



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Botucatu



EVANIZE RODRIGUES CASTRO

**MÉTODO DE ZIMMERMANN-WERNERS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE
SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE**

**Botucatu
2019**

EVANIZE RODRIGUES CASTRO

**MÉTODO DE ZIMMERMANN-WERNERS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE
SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE**

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências Agronômicas da Unesp – Campus de Botucatu, para a obtenção do título de Mestre em Agronomia (Irrigação e Drenagem).

Orientador: Prof. Dr. Luís Roberto Almeida Gabriel Filho

Coorientador: Prof. Dr. João Carlos Cury Saad

Botucatu

2019

C355m Castro, Evanize Rodrigues
Método de Zimmermann-Werners aplicado na otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive / Evanize Rodrigues Castro. -- , 2019
98 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências Farmacêuticas, Araraquara, Orientador: Luís Roberto Almeida Gabriel Filho
Coorientador: João Carlos Cury Saad

1. Irrigação. 2. Hidráulica. 3. Custo. 4. Modelos matemáticos. 5. Otimização matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Ciências Farmacêuticas, Araraquara. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

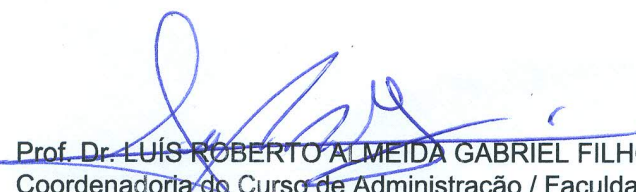
Título: **“MÉTODO DE ZIMMERMANN – VERNERS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE”**

AUTORA: EVANIZE RODRIGUES CASTRO

ORIENTADOR: LUÍS ROBERTO ALMEIDA GABRIEL FILHO

COORDINADOR: JOÃO CARLOS CURY SAAD

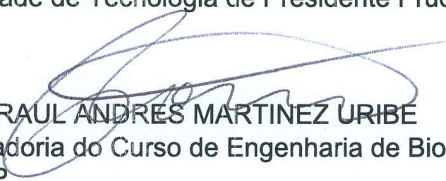
Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em AGRONOMIA (IRRIGAÇÃO E DRENAGEM), pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. LUÍS ROBERTO ALMEIDA GABRIEL FILHO

Coordenadoria do Curso de Administração / Faculdade de Ciências e Engenharia - FCE - UNESP - Tupã/SP


Prof. Dr. DANIEL DOS SANTOS VIAIS NETO

/ Faculdade de Tecnologia de Presidente Prudente


Prof. Dr. RAUL ANDRÉS MARTÍNEZ URIBE

Coordenadoria do Curso de Engenharia de Biossistemas / Faculdade de Ciências e Engenharia - FCE - UNESP - Tupã/SP

Botucatu, 19 de fevereiro de 2019.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por seu amor incondicional.

A mulher mais forte que tenho orgulho de chamar de mãe, Silvana Silva Rodrigues. Obrigada pelo seu amor, carinho, cuidado e por não medir esforços na conquista deste sonho.

Aos meus irmãos, Eduardo Tadeu Rodrigues Castro e Evandro Rodrigues Castro, minha cunhada Cássia Silva Matiolevitz e sobrinha Cecília Matiolevitz Castro, pelo amor, alegria e companheirismo.

Ao meu padrasto, Rubens José Soares, por todo suporte, amor e dedicação.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luís Roberto de Almeida Gabriel Filho, por ter acreditado na minha capacidade quando não conseguia, pela oportunidade, a paciência e os ensinamentos.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. João Carlos Cury Saad, pela assistência e as contribuições nesta dissertação.

As professoras Dra. Camila Pires Cremasco Gabriel e Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva por todo suporte e aprendizado.

A Prof. Dra. Vanessa Avansini Botta pelo valioso aprendizado e incentivo a pesquisa durante minha graduação.

A Suziane Cayres pela amizade e por todas as instruções que ajudaram no meu amadurecimento pessoal e acadêmico.

A Taciana Neris, Daniel Santos e Steven Potts pela amizade e incentivo quando tudo parecia nublado.

A todas as amigas que o mestrado me proporcionou. Em especial, a Ana Cláudia Marassá, Flávia Mota, Bruno Costa, Tatiane Bortoletto, Fraciana Pereira, Renata Minhoni, Pedro Alcantara e as meninas da república que tive o prazer de conviver. Obrigada pelo carinho, as risadas e todos os momentos de descontração que foram fundamentais para a realização desta dissertação.

À Faculdade de Ciências Agrônômicas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” FCA/UNESP e ao Programa de Pós-graduação em Agronomia – Irrigação e Drenagem pela oportunidade do curso de mestrado.

O presente trabalho foi realizado com o apoio do CNPQ, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-Brasil.

RESUMO

A otimização linear possibilita a obtenção de uma rede hidráulica de menor custo, dentre todas as alternativas viáveis de combinações de diâmetros e comprimentos. Um modelo apresentado na bibliografia minimiza o custo anual total de sistemas de microaspersão em áreas com desnível. Porém, a solução ótima deste modelo depende totalmente dos parâmetros de entrada, que podem conter uma certa imprecisão. A programação linear difusa é uma ferramenta que permite a incorporação dessas incertezas. Diante disso, o objetivo do trabalho é reformular o modelo de otimização de sistemas de microaspersão, possibilitando a aplicação de um método de otimização *fuzzy* nos coeficientes independentes imprecisos, para a determinar uma faixa de novas soluções de menores custos e que, também, atenda as restrições de área e hidráulica. Para isto, foram desenvolvidos dois capítulos e em ambos foram utilizados algoritmos criados no *software* MatLab para a resolução dos modelos. No primeiro capítulo é apresentado as alterações no modelo através de dois lemas que permitiram alcançar o propósito de determinar apenas as variáveis de decisão, sendo este modelo contendo cento e nove variáveis e duzentos e catorze restrições. E, para o mesmo conjunto de dados de aplicação do modelo original, esta modificação no modelo se mostrou eficaz e com custo total anual menor que o modelo original. Enquanto que no segundo capítulo, é exibido a aplicação dos método de Zimmermann-Werners no modelo modificado, obtendo sessenta modelos de programação linear *fuzzy* que encontram valores menores para a função objetivo do que o modelo original, sendo a maior diferença de custo de US\$ 809,91 ocorrendo no desnível de 3%. Portanto, os sessenta e um modelos criados são eficientes no dimensionamento de sistemas de microaspersão, apresentam a redução de custo anual total e são uma ferramenta para o projetista e produtor.

Palavras-chave: Modelo reestruturado. Variabilidade. Otimização linear *fuzzy*.

ABSTRACT

The linear optimization makes possible the obtaining of a hydraulic network of smaller cost, between all the viable alternatives of combinations of diameters and lengths. A model presented in the bibliography minimizes the total annual cost of microirrigation systems in sloping lands. However, the great solution of this model is totally depends on the input parameters, that can contain a certain imprecision. The diffuse linear programming is a tool that allows the incorporation of those uncertainties. Before that, the objective of the work is to reformulate the model of optimization of microirrigation systems, making possible the application of a fuzzy optimization method in the imprecise independent coefficients, for to determine of a range of new solutions of smaller costs and that, also, assist the constraints of area and hydraulics. For this, two chapters were developed and in both algorithms were used created in the MatLab software for the resolution of the models. In the first chapter it is presented the alterations in the model through two lemmas that allowed to reach the purpose of just determining the variables of decision, being this model containing hundred nine variables and two hundred and fourteen constraints. In addition, for the same group of data of application of the original model, this modification model if it showed effective and with annual total cost smaller than the original model. While in the second chapter, the application of the Zimmermann-Werners method is exhibited in the modified model, obtaining sixty models of fuzzy linear programming that find smaller values for the function objective than the original model, being the largest difference of cost of US\$ 809,91 happening in the slope of 3%. Therefore, the sixty and a models servants are efficient in the design of microirrigation systems, they present the reduction of total annual cost and they are a tool for the designer and producer.

Keywords: Model restructured. Variability. Fuzzy linear optimization

LISTA DE SÍMBOLOS

C	custo anual do sistema de irrigação (US\$)
N_s	número de unidade operacional
N_l	número de linhas laterais na unidade operacional
N_m	número de emissores por linha lateral
P_m	custo unitário do microaspersor (US\$/unidade)
L	comprimento da linha lateral com diâmetro unitário (m)
P_{pe}	preço do tubo de polietileno (US\$/ m)
P_v	custo unitário da válvula elétrica do início na unidade operacional (US\$/unidade)
C_{cp}	custo do painel de controle (US\$)
C_f	custo do sistemas de filtragem (US\$)
CRF	fator de recuperação do capital
PM_i	preço do tubo de PVC com diâmetro i usado na linha de derivação (US\$/ m)
$LM_{j,i}$	comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro i na seção j da linha de derivação
PS_r	preço do tubo de PVC com diâmetro r usado na linha secundária (US\$/ m)
$LS_{k,r}$	comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro r na linha secundária k
PN_v	preço do tubo de PVC com diâmetro v usado na linha principal (US\$/ m)
$LN_{k,v}$	comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro v na seção k da linha principal
Q_s	vazão na unidade operacional (m^3/s)
I_d	dias de irrigação no ciclo
I_h	horas de irrigação para o conjunto de unidades operacionais trabalhando simultaneamente
E	custo da energia elétrica (US\$/ kWh)
I_f	turno de irrigação (dias)
η	rendimento do conjunto motor e bomba
H_T	altura manométrica total (m)
S_L	espaçamento entre as linhas laterais (m)
S_k	comprimento da linha secundária (m)
N_k	comprimento da seção k da linha principal (m)
HM_o	carga hidráulica no início da linha de derivação (mca)
HM_j	carga hidráulica na saída j da linha de derivação (mca)
DM	perda de carga permitida na linha de derivação (mca)
HM_g	carga hidráulica na saída g da linha de derivação (mca)
HM_l	carga hidráulica na saída l da linha de derivação (mca)

H_{av}	carga hidráulica média na linha de derivação (mca)
h_w	carga hidráulica de operação do microaspersor (mca)
h_{f_l}	perda de carga na linha lateral (mca)
$JM_{j,i}$	gradiente de perda de carga (m/m) na tubulação de PVC com diâmetro i utilizado na seção j da linha de derivação
I	tipos de diâmetros na linha de derivação
J	número de trechos da linha de derivação
M	comprimento da linha de derivação (m)
dz	gradiente de declive (m/m)
H_{uo}	carga hidráulica na entrada da unidade operacional (mca)
H_v	perda de carga na válvula reguladora de pressão (mca)
H_o	carga hidráulica na entrada da linha principal (mca)
H_{es}	perda de carga na estação de controle (mca)
H_{su}	altura geométrica de sucção (mca)
H_k	carga hidráulica na saída k da linha principal (mca)
N	comprimento da linha principal (m)
$JN_{k,v}$	gradiente de perda de carga (m/m) no tubo com diâmetro v utilizado na seção k da linha principal
K	número de seções na linha principal
$JS_{k,r}$	gradiente de perda de carga (m/m) no tubo de PVC com diâmetro r utilizado na seção k da linha secundária
C_p	custo com sistema de bombeamento (US\$)
C_{PVC}	custo com tubulação de policloreto de vinila (US\$)
C_{pp}	custo anual com bombeamento (US\$)
CDN50	comprimento da tubulação com diâmetro nominal 50 mm (m)
CDN75	comprimento da tubulação com diâmetro nominal 75 mm (m)

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO GERAL.....	15
	CAPÍTULO 1 – REFORMULAÇÃO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE.....	17
1.1	INTRODUÇÃO.....	18
1.2	MATERIAL E MÉTODOS.....	19
1.2.1	Modelo de otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive.....	19
1.2.1.1	Dados de entrada para a aplicação do modelo de otimização.....	24
1.2.1.2	Dados de saída da aplicação do modelo de otimização.....	27
1.2.2	Passos para a reformulação do modelo.....	28
1.2.3	Resolução do modelo reformulado.....	29
1.3	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	29
1.3.1	Reformulação do modelo de otimização em sistemas de microaspersão.....	29
1.3.2	Dados de saída da validação do modelo reformulado.....	38
1.4	CONCLUSÃO.....	41
	REFERÊNCIAS.....	42
	CAPÍTULO 2 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZIMMERMANN-WERNERS EM UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE.....	45
2.1	INTRODUÇÃO.....	46
2.2	MATERIAL E MÉTODOS.....	47
2.2.1	Modelo de otimização de sistemas de microaspersão.....	47
2.2.2	Método de Zimmermann-Werners.....	51
2.2.3	Aplicação do método de Zimmermann-Werners.....	54
2.3	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	55
2.3.1	Resultados para os desníveis de 3% e 6%.....	55
2.3.2	Resultados para o desnível de 9%.....	62
2.4	CONCLUSÃO.....	63
	REFERÊNCIAS.....	64
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
	REFERÊNCIAS.....	67
	APÊNDICE A – Algoritmo do modelo reformulado de otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive.....	69
	APÊNDICE B – Determinação das metas.....	97
	APÊNDICE C – Método de Zimmermann-Werners.....	98

INTRODUÇÃO GERAL

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi proposta por Lofti A. Zadeh em 1965. Esta foi primeiramente desenvolvida “[...] para a solução de problemas imprecisos/vagos na área de inteligência artificial, especialmente para raciocínio impreciso e modelação de termos linguísticos.” (YOUNG-JOU; HWANG, 1992, p. 1, tradução nossa).

Este conceito foi implementado em programação matemática em 1970, quando Bellman e Zadeh introduziram o primeiro modelo *fuzzy* de tomada de decisão em que objetivos e restrições são representadas por conjuntos difusos (BELLMAN; ZADEH, 1970).

Segundo Young-Jou e Hwang (1992) alguns dos trabalhos pioneiros na resolução de problemas de tomada de decisão foram Tanaka, Okuda e Asai (1974) e Zimmermann (1976), logo após, houveram inúmeros modelos de programação linear *fuzzy*.

A programação linear difusa é uma ferramenta que permite a utilização de variabilidades no modelo de programação linear. Isto é, a incorporação de incertezas contidas nas restrições e função objetivo dando mais opções para o tomador de decisão (especialista).

Em suma, os métodos de programação linear difusa podem ser empregados quando os custos são imprecisos (DELGADO; VERDEGAY; VILA, 1990; LAI; HWANG, 1992), coeficientes tecnológicos são difusos (LAI; HWANG, 1992), restrições difusas (RAMIK; RIMANEK, 1985; CAMPOS; VERDEGAY, 1989), meta e as restrições são difusas (WERNERS, 1987; ZIMMERMANN, 1996) ou completamente difusos (CHANAS, 1983).

Kamakis, Georgiou e Papamichail (2014) utilizaram a programação linear *fuzzy* para análise e desempenho de uma rede de irrigação pressurizada operando sob demanda. Os resultados para o conjunto de dados analisados foram a “flexibilidade na adaptação de um futuro sistema de irrigação que requer maior pressão nos hidrantes” (KAMAKIS; GEORGIOU; PAPAMICHAIL, 2014, p. 457, tradução nossa).

Os autores também realizaram uma comparação no desempenho operacional da rede projetada com programação linear *fuzzy* e programação linear, obtendo que o primeiro método é melhor que o segundo. Isto ocorreu, principalmente, nos casos em que não foram selecionados previamente as pressões do hidrante no estágio de projeto e na acomodação de futuras tendências ou condições imposta pelo agricultor.

Já Revelli e Ridolfi (2007) usaram a otimização *fuzzy* na análise do comportamento hidráulico de redes de tubulações em parâmetros difusos, como, o coeficiente de rugosidade de tubulações antigas, que são difíceis de determinar à medida que envelhecem e variam com o número de usuários conectados à rede. Eles

encontraram por este método valores extremos para as cargas nodais e vazões de tubulações.

Desta forma, esta dissertação tem como objetivo geral determinar, utilizando o método de Zimmermann-Werners, novas soluções para um modelo reformulado de programação linear que minimiza o custo anual de um sistema de irrigação por microaspersão, de maneira que atenda as restrições e proporcione novas possibilidades para a decisão do projetista e produtor rural.

Já os objetivos específicos são:

(1) Reformular o modelo proposto por Saad e Mariño (2002) para que este determine apenas as variáveis de decisão.

(2) Validar o modelo reformulado através do *software* MatLab e comparar com os resultados do modelo original.

(3) Aplicar o método de Zimmermann-Werners no modelo reformulado para a obtenção de novas soluções, inclusive menores custos anuais, para a decisão do projetista e produtor rural.

(4) Analisar os resultados obtidos em **(3)** e determinar, dentre os custos do sistema de irrigação, qual interfere mais em sua diminuição.

Para atingir estes propósitos, foram desenvolvidos dois capítulos nesta dissertação, sendo o primeiro intitulado “Reformulação de um modelo de otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive”, que apresenta as modificações em um modelo de otimização linear com a finalidade de determinar apenas as variáveis de decisão. E o segundo capítulo intitulado “Aplicação do método de Zimmermann-Werners em um modelo de otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive”, mostrando os resultados da aplicação deste método no modelo alterado.

