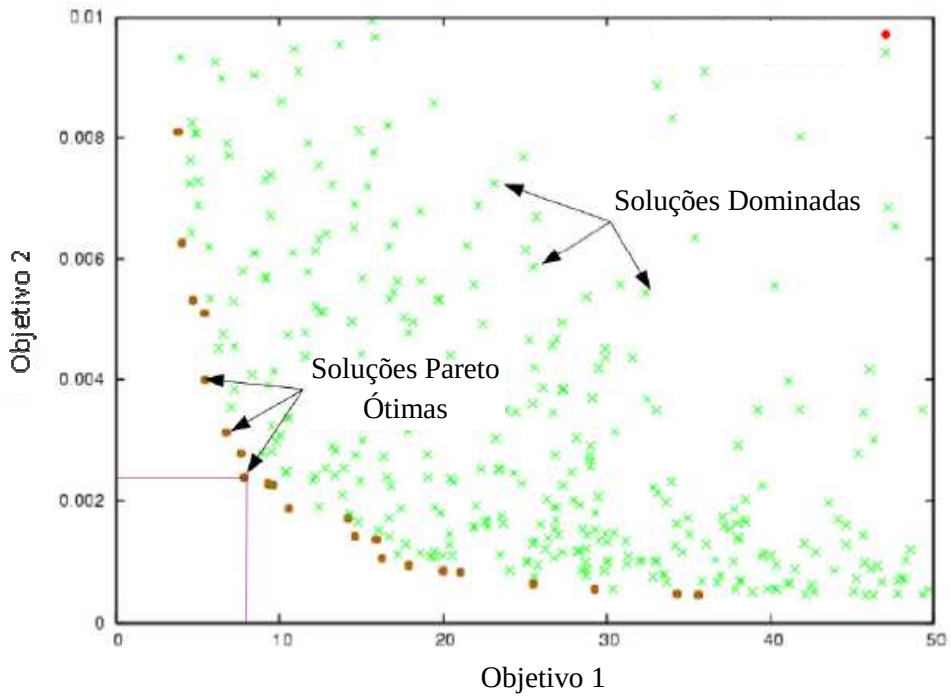


Figura 8: Conjunto de Soluções Pareto ótimas.
Fonte: Cenaero (2016).

Segundo Havila (2008), as soluções Pareto ótimas (soluções não dominadas) são as soluções que não podem ser melhoradas em um objetivo sem piorar o resultado de outro. Um dos métodos mais comuns de obtenção do conjunto de soluções Pareto ótimas é a abordagem escalar na qual a otimização multiobjetivo é convertida em um problema de otimização monobjetivo (ZADEH, 1965).

Outro exemplo para tal problema, abordado no trabalho de Svensson (2015), é composto por dois objetivos, conforme (46) – (47):

$$Min\ f_1 = x^2 \tag{46}$$

$$Min\ f_2 = (x-2)^2 \tag{47}$$

A Figura 9 contempla as duas funções objetivo, sendo que a solução para este problema é uma combinação das duas funções objetivo, denotado como ($f_1(x)$, $f_2(x)$):

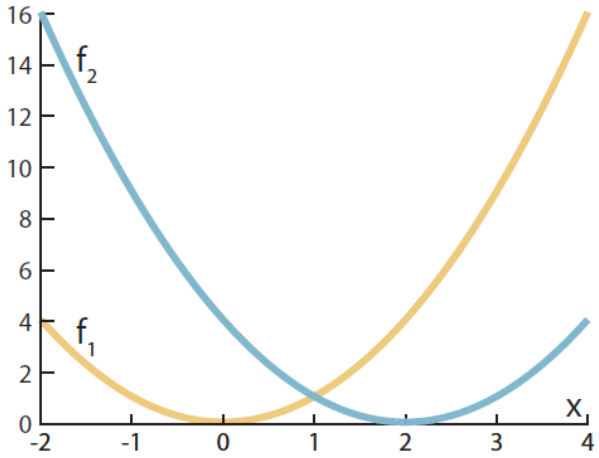


Figura 9: Duas funções objetivos para um problema fictício de otimização.
Fonte: Adaptado de Svensson (2015).

Neste caso, para a solução $x_1 = 0$, o resultado seria (0, 4) e, para a solução $x_2 = 2$, o resultado seria (4, 0), sendo impossível determinar qual é a melhor solução sem nenhuma informação adicional. Ainda de acordo com o exemplo de Svensson (2015), uma maneira comumente utilizada é converter a função multiobjetivo para uma soma ponderada dos objetivos, conforme (48):

$$Função = \sum_{i=1}^{n} w_i f_i(x) \tag{48}$$

Sendo que w_i é o peso do objetivo i. Utilizando o exemplo anterior com pesos iguais para os dois objetivos (exemplo: $w_1 = w_2 = 0{,}5$), o resultado seria $x = 1$ como solução ótima ou de melhor compromisso.

Sinha *et al.* (2014) citam em seu trabalho que um aumento no número de objetivos em um problema de otimização multiobjetivo gera um aumento exponencial no custo computacional, tornando-se difícil chegar à fronteira de Pareto utilizando-se determinadas técnicas de otimização.

2.4.2. Métodos de Otimização Multiobjetivo e Programação por Metas

Um importante conceito desenvolvido para a otimização multiobjetivo consiste na escalarização dos objetivos, com o intuito de formar um único objetivo (DANDURAND e WIECEK, 2016). Os referidos autores citam que os três métodos clássicos utilizados comumente para resolver problemas multiobjetivos por meio da escalarização são:

- Método da soma ponderada.

- Método ϵ restrito.
- Método da Programação por Metas ou *Goal Programming* (GP).

De acordo com Naidu *et al*. (2014), o método da soma ponderada consiste na transformação de um problema multiobjetivo em um monobjetivo por meio da soma dos objetivos atrelados aos seus respectivos pesos atribuídos. Tais autores exibem o método para um problema de minimização em (49) – (50):

$$Min \sum_{i=1}^{n} w_i * f_i(x) \tag{49}$$

Sujeito a:

$$x \in X \tag{50}$$

Sendo w_i o peso do objetivo f_i.

A definição do método ϵ restrito é abordada no trabalho de Pantuza (2011), o qual esclarece que este método consiste na otimização do objetivo mais importante, sujeitando-se às restrições das outras funções objetivo. Esse autor ilustra, conforme (51) – (52),um exemplo de minimização em que a principal função objetivo é a f_1:

$$Min\ f_1(x) \tag{51}$$

Sujeito a:

$$f_i(\mathrm{x}) \leq \in_i\ ,\ \ i = 1, 2, \ldots, r \tag{52}$$

Adicionalmente, Pantuza (2011) afirma que, para construir o conjunto Pareto-ótimo, deve-se apenas variar o limite superior $\in_i$, porém, se este limite não for adequado, o subconjunto de possíveis soluções obtido será vazio, não se obtendo, assim, solução viável.

Por fim, tem-se a GP, a qual foi proposta por Charnes e Cooper (1961), tendo como diferencial em relação aos demais modelos, que trabalham com restrições rígidas, trabalhar com restrições flexíveis. Sendo assim, a GP busca soluções para múltiplos objetivos baseada na minimização das variáveis de desvio que estão associadas a cada meta (SILVA e MARINS, 2015).

Segundo Charnes e Cooper (1961), para se garantir a referida flexibilidade no método GP, as variáveis auxiliares (ou variáveis desvio) são inseridas nas restrições, de forma a torná-las flexíveis e a permitir a obtenção de valores abaixo ou acima das metas que compõem as funções objetivo $f_i(x)$.

Silva e Marins (2015) complementam que a flexibilidade permite abordar de forma acertiva situações frequentemente encontradas na prática, de modo que os valores utilizados em uma situação ultrapassem os limites infores ou superiores das variáveis.

Silva e Marins (2015) identificaram, por meio da revisão de literatura, os principais enfoques determinísticos da GP:

- Programação por Metas Ponderada (*Weighted Goal Programming* – WGP): consiste na atribuição de peso para as variáveis de desvio com relação às metas estipuladas para os objetivos.
- Programação por Metas Binária (*Binary Goal Programming* – BGP): o atendimento ou não das metas estabelecidas para os objetivos é associado às variáveis inteiras binárias.
- Programação por Metas Estendida (*Extended Goal Programming* – EGP): é uma combinação convexa da WGP, da LGP e da Minmax GP.
- Programação por Metas inteira (*Integer Goal Programming* – IGP): nesse método, há a inserção da função penalidade.
- Programação por Metas com Priorização (*Lexicographic Goal Programming* – LGP): nesse método, há uma priorização dos objetivos de acordo com sua importância.

Programação por Metas Minmax (*Minmax Goal Programming – Minmax* GP): consiste em se trabalhar com as funções de realização, as quais consideram a soma das variáveis de desvio.

Na WGP, a hierarquização é feita por meio do peso atribuído às variáveis de desvio, o qual distinguirá os objetivos mais importantes (SILVA e MARINS, 2015).

Em Martel e Aouni (1998), encontra-se o modelo original WGP, criado por Charnes e Cooper (1961), descrito pelas expressões (53) – (56):

$$Min \sum_{i=1}^{n} (W_i^+ d_i^+ + W_i^- d_i^-) \tag{53}$$

Sujeito a:

$$f_i(x) - d_i^+ + d_i^- = g_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{54}$$

$$Ax \leq c \tag{55}$$

$$d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+ * d_i^- = 0, x \in F, i = 1, 2, \ldots, n \tag{56}$$

Sendo $f_i(x)$ as múltiplas funções objetivo e *x* é o vetor das variáveis de decisão do modelo x_i ; d_i^+ e d_i^- são as variáveis auxiliares de desvio para mais e para menos, respectivamente, vinculadas a cada meta g_i estabelecida para cada objetivo f_i ; W_i^+ e $W_i^- são$ os pesos atribuídos, respectivamente, às variáveis de desvio d_i^+ e d_i^-; *A* e *c*, respectivamente, a matriz dos coeficientes do lado esquerdo (LHS) das variáveis e o vetor das constantes do lado direito (RHS), nas restrições rígidas do modelo original, e *F* é um conjunto viável de soluções.

Silva e Marins (2015) citam que, na LGP, um nível de prioridade é atribuído a cada objetivo pelo decisor. Nesse caso, considerando-se as prioridades (ou níveis) P_1, P_2, P_3, ..., P_n, com $P_1 > P_2 > P_3 > P_n$, e se cada objetivo *i* será otimizado (individualmente) seguindo a ordenação natural, ao se otimizar o objetivo associado à prioridade P_{i+1}, incorpora-se uma nova restrição no modelo, no qual o objetivo associado à prioridade P_{i+1} é mantido no seu valor ótimo (obtido na etapa anterior de otimização).

Em Chang (2007), o modelo matemático da LGP é expresso conforme as expressões (57) – (60):

$$Min\left(\sum_{i\in h_1}(\alpha_i d_i^+ + \beta_i d_i^-), \ldots, \sum_{i\in h_r}(\alpha_i d_i^+ + \beta_i d_i^-), \ldots, \sum_{i\in h_Q}(\alpha_i d_i^+ + \beta_i d_i^-)\right) \quad (57)$$

$$f_i(x) - d_i^+ + d_i^- = g_i, i = 1, 2, \ldots, n, i \in h_r \; com \; r = 1, 2, \ldots, Q \quad (58)$$

$$d_i^+ * d_i^- = 0, i = 1, 2, \ldots, n \quad (59)$$

$$X \in F \; (F \text{ é um conjunto viável}), d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0, i = 1, 2, \ldots, n \quad (60)$$

Sendo f_i e g_i, respectivamente, a *i-ésima* função objetivo e a *i-ésima* meta do modelo original; h_r é a hierarquia estabelecida para as funções objetivo, alocadas ao *r-ésimo* nível de prioridade; d_i^+= Max (0, f_i (*X*) - g_i) e d_i^-= Max (0, g_i - f_i (*X*)), os desvios para mais e para menos no alcance da meta do *i-ésimo* objetivo; α_i *e* β_i , os pesos associados aos desvios (variáveis auxiliares), respectivamente para mais ou para menos dos valores das metas; e demais variáveis sendo análogas às do modelo WGP.

Outro modelo de GP indicado é o Minmax GP, mais indicado para situações em que o estabelecimento de metas é complexo, tais como crescimento da empresa e lucro a longo prazo (SILVA e MARINS, 2015). Segundo tais autores, devido à dificuldade em se determinar metas para cada objetivo, nesse método, o decisor deve identificar intervalo onde esses objetivos possam variar entre valores mínimos e máximos.

A formulação geral do modelo, segundo Romero (2004), é expressa nas expressões (61) a (64):

$$Min\ D \tag{61}$$

Sujeito a:

$$(\alpha_i d_i^+ + \beta_i d_i^-) - D \leq 0 \tag{62}$$

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = g_i, i = 1, 2, \ldots, n \tag{63}$$

$$X \in F, d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+ * d_i^- = 0, i = 1, 2, \ldots, n \tag{64}$$

Conforme as expressões (62) e (63), o método Minmax dá maior importância aos objetivos que estejam mais deslocados em relação às suas metas, garantindo, assim, resultados mais equilibrados em relação a todos os objetivos (ROMERO, 2001).

Há outras formas possíveis de abordagem da função objetivo (também denominada função de realização), porém os resultados são geralmente sensíveis ao tipo de função objetivo escolhido. Desta forma, uma função objetivo errada ou mal estruturada pode não refletir as preferências do decisor (OGRYCZAK, 2001).

