

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

**RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO OPERANDO EM
VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA ATRAVÉS DE UMA META-HEURÍSTICA DE
BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL**

Ilha Solteira

2015

LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

**RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO OPERANDO EM
VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA ATRAVÉS DE UMA META-HEURÍSTICA DE
BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação.

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

Orientador

Ilha Solteira

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P856r Possagnolo, Leonardo Henrique Faria Macedo.
Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável / Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2015
178 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2015

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia

1. Busca em vizinhança variável. 2. Meta-heurística. 3. Reconfiguração de sistemas de distribuição. 4. Redução de perdas. 5. Demanda variável.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável.

AUTOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

ORIENTADOR: Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOÃO BOSCO AUGUSTO LONDON JUNIOR
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp

Data da realização: 27 de fevereiro de 2015.

DEDICO

Aos meus pais Vera e Roberto, que me educaram e me possibilitaram esta conquista.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força espiritual para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Vera e Roberto, pelo apoio, compreensão, ajuda e, em especial, por todo carinho ao longo deste percurso.

Ao professor Rubén Romero, pela dedicação, paciência, confiança e amizade durante a orientação.

Aos professores Marcos Rider e José Roberto Sanches Mantovani e ao Fredy, pelas sugestões e pela amizade durante a realização deste trabalho.

Aos companheiros do LaPSEE – Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica, pelo convívio e pelo apoio.

Aos funcionários da UNESP, pelos serviços prestados.

À FAPESP, pelo apoio financeiro (proc. 2012/23454-4).

“O sucesso é ir de fracasso em fracasso sem perder o entusiasmo.” Winston Churchill

RESUMO

O problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica consiste em determinar a topologia radial, que pode ser obtida por meio da abertura ou fechamento de chaves de seccionamento (normalmente fechadas) e de ligação (normalmente abertas), de forma que um objetivo seja atingido, geralmente a minimização das perdas, balanceamento das cargas, melhoria dos níveis de tensão ou isolamento de faltas. Além disto, a topologia ótima deve cumprir com restrições operacionais, como o limite de tensão nas barras e os limites de correntes nos circuitos. O modelo deste problema é de programação não linear inteira mista, não convexo e de difícil solução através de técnicas clássicas de otimização, além disto, este problema apresenta o fenômeno da explosão combinatória. Neste trabalho são apresentadas metodologias, baseadas na meta-heurística de busca em vizinhança variável, para resolver o problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando vários níveis de demanda e topologia fixa da rede, que visa encontrar uma única topologia ótima para operar nos vários níveis de demanda de um período. O objetivo considerado é a minimização do custo das perdas de energia. Foram desenvolvidas quatro formas do algoritmo de busca em vizinhança variável: *Basic Variable Neighborhood Search* (BVNS), *Variable Neighborhood Descent* (VND), *Reduced Variable Neighborhood Search* (RVNS) e *General Variable Neighborhood Search* (GVNS). Todos os programas foram escritos em linguagem FORTRAN. Os algoritmos propostos foram testados com os sistemas de 33, 84, 136, 415 e 10477 barras. Os resultados foram comparados com os existentes na literatura especializada e os obtidos pela resolução de um modelo de otimização, escrito em linguagem AMPL e resolvido com o *solver* comercial CPLEX.

Palavras-chave – Busca em vizinhança variável. Meta-heurística. Reconfiguração de sistemas de distribuição. Redução de perdas. Demanda variável.

ABSTRACT

The distribution network reconfiguration problem consists in determining the radial topology, that can be obtained by opening and closing sectionalizing switches (normally closed switches) and tie switches (normally open switches), so that an objective is achieved, commonly loss minimization, load balancing, voltage levels improvement or fault isolation. Furthermore, the optimal topology must satisfy operational constraints, such as voltage levels on nodes and current magnitude on circuits. The model for this problem is a mixed-integer nonlinear programming problem, non-convex and hard to solve by classical optimization techniques, besides, this problem presents the combinatorial explosion phenomenon. This work presents methodologies, based on the variable neighborhood search metaheuristic, to solve the distribution network reconfiguration problem with variable demand and fixed topology, which aims in finding only one optimal topology to operate on the various load levels during a period. The considered objective is the reduction of the cost of energy losses. Four variable neighborhood search algorithms were developed: Basic Variable Neighborhood Search (BVNS), Variable Neighborhood Descent (VND), Reduced Variable Neighborhood Search (RVNS) and General Variable Neighborhood Search (GVNS). All programs were implemented in FORTRAN. The proposed algorithms were tested with the 33, 84, 136, 415 and 10477-node systems. The results were compared with the best-known solutions presented in specialized literature and the solutions obtained from an optimization model, written in AMPL and solved with commercial solver CPLEX.

Keywords – Variable neighborhood search. Metaheuristic. Distribution systems reconfiguration. Loss reduction. Variable load.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de 14 barras	30
Figura 2 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial.....	32
Figura 3 – Processo de busca de um algoritmo de busca em vizinhança.....	50
Figura 4 – Algoritmo BVNS	52
Figura 5 – Evolução do algoritmo BVNS	53
Figura 6 – Algoritmo VND	54
Figura 7 – Processo de busca do algoritmo VND	55
Figura 8 – Algoritmo RVNS	57
Figura 9 – Algoritmo GVNS	58
Figura 10 – AHC de abertura sequencial de chaves.....	61
Figura 11 – Configuração inicial do sistema de 14 barras	62
Figura 12 – Demandas totais do sistema de 14 barras	63
Figura 13 – Evolução do AHCASC para o sistema de 14 barras.....	64
Figura 14 – Tensão mínima no sistema de 14 barras antes e depois da reconfiguração	64
Figura 15 – Algoritmo de Prim modificado para o problema de RSDEE.....	65
Figura 16 – Grafo com três laços independentes.....	68
Figura 17 – Sistema com uma barra ilhada	68
Figura 18 – Metodologia para obtenção de configurações radiais	69
Figura 19 – Grafo resultante do fechamento de duas chaves	69
Figura 20 – Grafo com um laço resultante da abertura de uma chave	70
Figura 21 – Sistema radial resultante	70
Figura 22 – Codificação da topologia inicial do sistema de 14 barras.....	71
Figura 23 – Transferência de cargas devido a uma troca de ramos.....	73
Figura 24 – Algoritmo BVNS para o problema de RSDEE com demanda variável.....	78
Figura 25 – Algoritmo VND para o problema de RSDEE com demanda variável.....	79
Figura 26 – Algoritmo RVNS para o problema de RSDEE com demanda variável.....	79
Figura 27 – Algoritmo GVNS para o problema de RSDEE com demanda variável	80
Figura 28 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial.....	81
Figura 29 – Curva de custos das perdas	82
Figura 30 – Sistema de 33 barras	84
Figura 31 – Evolução do AHCASC para o sistema de 33 barras.....	85

Figura 32 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 33 barras	86
Figura 33 – Perfis de tensão no sistema de 33 barras antes e depois da reconfiguração.....	86
Figura 34 – Sistema de 84 barras	88
Figura 35 – Evolução do AHCASC para o sistema de 84 barras.....	88
Figura 36 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 84 barras	89
Figura 37 – Perfis de tensão no sistema de 84 barras antes e depois da reconfiguração.....	90
Figura 38 – Evolução do AHCASC para o sistema de 136 barras.....	91
Figura 39 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 136 barras	92
Figura 40 – Perfis de tensão no sistema de 136 barras antes e depois da reconfiguração.....	93
Figura 41 – Evolução do AHCASC para o sistema de 415 barras.....	95
Figura 42 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 415 barras	96
Figura 43 – Perfis de tensão no sistema de 415 barras antes e depois da reconfiguração.....	97
Figura 44 – Evolução do AHCASC para o sistema de 10477 barras.....	98
Figura 45 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 10477 barras	99
Figura 46 – Perfis de tensão no sistema de 10477 barras antes e depois da reconfiguração.	100
Figura 47 – Demandas totais do sistema de 33 barras	102
Figura 48 – Evolução do AHCASC para o sistema de 33 barras com demanda variável.....	103
Figura 49 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 33 barras com demanda variável	104
Figura 50 – Perfis da tensão mínima no sistema de 33 barras com demanda variável	105
Figura 51 – Demandas totais do sistema de 84 barras	106
Figura 52 – Evolução do AHCASC para o sistema de 84 barras com demanda variável.....	107
Figura 53 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 84 barras com demanda variável	108
Figura 54 – Perfis da tensão mínima no sistema de 84 barras com demanda variável	109
Figura 55 – Demandas totais do sistema de 136 barras	109
Figura 56 – Evolução do AHCASC para o sistema de 136 barras com demanda variável...	110
Figura 57 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 136 barras com demanda variável	112

Figura 58 – Perfis da tensão mínima no sistema de 136 barras com demanda variável	112
Figura 59 – Demandas totais do sistema de 415 barras	113
Figura 60 – Evolução do AHCASC para o sistema de 415 barras com demanda variável...	114
Figura 61 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 415 barras com demanda variável	116
Figura 62 – Perfis da tensão mínima no sistema de 415 barras com demanda variável	117
Figura 63 – Demandas totais do sistema de 10477 barras	117
Figura 64 – Evolução do AHCASC para o sistema de 10477 barras com demanda variável	118
Figura 65 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 10477 barras com demanda variável	119
Figura 66 – Perfis da tensão mínima no sistema de 10477 barras com demanda variável ...	120
Figura 67 – Sistema de distribuição radial	135
Figura 68 – Sistema de distribuição com os ramos ordenados em camadas	135
Figura 69 – Trecho de um sistema de distribuição radial.....	136
Figura 70 – Soma de correntes do método de varredura.....	138
Figura 71 – Algoritmo de fluxo de carga de varredura para redes radiais	139
Figura 72 – Sistema de distribuição fracamente malhado.....	140
Figura 73 – Representação do <i>breakpoint</i> usando injeções de correntes nodais.....	141
Figura 74 – Equivalente multiporta da rede visto pelos <i>breakpoints</i>	141
Figura 75 – Circuito equivalente de Thévenin da rede vista pelos <i>breakpoints</i>	142
Figura 76 – Fluxo de carga para redes fracamente malhadas.....	144
Figura 77 – Sistema radial de três barras	146
Figura 78 – Linearização por partes dos fluxos de potência ao quadrado.....	150
Figura 79 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial.....	154
Figura 80 – Curva de custo das perdas de energia	154

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados do AHC de abertura sequencial de chaves.....	63
Tabela 2 – Índices para o algoritmo de Prim.....	65
Tabela 3 – Laços formados no sistema de 14 barras	75
Tabela 4 – Estimacão dos custos das perdas de energia para as trocas de ramos	75
Tabela 5 – Tamanho do espaço de soluçoes de diferentes formas de codificao e busca	83
Tabela 6 – Resultados das heurísticas para o sistema de 33 barras, demanda fixa	84
Tabela 7 – Resultados para o sistema de 33 barras com demanda fixa.....	85
Tabela 8 – Resultados das heurísticas para o sistema de 84 barras, demanda fixa	87
Tabela 9 – Resultados para o sistema de 84 barras com demanda fixa.....	89
Tabela 10 – Resultados das heurísticas para o sistema de 136 barras, demanda fixa	91
Tabela 11 – Resultados para o sistema de 136 barras com demanda fixa.....	92
Tabela 12 – Resultados das heurísticas para o sistema de 415 barras, demanda fixa	94
Tabela 13 – Resultados para o sistema de 415 barras com demanda fixa.....	95
Tabela 14 – Resultados das heurísticas para o sistema de 10477 barras, demanda fixa	97
Tabela 15 – Resultados para o sistema de 10477 barras com demanda fixa.....	98
Tabela 16 – Comparaco dos resultados quanto ao número de FC executados	100
Tabela 17 – Comparaco dos resultados com os algoritmos VNS de Zvietcovich (2006) quanto ao número de FC executados.....	101
Tabela 18 – Comparaco dos resultados para o sistema de 415 barras	101
Tabela 19 – Resultados das heurísticas para o sistema de 33 barras, demanda variável.....	103
Tabela 20 – Resultados para o sistema de 33 barras com demanda variável	104
Tabela 21 – Resultados das heurísticas para o sistema de 84 barras, demanda variável.....	106
Tabela 22 – Resultados para o sistema de 84 barras com demanda variável	107
Tabela 23 – Resultados das heurísticas para o sistema de 136 barras, demanda variável.....	110
Tabela 24 – Resultados para o sistema de 136 barras com demanda variável	111
Tabela 25 – Resultados das heurísticas para o sistema de 415 barras, demanda variável.....	114
Tabela 26 – Resultados para o sistema de 415 barras com demanda variável	115
Tabela 27 – Resultados das heurísticas para o sistema de 10477 barras, demanda variável.....	118
Tabela 28 – Resultados para o sistema de 10477 barras com demanda variável	119
Tabela 29 – Fatores dos diferentes tipos de consumidores	153
Tabela 30 – Dados do sistema de 14 barras.....	155
Tabela 31 – Dados do sistema de 33 barras.....	156

Tabela 32 – Dados do sistema de 84 barras.....	157
Tabela 33 – Dados do sistema de 136 barras.....	159
Tabela 34 – Dados do sistema de 415 barras.....	163

LISTA DE ABREVIATURAS

AC	Alternating Current
ACF	Algoritmo de Colônia de Formigas
AG	Algoritmo Genético
AGCB	Algoritmo Genético de Chu-Beasley
AHC	Algoritmo Heurístico Construtivo
AHCASC	Algoritmo Heurístico Construtivo de Abertura Sequencial de Chaves
BVNS	Basic Variable Neighborhood Search
DC	Direct Current
FC	Fluxo de Carga
FCRFM	Fluxo de Carga para Redes Fracamente Malhadas
FCRR	Fluxo de Carga para Redes Radiais
FO	Função Objetivo
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
GVNS	General Variable Neighborhood Search
PCSOIM	Programação Cônica de Segunda Ordem Inteira Mista
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
PSO	Particle Swarm Optimization
PVNS	Parallel Variable Neighborhood Search
RNA	Redes Neurais Artificiais
RSDEE	Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica
RVNS	Reduced Variable Neighborhood Search
SA	Simulated Annealing
SIA	Sistemas Imunológicos Artificiais
SVNS	Skewed Variable Neighborhood Search
TS	Tabu Search

USD	Dólar Americano
VND	Variable Neighborhood Descent
VNDS	Variable Neighborhood Decomposition Search
VNS	Variable Neighborhood Search

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 2

Ω_d	Conjunto de níveis de demanda
Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l	Conjunto de ramos
Ω_{b_i}	Conjunto de barras conectadas à barra i
v	Função objetivo
c_d^{ls}	Custo das perdas no nível de demanda d
Δ_d	Período de duração do nível de demanda d
G_{ij}	Condutância do ramo ij
B_{ij}	Susceptância do ramo ij
x_{ij}	Estado da chave do ramo ij
$V_{i,d}$	Módulo da tensão na barra i , no nível de demanda d
$\theta_{ij,d}$	Diferença angular entre as tensões das barras i e j , no nível de demanda d
$P_{i,d}^S$	Potência ativa fornecida pela subestação na barra i , no nível de demanda d
$P_{i,d}^D$	Demanda de potência ativa na barra i , no nível de demanda d
$P_{ij,d}$	Fluxo de potência ativa pelo ramo ij , no nível de demanda d
$Q_{i,d}^S$	Potência reativa fornecida pela subestação na barra i , no nível de demanda d
$Q_{i,d}^D$	Demanda de potência reativa na barra i , no nível de demanda d
$Q_{ij,d}$	Fluxo de potência reativa pelo ramo ij , no nível de demanda d
\underline{V}	Limite inferior de tensão no sistema
\bar{V}	Limite superior de tensão no sistema
\bar{I}_{ij}	Fluxo máximo de corrente permitido no ramo ij
$I_{r_{ij,d}}$	Parte real do fluxo de corrente no ramo ij , no nível de demanda d

$I_{m_{ij,d}}$ Parte imaginária do fluxo de corrente no ramo ij , no nível de demanda d

nb Número de barras do sistema

CAPÍTULO 4

\mathbf{x} Proposta de solução

\mathbf{x}^* Solução ótima global

\mathbf{x}_L Solução ótima local

\mathbf{x}_h Solução obtida por uma heurística

X Região factível

S Espaço de soluções

\mathcal{N} Estrutura de vizinhança

\mathcal{N}_k k -ésima estrutura de vizinhança

$\mathcal{N}(\mathbf{x})$ Vizinhança de uma proposta de solução

$\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ k -ésima vizinhança de uma proposta de solução

ε Valor positivo pequeno

CAPÍTULO 5

nr Número de ramos do sistema

nrl Número de ramos de ligação

D Número de níveis de demanda

v' Função objetivo penalizada

ρ Fator de penalização

$\beta_{i,d}$ Variável de penalização de violação da tensão mínima na barra i , no nível de demanda d

$\gamma_{ij,d}$ Variável de penalização de violação de corrente máxima no ramo ij , no nível de demanda d

S_{ij} Fluxo de potência complexa no ramo ij , antes da troca de ramos

S'_{ij} Fluxo de potência complexa no ramo ij , depois da troca de ramos

w_{ij}	Variável que indica em que lado do laço está o ramo que sai
\mathcal{L}	Conjunto de ramos pertencentes ao lado esquerdo do laço
\mathfrak{R}	Conjunto de ramos pertencentes ao lado direito do laço
P_{ij}	Fluxo de potência ativa no ramo ij
Q_{ij}	Fluxo de potência reativa no ramo ij
PL	Perdas ativas totais no laço antes da troca de ramos
$PL_{\mathcal{L}}$	Perdas ativas totais nos ramos do lado esquerdo do laço antes da troca de ramos
$PL_{\mathfrak{R}}$	Perdas ativas totais nos ramos do lado direito do laço antes da troca de ramos
PL'	Perdas ativas totais no laço depois da troca de ramos
$PL'_{\mathcal{L}}$	Perdas ativas totais nos ramos do lado esquerdo do laço depois da troca de ramos
$PL'_{\mathfrak{R}}$	Perdas ativas totais nos ramos do lado direito do laço depois da troca de ramos
ΔPL_{st-kl}	Estimativa da variação das perdas ativas no sistema devido a troca do ramo st pelo kl
ΔC_{st-kl}	Estimativa da variação do custo das perdas de energia no sistema devido a troca do ramo st pelo kl
$\Delta C'_{st-kl}$	Estimativa penalizada da variação do custo das perdas de energia no sistema devido a troca do ramo st pelo kl

CAPÍTULO 6

na	Número de árvores geradoras possíveis de serem obtidas em um grafo correspondente a um sistema de distribuição
------	--

ANEXO C

V^{nom}	Tensão nominal do sistema
ΔP_{ls}	Varição de perdas ativas entre duas iterações consecutivas do FC
\dot{V}_i	Fasor tensão na barra i
V_{ri}	Parte real do fasor tensão na barra i
V_{mi}	Parte imaginária do fasor tensão na barra i
\dot{I}_{ij}	Fasor corrente no ramo ij

$I_{r_{ij}}$	Parte real do fasor corrente no ramo ij
$I_{m_{ij}}$	Parte imaginária do fasor corrente no ramo ij
R_{ij}	Resistência do ramo ij
X_{ij}	Reatância do ramo ij
\dot{I}_i	Fasor corrente absorvida pela carga na barra i
S_i^D	Potência complexa demandada na barra i
P_i^D	Potência ativa demandada na barra i
Q_i^D	Potência reativa demandada na barra i
$P_{ls_{ij}}$	Perdas ativas no ramo ij
$Q_{ls_{ij}}$	Perdas reativas no ramo ij
P_{ls}	Perdas ativas totais no sistema
Q_{ls}	Perdas reativas totais no sistema
I_{ij}	Módulo do fasor corrente no ramo ij
Z_{th}	Matriz das impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos <i>breakpoints</i>
\bar{Z}_{ij}	Impedância complexa da linha i e coluna j da matriz das impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos <i>breakpoints</i>
Z_{th}^r	Parte real da matriz das impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos <i>breakpoints</i>
Z_{th}^m	Parte real da matriz das impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos <i>breakpoints</i>
ΔV	Vetor com as quedas de tensão nos <i>breakpoints</i>
I	Vetor com as correntes injetadas nos <i>breakpoints</i>
ΔI	Vetor com a variação das correntes nos <i>breakpoints</i>

ANEXO D

Y	Número de linearizações dos fluxos de potência ativa e reativa ao quadrado
Z_{ij}	Módulo da impedância do ramo ij

$I_{ij,d}^{qdr}$	Quadrado do módulo do fluxo de corrente no ramo ij , no nível de demanda d
$V_{i,d}^{qdr}$	Quadrado do módulo da tensão na barra i , no nível de demanda d
$m_{ij,y}^S$	Inclinação do y -ésimo bloco do fluxo de potência no ramo ij
$\Delta_{ij,d,y}^P$	Valor do y -ésimo bloco de $P_{ij,d}$
$\Delta_{ij,d,y}^Q$	Valor do y -ésimo bloco de $Q_{ij,d}$
$P_{ij,d}^+$	Variável auxiliar não negativa utilizada para modelar $ P_{ij,d} $
$P_{ij,d}^-$	Variável auxiliar não negativa utilizada para modelar $ P_{ij,d} $
$Q_{ij,d}^+$	Variável auxiliar não negativa utilizada para modelar $ Q_{ij,d} $
$Q_{ij,d}^-$	Variável auxiliar não negativa utilizada para modelar $ Q_{ij,d} $
$\bar{\Delta}_{ij}^S$	Limite superior de cada bloco de linearização de fluxo de potência no ramo ij

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	RELEVÂNCIA DO TEMA	25
1.2	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	26
1.3	OBJETIVOS.....	27
1.4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	27
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	27
2	O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	29
2.1	VISÃO GERAL DO PROBLEMA.....	29
2.2	CURVAS DE DEMANDA TÍPICAS.....	32
2.3	MODELO MATEMÁTICO DO PROBLEMA DE RSDEE	33
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	35
3.1	TRABALHOS QUE CONSIDERAM APENAS UM NÍVEL DE DEMANDA.....	36
3.1.1	Métodos heurísticos.....	36
3.1.2	Heurísticas modernas.....	39
3.1.3	Otimização matemática	42
3.2	TRABALHOS QUE CONSIDERAM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA.....	42
4	META-HEURÍSTICA DE BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL	45
4.1	OTIMIZAÇÃO CLÁSSICA E META-HEURÍSTICAS	45
4.2	VISÃO GERAL DA META-HEURÍSTICA VNS	49
4.3	FUNDAMENTOS DE BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL.....	50
4.4	ESQUEMAS BÁSICOS DE VNS	51
4.4.1	VNS básica (BVNS).....	51
4.4.2	VNS de descida (VND).....	54
4.4.3	VNS reduzida (RVNS)	56
4.4.4	VNS geral (GVNS).....	58

4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
5	META-HEURÍSTICAS VNS ESPECIALIZADAS PARA O PROBLEMA DE RSDEE COM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA	61
5.1	OBTENÇÃO DE UMA SOLUÇÃO INICIAL DE BOA QUALIDADE	61
5.1.1	AHC de abertura sequencial de chaves generalizado	61
5.1.2	Algoritmo de Prim.....	65
5.2	META-HEURÍSTICAS VNS APLICADAS AO PROBLEMA DE RSDEE	66
5.2.1	Função objetivo e restrições de operação.....	66
5.2.2	Geração de soluções radiais.....	67
5.2.3	Codificação de uma proposta de solução	70
5.2.4	Estruturas de vizinhança	71
5.2.5	Mudança de estrutura de vizinhança	72
5.2.6	Critério de parada	72
5.3	MELHORANDO O DESEMPENHO DO ALGORITMO	72
5.3.1	Estimação da variação das perdas devido à uma troca de ramos.....	73
5.3.2	Extensão da equação de estimação da variação das perdas para vários níveis de demanda	74
5.3.3	Estratégia para o nível dois e superiores.....	76
5.3.4	Redução das vizinhanças	77
5.4	FLUXOGRAMAS DOS ALGORITMOS VNS ESPECIALIZADOS	78
5.4.1	Algoritmo BVNS.....	78
5.4.2	Algoritmo VND.....	79
5.4.3	Algoritmo RVNS.....	79
5.4.4	Algoritmo GVNS	80
6	RESULTADOS.....	81
6.1	CURVAS DE CARGA TÍPICAS CONSIDERADAS	81
6.2	TAMANHOS DOS ESPAÇOS DE BUSCA	82
6.3	RESULTADOS CONSIDERANDO DEMANDA FIXA.....	83

6.3.1	Sistema de 33 barras	84
6.3.2	Sistema de 84 barras	87
6.3.3	Sistema de 136 barras	90
6.3.4	Sistema de 415 barras	93
6.3.5	Sistema de 10477 barras	97
6.4	COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS PARA UM NÍVEL DE DEMANDA	100
6.5	RESULTADOS CONSIDERANDO DEMANDA VARIÁVEL.....	102
6.5.1	Sistema de 33 barras	102
6.5.2	Sistema de 84 barras	105
6.5.3	Sistema de 136 barras	109
6.5.4	Sistema de 415 barras	113
6.5.5	Sistema de 10477 barras	117
6.6	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	120
6.7	APLICAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS VNS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO SIMILARES AO PROBLEMA DE RSDEE	121
7	CONCLUSÕES	123
	REFERÊNCIAS	124
	ANEXO A – TRABALHOS CORRELATOS.....	130
	ANEXO B – NÚMERO DE ÁRVORES GERADORAS EM UM GRAFO	131
B.1	CONTANDO O NÚMERO DE ÁRVORES EM UM GRAFO	131
B.2	ENUMERAÇÃO DAS ÁRVORES GERADORAS DE UM GRAFO	133
	ANEXO C – FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS RADIAIS E FRACAMENTE MALHADOS.....	134
C.1	FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS	134
C.1.1	Cálculo das correntes nos ramos.....	136
C.1.2	Cálculo das tensões nas barras.....	138
C.1.3	Cálculo das perdas.....	138
C.2	FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS FRACAMENTE MALHADOS	140

C.2.1	Cálculo das correntes nos <i>breakpoints</i> usando o método de compensação	141
C.2.2	Cálculo da matriz de impedâncias equivalentes vistas pelos <i>breakpoints</i>	142
C.2.3	Processo iterativo de compensação	143
C.2.4	Escolha dos <i>breakpoints</i>.....	145
	ANEXO D – MODELO DE PLIM PARA O PROBLEMA DE RSDEE OPERANDO COM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA.....	146
	ANEXO E – DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS	153
E.1	DADOS COMUNS A TODOS OS SISTEMAS	153
E.2	SISTEMA DE 14 BARRAS.....	155
E.3	SISTEMA DE 33 BARRAS.....	155
E.4	SISTEMA DE 84 BARRAS.....	157
E.5	SISTEMA DE 136 BARRAS.....	159
E.6	SISTEMA DE 415 BARRAS.....	163
E.7	SISTEMA DE 10477 BARRAS.....	173
	ANEXO F – RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 10477 BARRAS.....	174
F.1	RESULTADOS PARA UM NÍVEL DE DEMANDA	174
F.2	RESULTADOS PARA VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA.....	176

1 INTRODUÇÃO

O problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE) consiste em encontrar uma topologia radial da rede de distribuição, com alguns circuitos operando e outros fora de operação, de forma que seja otimizado um objetivo, tipicamente a redução das perdas. Este problema já foi amplamente estudado, sendo que a maioria absoluta dos trabalhos considera demandas invariantes nas barras consumidoras.

Neste trabalho são propostos quatro algoritmos especializados, baseados na meta-heurística de busca em vizinhança variável (VNS, do inglês *Variable Neighborhood Search*), para resolver de forma eficiente o problema de RSDEE operando com demandas variáveis, com o objetivo da minimização de perdas (ou custo das perdas). A consideração de demandas variáveis no problema de RSDEE é mais realista que considerar demandas fixas, o que proporciona uma solução mais adequada para o problema real.

1.1 RELEVÂNCIA DO TEMA

Tendo em vista que as perdas técnicas na distribuição de energia são atualmente da ordem de 8% no Brasil (EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2013), medidas que visem a redução destas perdas são desejáveis, principalmente se incorrerem um baixo custo de investimento. Os seguintes benefícios são obtidos ao reduzir as perdas na distribuição:

- Alívio do sistema de distribuição: com a redução das perdas, o sistema é aliviado, o que leva a uma maior vida útil dos equipamentos, uma maior capacidade de fornecimento e a um melhor perfil de tensão no sistema;
- Adiamento de investimentos para a expansão do sistema de distribuição: a redução das perdas tem como consequência a redução dos fluxos de potências nos condutores, e desta forma é adiada a necessidade de reforços na rede;
- Melhoria na qualidade da energia: a reconfiguração melhora o perfil de tensão do sistema;
- Adiamento da necessidade de ampliação da capacidade de transmissão: a RSDEE pode reduzir o carregamento de linhas de transmissão no horário de pico, aumentando efetivamente a capacidade de transmissão;
- Adiamento da ampliação da capacidade de geração: menos unidades de geração operando são necessárias no horário de pico, pois a demanda é menor;

- Redução do uso de combustíveis: ao reduzir as perdas, reduz-se a necessidade de geração de energia a partir de fontes não renováveis, o que leva a uma economia no uso de combustíveis fósseis;
- Benefícios ambientais: a redução no uso de combustíveis fósseis tem como consequência a redução da poluição.

Desta forma fica evidente a importância do tema deste trabalho, pois se trata de uma possibilidade de reduzir as perdas de energia, levando a todos os benefícios citados, a um custo baixo, ou até mesmo nenhum custo, pois apenas mudanças no estado de operação de chaves são necessárias.

1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

A proposta deste trabalho é utilizar várias versões da meta-heurística VNS para resolver o problema de RSDEE com vários níveis de demanda.

A meta-heurística VNS foi escolhida por se tratar de uma metodologia que apresenta excelente desempenho para resolver problemas da área de Pesquisa Operacional, mas é pouco usada em problemas de Engenharia Elétrica.

Existem muitos trabalhos que tratam do problema de RSDEE, propondo várias técnicas de solução e vários objetivos. Entretanto, poucos deles consideram cargas com o perfil variável no tempo, o que é uma característica inerente dos sistemas de distribuição. Considerar a demanda variável leva a uma modelagem mais realista do problema, contanto, o modelo torna-se mais complexo.

Quanto as mudanças na topologia do sistema existem praticamente duas abordagens distintas: considerar apenas uma configuração para operar em todos os níveis de demanda ou considerar a possibilidade de várias topologias distintas para o período de operação, geralmente limitando o número de chaveamentos.

Como no Brasil o setor de distribuição de energia elétrica ainda é pouco automatizado, a consideração de uma única topologia ótima é mais realista, já que a reconfiguração de redes não automatizadas é feita por ação local, pela equipe de manutenção. Adicionalmente, é desejável não modificar constantemente a topologia de rede, pois estas modificações causam transitórios, que podem danificar equipamentos. A reconfiguração em sistemas automatizados pode ser realizada por ação remota, mas mesmo neste tipo de sistema é desejável reduzir o número de chaveamentos, e desta forma uma única topologia que minimize as perdas considerando todo o período de análise é mais adequada.

1.3 OBJETIVOS

São objetivos deste trabalho:

- Desenvolver várias versões de algoritmos VNS especializados para resolver o problema da RSDEE considerando apenas um nível de demanda;
- Estender as versões que consideram demanda única dos algoritmos VNS para resolver o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda;
- Os programas computacionais desenvolvidos, baseados na meta-heurística VNS, devem ter capacidade de testar sistemas elétricos de grande porte;
- Realizar uma análise teórica sobre a capacidade da meta-heurística tipo VNS para otimizar problemas de sistemas elétricos de potência, com características parecidas com as do problema de RSDEE.

1.4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

As principais contribuições do trabalho são as seguintes:

- Metodologia eficiente para resolver o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda, com o objetivo de reduzir o custo das perdas de energia no sistema;
- Análise teórica sobre o número de soluções radiais existentes nos principais sistemas utilizados para testar metodologias para o problema de RSDEE;
- Heurística de Prim especializada para gerar uma solução inicial de boa qualidade com esforço computacional baixo;
- Estratégia eficiente de geração de propostas de solução radiais.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é discutido mais profundamente o problema de RSDEE. São apresentados os objetivos, as restrições e as principais características do problema.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos que resolvem o problema de RSDEE. Apresentam-se trabalhos que consideram apenas um nível de demanda e trabalhos que consideram demanda variável.

No Capítulo 4 é apresentada a meta-heurística VNS. Uma introdução geral sobre meta-heurísticas também é feita. São apresentadas e discutidas quatro versões do algoritmo VNS: o BVNS, VND, RVNS e GVNS. No final do capítulo é feita uma análise sobre as características desejáveis de uma meta-heurística e quais delas o algoritmo VNS apresenta.

No Capítulo 5 é apresentada em detalhes a aplicação da meta-heurística VNS ao problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda. A forma de codificação do problema, geração e redução das estruturas de vizinhança e geração de uma solução inicial de boa qualidade são assuntos abordados.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos pelas técnicas propostas para sistemas operando com apenas um nível de demanda e com demanda variável. Os resultados são comparados com os disponíveis na literatura especializada e com os obtidos por um modelo de otimização matemática linearizado.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho e os trabalhos futuros.

O Anexo A contém os trabalhos correlatos desenvolvidos durante o mestrado.

O Anexo B contém um aprofundamento no tema de enumeração das árvores geradoras de um grafo.

No Anexo C é apresentado um método para o cálculo do ponto de operação em regime permanente de sistemas de distribuição radiais. Também é apresentado um método de cálculo de fluxo de carga (FC) para sistemas fracamente malhados. Estes assuntos são fundamentais para o desenvolvimento da metodologia aqui proposta, para o cálculo da função objetivo, verificação da factibilidade de uma proposta de solução e obtenção da solução inicial de boa qualidade.

No Anexo D é apresentado um modelo de otimização matemática para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda no período de operação. É feita uma extensão de um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) que considera a operação com demanda única, para considerar vários níveis de demanda. O modelo linearizado será utilizado para resolver o problema de RSDEE com vários níveis de demanda e a solução servirá de parâmetro de comparação para a solução obtida utilizando as metodologias de busca em vizinhança variável propostas.

No Anexo E são apresentados os dados completos dos sistemas testados.

No Anexo F são apresentados os resultados obtidos para o sistema de 10477 barras.

2 O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Neste capítulo, inicialmente, discute-se com maior detalhamento o problema de RSDEE. Em seguida, abordam-se resumidamente as características das curvas de carga típicas de consumidores conectados aos sistemas de distribuição. Por último, apresenta-se o modelo ideal para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda, que é de programação não linear inteira mista (PNLIM), não convexo e de difícil solução.

2.1 VISÃO GERAL DO PROBLEMA

O objetivo do problema de RSDEE é encontrar a topologia radial da rede de distribuição que minimiza um objetivo, geralmente as perdas.

Apesar de possuírem estrutura malhada, os sistemas de distribuição operam de forma radial. Assim, em uma determinada configuração, o sistema tem um conjunto de circuitos que estão energizados e estes circuitos formam a configuração radial, chamada de árvore geradora do ponto de vista da teoria de grafos. Por outro lado, os circuitos que não estão energizados são chamados de ramos de ligação. Uma troca adequada de um ramo de ligação com um ramo da árvore leva a outra configuração radial. Portanto, o problema de reconfiguração ótima de um sistema de distribuição consiste em encontrar aquela configuração radial, do espaço de configurações possíveis, que produza as perdas mínimas de potência no sistema de distribuição.

Uma forma equivalente de caracterizar o problema de reconfiguração de redes de distribuição é a seguinte: dado um grafo, encontrar uma árvore geradora que minimize uma função objetivo, como as perdas, satisfazendo as seguintes restrições:

- i.* Os limites de tensão nas barras do sistema;
- ii.* A capacidade de corrente nos alimentadores;
- iii.* As duas leis de Kirchhoff sistematizadas através do fluxo de carga;
- iv.* A configuração deve ser radial.

Na teoria de grafos existem metodologias que garantem encontrar uma árvore geradora mínima, para grafos conexos com pesos (constantes), como os algoritmos de Prim e de Kruskal (HARRIS; HIRST; MOSSINGHOFF, 2008). No problema de RSDEE, entretanto, os valores dos pesos dos ramos são as perdas, que dependem da topologia, isto é, para cada topologia do sistema os pesos dos ramos (arestas) são alterados. Desta forma, os algoritmos de Prim ou de Kruskal podem ser aplicados apenas para obter uma solução subótima, considerando valores

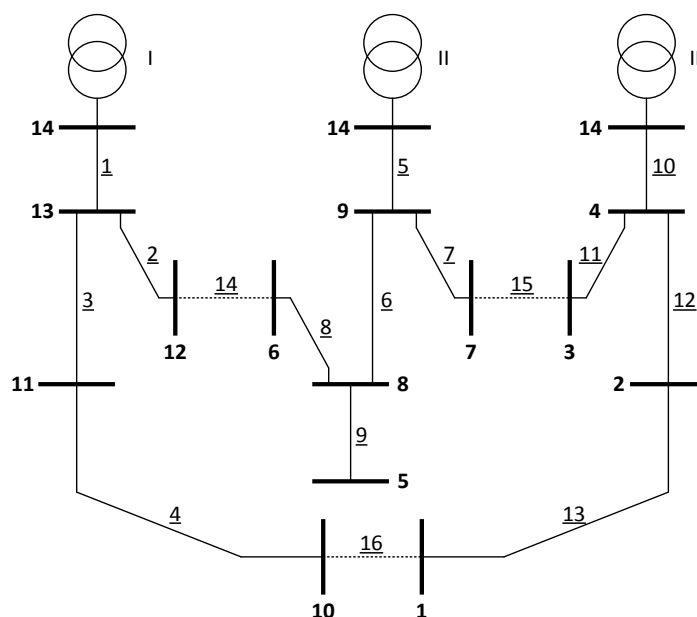
estimados para os pesos. Um processo de busca ótima, portanto, implica analisar implícita ou explicitamente todas as configurações radiais possíveis.

A operação de sistemas de distribuição é na maioria dos casos radial. A topologia radial é adotada com o propósito da redução das correntes de curto-circuito, visando a redução de custo com equipamentos, como os de proteção, que para redes malhadas são muito mais caros. Além disto é muito mais complexo coordenar a proteção em sistemas malhados. Também, considera-se o sistema como sendo simétrico e equilibrado, ou seja, operando com tensões simétricas e com condutores e cargas iguais por fase.

A restrição de rede radial tornou difícil, por muito tempo, a elaboração de uma modelagem matemática adequada para o problema da reconfiguração através de relações algébricas relativamente simples. Este problema foi contornado recentemente em Lavorato et al. (2010) e Lavorato et al. (2012). Adicionalmente, a natureza combinatória torna este problema difícil de ser resolvido, sendo um dos mais pesquisados entre os problemas de otimização da operação de sistemas elétricos de potência.

Na Figura 1 é mostrada a configuração inicial de um sistema de distribuição, originalmente apresentado em Civanlar et al. (1988). Pode-se demonstrar que o sistema da Figura 1, que é de tamanho reduzido, tem 560 candidatas a árvore ou topologia radial, considerando-se que sempre devem estar abertas apenas três chaves. Entretanto, pode-se provar que este sistema elétrico tem 190 topologias radiais.

Figura 1 – Sistema de 14 barras



Fonte: Civanlar et al. (1988).

O Anexo A apresenta os passos para se obter o número de árvores geradoras de um grafo a partir do Teorema da Matriz-Árvore (HARRIS; HIRST; MOSSINGHOFF, 2008). Em um sistema real a explosão combinatória do número de candidatas a topologia radial é mais evidente, assim como do número real de topologias radiais.

Neste trabalho, desenvolvem-se várias versões de uma meta-heurística chamada de busca em vizinhança variável, mais conhecida como VNS, para resolver o problema da RSDEE considerando vários níveis de demanda no período de operação. Este algoritmo foi desenvolvido de forma que as estruturas de vizinhança evitassem a explosão combinatória e também foram desenvolvidas técnicas eficientes de redução de vizinhança.

Deve-se observar que um dos principais problemas das meta-heurísticas aplicadas ao problema da reconfiguração ótima de sistemas de distribuição é a caracterização do espaço de busca. As meta-heurísticas precisam de uma forma de codificação ou de representação de uma proposta de solução. A codificação permite calcular o valor da função objetivo de uma proposta de solução e verificar se a proposta é factível. Adicionalmente, a forma de codificação permite definir a vizinhança da solução corrente. Idealmente, a busca de soluções melhores a partir da solução corrente deve ser realizada apenas através de soluções factíveis ou quase factíveis. Para esquematisar melhor o problema de RSDEE, classificam-se as restrições em duas categorias:

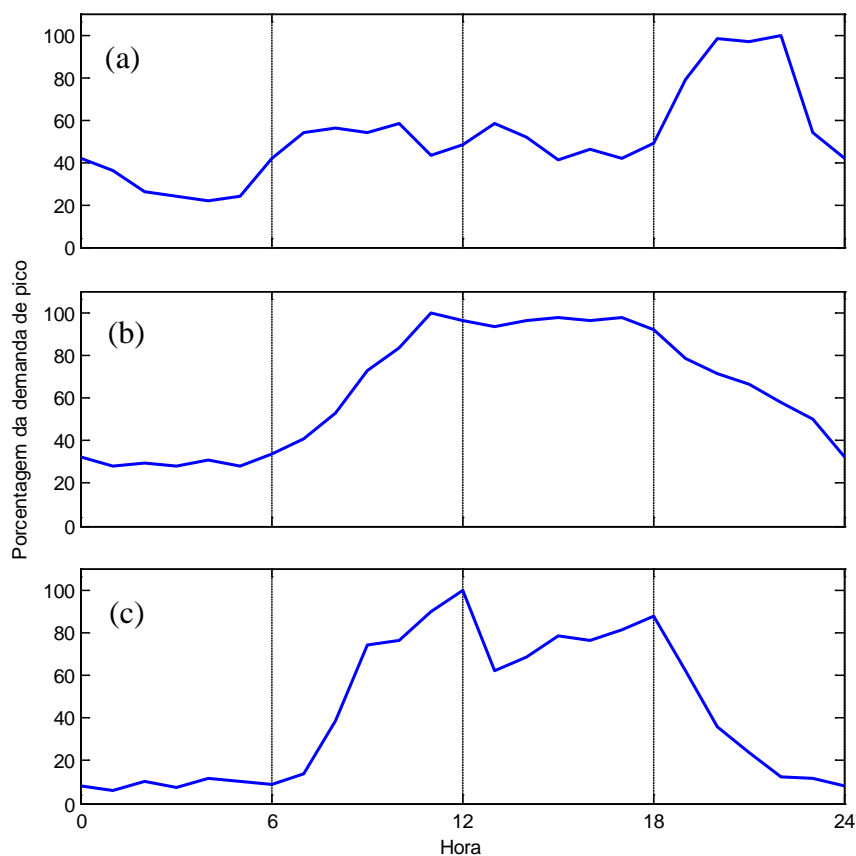
- i.* Restrições topológicas, que exigem que uma proposta factível deve ser radial;
- ii.* Restrições operacionais, que exigem que as propostas de solução devem satisfazer as leis naturais (as duas leis de Kirchhoff) e os limites de operação do sistema (limites de corrente elétrica nos alimentadores e limites de módulo de tensão nas barras do sistema elétrico).

Neste trabalho, desenvolvem-se algoritmos da família VNS que controlam de forma implícita as restrições de radialidade e, adicionalmente, geram apenas soluções radiais nas diferentes estruturas de vizinhança. Portanto, podem aparecer propostas de solução infactíveis apenas quando na proposta de solução aparecem violações de limite de capacidade de corrente nos circuitos do sistema ou violações de módulo de tensão nas barras do sistema. Adicionalmente, foi implementado um algoritmo de fluxo de carga radial rápido e eficiente para avaliar a qualidade de cada proposta de solução e as violações nas restrições operacionais. Faz parte também deste trabalho a geração de uma solução inicial radial de qualidade usando um algoritmo heurístico, assim como a geração de estruturas de vizinhança eficientes e a correspondente redução destas estruturas de vizinhança.

2.2 CURVAS DE DEMANDA TÍPICAS

Curvas de demanda (ou de carga) fornecem graficamente informação detalhada sobre características da carga ao longo do tempo. Geralmente mostram os níveis de demandas típicos de uma classe de consumidor, alimentador ou uma porção do sistema em um período de 24 horas, amostrados a uma taxa determinada, como, de hora em hora. Além disto, fornecem informações simples de serem interpretadas, como, duração do pico de demanda e variação entre os níveis mínimo e máximo das demandas. A área sob a curva representa o uso correspondente de energia durante o período considerado. Na Figura 2 apresentam-se as curvas de demanda típicas para três classes de consumidores.

Figura 2 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial



Fonte: Elaboração do autor.

Os consumidores conectados aos sistemas de distribuição são classificados como:

- **Residenciais:** A curva de demanda é caracterizada por um consumo que varia pouco durante o dia, com um pico no final da tarde e início da noite (Figura 2(a));
- **Comerciais:** A demanda é maior durante o horário de funcionamento do comércio e diminui fora do horário comercial (Figura 2(b));
- **Industriais:** Consumidores com carga elevada, que geralmente apresentam o mesmo perfil de consumo durante o ano (Figura 2(c)).

Cabe ressaltar que estas curvas típicas são curvas de demandas médias, pois um consumidor apresenta um consumo de energia elétrica diferente de outro consumidor, que também se modifica ligeiramente de um dia para o outro. De fato, existem trabalhos cujo objetivo é estimar estas curvas de carga no sistema (FRANCISQUINI, 2006).

Como as cargas conectadas ao sistema de distribuição variam de formas distintas, a configuração ótima para um nível de demanda não é necessariamente ótima para outro nível de demanda. Desta forma, como citado anteriormente, considerar demandas variáveis no problema de RSDEE leva a uma representação mais fiel ao problema real, do que considerar um único nível de demanda.

2.3 MODELO MATEMÁTICO DO PROBLEMA DE RSDEE

A formulação matemática do problema de RSDEE para minimizar o custo das perdas de energia, considerando vários níveis de demanda, configuração radial única e sistema simétrico e equilibrado, assume a forma mostrada em (1)-(7), adaptada de Franco et al. (2012):

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d [G_{ij} x_{ij} (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d} V_{j,d} \cos \theta_{ij,d})] \quad (1)$$

Sujeito a:

$$P_{i,d}^S - P_{i,d}^D - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} x_{ij} P_{ij,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (2)$$

$$Q_{i,d}^S - Q_{i,d}^D - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} x_{ij} Q_{ij,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3)$$

$$\underline{V} \leq V_{i,d} \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (4)$$

$$I_{r_{ij,d}}^2 + I_{m_{ij,d}}^2 \leq x_{ij} \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (5)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} x_{ij} = nb - 1 \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

No modelo (1)-(7), a função objetivo v representa o custo total das perdas ativas de energia no período de operação, c_d^{ls} é o custo das perdas no nível de demanda d , Δ_d é o período de duração do nível de demanda d , G_{ij} é a condutância do ramo ij , x_{ij} representa o estado da chave do ramo ij e vale 1 se a chave estiver fechada e 0 em caso contrário, $V_{i,d}$ é o módulo da tensão na barra i , no nível de demanda d , $\theta_{ij,d}$ é a diferença angular entre as tensões das barras i e j , no nível de demanda d , $P_{i,d}^S$ e $Q_{i,d}^S$ representam as potências ativa e reativa fornecidas pela

subestação na barra i , no nível de demanda d , $P_{i,d}^D$ e $Q_{i,d}^D$ representam as demandas ativa e reativa na barra i , no nível de demanda d , $P_{ij,d}$ e $Q_{ij,d}$ representam os fluxos de potência ativa e reativa pelo ramo ij , no nível de demanda d , \underline{V} e \bar{V} representam os limites dos módulos de tensão inferior e superior nas barras do sistema elétrico, $I_{r_{ij,d}}$ e $I_{m_{ij,d}}$ representam as partes real e imaginária do fluxo de corrente no ramo ij , no nível de demanda d , \bar{I}_{ij} representa o fluxo máximo de corrente permitido no ramo ij , nb é o número de barras do sistema de distribuição, Ω_b é o conjunto de barras do sistema de distribuição, Ω_{b_i} é o conjunto de barras conectadas à barra i , Ω_l o conjunto de ramos do sistema e Ω_d é o conjunto de níveis de demanda.

As restrições (2) e (3) correspondem ao balanço de potência ativa e reativa, respectivamente, (4) representa os limites de módulo de tensão nas barras e (5) é a restrição de corrente máxima nos ramos. A restrição (6) é uma condição necessária para a radialidade do sistema e (7) indica a natureza binária da variável de decisão x_{ij} . De acordo com Lavorato et al. (2012), se as demandas em todas as barras de carga forem diferentes de zero, as restrições (2) e (3), em conjunto com (6), garantem que uma solução factível do problema seja radial. Além disto, $P_{ij,d}$, $Q_{ij,d}$, $I_{r_{ij,d}}$ e $I_{m_{ij,d}}$ são calculados usando (8)-(11), $\forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d$:

$$P_{ij,d} = V_{i,d}^2 G_{ij} - V_{i,d} V_{j,d} (G_{ij} \cos \theta_{ij,d} + B_{ij} \sin \theta_{ij,d}) \quad (8)$$

$$Q_{ij,d} = -V_{i,d}^2 B_{ij} - V_{i,d} V_{j,d} (G_{ij} \sin \theta_{ij,d} - B_{ij} \cos \theta_{ij,d}) \quad (9)$$

$$I_{r_{ij,d}} = G_{ij} (V_{i,d} \cos \theta_{i,d} - V_{j,d} \cos \theta_{j,d}) - B_{ij} (V_{i,d} \sin \theta_{i,d} - V_{j,d} \sin \theta_{j,d}) \quad (10)$$

$$I_{m_{ij,d}} = G_{ij} (V_{i,d} \sin \theta_{i,d} - V_{j,d} \sin \theta_{j,d}) + B_{ij} (V_{i,d} \cos \theta_{i,d} - V_{j,d} \cos \theta_{j,d}) \quad (11)$$

Em (8)-(11), B_{ij} é a susceptância do condutor entre as barras i e j .

A formulação matemática do problema de RSDEE (1)-(11) é um modelo de programação não linear inteira mista, de difícil solução e com características de apresentar explosão combinatória e comportamento multimodal. Obviamente, a função objetivo não é diferenciável e as restrições não formam um conjunto convexo.

Por fim, um ponto que merece destaque neste problema é que, como a rede que deseja-se reconfigurar já está operando, a restrição (5) deve ser atendida pela topologia corrente. Como espera-se reduzir as perdas com a reconfiguração do sistema, as correntes nos condutores devem diminuir, e por este motivo os trabalhos sobre RSDEE para redução das perdas não consideram a restrição de limite de corrente. Além disto, as capacidades das subestações também não são consideradas no problema. Desta forma, todas as subestações podem ser interconectadas, formando uma única barra. Neste trabalho, cada sistema será denominado pelo seu respectivo número de barras de carga mais uma barra, que é a formada pela conexão das subestações.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma visão geral dos principais trabalhos que tratam do problema de RSDEE. Geralmente o objetivo a ser atingido é a redução das perdas, mas existem também trabalhos que consideram outros objetivos, como por exemplo o balanceamento de cargas. Classificam-se aqui as publicações em dois grupos: as que consideram apenas um nível de demanda e as que consideram vários níveis de demanda no período de operação. As metodologias empregadas para resolver o problema são basicamente as seguintes: métodos heurísticos, heurísticas modernas (ou meta-heurísticas) e métodos exatos.

As heurísticas propostas para resolver o problema consideram basicamente três possibilidades:

- i.* Partindo de uma configuração malhada, abrir em cada passo uma chave do sistema, utilizando-se um índice de sensibilidade, até que se atinja uma configuração radial;
- ii.* Partindo de uma configuração radial, realizar trocas entre um ramo conectado e um desconectado, sempre mantendo a radialidade, até que nenhuma melhoria adicional seja obtida;
- iii.* Partindo de uma configuração em que todas as chaves estão abertas, fechar em cada passo uma chave, de acordo com um índice de sensibilidade, até obter-se uma configuração radial.

As heurísticas citadas anteriormente foram amplamente estudadas e aplicadas em vários trabalhos. Apresentam a característica de obter soluções de boa qualidade em tempos extremamente baixos. Entretanto ficam presas no primeiro ótimo local encontrado.

De forma a contornar o principal problema das heurísticas, de ficarem presas no primeiro ótimo local encontrado, várias meta-heurísticas foram propostas para resolver o problema de RSDEE. Neste capítulo apresentam-se trabalhos que utilizam as seguintes meta-heurísticas: *Simulated Annealing* (SA), Algoritmo Genético (AG), Algoritmo Genético de Chu-Beasley (AGCB), Busca Tabu (TS, do inglês *Tabu Search*), *Particle Swarm Optimization* (PSO), Algoritmo de Colônia de Formigas (ACF), Sistemas Imunológicos Artificiais (SIA), *Variable Neighborhood Search* (VNS) e *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP). O capítulo também cita trabalhos que utilizam Redes Neurais Artificiais (RNA) e lógica *fuzzy*.

Existem também trabalhos que propõem modelos matemáticos para o problema de RSDEE, para serem resolvidos utilizando métodos exatos, como por exemplo o algoritmo

Branch and Bound e suas variações (por exemplo o *Branch and Cut*). Estes trabalhos geralmente consideram modelos aproximados, como o modelo de corrente contínua (DC), ou relaxados da operação do sistema de distribuição de energia elétrica. Mais recentemente foram propostos modelos linearizados que consideram o modelo de corrente alternada (AC) do FC, sendo assim uma aproximação quase exata do problema.

No item seguinte são apresentados e discutidos os trabalhos mais relevantes que tratam do problema de RSDEE considerando apenas um nível de demanda.

3.1 TRABALHOS QUE CONSIDERAM APENAS UM NÍVEL DE DEMANDA

Os trabalhos que resolvem o problema de RSDEE são classificados nesta seção pela técnica de solução utilizada. Inicialmente apresentam-se os trabalhos baseados em métodos heurísticos. Em seguida apresentam-se os trabalhos que utilizam meta-heurísticas para resolver o problema de RSDEE e finalmente são apresentados trabalhos que propõem modelos aproximados ou relaxados para o problema, para serem resolvidos utilizando-se técnicas exatas.

3.1.1 Métodos heurísticos

O trabalho de Merlin e Back (1975) foi pioneiro no tema de RSDEE. Nele foi proposto, pela primeira vez, alterar a topologia de uma rede de distribuição, de forma a obter uma configuração com perdas reduzidas. No trabalho é utilizado um modelo linearizado do FC (modelo DC) e duas metodologias são propostas para reduzir as perdas. A primeira é uma heurística que, partindo da configuração com todas as chaves fechadas, em cada passo, calcula-se um FC e abre-se a chave cujo ramo conduz o menor valor de corrente, e que mantém a rede conexa. Isto é repetido até que uma configuração radial seja obtida. Os autores afirmam que a escolha de abrir a chave do ramo com o menor fluxo de corrente perturba o mínimo possível as distribuições dos fluxos nos ramos do sistema, mantendo a característica de perdas reduzidas da configuração malhada. A segunda metodologia é um algoritmo *Branch and Bound*, que utiliza como limitante inferior as perdas correspondentes à configuração totalmente malhada e como limitante superior as perdas correspondentes da configuração radial obtida com a heurística descrita anteriormente. A metodologia heurística apresenta pequeno esforço computacional, enquanto que o algoritmo *Branch and Bound* apresenta um esforço computacional elevado para sistemas de grande porte.

O trabalho de Civanlar et al. (1988) propõe o método de troca de ramos (*branch exchange*) para a RSDEE considerando redução das perdas. Partindo de uma configuração radial, realizam-se trocas entre um ramo conectado e um desconectado, sempre de forma a manter a

radialidade. A variação das perdas resultante da transferência de um grupo de cargas de um alimentador para outro é estimada utilizando-se uma fórmula aproximada. Os autores observam que uma redução das perdas pode ser obtida somente se existe uma queda de tensão significativa sobre um ramo cuja chave está aberta e se a carga no lado com a maior queda de tensão é transferida para o outro lado. Também, a fórmula que aproxima a variação das perdas resultante da transferência da carga de um alimentador para outro, geralmente fornece uma estimativa com um valor menor quando comparado com o valor calculado por um FC AC.

Shirmohammadi e Hong (1989) propõem, para o problema de RSDEE considerando redução das perdas, um algoritmo heurístico construtivo, que partindo de uma rede malhada, em cada etapa calcula um padrão de fluxo ótimo, utilizando um fluxo de carga para redes fracamente malhadas, e abre a chave do ramo cujo fluxo de corrente é mínimo, e que mantém a rede conexa. Esta proposta é similar à de Merlin e Back (1975), mas utiliza um FC AC para redes fracamente malhadas. A metodologia também considera as restrições de nível de tensão nas barras e de fluxo máximo de corrente nos ramos (que não são consideradas por Merlin e Back (1975)), isto é, se a abertura de uma chave leva a uma configuração em que ocorre violação do limite de tensão em uma barra ou do fluxo máximo de corrente em um ramo, esta chave deve ser fechada e a chave cujo ramo conduz o menor valor seguinte de fluxo de corrente é aberta. Esta operação deve ser repetida até que não ocorra violação das restrições.

A proposta de Baran e Wu (1989) para a RSDEE leva em conta tanto redução das perdas quanto o balanceamento de cargas. O trabalho apresenta dois métodos aproximados para o cálculo do FC. Também é apresentada uma nova fórmula para o cálculo da variação das perdas resultantes de uma troca de ramos em um laço, na qual os fluxos de potência reativa são incluídos explicitamente, podendo desta forma ser utilizada em sistemas mal compensados. A fórmula para a estimação das perdas é conservadora, no sentido de que se a variação das perdas é positiva, ela fornece um valor com um erro positivo e quando a variação é negativa, o erro é negativo. Além disto, os autores apresentam um mecanismo de redução de candidatos a participar das trocas de ramos. Considera-se que se ao analisar um laço, a troca de um ramo aberto com os que estão fechados e são adjacentes a ele leva à um aumento das perdas, as outras possíveis trocas de ramos no laço também levarão a um aumento das perdas e, portanto, não precisam ser analisadas.

Uma das limitações do método proposto por Shirmohammadi e Hong (1989) é que o padrão de fluxo ótimo é determinado para uma rede malhada. Desta forma, a chave a ser aberta só é escolhida de forma adequada no último passo do algoritmo, onde existe apenas um laço no sistema e todo o resto é radial. Em todos os outros passos, existem outros laços no sistema, o

que não corresponde a condição de operação real. Portanto, a solução obtida pelo método proposto por Shirmohammadi e Hong (1989) pode ser de baixa qualidade. Para contornar este problema Goswami e Basu (1992) propõem uma heurística para a RSDEE considerando a minimização de perdas, que considera formar apenas um laço por vez no sistema. Assim, em vez de fechar todas as chaves da rede para formar um sistema malhado e em cada passo abrir uma chave, para restaurar a configuração radial, o algoritmo fecha apenas uma chave por vez, introduzindo uma malha no sistema, que volta para a configuração radial abrindo a mesma ou outra chave no laço, dependendo do resultado do padrão de fluxo ótimo.

Borozan, Rajičić e Ačkovski (1997) apresentam um método heurístico para determinar a configuração com perdas mínimas para sistemas de distribuição desbalanceados. O método é uma extensão dos trabalhos de Merlin e Back (1975) e Shirmohammadi e Hong (1989), em que se parte de uma configuração malhada e em cada passo abre-se uma chave do sistema. O trabalho considera sistemas trifásicos a três fios.

