

Cláudio Henrique Cerqueira Costa Basquerotto

**Análise de Geradores Piezelétricos
Acoplados com Circuitos Retificadores
operando em Regime Caótico**

Ilha Solteira

2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Cláudio Henrique Cerqueira Costa Basquerotto

Análise de Geradores Piezelétricos Acoplados com Circuitos Retificadores operando em Regime Caótico

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Samuel da Silva

Co-orientador: Prof. Dr. Fábio Roberto Chavarette

Ilha Solteira

2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Basquerotto, Cláudio Henrique Cerqueira Costa

B316a Análise de geradores piezelétricos acoplados com circuitos retificadores operando em regime caótico / Cláudio Henrique Cerqueira Costa Basquerotto. – Ilha Solteira: [s.n.], 2014

70 f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2014

Orientador: Samuel da Silva

Co-orientador: Fábio Roberto Chavarette

Inclui bibliografia.

1. Dinâmica. 2. Sistemas não-lineares. 3. Caos.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Análise de Geradores Piezelétricos Acoplados com Circuitos Retificadores operando em Regime Caótico

AUTOR: CLÁUDIO HENRIQUE CERQUEIRA COSTA BASQUEROTTO

ORIENTADOR: Prof. Dr. SAMUEL DA SILVA

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica ,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SAMUEL DA SILVA
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOAO ANTONIO PEREIRA
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCELO AMORIM SAVI
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Rio de Janeiro

Data da realização: 20 de agosto de 2014.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me ajudado e me dado forças para chegar até aqui e pelos milagres que Ele operou e opera na minha vida.

Agradeço também à minha esposa Renata pela força e incentivo que tem me dado desde o início dos meus estudos como graduando e pós-graduando. Se não fosse por ela acho que não conseguiria ter chegado até aqui.

À minha família por ter acreditado em mim, principalmente meus pais Samuel e Vânia, que sempre depositaram grande confiança sempre me dizendo que o estudo seria uma grande ferramenta de crescimento para a minha vida. Meu irmão Guilherme por ser um grande amigo e companheiro para todas as horas que precisei. Minhas avós Antônia e Annahir pelo carinho e auxílio prestado em tudo.

Ao professor Samuel da Silva por ter me orientado nesta etapa que se conclui e por ter aceitado a me orientar no doutorado. Não é apenas uma relação aluno-professor e sim uma amizade que foi criada. Pude ver uma transformação cultural e crítica em mim. No começo sempre achava que era muita cobrança sem sentido algum, no entanto, hoje vejo que tais cobranças foram necessárias para o desenvolvimento e crescimento de tal trabalho. Sem ele, este trabalho não seria possível.

Ao meu grande amigo Roberto Outa por ter me chamado e incentivado a fazer o curso de mestrado. O OTA foi meu professor na faculdade e hoje é mais que um amigo, um irmão mais velho pra mim. Abraço especial a ele. Ao professor Fábio Roberto Chavarette pela amizade e coorientação deste trabalho que me ajudou a resolver alguns problemas e dificuldades tentando vê-las de uma maneira mais simples e desta forma facilitar sua compreensão. Aos amigos e colegas do Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT) pelas ajudas, conversas e "saideiras" que em momentos de muito stress foram de grande proveito para descanso e boas risadas.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos que proporcionou dedicação integral ao curso.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de forma direta e indireta para o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

Captação de energia a partir de vibrações tem sido uma área de grande expansão nos últimos anos. Dispositivos lineares têm recebido maior atenção na literatura, no entanto, pesquisadores utilizam cada vez mais, dispositivos não-lineares para a transdução de banda larga. O processo de captação de energia possui duas etapas: a extração de energia e a utilização desta energia gerada para alimentar dispositivos eletrônicos. Assim, este trabalho descreve a utilização de um dispositivo mecânico não-linear caótico para captação de energia, acoplado a um circuito de retificação de meia-onda para transformar a tensão alternada gerada pelo PZT para tensão contínua para possível alimentação de um dispositivo eletrônico. A análise da interação dinâmica entre os dois dispositivos é feita e pode-se concluir que é possível a utilização de um dispositivo mecânico, que opera no caos acoplado a um circuito de retificação, a fim de gerar mais energia.

Palavras-chave: Captação de energia. Dispositivo linear. Dispositivo não-linear. Caos. Expoente de Lyapunov. Diagrama de bifurcação.

Abstract

Energy harvesting from vibrations has been an area of enormous expansion in the last years. While linear vibratory energy harvesters have received the majority of the literature's attention, some current research is focused on the concept of purposeful inclusion of nonlinearities for broadband transduction. The process of harvesting energy must have two steps: the extraction of energy and the utilization of this energy to feed in electronic devices. Thus, this work discusses the use of a non-linear mechanical device which has chaos to capture energy coupled to half-wave rectifier circuit to transform the alternating voltage generated by the PZT for continuous voltage to a possible device electronic. An analysis of the dynamic interaction between the two devices is done and it can be concluded that it is possible to use a mechanical device that operates in chaos coupled to a rectification circuit in order to generate more power.

Keywords: Energy harvesting. Linear device. Nonlinear device. Chaos. Lyapunov exponents. Bifurcation diagram.

Lista de Símbolos

A	- Matriz dinâmica
A_p	- Área da seção do PZT [m^2]
B	- Matriz de entrada
C	- Matriz de saída
c^E	- Módulo de elasticidade para campo elétrico constante
C_L	- Capacitância do capacitor [F]
D	- Matriz de transmissão direta
D	- Deslocamento elétrico
E	- Campo elétrico
e	- Permissividade dielétrica [F/m]
E_{eq}	- Módulo de elasticidade equivalente [N/m^2]
I_{eq}	- Momento de inércia equivalente da viga composta [kg/m^2]
I_b	- Momento de inércia de área da viga [kg/m^2]
$i_{circuito}$	- Corrente que circula através do circuito retificador [A]
i_p	- Corrente que circula pelo elemento piezelétrico [A]
K	- Matriz global de rigidez
k_{eq}	- Rigidez equivalente [N/m]
l_b	- Comprimento da viga [m]
l_p	- Comprimento do PZT [m]
m_s	- Massa sísmica [kg]
m_b	- Massa da viga [kg]
m_p	- Massa de cada PZT [kg]
m_{eq}	- Massa equivalente [kg]
q	- Carga elétrica no PZT [C]
R	- Resistência acoplada ao circuito [Ω]
R_L	- Resistência acoplada ao circuito retificador [Ω]
R_D	- Resistência interna do diodo [Ω]
S	- Deformação mecânica
T	- Tensão mecânica

t_b	-	Espessura da viga [m]
t_p	-	Espessura do PZT [m]
v_L	-	Tensão na carga do circuito retificador [V]
v_p	-	Tensão elétrica no PZT [V]
$v_{circuito}$	-	Tensão que circula através do retificador [V]
w_b	-	Largura da viga [m]
w_p	-	Largura do PZT [m]

Letras Gregas

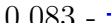


ε	-	Constante dielétrica para deformação mecânica constante
ζ	-	Amortecimento mecânico adimensional
η	-	Razão entre o módulo de Young do piezo e da viga
θ	-	Fator de acoplamento eletromecânico [N/V]
κ	-	Acoplamento elétrico adimensional
Λ	-	Constante do tempo
λ	-	Expoente de Lyapunov
τ	-	Tempo adimensional
χ	-	Acoplamento mecânico adimensional
Ω	-	Frequência de excitação adimensional
ω	-	Frequência de excitação [rad/s]

Lista de Abreviaturas

<i>BSM</i>	-	Buckled-spring-mass
<i>CA</i>	-	Corrente alternada
<i>CC</i>	-	Corrente contínua
<i>EDO</i>	-	Equação diferencial ordinária
<i>PZT</i>	-	Atuador/sensor piezocerâmico (Lead Zirconate Titanate)
<i>RMS</i>	-	Root mean square (valor quadrático médio)
<i>SDOF</i>	-	Modelos de um grau de liberdade (Single Degree of Freedom)
<i>SSHI</i>	-	Synchronized Switch Harvesting on Inductor
<i>SSHC</i>	-	Synchronized Switch Harvesting on Capacitor
<i>OSECE</i>	-	Optimized Synchronous Electric Charge Extraction

Lista de Figuras

1	Solução de um sistema dinâmico.	19
2	Definições sobre espaço de fase.	20
3	Tipos de estabilidade.	21
4	Evolução de um elemento de volume esférico em torno de um ponto inicial.	24
5	Cálculo do expoente de Lyapunov.	25
6	Mapa de Poincaré.	26
7	Efeito Piezelétrico.	29
8	Polarização do material piezelétrico.	30
9	Representação do gerador piezelétrico linear.	31
10	Dispositivo não-linear para captação de energia.	33
11	Voltagem no PZT.	35
12	Voltagem no PZT considerando o oscilador não-linear.	35
13	Espaço de configurações para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$	36
14	Espaço de configurações com variação de Ω para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$	36
15	Influência da carga resistiva, Λ , sobre a voltagem RMS extraída para o dispositivo não-linear para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$	37
16	Energia potencial com os pontos de equilíbrio do dispositivo não-linear.	38
17	Expoentes de Lyapunov com variação de f para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, \Omega = 0.8$ - — Deslocamento, - - - Velocidade, - - - - Voltagem.	39
18	Espaço de configuração com variação da amplitude de excitação f	40
19	Mapa de Poincaré com variação da amplitude de excitação f	41

20	Expoentes de Lyapunov com variação de Ω ($x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, f = 0.083$ -  Deslocamento,  Velocidade,  Voltagem.	42
21	Espaço de configurações com variação da frequência de excitação Ω	43
22	Mapa de Poincaré com variação da frequência de excitação Ω	44
23	Diagramas de bifurcação.	45
24	Desenho esquemático do acoplamento entre o gerador piezelétrico e um circuito de retificação de meia onda.	48
25	Desenho esquemático da viga piezelétrica utilizada.	49
26	Características do modelo linear de um diodo (BOYLESTAD et al., 2010).	52
27	Retificador de meia onda com filtro capacitivo e carga resistiva.	53
28	Implementação do modelo unificado de um gerador piezelétrico conectado à um circuito retificador de meia onda com filtro capacitivo.	55
29	Voltagem gerada pelo PZT no domínio do tempo para o gerador piezelétrico não-linear ($A = 0.5$ g e $\omega = 50.26$ rad/s, $R_L 10$ k Ω).	56
30	Voltagem gerada pelo PZT no domínio do tempo para o dispositivo não-linear ($A = 0.5$ g e $\omega = 50.26$ rad/s).	56
31	Maior expoente de Lyapunov para séries temporais considerando variação da amplitude de excitação A ($\omega = 50.26$ rad/s).	57
32	Espaço de configurações com os mapas de Poincaré.	58
33	Diagrama de bifurcação.	59
34	Voltagem retificada para valores vários valores de amplitude.	59
35	Elemento de viga isoparamétrico utilizado na modelagem.	68
36	Gráfico da força em função do deslocamento relativo.	70

Lista de Tabelas

1	Parâmetros do modelo de referência.	34
2	Parâmetros usados na simulação.	54
3	Parâmetros usados na simulação para o circuito retificador.	55

Sumário

1	Introdução	15
1.1	Objetivos	17
1.2	Organização do trabalho	17
2	Conceitos básicos em dinâmica não-linear	18
2.1	Sistemas dinâmicos	18
2.2	Espaço de fase	19
2.3	Estabilidade	20
2.4	Ponto de equilíbrio	21
2.5	Linearização	21
2.6	Expoentes de Lyapunov	23
2.7	Seções de Poincaré	25
2.8	Bifurcações	26
2.9	Considerações finais	27
3	Geradores piezelétricos para extração de energia	28
3.1	Materiais piezelétricos	28
3.2	Relações constitutivas	29
3.3	Gerador piezelétrico linear	31
3.4	Gerador piezelétrico não-linear	33
3.5	Comparação entre o funcionamento dos geradores	34
3.6	Considerações finais	45
4	Geradores piezelétricos acoplados com circuitos de retificação	47
4.1	Gerador piezelétrico não-linear acoplado com circuito de retificação	47

4.2	Circuito retificador de meia onda com filtro capacitivo	52
4.3	Análise do gerador piezelétrico acoplado com o retificador de meia-onda. .	54
4.4	Considerações finais	60
5	Considerações finais	61
5.1	Conclusões	61
5.2	Trabalhos futuros	61
	Referências	63
	Apêndice A - Cálculo da rigidez equivalente do gerador piezelétrico	68

1 Introdução

Dispositivos de captação de energia elétrica a partir de vibração têm recebido grande atenção nos últimos anos como um possível método para prover energia em situações em que o uso de uma bateria, por exemplo, é impraticável ou inconveniente, como, por exemplo, a alimentação de sensores ou dispositivos de comunicação remotos para monitoramento da integridade estrutural instalados em regiões de pouca acessibilidade como pontes, oleodutos e gasodutos (ROUNDY; WRIGHT, 2004). Existem três mecanismos básicos para a conversão da vibração mecânica em energia elétrica: através de transdutores piezelétricos (ROUNDY et al., 2003; ANTON; SODANO, 2007; ERTURK et al., 2010), eletromagnéticos (WILLIAMS; YATES, 1996; MITCHESON et al., 2004) e/ou capacitivos (ERTURK et al., 2010). Entre eles, captação de energia piezelétrica usando PZTs (*Lead Zirconate Titanate*) tem recebido mais atenção, o que é evidenciado por várias publicações usando este tipo de mecanismo (SHU; LIEN, 2006), sendo de fácil aplicação (aplica-se uma deformação e é gerado uma tensão elétrica).

Os dispositivos lineares de extração de energia (geralmente descrito por uma viga engastada em uma base vibrante onde são colados PZTs para gerar energia elétrica, e livre em outra ponta) têm sido o tipo mais comum de gerador utilizado na captação de energia. No entanto, o bom desempenho deste tipo de gerador está limitado a uma estreita banda de frequências quando o oscilador está sintonizado de maneira ótima, de modo que a sua frequência de ressonância coincida com a frequência de excitação (GUYOMAR et al., 2005; RAMLAN et al., 2010). Para contornar este inconveniente relacionado com a largura de banda vários pesquisadores vêm utilizando osciladores não-lineares (ERTURK et al., 2010; STANTON et al., 2010; KARAMI; INMAN, 2011; DAQAQ et al., 2013). Neste sentido, o uso da estrutura investigada por Moon (1987), uma viga engastada em uma base que oscila entre dois ímãs, que pode apresentar um comportamento caótico, é uma das estruturas mais utilizadas nos últimos anos para fins de captação de energia utilizando apenas uma resistência elétrica para dissipar a energia gerada pelo PZT (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; STANTON et al., 2010; TANG et al., 2010; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMAN, 2011; DAQAQ et al., 2013).

No entanto, a captação de energia a partir de fontes de vibração usando PZT produz

uma tensão alternada. Para usar esta energia para alimentar dispositivos eletrônicos é necessário convertê-la em tensão contínua (ELVIN, 2014). Com isso, se faz necessário o uso de circuitos retificadores (DO et al., 2013; RAMADASS; CHANDRAKASAN, 2009), mas, até agora, poucos estudos têm se preocupado em mostrar a interação dinâmica de um oscilador piezelétrico não-linear para captação de energia operando em caos juntamente com um circuito retificador, principalmente retificador de meia onda (NAIK et al., 2014; SU et al., 2014; ELVIN, 2014). Geralmente os geradores piezelétricos são definidos por uma estrutura mecânica base na qual são acopladas cerâmicas de PZT para geração de energia elétrica e com uma carga resistiva para dissipar esta energia (MARQUI et al., 2009). O modelo do comportamento eletromecânico aborda desde modelos de um grau de liberdade de parâmetros concentrados até modelos de parâmetros distribuídos com soluções analíticas (CLEMENTINO et al., 2014). No entanto, como dito anteriormente, para o uso prático desta energia, é necessário o uso de circuitos retificadores. Assim, embora a maioria dos casos enfatize apenas uma das abordagens (estrutura ou circuito), há pesquisadores com interesse em maximizar a potência gerada, buscando valores ótimos tanto para os parâmetros estruturais (LAGOIN et al., 2011; CAMARA et al., 2013; SILVA et al., 2013; MARQUI; ERTURK, 2013), como para os parâmetros do circuito de extração de energia (LALLART; GUYOMAR, 2008; HEYWANG et al., 2008; LEFEUVRE et al., 2007) e para os parâmetros estrutura-circuito (MOTTER et al., 2012; CLEMENTINO et al., 2014).

Liu et al. (2013a) propôs a utilização de um dispositivo mecânico biestável acoplado com um circuito de retificação de onda completa. Os resultados mostraram que com a combinação de dois dispositivos não-lineares pôde-se extrair mais energia elétrica. Chen et al. (2013) e Liu et al. (2013b) apresentaram uma solução inovadora de captação de energia: um circuito de retificação com fonte chaveada (OSECE - *optimized synchronous electric charge extraction*) acoplado a um dispositivo massa-mola bi-engastada (BSM - *buckled-spring-mass*) bi-estável, que pode ser caótico para determinados valores de frequência e que pode levar à captação de energia de alta eficiência. Através destas técnicas não-lineares, o gerador piezelétrico pode trabalhar de forma mais eficiente, e pode, assim, extrair mais energia.

Entretanto, desenvolver um modelo que considere a interação entre ambos os domínios, elétrico e mecânico, e admita simulações utilizando apenas um ambiente computacional, facilita a execução das etapas de projeto e análise do sistema de geração e extração de energia. É neste sentido que o presente trabalho pretende contribuir para o desenvolvimento de geradores piezelétricos de energia.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar uma análise de um oscilador mecânico não-linear acoplado com materiais piezelétricos visando geração e extração de energia elétrica a partir de vibrações mecânicas. Avalia-se também as condições de operação em regime regular e caótico e a interação dinâmica deste oscilador com um circuito de retificação de meia onda.

1.2 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada nos seguintes capítulos:

- Capítulo 1: Introdução e objetivos do trabalho.
- Capítulo 2: Apresenta a fundamentação teórica utilizada por este trabalho. É apresentado o conceito de caos em dispositivos mecânicos não-lineares assim como as ferramentas e definições para tal caracterização.
- Capítulo 3: Descreve os modelos de geradores piezelétricos lineares e não-lineares e as simulações numéricas de funcionamento sem considerar a interação com um circuito de retificação.
- Capítulo 4: Apresenta as simulações de operação em regime regular e caótico do gerador piezelétrico acoplado com um circuito de retificação de meia-onda.
- Capítulo 5: Considerações finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Conceitos básicos em dinâmica não-linear

Este capítulo trata da revisão e descrição sucinta de conceitos como definição de espaço de fase, estabilidade dinâmica, pontos de equilíbrio e a linearização de um sistema não-linear em torno desses pontos, funções de Lyapunov e a secção de Poincaré como caracterização da dinâmica de um sistema não-linear.

2.1 Sistemas dinâmicos

Um sistema representa um conjunto de elementos que realiza uma transformação ou transferência de informações de um sinal de entrada \mathbf{u} para um sinal de saída \mathbf{y} . Esta transformação pode ser representada por \mathcal{T} :

$$\mathbf{y} = \mathcal{T}(\mathbf{u}) \tag{1}$$

sendo \mathcal{T} a representação do sistema. Conhecer um sistema \mathcal{T} significa que é possível descrever uma saída \mathbf{y} para vários tipos de entrada \mathbf{u} . Um dos aspectos importantes de um sistema dinâmico está associado ao fato dele ser linear ou não-linear (CHEN, 1995).

Um sistema \mathcal{T} é linear para $\forall \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ e $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ admitindo-se o princípio da superposição de efeitos que é dado por:

$$\mathcal{T}(\alpha \mathbf{u}_1 + \beta \mathbf{u}_2) = \alpha \mathcal{T}(\mathbf{u}_1) + \beta \mathcal{T}(\mathbf{u}_2) = \alpha \mathbf{y}_1 + \beta \mathbf{y}_2 \tag{2}$$

se esta condição não for válida o sistema é não-linear.