2.5. OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO E FUNÇÕES EMPÍRICAS

2.5.1. Otimização via Simulação Monte Carlo

De acordo com Yang (2010), OvSMC tem sido aplicado em todas as áreas do conhecimento desde a sua elaboração inicial. Para se obter resultados razoavelmente precisos, é necessário não só o cálculo de uma grande quantidade de casos especiais, bem como análises estatísticas apropriadas e a utilização de computador de boa configuração (MADIC *et al.*, 2014).

Kroese *et al.* (2011) afirmam que, como principal característica de qualquer método de Monte Carlo, deve haver um gerador de números aleatórios de forma a produzir um vetor infinito U_1, U_2, ..., *Dist* de variáveis aleatórias que são independentes e identicamente distribuídas de acordo com uma distribuição de probabilidade qualquer *Dist*.

Sambridge e Mosegaard (2002) citam a divisão de método de Monte Carlo em duas categorias: métodos de amostragem e métodos de otimização. Esses autores afirmam que o método de amostragem deve ser utilizado em situações nas quais o espaço de possíveis soluções deve ser explorado e medidas de incerteza nas soluções são necessárias.

No trabalho de Kroese *et al.* (2011), é citado que métodos de OvSMC são indicados para solucionar situações compostas por vários ótimos locais e com restrições complexas, envolvendo uma mistura de variáveis contínuas e discretas.

Dentro da OvSMC, os autores Dhavlikar *et al.* (2003) complementam que há dois tipos de abordagem: mono-estágio e multi-estágio. Tais autores afirmam que, na abordagem multi-estágio, as simulações são executadas inúmeras vezes, alterando-se os pesos das variáveis independentes, considerando a solução próxima do ótimo obtida na simulação anterior, conforme ilustrado na Figura 10:

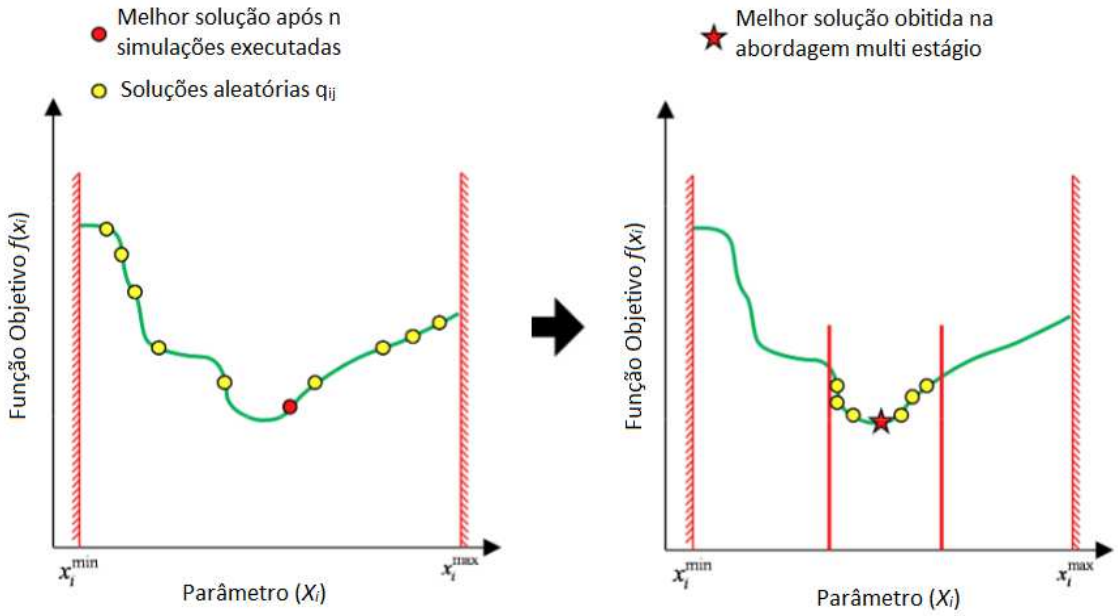


Figura 10: Ilustração das abordagens mono e multi estágio.
Fonte: Dhavlikar *et al.* (2003).

A ideia da solução de problemas por meio de OvSMC multi estágio é exibida na Figura 11 (DHAVLIKAR *et al.*, 2003):

***Input*:**
n:Número de variáveis independentes
L[1], L[2], ..., L[n]: limites inferiores das variáveis independentes
U[1], U[2], ..., U[n]: limites superiores das variáveis independentes
NumEstágios:Número de estágios

Output:
Fmax: Valor máximo do *output* no modelo matemático
Qmax: Lista de valores de variáveis independentes {Qmax[1], ..., Qmax[n]} que correspondem aos valores máximos de *outputs* no modelo matemático L[i]≤ Qmax [i] ≤ U[i], i=1,...,n

Declarar:
NumSimulações:Número de execuções das simulações
TamIntervalo: Tamanho do intervalo
Fc: Current mathematical objective function value
Qc: Lista dos valore das variáveis independentes {Qc[1], ..., Qc[n]} que correspondem ao valor do atual *output* do modelo matemático L[i]≤ Qc [i] ≤ U[i], i=1,...,n

```
Para estágio = 1 até NumEstágios Faça

        /* Método Monte Carlo de Um Estágio */
        NumSimulações = InputUsuário
        Para i = 1 até n Faça
                R = GerarNúmeroAleatórioNoIntervalo(0,1)
                Qmax[i] = L[i] + (U[i] + L[i])*R
        Fim Para
        Fmax = ComputarOutputModeloMatemático(Qc)
        Para loop = 1 até NumSimulações Faça
                Para i = 1 até n Faça
                        R = GerarNúmeroAleatórioNoIntervalo(0,1)
                        Qc[i] = L[i] + (U[i] + L[i])*R
                Fim Para
                Fc = ComputarOutputModeloMatemático(Qc)
                Se Fc > Fmax Então
                        Fmax = Fc
                        Qmax = Qc
                Fim Se
                Para i = 1 até n Faça
                        TamIntervalo = InputUsuário()
                        L[i] = Qmax [i] + Tam Intervalo /2
                        U[i] = Qmax [i] + Tam Intervalo /2
                Fim Para
        Fim Para
Fim Para
Retorne Fmax, Qmax
```

Figura 11: Pseudo Código para solução de problemas de otimização por meio de OvSMC multi estágio.
Fonte: Dhavlikar *et al*. (2003).

Ressalta-se aqui que vários problemas de Programação Estocástica, que são de interesse neste trabalho, como o problema (65) proposto por Shapiro (2001), podem ser formulados como problemas de otimização de uma função de valor esperado ($g(x)$), e a OvSMC é o único modo de se estimar $g(x)$ adequadamente:

$$\min\{g(x) := \ E_P[G(x,\omega)]\},\ x \in X \tag{65}$$

Sendo $G : \square^n \times \Omega \rightarrow \square$, e o valor esperado é definido em função da medida de probabilidade *P* definida em um espaço amostral (Ω , *F*) e $X \subset \square^n$.

2.5.2. Funções Empíricas

Helene (2013) afirma em seu artigo que regressão linear é amplamente utilizado em diversas áreas, tais como ecologia, ciências sociais, econometria e finanças. O referido autor afirma que, entretanto, ruídos espaciais e temporais podem comprometer os resultados em uma aplicação prática.

Regressões lineares múltiplas são utilizadas para estudar a relação entre a variável dependente e as várias variáveis independentes por meio da adequação de uma equação linear que represente as relações entre elas (COELHO *et al.*, 2008). A equação (66) exibe um modelo genérico de regressão linear múltipla:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \mathrm{i} \ = \ 1, 2, \ldots, \mathrm{n} \tag{66}$$

Sendo *y* a variável dependente, x_1, x_2, ..., x_k são as variáveis independentes ou explicativas, ε é o fator de erro, *i* é o índice e *n* é a quantidade de amostras observadas.

Ferraro e Giordani (2012) afirmam que o ajuste é realizado por meio da minimização da soma dos quadrados dos desvios verticais de cada ponto em relação à reta que melhor se adequa aos dados em análise.

Para se avaliarem os modelos obtidos por meio das regressões, foram desenvolvidos avaliadores de desempenho estatísticos, dentre os quais Eregno (2013) cita em seu trabalho: coeficiente de determinação (R^2), coeficiente de determinação ajustado (R^2_{ajust}), erro quadrático médio (MSE), raiz do erro quadrático médio (RMSE), critério de informação de Akaike (AIC) e Critério de Schwarz Bayesian (SBC). As expressões para se obterem os critérios de avaliação de desempenho citadas são exibidas em (67) – (72):

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \tag{67}$$

$$R^2_{ajust} = 1 - \frac{(n-i)SSE}{(n-k)SST} \tag{68}$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-k} \tag{69}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n-k}} \quad (70)$$

$$AIC = n * ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2k \quad (71)$$

$$SBC = n * ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + k * \ln(n) \quad (72)$$

Sendo SSE a soma dos erros quadráticos, SST a soma total dos quadrados, *n* o número de observações, *k* o número de variáveis independentes e *ln* o logaritmo neperiano.

Dentre as diversas metodologias de regressão, será dado um enfoque no método OLS. Neste sentido, Liu *et al*. (2016) afirmam em seu trabalho que o método OLS é amplamente utilizado em regressões lineares e, o *Non-linear Least Squares* (NLS), para regressões não lineares.

Segundo Kim *et al.* (2013), o método dos mínimos quadrados é divido em:

- Método dos mínimos quadrados ordinários (OLS);
- Método dos mínimos quadrados totais (TLS);
- Método de mínimos quadrados não linear (NLS).

O método OLS é exibido em (73) e consiste em se determinar a equação de reta $y = a_x + b$, com $n \in \{1, ..., N\}$, que melhor se adeque à distribuição de dados (ZENG, 2013):

$$y = a_1 f_1(x) + \cdots + c_k f_k(x) \quad (73)$$

Não é necessário que as funções f_k sejam lineares em *x*, devendo apenas *y* ser uma combinação linear destas funções (ZENG, 2013).

Uma complementação da explicação de OLS pode ser encontrada em Bilginol *et al.* (2015), que afirmam ser um método que minimiza as diferenças quadráticas entre os valores reais e os estimados para os *outputs*, conforme exibido na Figura 12:

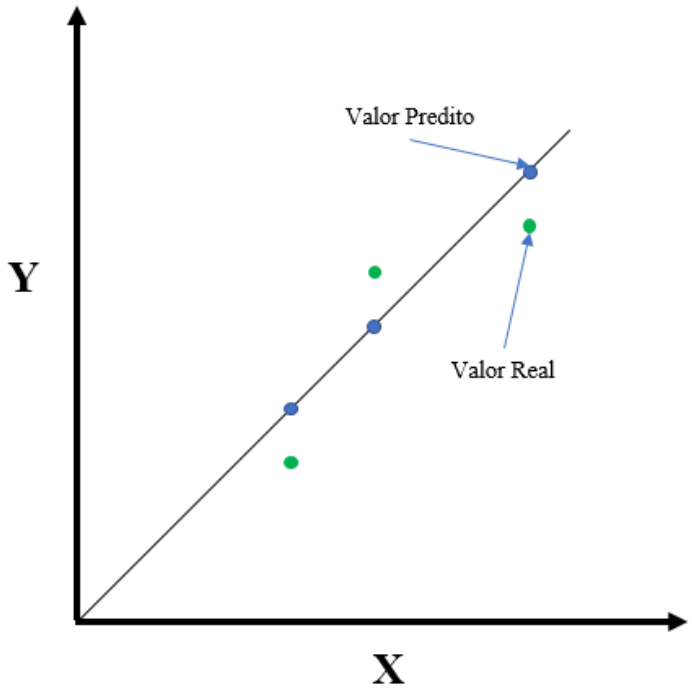


Figura 12: OLS.
Fonte: Adaptado de Bilginol *et al.* (2015).

No OLS, são assumidos erros apenas para as variáveis independentes, mas as variáveis dependentes são livres de erros (KIM *et al.*,2013). O modelo é exibido em (74):

$$y_i^* = \sum a_j x_{ij}^* \tag{74}$$

Na notação matricial, Kim *et al.* (2013) exibem o modelo OLS conforme (75):

$$\vec{y}^* = X_{nxp}^* \vec{a} \tag{75}$$

A estimativa de parâmetros da OLS, segundo Kim *et al.* (2013), é obtida por meio do cálculo matricial exibido de (76) - (78):

$$X^t \vec{y} \approx X^t X_{nxp} \vec{a} \tag{76}$$

$$\vec{a}^{est} = (X^t X)^{-1} X^t \vec{y} \; e \; \vec{y}_{est} = X(X^t X)^{-1} X^t \vec{y} \tag{77}$$

$$\min SSE_{OLS} = |\vec{y} - \vec{y}_{est}| \tag{78}$$

Sendo *SSE* a soma dos erros quadráticos.

No trabalho de Kim *et al.* (2013), é exibida também a função objetivo de OLS, conforme (79):

$$\text{Min } SSE_{OLS} = |\vec{y} - \vec{y}\text{est}| \tag{79}$$

O método TLS foi criado para generalizar a consideração de erros no método OLS, estendendo-os para as variáveis dependentes (KIM *et al.*, 2013). De acordo com tais autores, a equação do TLS segue a mesma lógica do método OLS, exibida em (80):

$$y_i^* = \sum a_j x_{ij}^* \; ou \vec{y}^* = X_{nxp}^* \vec{a} \tag{80}$$

Sendo x_{ij}^*e y_i^* as variáveis independente e dependente, respectivamente, e a_j os coeficientes. O índice *i* representa as diferentes variáveis independentes, *i* = 1,2, ..., *n* e o índice *j* indica a dimensão multivariável das variáveis independentes, *j* = 1,2, ..., *p*.