Gomes et al. (2005) apresentam uma heurística para o problema de RSDEE que parte de uma configuração malhada e em cada passo se abre uma chave até obter-se uma configuração radial. Para escolher a chave que será aberta são testadas todas as possíveis chaves que podem ser abertas e que mantém o sistema conexo. Dentre todas as possíveis escolhas, abre-se aquela que leva ao menor incremento da função objetivo (redução das perdas). Uma segunda etapa da heurística consiste no processo de *branch exchange*, com ramos identificados na primeira fase, para tentar reduzir as perdas obtidas pela fase construtiva.

Gomes et al. (2006) modelam a operação das chaves do sistema como funções contínuas e propõem um fluxo de potência ótimo para minimização de perdas. As chaves em todos os ramos iniciam-se fechadas, e a partir do resultado do fluxo de potência ótimo, uma técnica heurística é utilizada para determinar a próxima chave que será aberta, até que se obtenha um sistema radial. Para a solução do problema de fluxo de potência ótimo, um método de pontos interiores primal-dual é utilizado.

Raju e Bijwe (2008) apresentam uma abordagem de dois estágios para a minimização de perdas em sistemas de distribuição através da reconfiguração. O método proposto utiliza sensibilidades no primeiro estágio, que parte de uma configuração malhada e em cada passo abre uma chave, e um procedimento de *branch exchange* no segundo estágio, para melhorar a solução encontrada no primeiro estágio.

Ababei e Kavasseri (2011) apresentam um algoritmo heurístico eficiente para a RSDEE considerando redução das perdas, utilizando um procedimento de *branch exchange*, baseado em problemas de fluxo máximo a custo mínimo (*minimum cost maximum flow*). Também é

proposta uma metodologia para estimação de perdas em sistemas de distribuição radiais, baseada em uma técnica de caminhos aleatórios (*random walks*). A metodologia proposta é testada em vários sistemas, inclusive de grande porte. A performance da técnica proposta é comparada com a do algoritmo de Baran e Wu (1989), obtendo soluções iguais ou de melhor qualidade, com tempos de processamento menores.

Concluindo, a maioria dos trabalhos que propõe heurísticas para resolver o problema de RSDEE se baseiam na técnica de *branch exchange*. Além disto, a metodologia de abertura sequencial de chaves proposta por Shirmohammadi e Hong (1989) não é capaz de encontrar uma solução factível para qualquer problema, apesar de no algoritmo proposto haver um laço de repetição que só é quebrado caso a solução mantenha-se factível. Em alguns casos, o algoritmo proposto pode ficar preso em um *loop* infinito e nenhuma solução pode ser encontrada.

No item a seguir são apresentados os principais trabalhos que utilizam meta-heurísticas para resolver o problema de RSDEE.

3.1.2 Heurísticas modernas

Chiang e Jean-Jumeau (1990a) e Chiang e Jean-Jumeau (1990b) apresentam uma nova formulação multiobjetivo para a RSDEE em que número de operações de chaveamento é colocado como uma restrição no problema. São considerados tanto o problema da redução das perdas quanto o do balanceamento de cargas. A solução é obtida utilizando-se um método de dois estágios baseado na meta-heurística SA e no método ϵ -restrição para otimização multiobjetivo. Dado um número desejado de chaveamentos, o algoritmo é capaz de identificar as operações mais efetivas. De forma a melhorar a performance computacional, dois métodos de FC eficientes são utilizados (de varredura e desacoplado rápido), um para altas temperaturas e um para baixas temperatura do SA.

Nara et al. (1992) aplicam o AG na resolução do problema de RSDEE para minimização das perdas. O trabalho foi o primeiro a utilizar um AG para resolver o problema de reconfiguração. Um dos principais pontos fracos deste trabalho é que a codificação permite o aparecimento de configurações não radiais (com malhas e com barras ilhadas) após o operador de recombinação. Além disto, a metodologia considera um cálculo aproximado da função *fitness*.

O problema de RSDEE para minimização das perdas foi resolvido por Kim, Ko e Jung (1993) utilizando-se Redes Neurais Artificiais (RNA). São desenvolvidas redes neurais tanto para a estimação da carga quanto para a reconfiguração.

Das (2006) apresenta um algoritmo heurístico multiobjetivo baseado em lógica *fuzzy* para resolver o problema de RSDEE. Os objetivos considerados tentam maximizar a satisfação

fuzzy, minimizando as perdas, o desvio de tensão nas barras e a violação de fluxo de corrente nos ramos. Além disto, também é considerado o balanceamento de cargas. O algoritmo proposto também minimiza o número de chaveamentos no sistema.

Mendoza et al. (2006) propõem uma metodologia que melhora a eficiência de AGs aplicados ao problema de RSDEE. Na proposta considera-se uma população inicial factível, criada levando-se em conta os laços fundamentais do grafo correspondente ao sistema de distribuição, e também operadores genéticos de recombinação e mutação especializados. Desta forma, quase todos os indivíduos gerados pelo AG são factíveis em relação à topologia radial e assim podem apenas violar as restrições de operação. Este trabalho representa uma melhoria em relação ao de Nara et al. (1992) que não controla de forma implícita a restrição de radialidade.

Zvietcovich (2006) propõe dois algoritmos de busca em vizinhança variável, um VNS (básico) e um VND (*Variable Neighborhood Descent*), com estratégias de busca local baseadas no algoritmo heurístico de Goswami e Basu (1992), para a redução das perdas. São resolvidos sistemas de pequeno e médio porte, com esforços computacionais razoáveis.

Zhang et al. (2007) propõem um algoritmo TS melhorado, com operador de mutação do AG para a minimização das perdas. Adicionalmente, a metodologia utiliza uma equação de variação das perdas similar à proposta por Baran e Wu (1989) para reduzir o espaço de busca.

Carreño, Romero e Padilha-Feltrin (2008) propõem um algoritmo genético de Chu-Beasley com um operador de recombinação que garante a geração somente de topologias radiais para o problema de minimização das perdas. Desta forma o espaço de busca é reduzido, e assim a metodologia apresenta um desempenho melhor que as propostas por (NARA et al., 1992; MENDOZA et al., 2006).

Mais recentemente, Wu e Tsai (2011) apresentam uma técnica baseada na meta-heurística PSO com codificação inteira, para o problema de minimização das perdas através da reconfiguração.

Franco et al. (2012) apresentam uma implementação eficiente do algoritmo TS para o problema de reconfiguração para minimização de perdas. A solução inicial é gerada aleatoriamente utilizando um algoritmo de Prim (em que o custo de cada ramo é aleatório). A função objetivo das soluções vizinhas da solução corrente, no TS, são estimadas utilizando a fórmula aproximada de Baran e Wu (1989). Somente é calculado o ponto de operação exato para a melhor solução de uma vizinhança, o que torna a metodologia muito rápida.

Ahuja et al. (2013) propõem uma metodologia híbrida baseada em feromônios (do ACF) e no operador de crossover (do AG) para o problema de RSDEE considerando a minimização das perdas.

Souza (2013) propõe um algoritmo GRASP para resolver o problema de RSDEE considerando redução das perdas. A metodologia parte da situação em que todas as chaves estão abertas e em cada passo fecha-se uma chave, de acordo com um índice de sensibilidade obtido através da solução de um PNL, em que a restrição de integralidade das variáveis binárias, correspondente a operação das chaves, é relaxada.

Alonso, Oliveira e Souza (2015) apresentam um método de otimização multiobjetivo utilizando a meta-heurística de SIA para resolver o problema de RSDEE para reduzir as perdas e melhorar a confiabilidade do sistema. Finalmente Eldurssi e O'Connell (2015) propõem um AG para o problema de RSDEE multiobjetivo, para minimização das perdas, melhoria dos níveis de tensão e minimização do número de chaveamentos.

Idealmente, uma meta-heurística deveria procurar apenas soluções vizinhas factíveis e realizar transições apenas através de topologias factíveis (que satisfazem as restrições topológicas e operacionais). Infelizmente, as restrições operacionais são verificáveis apenas após a resolução de um problema de fluxo de carga radial e não existem muitas expectativas de contornar este problema de forma eficiente, sendo que apenas pode-se acelerar o tempo de processamento resolvendo-se problemas de fluxo de carga aproximados. Entretanto, é possível gerar estratégias eficientes para eliminar totalmente a restrição topológica, isto é, gerar soluções vizinhas sempre radiais e realizar as transições apenas através de topologias radiais. Contornar este tipo de problema não é muito trivial quando são utilizadas algumas meta-heurísticas como, por exemplo, os algoritmos evolutivos.

Em relação a este tema, deve-se observar que existem na literatura especializada meta-heurísticas em que as soluções vizinhas não são topologias radiais e as transições não necessariamente são realizadas através de topologias radiais. Estas propostas são cada vez mais raras. Entretanto a maioria das meta-heurísticas geram soluções vizinhas que podem ser radiais ou não radiais, mas a transição é realizada apenas através de topologias radiais. Por exemplo, na maioria dos algoritmos genéticos existentes na literatura especializada, que usam algum tipo de codificação, duas soluções radiais raramente geram duas novas soluções radiais após o operador de recombinação. Uma vantagem importante da meta-heurística VNS em relação à outras meta-heurísticas, como os algoritmos evolutivos, é que a restrição de radialidade pode ser facilmente controlada de forma implícita no problema da reconfiguração. Assim, se a solução corrente é radial, então é possível gerar estruturas de vizinhança de vários níveis em que todas estas soluções são radiais.

Outra possível abordagem para a RSDEE é utilizar um método exato para resolver um modelo aproximado ou relaxado do problema. Trabalhos que utilizam esta abordagem são discutidos no item a seguir.

3.1.3 Otimização matemática

Jabr, Singh e Pal (2012) propõem um modelo convexo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) e um de programação linear inteira mista (PLIM) para o problema de RSDEE para redução das perdas. Os autores resolvem o modelo utilizando *solvers* comerciais e verificam que o modelo de PCSOIM é mais rápido para encontrar uma solução factível que o de PLIM e, portanto, é mais adequado para aplicações em tempo real. Já o modelo de PLIM é capaz de encontrar melhores soluções para sistemas de grande porte, com um tempo computacional mais elevado, sendo assim mais adequado para aplicações de planejamento.

Borges, Franco e Rider (2013) apresentam um modelo de PLIM com restrições de cerca, para o problema de RSDEE para minimização das perdas. A metodologia foi testada em sistemas de grande porte, encontrando soluções iguais ou de melhor qualidade que as disponíveis na literatura.

Todos os trabalhos apresentados até aqui neste capítulo consideram apenas um nível de demanda, ou seja, tentam encontrar a topologia da rede que minimiza as perdas considerando que as cargas não variam. Geralmente considera-se no problema a demanda de pico em cada barra. Entretanto, em um sistema elétrico real as cargas variam com o tempo, e considerar o pico das cargas em cada barra ocorrendo simultaneamente pode não ser uma situação real, pois eles podem ocorrer em períodos diferentes. Os trabalhos da seção a seguir consideram o problema de RSDEE operando com demanda variável, que é uma situação mais realista do problema.

3.2 TRABALHOS QUE CONSIDERAM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA

O trabalho de Lee e Brooks (1988) foi o primeiro a considerar o problema de RSDEE com vários níveis de demanda. Nele também se considera alocação de bancos de capacitores. Verifica-se que alterar a configuração da rede quando ocorrem variações significativas da carga é vantajoso.

Wagner, Chikhani e Hackam (1991) propõem um método baseado em programação linear, usando o método de transportes e uma heurística de busca, para a minimização das perdas através da RSDEE. Este trabalho indica que a abordagem heurística pode fornecer economias substanciais e é adequada para aplicações de tempo real.

Broadwater et al. (1993) consideram a carga variando no tempo, obtida através de estimação de carga, para a redução das perdas. O algoritmo calcula padrões de chaveamento em função do tempo. Variações de carga sazonais e diárias são analisadas. A metodologia de troca de ramos é utilizada para determinar a configuração com perdas mínimas.

Chen e Cho (1993) utilizaram uma abordagem sistemática para obter um plano de chaveamento para minimização das perdas tanto para a operação de sistemas de distribuição a curto quanto para logo prazo. O chaveamento ótimo de curto prazo é obtido por um método *Branch and Bound*. Um problema de otimização é formulado para obter as operações de chaveamento ótima. Este problema é então dividido em vários subproblemas para encontrar a maior redução de perdas entre as possíveis operações de chaveamento entre dois alimentadores. Uma heurística rápida é aplicada para estimar a maior variação de perdas.

Zhou et al. (1997) apresentam uma técnica baseada em heurística para reduzir os custos de operação em um ambiente de tempo real. A ênfase é em minimizar os custos de operação em um período especificado de tempo. O algoritmo também considera encontrar a solução com o menor número de chaveamentos possível. A heurística proposta utiliza uma expressão para o cálculo da variação das perdas semelhante à proposta por Civanlar et al. (1988), estendida para considerar o intervalo de tempo de cada nível de demanda.

Taleski e Rajičić (1997) propõem uma heurística baseada na técnica de *branch exchange* para obter topologias com as maiores reduções de perdas de energia. São feitos testes em sistemas de pequeno porte. A metodologia não considera, entretanto, a minimização do número de chaveamentos.

Huang e Chin (2002) propõem um algoritmo baseado em uma estratégia heurística *fuzzy* para o problema de RSDEE considerando a redução das perdas e o balanceamento da carga. A restrição de radialidade é sempre mantida, pois utiliza-se uma estratégia de *branch exchange*. Somente chaves de ligação em uma vizinhança de alimentadores selecionados são escolhidas para serem fechadas, e desta forma o espaço de busca é reduzido.

López et al. (2004) compara os resultados obtidos para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda (reconfiguração de hora em hora) e apenas um único nível de demanda, considerando demanda média e demanda máxima. Os resultados mostram que a reconfiguração horária não é eficiente, pois muitas operações de chaveamento são realizadas para cada nível de demanda.

Amasifen, Romero e Mantovani (2005) propõem um algoritmo evolutivo para o problema de RSDEE com demanda variável e topologia de operação única. A população inicial é obtida por algoritmos heurísticos construtivos de Prim e Kruskal, sendo que o peso adotado

para os ramos foram parâmetros elétricos da rede (resistência, reatância e módulo da impedância). São apresentados vários testes considerando modificações nos parâmetros do algoritmo. Os testes são realizados em sistemas de pequeno e médio porte. Considera-se três níveis de demanda, ou seja, as curvas típicas de carga dos consumidores são aproximadas para considerar três patamares distintos.

Bueno (2005) também considera adotar uma topologia única para todo o período de operação. O autor apresenta duas heurísticas, uma baseada no método de abertura sequencial de chaves e a outra no algoritmo de Kruskal. Propõe-se também uma busca local de troca de ramos, que considera a duração de cada nível de demanda. Um algoritmo GRASP também é utilizado para resolver o problema. São considerados períodos de duração de três horas para cada nível de demanda, ou seja, as curvas de carga típicas dos consumidores são aproximadas por oito níveis de demanda diários.

Queiroz e Lyra (2009) fazem as mesmas considerações de Bueno (2005), isto é, encontrar uma única topologia que minimiza as perdas de energia no sistema em um determinado intervalo de tempo, considerando demanda variável. A técnica de solução empregada é um AG adaptativo híbrido. É apresentada uma comparação entre os resultados considerando um único nível de demanda, vários níveis de demanda e uma única topologia e vários níveis de demanda e topologia livre, isto é, a topologia da rede pode ser modificada em cada nível de demanda.

Concluindo, abordar o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda e topologia única para todo o período de operação demonstrou-se ser a opção mais viável, pois as operações de chaveamento devem ser evitadas. Entretanto, considerar vários níveis de demanda leva a um problema de otimização muito mais complexo que o com nível de demanda único. Nos capítulos seguintes serão discutidas metodologias para resolver este problema.

4 META-HEURÍSTICA DE BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL

Neste trabalho é utilizada a meta-heurística de busca em vizinhança variável (VNS), para resolver o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda, visando a redução do custo das perdas de energia no sistema. O algoritmo VNS foi escolhido por se tratar de uma meta-heurística que apresenta excelentes resultados em trabalhos da área de Pesquisa Operacional, mas que é pouco utilizada na otimização de sistemas elétricos.

Neste capítulo é inicialmente apresentada uma introdução geral sobre meta-heurísticas e otimização clássica e, em seguida, a teoria básica sobre VNS.

4.1 OTIMIZAÇÃO CLÁSSICA E META-HEURÍSTICAS

Um modelo genérico para um problema de otimização pode ser formulado como mostrado em (12):

$$\min\{v(\mathbf{x})|\mathbf{x} \in X, X \subseteq S\} \quad (12)$$

onde S é o espaço de soluções, X é a região factível, \mathbf{x} é uma solução factível e v é uma função objetivo a valores reais. Se S é finito, mas muito grande, o problema (12) é de otimização combinatória. Se $S = \mathbb{R}^n$, o problema (12) é classificado como de otimização contínua. Uma solução $\mathbf{x}^* \in X$ é ótima se (13) é satisfeita:

$$v(\mathbf{x}^*) \leq v(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in X \quad (13)$$

Um algoritmo exato, que resolve o modelo (12), encontra a solução ótima \mathbf{x}^* , e também prova a otimalidade desta solução, ou mostra que não existe solução factível, se $X = \emptyset$ ou se a solução é ilimitada. Além disto, na prática, o tempo necessário para que a solução \mathbf{x}^* seja encontrada deve ser finito e não muito grande. Para otimização contínua, é razoável permitir algum grau de tolerância, ou seja, parar quando um grau suficiente de convergência é detectado (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003), isto é, admitir que a solução ótima foi encontrada quando (14) ou (15) forem satisfeitas:

$$v(\mathbf{x}^*) < v(\mathbf{x}) + \varepsilon, \forall \mathbf{x} \in X \quad (14)$$

$$\left| \frac{v(\mathbf{x}^*) - v(\mathbf{x})}{v(\mathbf{x}^*)} \right| < \varepsilon, \forall \mathbf{x} \in X \quad (15)$$

para algum ε positivo e pequeno.

Inúmeros problemas que assumem a forma (12) e aparecem nas áreas de Pesquisa Operacional, Engenharia Elétrica e outras, são muito grandes e complexos para que uma solução exata seja obtida em um tempo computacional razoável. É bem conhecido da teoria de complexidade computacional (GAREY; JOHNSON, 1978) que milhares de problemas são *NP-hard*, e

que nenhum algoritmo que resolve um destes problemas em tempo polinomial é conhecido. De fato, encontrar um algoritmo que resolva qualquer um destes problemas em tempo polinomial, implicaria a obtenção de algoritmos com tempo polinomial para resolver todos eles. Adicionalmente, em alguns casos, onde o problema admite um algoritmo com tempo polinomial, o grau do polinômio pode ser tão grande, que casos de problemas com tamanhos realísticos não podem ser resolvidos em um tempo razoável para o pior caso, e algumas vezes para o caso médio.

Toda vez que se resolve um problema da vida real, deve-se notar que na verdade se está encontrando uma solução para o modelo do problema. Todos os modelos são simplificações do mundo real, caso contrário eles seriam tão complexos como o próprio ambiente natural (MICHALEWICZ; FOGEL, 2000). O processo de resolução de um problema consiste de dois passos: (i) criar um modelo para o problema, e (ii) obter uma solução para o modelo, como mostrado em (16):

$$\text{Problema} \xrightarrow{(i)} \text{Modelo} \xrightarrow{(ii)} \text{Solução} \quad (16)$$

A solução é somente para o modelo. Se o modelo tem um alto grau de fidelidade com o problema, pode-se ter convicção que a solução será significativa. Caso contrário, se o modelo tem muitas hipóteses e aproximações ruins, a solução pode não ter significado real.

De forma geral, dois tipos de abordagem são possíveis para se resolver um problema de otimização. A primeira consiste em obter um modelo aproximado, Modelo_a , de um problema, e em seguida encontrar a solução exata deste modelo, $\text{Solução}_e(\text{Modelo}_a)$, como mostra (17):

$$\text{Problema} \rightarrow \text{Modelo}_a \rightarrow \text{Solução}_e(\text{Modelo}_a) \quad (17)$$

Para problemas que apresentam modelo de programação linear inteira mista (PLIM) existem diversos métodos de solução (métodos clássicos) capazes de encontrar o ótimo global do modelo, dentre eles destaca-se o *Branch and Bound* (LAND; DOIG, 1960), que para problemas de grande porte apresenta um tempo computacional muito alto.

O segundo tipo de abordagem consiste em utilizar o modelo exato, Modelo_e , do problema, e em seguida encontra uma solução aproximada, $\text{Solução}_a(\text{Modelo}_e)$, como mostrado em (18):

$$\text{Problema} \rightarrow \text{Modelo}_e \rightarrow \text{Solução}_a(\text{Modelo}_e) \quad (18)$$

Destas duas abordagens, a prática mostra que a segunda geralmente encontra melhores soluções, ou seja, a $\text{Solução}_a(\text{Modelo}_e)$ é geralmente melhor que a $\text{Solução}_e(\text{Modelo}_a)$, para o problema original (MICHALEWICZ; FOGEL, 2000).

Todos estes fatores citados anteriormente geralmente forçam os pesquisadores à recorrerem às heurísticas, que encontram rapidamente uma solução aproximada, e algumas vezes até

a solução ótima, mas sem prova de otimalidade. Algumas destas heurísticas têm uma garantia de pior caso, ou seja, que a solução \mathbf{x}_h obtida satisfaz (19):

$$\left| \frac{v(\mathbf{x}_h) - v(\mathbf{x})}{v(\mathbf{x}_h)} \right| < \varepsilon, \forall \mathbf{x} \in X \quad (19)$$

para algum ε , o qual entretanto, raramente é pequeno. Além disto, este ε é geralmente muito maior que o erro observado na prática e, portanto, pode ser uma má orientação para selecionar uma heurística. Adicionalmente, para evitar tempos computacionais excessivos, heurísticas apresentam outro problema: convergência para ótimos locais. Um ótimo local \mathbf{x}_L de (12) é uma solução tal que (20) seja satisfeita:

$$v(\mathbf{x}_L) \leq v(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in \mathcal{N}(\mathbf{x}_L) \cap X \quad (20)$$

onde $\mathcal{N}(\mathbf{x}_L)$ denota a vizinhança de \mathbf{x}_L . Uma estrutura de vizinhança no espaço de soluções S é uma aplicação, definida em (21):

$$\mathcal{N}: X \rightarrow S = \{\mathcal{N}(\mathbf{x}): \mathcal{N}(\mathbf{x}) \subseteq X\} \quad (21)$$

que a cada solução $\mathbf{x} \in X$ associa um conjunto de soluções $\mathcal{N}(\mathbf{x}) \subseteq X$, denominado de vizinhança de \mathbf{x} .

O valor do ótimo global $v(\mathbf{x}^*)$ pode diferir muito do valor médio de todos os ótimos locais, ou até mesmo do melhor valor encontrado entre muitos ótimos locais, obtidos por algumas heurísticas simples. Este fenômeno é conhecido como Catástrofe de Tchebycheff (BAUM, 1986). Existem, entretanto, várias maneiras de sair de um ótimo local, mais precisamente, de um vale que contenha um ótimo local.

Meta-heurísticas são estruturas gerais para se construir heurísticas para problemas de otimização combinatória ou global. Elas são objeto de intensivo estudo, desde que Kirkpatrick, Gellatt e Vecchi (1983) apresentaram o *Simulated Annealing* como um esquema geral para construir heurísticas que saem de ótimos locais (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

A grande vantagem das meta-heurísticas em relação às técnicas clássicas de otimização é que as meta-heurísticas se adaptam muito mais facilmente às características de um problema e, mesmo quando a complexidade de um problema é alterada, a lógica fundamental de uma meta-heurística não muda de forma significativa. Adicionalmente, as técnicas clássicas de otimização precisam de um modelo matemático do problema a ser otimizado, enquanto que as meta-heurísticas não necessariamente precisam de um modelo matemático. Quando existem modelos matemáticos para um problema a ser otimizado, as técnicas de otimização clássicas geralmente exigem condições adicionais para este modelo matemático, tais como, as condições de diferenciabilidade da função objetivo e das restrições, a convexidade das restrições e da

função objetivo para o problema de minimização, a continuidade das funções presentes no modelo matemático, entre outras características. A grande vantagem das técnicas de otimização clássicas é que elas podem garantir o quão ótima é a solução encontrada se as hipóteses da técnica de otimização são verdadeiras para o modelo matemático a ser resolvido.

As meta-heurísticas são estratégias especializadas de dois tipos de heurísticas: da heurística construtiva e da heurística de busca através de vizinhança. No caso da heurística construtiva, usando uma estratégia de passo-a-passo e um critério de desempenho, encontra-se uma solução de boa qualidade. Em cada passo, escolhe-se uma componente da solução e, no último passo, termina-se de gerar uma solução de boa qualidade. Por outro lado, na heurística de busca através de vizinhança, o processo é iniciado a partir de uma solução inicial que se transforma na solução corrente e, a partir desta solução, são geradas as soluções vizinhas usando uma definição de vizinhança. O algoritmo passa para a melhor solução vizinha desde que esta seja melhor que a solução corrente. O processo é repetido até que a melhor solução vizinha seja de pior qualidade do que a solução corrente.

Na utilização das meta-heurísticas, em geral, e particularmente nas meta-heurísticas tais como o algoritmo VNS, deve-se especificar um conjunto de características relacionadas com a aplicação da meta-heurística na resolução de um tipo de problema complexo. Estas características são as seguintes: (1) uma forma de representação ou de codificação de uma proposta de solução, que deve identificar de forma adequada um elemento do espaço de busca, (2) uma forma adequada de identificação da qualidade da solução encontrada, (3) uma forma de identificar se uma proposta de solução é factível ou infactível, (4) uma estratégia de decisão em relação às soluções infactíveis, (5) uma estratégia para encontrar a primeira proposta de solução (ou o primeiro conjunto de soluções) que se transforma na solução corrente, (6) uma forma de caracterização de vizinhança e (7) uma estratégia de escolha do vizinho mais adequado para realizar a transição, isto é, o vizinho que deve ser escolhido como solução corrente. A diferença fundamental entre as meta-heurísticas está na última característica (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

De todas as características mencionadas anteriormente a mais importante é a escolha de uma forma de representação ou codificação de um elemento do espaço de busca (seria o equivalente a escolha das variáveis de decisão na montagem do modelo matemático na otimização clássica). Esta proposta condiciona as outras características do problema e a qualidade da estratégia geral de otimização. A forma de representação de uma proposta de solução deve permitir encontrar o valor da função objetivo, ou seu equivalente, desta proposta de solução, assim como verificar se a proposta é factível ou infactível. Também, a representação de uma proposta

de solução permite especificar a estrutura de vizinhança para realizar as transições através do espaço de busca do problema.

A escolha do vizinho para realizar uma transição através do espaço de busca representa a principal diferença entre as meta-heurísticas. Neste ponto, o assunto central é como contornar o principal problema da heurística de busca através de vizinhança tradicional, que termina o processo quando o melhor vizinho é de pior qualidade que a solução corrente. Em outras palavras, como sair de um ótimo local.

Para mostrar este assunto crucial analisam-se três meta-heurísticas, sendo elas: SA, o TS e o algoritmo VNS. O algoritmo SA sai de um ótimo local aceitando de forma probabilística degradar a qualidade da solução corrente, isto é, pode ser realizada a transição para um vizinho de pior qualidade e este processo é controlado pelo programa de esfriamento do algoritmo SA. Adicionalmente, o algoritmo SA não precisa avaliar todos os vizinhos para realizar a transição, isto é, para cada vizinho identificado e avaliado, deve-se proceder ao teste de aceitação probabilístico.

O algoritmo TS também sai de um ótimo local degradando a qualidade da solução corrente, isto é, se todos os vizinhos são de pior qualidade, então o algoritmo TS passa para o menos pior. Para evitar voltar a um ótimo local, o algoritmo TS usa uma lista de atributos proibidos. Em resumo, o algoritmo TS usa uma lista de atributos proibidos e um critério de aspiração para gerenciar as transições através do espaço de busca e sai dos ótimos locais degradando a solução corrente, isto é, realizando uma transição para uma solução de pior qualidade. O algoritmo VNS será discutido na próxima seção.

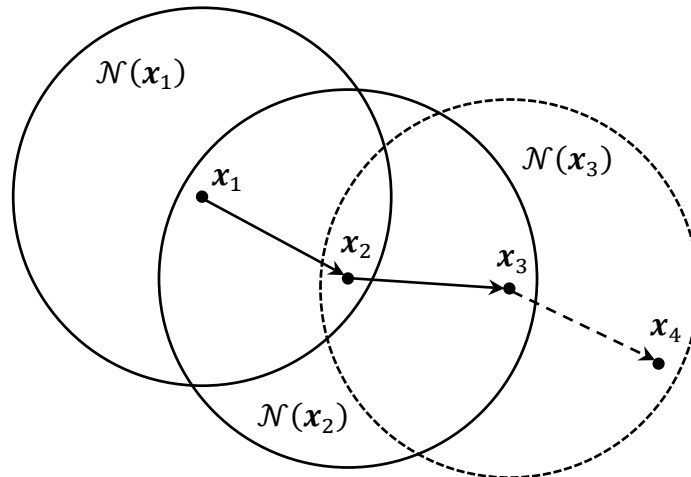
Várias outras meta-heurísticas foram propostas nos últimos anos. Em Glover e Kochenberger (2003) e Gendreau e Potvin (2010) são apresentadas análises mais aprofundadas sobre as mais conhecidas delas, bem como algumas das aplicações em que elas obtiveram excelentes resultados.

4.2 VISÃO GERAL DA META-HEURÍSTICA VNS

Métodos de busca local para otimização combinatória realizam uma sequência de modificações locais em uma solução inicial, melhorando o valor da função objetivo, até que um ótimo local seja encontrado. Isto é, em cada iteração, uma solução melhorada \mathbf{x}' da vizinhança $\mathcal{N}(\mathbf{x})$ da solução corrente \mathbf{x} é obtida, até que nenhum melhoramento possa ser obtido. A Figura 3 ilustra o processo de busca de um algoritmo de busca em vizinhança. Partindo de um ponto inicial \mathbf{x}_1 o algoritmo analisa toda a vizinhança de \mathbf{x}_1 , $\mathcal{N}(\mathbf{x}_1)$, encontrando uma solução de melhor qualidade, \mathbf{x}_2 . A vizinhança de \mathbf{x}_2 é então analisada, obtendo uma solução de melhor

qualidade, x_3 . Ao analisar a vizinhança de x_3 , $\mathcal{N}(x_3)$, verifica-se que a melhor solução nesta vizinhança (e que é diferente de x_3), x_4 , é de pior qualidade que x_3 e o processo para. Várias meta-heurísticas que estendem este esquema de várias formas, evitando que o processo fique preso em um ótimo local de baixa qualidade, já foram propostas (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

Figura 3 – Processo de busca de um algoritmo de busca em vizinhança



Fonte: Elaboração do autor.

De acordo com Mladenović e Hansen (1997), uma meta-heurística simples e eficiente pode ser obtida realizando-se trocas sistemáticas de vizinhanças, em conjunto com um algoritmo de busca local. Eles denominam esta técnica de busca em vizinhança variável e apresentam no artigo um algoritmo VNS básico, o BVNS (*Basic Variable Neighborhood Search*). Ao contrário da maioria das técnicas de busca local, a meta-heurística VNS não segue uma trajetória, mas explora vizinhanças cada vez mais distantes da solução incumbente corrente, e muda da incumbente corrente para uma nova se, e somente se, uma melhoria é obtida. Desta forma, geralmente as características favoráveis de uma solução incumbente, como por exemplo, quando a maioria das variáveis já estão em seus valores ótimos, será mantida e usada para obter soluções vizinhas promissoras (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997).

4.3 FUNDAMENTOS DE BUSCA EM VIZINHANÇA VARIÁVEL

Busca em vizinhança variável é uma meta-heurística que explora sistematicamente a ideia de trocas de vizinhanças, tanto na descida para ótimos locais quanto para escapar de vales que os contém. A meta-heurística VNS explora sistematicamente as três propriedades seguintes:

- **Fato 1:** Um ótimo local com relação a uma estrutura de vizinhança não é necessariamente o mesmo ótimo local para outra estrutura de vizinhança;
- **Fato 2:** Um ótimo global é um mínimo local em relação à todas as possíveis estruturas de vizinhança;
- **Fato 3:** Para muitos problemas, ótimos locais com relação à uma ou várias estruturas de vizinhança são relativamente próximos uns dos outros.

A última observação, que é empírica, implica que um ótimo local geralmente fornece informação valiosa sobre o ótimo global. Isto pode ser, por exemplo, várias variáveis com o mesmo valor em ambos (ótimo local e ótimo global). Entretanto, geralmente não se sabe de antemão quais são estas variáveis.

Diferentemente de outras meta-heurísticas, os esquemas básicos de VNS e suas extensões são simples, e requerem poucos ou, algumas vezes, nenhum parâmetro. Portanto, além de fornecer soluções de ótima qualidade, geralmente de forma mais simples que outros métodos, a meta-heurística VNS fornece compreensão das razões de tal performance, o que pode levar a implementações mais eficientes e simplificadas.

Na seção seguinte são apresentadas e discutidas quatro versões básicas de VNS.

4.4 ESQUEMAS BÁSICOS DE VNS

Existem várias propostas de algoritmos VNS que podem ser usados de forma independente ou integrados em estruturas VNS mais complexas. A seguir, são apresentados quatro tipos de algoritmos VNS: (1) algoritmo BVNS, (2) algoritmo VND, (3) algoritmo RVNS e (4) algoritmo GVNS.

4.4.1 VNS básica (BVNS)

Mladenović e Hansen (1997) propuseram a primeira versão de um algoritmo VNS, o algoritmo VNS básico, para resolver o problema do caixeiro viajante. Verificou-se que a metodologia proposta foi capaz de encontrar soluções de excelente qualidade para o problema.

Denote-se por \mathcal{N}_k , $k = 1, \dots, k_{max}$ um conjunto finito de estruturas de vizinhanças pré-definidas, e por $\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ o conjunto de soluções da k -ésima vizinhança de \mathbf{x} . Heurísticas de busca local geralmente utilizam apenas uma estrutura de vizinhança, ou seja, $k_{max} = 1$. Quando se utiliza mais de uma estrutura de vizinhança, as seguintes questões devem ser respondidas:

- Qual \mathcal{N}_k deve ser utilizado e quantas estruturas devem ser utilizadas?
- Qual deve ser a ordem das estruturas de vizinhança na busca?
- Qual estratégia deve ser utilizada para realizar as trocas de vizinhanças?

As respostas para estas perguntas são apresentadas em Mladenović e Hansen (1997) através do algoritmo BVNS apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Algoritmo BVNS

Inicialização: Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$, que será utilizado na busca; encontre uma solução inicial \mathbf{x} ; defina um critério de parada;

Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça $k \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:
 - (a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma solução \mathbf{x}' da k -ésima vizinhança de \mathbf{x} ($\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})$);
 - (b) **Busca local:** Aplique algum método de busca local com \mathbf{x}' como solução inicial; denote por \mathbf{x}'' o ótimo local obtido por esta busca;
 - (c) **Mover ou não:** Se o ótimo local \mathbf{x}'' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}''$) e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($k \leftarrow 1$); caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

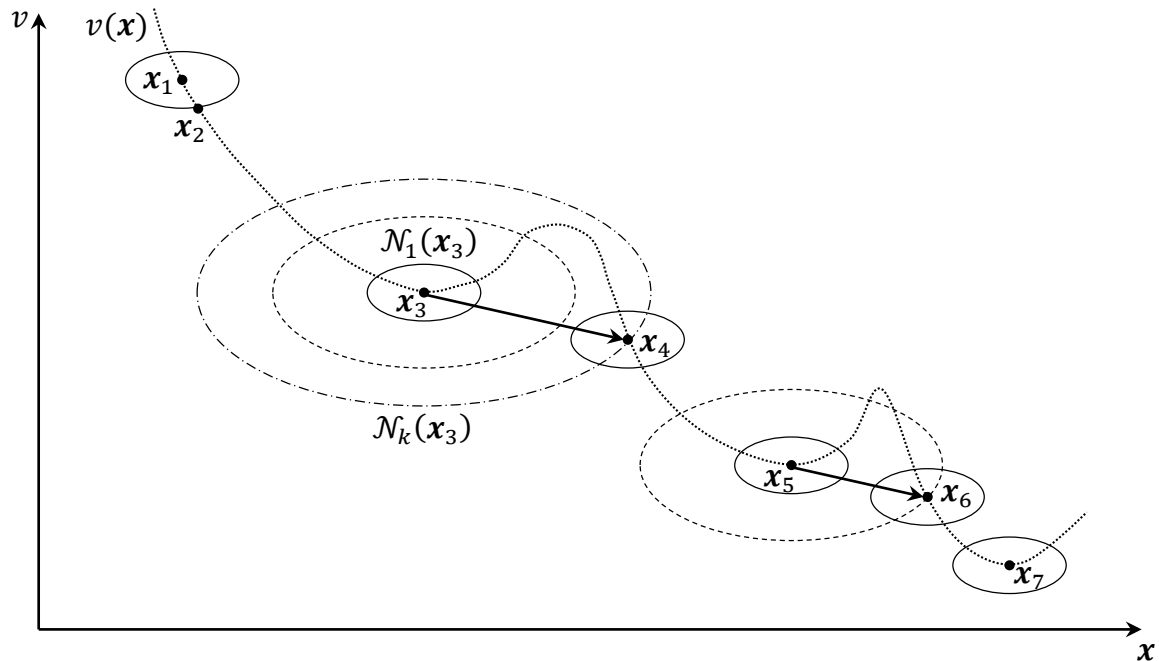
Fonte: Mladenović e Hansen (1997).

De acordo com o esquema apresentado na Figura 4, inicialmente a série de estruturas de vizinhança, as quais definem vizinhanças em torno do ponto $\mathbf{x} \in X$, é selecionada. Depois encontra-se uma solução inicial \mathbf{x} , podendo ser aplicada uma busca local para melhorá-la. O ponto \mathbf{x}' é selecionado aleatoriamente dentro da primeira estrutura de vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$ de \mathbf{x} e uma descida é realizada a partir de \mathbf{x}' utilizando a rotina de busca local. Isto leva a um novo ótimo local \mathbf{x}'' . Neste ponto, três resultados são possíveis: (i) $\mathbf{x}'' = \mathbf{x}$, isto é, \mathbf{x} já era ótimo local da vizinhança, neste caso o procedimento continua na estrutura de vizinhança seguinte $\mathcal{N}_k(\mathbf{x}), k \geq 2$; (ii) $\mathbf{x}'' \neq \mathbf{x}$ e $v(\mathbf{x}'') \geq v(\mathbf{x})$, ou seja, outro ótimo local foi encontrado, o qual não é melhor que a melhor solução anterior (ou incumbente); neste caso o procedimento também vai para a próxima estrutura de vizinhança; (iii) $\mathbf{x}'' \neq \mathbf{x}$ e $v(\mathbf{x}'') \leq v(\mathbf{x})$, ou seja, outro ótimo local, melhor que a incumbente foi encontrado; neste caso, a busca é recentralizada em \mathbf{x}'' e inicia novamente com a primeira vizinhança. Se a última vizinhança for alcançada sem que uma solução melhor que a incumbente tenha sido alcançada, a busca é reiniciada na primeira estrutura de vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$, até que o critério de parada seja satisfeito.

A Figura 5 ilustra a evolução do algoritmo BVNS. Partindo de uma solução inicial \mathbf{x}_1 , é feita uma busca local e obtém-se uma solução melhorada \mathbf{x}_2 . A busca local é repetida até que nenhuma melhoria seja obtida, o que ocorre no ponto \mathbf{x}_3 . Como \mathbf{x}_3 está em uma região de vale, a meta-heurística passa a gerar aleatoriamente soluções nas vizinhanças $\mathcal{N}_k(\mathbf{x}_3)$, começando com $k \leftarrow 1$, e aplica a busca local em cada solução gerada. Com isto, a solução \mathbf{x}_4 é obtida, e a busca local é capaz de descer até \mathbf{x}_5 . Entretanto, \mathbf{x}_5 também fica em uma região de vale, e para sair de lá geram-se soluções aleatoriamente nas estruturas sucessivas de vizinhança, sempre

aplicando uma busca local em cada solução gerada. Uma solução \mathbf{x}_6 é obtida e uma série de buscas locais, a partir desta solução, leva ao ótimo do problema, \mathbf{x}_7 .

Figura 5 – Evolução do algoritmo BVNS



Fonte: Hansen e Mladenović (2008).

O critério de parada do algoritmo BVNS pode ser, por exemplo, um número máximo de iterações, tempo de processamento máximo ou máximo número de iterações entre duas melhorias. Geralmente, níveis de vizinhança sucessivos devem estar aninhados. Note que o ponto \mathbf{x}' é gerado aleatoriamente no passo 2(a), de forma a evitar ciclagem, que poderia ocorrer caso alguma regra determinística fosse utilizada.

O algoritmo BVNS, apresentado na Figura 4, é um método de descida de primeira melhoria. Em Mladenović e Hansen (1997) são propostas também várias extensões para o algoritmo BVNS apresentado, inspiradas em meta-heurísticas, principalmente a TS. Por exemplo, o algoritmo pode ser transformado em um método de descida-subida, se o passo 2(c) for modificado (faça $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}''$ mesmo que uma melhoria não seja atingida), e/ou um método de maior melhoria (vá para a melhor vizinhança k^* dentre as k_{max} vizinhanças). Outras variantes para o algoritmo BVNS podem ser (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997):

- i. Encontre a solução \mathbf{x}' no passo 2(a) como a melhor entre b (um parâmetro) soluções geradas aleatoriamente da k -ésima estrutura de vizinhança;
- ii. Introduza k_l e k_{passo} , dois parâmetros que controlam o processo de trocas de vizinhanças, ou seja, no algoritmo da Figura 4, ao invés de $k \leftarrow 1$ e $k \leftarrow k + 1$ faça $k \leftarrow k_l$ e

$k \leftarrow k + k_{passo}$ no passo 2(c). Desta forma, intensificação e diversificação são alcançadas, de uma forma simples e natural. De fato, se k_l e/ou k_{passo} são fixados em algum valor inteiro grande, então a busca continua em regiões distantes do espaço de busca, ou seja, ela é diversificada. Se k_l e $k_{passo} = \left\lfloor \frac{k \bmod a}{a-1} \right\rfloor$ onde a é um inteiro pequeno e $\lfloor b \rfloor$ é o maior inteiro não maior que b e $k \bmod a$ é o resto da divisão de k por a , então a busca gasta mais tempo na região próxima da incumbente, ou seja, ela é intensificada. Além disto, os valores de k_l e k_{passo} podem ser modificados aleatoriamente em cada iteração.

iii. Geralmente, a vizinhança usada para a busca no passo 2(b) é independente das vizinhanças $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$, escolhida no passo 2(a). No algoritmo BVNS da Figura 4, a busca local do passo 2(b) sempre utiliza a mesma estrutura de vizinhança, que não necessariamente pertence a $\mathcal{N} = \{\mathcal{N}_1, \dots, \mathcal{N}_{k_{max}}\}$. Isto é feito para mostrar a simplicidade do algoritmo BVNS quando alguma rotina de busca local está disponível. Entretanto, uma extensão do algoritmo BVNS pode conter mais de um nível de vizinhança no passo 2(b). Neste caso, várias estratégias de busca diferentes para mudar as estruturas de vizinhança podem ser feitas, tanto no passo 2(a) como no passo 2(b), dentre as quais a de primeira melhoria é a mais simples.

O item a seguir descreve outra forma básica de um algoritmo VNS.

4.4.2 VNS de descida (VND)

A meta-heurística VND é baseada no Fato 1 citado anteriormente, ou seja, um ótimo local para uma estrutura de vizinhança não é necessariamente um ótimo local para outra estrutura de vizinhança (o ótimo local \mathbf{x}' na vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$ não é necessariamente igual ao ótimo local \mathbf{x}'' na vizinhança $\mathcal{N}_2(\mathbf{x})$).

O algoritmo VND apresentado por Hansen e Mladenović (2001) assume a estrutura mostrada na Figura 6.

Figura 6 – Algoritmo VND

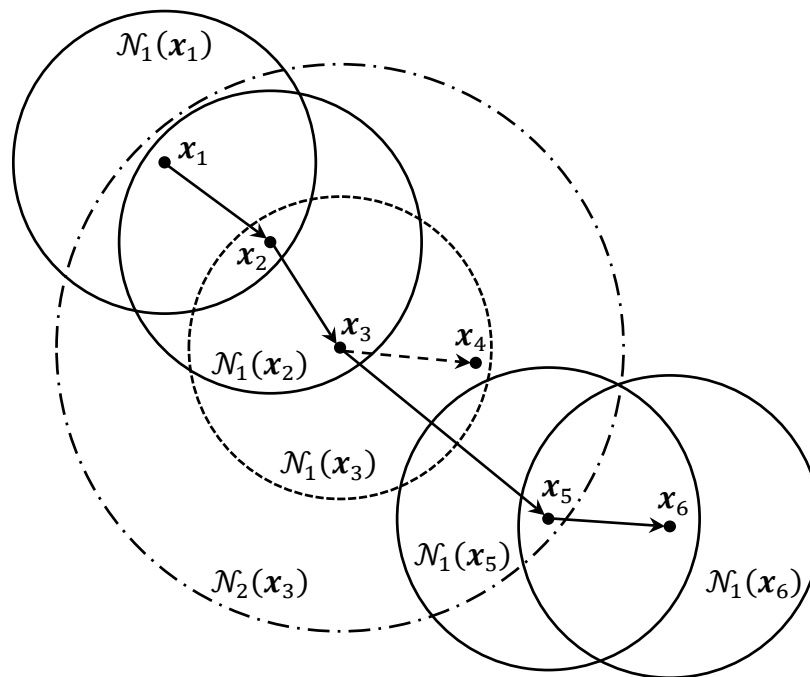
Inicialização: Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_l, l = 1, \dots, l_{max}$, que será utilizado na descida; encontre uma solução inicial \mathbf{x} ;

Repita os passos seguintes até que nenhuma melhoria na solução seja obtida:

- (1) Faça $l \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $l = l_{max}$:
 - (a) **Exploração da vizinhança:** Encontre o melhor vizinho \mathbf{x}' de \mathbf{x} ($\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_l(\mathbf{x})$);
 - (b) **Mover ou não:** Se a solução \mathbf{x}' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , faça $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$ e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($l \leftarrow 1$); caso contrário faça $l \leftarrow l + 1$.

O algoritmo VND da Figura 6 pode ser visto como uma generalização do algoritmo de busca em vizinhança. Em cada passo, o algoritmo realiza buscas na vizinhança de um ponto, que também é a incumbente do processo. Se nenhuma melhoria é alcançada em algum momento do processo, a vizinhança do ponto muda, de forma a considerar uma região maior do espaço de busca. A Figura 7 mostra o processo de busca do algoritmo VND. A ideia é a mesma da metodologia apresentada na Figura 3. Entretanto, ao invés de parar a busca no ponto x_3 , o algoritmo VND passa para outra vizinhança, $\mathcal{N}_2(x_3)$, onde é obtida a solução x_5 . Ao atualizar a incumbente com x_5 , a busca é reiniciada na primeira estrutura de vizinhança de x_5 , ou seja, $\mathcal{N}_1(x_5)$, obtendo uma nova solução incumbente x_6 . O processo continua até que seja encontrada uma solução que em nenhuma estrutura de vizinhança seja obtida uma melhoria.

Figura 7 – Processo de busca do algoritmo VND



Fonte: Elaboração do autor.

Ao se implementar o algoritmo VND as seguintes perguntas devem ser feitas:

- i.* Qual a complexidade de diferentes tipos de movimentos?
- ii.* Qual a melhor ordem para aplicá-los?
- iii.* Os movimentos considerados são suficientes para assegurar a exploração completa da região contendo x ?
- iv.* O quão precisa é a solução desejada?

A pergunta (*i*) refere-se a seleção e classificação dos movimentos: se eles envolvem excessivas mudanças elementares, a heurística resultante pode ser muito lenta e geralmente levar mais tempo que um método exato para resolver um problema pequeno ou médio.

A pergunta (ii) também tem influência no tempo computacional, em relação à qualidade das soluções obtidas. Uma implementação muito utilizada consiste em realizar movimentos por ordem crescente de complexidade, ou seja, em vizinhanças de cardinalidade crescente, e voltar a realizar a busca considerando a primeira estrutura de vizinhança, toda vez que uma direção de descida é encontrada e um passo é dado naquela direção. Alternativamente, todos os movimentos podem ser aplicados em sequência, contanto que a descida seja feita em alguma das vizinhanças em sequência.

A pergunta (iii) é crucial: para alguns problemas, movimentos elementares não são suficientes para sair de uma região de vale, e heurísticas que utilizam somente estes movimentos elementares conseguem obter soluções de baixa qualidade.

Por último, a precisão desejada (pergunta (iv)), irá depender se o algoritmo VND é utilizado sozinho ou em uma estrutura mais complexa, como um algoritmo GVNS. No primeiro caso pode ser adequado realizar um esforço computacional grande para obter soluções de excelente qualidade. No segundo caso é preferível obter uma solução de boa qualidade rapidamente por um VND determinístico, e depois melhorá-la utilizando-se a busca estocástica no algoritmo GVNS.

O algoritmo BVNS mostrado na Figura 4 pode ser modificado de forma a obter outro tipo de algoritmo VNS, o algoritmo RVNS.

4.4.3 VNS reduzida (RVNS)

Assumindo-se que um mínimo local \mathbf{x}_L de um problema com função objetivo v tenha sido obtido, deseja-se sair do vale em que este se encontra para alcançar uma solução de melhor qualidade. Nas versões básicas da meta-heurística VNS assume-se que não há conhecimento prévio do espaço de busca. Então, as perguntas a serem feitas são as seguintes:

- i. Em qual direção proceder a busca?
- ii. Quão longe ir?
- iii. Como modificar os movimentos se eles não produzem bons resultados?

A pergunta (i) tem a ver com a possibilidade de se alcançar qualquer ponto factível $\mathbf{x} \in X$, ou todos os vales. A resposta mais simples para esta pergunta é: escolha uma direção aleatória. Para problemas com variáveis binárias (0-1), isto significa fazer o complemento de algumas variáveis. Para problemas euclidianos contínuos, considerar coeficientes angulares aleatórios (ou em outras palavras, escolher um ponto aleatório na bola unitária em torno de \mathbf{x}_L) faz com que todos os pontos de X sejam considerados na busca.

A pergunta (ii) é crucial. De fato, é desejável explorar-se o Fato 2 citado anteriormente até seus limites, ou seja, em muitos problemas combinatoriais e de otimização global, ótimos locais tendem a estar próximos uns dos outros e situados em uma (ou algumas vezes em várias) pequenas partes de X . Então, uma vez que um ótimo local tenha sido alcançado, ele contém informação implícita sobre ótimos locais melhores e próximos, ou até mesmo de ótimos globais. É natural então, explorar primeiramente as vizinhanças deste ótimo local. Entretanto, se o vale que cerca este ótimo local \mathbf{x}_L é grande, pode ser que isto não seja suficiente, e o que fazer em seguida é a resposta da questão (iii). Novamente, uma resposta natural é ir mais adiante.

Estes objetivos são almeçados no algoritmo RVNS (do inglês *Reduced Variable Neighborhood Search*), apresentado na Figura 8. Um conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x}), \mathcal{N}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathcal{N}_{k_{max}}(\mathbf{x})$ será considerado em torno do ponto corrente \mathbf{x} (que pode ou não ser um ótimo local). Geralmente, estas vizinhanças estarão aninhadas, ou seja, cada uma delas contém a anterior. Então, um ponto é escolhido aleatoriamente na primeira estrutura de vizinhança. Se o valor deste ponto é melhor que o da incumbente (i.e., $v(\mathbf{x}') < v(\mathbf{x})$), a busca é recentralizada no novo ponto ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$). Caso contrário, deve-se prosseguir para o próximo nível de vizinhança. Após todas as vizinhanças terem sido consideradas, a busca é reinicializada na primeira estrutura de vizinhança, até que o critério de parada seja satisfeito (geralmente este critério de parada é o tempo computacional máximo desde a última melhoria, ou um número máximo de iterações).

Devido a propriedade de aninhamento, o tamanho de estruturas de vizinhança sucessivas será crescente. Portanto, deve-se explorar mais minuciosamente as vizinhanças próximas de \mathbf{x} do que as distantes, e explorar as distantes somente quando nenhuma melhoria adicional for observada nas primeiras, que são menores.

Figura 8 – Algoritmo RVNS

Inicialização: Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$, que será utilizado na busca; encontre uma solução inicial \mathbf{x} ; defina um critério de parada;
Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça $k \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:
 - (a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma solução \mathbf{x}' da k -ésima vizinhança de \mathbf{x} ($\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})$);
 - (b) **Mover ou não:** Se a solução \mathbf{x}' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$) e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($k \leftarrow 1$); caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

Fonte: Hansen e Mladenović (2003a).

O item seguinte apresenta a última versão de um algoritmo VNS tratado neste trabalho, que considera trocar a busca local do algoritmo BVNS por um algoritmo VND.

4.4.4 VNS geral (GVNS)

Se ao invés de se utilizar uma simples busca local no passo 2(b) do algoritmo BVNS, apresentado na Figura 4, for utilizado um algoritmo VND, e se a solução inicial do problema é obtida por um algoritmo RVNS, obtém-se o algoritmo GVNS (do inglês *General Variable Neighborhood Search*). A estrutura do algoritmo GVNS é mostrada na Figura 9.

Figura 9 – Algoritmo GVNS

Inicialização: Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$, que será utilizado na etapa de agitação; selecione um conjunto de estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_l, l = 1, \dots, l_{max}$, que será utilizado na busca local; encontre uma solução inicial \mathbf{x} e melhore-a utilizando o algoritmo **RVNS**; defina um critério de parada;

Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça $k \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:
 - (a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma solução \mathbf{x}' da k -ésima vizinhança de \mathbf{x} ($\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})$);
 - (b) **Busca com VND:** Aplique a busca **VND** com \mathbf{x}' como solução inicial e com as estruturas $\mathcal{N}_l, l = 1, \dots, l_{max}$; denote por \mathbf{x}'' o ótimo local obtido por esta busca;
 - (c) **Mover ou não:** Se a solução \mathbf{x}'' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}''$) e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($k \leftarrow 1$); caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

Fonte: Hansen e Mladenović (2003a).

Várias questões, sobre como selecionar as estruturas de vizinhança, são apresentadas a seguir:

- i. Quais propriedades das vizinhanças são obrigatórias para que o esquema resultante seja capaz de encontrar soluções ótimas globais ou quase ótimas?
- ii. Quais propriedades das vizinhanças serão úteis para encontrar soluções quase ótimas?
- iii. As estruturas de vizinhança devem estar aninhadas? Caso contrário, como elas devem estar ordenadas?
- iv. Quais são as propriedades desejáveis dos tamanhos das vizinhanças?

As duas primeiras questões tratam da habilidade da meta-heurística GVNS de encontrar os melhores vales, e de fazer isto rapidamente. Para evitar ficar presa em um vale, quando podem existir vales mais profundos, a união das estruturas de vizinhança em torno de qualquer solução factível \mathbf{x} deve conter todo o conjunto de soluções factíveis, como mostrado em (22):

$$X \subseteq \mathcal{N}_1(\mathbf{x}) \cup \mathcal{N}_2(\mathbf{x}) \cup \dots \cup \mathcal{N}_{k_{max}}(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in X \quad (22)$$

Estes conjuntos devem cobrir X sem necessariamente particioná-lo, que é mais fácil de implementar, por exemplo, quando as vizinhanças são aninhadas, como mostrado em (23):

$$\mathcal{N}_1(\mathbf{x}) \subset \mathcal{N}_2(\mathbf{x}) \subset \dots \subset \mathcal{N}_{k_{max}}, X \subset \mathcal{N}_{k_{max}}(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in X \quad (23)$$

Se estas propriedades não forem asseguradas, não se pode garantir que X possa ser completamente explorado.

Estruturas de vizinhança aninhadas são facilmente obtidas em muitos problemas combinatoriais definindo-se a primeira vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$ por um tipo de movimento, e em seguida, iterando-a k vezes para obter vizinhanças $\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ para $k = 1, \dots, k_{max}$. Definidas desta maneira, estas estruturas de vizinhança têm a propriedade de ter seus tamanhos (cardinalidade) crescente. Desta forma se, como geralmente é o caso, percorre-se várias vezes a sequência de estruturas de vizinhança, as primeiras serão mais completamente exploradas que as últimas. Isto é desejável tendo em vista o Fato 3, mencionado anteriormente, ou seja, os ótimos locais tendem a estar próximos uns dos outros.

Restringir movimentos ao conjunto de soluções factíveis X pode ser muito restritivo, particularmente se o conjunto é não-conexo. Uma possível solução para contornar este problema é penalizar as infactibilidades na função objetivo.

Existem na literatura outras formas de algoritmos VNS, como por exemplo o SVNS (VNS Inclinada, do inglês *Skewed VNS*), o VNDS (VNS com decomposição, do inglês *Variable Neighborhood Decomposition Search*), o PVNS (VNS paralela, do inglês *Parallel VNS*) entre outras.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Finalmente, nesta seção são apresentadas algumas considerações sobre características desejáveis que toda meta-heurística deve apresentar. Em Hansen e Mladenović (2003b) analisa-se o quanto a meta-heurística VNS é capaz de se ajustar a estas características. A lista a seguir foi adaptada de Hansen e Mladenović (2003b):

- i.* **Simplicidade:** a meta-heurística deve estar baseada num princípio simples e claro, o qual possa ser amplamente aplicado;
- ii.* **Precisão:** os passos da meta-heurística devem ser formulados de forma precisa;
- iii.* **Coerência:** os vários passos de uma heurística para um problema particular devem derivar naturalmente do princípio da meta-heurística;
- iv.* **Eficácia:** os procedimentos devem fornecer soluções ótimas ou quase ótimas para a maioria dos problemas reais;
- v.* **Eficiência:** os algoritmos devem empregar um esforço computacional moderado para determinar soluções ótimas ou quase ótimas;
- vi.* **Robustez:** os algoritmos devem ser eficazes, eficientes e devem dar boas soluções para várias instâncias do problema;

- vii. **Facilidade:** deve se expressar claramente, ser fácil de entender e de usar. Isto implica que devem ter poucos, ou idealmente, nenhum parâmetro;
- viii. **Inovação:** os princípios das meta-heurísticas, e/ou eficiência e eficácia das heurísticas derivadas delas, devem levar a novas aplicações;
- ix. **Generalidade:** a meta-heurística deve obter bons resultados para uma grande variedade de problemas;
- x. **Interatividade:** a meta-heurística deve permitir ao usuário incorporar seu conhecimento, de forma a melhorar o processo de solução;
- xi. **Multiplicidade:** a meta-heurística deve ser capaz de apresentar várias soluções quase ótimas, dentre as quais o usuário possa escolher.

A boa performance da meta-heurística VNS está ligada ao fato dela apresentar a maioria destas características. Ela permite não somente observar que soluções de boa qualidade foram obtidas, mas também entender o porquê. Além disto, o algoritmo VNS ajuda a elaborar melhorias para casos em que as soluções obtidas são de baixa qualidade, geralmente na forma de novas vizinhanças.

5 META-HEURÍSTICAS VNS ESPECIALIZADAS PARA O PROBLEMA DE RSDEE COM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA

São apresentados, neste capítulo, os detalhes dos algoritmos VNS especializados para resolver o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda. Inicialmente são abordadas duas metodologias que podem ser utilizadas para se obter uma solução inicial de boa qualidade. Em seguida, mostra-se como foram consideradas as restrições de operação e de radialidade do problema. Mostra-se também a forma de codificação de uma proposta de solução, como obter as estruturas de vizinhança e são discutidas as melhorias feitas no algoritmo, de forma a tornar o processo de busca mais rápido. Por último são apresentados com detalhes os pseudocódigos dos algoritmos desenvolvidos.