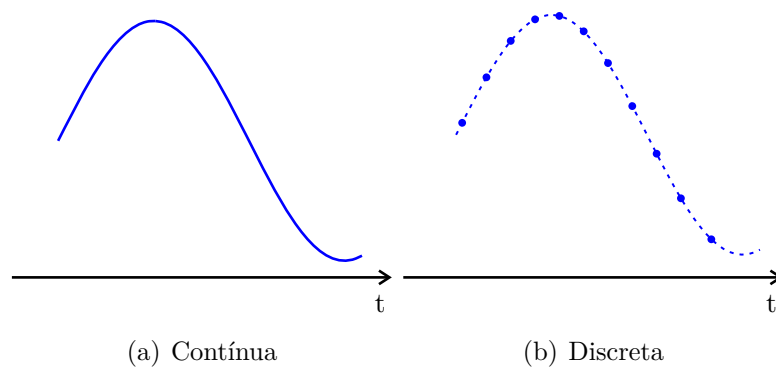
Além de ser linear ou não-linear, um sistema pode ser estático ou dinâmico. Um sistema \mathcal{T} é estático se não envolve nenhuma dependência dos operadores passados dos sinais de saída \mathbf{y} , não contém elementos de realimentação e não é descrito por equações diferenciais. Se o sistema \mathcal{T} é dinâmico o inverso do que foi descrito para o sistema estático, é válido.

2.2 Espaço de fase

Denomina-se espaço de fase a representação das variáveis dinâmicas relevantes de um sistema. A evolução temporal do sistema é representada por uma trajetória no espaço de fase através da evolução temporal de suas variáveis relevantes. O espaço de fase é uma ferramenta útil na compreensão do comportamento dos sistemas (VIANA, 2011).

Um sistema dinâmico que possui equações que o descrevem fisicamente e matematicamente, estas evoluem no espaço de estado ao longo do tempo. Uma forma de obter a evolução desse sistema é a utilização de métodos numéricos, que facilitam o problema real através de uma discretização. Esta simplificação consiste em transformar um sistema de equações diferenciais em um sistema algébrico de fácil resolução (SAVI, 2006). Um exemplo de solução de um sistema dinâmico obtida por alguns pontos do domínio contínuo é demonstrado na Figura 1.

Figura 1 – Solução de um sistema dinâmico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Segundo Savi (2006) o espaço de fase possui algumas definições:

1. Trajetória: É o percurso que a solução do sistema percorre no espaço de fase (Figura 2a).
2. Curva Integral: Definida pela solução evoluindo no tempo (Figura 2b).

$$(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1 / x = \phi_t(x_0, t_0), \quad t \in \mathbb{I} \quad (3)$$

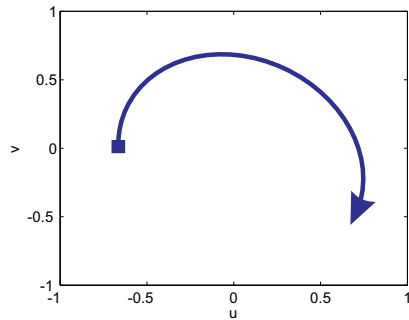
3. Órbita: Lugar geométrico no espaço de fase, para uma dada condição inicial por onde a solução passa na medida que o tempo t evolui, formando uma figura no espaço de fase (Figura 2c).

$$(x) \in \mathbb{R}^n / x = \phi_t(x_0, t_0), \quad t \in \mathbb{I} \quad (4)$$

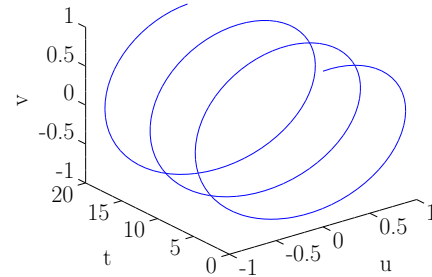
4. Fluxo ou Retrato de Fase (*Phase Portrait*): Definido como o total de órbitas representando todas as soluções possíveis do sistema. Sua construção envolve a

determinação de diversas órbitas, associadas à diferentes condições iniciais (Figura 2d).

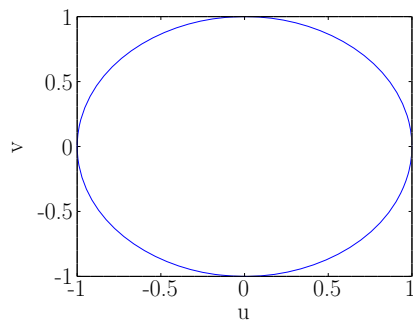
Figura 2 – Definições sobre espaço de fase.



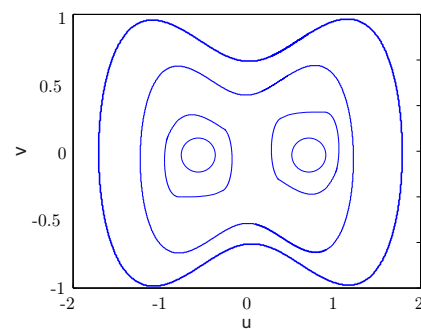
(a) Trajetória no espaço de fase.



(b) Curva integral.



(c) Órbita no espaço de fase.



(d) Fluxo no espaço de fase.

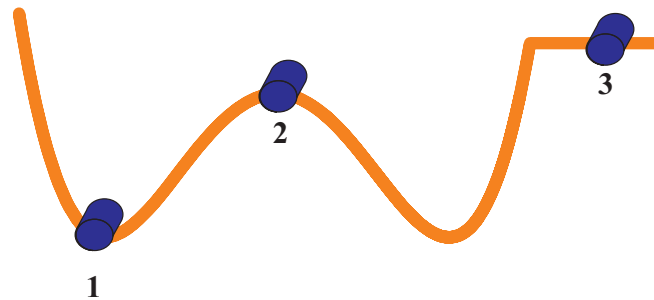
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.3 Estabilidade

Na análise de sistemas dinâmicos a definição de estabilidade é elementar, estando associada a propriedade de uma dada solução do sistema e pode-se considerá-la em termos de como o sistema responde a uma perturbação estabelecida. Se esta perturbação não influenciar significativamente uma dada solução ela é estável caso contrário é instável. A estabilidade pode ser classificada da seguinte forma (SAVI, 2006):

1. Equilíbrio Estável: Após uma perturbação, o corpo retorna à configuração inicial.
2. Equilíbrio Instável: Após uma perturbação, o corpo não retorna à configuração inicial, assumindo uma nova posição distante da original.
3. Equilíbrio Indiferente: Após uma perturbação o corpo tende a permanecer em sua nova configuração.

Figura 3 – Tipos de estabilidade.



Fonte: Adaptado de Savi (2006).

2.4 Ponto de equilíbrio

A definição de ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico é dada como sendo o ponto em que o sistema permanece estacionário na medida em que o tempo evolui. Portanto, o ponto onde a solução não varia com o tempo é chamado de ponto de equilíbrio. Em termos mecânicos, quando o sistema está numa dada posição onde sua velocidade e aceleração são nulas, associa-se como sendo ponto de equilíbrio.

Dessa forma, se $x \in \mathbb{R}^n$ for um ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico do tipo $\dot{x} = \mathcal{F}(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, deve-se satisfazer a seguinte condição:

$$\mathcal{F}(\bar{x}) = 0 \tag{5}$$

De maneira similar, o ponto de equilíbrio $\bar{X} \in \mathbb{R}^n$ de um mapeamento do tipo $X_{n+1} = \mathcal{F}(x_n)$, $X \in \mathbb{R}^n$, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\bar{X} = \mathcal{F}(\bar{X}) \tag{6}$$

Qualquer ponto \bar{x} , que não seja ponto de equilíbrio, é chamado de ponto ordinário ou ponto regular. Portanto, quando se escolhe uma condição inicial que coincide com um ponto de equilíbrio, isto é, $\bar{x}(0) = \bar{x}$, então o sistema aí permanece indefinidamente.

2.5 Linearização

A linearização de um sistema dinâmico em torno de uma solução conhecida é um modo muito informativo para avaliar a dinâmica de um sistema, principalmente para avaliar a estabilidade desta solução (FIEDLER-FERRARA; PRADO, 2011; GREBOGI; YORKE,

1997). Considerando o seguinte sistema de equações diferenciais não-lineares:

$$\dot{x} = f(x, y), \quad (7)$$

$$\dot{y} = g(x, y) \quad (8)$$

tendo para este um ponto de equilíbrio $P^* = (x^*, y^*)$. Utilizando a série de Taylor para escrever a função:

$$\dot{x} = f(x, y) = f(x^*, y^*) + \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \quad (9)$$

$$\dot{y} = g(x, y) = g(x^*, y^*) + \frac{\partial g}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial g}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \quad (10)$$

Para facilitar os cálculos definem-se novas variáveis: $\underline{x} = x - x^*$ e $\underline{y} = y - y^*$ e tendo também $\dot{\underline{x}} = \dot{x}$ e $\dot{\underline{y}} = \dot{y}$, e $f(x^*, y^*) = g(x^*, y^*) = 0$, obtém-se o sistema linear (desprezando os termos de ordem superior):

$$\dot{\underline{x}} = \frac{\partial f}{\partial x}|_* \underline{x} + \frac{\partial f}{\partial y}|_* \underline{y} = a\underline{x} + b\underline{y} \quad (11)$$

$$\dot{\underline{y}} = \frac{\partial g}{\partial x}|_* \underline{x} + \frac{\partial g}{\partial y}|_* \underline{y} = c\underline{x} + d\underline{y} \quad (12)$$

onde as derivadas $(\partial \dots / \partial \dots)|_* = (\partial \dots / \partial \dots)(x^*, y^*)$ são calculadas no ponto fixo $P^* = (x^*, y^*)$ e a matriz dos coeficientes:

$$J = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (13)$$

é a matriz Jacobiana $\partial(f, g)/\partial(x, y)$ calculada no ponto fixo.

O diagrama de fases completo de um sistema dinâmico não-linear é formado por vários pontos de equilíbrio com linhas de fluxo relacionando os vários diagramas locais. Define-se então bacia de atração como sendo o ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico atraindo soluções próximas. Informações sobre as fronteiras das bacias de atração são dadas através da teoria de estabilidade linear e seus correlatos diagramas de fases locais. Para obter um diagrama de fases completo de um sistema dinâmico não-linear deve-se ter a direção do fluxo em vários pontos, permitindo fazer a adjeção dos diagramas locais obtendo-se assim o diagrama de fases completo para o sistema dinâmico (MOON, 1987).

Classificação do ponto de equilíbrio

Segundo Monteiro (2006) os pontos de equilíbrio podem ser classificados em:

Assintoticamente estável: Define-se \bar{x} como um ponto de equilíbrio assintoticamente

estável se todas as trajetórias $\bar{x}(t)$, cujas condições iniciais estão contidas numa "esfera" de raio δ com centro em \bar{x} , tendem para \bar{x} conforme o tempo passa ¹.

Estável: Define-se \bar{x} como um ponto de equilíbrio estável se existe uma esfera de raio δ centrada em \bar{x} tal que, para qualquer trajetória em condição inicial $\bar{x}(0)$ pertencente a esta esfera, então $\bar{x}(t)$ permanece dentro de uma outra esfera de raio ϵ centrada em \bar{x} , conforme o tempo passa.

Instável: Define-se \bar{x} como um ponto de equilíbrio instável se não existe esfera de raio δ centrada em \bar{x} tal que todas as trajetórias, cujas condições iniciais pertencem a essa esfera, ficariam confinadas no interior de uma segunda esfera de raio ϵ com centro em \bar{x} . Assim, há pelo menos uma trajetória com condição inicial $\bar{x}(0)$ pertencente à esfera de raio δ que deixa a esfera de raio ϵ num tempo finito.

2.6 Expoentes de Lyapunov

Os expoentes característicos de Lyapunov ou números de Lyapunov são utilizados para avaliar a taxa de divergência local de trajetórias e quantificar a dependência do sistema às condições iniciais (GREBOGI; YORKE, 1997).

Toma-se como referência um sistema contínuo com um pequeno hiper-volume esférico de teste de estados iniciais vizinhos y_0 (raio $\varepsilon_0(x_0)$) em torno do ponto inicial x_0 de uma linha de fluxo, ou seja:

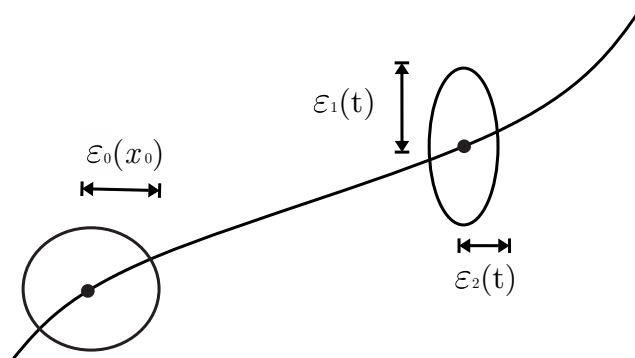
$$|y_0 - x_0| \leq \varepsilon_0(x_0) \quad (14)$$

Após um período de tempo o fluxo deforma a hiper-esfera num objeto hiper-elipsoidal. Para medir esse crescimento exponencial dos eixos principais $\varepsilon_k(t)$ utilizam-se os expoentes de Lyapunov definidos por:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon_0(x_0) \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \frac{\varepsilon_i(t)}{\varepsilon_0(x_0)}, i = 1, \dots, m \quad (15)$$

¹A palavra esfera está entre aspas para ressaltar que só se tem, de fato, uma esfera, quando o sistema é tridimensional. Se o sistema é bidimensional, tem-se círculo; se é unidimensional um segmento de reta.

Figura 4 – Evolução de um elemento de volume esférico em torno de um ponto inicial.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Através da equação (15) tem-se que

$$\varepsilon_i(t) \sim \varepsilon_0(x_0)e^{\lambda_i t} \quad (16)$$

Se a trajetória $\varepsilon_2(t)$ não diverge com relação a $\varepsilon_0(t)$ o expoente λ é negativo ou nulo (- ou 0). Por outro lado, se a trajetória $\varepsilon_2(t)$ diverge exponencialmente da órbita original então λ é positivo (+), caracterizando o caos.

Abordagens importantes sobre a dinâmica do sistema são dadas pelos valores dos expoentes de Lyapunov, sendo que a magnitude dos expoentes está associada a uma medida da razão com que o sistema dinâmico cria ou elimina informação.

Existem diversos métodos para se calcular os expoentes de Lyapunov. O método utilizado por este trabalho é o proposto por (WOLF et al., 1985).

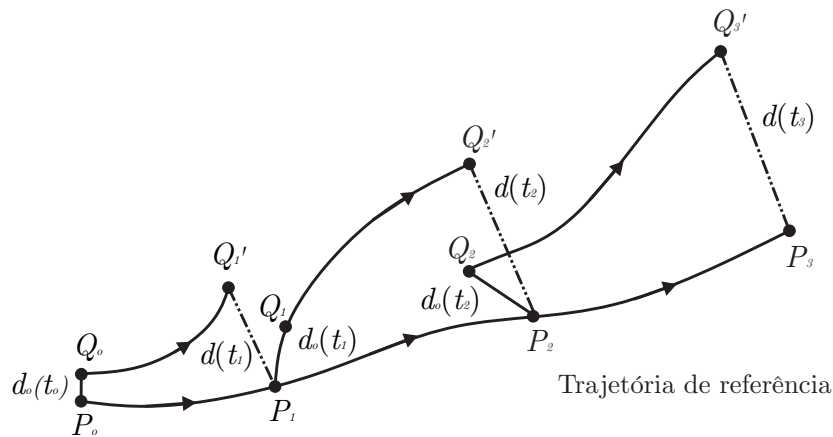
Cálculo dos expoente de Lyapunov pelo método de Wolf

Os expoentes de Lyapunov podem ser calculados com precisão através do métodos proposto por Wolf et al. (1985), desde que o sistema dinâmico possua um modelo matemático definido que permita a sua linearização em torno de uma trajetória estipulada. Para uma divergência de uma trajetória caótica localmente exponencial é necessário ter ponderação para avaliar esta divergência. Se uma distância d entre duas trajetórias representa um sistema físico, esta não pode ir para infinito, pois a análise da divergência das trajetórias deve considerar uma média do crescimento exponencial em vários pontos sobre a trajetória (FIEDLER-FERRARA; PRADO, 2011).

Portanto, se a distância $d(t)$ torna-se muito grande, define-se um novo $d_0(t)$ para recalcular a divergência, definindo-se assim uma média capaz de mensurar a divergência (Figura 5).

A partir de uma série temporal $s(t)$, um espaço D -dimensional pode ser reconstruído utilizando as coordenadas defasadas o que envolve a determinação dos parâmetros de imersão, τ (tempo de defasagem) e D_e (dimensão de imersão). Identificando um ponto inicial do sinal, P_0 , efetua-se uma varredura em todo o sinal, $s(t)$, até encontrar um novo ponto, Q_0 , muito próximo do ponto inicial P_0 , de tal forma que se tenha a menor distância tangencial, $d_0(t_0)$. Através do cálculo da norma euclidiana entre os pontos Q_0 e P_0 define-se a distância $d_0(t_0)$. O início da trajetória vizinha é definido pelo ponto Q_0 e t_1 definem dois novos pontos, P_1 e Q'_1 e uma nova distância tangencial $d(t_1)$ pela evolução dos dois pontos iniciais. Portanto, $d_0(t_1)$ deve ser pequeno e apresentar uma pequena variação angular com relação a $d(t_1)$. Se $Q_1 = Q'_1$, os critérios anteriores não foram satisfeitos.

Figura 5 – Cálculo do expoente de Lyapunov.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A seguir são definidos os expoentes de Lyapunov de forma a avaliar uma média da divergência exponencial de uma trajetória

$$\lambda = \frac{1}{t_n - t_0} \sum_{k=1}^n \log_b \left(\frac{d(t_k)}{d_0(t_{k-1})} \right) \quad (17)$$

Assim, para o espectro, considera-se a seguinte definição, (WOLF et al., 1985)

$$\lambda_i = \frac{1}{t_E - t_0} \sum_{k=1}^E \log_2 \left(\frac{d(t_k)}{d_0(t_{k-1})} \right) \quad (18)$$

sendo E o número total de passos de substituição.

2.7 Seções de Poincaré

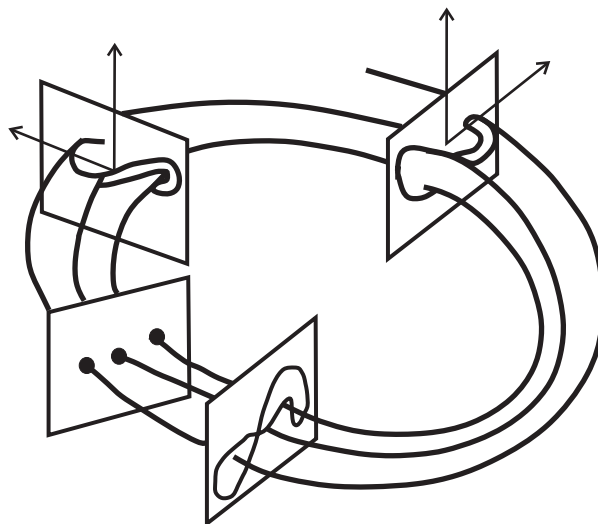
A redução um sistema dinâmico contínuo no tempo (fluxo) em um discreto (mapa) pode ser feito, através do procedimento denominado *Seção de Poincaré*. Este procedimento

elimina pelo menos uma variável do problema, possibilitando uma melhor compreensão da dinâmica global do sistema (MOON, 1987).