Outra linha de métodos de regressão consiste na abordagem não linear, definida por Bates e Watts (1988) como a obtenção de um modelo composto por uma combinação não linear dos parâmetros. Um modelo de regressão não linear pode ser escrito em (81):

$$Y_i = f(x_i, \theta) + Z_i \tag{81}$$

Sendo Y_i a variável resposta, *f(.)* uma função não linear contínua, x_i o vetor de variáveis explicativas, θ os parâmetros conhecidos e Z_i o vetor de erros aleatórios.

Segundo Bates e Watts (1988), a função esperança é dada por $E(y_i|x_i) = f(x_i, \theta)$. Esses autores afirmam que, para modelos de regressão não linear, pelo menos uma das derivadas parciais da função *f* em relação aos parâmetros depende de pelo menos um parâmetro do modelo, ou seja, um modelo é não linear quando ele é não linear nos parâmetros.

Smyth (2002) cita alguns modelos de regressão não linear: função exponencial, função racional e curva logística. Segundo o referido autor, as funções exponenciais e as de crescimento e decaimento são os modelos não lineares mais comuns, sendo definidos pela expressão (82):

$$f(x, \theta) = \theta_1 exp(-\theta_2 x) \tag{82}$$

O autor supracitado defende que este modelo pode ser caracterizado pelo fato de a função *f* satisfazer a equação diferencial de primeira ordem expressa em (83):

$$\frac{\partial f(x, \theta)}{\partial x} = c f(x, \theta) \tag{83}$$

As funções racionais, de acordo com Smyth (2012), são muito flexíveis, podendo ser utilizadas para representar uma grande variedade de formas funcionais, sendo a expressão geral para este modelo expressa em (84):

$$f(x,\theta) = \frac{\sum_{j=1}^{k} \theta_j x^{j-1}}{1 + \sum_{j=1}^{m} \theta_k x^j} \tag{84}$$

Modelos de curva logística são os que melhor representam o grupo de modelos não lineares de crescimento, sendo esses definidos como situações em que uma parte sistemática da variável resposta cresce juntamente com o aumento de *x*, de modo que este deva ser representado por unidades de tempo ou dosagem (SMYTH, 2002). O mesmo autor cita o exemplo mais comum de curva logística conforme a expressão (85):

$$f(x,\theta) = \frac{\theta_1}{1 + \theta_2 exp(-\theta_3 x)} \tag{85}$$

Como dito anteriormente, o método de mínimos quadrados também pode ser representado por modelos não lineares e, logicamente, aplicado em regressões não lineares, sendo denotado, neste caso, como NLS(FIRAT *et al.*,2016).

Os autores supracitados definem NLS como um método de minimização sem restrições, sendo que a função objetivo é não linear devido aos seus parâmetros.De acordo ainda com Firat *et al.* (2016), métodos iterativos tais como algoritmo de Gauss-Newton são utilizados para se minimizar a soma dos quadrados em NLS.

3. DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS

Neste capítulo, explicam-se o estudo de caso abordado no trabalho e a verificação da eficácia da junção das metodologias BiO-MCDEA e OvSMC para a solução do problema.

Por fim, são exibidos a aplicação dos métodos e os resultados obtidos, passos esses necessários para a conclusão do trabalho.

3.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Retomando o que foi abordado na introdução, o objetivo deste trabalho é aplicar os métodos BiO-MCDEA e OvSMC e verificar sua eficácia. Para tal, foi utilizada como objeto de estudo uma empresa do segmento metalúrgico de grande porte.

O estudo focou na produção de componentes ferroviários e industriais feitos à base de aço fundido, conforme ilustrado nas Figuras 13 e 14:



Figura 13: Componentes de sustentação e acoplamento de vagões.
Fonte: www.amstedmaxion.com.br/negocios_ferroviario_componentes_truque.php.



Figura 14: Componentes industriais.
Fonte: www.amstedmaxion.com.br/negocios_fundidos_maquinas.php.

Para a execução da fase de modelagem do problema, utilizou-se como referência o fluxograma de processo de modelagem exibido na Figura 15:

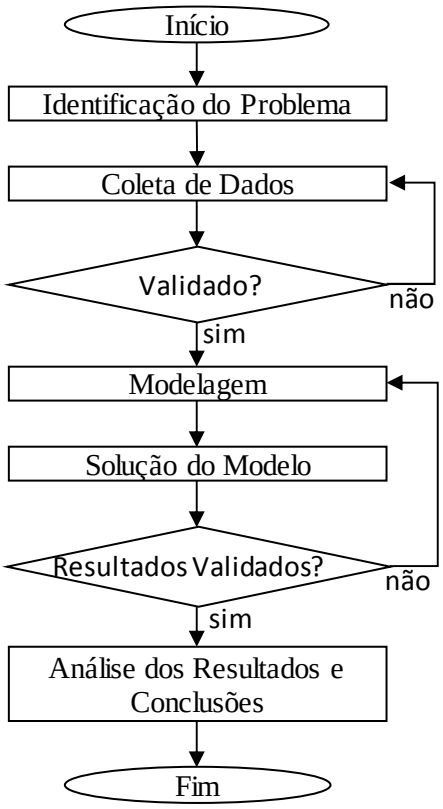


Figura 15: Processo de modelagem.
Fonte: Adaptado de Silva e Marins (2015).

3.1.1. Identificação do problema

O problema de consiste em combinar os métodos Bio-MCDEA, OLS e OvSMC para melhorar o processo produtivo de fundidos ferroviários. O método BiO-MCDEA foi utilizado para se determinar as DMUs eficientes e quais *inputs* e *outputs* são significantes no processo. O método OLS foi utilizado para desenvolver funções empíricas dos *outputs* significantes em função dos *inputs* significantes. Por fim, foi utilizada a ferramenta OvSMC para se otimizar os *outputs* por meio da minimização das funções empíricas.

3.1.2. Coleta de dados

A matriz de *input/output* é composta por 7 DMUs, as quais são representadas pelos processos de produção de itens pertencentes ao grupo industrial, composto por peças vendidas para clientes que não fazem parte do mercado ferroviário e pelo grupo ferroviário as quais compõem sistemas de acoplamento entre vagões e sustentação dos mesmos. Trata-se , portanto, de peças com pesos variando de 300 kg a 1.000 kg, que passam por diversos processos produtivos, conforme exibido na Figura 16:

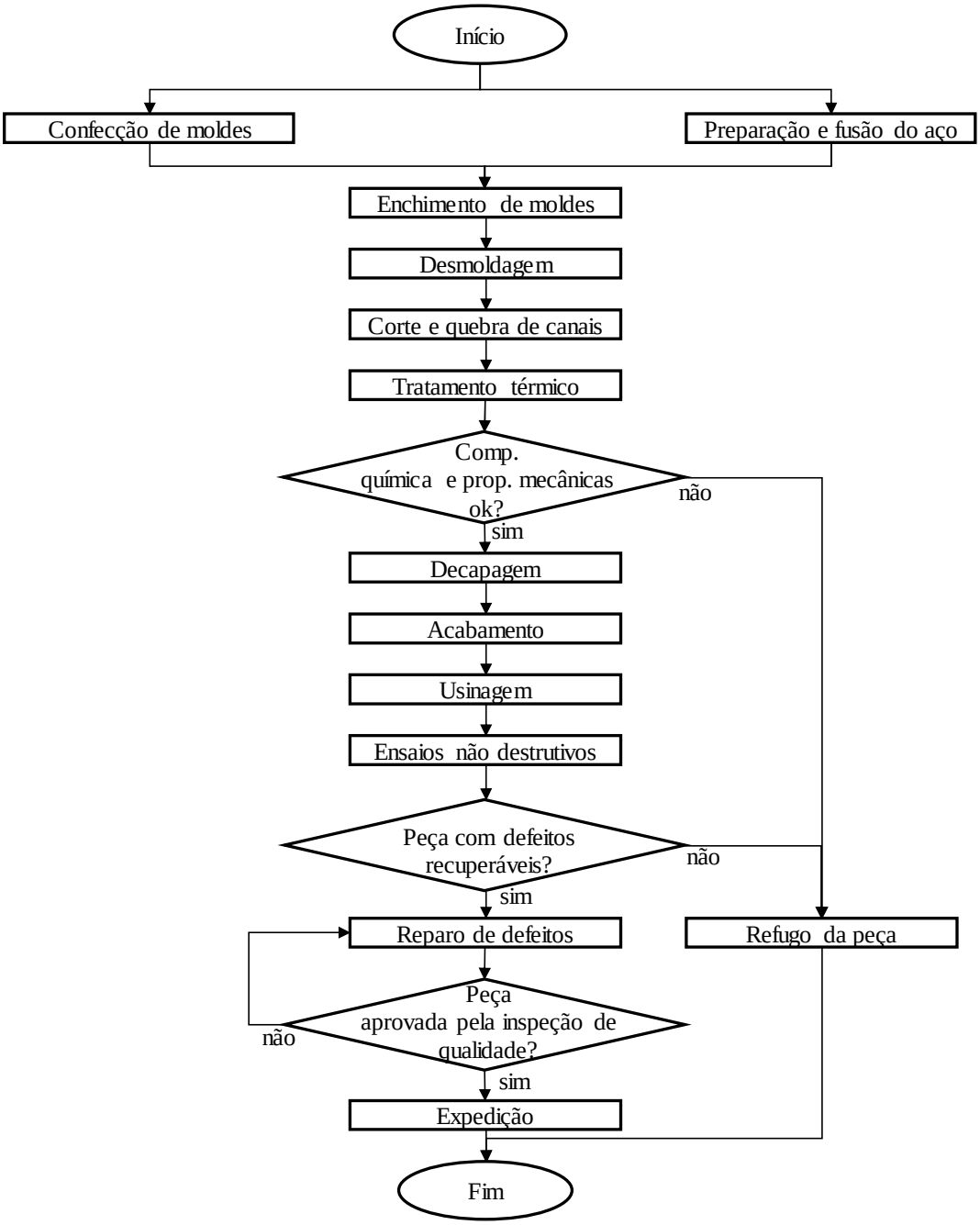


Figura 16: Fluxograma de Produção.
Fonte: O autor (2017).

Dentre todas as etapas exibidas no fluxograma da Figura 16, as que mais contribuem para a incidência de defeitos são:

- Confecção de Moldes.
- Preparação e Fusão do Aço.
- Enchimento dos Moldes.
- Desmoldagem.

- Tratamento Térmico.

Para a modelagem por meio do Bio-MCDEA, o Quadro 1 exibe os 7 *outputs* considerados relevantes na determinação de eficiência das DMUs avaliadas, sendo que as variáveis de x_{31} a x_{37} são *outputs* indesejáveis (quanto maior o valor dos *outptus*, pior será a eficiência das DMUs) e, portanto, na fase da otimização pelo BiO-MCDEA, foram consideradas como *input*.

Quadro 1: *Outputs* considerados na modelagem por meio do Bio-MCDEA.

Outputs		
	Variável	Descrição
Outputs Indesejáveis (*input* no Bio-MCDEA)	x_{31}	Trinca Externa [un]
	x_{32}	Trinca Interna [un]
	x_{33}	Entrada de Maçarico [un]
	x_{34}	Inclusão Externa [un]
	x_{35}	Inclusão Interna [un]
	x_{36}	Defeitos Ultra Som [un]
	x_{37}	Rejeição de Calibre [un]
Output desejável	y_1	**Preço de Venda [mil R$]**

Fonte: O autor (2017).

As Figuras 16 e 17 exibem exemplos de defeitos de fundição considerados notrabalho (trinca e rechupe, respectivamente):

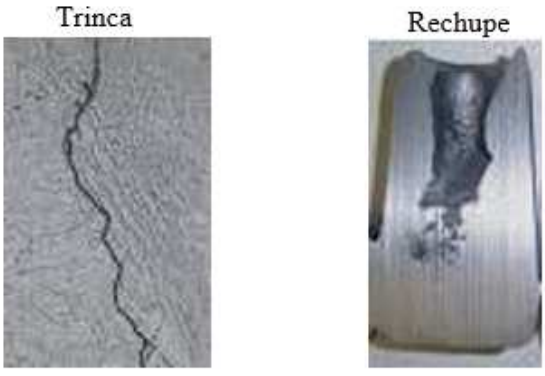


Figura 17: Ilustrações dos defeitos de trinca e rechupe
Henke *et al.* (2014)

Observe-se que, no Quadro 2, a seguir abaixo, as variáveis de *output* x_{31} a x_{37} são consideradas como *outputs* indesejáveis e, portanto, no modelo BiO-MCDEA, foram consideradas como *inputs*. Seguem as descrições técnicas dos *outputs* analisados:

- x_{31}: Número de Trincas Externas: quantidade de trincas na superfície externa da peça.
- x_{32}:Número de Trincas Internas: quantidade de trincas na cavidade interna da peça.
- x_{33}:Número de Entradas: entradas de maçarico. Tal processo é realizado para se retirarem as partes indesejadas da peça. Por falha humana ou inclusão de areia do molde na peça, pode ocorrer o defeito “entrada de maçarico”, em que ocorre a retirada de aço além do necessário. Tal fato pode ocasionar o retrabalho da peça, preenchendo os vazios com solda ou, então, o refugo da peça, quando se trata de zona crítica sem a permissão de recuperação.
- x_{34}:Número de Inclusões Externas: inclusão de materiais indesejáveis dentro do aço líquido que, ao se solidificar, resultam na permanência deles na superfície externa da peça.
- x_{35}:Número de Inclusões Internas: inclusões presentes nas cavidades internas das peças.
- v_{36}:Número de Defeitos Identificados pelo Ultrassom: defeitos de inclusão ou trinca presentes no interior da peça (fora da superfície).
- v_{37}:Número de Rejeições pelo Calibre: rejeições de calibres utilizados para avaliar o dimensional das peças.
- $\boldsymbol{u_1}$:Preço de Venda [mil R$].