5.1 OBTENÇÃO DE UMA SOLUÇÃO INICIAL DE BOA QUALIDADE

Em todos os algoritmos VNS apresentados no Capítulo 4, o primeiro passo consiste-se em determinar uma solução inicial. Esta solução inicial, no caso do problema de RSDEE, pode ser a topologia de operação corrente ou uma topologia radial gerada aleatoriamente. Entretanto, é possível verificar que se for obtida uma solução inicial de boa qualidade, utilizando uma heurística, o desempenho da meta-heurística VNS é melhorado. Propõe-se então obter uma solução inicial utilizando uma das seguintes metodologias: um algoritmo heurístico construtivo (AHC) baseado nas propostas de Merlin e Back (1975) e Shirmohammadi e Hong (1989), e um algoritmo de Prim, que são discutidos em seguida.

5.1.1 AHC de abertura sequencial de chaves generalizado

A primeira proposta para gerar uma solução inicial é mostrada na Figura 10.

Figura 10 – AHC de abertura sequencial de chaves

Inicialização: Fechar todas as chaves do sistema de distribuição;

Repita os passos de (1)-(5) até que um sistema radial tenha sido obtido:

- (1) Identifique todos os laços independentes do sistema;
- (2) Identifique todos os ramos com chave que pertencem aos conjuntos de laços independentes;
- (3) Resolva um problema de fluxo de carga fracamente malhado para cada nível de demanda;
- (4) Para os ramos identificadas em (2), encontre aquele com: $\min_{ij \in \Omega_l} \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d S_{ij,d}$;
- (5) Abra a chave correspondente ao ramo identificado em (4).

Calcule a função objetivo da solução encontrada (resolva um FC radial para cada nível de demanda).

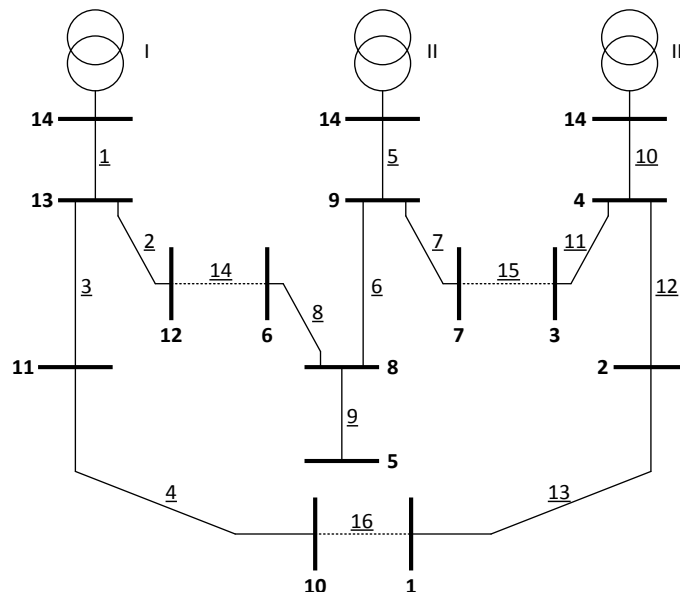
No AHC de abertura sequencial de chaves (AHCASC) da Figura 10, $S_{ij,d}$ é o fluxo de potência aparente no ramo ij , no nível de demanda d . A heurística proposta visa obter uma solução inicial, de forma que o estado de operação do sistema, com todas as chaves fechadas, seja perturbado o mínimo possível. Ela é uma extensão, para o problema de RSDEE com demanda variável, da proposta de Shirmohammadi e Hong (1989) que propõe abrir, no passo (4), o ramo com o menor fluxo de corrente.

No passo 3 da heurística, mostrada na Figura 10, é necessário calcular o ponto de operação do sistema. Técnicas para resolução do FC em sistemas de transmissão podem ser utilizadas para este fim. Entretanto, prefere-se utilizar uma metodologia mais simples e eficiente para sistemas fracamente malhados, descrita em Shirmohammadi et al. (1988) e apresentada em detalhes no Anexo C, denominado de FC para sistemas fracamente malhados.

Apesar do sistema de distribuição com todas as chaves fechadas não ser a configuração conexa com mínimas perdas, as perdas são menores que a de qualquer configuração radial (RITTER, 2014). Abrindo-se, em cada iteração, a chave correspondente ao ramo em que o somatório no período, do produto entre custo de perdas, duração e fluxo de potência aparente de cada nível de demanda, é mínimo, o sistema estará sofrendo uma pequena perturbação, de forma a manter a característica de custo reduzido das perdas de energia da configuração malhada.

Como exemplo ilustrativo, aplica-se o AHCASC, da Figura 10, ao sistema de 14 barras de Civanlar et al. (1988), considerando um período de análise de 24 horas, com 24 níveis de demanda. Na Figura 11 é mostrado o sistema de distribuição de 14 barras, já mencionado no Capítulo 2, em que as chaves 14, 15 e 16 encontram-se abertas na configuração inicial.

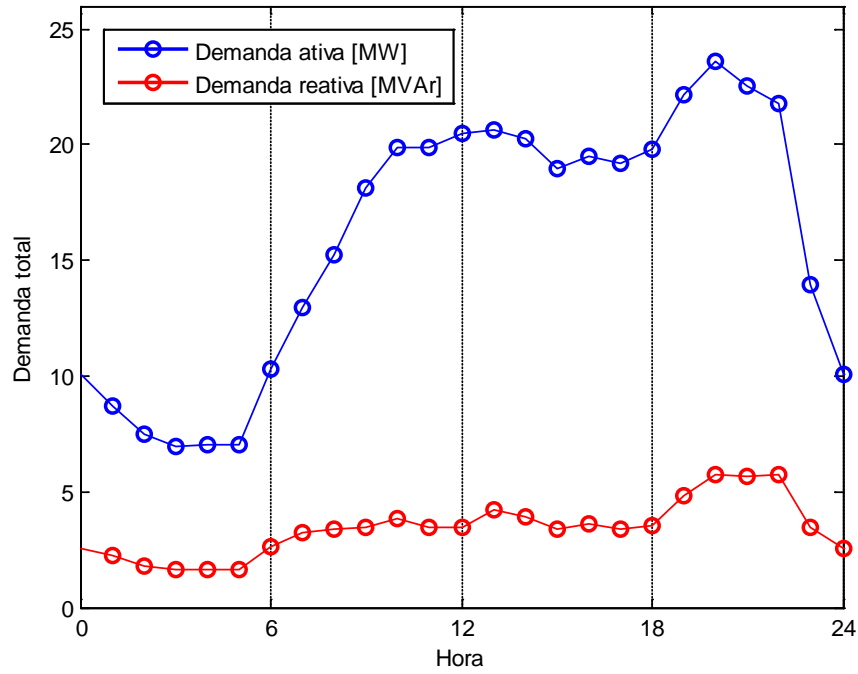
Figura 11 – Configuração inicial do sistema de 14 barras



Fonte: Civanlar et al. (1988).

Os dados completos para este sistema, incluindo a curva de custo das perdas de energia, podem ser encontrados no Anexo E. A Figura 12 mostra as curvas diárias das demandas totais, ativa e reativa, para os 24 níveis de demanda, do sistema de 14 barras.

Figura 12 – Demandas totais do sistema de 14 barras



Fonte: Elaboração do autor.

A configuração inicial do sistema apresenta função objetivo (FO), que no caso é o custo diário das perdas de energia, com valor igual a 506,8059 USD. A tensão mínima no sistema, em todo o período considerado, é 0,9743 pu.

O AHCASC, da Figura 10, é então utilizado para se obter uma solução inicial para este sistema. A Tabela 1 apresenta os resultados de cada iteração da metodologia.

Tabela 1 – Resultados do AHC de abertura sequencial de chaves

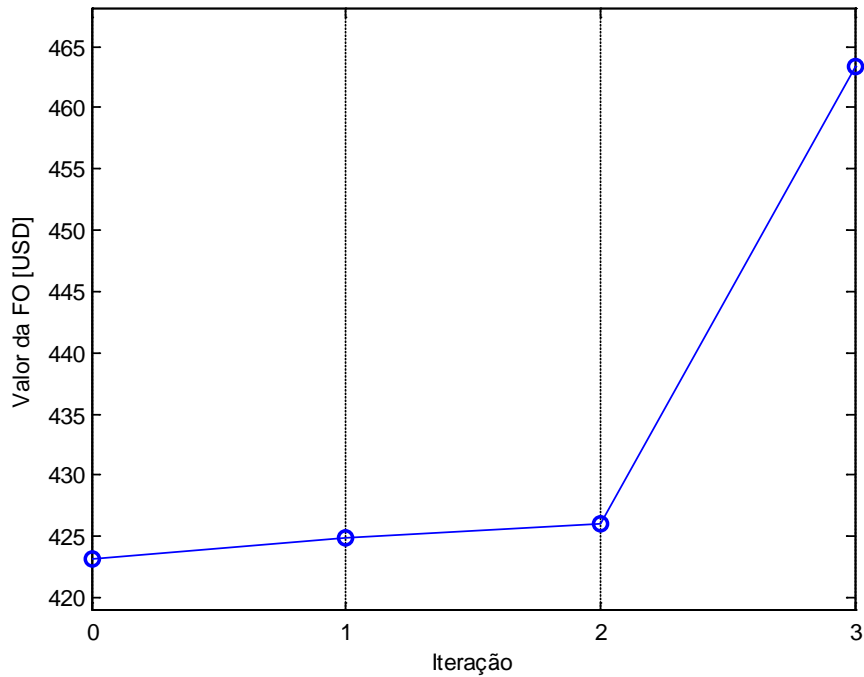
Iteração	Chaves abertas	FO [USD]
0	-	423,1776
1	7	424,9279
2	7, 16	426,0093
3	7, 16, 8	463,3891

Fonte: Elaboração do autor.

Verifica-se que o sistema com todas as chaves fechadas apresenta um custo diário total de perdas de energia igual a 423,1776 USD. Após três iterações é obtida uma configuração radial com função objetivo igual a 463,3891 USD, que significa uma redução de 8,5667% da FO em relação ao custo diário das perdas de energia na configuração inicial. Além disto, a tensão mínima no sistema no período considerado passa a ser 0,9759 pu.

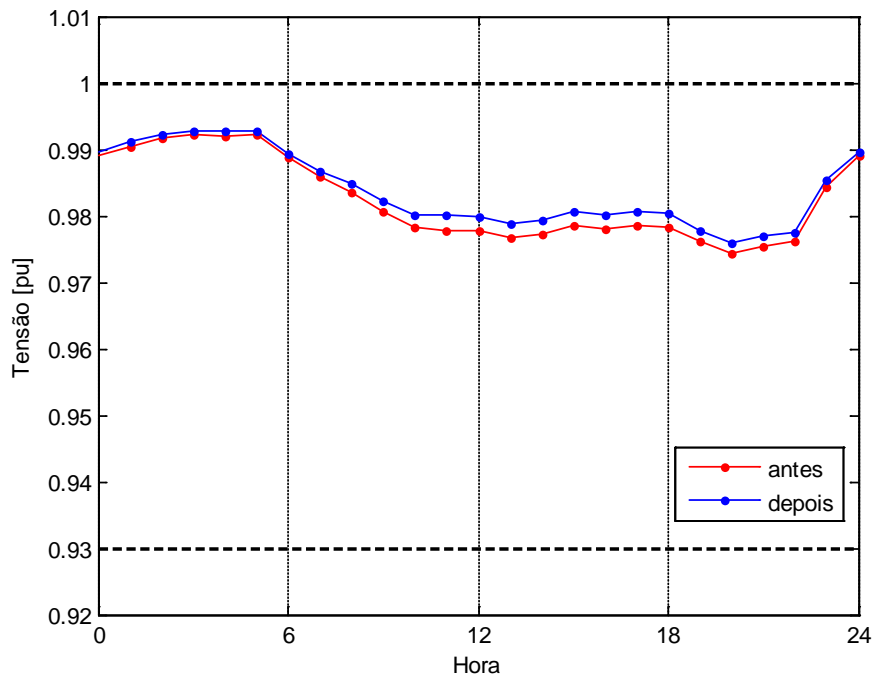
A Figura 13 apresenta a evolução do AHCASC e a Figura 14 mostra o perfil de tensão mínima no sistema, antes e depois da reconfiguração, para o período de análise. Verifica-se que ocorre uma melhoria no perfil de tensão do sistema com a reconfiguração. Além disto, nota-se que tanto a configuração inicial quanto a obtida pelo AHCASC são factíveis em relação a restrição de nível de tensão no sistema.

Figura 13 – Evolução do AHCASC para o sistema de 14 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 14 – Tensão mínima no sistema de 14 barras antes e depois da reconfiguração



Fonte: Elaboração do autor.

5.1.2 Algoritmo de Prim

Uma heurística, baseada no algoritmo de Prim, para geração de uma solução inicial para o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda, é apresentada na Figura 15.

Figura 15 – Algoritmo de Prim modificado para o problema de RSDEE

Inicialização: Considere, inicialmente, todas chaves fechadas. Calcule um FC para redes fracamente malhadas para cada nível de demanda e adote como valor do peso de cada ramo o seguinte índice: $\sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d S_{ij,d}$. Abra todas as chaves do sistema. Marque o nó da subestação;

Repita os passos (1) e (2) até que todos os nós tenham sido marcados:

- (1) De todos os ramos que tenham um nó terminal marcado e outro não marcado, escolha aquele com o maior peso e feche a chave;
- (2) Marque o nó terminal não marcado do ramo escolhido.

Calcule a função objetivo da solução obtida (resolver um FC radial para cada nível de demanda).

Fonte: Elaboração do autor.

No algoritmo de Prim, mostrado na Figura 15, em cada passo fecha-se uma chave do sistema, considerando-se um índice obtido a partir do cálculo do ponto de operação do sistema malhado (vide Anexo C). Utilizando-se esta proposta, o número de problemas de FC fracamente malhados que devem ser resolvidos é o mesmo que o número de níveis de demanda. Para o AHC da Figura 10, o número de cálculos de FC para redes fracamente malhadas é maior, sendo igual ao número de níveis de demanda multiplicado pelo número de ramos de ligação do sistema. Os resultados, que são apresentados no Capítulo 6, mostram que esta segunda metodologia obtém bons resultados, com um esforço computacional menor que o AHC de abertura sequencial de chaves.

Considerando o sistema de 14 barras, utilizado como exemplo na subseção anterior, apresenta-se em seguida um exemplo ilustrativo, considerando agora o algoritmo de Prim, da Figura 15, para obter uma solução inicial de boa qualidade para o problema. A Tabela 2 apresenta os ramos ordenados, do maior para o menor índice de estimativa do peso de um ramo.

Tabela 2 – Índices para o algoritmo de Prim

Posição	Ramo	Índice	Posição	Ramo	Índice
1	5	16591,0008	9	14	4131,2191
2	1	16354,6178	10	11	3857,7506
3	6	11425,7399	11	3	3851,1935
4	10	11162,3464	12	8	3528,1897
5	2	9384,1169	13	15	3171,6405
6	9	6495,7412	14	4	1804,3221
7	12	5825,8257	15	16	884,2844
8	13	4537,3780	16	7	851,0126

Fonte: Elaboração do autor.

O algoritmo de Prim fecha os ramos na seguinte ordem: 5, 1, 6, 10, 2, 9, 12, 13, 14, 11, 3, 15 e 4. Os ramos que permanecem abertos são: 7, 8 e 16, que é a mesma solução obtida pelo AHC de abertura sequencial de chaves. Como no caso anterior, a solução tem função objetivo igual a 463,3891 USD, e tensão mínima no período de 0,9759 pu.

Uma busca exaustiva neste sistema demonstra que a solução obtida pelo AHC de abertura sequencial de chaves e pelo algoritmo de Prim, é a solução ótima do problema.

O algoritmo de Prim demanda um esforço computacional menor, pois, para este sistema, com 24 níveis de demanda, são necessários cálculos de 24 FC para sistemas fracamente malhados, enquanto que no AHC de abertura sequencial de chaves, necessitam-se resolver 72 problemas de FC para redes fracamente malhadas. Por este motivo, adota-se o algoritmo de Prim para gerar a solução inicial nas meta-heurísticas VNS implementadas. Os resultados para ambas metodologias, no entanto, são apresentados no capítulo seguinte em todos os sistemas testados, para comparação.

5.2 META-HEURÍSTICAS VNS APLICADAS AO PROBLEMA DE RSDEE

A estratégia utilizada neste trabalho consiste-se em obter uma solução inicial de boa qualidade utilizando uma heurística simples e em seguida melhorar a qualidade desta solução inicial utilizando meta-heurísticas VNS. As meta-heurísticas programadas foram: BVNS, VND, RVNS e GVNS, das Figuras 4, 6, 8 e 9 respectivamente.

Para que todas as soluções geradas pelas meta-heurísticas fossem radiais, foi adotada uma estratégia de realizar trocas de ramos considerando-se os laços independentes do sistema. Os detalhes das meta-heurísticas programadas são descritos a seguir.

5.2.1 Função objetivo e restrições de operação

Após a resolução de D problemas de FC radiais (vide Anexo C) para uma dada configuração, onde D é o número de níveis de demanda considerado, passam a ser conhecidos os fluxos de corrente nos ramos e as tensões nas barras do sistema para todos os níveis de demanda. Estes valores são utilizados para o cálculo da função objetivo e para a verificação da factibilidade de uma proposta de solução.

Dispondo dos valores das correntes nos ramos do sistema para os D níveis de demanda no período de operação, a função objetivo pode ser calculada usando-se (24):

$$v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d R_{ij} I_{ij,d}^2 \quad (24)$$

As restrições de balanço de potência (2) e (3), do problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda, são satisfeitas pelo algoritmo de FC radial, e por isto não necessitam ser analisadas (considerando que toda topologia obtida seja radial). Entretanto, as restrições de limite de tensão nas barras (4) e de corrente máxima nos ramos (5) devem ser verificadas. Neste trabalho estas restrições são penalizadas na função objetivo, de forma que soluções não factíveis se tornem não atrativas. A equação (25) mostra a função objetivo penalizada:

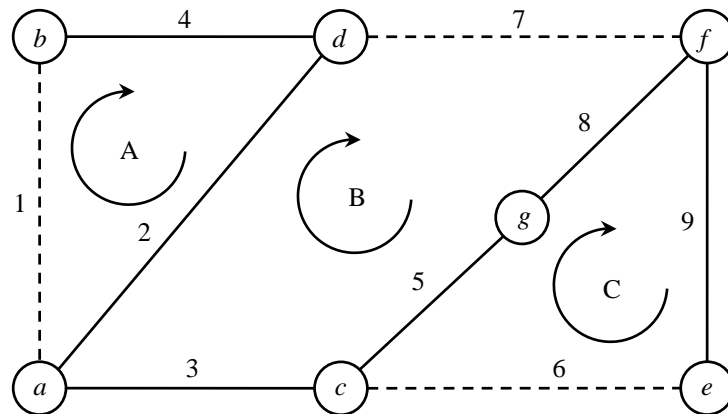
$$v' = v + \rho \sum_{d \in \Omega_d} \left(\sum_{i \in \Omega_b} \beta_{i,d} (V - V_{i,d}) + \sum_{ij \in \Omega_l} \gamma_{ij,d} (I_{ij,d} - \bar{I}_{ij}) \right) \quad (25)$$

Na equação (25), ρ é um fator de penalização, que deve ser grande (neste trabalho utiliza-se $\rho = 10^8$, de forma a descartar no processo de busca toda solução infactível que venha a aparecer), $\beta_{i,d}$ vale 0 se a tensão em uma barra i do sistema, no nível de demanda d , não estiver violando o limite inferior e vale 1 em caso contrário, e $\gamma_{ij,d}$ vale 0 se a corrente em um ramo ij do sistema, no nível de demanda d , não estiver violando o limite superior e vale 1 em caso contrário. Somente o limite mínimo das tensões deve ser analisado, pois a maior tensão no sistema será a da subestação, a qual é conhecida.

Apesar de fazer parte do modelo, a restrição de corrente máxima nos condutores não é considerada neste trabalho. Os motivos são: (i) esta restrição não é considerada em nenhum trabalho que aborda o problema de RSDEE e os dados de corrente máxima nos condutores não estão disponíveis para nenhum sistema teste, e (ii) como o sistema já está operando em uma dada topologia em que os limites de corrente devem estar sendo satisfeitos, espera-se que a reconfiguração obtenha uma nova solução, onde as correntes nos ramos sejam ainda menores e, portanto, nenhuma violação deve ocorrer.

5.2.2 Geração de soluções radiais

A Figura 16 mostra um grafo com 7 nós e 9 ramos. Fazendo uma analogia com o problema de RSDEE, considere que o nó a seja a barra da subestação e os outros nós sejam barras de consumidores. Considere também que as chaves dos ramos 1, 6 e 7 estejam inicialmente abertas e todos ramos possuam chaves. Desta forma uma configuração radial é formada pelos ramos 2, 3, 4, 5, 8 e 9. Um caminho fechado em um grafo é denominado laço. Da teoria de grafos é conhecido que laços que contêm apenas um ramo de ligação são independentes, e são chamados de laços básicos (STAGG; EL-ABIAD, 1968). No grafo da Figura 16 podem ser formados 3 laços básicos ou independentes, A (formado pelos ramos 1, 2 e 4), B (formado pelos ramos 2, 3, 5, 7 e 8) e C (formado pelos ramos 5, 6, 8 e 9).

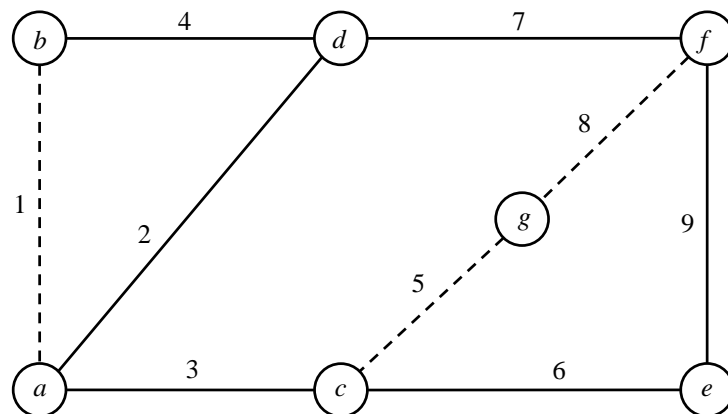
Figura 16 – Grafo com três laços independentes

Fonte: Elaboração do autor.

Pode-se verificar que, considerando a topologia corrente do sistema representado no grafo da Figura 16, com as chaves dos ramos 2, 3, 4, 5, 8 e 9 fechadas e as chaves dos ramos 1, 6 e 7 abertas, ao se fechar uma chave, por exemplo a do ramo 6, um laço será formado. Para que o sistema volte a ser radial, uma chave correspondente a um ramo do laço C deve ser aberta.

Seguindo o raciocínio descrito anteriormente, é possível considerar nas meta-heurísticas formuladas neste trabalho a restrição de radialidade de forma implícita, ou seja, se para uma dada topologia uma chave do sistema é fechada, então uma chave do mesmo laço independente formado, correspondente ao ramo que estava aberto, deve ser aberta.

Entretanto, se for desejado realizar duas ou mais trocas, esta metodologia não pode ser aplicada diretamente. Considere o seguinte contraexemplo: deseja-se fechar as chaves dos ramos 6 e 7 do sistema da Figura 16. De acordo com o que foi exposto, se forem abertas uma chave de um ramo pertencente ao laço B e uma pertencente ao laço C, o sistema deveria continuar sendo radial. Desta forma, abre-se a chave do ramo 5 (pertencente ao laço B) e a chave do ramo 8 (pertencente ao laço C). O sistema (grafo) resultante é mostrado na Figura 17.

Figura 17 – Sistema com uma barra ilhada

Fonte: Elaboração do autor.

O grafo da Figura 17 claramente não é radial (possui um laço e o nó g está desconectado). Desta forma, para realizar duas ou mais trocas de ramos, deve-se, após cada abertura, atualizar os conjuntos dos laços existentes. O algoritmo para este propósito é apresentado na Figura 18.

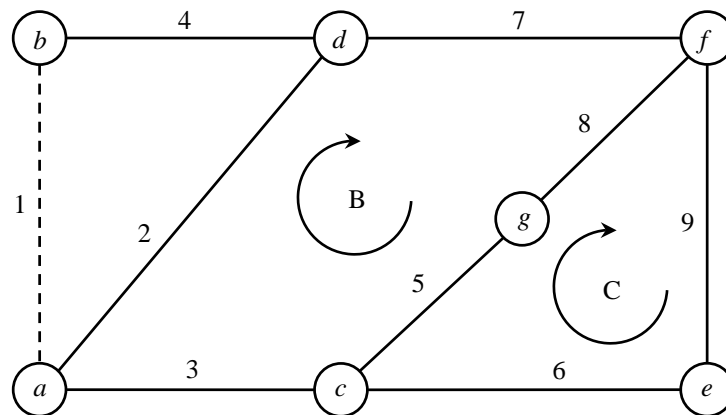
Figura 18 – Metodologia para obtenção de configurações radiais

<p>Inicialização: Feche k chaves do sistema de distribuição;</p> <p>Repita os passos seguintes k vezes:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) Identifique todos os laços independentes do sistema e os ramos a eles pertencentes; (2) Abra a chave desejada desde que esta pertença a um ramo identificado no passo anterior.
--

Fonte: Elaboração do autor.

Para exemplificar o procedimento descrito na Figura 18, considere novamente o fechamento das chaves dos ramos 6 e 7. O grafo resultante é mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Grafo resultante do fechamento de duas chaves



Fonte: Elaboração do autor.

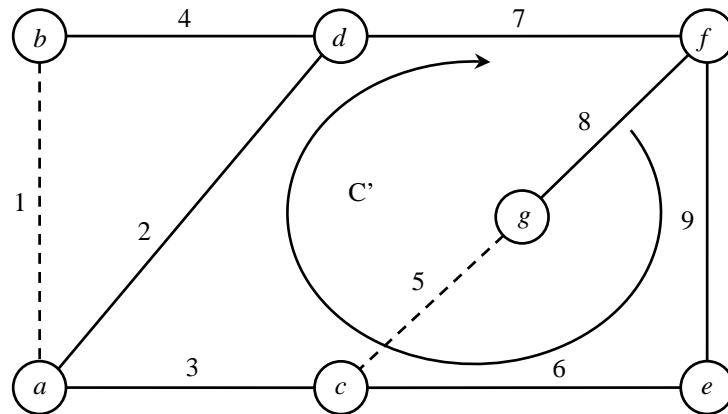
Os laços criados são: B (formado pelos ramos 2, 3, 5, 7 e 8) e C (formado pelos ramos 5, 6, 8 e 9). Assim, a abertura de apenas uma chave, de ramos pertencentes a algum destes dois laços garante que o sistema mantenha-se conexo.

Suponha que deseja-se abrir a chave do ramo 5. O sistema resultante é mostrado na Figura 20, na qual o laço remanescente é C' (formado pelos ramos 2, 3, 6, 7 e 9). A abertura de qualquer chave de um ramo pertencente ao laço C' garante que o sistema resultante seja radial. Escolhe-se arbitrariamente a chave do ramo 9 para abrir. O sistema radial resultante é mostrado na Figura 21.

Assim, sempre que o algoritmo obtiver uma nova incumbente, como será apresentado posteriormente, o conjunto de laços independentes deve ser atualizado, de forma a considerar os novos ramos desconectados. Além disto, em níveis de vizinhança que considerem duas ou mais trocas de ramos, a cada chaveamento feito, devem ser montados os conjuntos de laços

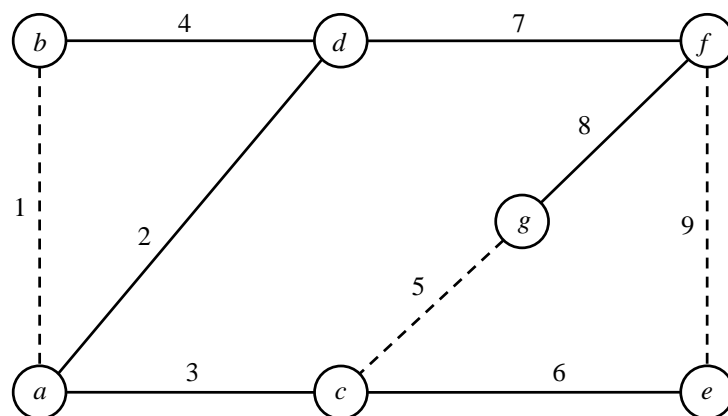
independentes, de forma que no próximo chaveamento (que depende do anterior) tenha-se a garantia de que uma topologia radial será obtida.

Figura 20 – Grafo com um laço resultante da abertura de uma chave



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 21 – Sistema radial resultante



Fonte: Elaboração do autor.

Esta proposta apresentada, para gerar somente soluções radiais, possibilita que todas as árvores geradoras possíveis do grafo sejam obtidas, e desta forma, qualquer solução da região factível do problema de RSDEE, com relação a restrição de radialidade, pode ser obtida.

5.2.3 Codificação de uma proposta de solução

A proposta de codificação mais adequada neste caso, baseado no que foi explicado na subseção anterior, consiste em codificar sempre uma topologia radial. Esta proposta significa que na codificação são fixados um conjunto de $nb - 1$, sendo nb o número de barras do sistema, variáveis $x_{ij} = 1$, de forma que representem uma topologia radial, e as outras variáveis são fixadas no valor zero. Desta forma, para se ter a informação completa da proposta radial de operação é necessário resolver um problema de fluxo de carga para conhecer as perdas e se existe alguma restrição violada, relacionada com o valor das correntes nos circuitos ou com o

módulo de tensão nas barras do sistema. Toda proposta inactível (uma solução vizinha, por exemplo) que é penalizada usando-se (25), é geralmente descartada, já que no processo de otimização do problema de RSDEE aparecem muito poucas propostas radiais inactíveis e geralmente representam propostas de baixa qualidade (perdas elevadas).

A codificação da topologia da rede é feita através de um vetor, denominado \mathbf{x} , que contém a numeração dos ramos cujas chaves estão abertas. Na Figura 22 é mostrada a codificação da configuração radial do sistema de 14 barras da Figura 11.

Figura 22 – Codificação da topologia inicial do sistema de 14 barras

$$\mathbf{x} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 14 & 15 & 16 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Elaboração do autor.

Esta forma de codificação cumpre automaticamente a restrição (6) do modelo do problema. A estratégia de trocas de ramos descrita anteriormente garante que toda proposta de solução \mathbf{x} seja factível topologicamente.

O vetor \mathbf{x} sempre será de comprimento nrl , onde nrl é o número de ramos de ligação do sistema. Desta forma a codificação é compacta, pois não é necessário codificar os ramos cujas chaves estão fechadas.

5.2.4 Estruturas de vizinhança

Para apresentar as estruturas de vizinhança utiliza-se o sistema da Figura 11. Nele podem-se identificar 3 laços independentes: L_1 , formado pelos ramos: 1, 2, 14, 8, 6 e 5; L_2 , formado por: 5, 7, 15, 11 e 10; L_3 , formado por: 1, 3, 4, 16, 13, 12 e 10. A proposta inicial de estruturas de vizinhança pode ser sistematizada da seguinte forma:

- Vizinhança \mathcal{N}_1 : Fechar o ramo de ligação de um laço, por exemplo L_1 , e abrir um ramo deste laço. Assim, para a topologia radial mostrada existem 16 soluções vizinhas radiais.
- Vizinhança \mathcal{N}_2 : Fechar os ramos de ligação de dois laços, por exemplo L_1 e L_2 , e abrir um ramo em cada um destes laços. Assim, para a topologia radial mostrada existem 101 soluções vizinhas radiais.
- Vizinhança \mathcal{N}_3 : Fechar os ramos de ligação de três laços, por exemplo L_1 , L_2 e L_3 , e abrir um ramo em cada um destes laços. Assim, para a topologia radial mostrada existem 190 soluções vizinhas radiais. Assim, a estrutura de vizinhança \mathcal{N}_3 implica enumeração completa de todas as soluções radiais deste sistema de pequeno porte.
- Vizinhança \mathcal{N}_k : Fechar os ramos de ligação de k laços e abrir um ramo em cada um destes k laços.

Deve-se observar que a cardinalidade das vizinhanças definidas anteriormente (número de vizinhos) aumenta de forma exponencial e, portanto, devem ser formuladas técnicas eficientes de redução de vizinhança, como será apresentado adiante.

Cabe salientar que toda vez que for feita uma mudança de topologia em que são realizadas trocas em elementos de dois ou mais laços (vizinhança \mathcal{N}_2 ou superiores), devem-se, após cada troca, montar os conjuntos de laços independentes novamente.

5.2.5 Mudança de estrutura de vizinhança

No algoritmo BVNS considera-se como busca local apenas a estrutura de vizinhança \mathcal{N}_1 aqui descrita, com a redução explicada adiante. No algoritmo VND foram considerados os níveis de vizinhança \mathcal{N}_1 e \mathcal{N}_2 , com a redução proposta. Além disto, nos esquemas gerais das meta-heurísticas BVNS, RVNS e GVNS foi considerado como maior nível de vizinhança o mínimo entre o número de ramos de ligação do sistema e cinco, isto é, o maior nível de vizinhança é \mathcal{N}_{nrl} , se $nrl < 5$, ou \mathcal{N}_5 em caso contrário.

5.2.6 Critério de parada

Para o algoritmo VND não é necessário definir um critério de parada, pois se, na última vizinhança não houver melhoria na qualidade da solução, o algoritmo termina. No entanto, para os algoritmos BVNS, RVNS e GVNS é necessário definir um critério de parada. Neste trabalho, o critério de parada escolhido, foi parar o processo após um número máximo de iterações. Este número é determinado de acordo com a dimensão do problema.

5.3 MELHORANDO O DESEMPENHO DO ALGORITMO

As estruturas de vizinhança definidas anteriormente, em conjunto com a metodologia que gera topologias radiais, garantem a factibilidade de uma proposta de solução quanto as restrições topológicas. Entretanto, a qualidade de uma proposta de solução, com relação ao valor da função objetivo e restrições de operação, só é conhecida após a resolução de um FC para redes radiais para cada nível de demanda. Avaliar todas as soluções utilizando o algoritmo de FC pode tornar o processo lento, devido ao grande número de soluções vizinhas que devem ser testadas. Desta forma, a estratégia utilizada neste trabalho para contornar este problema consiste-se em estimar o valor da função objetivo devido às trocas de ramos, visando reduzir o número de cálculos de FC. A proposta é uma extensão da metodologia proposta por Baran e Wu (1989), que é apresentada na subseção seguinte.

5.3.1 Estimação da variação das perdas devido à uma troca de ramos

Conhecido o estado de operação em regime permanente do sistema de distribuição, é possível estimar a variação das perdas devido a uma troca de ramos. Após a transferência de um conjunto de cargas, que ocorre devido a troca do ramo st pelo ramo kl , que estava desconectado, como mostrado na Figura 23, os fluxos de potência complexa, \mathbf{S}_{ij} , nos ramos que formam o laço com o ramo kl são alterados, e podem ser aproximados por \mathbf{S}'_{ij} , como mostrado em (26) (FRANCO et al., 2012):

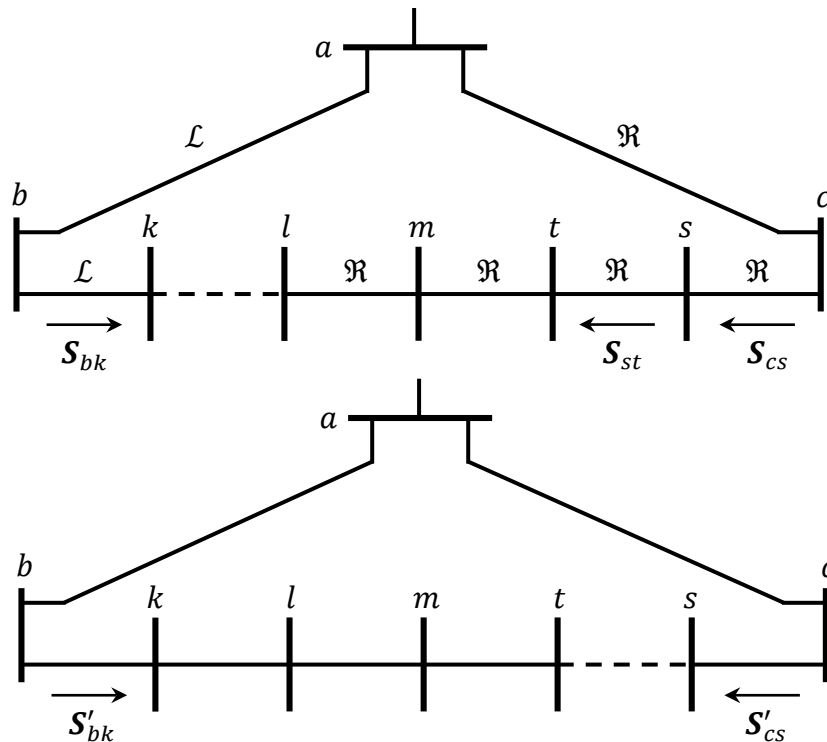
$$\mathbf{S}'_{ij} = \mathbf{S}_{ij} + w_{ij}\mathbf{S}_{st} \quad (26)$$

onde w_{ij} é dado por (27):

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & ij \in \mathcal{L} \\ -1, & ij \in \mathcal{R} \end{cases} \quad (27)$$

O conjunto \mathcal{L} (lado esquerdo), como mostrado na Figura 23, é formado pelos ramos pertencentes ao mesmo laço do ramo kl , mas apenas os conectados entre as barras a e k , enquanto que o conjunto \mathcal{R} (lado direito) é formado pelos ramos deste mesmo laço, mas apenas os conectados entre as barras a e l . Note que para a situação apresentada, ocorre a abertura de um ramo que pertence ao conjunto \mathcal{R} . Se a troca fosse feita com um ramo do conjunto \mathcal{L} , os valores de w_{ij} devem ser os opostos dos dados por (27).

Figura 23 – Transferência de cargas devido a uma troca de ramos



Fonte: Baran e Wu (1989).

As perdas totais no laço, antes da troca de ramos, são dadas por (28), onde considera-se tensões iguais a 1 pu em todas as barras pertencentes ao laço. $PL_{\mathcal{L}}$ e $PL_{\mathfrak{R}}$ são as perdas aproximadas nos ramos pertencentes aos conjuntos \mathcal{L} e \mathfrak{R} , respectivamente, antes da troca.

$$PL = PL_{\mathcal{L}} + PL_{\mathfrak{R}} = \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathfrak{R}} R_{ij} (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) \quad (28)$$

Após a troca dos ramos, ainda considerando tensões iguais a 1 pu em todas as barras pertencentes ao laço em que ocorre a troca, as perdas no laço correspondente podem ser aproximadas por (29) (FRANCO et al., 2012):

$$PL' = PL'_{\mathcal{L}} + PL'_{\mathfrak{R}} = \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathfrak{R}} R_{ij} \left[(P_{ij} + w_{ij} P_{st})^2 + (Q_{ij} + w_{ij} Q_{st})^2 \right] + R_{kl} (P_{st}^2 + Q_{st}^2) \quad (29)$$

onde $PL'_{\mathcal{L}}$ e $PL'_{\mathfrak{R}}$ são as perdas aproximadas nos ramos pertencentes aos conjuntos \mathcal{L} e \mathfrak{R} , respectivamente, após a troca de ramos.

Uma estimativa para variação das perdas no sistema, após a troca do ramo st pelo kl , pode ser obtida subtraindo-se (28) de (29), que após algumas manipulações, pode ser escrita como mostrado na equação (30) (FRANCO et al., 2012):

$$\Delta PL_{st-kl} = PL' - PL = 2P_{st} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathfrak{R}} R_{ij} w_{ij} P_{ij} + 2Q_{st} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathfrak{R}} R_{ij} w_{ij} Q_{ij} + \left(R_{kl} + \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathfrak{R}} R_{ij} \right) (P_{st}^2 + Q_{st}^2) \quad (30)$$

Apesar da equação (30) não levar em conta a porção do sistema que não pertence ao laço considerado e a variação das tensões nas barras pertencentes ao laço, esta fornece uma estimativa de como as perdas no sistemas são afetadas pela troca dos ramos st e kl .

Este método é eficiente computacionalmente, pois, tanto o cálculo de (30), quanto a identificação dos ramos para realizar as trocas, requerem apenas operações simples.

Na seção seguinte, apresenta-se uma extensão da equação (30), para considerar demanda variável, isto é, levando em conta a duração e o custo das perdas de energia em cada nível de demanda.

5.3.2 Extensão da equação de estimação da variação das perdas para vários níveis de demanda

A extensão da equação (30) para considerar vários níveis de demanda pode ser obtida de forma trivial. A expressão (31) mostra esta extensão:

$$\Delta C_{st-kl} = 2 \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d \left(P_{st,d} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} P_{ij,d} + Q_{st,d} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} Q_{ij,d} \right) + \left(R_{kl} + \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} \right) \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d (P_{st,d}^2 + Q_{st,d}^2) \quad (31)$$

A equação (31) é obtida a partir de (30) multiplicando-se as perdas estimadas em cada nível de demanda pelos respectivos valores dos custos das perdas de energia e da duração de cada nível de demanda, e realizando-se o somatório para o período considerado.

Como exemplo ilustrativo, a equação (31) é utilizada para estimar os custos diários das perdas de energia no sistema de 14 barras considerando 24 níveis de demanda, apresentado no início deste capítulo, para todas as possíveis trocas de dois ramos. O custo diário inicial das perdas de energia é de 506,8059 USD. A Tabela 3 apresenta os ramos que pertencem a cada lado do laço formado ao se fechar uma chave do sistema de 14 barras (Figura 11).

Tabela 3 – Laços formados no sistema de 14 barras

Entra	Lado \mathcal{L}	Lado \mathcal{R}
14	1, 2	5, 6, 8
15	5, 7	10, 11
16	1, 3, 4	10, 12, 13

Fonte: Elaboração do autor.

A Tabela 4 mostra os valores exatos e aproximados dos custos diários das perdas de energia para todas as possíveis trocas de ramos para a configuração inicial do sistema de 14 barras. Também é apresentado o erro percentual entre os valores exato e aproximado do custo.

Tabela 4 – Estimação dos custos das perdas de energia para as trocas de ramos

Entra	Sai	Custo Exato [USD]	Custo aproximado [USD]	Erro [%]
14	2	699,8786	683,3609	2,3601
14	8	493,7218	494,6357	0,1851
14	1	1249,3333	1165,6669	6,6969
14	6	716,2271	695,7565	2,8581
14	5	1294,9887	1198,8688	7,4224
15	7	475,9835	478,2369	0,4734
15	11	524,4968	523,7029	0,1514
15	5	1335,1366	1228,9480	7,9534
15	10	760,0235	741,9764	2,3746
16	4	515,1430	514,7444	0,0774
16	13	539,4193	538,0374	0,2562
16	3	554,1706	552,1966	0,3562
16	12	570,1048	567,0448	0,5367
16	1	918,3748	885,0217	3,6318
16	10	653,4038	646,1065	1,1168

Fonte: Elaboração do autor.

Verifica-se que a troca de ramos que leva a maior redução do custo diário das perdas de energia é 15-7, levando a uma configuração com função objetivo igual a 475,9835 USD.

Conclui-se então, a partir dos resultados da Tabela 4, que a equação (31) fornece valores adequados para os custos diários das perdas devido uma troca de ramos, e permite identificar a melhor troca. Além disto, o fato mais importante, é que a melhor solução vizinha identificada com o custo exato também é identificada pelo custo aproximado.

De forma geral, no problema de RSDEE para redução de perdas, uma configuração que minimiza as perdas também satisfaz a restrição de limite de tensão. Entretanto, para sistemas com alto carregamento, podem aparecer configurações com perdas baixas, mas que violam o limite mínimo de tensão. Para contornar este problema, adota-se neste trabalho a proposta de Franco et al. (2012), estendida para considerar demanda variável. Utilizando (26) é possível estimar os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos do laço formado e utilizando a equação de Cespedes (1990), estimar as tensões nas barras do sistema após a troca de ramos (32):

$$V_{j,d}^2 = V_{i,d}^2 - 2(R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d}) - \frac{P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2}{V_{j,d}^2} (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) \quad (32)$$

Em (32), os índices i e j indicam as barras inicial e final de um ramo, respectivamente. O módulo da tensão na barra final em um nível de demanda é calculada a partir do módulo da tensão na barra inicial neste nível de demanda, da resistência do ramo, R_{ij} , da reatância do ramo, X_{ij} , e dos fluxos de potência ativa e reativa, $P_{ij,d}$ e $Q_{ij,d}$, no nível de demanda.

Logo, a estimativa penalizada da variação do custo das perdas de energia no sistema, $\Delta C'_{st-kl}$, devido a troca do ramo st pelo kl , pode ser calculada como mostrado em (33):

$$\Delta C'_{st-kl} = \Delta C_{st-kl} + \rho \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{i \in \Omega_b} \beta_{i,d} (\underline{V} - V_{i,d}) \quad (33)$$

Na equação (33), assim como em (25), ρ é um fator de penalização, que deve ser grande (neste trabalho utiliza-se $\rho = 10^8$), $\beta_{i,d}$ vale 0 se a tensão em uma barra i do sistema, no nível de demanda d , não estiver violando o limite inferior e vale 1 em caso contrário.

5.3.3 Estratégia para o nível dois e superiores

No algoritmo VND, por exemplo, em que as estruturas nível l , $l \geq 2$, devem ser analisadas completamente, a equação (33), que estima o valor da variação do custo das perdas devido a uma troca de ramos, não pode ser aplicada diretamente para estimar duas ou mais trocas. O procedimento então adotado, consiste-se em, no nível de vizinhança l , realizar $l - 1$ trocas e,

após isto, calcular o ponto de operação exato do sistema com o algoritmo de FC para sistemas radiais, e só então realizar as trocas de dois ramos, estimando o custo das perdas com (33).

Como exemplo ilustrativo, considere o nível de vizinhança \mathcal{N}_2 , descrito anteriormente, e o sistema de 14 barras mostrado na Figura 11. Neste nível de vizinhança, no algoritmo VND, devem ser realizadas todas as possíveis combinações de duas trocas de ramos que mantêm o sistema radial. O algoritmo da Figura 18 deve ser utilizado para gerar as configurações radiais. Então, para avaliar a qualidade de uma proposta de solução com duas trocas, realiza-se primeiramente uma troca de ramos, por exemplo, fecha-se a chave do ramo 15 e abre-se a chave do ramo 7, e em seguida executa-se um FC para redes radiais. Realiza-se, após feito isto, todas as trocas de dois ramos possíveis, utilizando agora a equação (33) para estimar as perdas. Deve-se, posteriormente, realizar outra troca de ramos (para a topologia mostrada na Figura 11), calcular novamente o ponto de operação e estimar todas as outras possíveis trocas de ramos, até que toda a vizinhança seja analisada.

Procedendo-se desta maneira, neste exemplo, ao invés de se realizar 85 cálculos exatos da função objetivo (ou 2040 cálculos de FC para redes radiais, supondo-se 24 níveis de demanda), realizam-se apenas 15 cálculos exatos (360 cálculos de FC para redes radiais), e as outras topologias são analisadas utilizando-se a equação (33).

5.3.4 Redução das vizinhanças

A Tabela 4 mostra os resultados das estimativas da FO para todas as possíveis trocas de dois ramos, com ramos a serem abertos cada vez mais distantes do ramo que fecha, ou seja, os primeiros a serem abertos são os ramos adjacentes ao que é fechado e os seguintes os ligados a estes. Note que, após uma troca que leva a um aumento do custo das perdas de energia em um dos lados do laço, todas as trocas seguintes neste mesmo lado levam a aumentos de custos ainda maiores, sendo possível parar as trocas em um lado do laço após verificar-se que uma troca leva ao aumento do custo das perdas de energia. Argumento semelhante é utilizado por Baran e Wu (1989), para reduzir o número de trocas a serem analisadas, e será utilizado neste trabalho para reduzir o tamanho da vizinhança \mathcal{N}_1 .

Para níveis de vizinhança \mathcal{N}_2 e superiores do algoritmo VND procede-se como explicado na subseção anterior, com a diferença que após as $l - 1$ trocas, não são feitas todas trocas de dois ramos possíveis, mas sim percorre-se a lista dos ramos pertencentes a cada lado dos laços formados, até que a troca leve a um aumento do custo das perdas de energia.

5.4 FLUXOGRAMAS DOS ALGORITMOS VNS ESPECIALIZADOS

Para melhor entendimento das metodologias desenvolvidas, são apresentados nesta seção os pseudocódigos dos algoritmos VNS especializados para resolver o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda. Os procedimentos são descritos de uma forma geral, de modo a apresentar uma conexão entre as seções deste capítulo.

5.4.1 Algoritmo BVNS

O algoritmo BVNS especializado para resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda é mostrado na Figura 24.

Figura 24 – Algoritmo BVNS para o problema de RSDEE com demanda variável

Inicialização: Defina as estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}, k_{max} = \min(nll, 5)$, como descrito na seção 5.2.4; encontre uma solução inicial \mathbf{x} usando o algoritmo de Prim; defina um critério de parada, de acordo com a dimensão do problema; faça $flag \leftarrow 1$.

Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça $k \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:
 - (a) **Agitação:** Se $flag = 0$, gere aleatoriamente uma topologia radial da rede (\mathbf{x}') a partir de k trocas de ramos em \mathbf{x} , utilizando o algoritmo da Figura 18; calcule a função objetivo penalizada exata (25) para a solução obtida; se $flag = 1$, faça $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}$ e $flag \leftarrow 0$;
 - (b) **Busca local:** Aplique a busca local de troca de ramos em \mathbf{x}' (analisar todas as topologias de $\mathcal{N}_1(\mathbf{x}')$), estimando a variação do custo das perdas de energia com (33); considere neste passo a redução de vizinhança descrita na seção 5.3.4; calcule a função objetivo penalizada exata (25) para a solução obtida \mathbf{x}'' ; se \mathbf{x}'' é melhor que \mathbf{x}' faça $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}''$ e repita o passo 2(b), caso contrário vá para 2(c);
 - (c) **Mover ou não:** Se o ótimo local \mathbf{x}' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$) e continue a busca em $\mathcal{N}_1(k \leftarrow 1)$; caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

Fonte: Elaboração do autor.

No algoritmo da meta-heurística BVNS, apresentado na Figura 24, o passo inicial consiste-se em definir as estruturas de vizinhança, a solução inicial e o critério de parada. Além disto, um sinalizador ($flag \leftarrow 1$) é utilizado, de forma que a busca local (passo 2(b)) seja aplicada diretamente a solução inicial gerada pelo algoritmo de Prim. O passo 2(b) deve ser repetido enquanto a solução da busca \mathbf{x}'' for melhor que a solução inicial da busca \mathbf{x}' , sempre atualizando o ponto inicial da próxima busca com o resultado da anterior ($\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}''$). Note que a função objetivo exata deve ser calculada apenas uma vez durante a etapa da busca local (o que equivale a resolver um problema de FC para cada nível de demanda), para cada nova solução \mathbf{x}' . Todas as soluções da vizinhança $\mathcal{N}_1(\mathbf{x}')$ têm a função objetivo estimada pela equação (33).

5.4.2 Algoritmo VND

O algoritmo VND para resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda é mostrado na Figura 25.

Figura 25 – Algoritmo VND para o problema de RSDEE com demanda variável

Inicialização: Defina as estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_l, l = 1, \dots, l_{max}, l_{max} = 2$, como descrito na seção 5.2.4; encontre uma solução inicial \mathbf{x} usando o algoritmo de Prim.

Repita os passos seguintes até que nenhuma melhoria na solução seja obtida:

- (1) Faça $l \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $l = l_{max}$:
 - (a) **Exploração da vizinhança:** Encontre o melhor vizinho \mathbf{x}' de \mathbf{x} ($\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_l(\mathbf{x})$); estimar a variação da função objetivo devido à l trocas de ramos; se $l = 1$ basta fazer todas trocas possíveis de dois ramos; caso $l > 1$, usar a estratégia descrita na seção 5.3.3, com a redução da seção 5.3.4;
 - (b) **Mover ou não:** Se a solução \mathbf{x}' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , faça $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$ e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($l \leftarrow 1$); caso contrário faça $l \leftarrow l + 1$.

Fonte: Elaboração do autor.

Para o algoritmo VND, da Figura 25, foram definidos apenas dois níveis de vizinhança, de forma a não tornar a busca excessivamente lenta.

5.4.3 Algoritmo RVNS

O algoritmo RVNS para resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda é mostrado na Figura 26.

Note que a meta-heurística RVNS especializada da Figura 26 é semelhante ao algoritmo BVNS da Figura 24, sendo que a principal diferença é que no algoritmo RVNS não existe a etapa de melhoria local. Desta forma, a equação (33), de estimação da variação do custo das perdas de energia, não é utilizada. Para todas soluções geradas pelo algoritmo RVNS deve-se calcular a função objetivo exata (25).

Figura 26 – Algoritmo RVNS para o problema de RSDEE com demanda variável

Inicialização: Defina as estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}, k_{max} = \min(nll, 5)$, como descrito na seção 5.2.4; encontre uma solução inicial \mathbf{x} usando o algoritmo de Prim; defina um critério de parada, de acordo com a dimensão do problema.

Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça $k \leftarrow 1$;
- (2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:
 - (a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma topologia radial da rede (\mathbf{x}') a partir de k trocas de ramos em \mathbf{x} , utilizando o algoritmo da Figura 18; calcule a função objetivo penalizada exata (25) para a solução obtida;
 - (b) **Mover ou não:** Se a solução \mathbf{x}' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$) e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($k \leftarrow 1$); caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

Fonte: Elaboração do autor.

5.4.4 Algoritmo GVNS

O algoritmo GVNS para resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda é mostrado na Figura 27.

Figura 27 – Algoritmo GVNS para o problema de RSDEE com demanda variável

Inicialização: Defina as estruturas de vizinhança $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}, k_{max} = \min(nll, 5)$, como descrito na seção 5.2.4; encontre uma solução inicial \mathbf{x} usando o algoritmo de Prim; defina um critério de parada, de acordo com a dimensão do problema; faça $flag \leftarrow 1$.

Repita os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

(1) Faça $k \leftarrow 1$;

(2) **Repita** os passos a seguir até $k = k_{max}$:

(a) **Agitação:** Se $flag = 0$, gere aleatoriamente uma topologia radial da rede (\mathbf{x}') a partir de k trocas de ramos em \mathbf{x} , utilizando o algoritmo da Figura 18; calcule a função objetivo penalizada exata (25) para a solução obtida; se $flag = 1$, faça $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}$ e $flag \leftarrow 0$;

(b) **Busca com VND:** Aplique a busca VND com \mathbf{x}' como solução inicial e com as estruturas $\mathcal{N}_l, l = 1, 2$; denote por \mathbf{x}'' o ótimo local obtido por esta busca;

(c) **Mover ou não:** Se o ótimo local \mathbf{x}'' é melhor que a incumbente \mathbf{x} , mova para lá ($\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}''$) e continue a busca em \mathcal{N}_1 ($k \leftarrow 1$); caso contrário faça $k \leftarrow k + 1$.

Fonte: Elaboração do autor.

O algoritmo GVNS, da Figura 27, também é muito semelhante ao BVNS, da Figura 24, sendo que a única diferença é que no passo 2(b) do algoritmo GVNS, a melhoria local é feita com um algoritmo VND. O algoritmo VND utilizado no GVNS proposto é similar ao da Figura 25. Entretanto, neste caso, para que a busca não se tornasse muito lenta, a vizinhança nível 2 foi reduzida, de forma que a primeira troca de ramos (ver subseção 5.3.3) não considerasse o laço completo, mas apenas os ramos adjacentes ao ramo aberto. Esta estratégia mostrou-se eficiente, reduzindo o tempo computacional e encontrando soluções de ótima qualidade.

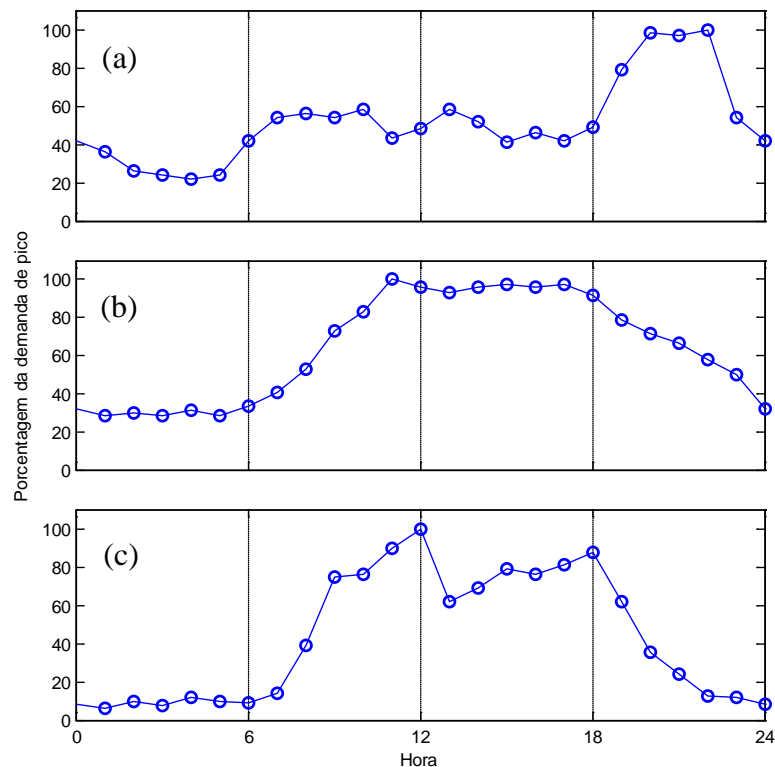
6 RESULTADOS

Os algoritmos VNS propostos para resolver o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda foram implementados em linguagem FORTRAN 77 e executados em um microcomputador com processador Intel Core i7-4770 de 3,4 GHz e 16 GB de RAM. Para validar as metodologias propostas, foram realizados testes nos sistemas de 33 barras, apresentado em Baran e Wu (1989), 84 barras, apresentado em Chiou et al. (2005), 136 barras, apresentado em Mantovani et al. (2000), 415 barras, apresentado em Bernal-Agustin (1998) e 10477 barras, introduzido por Ababei e Kavasseri (2011). Além disto, os resultados são comparados com os obtidos pelo modelo de PLIM mostrado no Anexo D, que foi implementado em linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido com o *solver* comercial CPLEX (CPLEX, 2008), versão 12.6, 64-bits, e com configuração padrão. Os resultados obtidos pelo CPLEX foram em seguida testados, utilizando um algoritmo de FC para redes radiais, para a obtenção do valor real do custo diário das perdas de energia.

6.1 CURVAS DE CARGA TÍPICAS CONSIDERADAS

A Figura 28 ilustra curvas de carga típicas, de três tipos de consumidores, amostradas hora-a-hora, num período de 24 horas.

Figura 28 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial

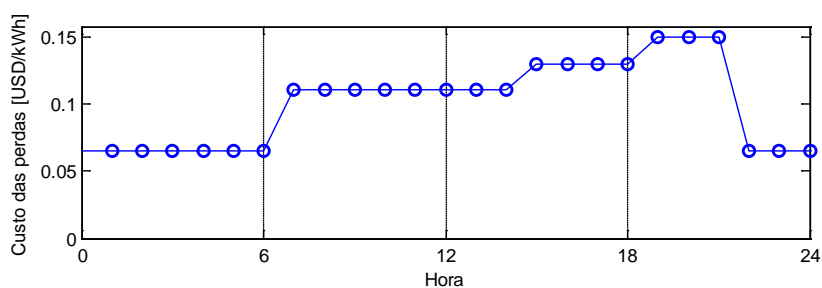


Fonte: Elaboração do autor.