Nenhum método geral para a construção de uma seção de Poincaré foi proposto até hoje existindo-se assim várias formas para a realização disto. Neste trabalho são apresentados quatro casos padrões que seguem:

1. Estudo de órbitas próximas e órbitas periódicas.
2. Espaço de fase periódico com forçamento periódico.
3. Espaço de fase quase-periódico com forçamento quase-periódico.
4. Estudo da estrutura de órbitas próximas de órbitas homocíclica ou heterocíclica.

Para obter uma seção de Poincaré deve-se definir uma superfície $\Sigma(n-1) - Dim$, transversa ao campo vetorial em um ponto x e construir uma transformação P .



Fonte: Moon (1987).

2.8 Bifurcações

Os comportamentos de um sistema podem se alterar, e o termo bifurcação está associado a uma mudança qualitativa na estrutura de uma solução, como interferência de uma variação dos parâmetros do sistema. Quando um sistema dinâmico não apresenta bifurcações este não apresenta uma resposta caótica, estando assim, o fenômeno de bifurcação relacionado com a existência de caos. Por outro lado, um sistema que apresenta bifurcações não necessariamente apresenta uma resposta caótica (MOON, 1987).

As bifurcações podem ser classificadas em dois tipos:

- Bifurcações Locais: As bifurcações são tratadas em um região restrita do espaço de fase. Frequentemente reduz-se o problema a uma forma simples para representar um padrão de um sistema dinâmico mais complexo, cuja estrutura de bifurcações pode ser representada pela seguinte forma

$$f(x; \mu) = 0, x \in \mathbb{R}^n, \mu \in \mathbb{R}^p \quad (19)$$

- Bifurcações Globais: São bifurcações não-locais. Representa uma mudança qualitativa na estrutura das órbitas em uma região do espaço de fase (VIANA, 2011).

2.9 Considerações finais

Os tópicos abordados neste capítulo retratam os conceitos básicos relacionados à dinâmica não-linear e caótica. São apresentados também alguns conceitos sobre ferramentas quantitativas para caracterizar um sistema dinâmica, tais como: espaço de fase e suas topologias, estabilidade de um sistema dinâmico, pontos de equilíbrio e a linearização de um sistema. Para analisar o comportamento de um sistema mecânico, se ele é periódico ou caótico, foram utilizados os expoentes de Lyapunov pelo método de Wolf. E por fim, para caracterizar e identificar o comportamento caótico do sistema são apresentados os diagramas de bifurcação.

Estes conceitos são usados nos próximos capítulos para analisar o comportamento dinâmico de um gerador piezelétrico acoplado com um circuito retificador de meia-onda.

3 Geradores piezelétricos para extração de energia

A meta deste capítulo é apresentar os fundamentos e princípios dos materiais piezelétricos, assim como comparar o funcionamento de dois geradores piezelétricos para extração de energia utilizando estes materiais: um linear e outro não-linear em termos mecânicos. Os resultados deste capítulo foram publicados parcialmente em (BASQUEROTTO et al., 2013b).

3.1 Materiais piezelétricos

O efeito piezelétrico foi descoberto em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie, motivando a partir daí vários estudos para o desenvolvimento de transdutores eletromecânicos. Este efeito consiste basicamente na conversão de energia mecânica em elétrica. Quando estes materiais estão sujeitos a uma força, ficam eletricamente polarizados e a força aplicada é diretamente proporcional à esta polarização criada. Este efeito ficou conhecido depois como efeito piezelétrico direto. Também foi demonstrado que ao aplicar um potencial elétrico em um material piezelétrico, este se deforma mecanicamente, chamado de efeito piezelétrico inverso (LEO, 2007).

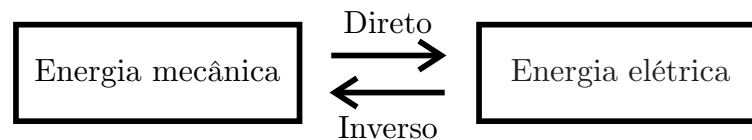
As cerâmicas de titanato zirconato de chumbo, PZT, foram obtidas através de estudos realizados com soluções de $PbZrO_3$, que passaram a ser objeto de frequentes investigações para melhorar suas propriedades e como incentivo ao desenvolvimento de novos compostos cerâmicos.

Os dispositivos piezelétricos são, essencialmente, usados como sensores e/ou atuadores em aplicações tecnológicas desde baixas até frequências da ordem de 10^9 Hz. Os materiais policristalinos (cerâmicos, polímeros ou compósitos) cobrem as baixas frequências. Para as altas frequências são utilizados cristais e filmes.

3.2 Relações constitutivas

O efeito piezoelétrico de uma forma geral pode ser definido como a conversão de energia mecânica em elétrica (efeito direto) ou a conversão de energia elétrica em energia mecânica (inverso). Uma representação esquemática é representada na Figura 7.

Figura 7 – Efeito Piezelétrico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A base física para piezeletricidade em sólidos é amplamente estudado pelos físicos e cientistas de materiais. Embora uma discussão detalhada dessas propriedades não seja o foco deste trabalho, é importante entender os princípios básicos da piezeletricidade para uma melhor compreensão dos conceitos introduzidos (GANDHI; THOMPSON, 1992).

A maioria dos materiais piezelétricos pertencem a uma classe de sólidos cristalinos. Os cristais são sólidos nos quais os átomos estão dispostos em um único padrão repetido por todo o corpo. Os cristais individuais de um sólido podem ser pensados como blocos de construção para o material. Pela união dos cristais em conjunto é produzido um arranjo tridimensional, chamada de célula unitária (KHALIGH; ONAR, 2010).

Uma das propriedades mais importantes de uma unidade celular em relação a piezeletricidade é a polaridade da estrutura. Cristalógrafos estudaram a estrutura de células unitárias e classificaram em um conjunto de 32 classes de cristais ou grupos de pontos. Cada grupo de pontos é caracterizado por uma disposição particular dos átomos constituintes. Destes grupos de 32 pontos, 10 tem exibido um eixo polar no qual há uma separação de líquido entre as cargas positivas no cristal e as suas cargas negativas associadas. Esta separação de carga produz um dipolo elétrico, o que pode dar origem a piezeletricidade (KANG, 2013).

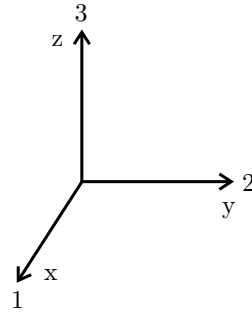
Aplicando-se um campo elétrico no dipolo produzido pela separação de cargas é produzida a atração entre as cargas opostas resultando na rotação do dipolo. O movimento de carga na estrutura de célula unitária produz um fluxo de carga aparente que pode ser medida na face do material. Eletrodos colocados nas faces dos materiais medem um fluxo de carga, ou da corrente, devido à rotação dos dipolos elétricos (ERTURK; INMAN, 2011).

Os dipolos são orientados um a um através de um processo chamado de polarização. Para que haja polarização do material piezelétrico é necessário que este seja aquecido acima de sua temperatura de Curie e, em seguida, colocado num campo elétrico forte. O

campo elétrico produz o alinhamento dos dipolos ao longo da direção do campo elétrico (GALASSI, 2000).

Considerando que em geral um material possui três faces, por convenção assume-se que a direção 3 está alinhada na mesma direção de polarização (Figura 8).

Figura 8 – Polarização do material piezolétrico.



Fonte: Leo (2007).

Para identificar as direções em um elemento piezolétrico, três eixos ortogonais são designados como 1, 2 e 3; os quais são análogos ao conjunto de eixos tridimensionais clássicos X, Y e Z. As equações que regem o efeito piezolétrico estão intimamente relacionadas às suas propriedades. Sendo assim, é conveniente apresentar e definir aquelas de maior relevância. A relação mais importante para captura de energia piezolétrica é entre tensão mecânica e carga elétrica, e é definida como a constante d'' . Este coeficiente, também conhecido por constante de deformação, relaciona a deformação mecânica produzida no material piezolétrico com a aplicação de um campo elétrico, sendo normalmente representado por d_{ij} .

$$D_i = d_{ij}T_{ij} \quad (20)$$

i é a direção de polarização do material e j a direção da força ou campo elétrico externo aplicado. D representa o campo de deslocamento elétrico e T é a tensão mecânica aplicada ao material. Assim, tem-se que:

$$D_3 = d_{31}T_{11} \quad (21)$$

De modo semelhante à constante de deformação, define-se como contante de tensão (g_{ij}) a propriedade piezolétrica que relaciona o campo elétrico produzido quando uma tensão mecânica é aplicada ao material, sendo importante para aplicações sensoriais:

$$E_3 = g_{31}T_{11} \quad (22)$$

sendo E o campo elétrico gerado quando o material é submetido a uma tensão mecânica T .

Sabe-se que os materiais piezelétricos exibem um comportamento não-linear quando são submetidos a elevados níveis de excitação. Porém, aproximações lineares podem ser realizadas quando se trabalham com aplicações estruturais, sendo que os limites deste comportamento variam de acordo com a composição de cada cerâmica PZT e estão relacionadas às forças coesivas do material (LEO, 2007). Assim, as equações constitutivas da piezeletricidade linear podem ser descritas conforme mostram as equações a seguir:

$$\mathbf{S} = s\mathbf{T} + d'\mathbf{E} \quad (23)$$

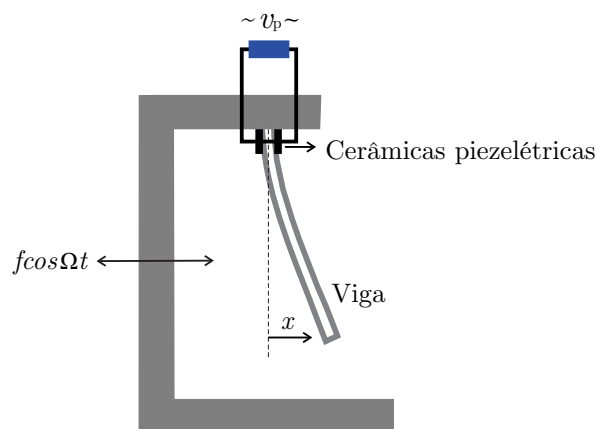
$$\mathbf{D} = d\mathbf{T} + \epsilon\mathbf{E} \quad (24)$$

sendo \mathbf{T} é o tensor de tensões, \mathbf{D} é o vetor de deslocamento elétrico, \mathbf{S} é o tensor de deformações, \mathbf{E} é o vetor de campo elétrico, ϵ é a matriz adimensional 3×3 da permissividade elétrica e d a matriz de coeficientes da tensão piezelétrica.

3.3 Gerador piezelétrico linear

O gerador piezelétrico linear para captação de energia utilizado neste trabalho consiste em uma viga ferromagnética com duas cerâmicas piezelétricas acopladas na parte de cima da estrutura (localizados perto do engaste), formando uma configuração *bimorph* como pode-se observar na Figura 9. Este modelo linear foi abordado por Erturk e Inman (2008, 2011), Erturk et al. (2009, 2010)..

Figura 9 – Representação do gerador piezelétrico linear.



Fonte: Erturk e Inman (2008, 2011), Erturk et al. (2009, 2010).

As equações que descrevem a dinâmica deste sistema para o primeiro modo de vibrar são dadas a seguir e foram descritas por Erturk e Inman (2008, 2011), Erturk et al. (2009, 2010):

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + x - \chi v = f \cos \Omega t \quad (25)$$

$$\dot{v} + \Lambda v + \kappa \dot{x} = 0 \quad (26)$$

sendo x o deslocamento adimensional da viga, v a voltagem adimensional, f a amplitude da força de excitação, χ o termo de acoplamento piezo mecânico adimensional da equação mecânica, κ é o termo de acoplamento piezelétrico adimensional da equação elétrica, $\Lambda \propto 1/R_l C_p$ é a constante do tempo adimensional do circuito elétrico, R_l é a resistência da carga e C_p a capacitância do material piezelétrico.

Definindo o vetor de estados $\mathbf{u} = \{x \quad \dot{x} \quad v\}^T$:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}f \cos \Omega t \quad (27)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{u} + \mathbf{D}f \cos \Omega t \quad (28)$$

sendo \mathbf{A} a matriz dinâmica, \mathbf{B} a matriz de entrada, \mathbf{C} a matriz de medidas do sistema e \mathbf{D} a matriz de transmissão direta que são dados por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2\zeta & \chi \\ 0 & -\kappa & -\Lambda \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad \mathbf{D} = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (29)$$

A energia potencial do sistema é descrita por:

$$V = \frac{1}{2}x^2 \quad (30)$$

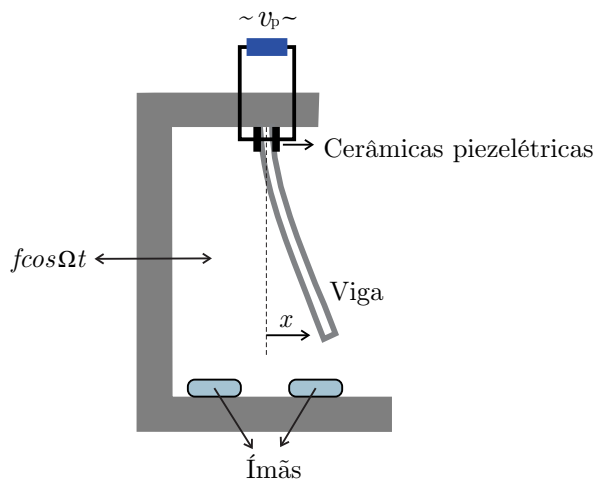
Geralmente, os dispositivos utilizados para captação de energia são baseados em princípios mecânicos lineares. No entanto, estes sistemas possuem uma amplitude de resposta apreciável somente se a frequência de vibração dominante é próxima da frequência de ressonância do dispositivo. Uma questão que deve ser discutida é que quanto menor for a dimensão do sistema mecânico, maiores são as frequências naturais sendo, estas, bem distantes de frequências de excitação mais comuns (RAMLAN et al., 2010).

Para um aspecto de vibração em que a fonte de excitação vem do ambiente (banda de frequência larga), apenas uma fração da energia da vibração disponível pode ser extraída por esses dispositivos (COTTONE et al., 2009). Melhorar a largura de banda de dispositivos de captação de energia vibracional é crucial para aumentar sua eficiência e funcionalidade. Por trabalharem com uma largura de banda mais ampla, os osciladores não-lineares podem ter um desempenho melhor quando as fontes de vibração são de banda larga (DAQAQ et al., 2013).

3.4 Gerador piezelétrico não-linear

O dispositivo não-linear para captação de energia usado neste trabalho também consiste em uma viga ferromagnética, mas que oscila entre dois ímãs localizados simetricamente na base da estrutura como mostrado na Figura 10. Dependendo do espaçamento dos ímãs, a viga ferromagnética pode ter cinco (com três estáveis), três (com dois estáveis) ou um (estável) pontos de equilíbrio (MOON, 1987; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011).

Figura 10 – Dispositivo não-linear para captação de energia.



Fonte: Adaptado de Erturk e Inmann (2011).

A dinâmica deste dispositivo (para o caso de três pontos de equilíbrio) pode ser descrita por (ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011):

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v = f \cos \Omega t \quad (31)$$

$$\dot{v} + \Lambda v + \kappa \dot{x} = 0 \quad (32)$$

sendo x o deslocamento adimensional da viga, v a voltagem adimensional, f a amplitude da força de excitação, χ o termo de acoplamento piezo mecânico adimensional da equação mecânica, κ é o termo de acoplamento piezelétrico adimensional da equação elétrica, $\Lambda \propto 1/R_l C_p$ é a constante do tempo adimensional do circuito elétrico, R_l é a resistência da carga e C_p a capacitância do material piezelétrico.

O modelo no espaço de estados das equações (31) e (32) pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ -2\zeta u_2 + \frac{1}{2}u_1(1 - u_1^2) + \chi u_3 + f \cos \Omega t \\ -\Lambda u_3 - \kappa u_2 \end{Bmatrix} \quad (33)$$

sendo as componentes de estados estados $u_1 = x$, $u_2 = \dot{x}$ e $u_3 = v$. A energia potencial, V , é descrita por:

$$V = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^4 \quad (34)$$

onde os três pontos de equilíbrio são $(x, \dot{x}) = (0,0)$ (pico) e $(x, \dot{x}) = (\pm 1, 0)$ (dois vales).

3.5 Comparação entre o funcionamento dos geradores

Nesta seção são apresentadas as simulações numéricas divididas em duas partes: primeiro uma análise e uma comparação entre os dispositivos utilizados linear e não-linear para captação de energia e depois uma análise do comportamento dinâmico apresentado pelo dispositivo não-linear.

O estudo realizado neste trabalho se baseou em simulações e dados experimentais encontrados na literatura (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011). Para a resolução das equações diferenciais ordinárias (EDOs) foi utilizado o método de Runge-Kutta. Os valores apresentados na Tabela 1 foram utilizados como parâmetros dos dispositivos mecânicos.

Tabela 1 – Parâmetros do modelo de referência.

	Ω	ζ	χ	κ	Λ	f
Valores	0.8	0.01	0.05	0.5	0.05	0.083

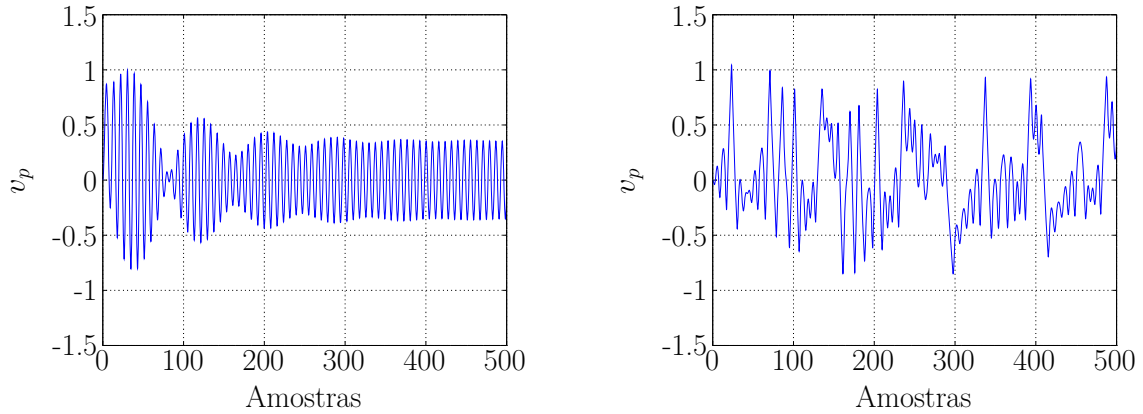
Fonte: Erturk e Inman (2008,2011) e Erturk et al. (2009,2010).

Os testes foram realizados para as amostras variando entre 0 e 500 com um passo de 0.1, este escolhido como sendo dez vezes o valor da frequência natural não amortecida do sistema linear equivalente, a fim de garantir uma aquisição adequada do sinal.

Os testes de tensão no domínio do tempo podem ser observados na Figura 11. Primeiramente foi utilizado valores de amplitude de excitação, f , e frequência, Ω , e posteriormente estes valores foram alterados para verificação do comportamento do dispositivo. Comparando-se o dispositivo linear (Figura 11a) com o não-linear (Figura 11b) pode-se notar que a amplitude gerada pelo dispositivo não-linear é maior para as mesmas condições iniciais e níveis de força. O cálculo do valor da tensão RMS ¹ gerada pelo PZT, (v_{PRMS}), para o dispositivo linear é de 0.25 e para o não-linear é de 0.5

¹Root Mean Square - Valor médio quadrático.

Figura 11 – Voltagem no PZT.

