

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

JOÃO PEDRO CAPOVILLA GASPARINI

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SUPERFÍCIES SUSTENTADORAS UTILIZANDO
ALGORITMO GENÉTICO COM BASE EM UM CÓDIGO VLM *IN-HOUSE***

São João da Boa Vista

2023

João Pedro Capovilla Gasparini

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SUPERFÍCIES SUSTENTADORAS UTILIZANDO
ALGORITMO GENÉTICO COM BASE EM UM CÓDIGO VLM *IN-HOUSE***

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Daniel Sampaio Souza

São João da Boa Vista
2023

G249o Gasparini, João Pedro Capovilla
Otimização geométrica de superfícies sustentadoras utilizando algoritmo genético com base em um código VLM in-house / João Pedro Capovilla Gasparini. -- São João da Boa Vista, 2023
74 p. : il., tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista

Orientador: Daniel Sampaio Souza
Coorientador: Murilo Sartorato

1. Aerodinâmica Modelos matemáticos. 2. Drone. 3. Algoritmos genéticos. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SUPERFÍCIES SUSTENTADORAS
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO COM BASE EM UM CÓDIGO VLM IN-
HOUSE**

Aluno: João Pedro Capovilla Gasparini
Orientador: Prof. Dr. Daniel Sampaio Souza

Banca Examinadora:

- Daniel Sampaio Souza (Orientador)
- Carlos do Carmo Pagani Júnior (Examinador)
- Renan Trevizan de Melo (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 001/2022)

São João da Boa Vista, 30 de março de 2023

À minha família...

AGRADECIMENTOS

Agradeço, acima de tudo, a Deus, pois sem sua benção nenhuma vírgula deste trabalho seria possível. Agradeço a meus pais, Nivia Simone Capovilla Gasparini e Hilton Gasparini, por todo amor e carinho, incentivando e financiando os meus estudos durante mais de duas décadas e sempre me apoiando em todas as minhas decisões. Agradeço em especial à Flora Seraphim Capovilla, Herminia Geraldo Gasparini, Armando Capovilla, Nádia Cibelle Capovilla e André Peixoto. Agradeço a meu falecido avô, Homero Gasparini, o qual sempre levarei comigo como exemplo de bom homem.

Agradeço a Giancarlo Saidel Canaver, pela amizade verdadeira e por todo o carinho e ajuda fornecida. Mesmo nos momentos mais difíceis da graduação eu sempre soube que podia contar com seu apoio.

Agradeço de maneira especial ao Professor Dr. Daniel Sampaio Souza, o qual contribuiu de maneira imensurável para a realização deste trabalho. Guardarei todo o aprendizado passado e toda a paciência tida comigo durante o processo de realização deste trabalho.

Agradeço a Pró-Reitoria de Pesquisa devido ao financiamento de minha iniciação científica, a qual deu início ao desenvolvimento deste projeto.

Por último, agradeço a todos os amigos feitos durante os cinco anos de participação na Equipe Adelphi Aerodesign. Espero que, de alguma forma, eu também tenha conseguido impactar positivamente na vida de cada um de vocês.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

Pró-Reitoria de Pesquisa (PROPE-Unesp), Edital PIBIC 1/2020, Proposta N° 393.

“O que sempre me moveu foi a inquietação de perguntar se não existe uma maneira melhor de fazer algo”
(Ozires Silva)

RESUMO

No presente trabalho colocou-se em foco o desenvolvimento de um *script* computacional que permita um processo de otimização de uma geometria aerodinâmica destinada ao uso em um Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT). Para isso, a base de cálculos aerodinâmica foi implementada tendo como referência a metodologia *Vortex Lattice Method* (VLM) adaptada à superfícies em escoamento rotativo. Também foi preciso o desenvolvimento de um gerador de malha que fornecesse as coordenadas geométricas de uma geometria, o que mostra-se necessário ao funcionamento do VLM. Antes que novas etapas fossem implementadas ao *script*, tanto o modelo aerodinâmico quanto o modelo geométrico passaram por diversos testes e comparações com referências da literatura, permitindo contrastar suas respectivas acuracidades. As partes isoladas que compõem a implementação do VLM foram validadas, mas não foi possível obter uma solução independente da malha estabelecida. Diversos estudos e testes indicam que tal situação pode estar ocorrendo devido a um possível erro na rotina responsável pela integração das forças aerodinâmicas. Dessa forma, optou-se por realizar um processo de otimização de uma asa fixa. Para isso tanto a frente geradora de malha quanto a frente aerodinâmica foram acopladas ao processo de otimização em si, o qual é baseado na metodologia de algoritmo genético. Ao final, obteve-se como resultado uma geometria considerada otimizada para a missão estabelecida, a qual poderá, em trabalhos futuros, ser colocada a prova mediante resultados experimentais e simulação em *Computational Fluid Dynamics* (CFD).

PALAVRAS-CHAVE: Aerodinâmica Modelos matemáticos. Drone. Algoritmos genéticos.

ABSTRACT

The present work focuses on the development of a computational script that allows the optimization process of a aerodynamic geometry for use in an Unmanned Aerial Vehicle (UAV). For this purpose, the aerodynamic calculation was implemented using the Vortex Lattice Method (VLM) methodology adapted to surfaces in rotational flow. It was also necessary to develop a mesh generator that provided the geometric coordinates of a given geometry, which is necessary for the VLM. Before new steps were implemented in the script, both the aerodynamic model and the geometric model underwent several tests and comparisons with references from the literature. The isolated parts from the VLM implementation have been validated, but it was not possible to obtain a solution independent of the mesh. Many studies and tests indicate that this situation may be occurring because of a possible error in the routine responsible for the integration of aerodynamic forces. Therefore, it was decided to carry out an optimization process for a fixed wing. For that, both the mesh-generating front and the aerodynamic front were coupled to the optimization process, which is based on the genetic algorithm methodology. As a result, an optimized geometry was obtained, which may be tested in future works through experimental results and simulation in Computational Fluid Dynamics (CFD).

KEYWORDS: Aerodynamics Mathematical models DLC. Drone. Genetic Algorithms.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Evolução das geometrias de hélices	19
Figura 2	General Atomics MQ-1 Predator de uso militar	19
Figura 3	Fluxograma do <i>script</i> desenvolvido	25
Figura 4	Tipos de vórtices e entidades geométricas presentes no problema	26
Figura 5	Exemplo de uma geometria definida com os parâmetros geométricos citados.	27
Figura 6	Forma planar da geometria apresentada na Figura 5	28
Figura 7	Zoom em um painel geométrico da asa apresentada na Figura 6	29
Figura 8	Discretização da corda ao longo da envergadura	31
Figura 9	Representação das variáveis $\Delta x_{C_1}, \Delta x_{C_2}, \Delta x_{C_3}$ e Δx_{C_4}	32
Figura 10	<i>Offset</i> nulo para a disposição das cordas	33
Figura 11	Ângulo de enflechamento	33
Figura 12	Perfil ARA D e sua respectiva linha de camber	35
Figura 13	Procedimento de adição do camber à forma planar	36
Figura 14	Exemplo de geometria vinda do gerador de malha	38
Figura 15	Hélice 16x6 in. para UAVs	39
Figura 16	Exemplo de geometria composta por três regiões	39
Figura 17	Vista superior, isométrica e frontal de uma hélice estruturada pelo gerador de malha	40
Figura 18	Exemplo de um vórtice do tipo anel	41
Figura 19	Composição do vórtice ferradura	42
Figura 20	Representação da condição de Kutta	42
Figura 21	Vórtices do tipo helicoidal presentes em superfícies rotativas	43
Figura 22	Representação do ângulo ϕ em uma geometria rotativa	44
Figura 23	Vetores \vec{d}_c e \vec{d}_s em um painel geométrico	46
Figura 24	Composição dos $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ e Γ_D dentro do vórtice anel	46
Figura 25	Definição de um indivíduo	48
Figura 26	Definição de um indivíduo	49
Quadro 1	Variáveis utilizadas no processo de otimização	51
Figura 27	Classificação dos VANTs mediante sua massa e envergadura	52
Quadro 2	Intervalo de otimização das variáveis	53
Figura 28	Aerofólios utilizados no processo de otimização	54
Figura 29	Curva experimental de Tração x Velocidade do escoamento	55
Figura 30	Geometria de asa retangular.	59
Figura 31	Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 30	59
Figura 32	Geometria da asa com afilamento.	60

Figura 33	Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 32	60
Figura 34	Geometria da asa com enflechamento.	61
Figura 35	Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 34	61
Figura 36	Geometria da asa com enflechamento e torção.	62
Figura 37	Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 36	62
Figura 38	Modelagem da hélice APC 13x4 no gerador de malha	64
Figura 39	Foto da hélice APC 13X4	64
Figura 40	Estudo de convergência	65
Figura 41	Estudo de convergência para $N_x = 5$	66
Figura 42	Estudo de convergência para $N_x = 10$	66
Figura 43	Estudo de convergência para $N_x = 15$	66
Figura 44	Estudo de convergência para $N_x = 20$	67
Figura 45	Estudo de convergência para $N_x = 25$	67
Figura 46	Estudo de convergência para $N_x = 30$	67
Quadro 3	Novas variáveis para o processo de otimização	69
Quadro 4	Intervalos de otimização utilizados	70
Quadro 5	Características geométricas do melhor indivíduo	71
Figura 47	<i>Plot</i> do melhor indivíduo	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Entidades geométricas necessárias ao VLM.	26
Tabela 2 – Parâmetros geométricos necessários para definição da superfície aerodinâmica. . .	27
Tabela 3 – Parâmetros utilizados no GA	50
Tabela 4 – Comparação de resultados para velocidade radial e axial	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VLM	<i>Vortex Lattice Method</i>
VANTs	Veículos Aéreos Não Tripulados
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque
C_L	Coefficiente de sustentação
C_{Di}	Coefficiente de arrasto induzido
L	Força de sustentação
D	Força de arrasto
T	Força de tração
P_1	Ponto superior esquerdo de um painel geométrico
P_2	Ponto superior direito de um painel geométrico
P_3	Ponto inferior direito de um painel geométrico
P_4	Ponto inferior esquerdo de um painel geométrico
b	Envergadura
Δ_y	Comprimento do painel ao longo da envergadura
N_y	Quantidade de painéis ao longo da envergadura
N_x	Quantidade de painéis ao longo da corda
d_C	Diferença entre o valor da corda na raiz e na ponta
CP	Corda na ponta
CR	Corda na raiz
Δ_{corda}	Diminuição no valor da corda para cada região devido a situação de afilamento
Δ_i	Corda de cada região da geometria.
Δ_{xC1}	Comprimento da corda de cada painel coincidente com a corda C1
Δ_{xC2}	Comprimento da corda de cada painel coincidente com a corda C2
Δ_{xC3}	Comprimento da corda de cada painel coincidente com a corda C3
Δ_{xC4}	Comprimento da corda de cada painel coincidente com a corda C4
τ	Ângulo total formado entre o bordo de ataque e o eixo de referência da envergadura
Ω	Ângulo de enflechamento

γ	Ângulo devido ao afilamento
e_{ix}	Conjunto de coordenadas em X do extradorso do perfil
e_{iz}	Conjunto de coordenadas em Z do extradorso do perfil
i_{ix}	Conjunto de coordenadas em X do intradorso do perfil
i_{iz}	Conjunto de coordenadas em Z do intradorso do perfil
c_{xi}	Coordenadas do eixo X da linha de camber
c_{zi}	Coordenadas do eixo Z da linha de camber
$camber_{a1}$	Camber do aerofólio da raiz já multiplicado pela corda na raiz
$camber_{a2}$	Camber do aerofólio da ponta já multiplicado pela corda na ponta
$camber_{C2}$	Camber da região 2, intermediária entre raiz e ponta mesclando características de dois aerofólios
$camber_{C3}$	Camber da região 3, intermediária entre raiz e ponta mesclando características de dois aerofólios
$\vec{V}_{a,k,n}$	Velocidade induzida por um vórtice anel k sobre um dado ponto de controle n
\vec{r}_i	Vetores entre cada um dos vértices do vórtice anel e o ponto de controle
$\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$	Vetores que ligam cada par de vértices de P1 até P2
$\vec{r}_{2 \rightarrow 3}$	Vetores que ligam cada par de vértices de P2 até P3
$\vec{r}_{3 \rightarrow 4}$	Vetores que ligam cada par de vértices de P3 até P4
$\vec{r}_{4 \rightarrow 1}$	Vetores que ligam cada par de vértices de P4 até P1
Γ_n	Intensidade do vórtice analisado
$\vec{C}_{e,k,n}$	Termo de influência de cada vórtice anel sobre cada ponto de controle
$\vec{V}_{e,k,n}$	Velocidade induzida por um vórtice ferradura k sobre um dado ponto de controle n
\hat{e}_∞	Direção do escoamento livre
U_∞	Módulo do vento relativo
\vec{V}_∞	Vetor do vento relativo
u_a	Velocidade axial induzida por um vórtice helicoidal
u_θ	Velocidade tangencial induzida por um vórtice helicoidal

u_r	Velocidade radial induzida por um vórtice helicoidal
r	Menor distância entre eixo de rotação e ponto de controle
r_0	Menor distância entre eixo de rotação e o vértice do vórtice helicoidal semi-infinito partindo da pá $p = 1$
r_0	Menor distância entre eixo de rotação e o vértice do vórtice helicoidal semi-infinito partindo da pá $p = 1$
x_0	Coordenada x do vértice do vórtice helicoidal semi-infinito
ϕ	Ângulo entre as pás do conjunto rotativo
$\Delta\phi_p,$	Ângulo entre r e o correspondente a r_0 na pá p
$\beta_{i0},$	Ângulo de propagação do segmento helicoidal ao longo do eixo X.
Δ_{pk}	Salto de pressão em cada painel
ρ	Densidade do ar
\vec{V}_K	Soma das velocidades induzidas por todos os vórtices
$\Delta\vec{V}_k$	Salto de velocidade entre o intradorso e o extradorso em um dado painel
\vec{d}_c	Vetor que une as coordenadas dos pontos médio ao longo da corda dos painéis geométricos
\vec{d}_s	Vetor que une as coordenadas dos pontos médio ao longo da envergadura dos painéis geométricos
Γ_A	Intensidade do vórtice do segmento superior do vórtice anel
Γ_B	Intensidade do vórtice do segmento direito do vórtice anel
Γ_C	Intensidade do vórtice do segmento inferior do vórtice anel
Γ_D	Intensidade do vórtice do segmento esquerdo do vórtice anel

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Motivação	19
1.2	Objetivo	20
1.3	Organização do Texto	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
3	METODOLOGIA	25
3.1	Funcionamento global do <i>script</i>	25
3.2	Frente 1: Gerador de malha para a ferramenta VLM	25
3.2.1	Definições geométricas gerais	25
3.2.2	Definições da geometria planar	27
3.2.2.1	Coordenadas no eixo Y	29
3.2.2.2	Coordenadas no eixo X	30
3.2.2.3	Coordenadas no eixo Z	34
3.2.2.4	Torção aerodinâmica	36
3.2.3	Coordenadas das demais entidades geométricas	37
3.2.4	Adaptação do gerador de malha para superfícies rotativas	38
3.3	Frente 2: Implementação da ferramenta VLM	41
3.3.1	Velocidade induzida por vórtices do tipo anel	41
3.3.2	Velocidade induzida por vórtices do tipo ferradura	42
3.3.3	Velocidade induzida por vórtices do tipo helicoidal	43
3.3.4	Intensidade de vórtices	44
3.3.5	Coefficientes aerodinâmicos	45
3.4	Algoritmo de otimização	48
3.4.1	Parâmetros utilizados para o GA	49
3.4.2	Composição dos indivíduos	50
3.4.3	Intervalo de otimização	52
3.4.4	Definição da <i>fitness function</i>	55
3.5	Detalhamento do <i>script</i> global	56
3.5.1	Implementação do gerador de malha	56
3.5.2	Implementação da ferramenta VLM	56
3.5.3	Aplicação do Algoritmo Genético	57
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	58
4.1	Validação aerodinâmica	58
4.1.1	Validação do VLM para asas fixas	58
4.1.1.1	Asa plana retangular	59

4.1.1.2	Asa plana com afilamento	60
4.1.1.3	Asa plana com enflechamento e afilamento	61
4.1.1.4	Asa com torção, enflechamento e afilamento	62
4.1.2	Validação do cálculo de velocidade induzida por filamento de tipo helicoidal . . .	63
4.1.3	Validação do VLM para asas rotativas	63
4.1.4	Readaptação do modelo de otimização	68
4.1.4.1	Resultados do novo modelo de otimização	70
5	CONCLUSÃO	72
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Em mais de cem anos de história da aviação, as hélices continuam sendo um importante elemento propulsivo, mostrando-se aplicáveis para aeronaves das mais diversas categorias e tamanhos. São diversos os aviões de alta relevância histórica e comercial que possuem elementos propulsivos à base de uma hélice, tais como Cessna-152, Cessna-172, ATR-42, ATR-72, Embraer A-29 Tucano, Embraer EMB 120 "Brasília", C-130 Hércules, P-51 Mustang, B-29, 14-bis entre outros (Figura 1).

A partir da década de 1950, mesmo com o avanço dos motores de reação direta, os quais impulsionam o ar diretamente através da energia térmica obtida pela queima do combustível, as hélices continuaram a ter seu papel de destaque quando combinadas às geometrias de maior performance e novos tipos de motores de maior eficiência, sendo uma das melhores opções propulsivas para aeronaves de baixa velocidade e altitude.

Figura 1 – Evolução das geometrias de hélices



fonte: Disponível em FAB (2016), NAM (2017) e Aviation (2017),

No cenário atual da aviação, os chamados VANTs (veículos aéreos não tripulados) têm ganhado grande notoriedade por sua alta versatilidade operacional e mostram-se em uma grande ascensão como recurso aéreo civil e militar (Figura 2). Uma parcela bastante expressiva desses VANTs, em virtude de sua velocidade e altitude de operação, opta por utilizar as hélices como elemento propulsivo.

Figura 2 – General Atomics MQ-1 Predator de uso militar



fonte: Disponível em Technology (2022)

No que se refere ao estudo de melhorias nas geometrias de hélices, existem diversos métodos de análise que permitem a obtenção dos principais dados aerodinâmicos de uma determinada geometria, tais como o *Vortex Lattice Method* (VLM), a *Lifting Line Theory* (LLT), a Teoria de elemento de pá e as simulações em *Computational Fluid Dynamics* (CFD). Os CFDs baseiam-se em métodos numéricos de alta complexidade para gerar resultados referentes à interação do escoamento com a geometria aerodinâmica estudada. Em geral, os resultados obtidos através dessa ferramenta costumam ter uma alta fidelidade em seus resultados, porém mediante um grande custo e tempo computacional para resolução dos sistemas numéricos necessários a tal metodologia. Tal fato faz com que o CFD se mostre como uma abordagem impeditiva quando acoplado com algoritmos de otimização que necessitam de diversas iterações para a obtenção de uma geometria otimizada.

Dessa forma, o estudo de metodologias alternativas, como a *Vortex Lattice Method* (VLM), que permitam a obtenção de dados aerodinâmicos de superfícies rotativas com uma boa fidelidade nos resultados, mas que ao mesmo tempo demandem um baixo custo e tempo computacional, mostram-se de grande valia para algoritmos de otimização meta-heurísticos. Neste trabalho, buscou-se implementar uma ferramenta VLM com adaptações necessárias para a prescrição aerodinâmica de superfícies fixas e rotativas em conjunto com um processo de otimização por algoritmo genético, buscando uma geometria de asa (fixa e rotativa) otimizada para operação característica de um VANT.

1.2 OBJETIVO

Os objetivos gerais deste trabalho visam à implementação completa da metodologia de análise aerodinâmica VLM (frente 1), permitindo através de seu acoplamento com um algoritmo otimizador propor uma geometria aerodinâmica otimizada a uma dada missão de um VANT. Como objetivos específicos deste projeto, destaca-se:

- Implementar ferramentas computacionais para cálculo de velocidade induzida por filamentos de vórtice tipo helicoidal;
- Comparar previsões dadas pela ferramenta VLM implementada com previsões de códigos consolidados baseados em métodos de cálculos semelhantes;
- Desenvolvimento de um *script* gerador de malha capaz de fornecer as coordenadas geométricas discretizadas de uma hélice, as quais mostram-se necessárias ao funcionamento da ferramenta VLM (frente 2);
- Acoplamento do código VLM com o núcleo de otimização por algoritmo genético (frente 3);
- Comparação do resultados da hélice otimizada com hélices comerciais de VANTs da mesma categoria.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O presente trabalho encontra-se organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 apresenta-se uma breve revisão bibliográfica tendo em foco a contribuição de diversos autores dentro da temática de análises aerodinâmicas e processos de otimização.

No Capítulo 3 mostra-se a formulação matemática utilizada para o gerador de malhas, o desenvolvimento dos cálculos aerodinâmicos e o acoplamento com a frente de otimização.

O Capítulo 4 mostra o contraste entre os resultados aerodinâmicos obtidos em relação aos obtidos por outros autores e outras ferramentas de cálculo. Ainda dentro do Capítulo 4 apresenta-se os resultados obtidos após a finalização do processo de otimização.

Por fim, no Capítulo 5 apresenta-se as conclusões a respeito do desenvolvimento do trabalho e os resultados obtidos, colocando em perspectiva futuros ramos de estudo que podem se desenvolver tendo como base este trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Contribuições sobre os assuntos relacionados à modelagem aerodinâmica tendo como base a metodologia VLM ou metodologias similares foram desenvolvidas por diversos autores ao longo do anos. O mesmo ocorre quando coloca-se em pauta o estudo de algoritmos de otimização adequados na busca por geometrias de hélices mais proficientes para determinadas missões.

De acordo com Cummings (2015), o início das contribuições ao que hoje chama-se de VLM remete à década de 1930. No entanto atribui-se a Faulkner (1943) como o primeiro autor a apresentar à comunidade científica a metodologia de cálculo aerodinâmico pela nomenclatura de "*Vortex Lattice*". Ainda de acordo com Cummings (2015) foi na década de 1960 que o método passou a ser largamente utilizado e melhorado já que, graças ao avanço no poder de processamento dos computadores, tais iterações passaram a ser feitas de maneira mais facilitada. Cummings (2015) também cita que deve-se a membros da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) os aprimoramentos no método no período entre 1971 e 1982 e que, posteriormente a essa data, diversos outros autores continuaram a contribuir com códigos que tinham como base o VLM original, mas que apresentavam melhorias em diversos sentidos, ampliando a abrangência e fidelidade do método. Entre eles pode-se destacar as contribuições mais notórias feitas, em diferentes trabalhos, pelos autores Katz (1991), Konstandinopoulos (1985) Lan (1998), e Kay (1993).