Nos testes em que são consideradas demandas variáveis, a carga em cada barra, no período de análise, é obtida multiplicando-se cada ponto de uma destas três curvas pelos valores das demandas máximas ativa e reativa, disponíveis nos dados originais dos sistemas. A escolha do tipo de consumidor em cada barra é feita de forma aleatória, por sorteio do tipo roleta, em que consumidor tipo residencial tem 60% de chance de ser escolhido, comercial 25% e industrial 15%. Os dados completos dos sistemas de 33, 84, 136 e 415 barras são mostrados no Anexo E. Os dados do sistema de 10477 barras podem ser encontrados em REDS (2014).

A Figura 29 ilustra uma variação hipotética dos custos das perdas, em um período de 24 horas. Os valores nela mostrados foram utilizados como custos das perdas nos testes com demandas variáveis.

Figura 29 – Curva de custos das perdas



Fonte: Elaboração do autor.

Cabe salientar que nos testes aqui realizados são utilizadas curvas hipotéticas de carga e de custo de perdas, pois o principal objetivo do trabalho é desenvolver uma metodologia capaz de resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda, e não prever estas curvas. Em uma situação real, a empresa de distribuição deve ser capaz de estimar todos estes dados, para então obter melhores resultados com a metodologia desenvolvida.

Assume-se como limite mínimo de tensão no sistema 0,93 pu em todos os testes.

6.2 TAMANHOS DOS ESPAÇOS DE BUSCA

Além de depender do número de chaves e malhas no sistema completo, a complexidade de um sistema de distribuição, do ponto de vista do problema de RSDEE, também depende da localização dos ramos e chaves, ou seja, da topologia da rede malhada. Desta forma, um sistema com 500 barras e 300 chaves pode ser muito mais complexo que outro com 10000 barras e 100 chaves. Considera-se neste trabalho que cada ramo do sistema de distribuição possui uma chave, o que torna o problema ainda mais difícil de ser resolvido. Em sistemas de distribuição reais, apenas alguns ramos da rede possuem chaves. Considerar todos os ramos com chaves aumenta o número de variáveis do problema e o torna mais complexo.

Neste trabalho, o tamanho do espaço de busca do problema de RSDEE depende do número total de árvores geradoras que podem ser formadas no grafo correspondente ao sistema.

A Tabela 5 mostra o tamanho do espaço de busca para os sistemas abordados neste trabalho, para diferentes formas de codificação do problema. Na Tabela 5, $C(nr, nb - 1)$ é o número de combinações de nr (número de ramos do sistema) elementos tomados $nb - 1$ a $nb - 1$, onde nb é o número de barras do sistema.

Tabela 5 – Tamanho do espaço de soluções de diferentes formas de codificação e busca

Sistema	nr	2^{nr}	$C(nr, nb - 1)$	Número de árvores geradoras (na)	$\frac{na}{C(nr, nb - 1)}$
14 barras	16	65536	560	190	0,3393
33 barras	37	$1,3744 \cdot 10^{11}$	435897	50751	0,1164
84 barras	96	$7,9228 \cdot 10^{28}$	$4,0363 \cdot 10^{15}$	$3,5196 \cdot 10^{11}$	$8,7199 \cdot 10^{-5}$
136 barras	156	$9,1344 \cdot 10^{46}$	$5,4351 \cdot 10^{25}$	$2,2686 \cdot 10^{18}$	$4,1740 \cdot 10^{-8}$
415 barras	473	$2,4389 \cdot 10^{142}$	$1,0832 \cdot 10^{76}$	$9,3045 \cdot 10^{51}$	$8,5900 \cdot 10^{-25}$
10477 barras	10736	$7,2116 \cdot 10^{3231}$	$1,1553 \cdot 10^{530}$	$9,6586 \cdot 10^{321}$	$8,3602 \cdot 10^{-209}$

Fonte: Elaboração do autor.

A terceira coluna da Tabela 5 (2^{nr}) se refere a uma codificação 0-1, onde são representados todos nr ramos do sistema em um vetor de comprimento nr , sendo que 0 representa uma chave aberta e 1 uma chave fechada no respectivo ramo, e nenhuma estratégia para se gerar configurações radiais é utilizada. A quarta coluna da Tabela 5 ($C(nr, nb - 1)$) refere-se ao limite máximo da codificação mostrada na Figura 22, que consiste em codificar apenas os ramos abertos da rede. A quinta coluna da Tabela 5 mostra o número de árvores geradoras que podem ser formadas para cada um destes sistemas. Este número é calculado a partir do Teorema da Matriz-Árvore (Anexo B).

Nota-se que na codificação 0-1, o espaço de busca é muito maior que para a codificação mostrada na Figura 22. No entanto, mesmo esta proposta de codificação, permite que muitas soluções infactíveis, quanto a restrição de radialidade, continuem aparecendo.

Como exemplo, no caso do sistema de 415 barras, usando a codificação da Figura 22, a relação entre o número de árvores geradoras que podem ser obtidas e o número total de soluções possíveis é $8,5900 \cdot 10^{-25}$, que indica que uma estratégia para gerar somente topologias radiais deve ser adotada, como é feito neste trabalho.

6.3 RESULTADOS CONSIDERANDO DEMANDA FIXA

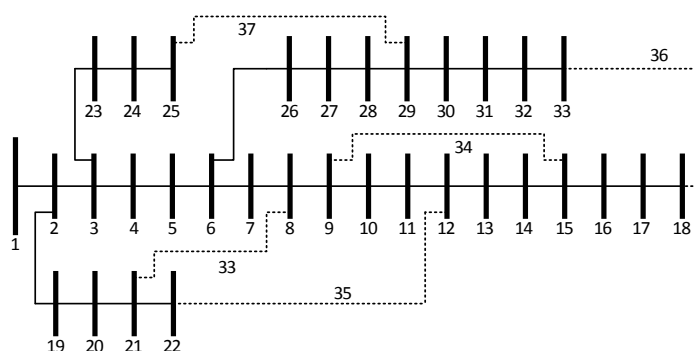
Nesta seção são apresentados os resultados considerando apenas um nível de demanda, que é a situação considerada na maioria de trabalhos que tratam o problema de RSDEE. Os resultados obtidos são comparados com aqueles dos principais trabalhos que abordam o tema.

6.3.1 Sistema de 33 barras

O sistema de 33 barras é apresentado em Baran e Wu (1989). Possui 32 barras de carga, uma barra de subestação e 37 circuitos. A tensão na subestação é 12,66 kV. As demandas totais de potência ativa e reativa (considerando o pico em cada barra) são, respectivamente, 3715 kW e 2300 kVAr. A tensão mínima no sistema antes da reconfiguração é 0,9131 pu.

Na Figura 30 ilustra-se o sistema de 33 barras, que possui cinco circuitos de ligação, sendo que os circuitos 33, 34, 35, 36 e 37 inicialmente encontram-se abertos e são ilustrados pelas linhas tracejadas. Os dados completos deste sistema são apresentados no Anexo E.

Figura 30 – Sistema de 33 barras



Fonte: Baran e Wu (1989).

Na Tabela 6 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves (AHCASC) e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de FC para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR) para cada metodologia.

Tabela 6 – Resultados das heurísticas para o sistema de 33 barras, demanda fixa

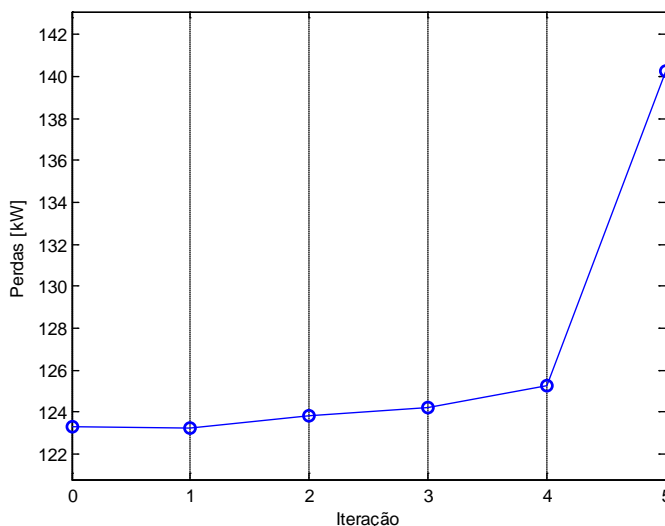
Configuração	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	33, 34, 35, 36, 37	202,6771	-	-
AHCASC	7, 10, 14, 32, 37	140,2790	5 FCRFM + 1 FCRR	<0,001
Prim	7, 10, 14, 28, 32	140,7058	1 FCRFM + 1 FCRR	<0,001

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos cinco fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e um para redes radiais, obtendo-se uma solução com perdas de 140,2790 kW, o que representa uma redução de 30,7870% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9378 pu. O algoritmo de Prim gera uma solução com perdas de 140,7058 kW, o que representa uma redução de 30,5764% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9413 pu, executando apenas um FC para sistemas fracamente malhados e um para sistemas radiais. A Figura 31

ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 33 barras. As perdas totais para a configuração com todas as chaves fechadas são de 123,2908 kW.

Figura 31 – Evolução do AHCASC para o sistema de 33 barras



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 7, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM apresentado no Anexo D.

Tabela 7 – Resultados para o sistema de 33 barras com demanda fixa

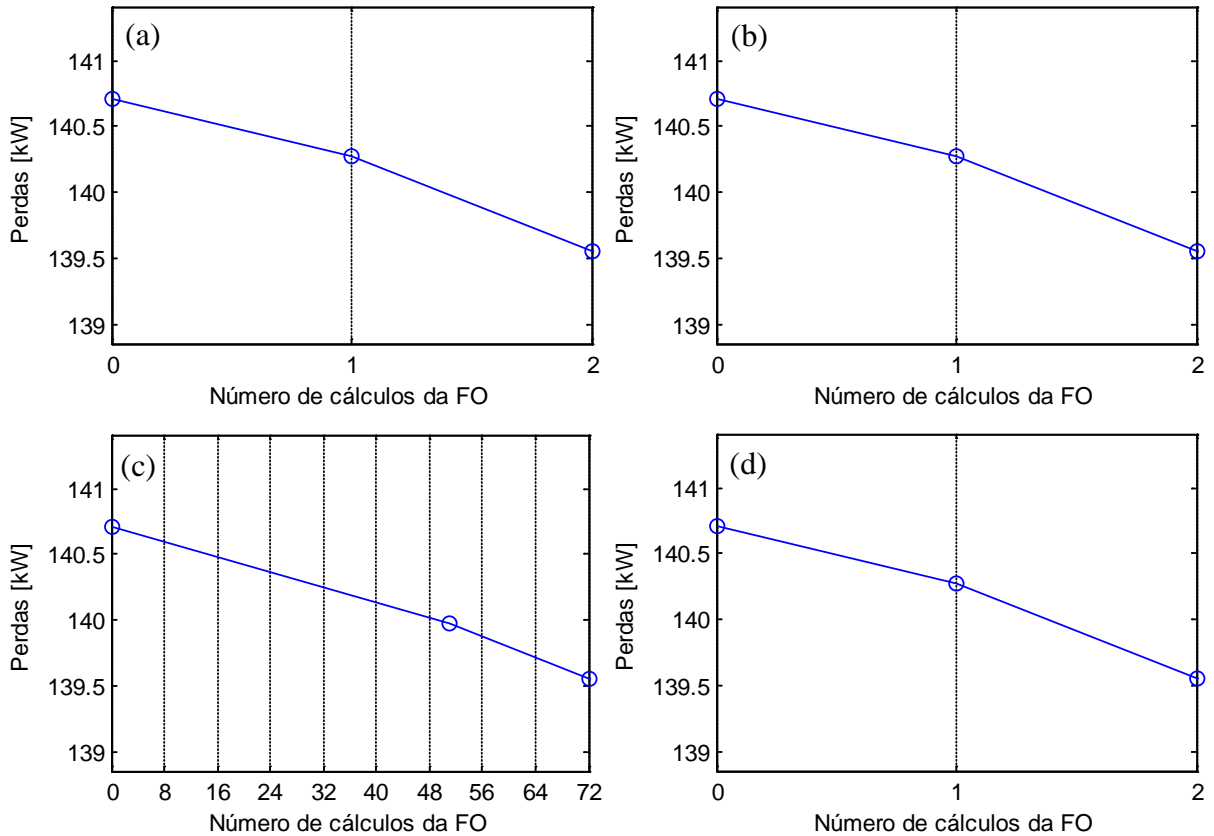
Método	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
BVNS	7, 9, 14, 32, 37	139,5513	5 (2)	<0,001
VND	7, 9, 14, 32, 37	139,5513	36 (2)	0,003
RVNS	7, 9, 14, 32, 37	139,5513	100 (72)	0,007
GVNS	7, 9, 14, 32, 37	139,5513	50 (2)	0,004
CPLEX	7, 9, 14, 32, 37	139,5513	-	0,970

Fonte: Elaboração do autor.

Todos os algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com perdas de 139,5513 kW, que representa uma melhoria de 31,1460% em relação às perdas da configuração inicial e 0,8205% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final é de 0,9378 pu. O resultado obtido pelo *solver* CPLEX para o modelo de PLIM foi o mesmo obtido pelas meta-heurísticas VNS, com função objetivo de 133,2591 kW. O resultado de um FC radial para o sistema mostra que o valor real das perdas é de 139,5513 kW. Na quarta coluna da Tabela 7 são mostrados, para cada algoritmo, os números de execuções de FC para redes radiais total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que

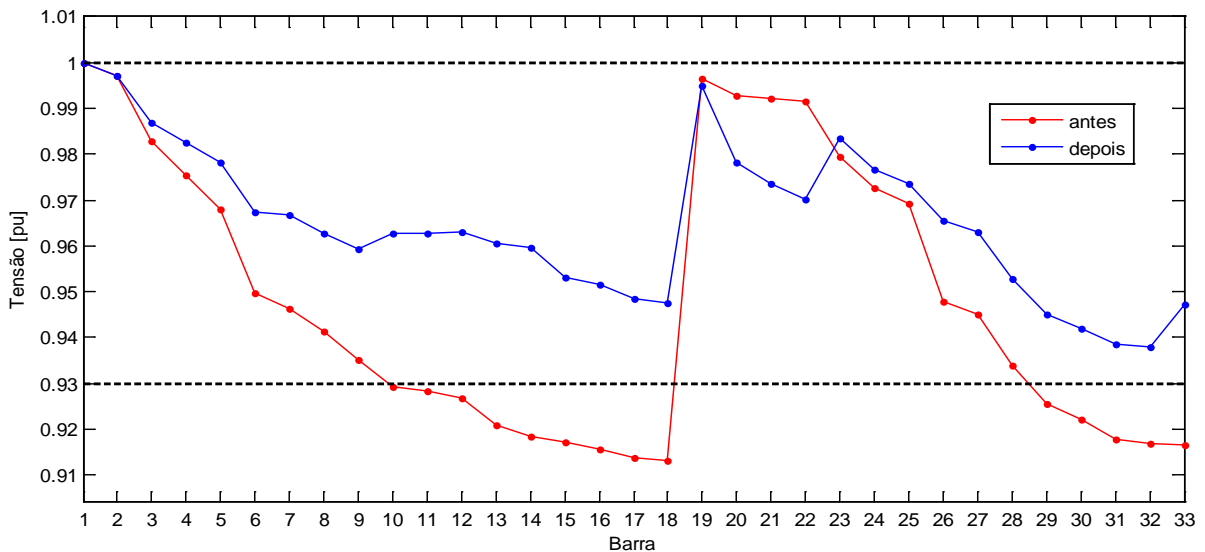
os algoritmos BVNS, VND e GVNS encontram a melhor solução conhecida do problema resolvendo apenas dois FC para redes radiais. A Figura 32 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema. Na Figura 33 mostram-se os perfis de tensão no sistema de 33 barras antes e depois da reconfiguração.

Figura 32 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 33 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 33 – Perfis de tensão no sistema de 33 barras antes e depois da reconfiguração



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 33 verifica-se que houve uma melhoria no perfil de tensão do sistema, que deixou de violar o limite mínimo de tensão.

6.3.2 Sistema de 84 barras

O sistema de 84 barras é apresentado em Chiou et al. (2005). Possui 83 barras de carga, uma barra de subestação e 96 circuitos. A tensão na subestação é 11,40 kV. As demandas totais de potência ativa e reativa (considerando o pico em cada barra) são, respectivamente, 28351 kW e 20700 kVAr. A tensão mínima no sistema antes da reconfiguração é 0,9285 pu.

Na Figura 34 ilustra-se o sistema de 84 barras, que possui 13 circuitos de ligação, sendo que os circuitos 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95 e 96 inicialmente encontram-se abertos e são ilustrados pelas linhas tracejadas.

Na Tabela 8 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o AHCASC e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de FCRFM e FCRR para cada metodologia.

Tabela 8 – Resultados das heurísticas para o sistema de 84 barras, demanda fixa

Configuração	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96	531,9975	-	-
AHCASC	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	471,7299	13 FCRFM + 1 FCRR	0,002
Prim	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	471,7299	1 FCRFM + 1 FCRR	<0,001

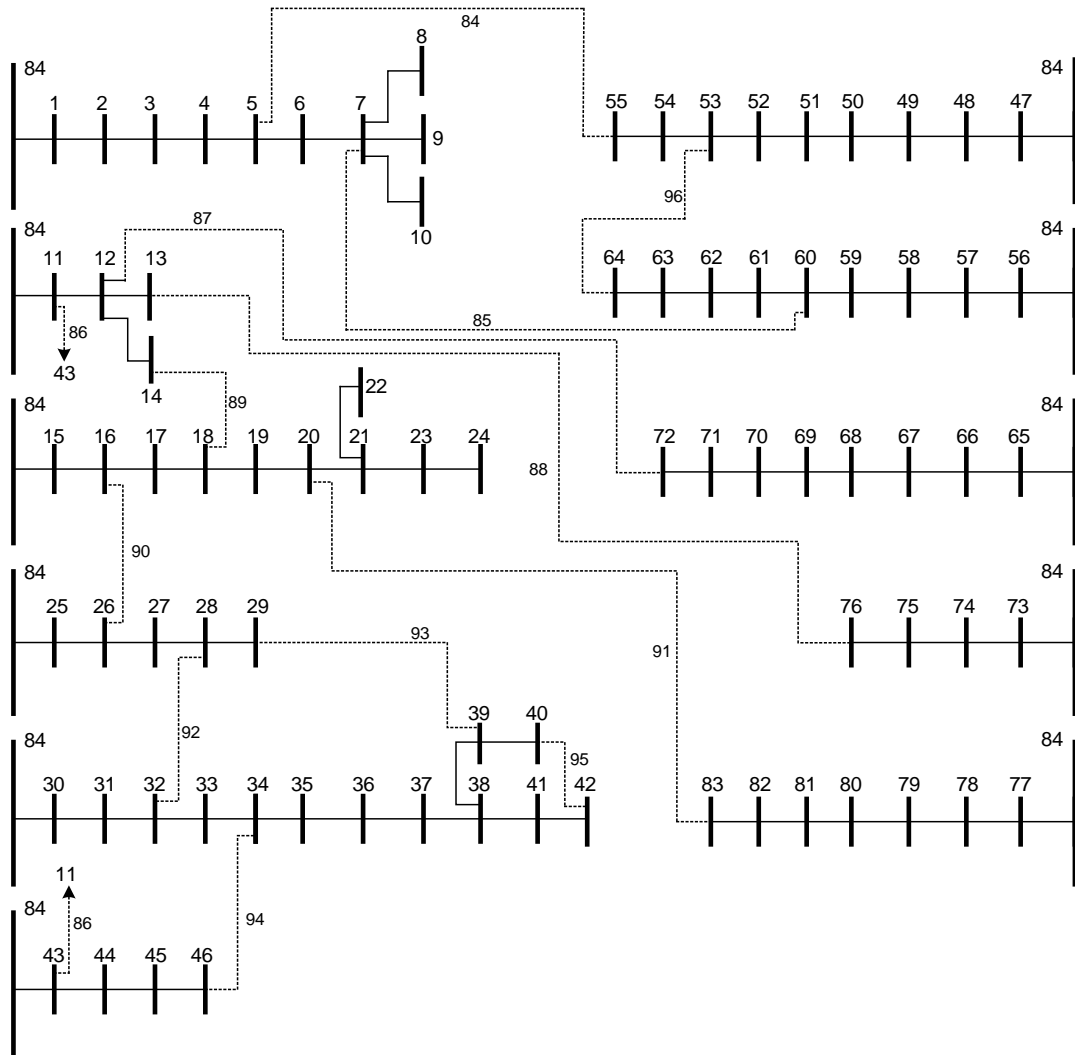
Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 13 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e um para redes radiais, obtendo-se uma solução com perdas de 471,7299 kW, o que representa uma redução de 11,3286% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9517 pu.

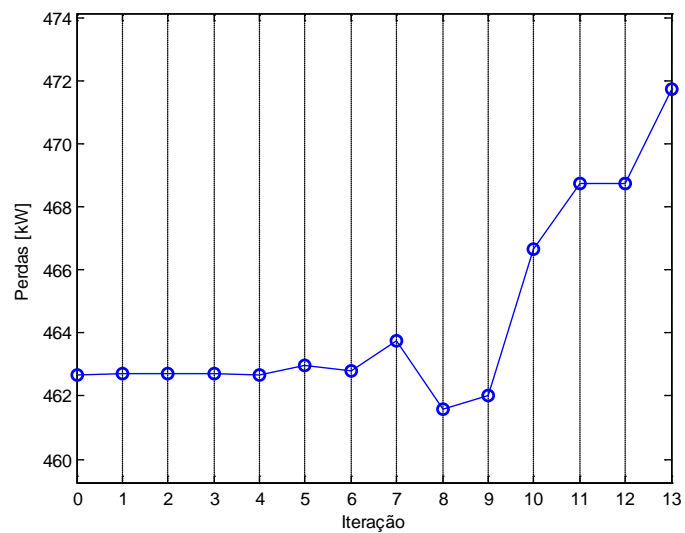
O algoritmo de Prim chega a mesma solução do algoritmo de abertura sequencial de chaves executando apenas um FC para sistemas fracamente malhados e um para sistemas radiais.

A Figura 35 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 84 barras. As perdas totais para a configuração com todas as chaves fechadas são de 462,6850 kW.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim, foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 9, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM.

Figura 34 – Sistema de 84 barras

Fonte: Chiou et al. (2005).

Figura 35 – Evolução do AHCASC para o sistema de 84 barras

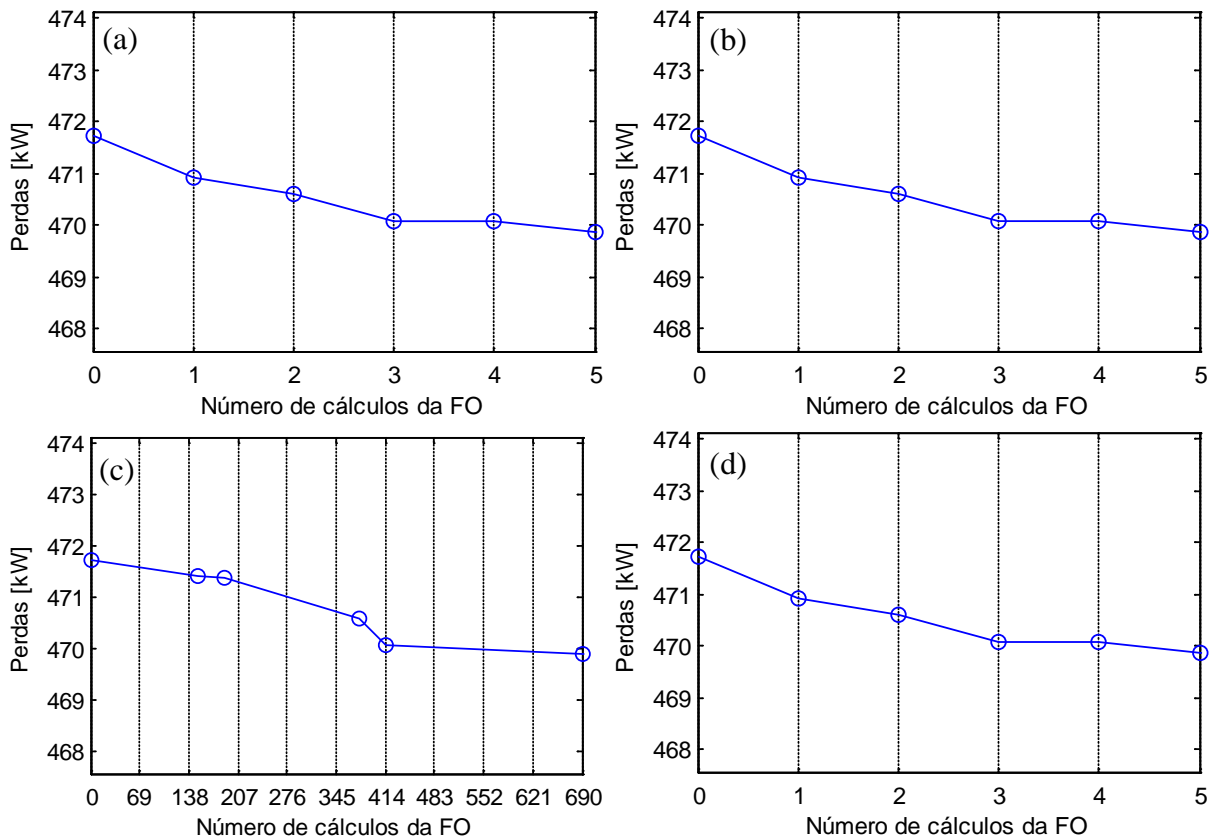
Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 9 – Resultados para o sistema de 84 barras com demanda fixa

Método	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
BVNS	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	469,8799	10 (5)	0,001
VND	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	469,8799	134 (5)	0,012
RVNS	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	469,8799	1000 (690)	0,097
GVNS	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	469,8799	50 (5)	0,006
CPLEX	7, 34, 39, 42, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92	470,3971	-	1,980

Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 36 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema e a Figura 37 exibe os perfis de tensão na rede antes e depois da reconfiguração.

Figura 36 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 84 barras

Fonte: Elaboração do autor.

Todos os algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com perdas de 469,8799 kW, que representa uma melhoria de 11,6763% em relação às perdas da configuração inicial e 0,3922% em relação a solução da heurística de Prim.

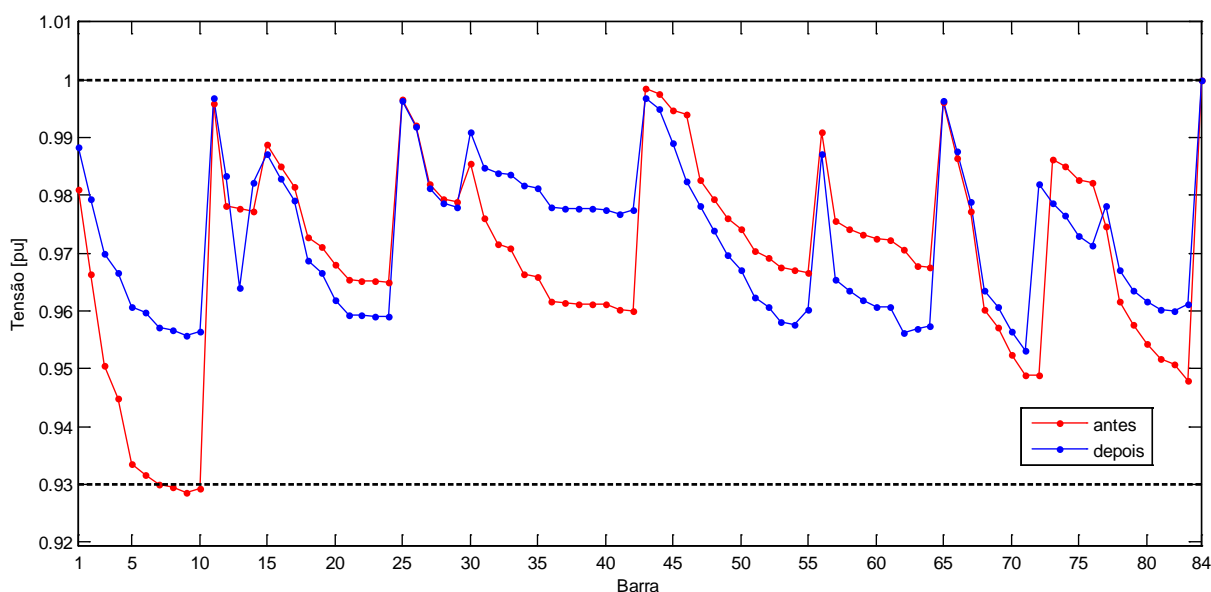
A tensão mínima no sistema para a solução final é de 0,9532 pu. O resultado obtido pelo CPLEX, para o modelo de PLIM, é próximo do encontrado pelas meta-heurísticas VNS, com

função objetivo de 452,7554 kW. O resultado de um FC radial para o sistema mostra que o valor real das perdas é de 470,3971 kW.

Na quarta coluna da Tabela 9 são mostrados, para cada algoritmo, os números de execuções de FC para redes radiais total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses).

Verifica-se que os algoritmos BVNS, VND e GVNS encontram a melhor solução conhecida do problema resolvendo apenas cinco FC para redes radiais.

Figura 37 – Perfis de tensão no sistema de 84 barras antes e depois da reconfiguração



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 37 verifica-se que houve uma melhoria no perfil de tensão do sistema, que deixou de violar o limite mínimo de tensão.

6.3.3 Sistema de 136 barras

O sistema de 136 barras é apresentado em Mantovani et al. (2000). Possui 135 barras de carga, duas barras de subestação e 156 circuitos. A tensão nas subestações é 13,80 kV. As demandas totais de potência ativa e reativa (considerando o pico em cada barra) são, respectivamente, 18313,8090 kW e 7932,5335 kVAr. A tensão mínima no sistema antes da reconfiguração é 0,9307 pu. No sistema de 136 barras, que possui 21 circuitos de ligação, os circuitos 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155 e 156 encontram-se inicialmente abertos.

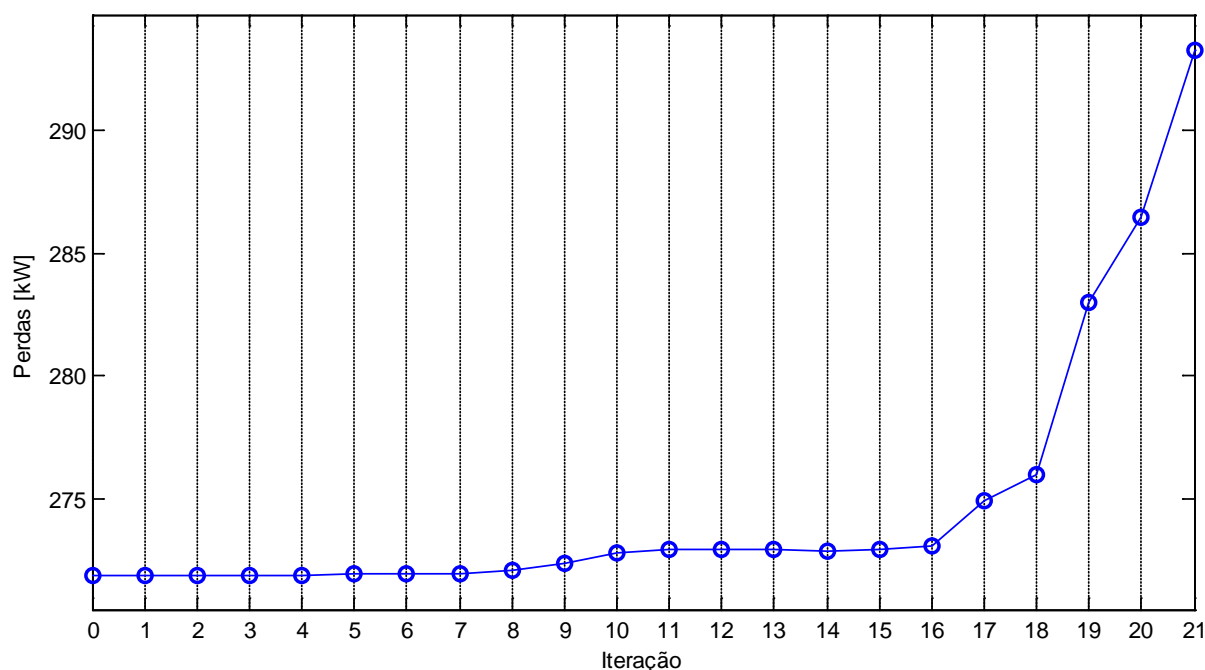
Na Tabela 10 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o AHCASC e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de FCRFM e FCRR para cada metodologia.

Tabela 10 – Resultados das heurísticas para o sistema de 136 barras, demanda fixa

Configuração	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156	320,3644	-	-
AHCASC	9, 35, 50, 51, 54, 90, 92, 96, 104, 106, 126, 135, 136, 138, 143, 144, 145, 146, 148, 150, 155	293,2879	21 FCRFM + 1 FCRR	0,004
Prim	9, 35, 50, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 126, 135, 136, 138, 143, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	292,9256	1 FCRFM + 1 FCRR	<0,001

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 21 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e um para redes radiais, obtendo-se uma solução com perdas de 293,2879 kW, o que representa uma redução de 8,4518% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9540 pu. O algoritmo de Prim gera uma solução com perdas de 292,9256 kW, o que representa uma redução de 8,5649% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9489 pu, executando apenas um FC para sistemas fracamente malhados e um para sistemas radiais. A Figura 38 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 136 barras. As perdas totais para a configuração com todas as chaves fechadas são de 271,8460 kW.

Figura 38 – Evolução do AHCASC para o sistema de 136 barras

Fonte: Elaboração do autor.

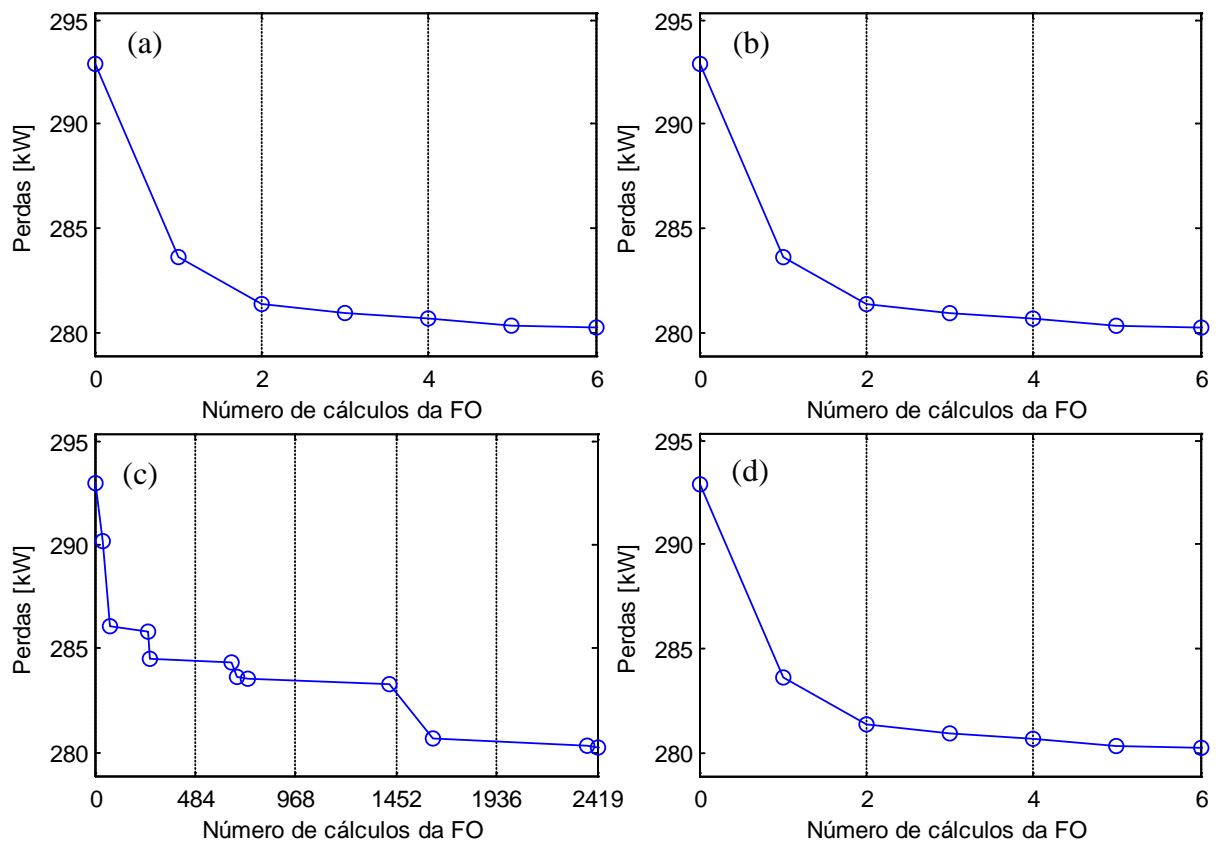
A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados para o sistema de 136 barras com demanda fixa

Método	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
BVNS	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	280,1930	10 (6)	0,003
VND	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	280,1930	289 (6)	0,089
RVNS	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	280,1930	2500 (2419)	0,784
GVNS	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	280,1930	50 (6)	0,012
CPLEX	7, 38, 51, 53, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 128, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 156	280,3367	-	32,400

Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 39 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema.

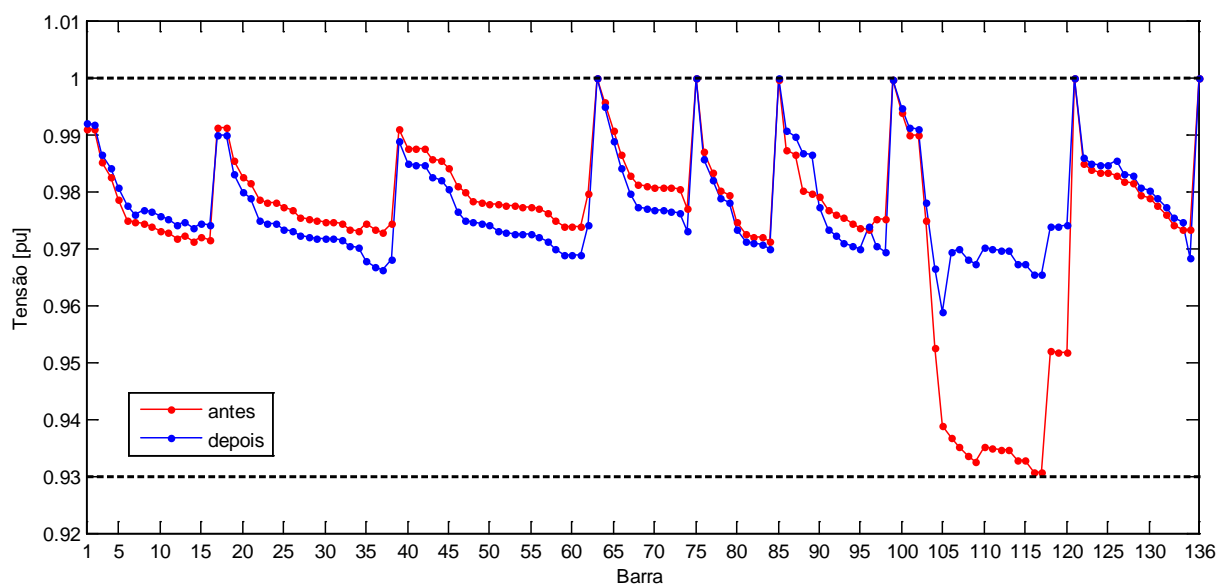
Figura 39 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 136 barras

Fonte: Elaboração do autor.

Todos os algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com perdas de 280,1930 kW, que representa uma melhoria de 12,5393% em relação às perdas da configuração inicial e 4,3467% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final é de 0,9589 pu. O resultado obtido pelo CPLEX para o modelo de PLIM é bem próximo

do obtido pelas meta-heurísticas VNS, com função objetivo de 272,8115 kW. O resultado de um FC radial para o sistema mostra que o valor real das perdas é de 280,3367 kW. Na quarta coluna da Tabela 11 são mostrados, para cada algoritmo, os números de execuções de FC para redes radiais total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que os algoritmos BVNS, VND e GVNS encontram a melhor solução conhecida do problema resolvendo apenas seis FC para redes radiais. Na Figura 40 mostram-se os perfis de tensão no sistema de 136 barras antes e depois da reconfiguração.

Figura 40 – Perfis de tensão no sistema de 136 barras antes e depois da reconfiguração



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 40 verifica-se que houve uma melhoria no perfil de tensão do sistema.

6.3.4 Sistema de 415 barras

O sistema de 415 barras é apresentado em Bernal-Agustin (1998). Possui 414 barras de carga, 3 barras de subestação e 473 circuitos. A tensão nas subestações é 10,00 kV. As demandas totais de potência ativa e reativa (considerando o pico em cada barra) são, respectivamente, 27372,40 kW e 13237,00 kVAr. A tensão mínima no sistema antes da reconfiguração é 0,9301 pu.

No sistema de 415 barras, que possui 59 circuitos de ligação, os circuitos 1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446 e 449 encontram-se inicialmente abertos. Na Tabela 12 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves (AHCASC) e com o

algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR) para cada metodologia.

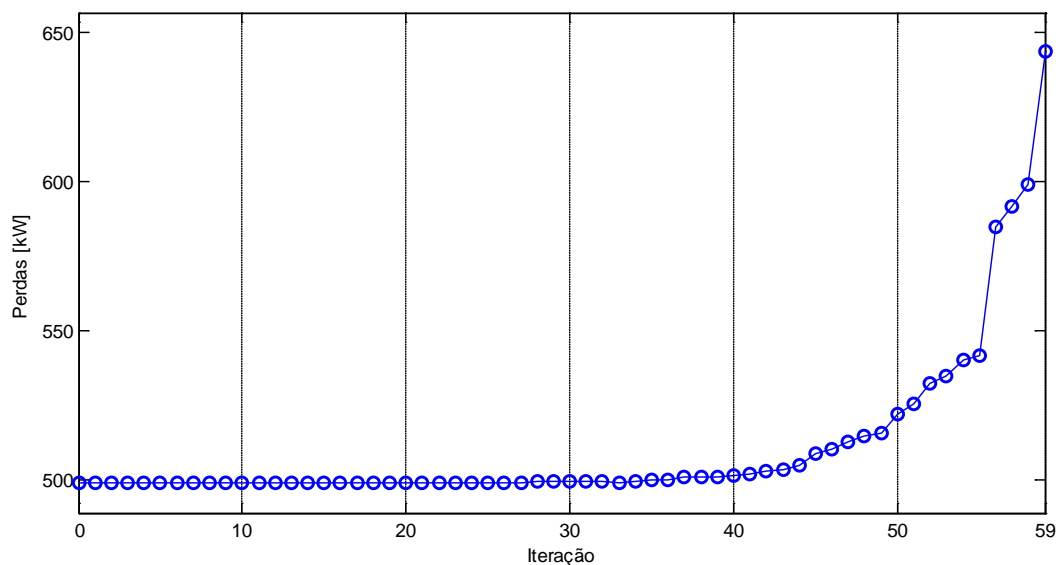
Tabela 12 – Resultados das heurísticas para o sistema de 415 barras, demanda fixa

Configuração	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446, 449	708,9417	-	-
AHCASC	2, 4, 5, 13, 15, 16, 21, 26, 29, 31, 50, 59, 60, 73, 75, 82, 96, 97, 98, 106, 111, 115, 136, 142, 154, 155, 156, 163, 168, 169, 179, 195, 201, 209, 214, 225, 230, 256, 282, 302, 314, 321, 325, 362, 385, 392, 395, 396, 403, 404, 423, 424, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	643,6288	59 FCRFM + 1 FCRR	0,132
Prim	1, 2, 5, 15, 16, 21, 26, 29, 31, 40, 50, 59, 75, 82, 94, 96, 97, 110, 111, 119, 136, 142, 154, 155, 156, 163, 168, 169, 179, 194, 201, 209, 211, 214, 229, 256, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 362, 372, 385, 392, 395, 396, 403, 404, 423, 424, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	662,5017	1 FCRFM + 1 FCRR	0,002

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 59 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e um para redes radiais, obtendo-se uma solução com perdas de 643,6288 kW, o que representa uma redução de 9,2127% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9311 pu. O algoritmo de Prim gera uma solução com perdas de 662,5017 kW, o que representa uma redução de 6,5506% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9374 pu, executando apenas um FC para sistemas fracamente malhados e um para sistemas radiais. A Figura 41 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 415 barras. As perdas totais para a configuração com todas as chaves fechadas são de 498,8140 kW.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 13, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM apresentado no Anexo D. Na quarta coluna da Tabela 13 são mostrados, para cada algoritmo, os números de execuções de FC para redes radiais total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses).

Figura 41 – Evolução do AHCASC para o sistema de 415 barras

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 13 – Resultados para o sistema de 415 barras com demanda fixa

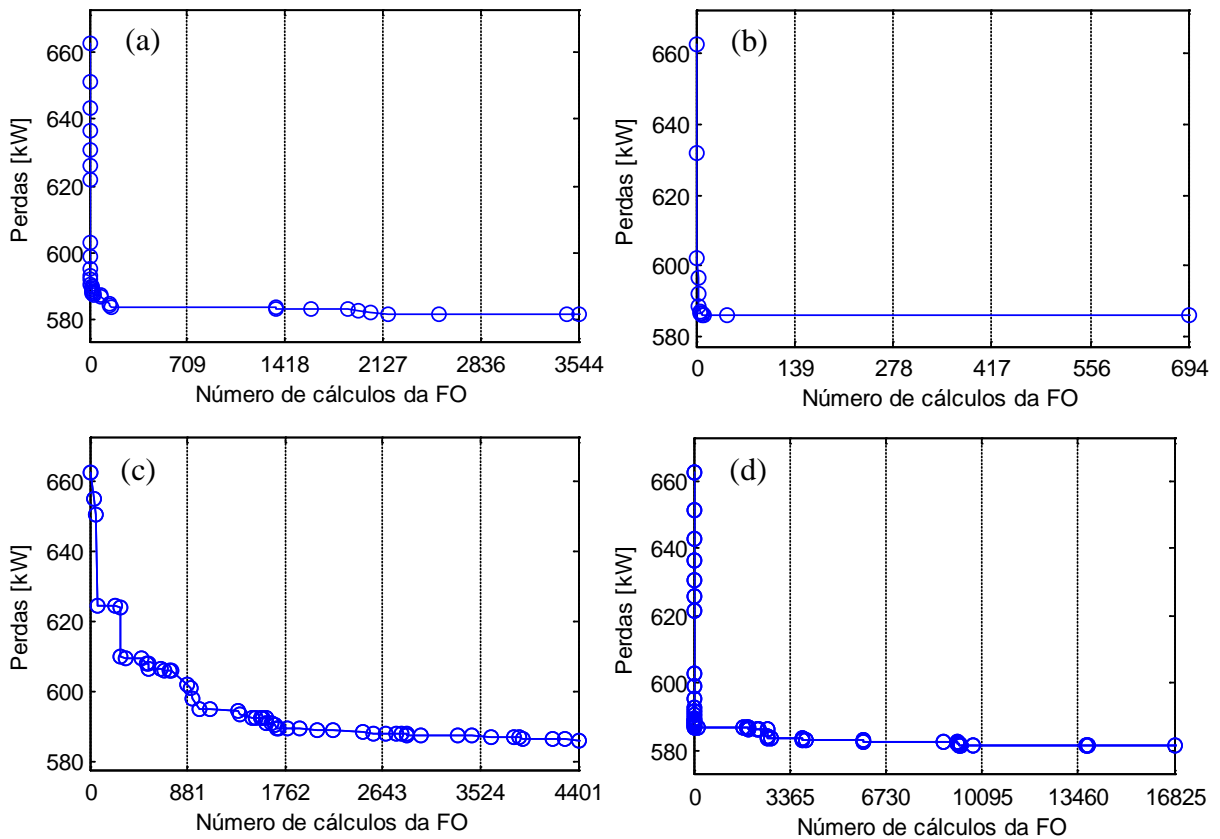
Método	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
BVNS	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 209, 214, 254, 256, 270, 294, 317, 322, 325, 354, 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	581,5494	5000 (3544)	30,172
VND	2, 4, 5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 33, 40, 50, 59, 73, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 150, 154, 155, 156, 163, 168, 169, 179, 194, 195, 209, 214, 230, 254, 256, 267, 270, 282, 314, 321, 354, 362, 385, 392, 395, 396, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 443, 446, 449, 466	586,1567	868 (694)	5,248
RVNS	1, 2, 13, 15, 16, 22, 31, 37, 50, 52, 59, 73, 86, 94, 96, 97, 111, 115, 126, 136, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 195, 209, 214, 230, 242, 256, 267, 282, 302, 310, 317, 325, 358, 362, 385, 389, 392, 395, 396, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 439, 446, 449, 466	586,0155	20000 (4401)	193,231
GVNS	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 209, 214, 254, 256, 270, 294, 317, 322, 325, 354, 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	581,5494	20000 (16825)	270,293
CPLEX	1, 2, 13, 15, 16, 30, 31, 40, 41, 50, 59, 73, 75, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 209, 214, 230, 254, 256, 270, 294, 314, 317, 325, 358, 362, 385, 389, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 439, 446, 449, 466	582,9837	-	918,800

Fonte: Elaboração do autor.

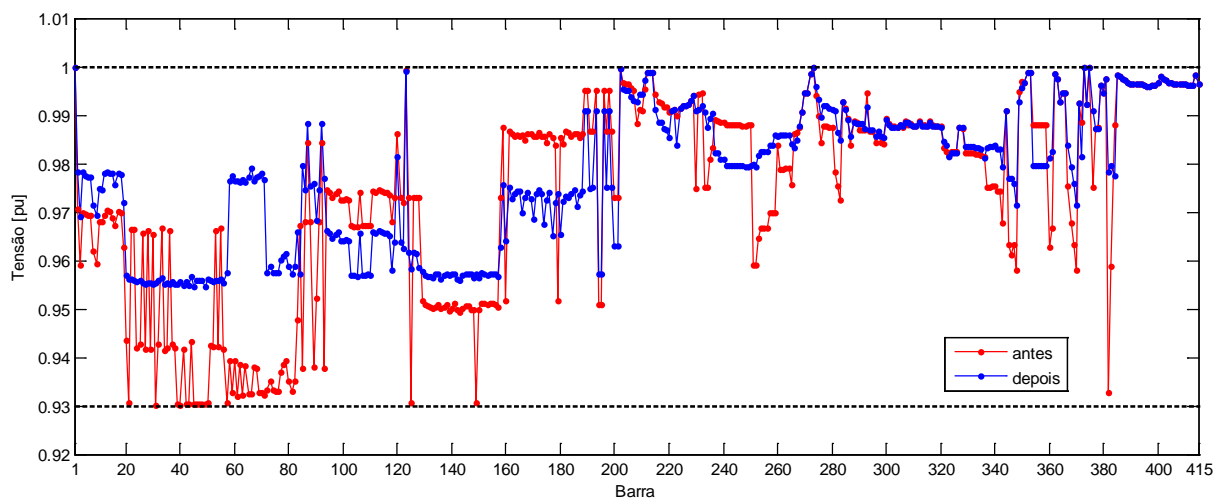
Os algoritmos BVNS e GVNS obtiveram os melhores resultados, com perdas de 581,5494 kW, que representa uma melhoria de 17,9694% em relação às perdas da configuração inicial e 12,2192% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final é de 0,9547 pu. Os algoritmos VND e RVNS obtiveram soluções com perdas de 586,1567 kW e 586,0155 kW, respectivamente, e tensões mínimas no sistema de 0,9498 pu e 0,9505 pu, respectivamente. O resultado obtido pelo *solver* CPLEX foi de pior qualidade, com função objetivo de 573,2967 kW. O resultado de um FC radial para o sistema mostra que o valor real das perdas é de 582,9837 kW. Verifica-se que os algoritmos BVNS e GVNS encontram uma solução melhor que a solução conhecida para o sistema, como será discutido na seção seguinte. No caso do algoritmo BVNS são executados 3544 FC para redes radiais até a melhor solução ser encontrada. No algoritmo GVNS, o número de execuções de FC para redes radiais até a obtenção da melhor solução é 16825.

A Figura 42 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema. Na Figura 43 mostram-se os perfis de tensão no sistema de 415 barras antes e depois da reconfiguração.

Figura 42 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 415 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 43 – Perfis de tensão no sistema de 415 barras antes e depois da reconfiguração

Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 43 verifica-se que houve uma melhoria no perfil de tensão do sistema.

6.3.5 Sistema de 10477 barras

O sistema de 10477 barras é resolvido em Ababei e Kavasseri (2011) e está disponível em REDS (2014). Possui 10476 barras de carga, 84 alimentadores e 10736 circuitos. A tensão na subestação é 130,80 kV. As demandas totais de potência ativa e reativa (considerando o pico em cada barra) são, respectivamente, 1490718,5830 kW e 886738,6800 kVAr. A tensão mínima no sistema antes da reconfiguração é 0,9550 pu. Deve-se notar que este é um sistema hipotético, para testes acadêmicos, obtido replicando-se os sistemas de 136 barras de Mantovani et al. (2000) e 202 barras de Guimarães (2005).

O sistema de 10477 barras possui 260 circuitos de ligação, sendo que os circuitos numerados de 10476 até 10735 inicialmente encontram-se abertos. Note que para este sistema, diferentemente dos anteriores em que a numeração dos ramos inicia-se em um, os ramos estão numerados iniciando-se em zero. Na Tabela 14 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves (AHCASC) e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de FC para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR) para cada metodologia. Os resultados completos são mostrados no Anexo F.

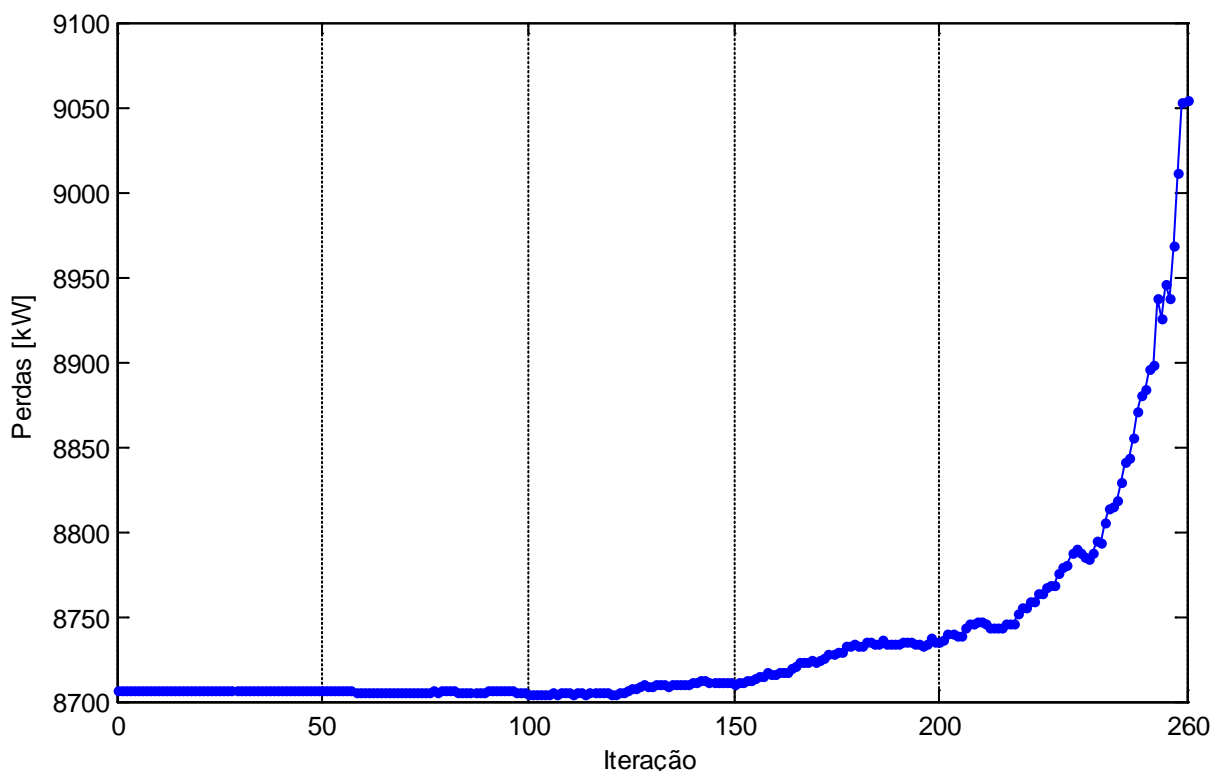
Tabela 14 – Resultados das heurísticas para o sistema de 10477 barras, demanda fixa

Configuração	Perdas [kW]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	17373,8860	-	-
AHCASC	9054,3945	260 FCRFM + 1 FCRR	513,584
Prim	9181,2461	1 FCRFM + 1 FCRR	2,664

Fonte: Elaboração do autor.

No AHCASC foram resolvidos 260 FCRFM e um FCRR, obtendo-se uma solução com perdas de 9054,3945 kW, o que representa uma redução de 47,8850% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9585 pu. O algoritmo de Prim gera uma solução com perdas de 9181,2461 kW, o que representa uma redução de 47,1549% em relação as perdas da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9585 pu, executando apenas um FCRFM e um FCRR. A Figura 44 ilustra a evolução do AHCASC para o sistema de 10477 barras. As perdas para a configuração com todas as chaves fechadas são de 8706,6898 kW.

Figura 44 – Evolução do AHCASC para o sistema de 10477 barras



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 15. Os resultados completos são mostrados no Anexo F.

Tabela 15 – Resultados para o sistema de 10477 barras com demanda fixa

Método	Perdas [kW]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
BVNS	8888,5172	1000 (898)	1975,547
VND	8889,5190	463 (393)	983,127
RVNS	9134,3189	1000 (925)	1838,496
GVNS	8889,2495	1000 (917)	1856,301
CPLEX	-	-	-

Fonte: Elaboração do autor.

O algoritmo BVNS obteve a melhor solução para o problema, com perdas de 8888,5172 kW, que representa uma melhoria de 48,8398% em relação às perdas da configuração inicial e 3,1883% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final é de 0,9585 pu.