Destaque-se que, segundo informações dos engenheiros da empresa estudada, as etapas produtivas que mais contribuem para a incidência de defeitos são: Confecção de Moldes, Preparação e Fusão do Aço, Enchimento dos Moldes, Desmoldagem e Tratamento Térmico. É interessante observar que, como o número total de *input* e *output* (NTIO) foi trinta e oito, pela Regra de Ouro (BANKER *et al*., 1989), seriam necessárias 114 (= 3. NTIO) DMUs, para se utilizarem os modelos clássicos da DEA (CCR ou BCC) e manter o poder de discriminação da técnica. Esse fato também justifica o uso do modelo BiO-MCDEA neste caso, pois há apenas sete DMUs para serem analisadas.

No Quadro 2, são exibidos os *inputs*, completando, assim, a delimitação das variáveis de processos analisadas:

Quadro 2: *Inputs* considerados na modelagem.

Inputs

Variável	Descrição	Variável	Descrição
x_1	Tempo Vazamento [s]	x_{16}	Cromo [%]
x_2	Tempo Argônio [min]	x_{17}	Enxofre [%]
x_3	Escória [quilos]	x_{18}	Fosforo [%]
x_4	Tempo entre Mold e Vaz [horas]	x_{19}	Manganês [%]
x_5	Tempo entre Vaz e Desm [horas]	x_{20}	Molibdênio [%]
x_6	Tempo Forno Ligado [min]	x_{21}	Nióbio [%]
x_7	Tempo Aciaria [min]	x_{22}	Níquel [%]
x_8	Oxidação [min]	x_{23}	Silício [%]
x_9	Última temperatura no forno [°C]	x_{24}	Titânio [%]
x_{10}	Rendimento Energético [kWh/ton]	x_{25}	Vanádio [%]
x_{11}	Total Sucatas [ton]	x_{26}	Limite de Resistência [MPa]
x_{12}	Carbono Equivalente [%]	x_{27}	Limite de Escoamento [MPa]
x_{13}	Alumínio [%]	x_{28}	Alongamento [%]
x_{14}	Carbono [%]	x_{29}	Redução de Área [%]
x_{15}	Cobre [%]	x_{30}	Dureza [HB]

Fonte: O autor (2017).

Seguem descrições técnicas das variáveis *inputs* do Quadro 2:

- x_1: Tempo de Vazamento: tempo decorrido entre a abertura e o fechamento da válvula de vazamento para a transferência do aço líquido da panela de vazamento para o molde, onde o aço irá solidificar no formato da peça.
- x_2: Tempo de Argônio: tempo de injeção de Argônio durante a preparação do aço líquido no forno. Argônio é um gás inerte e sua injeção é necessária para misturar o aço líquido com os demais elementos de liga adicionados, de forma a tornar a solução homogênea.
- x_3: Quantidade de Escória: escória é a camada de materiais refratários que ficam sobre o aço líquido na panela de vazamento e tem a função de isolar termicamente o mesmo, de forma a evitar troca de calor com o ambiente.
- x_4: Tempo entre Moldagem e Vazamento: tempo decorrido entre a confecção do molde e o vazamento de aço no molde para a confecção da peça. Tempos muito longos podem ocasionar defeitos nas peças.

- x_5: Tempo entre Vazamento e Desmoldagem: Tempo decorrido entre o vazamento de aço líquido no molde e a desmoldagem. Tempos muito curtos podem ocasionar defeitos de conformação nas peças, tais como defeitos dimensionais, trincas, rechupes, dentre outros.
- x_6: Tempo com Forno Ligado: tempo em que o Forno a Arco Elétrico fica ligado para fundir a sucata de aço.
- x_7: Tempo na Aciaria: tempo de todo o processo de confecção de aço líquido, desde o carregamento de sucata no forno, adição de liga, fusão do aço e basculamento (transferência do aço líquido do forno para a panela de vazamento).
- x_8: Tempo para Oxidação: tempo de injeção de oxigênio para a oxidação de elementos de liga presentes no aço líquido
- x_9: Última temperatura no Forno: última temperatura do aço líquido registrada no forno, antes do basculamento;
- x_{10}: Valor do Rendimento Energético: calculado a partir da divisão do KWh gasto para fundir o aço pela tonelada de aço fundida;
- x_{11}: Quantidade de Sucatas: total de sucata fundida no forno
- x_{12}: Carbono Equivalente (Ceq): calculado por meio de (86),

$$\mathrm{Ceq} = \mathrm{C} + \frac{Mn}{6} + \frac{\mathrm{Cr} + \mathrm{Mo} + \mathrm{V}}{5} + \frac{Ni + Cu}{15} \tag{86}$$

Sendo C a quantidade de Carbono, Mn a quantidade de Manganês, Cr a quantidade de Cromo, Mo a quantidade de Molibdênio, V a quantidade de Vanádio, Ni a quantidade de Níquel e Cu a quantidade de Cobre.

- x_{13}: Quantidade de Alumínio.
- x_{14}: Quantidade de Carbono: tem influência nas propriedades de Resistência Mecânica, Dureza, Modelo de Elasticidade, Soldabilidade e Fragilidade das peças produzidas.
- x_{15}: Quantidade de Cobre.
- x_{16}: Quantidade de Cromo.
- x_{17}: Quantidade de Enxofre: influencia negativamente no surgimento de trincas (defeito de fundição).
- x_{18}: Quantidade de Fosforo: influencia negativamente no surgimento de trincas (defeito de fundição).

- x_{19}: Quantidade de Manganês.
- x_{20}: Quantidade de Molibdênio.
- x_{21}: Quantidade de Nióbio.
- x_{22}: Quantidade de Níquel.
- x_{23}: Quantidade de Silício.
- x_{24}: Quantidade de Titânio.
- x_{25}: Quantidade de Vanádio.
- x_{26}: Limite de Resistência: valor da tensão necessária para a ruptura do corpo de prova.
- x_{27}: Limite de Escoamento: valor da tensão necessária para iniciar o processo de deformação plástica do corpo de prova.
- x_{28}: Alongamento: utilizada para a medição da elasticidade do aço por meio da comparação do comprimento do corpo de prova antes e depois da ruptura ocasionada no ensaio de tração.
- x_{29}: Redução de Área: utilizada para a medição da ductilidade do aço, porém realizada por meio da comparação entre a área da seção transversal da ruptura com a seção transversal inicial do corpo de prova.
- x_{30}: Medida de Dureza (HB): utilizada para medir a dureza do aço resultante do processo.

3.1.3. Modelagem do problema

Na fase de modelagem para a realização da otimização do modelo BiO-MCDEA, utilizou-se de programação VBA em Excel conjuntamente com o algoritmo SIMPLEX (HILLIER e LIEBERMAN, 2001). O desenvolvimento das funções empíricas foi feito por meio do algoritmo OLS inserido nas funções avançadas, o Ms-Excel.A execução da OvSMC foi feita pelo *software Crystal ball* em conjunto com seu otimizador *Optquest*.

3.1.4. Solução do modelo

Na realização da solução do modelo, adotou-se o fluxograma contemplado na Figura 18. Para aplicação dos métodos quantitativos, foi utilizada uma máquina com intel core i3, processador de 1,9 GHZ com 4 GB de memória RAM. O tempo computacional para relização da OvSMC foi em média de 5 minutos para cada instância testada.

Utilizaram-se os passos descritos na Figura 18 para modelar e otimizar o modelo BiO-MCDEA, visando não só à identificação, dentre as sete DMUs (peças), daquelas com processos produtivos mais eficientes, bem como as variáveis *input* e *output* mais importantes em cada processo produtivo, utilizando-se a programação VBA em Excel® e o algoritmo Simplex da Programação Linear (Hillier e Lieberman, 2001), disponível no Solver do Excel®.

Primeiramente utilizou-se o BiO-MCDEA para se determinar quais DMUs (peças produzidas na indústria) são eficientes, e tais informações estão contempladas na Tabela 2, cabendo ressaltar a determinação do valor de ε =0,00001. Percebe-se que apenas as DMUs 5 e 7 foram eficientes, sendo que, a DMU 6 teve o pior índice de eficiência.

Tabela 2: Eficiência das DMUs.

DMU	Eficiência
1	0,6719
2	0,6616
3	0,7916
4	0,5187
5	**1,0000**
6	0,3386
7	**1,0000**

Fonte: Solver do Excel®.

O próximo passo consiste em identificar quais variáveis *input* (*x*) e o*uput* (*y*) são significativas pelo modelo BiO-MCDEA. Tais informações são abordadas na Tabela 3, presente mais à frente. O modelo identificou como significativas as variáveis *inputs* (x_1 = Tempo de vazamento [s], x_{20} = Molibdênio [%], x_{21}= Nióbio [%], x_{25} = Vanádio [%], $\boldsymbol{x_{31}}$ **= Trinca Externa [un],** $\boldsymbol{x_{32}}$ **= Trinca Interna [un],** $\boldsymbol{x_{35}}$ **= Inclusão Interna [un],** $\boldsymbol{x_{36}}$ **= Defeitos Ultrassom [un] e** $\boldsymbol{x_{37}}$ **= Rejeição de Calibre [un]**).

Com base nas informações da Tabela 3, foram construídas funções empíricas para uma amostra de 250 elementos para cada variável e , assim, determinou-se a incidência dos defeitos significativos em função das variáveis significativas do processo investigado.

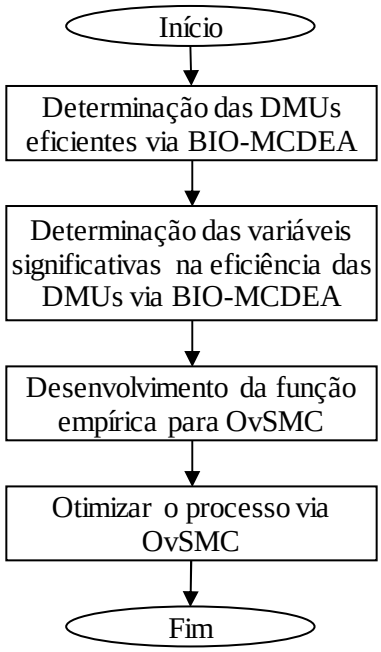


Figura 18: Fluxograma de execução do projeto.
Fonte: O autor (2017).

Com as variáveis *input* e *output* importantes para cada DMU, foi aplicado o algoritmo OLS, disponível nas funções avançadas do Excel®, para o desenvolvimento das funções empíricas associadas aos respectivos processos produtivos.

Para o ajuste das funções empíricas, foi executada a OvSMC por intermédio do *software* Crystal Ball® em conjunto com seu otimizador *Optquest* (LI; WANG, 2012).

Cabe destacar que os *outputs* indesejáveis na aplicação da BiO-MCDEA passaram a ser as variáveis dependentes (respostas) na etapa de desenvolvimento das funções empíricas.

Tabela 3: Peso das variáveis *input* e *output* para cada DMU no modelo BiO-MCDEA.

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5	DMU 6	DMU 7
v_1	0,0088457	0,0060245	0,00788788	0,0090677	0	0	0
v_2	0	0	0	0	0	0	0
v_3	0	0	0	0	0	0	0
v_4	0	0	0	0	0	0	0
v_5	0	0	0	0	0	0	0
v_6	0	0	0	0	0	0	0
v_7	0	0	0	0	0	0	0
v_8	0	0	0	0	0	0	0
v_9	0	0	0	0	0	0	0
v_{10}	0	0	0	0	0	0	0

v_{11}	0	0	0	0	0	0	0
v_{12}	0	0	0	0	0	0	0
v_{13}	0	0	0	0	0	0	0
v_{14}	0	0	0	0	0	0	0
v_{15}	0	0	0	0	0	0	0
v_{16}	0	0	0	0	0	0	0
v_{17}	0	0	0	0	0	0	0
v_{18}	0	0	0	0	0	0	0
v_{19}	0	0	0	0	0	0	0
v_{20}	0	0	0	0	0	0,0040004	0
v_{21}	0	0	0	33,716462	0	0	0
v_{22}	0	0	0	0	0	0	0
v_{23}	0	0	0	0	0	0	0
v_{24}	0	0	0	0	0	0	0
v_{25}	32,193285	63,066192	77,1073413	73,274124	97,40117	151,91591	89,793128
v_{26}	0	0	0	0	0	0	0
v_{27}	0	0	0	0	0	0	0
v_{28}	0	0	0	0	0	0	0
v_{29}	0	0	0	0	0	0	0
v_{30}	0	0	0	0	0	0	0
v_{31}	0	0	0	0,0029021	0	0	0
v_{32}	0	0	0	0	0	0,0113755	0
v_{33}	0	0	0	0	0	0	0
v_{34}	0	0	0	0	0	0	0
v_{35}	0,1186654	0	0	0,0057155	0,0504428	0,0767124	0,0469315
v_{36}	0,0088749	0,0872867	0,0215469	0,0425599	0,0314254	0,0160789	0,0287484
v_{37}	0,0045986	0,0198999	0	0	0,0402596	0,0575922	0,0372966
u_1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Solver do Excel®.