Mesmo com o avanço de ferramentas de análise aerodinâmica mais sofisticadas, como o CFD, o VLM ainda é muito utilizado no meio acadêmico e industrial, sendo uma opção de análise adequada para determinadas fases de um projeto aerodinâmico, levando em conta principalmente sua baixa demanda computacional quando comparado a outros métodos. Cătălin (2010) cita que o VLM é largamente utilizada nas etapas conceituais e preliminares de projetos industriais, visando conhecer aspectos como:

- Previsões quanto ao ponto neutro de geometrias de aeronave;
- Obtenção das curvas de C_L x α e C_{Di} x α de uma dada geometria;
- Estimativa quanto da deflexão necessária às superfícies de comando de uma aeronave;
- Investigações da interação de duas ou mais superfícies aerodinâmicas.

Masquelier (1982) realizou um estudo visando analisar a viabilidade do VLM na prescrição aerodinâmica de elementos rotativos. Em seu trabalho, o autor comparou os resultados obtidos pelo VLM rotativo desenvolvido em relação aos resultados da chamada teoria de elemento de pá, a qual foi a primeira teoria aerodinâmica desenvolvida para analisar o comportamento de uma superfície rotativa. Ao final do estudo o mesmo concluiu que o VLM adaptado para superfícies rotativas é bastante adequado para análises iniciais de hélice. Ao mesmo tempo, o autor apresenta uma lista de pontos que podem ser melhorados no VLM rotativo da época, visando uma maior abrangência do método e uma maior exatidão nos resultados, tais como: uma modelagem mais adequada para a esteira da hélice; possibilidade de analisar geometrias mais complexas e com camber; aplicar fatores de

correção devido a efeitos de compressibilidade. Nas palavras do próprio autor "há muito espaço para crescimento deste método."

Já em relação às hélices desenvolvidas para o uso em UAVs, Catalano (2012) estudou a viabilidade da chamada Teoria de Vortex, analisando a acuracidade de seus resultados para hélices em situação de baixo Reynolds e altos valores de RPM, situação característica de um UAV. Mediante os resultados obtidos e o contraste com resultados experimentais os autores afirmam que a aplicação da Teoria de Vortex para hélices de UAVs é plausível, mediante certas considerações, apresentando um erro máximo de 8,8% em relação aos testes experimentais. Vale ressaltar que a Teoria de Vortex difere ao VLM em algumas considerações matemáticas, mas em linhas gerais pode-se dizer que ambas baseiam-se na ideia de escoamento potencial.

No que se refere ao assunto de otimização de geometrias de hélices, são diversos os autores que já buscaram mesclar diferentes processos de otimização com diferentes modelos aerodinâmicos em busca de geometrias otimizadas para uma determinada missão. Certamente, existe um destaque muito grande nos processos de otimização envolvendo CFD, uma vez que esse tipo de análise aerodinâmica costuma entregar resultados com um alto grau de fidelidade. A teoria de elemento de pá também mostra-se bastante presente em diversos estudos de otimização, em especial pelo seu baixo custo computacional em relação às análises em CFD. No artigo de Kümmel (2020) utilizou-se de maneira acoplada a Teoria de elemento de pá em etapas iniciais da otimização e também análises em CFD posteriormente, buscando uma mescla das vantagens dos dois métodos, ou seja, velocidade de processamento, por um lado, e exatidão nos resultados, por outro.

Conforme citado, existe uma grande variedade de estudos de hélices que utilizam as mais diversas metodologias de otimização, entre eles pode-se citar o trabalho de Suratno (2020), o qual utiliza em sua pesquisa a chamada aproximação polinomial visando uma hélice otimizada do ponto de vista de eficiência energética. Também pode ser citado o estudo feito por Mendoza (1977), o qual foi desenvolvido utilizando o chamado Método do gradiente para a otimização das características de uma hélice.

A utilização do algoritmo genético como metodologia de otimização para hélices também é uma solução comumente utilizada por diversos autores, aparecendo em trabalhos como Gypa (2021).

Quando se refere especificamente ao algoritmo genético, atribui-se o início do seu desenvolvimento a Holland (1970), no começo de década de 1970. Tal metodologia pode ser classificada dentro do grupo dos algoritmos meta-heurístico evolutivos, ou seja, algoritmos que baseiam-se na ideia de população de soluções, sendo que a busca por um indivíduo ótimo é feita através da combinação de características dessas populações. Segundo a definição apresentada por Redusino (2009) em sua obra, os algoritmos genéticos "(...) buscam soluções para problemas de otimização, de forma análoga ao processo de evolução natural. Sua resolução se dá a partir da busca em uma população inicial, que efetuando o processo de evolução da mesma, obtêm uma nova população que apresenta melhores soluções para o problema em questão". Um maior detalhamento do funcionamento do algoritmo genético é apresentado na Seção 3.4 do presente trabalho.

De acordo com Goldberg (1989), fica bastante claro que, muitas vezes, o algoritmo genético pode ser considerado um método lento quando comparado a outros procedimentos de otimização

como, por exemplo, o método do gradiente, uma vez que não utiliza nenhuma informação quanto derivada da função objetivo como forma de indicativo do caminho mais assertivo para a otimização. A função objetivo ou, comumente referenciada como *fitness function*, é aquela que mede a aptidão de cada indivíduo iterado em relação à proposta da otimização. De acordo com Lopes (2016), justamente por não utilizar cálculo das derivadas da função objetivo, o algoritmo genético apresenta boas chances de não ficar retido em regiões de máximos locais da função objetivo e de fato buscar a região de máximo global da mesma.

Redusino (2009) também deixa claro em seu trabalho que as aplicações para o algoritmo genético são inúmeras e nas mais diversas áreas da ciência, sendo apropriado para problemas de alto grau de complexidade com um grande número de variáveis em um espaço amostral muito abrangente. Justamente pelo fato das análises aerodinâmicas de uma hélice serem de alta complexidade e com uma significativa quantidade de variáveis, entende-se que o algoritmo genético mostra-se extremamente adequado para esse propósito.

3 METODOLOGIA

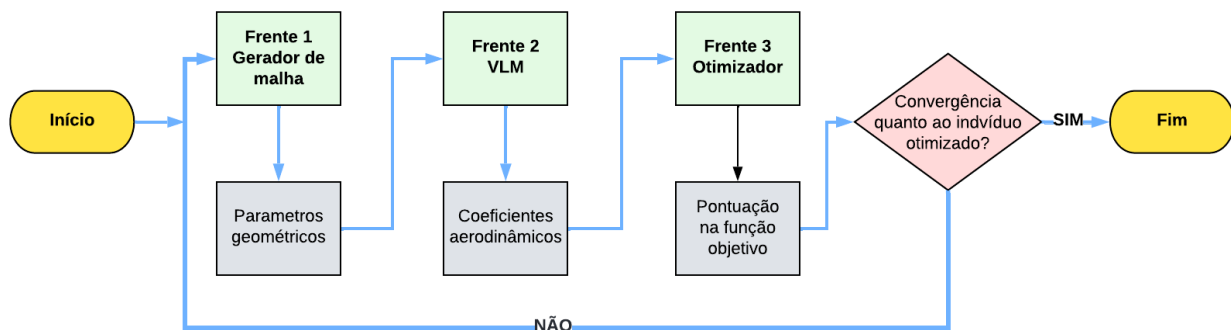
3.1 FUNCIONAMENTO GLOBAL DO *SCRIPT*

O desenvolvimento de um *script* com foco na busca de uma geometria de hélice otimizada foi feito utilizando linguagem MATLAB, sendo o mesmo dividido em três frentes:

1. Frente 1: responsável por gerar a malha com as coordenadas geométricas dos painéis e vórtices de uma dada geometria;
2. Frente 2: engloba implementação completa da ferramenta VLM;
3. Frente 3: encarregada pelo processo de otimização, aplicando mudanças nas geometrias de hélice até a obtenção de um indivíduo otimizado.

Dada a interdependência entre as três frentes citadas, apresenta-se na Figura 3 o fluxograma do código desenvolvido, visando uma melhor exemplificação da maneira como ocorre a conexão entre as três frentes. Nos tópicos 3.2, 3.3 e 3.4 será apresentado de maneira detalhada a metodologia matemática, bem como as considerações feitas para cada parte do *script*.

Figura 3 – Fluxograma do *script* desenvolvido



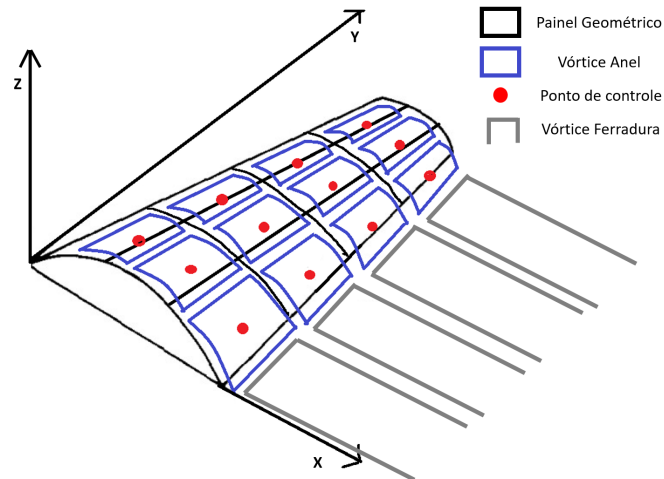
fonte: Produção do próprio autor.

3.2 FRENTE 1: GERADOR DE MALHA PARA A FERRAMENTA VLM

3.2.1 Definições geométricas gerais

Conforme será posteriormente detalhado na Seção 3.3, o funcionamento da ferramenta VLM depende da obtenção dos *inputs* referentes às coordenadas nos eixos X, Y e Z de algumas entidades geométricas presentes em uma superfície aerodinâmica. Tais entidades podem ser classificadas em quatro tipos diferentes, sendo elas: painéis geométricos, vórtices do tipo anel, pontos de controle e vórtices ferradura ou helicoidais (Figura 4). Por hora, não se deve atentar ao significado aerodinâmico de cada uma dessas entidades geométricas, mas sim ter à ciência que a obtenção de suas coordenadas como algo necessário ao funcionamento do VLM.

Figura 4 – Tipos de vórtices e entidades geométricas presentes no problema



fonte: Modificado de Katz (1991)

As coordenadas dessas entidades geométricas são definidas a partir do que pode-se chamar de parâmetros geométricos, grupo o qual compõem as variáveis que garantem a forma de uma superfície aerodinâmica, tais como: corda, envergadura, enflechamento, entre outras.

Como, através do objetivo desse trabalho, propõe-se que um algoritmo otimizador seja capaz de iterar diferentes superfícies aerodinâmicas rotativas em busca de encontrar uma que seja otimizada para uma dada missão, mostra-se necessário que exista um gerador de malha. Este, tendo como *input* os parâmetros geométricos deve conseguir fornecer como *output* as coordenadas das entidades geométricas necessárias ao funcionamento da ferramenta VLM. Nesse ponto, destaca-se que ao longo de todo esse documento será feita a adoção arbitrária do termo "parâmetro geométrico" referenciando os *inputs* do gerador de malha e o termo "entidade geométrica" como referência aos *outputs* do mesmo.

A Tabela 1 e a Tabela 2 resumem o conjunto das entidades geométricas e parâmetros geométricos trabalhados pelo gerador de malha.

Tabela 1 – Entidades geométricas necessárias ao VLM.

Nº	Variável
1	Coordenadas dos Painéis Geométricos
2	Coordenadas dos vórtices do Tipo Anel
3	Coordenadas dos Pontos de Controle
4	Coordenadas dos Vórtices da Esteira

fonte: Produção do Próprio Autor.

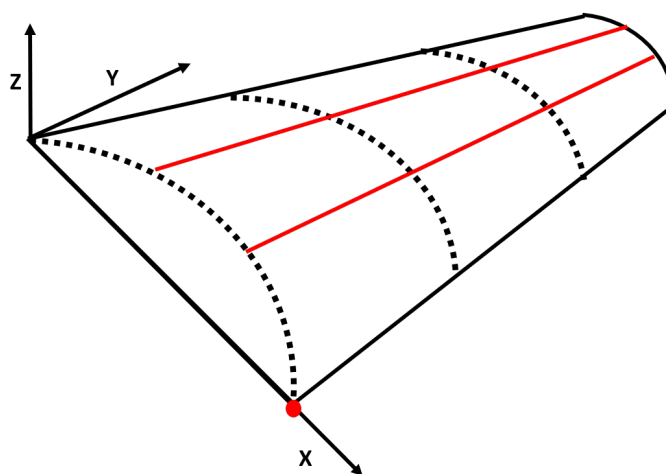
Tabela 2 – Parâmetros geométricos necessários para definição da superfície aerodinâmica.

N°	Variável
1	Envergadura
2	Corda na raiz
3	Corda na ponta
4	Torção na ponta
5	Torção na raiz
6	Aerofólio na ponta
7	Aerofólio na raiz
8	Enflechamento

fonte: Produção do Próprio Autor.

Nas seções posteriores será mostrada a estratégia matemática adotada para o funcionamento do gerador de malha e a consequente obtenção das coordenadas das entidades geométricas. Vale ressaltar que, à medida que o número de variáveis que garantem o formato de uma superfície aerodinâmica (parâmetros geométricos) aumenta, a complexidade do gerador de malha também torna-se progressivamente maior. Dessa forma, para as explicações posteriores será usado como exemplo a geometria aerodinâmica mostrada na Figura 5, inicialmente mostrando a obtenção das suas coordenadas planares (plano XY) e sequencialmente será mostrado a adoção das demais variáveis que foram apresentadas na Tabela 2.

Figura 5 – Exemplo de uma geometria definida com os parâmetros geométricos citados.



fonte: Produção do próprio autor.

Reitera-se que, por mais que seja utilizado a geometria da Figura 5 para as explicações a seguir, o objetivo final do *script* do gerador de malha é fornecer os *outputs* geométricos tendo como base qualquer geometria de hélice, uma vez que diversas configurações diferentes serão iteradas pelo algoritmo otimizador.

3.2.2 Definições da geometria planar

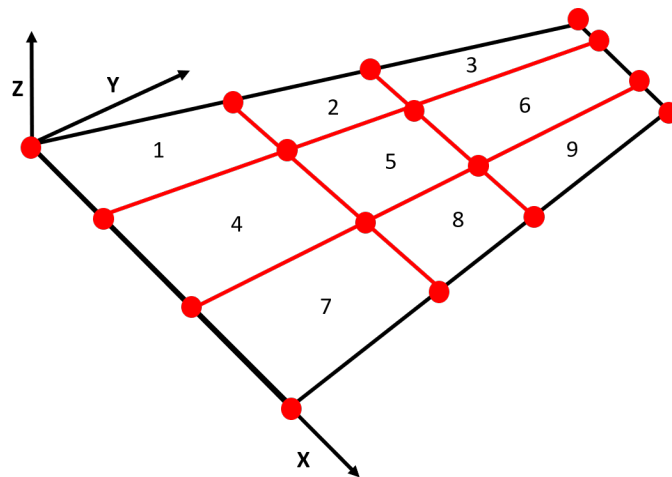
Para a definição de uma geometria aerodinâmica plana, mostram-se necessárias apenas três variáveis de cunho geométrico: envergadura, corda na ponta e corda na raiz. Também mostra-se necessário saber a quantidade de painéis que compõem a discretização das entidades geométricas que foram mostradas

na Figura 4 e na Tabela 1. A quantidade de painéis discretizados em uma superfície aerodinâmica é dependente dos valores de N_x e N_y que representam, respectivamente, a quantidade de divisões ao longo da corda e ao longo da envergadura da geometria estudada.

Ressalta-se que as quantidades de divisões N_x e N_y são definidas a partir de análises de convergência do modelo aerodinâmico, as quais serão posteriormente apresentadas na Seção 4.1.3 deste documento. Dessa forma, entende-se que tais variáveis não fazem parte do modelo geométrico, mas sim do modelo aerodinâmico.

Uma vez definidas as três variáveis geométricas e as duas variáveis de carácter aerodinâmico é possível obter as coordenadas dos painéis geométricos. Na Figura 6 apresenta-se a forma planar da geometria aerodinâmica que havia sido mostrada na Figura 5, a qual possui três divisões ao longo da corda ($N_x = 3$) e três divisões ao longo da envergadura ($N_y = 3$), resultando num total de nove painéis geométricos.

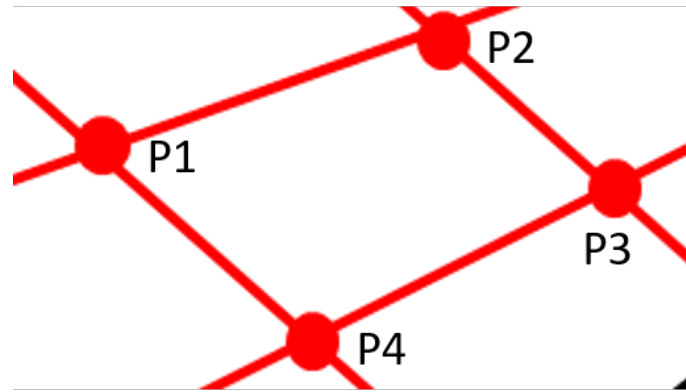
Figura 6 – Forma planar da geometria apresentada na Figura 5



fonte: Produção do próprio autor.

Conforme destacado na Figura 7, o painéis geométricos possuem uma forma quadrangular o que faz com que os mesmos sejam definidos pelas coordenadas em X, Y e Z de quatro pontos, denominados $P1$, $P2$, $P3$ e $P4$. Como referência, ao longo de todo documento, define-se que $P1$, $P2$, $P3$ e $P4$ indicam, respectivamente, os vértices superior esquerdo, superior direito, inferior direito e inferior esquerdo de um painel geométrico.

Figura 7 – Zoom em um painel geométrico da asa apresentada na Figura 6



fonte: Produção do próprio autor.

3.2.2.1 Coordenadas no eixo Y

Tendo como base a Figura 6, pode-se afirmar que $P1_{1,Y} = 0,0$, $P1_{4,Y} = 0$, $P1_{7,Y} = 0$, $P4_{1,Y} = 0$, $P4_{4,Y} = 0$ e $P4_{7,Y} = 0$, ou seja, a coordenada em Y de $P1_1$, $P1_4$, $P1_7$, $P4_1$, $P4_4$ e $P4_7$ é nula. A nomenclatura utilizada para os pontos que definem um painel geométrico segue a seguinte regra: o primeiro subscrito indica o número do painel referenciado e o segundo subscrito indica o eixo de coordenadas a qual se está fazendo referência.

Estabelecendo que o comprimento ao longo da envergadura de todos os painéis geométricos (Δy) é igual, tem-se a Equação 1, sendo que b representa a envergadura da geometria.

$$\Delta y = \frac{b}{N_y} \quad (1)$$

Dessa forma, a coordenada Y dos pontos $P3$ e $P2$ dos painéis 1, 4 e 7 pode ser indicada pelas Equações 2, 3, 4, 5, 6, e 7.

$$P2_{1,Y} = P1_{1,Y} + \Delta y \quad (2)$$

$$P3_{1,Y} = P4_{1,Y} + \Delta y \quad (3)$$

$$P2_{3,Y} = P1_{3,Y} + \Delta y \quad (4)$$

$$P3_{3,Y} = P4_{3,Y} + \Delta y \quad (5)$$

$$P2_{7,Y} = P1_{7,Y} + \Delta y \quad (6)$$

$$P3_{7,Y} = P4_{7,Y} + \Delta y \quad (7)$$

Da interpretação da Figura 6, também desprende-se que as coordenadas no eixo Y dos pontos $P1$ e $P4$ dos painéis 2, 5 e 8 são coincidentes com as coordenadas no eixo Y de $P2$ e $P3$ dos painéis 1, 4 e 7, conforme mostrado nas Equações 8, 9, 10, 11, 12 e 13

$$P1_{2,Y} = P2_{1,Y} \quad (8)$$

$$P4_{2,Y} = P3_{1,Y} \quad (9)$$

$$P1_{5,Y} = P2_{4,Y} \quad (10)$$

$$P4_{5,Y} = P3_{4,Y} \quad (11)$$

$$P1_{8,Y} = P2_{7,Y} \quad (12)$$

$$P4_{8,Y} = P3_{7,Y} \quad (13)$$

Do desenvolvimento apresentado até aqui é possível compreender que para as coordenadas no eixo Y dos demais painéis o ciclo de cálculo apresentado se repete, sendo possível seu cálculo através de um laço de repetição, sempre em função da posição em Y dos pontos anteriores e do valor, já calculado, de Δy .

3.2.2.2 Coordenadas no eixo X

Para a obtenção das coordenadas dos painéis geométricos no eixo X, mostra-se necessário obter como *input* os valores da corda na raiz e da corda na ponta, bem como os valores de N_x e N_y , visando a obtenção da variação da corda ao longo da envergadura. Dessa forma, apresenta-se a Equação 14, na qual d_C representa a diferença entre o valor da corda na raiz (CR) e na ponta (CP).

$$d_C = CP - CR \quad (14)$$

Assim, dado uma quantidade N_y de divisões ao longo da envergadura, fica possível obter a variação da corda (Δ_{corda}) em cada uma dessas divisões, conforme mostrado nas Equações 15, 16, 17, 18 e 19.

$$\Delta_{corda} = \frac{d_C}{N_y} \quad (15)$$

$$C_1 = CR \quad (16)$$

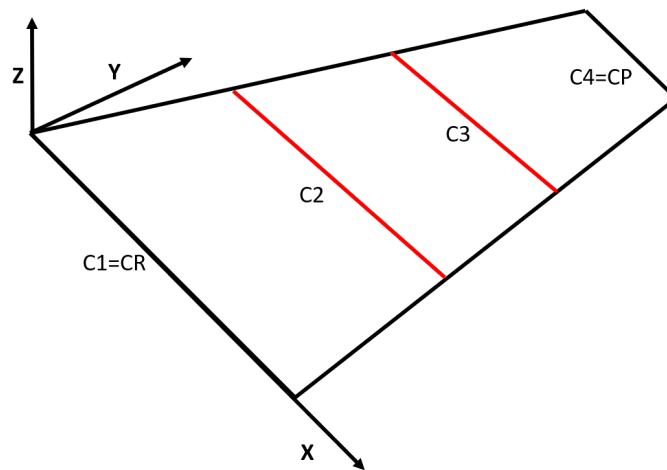
$$C_2 = CR + \Delta_{corda} \quad (17)$$

$$C_3 = C_2 + \Delta_{corda} \quad (18)$$

$$C_4 = C_3 + \Delta_{corda} = CP \quad (19)$$

As variáveis C_1 , C_2 , C_3 e C_4 representam, respectivamente, as cordas nas diferentes seções ao longo da envergadura tendo como ordem crescente da raiz para a ponta, conforme destacado na Figura 8.

Figura 8 – Discretização da corda ao longo da envergadura



fonte: Produção do próprio autor.