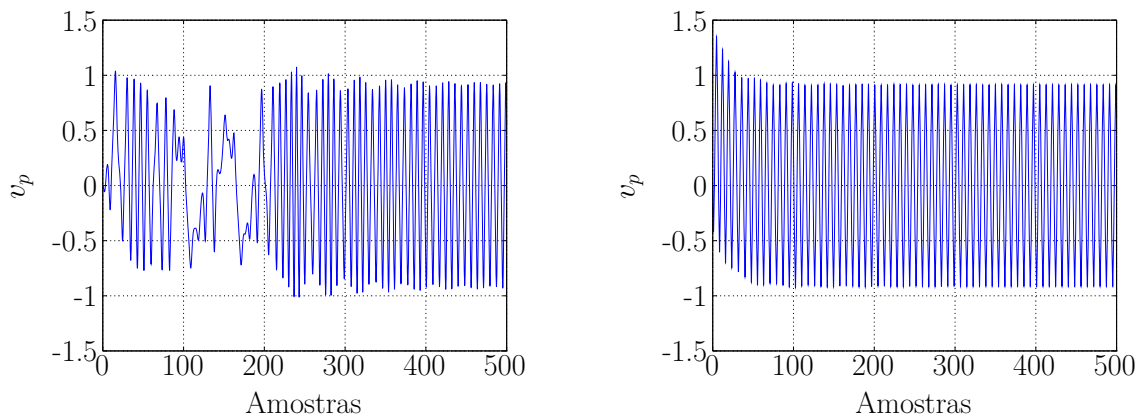


(a) Dispositivo Linear, $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, f = 0.083$ (b) Dispositivo Não-linear, $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, f = 0.083$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 12 foram alteradas as condições iniciais (tanto o valor de amplitude como o de estado inicial) para o dispositivo não-linear, observando-se assim uma alteração na resposta do sistema no entanto o nível da amplitude de energia gerada se mantém a mesma. Este resultado é demonstrado apenas para o oscilador não-linear, visando mostrar que este possui sensibilidade às condições iniciais.

Figura 12 – Voltagem no PZT considerando o oscilador não-linear.



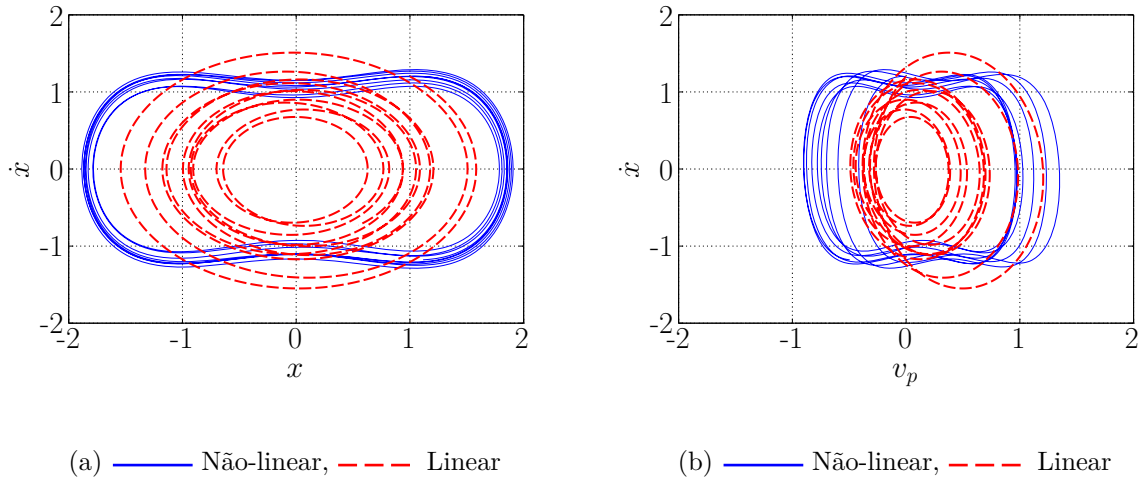
(a) $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, f = 0.115$ (b) $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 13(a) é apresentado o espaço de configurações para os dispositivos linear e não-linear. Como pode-se observar a partir do estado, para a mesma força inicial, a amplitude de vibração do dispositivo não-linear é maior quando comparado com o dispositivo linear. Da mesma forma, na Figura 13(b) é mostrado o espaço de configurações da velocidade versus a voltagem (a fase entre a tensão e a velocidade é aproximadamente 90 graus, por estar o sistema perto de condições de circuito aberto), sendo a voltagem

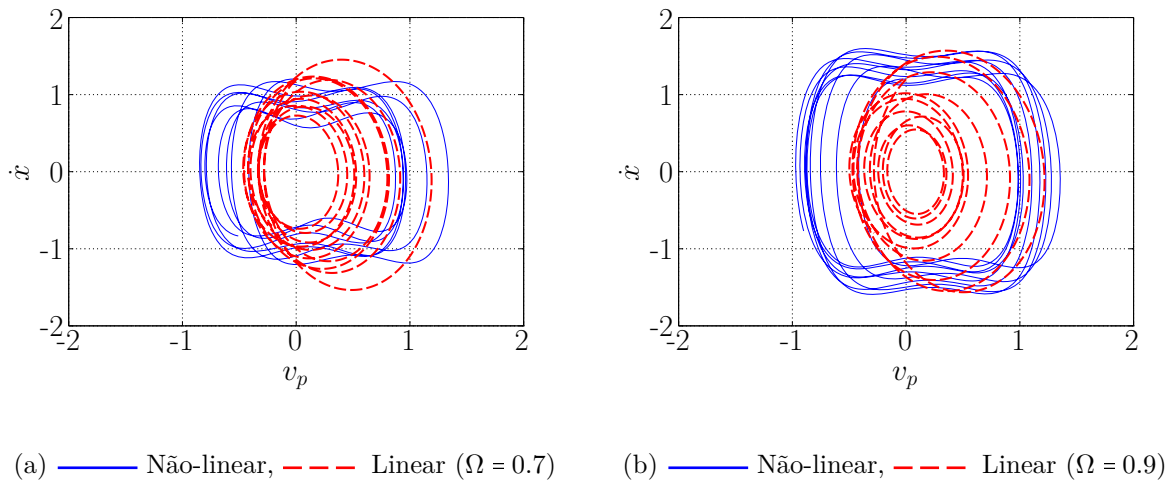
gerada maior para o sistema não-linear. Testes para outros valores de frequência (Ω) foram realizados (Figura 14) e como pode-se observar, as órbitas de energia do dispositivo não-linear continuam sempre maiores quando comparadas ao dispositivo linear.

Figura 13 – Espaço de configurações para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

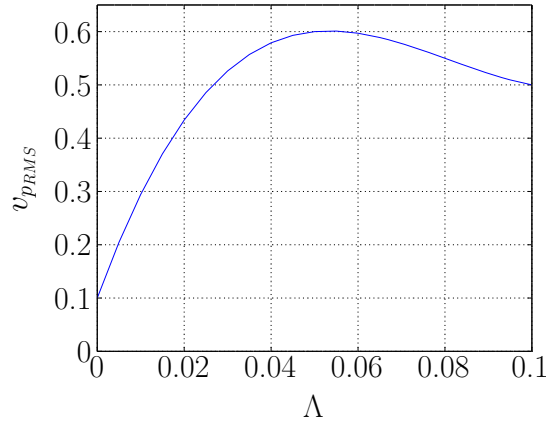
Figura 14 – Espaço de configurações com variação de Ω para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Um teste para verificar a influência da carga resistiva sobre a voltagem extraída pelo dispositivo mecânico não-linear foi realizado (Figura 15). Para isso o termo $\Lambda \propto 1/R_l C_p$ foi variado e foi calculada a voltagem RMS (*Root Mean Square*). Verificou-se que o valor ótimo, onde consegue-se extrair mais energia, é para Λ igual a 0.05, comprovando-se assim o valor obtido pelos trabalhos de (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011).

Figura 15 – Influência da carga resistiva, Λ , sobre a voltagem RMS extraída para o dispositivo não-linear para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1.2, v(0) = 0, f = 0.083$.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Com estes resultados, conclui-se que o dispositivo não-linear possui órbitas de energia maiores em comparação ao dispositivo linear, sendo o mais favorável na utilização para captação de energia. A próxima etapa foi analisar a dinâmica do dispositivo não-linear.

Para analisar a dinâmica do dispositivo não-linear é necessário linearizar as equações que descrevem a dinâmica do mesmo. Calculando a matriz Jacobiana da eq. 33 tem-se:

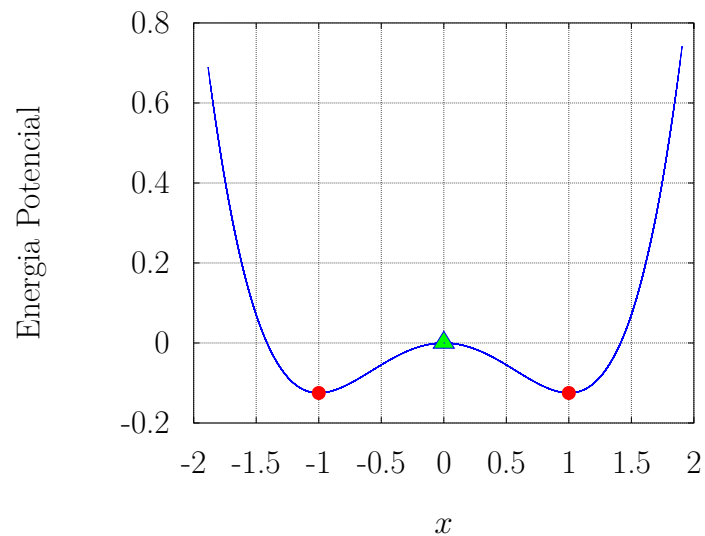
$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} - \frac{3u_1^2}{2} & -2\zeta & \chi \\ 0 & -\kappa & -\Lambda \end{bmatrix} \quad (35)$$

A Figura 16 apresenta a energia potencial do dispositivo não-linear com dois pontos de equilíbrio estáveis situados em $x = -1$ e 1 e um ponto de equilíbrio instável em $x = 0$. Para classificação do ponto de equilíbrio foram calculados os autovalores que são dados a seguir:

$$\gamma = \begin{bmatrix} -0.0105 + 1.1210j \\ -0.0105 - 1.1210j \\ -0.0490 \end{bmatrix} \quad (36)$$

sendo $j = \sqrt{-1}$. Se todos os autovalores possuem parte real negativa o sistema é assintoticamente estável.

Figura 16 – Energia potencial com os pontos de equilíbrio do dispositivo não-linear.



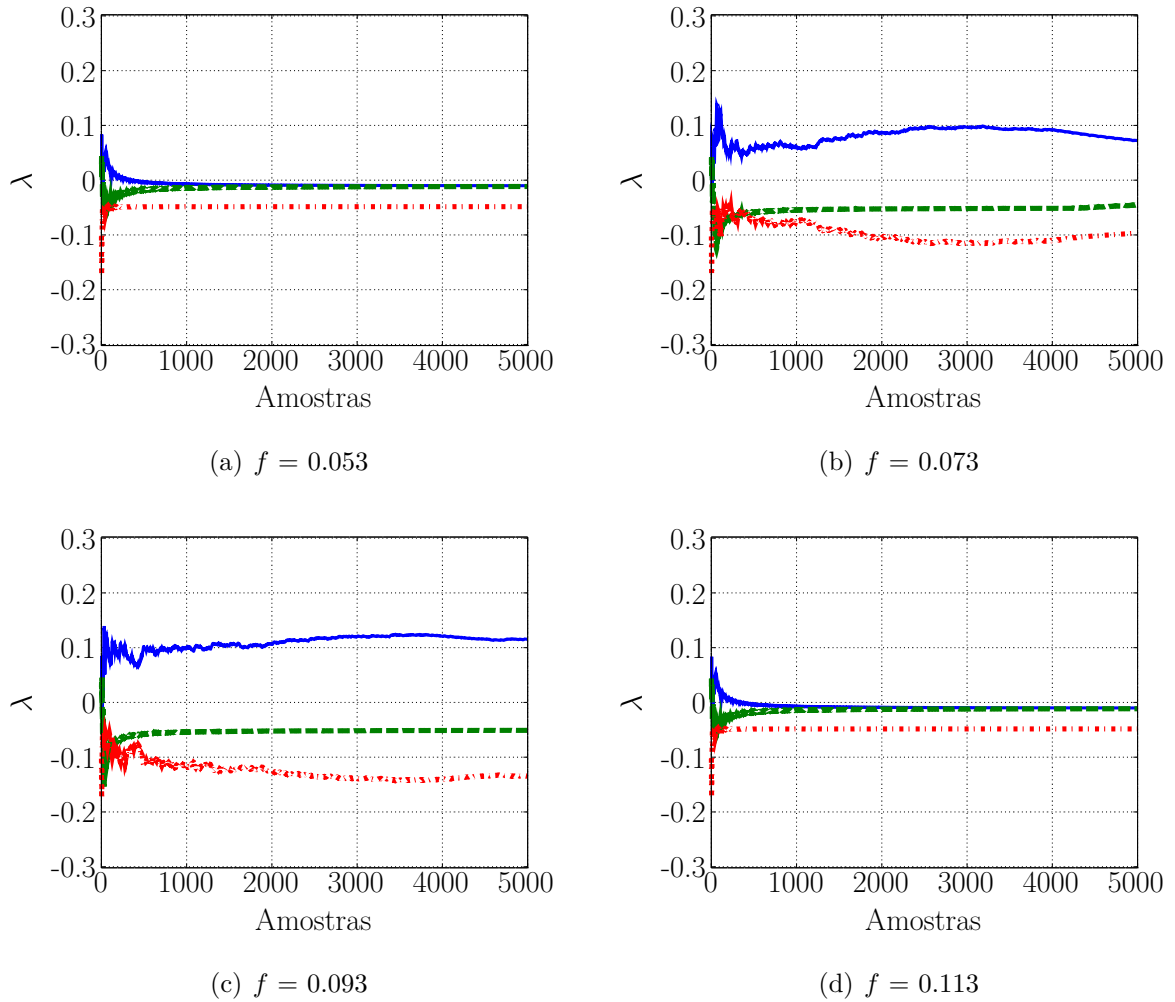
(a) ● Ponto de equilíbrio estável, ▲ Ponto de equilíbrio instável

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Através destas análises pode-se notar que o sistema possui sensibilidade às condições iniciais (ao alterar valores de amplitude ou frequência de excitação, a resposta é alterada). Para isso foi necessário analisar o comportamento dinâmico do sistema. Quando foi feita uma pesquisa na literatura sobre o dispositivo não-linear, pode-se perceber que os trabalhos comentavam que este dispositivo apresentava comportamento caótico (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011), no entanto nenhum realizava a comprovação rigorosa de tal afirmação.

Após a linearização do sistema e o cálculo dos pontos de equilíbrio, foram calculados os expoentes de Lyapunov pelo método de Wolf et al. (1985), conforme descrito no Capítulo 2, para mostrar qual a faixa de amplitude e frequência de excitação que o dispositivo entra em caos. Primeiramente foi feita uma varredura na amplitude de excitação, f , para valores entre 0.053 a 0.123 fixando-se o valor da frequência de excitação, Ω , em 0.8. É possível notar que o dispositivo está em caos para valores de f entre 0.063 e 0.103 (Figura 17).

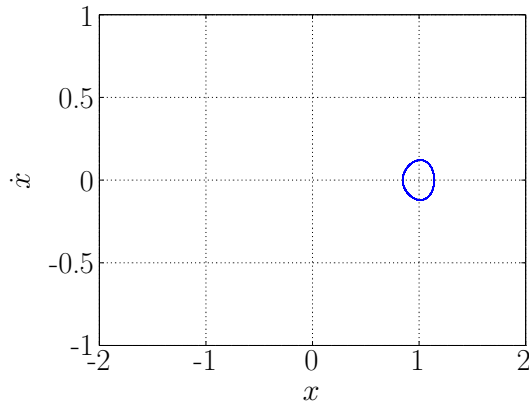
Figura 17 – Expoentes de Lyapunov com variação de f para as condições $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, \Omega = 0.8$ - — Deslocamento, - - - Velocidade, - - - - Voltagem.



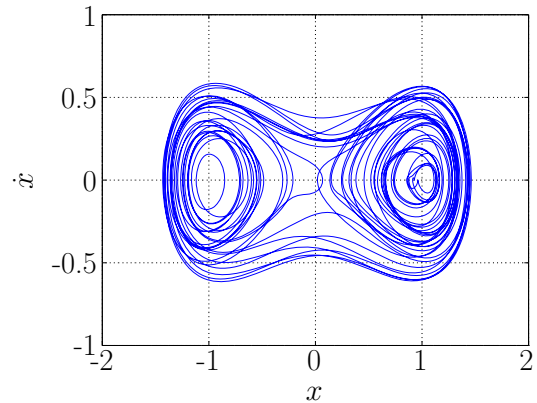
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 18 mostra o espaço de configurações do dispositivo não-linear.

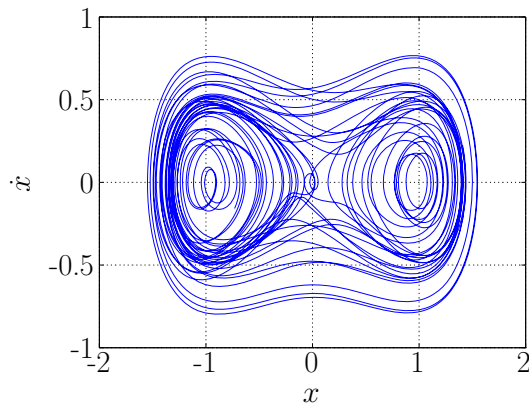
Figura 18 – Espaço de configuração com variação da amplitude de excitação f .



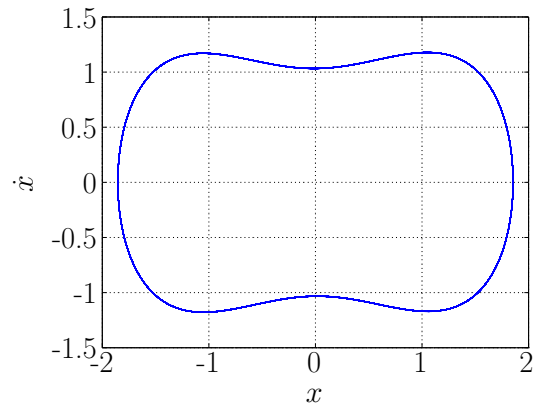
(a) $f = 0.053$



(b) $f = 0.073$



(c) $f = 0.093$

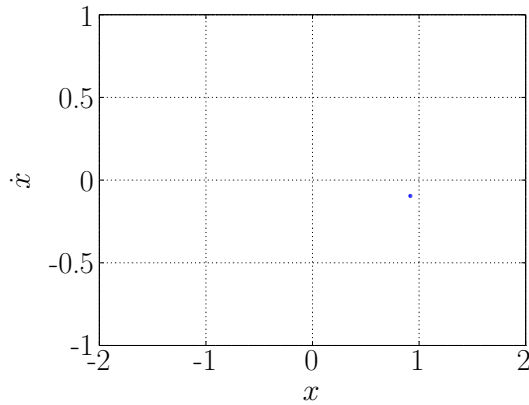


(d) $f = 0.113$

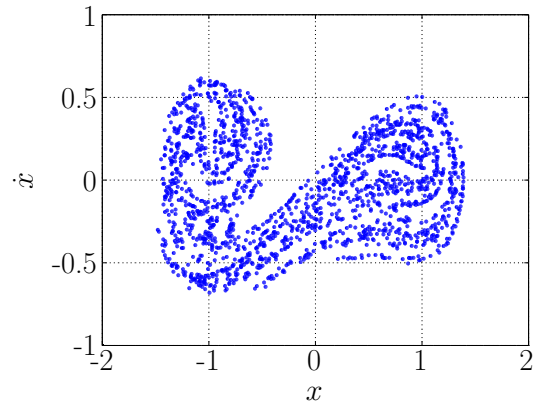
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 19 apresenta o mapa de Poincaré. O número de pontos no mapa de Poincaré da solução de um sistema revela a periodicidade da resposta. Quando os pontos presentes no mapa de Poincaré se repetem, eles são chamados de pontos fixos e a resposta é periódica, quando há um número infinito deles, a resposta pode ser caótica ou quase-periódica. Como pode-se observar há um grande número de pontos quando f está variando entre 0.063 e 0.103 indicando que o sistema está em caos.