CAPÍTULO 1 - REFORMULAÇÃO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE

Autor: Evanize Rodrigues Castro

Orientador: Luís Roberto Almeida Gabriel Filho

Coorientador: João Carlos Cury Saad

RESUMO

Pela otimização linear é possível determinar a configuração hidráulica de sistemas de irrigação com o menor custo, auxiliando na expansão do seu uso. Um dos modelos apresentados na bibliografia otimiza o custo anual da rede hidráulica e da energia de sistemas de microaspersão em terrenos com declive e considera diferentes diâmetros. Além da determinação das variáveis de decisão, este calcula outros parâmetros como as cargas nas saídas e entradas da linha principal. Por conveniência ao projetista ou produtor, o objetivo deste trabalho foi reformular o modelo de modo que os dados de saída sejam apenas as variáveis de decisão, isto é, comprimento das tubulações, a altura manométrica, a carga média na linha de derivação e quais diâmetros utilizar no sistema de microaspersão. De maneira recursiva, foi obtido dois lemas que possibilitaram a exclusão e alterações das restrições. Após as modificações, sua validação ocorreu por um algoritmo do *software* MatLab com o mesmo exemplo de aplicação do modelo original. E, posteriormente a uma análise, o modelo modificado mostrou ser eficiente, pois obtém o mesmo dimensionamento que o modelo original, diferenciando apenas no decréscimo do custo anual total, que pode ser justificado pela pequena diminuição da altura manométrica. Assim, o novo modelo se mostrou ser eficaz e permitiu a redução do custo anual total de US\$44,77, US\$45,01 e US\$47,07 para os desníveis de 3%, 6% e 9%, respectivamente.

Palavras-Chave: Otimização. Microaspersão. Variáveis de decisão.

ABSTRACT

For the linear optimization is possible to determine the hydraulic network of irrigation system with the smallest cost, aiding in the expansion of his use. One of the models presented in the bibliography optimizes the annual cost of the hydraulic network and of the energy of microirrigation systems in slope lands and it considers different diameters. Besides the determination of the variables of decision, this calculates other parameters as the pressures head at the main line inlet and outlet. For convenience to the designer or producer, the objective of this work was to reformulate the model so that the output data are just the variables of decision, that is, the length of the pipelines,

the total operating head, the average pressure in the manifold line and which diameter to use in the microirrigation system. Recursively, it was obtained two lemmas that made possible the exclusion and alterations of the constraints. After the modifications, your validation happened for an algorithm in the software MatLab with the same example of application of the original model. In addition, later to an analysis, the modified model showed to be efficient, because he/she obtains the same design to the original model, just differentiating in the decrease of the total annual cost, that can be justified for the small decrease of the total operating head. Therefore, the new model if it showed to be effective and it allowed the reduction of the equivalent annual cost of US\$44,77, US\$45,01 and US\$47,07 for the slopes of 3%, 6% and 9%, respectively.

Keywords: Optimization. Microirrigation. Variables of decision.

1.1 INTRODUÇÃO

O fornecimento de água via irrigação tem por objetivo atender as necessidades hídricas dos cultivos em localidades onde a lâmina de água fornecida pela precipitação natural não é suficiente ou apresenta distribuição irregular. Além disso, a importância desta técnica está ligada à fatores como a melhoria da produção e produtividade da cultura, e da eficiência do uso de água, “(...) isto é, razão entre a água aplicada e o rendimento da colheita (...)”(PARDOSSI; INCROCCI; INCROCCI; MALORGIO; BATTISTA; BACCI; MARZIALETTI; HEMMING; BALENDONCK, 2009, p. 2810, tradução nossa).

Agregada a essa tecnologia está um considerável investimento, devido a compra de equipamentos, operação e manutenção. Desta forma, é imprescindível a análise dos componentes e custos dos sistemas para a determinação de sua viabilidade econômica.

Somado ao fator declarado anteriormente, tem-se a dificuldade no dimensionamento hidráulico da rede de distribuição, por causa da quantidade de variáveis consideradas e as diversas possibilidades de combinações, como, por exemplo, os diâmetros da tubulação, a vazão e os custos dos materiais (MARCUIZZO, 2008).

Uma ferramenta que auxilia na escolha da configuração mais viável e de menor custo é a programação linear, “uma técnica de planejamento, que visa à otimização de problemas em que se têm diversas opções de escolhas, sujeitas a algum tipo de restrição ou regulamentação (...)”(CRÓCOLI, 2016, p. 15).

A programação linear, inicialmente, foi utilizada para a otimização de redes de distribuição de água (BHAVE, 1978; CASE; WHITE, 1972; GUPTA et al., 1972; KARMELI; GADISH; MEYERS, 1968), sendo, até recentemente, empregada com o

mesmo propósito por Frizzone; Botrel; Arce; Peres (1994), Carvalho; Soares; Ribeiro; Sediya; Pruski (2000), Santos; Costa; Frizzone; Santos; Santos (2009) e Santos Júnior, Frizzone e Paz (2015).

Modelos de programação linear aplicados na otimização da rede hidráulica de sistemas fixos pressurizados foram apresentados por Oron e Karmeli (1981) e Benami e Ofen (1984) com o objetivo de minimizar o custo da tubulação e acessórios. Entretanto, foi levado em consideração apenas o custo inicial fixo do equipamento. A constatação de utilizar, também, o custo operacional, determinado pelo custo com energia, ocorreu posteriormente.

Saad; Tomazela; Peres; Frizzone (1994) desenvolveram um modelo de programação linear que minimiza o custo anual da rede hidráulica de um determinado sistema de irrigação por gotejamento. Este foi resolvido, em dois casos, considerando o custo da tubulação e da energia, e apenas o custo da tubulação, obtendo como resultado alteração no dimensionamento da rede hidráulica quando o custo da energia é incluído.

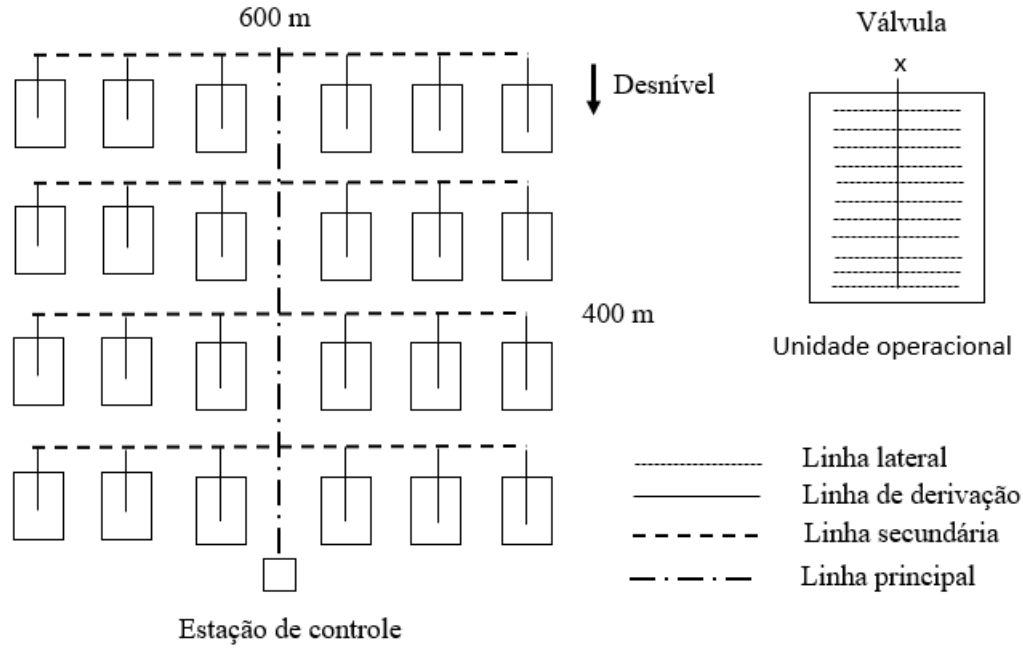
Já Saad e Mariño (2002), apresentaram o modelo minimizando o custo anual da rede hidráulica e da energia de sistemas de irrigação por microaspersão com linhas de derivação em declive com diferentes diâmetros. Saad e Mariño (2003), verificaram modificação na composição da rede hidráulica, determinada pelo modelo, quando se considera o custo da energia.

Considerando o modelo proposto por Saad e Mariño (2002), este capítulo tem como objetivo reformulá-lo para que este determine apenas as variáveis de decisão. Em seguida, validá-lo para o mesmo conjunto de dados utilizado no modelo original, com intuito de, posteriormente, realizar uma comparação entre eles.

1.2 MATERIAL E MÉTODOS

1.2.1 Modelo de otimização de sistemas de microaspersão em terrenos com declive

Propostos por Saad e Mariño (2002), o modelo ótimo de sistemas de microirrigação possui as premissas de que a área irrigada é retangular em desnível, com as linhas laterais e as linhas secundárias em nível, as linhas de derivação em declive e a linha principal em auge, como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Layout do sistema de irrigação com 24 unidades operacionais

Fonte: Saad e Mariño (2002, p. 117).

O material utilizado nas linhas de derivação, secundárias e principal é o policloreto de vinila (PVC) e essas tubulações podem apresentar múltiplos diâmetros, já as linhas laterais são de polietileno, com diâmetro único. Além disso, as unidades operacionais, compostas por válvula reguladora de pressão, linha de derivação, linhas laterais e emissores, possuem a mesma dimensão, rede hidráulica e pressão de saída.

O modelo de programação linear minimiza o custo anual do sistema de irrigação, em dólares americanos (US\$), e é apresentado a seguir

Minimizar

$$\begin{aligned}
 C = & CRF \{ N_s N_l N_m P_m + N_s N_l L P_{pe} + N_s P_v + C_{cp} + C_f + (7,764 H_T + 1605,8) \} + \\
 & + CRF \left(N_s \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P M_i L M_{j,i} + 2 \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R P S_r L S_{k,r} + \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V P N_k L N_{k,v} \right) + \\
 & + \frac{10,787 Q_s N_s I_d I_h E H_T}{I_f \eta}
 \end{aligned}$$

Sujeita a

$$\sum_{i=1}^I L M_{1,i} = 0,5 S_L \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^I L M_{j,i} = S_L, \quad j = 2, \dots, J \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^R LS_{k,v} = S_k, k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$\sum_{v=1}^V LN_{k,v} = N_k, k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$HM_o - HM_j \leq DM, j = 1, \dots, J \quad (5)$$

$$HM_j - HM_o \leq DM, j = 1, \dots, J \quad (6)$$

$$HM_g - HM_l \leq DM, \forall l = 1, \dots, J; g = 1, \dots, J \text{ e } g \neq l \quad (7)$$

$$H_{av} = \frac{\sum_{j=1}^J HM_j}{\frac{N_l}{2}} \quad (8)$$

$$HM_o = h_w + 0,75hf_l + 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} - 0,5Mdz \quad (9)$$

$$H_{uo} = 0,75hf_l + h_w + H_v + 1,05 \left(0,63 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} \right) + -0,5Mdz \quad (10)$$

$$HM_1 = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{1,i} LM_{1,i} + 0,5S_L dz \quad (11)$$

$$HM_j = HM_{j-1} - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + S_L dz, j = 2, \dots, J \quad (12)$$

$$H_o = H_T - H_{es} - H_{su} \quad (13)$$

$$H_k = H_{k-1} - Ndz - 1,05 \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v}, k = 1, \dots, K \quad (14)$$

$$1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,v} LS_{k,v} \leq H_k - H_{uo}, k = 1, \dots, K \quad (15)$$

$$H_T = H_{uo} + 1,05 \left(\sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} \right) + KNdz + + H_{es} + H_{su} \quad (16)$$

$$LM_{j,i} \geq 0, LS_{k,r} \geq 0, LN_{k,v} \geq 0 \text{ e } 50m \leq H_T \leq 80m, \quad (17)$$

em que: C = custo anual do sistema de irrigação (US\$); N_s = número de unidade operacional; N_l = número de linhas laterais na unidade operacional; N_m = número de emissores por linha lateral; P_m = custo unitário do microaspersor

(US\$/unidade); L = comprimento da linha lateral com diâmetro unitário (m); P_{pe} = preço do tubo de polietileno (US\$/ m); P_v = custo unitário da válvula elétrica do início na unidade operacional (US\$/unidade); C_{cp} = custo do painel de controle (US\$); C_f = custo do sistemas de filtragem (US\$); CRF = fator de recuperação do capital; PM_i = preço do tubo de PVC com diâmetro i usado na linha de derivação (US\$/ m); $LM_{j,i}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro i na seção j da linha de derivação; PS_r = preço do tubo de PVC com diâmetro r usado na linha secundária (US\$/ m); $LS_{k,r}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro r na linha secundária k ; PN_v = preço do tubo de PVC com diâmetro v usado na linha principal (US\$/ m); $LN_{k,v}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro v na seção k da linha principal; Q_s = vazão na unidade operacional (m^3/s); I_d = dias de irrigação no ciclo; I_h = horas de irrigação para o conjunto de unidades operacionais trabalhando simultaneamente; E = custo da energia elétrica (US\$/ kWh); I_f = turno de irrigação (dias); η = rendimento do conjunto motor e bomba e H_T = altura manométrica total (m); S_L = espaçamento entre as linhas laterais (m); S_k = comprimento da linha secundária k (m); N_k = comprimento da seção k da linha principal (m); HM_o = carga hidráulica no início da linha de derivação (mca); HM_j = carga hidráulica na saída j da linha de derivação (mca); DM = perda de carga permitida na linha de derivação (mca); HM_g = carga hidráulica na saída g da linha de derivação (mca); HM_l = carga hidráulica na saída l da linha de derivação (mca); H_{av} = carga hidráulica média na linha de derivação (mca); h_w = carga hidráulica de operação do microaspersor (mca); hf_l = perda de carga na linha lateral (mca); $JM_{j,i}$ = gradiente de perda de carga (m/m) na tubulação de PVC com diâmetro i utilizado na seção j da linha de derivação; I = tipos de diâmetros na linha de derivação; J = número de trechos da linha de derivação; M = comprimento da linha de derivação (m); dz = gradiente de declive (m/m); H_{uo} = carga hidráulica na entrada da unidade operacional (mca); H_v = perda de carga na válvula reguladora de pressão (mca); H_o = carga hidráulica na entrada da linha principal (mca); H_{es} = perda de carga na estação de controle (mca); H_{su} = altura geométrica de sucção (mca); H_k = carga hidráulica na saída k da linha principal (mca); N = comprimento da linha principal (m); $JN_{k,v}$ = gradiente de perda de carga (m/m) no tubo com diâmetro v utilizado na seção k da linha principal; K = número de seções na linha principal; e $JS_{k,r}$ = gradiente de perda de carga (m/m) no tubo de PVC com diâmetro r utilizado na seção k da linha secundária.

As variáveis de decisão são $LM_{j,i}$, $LS_{k,r}$, $LN_{k,v}$ e H_T .

Na função objetivo, as parcelas $N_s N_l N_m P_m$, $N_s N_l L P_{pe}$, $N_s P_v$, $7,764 H_T + 1605,8$ para $50 m \leq H_T \leq 80 m$,

$$N_s \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P M_i L M_{j,i} + 2 \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R P S_r L S_{k,r} + \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V P N_k L N_{k,v}$$

e

$$\frac{10,787 Q_s N_s I_d I_h E H_T}{I_f \eta},$$

representam, respectivamente, o custo total com emissores (US\$), custo com tubulação de polietileno (US\$), custo com válvulas (US\$), custo com sistema de bombeamento (C_p ; US\$), custo com tubulação de PVC (C_{PVC} ; US\$), e o custo anual com bombeamento (C_{pp} ; US\$).

As Restrições 1-4 garantem que as dimensões do sistema de irrigação dadas sejam atendidas. Já as Restrições 5-7 dimensionam a linha de derivação considerando todos os possíveis perfis de pressão, detalhados em Wu et al. (1986), que podem ocorrer operando-a totalmente em declive, e asseguram que a diferença entre a carga máxima e mínima seja menor ou igual à máxima variação de carga hidráulica permitida na linha de derivação, independente de onde pontos estejam localizados.

Os perfis de pressão são dois, quando a pressão decresce com o comprimento da linha de derivação, atinge um valor mínimo e depois volta a aumentar com o comprimento da tubulação e quando a pressão aumenta continuamente com o comprimento da linha de derivação, o que ocorre quando se tem grande declividade. Para o primeiro caso, existe três possibilidades que são quando a pressão no início da linha de derivação é maior que a pressão no final da tubulação; a pressão no início é igual a pressão no final da linha; e a pressão no início é menor que a pressão no final da tubulação.

A determinação da carga hidráulica na entrada da unidade operacional (H_{uo}) é realizada pela Restrição 10. O cálculo da carga no início ($H M_o$), nas saídas ($H M_j$, com $j = 1, \dots, J$) e média (H_{av}) na linha de derivação, são representados pelas Restrições 9, 11-12 e 8, nesta ordem. E, na linha principal, a carga é contabilizada no início (H_o) pela Restrição 13 e nas saídas (H_k , com $k = 1, \dots, K$) pela Restrição 14.

A linha secundária é dimensionada de maneira que ela seja menor ou igual a pressão disponível na saída da linha principal e a pressão requerida na entrada da unidade operacional. Isto é realizado pela Restrição 15.

A altura manométrica total (H_T) é determinada de maneira que atenda a unidade operacional que opera na condição mais crítica. Assim, na Restrição 16, H_T é igual a soma de H_{uo} com as perdas de carga na última seção da linha secundária, linha principal, estação de controle (H_{es}), altura de sucção (H_{su}) e a diferença de nível da unidade operacional mais distante.