De fato, devido a alguns detalhes, comentados adiante, não foram estimadas as funções empíricas para as variáveis respostas “Número de Inclusões Internas (x_{35})” , “Número de Defeitos Identificados pelo Ultrassom (x_{36})” e Número de Rejeições pelo Calibre (x_{37}), pois estes defeitos são causados por variáveis de processo que não são bem controladas na empresa objeto de estudo e não foram consideradas na análise realizada.

Exemplos destas variáveis não controladas são as propriedades mecânicas da areia do molde e da areia do macho, falhas humanas durante a confecção dos moldes, problemas resultantes do revestimento refratário dos fornos ou das panelas de vazamento,

como pedaços de areia ou de tijolos refratários que entram no aço líquido e permanecem dentro da peça após a solidificação.

Por razões similares, também não foi estimada a função empírica para a variável dependente (resposta) “Número de Rejeições pelo Calibre (x_{36})”, pois defeitos dimensionais ocorrem devido ao excesso ou pela falta de material em que se passa o calibre para a devida verificação dimensional.

Esses defeitos podem ser causados por falhas dimensionais no modelo utilizado na confecção do molde, ou por falha humana durante as operações de acabamento e usinagem, provocando empenamento da peça devido a parâmetros de tratamento térmico, tais como:

- Tempo de Rampa - tempo decorrido durante o aquecimento do forno, entre a temperatura inicial e a temperatura de patamar, podendo variar entre 500ºC e 950 ºC, dependendo do tipo de tratamento térmico e de composição química do aço envolvidos no processo.
- Tempo de Enxarque - tempo em que a peça permanece na temperatura de patamar durante o tratamento térmico para garantir o aquecimento de toda a peça.
- Temperatura de Vazamento - temperatura do aço líquido no momento de vazar o mesmo da panela para o molde para a confecção da peça.

Foram consideradas, portanto, nesta etapa de obtenção de funções empíricas para processos produtivos em função das variáveis significativas da Tabela 3, apenas as variáveis respostas “Número de Trincas Externas" e “Número de Trincas Internas". Após várias tentativas, chegou-se às formulações genéricas que apresentaram valores de R^2-ajustado aceitáveis, ou seja, maiores que 70% (Helene, 2013), tendo sido utilizada uma amostra com 250 elementos para cada uma das variáveis analisadas.

Não foi possível encontrar funções empíricas com R^2 ajustado significativo para as demais variáveis respostas por se tratar de defeitos que normalmente ocorrem por meio de falhas humanas, as quais não foram consideradas neste trabalho. Já para as variáveis respostas onde se encontraram funções empíricas com R^2 ajustado acima de 70% (“Número de Trincas Externas” e “Número de Trincas Internas”), o fator humando não tem influência significativa, estando as mesmas exclusivamente em função das variáveis de entrada abordadas neste trabalho.

O passo seguinte consiste em terminar as funções empíricas por meio do algoritmo OLS ou Mínimos Quadrados Ordinários. São exibidas nas equações (87) e (88) as funções empíricas genéricas para exemplificar a notação adotada:

$$\hat{Y}_1 = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_1 + \tilde{\beta}_2 x_{20} + \tilde{\beta}_3 x_{21} + \tilde{\beta}_4 x_{25} + \tilde{\beta}_5 x_1^2 + \tilde{\beta}_6 x_{20}^2 + \tilde{\beta}_7 x_{21} x_{25} \quad (87)$$

$$= \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_1 x_{20} + \tilde{\beta}_2 x_{21} x_{20}/(x_1^2 x_{25}) + \tilde{\beta}_3 \cos(x_{20})/x_{21} + \tilde{\beta}_4 sen(x_{20})/ (x_{25} x_{21} x_1) - \tilde{\beta}_5 x_1/x_{21} - \tilde{\beta}_6 \sqrt{x_1} {x_{25}}^2/{x_{20}}^2 \quad (88)$$

Deste modo, foram encontradas duas funções empíricas sem incerteza, ou seja, utilizando como coeficiente os valores da coluna CV, sendo $\hat{Y}_1$ trincas Externas que estão contempladas em (89) e $\hat{Y}_2$ trincas Internas que estão contempladas em (90), respectivamente.

$$\hat{Y}_1 = Min = 21 - 0{,}3 * x_1 - 59 * x_{20} - 675 * x_{21} - 2119 * x_{25} + 0{,}002 * {x_1}^2 + 622 * {x_{20}}^2 + 39 * x_1 * x_{25} \quad (89)$$

$$\hat{Y}_2 = Min = 2 + 0{,}2 * x_1 * x_{20} + 0{,}001 * cos(x_{20})/x_{21} + 0{,}1 * sen(x_{20})/(x_{25} * x_{21} * x_1) - 0{,}2 * x_1/12 - 26 * \sqrt{(x_1)} * {x_{25}}^2/({x_{20}}^2) \quad (90)$$

As funções empíricas foram consideradas significativas por apresentar R^2- ajustado acima de 70%, com o *P-valor* menor que 5% e por apresentar resíduos normais, mostrando, assim, que não há tendenciosidade no modelo. O valor do R^2-ajustado para $\hat{Y}_1$ e $\hat{Y}_2$,respectivamente, é de 73% e 77%.

As Tabelas 4 e 5 exibem as estatísticas das funções empíricas obtidas para $\hat{Y}_1$ e $\hat{Y}_2$, respectivamente. Cabe ressaltar que os termos v_{21} e v_{20}^2 foram considerados na regressão por aumentar o R^2-ajustado, mesmo apresentando *p-value* insignificativo (menor que 0,005):

Tabela 4: Estatísticas da Função Empírica obtida para "Número de Trincas Externas".

Termos Matemáticos na Expressão (23)	Valor dos coeficientes (*CV*)	*p-value* [%]	Limitantes Inferiores (95%) (*LB*)	Limitantes Superiores (95%) (*UB*)
Interceção ($\tilde{\beta}_0$)	20,9	0,0000	14,6	27,2

v_1	-0,30093	0,3596	-0,5025	-0,0993
v_{20}	-59,3	0,3475	-98,9	-19,7
v_{21}	-674,7	0,0005	-958,2	-391,3
v_{25}	-2,119,2	1,4215	-3,809,5	-429
v_1^2	0,00165	4,0324	0,0001	0,0032
v_{20}^2	622,8	0,0000	465,6	779,9
$v_1.v_{25}$	39,1	4,2177	1,4	76,8

Fonte: Solver do Excel®.

Tabela 5: Estatísticas da Função Empírica obtida para "Número de Trincas Internas".

Termos Matemáticos na Expressão (24)	Valor dos Coeficientes (*CV*)	*p-value* [%]	Limitantes Inferiores (95%) (*LB*)	Limitantes Superiores (95%) (*UB*)
Interceção ($\tilde{\beta}_0$)	1,98042	0,0000	1,3109	2,6500
v_1v_{20}	0,19418	0,0000	0,1486	0,2398
$v_1v_{20}/(v_{21}^2v_{25})$	0,0000001	4,2526	0,0000005	0,000002
$\frac{\cos(v_{20})}{v_{21}}$	0,00084	1,0038	0,0002	0,0015
$\frac{sen(v_{20})}{v_{25}v_{21}v_1}$	0,06978	0,8677	0,0181	0,1215
$\frac{v_1}{v_{21}}$	-0,14871	4,4500	-0,3065	0,0091
$\sqrt{v_1}\frac{{v_{25}}^2}{{v_{20}}^2}$	-26,38232	2,0000	-46,6642	-6,1000

Fonte: Solver do Excel®.

O problema para o qual foi aplicada a otimização sem incerteza (determinística) e a OvSMC para encontrar os valores ajustados das variáveis de entrada importantes já identificadas e que podem ser adotados pelos gestores nos processos produtivos na prática, está formulado por (91) – (92):

$$\min(\widehat{Y}_1 + \widehat{Y}_2) \tag{91}$$

Sujeito a:

$$x_i \in X \text{ (Conjunto viável de Soluções)} \tag{92}$$

Sendo *X* o conjunto de combinações de valores das variáveis de entrada utilizados pela Empresa objeto de estudo.

Primeiramente tentou-se a otimização sem incerteza (determinística), cujos resultados são exibidos nas Figuras 19 e 20.

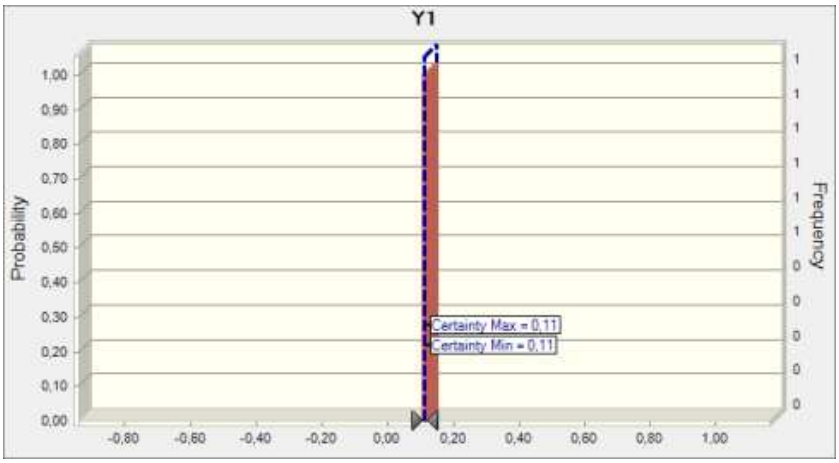


Figura 19: Resultado otimizado para o *outputY1* na OvSMC determinística.
Fonte: *Crystal Ball*®.

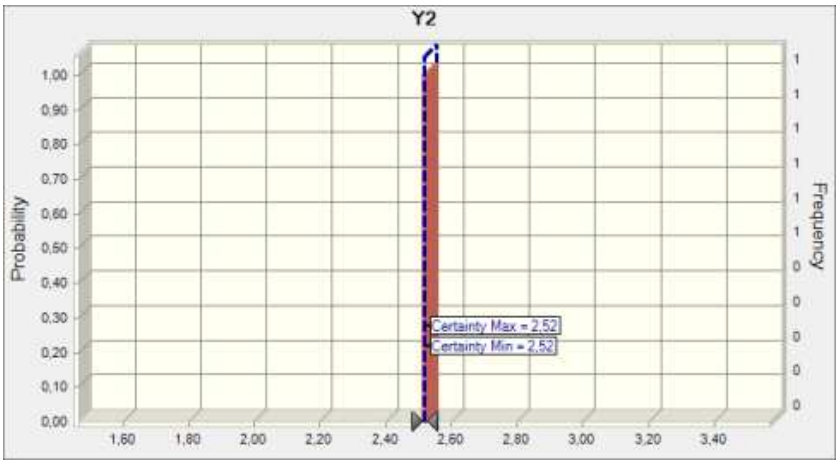


Figura 20: Resultado otimizado para o *outputY2* na OvSMC determinística.
Fonte: *Crystal Ball*®.

Na Tabela 6, encontram-se os valores obtidos por meio da OvSMC para as variáveis de entrada (x) e varíavel de saída (Y). Comparando-se os resultados com a base de dados reais da empresa objeto de estudo, não foi possível encontrar situações que correspondam com os valores encontrados. Dessa forma, o modelo não pôde ser validado estatisticamente, pois não retrata a realidade do objeto de estudo.

Tabela 6: Valores de variáveis de entrada e variáveis de saída obtidos pela otimização sem incerteza.

Tipo	Variável	Valor
Variáveis	$\widehat{Y}_1$	0,2
de Saída	$\widehat{Y}_2$	2,5

Variáveis de Entrada	x_1	48
	x_{20}	0,01
	x_{21}	0,011
	x_{25}	0,009

Fonte: Crystal ball®.

Como segunda tentativa, realizou-se a otimização via OvSMC com correlação, transformando cada coeficiente das funções empíricas em variável aleatória. Em outras palavras, utilizou-se a função de distribuição de probabilidade triangular, introduzindo com valor mínimo o intervalo de 95% de confiança inferior (LB), a estimativa da média com base no valor original estimado pela regressão (CV) e o valor máximo foi dado pelo intervalo 95% de confiança superior (UB).

Ressalta-se que, no caso da otimização via OvSMC com correlação, antes de aplicar a OvSMC ao problema (91) – (92), foi testada a existência de correlações entre as variáveis de entrada, os resultados do Teste de Correlação de Pearson (MONTGOMERY, 2005) presentes na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, constatando-se que há correlação alta e positiva (em negrito) entre os pares de variáveis x_{21}-x_{20}, x_{25}-x_{20} e x_{25}-x_{21}, sendo as demais correlações não significativas estatisticamente.

Tabela 7: Pearson Correlation Values (p-values) para variáveis de entrada.

Variables	x_1	x_{20}	x_{21}
x_{20}	-0,028 (p-value 0,661)		
x_{21}	0,008 (p-value 0,932)	**0,737 (p-value 0,000)**	
x_{25}	-0,052 (p-value 0,414)	**0,818 (p-value 0,000)**	**0,626 (p-value 0,000)**

Fonte: Minitab 17®.