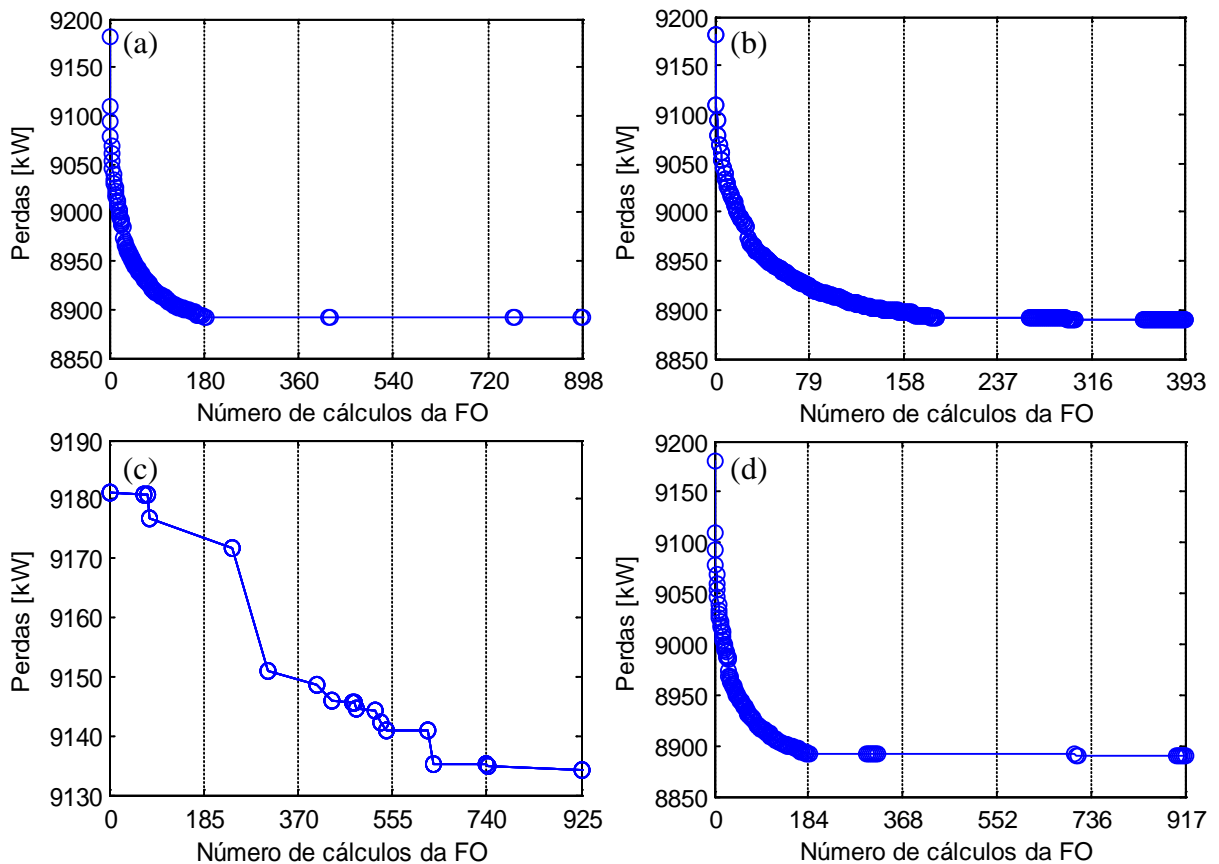
O *solver* CPLEX não foi capaz de encontrar uma solução para o modelo de PLIM considerando este sistema.

Na terceira coluna da Tabela 15 são mostrados, para cada algoritmo, os números de execuções de FC para redes radiais total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que o algoritmo BVNS, encontra a melhor solução conhecida do problema resolvendo 898 FC para redes radiais.

A Figura 45 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema.

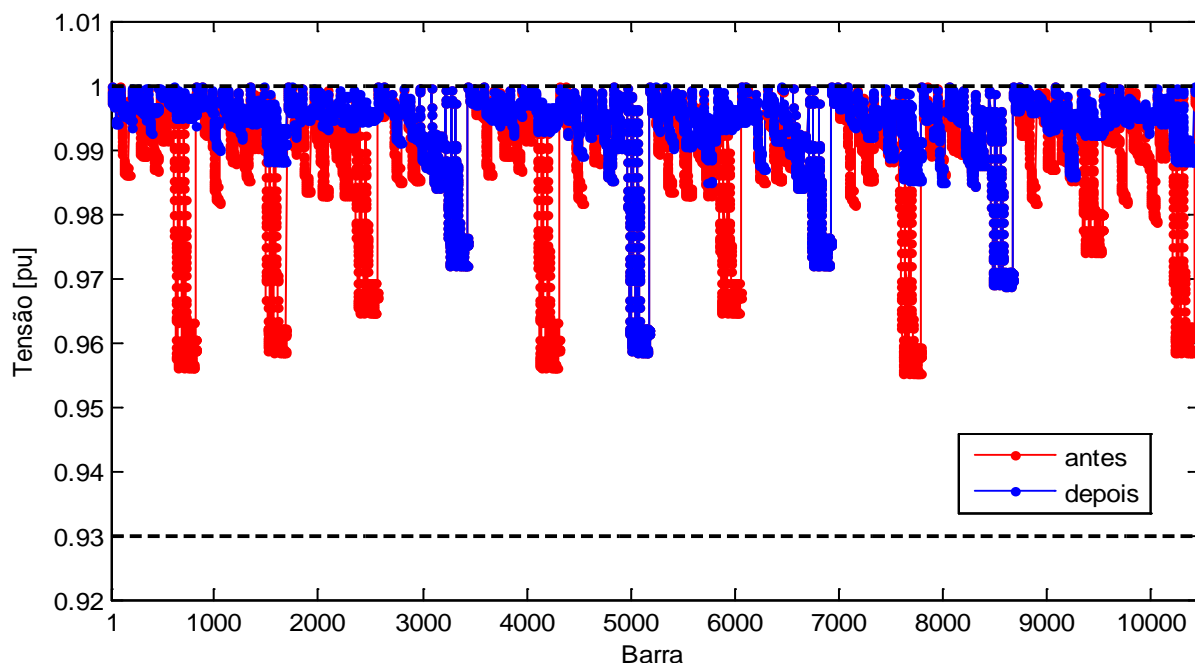
Na Figura 46 mostram-se os perfis de tensão no sistema de 10477 barras antes e depois da reconfiguração.

Figura 45 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 10477 barras



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 46 verifica-se que houve uma melhoria no perfil de tensão do sistema.

Figura 46 – Perfis de tensão no sistema de 10477 barras antes e depois da reconfiguração

Fonte: Elaboração do autor.

6.4 COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS PARA UM NÍVEL DE DEMANDA

Os resultados obtidos com o algoritmo BVNS, que foi a meta-heurística que apresentou o melhor desempenho para o problema de RSDEE com apenas um nível de demanda, são comparados com os melhores resultados disponíveis na literatura especializada, para cada sistema.

Para os sistemas de 33, 84 e 136 barras, os resultados obtidos foram os mesmos que os melhores apresentados em (FRANCO et al., 2012; RAJU; BIJWE, 2008; GOMES et al., 2006; CARREÑO et al., 2008).

A Tabela 16 mostra o número de problemas de FC resolvidos em cada caso. Os valores entre parênteses indicam o número de execuções do algoritmo de FC para redes radiais no algoritmo BVNS até que a melhor solução fosse encontrada. Note que a solução inicial é obtida pelo algoritmo de Prim, onde é resolvido um FC para redes fracamente malhadas (FCRFM) e um fluxo de carga para redes radiais, e por isto estes valores também estão indicados na tabela.

Tabela 16 – Comparação dos resultados quanto ao número de FC executados

Sistema	{Prim} + BVNS	(FRANCO et al., 2012)	(RAJU; BIJWE, 2008)	(GOMES et al., 2006)	(CARREÑO et al., 2008)
33 barras	{1 FCRFM + 1} + 5 (2)	10 (4)	11	135	-
84 barras	{1 FCRFM + 1} + 10 (5)	26 (11)	24	670	1500
136 barras	{1 FCRFM + 1} + 10 (6)	42 (29)	-	-	600

Fonte: Elaboração do autor.

A partir dos valores apresentados na Tabela 16 conclui-se que o desempenho do algoritmo BVNS é excelente, encontrando as melhores soluções conhecidas em poucas iterações.

A Tabela 17 mostra uma comparação, em termos do número de execuções de FC, entre os algoritmos BVNS e VND propostos neste trabalho e os propostos por Zvietcovich (2006).

Tabela 17 – Comparação dos resultados com os algoritmos VNS de Zvietcovich (2006) quanto ao número de FC executados

Sistema	{Prim} + BVNS	BVNS (ZVIETCOVICH, 2006)	{Prim} + VND	VND (ZVIETCOVICH, 2006)
33 barras	{1 FCRFM + 1} + 5 (2)	32	{1 FCRFM + 1} + 36 (2)	32
136 barras	{1 FCRFM + 1} + 10 (6)	1532	{1 FCRFM + 1} + 289 (6)	2833

Fonte: Elaboração do autor.

Nota-se que os algoritmos propostos apresentam, em geral, um número menor de cálculos de FC, exceto o algoritmo VND. Entretanto, o algoritmo VND proposto encontra a solução do sistema de 33 barras executando apenas quatro FC, sendo um para redes fracamente malhadas. Na Tabela 18 é feita a comparação do resultado obtido para o sistema de 415 barras.

Tabela 18 – Comparação dos resultados para o sistema de 415 barras

Método	Circuitos abertos	Perdas [kW]	# de iterações	Tempo [s]
(SOUZA, 2013)	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 214, 221 , 254, 256, 266 , 282 , 317, 322, 325, 358 , 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	581,5625	82450 problemas de PNL	104687,9
Prim + BVNS	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 209 , 214, 254, 256, 270 , 294 , 317, 322, 325, 354 , 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	581,5494	{1 FCRFM + 1} + 5000 (3544)	30,174

Fonte: Elaboração do autor.

O trabalho utilizado para comparação de resultados do sistema de 415 barras é o de Souza (2013), que utiliza um GRASP para resolver o problema de RSDEE. A metodologia proposta por Souza (2013) realiza 200 iterações do GRASP, e resolve 57847 problemas de PNL na fase construtiva e 24603 problemas de PNL na fase de melhoria local. A solução obtida é mostrada na Tabela 18, e apresenta perdas de 581,5625 kW. A solução obtida com o algoritmo BVNS é de melhor qualidade, com perdas de 581,5494 kW e é a melhor encontrada até o momento para este sistema.

Quanto ao sistema de 10477 barras, a metodologia proposta por Ababei e Kavasseri (2011) fornece uma redução de 47,44% das perdas. O algoritmo BVNS proposto encontra uma solução com 48,8398% de redução das perdas, sendo também a melhor solução encontrada até o momento para este sistema. Deve-se notar também que o valor das perdas da solução encontrada pelo algoritmo BVNS, de 8888,5172 kW, é muito próximo do valor das perdas da configuração com todas as chaves as fechadas, que é de 8706,6898 kW, que pode ser considerado um limitante inferior.

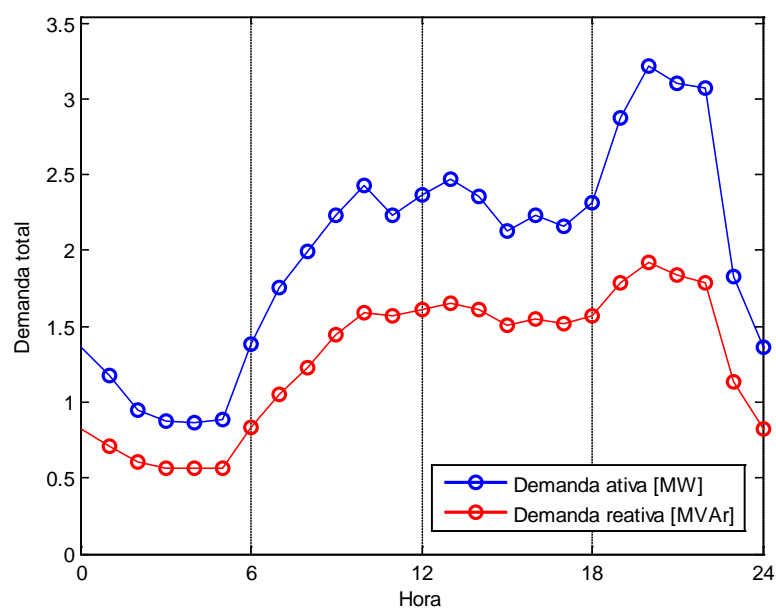
6.5 RESULTADOS CONSIDERANDO DEMANDA VARIÁVEL

Nesta seção são apresentados os resultados para o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda. Os sistemas testados são os mesmos que os considerados nos testes com demanda fixa. Os dados completos dos sistemas testados são mostrados no Anexo E.

6.5.1 Sistema de 33 barras

O sistema de 33 barras, que foi anteriormente considerado no problema de RSDEE com demanda fixa, é resolvido nesta subseção considerando demanda variável. Os parâmetros da rede são os mesmos do caso com apenas um nível de demanda. Os testes aqui consideram 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. A configuração inicial também é a mesma da situação com demanda fixa, para a qual, neste caso, a tensão mínima em uma barra do sistema, no período considerado, é 0,9269 pu. A Figura 47 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de 33 barras.

Figura 47 – Demandas totais do sistema de 33 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 19 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o AHCASC e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR), para cada metodologia. O custo diário das perdas de energia para a configuração com todas as chaves fechadas é de 113,8576 USD.

Tabela 19 – Resultados das heurísticas para o sistema de 33 barras, demanda variável

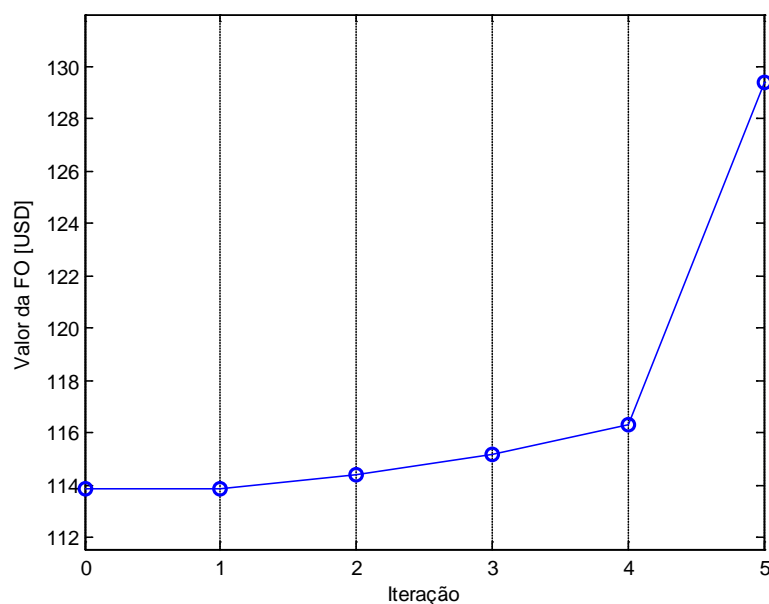
Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	33, 34, 35, 36, 37	187,8611	-	-
AHCASC	7, 10, 14, 28, 32	129,3848	120 FCRFM + 24 FCRR	0,006
Prim	7, 10, 14, 28, 32	129,3848	24 FCRFM + 24 FCRR	<0,001

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 120 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e 24 para redes radiais, obtendo-se uma solução com custo diário das perdas de energia de 129,3848 USD, o que representa uma redução de 31,1274% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9493 pu, no período de análise.

O algoritmo de Prim gera uma solução com custo diário das perdas de energia de 129,3848 USD, o que representa uma redução de 31,1274% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9493 pu, executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 para sistemas radiais. A Figura 48 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 33 barras.

Figura 48 – Evolução do AHCASC para o sistema de 33 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 20, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM apresentado no Anexo D.

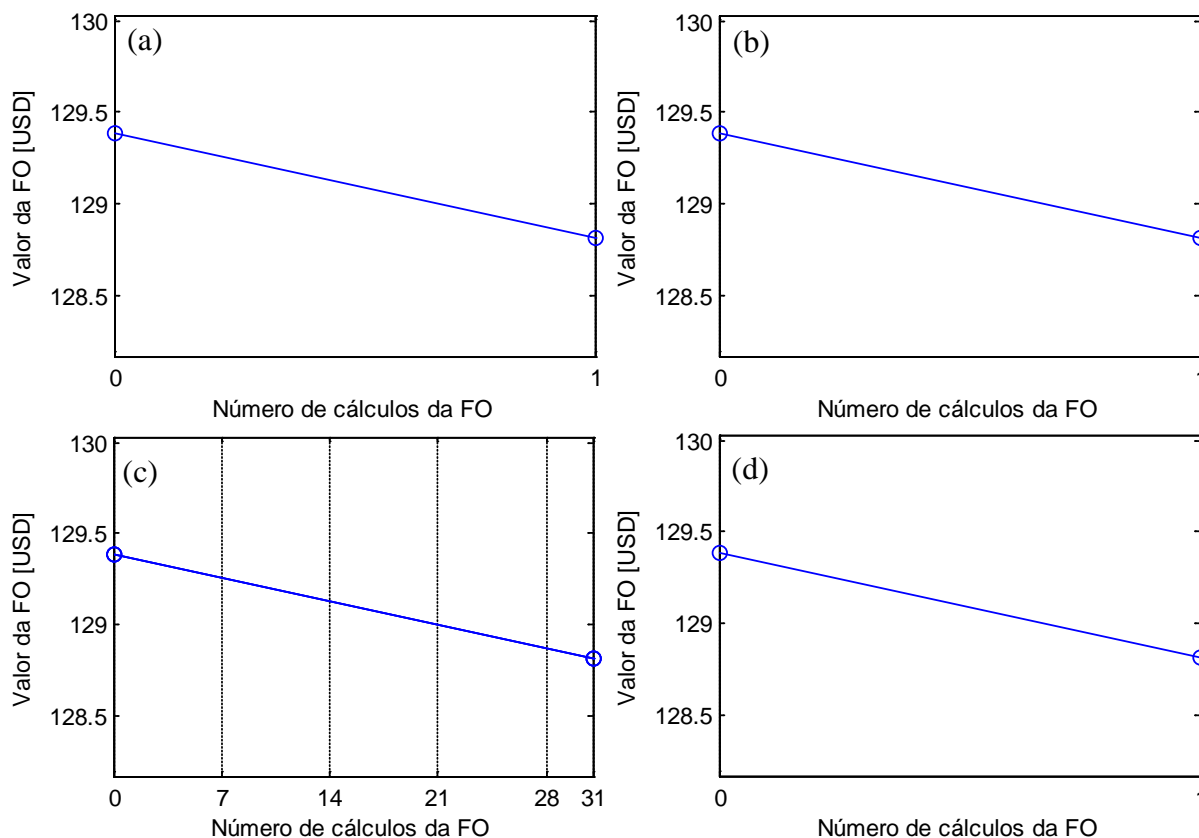
Tabela 20 – Resultados para o sistema de 33 barras com demanda variável

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
Solução para 1 nível de demanda	7, 9, 14, 32, 37	134,3002	-	-
BVNS	7, 9, 14, 28, 32	128,8114	5 (1)	0,007
VND	7, 9, 14, 28, 32	128,8114	36 (1)	0,043
RVNS	7, 9, 14, 28, 32	128,8114	100 (31)	0,092
GVNS	7, 9, 14, 28, 32	128,8114	50 (1)	0,051
CPLEX	7, 9, 14, 28, 32	128,8114	-	120,220

Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 49 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema.

Figura 49 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 33 barras com demanda variável

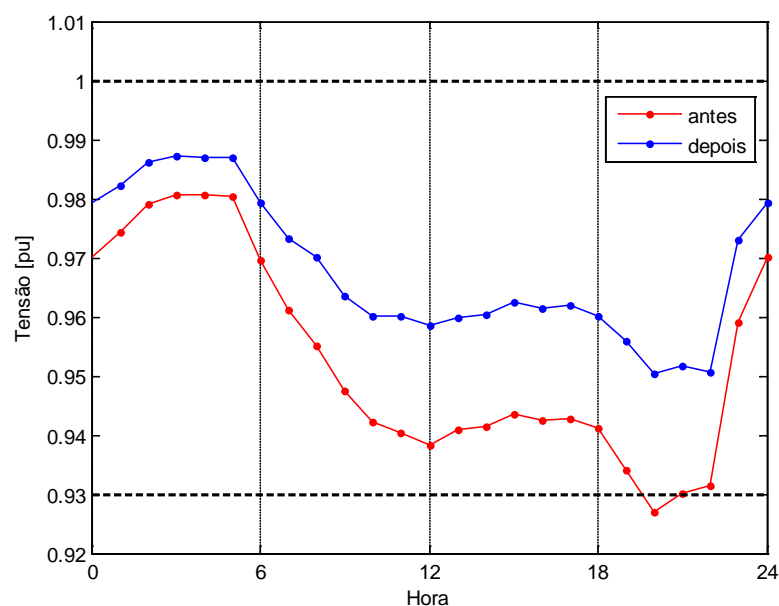


Fonte: Elaboração do autor.

Todos os algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com custo diário das perdas de energia de 128,8114 USD, que representa uma melhoria de 31,4326% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 0,4432% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9504 pu. O resultado obtido pelo *solver* CPLEX foi o mesmo que o obtido pelas meta-heurísticas VNS, com função objetivo de 127,4966 USD, sendo que o custo diário real das perdas de energia é de 128,8114 USD.

Na quarta coluna da Tabela 20 são mostrados, para cada algoritmo, os números de cálculos da função objetivo total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que os algoritmos BVNS, VND e GVNS encontram a melhor solução conhecida do problema após calcularem uma vez a função objetivo (o que corresponde a 24 cálculos de FC para redes radiais). Na Figura 50 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de 33 barras antes e depois da reconfiguração. A partir da Figura 50 verifica-se que houve uma melhoria no perfil da tensão mínima no sistema.

Figura 50 – Perfis da tensão mínima no sistema de 33 barras com demanda variável



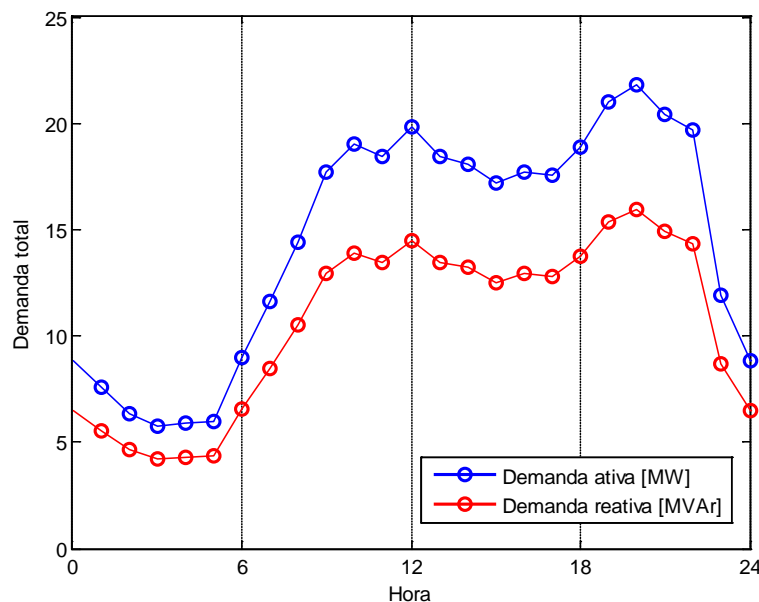
Fonte: Elaboração do autor.

6.5.2 Sistema de 84 barras

O sistema de 84 barras, que foi anteriormente considerado no problema de RSDEE com demanda fixa, é resolvido nesta subseção considerando demanda variável. Os parâmetros da rede são os mesmos do caso com apenas um nível de demanda. Os testes aqui consideram 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. A configuração inicial também é a mesma

da situação com demanda fixa, para a qual, neste caso, a tensão mínima em uma barra do sistema, no período considerado, é 0,9479 pu. A Figura 51 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de 84 barras.

Figura 51 – Demandas totais do sistema de 84 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 21 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves (AHCASC) e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR), para cada metodologia. O custo diário das perdas de energia para a configuração com todas as chaves fechadas é de 396,2154 USD.

Tabela 21 – Resultados das heurísticas para o sistema de 84 barras, demanda variável

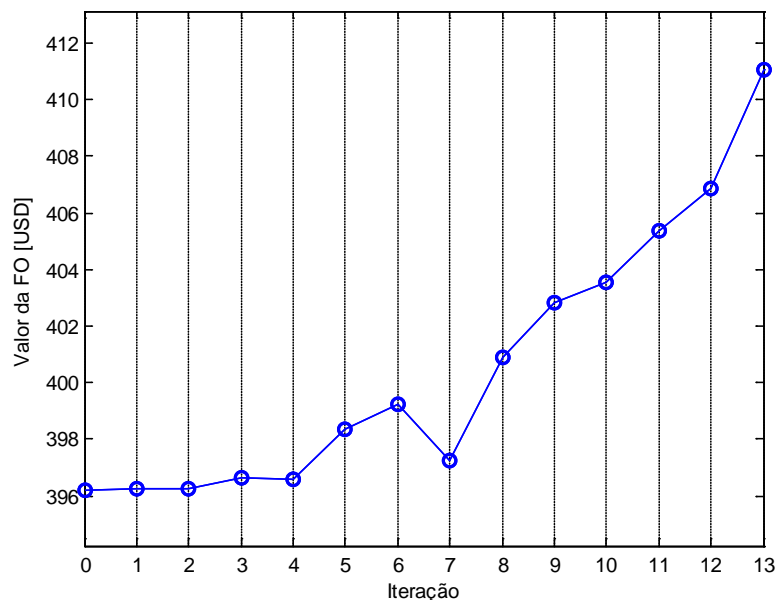
Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96	456,4134	-	-
AHCASC	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	411,0806	312 FCRFM + 24 FCRR	0,032
Prim	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	411,0806	24 FCRFM + 24 FCRR	0,001

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 312 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e 24 para redes radiais, obtendo-se uma solução com custo diário das perdas de energia de 411,0806 USD, o que representa uma redução de

9,9324% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9560 pu, no período de análise. O algoritmo de Prim obtém a mesma solução do AHCASC, executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 FC para sistemas radiais. A Figura 52 ilustra a evolução do AHCASC para o sistema de 84 barras.

Figura 52 – Evolução do AHCASC para o sistema de 84 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados são mostrados na Tabela 22, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM.

Tabela 22 – Resultados para o sistema de 84 barras com demanda variável

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
Solução para 1 nível de demanda	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	417,2933	-	-
BVNS	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,5307	10 (3)	0,016
VND	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,5307	134 (3)	0,213
RVNS	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,5307	1000 (829)	1,432
GVNS	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,5307	50 (3)	0,087
CPLEX	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,5307	-	1857,170

Fonte: Elaboração do autor.

Todos algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com custo diário das perdas de energia de 410,5307 USD, que representa uma melhoria de 10,0529% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 0,1338% em relação a solução da heurística

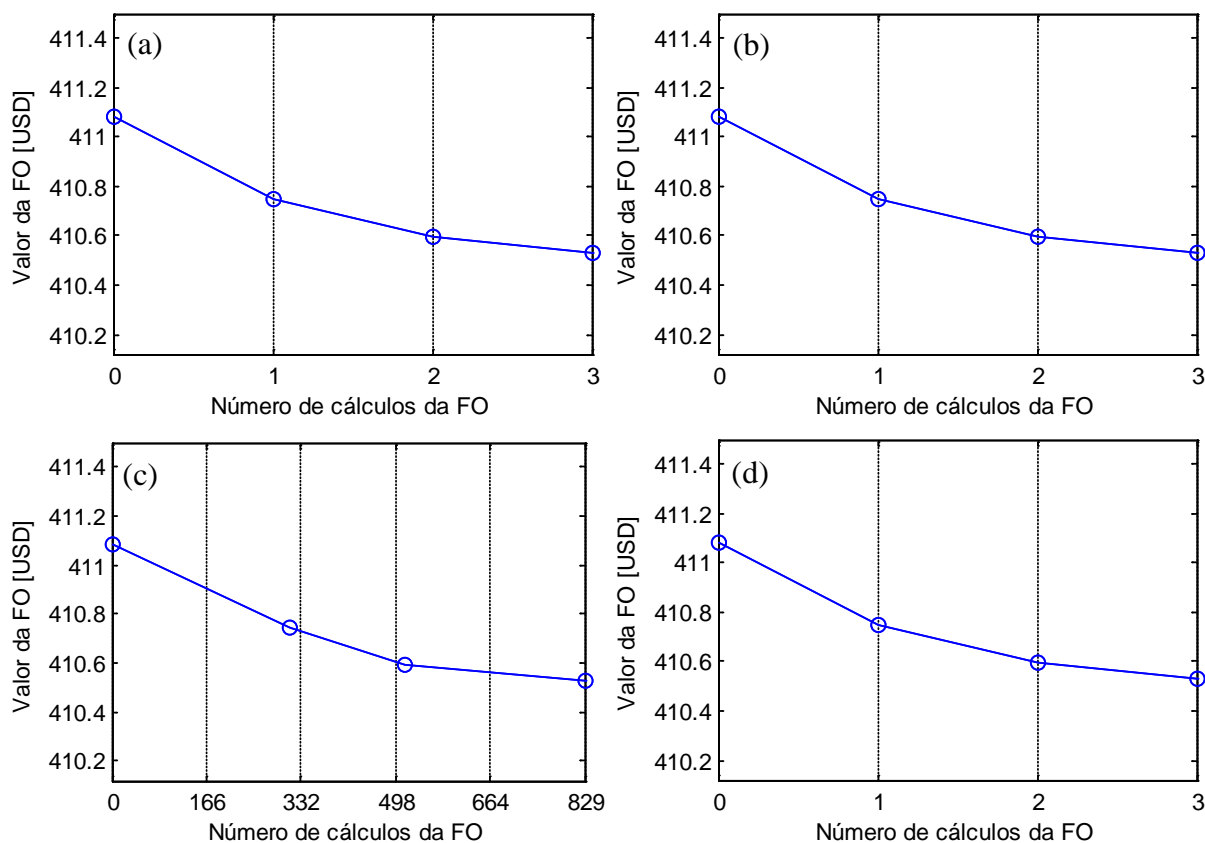
de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9560 pu.

O resultado obtido pelo *solver* CPLEX para o modelo de PLIM foi o mesmo que o encontrado pelas meta-heurísticas VNS, com função objetivo de 400,8470 USD, sendo que o custo diário real das perdas de energia é de 410,5307 USD.

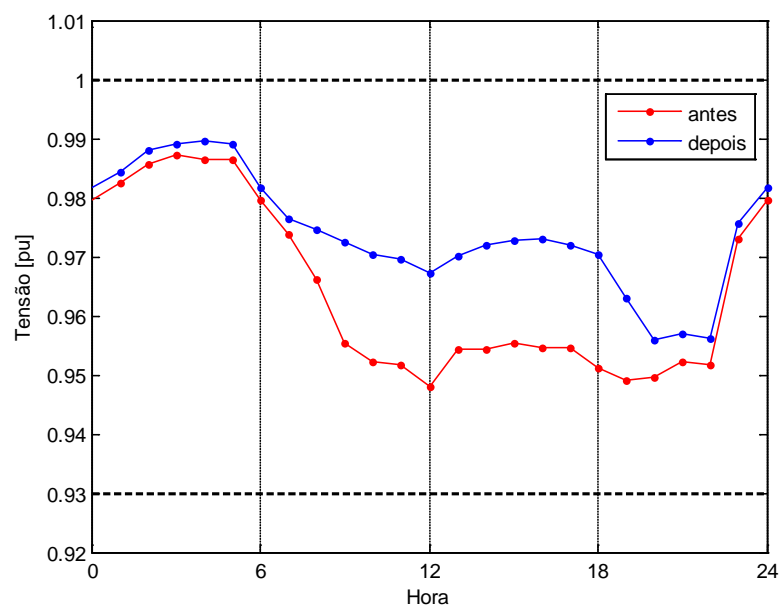
Na quarta coluna da Tabela 22 são mostrados, para cada algoritmo, os números de cálculos da função objetivo total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que os algoritmos BVNS, VND e GVNS encontram a melhor solução conhecida do problema após calcularem três vezes a função objetivo (o que corresponde a 72 cálculos de FC para redes radiais).

A Figura 53 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema e na Figura 54 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de 84 barras antes e depois da reconfiguração. A partir da Figura 54 verifica-se que houve uma melhoria no perfil da tensão mínima no sistema.

Figura 53 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 84 barras com demanda variável



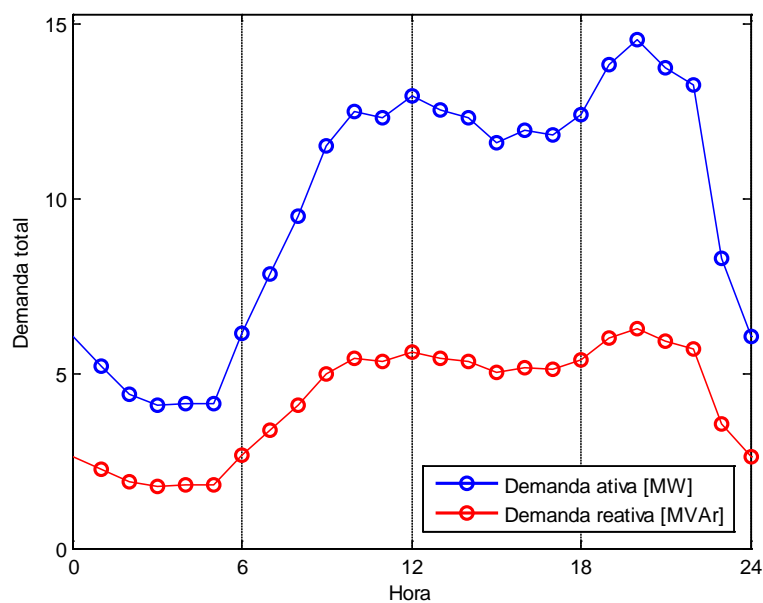
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 54 – Perfis da tensão mínima no sistema de 84 barras com demanda variável

Fonte: Elaboração do autor.

6.5.3 Sistema de 136 barras

O sistema de 136 barras é resolvido nesta subseção considerando demanda variável. Os parâmetros da rede são os mesmos do caso com apenas um nível de demanda. Os testes aqui consideram 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. A configuração inicial também é a mesma da situação com demanda fixa, para a qual, neste caso, a tensão mínima em uma barra do sistema, no período considerado, é 0,9426 pu. A Figura 55 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de 136 barras.

Figura 55 – Demandas totais do sistema de 136 barras

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 23 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o AHCASC e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. O custo diário das perdas de energia para a configuração com todas as chaves fechadas é de 248,0521 USD.

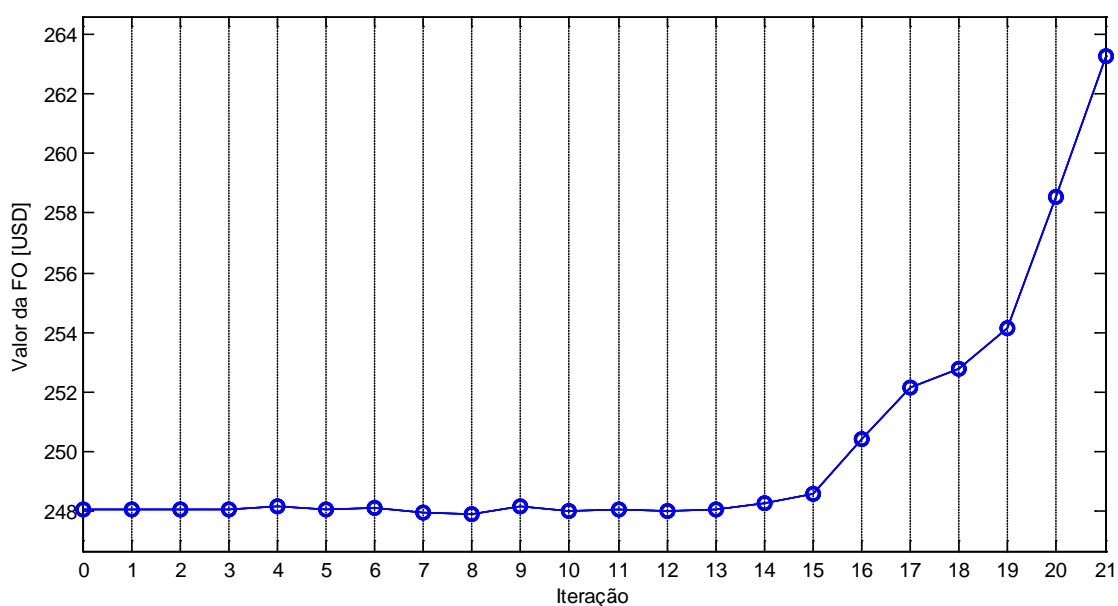
Tabela 23 – Resultados das heurísticas para o sistema de 136 barras, demanda variável

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156	288,5021	-	-
AHCASC	9, 38, 50, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 126, 135, 136, 138, 143, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	263,2899	504 FCRFM + 24 FCRR	0,932
Prim	9, 35, 50, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 126, 135, 136, 138, 143, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	267,3189	24 FCRFM + 24 FCRR	0,002

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 504 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e 24 para redes radiais, obtendo-se uma solução com custo diário das perdas de energia de 263,2899 USD, o que representa uma redução de 8,7390% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9573 pu, no período de análise. O algoritmo de Prim gera uma solução com custo diário das perdas de energia de 267,3189 USD, o que representa uma redução de 7,3425% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9553 pu, executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 para sistemas radiais. A Figura 56 ilustra a evolução do AHCASC para o sistema de 136 barras.

Figura 56 – Evolução do AHCASC para o sistema de 136 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 24, junto com os resultados obtidos pelo modelo de PLIM apresentado no Anexo D.

Tabela 24 – Resultados para o sistema de 136 barras com demanda variável

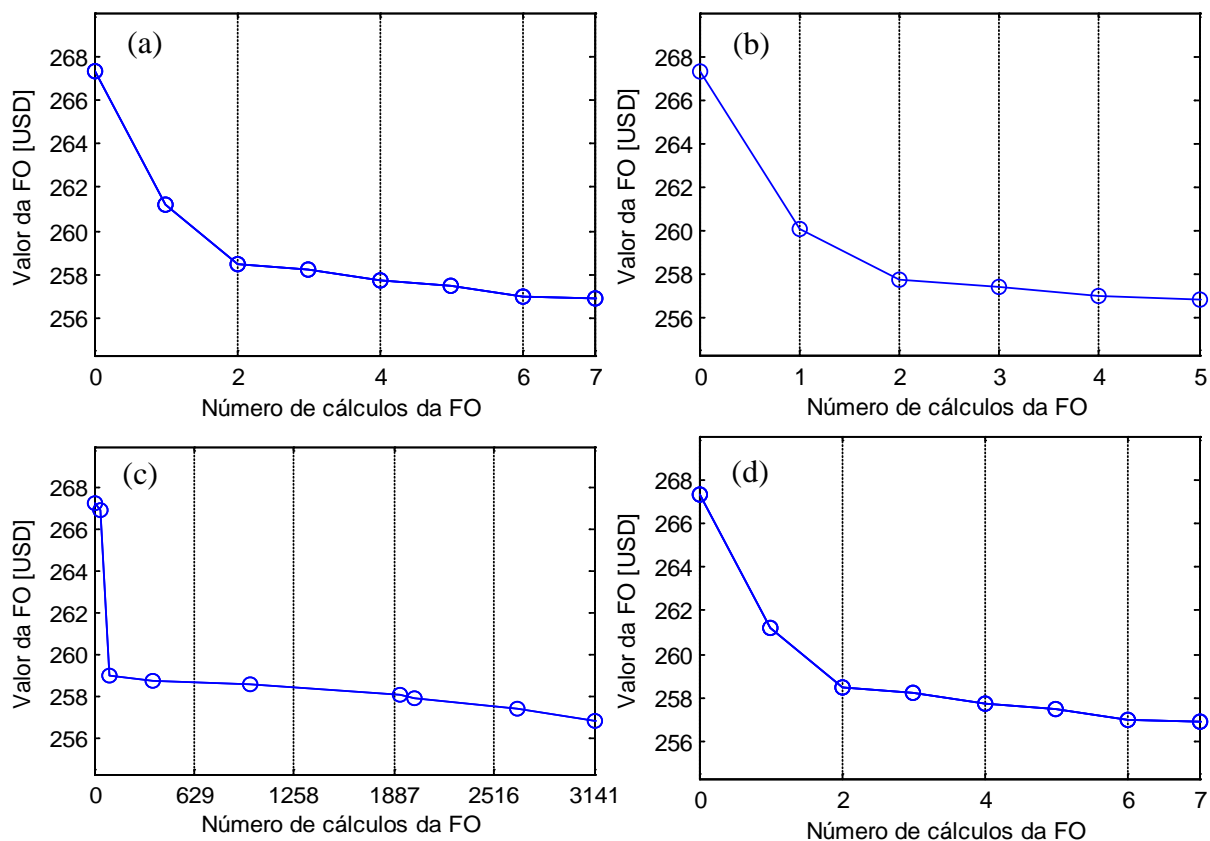
Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
Solução para 1 nível de demanda	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	272,9682	-	-
BVNS	7, 38, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	256,8973	10 (7)	0,063
VND	7, 38, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	256,8973	289 (5)	1,241
RVNS	7, 38, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	256,8973	3500 (3141)	10,942
GVNS	7, 38, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	256,8973	50 (7)	0,518
CPLEX	7, 38, 49, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 120, 126, 135, 137, 138, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	257,7840	-	22501,470

Fonte: Elaboração do autor.

Todos algoritmos VNS chegaram a mesma solução, com custo diário das perdas de energia de 256,8973 USD, que representa uma melhoria de 10,9548% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 3,8985% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9639 pu. O resultado obtido pelo *solver* CPLEX foi de pior qualidade, com função objetivo de 258,5579 USD, sendo que o custo diário real das perdas de energia é de 257,7840 USD.

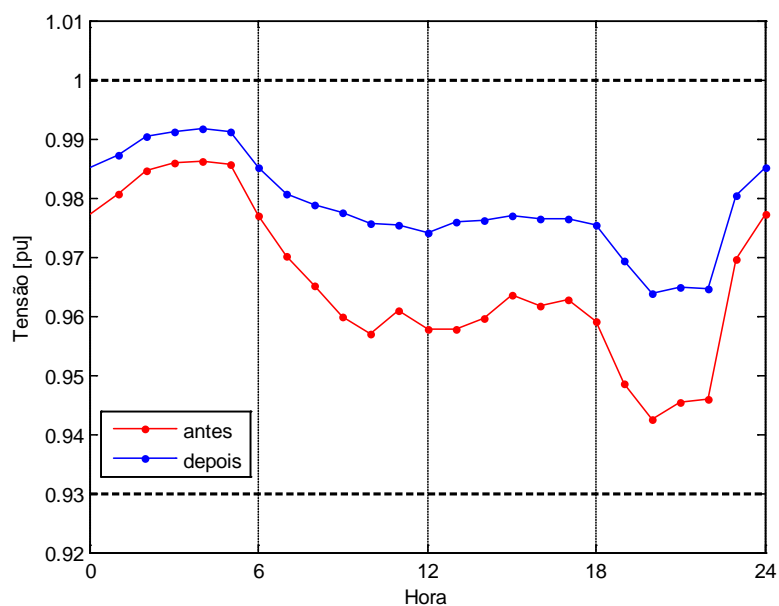
Na quarta coluna da Tabela 24 são mostrados, para cada algoritmo, os números de cálculos da função objetivo total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que todos os algoritmos VNS encontram a melhor solução conhecida do problema, sendo que o algoritmo VND encontra a solução após calcular cinco vezes a função objetivo (o que corresponde a 120 cálculos de FC para redes radiais). A Figura 57 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema. Na Figura 58 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de 136 barras antes e depois da reconfiguração.

Figura 57 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 136 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 58 – Perfis da tensão mínima no sistema de 136 barras com demanda variável



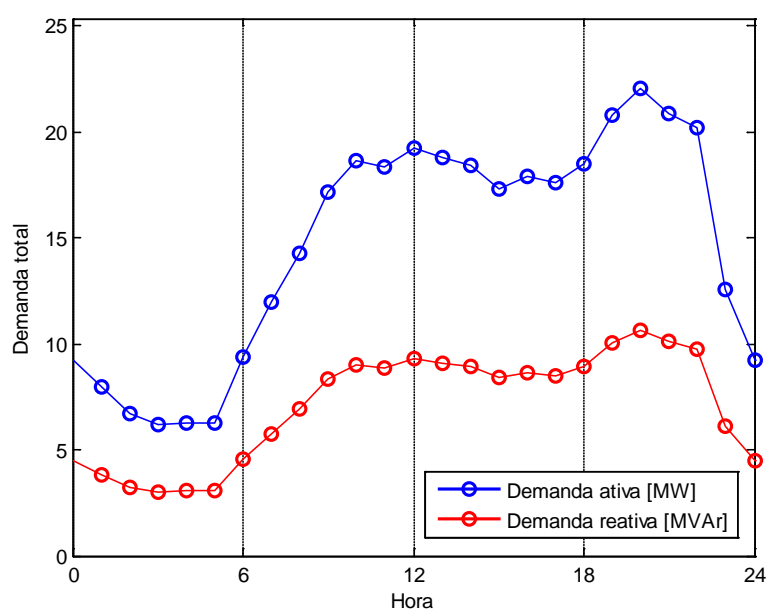
Fonte: Elaboração do autor.

A partir da Figura 58 verifica-se que houve uma melhoria no perfil da tensão mínima no sistema.

6.5.4 Sistema de 415 barras

O sistema de 415 barras, que foi anteriormente considerado no problema de RSDEE com demanda fixa, é resolvido nesta subseção considerando demanda variável. Os parâmetros da rede são os mesmos do caso com apenas um nível de demanda. Os testes aqui consideram 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. A configuração inicial também é a mesma da situação com demanda fixa, para a qual, neste caso, a tensão mínima em uma barra do sistema, no período considerado, é 0,9462 pu. A Figura 59 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de 415 barras.

Figura 59 – Demandas totais do sistema de 415 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 25 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves (AHCASC) e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR), para cada metodologia. O custo diário das perdas de energia para a configuração com todas as chaves fechadas é de 455,5877 USD.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 1416 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e 24 FC para redes radiais, obtendo-se uma solução com custo diário das perdas de energia de 585,3877 USD, o que representa uma redução de 8,2301% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9409 pu, no período de análise. O algoritmo de Prim gera uma solução com custo diário das perdas de energia de 598,5326 USD, o que representa uma redução de

6,1694% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9499 pu, executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 para sistemas radiais.

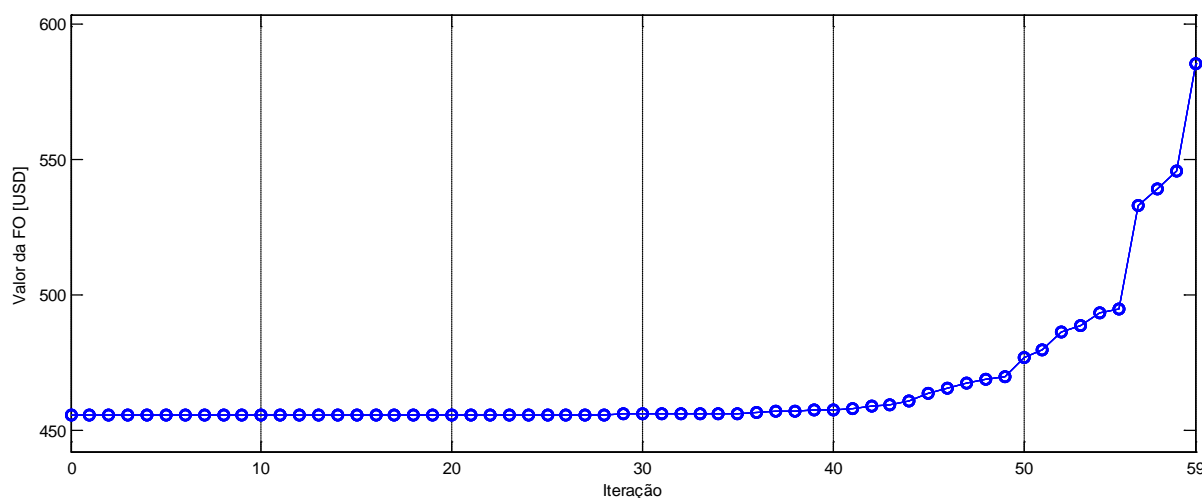
Tabela 25 – Resultados das heurísticas para o sistema de 415 barras, demanda variável

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446, 449	637,8863	-	-
AHCASC	2, 4, 5, 13, 15, 16, 21, 26, 29, 31, 50, 59, 60, 73, 75, 82, 96, 97, 98, 110, 111, 115, 136, 138, 154, 155, 156, 163, 168, 169, 179, 191, 195, 201, 209, 214, 225, 230, 256, 282, 302, 314, 321, 325, 362, 385, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 435, 436, 437, 446, 449, 466	585,3877	1416 FCRFM + 24 FCRR	1,716
Prim	1, 2, 5, 15, 16, 21, 26, 29, 31, 40, 50, 59, 75, 82, 94, 96, 97, 110, 111, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 163, 168, 169, 179, 191, 194, 201, 211, 214, 229, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 362, 372, 385, 392, 395, 396, 403, 423, 424, 426, 435, 436, 437, 446, 449, 466	598,5326	24 FCRFM + 24 FCRR	0,017

Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 60 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 415 barras.

Figura 60 – Evolução do AHCASC para o sistema de 415 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 26.

Tabela 26 – Resultados para o sistema de 415 barras com demanda variável

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
Solução para 1 nível de demanda	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 191, 195, 199, 209, 214, 254, 256, 270, 294, 317, 322, 325, 354, 362, 369, 392, 395, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449, 466	531,8510	-	-
BVNS	1, 2, 13, 15, 16, 26, 31, 40, 41, 50, 59, 73, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 146, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 190, 191, 194, 195, 209, 230, 254, 256, 267, 270, 294, 310, 321, 354, 362, 385, 389, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 439, 446, 449, 466	529,6670	1000 (974)	57,182
VND	1, 2, 13, 15, 16, 26, 31, 40, 41, 50, 59, 73, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 146, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 190, 191, 194, 195, 213, 230, 256, 258, 266, 267, 282, 310, 321, 354, 362, 385, 389, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 439, 446, 449, 466	529,7084	2742 (1801)	173,526
RVNS	1, 2, 13, 15, 16, 26, 31, 40, 41, 50, 59, 73, 75, 90, 94, 96, 97, 107, 119, 136, 138, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 190, 191, 194, 195, 201, 209, 230, 256, 282, 302, 306, 321, 330, 362, 385, 389, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 433, 436, 439, 446, 449, 466	533,0624	20000 (10161)	973,152
GVNS	1, 2, 13, 15, 16, 26, 31, 40, 41, 50, 59, 73, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 146, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 190, 191, 194, 195, 209, 230, 254, 256, 267, 270, 294, 310, 321, 354, 362, 385, 389, 392, 395, 403, 404, 423, 424, 426, 436, 437, 439, 446, 449, 466	529,6670	20000 (16074)	1320,872
CPLEX	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do autor.

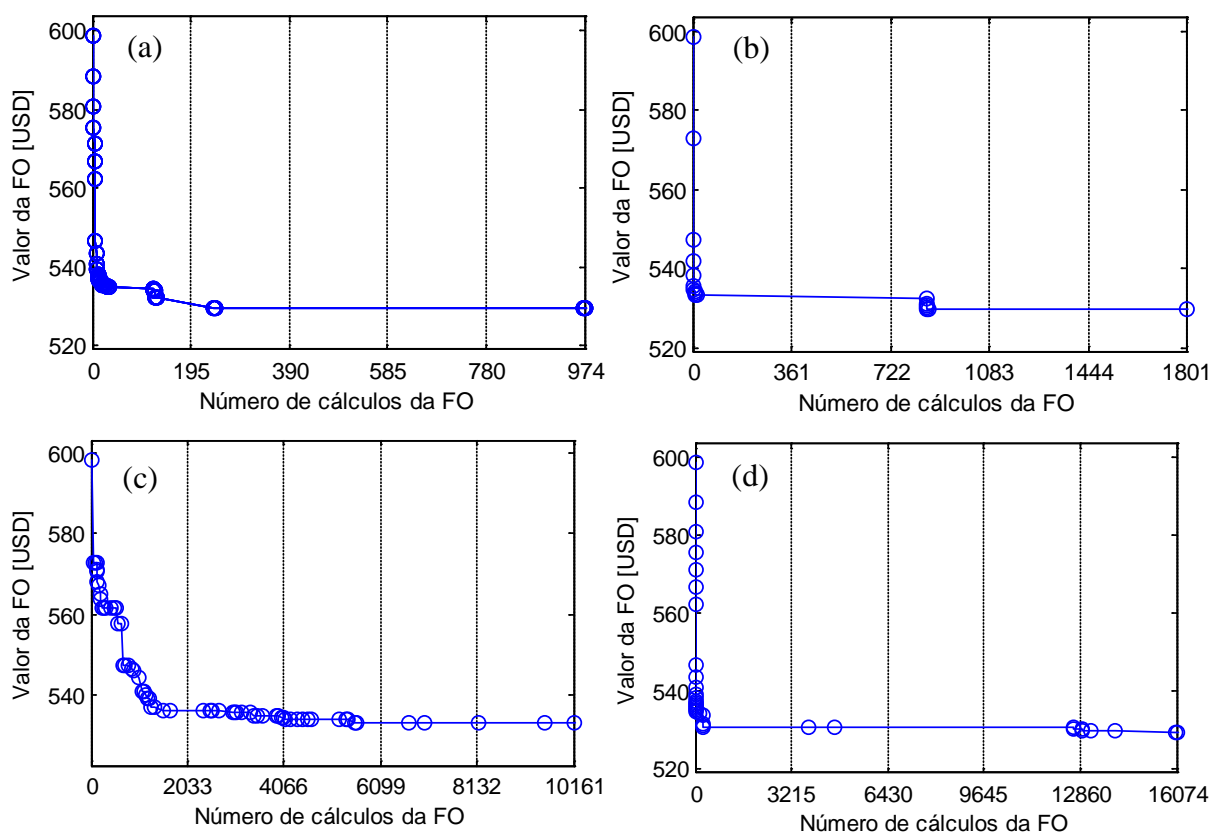
Os algoritmos BVNS e GVNS chegaram a mesma solução, com custo diário das perdas de energia de 529,6670 USD, que representa uma melhoria de 16,9653% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 11,5057% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9625 pu.

Para o sistema de 415 barras com demanda variável, por se tratar de um problema de grande porte, o *solver* CPLEX não obteve convergência.

Na quarta coluna da Tabela 26 são mostrados, para cada algoritmo, os números de cálculos da função objetivo total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que o algoritmo BVNS encontrou a melhor solução do problema após calcular 974 vezes a função objetivo (o que corresponde a 23376 cálculos de FC para redes radiais).

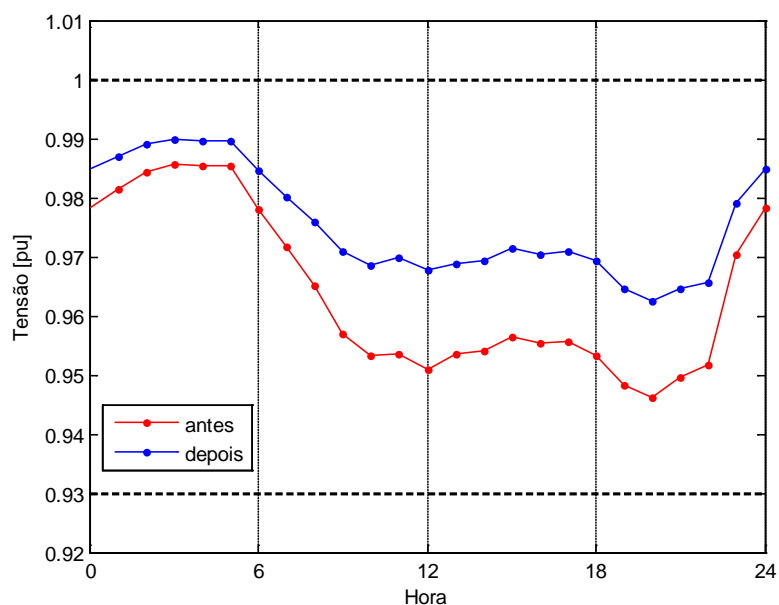
A Figura 61 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema.

Figura 61 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 415 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

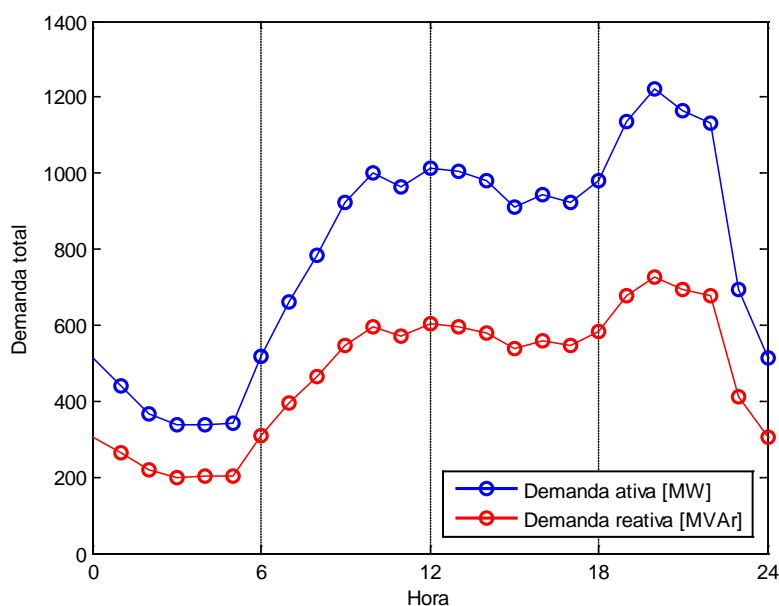
Na Figura 62 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de 415 barras antes e depois da reconfiguração. A partir da Figura 62 verifica-se que houve uma melhoria no perfil da tensão mínima no sistema.

Figura 62 – Perfis da tensão mínima no sistema de 415 barras com demanda variável

Fonte: Elaboração do autor.

6.5.5 Sistema de 10477 barras

O sistema de 10477 barras, que foi anteriormente considerado no problema de RSDEE com demanda fixa, é resolvido nesta subseção considerando demanda variável. Os testes aqui consideram 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. A configuração inicial também é a mesma da situação com demanda fixa, para a qual, neste caso, a tensão mínima em uma barra do sistema, no período considerado, é 0,9636 pu. A Figura 63 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de 10477 barras.

Figura 63 – Demandas totais do sistema de 10477 barras

Fonte: Elaboração do autor.

Na Tabela 27 mostram-se o estado inicial do sistema e os resultados obtidos com o AHCASC e com o algoritmo de Prim, para obtenção de uma solução inicial. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR), para cada metodologia. O custo diário das perdas de energia para a configuração com todas as chaves fechadas é de 7878,8529 USD.

Tabela 27 – Resultados das heurísticas para o sistema de 10477 barras, demanda variável

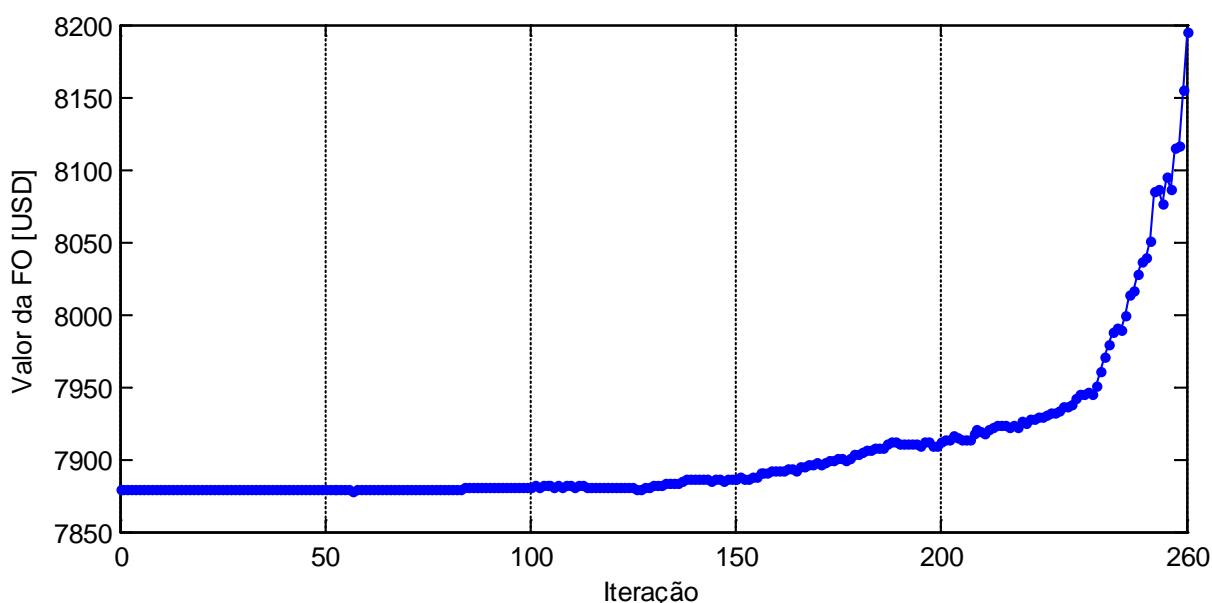
Configuração	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
Inicial	15613,7308	-	-
AHCASC	8194,4775	6240 FCRFM + 24 FCRR	2980,106
Prim	8321,5797	24 FCRFM + 24 FCRR	20,637

Fonte: Elaboração do autor.