São garantidos pela Restrição 17 a não-negatividade das variáveis de decisão e que H_T esteja entre um limitante inferior (50) e superior (80), condição imposta por determinar o custo do sistema de bombeamento através de uma regressão em função do produto entre a altura manométrica e a vazão (SAAD, 2002).

1.2.1.1 Dados de entrada para a aplicação do modelo de otimização

Para a resolução do modelo apresentado na Seção 1.2.1 é necessário que a configuração da rede hidráulica e as condições operacionais sejam definidas previamente. Desta forma, os dados de entrada são de um sistema de irrigação por microaspersão, representada na Figura 1 e detalhado na Tabela 1, que irriga um pomar de citros localizado em Limeira, São Paulo, com área $600\text{ m} \times 400\text{ m}$ e declividade uniforme na direção do menor comprimento.

Tabela 1 - Dados de entrada do modelo de programação linear para otimização dos sistemas de microaspersão, com três desníveis

Item	Valor
N_s	24
P_v	US\$ 272,2
Q_s	$0,00401\text{ m}^3/\text{s}$
I_f	3 dias
I_d	120 dias
I_h	9 horas
E	US\$ 0,0476/ kWh
hf_l	2,4 mca
h_w	15,5 mca
H_v	2 mca
K	4
N	98 m
M	94,5 m
dz	3%, 6% ou 9%
H_{es}	12 mca
H_{su}	3 mca
S_L	7 m
I	5
J	14
N_k	98 m
S_K	250 m
DM	2,4 m

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002.

Observe que na Tabela 1 todos os preços estão em dólares americanos, cuja cotação no mês de agosto de 1999 era US\$ 1,0000=R\$ 1,80 (SAAD, 2002). O mesmo ocorre para os demais parâmetros de entrada.

O número de linhas laterais pertencentes a unidade operacional (N_l) são vinte e oito, considerando ambos os lados da linha de derivação. Cada linha lateral possui o diâmetro unitário 13 mm, comprimento (L) 46 m, preço (P_{pe}) US\$ 0,13/m e doze emissores ($N_m = 12$), cujo valor é US\$0,59 por unidade (P_m). As linhas de plantio estão em nível com o comprimento de 600 m. O espaçamento considerado foi 4 m entre árvores na linha de plantio e 7 m entre linhas, o que totaliza 28 m² por planta e 357 plantas por ha.

O custo do painel de controle (C_{cp}) para 24 válvulas é US\$ 1094. Já o custo do sistemas de filtragem (C_f) composto por filtros de areia e tela mais válvula retrolavagem é de US\$ 7055.

O fator de recuperação do capital (CRF) com juros de 6% a.a. e 10 anos de vida útil é igual 0,13587. E o rendimento do conjunto motor (η) 88% e bomba 70% é de 0,616.

Nas Tabelas 2, 3 e 4 mostram os preços e os gradientes de perda de carga da tubulação da linha principal, seções 1, 2 e 3, respectivamente, em função do diâmetro nominal e pressão nominal. A Tabela 2 ainda apresenta mesmo conjunto de dados para a linha secundária 1. Já na Tabela 5 tem-se estes parâmetros para a linha principal, seção 4, e linhas secundárias 2, 3 e 4.

Tabela 2 - Preços (US\$/m) e gradiente de perda de carga (m/m) da tubulação da linha principal, seção 1, e linha secundária 1, em função do diâmetro nominal (DN) e

pressão nominal (PN)			
Pressão Nominal (PN)	Diâmetro Nominal(DN)	Preço (US\$/m)	Perda de carga $JN(m/m)$
80	50	1,07	0,11367
	75	2,14	0,01544
	100	4,23	0,001276
	150	8,45	0,000286

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002; Saad (2002).

Tabela 3 - Preços (US\$/m) e gradiente de perda de carga (m/m) da tubulação da linha principal, seção 2, em função do diâmetro nominal (DN) e pressão nominal (PN)

Pressão Nominal (PN)	Diâmetro Nominal(DN)	Preço (US\$/m)	Perda de carga $JN(m/m)$
80	50	1,07	0,8955
	75	2,14	0,1168
	100	4,23	0,009275
	150	8,45	0,002044

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002; Saad (2002).

Tabela 4 - Preços (US\$/m) e gradiente de perda de carga (m/m) da tubulação da linha principal, seção 3, em função do diâmetro nominal (DN) e pressão nominal (PN)

Pressão Nominal (PN)	Diâmetro Nominal(DN)	Preço (US\$/m)	Perda de carga $JN(m/m)$
80	50	0,75	10
	75	1,44	0,04792
	100	2,31	0,01114
	125	3,78	0,00409
	150	5,37	0,0017

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002; Saad (2002).

Tabela 5 - Preços (US\$/m) e gradiente de perda de carga (m/m) da tubulação da linha principal, seção 4, e das linhas secundárias 2, 3 e 4, em função do diâmetro nominal (DN) e pressão nominal (PN)

Pressão Nominal (PN)	Diâmetro Nominal(DN)	Preço (US\$/m)	Perda de carga (m/m)
40	50	0,75	0,09832
	75	1,44	0,01348
	100	2,31	0,00318
	125	3,78	0,00118
	150	5,37	0,00049

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002; Saad (2002).

O preço e as características da tubulação de PVC usado na linha de derivação são detalhados na Tabela 6 e o gradiente de perda de carga das seções dessa linha é exibido na Tabela 7.

Tabela 6 - Preço do tubo de PVC de pressão nominal de 40 *mca* em função do diâmetro nominal, utilizado na linha de derivação

Diâmetro Nominal	Preço (US\$/m)
35	0,54
50	0,75
75	1,44
100	2,31
125	3,78

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002.

Tabela 7 - Gradiente de perda de carga (m/m) nas seções da linha de derivação em função do diâmetro da tubulação

Seção (<i>j</i>)	Diâmetro Nominal				
	35 mm	50 mm	75 mm	100 mm	125 mm
1	0,43416	0,09832	0,01348	0,00318	0,00118
2	0,37786	0,08575	0,01179	0,00278	0,00103
3	0,32533	0,0740	0,01020	0,00241	0,00089
4	0,27659	0,06307	0,00871	0,00207	0,00077
5	0,23165	0,05297	0,00734	0,00174	0,00065
6	0,19053	0,04369	0,00607	0,00144	0,00053
7	0,15325	0,03525	0,00492	0,00117	0,00044
8	0,1198	0,02767	0,00387	0,00093	0
9	0,0932	0,02094	0,00294	0,00071	0
10	0,06476	0,01508	0,00213	0,00051	0
11	0,04320	0,01011	0,00144	0,00035	0
12	0,02573	0,00606	0,00087	0,00021	0
13	0,01248	0,00296	0,00043	0,0001	0
14	0,00369	0,00089	0,00013	0,00003	0

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002; Saad (2002).

1.2.1.2 Dados de saída da aplicação do modelo de otimização

Na solução do modelo apresentado na Seção 1.2.1 para os dados de entrada da Seção 1.2.1.1, Saad e Mariño (2002) utilizaram o programa computacional *General Algebraic Modeling System* (GAMS) com o *solve* Dicop, versão 2.5, distribuição 19.4, e algoritmo padrão para resolver problemas de programação linear pelo método simplex. Os resultados desta aplicação estão na Tabela 8.

Tabela 8 - Dados de saída do modelo de otimização de sistemas de microaspersão, com três desníveis

Item	3% de desnível	6% de desnível	9% de desnível
Linha de derivação	66,5 m DN50 28 m DN35	66,5 m DN50 28 m DN35	41,2 m DN50 53,3 m DN35
Linhas secundárias			
Seção 1	172,1 m DN75 77,9 m DN50	86,6 m DN75 163,4 m DN50	1,1 m DN75 248,9 m DN50
Seção 2	197,8 m DN75 52,2 m DN50	131,8 m DN75 118,2 m DN50	65,8 m DN75 184,2 m DN50
Seção 3	243,7 m DN75 6,3 m DN50	210,7 m DN75 39,3 m DN50	177,7 m DN75 72,3 m DN50
Seção 4	250 m DN100	250 m DN100	250 m DN100
Linha principal			
Seção 1	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 2	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 3	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
Seção 4	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
H_T	52,1 m	62,4 m	74,1 m
H_o	37,1 m	47,4 m	59,1 m
H_1	32,5 m	39,9 m	48,7 m
H_2	28,6 m	33,1 m	38,9 m
H_3	24,5 m	26,1 m	28,9 m
H_4	21,3 m	19,9 m	19,8 m
H_{uo}	20,4 m	19 m	18,9 m
HM_o	18,4 m	17 m	16,9 m
h_{fm}	4,1 m	4,1 m	6,2 m
H_{av} (US\$)	17,1 m	17,2 m	17,6 m
C_{pp} (US\$/ano)	1504,8	1804,8	2140,8
C_p (US\$/ano)	273,6	283,2	297,6
C_{PVC} (US\$/ano)	849,6	806,4	746,4
Custo anual (US\$)	5815,2	6081,6	6372

Fonte: Adaptado de Saad e Mariño, 2002.

DN= diâmetro nominal; PN= pressão nominal.

1.2.2 Passos para a reformulação do modelo

O primeiro lema foi construído, de maneira recursiva e utilizando as Restrições 11 e 12, para obter uma nova equação linear para HM_j , com $j = 1, \dots, J$.

De maneira análoga, entretanto utilizando as Restrições 13 e 14, o segundo

lema obteve uma nova igualdade para H_k , com $j = 1, \dots, K$.

Através desses dois lemas foi possível a exclusão das Restrições 9-14 e alterações nas Restrições 5-8 e 15-17, alcançado o objetivo de que, quando resolvido, o modelo encontrasse apenas as variáveis de decisão.

1.2.3 Resolução do modelo reformulado

A nova formulação foi testada para os dados de entrada apresentados na Seção 1.2.1.1, utilizando o programa computacional *Matrix Laboratory* (MATLAB) 7.0.lnk, versão 7.0.0.19920 (R14), com o *solve* linprog e método dual simplex.

1.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

1.3.1 Reformulação do modelo de otimização em sistema de microaspersão

Os dois lemas a seguir foram utilizados na reformulação do modelo descrito na Seção 1.2.1.

Lema 1.1: A pressão na j -ésima saída da linha de derivação pode ser determinada por:

$$HM_j = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} + (j - 1 + 0,5) S_L dz, \forall j = 1, \dots, J.$$

Prova: Pelas Restrições 11 e 12 tem-se, respectivamente:

$$HM_1 = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{1,i} LM_{1,i} + 0,5 S_L dz, \text{ para } j = 1 \quad (18)$$

$$HM_2 = HM_1 - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{2,i} LM_{2,i} + S_L dz, \text{ para } j = 2 \quad (19)$$

$$HM_3 = HM_2 - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{3,i} LM_{3,i} + S_L dz, \text{ para } j = 3. \quad (20)$$

Substituindo (18) em (19):

$$\begin{aligned}
HM_2 &= HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{1,i} LM_{1,i} + 0,5 S_L dz - 1,05 \sum_{i=1}^I JM_{2,i} LM_{2,i} + S_L dz \\
&= HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^2 JM_{q,i} LM_{q,i} + (1 + 0,5) S_L dz \\
&= HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^2 JM_{q,i} LM_{q,i} + (2 - 1 + 0,5) S_L dz. \tag{21}
\end{aligned}$$

E, substituindo (21) em (20) tem-se:

$$HM_3 = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^3 JM_{q,i} LM_{q,i} + (3 - 1 + 0,5) S_L dz.$$

Fazendo o mesmo procedimento anterior, obtém-se, para qualquer $p \in \mathbb{Z}$ com $1 < p < J$:

$$HM_p = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^p JM_{q,i} LM_{q,i} + (p - 1 + 0,5) S_L dz.$$

Portanto, de maneira recursiva, conseguimos determinar HM_j como segue:

$$HM_j = HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} + (j - 1 + 0,5) S_L dz, \forall j = 1, \dots, J.$$

■

Lema 1.2: A pressão na k -ésima saída da linha principal pode ser calculada por:

$$H_k = H_T - H_{es} - H_{su} - k N dz - 1,05 \sum_{q=1}^k \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{q,v}, \forall k = 1, \dots, K.$$

Prova: Pela Restrição 14, para $k = 1$, tem-se:

$$H_1 = H_o - N dz - 1,05 \sum_{v=1}^V JN_{1,v} LN_{1,v}.$$

E, pela Restrição 13 obtém-se:

$$H_1 = H_T - H_{es} - H_{su} - Ndz - 1,05 \sum_{v=1}^V JN_{1,v}LN_{1,v}. \quad (22)$$

Utilizando a Equação 22 na Restrição 14, para $k = 2$,

$$\begin{aligned} H_2 &= \left(H_T - H_{es} - H_{su} - Ndz - 1,05 \sum_{v=1}^V JN_{1,v}LN_{1,v} \right) - Ndz - 1,05 \sum_{v=1}^V JN_{2,v}LN_{2,v} \\ &= H_T - H_{es} - H_{su} - 2Ndz - 1,05 \sum_{q=1}^2 \sum_{v=1}^V JN_{q,v}LN_{q,v}. \end{aligned} \quad (23)$$

Substituindo a Equação 23 na Restrição 14, para $k = 3$, obtém-se:

$$H_3 = H_T - H_{es} - H_{su} - 3Ndz - 1,05 \sum_{q=1}^3 \sum_{v=1}^V JN_{q,v}LN_{q,v}.$$

Fazendo este mesmo procedimento, recursivamente, será obtido H_K como segue:

$$H_K = H_T - H_{es} - H_{su} - KNdz - 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v}LN_{q,v}.$$

Portanto, de maneira geral, tem-se:

$$H_k = H_T - H_{es} - H_{su} - kNdz - 1,05 \sum_{q=1}^k \sum_{v=1}^V JN_{q,v}LN_{q,v}, \forall k = 1, \dots, K.$$

■

Resultado 1.1 As Restrições 5 e 6 podem ser substituídas pelas inequações:

$$\begin{aligned} 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i}LM_{q,i} &\leq DM + (j - 1 + 0,5)S_Ldz \\ -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i}LM_{q,i} &\leq DM - (j - 1 + 0,5)S_Ldz. \end{aligned}$$

para $j = 1, \dots, J$.

Prova: Observe que a Restrição 6 é equivalentemente à:

$$HM_o - HM_j \geq -DM, \text{ para } j = 1, \dots, J \quad (24)$$

e que, juntamente com a Restrição 6, pode ser reescrita como:

$$|HM_o - HM_j| \leq DM, \text{ para } j = 1, \dots, J.$$

Usando o Lema 1.1 a desigualdade acima torna-se:

$$\begin{aligned} \left| HM_o - \left(HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} + (j-1+0,5)S_L dz \right) \right| &\leq DM \\ \left| -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} + (j-1+0,5)S_L dz \right| &\leq DM \\ \left| 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} - (j-1+0,5)S_L dz \right| &\leq DM. \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} -DM &\leq 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} - (j-1+0,5)S_L dz \leq DM \\ -DM + (j-1+0,5)S_L dz &\leq 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM + (j-1+0,5)S_L dz. \end{aligned}$$

Portanto, as Restrições 5 e 6 podem ser substituídas pelas seguintes inequações:

$$\begin{aligned} 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} &\leq DM + (j-1+0,5)S_L dz \\ -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} &\leq DM - (j-1+0,5)S_L dz. \end{aligned}$$

para $j = 1, \dots, J$.

■

Resultado 1.2: A Restrição 7 pode ser substituída pelas desigualdades:

$$\begin{aligned} 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} &\leq DM - (g-l)S_L dz \\ -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} &\leq DM + (g-l)S_L dz. \end{aligned}$$

para $g, l = 1, \dots, J$ e $g < l$.

Prova: Observe que a Restrição 7 é equivalente à:

$$|HM_g - HM_l| \leq DM, \forall g = 1, \dots, J; l = 1, \dots, J, \text{ com } g \neq l.$$

Usando o Lema 1.1 e supondo que $g < l$, tem-se:

$$\begin{aligned} HM_g - HM_l = & HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^g JM_{q,i} LM_{q,i} + (g - 1 + 0,5)S_L dz + \\ & - \left(HM_o - 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} + (l - 1 + 0,5)S_L dz \right), \end{aligned}$$

que é equivalente à:

$$\begin{aligned} HM_g - HM_l = & -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^g JM_{q,i} LM_{q,i} + (g - 1 + 0,5)S_L dz - (l - 1 + 0,5)S_L dz + \\ & + 1,05 \left(\sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^g JM_{q,i} LM_{q,i} + \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} \right) \\ = & 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} + (g - l)S_L dz. \end{aligned}$$

Portanto, a Restrição 7 pode ser substituída pelas seguintes inequações:

$$\begin{aligned} 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} & \leq DM - (g - l)S_L dz \\ -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} & \leq DM + (g - l)S_L dz. \end{aligned}$$

para $g, l = 1, \dots, J$ e $g < l$.