Tendo a origem do sistema no eixo X coincidente com o ponto $P1$ do painel 1, pode-se definir a posição dos demais pontos ao longo deste eixo para os demais painéis. Na Equação 20 apresenta-se o cálculo do comprimento da corda de cada painel coincidente com a corda $C1$ (Δx_{C1}) e na Figura 9 pode-se visualizar o significado geométrico desta variável. Já nas Equações 21, 22, 23, 24, 25, apresenta-se o cálculo dos demais pontos que são coincidentes com a corda $C1$.

$$\Delta x_{C1} = \frac{C_1}{N_x} \quad (20)$$

$$P4_{1,x} = P1_{1,x} + \Delta x_{C1} \quad (21)$$

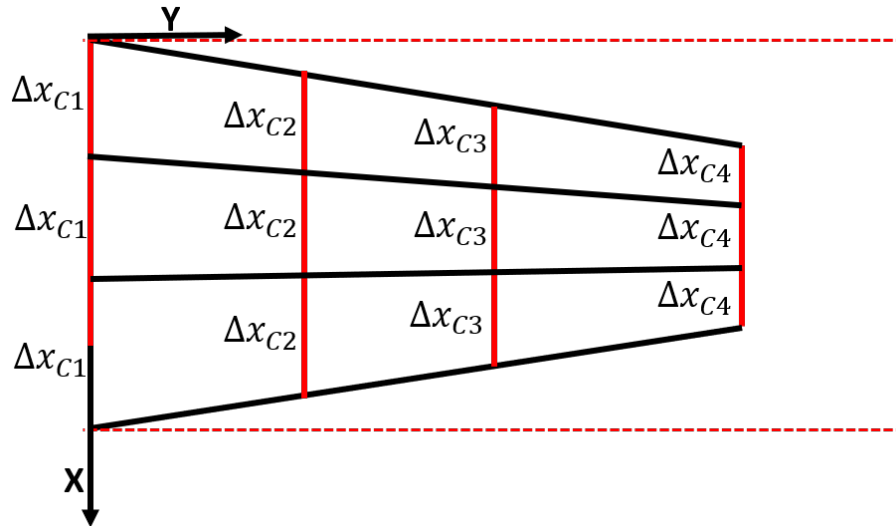
$$P1_{4,x} = P4_{1,x} \quad (22)$$

$$P4_{4,x} = P1_{1,x} + \Delta x_{C1} \quad (23)$$

$$P1_{7,x} = P4_{4,x} \quad (24)$$

$$P4_{7,x} = P1_{7,x} + \Delta x_{C1} \quad (25)$$

Figura 9 – Representação das variáveis $\Delta x_{C1}, \Delta x_{C2}, \Delta x_{C3}$ e Δx_{C4}



fonte: Produção do próprio autor.

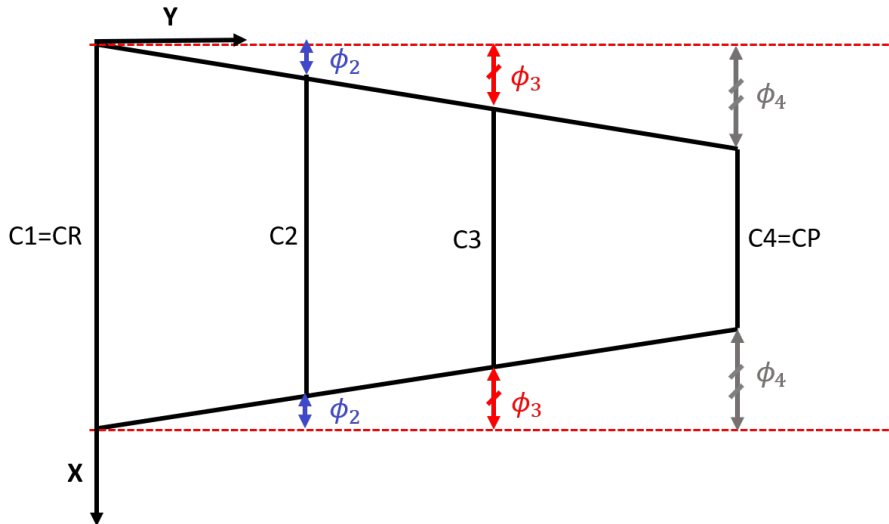
Dessa forma, pode-se compreender que o cálculo das coordenadas no eixo X dos demais pontos coincidentes com as cordas C_2 , C_3 e C_4 é possível através de um laço de repetição, mediante o conhecimento do valor das respectivas cordas, as quantidades de divisões ao longo da corda e também o ponto de origem para cada uma delas no bordo de ataque da geometria.

As origens dos pontos coincidentes com o bordo de ataque da geometria para cada uma das cordas posteriores à C_1 são estabelecidas mediante um ângulo de enflechamento (Ω) e um ângulo de afilamento (γ). O ângulo de enflechamento é definido como aquele propositalmente formado entre o bordo de ataque de uma geometria e eixo de referência ao longo da envergadura. Já o ângulo de afilamento possui a mesma definição, porém sua existência ocorre de maneira não proposital devido a diferença entre os valores da corda na raiz e a corda na ponta da geometria. Dessa forma, o ângulo total formado entre o bordo de ataque e o eixo de referência da envergadura (τ) é dado pela Equação 26.

$$\tau = \Omega + \gamma \quad (26)$$

Deve ser ressaltado que o gerador de malha desenvolvido sempre considera o valor de γ tendo como base um *offset* nulo, ou seja, uma disposição simétrica das cordas C_2 , C_3 e C_4 em relação às distâncias ao bordo de ataque e ao bordo de fuga da corda na raiz (ϕ), conforme destacado na Figura 10.

Figura 10 – *Offset* nulo para a disposição das cordas



fonte: Produção do próprio autor.

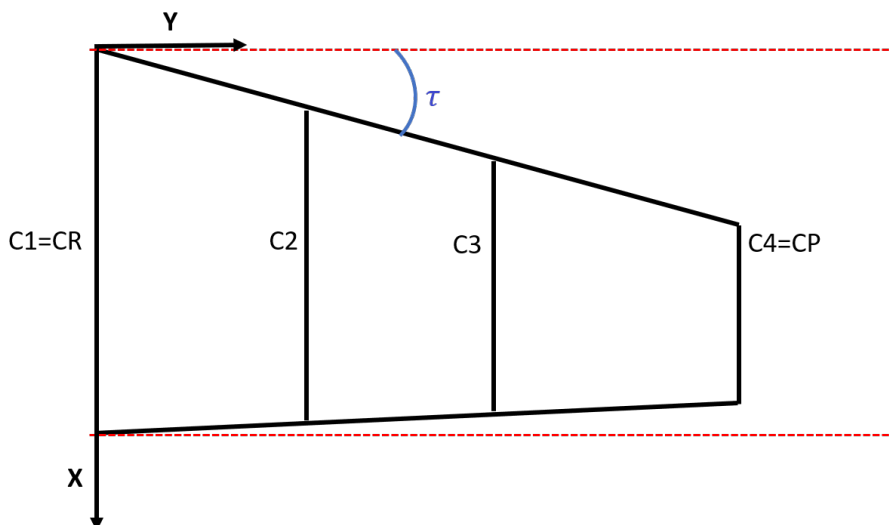
Assim sendo, a coordenada no eixo X da origem dos pontos que são coincidentes com o bordo de ataque da geometria pode ser calculada mediante as Equações 27, 28 e 29. Já a Figura 11 destaca um exemplo de geometria que possui Ω e γ diferentes de zero.

$$P2_{1,x} = P1_{1,x} + 1 \cdot \Delta y \cdot tg(\tau) \quad (27)$$

$$P2_{2,x} = P1_{1,x} + 2 \cdot \Delta y \cdot tg(\tau) \quad (28)$$

$$P2_{3,x} = P1_{1,x} + 3 \cdot \Delta y \cdot tg(\tau) \quad (29)$$

Figura 11 – Ângulo de enflechamento



fonte: Produção do próprio autor.

3.2.2.3 Coordenadas no eixo Z

Tendo em mãos as coordenadas nos eixos X e Y de todos os painéis geométricos, pode-se prosseguir adicionando coordenadas também no eixo Z. As coordenadas em tal eixo representam a linha de camber de um dado perfil aerodinâmico a ser adicionado na geometria.

Uma linha de camber é definida por ser uma linha média entre as curvas que caracterizam o extradorso e o intradorso de um aerofólio e podem ser categorizadas em três tipos: linha positiva, linha negativa ou linha nula. As duas primeiras categorias ocorrem para aerofólios com arqueamento positivo e negativo, respectivamente, já a terceira ocorre para perfis simétricos.

Como um dos *inputs* fornecidos ao gerador de malha é um arquivo de texto que contém as coordenadas do intradorso e extradorso do perfil de interesse, mostra-se necessário o cálculo das coordenadas da linha de camber com base nesse *input*. No escopo deste trabalho, todas as curvas do extradorso e intradorso de um aerofólio qualquer são formadas tendo como base 79 pontos no plano XZ. Nas Equações 30, 31, 32, 33 tem-se que e_x , e_z , i_x e i_z representam, respectivamente, o conjunto das coordenadas do extradorso no eixo X, do extradorso no eixo Z, do intradorso no eixo X e do intradorso no eixo Z.

$$e_x = e_{1,x}, e_{2,x}, \dots e_{79,x} \quad (30)$$

$$e_z = e_{1,z}, e_{2,z}, \dots e_{79,z} \quad (31)$$

$$i_x = i_{1,x}, i_{2,x}, \dots i_{79,x} \quad (32)$$

$$i_z = i_{1,z}, i_{2,z}, \dots i_{79,z} \quad (33)$$

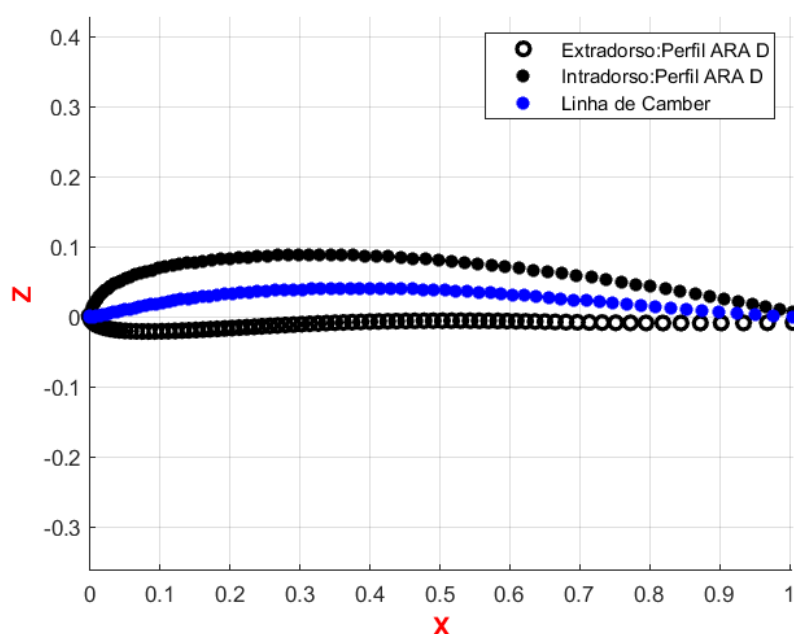
Dessa forma, respectivamente através das Equações 34 e 35, pode-se obter o valor da coordenada do eixo X da linha de camber (cx_1) e do eixo Z (cz_1), juntos compondo o primeiro ponto da linha de camber no plano XZ. Ressalta-se que o subscrito indica a ordem dos pontos que formam a linha de camber.

$$cx_1 = \frac{e_{1,x} + i_{1,x}}{2} \quad (34)$$

$$cz_1 = \frac{e_{1,z} + i_{1,z}}{2} \quad (35)$$

Através de um sistema de repetição pode-se facilmente calcular as coordenadas em X e Z para os 78 pontos restantes. A Figura 12 representa um *plot* do perfil ARA D, conjuntamente com sua linha de camber calculada. De acordo com Barros (2019), tal perfil é comumente utilizado em geometrias de hélices.

Figura 12 – Perfil ARA D e sua respectiva linha de camber



fonte: Produção do próprio autor.

Antes de prosseguir para as próximas etapas, vale ressaltar que os arquivos de texto que fornecem as coordenadas do extradorso e do intradorso possuem por definição uma corda unitária. Dessa forma, para que a linha de camber calculada tenha um comprimento de corda coincidente com C_1 , C_2 , C_3 e C_4 deve-se realizar uma multiplicação simples de suas coordenadas pelos valores de tais cordas, as quais já foram obtidas nas Equações 15, 16, 17, 18 e 19.

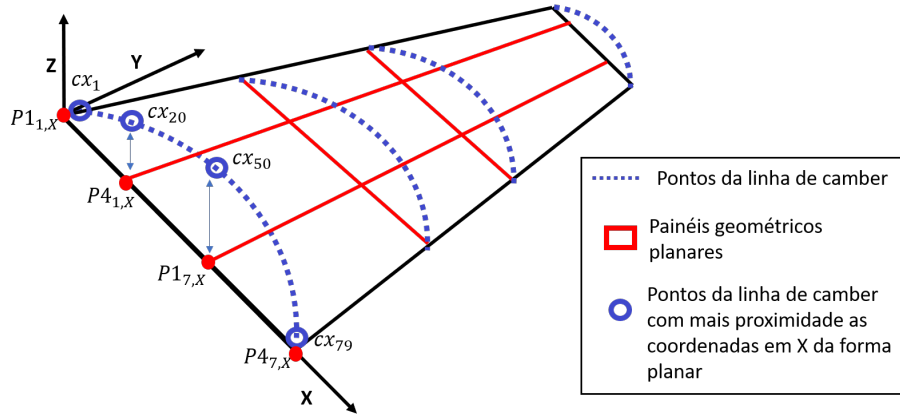
Até o passo anterior foi possível a obtenção das linhas de camber proporcionais ao tamanho das quatro cordas que foram mostradas na Figura 8. Desse ponto em diante é necessário que essas linhas de camber sejam adicionada à forma planar da geometria.

Para isso ser feito, destaca-se que as coordenadas em X obtidas através da linha de camber, não serão propriamente adicionadas às coordenadas dos painéis geométricos da geometria planar, mas servirão como um indicador em qual posição deverão ser adicionadas às coordenadas em Z. Como já existem as coordenadas no eixo X obtidos dos pontos da forma planar, mas também existem coordenadas no eixo X obtidos da linha de camber, mostra-se lógico fazer que a coordenada no eixo Z a ser adicionada seja mediante a encontrar os valores do eixo X da forma planar que possuam maior proximidade com os valor do eixo X vindos da linha de camber, conforme pode ser visualizado na Figura 13.

Mediante a geometria apresentada na Figura 13 entende-se que a coordenada em Z a ser adicionada no ponto $P1$ do painel 1 será mediante identificar qual coordenada em X da linha de camber que mais se aproxima da coordenada $P1_{1,x}$. No caso do exemplo, tem-se que as coordenadas em X do camber que mais se aproximam das coordenadas em X dos pontos $P1_1$, $P4_1$, $P1_7$ e $P1_7$ são, respectivamente, CX_1 , CX_{20} , CX_{50} e CX_{79} .

Assim, uma vez identificadas as coordenadas de maior proximidade no eixo X entre a forma planar e a linha de camber, pode-se de fato adicionar a coordenada no eixo Z, conforme mostrado nas

Figura 13 – Procedimento de adição do camber à forma planar



fonte: Produção do próprio autor.

Equações 36,37, 38 e 39.

$$P1_{1,Z} = P1_{1,Z} + cz_1 \quad (36)$$

$$P4_{1,Z} = P4_{1,Z} + cz_{20} \quad (37)$$

$$P1_{7,Z} = P1_{7,Z} + cz_{50} \quad (38)$$

$$P4_{7,Z} = P4_{7,Z} + cz_{79} \quad (39)$$

Fica claro que, para a geometria de exemplo, por mais que existam 79 coordenadas em Z provenientes da linha de camber somente serão adicionadas 4 coordenadas em Z na geometria planar, dado que existem somente 4 divisões ao longo da corda. Para geometrias com um maior refinamento de divisões ao longo da corda, uma quantidade maior de pontos garantirá uma discretização mais refinada.

3.2.2.4 Torção aerodinâmica

Uma vez adicionado as coordenadas no eixo Z que representam a linha de camber de um dado perfil, entende-se que é desejável que o gerador de malha seja capaz de adicionar uma torção aerodinâmica, ou seja, que em uma mesma geometria seja possível adicionar dois perfis diferentes na raiz e na ponta da geometria. Para que isso seja possível mostra-se necessário obter com *input* as coordenadas de dois aerofólios diferentes possibilitando o cálculo da linha de camber da cada um. Posteriormente, deve-se indicar qual perfil será adicionado na raiz da geometria e qual será adicionado na ponta, para que possam ser multiplicados pelos respectivos valores das cordas de cada uma dessas regiões, $C1$ e $C4$, respectivamente.

Também deve ser feito um procedimento para que haja uma transição do perfil da raiz para o perfil da ponta, uma vez que a linha de camber nas regiões intermediárias da geometria ($C2$ e $C3$) será uma mescla desses dois aerofólios. Essa mescla mostra-se em função da distância ao longo da envergadura

que as cordas intermediárias estão em relação a raiz e a ponta da geometria. Ora, uma vez que a corda $C2$ mostra-se mais próxima da raiz do que $C3$ é esperado que a sua linha de camber seja mais parecida com o perfil da raiz do que com o perfil da ponta. Assim, apresenta-se as Equações 40, 41, 42 e 43, nas quais as variáveis $camber_{C1}$, $camber_{C2}$, $camber_{C3}$ e $camber_{C4}$ representam a linha de camber nas cordas $C1$, $C2$, $C3$ e $C4$, respectivamente. Já $camber_{a1}$ e $camber_{a2}$ representam os cambers dos aerofólios da raiz e da ponta já multiplicadas pelas devidas cordas, conforme citado anteriormente.

$$camber_{C1} = camber_{a1} \quad (40)$$

$$camber_{C2} = camber_{a1} \cdot \left(1 - \frac{\Delta y}{b}\right) + camber_{a2} \cdot \left(\frac{\Delta y}{b}\right) \quad (41)$$

$$camber_{C3} = camber_{a1} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \Delta y}{b}\right) + camber_{a2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \Delta y}{b}\right) \quad (42)$$

$$camber_{C4} = camber_{a2} \quad (43)$$

3.2.3 Coordenadas das demais entidades geométricas

Até a etapa anterior foi mostrado todo o procedimento necessário para o cálculo das coordenadas dos painéis geométricos que haviam sido mostrados na Figura 4. Da interpretação dessa mesma figura e conforme já foi comentado, fica claro que para a ferramenta VLM também mostra-se necessário a obtenção das coordenadas dos vórtices do tipo anel, dos pontos de controle e a origem dos vórtices da esteira do escoamento.

Por definição, os vórtices do tipo anel também possuem forma quadrangular e são definidos por quatro pontos, $V1$, $V2$, $V3$ e $V4$, indicando, respectivamente, vértice superior esquerdo, superior direito, inferior direito e inferior esquerdo. Todas as coordenadas dos vórtices do tipo anel são deslocados em $1/4$ da corda de cada painel no eixo X em relação as coordenadas dos painéis geométricos. Uma vez que essas já foram calculadas, pode-se obter as coordenadas do vórtices anel. As Equações 44, 45, 46 e 47 mostram o cálculo dessas coordenadas para o vórtice anel $N^{\circ}1$. A lógica de nomenclatura das variáveis segue a mesma utilizada para os painéis geométricos.

$$V1_{1,x} = P1_{1,x} + \frac{1}{4} \cdot \Delta x_{C1} \quad (44)$$

$$V2_{1,x} = P2_{1,x} + \frac{1}{4} \cdot \Delta x_{C2} \quad (45)$$

$$V3_{1,x} = P3_{1,x} + \frac{1}{4} \cdot \Delta x_{C2} \quad (46)$$

$$V4_{1,x} = P4_{1,x} + \frac{1}{4} \cdot \Delta x_{C1} \quad (47)$$

Já para os pontos de controle, também por definição, sua posição no eixo X deve ser de 3/4 da corda de cada painel e no eixo Y deve ser metade da envergadura de cada painel (Δy). Para nomenclatura dos pontos de controle será usada a variável PC , sendo o primeiro subscrito indicativo de qual painel geométrico se está fazendo referência e o segundo referente a qual eixo de coordenadas se está calculando.

$$PC_{1,x} = P1_{1,x} + \frac{3}{4} \cdot \Delta x_{C1} \quad (48)$$

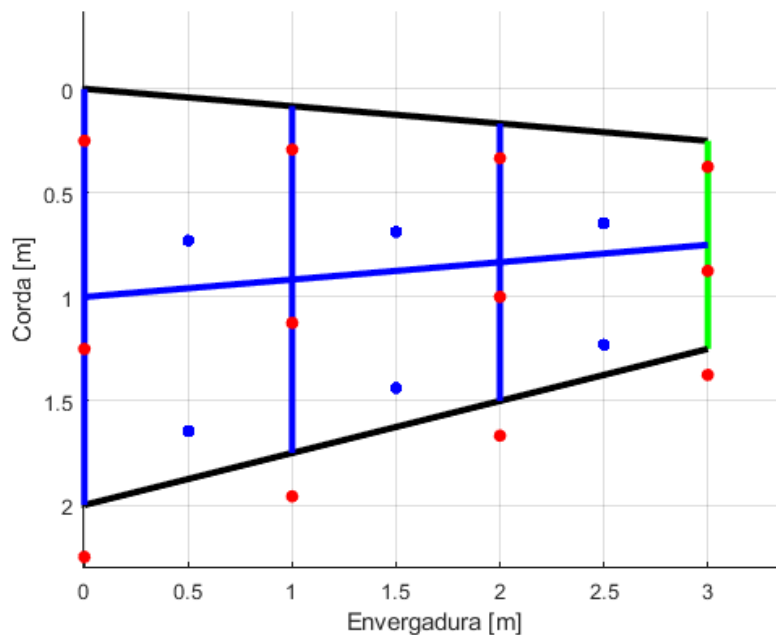
$$PC_{1,y} = \frac{P1_{1,y} + P2_{1,y}}{2} \quad (49)$$

Por último, as origens dos vórtices da esteira são coincidentes com os, já calculados, pontos $V3$ e $V4$ dos vórtices do tipo anel que compõem o bordo de fuga da geometria e assim pode-se reaproveitar os resultados já obtidos.

3.2.4 Adaptação do gerador de malha para superfícies rotativas

Ao final de todas as etapas de cálculo mostradas, apresenta-se na Figura 14 o exemplo de uma possível geometria aerodinâmica capaz de ser estruturada pelo gerador de malha.

Figura 14 – Exemplo de geometria vinda do gerador de malha



fonte: Produção do próprio autor.

É bastante evidente que tal geometria poderia ser representativa para uma asa fixa, mas não é representativa da geometria de uma asa rotativa, as quais possuem aspectos geométricos mais sofisticados, conforme destacado na Figura 15.