Na heurística de abertura sequencial de chaves, neste caso, foram resolvidos 6240 fluxos de carga para sistemas fracamente malhados e 24 para redes radiais, obtendo-se uma solução com custo diário das perdas de energia de 8194,4775 USD, o que representa uma redução de 47,5175% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9660 pu, no período de análise.

O algoritmo de Prim gera uma solução com custo diário das perdas de energia de 8321,5797 USD, o que representa uma redução de 46,7035% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9660 pu, executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 para sistemas radiais. A Figura 64 ilustra a evolução do AHC de abertura sequencial de chaves para o sistema de 10477 barras.

Figura 64 – Evolução do AHCASC para o sistema de 10477 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

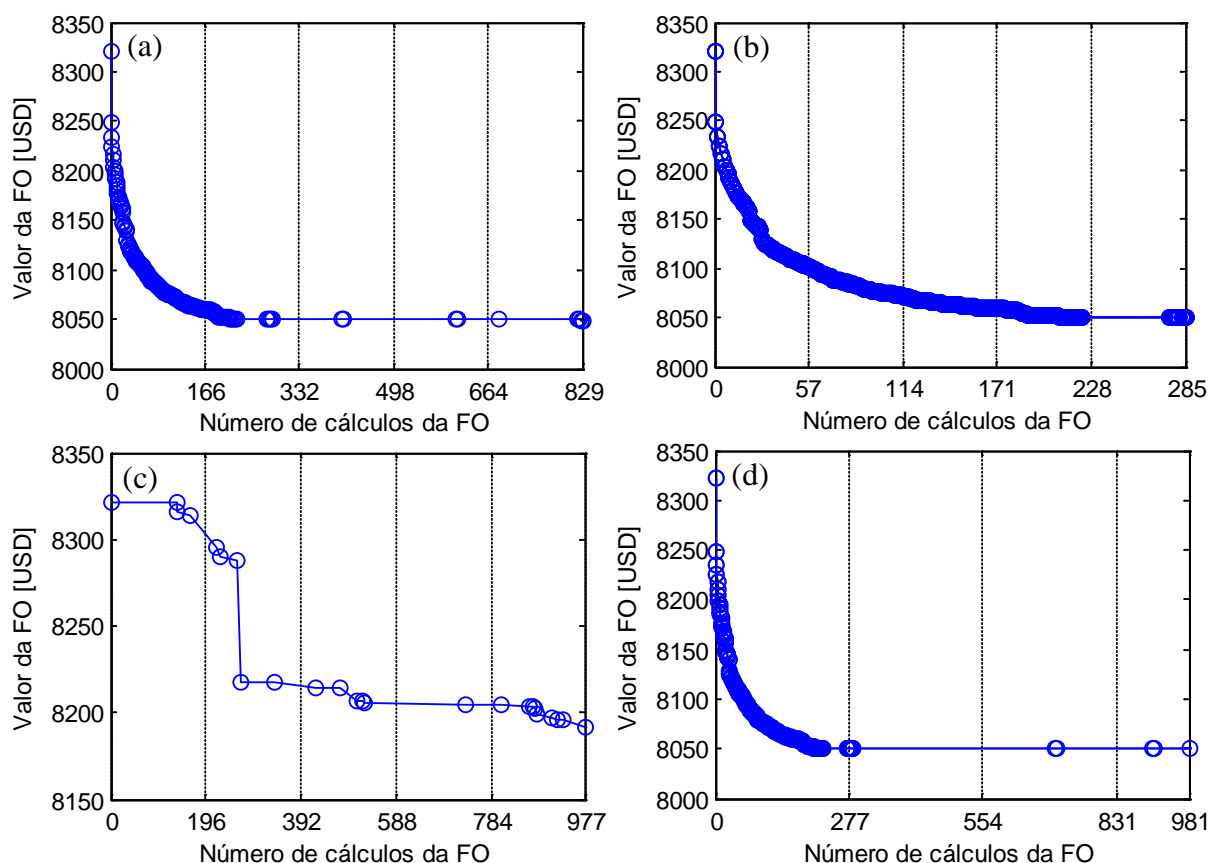
A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim foram aplicadas as meta-heurísticas BVNS, VND, RVNS e GVNS, para tentar encontrar a solução do problema. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 28. A Figura 65 mostra a evolução dos algoritmos VNS até encontrarem a melhor solução do problema.

Tabela 28 – Resultados para o sistema de 10477 barras com demanda variável

Configuração	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos da FO	Tempo [s]
Solução para 1 nível de demanda	8050,6071	-	-
BVNS	8048,9786	1000 (829)	4972,071
VND	8049,9177	329 (285)	5080,118
RVNS	8191,5410	1000 (977)	3250,372
GVNS	8049,5378	1000 (981)	6296,746
CPLEX	-	-	-

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 65 – Evolução dos algoritmos: (a) BVNS, (b) VND, (c) RVNS e (d) GVNS, para o sistema de 10477 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

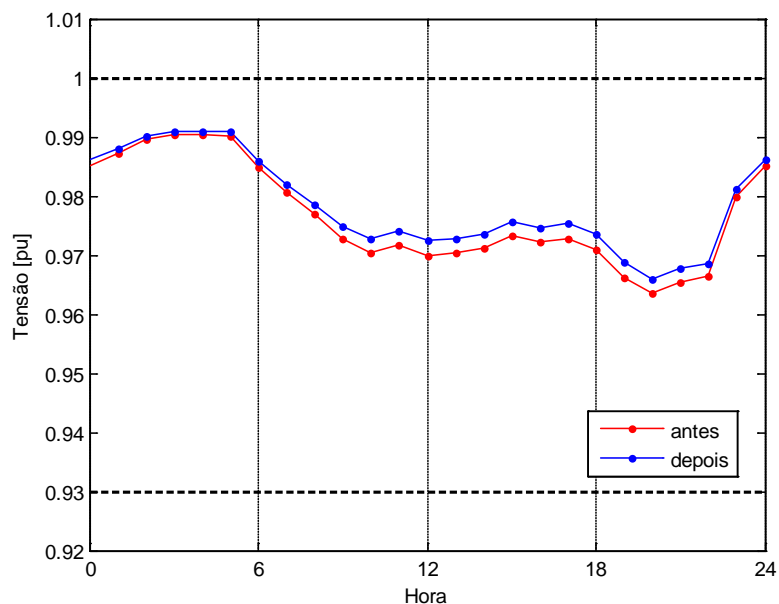
O algoritmo BVNS obteve a melhor solução, com custo diário das perdas de energia de 8048,9786 USD, que representa uma melhoria de 48,4494% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 3,2758% em relação a solução da heurística de Prim.

A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9660 pu. O *solver* CPLEX não foi capaz de resolver o problema linearizado para este sistema de grande porte. Os resultados completos são mostrados no Anexo F.

Na terceira coluna da Tabela 28 são mostrados, para cada algoritmo, os números de cálculos da função objetivo total e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que o algoritmo BVNS encontra a melhor solução conhecida do problema após calcular 829 vezes a função objetivo (o que corresponde a 19896 cálculos de FC para redes radiais). Na Figura 66 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de 10477 barras antes e depois da reconfiguração.

A partir da Figura 66 verifica-se que houve uma melhoria no perfil da tensão mínima no sistema.

Figura 66 – Perfis da tensão mínima no sistema de 10477 barras com demanda variável



Fonte: Elaboração do autor.

6.6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados dos testes para o problema de RSDEE com demanda variável demonstram que melhores topologias radiais da rede podem ser obtidas ao considerar vários níveis de demanda no problema de RSDEE, quando se comparam os resultados com os obtidos considerando demanda fixa. Para todos os sistemas testados, a melhor topologia de operação encontrada considerando demanda variável, difere-se da melhor topologia quando se considera demanda fixa. No caso do sistema de 136 barras, por exemplo, ao considerar demanda variável, obtém-se uma solução que é 5,89% de melhor qualidade que a melhor solução conhecida para

o problema com demanda fixa, quando se considera no problema a operação com demanda variável.

Desta forma, conclui-se que, considerar vários níveis de demanda no problema de RSDEE leva a uma representação mais precisa do problema real, o que possibilita a obtenção de soluções de melhor qualidade que a modelagem que considera demanda fixa.

Nota-se também que o algoritmo de Prim, que gera a solução inicial, obtém soluções semelhantes às do algoritmo de abertura sequencial de chaves, com um esforço computacional muito menor, principalmente nos casos com demanda variável.

Outro ponto que merece destaque é o desempenho das meta-heurísticas VNS, principalmente o algoritmo BVNS, para resolver o problema de RSDEE. Excelentes resultados são obtidos com um número relativamente baixo de cálculos da função objetivo. Isto se deve principalmente a estratégia adotada para estimar a função objetivo quando ocorre uma troca de ramos.

De forma geral, pode-se notar que os algoritmos VNS apresentam desempenhos diferentes na resolução do problema de RSDEE. Quando, em um problema, intensificação é mais importante que diversificação, o algoritmo VND apresenta vantagem. Já em problemas em que diversificação é mais importante que intensificação, o algoritmo RVNS deve ser capaz de encontrar melhores resultados. Agora se intensificação e diversificação são importantes, os algoritmos BVNS e GVNS devem encontrar melhores soluções. Este último caso corresponde ao problema de RSDEE para redução de perdas, em que nas propostas apresentadas, a busca local corresponde a etapa de intensificação e a estrutura geral da meta-heurística, por exemplo do algoritmo BVNS, se encarrega da diversificação.

6.7 APLICAÇÃO DAS META-HEURÍSTICAS VNS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO SIMILARES AO PROBLEMA DE RSDEE

Com algumas modificações e adaptações, a metodologia apresentada neste trabalho pode ser utilizada para resolver outros problemas da área de otimização de sistemas de distribuição, com características semelhantes às do problema de RSDEE para redução das perdas.

Por exemplo, apenas modificando a função objetivo, é possível resolver o problema de RSDEE com o objetivo de balanceamento de carga entre as subestações. O objetivo deste problema é distribuir as cargas entre as subestações, aumentando assim a vida útil dos equipamentos. Neste caso, as vizinhanças propostas seriam as mesmas que as consideradas neste trabalho.

Outro problema em que a meta-heurística desenvolvida pode ser aplicada é o de restauração de sistemas de distribuição, no qual, após uma falta, deve-se determinar a topologia ótima de operação, de forma a manter operando o maior número possível de consumidores.

O problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição também tem características parecidas com o de RSDEE, sendo que o resultado do problema deve ser uma (ou mais) redes radiais. Entretanto, este problema é muito mais complexo que o de RSDEE, pois devem ser determinados os circuitos que devem ser construídos, as subestações que devem ser construídas, quais circuitos devem ser reconduzidos e quais subestações devem ser repotenciadas. Neste caso, devem ser definidas outras estruturas de vizinhança especializadas.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentam-se as formulações de algoritmos, baseados na meta-heurística VNS, para resolver de forma eficiente, isto é, considerando um espaço de busca reduzido, o problema de RSDEE para a minimização do custo das perdas de energia, considerando vários níveis de demanda no período de operação e topologia única. São apresentadas estratégias para geração de soluções somente radiais e de redução das vizinhanças. Um ponto forte do método é a necessidade de poucos parâmetros, quando comparado com outras meta-heurísticas.

A partir dos resultados obtidos para cinco sistemas de distribuição testados, que inclui dois sistemas de grande porte, verifica-se que as meta-heurísticas VNS, principalmente o algoritmo BVNS, apresentam um excelente desempenho, encontrando soluções iguais ou melhores que as disponíveis na literatura, em tempos extremamente baixos, executando um número relativamente pequeno de cálculos de fluxos de carga. Verifica-se também que a heurística de Prim, que gera a solução inicial, apresenta uma eficiência bastante grande, pois em todos os sistemas foi capaz de encontrar soluções de qualidade semelhante as do algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves, com um esforço computacional muito menor.

Todos estes fatores fazem com que a técnica proposta seja muito eficiente para resolver o problema de RSDEE, até mesmo para sistemas de grande porte, como é o caso dos sistemas de 415 e 10477 barras, para os quais foram encontradas soluções com perdas menores que as melhores soluções disponíveis na literatura, para o caso de demanda fixa. Para o caso com demanda variável, os algoritmos BVNS e GVNS encontraram a mesma solução, para os sistemas considerados, exceto para o de 10477 barras, com esforços computacionais relativamente baixos, principalmente o algoritmo BVNS.

A proposta deste trabalho pode ser estendida para considerar outros aspectos reais do problema de RSDEE, ou ainda podem ser implementadas outras formas do algoritmo VNS. Sugestões para trabalhos futuros incluem:

- Considerar incertezas na demanda, o que leva a um problema de otimização estocástica;
- Considerar sistemas trifásicos desequilibrados;
- Considerar a influência de geradores distribuídos, veículos elétricos e fontes renováveis de energia, integrados a rede;
- Implementar o algoritmo PVNS, que considera computação paralela.

REFERÊNCIAS

- ABABEI, C.; KAVASSERI, R. Efficient network reconfiguration using minimum cost maximum flow-based branch exchanges and random walks-based loss estimations. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 26, n. 1, p. 30-37, 2011.
- AHUJA, A.; PAHWA, A.; PANIGRAHI, B. K.; DAS, S. Pheromone-based crossover operator applied to distribution system reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 4, p. 4144-4151, 2013.
- ALONSO, F. R.; OLIVEIRA, D. Q.; SOUZA, A. C. Z. Artificial immune systems optimization approach for multiobjective distribution system reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 30, n. 2, p. 840-847, 2015.
- AMASIFEN, J. C. C.; ROMERO, R.; MANTOVANI, J. R. S. Algoritmos evolutivos dedicados à reconfiguração de redes radiais de distribuição sob demandas fixas e variáveis - Estudo dos operadores genéticos e parâmetros de controle. *Controle & Automação*, Campinas, v. 16, n. 3, p. 303-317, 2005.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 4, n. 2, p. 1401-1407, 1989.
- BAUM, E. B. Toward practical 'neural' computation for combinatorial optimization problems. In DENKER, J. (Ed.). *Neural networks for computing*. New York: American Institute of Physics, 1986. p. 53-58.
- BERNAL-AGUSTIN, J. L. *Application of genetic algorithms to the optimal design of power distribution systems*. 1998. 346 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - University of Zaragoza, Zaragoza, 1998.
- BORGES, M. C. O.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 1, n. 2, p. 1-9, 2013.
- BOROZAN, V.; RAJIČIĆ, D.; AČKOVSKI, R. Minimum loss reconfiguration of unbalanced distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 12, n. 1, p. 435-442, 1997.
- BROADWATER, R. P.; KHAN, A. H.; SHAALAN, H. E.; LEE, R. E. Time varying load analysis to reduce distribution losses through reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 8, n. 1, p. 294-300, 1993.
- BUENO, E. A. *Redução de perdas técnicas através de reconfigurações de redes de distribuição de energia elétrica sob demandas variáveis*. 2005. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

CARREÑO, E. M.; ROMERO, R.; PADILHA-FELTRIN, A. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 23, n. 4, p. 1542-1551, 2008.

CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 5, n. 1, p. 391-396, 1990.

CHEN, C. S.; CHO, M. Y. Energy loss reduction by critical switches. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 8, n. 3, p. 1246-1253, 1993.

CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 1: a new formulation and a solution methodology. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 5, n. 4, p. 1902-1909, 1990a.

CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 2: solution algorithms and numerical results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 5, n. 3, p. 1568-1574, 1990b.

CHIOU, J. P.; CHANG, C. F.; SU, C. T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 2, p. 668-674, 2005.

CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; YIN, H.; LEE, S. S. H. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 3, n. 3, p. 1217-1223, 1988.

CPLEX. *Optimization subroutine library guide and reference*. Incline Village: CPLEX Division, 2008.

DAS, D. A fuzzy multiobjective approach for network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 21, n. 1, p. 202-209, 2006.

ELDURSSI, A. M.; O'CONNELL, R. M. A fast nondominated sorting guided genetic algorithm for multi-objective power distribution system reconfiguration problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 30, n. 2, p. 593-601, 2015.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA - EPE. *Anuário estatístico de energia elétrica*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2013. 251 p.

FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: A modeling language for mathematical programming*. 2. ed. Duxbury: Thomson, 2003. 517 p.

FRANCISQUINI, A. A. *Estimação de curvas de carga em pontos de consumo e em transformadores de distribuição*. 2006. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2006.

- FRANCO, J.; LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. An efficient implementation of tabu search in feeder reconfiguration of distribution systems. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 15., 2012, San Diego. *Proceedings...* San Diego: PESGM, 2012. p. 1-8.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. Optimal conductor size selection and reconductoring in radial distribution systems using a mixed-integer LP approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 1, p. 10-20, 2013.
- GAREY M. R.; JOHNSON D. S. *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. New York: Freeman, 1978. 340 p.
- GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y. *Handbook of metaheuristics*. 2. ed. New York: Springer, 2010. 648 p.
- GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. *Handbook of metaheuristics*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003. 570 p.
- GOMES, F. V.; CARNEIRO JÚNIOR, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; ARAUJO, L. R. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 3, p. 1373-1378, 2005.
- GOMES, F. V.; CARNEIRO JÚNIOR, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; ARAUJO, L. R. A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 21, n. 4, p. 1616-1623, 2006.
- GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 7, n. 3, p. 1484-1491, 1992.
- GUIMARÃES, M. A. N. *Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmos de busca tabu*. 2005. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search: principles and applications. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, n. 130, p. 449-467, 2001.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. A tutorial on variable neighborhood search. *Les Cahiers du GERAD*, Montreal, v. 46, n. G, p. 1-23, 2003a.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search. In: GLOVER, F. (ed.); KOCHENBERGER, G. A. (Ed.). *Handbook of metaheuristics*. Dordrecht: Kluwer, 2003b. p. 145-184.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N.; PÉREZ, J. A. M. Variable neighborhood decomposition search. *Journal of Heuristics*, New York, v. 4, n. 7, p. 335-350, 2001.

- HANSEN, P.; MLADENOVIC, N.; PÉREZ, J. A. M. Variable neighbourhood search: methods and applications. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, Heidelberg, v. 6, n. 4, p. 319-360, 2008.
- HARRIS J. M.; HIRST J. L.; MOSSINGHOFF M. J. *Combinatorics and graph theory*. 2. ed. New York: Springer, 2008. 381 p.
- HUANG, K.-Y.; CHIN, H.-C. Distribution feeder energy conservation by using heuristics fuzzy approach. *Electrical Power and Energy Systems*, London, v. 24, n. 6, p. 439-445, 2002.
- JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 27, n. 2, p. 1106-1115, 2012.
- KIM, H.; KO, Y.; JUNG K.-H. Artificial neural-network based feeder reconfiguration for loss reduction in distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 8, n. 3, p. 1356-1366, 1993.
- KIRKPATRICK S.; GELATT C. D.; VECCHI M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, Washington, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.
- LAND, A. H.; DOIG A. G. An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, West Sussex, v. 28, n. 3, p. 497-520, 1960.
- LAPSEE: sistemas teste. Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista, 2014. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/#!/lapsee>>. Acesso em: 15 out. 2014.
- LAVORATO, M.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 26, n. 4, p. 172-180, 2012.
- LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. A constructive heuristic algorithm for distribution system planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 25, n. 3, p. 1734-1742, 2010.
- LEE, R. E.; BROOKS, C. L. A method and its application to evaluate automated distribution control. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 3, n. 3, p. 1232-1240, 1988.
- LÓPEZ, E.; OPAZO, H.; GARCÍA, L.; BASTARD, P. Online reconfiguration considering variability demand: applications to real networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 19, n. 1, p. 549-553, 2004.
- MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. *SBA Controle e Automação*, Heidelberg, v. 11, n. 3, p. 150-159, 2000.
- MENDOZA, J.; LÓPEZ, R.; MORALES, D.; LÓPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: real application. *IEEE Transaction on Power Systems*, New York, v. 21, n. 2, p. 948-954, 2006.

- MERLIN, A.; BACK, H. Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system. In: POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE, 5., 1975, Cambridge. *Proceedings...* Zurich: PSCC, 1975. p. 1-18.
- MICHALEWICZ, Z.; FOGEL, D. B. *How to solve it: modern heuristics*. Berlin: Springer-Verlag, 2000. 554 p.
- MLADENOVIC, N. A variable neighborhood algorithm - a new metaheuristic for combinatorial optimization. *Abstracts of Papers Presented at Optimization Days*, Montréal, 12, v. 1, n. 1, p. 1-8, 1995.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, Oxford, v. 11, n. 24, p. 1097-1100, 1997.
- MONTICELLI, A. J. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. São Paulo: Edgard Blücher, 1983. 164 p.
- NARA, K.; SHIOSE, A.; KITAGAWA, M.; ISHIHARA, T. Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 7, n. 3, p. 1044-1051, 1992.
- QUEIROZ, L. M. O.; LYRA, C. Adaptive hybrid genetic algorithm for technical loss reduction in distribution networks under variable demands. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 24, n. 1, p. 445-453, 2009.
- RAJU, G. K. V.; BIJWE, P. R. An efficient algorithm for minimum loss reconfiguration of distribution system based on sensitivity and heuristics. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 23, n. 3, p. 1280-1287, 2008.
- RAMOS, E. R.; EXPOSITO, A. G.; SANTOS, J. R.; IBORRA, F. L. Path-based distribution network modeling: application to reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 2, p. 556-564, 2005.
- REDS: repository of distribution systems. Milwaukee: Marquette University, 2009. Disponível em: <<http://www.dejazzer.com/reds.html>>. Acesso em: 10 ago. 2014.
- RITTER, D. *Análise crítica da operação radial dos sistemas de distribuição de energia elétrica*. 2014. 128 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira, 2014.
- SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 3, n. 2, p. 753-762, 1988.
- SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 4, n. 2, p. 1492-1498, 1989.

SOUZA, S. S. F. *Algoritmo GRASP especializado aplicado ao problema de reconfiguração de alimentadores em sistemas de distribuição radial*. 2013. 117 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2013.

STAGG, G. W.; EL-ABIAD, A. H. *Computer methods in power system analysis*. New York: McGraw-Hill, 1968. 427 p.

TALESKI, R.; RAJIČIĆ, D. Distribution network reconfiguration for energy loss reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 12, n. 1, p. 398-406, 1997.

TINNEY, W. F. Compensation methods for network solutions by optimally ordered triangular factorization. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. PAS-91, n. 1, p. 123-127, 1972.

WAGNER, T. P.; CHIKHANI A. Y.; HACKAM, R. Feeder reconfiguration for loss reduction: an application of distribution automation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 6, n. 4, p. 1922-1933, 1991.

WU, W.-C.; TSAI, M.-S. Application of enhanced integer coded particle swarm optimization for distribution system feeder reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 26, n. 3, p. 1591-1599, 2011.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. An improved TS algorithm for loss-minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Amsterdam, v. 77, p. 685-694, 2007.

ZHOU, Q.; SHIRMOHAMMADI, D.; LIU, W.-H. E. Distribution feeder reconfiguration for operation cost reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 12, n. 2, p. 730-735, 1997.

ZVIETCOVICH, W. G. *Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando a metaheurística busca em vizinhança variável*. 2006. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2006.

ANEXO A – TRABALHOS CORRELATOS

Este anexo contém uma relação dos trabalhos desenvolvidos durante o mestrado.

Os seguintes artigos foram apresentados em congressos nacionais:

1. MACEDO, L. H.; ROMERO, R. Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2014, Salvador. *Simpósio...* Salvador: [s.n.], 2014.
2. MACEDO, L. H.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Operação ótima de sistemas de armazenamento de energia em smart grids com fontes renováveis. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2014, Belo Horizonte. *Congresso...* Belo Horizonte: [s.n.], 2014.

O seguinte trabalho foi apresentado em congresso internacional:

3. MACEDO, L. H.; RIDER, M. J.; FRANCO, J. F.; ROMERO, R.; CARREÑO, E. M. A modified Chu-Beasley's genetic algorithm to solve the optimal power flow problem. In: IEEE GENERAL MEETING, 2014, Washington. *Meeting...* Washington DC: [s.n.], 2014.

O seguinte artigo foi submetido a revista internacional (em primeira revisão):

4. MACEDO, L. H.; MONTES, C. V.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. An MILP model for concurrent AC multistage transmission expansion and reactive power planning with security constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway.

O seguinte artigo foi aceito em revista internacional:

5. MACEDO, L. H.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Optimal operation of distribution networks considering energy storage devices. *IEEE Transactions on Smart Grid*, Piscataway. DOI: 10.1109/TSG.2015.2419134

ANEXO B – NÚMERO DE ÁRVORES GERADORAS EM UM GRAFO

Neste projeto, o problema de RSDEE é resolvido por meta-heurísticas VNS que controlam a restrição de radialidade de forma implícita. Uma questão que surge é sobre o número de árvores geradoras que podem ser formadas a partir de um grafo conexo genérico, o que é equivalente ao número de topologias radiais possíveis para um sistema de distribuição em que todos os ramos possuem chaves. Este assunto é abordado a seguir.

B.1 CONTANDO O NÚMERO DE ÁRVORES EM UM GRAFO

A situação ideal, neste trabalho, seria a que as soluções geradas pelas meta-heurísticas fossem todas factíveis, o que não é possível de ser realizado para qualquer problema e utilizando qualquer meta-heurística. A seguir discute-se o tamanho do espaço de busca, ou número de soluções possíveis, ao se considerar diferentes estratégias de busca para o problema de RSDEE.

Para o problema de RSDEE, é fácil verificar que para uma rede de distribuição com c chaves, existem 2^c topologias. Considerando que todos os ramos possuem chaves (o que torna o problema ainda mais difícil), o número de topologias (ou soluções) seria o mostrado em (34).

$$|S| = 2^{nr} \quad (34)$$

onde $|S|$ é a cardinalidade do espaço de soluções, e nr é o número de ramos do sistema.

Entretanto, a maioria destas topologias são infactíveis, pois não são radiais ou violam as restrições (4) e (5) do modelo do problema, ou ainda são de péssima qualidade, ou seja, apresentam valores elevados de função objetivo.

É possível utilizar uma formulação um pouco mais sofisticada, mas ainda não a ideal, que cumpre com a restrição (6) do modelo. Considera-se novamente que todos os ramos possuem chaves. Desta forma, considerando apenas topologias com $nb - 1$ chaves fechadas, obtém-se o número de soluções possíveis mostrado em (35).

$$|S| = C(nr, nb - 1) = \frac{nr!}{(nb - 1)! (nr - nb + 1)!} \quad (35)$$

onde nb é o número de barras do sistema de distribuição, e $C(nr, nb - 1)$ é o número de combinações de nr elementos, tomados $(nb - 1)$ a $(nb - 1)$.

Pode-se verificar facilmente que (36) é verdadeira para qualquer sistema de distribuição.

$$\frac{nr!}{(nb - 1)! (nr - nb + 1)!} < 2^{nr} \quad (36)$$

Logo uma estratégia de busca que considera $nb - 1$ chaves sempre fechadas é mais eficiente que a que considera a possibilidade de abrir qualquer número de chaves. Entretanto, ainda assim, haveriam soluções geradas que não seriam radiais, pois (6) é uma condição necessária de radialidade, mas não suficiente. Contudo, seria muito mais eficiente uma meta-heurística que sempre realizasse a busca através de um espaço de soluções que contém apenas soluções factíveis, pelo menos do ponto de vista da radialidade.

O Teorema da Matriz-Árvore, demonstrado por Kirchhoff em 1847 (HARRIS; HIRST; MOSSINGHOFF, 2008), permite calcular, em tempo polinomial, o número de árvores geradoras em um grafo. O número de árvores é obtido como sendo o valor do determinante de uma matriz obtida a partir do grafo (a matriz Laplaciana). Este Teorema é uma generalização da fórmula de Cayley, que fornece o número de árvores geradoras para um grafo completo, isto é, um grafo em que todos os vértices (ou nós) são ligados entre si por uma aresta (ou ramo).

A fórmula de Cayley afirma que para um grafo completo, com n nós, o número de árvores distintas, na , que podem ser formadas, é o mostrado por (37).

$$na = n^{n-2} \quad (37)$$

Como os sistemas de distribuição não têm estruturas de grafo completo, (37) não têm utilidade neste trabalho. Entretanto, a generalização deste resultado, conhecido como Teorema da Matriz-Árvore é útil aqui.

O Teorema envolve duas matrizes que podem ser obtidas a partir de um grafo. Uma delas é a matriz de adjacência, definida da seguinte forma:

Definição - matriz de adjacência: Seja G um grafo com vértices v_1, v_2, \dots, v_n . Na matriz de adjacência de G , denominada de \mathbf{A} , de dimensão $n \times n$, os elementos (i, j) , denotados por $[\mathbf{A}]_{i,j}$, são definidos por (38).

$$[\mathbf{A}]_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } v_i \text{ e } v_j \text{ são adjacentes} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (38)$$

onde são adjacentes dois nós ligados por um arco (ou ramo).

A outra matriz necessária para o cálculo do número de árvores em um grafo, é a matriz de grau dos vértices, definida como:

Definição - matriz de grau dos vértices: Seja G um grafo com vértices v_1, v_2, \dots, v_n . Na matriz de grau dos vértices de G , denominada de \mathbf{D} , de dimensão $n \times n$, os elementos (i, j) , denotados por $[\mathbf{D}]_{i,j}$, são definidos por (39).

$$[\mathbf{D}]_{i,j} = \begin{cases} \text{grau}(v_i), & \text{se } i = j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (39)$$

onde o grau de um vértice é definido como o número de arestas incidentes (ligadas) neste vértice. Portanto, \mathbf{D} é uma matriz em que os elementos diagonal são os valores do grau de cada vértice e os elementos fora da diagonal são todos zero.

Relembrando que, dada uma matriz \mathbf{M} de dimensão $n \times n$, o cofator i, j de \mathbf{M} é definido como sendo (40).

$$\mathbf{M}_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{M}(i|j)) \quad (40)$$

onde $\det(\mathbf{M}(i|j))$ representa o determinante da matriz $(n-1) \times (n-1)$, obtida eliminando-se a linha i e a coluna j de \mathbf{M} .

A matriz Laplaciana \mathbf{L} de um grafo G é definida como sendo a diferença entre \mathbf{D} e \mathbf{A} , como mostrado em (41).

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \quad (41)$$

O Teorema da Matriz-Árvore afirma o seguinte:

Teorema - da Matriz-Árvore: Seja G um grafo conexo, ou seja, existe um caminho entre quaisquer dois de seus vértices, com matriz de adjacência \mathbf{A} e matriz de grau \mathbf{D} e, portanto, Laplaciana \mathbf{L} , então o número de árvores geradoras de G é igual ao valor de qualquer cofator da matriz laplaciana \mathbf{L} (HARRIS; HIRST; MOSSINGHOFF, 2008).

Verifica-se que para um grafo qualquer, com nr ramos e nb nós, a relação (42) é verdadeira.

$$L_{ij} \leq \frac{nr!}{(nb-1)!(nr-nb+1)!} < 2^{nr} \quad (42)$$

Desta forma, se for possível utilizar uma estratégia para ser utilizada na meta-heurística, que sempre gera uma solução factível em termos de radialidade, o espaço de busca do problema de RSDEE será reduzido e a busca será mais eficiente.

B.2 ENUMERAÇÃO DAS ÁRVORES GERADORAS DE UM GRAFO

O Teorema da Matriz-Árvore pode ser reforçado, alterando-se a definição da matriz Laplaciana. Atribuindo-se uma variável para cada aresta (ou ramo) do grafo, e definindo os elementos da diagonal da matriz \mathbf{D} como sendo a soma de todas as variáveis correspondentes aos ramos ligados à cada nó, e na matriz \mathbf{A} , cada elemento (i, j) como sendo a variável atribuída ao ramo entre os nós i e j , aplicando o Teorema da Matriz-Árvore obtém-se um polinômio homogêneo, que se simplificado, transforma-se em uma soma de monômios, em que cada um destes monômios representa uma árvore geradora do grafo (HARRIS; HIRST; MOSSINGHOFF, 2008).

ANEXO C – FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS RADIAIS E FRACAMENTE MALHADOS

Para o desenvolvimento deste trabalho foi necessário implementar um algoritmo de fluxo de carga (FC) rápido e confiável para sistemas de distribuição radiais. Este algoritmo foi utilizado tanto para o cálculo da função objetivo de uma proposta de solução quanto para a verificação das restrições de operação. Também foi necessário um algoritmo de FC para sistemas fracamente malhados, para a heurística que gera a solução inicial de boa qualidade.

O problema de fluxo de carga pode ser modelado matematicamente como um sistema de equações algébricas não lineares, cuja solução pode ser obtida utilizando-se o método iterativo de Newton. Entretanto, pelas características particulares dos sistemas de distribuição, existem métodos específicos (SHIRMOHAMMADI et al., 1988; CESPEDES, 1990), muito mais rápidos e que apresentam melhor convergência que o método de Newton. Apesar de possuírem uma estrutura malhada, os sistemas de distribuição operam de forma radial (o que simplifica a complexidade do FC), apresentam alta relação R/X e os circuitos têm comprimentos muito variáveis, o que pode causar problemas de convergência ao se utilizar métodos usados para resolver o FC em sistemas de transmissão.

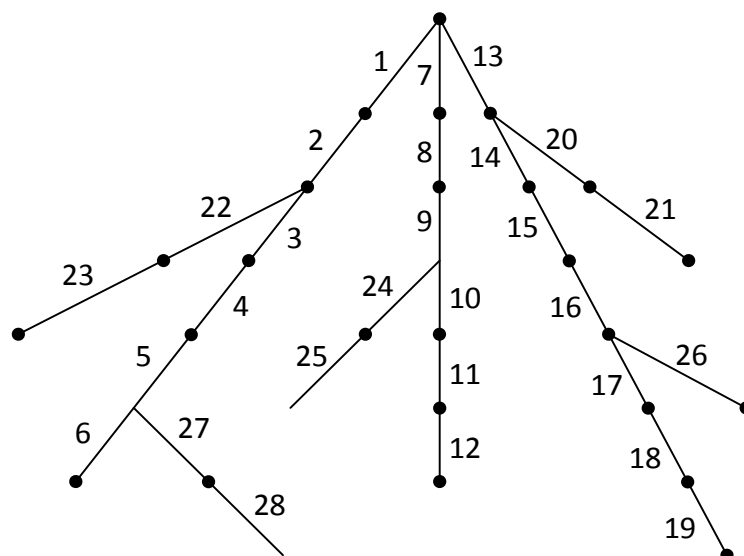
C.1 FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS

Consideram-se as seguintes hipóteses para um sistema de distribuição radial operando em regime permanente:

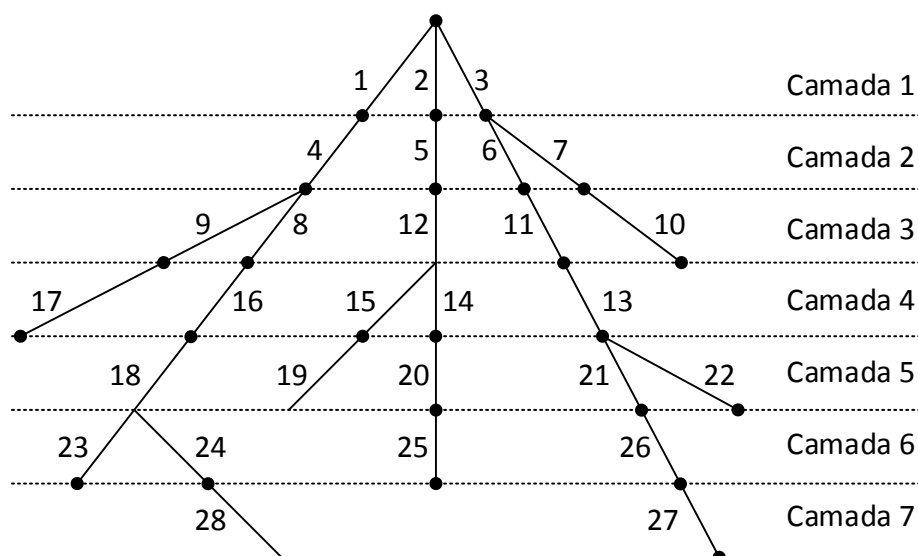
- As demandas das cargas são representadas por potências ativa e reativa constantes;
- O sistema é balanceado e pode ser representado por um equivalente monofásico.

O método utilizado para a solução do problema de FC em sistemas radiais utilizado neste trabalho, inspirado em Shirmohammadi et al. (1988), é conhecido como método de varredura, devido ao processo iterativo fazer um percurso das barras terminais em direção à barra de referência, e vice-versa.

O primeiro passo do método de varredura é renumerar os ramos do sistema de acordo com camadas, onde todos os ramos de uma camada são renumerados antes de se iniciar a renumeração da camada seguinte. A primeira camada é a dos ramos ligados à subestação. A próxima camada contém os ramos ligados à primeira camada e as próximas camadas são determinadas usando esta mesma lógica. A Figura 67 ilustra um sistema de distribuição radial com a numeração original dos ramos e a Figura 68 mostra o mesmo sistema com os ramos renumerados utilizando a lógica de camadas.

Figura 67 – Sistema de distribuição radial

Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

Figura 68 – Sistema de distribuição com os ramos ordenados em camadas

Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

O processo de resolução é iniciado definindo-se um valor para os fasores tensão nas barras. Tipicamente, é escolhida a mesma tensão da subestação, isto é, para toda barra i do sistema, assume-se que $\dot{V}_i^{(0)} = V^{nom}$, onde V^{nom} é a magnitude da tensão na subestação. Com as tensões nas barras definidas, calcula-se a corrente de carga em todas as barras e as correntes em todos os ramos do sistema radial. Este processo é denominado *backward*. Com as correntes calculadas nos ramos é possível calcular as perdas do sistema de forma aproximada.

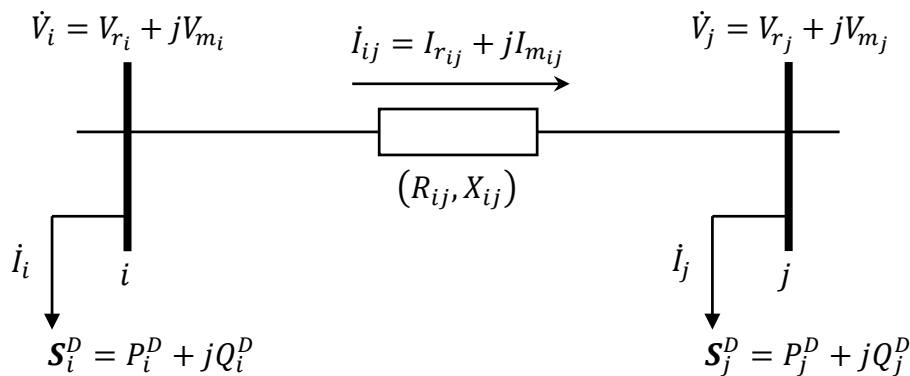
Com as correntes nos ramos calculadas no processo *backward* também é possível determinar a corrente que está saindo da subestação. Utilizando-se os valores de correntes de ramos calculadas no processo *backward* e partindo da subestação, calculam-se os novos valores das

tensões em todas as barras do sistema. Este processo é denominado *forward*. Com os novos valores de tensão das barras é possível encontrar, novamente, as correntes de carga nas barras e as correntes em todos os ramos do sistema. Os novos valores de corrente de ramos permitem encontrar novos valores de perdas no sistema e novos valores de tensões nas barras.

É escolhido como critério de parada a variação das perdas entre duas iterações consecutivas. Assim, o processo iterativo do algoritmo de fluxo de carga radial termina quando a variação das perdas ativas entre duas iterações consecutivas, $|\Delta P_{ls}|$, é menor que uma tolerância especificada ε .

A Figura 69 ilustra um trecho de um sistema de distribuição, com duas barras, a partir do qual serão feitas as deduções a seguir.

Figura 69 – Trecho de um sistema de distribuição radial



Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 69, R_{ij} e X_{ij} são, respectivamente, a resistência e a reatância do ramo ij , S_i^D é a potência complexa demandada na barra i , P_i^D e Q_i^D são as potências ativa e reativa demandadas na barra i , respectivamente. \dot{V}_i é o fasor tensão na barra i , V_{r_i} e V_{m_i} são, respectivamente, as partes real e imaginária de \dot{V}_i , \dot{I}_i é o fasor corrente absorvido pela carga na barra i , \dot{I}_{ij} é o fasor corrente no ramo ij , $I_{r_{ij}}$ e $I_{m_{ij}}$ são, respectivamente, as partes real e imaginária de \dot{I}_{ij} .

C.1.1 Cálculo das correntes nos ramos

No processo *backward* do método de varredura, calculam-se as correntes absorvidas pelas cargas nas barras e as correntes nos ramos do sistema. Aqui são feitas as deduções para se obter as expressões das correntes nos ramos em coordenadas retangulares.

A potência complexa demandada na barra i , S_i^D , e o fasor tensão na barra i , na iteração $k - 1$, $\dot{V}_i^{(k-1)}$, são definidos, respectivamente, por (43) e (44).

$$S_i^D = P_i^D + jQ_i^D \quad (43)$$

$$\dot{V}_i^{(k-1)} = V_{r_i}^{(k-1)} + jV_{m_i}^{(k-1)} \quad (44)$$

O fasor corrente absorvida pela carga na barra i , na iteração k , $\dot{I}_i^{(k)}$, pode ser calculado como mostrado em (45).

$$\dot{I}_i^{(k)} = \left(\frac{S_i^D}{\dot{V}_i^{(k-1)}} \right)^* \quad (45)$$

Substituindo (43) e (44) em (45) obtém-se (46).

$$\dot{I}_i^{(k)} = \left(\frac{P_i^D + jQ_i^D}{V_{r_i}^{(k-1)} + jV_{m_i}^{(k-1)}} \right)^* = \left(\frac{P_i^D + jQ_i^D}{V_{r_i}^{(k-1)} + jV_{m_i}^{(k-1)}} \frac{V_{r_i}^{(k-1)} - jV_{m_i}^{(k-1)}}{V_{r_i}^{(k-1)} - jV_{m_i}^{(k-1)}} \right)^* \quad (46)$$

Desenvolvendo-se (46) obtém-se (47).

$$\dot{I}_i^{(k)} = \frac{\left(P_i^D V_{r_i}^{(k-1)} + Q_i^D V_{m_i}^{(k-1)} \right) + j \left(P_i^D V_{m_i}^{(k-1)} - Q_i^D V_{r_i}^{(k-1)} \right)}{\left(V_{r_i}^{(k-1)} \right)^2 + \left(V_{m_i}^{(k-1)} \right)^2} \quad (47)$$

Separando (47) em partes real e imaginária, obtém-se $I_{r_i}^{(k)}$ e $I_{m_i}^{(k)}$, as partes real e imaginária do fasor corrente absorvida pela carga na barra i , na iteração k , como sendo (48) e (49) respectivamente.

$$I_{r_i}^{(k)} = \frac{P_i^D V_{r_i}^{(k-1)} + Q_i^D V_{m_i}^{(k-1)}}{\left(V_{r_i}^{(k-1)} \right)^2 + \left(V_{m_i}^{(k-1)} \right)^2} \quad (48)$$

$$I_{m_i}^{(k)} = \frac{P_i^D V_{m_i}^{(k-1)} - Q_i^D V_{r_i}^{(k-1)}}{\left(V_{r_i}^{(k-1)} \right)^2 + \left(V_{m_i}^{(k-1)} \right)^2} \quad (49)$$

O fasor corrente que flui no ramo ij , na iteração k , é dado por (50).

$$\dot{I}_{ij}^{(k)} = I_{r_{ij}}^{(k)} + jI_{m_{ij}}^{(k)} \quad (50)$$

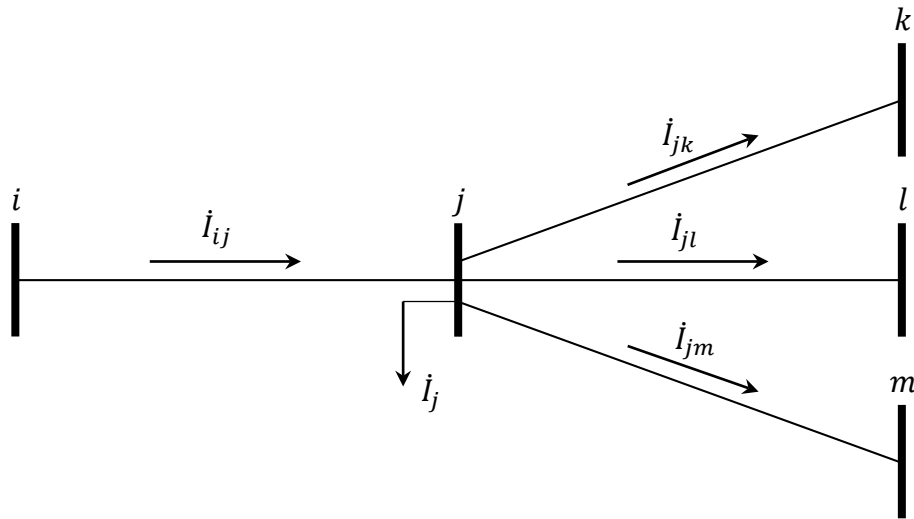
onde $I_{r_{ij}}^{(k)}$ e $I_{m_{ij}}^{(k)}$ são, respectivamente, as partes real e imaginária do fasor corrente no ramo ij , na iteração k .

A maneira como se calcula as correntes nos ramos é dada pela equação (51).

$$\dot{I}_{ij}^{(k)} = \dot{I}_j^{(k)} + \sum_{j_l \in \Omega_i} \dot{I}_{j_l}^{(k)} \quad (51)$$

sendo j a barra mais distante da subestação em cada ramo ij . $\dot{I}_j^{(k)}$ é o fasor corrente absorvida pela carga na barra j , na iteração k . O termo no somatório corresponde aos fluxos de corrente em ramos ligados à barra j e pertencentes às camadas inferiores, na iteração k . A equação (51) é aplicada da última para a primeira camada.

A Figura 70 ilustra o procedimento da soma de correntes no processo *backward*.

Figura 70 – Soma de correntes do método de varredura

Fonte: Elaboração do autor.

C.1.2 Cálculo das tensões nas barras

No processo *forward* se calculam as tensões nas barras do sistema. No caso da Figura 69, deve-se calcular a tensão na barra j a partir da tensão na barra i , considerada mais próxima da subestação. Aqui é feita a dedução da expressão da tensão na barra genérica j , em função da tensão na barra i , em coordenadas retangulares.

As equações (52) e (53) mostram uma forma de se obter o fasor tensão na barra i , na iteração k , a partir do fasor tensão na barra j .

$$\dot{V}_i^{(k)} = V_{r_i}^{(k)} + jV_{m_i}^{(k)} = \dot{V}_j^{(k)} + (R_{ij} + jX_{ij}) (I_{r_{ij}}^{(k)} + jI_{m_{ij}}^{(k)}) \quad (52)$$

$$V_{r_i}^{(k)} + jV_{m_i}^{(k)} = V_{r_j}^{(k)} + jV_{m_j}^{(k)} + (R_{ij}I_{r_{ij}}^{(k)} - X_{ij}I_{m_{ij}}^{(k)}) + j(R_{ij}I_{m_{ij}}^{(k)} + X_{ij}I_{r_{ij}}^{(k)}) \quad (53)$$

Separando em partes real e imaginária, são obtidas as equações desejadas (54) e (55).

$$V_{r_j}^{(k)} = V_{r_i}^{(k)} - R_{ij}I_{r_{ij}}^{(k)} + X_{ij}I_{m_{ij}}^{(k)} \quad (54)$$

$$V_{m_j}^{(k)} = V_{m_i}^{(k)} - R_{ij}I_{m_{ij}}^{(k)} - X_{ij}I_{r_{ij}}^{(k)} \quad (55)$$

No processo *forward*, (54) e (55) devem ser aplicadas da primeira para a última camada.

C.1.3 Cálculo das perdas

A partir dos valores de correntes e tensões calculados anteriormente, é possível deduzir as equações das perdas nas linhas e no sistema. As perdas nas linhas, na iteração k , podem ser calculadas como mostrado em (56) e (57).

$$P_{ls_{ij}}^{(k)} = R_{ij} \left(I_{ij}^{(k)} \right)^2 \quad (56)$$

$$Q_{lsij}^{(k)} = X_{ij} \left(I_{ij}^{(k)} \right)^2 \quad (57)$$

onde $P_{lsij}^{(k)}$ e $Q_{lsij}^{(k)}$ são, respectivamente, as perdas ativas e reativas no circuito ij , na iteração k .

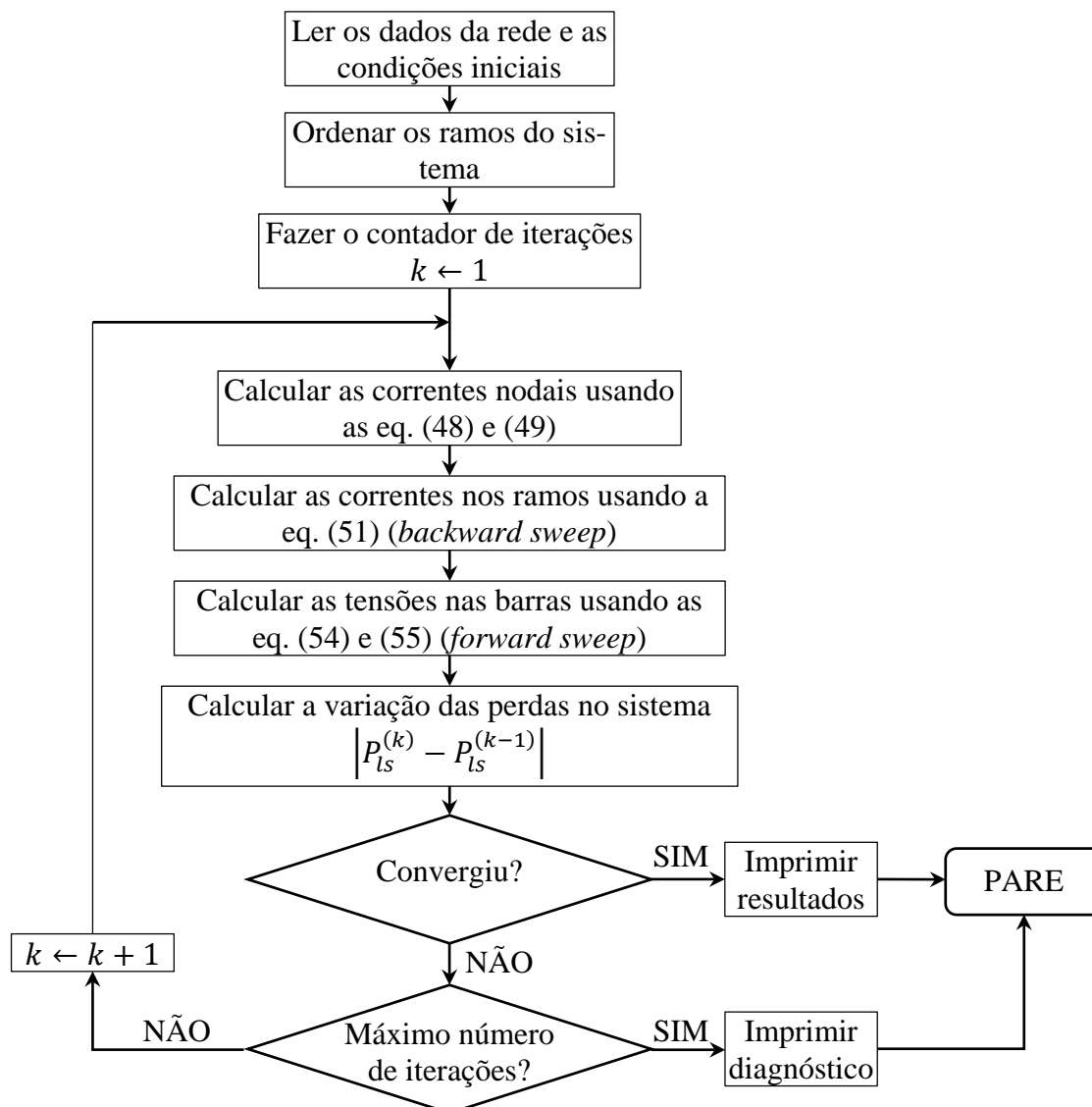
As perdas ativas e reativas totais no sistema, na iteração k , são dadas por (58) e (59), respectivamente.

$$P_{ls}^{(k)} = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} \left(I_{ij}^{(k)} \right)^2 \quad (58)$$

$$Q_{ls}^{(k)} = \sum_{ij \in \Omega_l} X_{ij} \left(I_{ij}^{(k)} \right)^2 \quad (59)$$

A Figura 71 apresenta o fluxograma geral do método de cálculo do FC utilizando o método de varredura, para sistemas de distribuição radiais.

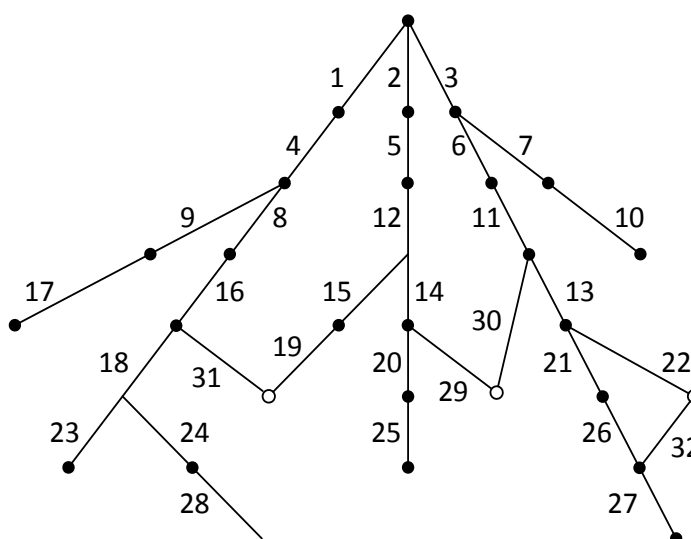
Figura 71 – Algoritmo de fluxo de carga de varredura para redes radiais



C.2 FLUXO DE CARGA EM SISTEMAS FRACAMENTE MALHADOS

A Figura 72 mostra um exemplo de rede de distribuição fracamente malhada, contendo três laços. O algoritmo de varredura não pode ser aplicado diretamente a esta rede. Entretanto, seccionando-a em três *breakpoints*, ela pode ser convertida em uma rede radial. As correntes nos ramos, interrompidas pela criação dos *breakpoints*, podem ser substituídas por injeções de correntes em ambos nós terminais, sem afetar a condição de operação do sistema. A rede radial resultante pode então ser resolvida pela técnica descrita anteriormente (SHIRMOHAMMADI et al., 1988).

Figura 72 – Sistema de distribuição fracamente malhado



Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

Ao aplicar o algoritmo de FC para redes radiais, na iteração k , a corrente no *breakpoint* j , $I_j^{(k)}$, deve ser injetada com polaridade oposta em ambos nós terminais do *breakpoint*, como mostram (60) e (61).

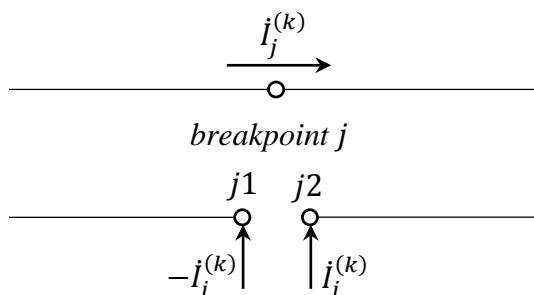
$$I_{j1}^{(k)} = -I_j^{(k)} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (60)$$

$$I_{j2}^{(k)} = I_j^{(k)} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (61)$$

onde $j1$ e $j2$ são os dois nós terminais correspondentes ao *breakpoint* j , $I_{j1}^{(k)}$ e $I_{j2}^{(k)}$ são as injeções de correntes nodais nestes nós, na iteração k , $I_j^{(k)}$ é a corrente no *breakpoint* j , na iteração k , e p é o número de *breakpoints*. Na presença de correntes nodais nos nós de *breakpoints*, devido a elementos *shunt* e/ou cargas, $I_{j1}^{(k)}$ e $-I_{j2}^{(k)}$ devem ser somadas às correntes nodais. A Figura 73 ilustra o esquema deste processo. Após $I_{j1}^{(k)}$ e $I_{j2}^{(k)}$ serem atualizadas, os processos de

backward e *forward* do método de varredura para redes radiais podem ser aplicados diretamente (SHIRMOHAMMADI et al., 1988).

Figura 73 – Representação do *breakpoint* usando injeções de correntes nodais

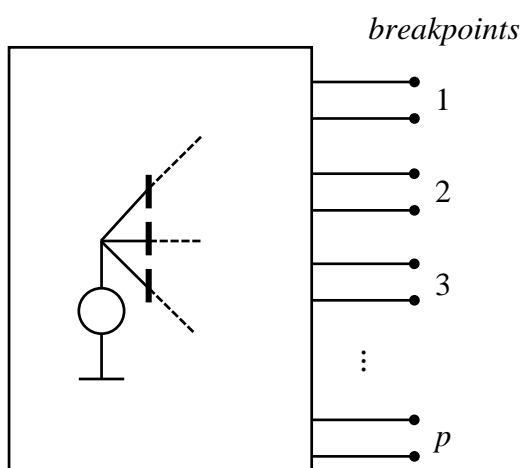


Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

C.2.1 Cálculo das correntes nos *breakpoints* usando o método de compensação

As correntes nos *breakpoints* são calculadas utilizando o método de compensação multiporta apresentado em Tinney (1972). A Figura 74 ilustra o conceito utilizado nesta abordagem. O sistema radial resultante da abertura dos *breakpoints* é mostrado como um circuito multiporta, com os nós dos *breakpoints* formando as portas do circuito. O cálculo das correntes nos *breakpoints* requer que o circuito equivalente multiporta para a rede radial, visto pelas portas dos *breakpoints*, seja montado (SHIRMOHAMMADI et al., 1988).

Figura 74 – Equivalente multiporta da rede visto pelos *breakpoints*

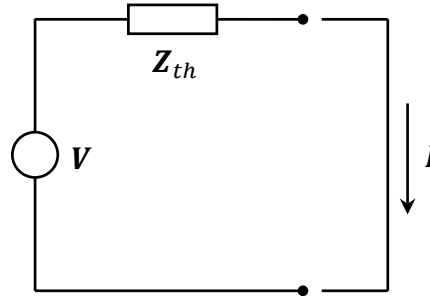


Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

Para uma rede linear, este equivalente multiporta é o circuito equivalente de Thévenin da rede radial vista pelos *breakpoints*. Neste circuito, a tensão de Thévenin \mathbf{V} , é o vetor $p \times 1$ de tensões de circuito aberto nos *breakpoints*, obtido da solução do FC no sistema radial, \mathbf{Z}_{th} é

a matriz $p \times p$, não esparsa, das impedâncias vistas pelos *breakpoints* e I é o vetor $p \times 1$ das correntes de *breakpoint* desejadas, como mostrado na Figura 75.