■

Resultado 1.3: A Restrição 8 pode ser substituída pela igualdade:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \{(-1, 05J + 0, 6615J) JM_{1,i} LM_{1,i} + [-1, 05(J-1) + 0, 6615J] JM_{2,i} LM_{2,i} + \dots \\ & \dots + [2(-1, 05) + 0, 6615J] JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + (-1, 05 + 0, 6615J) JM_{J,i} LM_{J,i}\} + \\ & + \frac{N_l}{2} H_{av} = J \left[h_w + 0, 75 h_f l + \frac{1}{2} dz (JS_L - M) \right]. \end{aligned}$$

Prova: De fato, $\sum_{j=1}^J HM_j = HM_1 + HM_2 + \dots + HM_J$ e pelo Lema 1.1 tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J HM_j &= HM_o - 1, 05 \sum_{i=1}^I JM_{1,i} LM_{1,i} + 0, 5 S_L dz + HM_o - 1, 05 \sum_{i=1}^I JM_{2,i} LM_{2,i} + \\ &+ (1 + 0, 5) S_L dz + \dots + HM_o - 1, 05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^J JM_{q,i} LM_{q,i} + \\ &+ (J - 1 + 0, 5) S_L dz. \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J HM_j &= JHM_o - 1, 05 \sum_{i=1}^I [JJM_{1,i} LM_{1,i} + (J-1) JM_{2,i} LM_{2,i} + \dots + \\ &+ 2JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + JM_{J,i} LM_{J,i}] + \left(J\frac{1}{2} + 1 + 2 + \dots + J-1 \right) S_L dz. \end{aligned}$$

Sabemos que $\sum_{n=1}^m n = \frac{1}{2}(m^2 + m)$. Desta forma, $\sum_{n=1}^{J-1} n = \frac{1}{2}[(J-1)^2 + (J-1)]$, e, portanto:

$$J\frac{1}{2} + 1 + 2 + \dots + J-1 = \frac{J^2}{2}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J HM_j &= JHM_o - 1, 05 \sum_{i=1}^I [JJM_{1,i} LM_{1,i} + (J-1) JM_{2,i} LM_{2,i} + \dots + \\ &+ 2JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + JM_{J,i} LM_{J,i}] + \frac{J^2}{2}. \end{aligned}$$

Pela Restrição 9 tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J HM_j &= J \left(h_w + 0,75hf_l + 0,6615 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J JM_{j,i} LM_{j,i} - \frac{1}{2} M dz \right) + \\ &\quad -1,05 \sum_{i=1}^I [JJM_{1,i} LM_{1,i} + (J-1) JM_{2,i} LM_{2,i} + \dots + 2JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + \\ &\quad + JM_{J,i} LM_{J,i}] + \frac{J^2}{2}. \end{aligned}$$

Rearranjando a igualdade anterior obtém-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J HM_j &= \sum_{i=1}^I \{ (-1,05J + 0,6615J) JM_{1,i} LM_{1,i} + [-1,05(J-1) + 0,6615J] JM_{2,i} \\ &\quad LM_{2,i} + \dots + [2(-1,05) + 0,6615J] JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + (-1,05 + 0,6615J) \\ &\quad JM_{J,i} LM_{J,i} \} + J \left[h_w + 0,75hf_l + \frac{1}{2} dz (JS_L - M) \right]. \end{aligned}$$

Portanto, a Restrição 8 pode ser substituída por:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^I \{ (-1,05J + 0,6615J) JM_{1,i} LM_{1,i} + [-1,05(J-1) + 0,6615J] JM_{2,i} LM_{2,i} + \dots \\ &\dots + [2(-1,05) + 0,6615J] JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + (-1,05 + 0,6615J) JM_{J,i} LM_{J,i} \} + \\ &+ \frac{N_l}{2} H_{av} = J \left[h_w + 0,75hf_l + \frac{1}{2} dz (JS_L - M) \right]. \end{aligned}$$

■

Resultado 1.4: A Restrição 17 pode ser substituída por:

$$\begin{aligned} &0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} + \\ &-HT = - \left[h_w + 0,75hf_l + H_v + H_{es} + H_{su} + \left(KN - \frac{1}{2} M \right) dz \right]. \end{aligned}$$

Prova: Rearranjando a Restrição 16 obtém-se:

$$1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} - HT = - (H_{uo} + H_{es} + H_{su})$$

Usando a Restrição 10 tem-se:

$$\begin{aligned}
& 1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} - HT = -(h_w + 0,75hf_l + \\
& + 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} - \frac{1}{2}Mdz + KNdz + H_v + H_{es} + H_{su}).
\end{aligned}$$

Portanto, a Restrição 16 pode ser substituída por:

$$\begin{aligned}
& 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} + \\
& - HT = - \left[h_w + 0,75hf_l + H_v + H_{es} + H_{su} + \left(KN - \frac{1}{2}M \right) dz \right].
\end{aligned}$$

■

Resultado 1.5: A Restrição 15 pode ser substituída por:

$$\begin{aligned}
& 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} + 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{qv} + \\
& - H_T \leq -H_{es} - [H_{es} + H_{su} + 0,75hf_l + h_w + H_v + (kN - 0,5M) dz].
\end{aligned}$$

Prova: Usando o Lema 1.2 tem-se:

$$1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} \leq \left(H_T - H_{es} - H_{su} - kNdz - 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{qv} \right) - H_{uo}$$

para $k = 1, \dots, K$.

Pela Restrição 10:

$$\begin{aligned}
& 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} + 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{qv} - H_T \leq -H_{es} - H_{su} - kNdz + \\
& - 0,75hf_l - h_w - H_v + 0,5Mdz - 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i}.
\end{aligned}$$

Portanto, a Restrição 15 pode ser substituída por:

$$0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} + 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{q,v} + \\ -H_T \leq -H_{es} - [H_{es} + H_{su} + 0,75hf_l + h_w + H_v + (kN - 0,5M) dz].$$

■

Com os Lemas 1.1 e 1.2, e os Resultados 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 e 1.5 foi possível reescrever o modelo para minimizar o custo anual do sistema de irrigação por microaspersão da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar } C = \{N_s [N_l (N_m P_m + LP_{pe}) + P_v] + C_{cp} + Cf + 1605,8\} CRF + \\ + N_s CRF \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I PM_i LM_{j,i} + 2CRF \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R PS_r LS_{k,r} + CRF \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V PN_k LN_{k,v} + \\ + \left(7,764CRF + \frac{10,787Q_s N_s I_d I_h E}{I_f \eta} \right) H_T$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^I LM_{1,i} = 0,5S_L \\ \sum_{i=1}^I LM_{j,i} = S_L, j = 2, \dots, J \\ \sum_{r=1}^R LM_{k,v} = S_k, k = 1, \dots, K \\ \sum_{v=1}^V LM_{k,v} = N_k, k = 1, \dots, K \\ 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v} LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r} LS_{K,r} + \\ -HT = - \left[h_w + 0,75hf_l + H_v + H_{es} + H_{su} + \left(KN - \frac{1}{2}M \right) dz \right] \\ (-1,05J + 0,6615J) \sum_{i=1}^I JM_{1,i} LM_{1,i} + [-1,05(J-1) + 0,6615J] \sum_{i=1}^I JM_{2,i} LM_{2,i} + \\ + \dots + [2(-1,05) + 0,6615J] \sum_{i=1}^I JM_{J-1,i} LM_{J-1,i} + (-1,05 + 0,6615J) \sum_{i=1}^I JM_{J,i} LM_{J,i} + \\ + \frac{N_l}{2} H_{av} = J \left[h_w + 0,75hf_l + \frac{1}{2} dz (JS_L - M) \right]$$

$$\begin{aligned}
& 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM + (j-1+0,5)S_L dz, j=1, \dots, J \\
& -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM - (j-1+0,5)S_L dz, j=1, \dots, J \\
& 1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM - (g-l)S_L dz, g, l=1, \dots, J \text{ e } g < l \\
& -1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM + (g-l)S_L dz, g, l=1, \dots, J \text{ e } g < l \\
& 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} + 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{qv} + \\
& -H_T \leq -[H_{es} + H_{su} + 0,75hf_l + h_w + H_v + (kN - 0,5M) dz] \\
& LM_{j,i} \geq 0, LS_{k,r} \geq 0, LN_{k,v} \geq 0, H_{av} \geq 0 \text{ e } 50 m \leq H_T \leq 80 m
\end{aligned}$$

1.3.2 Dados de saída da validação do modelo reformulado

A Tabela 9 contém os dados de saída do modelo reformulado para os dados de entrada da Seção 1.2.1.1. E, em comparação aos resultados presentes na Tabela 8 da Seção 1.2.1.2, foi observado que os resultados, para linha de derivação, desnível de 3% e 6%, linhas secundárias 1 (declividade 6% e 9%), 2, 3 e 4, as quatro seções da linha principal e a carga hidráulica média na linha de derivação, foram exatamente iguais.

Tabela 9 - Dados de saída do modelo reformulado em função dos três desníveis

(continua)

Item	Desnível (%)		
	3	6	9
Linha de	66,5 m DN50	66,5 m DN50	41,3 m DN50
derivação	28 m DN35	28 m DN35	53,2 m DN35
Linhas secundárias			
Seção 1	172,15 m DN75	86,6 m DN75	1,1 m DN75
	77,85 m DN50	163,4 m DN50	248,9 m DN50
Seção 2	197,8 m DN75	131,8 m DN75	65,8 m DN75
	52,2 m DN50	118,2 m DN50	184,2 m DN50
Seção 3	243,7 m DN75	210,7 m DN75	177,7 m DN75
	6,3 m DN50	39,3 m DN50	72,3 m DN50
Seção 4	250 m DN100	250 m DN100	250 m DN100

Tabela 9 - Dados de saída do modelo reformulado em função dos três desníveis

Item	Desnível (%)		
	3	6	9
Linha principal			
Seção 1	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 2	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 3	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
Seção 4	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
H_T	50,6 m	60,9 m	72,6 m
H_{av}	17,1 m	17,2 m	17,6 m
Custo anual (US\$)	5770,43	6036,59	6324,93

DN= diâmetro nominal; PN= pressão nominal

Pela Tabela 10, pode-se observar que os valores do comprimento da linha de derivação, declividade 9%, foi pequena em comparação ao modelo original, a ponto de ser desprezível.

Tabela 10 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para o comprimento da tubulação (m) na linha de derivação com desnível de 9% com pressão nominal de 40 mca em função do diâmetro (mm)

Diâmetro nominal (mm)	Modelo reformulado (m)	Modelo original (m)	Diferença (m)
35	53,164	53,3	0,136
50	41,335	41,2	0,135

O mesmo ocorre na linha secundária 1 para o desnível de 3%, isto é, para o diâmetro nominal de 75 mm e 50 mm , a diferença foi pequena, 0,05, em ambos os diâmetros. Portanto, pode-se afirmar que os resultados no dimensionamento das linhas do sistema de irrigação foram iguais a Saad e Mariño (2002).

Observe que na Tabela 11, nos três desníveis, ocorreu uma diminuição do custo anual do sistema de irrigação.

Tabela 11 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para o custo anual do sistema de irrigação (US\$) em função do desnível (%)

Desnível (%)	Modelo reformulado (US\$)	Modelo original (US\$)	Diferença (US\$)
3	5770,43	5815,2	44,77
6	6036,59	6081,6	45,01
9	6324,93	6372	47,07

Para a investigação deste decréscimo foram obtidos e comparados, Tabelas 12-14, os valores de C_{pp} , C_p e C_{PVC} com os dados de saída da Tabela 8 da Seção 1.2.1.2.

A escolha da determinação destes parâmetros é justificado pelo fato de que C_{pp} e C_p são calculados em função de H_T e, conseqüentemente, influenciam no custo anual de bombeamento.

Tabela 12 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para o custo anual com bombeamento (US\$) em função do desnível (%)

Desnível (%)	Modelo reformulado (US\$)	Modelo original (US\$)	Diferença (US\$)
3	1461,16	1504,8	43,64
6	1759,84	1804,8	44,96
9	2096,54	2140,8	44,26

Tabela 13 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para o custo com sistema de bombeamento (US\$) em função do desnível (%)

Desnível (%)	Modelo reformulado (m)	Modelo original (m)	Diferença (m)
3	271,553	273,6	2,047
6	282,463	283,2	0,737
9	294,762	297,6	2,838

Tabela 14 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para o custo com tubulação de policloreto de vinila (US\$) em função do desnível (%)

Desnível (%)	Modelo reformulado (m)	Modelo original (m)	Diferença (m)
3	850,459	849,6	0,859
6	807,030	806,4	0,630
9	746,370	746,4	0,030

Após examinar os valores da Tabela 12, foi verificado que C_{pp} , nos três desníveis, possui maior influência na diminuição do custo anual do sistema de irrigação seguido de C_p . Isto ocorre pelo fato de que ambos os custos dependem da variável de decisão H_T , que possui uma diferença no modelo reformulado para o obtido na Tabela 8 da Seção 1.2.1.2 como mostra a Tabela 15.

Tabela 15 - Comparação dos resultados do modelo original com o reformulado para a altura manométrica (m) em função do desnível (%)

Desnível (%)	Modelo reformulado (m)	Modelo original (m)	Diferença (m)
3	50,6	52,1	1,5
6	60,9	62,4	1,5
9	72,6	74,1	1,5

Assim, a diferença, entre o modelo reformulado e o original, de 1,5 m na altura manométrica dos três desníveis ocasionam na diminuição do custo anual do

sistema de irrigação de US\$ 43,91, US\$ 44,38 e US\$ 47,04 para 3%, 6% e 9%, respectivamente.

1.4 CONCLUSÃO

Os resultados da aplicação do modelo reformulado são iguais aos obtidos por Saad e Mariño (2002), na carga hidráulica média da linha de derivação e comprimentos, em função dos seus respectivos diâmetros, das tubulações em todo o sistema de irrigação e para todos os desníveis.

Em relação ao decréscimo do custo anual do sistema de irrigação, é possível afirmar que este ocorre, principalmente, devido ao custo anual do bombeamento que depende da variável altura manométrica, no qual também sofre uma pequena diminuição em relação a Saad e Mariño (2002).

Portanto, o novo modelo mostra ser tão eficiente quanto o modelo original, determinando apenas o comprimento, em função do seu respectivo diâmetro, das tubulações do sistema de irrigação, a altura manométrica e a carga hidráulica média na linha de derivação.

REFERÊNCIAS

- BENAMI, A.; OFEN, A. Irrigation engineering. 2. ed. Haifa: **Irrigation Engineering Scientific Publications**, 1984. 257p.
- BHAVE, P. R. Selecting pipe sizes in network optimization by L. P. **Journal of the Hydraulics Division**, New York, v. 105, n. 7, p. 1019-1025, 1978.
- CARVALHO, D. F.; SOARES, A. A.; RIBEIRO, C. A. A. S.; SEDIYAMA, G. C.; PRUSKI, F. F. Otimização no uso da água no perímetro irrigado do Gorutuba, utilizando-se a técnica da programação linear. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, PB, v. 4, n. 2, p. 203-209, 2000.
- CASE, K. E.; WHITE, J. A. A linear programming formulation of a water supply problem. **Transactions of the American Institute of Industrial Engineers**, v. 4, n. 2, p. 85-91, 1972.
- CRÓCOLI, O. **Programação Linear: Uma abordagem para o Ensino Médio**. 2016. 40 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá.
- FRIZZONE, J. A.; BOTREL, J. A. A.; ARCE, R. A. B.; PERES, F. C. Alocação de água e combinação de atividades pela programação linear em um projeto hidroagrícola no município de Guaíra (SP). **Scientia Agrícola**, Piracicaba, SP, v. 51, n. 3, p. 524-532, set./dez. 1994.
- GUPTA, I.; HASSAN, M. Z.; COOK, J. Linear programming analysis of a water supply system with multiple supply points. **Transactions of the American Institute of Industrial Engineers**, v. 4, n. 3, p. 200-204, 1972.
- KARMELI, D.; GADISH, Y.; MEYERS, S. Designer of optimal water distribution networks. **Journal of the Pipeline Division**, New York, v.94, n.1, p.1-10, 1968.
- MARCUZZO, F. F. N. **Sistemas de otimização hidráulica e econômica de rede de irrigação localizada usando algoritmos genéticos**. 2008. 361 f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.
- ORON, G.; KARMELI, D. Solid set irrigation system design using linear programming. **Water resources Bulletin**, Urbana, v. 17, n. 4, p. 565-570, aug. 1981.
- PARDOSSI, A.; INCROCCI, L.; INCROCCI, G.; MALORGIO, F.; BATTISTA, P.; BACCI, L.; RAPI, B.; MARZIALETTI, P.; HEMMING, J.; BALENDONCK, J. Root zone sensors for irrigation management in intensive agriculture. **Sensors**, v. 9, p. 2809-2835, 2009.
- SAAD, J. C. C. **Modelos de programação linear e não-linear para otimização do dimensionamento e operação de sistemas de irrigação localizada**. 2002. 129 f. Tese (Livre-Docente em irrigação e Drenagem) – Faculdade de Ciências

Agronômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, 2002.

SAAD, J. C. C.; MARIÑO, M. A. Optimum Designer of Microirrigation Systems in Sloping Lands. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, Reston, v. 128, n. 2, p. 116-124, 2002.

SAAD, J. C. C.; MARIÑO, M. A. Designer of microirrigation systems in sloping land using linear programming. **Irriga**, Botucatu, v. 7, n. 3, p. 214-225, 2003.

SAAD, J. C. C.; TOMAZELA, C.; PERES, J. A.; PERES, F. C.; FRIZZONE, J. A. Otimização da rede hidráulica de um sistema de irrigação por gotejamento utilizando programação linear. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 29, n. 5, p. 797-805, 1994.