Para realizar a OvSMC das funções empíricas (91) e (92), considerou-se cada coeficiente ($\tilde{\beta}$) nessas expressões como sendo uma variável aleatória $x \sim T$ [*LB, CV, UB*], com distribuição de probabilidade triangular (KOKONENDJ *et al*., 2007), formulada na (93) e ilustrada na Figura 21. Observa-se que os valores dos parâmetros estão nas Tabelas 4 e 5:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x - LB)}{(UB - LB)(CV - LB)} & LB \leq x < CV \\ \dfrac{2}{(UB - LB)} & x = CV \\ \dfrac{2(UB - x)}{(UB - LB)(UB - CV)} & CV < x \leq UB \\ 0, \text{ para qualquer outro caso} \end{cases} \quad (93)$$

Sendo *f*(*x*) a função densidade de probabilidade triangular para a variável aleatória *x*, *LB* o limitante inferior, *CV* o valor mais provável e *UB* o limitante superior, conforme Figura 21.

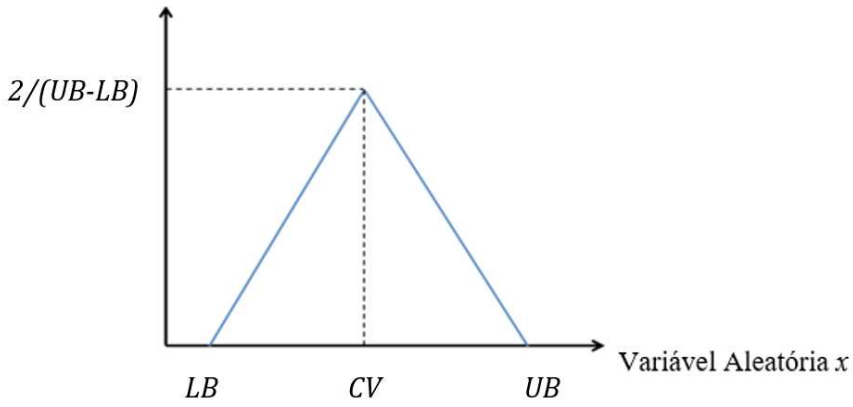


Figura 21: Distribuição de probabilidades triangular para a variável aleatória *x* ~ *T* [*LB*, *CV*, *UB*].
Fonte: O autor (2017).

As Figuras 22 e 23 contemplam a variação com intervalo de 95% de confiança para $\widehat{Y}_1$e $\widehat{Y}_2$ com correlação (ver Tabela 7), respectivamente.

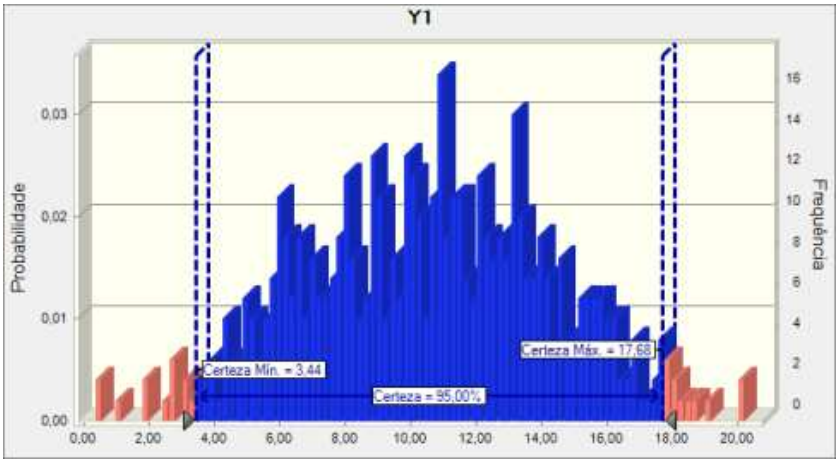


Figura 22: Resultado otimizado para a variável de saída Y_1 na OvSMC com correlação.
Fonte: *Crystal Ball*®.

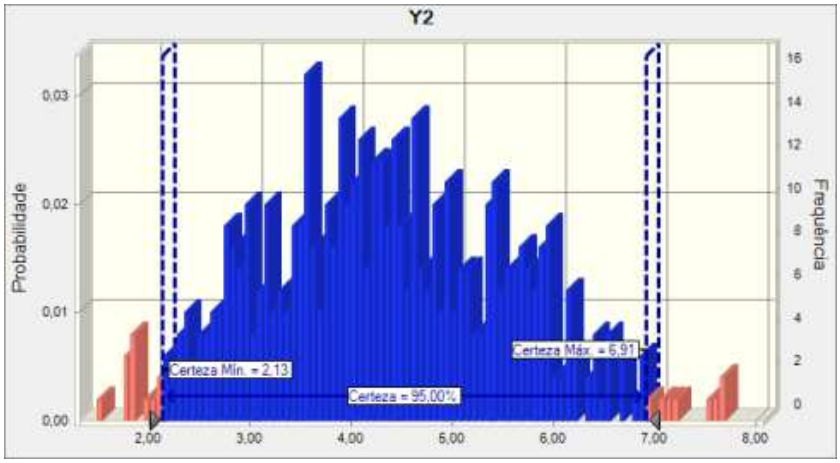


Figura 23: Resultado otimizado para a variável de saídaY_2 na OvSMC com correlação.
Fonte: *Crystal Ball*®.

Já na Tabela 8, encontram-se os valores de intervalos para as respostas $\widehat{Y}_1$ e $\widehat{Y}_2$ e, na Tabela 9, os ajustes para cada variável indicados na OvSMC.

Tabela 8: Intervalos para variáveis de saída obtidos na OvSMCcom correlação.

Variável de Saída	Mínimo	Máximo
$\widehat{Y}_1$	3,4	17,7
$\widehat{Y}_2$	2,1	6,9

Fonte: *Crystal Ball*®.

Tabela 9 :Valores para variáveis de entrada obtidos na OvSMC com correlação.

Variável de Entrada	Valor
x_1	26
x_{20}	0,01
x_{21}	0,003
x_{25}	0,001

Fonte: *Crystal Ball*®.

Comparando os resultados exibidos nas Tabelas 8 e 9 com a base de dados da empresa objeto de estudo (Tabela 10), percebe-se que, no banco de dados da empresa, há a configuração proposta pela OvSMC.

Adicionalmente, os valores das variáveis de saída ($\widehat{Y}_1 = 6$ e $\widehat{Y}_2$=5) para essa configuração está contida dentro de intervalo de confiança abordado nas Figuras 22 e 23, respectivamente.

Desta maneira, puderam-se encontrar situações reais que condizem com os resultados, validando estatisticamente o modelo desenvolvido.

É exibida, na Tabela 10, uma situação extraída da base de dados que condiz com os resultados da OvSMC com correlação:

Tabela 10: Valores extraídos da base de dados para validação da OvSMC com correlação.

Tipo	Variável	Valor
Variável de Saída	$\widehat{Y}_1$	6
	$\widehat{Y}_2$	5
Variável de Entrada	x_1	26
	x_{20}	0,01
	x_{21}	0,003
	x_{25}	0,001

Fonte: *Crystal Ball*®.

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

4.1. VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS

Passa-se a responder às questões de pesquisa propostas no subcapítulo 1.2:

- Como combinar a MCDEA com a OvSMC para avaliar eficiência de processos produtivos na área siderúrgica? Foi descrito, neste trabalho, um procedimento para avaliar eficiência de processos produtivos na área siderúrgica propiciando resultados interessantes e úteis para a Empresa estudada. Ele combina um Modelo BiO-MCDEA com a geração de funções empíricas e a aplicação da OvSMC.
- Há vantagens de se utilizar o modelo MCDEA na seleção de variáveis *input* e *output* na análise de eficiência de processos produtivos na área siderúrgica? O modelo BiO-MCDEA adotado permitiu a identificação das quatro variáveis relevantes (significativas) de *input* e *output* para cada processo produtivo, o que facilita a tarefa dos gestores em atuar na melhoria do desempenho destes processos, ajustando os valores das quatro variáveis colocadas na Tabela 8.
- Como validar estatisticamente os resultados da OvSMC quando aplicada na análise de eficiência de processos produtivos na área siderúrgica? Os resultados obtidos pela OvSMC, para as duas funções empíricas investigadas, foram validados estatisticamente, utilizando-se uma comparação dos dados reais (banco de dados da Empresa) com os intervalos de confiança (95%) gerados pela OvSMC para as variáveis respostas “Número de Trincas Externas” e “Número de Trincas Internas”.

Em relação às dificuldades no significativas neste trabalho, cabe ressaltar o desenvolvimento de funções empíricas, por se tratar de variáveis respostas que tinham influências significativas de variáveis de entrada não consideradas, tais como o fator humano.

Outro comentário importante se refere à constatação de que, ao se realizar a OvSMC utilizando toda a informação gerada pela análise de regressão (coeficientes originais e os intervalos de confiança), bem como a inserção da correlação entre as variáveis de entrada, ela mostrou-se interessante pois possibilitou melhorar a qualidade dos resultados da otimização e, também, permitiu a sua validação estatística.

Pode-se comentar que, inicialmente, foi testada a realização da OvSMC nas funções empíricas utilizando-se apenas os valores dos coeficientes (CV), 2ª coluna nas Tabelas 4 e 5, para compor as funções objetivos, no entanto, os resultados gerados por essa otimização não puderam ser validados frente aos dados reais (Figuras 19 e 20) disponibilizados pela Empresa. Devido a isto, optou-se pela estratégia de considerar os coeficientes das funções empíricas como sendo variáveis aleatórias (com função de distribuição de probabilidade triangular), o que se mostrou interessante para resolver problemas complexos e reais. Destaca-se, também, que o algoritmo OLS gerou funções empíricas com boa aderência à realidade dos processos produtivos analisados.

Finalmente, pode-se concluir que todos os objetivos propostos neste trabalho foram plenamente atendidos e que o procedimento proposto é exequível, inovador e pode propiciar informações de muita valia para os gestores de processos produtivos.

4.2. Proposta para Futuras Pesquisas

- Aplicar a abordagem proposta em outros tipos de indústrias.
- Aplicar a abordagem em outros tipos de problemas, como, por exemplo, econômicos e financeiros.

REFERÊNCIAS

ABDOLI, A.; SHAHRABI, J.; HEIDARY, J. Representing a Composing Fuzzy-DEA Model to Measure Knowledge Workers Productivity based upon their Efficiency and Cost Effectiveness. **Journal of Universal Computer Science**, vol. 17, pp. 1390-1411 2011.

AZADEH, A.; SHEIKHALISHAHI, M.; KOUSHAN, M. An integrated fuzzy MCDEA-Fuzzy simulation approach for optimization of operator allocation with learning effects in multi products CMS. **Applied mathematical modeling**, vol. 37,pp. 9922 -9933, 2013.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiences in data envelopment analysis. **Management Science**, pp. 1078–1091, 1984.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W.; SWARTS, J.; THOMAS, D. A. An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of its Models and Their Uses. **Research in Governmental and Non-Profit Accounting**, vol. 5, pp. 125-163, 1989.

BATES, D.; WATTS, D. Nonlinear Regression Analysis and its Applications. **Wiley**, 1988.

BATISTA, F. D. Metodologia para o uso da análise por envoltória de dados no auxílio à decisão. **Dissertação de Mestrado, UNIFEI**, 2009.

BEHARA, S. R. B.; KIPPAX, P.; LARSON, L.; MORTON, D. A. V.; STEWART, P. Kinetics of emitted mass – A study with three dry powder inhaler devices. **Chemical Engineering Science**, vol. 66, pp. 5284-5292, 2011.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C.. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, vol. 22, pp. 241-264, 2002.

BILGINOL, K.; DENLI, H.; SEKER, D. Ordinary Least Squares Regression Method Approach for Site Selection of Automated Teller Machines (ATMs), **Procedia Enviromental Sciences**, vol. 26, pp. 66-69, 2015.

BRYMAN, A.; BELL, E. The nature of quantitative research. **In: Business Research Methods. New York. Oxford University,** pp. 154-177.

CENAERO. Deisponível em:<http://www.cenaero.be/Page.asp?docid=27103>. Acessoem:15 out. 2016.

CHANG, C. T. Multi-Choice Goal Programming. ***The International Journal of Management Science,***vol.*35*, pp. 389-396, 2007.

CHARNES, A.; COOPER, W. *Management Model and Industrial Application of Linear Programming*, *1*. **New York: Wiley**, 1961.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**,vol. 2, pp. 429- 444, 1978.

CHEN, Y. W.;LARBANI, M.;CHANG, Y., P. Multiobjective data envelopmentanalysis. **Journal of the Operational Research Society**, vol. 60, PP. 1556–1566, 2009.

COELHO, B. E. A.; SIMOES, P. A.; ACHCAR, J. A.; MARTINEZ, E. Z.; SHIMANO, A. C. Methods of Estimation in Multiple Linear Regression: Application to Clinical Data. **Revista Colombiana De Estadistica**, vol. 31, 2008.

COOPER, W. W.;SEIFORD, L. M.; TONE, K. Introduction to Data Envelopment Analysis and its uses: with DEA-Solver software and references. 1.ed. **New York: Springer**. 2006.

DANDURAND, B.; WIECEK, M. Quadratic scalarization for decomposed multiobjective optimization. **OR Spectrum**, vol. 38, pp. 1071, 2016.

DEB, K. Nonlinear goal programming using multiobjective genetic algorithms. ***Journal of the Operational Research Society***, vol. 52, pp. 291-302, 2001.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization, **Econometrica**, vol. 19, pp. 273-292, 1951.

DHAVLIKAR, M. N.; KULKARNI, M.S.; MARIAPPAN, V. Combined Taguchiand dual response method for optimization of a centerless grindinrningg operation, **Journal of Materials Processing Technology**, vol. 132, pp. 90-94, 2003.