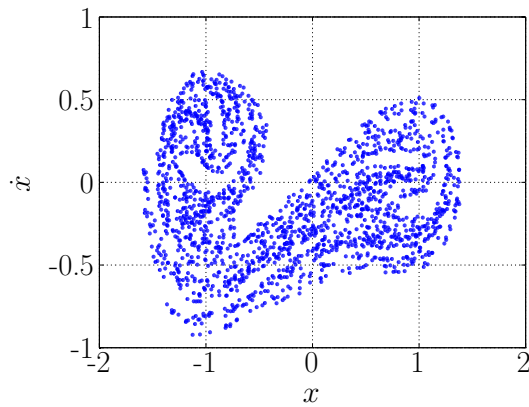
Figura 19 – Mapa de Poincaré com variação da amplitude de excitação f .



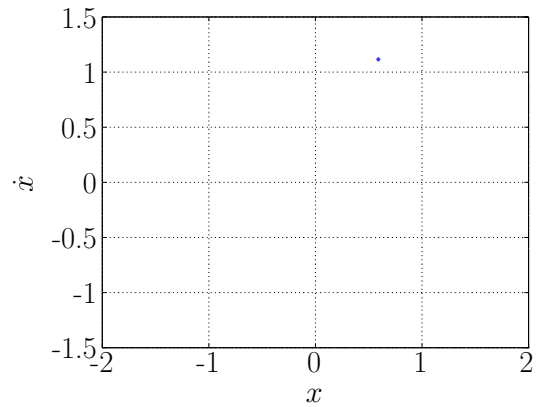
(a) $f = 0.053$



(b) $f = 0.073$



(c) $f = 0.093$

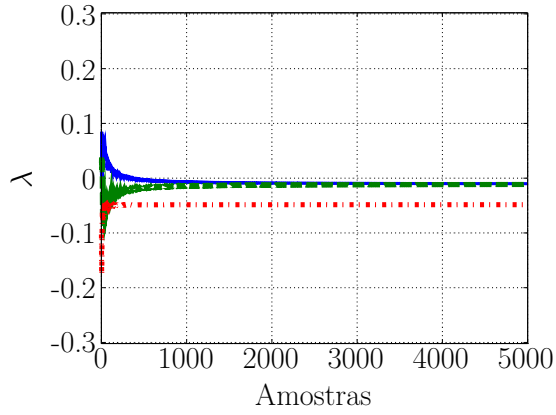
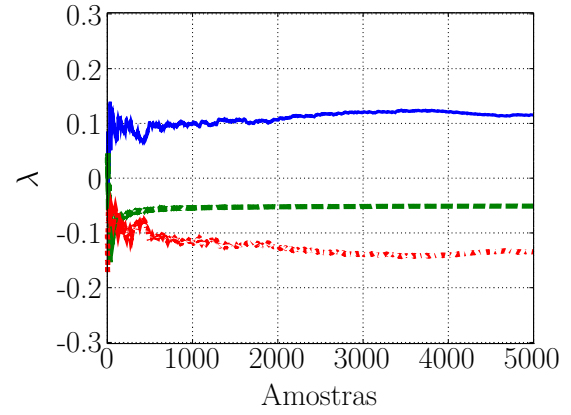
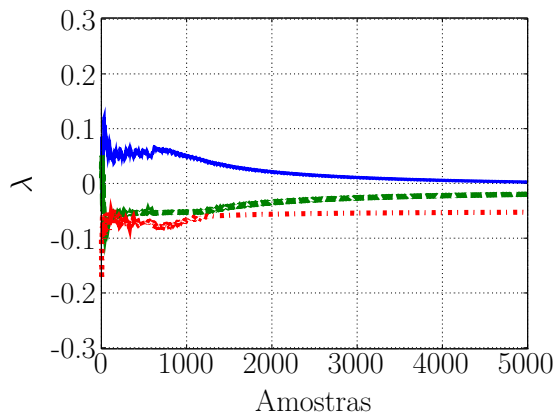
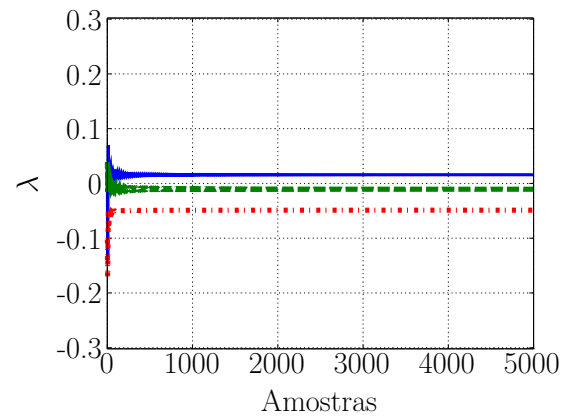


(d) $f = 0.113$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Depois do cálculo dos expoentes de Lyapunov varrendo a amplitude de excitação, f , foram calculados os expoentes de Lyapunov fixando o valor de f e variando o valor de Ω entre 0.7 e 1.0. É possível observar que o dispositivo apresenta um comportamento caótico para valores de Ω entre 0.8 e 1.0 (Figura 20).

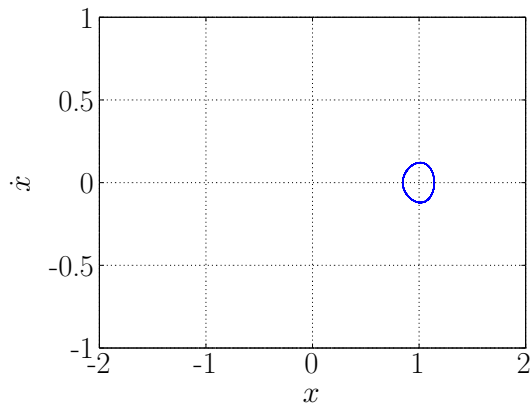
Figura 20 – Expoentes de Lyapunov com variação de Ω
 $(x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, v(0) = 0, f = 0.083$ - — Deslocamento, - - - Velocidade, - - - - Voltagem.

(a) $\Omega = 0.7$ (b) $\Omega = 0.8$ (c) $\Omega = 0.9$ (d) $\Omega = 1.0$

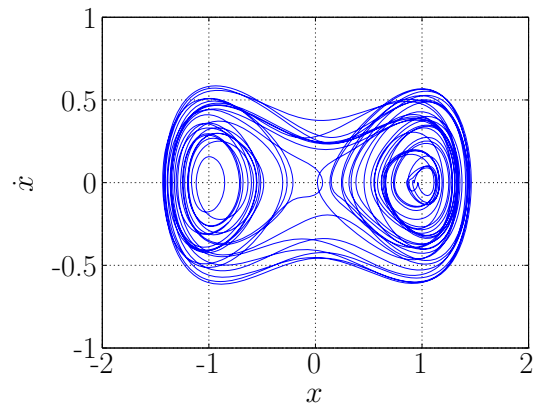
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Após isso, são mostrados os espaços de configurações (Figura 21) e os mapas de Poincaré (Figura 22).

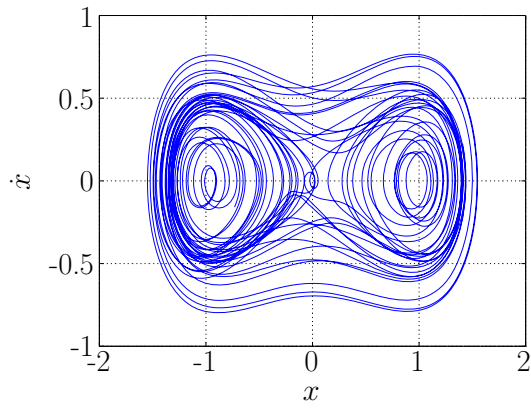
Figura 21 – Espaço de configurações com variação da frequência de excitação Ω .



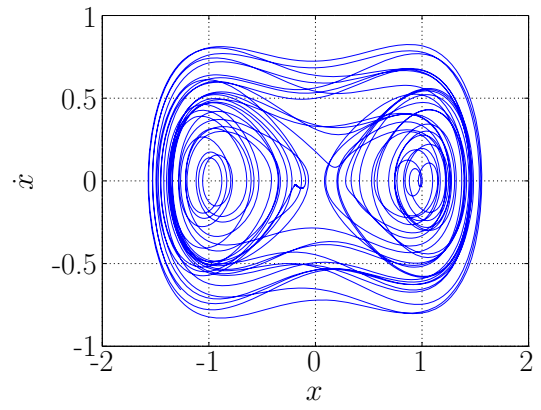
(a) $\Omega = 0.7$



(b) $\Omega = 0.8$



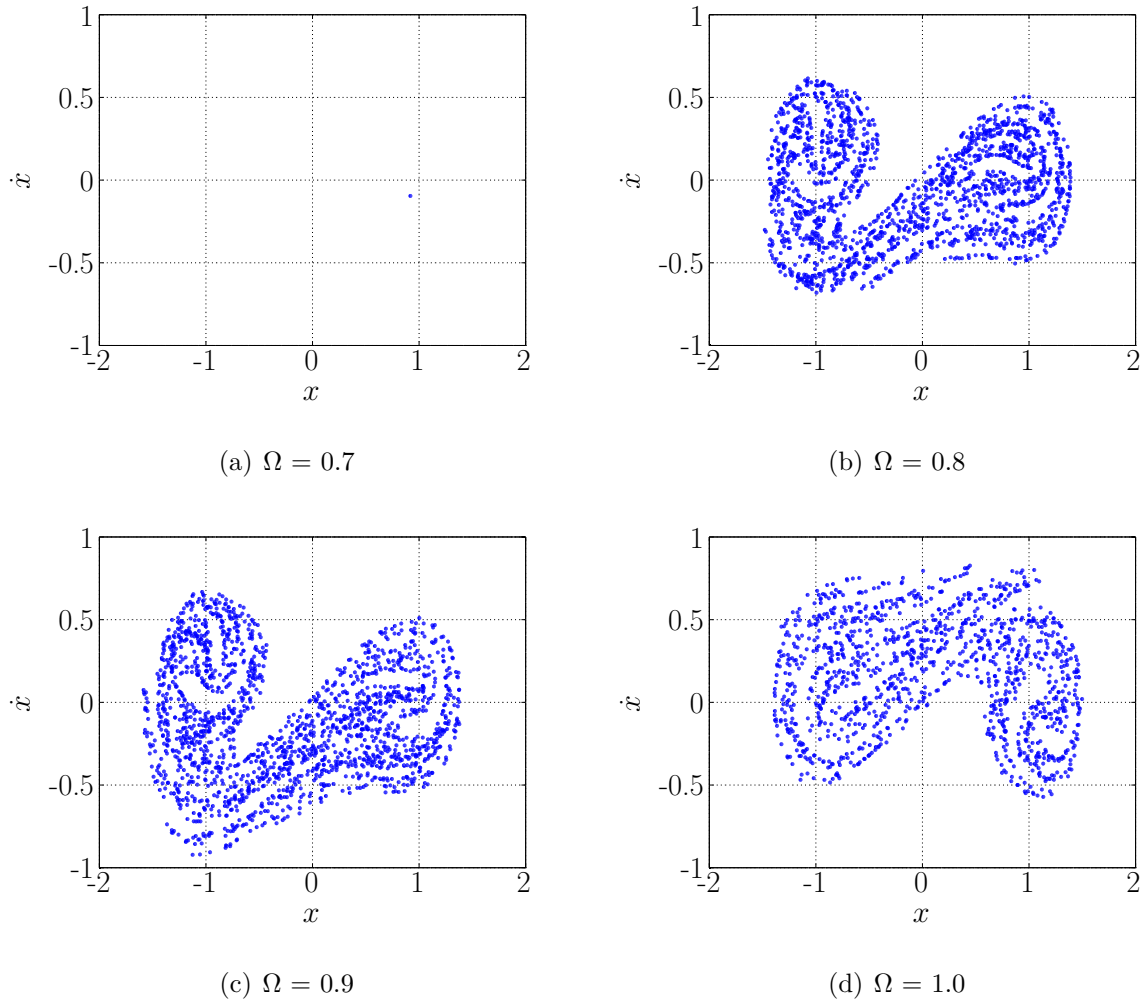
(c) $\Omega = 0.9$



(d) $\Omega = 1.0$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

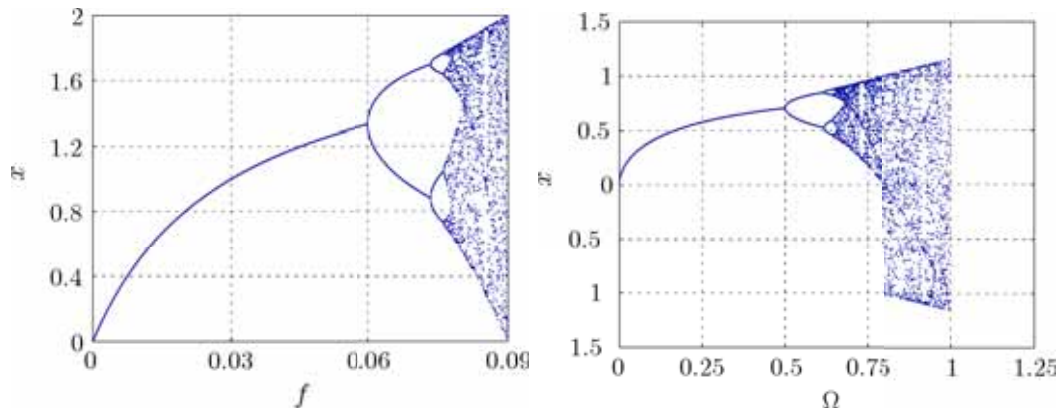
Figura 22 – Mapa de Poincaré com variação da frequência de excitação Ω .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 23 mostra os diagramas de bifurcação do dispositivo não-linear. O eixo vertical contém as coordenadas de deslocamento e o eixo horizontal contém as coordenadas de amplitude e frequência de excitação. Os pontos $f = 0.063$ e $\Omega = 0.7$ estão associados com um ponto de bifurcação, quando a linha se divide em dois, e o sistema passa de periódico para caótico. Esta sequência de bifurcações continua, com uma cascata de duplicação de períodos, culminando no surgimento de caos caracterizado por uma nuvem de pontos no diagrama.

Figura 23 – Diagramas de bifurcação.



(a) Deslocamento×Amplitude de excitação (b) Deslocamento×Frequência de excitação

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

3.6 Considerações finais

O estudo de dispositivos piezelétricos para aproveitamento de energia tem se difundido bastante nas últimas décadas, o que tem proporcionado uma rápida evolução no desenvolvimento desta área. Dispositivos lineares têm recebido maior atenção na literatura, no entanto, pesquisadores utilizam cada vez mais, dispositivos não-lineares para a transdução de banda larga. Este capítulo apresentou uma breve introdução sobre as relações constitutivas da piezeletricidade assim como a apresentação de dois dispositivos mecânicos utilizados para captação de energia.

Os modelos estudados foram abordados na literatura por Erturk e Inman (2008, 2011) e Erturk et al. (2009, 2010) e neste capítulo foram refeitos testes comparativos para osciladores lineares e não-lineares. Em especial, com a análise do gerador mecânico não-linear foi mostrado e comprovado que este apresenta comportamento caótico. No entanto, como pode-se ver na seção de testes, para que este gerador apresente comportamento caótico foi necessária uma faixa muito restrita de valores de amplitude e frequência de excitação, devendo a amplitude de excitação, f , variar entre 0.063 e 0.103 e a frequência de excitação, Ω , entre 0.8 e 1.0.

Portanto, uma implementação prática deste gerador não seria de fácil realização, visto que o ambiente possui várias frequências e para que o dispositivo entre em caos, a faixa de valores de amplitude e frequência de excitação devem ser bem restritas.

Além destas questões, a tensão de saída no gerador que alimenta a carga resistiva é alternada e precisa ser retificada visando uma aplicação de interesse. Isto não foi abordado nos artigos Erturk e Inman (2008, 2011) e Erturk et al. (2009, 2010). Neste sentido,

algumas questões que precisam ser respondidas se referem a:

- As condições de caos se mantêm com o acoplamento de um circuito retificador?
- É possível retificar a tensão produzida pelo PZT no gerador não-linear operando em regime caótico?
- Como se dá a interação dinâmica entre a não-linearidade no elemento elástico do gerador com a não-linearidade do diodo de um retificador?

O próximo capítulo aborda uma discussão neste sentido com alguns resultados buscando responder as questões levantadas anteriormente.

4 Geradores piezelétricos acoplados com circuitos de retificação

A meta deste capítulo é apresentar a utilização de um circuito de retificação acoplado ao dispositivo mecânico não-linear abordado no capítulo anterior. O processo de captação de energia possui duas etapas: a extração de energia e a utilização desta energia gerada para alimentar dispositivos eletrônicos. Assim, descreve-se a utilização de um dispositivo mecânico não-linear caótico para captação de energia, acoplado a um circuito de retificação de meia-onda para transformar a tensão alternada gerada pelo PZT em tensão contínua para possível alimentação de um dispositivo eletrônico.

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura consideram apenas uma carga resistiva acoplada ao oscilador não-linear operando em caos (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011). O intuito deste capítulo é mostrar a interação dinâmica entre o oscilador piezelétrico e o circuito retificador e mostrar a possibilidade de retificar uma voltagem de um dispositivo que apresenta comportamento caótico. Os resultados deste capítulo foram publicados parcialmente em (BASQUEROTTO et al., 2013a).

4.1 Gerador piezelétrico não-linear acoplado com circuito de retificação

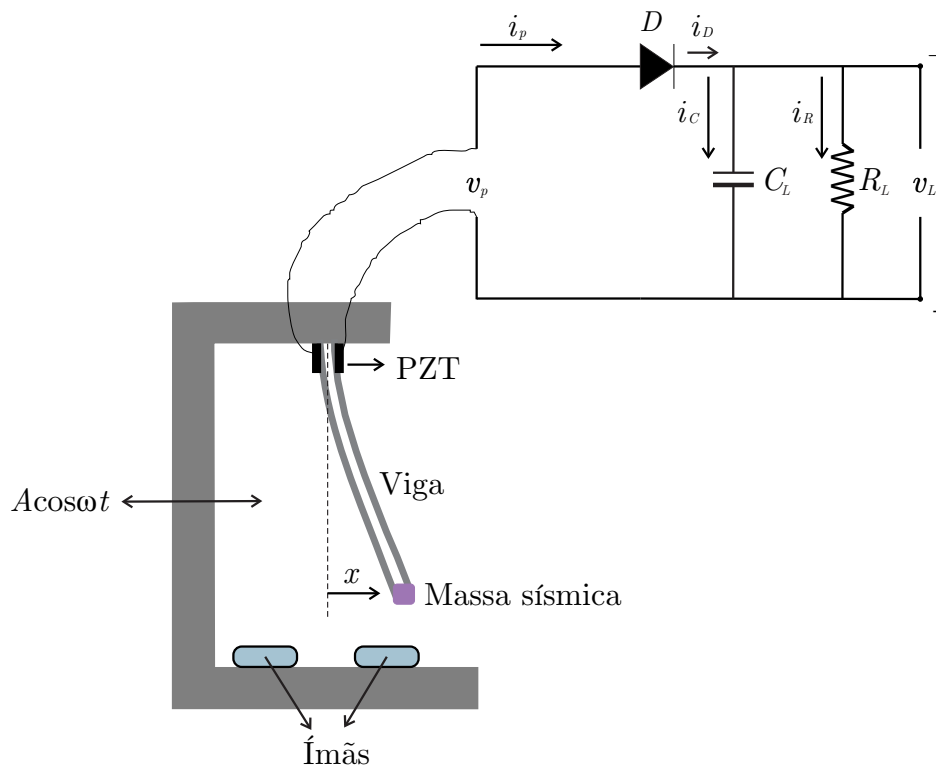
O dispositivo mecânico não-linear abordado nesta parte do trabalho consiste em uma viga de alumínio com dimensão de $145 \times 25 \times 0.26$ mm. Uma força de excitação harmônica dada por $A \cos \omega t$ é aplicada na base. Uma massa sísmica do tipo ferromagnética de 14 g foi colocada na ponta da viga para melhorar a flexibilidade dinâmica permitindo-se assim uma movimentação maior causada pelos ímãs. A configuração utilizada para este trabalho é a biestável, sendo três pontos de equilíbrio com dois estáveis e um estável (ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK et al., 2009; ERTURK et al., 2010; ERTURK; INMANN, 2011).