SANTOS JÚNIOR, J. L. C.; FRIZZONE, J. A.; PAZ, V. P. S. Water use optimization through alternative water depths in the Formoso Irrigation District. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, PB, v. 19, n. 7, p. 621-629, 2015.

SANTOS, M. A. L.; COSTA, R. N. T.; FRIZZONE, J. A.; SANTOS, C. G.; SANTOS, V. R. Modelo de programação linear para otimização econômica do projeto de irrigação Baixo Acaraú-CE. **Revista Caatinga**, Mossoró, v. 22, n. 1, p. 6-19, jan./mar. 2009.

WU, I. P. et al. Design principles: system design. In: NAKAYAMA, F. S.; BUCKS, D. A. **Trickle irrigation for crop production**, Amsterdam: Elsevier, 1986. p. 53-92.

CAPÍTULO 2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZIMMERMANN-WERNERS EM UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE MICROASPERSÃO EM TERRENOS COM DECLIVE

Autor: Evanize Rodrigues Castro

Orientador: Luís Roberto Almeida Gabriel Filho

Coorientador: João Carlos Cury Saad

RESUMO

Soluções ótimas oriundas de modelos de programação linear dependem totalmente dos parâmetros de entrada, que são incorporados na matriz tecnológica, nos vetores de demanda e custo. Entretanto, esses dados, muitas vezes são provenientes de estimativas e previsões, e podem apresentar uma certa variabilidade. A programação linear difusa é uma ferramenta que permite a incorporação de incertezas, por exemplo, nas restrições e na função objetivo, dos modelos de otimização linear. Desta forma, o objetivo deste trabalho é aplicar o método de Zimmermann-Werners em um modelo que otimiza sistemas de microaspersão em terrenos com declive, para obter novas possibilidades na decisão do projetista e produtor rural. Por esse método foram construídos sessenta modelos de programação linear *fuzzy* que determinam o custo anual total menor que a solução do modelo original, mantendo a mesma configuração hidráulica da linha principal, quarta seção da linha secundária, linhas de derivação, altura manométrica e carga hidráulica média da linha de derivação. Além disso, foi possível verificar uma relação entre a redução do custo anual e o aumento no comprimento das tubulações com diâmetro nominal de $50mm$ usada nas linhas secundárias. Pelos resultados satisfatórios e a eficiência do método, a aplicação deste é recomendado em outros modelos de programação linear no auxílio do tratamento de incertezas.

Palavras-Chave: Otimização linear *fuzzy*. Flexibilidade das restrições. Diminuição do custo total anual.

ABSTRACT

Optimum solutions derived from liner-programming models depend totally on the input parameters, which are incorporate in the technological matrix, demand vector and cost vector. However, these data often come from estimates and forecasts, and they can present some variability. The fuzzy linear programming is a tool that allows the incorporation of uncertainties, for example, in the constraints and in the function objective, of linear optimization models. This way, the objective of this work is to apply

the Zimmermann-Werners method in a model that optimizes microirrigation systems in slope lands, to obtain new possibilities for the designer's decision and rural producer. For this method were built sixty models of fuzzy linear programming that determine the annual total cost smaller than the solution of the original model, maintaining the same hydraulic network of the main lines, fourth section of the submain line, manifold lines, total operating head and average pressure in the manifold line. Besides, it was possible to verify a relationship between the reduction of the annual cost and the increase in the length of the pipeline with nominal diameter of 50 mm used in the submain lines. For the satisfactory results and the efficiency of the method, the application of this is recommended in other models of linear programming in the aid of the treatment of uncertainties.

Keywords: Fuzzy linear optimization. Flexibility of the constraints. Decrease of the annual total cost

2.1 INTRODUÇÃO

Nas localidades em que há escassez hídrica ou a demanda de água não é suficiente para o ciclo da cultura, se faz necessário o uso de sistemas de irrigação. A irrigação localizada se destaca, dentre todos os sistemas, pela economia de energia, a possibilidade de automação e fertirrigação, a facilidade em operação e o melhor aproveitamento de água por sua eficiência e uniformidade de distribuição (SILVA; SILVA; CORREA; SOUZA; SILVA, 2012).

Entretanto, uma das principais limitações à expansão deste sistema é o seu custo de instalação, uma vez que a rede hidráulica deve ser fixa e se estender por toda a área. Porém, o fato da tubulação ser fixa, possibilita diversas combinações envolvendo diâmetros distintos e diferentes comprimentos. Diante disso, existem diversas configurações hidráulicas possíveis e entre essas ocorre a de menor custo (SAAD; TOMAZELA; PERES; PERES; FRIZZONE, 1994).

“O dimensionamento econômico pode ser feito utilizando-se técnicas de pesquisa operacional, dentre as quais destaca-se a programação linear que é o instrumento mais utilizado nos problemas de otimização [...]”. (SAAD; TOMAZELA; PERES; PERES; FRIZZONE, 1994 apud LANZER, 1988). Isto ocorre pela sua versatilidade e do fato de utilizar fundamentos matemáticos simples, como a análise e resolução de sistemas de equação lineares. Sendo assim, “a programação linear tem sido aplicada no dimensionamento de sistemas fixos de irrigação para minimizar o custo da rede hidráulica.” (BENAMI; OFTEN, 1984; SAAD; TOMAZELA; PERES; PERES; FRIZZONE, 1994 apud ORON; KARMELI, 1981).

As soluções ótima proveniente de modelos de programação linear

depende totalmente dos parâmetros de entrada que correspondem aos valores da matriz tecnológica, dos vetores demanda e de custo. Isto pode ser observado na sua formulação, Modelo (1), em notação vetorial, que pretende maximizar uma função objetivo, $f(x)$, respeitando as restrições $Ax \leq b$ e $x \geq 0$.

Modelo 1:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & f(x) = c^T x \\ \text{Sujeito a} & \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

sendo $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $c, x \in \mathbb{R}^n$ e $b \in \mathbb{R}^m$.

Os valores de A , b e c , na maioria dos modelos de otimização de problemas reais, não são conhecidos com exatidão, pois são provenientes de estimativas e previsões e apresentam uma certa variabilidade. Desta forma, um problema de programação matemática *fuzzy* “pode apresentar incertezas em seus dados (ou coeficientes) e nos permite um tratamento mais próximo da realidade que o envolve.” (CANTÃO; SARTORI; CANTÃO, 2005, p. 2031).

Além disso, eles são capazes de apresentar suas restrições flexíveis, isto é, os termos independentes de b podem sofrer pequenas violações até uma certa tolerância, e f pode melhorar a considerável situação do presente custo através de níveis de aspiração (metas).

Diante do exposto, o objetivo deste capítulo foi determinar, utilizando o método de Zimmermann-Werners, novas soluções para um modelo reformulado de programação linear que minimiza o custo total anual do sistema de irrigação, de maneira que atenda as restrições e proporcione novas possibilidades para a decisão do projetista e produtor rural.

2.2 MATERIAL E MÉTODOS

2.2.1 Modelo de otimização de sistemas de microaspersão

O modelo de programação linear para a minimização do custo total anual, de sistemas de irrigação por microaspersão, possui as premissas de que a área irrigada é retangular com gradiente de declive uniforme tanto na longitudinal quanto na transversal, sendo as linhas laterais em nível, as linhas de derivação em declive e a linha principal em aclave. Além disso, as linhas de derivação, secundárias e principal são de policloreto de vinila (PVC), com múltiplos diâmetros, e as linhas laterais de

polietileno, com diâmetro único.

Também é assumido que as unidades operacionais, compostas por válvula reguladora de pressão, linha de derivação, linhas laterais e emissores, possuem a mesma dimensão, rede hidráulica e pressão de saída.

A função objetivo deste modelo é apresentada a seguir, com os preços e custos em dólares americanos (US\$):

Minimizar

$$C = CRF \{N_s N_l N_m P_m + N_s N_l L P_{pe} + N_s P_v + C_{cp} + C_f + (7,764 H_T + 1605,8)\} + \\ + CRF \left(N_s \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P M_i L M_{j,i} + 2 \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R P S_r L S_{k,r} + \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V P N_k L N_{k,v} \right) + \\ + \frac{10,787 Q_s N_s I_d I_h E H_T}{I_f \eta},$$

em que: C = custo anual do sistema de irrigação (US\$); CRF = fator de recuperação do capital; N_s = número de unidade operacional; N_l = número de linhas laterais na unidade operacional; N_m = número de emissores por linha lateral; P_m = custo unitário do microaspersor (US\$/unidade); L = comprimento da linha lateral com diâmetro unitário (m); P_{pe} = preço do tubo de polietileno (US\$/ m); P_v = custo unitário da válvula elétrica do início na unidade operacional (US\$/unidade); C_{cp} = custo do painel de controle (US\$); C_f = custo do sistemas de filtragem (US\$); H_T = altura manométrica total (mca); $P M_i$ = preço do tubo de PVC com diâmetro i usado na linha de derivação (US\$/ m); $L M_{j,i}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro i na seção j da linha de derivação; $P S_r$ = preço do tubo de PVC com diâmetro r usado na linha secundária (US\$/ m); $L S_{k,r}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro r na linha secundária k ; $P N_k$ = preço do tubo de PVC com diâmetro v usado na linha principal (US\$/ m); $L N_{k,v}$ = comprimento (m) da tubulação de PVC com diâmetro v na seção k da linha principal; Q_s = vazão na unidade operacional (m^3/s); I_d = dias de irrigação no ciclo; I_h = horas de irrigação para o conjunto de unidades operacionais trabalhando simultaneamente; E = custo da energia elétrica (US\$/ kWh); I_f = turno de irrigação (dias); e η = rendimento do conjunto motor e bomba.

As parcelas $N_s N_l N_m P_m$, $N_s N_l L P_{pe}$, $N_s P_v$, $7,764 H_T + 1605,8$ para $50 m \leq H_T \leq 80 m$,

$$N_s \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P M_i L M_{j,i} + 2 \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R P S_r L S_{k,r} + \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V P N_k L N_{k,v}$$

e

$$\frac{10,787 Q_s N_s I_d I_h E H_T}{I_f \eta},$$

representam, respectivamente, o custo total com emissores (US\$), custo com tubulação de polietileno (US\$), custo com válvulas (US\$), custo com sistema de bombeamento (US\$), custo com tubulação de PVC (US\$), e o custo anual com bombeamento (US\$).

As restrições de área que garantem que as dimensões do sistema de irrigação sejam atendidas são:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I LM_{1,i} &= 0,5S_L \\ \sum_{i=1}^I LM_{j,i} &= S_L, j = 2, \dots, J \\ \sum_{r=1}^R LM_{k,v} &= S_k, k = 1, \dots, K \\ \sum_{v=1}^V LM_{k,v} &= N_k, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

onde: S_L = espaçamento entre as linhas laterais (m); S_k = comprimento da linha secundária (m); e N_k = comprimento da linha principal (m).

No dimensionamento das linhas de derivação é considerado todos os possíveis perfis de pressão, detalhados em Wu et al. (1986) e na Seção 1.2.1, que pode ocorrer quando operada e declive. Desta maneira, é assegurado, pelas Restrições 25-28, que a diferença entre a carga máxima e mínima seja menor ou igual à máxima variação de carga hidráulica permitida na linha de derivação, independente de onde pontos estejam localizados.

$$1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM + (j - 1 + 0,5)S_L dz, j = 1, \dots, J \quad (25)$$

$$-1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^j JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM - (j - 1 + 0,5)S_L dz, j = 1, \dots, J \quad (26)$$

$$1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM - (g - l)S_L dz, g, l = 1, \dots, J \text{ e } g < l \quad (27)$$

$$-1,05 \sum_{i=1}^I \sum_{q=g+1}^l JM_{q,i} LM_{q,i} \leq DM + (g - l)S_L dz, \dots, J \text{ e } g < l, \quad (28)$$

em que: DM = perda de carga permitida na linha de derivação (mca).

A carga hidráulica média na linha de derivação (H_{av}) é calculada pela restrição:

$$\begin{aligned}
& (-1,05J + 0,6615J) \sum_{i=1}^I JM_{1,i}LM_{1,i} + [-1,05(J-1) + 0,6615J] \sum_{i=1}^I JM_{2,i}LM_{2,i} + \\
& + \dots + [2(-1,05) + 0,6615J] \sum_{i=1}^I JM_{J-1,i}LM_{J-1,i} + (-1,05 + 0,6615J) \\
& \sum_{i=1}^I JM_{J,i}LM_{J,i} + \frac{N_l}{2}H_{av} = J \left[h_w + 0,75hf_l + \frac{1}{2}dz(JS_L - M) \right] \quad (29)
\end{aligned}$$

onde: J = número de trechos da linha de derivação; $JM_{j,i}$ = gradiente de perda de carga (m/m) na tubulação de PVC com diâmetro i utilizado na seção j da linha de derivação; h_w = carga hidráulica de operação do microaspersor (mca); hf_l = perda de carga na linha lateral (mca); dz = gradiente de declive (m/m); e M = comprimento da linha de derivação (m).

A Restrição 30 calcula a altura manométrica total (H_T , em m), que é determinada de maneira que atenda a unidade operacional operando na condição mais crítica. Assim, deve ser considerado no seu cálculo a perda de carga na estação de controle (H_{es}); a altura de sucção; a perda de carga total na linha principal, última seção da linha secundária e unidade operacional; e a diferença de nível da unidade operacional mais distante.

$$\begin{aligned}
& 0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i}LM_{j,i} + 1,05 \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{k,v}LN_{k,v} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{K,r}LS_{K,r} + \\
& -HT = - \left[h_w + 0,75hf_l + H_v + H_{es} + H_{su} + \left(KN - \frac{1}{2}M \right) dz \right] \quad (30)
\end{aligned}$$

em que: $JN_{k,v}$ = gradiente de perda de carga (m/m) no tubo com diâmetro v utilizado na seção k da linha principal; $JS_{K,r}$ = gradiente de perda de carga (m/m) no tubo de PVC com diâmetro r utilizado na seção 4 da linha secundária; H_v = perda de carga na válvula reguladora de pressão (mca); H_{es} = perda de carga na estação de controle (mca); H_{su} = altura geométrica de sucção (mca); K = número de seções na linha principal; e N = comprimento da linha principal (m).

As linhas secundárias são dimensionadas pela Restrição 31 através da pressão disponível na saída da linha principal e a pressão requerida na entrada da unidade operacional.

$$0,6615 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I JM_{j,i} LM_{j,i} + 1,05 \sum_{r=1}^R JS_{k,r} LS_{k,r} + 1,05 \sum_{q=1}^K \sum_{v=1}^V JN_{q,v} LN_{q,v} + \\ -H_T \leq -[H_{es} + H_{su} + 0,75hf_l + h_w + H_v + (kN - 0,5M) dz], k = 1, \dots, K \quad (31)$$

onde $JS_{k,r}$ = gradiente de perda de carga (m/m) no tubo de PVC com diâmetro r utilizado na seção k da linha secundária.

A Restrição 32 garante a não-negatividade das variáveis de decisão e que H_T esteja entre um limitante inferior (50) e superior (80):

$$LM_{j,i} \geq 0, LS_{k,r} \geq 0, LN_{k,v} \geq 0, H_{av} \geq 0 \text{ e } 50 m \leq H_T \leq 80 m. \quad (32)$$

Para o exemplo de aplicação apresentado na Seção 1.2.1.1 tem-se a solução do modelo desta seção exposta na Tabela 1.

Tabela 1 - Dados de saída do modelo reformulado em função dos três desníveis

Item	Desnível (%)		
	3	6	9
Linha de	66,5 m DN50	66,5 m DN50	41,3 m DN50
derivação	28 m DN35	28 m DN35	53,2 m DN35
Linhas secundárias			
Seção 1	172,15 m DN75	86,6 m DN75	1,1 m DN75
	77,85 m DN50	163,4 m DN50	248,9 m DN50
Seção 2	197,8 m DN75	131,8 m DN75	65,8 m DN75
	52,2 m DN50	118,2 m DN50	184,2 m DN50
Seção 3	243,7 m DN75	210,7 m DN75	177,7 m DN75
	6,3 m DN50	39,3 m DN50	72,3 m DN50
Seção 4	250 m DN100	250 m DN100	250 m DN100
Linha principal			
Seção 1	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 2	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)	98 m DN100 (PN80)
Seção 3	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
Seção 4	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)	98 m DN100 (PN40)
H_T	50,6 m	60,9 m	72,6 m
H_{av}	17,1 m	17,2 m	17,6 m
Custo anual (US\$)	5770,43	6036,59	6324,93

DN= diâmetro nominal; PN= pressão nominal

2.2.2 Método de Zimmermann-Werners

Suponha que a solução ótima do Modelo 1 seja z_0 e que a função objetivo possa assumir um nível de aspiração z_1 , maior que z_0 , desde que as restrições sofram pequenas violações de maneira que garanta a factibilidade de z_1 .

Segundo Zimmermann (1996), z_1 é denominado meta da função objetivo e determinado por:

Modelo 2:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & c^T x \\ \text{Sujeito a} & \\ & Ax \leq b + t \\ & x \geq 0 \end{array}$$

sendo $t \in \mathbb{R}^m$ o vetor com as pequenas violações que cada restrição pode sofrer e que devem serem impostas pelo especialista. Essas são nomeadas como tolerâncias das restrições $Ax \leq b$.