EREGNO, F. E.; XU, C.; KITTEROD, N. Modeling hydrological impacts of climate change in different climatic zones, **International Journal of Climate Change Strategies and Management**, vol. 5, pp. 344 – 365, 2013.

FALAGARIO, M.; SCIANCALEPORE, F.; COSTANTINO, N.; PIETROFORTE, R. Using a MCDEA-cross efficiency approach in public procurement tenders. **European Journal of Operational Research**, vol. 218, pp. 523-529, 2012.

FANG, L.; LI, H. Cost efficiency in data envelopment analysis under the law of one price. **European Journal of Operational Research,** Vol. 240, pp. 488-492, 2015.

FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society,**vol. 120, pp. 253-290, 1957.

FERRARO, M. B.; GIORDANI, P. A multiple linear regression model for imprecise information. **Metrika**, vol. 75, pp. 1049-1068, 2012.

FERREIRA, C. M. C.; GOMES, A. P. Introdução à análise envoltória de ados: teoria, modelos e aplicações. **Editora UFV**, 2009.

FIRAT, M.; KARAMAN, E.; GASAR, E.; NARINC, D. Bayesian Analysis for the Comparison of Nonlinear Regression Model Parameters: an Application to the Growth of Japanese Quail. **Revista Brasileira de Ciência Avícola,** vol. 18,2016.

FRIESNER, D.; MITTELHAMMER, R.; ROSENMAN, R. Inferring the incidence of industry inefficiency from MCDEA estimates. **European journal of operational research**, vol. 224, pp. 414-424, 2013.

GHASEMI, M. R.; IGNATIUS, J.; EMROUZNEJAD, A. A bi-objective weighted model for improving the discrimination power in MCDEA. **European Journal of Operational Research**, vol. 233, pp. 640–650, 2014.

GHINATO, P. Lições Práticas para a Implementação da Produção Enxuta. **EDUCS - Editora da Universidade de Caxias do Sul**, 2002.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. **São Paulo: Campus**, 2005.

HAVILA, V.; SALMI, A. Managing Project Ending. **New York: Taylor & Francis**, 2008.

HELENE, W. Rethinking the linear regression model for spatial ecological data. **Ecology**, vol. 94, pp. 2381, 2013.

HENKE, S. L.; MÜLLER, M.; TAKANO, E. H.; PAREDES, R. S. C. Microstructure and fatigue strenght in a low carbon martensitic stainlees steel remelted by plasma torch. **Soldagem e Inspeção**, vol. 19, 2014.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J.: Introduction to Operations Research, 8th Edition. **McGraw-Hill**, 2001.

IZUI, K.; YAMADA, T.; NISHIWAKI, S.; TANAKA, K. Multiobjective optimization using an aggregative gradient-based method. **Structural and Multidisciplinary Optimization,** vol. 51, pp. 173-182, 2015.

JOLLY, P.; YADAV, S.A Fully Fuzzy DEA Approach for Cost and Revenue Efficiency Measurements in the Presence of Undesirable Outputs and Its Application to the Banking Sector in India.**International Journal of Fuzzy Systems**, vol. 18, pp. 212-226, 2016.

KANDEL, T. P.; LAERKE, P. E.; ELSGAARD, L. Effect of chamber enclosure time on soil respiration flux: comparison of linear and non-linear flux calculation methods. **Atmospheric Environment**, vol. 141, pp. 245-254, 2016.

KAZANTSEV, D. M.; AKHUNDOV, I. O.; KARPOV, A. N.; SHWARTZ, N. L.; ALPEROVICH, V. L.; TEREKHOV, A. S.; LATYSHEV, A. V. Monte Carlo simulation of GaAs(0 0 1) surface smoothing in equilibrium conditions. **Applied Surface Science**, vol. 333, pp. 141-146, 2015.

KHOUJA, M. The use of data envelopment analysis for technology selection. **Computers and Industrial Engineering**, vol. 28, pp. 123–132, 1995.

KIM, B.; LEE, T.; TAHA, B. M. J. Total least square method applied to rating curves. **Hydrological Processes**, vol. 28, pp. 4057-4066, 2013.

KOKONENDJI, C. C., KIESSÉ, T. S.; ZOCCHI, S. S. Discrete triangular distributions and non-parametric estimation for probability mass function. **Journal of Nonparametric Statistics**, vol. 19, pp. 241–257, 2007.

KOOPMANS, T. C. Efficient Allocation of Resources. **Econometrica,** vol. 19, pp. 455-465, 1951.

KORYTKOWSKI, P.; KARKOSZKA, R. Simulation-based efficiency analysis of an in-plant milk-run operator under disturbances. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, vol. 82, pp. 827–837, 2016.

KROESE, D. P.; TAIMRE, T.; BOTEV, Z. I. Handbook of Monte Carlo Methods. **John Wiley & Sons, New York**, 2011.

LACOSTE, J. D.; IBÁNEZ, M.; STUTZLE, T. Anytime Pareto Local Search. **European Journal of Operational Research**, vol. 243, pp. 369-385, 2015.

LI, X. B.; REEVES, G. R. A. Multiple criteria approach to data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**,vol. 115, pp. 507-517, 1999.

LI, S.; WANG, C. Analysis for Quick Response Strategy using OptQuest Simulation. **Applied Mechanics and Materials**. pp. 220-267, 2012.

LIN, C.; LIN, T.; CHIU, S. Corporate performance forecasting using hybrid rough set theory, neural networks, and MCDEA. **Journal of testing and evaluation,** vol. 41, 2013.

LIU, H.; WEI, G.; XU, Z.; LIU, P.; LI, Y. **Quantitative analysis of Fe and Co in Co-substituted magnetite using XPS: The application of non-linear least squares fitting (NLLSF).** Applied Surface Science, vol. 389, pp. 438–446, 2016.

LONGO, S. Monte Carlo simulation of charged species kinetics in weakly ionized gases. **Plasma Sources Science and Technology**, vol. 15, pp. 5181-5188, 2006.

MADIC, M.; RADOVANOVIC, M.; TRAJANOVIC, M.; MANIC, M. Analysis of correlations of multiple-performance characteristics for optimization of CO2 laser nitrogen cutting of AISI 304 stainless steel, **Journal of Engineering Science and Technology Review**, vol. 7, pp. 16-21, 2014.

MARTEL, J. M.; AOUNI, B. Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations. ***Journal of Global Optimization***, vol. 12, pp. 127-138, 1998.

MELLO, J. C. C. B. S.; MEZA, L. A.; GOMES, E. G.; NETO, L. B. Curso de AnáliseEnvoltória de Dados. **XXXVII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISAOPERACIONAL**, pp. .2520-2547, 2005.

MENEGON, D.; NAZARENO, R. R.; RENTES, A. F. Relacionamento entre desperdícios e técnicas a serem adotadas em um sistema de produção enxuta. **XXIII encontro nacional de engenharia de produção**, 2003.

MONTGOMERY, D. C. Design and Analysis of Experiments. 6th. ed., **New York: Wiley**, 2005.

NAIDU, K.; MOKHLIS, H.; BAKAR, A. H. A. Multiobjective optimization using weighted sum artificial bee colony algorithm for load frequency control. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems,** vol. 55, pp. 657-667, 2014.

OGRYCZAK, W. Comments on properties of the Minmax solutions in goal programming. ***European Journal of Operational Research***, vol. *132*, pp. 17-21, 2001.

ORACLE. **Oracle Cystal Ball – Visão Geral.** Disponível em: http://www.oracle.com.br/products/applications/crystalball/overview/index.html. Acesso em: 20/07/2016.

PANTUZA, G. Métodos de otimização multiobjetivo e de simulação aplicados ao problema de planejamento operacional de labra em minas de céu aberto. **Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto,** 2011.

PARETO, V. Cours D'Economie Politique. **F. Rouge**, vol. 1, 1896.

PARK, J.; BAE, H.; DINH, T.; RYU, K. Operator allocation in cellular manufacturing systems by integrated genetic algorithm and fuzzy data envelopment analysis. **The International Journal of Advanced Manufacturing,** vol. 75, pp. 465-477, 2014.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. *Microeconomia.* Quinta Edição. **São Paulo:Prentice Hall**, 2010.

RAGWITZ, M.; STEINHILBER, S. Effectiveness and efficiency of support schemes for electricity from renewable energy sources. **Energy and environment,**vol. 3, pp. 213-229, 2014.

RASMUSSEN, C. J.; YU, G.; GOR; NEIMARK, A. V. Monte Carlo Simulation of Cavitation in Pores with Nonwetting Defects. **Langmuir**, vol. 28, pp. 4702-4711, 2012.

REIS, H. L. Implantação de Programas de Redução de Desperdício na Indústria Brasileira - um Estudo de Caso. **Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas Instituto de Pesquisa e Pós-Graduação em Administração: Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado)**, 1994.

ROMERO, C. Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. **Omega,** vol. 29, pp. 63-71, 2001.

ROMERO, C. A general structure of achievement function for a goal programming model. **European Journal of Operational Research**, vol. 153,pp. 675-686, 2004.

SAJADIEH, H. S.; NAVABAKHSH, M.; GHARTEMANI, S. K.; HAERY, F. A.Achieve to agility manufacturing by use of seven wastes through lean manufacturing.**Advances in Environmental Biology**, pp. 1687, 2013.

SAMBRIDGE, M.; MOSEGAARD, K. Monte Carlo Methods in Geophysical Inverse Problems. **Reviews of Geophysics**, vol. 40, pp. 8755-1209, 2002.

SCIENCE. **Web of Science**. Disponível em: http://www.webofknowledge.com. Acesso em: 20/02/2017.

SHAPIRO, A. Monte Carlo Simulation Approach to Stochastic Programming. **Proceedings of the 2001 Winter Simulation**, 2001.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S., MONTEVECHI, J. A. B. Aplicação de programação por metas binária: mista em uma empresa do setor sucroenergético. ***Gestão & Produção***, vol. 20, pp. 321-336, 2013.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S. Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. **Production**, vol. 25, n. 1, pp. 92-112, 2015.

SINHA, A.; KORHONEN, P.; WALLENIUS, J.; DEB, K. An interactive evolutionary multi-objective optimization algorithm with a limited number of decision maker calls. **European Journal of Operational Research**, vol. 233, pp. 674-688, 2014.

SINUANY-STERN, Z.; MEHREZ, A.; HADAD, Y. An AHP/MCDEA methodology for ranking decision making units. **International Transactions in Operational Research**, vol. 7, pp. 109–124, 2000.

SMYTH, G. K. Nonlinear Regression. **John Wiley & Sons Ltd,** vol. 3, pp. 1405–1411,2002.

SUEYOSHI, T.; GOTO, M. Efficiency-based rank assessment for electric power industry: A combined use of Data Envelopment Analysis (DEA) and DEA-Discriminant Analysis (DA). **Energy economics,** vol. 34, pp. 634 -644, 2012.

SVENSSON, M. K. Using Evolutionary Multiobjective Optimization Algorithms to Evolve Lacing Patterns for Bicycle Wheels. **Dissertação de Mestrado, Norwegian University of Science and Technology,** 2015.

TAN, A.; AWAIYE, K.; TRABELSI, F. Impact of calibrator concentrations and their distribution accuracy of quadratic regression for liquid chromatography-mass spectrometry bioanalysis. **Analytica Chimica Acta**, vol. 815, pp. 33-41, 2014.

VALAMI, V. H. Cost efficiency with triangular fuzzy number input prices: An application of DEA. **Chaos, solitons & fractals**, vol. 42, pp. 1631-1637, 2009.

VARIAN, H. R., *Microeconomia*: princípios básicos. Tradução da 9ª ed. Rio de Janeiro: **Elsevier**, 2015.

WÖLK, J.; STREY, R.; HEATH, C. H.; WYSLOUZIL, B. E. Empirical function for homogeneous water nucleatioin rates. **The journal of Chemical Physics**, vol. 117, pp. 4954-4960, 2002.

YANG, X. S. Engineering optimization. an introduction with metaheuristic applications. **Wiley**, 2010.

ZADEH, L. A. *Fuzzy* Sets. **Information and control 8**, vol. 8,pp. 338-353, 1965.

ZENG, Y. Least squares spectral resolution of liquid chromatography–mass spectrometry data of glycerophospholipids. **Journal of chromatography**, vol. 1280, pp. 23-34, 2013.

ZHOU, J.; LONG, Y. Losers and Pareto optimality in optimising commuting patterns. **Urban Studies**, vol. 53, pp. 2511-2529, 2015.