Dessa forma, a estratégia adotada para a solução deste problema foi que, através de um laço de repetição, cada geometria rotativa fosse composta por um conjunto de regiões organizadas ao longo da

Figura 15 – Hélice 16x6 in. para UAVs

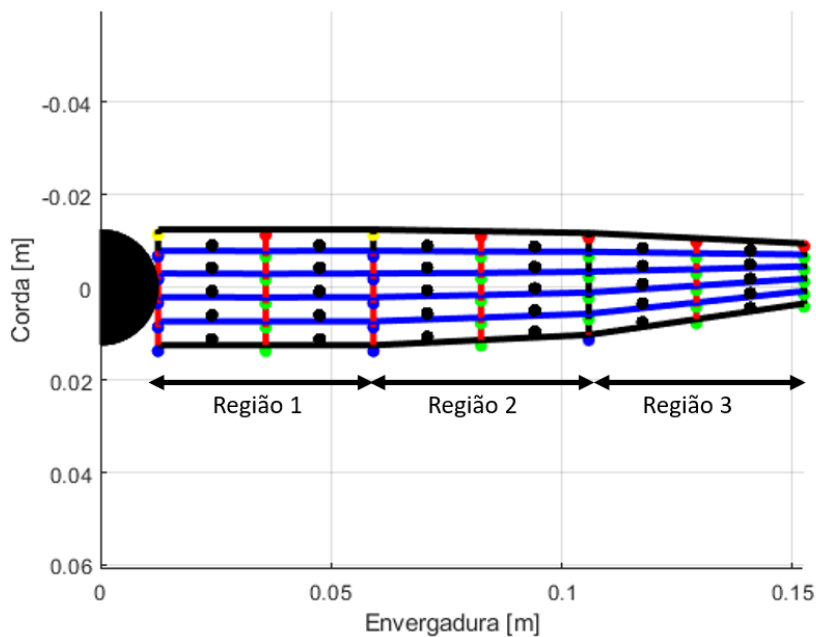


fonte: Foto do próprio autor.

envergadura que possuem autonomia para diferentes valores de corda, envergadura, enflechamento, aerofólios e torções geométricas.

Cada uma dessas regiões são geradas pelos equacionamentos geométricos já mostrados. A única modificação além do laço de repetição em si é que para cada região adicionada, a região seguinte deve ser deslocada ao longo da envergadura para ter seu início coincidente com o final da anterior. A Figura 16 mostra como exemplo uma geometria composta por três regiões.

Figura 16 – Exemplo de geometria composta por três regiões

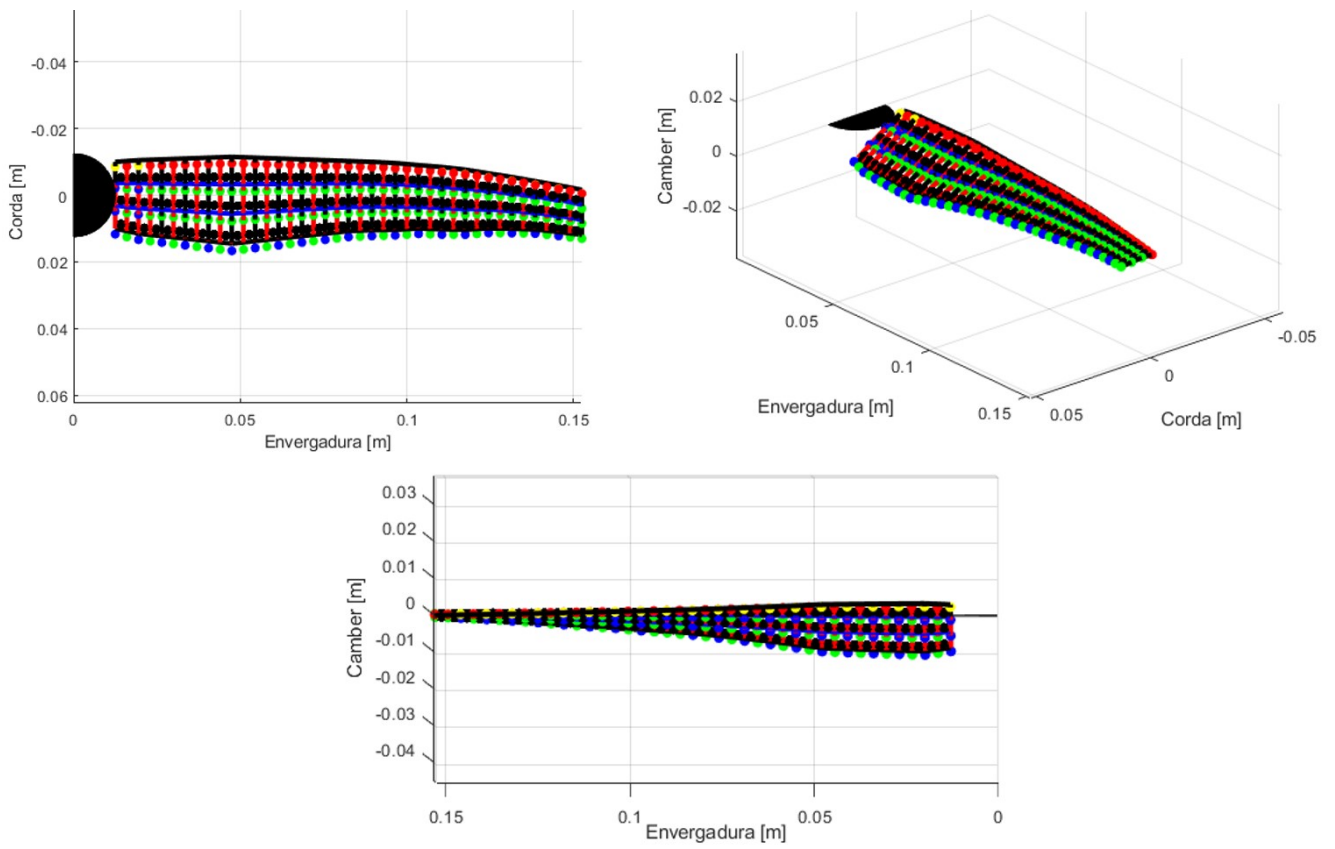


fonte: Produção do próprio autor.

Da interpretação da Figura 16 também desprende-se que a origem em Y da Região 1 é feita após a consideração de uma região destinada ao cubo da hélice, estrutura necessária para que possa ser feita a fixação da hélice ao motor.

Após diversos testes e comparações com hélices de UAVs reais, estabeleceu-se que a quantidade de 20 regiões era suficiente para que o gerador de malha pudesse estruturar geometrias com alto grau de representatividade à uma superfície aerodinâmica rotativa real. A Figura 17 mostra a vista superior, frontal e isométrica do exemplo de uma geometria formada pelo *script* do gerador de malha finalizado com 20 regiões.

Figura 17 – Vista superior, isométrica e frontal de uma hélice estruturada pelo gerador de malha



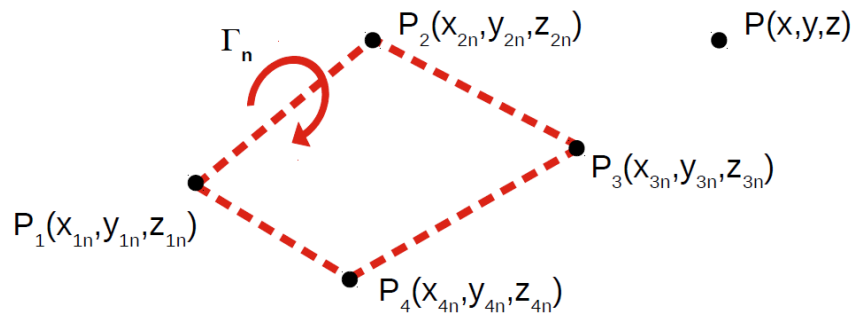
fonte: Produção do próprio autor.

3.3 FRENTE 2: IMPLEMENTAÇÃO DA FERRAMENTA VLM

3.3.1 Velocidade induzida por vórtices do tipo anel

Conforme proposto inicialmente por Faulkner (1943), a metodologia VLM baseia-se na ideia de que uma dada geometria aerodinâmica pode ser dividida em diversos painéis geométricos de forma que exista um vórtice do tipo anel correspondente para cada um desses painéis. Vórtices do tipo anel são caracterizados por possuir um formato quadrangular, sendo formado por quatro segmentos finitos lineares (Figura 18).

Figura 18 – Exemplo de um vórtice do tipo anel



fonte: Produção do próprio autor.

Cada um desses vórtices acaba por induzir uma velocidade no escoamento ao longo de outros pontos na geometria aerodinâmica estudada. Esses pontos são correspondentes à discretização geométrica realizada, de forma que para cada painel geométrico, além de um vórtice anel, também existe um ponto de controle. Na Figura 4 pode-se visualizar todas as entidades citadas.

Dessa forma, pode-se afirmar que a velocidade total em um determinado ponto de controle será a soma da velocidade do escoamento com o somatório da velocidade induzida por todos os vórtices anéis sobre o ponto de controle estudado.

O cálculo da velocidade induzida ($\vec{V}_{ak, n}$) por um vórtice anel k sobre um dado ponto de controle n pode ser obtido através da Lei de Biot-Savart e segue a Equação 50 abaixo.

$$\begin{aligned} \vec{V}_{ak, n} = \Gamma_n \vec{C}_{ek, n} = & \frac{(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{4\pi|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) \Gamma_n + \\ & + \frac{(\vec{r}_2 \times \vec{r}_3)}{4\pi|\vec{r}_2 \times \vec{r}_3|^2} \left(\frac{\vec{r}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} - \frac{\vec{r}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{r}_3}{|\vec{r}_3|} \right) \Gamma_n + \frac{(\vec{r}_3 \times \vec{r}_4)}{4\pi|\vec{r}_3 \times \vec{r}_4|^2} \left(\frac{\vec{r}_{3 \rightarrow 4} \cdot \vec{r}_3}{|\vec{r}_3|} - \frac{\vec{r}_{3 \rightarrow 4} \cdot \vec{r}_4}{|\vec{r}_4|} \right) \Gamma_n + \\ & \frac{(\vec{r}_4 \times \vec{r}_1)}{4\pi|\vec{r}_4 \times \vec{r}_1|^2} \left(\frac{\vec{r}_{4 \rightarrow 1} \cdot \vec{r}_4}{|\vec{r}_4|} - \frac{\vec{r}_{4 \rightarrow 1} \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} \right) \Gamma_n \end{aligned} \quad (50)$$

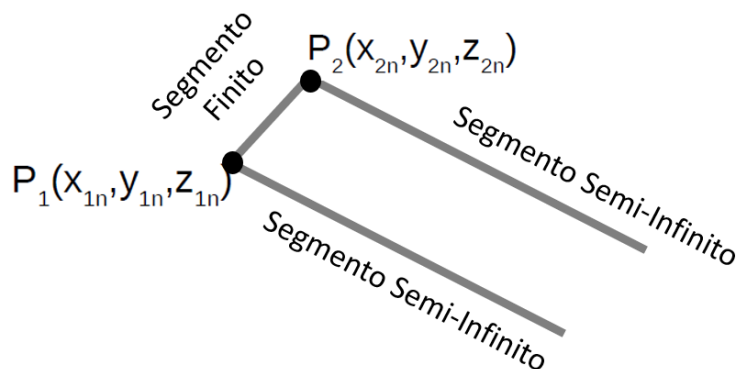
As variáveis \vec{r}_1 , \vec{r}_2 , \vec{r}_3 e \vec{r}_4 representam os vetores entre cada um dos vértices do vórtice anel e o ponto de controle (Figura 18). Já os vetores $\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$, $\vec{r}_{2 \rightarrow 3}$, $\vec{r}_{3 \rightarrow 4}$ e $\vec{r}_{4 \rightarrow 1}$ representam os vetores que ligam cada par de vértices do vórtice anel. A variável Γ_n , por sua vez, representa a intensidade do vórtice analisado, já $\vec{C}_{ek, n}$ trata-se do termo de influência de cada vórtice anel sobre cada ponto de controle.

3.3.2 Velocidade induzida por vórtices do tipo ferradura

No código implementado, vórtices ferradura foram usados para modelar a esteira de asas fixas, conforme mostrado na Figura 19.

Diferentemente do vórtice anel, o vórtice ferradura é composto por três segmentos de vórtices lineares, sendo dois deles semi-infinitos e um finito, conforme mostrado na Figura 19. Vale ser citado que são justamente os vórtices do tipo ferradura os responsáveis por modelar o sistema de vórtices livres na esteira da asa estudada.

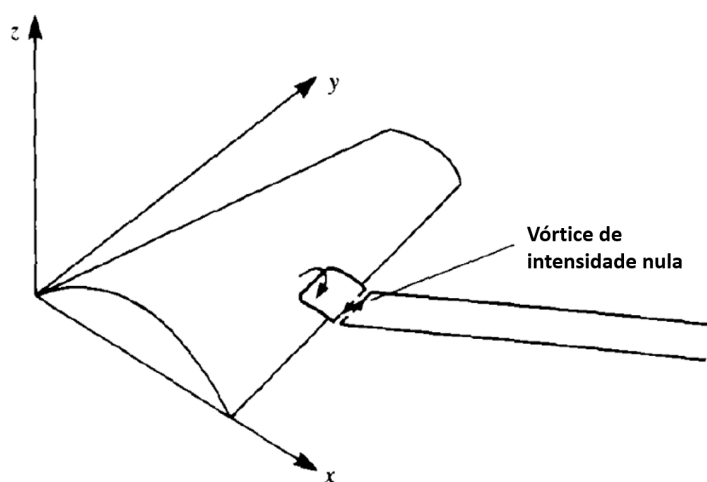
Figura 19 – Composição do vórtice ferradura



fonte: Produção do próprio autor.

A intensidade dos vórtices ferradura está relacionada à dos vórtices anel de forma a satisfazer a condição de Kutta, na qual tem-se que o vórtice alinhado com o bordo de fuga da geometria estudada deve ter intensidade nula. Dessa forma, o segmento de vórtice finito do vórtice ferradura deve ter intensidade igual porém direção contrária ao segmento de vórtice finito do vórtice anel que ocupa a mesma região, conforme mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Representação da condição de Kutta



fonte: Adaptado de Katz (1991)

O vórtice ferradura também é responsável por induzir uma velocidade nos diversos pontos de controle espalhados na discretização da geometria. Tais velocidades ($\vec{V}_{ek,n}$) também são obtidas através

da lei de Biot-Savart, a qual é dada através da Equação 51 abaixo.

$$\begin{aligned} \vec{V}_{ek,n} = \Gamma_n \vec{C}_{ek,n} = & \frac{(\vec{r}_2 \cdot \hat{e}_\infty / |\vec{r}_2|) + 1}{4\pi |\hat{e}_\infty \times \vec{r}_2|^2} (\hat{e}_\infty \times \vec{r}_2) \Gamma_n - \frac{(\vec{r}_1 \cdot \hat{e}_\infty / |\vec{r}_1|) + 1}{4\pi |\hat{e}_\infty \times \vec{r}_1|^2} (\hat{e}_\infty \times \vec{r}_1) \Gamma_n + \\ & + \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{4\pi |\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left(\frac{\vec{r}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) \Gamma_n \end{aligned} \quad (51)$$

Assim como para o vórtice anel, \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , representam vetores ligando cada um dos vértices ao ponto de controle (P) e o vetor $\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$ representa o vetor ligando o vértice 1 ao vértice 2. Já \hat{e}_∞ representa a direção do escoamento livre e pode ser definido como:

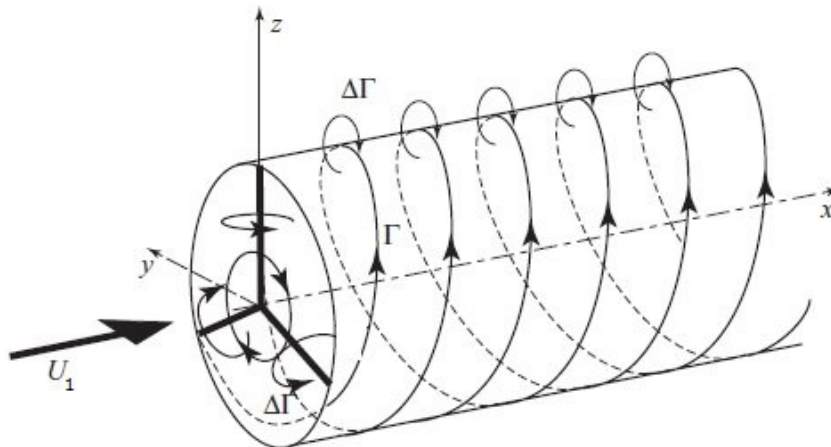
$$\hat{e}_\infty = \frac{\vec{V}_\infty}{U_\infty} \quad (52)$$

sendo que U_∞ representa o módulo do vento relativo. A variável $\vec{C}_{ek,n}$ representa o termo de influência de um dado vórtice ferradura sobre um dado ponto de controle.

3.3.3 Velocidade induzida por vórtices do tipo helicoidal

Conforme proposto por Kerwin (1961), a metodologia VLM também pode ser adaptada para condições de superfícies aerodinâmicas rotativas. No caso de situações desse tipo, os vórtices do tipo ferradura são substituídos por vórtices do tipo helicoidal na parte referente à esteira do escoamento, o qual é composto por um segmento finito de vórtice linear e dois segmentos semi-infinitos de vórtice com formato helicoidal, conforme mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Vórtices do tipo helicoidal presentes em superfícies rotativas



fonte: Disponível Kerwin (1961)

Esse tipo de vórtice também acaba por induzir uma velocidade sobre cada um dos pontos de controle da geometria discretizada. Inicialmente, por se tratar de um escoamento rotativo, a velocidade induzida por esses vórtices é obtida através de um sistema de coordenadas polares e posteriormente transformada em coordenadas no sistema cartesiano. Tais velocidades (radial, axial e tangencial) são obtidas, respectivamente, através das equações 53, 54 e 55 mostradas abaixo.

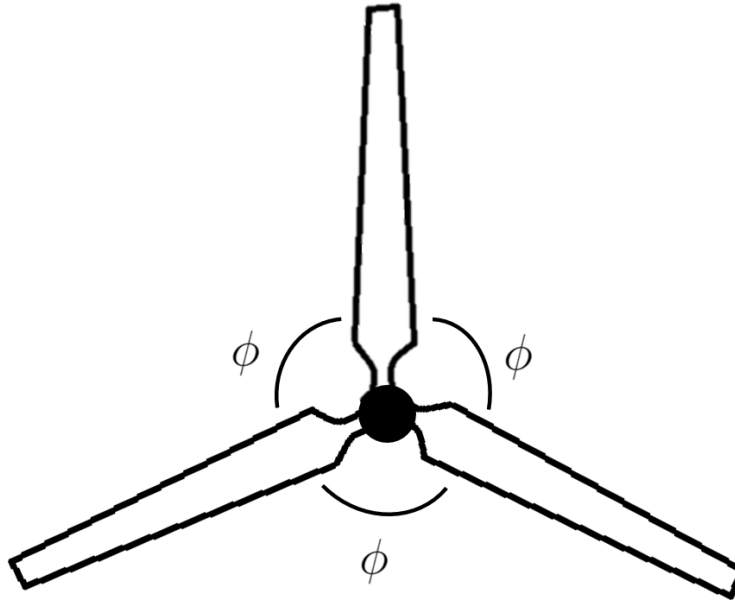
$$u_a = \frac{\Gamma r_0}{4\pi} \sum_{p=1}^N \int_0^{\infty} \frac{r_0 - r \cdot \cos(\phi + \Delta\phi_p)}{[(x_0 + r_0 \cdot \phi \cdot \text{tg}(\beta_{i0}))^2 + r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos(\phi + \Delta\phi_p)]^{3/2}} d\phi \quad (53)$$

$$u_{\Theta} = \frac{\Gamma r_0}{4\pi} \sum_{p=1}^N \int_0^{\infty} \frac{\text{tg}(\beta_{i0})[r - r_0 \cdot \cos(\phi + \Delta\phi_p)] - \text{sen}(\phi + \Delta\phi_p)(x_0 + r_0 \cdot \phi \cdot \text{tg}(\beta_{i0}))}{[(x_0 + r_0 \cdot \phi \cdot \text{tg}(\beta_{i0}))^2 + r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos(\phi + \Delta\phi_p)]^{3/2}} d\phi \quad (54)$$

$$u_r = \frac{\Gamma r_0}{4\pi} \sum_{p=1}^N \int_0^{\infty} \frac{-(r_0 \cdot \phi \cdot \text{tg}(\beta_{i0}) + x_0)\cos(\phi + \Delta\phi_p) + \text{tg}(\beta_{i0}) \cdot r_0 \cdot \text{sen}(\phi + \Delta\phi_p)}{[(x_0 + r_0 \cdot \phi \cdot \text{tg}(\beta_{i0}))^2 + r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos(\phi + \Delta\phi_p)]^{3/2}} d\phi \quad (55)$$

Ressalta-se que Γ continua a representar a intensidade do segmento de vórtice (inicialmente considerado com valor unitário). Já a variável N , nesse caso, faz referência ao número de pás presentes na geometria em rotação. As variáveis r , r_0 , x_0 , ϕ , $\Delta\phi_p$ e β_{i0} , representam, respectivamente, a menor distância entre eixo de rotação e ponto de controle, a menor distância entre eixo de rotação e o vértice do vórtice helicoidal semi-infinito partindo da pá $p = 1$, a coordenada x do vértice do vórtice helicoidal semi-infinito, o ângulo entre as pás do conjunto rotativo (Figura 22), o ângulo entre r e o correspondente a r_0 na pá p e o ângulo de propagação do segmento helicoidal ao longo do eixo X.

Figura 22 – Representação do ângulo ϕ em uma geometria rotativa



fonte: Produção do próprio autor.

3.3.4 Intensidade de vórtices

Como forma de se obter a intensidade de todos os conjuntos de vórtices que estão presentes em uma dada geometria analisada, deve-se aplicar a condição de contorno de não penetração nos pontos de

controle existentes. Em termos matemáticos isso significa igualar a zero a componente de velocidade perpendicular a cada painel no ponto de controle, o que resulta no sistema linear mostrado na Equação 56 abaixo.

$$\left(\begin{pmatrix} \vec{C}_{a1,1} \cdot \hat{n}_1 \cdot \vec{C}_{a1,N} \cdot \hat{n}_1 \\ \vdots \\ \vec{C}_{aN,1} \cdot \hat{n}_N \cdot \vec{C}_{aN,N} \cdot \hat{n}_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{C}_{e1,1} \cdot \hat{n}_1 \cdot \vec{C}_{e1,N} \cdot \hat{n}_1 \\ \vdots \\ \vec{C}_{eN,1} \cdot \hat{n}_N \cdot \vec{C}_{eN,N} \cdot \hat{n}_N \end{pmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_N \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} V_\infty \cdot \hat{n}_1 \\ \vdots \\ V_\infty \cdot \hat{n}_N \end{Bmatrix} \quad (56)$$

Ressalta-se que \vec{C}_a e \vec{C}_e representam os termos de influência dos vórtices anel e dos vórtices da esteira, obtidos com base nas Equações 50 e 51, respectivamente. Destaca-se também que os valores de \vec{C}_e dependem se o estudo é focado em asas fixas ou rotativas: para o primeiro caso, o valor de \vec{C}_e será obtido tendo como base o modelo de esteira do tipo vórtice ferradura, já para o segundo caso o valor dessa variável será obtido tendo como base o modelo de vórtice do tipo helicoidal.