Figura 75 – Circuito equivalente de Thévenin da rede vista pelos *breakpoints*



Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

A equação (62) descreve o circuito da Figura 75.

$$V = Z_{th}I \quad (62)$$

Entretanto, na presença de cargas de potência constante, a rede de distribuição é não linear e (62) não pode ser aplicada diretamente (SHIRMOHAMMADI et al., 1988). Na seção seguinte explica-se como obter as correntes nos *breakpoints* de forma iterativa, usando o circuito equivalente de Thévenin.

C.2.2 Cálculo da matriz de impedâncias equivalentes vistas pelos *breakpoints*

A matriz de impedâncias vistas pelos *breakpoints* (impedâncias equivalentes de Thévenin) pode ser determinada utilizando-se o método descrito a seguir.

A equação (62) pode ser escrita como (63):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_j \\ \vdots \\ \dot{V}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \cdots & \bar{Z}_{1j} & \cdots & \bar{Z}_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Z}_{j1} & \cdots & \bar{Z}_{jj} & \cdots & \bar{Z}_{jp} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Z}_{p1} & \cdots & \bar{Z}_{pj} & \cdots & \bar{Z}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_j \\ \vdots \\ \dot{I}_p \end{bmatrix} \quad (63)$$

onde $\bar{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$.

De acordo com (63), a coluna j da matriz de impedâncias vistas pelos *breakpoints* será igual ao vetor de tensões nos *breakpoints* para $\dot{I}_j = 1 + j0$ pu e $\dot{I}_i = 0, i = 1, 2, \dots, p$ e $i \neq j$. Isto corresponde a aplicar uma corrente de valor igual a 1 pu no *breakpoint* j com todas as cargas e a fonte no nó raiz removidas, o que é equivalente a injetar correntes com magnitude de 1 pu e polaridades opostas nos dois nós terminais do *breakpoint* j . Na ausência de cargas, a solução do FC para redes radiais pode ser alcançada em uma única iteração. Cada uma das tensões nos *breakpoints* pode ser determinada subtraindo-se as tensões nos dois terminais de

cada *breakpoint*. Este processo deve ser repetido para todos os *breakpoints*, até que todas colunas da matriz de impedâncias vistas pelos *breakpoints* estejam preenchidas (SHIRMOHAMMADI et al., 1988).

C.2.3 Processo iterativo de compensação

O processo iterativo de compensação (SHIRMOHAMMADI et al., 1988), para calcular as correntes nos *breakpoints*, usando o circuito equivalente de Thévenin da Figura 75 é apresentado a seguir:

- i. Monte a matriz de impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos *breakpoints*, \mathbf{Z}_{th} , mantendo-a constante durante o processo de compensação;
- ii. Calcule a tensão equivalente de Thévenin (vetor de tensões nos *breakpoints*, \mathbf{V}) da rede radial através dos processos de *backward* e *forward*, incluindo as correntes nos *breakpoints* calculadas na iteração anterior do processo de compensação. O valor inicial das correntes nos *breakpoints* é zero;
- iii. Calcule a mudança incremental nas correntes dos *breakpoints* usando o circuito equivalente de Thévenin. Na iteração k do processo de compensação, a mudança incremental das correntes nos *breakpoints* é dada por (64);

$$\Delta \mathbf{I}^{(k)} = \mathbf{Z}_{th}^{-1} \mathbf{V}^{(k)} \quad (64)$$

A equação (64) pode ser escrita como mostrado em (65).

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_r^{(k)} \\ \Delta \mathbf{I}_m^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{th}^r & -\mathbf{Z}_{th}^m \\ \mathbf{Z}_{th}^m & \mathbf{Z}_{th}^r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_r^{(k)} \\ \Delta \mathbf{V}_m^{(k)} \end{bmatrix} \quad (65)$$

onde $\Delta \mathbf{I}_r^{(k)}$ e $\Delta \mathbf{I}_m^{(k)}$ são vetores com as partes real e imaginária do vetor $\Delta \mathbf{I}^{(k)}$, respectivamente, $\Delta \mathbf{V}_r^{(k)}$ e $\Delta \mathbf{V}_m^{(k)}$ são vetores com as partes real e imaginária do vetor $\mathbf{V}^{(k)}$, respectivamente, \mathbf{Z}_{th}^r e \mathbf{Z}_{th}^m são matrizes com as partes real e imaginária da matriz \mathbf{Z}_{th} , respectivamente.

- iv. Atualize as correntes nos *breakpoints* de acordo com (66).

$$\mathbf{I}^{(k)} = \mathbf{I}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{I}^{(k)} \quad (66)$$

A equação (66) pode ser escrita como mostrado em (67).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r^{(k)} \\ \mathbf{I}_m^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r^{(k-1)} \\ \mathbf{I}_m^{(k-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_r^{(k)} \\ \Delta \mathbf{I}_m^{(k)} \end{bmatrix} \quad (67)$$

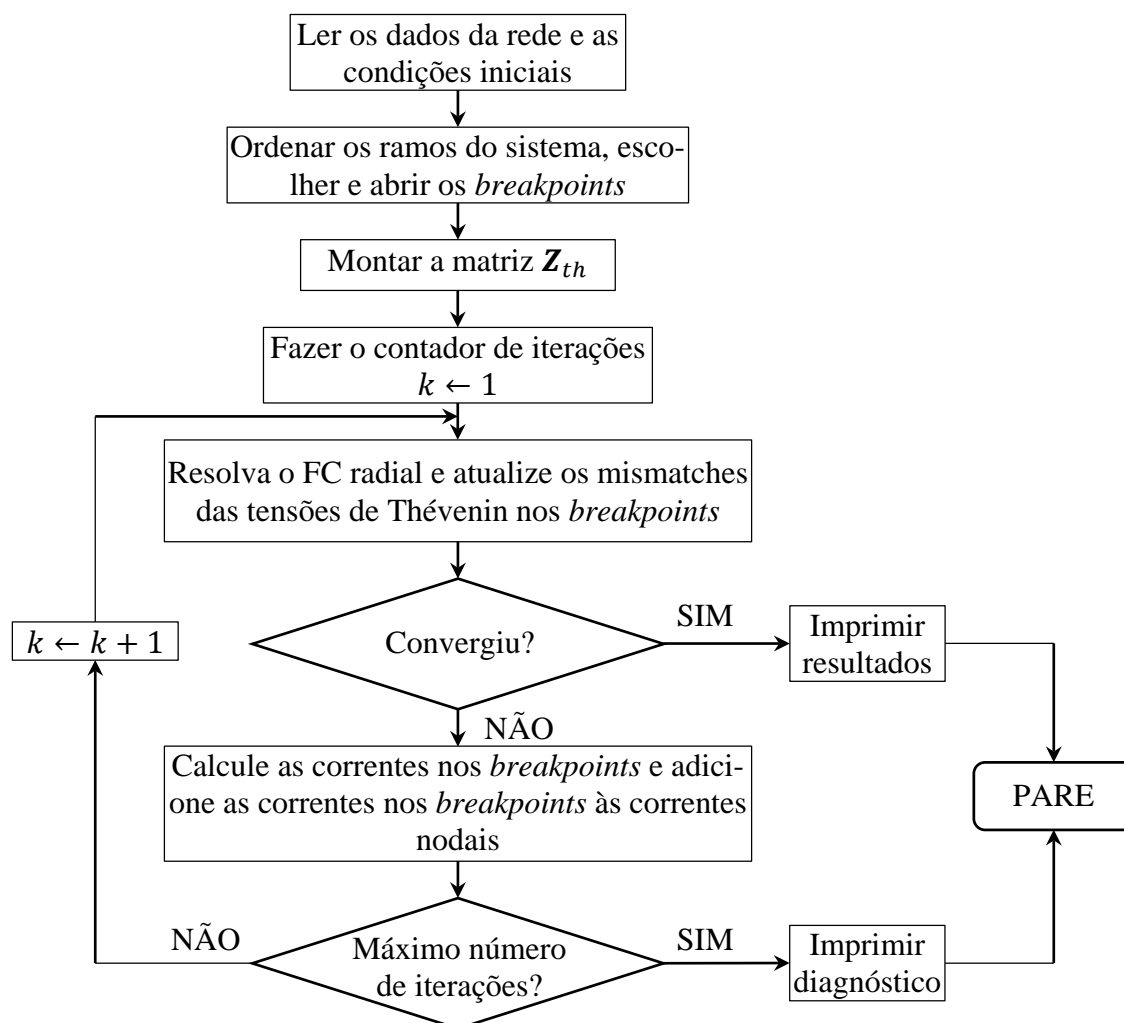
onde $\mathbf{I}_r^{(k)}$ e $\mathbf{I}_m^{(k)}$ são vetores com as partes real e imaginária do vetor $\mathbf{I}^{(k)}$, respectivamente.

- v. Repita os passos (ii), (iii) e (iv) até se obter a convergência desejada (a máxima tensão nos *breakpoints*, calculada no passo (ii), deve estar dentro do limite especificado: $\max|\Delta V^{(k)}| < \varepsilon$).

Na equação (64) deve-se resolver um sistema linear. Neste trabalho a solução de (64) é feita fatorando a matriz Z_{th} e resolvendo-se um sistema linear triangular superior e um inferior. Deve-se observar que para cada fluxo de carga, Z_{th} deve ser fatorada apenas uma vez, pois é constante para uma dada topologia da rede.

Este método tem a eficiência prejudicada quando se aumenta muito o número de malhas no sistema. A Figura 76 mostra o fluxograma do método de cálculo do FC para redes fracamente malhadas.

Figura 76 – Fluxo de carga para redes fracamente malhadas



Fonte: Shirmohammadi et al. (1988).

C.2.4 Escolha dos *breakpoints*

Os nós dos *breakpoints* são escolhidos de forma a converter a rede malhada em um sistema com configuração radial. Adicionalmente, os *breakpoints* devem ser escolhidos de forma a garantir a convergência do processo de solução do algoritmo. O último requisito para selecionar os *breakpoints* geralmente é satisfeito concentrando as escolhas nas partes da rede malhada onde os fluxos de potência são pequenos. Entretanto, os fluxos de potência são produtos finais do método de solução e são desconhecidos durante o momento de escolha dos *breakpoints*.

Em redes de distribuição fracamente malhadas, a escolha dos *breakpoints* não afeta a performance de convergência do método de solução de forma significativa. Portanto, neste trabalho, seleciona-se os *breakpoints* com o objetivo principal de eliminar os laços da rede. Sob estas circunstâncias, o algoritmo para identificação dos *breakpoints* é simples, incorporado no esquema de renumeração dos ramos, como descrito a seguir (SHIRMOHAMMADI et al., 1988):

- i. Examinar todos ramos e selecionar aqueles conectados ao nó raiz para formar a primeira camada;
- ii. Armazenar o número do nó mais distante do nó raiz dos ramos da camada formada. Para todos estes nós, sinalizar com uma *flag* que indica que estes nós já foram utilizados;
- iii. Examinar todos os ramos restantes e selecionar aqueles conectados a qualquer um dos nós mais distantes do nó raiz da camada formada e colocá-los na próxima camada;
- iv. Se o nó terminal do ramo numerado no passo (iii) já foi usado anteriormente (flag de identificação do passo (ii)) um laço foi formado e um *breakpoint* deve ser criado neste nó;
- v. Repita os passos (ii)-(iv) até que todos ramos sejam processados.

ANEXO D – MODELO DE PLIM PARA O PROBLEMA DE RSDEE OPERANDO COM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA

Neste anexo é apresentada uma extensão do modelo de PLIM apresentado em Borges et al. (2013) com algumas modificações, para considerar vários níveis de demanda no problema de RSDEE.

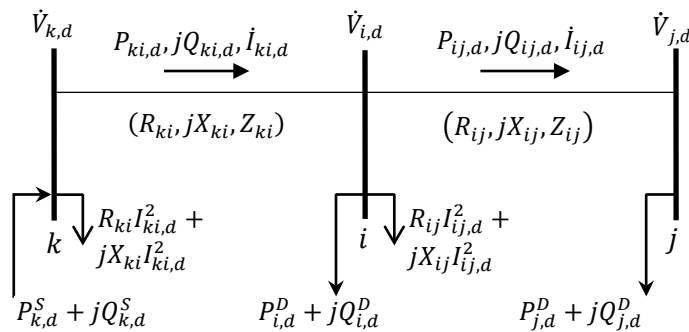
Inicialmente são apresentadas as deduções das equações de operação de um sistema de distribuição em regime permanente. Estas deduções estão disponíveis em Franco et al. (2013).

Consideram-se as seguintes hipóteses para um sistema de distribuição radial operando em regime permanente:

- As demandas das cargas são representadas por potências ativa e reativa constantes;
- As perdas do circuito ij são concentradas na barra de origem i ;
- O sistema é balanceado e portanto pode ser representado por um equivalente monofásico.

A Figura 77 ilustra um trecho de um sistema de distribuição, com três barras e dois circuitos.

Figura 77 – Sistema radial de três barras



Fonte: Franco et al. (2013).

Na Figura 77, a queda de tensão no circuito ij é dada por (68):

$$\dot{V}_{i,d} - \dot{V}_{j,d} = \dot{I}_{ij,d}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (68)$$

Onde $\dot{I}_{ij,d}$ pode ser calculada com (69):

$$\dot{I}_{ij,d} = \left(\frac{P_{ij,d} + jQ_{ij,d}}{\dot{V}_{j,d}} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (69)$$

Substituindo (69) em (68) obtém-se (70):

$$(\dot{V}_{i,d} - \dot{V}_{j,d})\dot{V}_{j,d}^* = (P_{ij,d} - jQ_{ij,d})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (70)$$

Considerando $\dot{V}_{i,d} = V_{i,d} \angle \theta_{i,d}$, $\dot{V}_{j,d} = V_{j,d} \angle \theta_{j,d}$ e $\theta_{ij,d} = \theta_{i,d} - \theta_{j,d}$, (70) pode ser escrita como (71):

$$\begin{aligned} V_{i,d}V_{j,d}(\cos \theta_{ij,d} - j \sin \theta_{ij,d}) - V_{j,d}^2 \\ = (P_{ij,d} - jQ_{ij,d})(R_{ij} + jX_{ij}) \end{aligned} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (71)$$

Separando-se (71) em partes real e imaginária, obtêm-se (72) e (73):

$$V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d} = V_{j,d}^2 + R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (72)$$

$$V_{i,d}V_{j,d} \sin \theta_{ij,d} = X_{ij}P_{ij,d} - R_{ij}Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (73)$$

Somando os quadrados de (72) e (73) obtêm-se (74), onde a diferença angular das tensões complexas entre as barras são eliminadas:

$$V_{i,d}^2 - V_{j,d}^2 = 2(R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d}) + Z_{ij}^2 I_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (74)$$

A magnitude do fluxo de corrente nos ramos é dada por (75):

$$I_{ij,d}^2 V_{j,d}^2 = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (75)$$

As equações de balanço de potência são dadas por (76) e (77):

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij}I_{ij,d}^2) + P_{i,d}^S - P_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (76)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij}I_{ij,d}^2) + Q_{i,d}^S - Q_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (77)$$

As equações (74)-(77) representam a operação em regime permanente de um sistema de distribuição de energia elétrica.

O problema de FC pode então ser modelado como um problema de programação não linear (PNL), onde as equações do FC (74)-(77) correspondem às restrições e a função objetivo visa minimizar o custo das perdas de energia no sistema em um período de tempo determinado, como mostrado em (78):

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d (R_{ij}I_{ij,d}^2) \quad (78)$$

Resolvendo (78) sujeito a (74)-(77) encontra-se o estado de operação em regime permanente do sistema de distribuição. Entretanto, este é um problema de PNL, que após serem adicionadas as restrições do problema de RSDEE, torna-se um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM), não convexo e de difícil solução.

Propõem-se então a seguir algumas modificações e linearizações, para a obtenção de um modelo de PLIM para o problema de RSDEE.

Primeiramente, verifica-se que as variáveis das tensões nas barras e correntes nos ramos aparecem elevadas ao quadrado nas quatro restrições, logo podem ser feitas as trocas de variáveis indicadas em (79)-(82):

$$I_{ij,d}^{qdr} = I_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (79)$$

$$V_{i,d}^{qdr} = V_{i,d}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (80)$$

$$I_{ij,d}^{qdr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (81)$$

$$V_{i,d}^{qdr} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (82)$$

Assim, as restrições (74), (76) e (77) e a função objetivo (78) passam a ser lineares. Entretanto, a equação para o cálculo da corrente (75) continua sendo não linear, pois apresenta o produto de duas variáveis no lado esquerdo e a soma de duas variáveis ao quadrado no lado direito. Além disto, esta restrição é não-convexa. O modelo equivalente resultante é mostrado em (83)-(89).

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d (R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) \quad (83)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + P_{i,d}^S - P_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (84)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^S - Q_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (85)$$

$$V_{i,d}^{qdr} - V_{j,d}^{qdr} = 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) + Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{qdr} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (86)$$

$$I_{ij,d}^{qdr} V_{j,d}^{qdr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (87)$$

$$I_{ij,d}^{qdr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (88)$$

$$V_{i,d}^{qdr} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (89)$$

O modelo (83)-(89) é não linear devido à restrição (87) apresentar no lado esquerdo o produto das variáveis $I_{ij,d}^{qdr} V_{j,d}^{qdr}$ e no lado direito os fluxos de potência nos ramos elevados ao quadrado, $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$.

A linearização do produto $I_{ij,d}^{qdr} V_{j,d}^{qdr}$ pode ser realizada de forma simples. Considere a magnitude de tensão nominal constante, V^{nom} , no produto, o que leva a equivalência linear (90).

$$I_{ij,d}^{qdr} V_{j,d}^{qdr} \approx I_{ij,d}^{qdr} (V^{nom})^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (90)$$

Esta simplificação é válida e com um baixo erro de aproximação.

O termo quadrático $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ pode ser linearizado com mostrado em (91)-(101).

$$P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \approx \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^S \Delta_{ij,d,y}^P + \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^S \Delta_{ij,d,y}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (91)$$

$$P_{ij,d}^+ - P_{ij,d}^- = P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (92)$$

$$P_{ij,d}^+ + P_{ij,d}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,d,y}^P \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (93)$$

$$Q_{ij,d}^+ - Q_{ij,d}^- = Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (94)$$

$$Q_{ij,d}^+ + Q_{ij,d}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,d,y}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (95)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,y}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, y = 1 \dots Y, \forall d \in \Omega_d \quad (96)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,y}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, y = 1 \dots Y, \forall d \in \Omega_d \quad (97)$$

$$P_{ij,d}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (98)$$

$$P_{ij,d}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (99)$$

$$Q_{ij,d}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (100)$$

$$Q_{ij,d}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (101)$$

Em que:

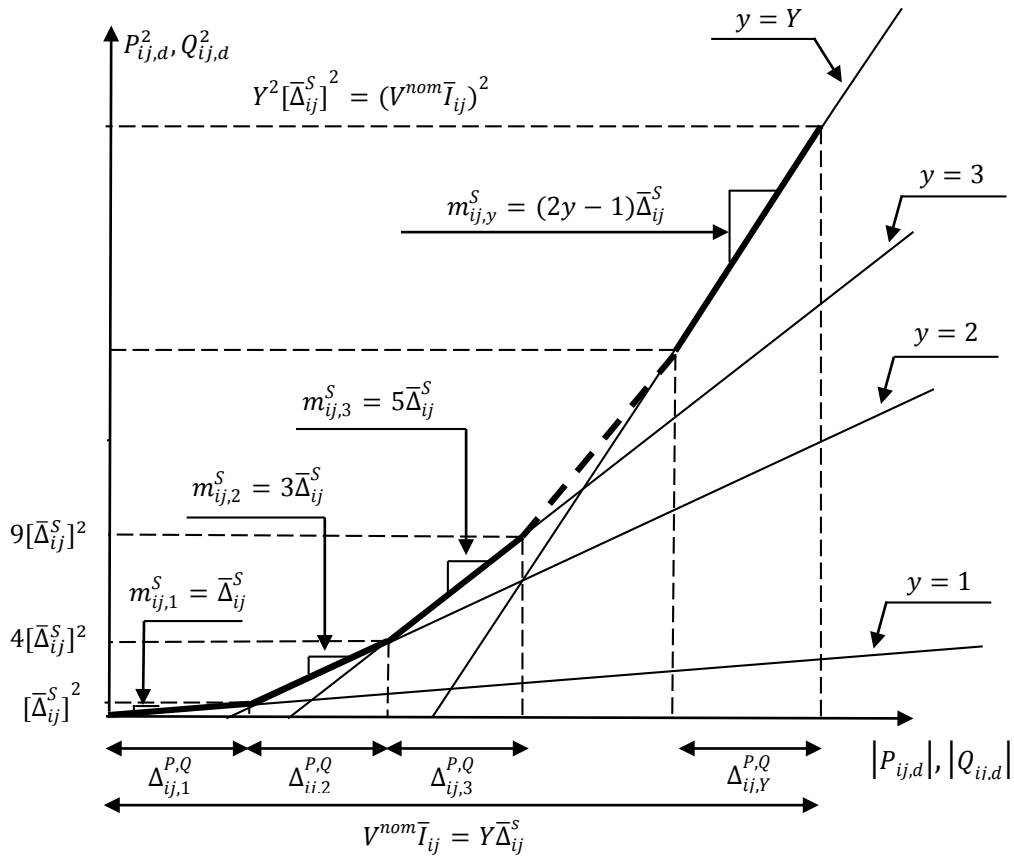
$$m_{ij,y}^S = (2y - 1) \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, y = 1 \dots Y \quad (102)$$

e

$$\bar{\Delta}_{ij}^S = \frac{V^{nom} \bar{I}_{ij}}{Y} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (103)$$

onde $m_{ij,y}^S$ é a inclinação do y -ésimo bloco do fluxo no circuito ij , $\bar{\Delta}_{ij}^S$ é o limite superior de cada bloco de linearização, Y é o número de linearizações, $\Delta_{ij,d,y}^P$ é o valor do y -ésimo bloco de $P_{ij,d}$, $\Delta_{ij,d,y}^Q$ é o valor do y -ésimo bloco de $Q_{ij,d}$, \bar{I}_{ij} é o limite máximo da magnitude de corrente no circuito ij , $P_{ij,d}^+$ e $P_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas utilizadas para modelar $|P_{ij,d}|$ e $Q_{ij,d}^+$ e $Q_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas utilizadas para modelar $|Q_{ij,d}|$, como mostrado em (92) e (94). Os termos do lado direito de (91) são aproximações lineares de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$. A Figura 78 mostra as linearizações de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$. As restrições (93) e (95) impõem que $|P_{ij,d}|$ e $|Q_{ij,d}|$ sejam iguais a soma de valores de cada bloco de discretização. As restrições (96) e (97) fixam os limites superior e inferior da contribuição de cada bloco de $|P_{ij,d}|$ e $|Q_{ij,d}|$. As restrições (98)-(101) impõem a condição de não negatividade das variáveis $P_{ij,d}^+$, $P_{ij,d}^-$, $Q_{ij,d}^+$ e $Q_{ij,d}^-$.

Figura 78 – Linearização por partes dos fluxos de potência ao quadrado



Fonte: Borges et al. (2014).

O modelo resultante é um problema de programação linear (PL). O modelo de PL do problema de FC é uma aproximação do problema de PNL original. Houve um aumento no número de restrições e variáveis contínuas devido à linearização. A precisão dos resultados depende do número de linearizações Y : para valores maiores de Y os erros são menores, mas o número de restrições e variáveis contínuas aumentam. Neste trabalho utilizou-se $Y = 20$.

Considerando as equações do FC linearizado apresentadas, é possível obter um modelo de PLIM para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda no período de operação. O modelo (104)-(124) é uma extensão do apresentado Borges et al. (2014), para considerar vários níveis de demanda e topologia única. As restrições de carga propostas por Borges et al. (2014) não são consideradas neste trabalho e a tensão na barra j , da restrição (108) é considerada a nominal do sistema. Em Borges et al. (2014) é proposta uma melhor aproximação para esta variável. No entanto a proposta implica na adição de novas variáveis binárias ao problema, tornando-o mais complexo. Preferiu-se então uma aproximação mais simples para esta variável, pois a consideração de vários níveis de demanda torna o problema mais complexo, e o tempo de solução maior, inviabilizando a aplicação à problemas de grande porte.

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d (R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) \quad (104)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + P_{i,d}^S - P_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (105)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^S - Q_{i,d}^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (106)$$

$$\begin{aligned} |V_{i,d}^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{qdr} - V_{j,d}^{qdr}| \\ \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - x_{ij}) \end{aligned} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (107)$$

$$(V^{nom})^2 I_{ij,d}^{qdr} = \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^S \Delta_{ij,d,y}^P + \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^S \Delta_{ij,d,y}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (108)$$

$$P_{ij,d}^+ - P_{ij,d}^- = P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (109)$$

$$P_{ij,d}^+ + P_{ij,d}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,d,y}^P \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (110)$$

$$Q_{ij,d}^+ - Q_{ij,d}^- = Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (111)$$

$$Q_{ij,d}^+ + Q_{ij,d}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,d,y}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (112)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,y}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, y = 1 \dots Y, \forall d \in \Omega_d \quad (113)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,y}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, y = 1 \dots Y, \forall d \in \Omega_d \quad (114)$$

$$P_{ij,d}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (115)$$

$$P_{ij,d}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (116)$$

$$Q_{ij,d}^+ \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (117)$$

$$Q_{ij,d}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (118)$$

$$|P_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} x_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (119)$$

$$|Q_{ij,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} x_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (120)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} x_{ij} = nb - 1 \quad (121)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 x_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (122)$$

$$\bar{V}^2 \leq V_{i,d}^{qdr} \leq \underline{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (123)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (124)$$

No modelo linearizado para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda (104)-(124), x_{ij} representa o estado de operação da chave do ramo ij e vale 1 se a chave estiver fechada e 0 se estiver aberta.

A função objetivo (104) visa a redução do custo das perdas de energia no período de operação. As equações (105) e (106) são as restrições de balanço de potência ativa e reativa, respectivamente. A restrição (107) é a de queda de tensão, que calcula o valor da queda de tensão no ramo ij se $x_{ij} = 1$ e está livre para variar entre os limites máximo e mínimo de tensão no sistema se $x_{ij} = 0$. As restrições (108)-(118) fazem parte da linearização do cálculo dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos. As restrições (119) e (120) fixam os fluxos de potência ativa e reativa em 0 no ramo ij se $x_{ij} = 0$ e deixam os valores livres para variar até os limites máximos caso a chave esteja fechada. A restrição (121) é uma condição necessária de radialidade, que em conjunto com as equações de balanço de potência, garante que a configuração da solução seja radial, se as demandas em todas barras de carga forem diferentes de zero. A restrição (122) é o limite de corrente nos condutores, (123) é a restrição de limite de tensão no sistema e (124) indica a natureza binária da variável x_{ij} .

O modelo (104)-(124) é de PLIM, e pode ser resolvido por *solvers* comerciais, como o CPLEX. Finalmente, vale comentar que para este modelo a convergência para o ótimo global é garantida com o CPLEX.

ANEXO E – DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS

Neste anexo são apresentados os dados completos dos sistemas de distribuição de 14, 33, 84, 136 e 415 barras, testados no trabalho. Também são apresentadas as referências para o sistema de 10477 barras.

E.1 DADOS COMUNS A TODOS OS SISTEMAS

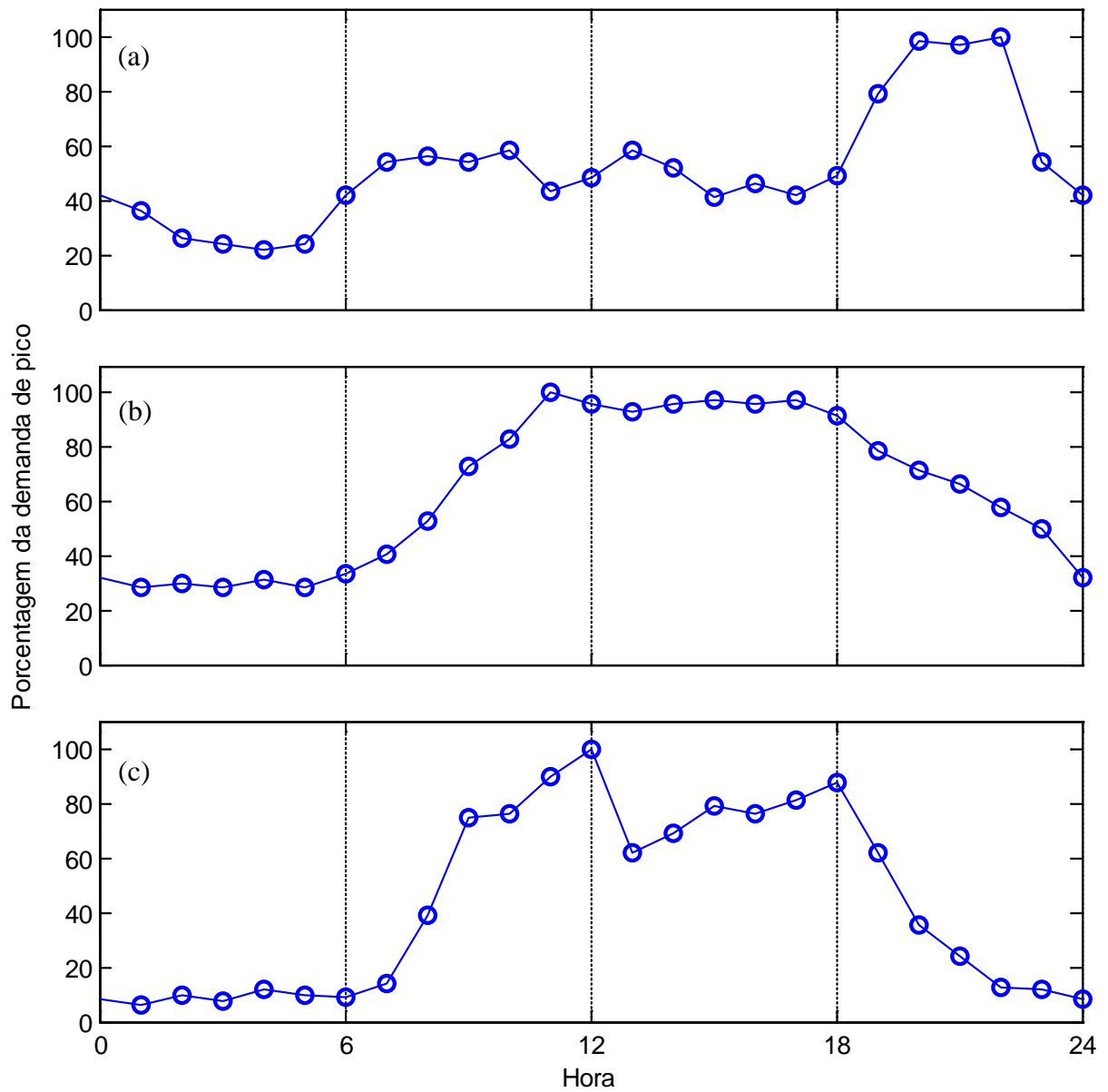
Na Tabela 29 mostram-se os dados de custos das perdas e fatores de carga de cada tipo consumidor para todos níveis de demanda.

Tabela 29 – Fatores dos diferentes tipos de consumidores

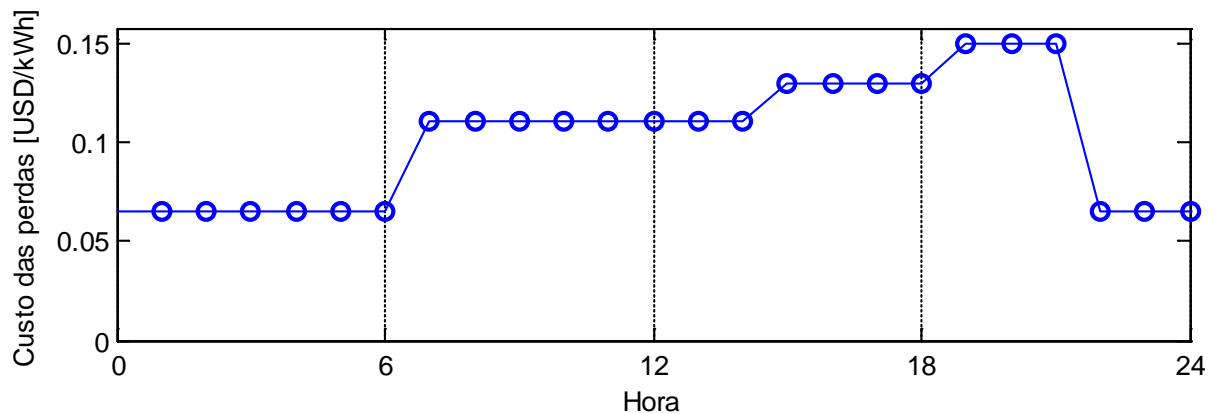
# do nível de demanda	Duração do nível de demanda [h]	Custo das perdas [USD/kWh]	Consumidor residencial	Consumidor comercial	Consumidor industrial
1	1	0,0650	0,3600	0,2838	0,0625
2	1	0,0650	0,2600	0,2973	0,1000
3	1	0,0650	0,2400	0,2838	0,0750
4	1	0,0650	0,2200	0,3108	0,1188
5	1	0,0650	0,2400	0,2838	0,1000
6	1	0,0650	0,4200	0,3378	0,0875
7	1	0,1100	0,5400	0,4054	0,1375
8	1	0,1100	0,5600	0,5270	0,3875
9	1	0,1100	0,5400	0,7297	0,7438
10	1	0,1100	0,5800	0,8311	0,7625
11	1	0,1100	0,4300	1,0000	0,9000
12	1	0,1100	0,4800	0,9595	1,0000
13	1	0,1100	0,5800	0,9324	0,6188
14	1	0,1100	0,5200	0,9595	0,6875
15	1	0,1300	0,4100	0,9730	0,7875
16	1	0,1300	0,4600	0,9595	0,7625
17	1	0,1300	0,4200	0,9730	0,8125
18	1	0,1300	0,4900	0,9189	0,8750
19	1	0,1500	0,7900	0,7838	0,6188
20	1	0,1500	0,9840	0,7162	0,3563
21	1	0,1500	0,9700	0,6622	0,2375
22	1	0,0650	1,0000	0,5811	0,1250
23	1	0,0650	0,5400	0,5000	0,1188
24	1	0,0650	0,4200	0,3229	0,0832

Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 79 ilustram-se as curvas de demanda típicas de consumidores residenciais, comerciais e industriais utilizadas neste trabalho. A Figura 80 mostra a curva dos custos das perdas de energia.

Figura 79 – Demandas típicas: (a) residencial, (b) comercial e (c) industrial

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 80 – Curva de custo das perdas de energia

Fonte: Elaboração do autor.

Para o problema de RSDEE com demanda variável, as demandas nas barras são obtidas atribuindo-se a uma barra um tipo de consumidor e multiplicando-se uma das curvas da Figura 79 pelas demandas de pico ativa e reativa. O tipo de consumidor em cada barra é mostrado nas tabelas com os dados do sistema, onde tipo 1 é residencial, 2 comercial e 3 industrial.

Em cada barra alocou-se um tipo de consumidor aleatoriamente, realizando-se sorteios do tipo roleta, onde as probabilidades de se escolher consumidores residencial, comercial e industrial são de 60%, 25% e 15% respectivamente.

E.2 SISTEMA DE 14 BARRAS

Os dados do sistema de 14 barras são descritos abaixo e na Tabela 30.

- Barra da subestação: 14;
- Tensão na subestação (base de tensão): 23,00 kV;
- Base de potência aparente: 100000 kVA.

Tabela 30 – Dados do sistema de 14 barras

DADOS DE RAMOS					DADOS DE BARRAS			
# do ramo	Barra inicial	Barra final	Resistência [%]	Reatância [%]	# da barra	Demanda ativa [kW]	Demanda reativa [kVAr]	Tipo de consumidor
1	14	13	7,5000	10,0000	1	2100,00	-800,00	2
2	13	12	8,0000	11,0000	2	1000,00	900,00	1
3	13	11	9,0000	18,0000	3	1000,00	-1100,00	2
4	11	10	4,0000	4,0000	4	1000,00	900,00	3
5	14	9	11,0000	11,0000	5	4500,00	-1700,00	1
6	9	8	8,0000	11,0000	6	600,00	-500,00	1
7	9	7	11,0000	11,0000	7	1000,00	900,00	2
8	8	6	11,0000	11,0000	8	5000,00	1800,00	2
9	8	5	8,0000	11,0000	9	4000,00	2700,00	3
10	14	4	11,0000	11,0000	10	1500,00	1200,00	1
11	4	3	9,0000	12,0000	11	2000,00	-400,00	1
12	4	2	8,0000	11,0000	12	3000,00	400,00	1
13	2	1	4,0000	4,0000	13	2000,00	1600,00	1
14	12	6	4,0000	4,0000	14	0,00	0,00	0
15	7	3	4,0000	4,0000				
16	10	1	9,0000	12,0000				

Fonte: Civanlar et al. (1988).

E.3 SISTEMA DE 33 BARRAS

Os dados do sistema de 33 barras são descritos abaixo e na Tabela 31.

- Barra da subestação: 1;
- Tensão na subestação: 12,66 kV.

Tabela 31 – Dados do sistema de 33 barras

DADOS DE RAMOS					DADOS DE BARRAS			
# do ramo	Barra inicial	Barra final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	# da barra	Demanda ativa [kW]	Demanda reativa [kVAr]	Tipo de consumidor
1	1	2	0,0922	0,0470	1	0,00	0,00	0
2	2	3	0,4930	0,2511	2	100,00	60,00	1
3	3	4	0,3660	0,1864	3	90,00	40,00	1
4	4	5	0,3811	0,1941	4	120,00	80,00	1
5	5	6	0,8190	0,7070	5	60,00	30,00	3
6	6	7	0,1872	0,6188	6	60,00	20,00	2
7	7	8	0,7114	0,2351	7	200,00	100,00	2
8	8	9	1,0300	0,7400	8	200,00	100,00	1
9	9	10	1,0440	0,7400	9	60,00	20,00	1
10	10	11	0,1966	0,0650	10	60,00	20,00	2
11	11	12	0,3744	0,1238	11	45,00	30,00	1
12	12	13	1,4680	1,1550	12	60,00	35,00	3
13	13	14	0,5416	0,7129	13	60,00	35,00	2
14	14	15	0,5910	0,5260	14	120,00	80,00	1
15	15	16	0,7463	0,5450	15	60,00	10,00	1
16	16	17	1,2890	1,7210	16	60,00	20,00	1
17	17	18	0,7320	0,5740	17	60,00	20,00	1
18	2	19	0,1640	0,1565	18	90,00	40,00	1
19	19	20	1,5042	1,3554	19	90,00	40,00	1
20	20	21	0,4095	0,4784	20	90,00	40,00	1
21	21	22	0,7089	0,9373	21	90,00	40,00	1
22	3	23	0,4512	0,3083	22	90,00	40,00	2
23	23	24	0,8980	0,7091	23	90,00	50,00	1
24	24	25	0,8960	0,7011	24	420,00	200,00	1
25	6	26	0,2030	0,1034	25	420,00	200,00	1
26	26	27	0,2842	0,1447	26	60,00	25,00	2
27	27	28	1,0590	0,9337	27	60,00	25,00	2
28	28	29	0,8042	0,7006	28	60,00	20,00	2
29	29	30	0,5075	0,2585	29	120,00	70,00	1
30	30	31	0,9744	0,9630	30	200,00	600,00	2
31	31	32	0,3105	0,3619	31	150,00	70,00	1
32	32	33	0,3410	0,5302	32	210,00	100,00	3
33	8	21	2,0000	2,0000	33	60,00	40,00	1
34	9	15	2,0000	2,0000				
35	12	22	2,0000	2,0000				
36	18	33	0,5000	0,5000				
37	25	29	0,5000	0,5000				

Fonte: Baran e Wu (1989).

E.4 SISTEMA DE 84 BARRAS

Os dados do sistema de 84 barras são descritos abaixo e na Tabela 32.

- Barra da subestação: 84;
- Tensão na subestação: 11,40 kV.

Tabela 32 – Dados do sistema de 84 barras

DADOS DE RAMOS					DADOS DE BARRAS			
# do ramo	Barra inicial	Barra final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	# da barra	Demanda ativa [kW]	Demanda reativa [kVAr]	Tipo de consumidor
1	1	84	0,1944	0,6624	1	0,00	0,00	2
2	1	2	0,2096	0,4304	2	100,00	50,00	2
3	2	3	0,2358	0,4842	3	300,00	200,00	1
4	3	4	0,0917	0,1883	4	350,00	250,00	2
5	4	5	0,2096	0,4304	5	220,00	100,00	1
6	5	6	0,0393	0,0807	6	1100,00	800,00	3
7	6	7	0,0405	0,1380	7	400,00	320,00	1
8	7	8	0,1048	0,2152	8	300,00	200,00	2
9	7	9	0,2358	0,4842	9	300,00	230,00	1
10	7	10	0,1048	0,2152	10	300,00	260,00	1
11	11	84	0,0786	0,1614	11	0,90	0,00	3
12	11	12	0,3406	0,6944	12	1200,00	800,00	3
13	12	13	0,0262	0,0538	13	800,00	600,00	2
14	12	14	0,0786	0,1614	14	700,00	500,00	1
15	15	84	0,1134	0,3864	15	0,00	0,00	1
16	15	16	0,0524	0,1076	16	300,00	150,00	3
17	16	17	0,0524	0,1076	17	500,00	350,00	1
18	17	18	0,1572	0,3228	18	700,00	400,00	1
19	18	19	0,0393	0,0807	19	1200,00	1000,00	1
20	19	20	0,1703	0,3497	20	300,00	300,00	1
21	20	21	0,2358	0,4842	21	400,00	350,00	1
22	21	22	0,1572	0,3228	22	50,00	20,00	3
23	21	23	0,1965	0,4035	23	50,00	20,00	1
24	23	24	0,1310	0,2690	24	50,00	10,00	1
25	25	84	0,0567	0,1932	25	50,00	30,00	1
26	25	26	0,1048	0,2152	26	100,00	60,00	1
27	26	27	0,2489	0,5111	27	100,00	70,00	2
28	27	28	0,0486	0,1656	28	1800,00	1300,00	3
29	28	29	0,1310	0,2690	29	200,00	120,00	2
30	30	84	0,1965	0,3960	30	0,00	0,00	2
31	30	31	0,1310	0,2690	31	1800,00	1600,00	3
32	31	32	0,1310	0,2690	32	200,00	150,00	1
33	32	33	0,0262	0,0538	33	200,00	100,00	3
34	33	34	0,1703	0,3497	34	800,00	600,00	1
35	34	35	0,0524	0,1076	35	100,00	60,00	1

36	35	36	0,4978	1,0222	36	100,00	60,00	1
37	36	37	0,0393	0,0807	37	20,00	10,00	1
38	37	38	0,0393	0,0807	38	20,00	10,00	1
39	38	39	0,0786	0,1614	39	20,00	10,00	1
40	39	40	0,2096	0,4304	40	20,00	10,00	2
41	38	41	0,1965	0,4035	41	200,00	160,00	2
42	41	42	0,2096	0,4304	42	50,00	30,00	3
43	43	84	0,0486	0,1656	43	0,00	0,00	1
44	43	44	0,0393	0,0807	44	30,00	20,00	1
45	44	45	0,1310	0,2690	45	800,00	700,00	1
46	45	46	0,2358	0,4842	46	200,00	150,00	1
47	47	84	0,2430	0,8280	47	0,00	0,00	2
48	47	48	0,0655	0,1345	48	0,00	0,00	1
49	48	49	0,0655	0,1345	49	0,00	0,00	1
50	49	50	0,0393	0,0807	50	200,00	160,00	2
51	50	51	0,0786	0,1614	51	800,00	600,00	1
52	51	52	0,0393	0,0807	52	500,00	300,00	1
53	52	53	0,0786	0,1614	53	500,00	350,00	3
54	53	54	0,0524	0,1076	54	500,00	300,00	1
55	54	55	0,1310	0,2690	55	200,00	80,00	2
56	56	84	0,2268	0,7728	56	0,00	0,00	1
57	56	57	0,5371	1,1029	57	30,00	20,00	1
58	57	58	0,0524	0,1076	58	600,00	420,00	1
59	58	59	0,0405	0,1380	59	0,00	0,00	1
60	59	60	0,0393	0,0807	60	20,00	10,00	1
61	60	61	0,0262	0,0538	61	20,00	10,00	1
62	61	62	0,1048	0,2152	62	200,00	130,00	3
63	62	63	0,2358	0,4842	63	300,00	240,00	1
64	63	64	0,0243	0,0828	64	300,00	200,00	3
65	65	84	0,0486	0,1656	65	0,00	0,00	1
66	65	66	0,1703	0,3497	66	50,00	30,00	3
67	66	67	0,1215	0,4140	67	0,00	0,00	1
68	67	68	0,2187	0,7452	68	400,00	360,00	2
69	68	69	0,0486	0,1656	69	0,00	0,00	1
70	69	70	0,0729	0,2484	70	0,00	0,00	1
71	70	71	0,0567	0,1932	71	2000,00	1500,00	1
72	71	72	0,0262	0,0528	72	200,00	150,00	1
73	73	84	0,3240	1,1040	73	0,00	0,00	1
74	73	74	0,0324	0,1104	74	0,00	0,00	1
75	74	75	0,0567	0,1932	75	1200,00	950,00	2
76	75	76	0,0486	0,1656	76	300,00	180,00	2
77	77	84	0,2511	0,8556	77	0,00	0,00	2
78	77	78	0,1296	0,4416	78	400,00	360,00	1
79	78	79	0,0486	0,1656	79	2000,00	1300,00	1
80	79	80	0,1310	0,2640	80	200,00	140,00	1
81	80	81	0,1310	0,2640	81	500,00	360,00	2

82	81	82	0,0917	0,1883	82	100,00	30,00	1
83	82	83	0,3144	0,6456	83	400,00	360,00	1
84	5	55	0,1310	0,2690	84	0,00	0,00	0
85	7	60	0,1310	0,2690				
86	11	43	0,1310	0,2690				
87	12	72	0,3406	0,6994				
88	13	76	0,4585	0,9415				
89	14	18	0,5371	1,0824				
90	16	26	0,0917	0,1883				
91	20	83	0,0786	0,1614				
92	28	32	0,0524	0,1076				
93	29	39	0,0786	0,1614				
94	34	46	0,0262	0,0538				
95	40	42	0,1965	0,4035				
96	53	64	0,0393	0,0807				

Fonte: Chiou et al. (2005).

E.5 SISTEMA DE 136 BARRAS

Os dados do sistema de 136 barras são descritos abaixo e na Tabela 33.

- Barra da subestação: 136;
- Tensão na subestação: 13,80 kV.

Tabela 33 – Dados do sistema de 136 barras

DADOS DE RAMOS					DADOS DE BARRAS			
# do ramo	Barra inicial	Barra final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	# da barra	Demanda ativa [kW]	Demanda reativa [kVAr]	Tipo de consumidor
1	136	1	0,33205	0,76653	1	0,000	0,000	2
2	1	2	0,00188	0,00433	2	47,780	19,009	1
3	2	3	0,22324	0,51535	3	42,551	16,929	2
4	3	4	0,09943	0,22953	4	87,022	34,622	1
5	4	5	0,15571	0,35945	5	311,310	123,855	1
6	5	6	0,16321	0,37677	6	148,869	59,228	1
7	6	7	0,11444	0,26417	7	238,672	94,956	1
8	6	8	0,05675	0,05666	8	62,299	24,786	1
9	8	9	0,52124	0,27418	9	124,598	49,571	1
10	8	10	0,10877	0,10860	10	140,175	55,768	3
11	10	11	0,39803	0,20937	11	116,813	46,474	1
12	10	12	0,91744	0,31469	12	249,203	99,145	2
13	10	13	0,11823	0,11805	13	291,447	115,952	2
14	13	14	0,50228	0,26421	14	303,720	120,835	2
15	13	15	0,05675	0,05666	15	215,396	85,695	1
16	15	16	0,29379	0,15454	16	198,586	79,007	2
17	136	17	0,33205	0,76653	17	0,000	0,000	1
18	17	18	0,00188	0,00433	18	0,000	0,000	1
19	18	19	0,22324	0,51535	19	0,000	0,000	1

20	19	20	0,10881	0,25118	20	30,127	14,729	1
21	20	21	0,71078	0,37388	21	230,972	112,920	1
22	20	22	0,18197	0,42008	22	60,256	29,458	1
23	22	23	0,30326	0,15952	23	230,972	112,920	2
24	22	24	0,02439	0,05630	24	120,507	58,915	2
25	24	25	0,04502	0,10394	25	0,000	0,000	1
26	25	26	0,01876	0,04331	26	56,981	27,857	2
27	26	27	0,11823	0,11805	27	364,665	178,281	2
28	27	28	0,02365	0,02361	28	0,000	0,000	1
29	28	29	0,18954	0,09970	29	124,647	60,939	1
30	29	30	0,39803	0,20937	30	56,981	27,857	3
31	28	31	0,05675	0,05666	31	0,000	0,000	1
32	31	32	0,09477	0,04985	32	85,473	41,787	3
33	32	33	0,41699	0,21934	33	0,000	0,000	1
34	33	34	0,11372	0,05982	34	396,735	193,960	3
35	31	35	0,07566	0,07555	35	0,000	0,000	1
36	35	36	0,36960	0,19442	36	181,152	88,563	3
37	36	37	0,26536	0,13958	37	242,172	118,395	2
38	35	38	0,05675	0,05666	38	75,316	36,821	3
39	136	39	0,33205	0,76653	39	0,000	0,000	1
40	39	40	0,11819	0,27283	40	1,254	0,531	1
41	40	41	2,96288	1,01628	41	6,274	2,660	1
42	40	42	0,00188	0,00433	42	0,000	0,000	1
43	42	43	0,06941	0,16024	43	117,880	49,971	1
44	43	44	0,81502	0,42872	44	62,668	26,566	3
45	43	45	0,06378	0,14724	45	172,285	73,034	1
46	45	46	0,13132	0,30315	46	458,556	194,388	1
47	46	47	0,06191	0,14291	47	262,962	111,473	2
48	47	48	0,11444	0,26417	48	235,761	99,942	2
49	48	49	0,28374	0,28331	49	0,000	0,000	1
50	49	50	0,28374	0,28331	50	109,215	46,298	2
51	48	51	0,04502	0,10394	51	0,000	0,000	1
52	51	52	0,02626	0,06063	52	72,809	30,865	1
53	52	53	0,06003	0,13858	53	258,473	109,570	2
54	53	54	0,03002	0,06929	54	69,169	29,322	3
55	54	55	0,02064	0,04764	55	21,843	9,260	3
56	52	56	0,10881	0,25118	56	0,000	0,000	2
57	56	57	0,25588	0,13460	57	20,527	8,702	1
58	57	58	0,41699	0,21934	58	150,548	63,819	1
59	58	59	0,50228	0,26421	59	220,687	93,552	1
60	59	60	0,33170	0,17448	60	92,384	39,163	1
61	60	61	0,20849	0,10967	61	0,000	0,000	2
62	47	62	0,13882	0,32047	62	226,693	96,098	2
63	136	63	0,00750	0,01732	63	0,000	0,000	1
64	63	64	0,27014	0,62362	64	294,016	116,974	1
65	64	65	0,38270	0,88346	65	83,015	33,028	2

66	65	66	0,33018	0,76220	66	83,015	33,028	1
67	66	67	0,32830	0,75787	67	103,770	41,285	2
68	67	68	0,17072	0,39409	68	176,408	70,184	2
69	68	69	0,55914	0,29412	69	83,015	33,028	2
70	68	70	0,05816	0,13425	70	217,917	86,698	2
71	70	71	0,70130	0,36890	71	23,294	9,267	1
72	71	72	1,02352	0,53839	72	5,075	2,019	2
73	70	73	0,06754	0,15591	73	72,638	28,899	1
74	73	74	1,32352	0,45397	74	405,990	161,524	2
75	136	75	0,01126	0,02598	75	0,000	0,000	1
76	75	76	0,72976	1,68464	76	100,182	42,468	3
77	76	77	0,22512	0,51968	77	142,523	60,417	1
78	77	78	0,20824	0,48071	78	96,042	40,713	3
79	78	79	0,04690	0,10827	79	300,454	127,366	1
80	79	80	0,61950	0,61857	80	141,238	59,873	3
81	80	81	0,34049	0,33998	81	279,847	118,631	2
82	81	82	0,56862	0,29911	82	87,312	37,013	2
83	81	83	0,10877	0,10860	83	243,849	103,371	1
84	83	84	0,56862	0,29911	84	247,750	105,025	2
85	136	85	0,01126	0,02598	85	0,000	0,000	2
86	85	86	0,41835	0,96575	86	89,878	38,101	1
87	86	87	0,10499	0,13641	87	1137,280	482,108	1
88	86	88	0,43898	1,01338	88	458,339	194,296	1
89	88	89	0,07520	0,02579	89	385,197	163,290	3
90	89	90	0,07692	0,17756	90	0,000	0,000	1
91	90	91	0,33205	0,76653	91	79,608	33,747	1
92	91	92	0,08442	0,19488	92	87,312	37,013	2
93	92	93	0,13320	0,30748	93	0,000	0,000	3
94	93	94	0,29320	0,29276	94	74,001	31,370	1
95	94	95	0,21753	0,21721	95	232,050	98,369	2
96	95	96	0,26482	0,26443	96	141,819	60,119	3
97	93	97	0,10318	0,23819	97	0,000	0,000	1
98	97	98	0,13507	0,31181	98	76,449	32,408	1
99	136	99	0,00938	0,02165	99	0,000	0,000	1
100	99	100	0,16884	0,38976	100	51,322	21,756	1
101	100	101	0,11819	0,27283	101	59,874	25,381	1
102	101	102	2,28608	0,78414	102	9,065	3,843	1
103	101	103	0,45587	1,05236	103	2,092	0,887	1
104	103	104	0,69600	1,60669	104	16,735	7,094	1
105	104	105	0,45774	1,05669	105	1506,522	638,634	3
106	105	106	0,20298	0,26373	106	313,023	132,694	1
107	106	107	0,21348	0,27737	107	79,831	33,842	1
108	107	108	0,54967	0,28914	108	51,322	21,756	3
109	108	109	0,54019	0,28415	109	0,000	0,000	2
110	107	110	0,04550	0,05911	110	202,435	85,815	1
111	110	111	0,47385	0,24926	111	60,823	25,784	1

112	111	112	0,86241	0,45364	112	45,618	19,338	2
113	112	113	0,56862	0,29911	113	0,000	0,000	1
114	108	114	0,77711	0,40878	114	157,070	66,584	2
115	114	115	1,08038	0,56830	115	0,000	0,000	2
116	109	116	1,09933	0,57827	116	250,148	106,041	3
117	116	117	0,47385	0,24926	117	0,000	0,000	3
118	104	118	0,32267	0,74488	118	69,809	29,593	1
119	118	119	0,14633	0,33779	119	32,072	13,596	1
120	119	120	0,12382	0,28583	120	61,084	25,894	1
121	136	121	0,01126	0,02598	121	0,000	0,000	2
122	121	122	0,64910	1,49842	122	94,622	46,260	2
123	122	123	0,04502	0,10394	123	49,858	24,375	1
124	123	124	0,52640	0,18056	124	123,164	60,214	1
125	123	125	0,02064	0,04764	125	78,350	38,304	2
126	125	126	0,53071	0,27917	126	145,475	71,121	3
127	125	127	0,09755	0,22520	127	21,369	10,447	2
128	127	128	0,11819	0,27283	128	74,789	36,564	1
129	127	129	0,13882	0,32047	129	227,926	111,431	3
130	129	130	0,04315	0,09961	130	35,614	17,411	1
131	130	131	0,09192	0,21220	131	249,295	121,877	1
132	131	132	0,16134	0,37244	132	316,722	154,842	1
133	132	133	0,37832	0,37775	133	333,817	163,199	3
134	133	134	0,39724	0,39664	134	249,295	121,877	3
135	134	135	0,29320	0,29276	135	0,000	0,000	2
136	7	73	0,13132	0,30315	136	0,000	0,000	0
137	9	24	0,26536	0,13958				
138	15	83	0,14187	0,14166				
139	38	135	0,08512	0,08499				
140	25	51	0,04502	0,10394				
141	50	96	0,14187	0,14166				
142	55	98	0,14187	0,14166				
143	62	120	0,03940	0,09094				
144	66	79	0,12944	0,29882				
145	79	131	0,01688	0,03898				
146	84	135	0,33170	0,17448				
147	91	104	0,14187	0,14166				
148	90	129	0,07692	0,17756				
149	90	103	0,07692	0,17756				
150	92	104	0,07692	0,17756				
151	92	132	0,07692	0,17756				
152	96	120	0,26482	0,26443				
153	110	47	0,49696	0,64567				
154	126	76	0,17059	0,08973				
155	128	77	0,05253	0,12126				
156	135	98	0,29320	0,29276				

Fonte: Mantovani et al. (2000).

E.6 SISTEMA DE 415 BARRAS

Os dados do sistema de 415 barras são descritos abaixo e na Tabela 34.

- Barra da subestação: 1;
- Tensão na subestação: 10,00 kV.