ANEXO A – INSERÇÃO DA CORRELAÇÃO EM PROBLEMAS DE OVSMC

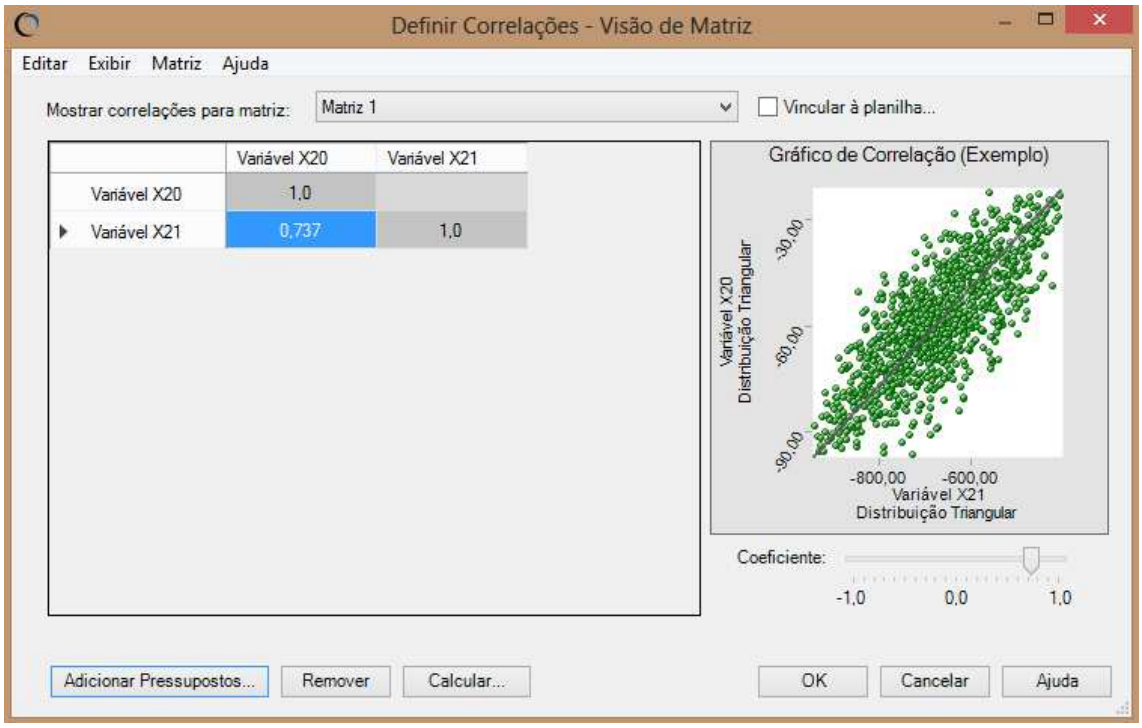


Figura 24: Inserção da correlação em Problemas de OvSMC no otimizador Optquest.
Fonte: *Crystal Ball*®.

ANEXO B – INSERÇÃO DO MODELO NO OTIMIZADOR OPTQUEST

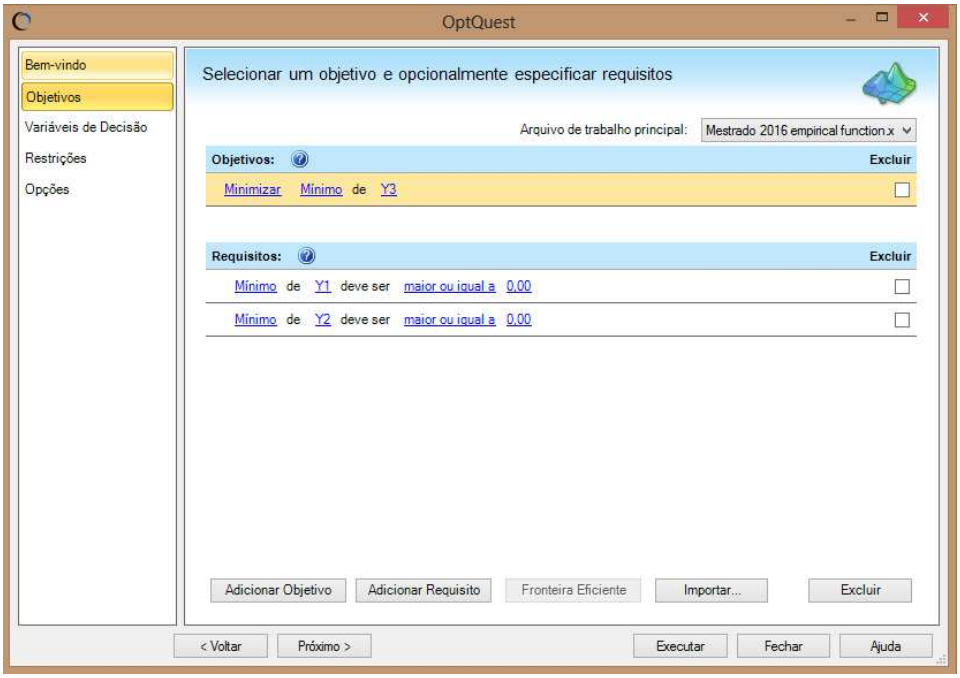


Figura 25: Definição dos objetivos e requesitos no otimizador Optquest.
Fonte: Crystal Ball®.

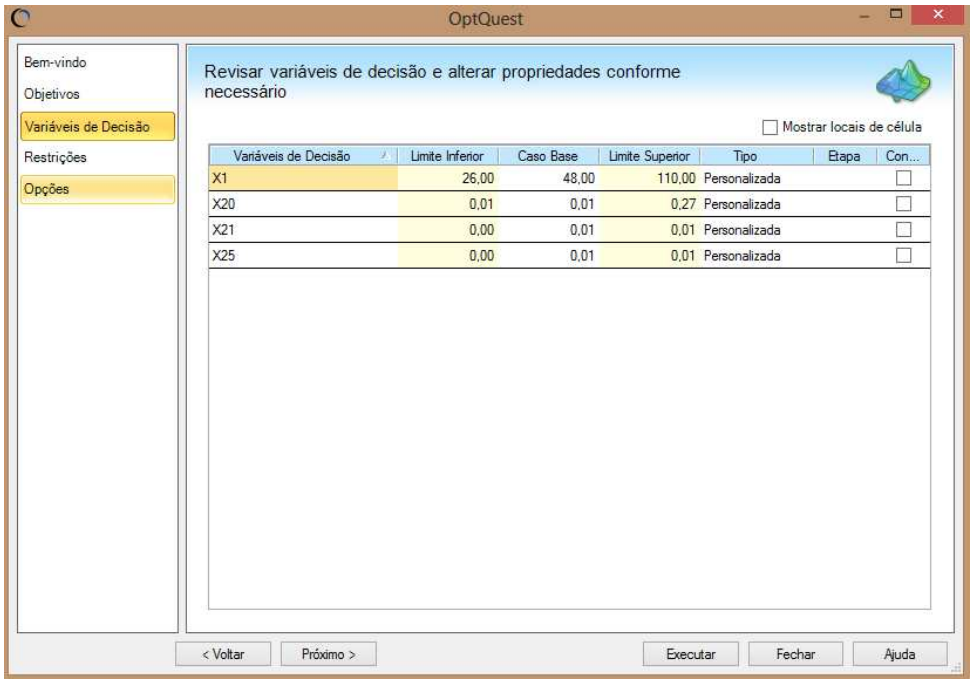


Figura 26: Definição das variáveis de decisão no otimizador optquest.
Fonte: Crystal Ball®.

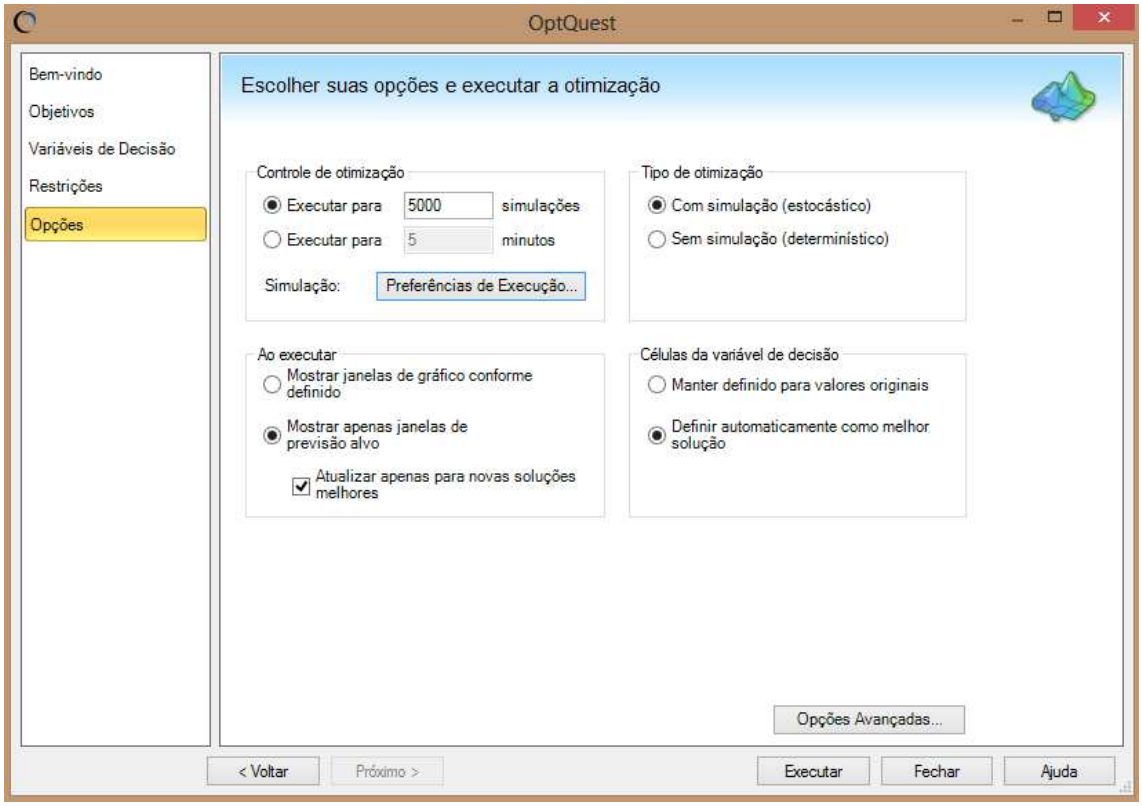


Figura 27: Opções para executar a OvSMC.
Fonte: Crystal Ball®.

APÊNDICE A – PUBLICAÇÕES EM CONGRESSOS

FIGUEIREDO, M. V. **Multi-Objective Data Envelopment Analysis Model combined with Empirical Function development and Optimization via Monte Carlo Simulation.** 2017. XXX f. Dissertation (Master's in Industrial Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

ABSTRACT

Quality control is one of the pillars to guaranty a good yield on a production line, aiming to reach better efficiency, effectiveness and reduction of production costs.The identification of defects causes and its control is an activity relatively complex, due to the infinity of variables on some process. One of the most important objectives on a Steel Castings Parts production is to reduce castings defects (shrinkage, cracks, dimensional problems, etc), that can be caused by several process variables, such asChemical Composition,Pouring Temperature and Mechanical Properties. Due to the mentioned explanations, this study was developed at a large steel industry, which produces rail and industrial parts. The efficiency of the produced parts, called DMU (Decision Making Units), was analyzed through an extensive data base. It was done by using BiO-MCDEA (Bi Objective Data Envelopment Analysis) on seven DMUs, which are steel casting parts, in function of 38 process variables. Additionally, the process variables influents on the DMU's efficiency determination were evidenced through the mentioned implementation. Once those results were obtained, empirical functions were developed for the response variables in function of the influents process variables through multiple non-linear regression. Finally an optimization via Monte Carlo Simulation was implemented in order to determine the inputs values necessary to optimize the empirical functions. The achieved results were satisfactory, being consistent with the industry's reality and the applied methodology through the combination of different tools were effectiveness and innovative.

APÊNDICE B – VALORES DOS *INPUTS*

Tabela 11: Valores dos *inputs*.

Variável	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5	DMU 6	DMU 7
x_1	45	27	55	23	41	17	50
x_2	10	14	10	10	14	16	13
x_3	180	190	170	200	200	100	100
x_4	34	30	25	33	20	15	30
x_5	66	60	60	70	85	50	80
x_6	90	70	80	100	75	85	80
x_7	110	120	128	130	110	170	110
x_8	8	10	14	18	10	15	10
x_9	1680	1680	1700	1700	1700	1700	1700
x_{10}	400	380	420	470	400	420	480
x_{11}	13	11	12	12	13	15	13,2
x_{12}	0,45	0,46	0,61	0,54	0,55	0,74	0,56
x_{13}	0,04	0,05	0,05	0,06	0,03	0,05	0,03
x_{14}	0,25	0,25	0,23	0,18	0,17	0,28	0,02
x_{15}	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,035	0,05
x_{16}	0,15	0,15	0,4	0,4	0,49	0,56	0,45
x_{17}	0,017	0,017	0,016	0,016	0,018	0,017	0,019
x_{18}	0,015	0,014	0,019	0,017	0,016	0,019	0,017
x_{19}	0,54	0,54	1,28	0,77	0,75	0,92	0,75
x_{20}	0,026	0,031	0,03	0,247	0,23	0,27	0,26
x_{21}	0,002	0,002	0,003	0,015	0,008	0,006	0,01
x_{22}	0,038	0,037	0,04	0,26	0,38	0,55	0,36
x_{23}	0,43	0,45	0,46	0,45	0,4	0,5	0,45
x_{24}	0,001	0,0005	0,0011	0,0005	0,001	0,03	0,0015
x_{25}	0,001	0,001	0,006	0,001	0,005	0,004	0,005
x_{26}	551	511	615	794	700	830	680
x_{27}	303	298	401	665	520	730	500
x_{28}	27	27	27	22	25	19	23
x_{29}	45	44	51	48	55	43	50
x_{30}	141	136	147	136	210	260	220

Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE C – VALORES DOS *OUTPUTS*

Tabela 12: Valores dos *outputs*.

Variável	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5	DMU 6	DMU 7
x_{31}	8	4	10	10	20	6	7
x_{32}	11	20	2	2	10	4	10
x_{33}	3	2	4	2	2	2	2
x_{34}	10	7	5	2	2	2	2
x_{35}	4	2	2	2	4	2	4
x_{36}	5	8	3	3	6	2	6
x_{37}	3	2	2	2	2	2	4
y_1	15	14	22	9	25	6	27

Fonte: O autor (2017).