A metodologia proposta neste trabalho apresenta uma modelagem acoplada do gerador piezelétrico com o circuito de extração de energia, considerando desta forma, a interação entre os dois domínios (Figura 24). De acordo com Rupp et al. (2010), os sistemas são acoplados assumindo-se uma condição de continuidade entre a corrente e tensão elétrica de ambos:

$$v_{circuito} = v_p \quad (37)$$

$$i_{circuito} = i_p \quad (38)$$

Figura 24 – Desenho esquemático do acoplamento entre o gerador piezelétrico e um circuito de retificação de meia onda.

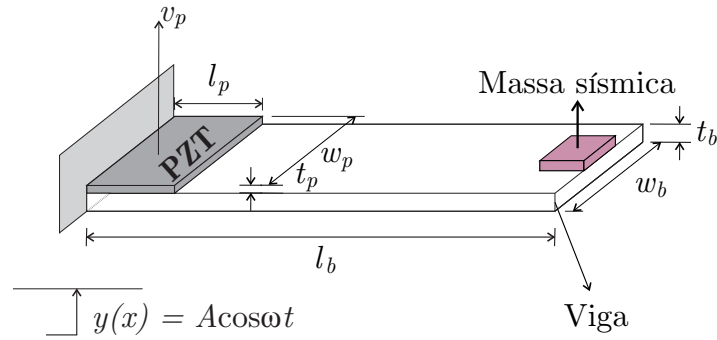


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Portanto, devido a esta interface, a corrente que circula pelo circuito retificador também circula pelo elemento piezelétrico, sendo necessário considerar no modelo a corrente de realimentação dos PZTs.

Com isso, pode-se fazer a modelagem que descreve o acoplamento do dispositivo mecânico com o circuito de retificação. A Figura 25 apresenta o desenho esquemático da viga piezelétrica utilizada, sendo l_b o comprimento da viga, l_p o comprimento do PZT, t_b a espessura da viga e t_p a espessura do PZT. Tanto a largura do PZT quanto a da viga possuem dimensões iguais, sendo representadas respectivamente por w_p e w_b .

Figura 25 – Desenho esquemático da viga piezelétrica utilizada.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Após a polarização do material, um campo elétrico é aplicado com a função de contrair ou expandir o material, podendo ser aplicado em qualquer direção ou superfície do material, resultando em diferentes potenciais de tensão e deformação. Por convenção, assume-se que a direção 3 está alinhada com a direção de polarização obtendo-se assim as seguintes equações:

$$T_{11} = \frac{\mathcal{F}}{A_p} \quad (39)$$

$$T_{11} = c_{11}^E S_1 - d_{31}^T E_3 \quad (40)$$

$$\mathbf{D} = d_{31} S_1 + \epsilon_{33}^s E_3 \quad (41)$$

sendo \mathbf{T} o tensor de tensões em N/m^2 , \mathbf{D} é o vetor de deslocamento elétrico em C/m^2 , S_1 é o tensor de deformação aplicado na direção 1 em m/m , E_3 é o campo elétrico na direção 3 em V/m ($E_3 = v_p/l_p$), A_p a área do PZT em m^2 ($A_p = w_p l_p$) e \mathcal{F} é a força aplicada no PZT. Com isso é possível obter uma relação entre a força \mathcal{F} e a tensão \mathbf{T} no PZT:

$$T_{11} = \frac{\mathcal{F}}{A_p} = c_{11}^E S_1 - e_{31}^T E_3 \Rightarrow T_{11} = \frac{\mathcal{F}}{w_p l_p} = c_{11}^E S_1 - e_{31}^T E_3 \Rightarrow T_{11} = \frac{\mathcal{F}}{w_p l_p} = c_{11}^E S_1 - e_{31}^T \frac{v_p}{l_p} \quad (42)$$

sendo v_p a tensão elétrica no PZT. Pelo fato da deformação ocorrer apenas no sentido 3, sentido no qual a força é aplicada, o tensor na face 1 do material é zero, ou seja, $S_1 = 0$, portanto:

$$\mathcal{F} = \theta v_p \quad (43)$$

onde θ é um termo de acoplamento eletromecânico, que serve como uma relação entre a quantidade de força aplicada no PZT e a tensão elétrica produzida, descrito por:

$$\theta = -e_{31} w_p \quad (44)$$

Sabe-se que \mathbf{D} é o vetor de deslocamento elétrico que corresponde a uma carga, q ,

aplicada em uma área, A_p , descrito por:

$$D_3 = e_{31}S_1 + \epsilon_{33}^s E_3 = \frac{q}{A_p} \quad (45)$$

com isso pode-se obter que:

$$q = C_p v_p \quad (46)$$

onde C_p em F é a capacitância do PZT que serve como uma relação entre as dimensões do PZT e a constante dielétrica para deformação mecânica constante, dado por:

$$C_p = \frac{w_p l_p}{t_p} \epsilon_{33}^s \quad (47)$$

como a configuração utilizada é a configuração *bimorph*, a capacitância é dada por:

$$C_p = 2 \frac{w_p l_p}{t_p} \epsilon_{33}^s \quad (48)$$

Para o cálculo da massa da viga, foi necessário encontrar o valor da massa equivalente da extremidade da viga utilizando o método da equivalência de energia cinética e utilizando um modelo de um grau de liberdade (SDOF - *single degree-of-freedom*) para encontrar o valor da frequência natural. A curva de deflexão estática da viga com uma massa sísmica na ponta é dada por (SRIKANT, 2010):

$$y(x) = \frac{Px^2(3l-x)}{6EI} = \frac{y_{max}(3x^2l-x^3)}{2l^3} \quad (49)$$

sendo x o deslocamento da viga em m, E o módulo de elasticidade da viga em N/m^2 , I o momento de inércia da viga, y_{max} a deflexão máxima da viga e l o comprimento da viga. A energia cinética máxima da viga pode ser dada por:

$$T_{max} = \frac{1}{2} \int \frac{m}{l} \dot{y}(x)^2 dx \quad (50)$$

A eq. 49, em termos de velocidade pode ser escrita como:

$$\dot{y}(x) = \frac{\dot{y}_{max} x^2 (3l-x)}{2l^3} \Rightarrow T_{max} = \frac{m}{2l} \left(\frac{\dot{y}_{max}}{2l^3} \right)^2 \int_0^l (3x^2l-x^3)^2 dx = \frac{1}{2} \left(\frac{33}{140} m \right) \dot{y}_{max}^2 \quad (51)$$

E com isso pode-se obter o valor da massa equivalente da viga:

$$m_{eq} = \frac{33}{140} (m_b + 2m_p) + m_l \quad (52)$$

sendo m_b a massa da viga, m_p a massa do PZT e m_l a massa sísmica utilizada para melhorar a flexibilidade dinâmica permitindo-se assim uma movimentação maior causada pelos ímãs.

Para calcular a rigidez equivalente, é necessário obter o valor dos parâmetros tais como o momento de inércia da viga (I_b), o momento de inércia equivalente que compõe a viga (I_{eq}) e o módulo de elasticidade equivalente (E_{eq}). O momento de inércia da viga é calculado por:

$$I_b = \frac{w_b t_b^3}{12} \quad (53)$$

e o momento de inércia equivalente da viga com o PZT é dado por:

$$I_{eq} = 2\left(\frac{w_b t_b^3}{12} + w_p t_p b^2\right) + \eta I_v \quad \rightarrow \quad b = \frac{t_p}{2} + \frac{t_v}{2} \quad \eta = \frac{c_p^{11}}{c_v^{11}} \quad (54)$$

onde b é a distância entre o centro da viga e o centro do PZT e η é o coeficiente do módulo de Young do PZT e da viga. Com isso a rigidez equivalente da viga pode ser calculada pelo elemento de viga de Euler-Bernoulli (Apêndice A).

Após as definições das equações e de suas propriedades eletromecânicas, o dispositivo mecânico não-linear pode ser descrito (para o caso de 3 pontos de equilíbrio) por:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} - \frac{k}{m}x + \frac{k_{nl}}{m}x^3 - \frac{\theta}{m}v_p = A\cos\omega t \quad (55)$$

$$C_p \dot{v}_p + \theta \dot{x} = -i_p \quad (56)$$

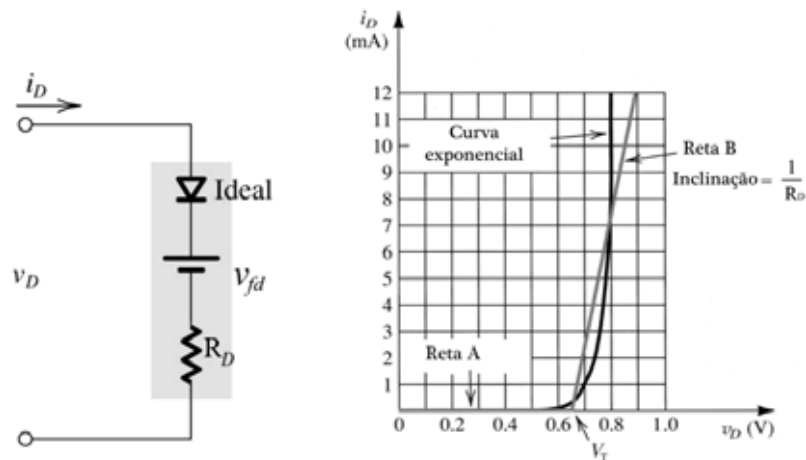
sendo m a massa equivalente da viga, x o deslocamento da viga na direção transversal, c o amortecimento, k a rigidez linear equivalente da viga, k_{nl} é a rigidez equivalente não-linear em função do espaçamento dos ímãs, v_p é a voltagem gerada pelo PZT, A é a amplitude da força de excitação devido à aceleração da base, ω é a frequência de excitação e i_p a corrente que circula no PZT dada por:

$$i_p = i_{eq} - C_p \dot{v}_p \quad (57)$$

sendo i_{eq} a corrente equivalente do circuito (LIANG; LIAO, 2011).

O modelo adotado para representar a característica exponencial da relação tensão-corrente do diodo é o modelo de segmentos de reta. Isto é, assume-se a linearização da curva exponencial (não-linear), como mostra a Figura 26. Nesta aproximação, a inclinação da reta é função de R_D , a resistência equivalente que representa o diodo neste modelo linearizado, e V_T é a tensão limiar do diodo (ou Threshold Voltage, em inglês). Em geral, o valor desta tensão é referido como a queda de tensão sobre o diodo, e por isso, é representado por v_{fd} (do inglês, Forward Voltage Drop).

Figura 26 – Características do modelo linear de um diodo (BOYLESTAD et al., 2010).



(a) Circuito equivalente do diodo. (b) Curva $i - v$ linearizada na região de polarização direta.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Deste modo, de acordo com o modelo linear assumido para o diodo, pode-se escrever sua relação $i - v$ da seguinte forma:

$$i_D = \begin{cases} 0 & \text{se } v_D \leq v_{fd} \\ \frac{v_D - v_{fd}}{R_D} & \text{se } v_D \geq v_{fd} \end{cases} \quad (58)$$

Ou seja, se a tensão v_D sobre o diodo for maior que sua queda de tensão v_{fd} , o diodo conduz corrente. Caso contrário, não há passagem de corrente.

4.2 Circuito retificador de meia onda com filtro capacitivo

O desenvolvimento de circuitos para extração e/ou armazenamento de energia gerada por dispositivos mecânicos utilizando materiais piezelétricos sempre foi uma área de grande interesse por parte de pesquisadores. Embora a maioria dos trabalhos conduzirem a um modelo elétrico simplificado (considerando apenas uma carga resistiva) a utilização de dispositivos piezelétricos para alimentação de equipamentos de baixa-potência exige circuitos de retificação mais elaborados.

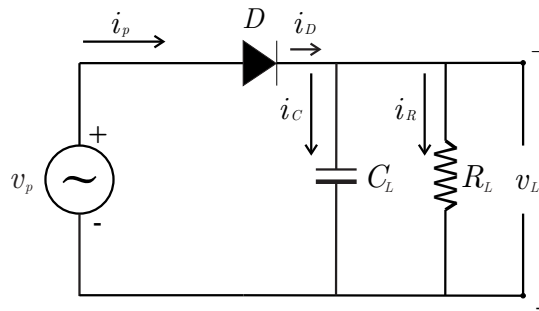
Muitos autores tem desenvolvido trabalhos que mostram os mais variados circuitos para captação de energia, abrangendo desde circuitos controlados (ativos) como não-controlados (passivos). Atualmente, a tendência é trabalhar com circuitos controlados para extração de energia devido ao aumento de eficiência que eles podem proporcionar durante a conversão

do sinal alternado. No entanto, além de exigir um sistema de controle, sua utilização geralmente ocasiona um consumo extra de energia no circuito, reduzindo a quantidade de energia que de fato é extraída/ armazenada. Assim, caso o emprego de circuitos controlados cause um consumo considerável de energia, pode ser mais viável, em algumas ocasiões, utilizar circuitos retificadores não-controlados.

O circuito que retifica a tensão alternada, v_p , produzida pelo PZT é apresentado na Figura 27. É utilizado um filtro capacitivo que tem a finalidade de reduzir variações de tensão e corrente de altas frequências. Basicamente, os filtros capacitivos usados em fontes servem para eliminar uma Tensão DC Pulsativa e transformá-la em uma DC (corrente contínua) que varia menos. É possível ver que i_C é a corrente que circula pelo capacitor C_L , i_R a corrente que circula pelo resistor R_L e a corrente que circula no diodo, i_D , pode ser definida pela lei de Kirchoff:

$$i_D = i_C + i_R \quad (59)$$

Figura 27 – Retificador de meia onda com filtro capacitivo e carga resistiva.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

No ciclo de retificação, no momento em que o capacitor está descarregando, não há passagem de corrente pelo diodo, $|v_p| < v_D + v_L$, isto é, i é igual a zero e a tensão sobre o capacitor, v_L , decai enquanto o capacitor alimenta a carga resistiva de acordo com:

$$C_L \dot{v}_L + \frac{v_L}{R_L} = 0 \quad (60)$$

Quando $|v_p| > v_D + v_L$, a corrente que circula pelo diodo é definida por:

$$i_D = i_c + i_R = C_L \dot{v}_L + \frac{v_L}{R_L} \Rightarrow i = \frac{v_p - v_D - v_L}{R_D} \quad (61)$$

sendo R_D a resistência interna do diodo.

4.3 Análise do gerador piezelétrico acoplado com o retificador de meia-onda.

Esta seção apresenta os resultados obtidos pelos testes numéricos desenvolvidos considerando o dispositivo mecânico acoplado com o circuito de retificação de meia onda. Para a resolução de equações diferenciais ordinárias foi utilizado o método de Runge-Kutta com passo variável. Os valores usados para os parâmetros da captação de energia não-linear podem ser vistos na Tabela 2 baseando-se no trabalho de Erturk e Inman (2008,2011) e Erturk et al. (2009,2010), sendo que estes tratavam o oscilador mecânico acoplado apenas a uma resistência elétrica.

Tabela 2 – Parâmetros usados na simulação.

Parâmetro	Nomenclatura	Valor	Unidade
Massa equivalente	m	0.0155	kg
Comprimento da viga	l_b	145	mm
Largura da viga	w_b	25	mm
Espessura da viga	t_b	0.26	mm
Amortecimento	c	0.0041	Ns/m
Rigidez linear	k	2.72	N/m
Rigidez não-linear	k_{nl}	3.0	N/m ³
Acoplamento piezelétrico	θ	0.38	N/V
Resistência	R_L	10	k Ω
Frequência	ω	50.26	rad/s
Capacitância	C_p	1.258×10^{-11}	F

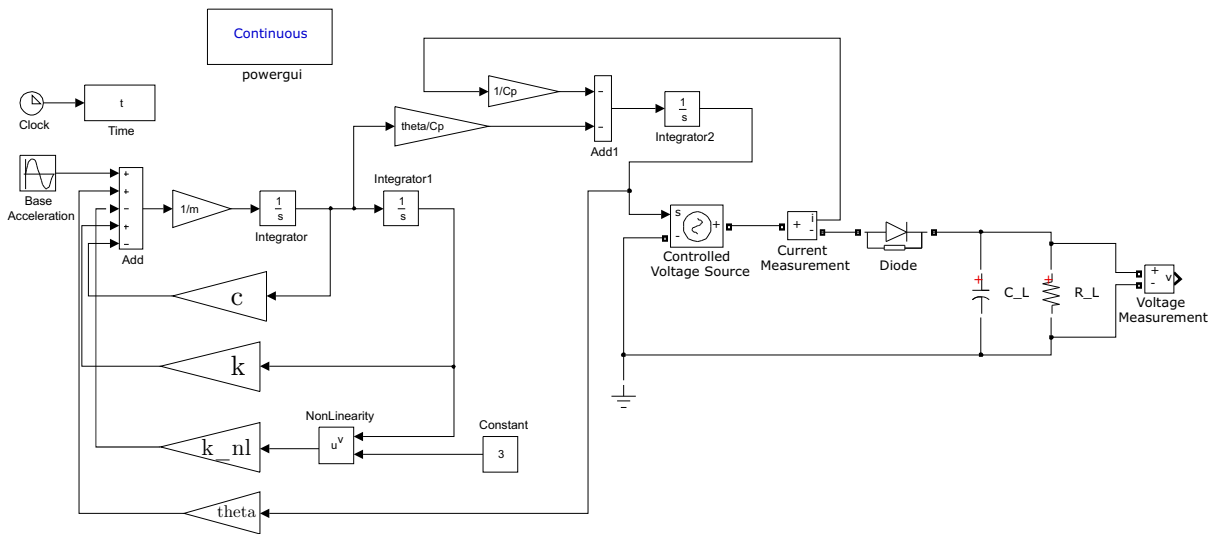
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

É de interesse encontrar as matrizes que caracterizam a equação do movimento (eqs. 60 e 56) para que se possa obter a realização no espaço de estados deste sistema. No entanto, a modelagem conjunta do gerador piezelétrico acoplado ao circuito foi feita utilizando o *Simulink* (BOZIN, 1998).

Para a modelagem do circuito retificador utilizou-se o *toolbox Simulink/ SimPowerSystems* onde foram encontrados todos os elementos essenciais para a modelagem deste (BOZIN, 1998). Para isso foi necessário apenas conectar os elementos que compõe o circuito e definir seus parâmetros característicos. O diodo é um componente não-linear e foi modelado utilizando-se a abordagem experimental exposta por Motter et al. (2012), assim como o valor da resistência, R_L , onde os autores mostram que quanto maior for o valor da resistência a tensão de ondulação é mais baixa e a tensão de carga é maior. A queda de tensão, v_{fd} , é igual 0.025 V e a resistência interna do diodo, R_D , 0.08 Ω . Após a inserção

de todos os componentes necessários para a modelagem do circuito retificador é necessário conectar os dois sistemas no mesmo ambiente computacional. Para isto o dispositivo mecânico foi modelado na forma de diagrama de blocos como mostrado na Figura (28). É importante ressaltar a adição do bloco *Controlled Voltage Source*, que representa uma fonte de tensão controlada e possibilita, desta maneira, considerar a realimentação de corrente nos PZTs. Os valores utilizados, onde consegue-se obter eficiência máxima de retificação nos parâmetros do circuito, podem ser vistos na Tabela 3.