3.3.5 Coeficientes aerodinâmicos

Tendo em mãos as intensidades dos segmentos de vórtice, pode-se iniciar a etapa dos cálculos dos coeficientes aerodinâmicos da geometria em análise. Conforme proposto por Konstadinopoulos [6], tem-se que a partir do salto de pressão entre o extradorso e o intradorso de cada painel discretizado em uma dada geometria, pode-se calcular a força aerodinâmica resultante. A Equação 57 apresenta justamente o cálculo de Δ_{pk} , representando o salto de pressão em cada painel.

$$\Delta_{pk} = -\rho \cdot \Delta \vec{V}_k \cdot (\vec{V}_\infty + \vec{V}_K) \quad (57)$$

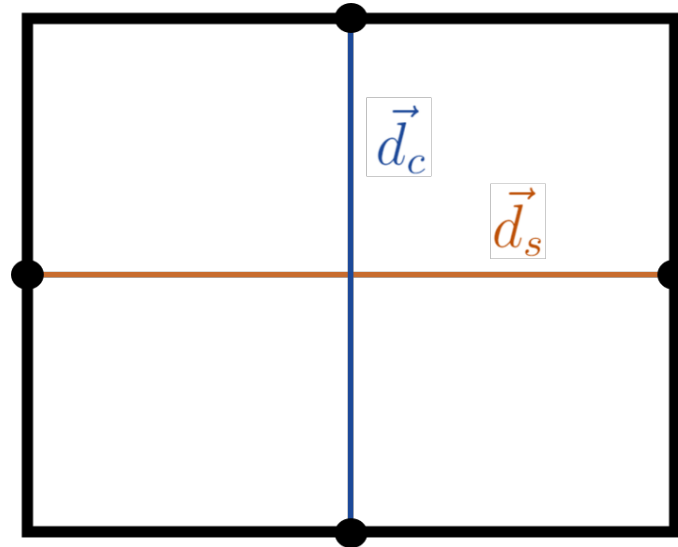
O termo ρ tem por significado a densidade do ar. Já o termo \vec{V}_K representa a soma das velocidades induzidas por todos os vórtices que modelam a circulação na superfície da asa e que modela a esteira sobre o ponto de controle em um dado painel k . Seu cálculo pode ser feito com base na Equação 58 abaixo, cuja as variáveis já são todas conhecidas.

$$\vec{V}_K = (\vec{C}_{asaK,1} + \vec{C}_{esteiraK,1})\Gamma_1 + \dots + (\vec{C}_{asaK,N} + \vec{C}_{esteiraK,N})\Gamma_N \quad (58)$$

O termo $\Delta \vec{V}_k$, por sua vez, representa o salto de velocidade entre o intradorso e o extradorso em um dado painel k e seu cálculo é mostrado na Equação 59 abaixo.

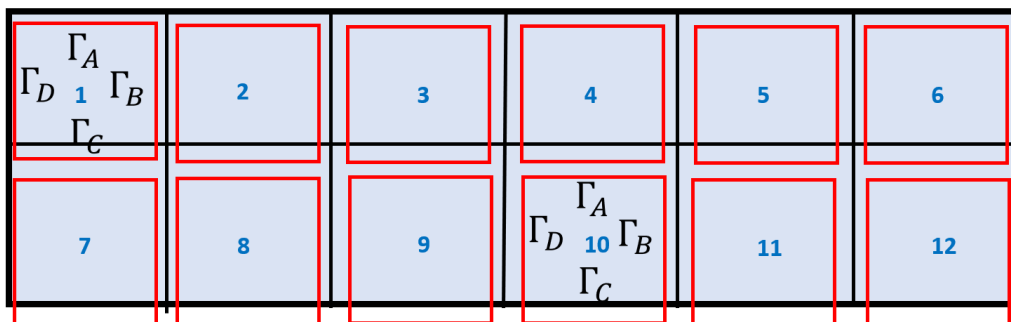
$$\Delta \vec{V}_k = \frac{\Gamma_A + \Gamma_C}{2 |\vec{d}_c|} \cdot \frac{\vec{d}_c}{|\vec{d}_c|} + \frac{\Gamma_D + \Gamma_B}{2 |\vec{d}_s|} \cdot \frac{\vec{d}_s}{|\vec{d}_s|} \quad (59)$$

Os termos \vec{d}_c e \vec{d}_s representam os vetores que unem as coordenadas dos pontos médios no sentido da corda e da envergadura dos painéis geométricos presentes na discretização da asa, conforme mostrado na Figura 23.

Figura 23 – Vetores \vec{d}_c e \vec{d}_s em um painel geométrico

fonte: Produção do próprio autor.

Já os termos Γ_A , Γ_B , Γ_C e Γ_D são obtidos somando a intensidade de cada vórtice do tipo anel com o segmento de vórtice vizinho, sendo que Γ_A representa o segmento superior do vórtice anel, Γ_B representa o segmento direito, Γ_C representa o segmento inferior e Γ_D representa o segmento esquerdo. Dessa forma, pode-se entender que o equacionamento para o cálculo de Γ_A , Γ_B , Γ_C e Γ_D será dependente de qual painel esta sendo analisado, dado que alguns anéis possuem vórtices vizinhos em todos os seus segmentos, enquanto outros possuem somente três ou dois segmentos vizinhos. Como exemplo, mostra-se as equações para o Γ_A , Γ_B , Γ_C e Γ_D para o painel 10 e para o painel 01 (Figura 24).

Figura 24 – Composição dos Γ_A , Γ_B , Γ_C e Γ_D dentro do vórtice anel

□ Painel geométrico □ Vórtice Anel

fonte: Produção do próprio autor.

Para o painel 10 tem-se as seguintes equações:

$$\Gamma_A = \Gamma_{10} - \Gamma_4 \quad (60)$$

$$\Gamma_B = \Gamma_{10} - \Gamma_{11} \quad (61)$$

$$\Gamma_C = -\Gamma_{10} \quad (62)$$

$$\Gamma_D = \Gamma_9 - \Gamma_{10} \quad (63)$$

Já para o painel 1 as equações utilizadas são:

$$\Gamma_A = \Gamma_1 \quad (64)$$

$$\Gamma_B = \Gamma_1 - \Gamma_2 \quad (65)$$

$$\Gamma_C = \Gamma_7 - \Gamma_1 \quad (66)$$

$$\Gamma_D = -\Gamma_1 \quad (67)$$

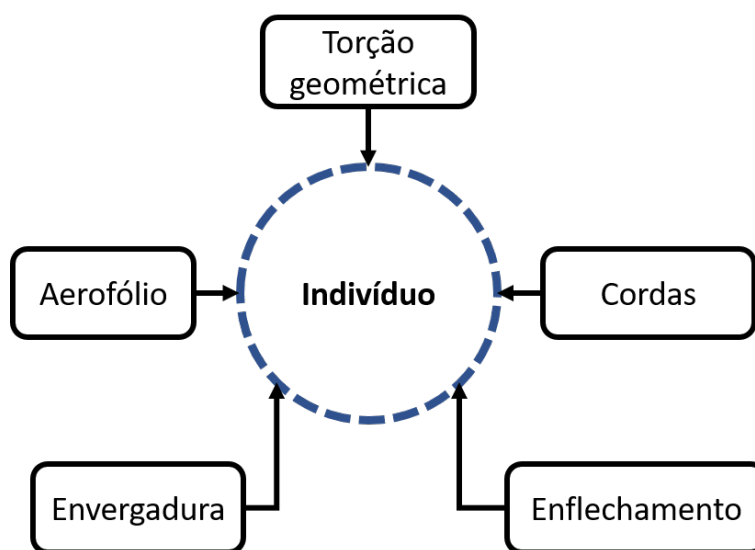
Dessa forma, é possível obter o valor de Δ_{pk} . Tendo em mãos as áreas referentes a cada painel geométrico (obtidas com base nas coordenadas dos vértices de cada painel) pode-se obter, a partir do valor de Δ_{pk} , a força aerodinâmica total presente em cada painel. Assim, somando a contribuição total de cada painel pode-se calcular a força que atua em toda a superfície estudada. Desse ponto até a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e arrasto, mostra-se necessário alguns passos simples para decompor a força total gerada em função do ângulo de ataque da geometria em relação ao escoamento e adimensionalizar os dados de força obtidos.

3.4 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

A implementação do algoritmo otimizador teve com base a função *Genetic Algorithm* (GA) presente no *software* MatLab. De acordo com a documentação da função em questão (MATLAB, 2014), o algoritmo inicia os trabalhos criando uma população inicial aleatória, ou seja, um conjunto de indivíduos com características aleatórias.

No problemática abordada neste trabalho, entende-se que um indivíduo é a própria geometria de hélice e o conjunto de intervalos com parâmetros geométricos que o definem são as características desse indivíduo, conforme destacado na Figura 25.

Figura 25 – Definição de um indivíduo

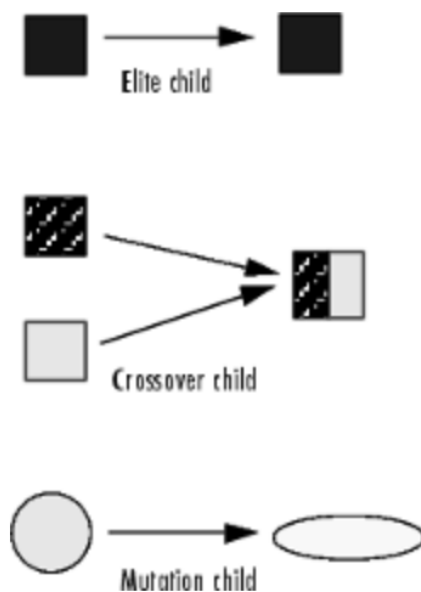


fonte: Produção do próprio autor.

Posteriormente cada um desses indivíduos são classificados mediante sua aptidão à cumprir uma dada função objetivo (*fitness function*). Os resultados de tal aptidão, conjuntamente com os critérios citados a seguir, são utilizados para a geração de uma nova geração de indivíduos.

1. Perpetuação: Indivíduos da geração anterior com as melhores pontuações na *fitness function* automaticamente sobrevivem para a próxima geração.
2. Cruzamento (*crossover*): Novos indivíduos são gerados mediante combinação de características de seus pais (par de indivíduos aleatórios da geração anterior)
3. Mutação: Mediante uma mudança aleatória de uma característica de um indivíduo da geração anterior, gera-se um novo indivíduo.

Figura 26 – Definição de um indivíduo



fonte: Matlab (2014)

Dessa forma, a função do algoritmo genético prossegue, iterando e avaliando diversos indivíduos com características distintas ao longo das gerações. Esse processo continua até que um dos critérios de parada seja atingido pelo *script*. De acordo com Matlab (2014) os critérios de parada existentes são:

1. Número máximo de gerações compiladas, estabelecido pelo usuário;
2. Tempo máximo de compilação do *script* estabelecido pelo usuário;
3. Pontuação limite para a *fitness function*;
4. Número máximo de geração nas quais não há alteração dos valores da *fitness function* do melhor indivíduo (*Stall Generations*);
5. Tempo máximo de compilação a partir do momento no qual não há alteração dos valores da *fitness function* do melhor indivíduo ao longo das gerações (*Stall Generations Time*);
6. Variação nos valores da *fitness function* do melhor indivíduo de cada geração fica dentro de um intervalo de tolerância estabelecido pelo usuário.

Ressalta-se que fica a cargo de usuário escolher aqueles critérios de parada que considera plausíveis de serem utilizados mediante o objetivo final que se almeja e os recursos e tempo computacional disponíveis. Uma vez que um deles é atingido o *script* é finalizado e as características do melhor indivíduo podem ser consultadas.

3.4.1 Parâmetros utilizados para o GA

Cada um dos parâmetros que caracterizam o funcionamento do GA, mostrados na seção anterior, são passíveis de personalização mediante as necessidades do usuário. Dessa forma podem existir

diferentes valores para a taxa de perpetuação, tamanho da população, quantidade de gerações, critérios de parada, tolerância da função objetivo e quantidade de núcleos de processamento. A Tabela 3 apresenta os valores utilizados para esses parâmetros para a otimização realizada.

Tabela 3 – Parâmetros utilizados no GA

Parâmetros do GA	Valores
População Inicial	10000 indivíduos
Taxa de perpetuação	5 %
Tolerância da fitness function	0,001
Parada 1: Stall generations	10 gerações
Parada 2: Limite de gerações	200 gerações
Processamento	4 núcleos

fonte: Produção do Próprio Autor.

3.4.2 Composição dos indivíduos

Conforme foi mostrado de maneira simplificada na Figura 25, o que caracteriza um indivíduo durante o processo de otimização é o conjunto das características que o compõem. Assim, é possível entender que as características geométricas que definem a hélice de um VANT necessitam ser em quantidade bem maior do que as variáveis que foram mostradas na Figura 25, uma vez que a geometria de uma hélice é normalmente caracterizada por possuir diversas cordas e torções ao longo de sua envergadura.

No Quadro 1 apresenta-se o conjunto características que compõem um indivíduo e que de fato são consideradas no *script* desenvolvido. Ou seja, todas elas são passíveis de modificações conforme são gerados novos indivíduos ao longo das gerações.

Da interpretação do Quadro 1 entende-se que cada indivíduo iterado durante o processo de otimização será composto por um total de 84 variáveis, as quais poderão assumir diferentes valores durante a compilação do código.

Quadro 1 – Variáveis utilizadas no processo de otimização

N° da variável	Atribuição	N° da variável	Atribuição
1	Envergadura	43	Torção geométrica ponta região 10
2	Aerofólio raiz região 1	44	Enflechamento da região 10
3	Aerofólio ponta região 1	45	Aerofólio ponta região 11
4	Corda raiz região 1	46	Corda ponta região 11
5	Corda ponta região 1	47	Torção geométrica ponta região 11
6	Torção geométrica ponta região 1	48	Enflechamento da região 11
7	Torção geométrica raiz região 1	49	Aerofólio ponta região 12
8	Enflechamento da região 1	50	Corda ponta região 12
9	Aerofólio ponta região 2	51	Torção geométrica ponta região 12
10	Corda ponta região 2	52	Enflechamento da região 12
11	Torção geométrica ponta região 2	53	Aerofólio ponta região 13
12	Enflechamento da região 2	54	Corda ponta região 13
13	Aerofólio ponta região 3	55	Torção geométrica ponta região 13
14	Corda ponta região 3	56	Enflechamento da região 13
15	Torção geométrica ponta região 3	57	Aerofólio ponta região 14
16	Enflechamento da região 3	58	Corda ponta região 14
17	Aerofólio ponta região 4	59	Torção geométrica ponta região 14
18	Corda ponta região 4	60	Enflechamento da região 14
19	Torção geométrica ponta região 4	61	Aerofólio ponta região 15
20	Enflechamento da região 4	62	Corda ponta região 15
21	Aerofólio ponta região 5	63	Torção geométrica ponta região 15
22	Corda ponta região 5	64	Enflechamento da região 15
23	Torção geométrica ponta região 5	65	Aerofólio ponta região 16
24	Enflechamento da região 5	66	Corda ponta região 16
25	Aerofólio ponta região 6	67	Torção geométrica ponta região 16
26	Corda ponta região 6	68	Enflechamento da região 16
27	Torção geométrica ponta região 6	69	Aerofólio ponta região 17
28	Enflechamento da região 6	70	Corda ponta região 17
29	Aerofólio ponta região 7	71	Torção geométrica ponta região 17
30	Corda ponta região 7	72	Enflechamento da região 17
31	Torção geométrica ponta região 7	73	Aerofólio ponta região 18
32	Enflechamento da região 7	74	Corda ponta região 18
33	Aerofólio ponta região 8	75	Torção geométrica ponta região 18
34	Corda ponta região 8	76	Enflechamento da região 18
35	Torção geométrica ponta região 8	77	Aerofólio ponta região 19
36	Enflechamento da região 8	78	Corda ponta região 19
37	Aerofólio ponta região 9	79	Torção geométrica ponta região 19
38	Corda ponta região 9	80	Enflechamento da região 19
39	Torção geométrica ponta região 9	81	Aerofólio ponta região 20
40	Enflechamento da região 9	82	Corda ponta região 20
41	Aerofólio ponta região 10	83	Torção geométrica ponta região 20
42	Corda ponta região 10	84	Enflechamento da região 20

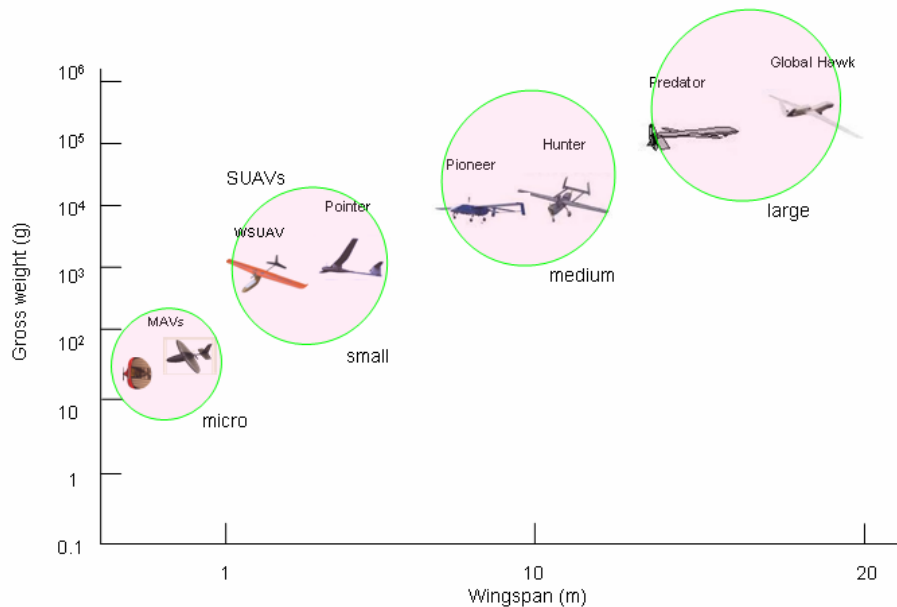
fonte: Produção do Próprio Autor.

3.4.3 Intervalo de otimização

Para o funcionamento do algoritmo genético é preciso estabelecer um intervalo de valores para as variáveis que serão iteradas. Ou seja, deve-se especificar um valor mínimo e um valor máximo para a envergadura, cordas, torções, etc. O Quadro 4 apresenta o intervalo de valores utilizados para cada variável.

Buscando definir tais intervalos, foi necessário limitar a qual categoria de VANTs seria destinado à hélice otimizada, visto que dentro de todo o universo dos VANTs podem existir hélices que variam seu diâmetro de algo em torno de 2 centímetros até hélices de 2,8 metros. Dessa forma, estabeleceu-se que o processo de otimização será feito em hélices que variam seu diâmetro entre 15 até 17 polegadas (38,1 até 43,2 centímetros), faixa de valores comuns para hélices de VANTs pequenos, conforme a divisão proposta por Zakaria (2012) (Figura 27).

Figura 27 – Classificação dos VANTs mediante sua massa e envergadura



fonte: Zakaria (2012)

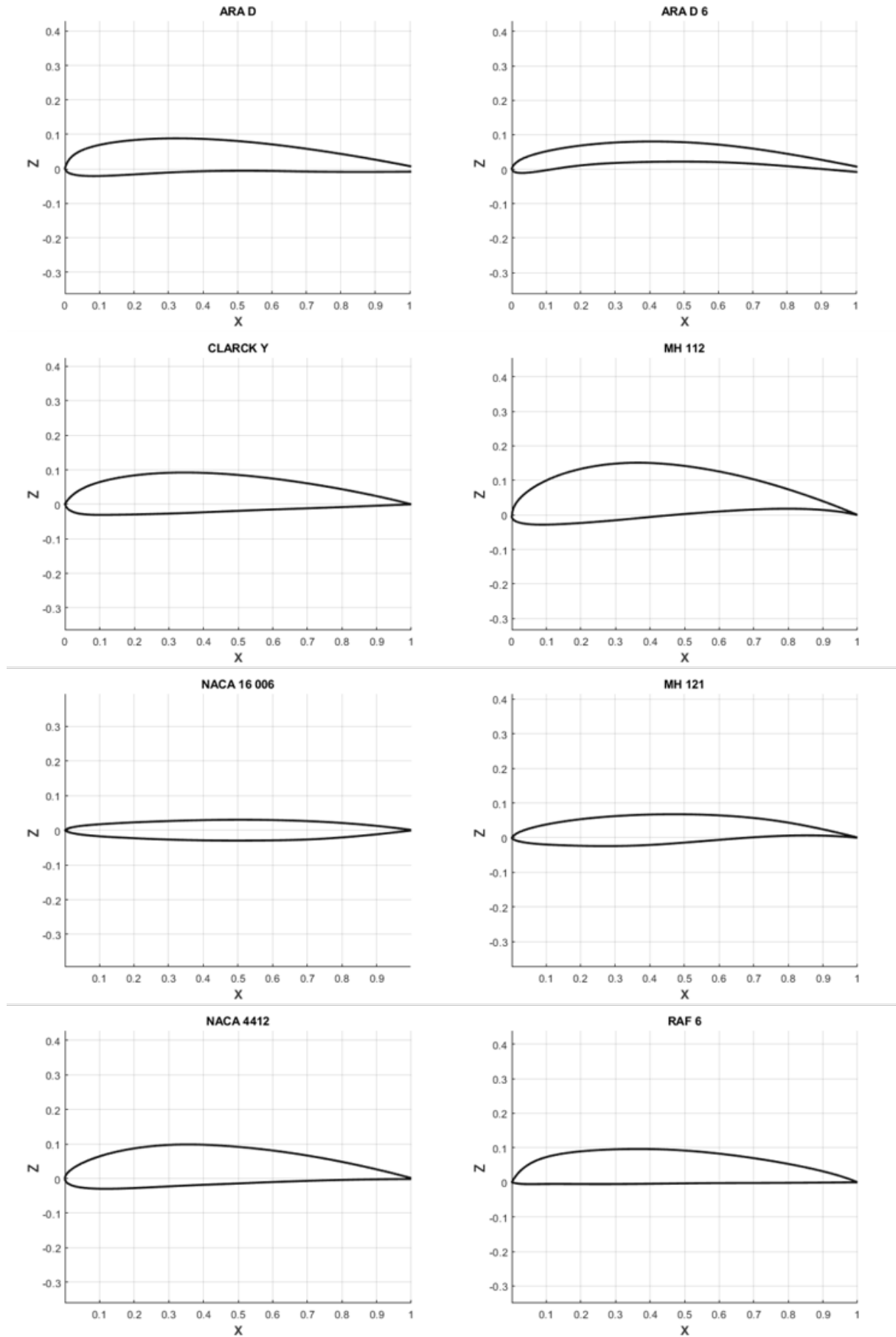
Ressalta-se que as variáveis envolvendo os aerofólios são compostas por números inteiros variando de 1 até 8, onde cada número representa um aerofólio diferente. Em respectiva ordem, os números remetem aos aerofólios NACA 4412, RAF 6, CLARCK Y, ARA-D, ARA-D 6%, NACA 16-006, MH 121 e MH 112 (Figura 28). Tais aerofólios foram escolhidos propositalmente, dado que são tradicionalmente utilizados em geometrias de hélices, conforme Barros (2019). Os intervalos de valores das variáveis relacionadas à corda, torção geométrica e enflechamento foram estabelecidos mediante valores condizentes com hélices no intervalo de 15 até 17 polegadas de diâmetro (Quadro 2).