Partindo destas hipóteses, será resolvido o seguinte problema de programação linear *fuzzy*:

Modelo 3:

$$\begin{array}{ll} \text{Determinar} & x \\ \text{Sujeito a} & \\ & c^T x \widetilde{\geq} z_1 \\ & Ax \widetilde{\leq} b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

O símbolo $\widetilde{\leq}$ ($\widetilde{\geq}$) denota a flexibilidade nas restrições $\leq$ ($\geq$).

Observe que no modelo acima a função objetivo foi transformada em uma nova restrição. Cada uma das $(m+1)$ linhas do Modelo 3 são representadas por um conjunto *fuzzy*, com funções de pertinência $\mu_i(x)$, com $i = 1, \dots, m+1$, definidas, segundo Zimmermann (1996) por:

$$\mu_1(c^T x) = \begin{cases} 1 & z_1 < c^T x \\ \frac{c^T x - z_0}{t_1} & z_0 \leq c^T x \leq z_1 \\ 0 & c^T x < z_0 \end{cases}$$

sendo $t_1 = z_1 - z_0$. E,

$$\mu_j(a_k^T x) = \begin{cases} 1 & a_k^T x < b_k \\ \frac{t_j + b_k - a_k^T x}{t_j} & b_k \leq a_k^T x \leq b_k + t_j \\ 0 & b_k + t_j < a_k^T x \end{cases}$$

para $k = 1, \dots, m$ e $j = 2, \dots, m + 1$.

No caso de $\mu_i(x) = 0$ interpretado-se que a i -ésima restrição (inclusive a função objetivo) é fortemente violada, agora, se $\mu_i(x) = 1$ tem-se a i -ésima restrição bem satisfeita e se $\mu_i(x)$ é monotonamente crescente (ou decrescente) no intervalo $]0, 1[$, então a i -ésima restrição está dentro de um intervalo aceitável de violação (ZIMMERMANN, 1996, p. 290).

Multiplicando a restrição que equivale a função objetivo no Modelo 3 por -1 , em ambos os membros, obtém-se $-c^T x \leq -z_1$ e tomando $B = \begin{pmatrix} -c^T \\ A \end{pmatrix}$ e $d = \begin{pmatrix} -z_1 \\ b \end{pmatrix}$, com $B \in \mathbb{R}^{(m+1) \times n}$ e $d \in \mathbb{R}^{m+1}$, o Modelo 3 torna-se:

Modelo 4:

$$\begin{array}{ll} \text{Determinar} & x \\ \text{Sujeito a} & \\ & Bx \leq d \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Definição (BELLMAN; ZADEH, 1970): Seja um objetivo difuso $\tilde{G}$ e uma restrição difusa $\tilde{C}$ num espaço de alternativas X . Então $\tilde{G}$ e $\tilde{C}$ combinadas formam uma decisão $\tilde{D}$, que é um conjunto difuso resultando da intersecção de $\tilde{G}$ e $\tilde{C}$, ou seja, $\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$ e correspondentemente $\mu_{\tilde{D}} = \min \{ \mu_{\tilde{G}}, \mu_{\tilde{C}} \}$. Com n objetivos $\tilde{G}_1, \tilde{G}_2, \dots, \tilde{G}_n$ e m restrições $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \dots, \tilde{C}_m$, a decisão resultante é a intersecção dos objetivos e das restrições, ou seja,

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \dots \cap \tilde{G}_n \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \dots \cap \tilde{C}_m$$

e, portanto,

$$\mu_{\tilde{D}} = \min \{ \mu_{\tilde{G}_1}, \mu_{\tilde{G}_2}, \dots, \mu_{\tilde{G}_n}, \mu_{\tilde{C}_1}, \mu_{\tilde{C}_2}, \dots, \mu_{\tilde{C}_m} \}.$$

Pela definição anterior tem-se que a função de pertinência do conjunto de decisão fuzzy do Modelo 4 é:

$$\mu_{\tilde{D}} = \min_i \{ \mu_i(x) \}.$$

A solução maximizadora para o conjunto de decisão *fuzzy* será:

$$\max_{x \geq 0} \mu_{\tilde{D}}(x) = \max_{x \geq 0} \min_i \{\mu_i(x)\} \quad (33)$$

isto é, a que terá maior função de pertinência.

Tomando $\lambda = \mu_{\tilde{D}}(x)$, o Modelo 5 tem como solução o vetor (λ_0, x_0) , sendo, segundo Zimmermann (1996), x_0 a solução para o Problema (33) e λ_0 o grau de risco associado em realizar as violações no Modelo 4.

Modelo 5:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} && \lambda \\ &\text{Sujeito a} && \\ &&& \lambda t_i + B_i x \leq d_i + t_i, i = 1, \dots, m + 1 \\ &&& x \geq 0, \lambda \in [0, 1] \end{aligned}$$

Para $\theta = 1 - \lambda$, a solução do Modelo 5 é equivalente a encontrada pelo Modelo 6.

Modelo 6:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && \theta \\ &\text{Sujeito a} && \\ &&& c^T x \geq z_1 + \theta t_1 \\ &&& (Ax)_k \leq b_k + \theta t_j, k = 1, \dots, m \text{ e } j = 2, \dots, m + 1 \\ &&& x \geq 0, \theta \in [0, 1] \end{aligned}$$

No caso de restrições do tipo $(Ax)_k \widetilde{\geq} b_k$, para k qualquer, tem-se $(Ax)_k \geq b_k - \theta t_k$.

2.2.3 Aplicação do método de Zimmermann-Werners

Para a melhor compreensão da metodologia desenvolvida nesta seção considere como modelo original o modelo apresentado na Seção 2.2.2.

Observe que no modelo original a função objetivo é minimizada e as restrições são compostas por inequações lineares com o sinal de menor ou igual ($\leq$), por isso o Modelo 6 foi formulado como segue:

*Modelo 7:*Minimizar θ

Sujeito a

$$c^T x \leq z_1 + \theta t_1$$

$$(Ax)_k \leq b_k + \theta t_j, k = 1, \dots, m; j = 2, \dots, m + 1$$

$$x \geq 0, \theta \in [0, 1]$$

A aplicação do método de Zimmermann-Werners ocorreu nos desníveis de 3%, 6% e 9%. Para cada declividade, a tolerância das restrições foram determinadas por $t_j = p_w b_k$ para $j = 2, \dots, m + 1$, w fixo e $k = 1, \dots, m$, sendo $p_w = w(10^{-2})$, com $w = 1, \dots, 30$ e $w \in \mathbb{Z}$, a porcentagem em decimal.

Por exemplo, fixando o desnível de 3% (solução do modelo original US\$ 5770,43) e $i = 10$, tem-se $p_{10} = 0,1$ e as tolerâncias das restrições são dadas por $t_j = 0,1b_k$, para $j = 2, \dots, m + 1$ e $k = 1, \dots, m$.

A meta da função objetivo (z_1) é determinada pela resolução do Modelo 8.

*Modelo 8:*Minimizar $c^T x$

Sujeito a

$$c^T x \leq b + t$$

$$x \geq 0$$

e, através de z_1 , foi obtido a tolerância da função objetivo por $t_1 = z_0 - z_1$.

Portanto, fixando uma declividade, são construídos trinta modelos de programação linear *fuzzy*, isto é, trinta modelos com a formulação do Modelo 7.

A partir da meta da função objetivo, sua respectiva tolerância, as tolerâncias das restrições e os dados de entrada apresentado na Seção 1.2.1.1, foi determinado a solução de cada modelo de programação linear *fuzzy* pelos algoritmos apresentados nos Apêndices B e C, desenvolvidos no programa computacional *Matrix Laboratory* (MatLab) 7.0.lnk, versão 7.0.0.19920, com o *solve* linprog e método padrão dual simplex.

2.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

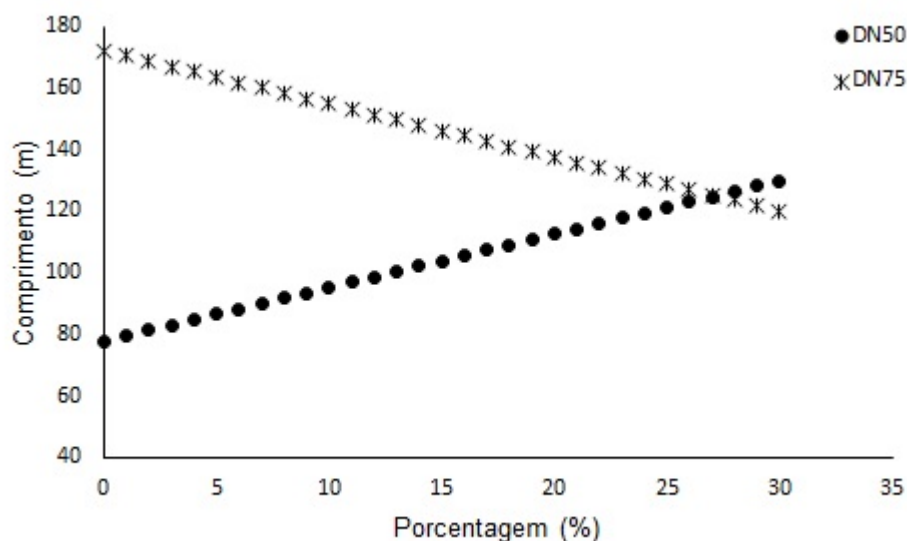
2.3.1 Resultados para os desníveis de 3% e 6%

Na declividade de 3%, θ foi igual 0,5 para todo o intervalo de w considerado, enquanto que no desnível de 6%, $\theta = 0,5$ no intervalo de $[1, \dots, 25]$, $\theta = 0,49$ em $[26, \dots, 28]$, $\theta = 0,48$ em $w = 29$ e $\theta = 0,48$ em $w = 30$. Isto significa que na solução de todos modelos de programação linear *fuzzy* o valor do custo anual do sistema de irrigação intermediário a z_1 e z_0 .

Nesses desníveis os comprimentos (em função dos seus respectivos diâmetros) das linhas secundárias 1, 2 e 3 foram os únicos alterados com a aplicação do método de Zimmermann-Werners. Assim, os resultados para a linha principal, linha secundária 4 e linhas de derivação foram iguais ao apresentado na Tabela 1, o mesmo ocorreu para H_T e H_{av} por não dependerem do comprimento das linhas modificadas.

Para o desnível de 3%, foi possível observar pela Figura 1 que a seção 1 da linha secundária possui comprimento da tubulação com diâmetro nominal 50 mm (CDN50) menor que o comprimento da tubulação com diâmetro nominal 75 mm (CDN75) até a porcentagem 0,27 ($p_{27} = 0,27$), onde $CDN50 = 124,736 m$ e $CDN75 = 125,2636 m$. A partir deste ponto, CDN50 passa ser maior que CDN75.

Figura 1 - Comprimento (m) da linha secundária 1, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 3%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



Já pela Figura 2, foi verificado que na seção 2, CDN50 é menor que CDN75 em todo o intervalo de porcentagem considerado. O mesmo ocorre para a seção 3, Figura 3.

Figura 2 - Comprimento (m) da linha secundária 2, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 3%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias

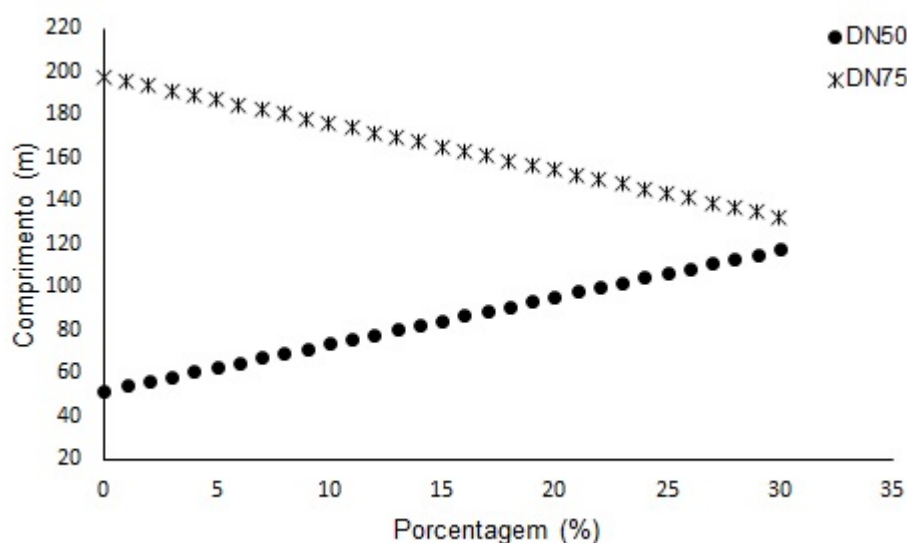
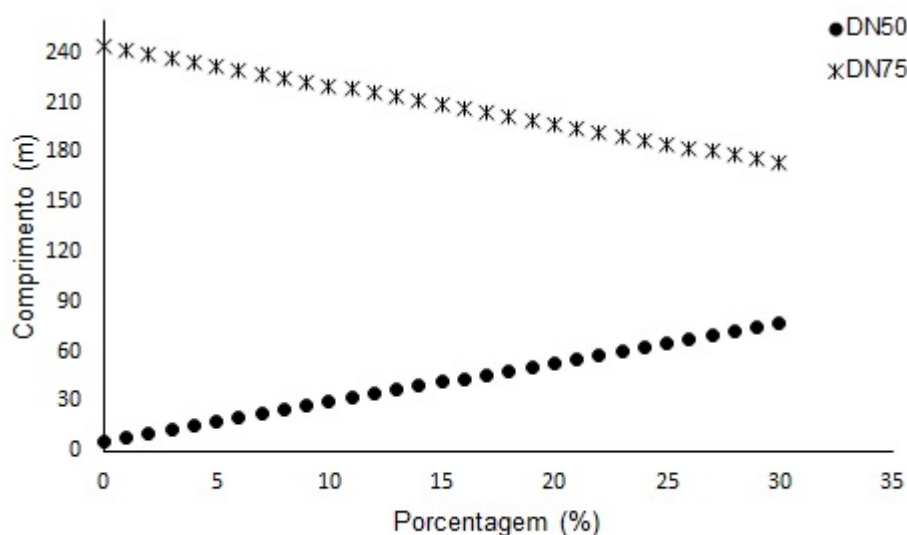
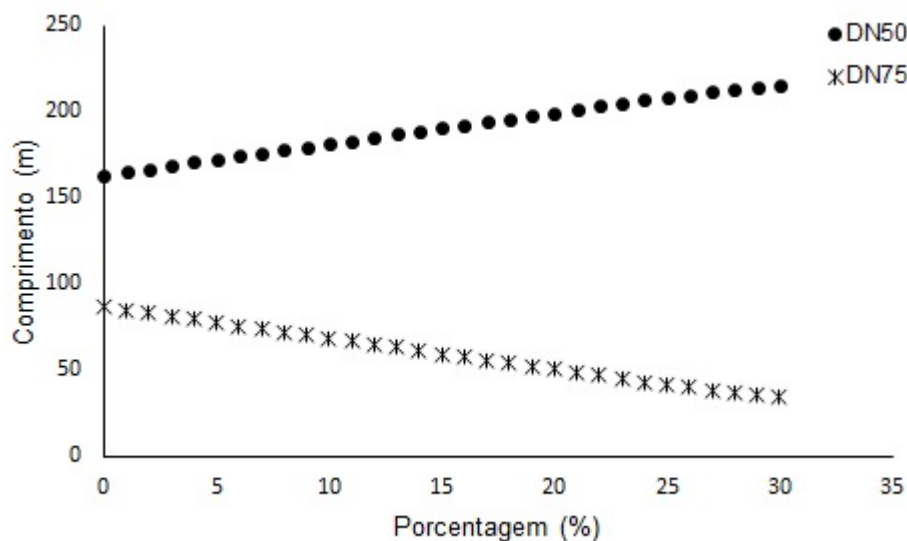


Figura 3 - Comprimento (m) da linha secundária 3, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 3%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



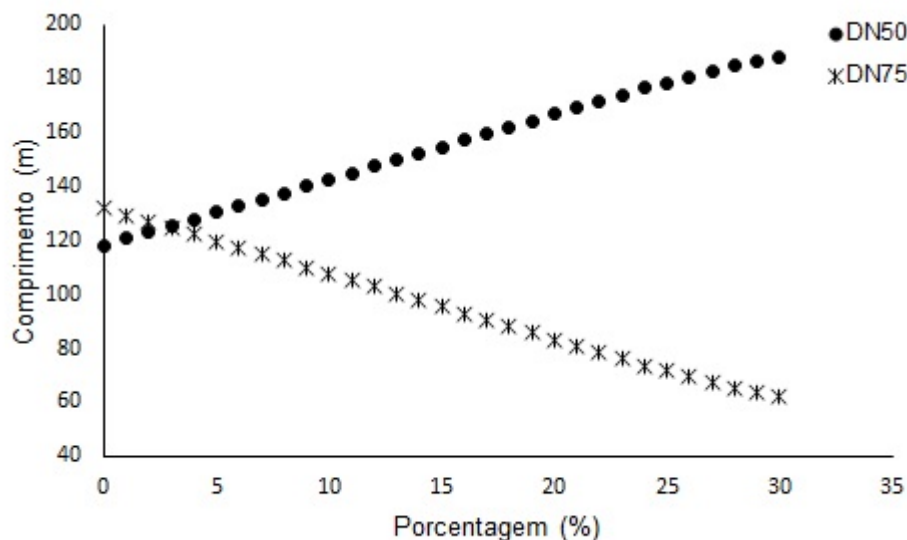
No desnível de 6%, foi constatado pela Figura 4, que a seção 1, linha secundária, CDN50 é maior que CDN75, em todo intervalo de porcentagem.