Figura 28 – Implementação do modelo unificado de um gerador piezelétrico conectado a um circuito retificador de meia onda com filtro capacitivo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

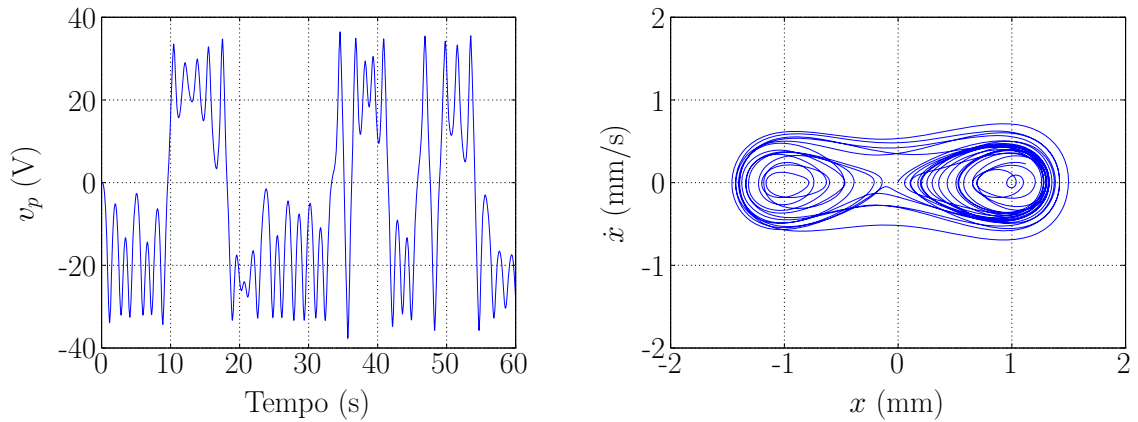
Tabela 3 – Parâmetros usados na simulação para o circuito retificador.

Relação Constitutiva	Nomenclatura	Valor	Unidade
Resistência da carga	R_L	10	$k\Omega$
Capacitância do capacitor	C_L	0.3	F
Resistência do diodo	R_D	250	Ω

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A tensão elétrica gerada pelo PZT pode ser observada na Figura 29 podendo-se notar um comportamento caótico aparentemente. A Figura 29b mostra o espaço de configurações para a velocidade versus deslocamento.

Figura 29 – Voltagem gerada pelo PZT no domínio do tempo para o gerador piezelétrico não-linear ($A = 0.5$ g e $\omega = 50.26$ rad/s, $R_L 10$ k Ω).



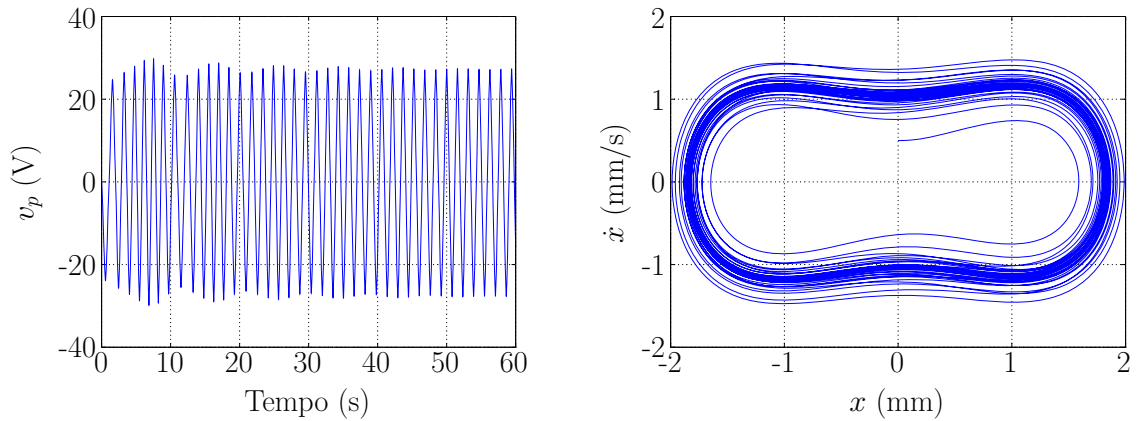
(a) Voltagem gerada pelo PZT.

(b) Espaço de configurações.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Se a amplitude de excitação, A , for aumentada a 0.8 g (para $\omega = 50.26$ rad/s), pode-se notar que há mudança na resposta do sistema. Através disto, pode-se notar que o dispositivo apresenta sensibilidade às condições iniciais.

Figura 30 – Voltagem gerada pelo PZT no domínio do tempo para o dispositivo não-linear ($A = 0.5$ g e $\omega = 50.26$ rad/s).



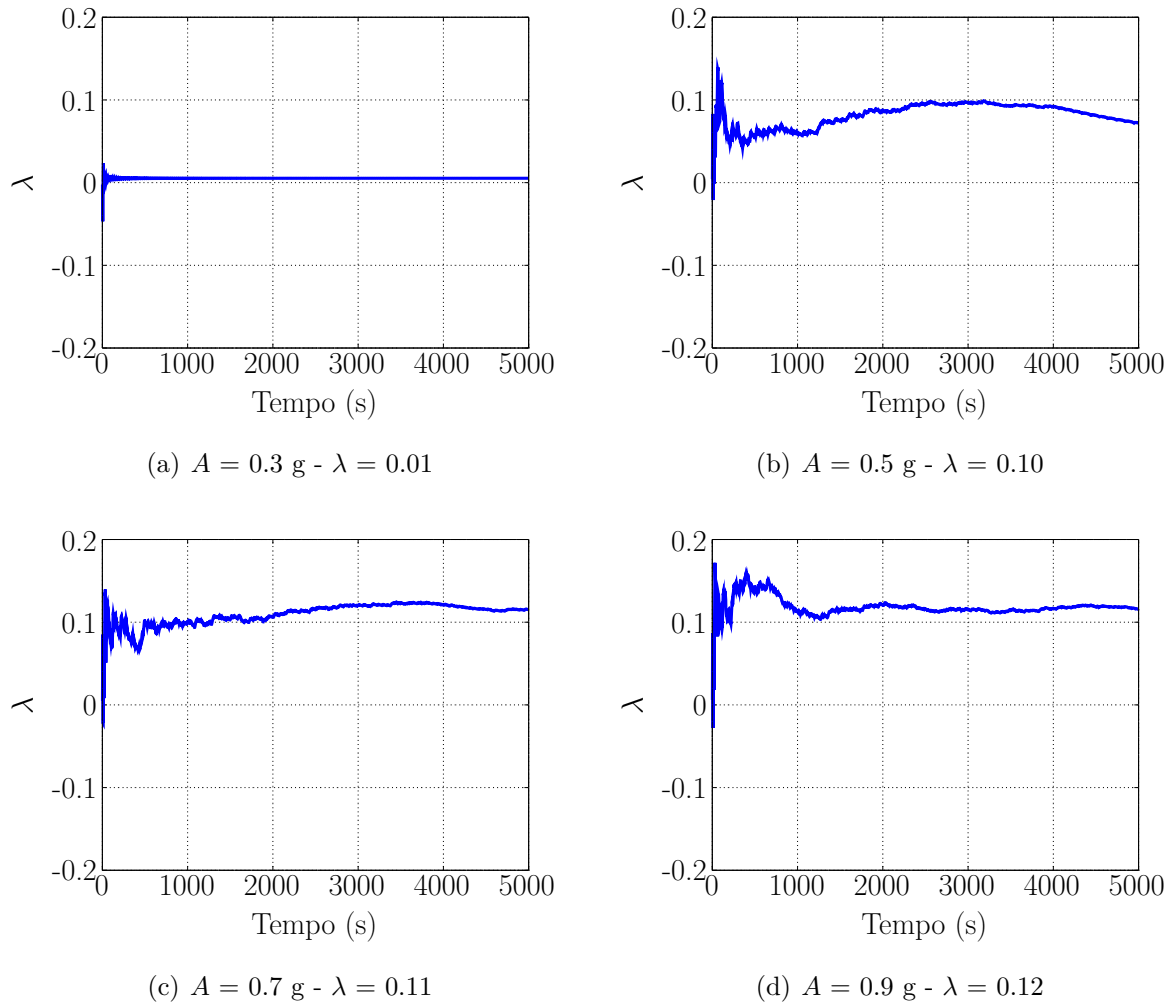
(a) Voltagem gerada pelo PZT.

(b) Espaço de configurações.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Na Figura 31 são apresentados os expoentes de Lyapunov calculados para séries temporais pelo método de (WOLF et al., 1985). É possível notar que mesmo o dispositivo mecânico acoplado ao circuito de retificação, continua existindo comportamento caótico para valores de A entre 0.3 e 1.0 g.

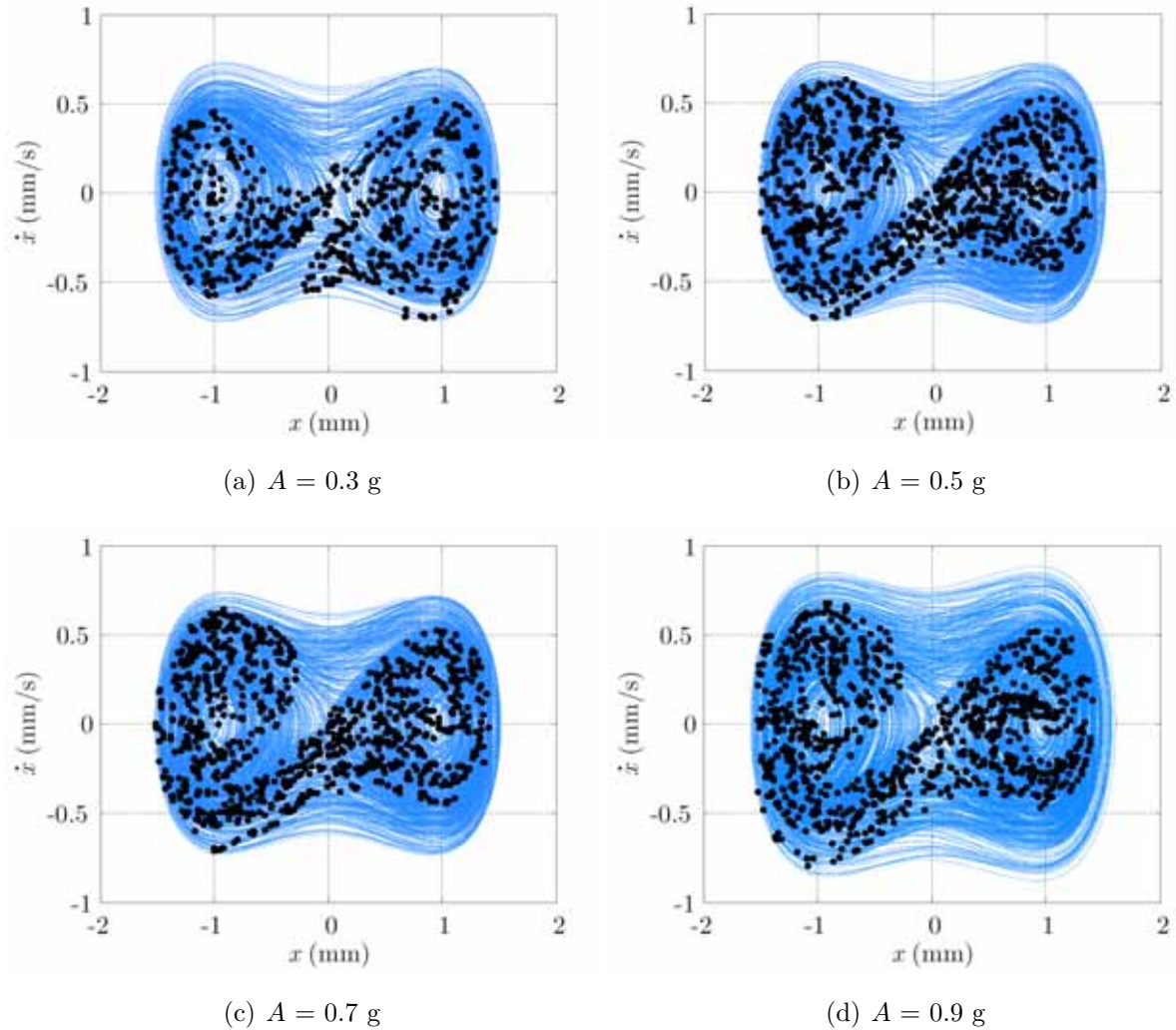
Figura 31 – Maior expoente de Lyapunov para séries temporais considerando variação da amplitude de excitação A ($\omega = 50.26$ rad/s).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 32 mostra o espaço de configurações com o mapa de Poincaré do gerador piezelétrico não-linear. O número de pontos no mapa de Poincaré da solução de um sistema revela a periodicidade da resposta. Quando os pontos presentes no mapa de Poincaré se repetem no mesmo local, eles são chamados de pontos fixos e o comportamento do sistema é periódico. Quando há um número infinito deles, a resposta pode ser caótica ou quase-periódica. Como pode-se observar há um grande número de pontos quando A está variando entre 0.3 e 1.0 g indicando que o sistema realmente continua em caos, mesmo acoplado com o retificador de meia-onda.

Figura 32 – Espaço de configurações com os mapas de Poincaré.

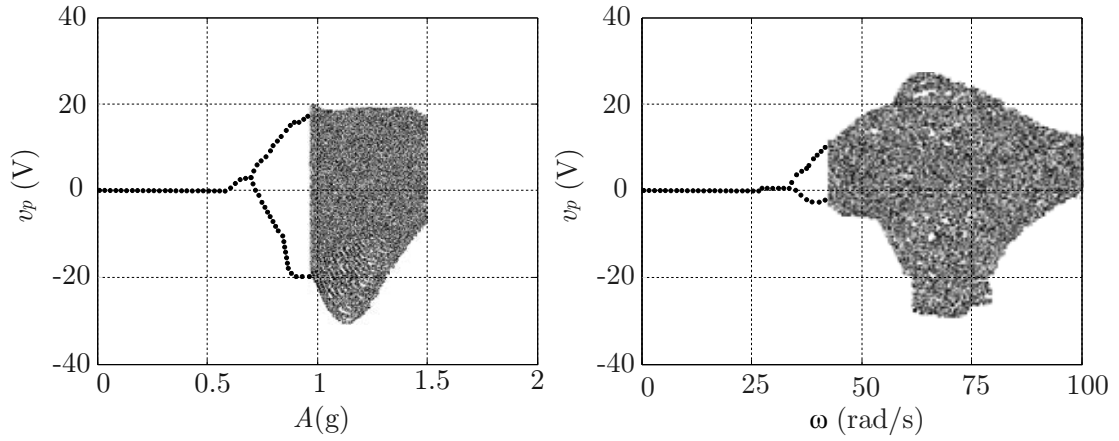


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O próximo passo realizado foi a análise comparativa da dinâmica do sistema mecânico primeiramente sem acoplamento com o circuito de retificação e depois com o acoplamento. Na Figura 33 são apresentados os diagramas de bifurcação com variação da amplitude, A , e frequência, ω , de excitação. Os pontos $A = 0.3 \text{ g}$ e $\omega = 50.26 \text{ rad/s}$ estão associados com um ponto de bifurcação onde há a divisão de linhas deixando de ter apenas um ponto fixo e estável. Esta sequência de bifurcações continua, com uma cascata de períodos de duplicação, culminando com o surgimento de caos, caracterizada por uma nuvem de pontos no diagrama.

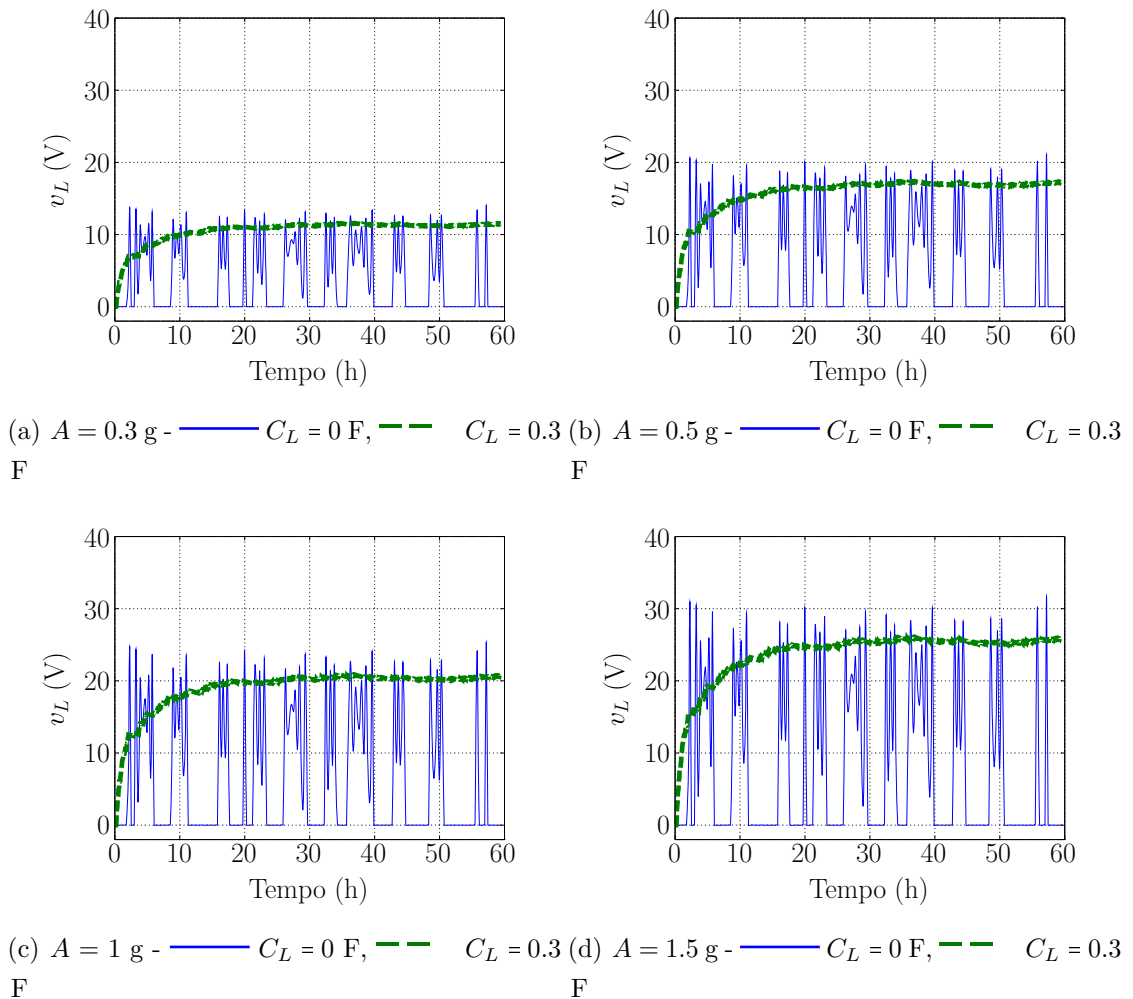
Por fim foi feita a análise da voltagem retificada (Figura 34). Os testes são feitos para uma frequência de excitação de $\omega = 50.26 \text{ rad/s}$ com um valor de resistência de $R_L = 10 \text{ k}\Omega$.

Figura 33 – Diagrama de bifurcação.

(a) Variando a amplitude de excitação A . (b) Variando a frequência de excitação ω .

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 34 – Voltagem retificada para valores vários valores de amplitude.