Tabela 34 – Dados do sistema de 415 barras

DADOS DE RAMOS					DADOS DE BARRAS			
# do ramo	Barra inicial	Barra final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	# da barra	Demanda ativa [kW]	Demanda reativa [kVAr]	Tipo de consumidor
1	384	68	0,0310675	0,0214200	1	0,1	0,0	0
2	89	67	0,1078225	0,0743400	2	0,1	0,0	1
3	225	224	0,0694450	0,0478800	3	122,0	59,0	1
4	21	72	0,1937150	0,1335600	4	0,1	0,0	1
5	66	384	0,0347225	0,0239400	5	0,1	0,0	2
6	3	20	0,6103850	0,4208400	6	114,0	55,0	3
7	224	222	0,0694450	0,0478800	7	51,0	25,0	2
8	72	74	0,0219300	0,0151200	8	83,0	40,0	1
9	70	382	0,0310675	0,0214200	9	0,1	0,0	2
10	20	51	0,0877200	0,0604800	10	122,0	59,0	1
11	222	221	0,0877200	0,0604800	11	122,0	59,0	2
12	76	72	0,0548250	0,0378000	12	77,0	37,0	2
13	382	66	0,0328950	0,0226800	13	0,1	0,0	3
14	51	52	0,0694450	0,0478800	14	68,0	33,0	1
15	221	220	0,0840650	0,0579600	15	71,0	34,0	1
16	75	81	0,0840650	0,0579600	16	0,1	0,0	1
17	59	70	0,0537285	0,0370440	17	0,1	0,0	1
18	52	56	0,1169600	0,0806400	18	77,0	37,0	3
19	1	273	0,0142545	0,0098280	19	30,0	14,0	1
20	81	76	0,0529975	0,0365400	20	13,0	6,0	2
21	68	85	0,0292400	0,0201600	21	1,0	0,0	2
22	56	27	0,0950300	0,0655200	22	194,0	94,0	1
23	1	274	0,1154980	0,0796320	23	77,0	37,0	1
24	74	75	0,1059950	0,0730800	24	77,0	37,0	3
25	68	93	0,0840650	0,0579600	25	77,0	37,0	1
26	27	31	0,1023400	0,0705600	26	122,0	59,0	1
27	274	275	0,0836995	0,0577080	27	104,0	51,0	2
28	72	73	0,0986850	0,0680400	28	0,1	0,0	1
29	60	58	0,0109650	0,0075600	29	77,0	37,0	1
30	31	40	0,1059950	0,0730800	30	243,0	118,0	2
31	275	209	0,1396210	0,0962640	31	77,0	37,0	1
32	73	80	0,0731000	0,0504000	32	77,0	37,0	1
33	65	71	0,0712725	0,0491400	33	0,1	0,0	2
34	40	47	0,0913750	0,0630000	34	121,0	58,0	1
35	275	276	0,1158635	0,0798840	35	194,0	94,0	1

36	73	77	0,0767550	0,0529200	36	122,0	59,0	1
37	69	65	0,0310675	0,0214200	37	77,0	37,0	2
38	51	54	0,0548250	0,0378000	38	0,1	0,0	1
39	276	264	0,1151325	0,0793800	39	0,1	0,0	1
40	77	78	0,0511700	0,0352800	40	96,0	47,0	1
41	59	69	0,0211990	0,0146160	41	122,0	59,0	3
42	54	24	0,0731000	0,0504000	42	70,0	34,0	1
43	263	264	0,0687140	0,0473760	43	58,0	28,0	1
44	79	83	0,2412300	0,1663200	44	0,1	0,0	1
45	63	61	0,1096500	0,0756000	45	122,0	59,0	2
46	24	29	0,0950300	0,0655200	46	122,0	59,0	3
47	262	263	0,0630936	0,0532656	47	122,0	59,0	1
48	82	80	0,0731000	0,0504000	48	86,0	42,0	3
49	71	63	0,0226610	0,0156240	49	77,0	37,0	2
50	29	34	0,1151325	0,0793800	50	0,1	0,0	2
51	261	262	0,0379730	0,0320580	51	122,0	59,0	1
52	78	79	0,0219300	0,0151200	52	122,0	59,0	1
53	61	60	0,0438600	0,0302400	53	122,0	59,0	1
54	34	47	0,1736125	0,1197000	54	0,1	0,0	1
55	259	261	0,0511175	0,0431550	55	42,0	20,0	1
56	83	90	0,1209805	0,0834120	56	122,0	59,0	1
57	58	62	0,1293870	0,0892080	57	13,0	6,0	1
58	47	21	0,0840650	0,0579600	58	77,0	37,0	1
59	257	259	0,0687140	0,0473760	59	50,0	24,0	1
60	77	59	0,3874300	0,2671200	60	0,1	0,0	1
61	64	67	0,0449565	0,0309960	61	60,0	29,0	3
62	20	44	0,0146200	0,0100800	62	71,0	34,0	1
63	372	239	0,0265811	0,0224406	63	122,0	59,0	1
64	123	1	0,0135240	0,0159530	64	77,0	37,0	2
65	67	68	0,0862580	0,0594720	65	95,0	46,0	1
66	44	25	0,1279250	0,0882000	66	121,0	58,0	1
67	264	265	0,0723690	0,0498960	67	77,0	37,0	1
68	120	94	0,2538284	0,2584552	68	103,0	50,0	2
69	62	64	0,0603075	0,0415800	69	52,0	25,0	3
70	25	35	0,1279250	0,0882000	70	57,0	27,0	1
71	369	347	0,1315800	0,0907200	71	171,0	83,0	1
72	120	123	0,2948750	0,3002500	72	121,0	58,0	1
73	58	20	0,5921100	0,4082400	73	39,0	19,0	1
74	35	38	0,0804100	0,0554400	74	119,0	58,0	3
75	369	370	0,2083350	0,1436400	75	49,0	24,0	1
76	114	115	0,0475150	0,0327600	76	0,1	0,0	2
77	1	92	0,3888920	0,2681280	77	50,0	24,0	3
78	38	41	0,1041675	0,0718200	78	44,0	21,0	3
79	370	348	0,1187875	0,0819000	79	82,0	40,0	3
80	115	112	0,0402050	0,0277200	80	132,0	64,0	2
81	92	2	0,3410115	0,2351160	81	194,0	94,0	2

82	41	43	0,1169600	0,0806400	82	0,1	0,0	2
83	383	251	0,0109650	0,0075600	83	122,0	59,0	2
84	94	113	0,0328950	0,0226800	84	3,0	1,0	1
85	92	87	0,0128524	0,0108504	85	52,0	25,0	2
86	43	48	0,0804100	0,0554400	86	103,0	50,0	2
87	383	370	0,0182750	0,0126000	87	21,0	10,0	1
88	113	114	0,0767550	0,0529200	88	21,0	10,0	3
89	2	17	0,0877200	0,0604800	89	21,0	10,0	1
90	48	50	0,0731000	0,0504000	90	5,0	3,0	2
91	208	277	0,0672520	0,0463680	91	0,1	0,0	2
92	106	95	0,0840650	0,0579600	92	0,1	0,0	1
93	6	7	0,0402050	0,0277200	93	21,0	10,0	1
94	20	33	0,0657900	0,0453600	94	18,0	9,0	1
95	277	278	0,0328950	0,0226800	95	122,0	59,0	2
96	95	112	0,0328950	0,0226800	96	116,0	56,0	2
97	7	3	0,0519010	0,0357840	97	7,0	3,0	1
98	84	33	0,0420325	0,0289800	98	64,0	31,0	1
99	277	279	0,0482460	0,0332640	99	49,0	24,0	1
100	94	111	0,0657900	0,0453600	100	16,0	8,0	2
101	18	5	0,1224425	0,0844200	101	77,0	37,0	2
102	28	36	0,0913750	0,0630000	102	119,0	58,0	3
103	279	280	0,0343570	0,0236880	103	71,0	34,0	2
104	111	106	0,0657900	0,0453600	104	77,0	37,0	1
105	5	6	0,0493425	0,0340200	105	194,0	94,0	1
106	36	45	0,1315800	0,0907200	106	122,0	59,0	1
107	280	281	0,0621350	0,0428400	107	55,0	27,0	1
108	119	121	0,0102235	0,0086310	108	38,0	18,0	1
109	17	18	0,1169600	0,0806400	109	22,0	10,0	1
110	49	45	0,0438600	0,0302400	110	0,1	0,0	1
111	281	235	0,0493425	0,0340200	111	77,0	37,0	1
112	94	119	0,0560280	0,0660910	112	122,0	59,0	3
113	2	14	0,0164475	0,0113400	113	38,0	18,0	1
114	55	23	0,0767550	0,0529200	114	122,0	59,0	1
115	281	282	0,0537285	0,0370440	115	27,0	13,0	1
116	118	84	0,0402050	0,0277200	116	64,0	31,0	2
117	8	9	0,0950300	0,0655200	117	0,1	0,0	1
118	23	28	0,0694450	0,0478800	118	0,1	0,0	1
119	235	234	0,0833340	0,0574560	119	0,1	0,0	1
120	119	122	0,0511700	0,0352800	120	0,1	0,0	3
121	9	3	0,0146200	0,0100800	121	79,0	38,0	1
122	33	55	0,0438600	0,0302400	122	247,0	119,0	2
123	235	236	0,0420325	0,0289800	123	0,1	0,0	1
124	122	118	0,2010250	0,1386000	124	0,1	0,0	2
125	16	19	0,1571650	0,1083600	125	0,1	0,0	1
126	21	50	0,0365500	0,0252000	126	0,1	0,0	1
127	208	236	0,0767550	0,0529200	127	0,1	0,0	3

128	104	105	0,0496570	0,0419220	128	0,1	0,0	2
129	19	8	0,0219300	0,0151200	129	77,0	37,0	2
130	32	44	0,2558500	0,1764000	130	122,0	59,0	1
131	232	349	0,0759460	0,0641160	131	62,0	30,0	1
132	84	104	0,0731000	0,0504000	132	105,0	51,0	3
133	14	16	0,0986850	0,0680400	133	122,0	59,0	1
134	37	32	0,1059950	0,0730800	134	77,0	37,0	1
135	349	207	0,0321310	0,0271260	135	77,0	37,0	1
136	105	108	0,0657900	0,0453600	136	0,1	0,0	1
137	2	13	0,0321310	0,0271260	137	85,0	41,0	2
138	42	37	0,0676175	0,0466200	138	8,0	4,0	1
139	380	229	0,0411861	0,0347706	139	122,0	59,0	1
140	109	108	0,0496570	0,0419220	140	35,0	17,0	1
141	4	12	0,0671830	0,0567180	141	55,0	27,0	2
142	46	42	0,0255850	0,0176400	142	153,0	74,0	2
143	229	228	0,0630936	0,0532656	143	316,0	153,0	3
144	84	109	0,0475150	0,0327600	144	105,0	51,0	2
145	12	15	0,1051560	0,0887760	145	20,0	10,0	2
146	46	50	0,0365500	0,0252000	146	95,0	46,0	1
147	232	231	0,0968575	0,0667800	147	38,0	18,0	1
148	110	84	0,0438600	0,0302400	148	83,0	40,0	1
149	15	11	0,1329055	0,1122030	149	50,0	24,0	2
150	21	49	0,1352350	0,0932400	150	77,0	37,0	1
151	232	293	0,0749275	0,0516600	151	122,0	59,0	2
152	103	110	0,0767550	0,0529200	152	102,0	49,0	1
153	13	4	0,0452755	0,0382230	153	60,0	29,0	1
154	39	30	0,1169600	0,0806400	154	77,0	37,0	2
155	293	236	0,0694450	0,0478800	155	194,0	94,0	1
156	107	103	0,0548250	0,0378000	156	56,0	27,0	2
157	11	86	0,0350520	0,0295920	157	122,0	59,0	2
158	49	39	0,0877200	0,0604800	158	0,1	0,0	1
159	221	344	0,0292400	0,0201600	159	3,0	1,0	1
160	84	107	0,0657900	0,0453600	160	1,0	0,0	1
161	86	91	0,0950300	0,0655200	161	52,0	25,0	1
162	53	22	0,0402050	0,0277200	162	194,0	94,0	1
163	304	306	0,0694450	0,0478800	163	10,0	5,0	1
164	97	116	0,0438600	0,0302400	164	128,0	62,0	3
165	10	11	0,0467360	0,0394560	165	16,0	8,0	1
166	30	26	0,0548250	0,0378000	166	37,0	18,0	3
167	378	377	0,1114775	0,0768600	167	154,0	75,0	2
168	84	99	0,1315800	0,0907200	168	0,1	0,0	1
169	3	10	0,1078225	0,0743400	169	0,1	0,0	1
170	26	53	0,1005125	0,0693000	170	78,0	38,0	1
171	304	378	0,0588455	0,0405720	171	0,1	0,0	1
172	101	96	0,1059950	0,0730800	172	27,0	13,0	3
173	10	88	0,1095375	0,0924750	173	103,0	50,0	1

174	22	33	0,0438600	0,0302400	174	122,0	59,0	2
175	309	307	0,0986850	0,0680400	175	72,0	35,0	2
176	100	101	0,0584800	0,0403200	176	0,1	0,0	1
177	88	89	0,0804100	0,0554400	177	122,0	59,0	1
178	21	57	0,2156450	0,1486800	178	194,0	94,0	1
179	314	317	0,0815065	0,0561960	179	0,1	0,0	3
180	102	100	0,0548250	0,0378000	180	77,0	37,0	2
181	99	102	0,0511700	0,0352800	181	82,0	40,0	1
182	187	167	0,0847090	0,0715140	182	53,0	26,0	1
183	314	318	0,0723690	0,0498960	183	122,0	59,0	2
184	138	194	0,0127925	0,0088200	184	64,0	31,0	1
185	96	117	0,0785825	0,0541800	185	86,0	42,0	1
186	167	175	0,0905510	0,0764460	186	82,0	40,0	1
187	301	305	0,0438600	0,0302400	187	0,1	0,0	3
188	155	151	0,0694450	0,0478800	188	167,0	81,0	1
189	117	97	0,0402050	0,0277200	189	0,1	0,0	1
190	175	181	0,0847090	0,0715140	190	0,1	0,0	3
191	310	315	0,0614040	0,0423360	191	131,0	64,0	1
192	126	124	0,0292400	0,0201600	192	21,0	10,0	1
193	98	94	0,0402050	0,0277200	193	21,0	10,0	1
194	160	180	0,0438600	0,0302400	194	21,0	10,0	1
195	310	305	0,0826030	0,0569520	195	21,0	10,0	1
196	1	351	0,2266100	0,1562400	196	0,1	0,0	2
197	116	98	0,0621350	0,0428400	197	0,1	0,0	3
198	180	177	0,0548250	0,0378000	198	0,1	0,0	1
199	129	346	0,2616980	0,1804320	199	0,1	0,0	1
200	1	350	0,2266100	0,1562400	200	0,1	0,0	2
201	57	147	0,1571650	0,1083600	201	52,0	25,0	3
202	169	162	0,0767550	0,0529200	202	202,0	98,0	3
203	90	370	0,1578960	0,1088640	203	202,0	98,0	2
204	350	203	0,0233920	0,0161280	204	73,0	35,0	1
205	153	141	0,0730250	0,0616500	205	81,0	39,0	1
206	162	183	0,0840650	0,0579600	206	115,0	56,0	3
207	382	383	0,1502205	0,1035720	207	118,0	57,0	1
208	351	379	0,0233920	0,0161280	208	318,0	154,0	1
209	147	142	0,1059950	0,0730800	209	161,0	78,0	1
210	183	182	0,0328950	0,0226800	210	126,0	61,0	2
211	66	252	0,1929840	0,1330560	211	59,0	29,0	1
212	203	204	0,0511175	0,0431550	212	24,0	12,0	1
213	142	136	0,0804100	0,0554400	213	24,0	12,0	1
214	160	181	0,0913750	0,0630000	214	5,0	2,0	1
215	384	243	0,2273410	0,1567440	215	126,0	61,0	2
216	204	205	0,0621350	0,0428400	216	56,0	27,0	1
217	132	153	0,0877200	0,0604800	217	62,0	30,0	1
218	181	178	0,0584800	0,0403200	218	0,1	0,0	2
219	85	244	0,1399865	0,0965160	219	32,0	15,0	3

220	203	206	0,1034034	0,0872964	220	158,0	77,0	2
221	136	132	0,1498550	0,1033200	221	126,0	61,0	2
222	171	163	0,0642620	0,0542520	222	202,0	98,0	1
223	352	414	0,0705415	0,0486360	223	41,0	20,0	1
224	379	380	0,1034034	0,0872964	224	81,0	39,0	1
225	57	149	0,0694450	0,0478800	225	126,0	61,0	1
226	163	184	0,0759460	0,0641160	226	202,0	98,0	2
227	414	385	0,0720035	0,0496440	227	18,0	9,0	1
228	206	207	0,0598805	0,0505530	228	202,0	98,0	3
229	57	125	0,0913750	0,0630000	229	106,0	51,0	1
230	160	129	0,2278380	0,1923480	230	175,0	85,0	1
231	414	401	0,0727345	0,0501480	231	174,0	84,0	3
232	1	375	0,0109650	0,0075600	232	113,0	55,0	2
233	127	124	0,0292400	0,0201600	233	202,0	98,0	1
234	129	141	0,0321310	0,0271260	234	0,1	0,0	1
235	401	386	0,0592110	0,0408240	235	202,0	98,0	1
236	208	209	0,0383775	0,0264600	236	403,0	195,0	1
237	128	127	0,2704700	0,1864800	237	202,0	98,0	1
238	131	157	0,0365500	0,0252000	238	126,0	61,0	2
239	401	402	0,0709070	0,0488880	239	0,1	0,0	3
240	209	210	0,1169600	0,0806400	240	29,0	14,0	3
241	125	128	0,0219300	0,0151200	241	9,0	4,0	2
242	130	131	0,0548250	0,0378000	242	5,0	2,0	1
243	402	387	0,0566525	0,0390600	243	0,1	0,0	3
244	209	211	0,0559215	0,0385560	244	18,0	9,0	3
245	200	119	0,0767550	0,0529200	245	45,0	22,0	1
246	141	130	0,0467360	0,0394560	246	32,0	16,0	3
247	402	403	0,0595765	0,0410760	247	61,0	30,0	1
248	211	1	0,0562870	0,0388080	248	81,0	39,0	3
249	200	201	0,0073100	0,0050400	249	126,0	61,0	3
250	157	133	0,1133050	0,0781200	250	23,0	11,0	3
251	403	388	0,0833340	0,0574560	251	14,0	7,0	3
252	375	202	0,1498550	0,1033200	252	18,0	9,0	1
253	158	200	0,0219300	0,0151200	253	126,0	61,0	1
254	133	140	0,1059950	0,0730800	254	5,0	3,0	1
255	403	404	0,0683485	0,0471240	255	26,0	13,0	1
256	202	1	0,4824600	0,3326400	256	18,0	9,0	3
257	124	158	0,1023400	0,0705600	257	126,0	61,0	2
258	140	147	0,1535100	0,1058400	258	81,0	39,0	1
259	368	345	0,1151325	0,0793800	259	0,1	0,0	1
260	373	352	0,1041675	0,0718200	260	126,0	61,0	3
261	199	192	0,0146200	0,0100800	261	41,0	20,0	1
262	129	154	0,0350520	0,0295920	262	0,1	0,0	1
263	345	346	0,0584800	0,0403200	263	28,0	14,0	1
264	352	212	0,1136705	0,0783720	264	30,0	14,0	2
265	199	197	0,0694450	0,0478800	265	81,0	39,0	1

266	137	144	0,0950300	0,0655200	266	202,0	98,0	1
267	345	369	0,0529975	0,0365400	267	318,0	154,0	2
268	352	353	0,2138175	0,1474200	268	176,0	85,0	2
269	159	199	0,2704700	0,1864800	269	126,0	61,0	1
270	144	148	0,0950300	0,0655200	270	6,0	3,0	1
271	400	404	0,0475150	0,0327600	271	31,0	15,0	1
272	353	213	0,2010250	0,1386000	272	60,0	29,0	2
273	197	191	0,0109650	0,0075600	273	56,0	27,0	2
274	154	156	0,0321310	0,0271260	274	126,0	61,0	1
275	404	405	0,0402050	0,0277200	275	118,0	57,0	3
276	353	214	0,0500735	0,0345240	276	126,0	61,0	2
277	159	190	0,2359000	0,2402000	277	202,0	98,0	1
278	156	137	0,0840650	0,0579600	278	10,0	5,0	1
279	405	389	0,0588455	0,0405720	279	126,0	61,0	1
280	1	215	0,3475905	0,2396520	280	202,0	98,0	1
281	159	161	0,0840650	0,0579600	281	318,0	154,0	2
282	143	150	0,0986850	0,0680400	282	82,0	40,0	3
283	405	406	0,0716380	0,0493920	283	126,0	61,0	3
284	215	216	0,1059950	0,0730800	284	22,0	10,0	1
285	161	172	0,0877200	0,0604800	285	13,0	6,0	2
286	150	148	0,0219300	0,0151200	286	71,0	34,0	1
287	406	390	0,0453220	0,0312480	287	101,0	49,0	1
288	216	217	0,0993140	0,0838440	288	113,0	54,0	1
289	172	188	0,0913750	0,0630000	289	126,0	61,0	1
290	134	139	0,1197610	0,1011060	290	0,1	0,0	1
291	406	391	0,0731000	0,0504000	291	34,0	17,0	1
292	216	218	0,0657900	0,0453600	292	83,0	40,0	1
293	188	168	0,0913750	0,0630000	293	59,0	29,0	1
294	139	143	0,0621350	0,0428400	294	126,0	61,0	1
295	404	407	0,0833340	0,0574560	295	145,0	70,0	3
296	218	219	0,0029240	0,0020160	296	202,0	98,0	1
297	176	179	0,0657900	0,0453600	297	50,0	24,0	1
298	154	134	0,0788670	0,0665820	298	41,0	20,0	3
299	407	392	0,0785825	0,0541800	299	202,0	98,0	1
300	219	220	0,0804100	0,0554400	300	77,0	37,0	3
301	168	176	0,1133050	0,0781200	301	161,0	78,0	1
302	148	57	0,1462000	0,1008000	302	477,0	231,0	2
303	407	408	0,0489770	0,0337680	303	68,0	33,0	1
304	220	223	0,0709803	0,0599238	304	14,0	7,0	1
305	161	185	0,1315800	0,0907200	305	4,0	2,0	2
306	129	151	0,0328950	0,0226800	306	0,1	0,0	1
307	408	409	0,0668865	0,0461160	307	66,0	32,0	1
308	223	237	0,0817880	0,0690480	308	0,1	0,0	3
309	185	164	0,0913750	0,0630000	309	60,0	29,0	1
310	145	146	0,0328950	0,0226800	310	95,0	46,0	2
311	409	393	0,0738310	0,0509040	311	0,1	0,0	1

312	237	238	0,0622173	0,0525258	312	19,0	9,0	2
313	164	165	0,0328950	0,0226800	313	67,0	32,0	1
314	146	149	0,0548250	0,0378000	314	18,0	9,0	2
315	409	394	0,0690795	0,0476280	315	33,0	16,0	1
316	237	372	0,0537464	0,0453744	316	21,0	10,0	1
317	165	173	0,1388900	0,0957600	317	33,0	16,0	1
318	152	135	0,0767550	0,0529200	318	42,0	20,0	1
319	408	410	0,0551905	0,0380520	319	52,0	25,0	2
320	239	240	0,0058420	0,0049320	320	43,0	21,0	3
321	173	179	0,1133050	0,0781200	321	126,0	61,0	1
322	135	145	0,1425450	0,0982800	322	107,0	52,0	1
323	410	415	0,0657900	0,0453600	323	202,0	98,0	2
324	239	243	0,0835406	0,0705276	324	126,0	61,0	2
325	179	160	0,0694450	0,0478800	325	24,0	12,0	2
326	135	195	0,0091375	0,0063000	326	101,0	49,0	3
327	410	411	0,0643280	0,0443520	327	81,0	39,0	1
328	243	355	0,0054825	0,0037800	328	155,0	75,0	2
329	159	182	0,0540960	0,0638120	329	23,0	11,0	1
330	151	152	0,0548250	0,0378000	330	31,0	15,0	3
331	411	395	0,0595765	0,0410760	331	126,0	61,0	1
332	355	354	0,1279250	0,0882000	332	13,0	6,0	1
333	182	186	0,0483000	0,0569750	333	56,0	27,0	1
334	1	190	0,1415400	0,1441200	334	120,0	58,0	2
335	411	412	0,0676175	0,0466200	335	126,0	61,0	1
336	354	242	0,0182750	0,0126000	336	403,0	195,0	1
337	186	166	0,0377440	0,0384320	337	81,0	39,0	3
338	190	189	0,0731000	0,0504000	338	177,0	86,0	3
339	412	399	0,0566525	0,0390600	339	151,0	73,0	2
340	354	241	0,0731000	0,0504000	340	9,0	4,0	2
341	166	170	0,0377440	0,0384320	341	29,0	14,0	2
342	189	198	0,1096500	0,0756000	342	14,0	7,0	2
343	412	398	0,0716380	0,0493920	343	23,0	11,0	1
344	243	356	0,0091375	0,0063000	344	45,0	22,0	3
345	170	174	0,0292100	0,0246600	345	0,1	0,0	3
346	198	196	0,0365500	0,0252000	346	36,0	17,0	3
347	412	413	0,0873545	0,0602280	347	5,0	2,0	1
348	356	357	0,0511700	0,0352800	348	9,0	4,0	1
349	174	180	0,0636930	0,0648540	349	80,0	39,0	1
350	189	193	0,0233920	0,0161280	350	0,1	0,0	2
351	413	397	0,0705415	0,0486360	351	0,1	0,0	1
352	357	244	0,0127925	0,0088200	352	0,1	0,0	3
353	159	184	0,2266100	0,1562400	353	0,1	0,0	1
354	149	138	0,1279250	0,0882000	354	0,1	0,0	1
355	413	396	0,0694450	0,0478800	355	0,1	0,0	3
356	357	245	0,0054825	0,0037800	356	0,1	0,0	1
357	184	187	0,0350520	0,0295920	357	0,1	0,0	1

358	138	155	0,1059950	0,0730800	358	0,1	0,0	1
359	290	289	0,0628660	0,0433440	359	0,1	0,0	2
360	243	246	0,0365125	0,0308250	360	0,1	0,0	1
361	246	247	0,0526320	0,0362880	361	0,1	0,0	1
362	265	266	0,1078225	0,0743400	362	0,1	0,0	1
363	289	288	0,0467840	0,0322560	363	0,1	0,0	1
364	306	310	0,1264630	0,0871920	364	0,1	0,0	1
365	247	248	0,0727345	0,0501480	365	0,1	0,0	3
366	266	267	0,0994160	0,0685440	366	0,1	0,0	2
367	288	300	0,1867705	0,1287720	367	0,1	0,0	1
368	310	320	0,0127925	0,0088200	368	0,1	0,0	3
369	243	249	0,0487807	0,0411822	369	0,1	0,0	2
370	267	268	0,1564340	0,1078560	370	0,1	0,0	1
371	300	286	0,1096500	0,0756000	371	0,1	0,0	1
372	310	314	0,0723690	0,0498960	372	0,1	0,0	1
373	249	358	0,0431290	0,0297360	373	0,1	0,0	2
374	268	269	0,0549647	0,0559666	374	0,1	0,0	1
375	1	373	0,0277780	0,0191520	375	0,1	0,0	2
376	314	309	0,0698105	0,0481320	376	0,1	0,0	3
377	358	359	0,0054825	0,0037800	377	86,0	41,0	3
378	269	365	0,0707700	0,0720600	378	86,0	41,0	1
379	300	285	0,0811410	0,0559440	379	0,1	0,0	1
380	309	313	0,0785825	0,0541800	380	0,1	0,0	2
381	359	250	0,0201025	0,0138600	381	0,1	0,0	3
382	365	366	0,0255850	0,0176400	382	0,1	0,0	2
383	300	301	0,0932025	0,0642600	383	0,1	0,0	1
384	313	317	0,0683485	0,0471240	384	0,1	0,0	1
385	359	251	0,1407175	0,0970200	385	68,0	33,0	3
386	366	270	0,1005125	0,0693000	386	15,0	7,0	3
387	301	302	0,0555560	0,0383040	387	56,0	27,0	1
388	317	319	0,1235390	0,0851760	388	12,0	6,0	1
389	251	252	0,1882325	0,1297800	389	50,0	24,0	2
390	366	271	0,0164475	0,0113400	390	115,0	56,0	1
391	302	303	0,0453220	0,0312480	391	14,0	7,0	3
392	319	318	0,0665210	0,0458640	392	5,0	2,0	1
393	251	360	0,0986850	0,0680400	393	19,0	9,0	1
394	365	363	0,0483595	0,0492410	394	34,0	17,0	1
395	303	304	0,1951770	0,1345680	395	10,0	5,0	1
396	318	315	0,0694450	0,0478800	396	40,0	19,0	2
397	360	253	0,0497080	0,0342720	397	28,0	14,0	3
398	363	362	0,0188720	0,0192160	398	14,0	7,0	1
399	304	305	0,2083350	0,1436400	399	17,0	8,0	2
400	315	311	0,0833340	0,0574560	400	41,0	20,0	1
401	253	254	0,0458597	0,0387162	401	0,1	0,0	2
402	363	381	0,2631600	0,1814400	402	0,1	0,0	1
403	305	308	0,0504390	0,0347760	403	0,1	0,0	1

404	311	304	0,1052640	0,0725760	404	0,1	0,0	1
405	254	361	0,0588455	0,0405720	405	0,1	0,0	1
406	362	272	0,0164475	0,0113400	406	0,1	0,0	1
407	308	316	0,2218585	0,1529640	407	0,1	0,0	1
408	296	260	0,0478805	0,0330120	408	0,1	0,0	1
409	361	256	0,0402050	0,0277200	409	0,1	0,0	1
410	362	1	0,0241500	0,0284875	410	0,1	0,0	3
411	316	312	0,1052640	0,0725760	411	0,1	0,0	2
412	260	287	0,0358190	0,0246960	412	0,1	0,0	1
413	254	255	0,0274125	0,0189000	413	0,1	0,0	1
414	1	364	0,2850900	0,1965600	414	0,1	0,0	2
415	312	307	0,0723690	0,0498960	415	19,0	9,0	1
416	260	324	0,1078225	0,0743400				
417	254	257	0,0788670	0,0665820				
418	364	284	0,1041675	0,0718200				
419	307	300	0,0782170	0,0539280				
420	324	326	0,0054825	0,0037800				
421	257	258	0,1059950	0,0730800				
422	364	285	0,0584800	0,0403200				
423	334	336	0,0712725	0,0491400				
424	324	266	0,1038020	0,0715680				
425	257	283	0,0537464	0,0453744				
426	381	268	0,3095785	0,2134440				
427	336	323	0,0548250	0,0378000				
428	324	325	0,0482460	0,0332640				
429	283	282	0,0663067	0,0559782				
430	268	327	0,0383775	0,0264600				
431	336	337	0,0646935	0,0446040				
432	324	323	0,0877200	0,0604800				
433	282	234	0,0554990	0,0468540				
434	327	328	0,0548250	0,0378000				
435	337	338	0,0292400	0,0201600				
436	323	322	0,0676175	0,0466200				
437	234	233	0,0277495	0,0234270				
438	268	297	0,0504390	0,0347760				
439	338	339	0,0420325	0,0289800				
440	322	321	0,0950300	0,0655200				
441	233	376	0,0116840	0,0098640				
442	297	296	0,0504390	0,0347760				
443	339	265	0,0679830	0,0468720				
444	321	299	0,0701760	0,0483840				
445	230	231	0,0455676	0,0384696				
446	296	295	0,0741965	0,0511560				
447	265	367	0,0087720	0,0060480				
448	299	296	0,0380120	0,0262080				
449	230	228	0,0262890	0,0221940				

450	296	298	0,0376465	0,0259560
451	367	340	0,0010965	0,0007560
452	322	329	0,0314330	0,0216720
453	228	371	0,0467360	0,0394560
454	295	294	0,0226610	0,0156240
455	340	341	0,0274125	0,0189000
456	329	330	0,0266815	0,0183960
457	371	374	0,0394335	0,0332910
458	294	292	0,0917405	0,0632520
459	341	342	0,1133050	0,0781200
460	330	331	0,0416670	0,0287280
461	374	227	0,0036550	0,0025200
462	268	292	0,0986850	0,0680400
463	334	335	0,0559215	0,0385560
464	331	332	0,0274125	0,0189000
465	374	226	0,0023368	0,0019728
466	292	290	0,0168130	0,0115920
467	341	368	0,1790950	0,1234800
468	329	333	0,0584800	0,0403200
469	226	225	0,0274125	0,0189000
470	290	291	0,0054825	0,0037800
471	376	230	0,0277495	0,0234270
472	333	334	0,0416670	0,0287280
473	368	343	0,0091375	0,0063000

Fonte: Bernal-Agustin (1998).

E.7 SISTEMA DE 10477 BARRAS

Os dados completos do sistema de 10477 barras estão disponíveis em REDS (2014), para um nível de demanda e em LAPSEE (2014), para 24 níveis de demanda.

ANEXO F – RESULTADOS PARA O SISTEMA DE 10477 BARRAS

Neste anexo são apresentadas as configurações obtidas para o sistema de 10477 barras. Note que diferentemente dos sistemas apresentados no ANEXO E, em REDS (2014) e em LAP-SEE (2014), a numeração dos ramos para o sistema de 10477 inicia-se em zero, e não em um. Os resultados apresentados neste anexo consideram que os ramos estão numerados de zero a $nr - 1$, de forma a serem coerentes com os dados.

F.1 RESULTADOS PARA UM NÍVEL DE DEMANDA

No sistema de 10477, as chaves dos ramos a seguir estão inicialmente abertas:

10476, 10477, 10478, 10479, 10480, 10481, 10482, 10483, 10484, 10485, 10486, 10487, 10488, 10489, 10490, 10491, 10492, 10493, 10494, 10495, 10496, 10497, 10498, 10499, 10500, 10501, 10502, 10503, 10504, 10505, 10506, 10507, 10508, 10509, 10510, 10511, 10512, 10513, 10514, 10515, 10516, 10517, 10518, 10519, 10520, 10521, 10522, 10523, 10524, 10525, 10526, 10527, 10528, 10529, 10530, 10531, 10532, 10533, 10534, 10535, 10536, 10537, 10538, 10539, 10540, 10541, 10542, 10543, 10544, 10545, 10546, 10547, 10548, 10549, 10550, 10551, 10552, 10553, 10554, 10555, 10556, 10557, 10558, 10559, 10560, 10561, 10562, 10563, 10564, 10565, 10566, 10567, 10568, 10569, 10570, 10571, 10572, 10573, 10574, 10575, 10576, 10577, 10578, 10579, 10580, 10581, 10582, 10583, 10584, 10585, 10586, 10587, 10588, 10589, 10590, 10591, 10592, 10593, 10594, 10595, 10596, 10597, 10598, 10599, 10600, 10601, 10602, 10603, 10604, 10605, 10606, 10607, 10608, 10609, 10610, 10611, 10612, 10613, 10614, 10615, 10616, 10617, 10618, 10619, 10620, 10621, 10622, 10623, 10624, 10625, 10626, 10627, 10628, 10629, 10630, 10631, 10632, 10633, 10634, 10635, 10636, 10637, 10638, 10639, 10640, 10641, 10642, 10643, 10644, 10645, 10646, 10647, 10648, 10649, 10650, 10651, 10652, 10653, 10654, 10655, 10656, 10657, 10658, 10659, 10660, 10661, 10662, 10663, 10664, 10665, 10666, 10667, 10668, 10669, 10670, 10671, 10672, 10673, 10674, 10675, 10676, 10677, 10678, 10679, 10680, 10681, 10682, 10683, 10684, 10685, 10686, 10687, 10688, 10689, 10690, 10691, 10692, 10693, 10694, 10695, 10696, 10697, 10698, 10699, 10700, 10701, 10702, 10703, 10704, 10705, 10706, 10707, 10708, 10709, 10710, 10711, 10712, 10713, 10714, 10715, 10716, 10717, 10718, 10719, 10720, 10721, 10722, 10723, 10724, 10725, 10726, 10727, 10728, 10729, 10730, 10731, 10732, 10733, 10734, 10735

O algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves encontra como solução uma configuração com as seguintes chaves abertas:

22, 59, 118, 128, 193, 232, 280, 283, 303, 318, 333, 406, 410, 433, 449, 457, 463, 484, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 648, 793, 817, 839, 844, 845, 889, 944, 961, 984, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1358, 1431, 1495, 1762, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2049, 2079, 2139, 2141, 2155, 2164, 2165, 2167, 2204, 2227, 2240, 2331, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3723, 3772, 3777, 3795, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4085, 4110, 4122, 4129, 4327, 4378, 4382, 4422, 4424, 4460, 4465, 4504, 4647, 4676, 5254, 5312, 5351, 5355, 5357, 5383, 5451, 5469, 5516, 5644, 5650, 5668, 5684, 5735, 5791, 5860, 5869, 5872, 5882, 5886, 6080, 6128, 6161, 6170, 6186, 6206, 6210, 6304, 6342, 6392, 6416, 6468, 7055, 7058, 7103, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7614, 7616, 7827, 7865, 7873, 7877, 7899, 7910, 8088, 8138, 8162, 8741, 8844, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9011, 9103, 9138, 9141, 9147, 9282, 9357, 9363, 9378, 9391, 9567, 9608, 9611, 9619, 9636, 9656, 9700, 9708, 9732, 9768, 9818, 9837, 9873, 9884, 9913, 9914, 9976, 10003, 10091, 10232, 10432, 10478, 10483, 10484, 10490, 10492, 10493, 10495, 10503, 10511, 10516, 10517, 10518, 10519, 10529, 10531, 10532, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10550, 10563, 10566, 10567, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10624, 10627, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10678, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10708, 10712, 10713, 10715, 10717, 10718, 10719, 10721

O algoritmo de Prim obtém a seguinte solução:

22, 118, 128, 193, 232, 280, 284, 303, 318, 406, 410, 433, 449, 457, 463, 484, 573, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 697, 793, 817, 839, 844, 845, 889, 891, 944, 961, 984, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1358, 1431, 1495, 1762, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2079, 2139, 2141, 2155, 2189, 2192, 2204, 2227, 2240, 2330, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2772, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3723, 3772, 3774, 3777, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4085, 4110, 4129, 4137, 4327, 4378, 4382, 4407, 4422, 4460, 4465, 4504, 4558, 4647, 4676, 5254,

5312, 5351, 5355, 5383, 5451, 5469, 5516, 5644, 5648, 5668, 5684, 5735, 5791, 5860, 5869, 5872, 5882, 5935, 6080, 6128, 6161, 6170, 6186, 6206, 6210, 6304, 6342, 6392, 6416, 6468, 7055, 7058, 7103, 7104, 7123, 7197, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7614, 7616, 7827, 7865, 7873, 7877, 7899, 7910, 7958, 8088, 8138, 8162, 8741, 8844, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9011, 9103, 9138, 9141, 9147, 9282, 9357, 9363, 9378, 9391, 9567, 9608, 9611, 9619, 9636, 9656, 9700, 9708, 9732, 9768, 9818, 9837, 9873, 9884, 9891, 9914, 9976, 10003, 10091, 10232, 10432, 10433, 10478, 10482, 10483, 10484, 10490, 10493, 10495, 10503, 10511, 10516, 10517, 10518, 10519, 10529, 10531, 10532, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10549, 10550, 10563, 10566, 10567, 10577, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10624, 10627, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10678, 10691, 10701, 10708, 10712, 10713, 10715, 10717, 10718, 10719, 10721

O algoritmo BVNS obtém a seguinte solução:

22, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 303, 287, 406, 433, 449, 458, 10502, 484, 10492, 593, 594, 625, 630, 636, 697, 793, 817, 837, 844, 845, 2183, 892, 945, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 10520, 1349, 1497, 1762, 1859, 1872, 1977, 2025, 2029, 2079, 10562, 2140, 2049, 2155, 2204, 2226, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2382, 2443, 2581, 2590, 2636, 10512, 4374, 2704, 2732, 2758, 10694, 2801, 2901, 2930, 3563, 3566, 3573, 3631, 3620, 3772, 3774, 3778, 3886, 3899, 3909, 3938, 3944, 3979, 3991, 10581, 4109, 4131, 4137, 4327, 4424, 4382, 4415, 4420, 4461, 4465, 4505, 7614, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 10515, 5383, 5451, 5518, 5648, 5681, 5655, 5684, 5736, 5791, 5863, 5869, 5872, 5882, 5935, 6128, 6161, 10681, 6186, 6205, 6304, 6342, 6394, 6426, 7055, 7058, 7103, 7126, 7196, 7260, 7295, 7387, 7401, 7537, 7588, 7594, 7612, 7617, 7827, 7862, 7873, 7876, 7899, 10683, 8088, 8137, 10672, 8740, 8849, 8858, 8930, 8940, 9004, 9011, 9105, 9138, 9173, 9160, 9283, 9356, 9363, 9378, 9391, 9567, 9607, 9674, 10699, 9653, 9699, 9705, 9732, 9770, 9831, 9837, 43, 9931, 9914, 9981, 10004, 10093, 10232, 59, 10434, 10478, 333, 10484, 10490, 10493, 10504, 10477, 10511, 10516, 7637, 10518, 10519, 10529, 881, 10532, 10534, 10538, 10539, 10572, 10544, 5357, 10550, 10566, 2563, 2167, 10579, 10585, 10586, 10601, 9084, 10610, 10612, 10613, 10616, 4309, 3941, 9389, 10627, 6143, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10678, 10691, 10701, 10708, 10704, 10713, 9788, 10717, 10718, 10719, 10721, 9611, 6471, 1428, 10483, 10622, 410, 9876, 614, 2164, 10695, 10598, 6210, 8847, 7910, 5469, 6081, 3721

O algoritmo VND obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 287, 303, 333, 406, 410, 433, 449, 458, 484, 573, 593, 594, 614, 625, 630, 636, 697, 793, 817, 837, 844, 845, 881, 892, 945, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 1349, 1428, 1497, 1762, 1859, 1871, 1977, 2025, 2029, 2049, 2079, 2141, 2156, 2165, 2167, 2179, 2195, 2204, 2226, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2382, 2443, 2563, 2583, 2590, 2636, 2680, 2704, 2732, 2758, 2772, 2801, 2901, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3721, 3772, 3774, 3778, 3886, 3899, 3909, 3938, 3941, 3944, 3979, 3991, 4109, 4131, 4137, 4309, 4327, 4373, 4382, 4415, 4424, 4460, 4465, 4505, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 5357, 5383, 5451, 5469, 5518, 5648, 5655, 5681, 5684, 5736, 5791, 5863, 5869, 5872, 5882, 5935, 6081, 6128, 6142, 6161, 6186, 6205, 6210, 6304, 6342, 6394, 6426, 6471, 7055, 7058, 7103, 7105, 7123, 7196, 7260, 7295, 7389, 7401, 7557, 7588, 7594, 7612, 7614, 7617, 7637, 7827, 7862, 7873, 7876, 7899, 7910, 8088, 8137, 8740, 8848, 8849, 8858, 8930, 8942, 9003, 9032, 9084, 9105, 9139, 9160, 9173, 9283, 9357, 9363, 9378, 9389, 9567, 9607, 9611, 9637, 9653, 9674, 9699, 9705, 9732, 9770, 9788, 9830, 9835, 9875, 9926, 9931, 9982, 10003, 10093, 10232, 10434, 10477, 10478, 10483, 10484, 10490, 10493, 10502, 10504, 10511, 10512, 10515, 10516, 10518, 10519, 10520, 10529, 10532, 10534, 10538, 10539, 10544, 10550, 10562, 10563, 10566, 10579, 10581, 10585, 10586, 10601, 10610, 10612, 10613, 10614, 10616, 10634, 10643, 10646, 10651, 10654, 10662, 10668, 10672, 10678, 10681, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10704, 10708, 10713, 10717, 10718, 10719

O algoritmo RVNS obtém a seguinte solução:

22, 43, 118, 128, 193, 232, 280, 284, 303, 318, 329, 406, 410, 433, 449, 457, 484, 573, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 697, 793, 817, 838, 844, 845, 889, 891, 944, 961, 984, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1358, 1430, 1495, 1762, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2079, 2139, 2141, 2156, 2189, 2192, 2204, 2227, 2240, 2330, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2772, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3600, 3620, 3723, 3772, 3774, 3777, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4085, 4110, 4129, 4137, 4327, 4378, 4382, 4407, 4415, 4460, 4465, 4504, 4558, 4647, 4676, 5254, 5312, 5351, 5356, 5383, 5451, 5469, 5516, 5644, 5648, 5654, 5684, 5735, 5791, 5860, 5869, 5872, 5882, 5935, 6080, 6128, 6161, 6186, 6206, 6210, 6304, 6342, 6392, 6416, 6468, 7055, 7058, 7103, 7104, 7123, 7197, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7616, 7629, 7637, 7827, 7861, 7865, 7877, 7898, 7910, 7958, 8088, 8138, 8162, 8741, 8846, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9103, 9138, 9141, 9147, 9282, 9357, 9363, 9391, 9567, 9608, 9614, 9619, 9636, 9656, 9700, 9708, 9732, 9768, 9818, 9837, 9873, 9888, 9914, 9976, 10003, 10091, 10232, 10432, 10433, 10478, 10482, 10483, 10490, 10493, 10495, 10502, 10503, 10511, 10516, 10518, 10519, 10529, 10531, 10532, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10549, 10550, 10563, 10566, 10567, 10577, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10624, 10627, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10678, 10690, 10691, 10701, 10704, 10708, 10712, 10713, 10715, 10717, 10718, 10719, 10721, 10728

O algoritmo GVNS obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 303, 333, 401, 410, 433, 451, 458, 484, 573, 593, 594, 614, 625, 630, 637, 697, 793, 817, 836, 844, 845, 881, 892, 946, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 1327, 1349, 1428, 1497, 1762, 1834, 1859, 1873, 1977, 2026, 2029, 2049, 2079, 2140, 2156, 2165, 2179, 2195, 2204, 2227, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2382, 2443, 2563, 2581, 2590, 2636, 2672, 2704, 2732, 2758, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3620, 3631, 3721, 3772, 3774, 3778, 3886, 3899, 3909, 3938, 3941, 3944, 3979, 3991, 4109, 4131, 4137, 4309, 4327, 4374, 4382, 4415, 4424, 4461, 4465, 4504, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 5357, 5383, 5451, 5469, 5518, 5648, 5655, 5681, 5684, 5736, 5791, 5863, 5869, 5872, 5882, 5935, 6081, 6128, 6136, 6161, 6186, 6205, 6210, 6304, 6342, 6394, 6416, 6471, 7055, 7058, 7103, 7123, 7196, 7260, 7295, 7387, 7401, 7537, 7588, 7594, 7612, 7614, 7617, 7637, 7827, 7862, 7873, 7876, 7899, 7910, 8088, 8137, 8190, 8740, 8848, 8849, 8858, 8930, 8940, 9003, 9032, 9084, 9105, 9139, 9160, 9173, 9283, 9357, 9363, 9378, 9389, 9567, 9607, 9611, 9637, 9653, 9674, 9699, 9706, 9732, 9770, 9788, 9827, 9837, 9876, 9914, 9931, 9981, 10003, 10093, 10232, 10433, 10477, 10478, 10483, 10484, 10485, 10490, 10493, 10502, 10504, 10511, 10515, 10516, 10518, 10519, 10529, 10534, 10538, 10539, 10544, 10550, 10562, 10563, 10566, 10577, 10579, 10581, 10585, 10586, 10598, 10601, 10610, 10612, 10613, 10616, 10622, 10627, 10634, 10643, 10646, 10651, 10654, 10662, 10668, 10678, 10681, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10704, 10708, 10713, 10717, 10718, 10719, 10721

F.2 RESULTADOS PARA VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA

As chaves dos ramos a seguir estão inicialmente abertas:

10476, 10477, 10478, 10479, 10480, 10481, 10482, 10483, 10484, 10485, 10486, 10487, 10488, 10489, 10490, 10491, 10492, 10493, 10494, 10495, 10496, 10497, 10498, 10499, 10500, 10501, 10502, 10503, 10504, 10505, 10506, 10507, 10508, 10509, 10510, 10511, 10512, 10513, 10514, 10515, 10516, 10517, 10518, 10519, 10520, 10521, 10522, 10523, 10524, 10525, 10526, 10527, 10528, 10529, 10530, 10531, 10532, 10533, 10534, 10535, 10536, 10537, 10538, 10539, 10540, 10541, 10542, 10543, 10544, 10545, 10546, 10547, 10548, 10549, 10550, 10551, 10552, 10553, 10554, 10555, 10556, 10557, 10558, 10559, 10560, 10561, 10562, 10563, 10564, 10565, 10566, 10567, 10568, 10569, 10570, 10571, 10572, 10573, 10574, 10575, 10576, 10577, 10578, 10579, 10580, 10581, 10582, 10583, 10584, 10585, 10586, 10587, 10588, 10589, 10590, 10591, 10592, 10593, 10594, 10595, 10596, 10597, 10598, 10599, 10600, 10601, 10602, 10603, 10604, 10605, 10606, 10607, 10608, 10609, 10610, 10611, 10612, 10613, 10614, 10615, 10616, 10617, 10618, 10619, 10620, 10621, 10622, 10623, 10624, 10625, 10626, 10627, 10628, 10629, 10630, 10631, 10632, 10633, 10634, 10635, 10636, 10637, 10638, 10639, 10640, 10641, 10642, 10643, 10644, 10645, 10646, 10647, 10648, 10649, 10650, 10651, 10652, 10653, 10654, 10655, 10656, 10657, 10658, 10659, 10660, 10661, 10662, 10663, 10664, 10665, 10666, 10667, 10668, 10669, 10670, 10671, 10672, 10673, 10674, 10675, 10676, 10677, 10678, 10679, 10680, 10681, 10682, 10683, 10684, 10685, 10686, 10687, 10688, 10689, 10690, 10691, 10692, 10693, 10694, 10695, 10696, 10697, 10698, 10699, 10700, 10701, 10702, 10703, 10704, 10705, 10706, 10707, 10708, 10709, 10710, 10711, 10712, 10713, 10714, 10715, 10716, 10717, 10718, 10719, 10720, 10721, 10722, 10723, 10724, 10725, 10726, 10727, 10728, 10729, 10730, 10731, 10732, 10733, 10734, 10735

O algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves encontra como solução uma configuração com as seguintes chaves abertas:

22, 59, 118, 128, 193, 232, 280, 283, 303, 318, 333, 406, 410, 433, 449, 457, 463, 484, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 648, 793, 817, 839, 844, 845, 889, 944, 961, 984, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1359, 1431, 1495, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2049, 2079, 2139, 2142, 2155, 2164, 2192, 2204, 2228, 2240, 2331, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3723, 3772, 3774, 3777, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4086, 4110, 4122, 4129, 4327, 4378, 4382, 4422, 4424, 4460, 4465, 4504, 4647, 4676, 5254, 5312, 5351, 5355, 5357, 5383, 5451, 5469, 5516, 5644, 5650, 5668, 5684, 5734, 5791, 5860, 5869, 5872, 5882, 5935, 6080, 6128, 6161, 6170, 6188, 6206, 6210, 6304, 6342, 6391, 6416, 6468, 7055, 7058, 7103, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7614, 7616, 7827, 7865, 7873, 7877, 7899, 7910, 8088, 8138, 8162, 8741, 8844, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9011, 9104, 9137, 9141, 9147, 9282, 9357, 9363, 9378, 9391, 9567, 9608, 9611, 9635, 9656, 9674, 9700, 9708, 9732, 9768, 9818, 9837, 9873, 9884, 9914, 9931, 9976, 10003, 10091, 10232, 10432, 10478, 10483, 10484, 10490, 10492, 10493, 10495, 10503, 10511, 10516, 10517, 10518, 10519, 10529, 10531, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10550, 10563, 10566, 10567, 10577, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10624, 10627, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10678, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10708, 10712, 10713, 10715, 10717, 10718, 10719, 10721, 10730

O algoritmo de Prim obtém a seguinte solução:

22, 118, 128, 193, 232, 280, 284, 303, 318, 406, 410, 433, 449, 457, 463, 484, 573, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 697, 793, 817, 839, 844, 845, 889, 891, 944, 961, 984, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1359, 1431, 1495, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2079, 2139, 2142, 2155, 2189, 2192, 2204, 2228, 2240, 2331, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3723, 3772, 3774, 3777, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4085, 4110, 4129, 4137, 4327, 4378, 4382, 4407, 4422, 4460, 4465, 4504, 4558, 4647, 4676, 5254, 5312, 5351, 5355, 5383, 5451, 5469, 5516, 5644, 5653, 5668, 5684, 5734, 5791, 5860, 5869, 5872, 5882, 5935, 6080,

6128, 6161, 6170, 6188, 6206, 6210, 6304, 6342, 6391, 6416, 6468, 7055, 7058, 7103, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7614, 7616, 7827, 7865, 7873, 7877, 7899, 7910, 7958, 8088, 8138, 8162, 8741, 8844, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9011, 9104, 9137, 9141, 9147, 9282, 9357, 9363, 9378, 9389, 9391, 9567, 9608, 9611, 9635, 9656, 9674, 9700, 9708, 9732, 9768, 9818, 9837, 9873, 9884, 9891, 9914, 9976, 10003, 10091, 10232, 10432, 10433, 10478, 10482, 10483, 10484, 10490, 10493, 10495, 10503, 10511, 10516, 10517, 10518, 10519, 10529, 10531, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10549, 10550, 10563, 10566, 10567, 10577, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10627, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10678, 10691, 10701, 10708, 10712, 10713, 10715, 10717, 10718, 10719, 10721, 10730

O algoritmo BVNS obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 287, 303, 333, 406, 410, 433, 449, 458, 484, 573, 593, 594, 614, 625, 630, 636, 697, 793, 817, 837, 844, 845, 881, 890, 891, 946, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 1349, 1428, 1497, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2026, 2029, 2049, 2079, 2140, 2155, 2164, 2204, 2227, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2383, 2443, 2563, 2583, 2590, 2636, 2704, 2732, 2758, 2772, 2801, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3721, 3772, 3774, 3778, 3886, 3900, 3909, 3938, 3948, 3979, 3991, 4086, 4109, 4122, 4130, 4289, 4327, 4375, 4382, 4418, 4424, 4460, 4465, 4505, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 5357, 5383, 5451, 5469, 5518, 5647, 5655, 5681, 5684, 5736, 5791, 5863, 5869, 5882, 5922, 5935, 6081, 6128, 6142, 6161, 6188, 6205, 6210, 6304, 6342, 6394, 6416, 6469, 7055, 7058, 7097, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7387, 7401, 7557, 7588, 7594, 7612, 7614, 7617, 7637, 7827, 7862, 7873, 7876, 7899, 7910, 8086, 8137, 8740, 8848, 8849, 8858, 8876, 8930, 8940, 9002, 9011, 9084, 9105, 9138, 9155, 9283, 9356, 9363, 9378, 9389, 9391, 9567, 9607, 9611, 9637, 9655, 9674, 9699, 9705, 9732, 9770, 9788, 9827, 9837, 9877, 9891, 9914, 9978, 10006, 10092, 10232, 10433, 10477, 10478, 10483, 10484, 10490, 10493, 10502, 10504, 10511, 10512, 10515, 10516, 10518, 10519, 10520, 10529, 10534, 10538, 10539, 10544, 10550, 10562, 10572, 10577, 10579, 10585, 10586, 10592, 10598, 10601, 10610, 10612, 10613, 10617, 10619, 10622, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10672, 10678, 10681, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10703, 10704, 10708, 10713, 10717, 10718, 10719

O algoritmo VND obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 287, 303, 333, 406, 410, 433, 449, 458, 484, 573, 593, 594, 614, 625, 630, 636, 697, 793, 817, 837, 844, 845, 881, 890, 891, 946, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 1349, 1428, 1497, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2049, 2079, 2140, 2155, 2164, 2204, 2227, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2383, 2443, 2563, 2583, 2590, 2636, 2704, 2732, 2758, 2772, 2807, 2901, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3721, 3772, 3774, 3778, 3886, 3899, 3909, 3938, 3941, 3944, 3978, 3990, 4109, 4122, 4130, 4289, 4328, 4374, 4382, 4418, 4424, 4460, 4465, 4505, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 5357, 5383, 5451, 5469, 5518, 5647, 5655, 5681, 5684, 5736, 5791, 5862, 5869, 5882, 5922, 5935, 6081, 6128, 6142, 6161, 6188, 6205, 6210, 6304, 6342, 6394, 6416, 6469, 7055, 7058, 7097, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7386, 7401, 7557, 7588, 7594, 7612, 7614, 7617, 7637, 7827, 7862, 7873, 7877, 7899, 7910, 8086, 8137, 8740, 8847, 8849, 8858, 8930, 8942, 9002, 9011, 9105, 9138, 9140, 9160, 9283, 9356, 9363, 9378, 9389, 9391, 9568, 9607, 9611, 9635, 9655, 9674, 9699, 9706, 9732, 9770, 9788, 9827, 9837, 9876, 9913, 9914, 9978, 10006, 10093, 10232, 10433, 10477, 10478, 10483, 10484, 10490, 10493, 10502, 10504, 10511, 10512, 10515, 10516, 10518, 10519, 10520, 10529, 10534, 10538, 10539, 10544, 10550, 10562, 10572, 10577, 10579, 10581, 10585, 10586, 10598, 10601, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10622, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10672, 10678, 10681, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10704, 10708, 10713, 10717, 10718, 10719, 10720, 10721

O algoritmo RVNS obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 130, 193, 232, 280, 284, 303, 318, 329, 333, 394, 410, 433, 449, 457, 463, 484, 573, 578, 593, 594, 615, 626, 630, 636, 697, 793, 817, 839, 844, 845, 885, 889, 891, 961, 985, 1012, 1155, 1184, 1282, 1327, 1358, 1431, 1495, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2025, 2029, 2079, 2139, 2142, 2155, 2164, 2189, 2192, 2204, 2228, 2240, 2331, 2341, 2367, 2376, 2383, 2443, 2580, 2590, 2635, 2672, 2679, 2704, 2732, 2758, 2772, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3723, 3772, 3774, 3777, 3886, 3900, 3905, 3938, 3944, 3978, 3986, 4086, 4110, 4129, 4137, 4327, 4378, 4382, 4407, 4422, 4460, 4465, 4504, 4647, 4676, 5254, 5312, 5351, 5355, 5383, 5449, 5469, 5518, 5644, 5653, 5668, 5684, 5734, 5791, 5861, 5869, 5882, 5935, 6080, 6128, 6161, 6170, 6188, 6206, 6210, 6304, 6342, 6394, 6396, 6468, 7055, 7058, 7097, 7105, 7123, 7196, 7260, 7295, 7385, 7401, 7537, 7588, 7594, 7613, 7614, 7616, 7737, 7827, 7865, 7873, 7877, 7899, 7910, 8088, 8138, 8162, 8741, 8844, 8849, 8858, 8930, 8937, 9005, 9104, 9137, 9141, 9147, 9148, 9282, 9357, 9363, 9389, 9391, 9570, 9608, 9611, 9635, 9656, 9674, 9700, 9708, 9732, 9776, 9781, 9827, 9837, 9873, 9891, 9914, 9976, 10003, 10094, 10232, 10433, 10478, 10482, 10483, 10490, 10495, 10503, 10516, 10517, 10518, 10519, 10529, 10531, 10534, 10538, 10539, 10543, 10544, 10549, 10550, 10563, 10566, 10567, 10577, 10579, 10585, 10586, 10601, 10604, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10619, 10629, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10678, 10683, 10691, 10695, 10701, 10704, 10708, 10709, 10710, 10713, 10719, 10721, 10725, 10730

O algoritmo GVNS obtém a seguinte solução:

22, 43, 59, 118, 129, 193, 232, 280, 283, 287, 303, 333, 406, 410, 433, 449, 458, 484, 573, 593, 594, 614, 625, 630, 636, 697, 793, 817, 837, 844, 845, 881, 890, 891, 946, 961, 986, 1012, 1156, 1184, 1283, 1349, 1428, 1497, 1762, 1834, 1859, 1874, 1977, 2026, 2029, 2049, 2079, 2140, 2155, 2164, 2204, 2227, 2240, 2329, 2341, 2368, 2376, 2383, 2443, 2563, 2583, 2590, 2636, 2704, 2732, 2758, 2772, 2807, 2900, 2930, 3563, 3566, 3573, 3610, 3620, 3721, 3772, 3774, 3778, 3886, 3899, 3909, 3938, 3941, 3944, 3979, 3991, 4109, 4122, 4130, 4289, 4327, 4374, 4382, 4418, 4424, 4460, 4465, 4505, 4648, 4676, 5254, 5312, 5351, 5357, 5383, 5451, 5469, 5518, 5647, 5655, 5681, 5684, 5736, 5791, 5863, 5869, 5882, 5922, 5935, 6081, 6128, 6142, 6161, 6188, 6205, 6210, 6304, 6342, 6394, 6416, 6469, 7055, 7058, 7097, 7105, 7123, 7197, 7260, 7295, 7387, 7401, 7557, 7588, 7594, 7612, 7614, 7617, 7637, 7827, 7862, 7873, 7877, 7899, 7910, 8086, 8137, 8740, 8848, 8851, 8858, 8930, 8940, 9002, 9011, 9084, 9105, 9138, 9140, 9160, 9283, 9356, 9363, 9378, 9389, 9391, 9567, 9607, 9611, 9637, 9655, 9674, 9699, 9705, 9732, 9770, 9788, 9827, 9837, 9876, 9914, 9931, 9978, 10006, 10093, 10232, 10433, 10477, 10478, 10483, 10484, 10490, 10493, 10502, 10504, 10511, 10512, 10515, 10516, 10518, 10519, 10520, 10529, 10534, 10538, 10539, 10544, 10550, 10562, 10572, 10577, 10579, 10581, 10585, 10586, 10598, 10601, 10610, 10612, 10613, 10616, 10617, 10622, 10634, 10643, 10651, 10654, 10662, 10668, 10672, 10678, 10681, 10683, 10691, 10694, 10695, 10701, 10704, 10708, 10713, 10717, 10718, 10719, 10721