Figura 4 -Comprimento (m) da linha secundária 1, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 6%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



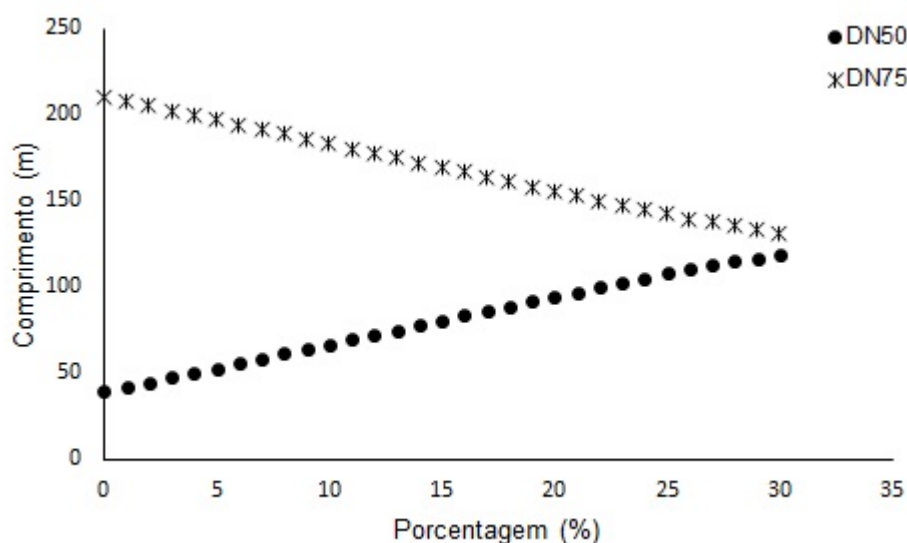
Na seção 2, Figura 5, CDN50 é menor que CDN75, apenas para $p_1 = 0,01$, $p_2 = 0,02$ e $p_3 = 0,03$, depois ocorre o contrário.

Figura 5 - Comprimento (m) da linha secundária 2, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 6%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



Por fim, na seção 3 é notado, pela Figura 6, que em todo o intervalo de porcentagem CDN50 é maior CDN75.

Figura 6 - Comprimento (m) da linha secundária 3, diâmetros nominais 50 mm (DN50) e 75 mm (DN75), no desnível de 6%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



Pelas Figuras 1-6 foi possível concluir que, as linhas secundária 1, 2 e 3, para os desníveis de 3% e 6%, CDN50 é crescente em todo intervalo de porcentagem. Em contraposição a isso, o comportamento de CDN75 é decrescente. Desta maneira, com o aumento de CDN50 e diminuição de CDN75 nessas seções tem-se o custo com tubulação de PVC (C_{PVC}) mais barato, pois o preço do tubo de PVC é menor para o diâmetro nominal de 50 mm .

Os valores de CDN50 e CDN75, para $p_1 = 0,01$ e $p_{30} = 0,30$, em função da linha secundária nos desníveis 3% e 6%, podem ser vistos nas Tabelas 2 e 3, respectivamente.

Tabela 2 - Comprimento (m) das tubulações com diâmetros nominal de 50 mm e 75 mm , para porcentagem das tolerâncias de 1% e 30%, em função da seção da linha secundária, para o desnível de 3%

Linha	Diâmetro nominal (mm)	Porcentagem (%)	
		1	30
1	50	79,585	129,946
	75	170,414	120,054
2	50	54,369	117,464
	75	195,63	132,536
3	50	8,663	76,543
	75	241,336	173,457

Tabela 3 - Comprimento (m) das tubulações com diâmetros nominal de 50 mm e 75 mm , para porcentagem das tolerâncias de 1% e 30%, em função da seção da linha secundária, para o desnível de 6%

Linha	Diâmetro nominal (mm)	Porcentagem (%)	
		1	30
1	50	165,175	215,53
	75	84,825	34,47
2	50	120,629	188,111
	75	129,371	61,889
3	50	42,085	118,747
	75	207,915	131,253

Portanto, quanto maior o valor da portagem maior será CDN50 nas seções 1,2 e 3 da linha secundária, e, conseqüentemente, menor C_{PVC} , em ambos os desníveis, como mostra as Figuras 7 e 8. Sendo o custo máximo e mínimo para o desnível de 3% são, respectivamente, US\$ 849,11 e US\$ 809,91. Já no declive de 6% o maior custo é US\$ 805,53 e o menor US\$ 763,86.

Figura 7 - Custo com tubulação de PVC (C_{PVC} ; US\$), no desnível de 3%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias

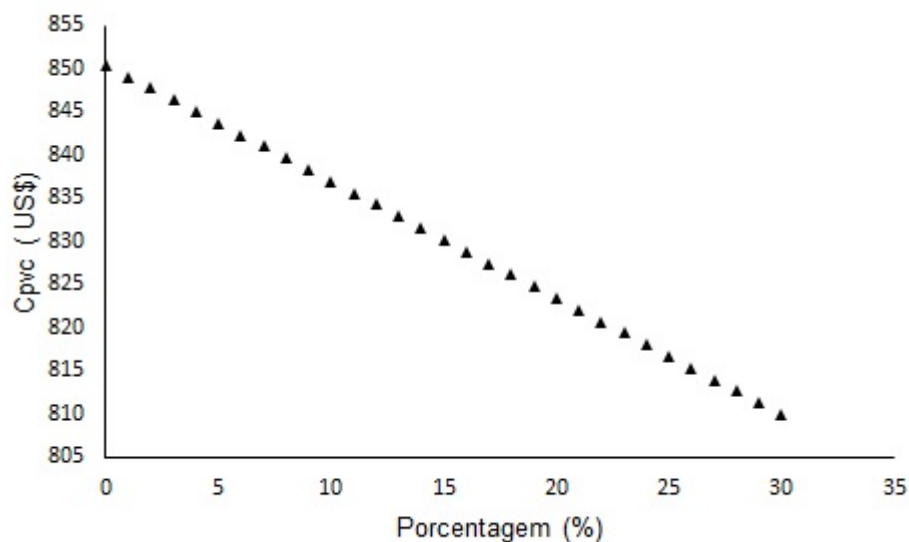
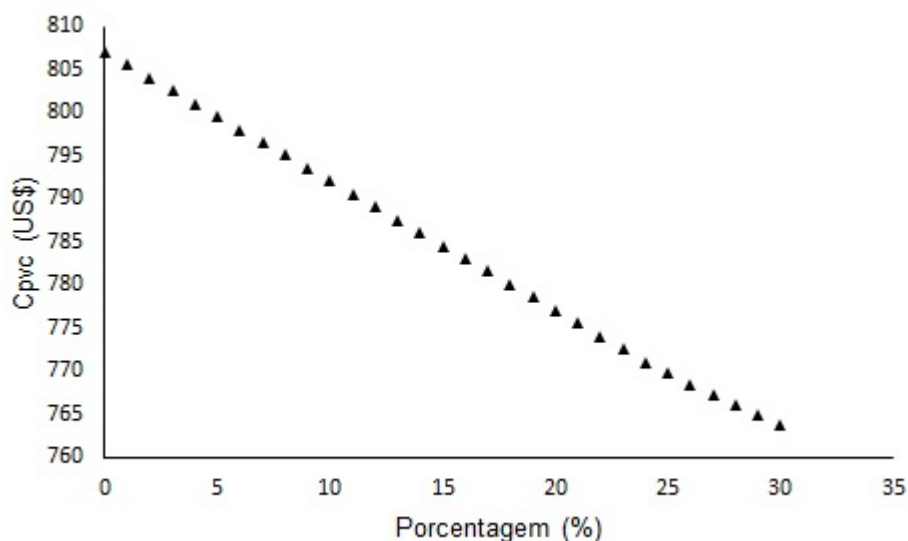


Figura 8 - Custo com tubulação de PVC (C_{PVC} ; US\$), no desnível de 6%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



Com a redução de C_{PVC} em função do aumento da porcentagem, tem-se a diminuição do custo anual do sistema de irrigação (C), em ambos os desníveis. Pelas Figuras 9 e 10 é possível verificar este fato, sendo que na declividade de 3% o maior custo é US\$ 5769,08 e o menor US\$ 5729,88, já para 6% o maior custo é US\$ 6035,09 e o menor US\$ 5993,43.

Figura 9 - Custo anual do sistema de irrigação (C ; US\$), no desnível de 3%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias

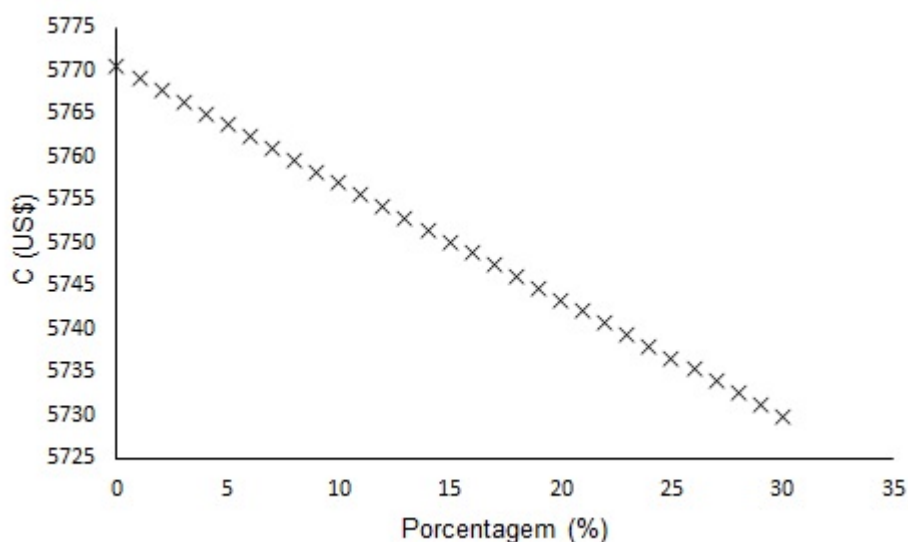
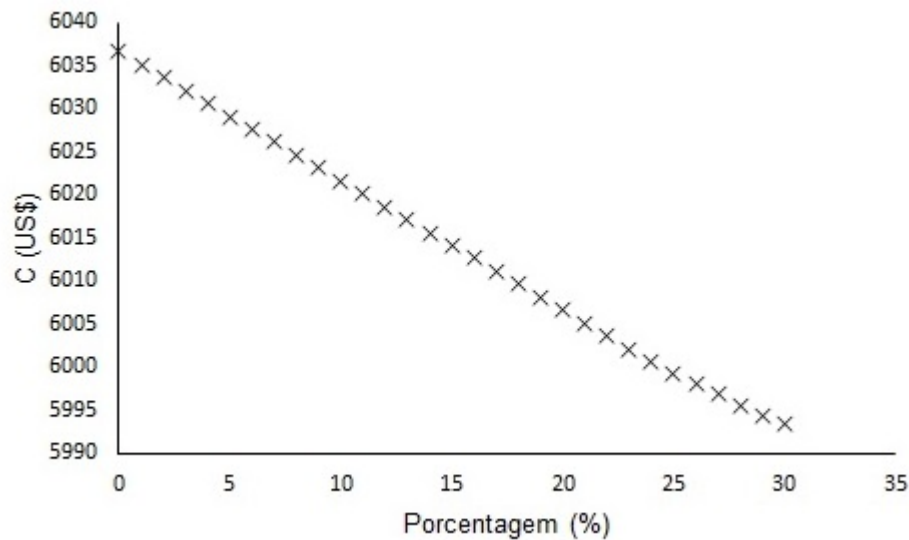


Figura 10 - Custo anual do sistema de irrigação (C ; US\$), no desnível de 6%, em função da porcentagem (%) das tolerâncias



O comportamento decrescente dos valores da função objetivo, em ambos os desníveis, é justificado pelo seu único termo dependente da variável de decisão que sofre alteração. E, como este é o único fator de C que depende do comprimento da tubulação da linha secundária, tem-se que C_{PVC} é o único termo que interfere na diminuição de C , proporcionando uma redução de até US\$ 40,55 para o desnível de 3% e US\$ 43,16 para a declividade de 6% em comparação ao modelo não *fuzzy*.

2.3.2 Resultados para o desnível 9%

Os resultados na aplicação do método de Zimmermann-Werners não foram satisfatórios para o desnível de 9%, pois, pela Tabela 4, em todos os valores da porcentagem, a seção 3 da linha principal utiliza uma certa quantidade, em metros, da tubulação com diâmetro nominal de 125 mm, mas, nas seções 1, 2 e 4 são usados apenas o diâmetro nominal 100 mm. Isto torna o sistema de irrigação operacionalmente inviável, já que o usual é que o diâmetro seja decrescente com a diminuição da vazão em cada trecho. Por este fato, foi observado a necessidade de adicionar ao modelo não *fuzzy* uma restrição de maneira que o método possa ser aplicado sem ocorrer esta contradição operacional.

Tabela 4 - Comprimento (m) das tubulações com diâmetros nominal de 100 mm e 125 mm , em toda a porcentagem (%) das tolerâncias, na seção 3 da linha principal com o desnível de 9%

Porcentagem (%)	Diâmetro nominal (mm)	
	100	125
1	88,277	9,723
2	62,04	35,96
3	36,935	61,065
4	12,075	85,925
5-30	0	98

2.4 CONCLUSÃO

Pelo método de otimização linear *fuzzy* é possível reduzir o custo anual do sistema de irrigação em todos modelos *fuzzy* construídos, sem alterar a carga hidráulica média na linha de derivação e a altura manométrica total. Sendo as maiores reduções desse custo de US\$ 40,55 para o desnível de 3% e US\$ 43,16 para a declividade de 6%.

Também é notado uma relação entre o custo anual do sistema de irrigação e o custo com tubulação de policloreto de vinila, que diminui com o aumento do comprimento da tubulação com diâmetro nominal de 50 mm nas seções 1, 2 e 3 da linha secundária nos desníveis de 3% e 6%.

A aplicação do método de Zimmermann-Werners não é possível no desnível 9%, devido a incoerência no dimensionamento da linha principal seção 3. Com isso, fica para investigações futuras o desnível limite que possibilita a utilização do método de Zimmermann-Werners e qual restrição garantiria o uso deste na declividade de 9%.

REFERÊNCIAS

- BENAMI, A.; OFEN, A. Irrigation engineering. 2. ed. Haifa: **Irrigation Engineering Scientific Publications**, 1984. 257p.
- BELLMAN, R.; ZADEH, L. A. Decision-making in a fuzzy environment. **Management Science**, v. 17, p. 141-164, 1970.
- CANTÃO, L. A. P.; SARTORI, M. M. P.; CANTÃO, R. F. Programação matemática fuzzy aplicada ao problema de minimização de resíduos da colheita de cana-de-açúcar. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37., 2005, Gramado. **Anais...** Gramado: UFSM, 2005. p. 2029-2035.
- LANZER, E. A. **Programação Linear**: conceitos e aplicações. 2. ed. Rio de Janeiro: IPES/INPES, 1988. 270p.
- ORON, G.; KARMELI, D. Solid set irrigation system design using linear programming. **Water resources Bulletin**, Urbana, v. 17, n. 4, p. 565-570, aug. 1981.
- SAAD, J. C. C.; TOMAZELA, C.; PERES, J. A.; PERES, F. C.; FRIZZONE, J. A. Otimização da rede hidráulica de um sistema de irrigação por gotejamento utilizando programação linear. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 29, n. 5, p. 797-805, 1994.
- SAAD, J. C. C.; MARIÑO, M. A. Optimum Designer of Microirrigation Systems in Sloping Lands. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, Reston, v. 128, n. 2, p. 116-124, 2002.
- SILVA, L. P.; SILVA, M. M.; CORREA, M. M.; SOUZA, F. C. D.; SILVA, E. F. F. Desempenho de gotejadores autocompensantes com diferentes efluentes de esgoto doméstico. **Revista Brasileira de engenharia agrícola e ambiental**, v. 16, n. 5, p. 480-486, 2012.
- ZIMMERMANN, H.-J. **Fuzzy set theory**: its applications. 3. ed. Kluwer Academic Publishers, 1996. 435 p

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediante a esta dissertação, obteve-se a compressão sobre as linhas de pesquisa de engenharia de irrigação, especificamente em dimensionamento de sistemas de irrigação, programação linear, teoria de conjuntos *fuzzy* e otimização linear *fuzzy*.

E, com respeito ao método de Zimmermann-Werners, foi possível obter uma faixa de novas soluções para o modelo modificado nos desníveis de 3% e 6%. Sendo a maior redução de, aproximadamente, US\$ 1,69/*ha*.ano para a declividade de 3% e de US\$ 1,80/*ha*.ano para o desnível de 6%, ocorrem em um sistema de irrigação por microaspersão que possui válvula reguladora de pressão que regula e uniformiza as pressões na entrada da unidade operacional. Entretanto, existem outros sistemas de irrigação onde não há válvula reguladora de pressão. Desta forma, se o método de Zimmermann-Werners fosse aplicado, por exemplo, em um modelo de programação linear para sistemas de irrigação por aspersão convencional poderia ocorrer uma redução maior no custo anual por hectare do sistema de irrigação.