Quadro 2 – Intervalo de otimização das variáveis

Variável	Intervalo	Variável	Intervalo
Envergadura	[38 - 43] cm	Torção geométrica ponta região 10	[-5 - +5°]
Aerofólio raiz região 1	[1 8]	Enflechamento da região 10	[0°- 10°]
Aerofólio ponta região 1	[1 8]	Aerofólio ponta região 11	[1 8]
Corda raiz região 1	[2 - 5] cm	Corda ponta região 11	[2 - 5] cm
Corda ponta região 1	[2 - 5] cm	Torção geométrica ponta região 11	[-5 - +5°]
Torção geométrica ponta região 1	[-5 - +5°]	Enflechamento da região 11	[0°- 10°]
Torção geométrica raiz região 1	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 12	[1 8]
Enflechamento da região 1	[0°- 10°]	Corda ponta região 12	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 2	[1 8]	Torção geométrica ponta região 12	[-5 - +5°]
Corda ponta região 2	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 12	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 2	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 13	[1 8]
Enflechamento da região 2	[0°- 10°]	Corda ponta região 13	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 3	[1 8]	Torção geométrica ponta região 13	[-5 - +5°]
Corda ponta região 3	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 13	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 3	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 14	[1 8]
Enflechamento da região 3	[0°- 10°]	Corda ponta região 14	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 4	[1 8]	Torção geométrica ponta região 14	[-5 - +5°]
Corda ponta região 4	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 14	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 4	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 15	[1 8]
Enflechamento da região 4	[0°- 10°]	Corda ponta região 15	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 5	[1 8]	Torção geométrica ponta região 15	[-5 - +5°]
Corda ponta região 5	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 15	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 5	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 16	[1 8]
Enflechamento da região 5	[0°- 10°]	Corda ponta região 16	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 6	[1 8]	Torção geométrica ponta região 16	[-5 - +5°]
Corda ponta região 6	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 16	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 6	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 17	[1 8]
Enflechamento da região 6	[0°- 10°]	Corda ponta região 17	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 7	[1 8]	Torção geométrica ponta região 17	[-5 - +5°]
Corda ponta região 7	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 17	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 7	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 18	[1 8]
Enflechamento da região 7	[0°- 10°]	Corda ponta região 18	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 8	[1 8]	Torção geométrica ponta região 18	[-5 - +5°]
Corda ponta região 8	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 18	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 8	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 19	[1 8]
Enflechamento da região 8	[0°- 10°]	Corda ponta região 19	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 9	[1 8]	Torção geométrica ponta região 19	[-5 - +5°]
Corda ponta região 9	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 19	[0°- 10°]
Torção geométrica ponta região 9	[-5 - +5°]	Aerofólio ponta região 20	[1 8]
Enflechamento da região 9	[0°- 10°]	Corda ponta região 20	[2 - 5] cm
Aerofólio ponta região 10	[1 8]	Torção geométrica ponta região 20	[-5 - +5°]
Corda ponta região 10	[2 - 5] cm	Enflechamento da região 20	[0°- 10°]

fonte: Produção do Próprio Autor.

Figura 28 – Aerofólios utilizados no processo de otimização



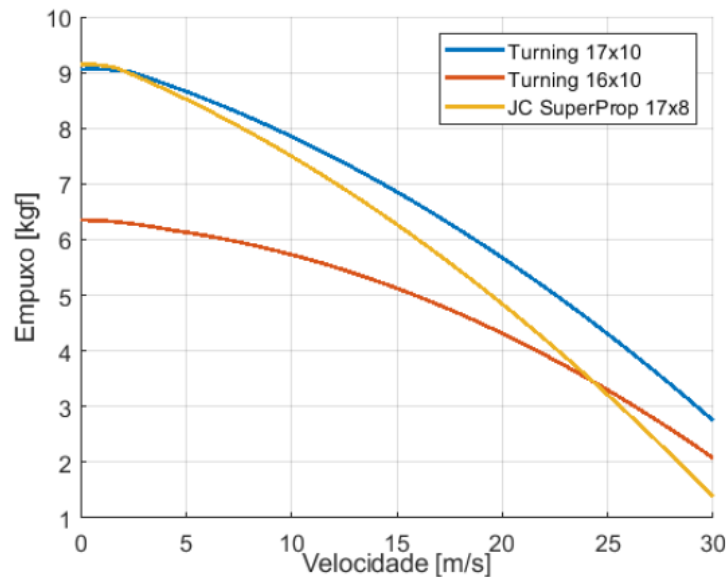
fonte: Produção do próprio autor.

3.4.4 Definição da *fitness function*

Mediante as explicações fornecidas, fica claro que função do GA irá buscar um indivíduo otimizado para um dado objetivo. Para o algoritmo otimizador esse objetivo precisa ser traduzido através da *fitness function*, buscando que o valor dessa função seja maximizado ou minimizado, dependendo do interesse do usuário.

No escopo deste trabalho a *fitness function* foi elaborada mediante uma problemática muito encontrada em geometrias de hélice: em grande parte das hélices consideradas "comuns" o valor da tração de empuxo gerada tende a decair conforme aumenta-se a velocidade do escoamento ao qual a hélice está submetida. Dessa forma, tais hélices possuem uma curva de tração decrescente conforme a velocidade da aeronave aumenta, por exemplo, durante sua corrida de decolagem. Na Figura 29 pode-se visualizar o comportamento citado para três geometrias de hélices diferentes.

Figura 29 – Curva experimental de Tração x Velocidade do escoamento



fonte: Adelphi (2021)

Dessa forma, a *fitness function* criada (Equação 68) visa justamente que exista um indivíduo de hélice otimizado que reduza ao máximo essa curva decrescente de tração, permitindo que para uma faixa de velocidade variando de 0 m/s até 20 m/s a hélice gere a maior quantidade de tração possível. A variável T_s indicada justamente a tração gerada pela hélice em uma determinada velocidade.

$$fitness = T_{s=0} + T_{s=2} + T_{s=4} + T_{s=6} + T_{s=8} + T_{s=10} + T_{s=12} + T_{s=14} + T_{s=16} + T_{s=18} + T_{s=20} \quad (68)$$

Através dessa equação é possível compreender que cada indivíduo iterado pelo GA terá sua força de tração calculada para 10 condições de velocidade diferentes (0 m/s, 2m/s, 4 m/s ... 20 m/s). Aquele indivíduo que conseguir ter maior sucesso em maximizar a equação 68 será o escolhido.

3.5 DETALHAMENTO DO *SCRIPT* GLOBAL

Nos tópicos 3.5.1, 3.5.2 e 3.5.3 serão apresentados um detalhamento da estruturação do *script* de cada uma das frentes desenvolvidas. O objetivo deste detalhamento é permitir uma fácil identificação da função e importância de cada sub-rotina ao funcionamento global do *script*.

3.5.1 Implementação do gerador de malha

1. Sub-rotina 1: Definição de parâmetros gerais do gerador de malha não passíveis de modificação pelo algoritmo otimizador, tais como a quantidade de divisões ao longo da corda e da envergadura, número de regiões e diâmetro do cubo. Também há a chamada das sub-rotina 2.
2. Sub-rotina 2: Mediante os *inputs* provenientes tanto da sub-rotina 1 quanto do próprio algoritmo otimizador, a sub-rotina 2 fica responsável por toda a parte de cálculo das coordenadas geométricas planares.
3. Sub-rotina 3: Responsável por todos os cálculos necessários à adição das coordenadas da geometria também no eixo Z, mediante os dados provenientes da sub-rotina 2 e as curvas dos extradorso e intradorso de um banco de dados de aerofólios.

3.5.2 Implementação da ferramenta VLM

1. Sub-rotina 1: Responsável por calcular os vetores normais aos painéis geométricos discretizados ao longo da asa estudada. Tais vetores serão necessários em diversos momentos ao longo da implementação.
2. Sub-rotina 2: Mediante os dados de saída da sub-rotina 1, a sub-rotina 2 é responsável por calcular os termos de influência por todos os vórtices do tipo anel sobre todos os pontos de controle.
3. Sub-rotina 3: Permite o cálculo dos termos de influência dos vórtices ferradura sobre os pontos de controle dos painéis do bordo de fuga. Caso a asa estudada estivesse em regime rotativo seriam substituídos os vórtices ferradura por vórtices do tipo helicoidal.
4. Sub-rotina 4: Mediante os dados da sub-rotina 2, a sub-rotina 4 fica responsável por fazer a multiplicação das matrizes contendo as velocidades induzidas pelo vórtice anel e os vetores normais às superfícies dos painéis geométricos.
5. Sub-rotina 5: Através dos dados vindos da sub-rotina 3, a sub-rotina 5 fica responsável por fazer a multiplicação das matrizes representando as velocidades induzidas pelos vórtices da esteira e os vetores normais às superfícies dos painéis geométricos. Porém, antes de realizar a multiplicação deve-se ressaltar que nem todos os vetores de velocidade vindo da sub-rotina 3 serão utilizadas nessa etapa do código: só será considerado a influência da esteira dos painéis do bordo de fuga.

6. Sub-rotina 6: Responsável por realizar a soma entre as matrizes de vetores advindos da sub-rotina 4 com a sub-rotina 5.
7. Sub-rotina 7: Mediante a matriz fornecida pela sub-rotina 6 e dados da velocidade do escoamento, a sub-rotina em questão fornece a intensidade dos vórtices presentes na geometria da asa, através da resolução de uma sistema linear.
8. Sub-rotina 8: Mediante diversos *inputs* vindos das etapas anteriores, a sub-rotina 8 fica responsável por calcular o salto de pressão em cada painel e conseqüentemente a força total gerada pela superfície estudada e seus respectivos coeficientes aerodinâmicos.
9. Sub-rotina 9: Responsável pelo cálculo da velocidade induzida pela esteira quando a geometria estudada é rotativa. Nesse caso, atua em substituição a sub-rotina 3.

3.5.3 Aplicação do Algoritmo Genético

1. Rotina 1 (*Main Code*): A frente de otimização por algoritmo genético é composta por apenas uma rotina, a qual é responsável por coordenar o funcionamento ferramenta VLM e do gerador de malha. Nela encontra-se implementada o *solver* com a biblioteca de otimização por algoritmo genético, fornecendo valores de *input* ao gerador de malha e recebendo como *outputs* da ferramenta VLM a pontuação da *fitness function* de cada individuo iterado.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 VALIDAÇÃO AERODINÂMICA

Como forma de seguir para as etapas de otimização, primeiramente mostrou-se necessário uma validação do modelo aerodinâmico desenvolvido. Tal validação dividiu-se em duas etapas, sendo a primeira focada no cálculos aerodinâmicos de asa fixa e a segunda etapa para os cálculos necessários considerando uma esteira de vórtice de uma asa rotativa.

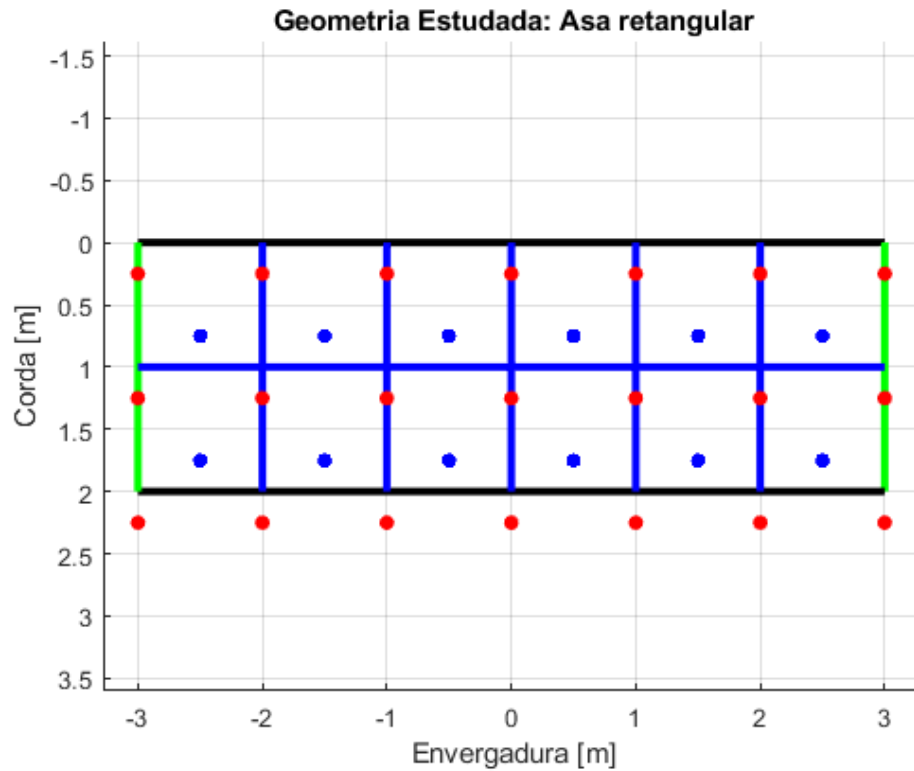
4.1.1 Validação do VLM para asas fixas

Conforme já foi apresentado na seções 3.3.2 e 3.3.3, a maior diferença envolvendo a metodologia de cálculo para uma asa fixa e uma asa rotativa trata-se da maneira na qual é feita a modelagem da esteira aerodinâmica. Enquanto para asas fixas utiliza-se uma esteira do tipo vórtice ferradura, para asas rotativas utiliza-se vórtices helicoidais. Os demais cálculos aerodinâmicos fora da parte da esteira são coincidentes para os dois tipos de asas.

Dessa forma, anteriormente ao desenvolvimento dos cálculos para asas rotativas foi feita uma validação dos cálculos já implementados para asa fixa. Assim, realizou-se simulações de algumas geometrias de asas fixas com características diferentes entre si visando obter os coeficientes de sustentação e arrasto das mesmas. Os resultados obtidos foram contrastados com o software de análise aerodinâmica XFLR5, o qual é amplamente utilizado no meio acadêmico e possui o VLM implementado de uma maneira semelhante ao código desenvolvido neste projeto. Vale ressaltar que as condições de densidade do ar, velocidade do escoamento livre e discretização geométrica utilizadas no XFLR5 foram as mesmas utilizadas no código desenvolvido. O contraste dos resultados obtidos, bem como as próprias geometrias analisadas, são mostradas nas Figura 30, Figura 31, Figura 32, Figura 33, Figura 34, Figura 35, Figura 36 e Figura 37 abaixo.

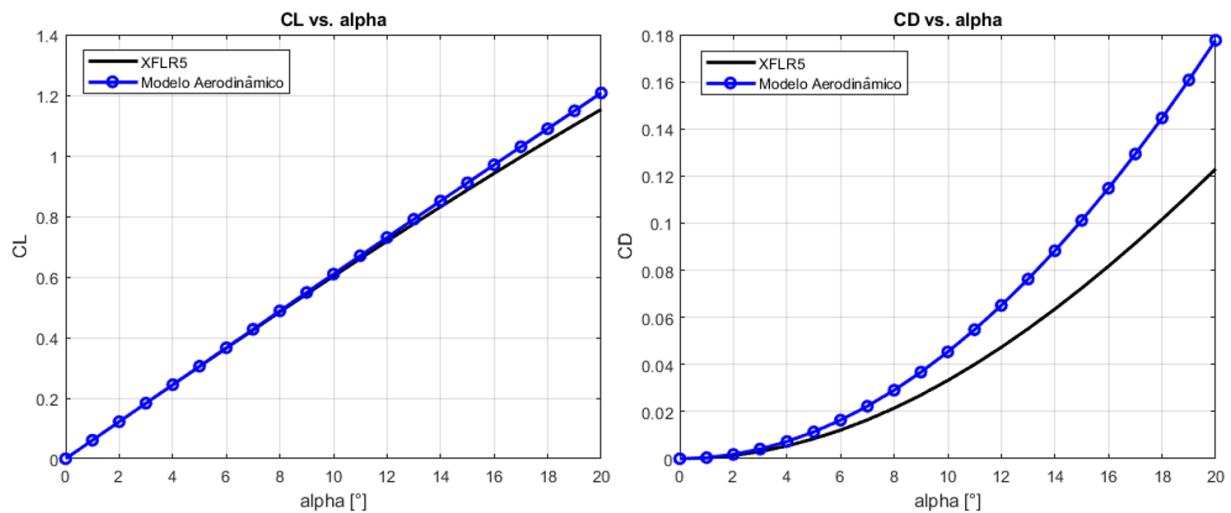
4.1.1.1 Asa plana retangular

Figura 30 – Geometria de asa retangular.



fonte: Produção do próprio autor.

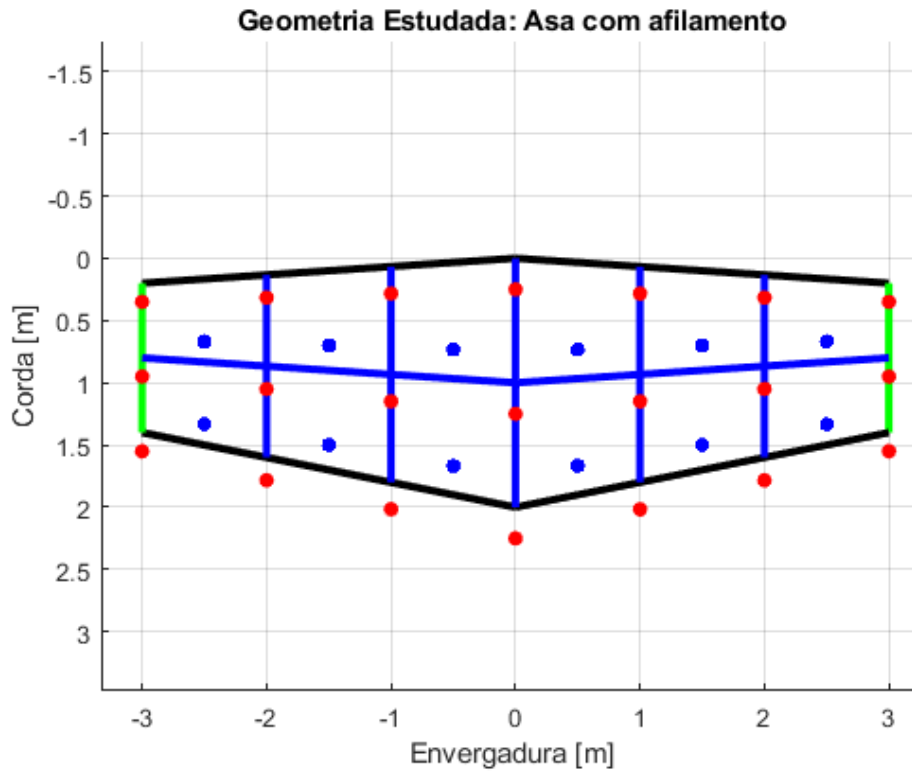
Figura 31 – Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 30



fonte: Produção do próprio autor.

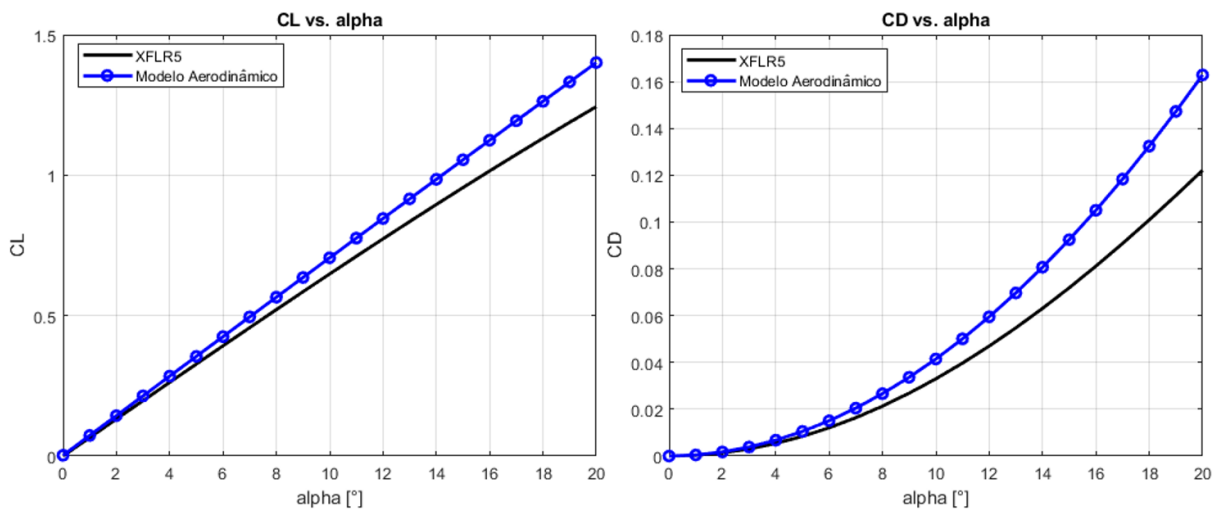
4.1.1.2 Asa plana com afilamento

Figura 32 – Geometria da asa com afilamento.



fonte: Produção do próprio autor.

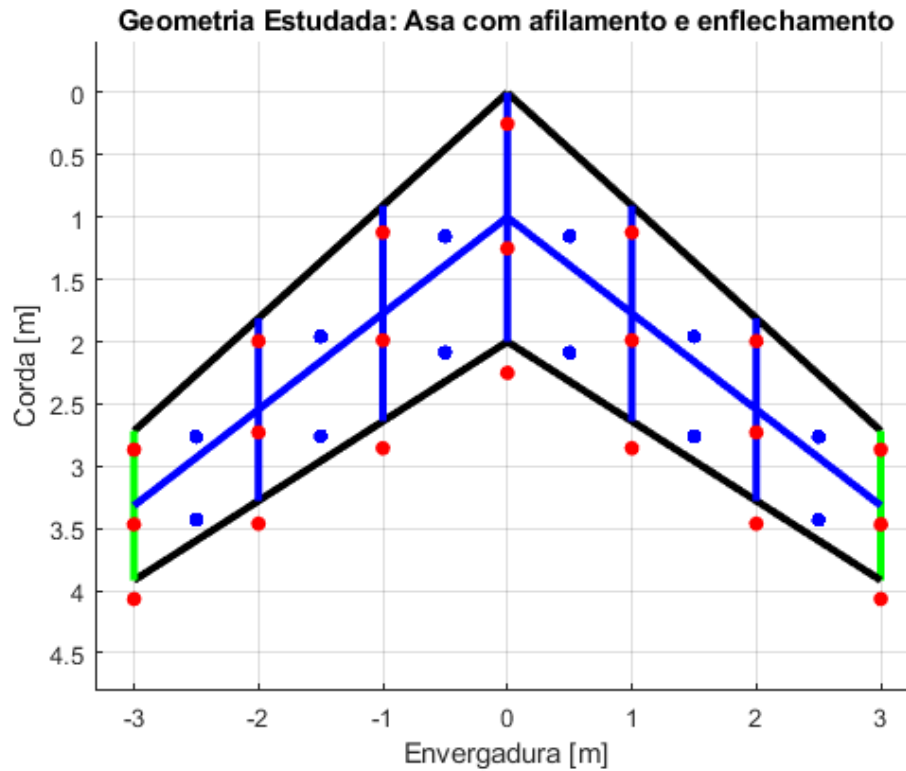
Figura 33 – Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 32



fonte: Produção do próprio autor.