(a) $A = 0.3$ g - $C_L = 0$ F, $C_L = 0.3$ F (b) $A = 0.5$ g - $C_L = 0$ F, $C_L = 0.3$ F(c) $A = 1$ g - $C_L = 0$ F, $C_L = 0.3$ F (d) $A = 1.5$ g - $C_L = 0$ F, $C_L = 0.3$ F

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os testes realizados consideraram a utilização do circuito apenas com resistência e depois com um super capacitor de 0.3 F (por possuir taxas muito altas de carga e descarga, importante para utilização na área de captação de energia). Pode-se notar que há a possibilidade de transformar uma voltagem caótica em voltagem contínua (há uma perda de valor de pico da voltagem gerada pelo PZT devido a queda de tensão dada pelo resistor). Pode-se ver também que para valores de amplitude fora de condições de caos, $A = 1.5$ g, o valor de pico da voltagem e da voltagem retificada é apenas um pouco maior do que quando o dispositivo está em caos. Sendo assim, quando o dispositivo está em caos consegue-se extrair mais energia. No entanto, a faixa que o dispositivo apresenta comportamento caótico ainda é muito restrita, sendo de difícil aplicação.

4.4 Considerações finais

Este capítulo apresentou e analisou a interação dinâmica de um gerador piezelétrico não-linear operando em regime caótico acoplado com um circuito de retificação de meia onda. A necessidade de se utilizar um circuito conversor CA/CC, bem como a possibilidade de maximizar a potência extraída utilizando-se técnicas para aumentar a eficiência de tais circuitos, mostra o motivo da grande importância de se trabalhar este tema. Sendo assim, apesar de muitos trabalhos conduzirem a um modelo elétrico simplificado (considerando apenas uma carga resistiva externa), utilizar dispositivos piezelétricos para alimentação de equipamentos de baixa-potência exige circuitos um pouco mais elaborados.

Os resultados mostram ser possível o acoplamento e utilização de um dispositivo não-linear que opera em caos com um circuito de retificação. Mesmo estando acoplado, as condições de caos se mantêm as mesmas. Fica claro que o sistema opera em caos, por ser sensível às condições iniciais, e é possível perceber também que com o acoplamento de um circuito de retificação, consegue-se extrair mais energia. No entanto, as condições para que o dispositivo entre em caos são muito específicas o que torna muito difícil para uma aplicação prática deste modelo além de demorar muito para retificar devido o tempo de carga do supercapacitor.

5 Considerações finais

Neste capítulo são feitas as conclusões gerais obtidas com desenvolvimento desta dissertação de mestrado. Além disso, também são apresentadas propostas e sugestões para trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

O trabalho mostrou que geradores piezelétricos com elementos não-lineares de rigidez¹ podem produzir muito mais energia do que geradores operando em regimes periódicos de vibração, conforme já constatado em diferentes artigos publicados na literatura. Além disto, dependendo das condições, o gerador não-linear pode operar em regime caótico. No entanto, as condições para se atingir o caos são bem restritas e podem ser difíceis de serem obtidas em ambiente prático, devido a natureza da excitação e incertezas presentes.

Outro ponto de destaque foi acoplar o gerador não-linear operando em caos a um circuito de retificação de meia onda para verificar se as mesmas condições e tipo de comportamento caótico eram observadas. Com os resultados alcançados conseguiu-se verificar que o caos se mantém, mesmo com o circuito de retificação conectado.

No entanto, para a possível retificação da voltagem gerada pelo PZT se fez necessário o uso de um supercapacitor e como pode ser visto, o tempo de retificação do mesmo demora muito quando comparado a capacitores convencionais. Além de a tensão variar com a energia armazenada. Para armazenar efetivamente e recuperar energia é necessário controle eletrônico sofisticado, que porém resulta em perda de energia.

5.2 Trabalhos futuros

A partir deste trabalho pode-se sugerir futuros estudos considerando:

- Implementar e avaliar a interação dinâmica do gerador piezelétrico não-linear ope-

¹No caso do utilizado nesta dissertação causados por efeito magnético obtendo um sistema bi-estável.

rando em caos com outros tipos de circuitos retificadores, passivos, como o de onda completa, ou ativos, como os SSHI², ESSH³ e DSSH⁴;

- Avaliar experimentalmente em uma bancada de testes quais as limitações e dificuldades em se obter as condições ideais para este gerador piezelétrico operar em caos. Deve-se tentar comprovar nestes testes se os resultados obtidos numericamente na presente dissertação são facilmente obtidos em ambiente real;
- Avaliar e quantificar como incertezas paramétricas e dinâmicas podem influenciar a operação e condições de funcionamento ótimo do gerador com o circuito de retificação, uma vez de inúmeras imprecisões presentes em componentes e geradores reais;
- Testar e projetar um gerador piezelétrico não-linear acoplado com retificador considerando uma fonte de vibração real de operação como, um motor, bomba, etc. buscando verificar as dificuldades e limitações práticas de se garantir as condições ótimas de carga, excitação, nível e possibilidade de extração de energia.

²Synchronized Switch Harvesting on Inductor

³Enhanced Synchronized Switch Harvesting

⁴Double Synchronized Switch Harvesting

Referências

- ANTON, S. R.; SODANO, H. A. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003 - 2006). **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 16, n. 3, p. R1, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=3/a=R01>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- BASQUEROTTO, C. H. C. C.; CHAVARETTE, F. R.; SILVA, S. Chaotic vibration energy harvesting considering rectifier circuits coupled. In: **IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 34 (CILAMCE 2013)**. Pirenópolis: [s.n.], 2013.
- BASQUEROTTO, C. H. C. C.; CHAVARETTE, F. R.; SILVA, S. da. Exploiting nonlinearities and chaos to enhance energy harvesting system using piezoelectric devices. In: **INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 22, (COBEM)**. [S.l.: s.n.], 2013. Ribeirão Preto - SP, p. 449–457.
- BATHE, K. **Finite element procedures**. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2006. 1037 p.
- BOYLESTAD, R.; VIEIRA, D.; RITTER, J. **Introdução a análise de circuitos**. São Paulo: Pearson Brasil, 2010. 976 p.
- BOZIN, A. Electrical power systems modeling and simulation using simulink. **The use of Systems Analysis and Modelling Tools: Experiences and Applications (Ref. No. 1998/413), IEE Colloquium on**, New York, p. 10, 1998. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=673825tag=1>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- CAMARA, F. H. O.; PEREIRA, J. A.; TURRA, A. E. Estrutura piezelétrica multifrequencia para aplicação em vibrações de banda estreita. In: **CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES , DINCON. Anais**. [S.l.: s.n.], 2013. Fortaleza - CE.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. Oxford: Oxford University Press, 1995. 662 p.
- CHEN, Y.-Y. et al. Study of a piezoelectric switching circuit for energy harvesting with bistable broadband technique by work-cycle analysis. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 24, n. 2, p. 180–193, 2013. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/early/2012/09/24/1045389X12460339.abstract>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- CLEMENTINO, M.; REGINATTO, R.; SILVA, S. da. Modeling of piezoelectric energy harvesting considering the dependence of the rectifier circuit. **Journal of the Brazilian**

Society of Mechanical Sciences and Engineering, Heidelberg, v. 36, n. 2, p. 283–292, 2014.

COTTONE, F.; VOCCA, H.; GAMMAITONI, L. Nonlinear energy harvesting. **Physical Review Letter**, College Park, v. 102, p. 080601, 2009. Disponível em: <<http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.102.080601>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

DAQAQ, M. et al. On the role of nonlinearities in vibratory energy harvesting: a critical review and discussion. **Applied Mechanics Reviews**, New York, v. 66, n. 4, p. 23, 2013. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1793759>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

DO, X.-D. et al. A rectifier for piezoelectric energy harvesting system with series synchronized switch harvesting inductor. In: **Solid-State Circuits Conference (A-SSCC), 2013 IEEE Asian**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 269–272.

ELVIN, N. G. Equivalent electrical circuits for advanced energy harvesting. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, p. 1045389X14521878, 2014. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/early/2014/02/10/1045389X14521878.abstract>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

ERTURK; INMANN. **Piezoelectric energy harvesting**. Chichester: John Wiley and Sons, 2011. 412 p.

ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D. J. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. **Applied Physics Letters**, College Park, v. 94, n. 25, p. 4, 2009. Disponível em: <<http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/94/25/10.1063/1.3159815>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

ERTURK, A.; INMAN, D. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable duffing oscillator with electromechanical coupling. **Journal of Sound and Vibration**, Bristol, v. 330, n. 10, p. 2339 – 2353, 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10007807>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters. **Smart Materials and Structures**, v. 17, n. 6, p. 065016, 2008. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/17/6/065016>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

ERTURK, A. et al. On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems. **Applied Physics Letters**, College Park, v. 96, n. 18, p. 184103–1–184103–3, 2010. Disponível em: <<http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/96/18/10.1063/1.3427405>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

FIEDLER-FERRARA, N.; PRADO, C. **Caos: uma introdução**. São Paulo: Edgard Blucher, 2011.

GALASSI, C. **Piezoelectric materials: advances in science, technology, and applications**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2000. (3: NATO science series).

GANDHI, V.; THOMPSON, B. **Smart materials and structures**. New York: Springer, 1992. 309 p.

GREBOGI, C.; YORKE, J. **The impact of chaos on science and society**. New York: United Nations University Press, 1997. 401 p.

GUYOMAR, D. et al. Toward energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing. **Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 52, n. 4, p. 584–595, 2005. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=1428041>. Acesso em: 21 Out. 2014.

HEYWANG, W.; LUBITZ, K.; WERSING, W. **Piezoelectricity**: evolution and future of a technology. Heidelberg: Springer, 2008. 582 p.

KANG, Z. **Functional and smart materials**: structural evolution and structure analysis. New York: Springer US, 2013. 514 p.

KARAMI, M. A.; INMAN, D. J. Equivalent damping and frequency change for linear and nonlinear hybrid vibrational energy harvesting systems. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 330, n. 23, p. 5583 – 5597, 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X11005190>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

KHALIGH, A.; ONAR, O. **Energy Harvesting**: solar, wind, and ocean energy conversion systems. New York: Taylor and Francis Group, 2010. (Energy, Power Electronics, and Machines Series).

LAGOIN, T. et al. Study and evaluation of energy harvesting for a piezoelectric beam-like structure. In: **INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 21, (COBEM)**. [S.l.: s.n.], 2011. Natal - RN.

LALLART, M.; GUYOMAR, D. An optimized self-powered switching circuit for non-linear energy harvesting with low voltage output. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 17, n. 3, p. 035030, 2008. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/17/3-/035030/>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

LEFEUVRE, E. et al. Energy harvesting using piezoelectric materials: case of random vibrations. **Journal of Electroceramics**, Springer, New York, v. 19, n. 4, p. 349–355, 2007. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/s10832-007-9051-4>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

LEO, D. **Engineering analysis of smart material systems**. Hoboken: Wiley, 2007. 553 p. (Wiley InterScience).

LIANG, J.; LIAO, W.-H. Energy flow in piezoelectric energy harvesting systems. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 20, n. 1, p. 015005, 2011. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/20/1/015005>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

LIU, W. Q. et al. Wideband energy harvesting using a combination of an optimized synchronous electric charge extraction circuit and a bistable harvester. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 22, n. 12, p. 125038, 2013. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/22/12/125038>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

LIU, W. Q.; BADEL, A.; FORMOSA, Z. Novel piezoelectric bistable oscillator architecture for wideband vibration energy harvesting. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 22, n. 3, p. 035013, 2013. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/22/3/035013>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

MARQUI, C. de; ERTURK, A. Airfoil-based linear and nonlinear electroaeroelastic energy harvesting. In: . New York: Springer New York, 2013. p. 269–294.

MARQUI, C. de; ERTURK, A.; INMAN, D. J. An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 327, n. 12, p. 9 – 25, 2009. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X09004520>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

MITCHESON, P. et al. Mems electrostatic micropower generator for low frequency operation. **Sensors and Actuators A: Physical**, v. 115, n. 23, p. 523 – 529, 2004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

MONTEIRO, L. **Sistemas dinâmicos**. [S.l.]: Livraria da Física, 2006. 625 p.

MOON, F. **Chaotic vibrations: an introduction for applied scientists and engineers**. New York: Wiley, 1987. (A Wiley-Interscience publication).

MOTTER, D. et al. Vibration energy harvesting using piezoelectric transducer and non-controlled rectifiers circuits. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Heidelberg, v. 34, p. 378 – 385, 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1678-58782012000500006script=sci_arttexttlng=pt>. Acesso em: 21 Out. 2014.

NAIK, S. et al. **Energy harvesting with coupled magnetostrictive resonators**. 2014. 90570W-90570W-11 p.

RAMADASS, Y.; CHANDRAKASAN, A. An efficient piezoelectric energy-harvesting interface circuit using a bias-flip rectifier and shared inductor. **Solid-State Circuits Conference - Digest of Technical Papers, 2009. ISSCC 2009. IEEE International**, New York, v. 45, n. 1, p. 296–297,297a, 2009. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5357551>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

RAMLAN, R. et al. Potential benefits of a non-linear stiffness in an energy harvesting device. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 59, n. 4, p. 545–558, 2010. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11071-009-9561-5page-1>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

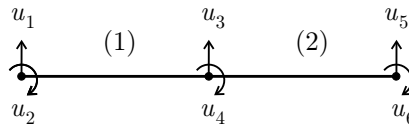
ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K. A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 13, n. 5, p. 1131, 2004. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0964-1726/13/5/018>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

- ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K.; RABAEY, J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. **Computer Communications**, Amsterdam, v. 26, n. 11, p. 1131 – 1144, 2003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366402002487>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- RUPP, C. J.; DUNN, M. L.; MAUTE, K. Analysis of piezoelectric energy harvesting systems with non-linear circuits using the harmonic balance method. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 21, n. 14, p. 1383–1396, 2010. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/21/14/1383.short>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- SAVI, M. **Dinâmica não-linear e caos**. Rio de Janeiro: E-Papers, 2006. 306 p.
- SHU, Y. C.; LIEN, I. C. Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 15, n. 6, p. 1499, 2006.
- SILVA, L. L. et al. On the non-linear behavior of vibration-based energy harvesters. **Anais 22nd International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2013)**, Ribeirão Preto - SP, p. 9805–9811, 2013.
- SRIKANT, B. **Mechanical vibrations: theory and practice**. New Delhi: Dorling Kindersley, 2010. 359 p.
- STANTON, S. C.; MCGEHEE, C. C.; MANN, B. P. Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, Amsterdam, v. 239, n. 10, p. 640 – 653, 2010. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167278910000394>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- SU, W.-J.; ZU, J.; ZHU, Y. Design and development of a broadband magnet-induced dual-cantilever piezoelectric energy harvester. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 25, n. 4, p. 430–442, 2014. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/early/2013/07/25/1045389X13498315.abstract>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- TANG, L.; YANG, Y.; SOH, C. K. Toward broadband vibration-based energy harvesting. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 21, n. 18, p. 1867–1897, 2010. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/21/18/1867.short>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- VIANA, R. L. **Introdução a dinâmica não linear e caos**. Curitiba: UFPR/ Departamento de Física, 2011.
- WILLIAMS, C.; YATES, R. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. **Sensors and Actuators A: Physical**, Lausanne, v. 52, n. 13, p. 8 – 11, 1996. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/092442479680118X>>. Acesso em: 21 Out. 2014.
- WOLF, A. et al. Determining lyapunov exponents from a time series. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, New York, v. 16, n. 3, p. 285 – 317, 1985. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167278985900119>>. Acesso em: 21 Out. 2014.

Apêndice A - Cálculo da rigidez equivalente do gerador piezelétrico

Este Apêndice tem como meta principal determinar o valor da rigidez equivalente utilizada no modelo do gerador piezelétrico não-linear descrito no Capítulo 4 mostrado na equação 60. Para se estimar o valor da rigidez equivalente se utilizou o método de elementos finitos (MEF) para a montagem da viga com dois elementos, sendo o primeiro elemento virtual, composto pelos PZTs e a viga. A ideia básica do MEF é realizar uma divisão do domínio de integração de uma estrutura ou sistema de interesse em um conjunto finito de pequenas regiões, elementos finitos, transformando o domínio de contínuo para discreto (BATHE, 2006). A viga composta possui dois elementos e três nós. A Figura 35 apresenta o elemento de viga isoparamétrico utilizado na modelagem. Sendo u o deslocamento transversal da viga em cada nó. O engaste será considerado no lado esquerdo do elemento de viga, portanto o deslocamento transversal u_1 e u_2 são nulos.

Figura 35 – Elemento de viga isoparamétrico utilizado na modelagem.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para estimar a rigidez, foi utilizada a lei de Hooke na forma de valores nodais:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (62)$$

sendo $\{F\}$ o campo de forças aplicadas na viga, $[K]$ matriz global de rigidez e $\{u\}$ o campo de deslocamentos.

Primeiramente, deve-se calcular a matriz de rigidez do elemento, sendo necessário o cálculo do vetor das constantes de cada elemento:

$$\iota = \left[\frac{E_{eq} I_{eq}}{l_p^3} \quad \frac{c_v^{11} I_b}{(l_b - l_p)^3} \right] \quad (63)$$

e o vetor comprimento do elemento (l_{el}):

$$l_{el} = \left[l_p \quad (l_b - l_p) \right] \quad (64)$$

Com os parâmetros já definidos anteriormente, é possível determinar a matriz de rigidez do elemento (k_{el}):

$$[k_{el}] = [l] \begin{bmatrix} 12 & 6l_{el} & -12 & 6l_{el} \\ 6l_{el} & 4l_{el}^2 & -6l_{el} & 2l_{el}^2 \\ -12 & -6l_{el} & 12 & -6l_{el} \\ 6l_{el} & 2l_{el}^2 & -6l_{el} & 4l_{el}^2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

sabe-se que cada elemento tem uma matriz de rigidez local. Portanto a matriz global $[K]$ é definida por:

$$[K] = [K] + [k_{el}] \quad (66)$$

A inicialização da matriz global de rigidez é determinada por componentes nulos, e sua dimensão é determinada pelo número de nós (n_{nos}) e de elementos (n_{el}). O produto a quantidade de nós e elementos determina a dimensão da matriz, como temos dois nós e três elementos, a matriz inicialização será de ordem 6×6 :

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (67)$$

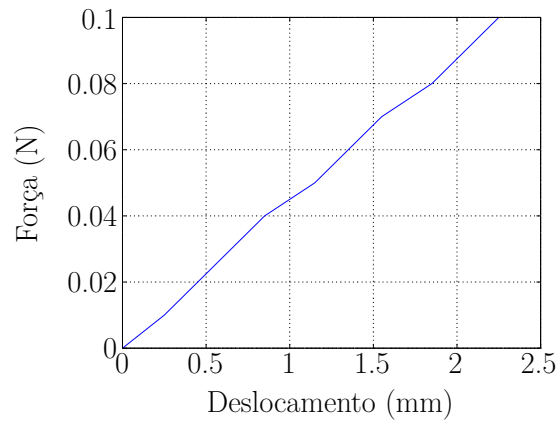
Como os deslocamentos u_1 e u_2 são nulos não são considerados na condição de contorno portanto, o campo de deslocamento $\{u\} = \{u_3 u_4 u_5 u_6\}$. Como os graus de liberdade 1 e 2 são retirados a condição de contorno diminui a dimensão da matriz $[K]$ para a ordem 4×4 . A carga aplicada na viga pode ser representada por um campo de forças:

$$\{F\} = \{00F0\}^T \quad (68)$$

Portanto para se obter o gráfico do deslocamento em função da carga aplicada (Figura 36), deve-se utilizar a eq. 62, isolando o termo deslocamento $\{u\}$, para isso, será necessário inverter a matriz de rigidez global:

$$\{u\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (69)$$

Figura 36 – Gráfico da força em função do deslocamento relativo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A partir da Figura 36 pode-se obter a rigidez equivalente da viga composta (k_{eq}) em N/m, calculando uma razão entre variações:

$$k_{eq} = \frac{\Delta F}{\Delta u} = 2.7273 \quad (70)$$