Na declividade de 9% não foi viável utilizar este método, por causa das soluções incoerentes que os modelos *fuzzy* apresentaram. Ficando para investigações futuras a determinação do desnível limite que possibilita a utilização do método e qual restrição garantiria sua aplicação do método neste desnível.

REFERÊNCIAS

- BELLMAN, R.; ZADEH, L. A. Decision-making in a fuzzy environment. **Management Science**, v. 17, p. 141-164, 1970.
- CAMPOS, L.; VERDEGAY, J. L. Linear programming problems and ranking of fuzzy numbers. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 32, p. 1-11, 1989.
- CHANAS, S. The use of parametric programming in fuzzy linear programming. **Fuzzy Sets and Systems**, v.11, p. 243-251, 1983.
- DELGADO, M.; VERDEGAY, J. L.; VILA, A. Relating diferente approaches to solve linear programing problems with imprecise costs. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 37, p. 32-42, 1990.
- REVELLI, R.; RIDOLFI, L. Fuzzy approach for analysis of pipe networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 1284, p. 93-101, 2002.
- KAMAKIS, P.; GEORGIOU, P. E.; PAPAMICHAIL, D. M. Performance analysis of on-demand pressurized irrigation network designer with linear and fuzzy linear programming. **Irrigation and Drainage**, v. 63, p. 451-462, 2014.
- LAI, Y. J.; HWANG, C. L. A new approach to some possibilistic linear programming problems. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 49, p. 121-133, 1992.
- RAMIK, J.; RIMANEK, J. Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 16, p. 123-138, 1985.
- SAAD, J.C.C.; MARIÑO, M. A. Optimum Designer of Microirrigation Systems in Sloping Lands. **Journal of Irrigation and Drainage Engeneering**, Reston, v. 128, n. 2, p. 116-124, 2002.
- TANAKA, H.; OKUDA, T.; ASAI, K. On fuzzy mathematical programming. **Journal of Cybernetics**, v. 3, p. 37-46, 1974.
- WERNERS, B. An interactive fuzzy programmimng system. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 23, p. 131-147, 1987.
- YOUNG-JOU, L.; HWANG, C. L. **Fuzzy mathematical programming: methods and applications**. 1. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992. 394. v. 306. p.
- ZIMMERMANN, H.-J. Description and optimization of fuzzy systems. **International Journal of Genereal Systems**, v. 2, p. 209-215, 1976.
- ZIMMERMANN, H.-J. **Fuzzy set theory: its applications**. 3. ed. Kluwer Academic Publishers, 1996. 435 p

APÊNDICE A - Algoritmo do modelo reformulado de otimização de sistemas de microaspersão e terrenos com declive

Dissertação de mestrado: Evanize Rodrigues Castro

Modelo de Programação Linear - Minimização

```
clear;clc;
%—— DADOS DE ENTRADA (SAAD; MARIÑO,2002)——
%principal
P=[1.07 0.11367; 2.14 0.01544; 4.23 0.001276; 8.45 0.000286; 1.07 0.8955; 2.14
0.1168; 4.23 0.009275; 8.45 0.002044; 0.75 10; 1.44 0.04792; 2.31 0.01114; 3.78
0.00409; 5.37 0.0017; 0.75 0.09832; 1.44 0.01348; 2.31 0.00318; 3.78 0.00118; 5.37
0.00049];
% secundária
S=[1.07 0.11367; 2.14 0.01544; 4.23 0.001276; 8.45 0.000286; 0.75 0.09832; 1.44
0.01348; 2.31 0.00318; 3.78 0.00118; 5.37 0.00049; 0.75 0.09832; 1.44 0.01348;
2.31 0.00318; 3.78 0.00118; 5.37 0.00049; 0.75 0.09832; 1.44 0.01348; 2.31
0.00318; 3.78 0.00118; 5.37 0.00049];
% derivação
D=[0.43416 0.09832 0.01348 0.00318 0.00118; 0.37786 0.08575 0.01179 0.00278
0.00103; 0.32533 0.0740 0.01020 0.00241 0.00089; 0.27659 0.06307 0.00871
0.00207 0.00077; 0.23165 0.05297 0.00734 0.00174 0.00065; 0.19053 0.04369
0.00607 0.00144 0.00053; 0.15325 0.03525 0.00492 0.00117 0.00044; 0.1198
0.02767 0.00387 0.00093 0; 0.0932 0.02094 0.00294 0.00071 0; 0.06476 0.01508
0.00213 0.00051 0; 0.04320 0.01011 0.00144 0.00035 0; 0.02573 0.00606 0.00087
0.00021 0; 0.01248 0.00296 0.00043 0.0001 0; 0.00369 0.00089 0.00013 0.00003 0];
PM=[0.54 0.75 1.44 2.31 3.78];
%——
Ns=24; Nl=28; Nm=12; Pm=0.59; Ppe=0.13; L=46; Pv=272.2; Ccp=1094; Cf=7055;
CRF=0.13587; Qs=0.00401; If=3; Id=120; lh=9; E=0.0476; Neper=0.616; hfl=2.40;
hw=15.5; Hv=2; K=4; N=98; J=14; l=5; M=94.5;
dz=0.03; %3%, 6% e 9%
Hes=12; Hsu=3; Sl=7; Sk=250; Nk=98; DM=2.4;
%—— COEFICIENTES ——
%—— FUNÇÃO OBJETIVO
c=zeros(1,109);
%secundaria
for i=1:19
p=70+i;
c(p)=2*CRF*S(i,1);
```

```

end
%principal
for i=1:18
p=89+i;
c(p)=CRF*P(i,1);
end
%derivação
for j=1:J
for i=1:I
f=i+I*(j-1);
c(f)=CRF*Ns*PM(i);
end
end
%altura manométrica
c(108)=(10.787*Qs*Ns*Id*Ih*E)/(If*Neper)+7.764*CRF;
%———— RESTRIÇÕES DE IGUALDADE —————
%————- vetor b
beq=zeros(24,1); beq(1)=0.5*Sl; beq(2:14)=Sl; beq(15:18)=Sk; beq(19:22)=Nk;
beq(23)=-(hw+0.75*hfl+Hv+Hes+Hsu+(-0.5*M+K*N)*dz);
beq(24)=J*(hw+0.75*hfl+0.5*dz*(J*Sl-M));
%————- matriz tecnológica
Aeq=zeros(24,109);
%restrição 1,2
for j=1:J
for f=1:I
i= f+I*(j-1);
Aeq(j,i)=1;
end
end
%restrição 3
Aeq(15,71:74)=1;
for j=16:18
for f=75:79
i=f+5*(j-16);
Aeq(j,i)=1;
end
end
%restrição 4
Aeq(19,90:93)=1; Aeq(20,94:97)=1; Aeq(21,98:102)=1; Aeq(22,103:107)=1;

```

```

%restricao de HT
for j=1:J
for i=1:I
f=i+I*(j-1);
Aeq(23,f)=0.6615*D(j,i);
end
end
Aeq(23,85:89)=1.05*S(15:19,2);
Aeq(23,90:107)=1.05*P(1:18,2);
Aeq(23,108)=-1;
%restrição de Hav
for j=1:14
t=j-1;
for i=1:I
q=i+I*(j-1);
Aeq(24,q)=(-0.6615*J+1.05*(J-t))*D(j,i);
end
end
Aeq(24,109)=0.5*NI;
%————— RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE —————
%————— vetor b
b=zeros(214,1);
%restrição 5
for j=1:J
b(j)=DM+(j-0.5)*SI*dz;
end
%restrição 6
for j=1:J
w=j+J;
b(w)=DM-(j-0.5)*SI*dz;
end
%restrição 7
vec=[28,41,53,64,74,83,91,98,104,109,113,116,118];
for g=1:13
for l=(g+1):14
i=vec(g)+(l-g);
b(i)=DM-(g-l)*SI*dz;
end
end
end

```

```

%restrição 8
vect=[119,132,144,155,165,174,182,189,195,200,204,207,209,210];
for g=1:13
    for l=(g+1):14
        i=vect(g)+(l-g);
        b(i)=DM+(g-l)*SI*dz;
    end
end
%restrição 9
for i=1:4
    b(210+i)=-(Hes+Hsu+0.75*hfl+Hv+hw+(i*N-0.5*M)*dz);
end
%----- matriz tecnológica
A=zeros(214,109);
%restrição 5,6
for j=1:J
    for f=1:l
        i=f+l*(j-1);
        A(j:J,i)=1.05*D(j,f);
        A((J+j):(2*J),i)=-1.05*D(j,f);
    end
end
%restricao 7
for j=29:41
    for i=1:5
        f=5+i;
        A(j,f)=1.05*D(2,i);
    end
end
for j=30:53
    for i=1:5
        f=10+i;
        A(j,f)=1.05*D(3,i);
    end
end
for j=31:41
    for i=1:5
        f=15+i;
        A(j,f)=1.05*D(4,i);
    end
end

```

```
end
end
for j=43:64
for i=1:5
f=15+i;
A(j,f)=1.05*D(4,i);
end
end
for j=32:41
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=1.05*D(5,i);
end
end
for j=44:53
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=1.05*D(5,i);
end
end
for j=55:74
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=1.05*D(5,i);
end
end
for j=33:41
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=1.05*D(6,i);
end
end
for j=45:53
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=1.05*D(6,i);
end
end
for j=56:64
```

```
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=1.05*D(6,i);
end
end
for j=66:83
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=1.05*D(6,i);
end
end
for j=34:41
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=1.05*D(7,i);
end
end
for j=46:53
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=1.05*D(7,i);
end
end
for j=57:64
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=1.05*D(7,i);
end
end
for j=67:74
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=1.05*D(7,i);
end
end
for j=76:91
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=1.05*D(7,i);
```

```
end
end
for j=35:41
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=47:53
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=58:64
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=68:74
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=77:83
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=85:98
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=1.05*D(8,i);
end
end
for j=36:41
```

```
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=48:53
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=59:64
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=69:74
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=78:83
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=86:91
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
end
end
for j=93:104
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=1.05*D(9,i);
```

```
end
end
for j=37:41
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=49:53
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=60:64
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=70:74
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=79:83
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=87:91
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=94:98
```

```
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=100:109
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=1.05*D(10,i);
end
end
for j=38:41
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=50:53
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=61:64
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=71:74
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=80:83
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
```

```
end
end
for j=88:91
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=95:98
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=101:104
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=106:113
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=1.05*D(11,i);
end
end
for j=39:41
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=51:53
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=62:64
```

```
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=72:74
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=81:83
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=89:91
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=96:98
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=102:104
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=107:109
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
```

```
end
end
for j=111:116
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=1.05*D(12,i);
end
end
for j=40:41
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=52:53
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=63:64
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=73:74
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=82:83
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=90:91
```

```
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=97:98
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=103:104
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=108:109
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=112:113
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for j=115:118
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=1.05*D(13,i);
end
end
for i=1:5
f=65+i;
A(41,f)=1.05*D(14,i);
end
```

```
for i=1:5
f=65+i;
A(53,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(64,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(74,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(83,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(91,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(98,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(104,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(109,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(113,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(116,f)=1.05*D(14,i);
```

```
end
for i=1:5
f=65+i;
A(118,f)=1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(119,f)=1.05*D(14,i);
end
%restricao 8
for j=120:132
for i=1:5
f=5+i;
A(j,f)=-1.05*D(2,i);
end
end
for j=121:144
for i=1:5
f=10+i;
A(j,f)=-1.05*D(3,i);
end
end
for j=122:132
for i=1:5
f=15+i;
A(j,f)=-1.05*D(4,i);
end
end
for j=134:155
for i=1:5
f=15+i;
A(j,f)=-1.05*D(4,i);
end
end
for j=123:132
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=-1.05*D(5,i);
end
```

```
end
for j=135:144
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=-1.05*D(5,i);
end
end
for j=146:165
for i=1:5
f=20+i;
A(j,f)=-1.05*D(5,i);
end
end
for j=124:132
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=-1.05*D(6,i);
end
end
for j=136:144
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=-1.05*D(6,i);
end
end
for j=147:155
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=-1.05*D(6,i);
end
end
for j=157:174
for i=1:5
f=25+i;
A(j,f)=-1.05*D(6,i);
end
end
for j=125:132
for i=1:5
```

```
f=30+i;
A(j,f)=-1.05*D(7,i);
end
end
for j=137:144
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=-1.05*D(7,i);
end
end
for j=148:155
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=-1.05*D(7,i);
end
end
for j=158:165
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=-1.05*D(7,i);
end
end
for j=167:182
for i=1:5
f=30+i;
A(j,f)=-1.05*D(7,i);
end
end
for j=126:132
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
end
for j=138:144
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
```

```
end
for j=149:155
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
end
for j=159:165
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
end
for j=168:174
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
end
for j=176:189
for i=1:5
f=35+i;
A(j,f)=-1.05*D(8,i);
end
end
for j=127:132
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=139:144
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=150:155
for i=1:5
```

```
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=160:165
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=169:174
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=177:182
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=184:195
for i=1:5
f=40+i;
A(j,f)=-1.05*D(9,i);
end
end
for j=128:132
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=140:144
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
```

```
end
for j=151:155
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=161:165
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=170:174
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=178:182
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=185:189
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=191:200
for i=1:5
f=45+i;
A(j,f)=-1.05*D(10,i);
end
end
for j=129:132
for i=1:5
```

```
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=141:144
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=152:155
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=162:165
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=171:174
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=179:182
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=186:189
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
```

```
end
for j=192:195
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=197:204
for i=1:5
f=50+i;
A(j,f)=-1.05*D(11,i);
end
end
for j=130:132
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=142:144
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=153:155
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=163:165
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=172:174
for i=1:5
```

```
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=180:182
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=187:189
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=193:195
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=198:200
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=202:207
for i=1:5
f=55+i;
A(j,f)=-1.05*D(12,i);
end
end
for j=131:132
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
```

```
end
for j=143:144
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=154:155
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=164:165
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=173:174
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=181:182
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=188:189
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=194:195
for i=1:5
```

```
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=199:200
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=203:204
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for j=206:209
for i=1:5
f=60+i;
A(j,f)=-1.05*D(13,i);
end
end
for i=1:5
f=65+i;
A(132,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(144,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(155,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(165,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
```

```

f=65+i;
A(174,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(182,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(189,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(195,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(200,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(204,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(207,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(209,f)=-1.05*D(14,i);
end
for i=1:5
f=65+i;
A(210,f)=-1.05*D(14,i);
end
%restrição 9
for j=1:J
for i=1:I
f=i+I*(j-1);

```

```

A(211:214,f)=0.6615*D(j,i);
end
end
A(211,71:74)=1.05*S(1:4,2); A(212,75:79)=1.05*S(5:9,2);
A(213,80:84)=1.05*S(10:14,2); A(214,85:89)=1.05*S(15:19,2);
A(211,90:93)=1.05*P(1:4,2); A(212,90:97)=1.05*P(1:8,2);
A(213,90:102)=1.05*P(1:13,2); A(214,90:107)=1.05*P(1:18,2); A(211:214,108)=-1;
%———— DADOS DE SAÍDA —————
lb=zeros(109,1); ls=inf*ones(109,1); lb(108)=50; ls(108)=80;
format bank
x=linprog(c,A,b,Aeq,beq,lb,ls,options);
constfo=(Ns*(NI*(Nm*Pm+L*Ppe)+Pv)+Ccp+Cf+1605.8)*CRF; z=c*x+constfo; disp(z);

```

APÊNDICE B - Determinação das metas

Dissertação de mestrado: Evanize Rodrigues Castro

```
load('dadosentrada.mat');
%----- TOLERANCIA -----
%Inserindo a tolerância nas restrições do modelo, gerando o valor de z1
bp = zeros(214,1);
porcentagem = 0.01;
bp(1:214,1) = b(1:214,1)+perturbacao*abs(b(1:214,1)); %b perturbado
%----- DADOS DE SAÍDA -----
lb=zeros(109,1); ls=inf*ones(109,1); lb(108)=50; ls(108)=80;
options=optimoptions('linprog','Algorithm','dual-simplex');
x=linprog(c,A,bp,Aeq,beq,lb,ls,options);
constfo=(Ns*(NI*(Nm*Pm+L*Ppe)+Pv)+Ccp+Cf+1605.8)*CRF; z1=c*x;
```

APÊNDICE C - Método de Zimmermann-Werners

Dissertação de mestrado: Evanize Rodrigues Castro

```

load('dadosentrada.mat');
%----- Modelo fuzzy -----
Aeqn=zeros(24,110); Aeqn(1:24,1:109)=Aeq(1:24,1:109);
cf=zeros(1,110); cf(1,110)=1;
Af=zeros(215,110); Af(1:214,1:109)=A(1:214,1:109); Af(215,1:109)=c(1,1:109);
bf=zeros(215,1); bf(1:214,1)=b(1:214,1);
z0=2364.993914;
%=====
porcentagem=0.01; % pw
z1=2363.643582; % z1 = valor ótimo do problema com perturbação
%=====
bf(215,1)=z1;
Af(215,110)=-(z0-z1);
%restricao
Af(1:214,110)=-porcentagem*abs(b(1:214,1));
%----- DADOS DE SAÍDA -----
lb=zeros(110,1); ls=inf*ones(110,1); lb(108)=50; ls(108)=80;
x=linprog(cf,Af,bf,Aeqn,beq,lb,ls,options);
constfo=(Ns*(NI*(Nm*Pm+L*Ppe)+Pv)+Ccp+Cf+1605.8)*CRF;
z=c*x(1:109,1)+constfo;

```