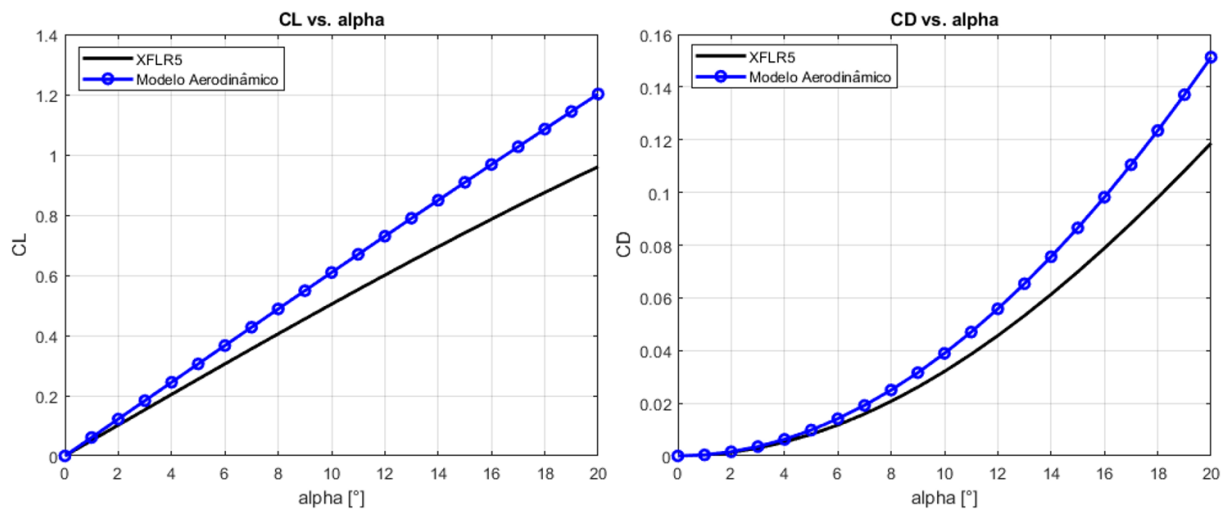
4.1.1.3 Asa plana com enflechamento e afilamento

Figura 34 – Geometria da asa com enflechamento.



fonte: Produção do próprio autor.

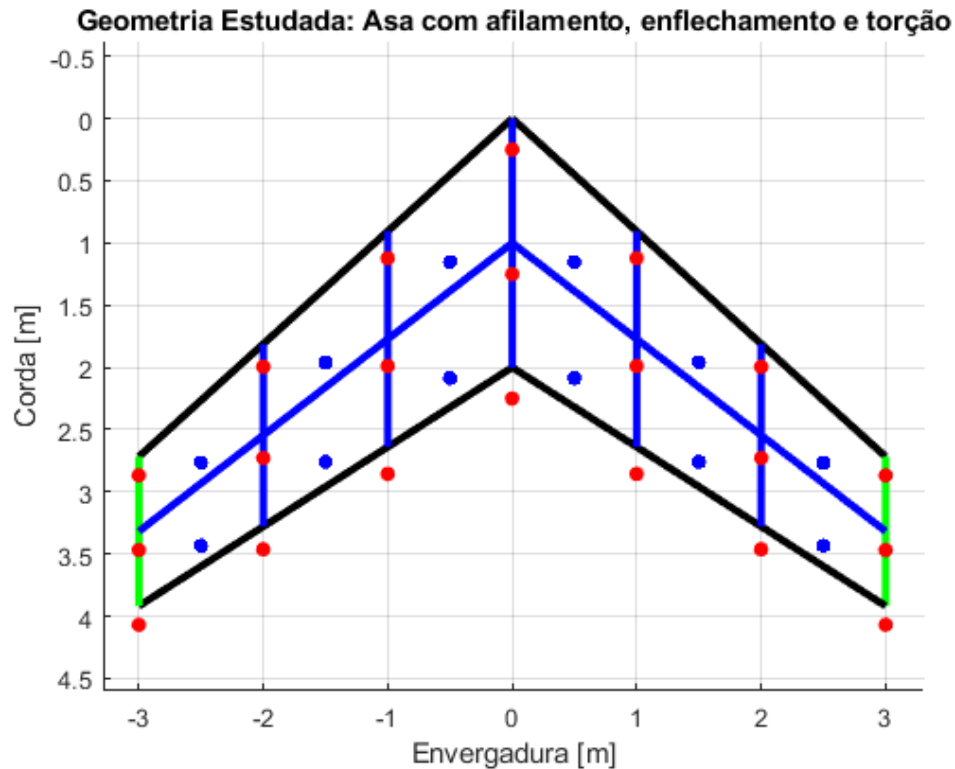
Figura 35 – Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 34



fonte: Produção do próprio autor.

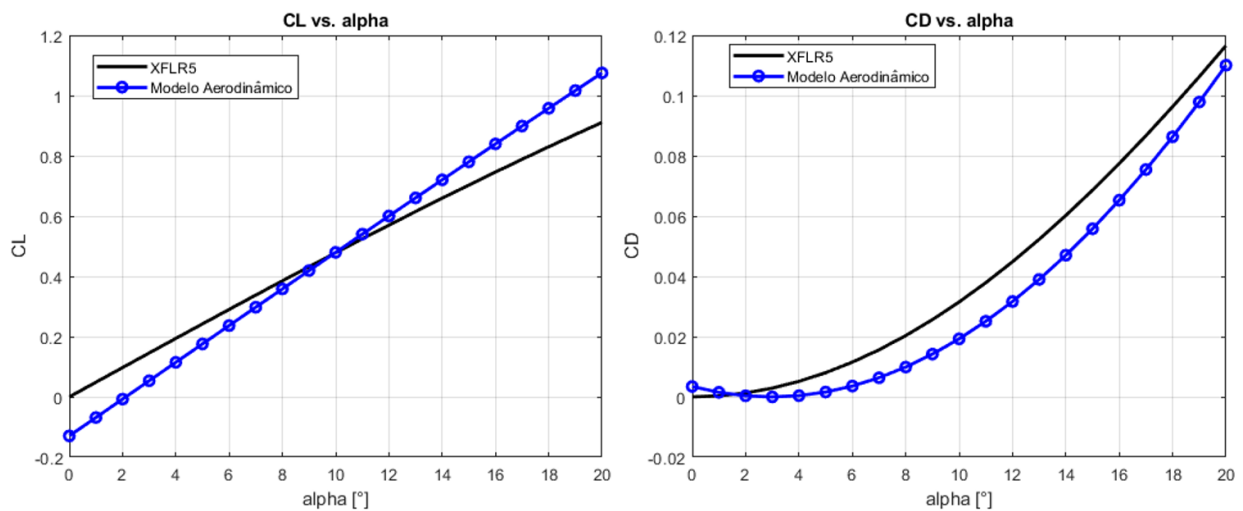
4.1.1.4 Asa com torção, enflechamento e afilamento

Figura 36 – Geometria da asa com enflechamento e torção.



fonte: Produção do próprio autor.

Figura 37 – Comparação dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido em função do ângulo de ataque entre o código desenvolvido e o software XFLR5 para a asa mostrada na Figura 36



fonte: Produção do próprio autor.

Mediante os resultados apresentados para as diferentes geometrias analisadas, percebe-se que os valores obtidos pelo código desenvolvido aproximam-se bastante dos resultados via XFLR5 para todas as geometrias estudadas. As diferenças observadas podem estar associadas ao modelo da esteira, uma vez que o XFLR5 utiliza um modelo de esteira livre. Dessa forma, entende-se que o modelo

aerodinâmico implementado encontra-se validado e assim poderia-se avançar para a validação do modelo aerodinâmico de asas rotativas.

4.1.2 Validação do cálculo de velocidade induzida por filamento de tipo helicoidal

Para a parte de cálculo considerando uma asa rotativa, optou-se por primeiramente realizar uma validação exclusiva aos cálculos necessários para esteira com vórtices helicoidais, uma vez que os demais cálculos são coincidentes aos realizados na parte de asas fixa, os quais já foram validados.

Conforme foi apresentado na seção 3.3.3, alguns importantes parâmetros referentes aos vórtices helicoidais são as velocidades induzidas na componente axial, tangencial e radial de uma asa rotativa. Assim, optou-se por utilizar tais variáveis e os valores obtidos para as mesmas como meio de validação da parte helicoidal. Logo, resolveu-se as equações 53, 54 e 55 através da integração por método de Gauss provendo-se dos mesmos valores de *inputs* sugeridos por Rosen (1987). Dessa forma, foi possível contrastar os resultados obtidos pelo código desenvolvido e os resultados apresentados por [Rosen (1987)]. A Tabela 4 resume a comparação dos resultados.

Tabela 4 – Comparação de resultados para velocidade radial e axial

Velocidade	Rosen (1987)	Código desenvolvido	Erro percentual
Radial	-0,207	-0,208	0,4%
Axial	0,663	0,6539	1,4%

fonte: Produção do Próprio Autor.

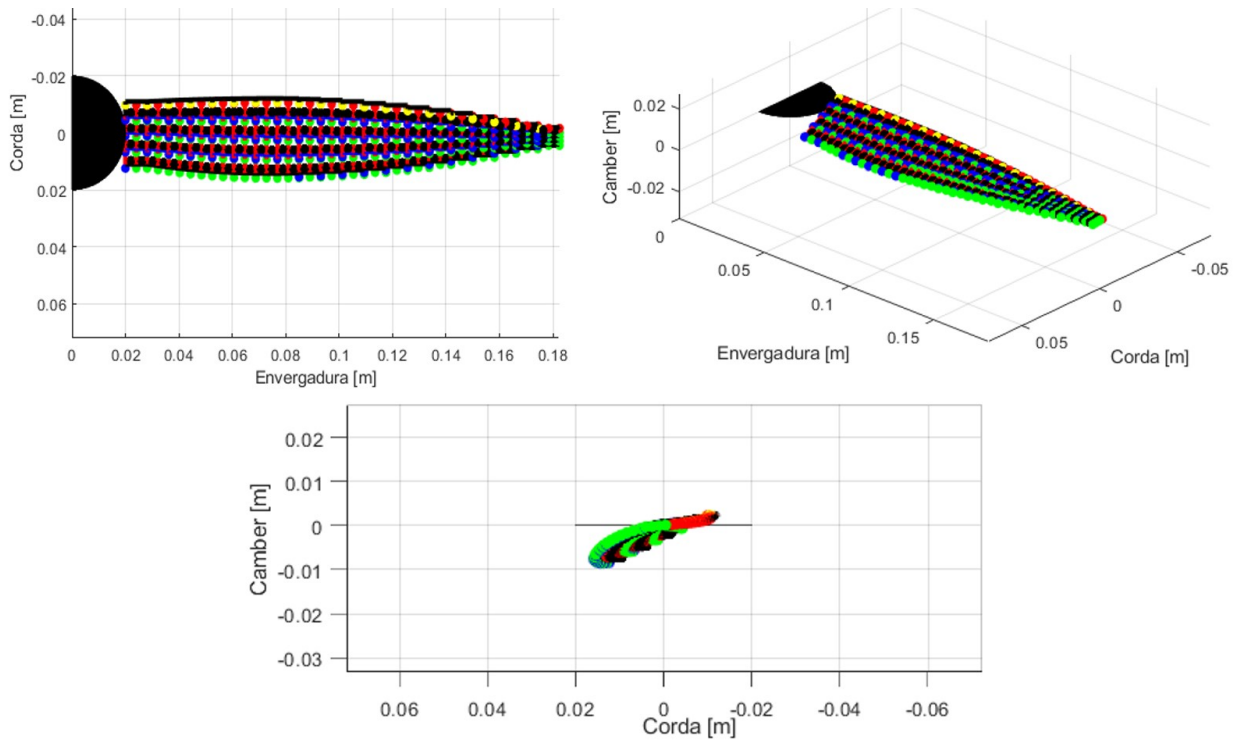
Percebe-se que os resultados obtidos para a velocidade radial e axial induzida pela esteira helicoidal se aproximam bastante aos valores obtidos por Rosen (1987), apresentado um erro associado muito baixo. Dessa forma, considerou-se como validada a implementação realizada.

4.1.3 Validação do VLM para asas rotativas

Dado que as etapas anteriores haviam sido validadas com sucesso, optou-se por realizar uma validação considerando o cálculo do conjunto completo do VLM para asas rotativas. Para isso tomou-se como base o artigo de Gomes (2016), o qual apresenta os resultados aerodinâmicos de diversas hélices comumente utilizadas em UAVs. Através do gerador de malha desenvolvido e que foi apresentado na seção 3.5.1 deste trabalho, aplicou-se as características geométricas da hélice APC 13x4 disponíveis em Gomes (2016). A Figura 38 e a Figura 39 abaixo mostram um contraste entre a geometria gerada pelo gerador de malha considerando 20 seções de discretização geométrica e uma foto de uma geometria real da hélice 13x4.

Uma vez feita a modelagem geométrica da hélice em questão prosseguiu-se para a validação da malha que seria utilizada como forma de garantir convergência nos resultados aerodinâmicos. Conforme foi detalhado na seção 3.3 deste trabalho, os resultados fornecidos pelo VLM são dependentes da quantidade de painéis discretizados na geometria a ser estudada até que se atinja um quantidade que garanta a convergência dos resultados. A partir desse ponto de convergência o aumento na quantidade de painéis não gera impactos significativos nos resultados aerodinâmicos obtidos, mas pode impactar significativamente no tempo de processamento.

Figura 38 – Modelagem da hélice APC 13x4 no gerador de malha



fonte: do próprio Autor

Figura 39 – Foto da hélice APC 13X4



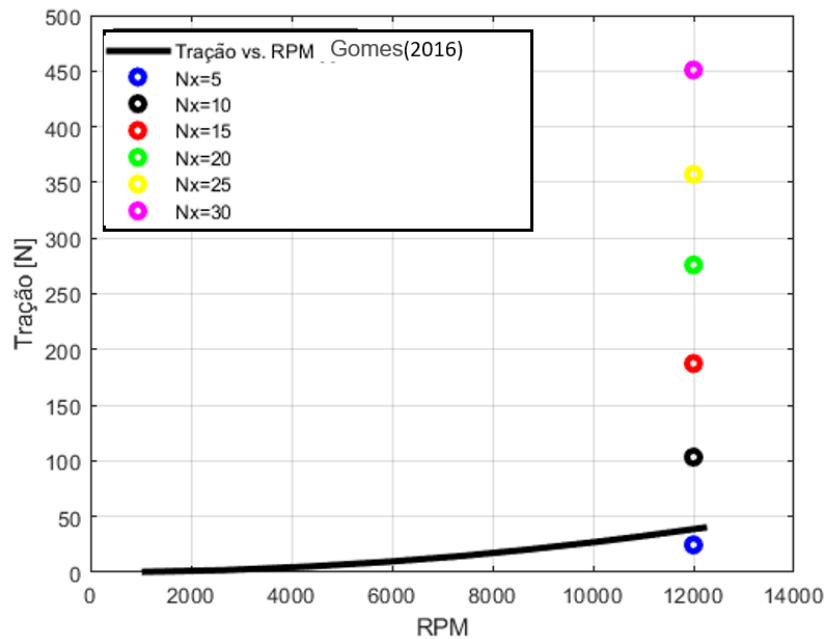
fonte: Dhamaka (2022)

Como forma de minimizar o tempo computacional utilizado nesses testes de convergência de malha, optou-se por configurar o gerador de malha numa configuração menos precisa da geometria da hélice APC 13X4, provendo-se de apenas 5 regiões geométricas ao invés de 20, conforme havia sido mostrado na Figura 38. Para o teste em questão isso não mostra-se como um problema, dado que aqui o objetivo trata-se em garantir uma quantidade de painéis adequadas para convergência do sistema aerodinâmico e não uma fidelidade nos resultados em si.

Dessa forma, iniciou-se o estudo de convergência considerando inicialmente uma quantidade de 5 divisões ao longo da corda ($N_x = 5$) e 3 divisões ao longo da envergadura ($N_y = 3$) para cada região

geométrica da hélice estudada. Dessa forma, a primeira configuração de malha totalizava um total de 75 painéis geométricos, ou seja 15 painéis para cada região. Assim, aumentou-se progressivamente a quantidade de divisões em N_x como forma de aumentar a quantidade total de painéis visando avaliar o impacto desse aumento nos resultados do torque gerado pela hélice. Os resultados obtidos encontram-se na Figura 40 abaixo.

Figura 40 – Estudo de convergência



fonte: Produção do Próprio Autor.

A curva de tração em função do RPM mostrado na Figura 40 foi obtida com base em Gomes (2016), já os demais pontos representam os dados de tração obtidos considerando um RPM fixo de 12000 e variando a quantidade de painéis. Conforme é observado para um $N_x = 5$ os resultados de tração obtido pelo VLM implementado se aproximam bastante da curva de tração vs. RPM apresentada. No entanto observa-se que o aumento das quantidade de painéis também gerou um aumento no valor da tração gerada pela hélice, indicando uma situação de não convergência na tração gerada pela hélice.

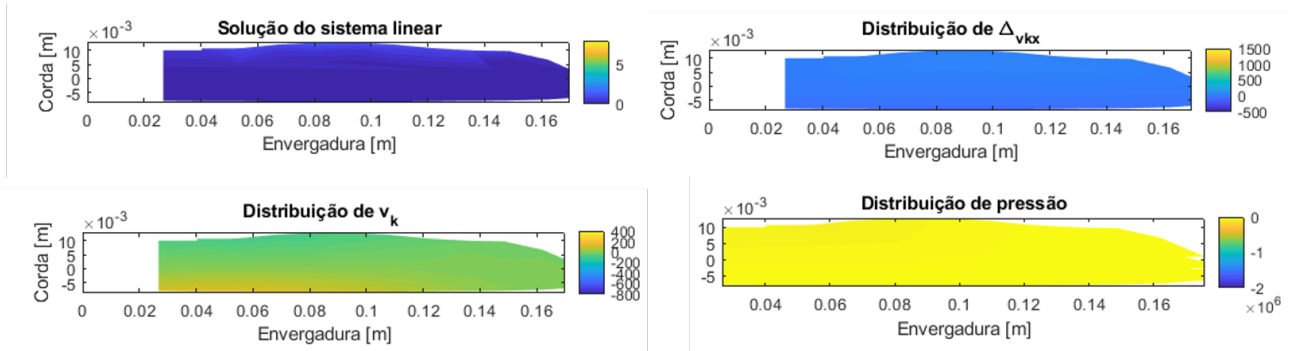
Uma vez detectada tal situação de não convergência nos resultados de tração obtidos, decidiu-se por realizar um minucioso estudo como forma de buscar entender o real motivo causador desse problema. Dessa forma, estudou-se também a convergência de outras variáveis envolvidas na modelagem aerodinâmica além da tração fornecidas pela hélice em si. Abaixo, apresenta-se as variáveis estudadas.

- Solução do sistema linear apresentado na Equação 56
- $\Delta_{V_{kx}}$, a qual representa salto de velocidade entre o intradorso e o extradorso para cada painel na componente x (Equação 58).
- v_k , que representa a soma das velocidades induzidas por todos os vórtices que modelam a circulação na superfície da asa e que modela a esteira sobre o ponto de controle em um dado painel k (Equação 59).

- Δ_p , a qual representa o salto de pressão entre o intradorso e o extradorso para cada painel (Equação 57).

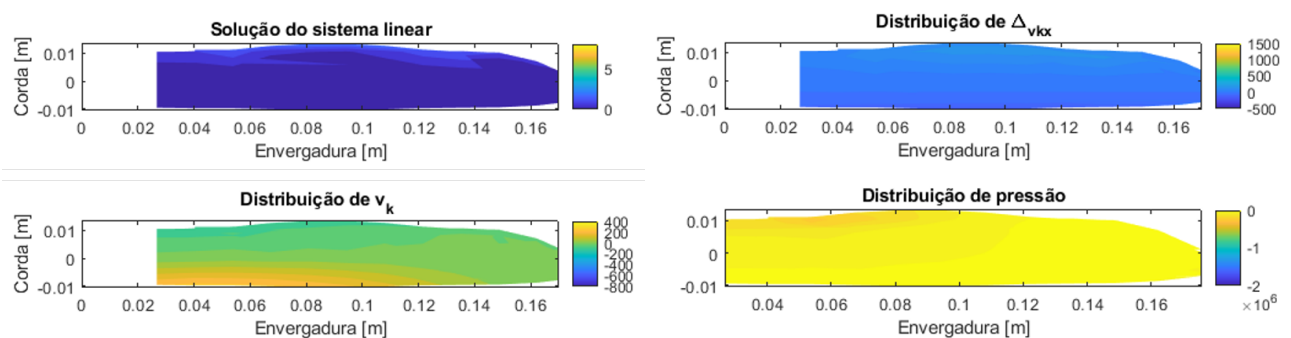
Nas Figura 41, Figura 42, Figura 43, Figura 44, Figura 45 e Figura 46 apresentam-se os resultados obtidos para a convergência de cada uma destas variáveis em função de um progressivo aumento da quantidade de painéis usados nos cálculos aerodinâmicos.

Figura 41 – Estudo de convergência para $N_x = 5$



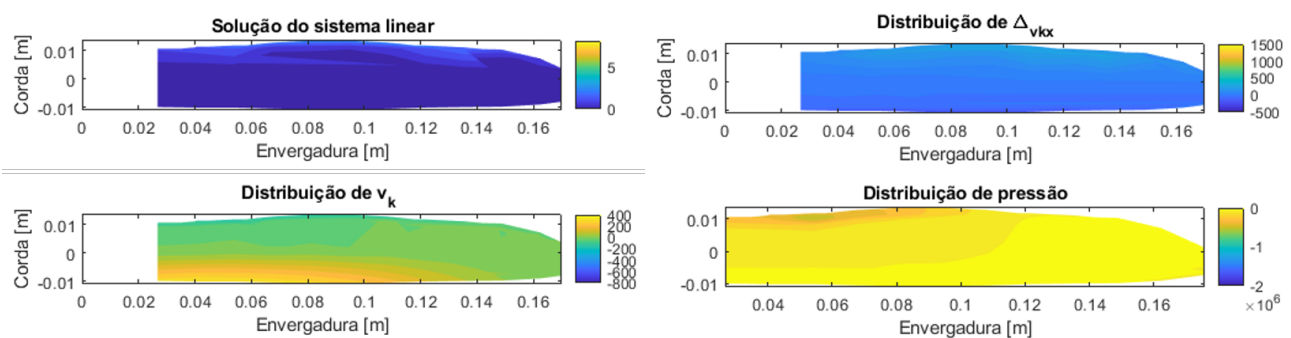
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 42 – Estudo de convergência para $N_x = 10$

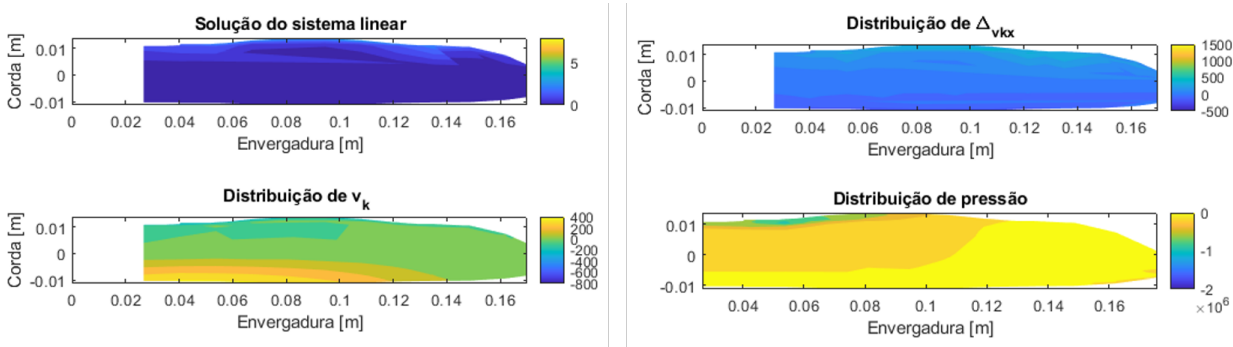


fonte: Produção do próprio autor.

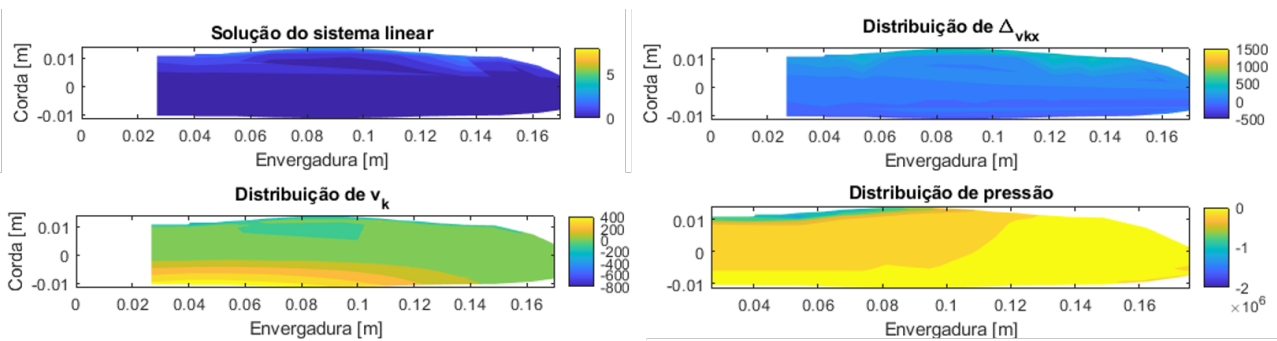
Figura 43 – Estudo de convergência para $N_x = 15$



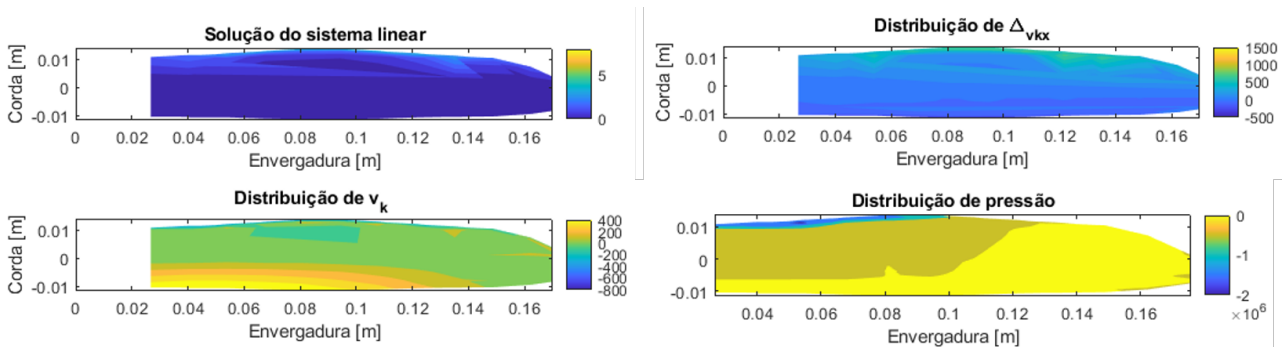
fonte: Produção do próprio autor.

Figura 44 – Estudo de convergência para $N_x = 20$ 

fonte: Produção do próprio autor.

Figura 45 – Estudo de convergência para $N_x = 25$ 

fonte: Produção do próprio autor.

Figura 46 – Estudo de convergência para $N_x = 30$ 

fonte: Produção do próprio autor.

Em uma situação de convergência era esperado que mesmo com um aumento na quantidade de painéis não houvessem mudanças significativas nos valores apresentados para cada variável ao longo da superfície da hélice estudada. Conforme pode ser observado, fica claro que o comportamento obtido pela resolução do sistema linear certamente obteve convergência, dado que os resultados para $N_x = 20$, $N_x = 25$ e $N_x = 30$ mostram-se praticamente iguais. No entanto, para as demais variáveis ainda percebe-se uma situação de não convergência, uma vez que os valores continuam a mudar em função da quantidade de painéis.

Tal fato fornece um indicativo de que toda a implementação do código anterior ao cálculo das forças aerodinâmicas encontra-se validada. No entanto, a última parte do código, na qual justamente

ocorre o cálculo de tais forças e existe a utilização das variáveis $\Delta_{V_{kx}}$, v_k e Δ_p ainda pode conter alguma inconsistência.

Nesse ponto, ressalta-se que foram feitas uma grande quantidade de testes visando entender o motivo dessa não convergência nos resultados dentro do cálculo das forças aerodinâmicas, mas ainda sem sucesso.

4.1.4 Readaptação do modelo de otimização

Uma vez que não foi possível garantir uma situação de convergência para o modelo aerodinâmico de asas rotativas desenvolvido, optou-se por readaptar o modelo de otimização que havia sido inicialmente proposto.

Dessa forma, focou-se em uma proposta de otimização baseando-se no modelo aerodinâmico desenvolvido para asas fixas. Considerando as mesmas condições já apresentadas nas seções 3.4.1 e 3.4.2 optou-se por buscar uma geometria de asa fixa que obtivesse a maior somatório dos valores de L para diferentes ângulo de ataque.

Essa nova função objetivo foi estabelecida tendo em vista que a capacidade de gerar sustentação mostra-se de extrema importância para UAVs com função de transporte de artigos civis e militares. A Equação 69 apresenta esta nova função objetivo estabelecida.

$$fitness = L_{\alpha=2} + L_{\alpha=4} + L_{\alpha=6} + L_{\alpha=8} + L_{\alpha=10} + L_{\alpha=12} + L_{\alpha=14} + L_{\alpha=16} + L_{\alpha=20} \quad (69)$$

Destaca-se que foi priorizada uma função objetivo que possuísse certo grau de simplicidade nas variáveis envolvidas. Dessa forma, poderia ser feita uma melhor análise se o indivíduo otimizado possuía características condizentes com o esperado. Porém ressalta-se que, no *script* desenvolvido, tal função é possível de ser personalizada pelo usuário, podendo incluir aspectos de arrasto, eficiência, ou outras variáveis que forem de interesse.

Conforme já comentado, para esse nova proposta de otimização foram mantidos os parâmetros já estabelecidos na seção 3.4.1 deste relatório, porém foi necessário uma readaptação do gerador de malha utilizado. Isso mostrou-se necessário pois, em linhas gerais, geometrias de asas fixas costumam ser mais simples quando comparadas com asas rotativas. Enquanto as primeiras costumam ser asas retangulares, afiladas ou enflechadas, as rotativas possuem uma gama de formatos bem maior. Dessa forma limitou-se que a asa fixa a ser otimizada tivesse no máximo 5 regiões, diferentemente do que havia sido proposto para uma asa rotativa que possuía 20 regiões no gerador de malha. O Quadro 3 apresenta o conjunto de variáveis que foram otimizadas nessa nova proposta.

Quadro 3 – Novas variáveis para o processo de otimização

N° da variável	Atribuição
1	Envergadura
2	Aerofólio raiz região 1
3	Aerofólio ponta região 1
4	Corda raiz região 1
5	Corda ponta região 1
6	Torção geométrica ponta região 1
7	Torção geométrica raiz região 1
8	Aerofólio ponta região 2
9	Corda ponta região 2
10	Torção geométrica ponta região 2
11	Aerofólio ponta região 3
12	Corda ponta região 3
13	Torção geométrica ponta região 3
14	Aerofólio ponta região 4
15	Corda ponta região 4
16	Torção geométrica ponta região 4
17	Aerofólio ponta região 5
18	Corda ponta região 5
19	Torção geométrica ponta região 5

fonte: Produção do Próprio Autor.

Já os valores máximos e mínimos para o intervalo de otimização de cada variável são apresentados no Quadro 4. Tais valores foram definidos mediante um intervalo plausível para UAVs da categoria *small*. Ressalta-se que os perfis utilizados na otimização foram os mesmos mostrados na Figura 28.

Quadro 4 – Intervalos de otimização utilizados

Variável	Intervalo de otimização
Envergadura	Entre 3 m e 4 m
Aerofólio raiz região 1	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Aerofólio ponta região 1	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Corda raiz região 1	Entre 0,2 m e 0,5 m
Corda ponta região 1	Entre 0,2 m e 0,5 m
Torção geométrica ponta região 1	Entre 0° e -5°
Torção geométrica raiz região 1	Entre 0° e -5°
Aerofólio ponta região 2	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Corda ponta região 2	Entre 0,2 m e 0,5 m
Torção geométrica ponta região 2	Entre 0° e -5°
Aerofólio ponta região 3	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Corda ponta região 3	Entre 0,2 m e 0,5 m
Torção geométrica ponta região 3	Entre 0° e -5°
Aerofólio ponta região 4	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Corda ponta região 4	Entre 0,2 m e 0,5 m
Torção geométrica ponta região 4	Entre 0° e -5°
Aerofólio ponta região 5	Perfis: 1,2,3,4,5,6,7 e 8
Corda ponta região 5	Entre 0,2 m e 0,5 m
Torção geométrica ponta região 5	Entre 0° e -5°

fonte: Produção do próprio Autor.

4.1.4.1 Resultados do novo modelo de otimização

O processo de otimização durou um total de 987 segundos e foi finalizado quando um dos critérios de parada foi atingido. No caso, esse critério foi devido a não conseguir indivíduos que possuíssem uma variação na função objetivo maior que a tolerância estabelecida 0,001 pontos . A pontuação total do melhor indivíduo mediante a Equação 69 foi de 1196,67 pontos. No Quadro 5 e na Figura 47 apresenta-se as características geométricas do melhor indivíduo obtido.

Da interpretação dos resultados, observa-se que o indivíduo otimizado é amplamente condizente com uma geometria que prioriza como sua característica principal possuir altos valores de sustentação para diferentes ângulo de ataque. Tal geometria possui dimensões próximas às máximas permitidas no intervalo de otimização, ao mesmo tempo que utiliza-se dos perfis ARA D e ARA D 6, os quais estão entre os que possuem maior valor de coeficiente de sustentação. Conjuntamente a isso, percebe-se que os ângulos de torção ficaram próximos de zero. Tal fato mostra-se de acordo com o que era esperado, uma vez que torções negativas certamente impactariam em uma diminuição do coeficiente de sustentação.

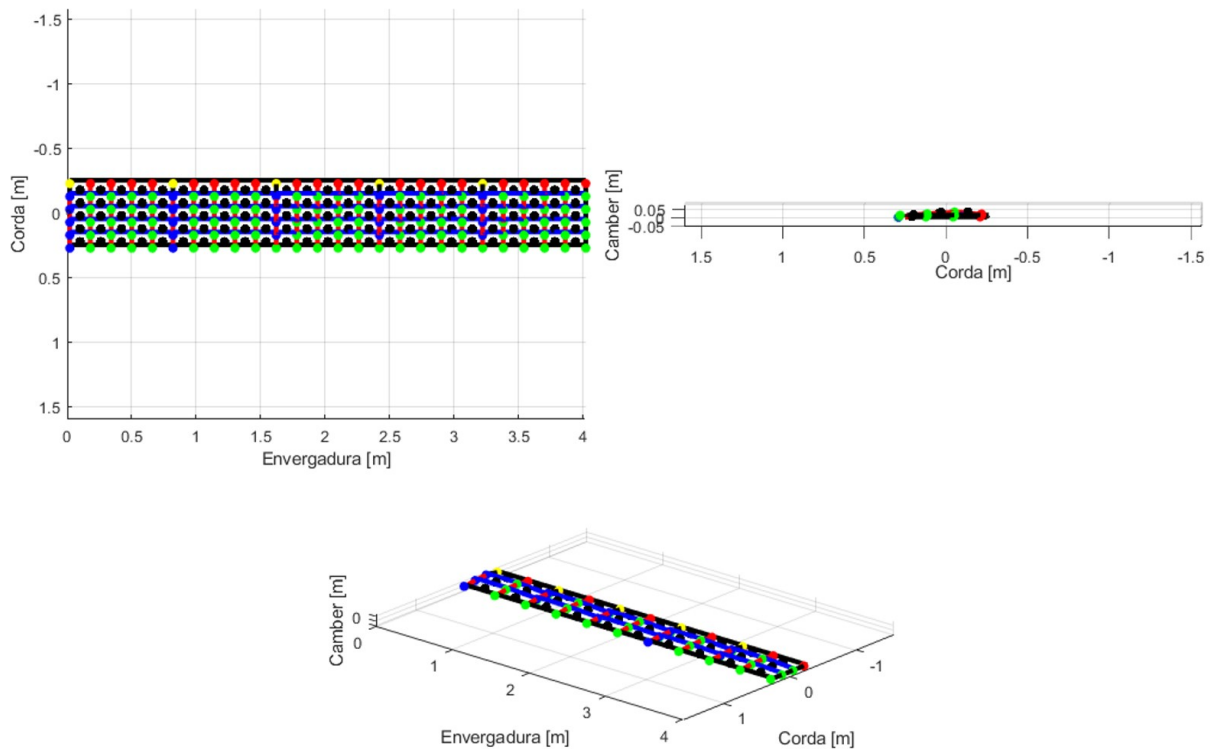
Ressalta-se novamente que tal geometria tem pleno sentido quando entende-se que a função objetivo prioriza nada além da maior somatória da força de sustentação para diferentes ângulos de ataque. Caso existissem outras considerações na função objetivo, como por exemplo, penalização por aumento de arrasto ou por condições de estol, certamente a geometria otimizada seria outra.

Quadro 5 – Características geométricas do melhor indivíduo

Variável	Intervalo de otimização
Envergadura	4 m
Aerofólio raiz região 1	ARA D 6
Aerofólio ponta região 1	ARA D 6
Corda raiz região 1	0,5 m
Corda ponta região 1	0,5 m
Torção geométrica ponta região 1	0
Torção geométrica raiz região 1	-0,2618
Aerofólio ponta região 2	ARA D
Corda ponta região 2	0,2 m
Torção geométrica ponta região 2	-0,0872
Aerofólio ponta região 3	ARA D
Corda ponta região 3	0,2 m
Torção geométrica ponta região 3	-0,0
Aerofólio ponta região 4	ARA D
Corda ponta região 4	0,2 m
Torção geométrica ponta região 4	0
Aerofólio ponta região 5	ARA D
Corda ponta região 5	0,2 m
Torção geométrica ponta região 5	-0,0873

fonte: Produção do próprio Autor.

Figura 47 – Plot do melhor indivíduo



fonte: Produção do próprio Autor.

5 CONCLUSÃO

Mediante todos os pontos apresentados ao longo do desenvolvimento deste trabalho, conclui-se que a metodologia VLM de fato mostra-se com uma importantíssima ferramenta de estudos aerodinâmicos passível de ser aplicada em diversas etapas de um projeto aeronáutico, em especial nas fases iniciais. Mediante os estudos realizados por outros autores, entende-se que o VLM adaptado para asas rotativas também mostra-se como uma ferramenta altamente viável para estudos de hélices. No escopo deste trabalho, mesmo mediante diversos estudos já mostrados na seção 4.1.3, não conseguiu-se garantir convergência nessa modelagem aerodinâmica.

A parte referente ao acoplamento do VLM com o algoritmo genético como ferramenta de otimização também mostrou-se amplamente viável. Os resultados do processo de otimização realizado na seção 4.1.4.1 deste relatório comprovam que a junção entre a frente aerodinâmica e a frente otimizadora foi bem sucedida, uma vez que a geometria ótima obtida de fato corresponde à característica almejada através de função objetivo. Da mesma forma, o gerador de malha desenvolvido mostrou-se como uma ferramenta bastante eficaz para atribuir as características geométricas das mais diversas pás iteradas durante a otimização.

Também é possível entender que o processo como um todo teve um consumo de tempo computacional bastante adequado, ficando próximo a 20 minutos até que a otimização fosse finalizada. Dessa forma, compreende-se que o *script* desenvolvido se mostra como uma ferramenta eficiente e passível de ser aplicada em ambientes industriais ou acadêmicos na busca por geometrias aerodinâmicas otimizadas. Dependendo da função objetivo escolhida pelo usuário, pode buscar-se de maneira ágil e prática geometrias com características de baixo arrasto e alta eficiência energética, de alta sustentação e grande capacidade de carga, ou de alta eficiência aerodinâmica, mesclando os aspectos das duas características anteriores. Ou seja, o *script* desenvolvido mostra-se aplicável aos mais diversos propósitos de um projeto aeronáutico.

Por conseguinte, entende-se os que grandes objetivos estabelecidos neste trabalho foram atingidos e que a ferramenta desenvolvida poderá servir para aplicações futuras em processos de otimização aerodinâmica. Sugere-se que, em outros trabalhos, sejam feitas novas tentativas de entendimento do motivo da situação de não convergência nos resultados aerodinâmicos de asas rotativas para que, uma vez corrigida essa situação, possa-se acoplar a frente aerodinâmica rotativa ao algoritmo otimizador.

REFERÊNCIAS

- ADELPHI. Relatório de desempenho 2021. **SAE Brasil Aerodesign**, 2021.
- AVIATION, L. **Hélices: como funcionam nas aeronaves?** 2017. Disponível em: <<https://liftaviation.com.br/posts/helices-como-funcionam-nas-aeronaves/>>.
- BARROS, J. Projeto aerodinâmico de hélices. **Departamento de Engenharia Mecânica Curso de Engenharia Aeroespacial**, 2019.
- CATALANO, F. Aerodynamic analysis of high rotation and low reynolds number propeller. **48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference Exhibit**, 2012.
- CUMMINGS, R. M. **Applied Computational Aerodynamics**. Londres - Reino Unido: Cambridge, 2015.
- CĂTĂLIN, N. Vlm tool for ids integration. **INCAS BULLETIN**,, 2010.
- DHAMAKA, R. **Glass Fiber Nylon Glow Propeller 13x4**. 2022. Disponível em: <https://www.rcdhamaka.com/index.php?main_page=product_info&cPath=3_48_77&products_id=2841>.
- FAB. **Um brasileiro empreendedor**. 2016. Disponível em: <<https://www.fab.mil.br/noticias/mostra/27101/AEROVIS%C3%83O%20-%20Um%20brasileiro%20empreendedor>>.
- FAULKNER, V. The calculation of aerodynamic loading on surfaces of any shape. **British A.R.C.**, 1943.
- GOLDBERG, D. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. **Advances in Chemical Engineering and Science**, 1989.
- GOMES, R. Estudo sobre a traÇÃO fornecida por hÉlices mono-pÁs. **DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**, 2016.
- GYPA, I. Propeller optimization by interactive genetic algorithms and machine learning. **Ship Technology Research**, 2021.
- HOLLAND, J. Genetic algorithms. **Scientific American**, 1970.
- KATZ, J. Low speed aerodynamics. **Cambridge University Press**, 1991.
- KAY, J. Control power issues in conceptual design: Critical conditions, estimation methodology, spreadsheet assessment, trim and bibliography. **VPI-Aero-200**, 1993.
- KERWIN, J. The solution of propeller lifting surface problems by vortex lattice methods. **Technical report, U.S. Navy administration**, 1961.
- KONSTANDINOPOULOS, P. A vortex-lattice method for general unsteady aerodynamics. **Journal of Aircraft**, Vol. 22, No. 1, 1985.
- KüMMEL, A. Propeller blade shape optimization with a hybrid bemt/cfd approach. **Springer International Publishing**, 2020.
- LAN, C. E. Some applications of the quasi vortex-lattice method in steady and unsteady aerodynamics. **The University of Kansas**, 1998.

LOPES, L. Fundamentos dos algoritmos genéticos. **UFRJ**, 2016.

MASQUELIER, L. Application of the vortex-lattice method to propeller performance analysis. **Master's thesis - AIR FORCE INST OF TECH WRIGHT-PATTERSON AFB OH SCHOOL OF ENGINEERING**, 1982.

MATLAB. **What Is the Genetic Algorithm?** 2014. Disponível em: <<https://la.mathworks.com/help/gads/what-is-the-genetic-algorithm.html>>.

MENDOZA, J. Propeller design by numerical optimization. **SAE International**, 1977.

NAM. **North American P-51D Propellers**. 2017. Disponível em: <<https://airandspace.si.edu/multimedia-gallery/nasm-a19600300000-nasm2018-10353-000001jpg>>.

REDUSINO, A. C. Aplicações de algoritmos genéticos. 2009.

ROSEN, A. Velocities induced by semi-infinite helical vortex filaments. **J. Aircraft, Israel Institute of Technology**, 1987.

SURATNO. Optimization of propeller design through polynomial approach to optimize the ship energy efficiency. **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**, 2020.

TECHNOLOGY, A. **Predator RQ-1 / MQ-1 / MQ-9 Reaper UAV**. 2022. Disponível em: <<https://www.airforce-technology.com/projects/predator-uav/r>>.

ZAKARIA, M. Design and production of small tailless unmanned aerial vehicle. 2012.